

*В.В. Коваленко, Е.В. Гайдукова, М.Н. Громова,  
В.С. Девятков, А. Хамлили*

**ДИАГНОСТИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
ФОРМИРОВАНИЯ И ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ  
МНОГОЛЕТНИХ РЯДОВ ЛЕТНЕ-ОСЕННЕЙ МЕЖЕНИ  
ВОСТОЧНОЙ СИБИРИ МЕТОДАМИ ЧАСТИЧНО  
ИНФИНИТНОЙ ГИДРОЛОГИИ**

*V.V. Kovalenko, E.V. Gaidukovs, M.N. Gromova,  
V.S. Devyatov, A. Hamlili*

**DIAGNOSING OF INSTABILITY OF FORMATION  
AND OF FRACTAL DIMENSION OF LONG-TERM LINES  
OF SUMMER-AUTUMN FLOW OF EAST SIBERIA  
BY METHODS OF PARTIALLY INFINITE HYDROLOGY**

*Выявлено географическое распределение речных бассейнов с неустойчивым режимом формирования начальных статистических моментов вероятностных распределений многолетнего летне-осеннего стока. Установлены размерности пространств вложения для моделей, позволяющих статистически устойчиво прогнозировать катастрофические выбросы расходов воды при формировании минимального стока (режим засух).*

*Ключевые слова: летне-осенний минимальный многолетний сток, критерий устойчивости, фрактальная размерность, размерность пространства вложения.*

*The geographical distribution of river pools with a unstable mode of formation of the initial statistical moments of probabilistic distributions of a long-term summer-autumn flow is revealed. The dimensions of spaces of an investment for models allowing statistically steady to predict catastrophic emissions of the charges of water at formation of the minimal flow (a mode of droughts) are established.*

*Key words: a summer-autumn minimal long-term flow, criterion of stability, fractal dimension, dimension of space of an investment.*

**Введение**

Практическая инженерная гидрология для статистического описания вероятностных распределений всех видов многолетнего речного стока, включая минимальный, использует семейство распределений К. Пирсона [СП 33-101-2003, 2004]. На их основе назначаются проектные значения расходов воды максимального стока (строительное проектирование), санитарно-лимитирующие расходы минимального стока (водоснабжение) и т.п. Кривые обеспеченности строят не на основе генетических моделей, описывающих формирование тех или иных распределений, а с использованием фактических рядов наблюдений за стоком. Тем самым современная методика обеспечения надежного функционирования водозависимых отраслей экономики базируется на допущении, что «завтра будет то же самое, что и сегодня»; обеспеченные предшествующими

наблюдениями стоковые характеристики экстраполируются в будущее на период эксплуатации водохозяйственного объекта. Такая статистическая парадигма предполагает, что: 1) стокоформирующие факторы (климат и антропогенная деятельность на бассейне) в будущем не претерпят изменений; 2) режим формирования стока как в настоящее время, так и в будущем, статистически устойчив.

Оба эти допущения неверные [Коваленко..., 1998]. В настоящей статье делается попытка конкретизировать географическое распределение на территории Восточной Сибири регионов, в которых нарушается второе статистическое предположение об устойчивости режима формирования летне-осенней межени. Сама по себе констатация факта неустойчивости недостаточна, так как логично возникает естественный вопрос: что в таком случае делать? А делать надо следующее: методами фрактальной диагностики [Коваленко..., 2008] установить, какое число фазовых переменных надо вводить в модель формирования стока, чтобы расширенное (двух- или трехмерное) распределение плотности вероятности оказалось бы устойчивым. Оба эти шага требуют определенных методик, которые были разработаны в рамках нового научного направления в гидрологии «Частично инфинитная гидрология» [Коваленко, 2007], созданного для моделирования и прогнозирования развивающихся статистически неустойчивых гидрологических систем.

### Выявление речных бассейнов с неустойчивым формированием летне-осенней межени

Формализуем и конкретизируем понятие неустойчивости, используемое в данной статье. Речь идет о неустойчивости решений модели формирования начальных моментов, приводящей к семейству распределений К. Пирсона. С географической точки зрения, речь идет о диагностировании тех речных бассейнов, на которых рекомендации нормативных документов [СП 33-101-2003] могут быть поставлены под сомнение. Моделью формирования стока, рассматриваемого как марковский случайный процесс, является следующая линейная система дифференциальных уравнений для начальных моментов [Коваленко, 2007]:

$$\begin{aligned} dm_1/dt &= -(\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}})m_1 - 0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N}; \\ dm_2/dt &= -2(\bar{c} - G_{\tilde{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_1 + G_{\tilde{N}}; \\ dm_3/dt &= -3(\bar{c} - 1,5G_{\tilde{c}})m_3 + 3\bar{N}m_2 - 7,5G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_2 + 3G_{\tilde{N}}m_1. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m_n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) – начальные моменты  $n$ -го порядка;  $c = \bar{c} + \tilde{c}$ ,  $N = \bar{N} + \tilde{N}$  (здесь  $c = 1/(k\tau)$ ,  $k$  – коэффициент стока,  $\tau$  – время релаксации,  $N = \dot{X}/\tau$ ,  $\dot{X}$  – интенсивность осадков);  $\bar{c}$  и  $\bar{N}$  – математические ожидания;  $\tilde{c}$  и  $\tilde{N}$  – случайные процессы типа белого шума с интенсивностями  $G_{\tilde{c}}$  и  $G_{\tilde{N}}$  и взаимной интенсивностью  $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ .

Трех моментов достаточно, чтобы с помощью системы (1) моделировать или прогнозировать эволюцию трех расчетных характеристик (нормы стока  $m_1$ , коэффициентов вариации  $C_v$  и асимметрии  $C_s$ ), используемых для изучения всех видов многолетнего стока, включая летне-осеннюю межень. Применение линейной теории устойчивости к системе уравнений (1) приводит к следующему спектру собственных значений  $\lambda$ :  $\lambda_1 = -\bar{c} + 0,5G_{\bar{c}}$ ;  $\lambda_2 = -2\bar{c} + 2G_{\bar{c}}$ ;  $\lambda_3 = -3\bar{c} + 4,5G_{\bar{c}}$ . При  $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c} > 0,67$  теряет устойчивость третий момент, при  $\beta > 1$  – второй, при  $\beta \rightarrow 2$  – теряет устойчивость все распределение в целом.

Ранее (см. [Коваленко ..., 1998]) была получена формула для практического вычисления параметра  $\beta$ , характеризующего устойчивость моментов:

$$\beta = 2k \ln r + 2, \tag{2}$$

где  $k$  – коэффициент стока (в случае летне-осенней межени  $k = k_{\text{мин}} = m_1 / \bar{X}$ , здесь  $m_1$  – норма меженного стока,  $\bar{X}$  – многолетняя норма осадков на тестируемый водосбор);  $r$  – коэффициент автокорреляции между смежными членами ряда летне-осенней межени.

Результат применения этой формулы к бассейнам рек Восточной Сибири представлен на рис. 1.

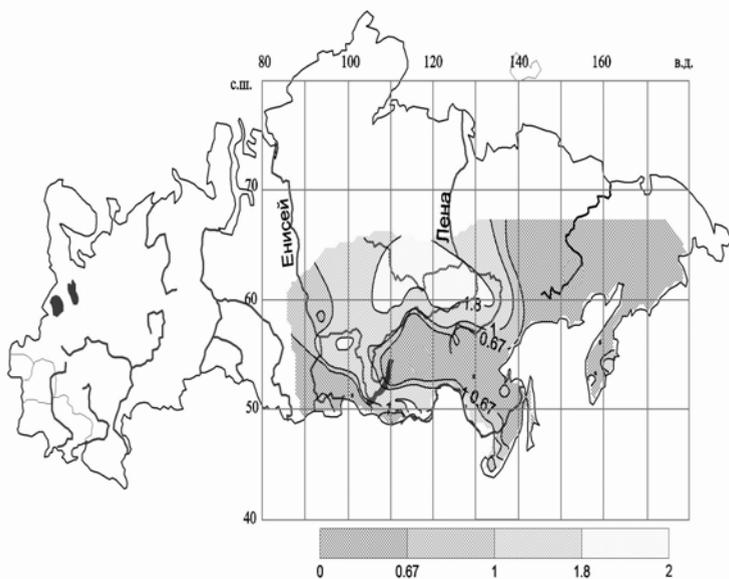


Рис. 1. Картирование Восточной Сибири по степени устойчивости расчетных характеристик летне-осенней межени

Как видно из рисунка, Дальней Восток более устойчивый с точки зрения формирования минимального летне-осеннего стока. Потеря устойчивости происходит в бассейне р. Лена, имеются локальные области, в которых критерий

устойчивости приближается к двум. Повышение степени устойчивости по мере приближения к Дальнему Востоку можно связать со сменой климатических условий.

### **Диагностирование фрактальных размерностей рядов многолетнего стока и определение размерностей пространств вложения**

Если бассейн оказался в зоне неустойчивости, то возникает вопрос: что делать? Ответ, в определенной степени, зависит от того, каковы наши намерения в отношении использования статистических оценок гидрологического режима. Ведь неустойчивость – это просто индикатор того, что формирование многолетнего стока осуществляется по другой модели, нежели система (1), приводящая к классическим распределениям. Учитывая, что речь идет о статистических оценках, а сама формула (2) дает результаты с погрешностями, то вполне допустимо изменить доверительный интервал и все равно аппроксимировать эмпирическое поле точек каким-либо аналитическим одномодальным распределением из класса кривых Пирсона (например, проигнорировав полимодальность, «спрятавшись» за тот факт, что ряды наблюдений короткие и вторые моды «статистически незначимы»).

Дело радикально меняется, если речь идет не о работе с фактическими рядами, а о прогнозе вероятностного режима на будущее, например – сценарных оценках при возможном изменении климата. В будущем никакого ряда наблюдений нет, пользоваться надо моделью (1). Обычно климатические сценарии носят равновесный характер, т. е. в системе (1) можно принять  $dm_n/dt = 0$ . Предположим, мы хотим сделать оценку математического ожидания стока  $m_1^{np}$  на новую (сценарную) норму осадков  $\bar{X}_{np}$  ( $\bar{N}_{np} = \bar{X}_{np} / \tau$ ). Тогда, в соответствии с первым уравнением системы (1), имеем:

$$m_1^{np} = (\bar{N}_{np} - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}}) / (\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}). \quad (3)$$

В зоне неустойчивости имеет место  $G_{\bar{c}} = 0,5G_{\bar{c}}$ , т. е. в (3) надо делить на нуль (а «на нуль делить нельзя»).

Частично инфинитная гидрология предлагает несколько возможных выходов из этой ситуации. Например, увеличить размерность фазового пространства, в котором ищется решение, перейдя от одномерного распределения плотности вероятности  $p(Q)$  к двумерному  $p(Q, E)$ , где  $Q$  – расход воды;  $E$  – испарение. Можно попытаться перейти к нелинейной модели, что менее желательно, так как в этом случае моментная схема описания вероятностных распределений рухнет. Но в любом случае надо знать, сколько еще фазовых переменных, наряду с расходом воды, участвуют в формировании многолетнего режима стока на тестируемом речном бассейне. Ответ на этот вопрос дает фрактальная диагностика. Ее суть заключается в следующем [Коваленко ..., 2008].

Фрактальная размерность описывает степень заполненности изучаемым объектом (в нашем случае временной ряд летне-осенних меженных расходов воды) своего пространства вложения. Фрактальность ряда связывается с порождающими его факторами. Если их много и они равновероятны, то приходим к белому шуму. Если же во временном ряду существуют корреляции, то они образуют группировки членов ряда, у которого появляется своя собственная размерность (фрактальная, дробная). Это индикатор неустойчивости и начала переходных процессов появления новой фазовой переменной. Знание фрактальных размерностей позволяет оценить минимальное число фазовых переменных, необходимых для устойчивого описания изучаемых процессов (размерность пространства вложения). Подробности ее вычисления см. [Коваленко, 2008; Божокин, 2000; Мандельброт, 2002; Шустер, 1988].

Результаты применения указанной методики к бассейнам Восточной Сибири представлены в таблице и на рис. 2.

В таблице представлены значения фрактальных размерностей для обследованных бассейнов.

**Фрактальная размерность многолетних рядов летне-осенней межени Восточной Сибири**

Река – пункт	Площадь водосбора, км <sup>2</sup>	Фрактальная размерность
1	2	3
Усь – д. Усть-Золотая	6110	0,57
Оя – с. Ермаковское	2540	1,40
Абакан – г. Абаза	14 400	1,25
Она – пос. Малый Анзас	4410	1,27
Джебаш – з. Джебаш	2350	1,16
Туба – с. Бугуртак	31 800	1,40
Казыр – пос. Казыр	9160	–
Кизир – с. Имисское	9080	2,16
Амыл – с. Качулька	9850	0,70
Мана – пос. Манский	9260	0,81
Кан – с. Ирбейское	8710	0,84
Кан – г. Канск	23 000	0,62
Большой Пит – пос. Брянка	15 100	0,78
Кас – пос. Алекс-кий	7640	1,83
Нижняя Тунгуска – с. Подволошино	8270	1,15
Тембенчи – факт. Тембенчи	18 900	1,16
Иркут – г. Иркутск	15 000	0,66
Зун-Мурин – улус Зун-Мурин	4060	1,28
Куда – д. Грановщина	7840	0,70
Малая Белая – д. Тунгусы	3990	1,76
Ида – д. Морозова	2490	–
Тагна – с. Хор-Тагна	1770	0,58
Зима – пос. Зулумай	2550	1,29
Ия – пос. Аршан	5140	1,66
Ия – г. Тулун	14 500	1,42
Илим – д. Сотникова	29 300	–

*Продолжение табл.*

1	2	3
Игирма – д. Игирма	4480	1,13
Карабула – с. Карабула	4190	1,38
Иркинеева – д. Бедоба	8950	0,50
Уда – с. Алыгджер	4980	1,20
Уда – д. Укар	17 200	0,53
Чукша – д. Савельевка	2130	1,18
Бирюса – д. Бирюсинск	24 700	0,98
Бирюса – пгт Шиткино	31 800	2,61
Пойма – с. Новая Пойма	2390	0,68
Усолка – с. Троицкое	9070	2,06
Верхняя Ангара – с. Верхняя Заимка	20 600	0,43
Баргузин – с. Могойто	9350	0,48
Баргузин – пос. Баргузин	19 800	2,22
Джида – с. Джида	23300	0,81
Чикой – д. Гремячка	15 600	1,96
Аса – с. Аца	2010	–
Катанца – с. Хилкотой	2120	2,05
Хилок – ст. Сохондо	1900	–
Хилок – г. Хилок	15 400	0,96
Хилок – с. Малета	25 700	2,09
Унго – с. Усть-Унго	2290	0,68
Оронгой – Оронгойский мост	1840	1,01
Уда – с. Хоринск	7850	2,11
Она – с. Онинское	3580	1,97
Кудун – с. Хоринск	7800	–
Курба – с. Новая Курба	5500	0,76
Снежная – ст. Выдрино	3000	1,28
Лена – пгт Качуг	17 400	0,47
Манзурка – д. Зуева	3280	0,67
Тутура – д. Грехово	7100	0,53
Кута – г.п. Ручей	11 200	2,74
Витим – с. Романовка	18 200	1,15
Юмурчен – с. Юмурчен	3990	0,23
Каренга – с. Тунгокочен	3670	0,86
Калакан – с. Калакан	10 700	0,99
Амалат – с. Усть-Антосе	2100	0,59
Кункудери – пос. Конкудера	4920	–
Пеледуй – пос. Сользавод	13 600	0,82
Нюя – гм. ст. Комака	11 700	0,78
Нюя – с. Курум	32 600	0,30
Большой Патом – с. Патома	27 600	0,68
Бирюк – пос. Бирюк	9700	0,25
Б. Черепаниха – г.п. Бом	1750	–
Чара – с. Чара	4150	0,86
Жуя – пр-к Светлый	4790	–
Намана – с. Мекимдя	16 600	0,24
Туолба – пос. Алексеевка	14 400	0,24

1	2	3
Синяя – г.п. Песчаное	30 400	1,82
Ботома – гм. ст. Бролог	12 200	0,55
Тамма – г. п. Ыатыраха	4250	0,23
Алдан – пос. Суон–Тиит	18 500	1,82
Большой Нимныр – р.п. Б. Нимныр	1900	0,94
Чульман – р.п. Чульман	3840	0,66
Большой Ыллымах – р.п. Ыллымах	2710	–
Аллах–Юнь – г.п. Аллах	24 200	1,81
Нотора – г.п. Хас–Тохтур	6970	0,72
Амга – с. Буяга	23 900	0,33
Тэнкэме – с. Второй Станок	3550	0,02
Малая Куонапка – с. Джалинда	20 300	0,67
Чаркы – 3,5 км от устья	8290	0,49
Эльги – 5,0 км выше устья р. Большой Артык–Юрях	17 600	2,52
Нера – пос. Ала–Чубук	22 300	1,08
Ольчан – в 4,5 км выше устья р. Туора–Гас	1830	1,11
Аян–Юрях – пос. Эмтегей	9560	1,42
Берелех – пос. Переправа	4980	1,23
Кулу – пос. Кулу	10 300	1,27
Тенке – в 2,2 км выше устья р. Нелькобы	1820	1,39
Детрин – устье Вакханки	5630	0,92
Бохапча – в 5,4 км от устья	13 600	0,77
Таскан – пос. Таскан 2–й	9970	1,40
Среднекан – п. Усть–Среднекан	1750	0,43
Буюнда – в 3,8 км ниже устья р. Бурката	9090	0,58
Сеймчан – в 2,1 км выше устья руч. Чапаева	2920	0,72
Сугой – в 3,2 км ниже устья р. Омчикчана	5880	1,45
Омчикчан – пос. Омсукчан	1720	0,67
Амгуэма – у моста. 174-й км	26 400	0,60
Гижига – в 20 км от устья	11 700	1,33
Камчатка – с. Долиновка	12 000	0,61
Камчатка – пос. Лазо	18 500	0,48
Камчатка – р.п. Козыревск	32 500	1,07
Кирганик – с. Кирганик	1430	0,54
Щапина – с. Щапино	3350	0,38
Толбачик – с. Толбачик	1480	1,13
Авача – г. Елизово	4750	0,53
Большая Быстрая – с. Малки	2800	1,14
Б. Воровская – с. Соболево	3630	0,68
Крутогорова – с. Крутогородо	2080	–
Хайрюзова – с. Хайрюзово	10 800	1,15
Тигиль – с. Тигиль	12 000	0,35
Напана – с. Седанка	3590	0,63
Берея – с. Саскаль	1940	2,07
Зея – с. Бомнак	28 200	1,01
Ток – пр-к Николаевский	3820	1,09
Унаха – с. Унаха	1950	1,00

*Окончание табл.*

1	2	3
Гиллой – у перевоза	21 100	0,71
Тында – г. Тында	4060	0,65
Уркан – с. Заречное	15 700	1,14
Деп – з. Рычково	8440	–
Большая Пера – с. Дмитриевка	3180	1,28
Томь – с. Светиловка	16 000	–
Ниман – в 12 км от устья	14 500	1,26
Туюн – в 3,0 км от устья	3420	0,60
Большая Бира – ст. Биракан	2910	1,36
Большая Бира – г. Биробиджан	7560	0,95
Сутара – ст. Известковая	1570	1,22
Тунгуска – с. Архангеловка	29 400	1,18
Кур – с. Новокуровка	11 600	1,49
Горин – с. Бактор	18 300	0,78
Амгунь – с. Гуга	41 000	0,83
Нимелен – с. Тимченко	9950	1,84
Верхняя Борзя – с. Бырка	2280	1,60
Нижняя Борзя – с. Михайловка	1530	–
Кыра – с. Кыра	5100	–
Борзя – г. Борзя	3980	0,34
Унда – с. Шелопугино	2960	0,60
Унда – с. Ново-Ивановск	7650	0,35
Ага – с. Агинское	2190	–
Ингода – с. Дешулан	6130	–
Ингода – с. Улеты	12 500	0,42
Ингода – с. Атамановка	22 000	0,59
Джила – в 0,8 км от устья	2780	0,61
Читинка – г. Чита	4170	1,35
Аленгуй – с. Елизаветино	3900	0,56
Нерча – г. Нерчинск	27 500	1,32
Уссури – с. Верхняя Бреевка	1720	1,88
Уссури – с. Кокшаровка	9340	1,98
Уссури – пгт Кировский	24 400	0,21
Павловка – с. Уборка	3350	1,37
Журавлевка – пос. Журавлевка	3190	0,91
Арсеньевка – с. Яковлевка	5180	2,32
Илистая – с. Халкидон	4030	0,34
Большая Уссурка – с. Рошино	18 700	1,09
Большая Уссурка – с. Вагунтон	23 000	1,20
Дальняя – пос. Глубинное	2740	1,20
Маревка – пос. Покровка	1910	1,41
Малиновка – пос. Зимники	2540	0,94
Малиновка – с. Ракитное	4730	0,87
Бикин – ст. Звеньевой	21 400	0,37
Хор – пгт Хор	24 500	0,77
Раздольная – с. Тереховка	15 500	0,39

Из таблицы видно, что дробная размерность меняется от 0,21 (бассейн р. Уссури) до 2,74 (бассейн р. Лена) с преобладающим значением в пределах от 1 до 2.

Число фазовых переменных, необходимых для устойчивого прогнозирования стока, дает размерность пространства вложения (ближайшее целое число, превосходящее дробную размерность). Ее распределение по территории Восточной Сибири представлено на рис. 2.

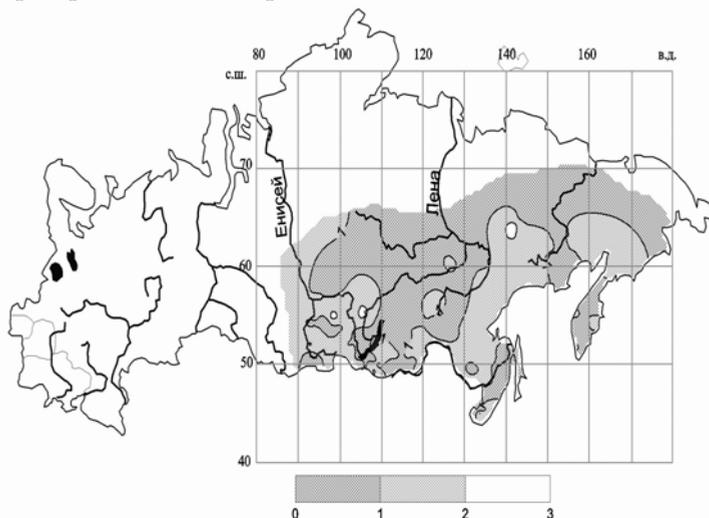


Рис. 2. Районирование размерности пространства вложения по территории Восточной Сибири

Из этого рисунка видно, что размерность пространства вложения не превосходит трех по всей территории Восточной Сибири. При этом значительные территории имеют размерность единица. Это значит, что для устойчивого описания процесса формирования минимального летне-осеннего стока требуется модель из одного дифференциального уравнения первого порядка.

При сравнении карты устойчивости и карты распределения размерностей пространства вложения выявляется противоречие: степень неустойчивости значительна ( $\beta > 1$ ), а фрактальная размерность мала ( $\approx 1$ ). Одним из возможных объяснений подобной ситуации может служить то, что исследуемая на устойчивости модель перегружена мультипликативными шумами, которые на самом деле должны носить аддитивный характер и входить во внешнее воздействие, не влияющее на степень устойчивости.

### **Выводы**

В результате проделанной работы впервые для Восточной Сибири выявлены: 1. Географические закономерности распределения на ее территории зон неустойчивого формирования летне-осенней межени. Эти зоны находятся, в основном, в бассейне р. Лены. 2. Географические закономерности распределения

размерности пространств вложения, которые увеличиваются к югу Восточной Сибири.

Эти результаты позволят в дальнейшем в выявленных регионах заменить модель формирования стока в виде линейной системы дифференциальных уравнений (1) более устойчивой моделью с увеличенным числом фазовых переменных либо аналогичной моделью, но перегрузив часть мультипликативных шумов на аддитивную составляющую внешних воздействий в соответствии с методологией частично инфинитной гидрологии.

Исследования выполнялись при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 2.1.1/3355) и Федерального агентства по образованию (проект № П2588).

### ***Литература***

1. *Божокин С. В., Паршин Д. А.* Фракталы и мультифракталы. – СПб.: изд. СПбГТУ, 2000. – 134 с.
2. *Коваленко В.В.* Частично инфинитная гидрология. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007. – 230 с.
3. *Коваленко В.В., Хаустов В.А.* Критерии устойчивого развития гидрологических процессов и картирование зон ожидаемых аномалий параметров годового стока рек СНГ при антропогенном изменении климата // Метеорология и гидрология, 1998, № 12, с. 96–112.
4. *Коваленко В.В., Гайдукова Е.В., Куасси А.Б.Г.* Прогнозирование изменений фрактальной размерности многолетнего речного стока // География и природные ресурсы, 2008, № 4, с. 136–143.
5. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
6. СП 33-101-2003. Определение основных расчетных гидрологических характеристик / Госстрой России. – М.: ФГУП ЦПП, 2004.
7. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.