МЕТЕОРОЛОГИЯ

И.Н. Русин

ВЛИЯНИЕ НА РАСЧЕТ ИНСОЛЯЦИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ СОЛНЦА

I.N. Rusin

IMPACT ON THE CALCULATION INSOLATION ERRORS IN DETERMINING THE POSITION OF THE SUN

Точность вычисления солнечной радиации, поступающей на заданный участок подстилающей поверхности, является важнейшим фактором, влияющим на погрешность моделей микроклимата, и зависит от погрешностей определения характеристик положения солнца. В работе рассмотрен вопрос о чувствительности расчетов инсоляции к точности задания исходных данных о географических координатах, времени и рельефе подстилающей поверхности. Показано, что при верификации компьютерных моделей микроклимата или экстраполяции данных наблюдений радиационного баланса на окружающую территорию результаты расчетов можно признать удовлетворительными, если их погрешность не превышает 20 Вт м$^{-2}$ в равнинной или 50 Вт м$^{-2}$ в горной местностях.

Ключевые слова: погрешность, инсоляция, точность расчета, высота, азимут, часовой угол, точность цифровая модель рельефа.

The accuracy of the calculation of solar radiation arriving at a given area of land surface, is a major factor affecting the accuracy of models of microclimate and depends on the errors in determining the characteristics of the sun position. Sensitivity calculations of insolation depending on the accuracy of data on geographical coordinates, time, and relief of the underlying surface is under consideration. It is shown that computer models of microclimate, or the results of extrapolation of observational data of radiation balance on the surroundings can be considered correct if their error does not exceed 20 W / m2 in the plain, or 50 W / m2 in the mountains.

Keywords: error, insolation, the calculation accuracy, altitude, azimuth, hour angle, the accuracy of digital elevation model.

Исследования микроклимата приобретают все большее значение, поскольку необходимо уловить и спрогнозировать вариации параметров среды жизнедеятельности человека в условиях наблюдаемых изменений глобального климата. Особое место в этих исследованиях занимает расчет энергетического баланса. Определяющим фактором энергетического баланса, как известно, является радиационный баланс подстилающей поверхности, целиком зависящий от приходящей солнечной радиации. Густота и расположение актинометрических станций на земной поверхности, как правило, не подходят для решения микроклиматических задач. Поэтому в настоящее время интенсивно развиваются методы расчетной экстраполяции актинометрических данных отдельных станций на основе метеорологических моделей радиации с использованием общедоступных географических характеристик окружающей территории [1, 2, 3].

При создании и в процессе эксплуатации таких моделей возникает вопрос о допустимой погрешности исходных данных. Известно [5], что относительная погрешность отдельных измерений наиболее распространенными современными актинометрическими приборами (пиранометрами) составляет в среднем ±3 % (максимально ±3 %) измеряемой величины [4]. Погрешность измерения суммарной радиации по данным высокоточных наземных наблюдений – 3–6 % (8 Втм$^{-2}$), обычных наземных сетевых наблюдений – 6–12 %, (18 Втм$^{-2}$), погрешность восстановления суммарной радиации у земной поверхности по данным ИСЗ составляет 20 % (35 Вт м$^{-2}$). Учитывая такой уровень погрешности наблюдений, неясно, насколько точно следует рассчитывать положение солнца в заданный для расчета момент.

Этот аспект расчетов во многих случаях считают второстепенным и либо используют громоздкие формулы астрономических расчетов, в которых постоянные задаются с девятью десятичными знаками [6, 7], либо используют простейшие соображения для оценки склонения солнца и его часового угла [1, 3]. И тот, и другой путь не согласован с применяемой методикой актинометрических наблюдений. Кроме того, оценка погрешности расчета инсоляции указывает предельно необходимую точность расчета остальных составляющих уравнения теплового баланса подстилающей поверхности. Наконец, назрела необходимость оценить применимость упрощенных методов оценки положения солнца, применяемых для приближенных оценок инсоляции. Этот круг вопросов будет рассмотрен в данной работе.

Ниже используются термины «солнечная постоянная» и «инсоляция». Здесь термин солнечная постоянная (I_0) обозначает суммарный поток солнечного излучения, проходящий за единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку, на расстоянии одной астрономической единицы от Солнца вне земной атмосферы. В соответствие с последними рекомендациями [8], среднее за год значение солнечной постоянной принято считать равным 1366,1 Вт м$^{-2}$, но в течение года оно меняется вследствие эллиптичности земной орбиты. Термин инсоляция (I_h) здесь обозначает внеатмосферную солнечную радиацию, приходящую за единицу времени на единицу площадки, горизонтально ориентированной на заданной широте (φ). Значение инсоляции ($I_h = I_0 \sin h$) зависит от высоты солнца (h) над горизонтом в момент расчета.

Изменения солнечной постоянной при движении солнца по эллиптической орбите в зависимости от номера дня года (D) можно приближенно оценить по формуле Спенсера [3]:

$$I_0 = 1366.1 \cdot \left[1.00011 + 0.034221\cos(\varphi_D + \varphi_1) + 0.000719\cos(2\varphi_D + \varphi_2) \right];$$
$$\varphi_D = \frac{2\pi(D-1)}{365}; \quad \varphi_1 = 0.037386; \quad \varphi_2 = 0.106686. \tag{1}$$

Простой расчет показывает, что считая солнечную постоянную одинаковой весь год (это равносильно признанию орбиты Земли круговой), получим абсолютную погрешность ±47 Втм$^{-2}$ (от 1320 Вт м$^{-2}$ летом Северного полушария до 1414 Вт м$^{-2}$ зимой Северного полушария), а относительную погрешность ±3,5 %. Это существенно больше ошибки наблюдений.

Межсуточная изменчивость солнечной постоянной максимальна вблизи равноденствий и составляет 0,06 % от ее средней за год величины. Значит, в течение одних суток ее допустимо не пересчитывать. Но за десять суток изменения весной и осенью составляют уже 7,5 Втм$^{-2}$. И фиксируя ее значение на больший промежуток времени, получим ошибку большую, чем точность высокоточных актинометрических наблюдений. Это значит, что можно не изменять значение солнечной постоянной в течение любой декады года. Относительная погрешность такого предположения составит 0,5 %. С другой стороны, если принять гипотезу, что излучение солнца в течение декады не меняет интенсивность, то не следует добиваться большей точности в остальных звеньях расчета метеорологической модели радиации.

Приняв за основу то, что можно считать точными расчеты с погрешностью, не превышающей 7,5 Втм$^{-2}$, можно оценить, с какой точностью следует вычислять высоту солнца, чтобы не увеличивать суммарную абсолютную погрешность расчета инсоляции. Формула абсолютной погрешности мгновенного значения инсоляции получается путем простых выкладок:

$$I_h = I_0 \sin(h) \Rightarrow dI_h = dI_0 \sin(h) + I_0 \cos(h)\,dh \le dI_0;$$
$$\Delta h \le \frac{dI_0}{I_0}\left|\frac{1-\sin(h)}{\cos(h)}\right|\frac{180^0}{\pi} < 0.5\frac{dI_0}{I_0}\left|\frac{1-\sin(h)}{\cos(h)}\right|\frac{180^0}{\pi}. \tag{2}$$

Погрешность высоты солнца можно признать допустимой, если она не приводит к изменению инсоляции более чем на половину допустимой погрешности расчета солнечной постоянной. Например, если допустить, что погрешность расчета высоты солнца составляет четверть видимого солнечного диска (угловой размер *dh* = 7,8 угловых минут), то погрешность расчета инсоляции окажется такой же, как и ошибка, связанная с отклонением солнечной постоянной от среднедекадной (7 Втм$^{-2}$). Вклад погрешности определения высоты солнца наиболее важен при больших высотах солнца, как это показано в табл. 1, вычисленной по формуле (2).

Таблица 1

Допустимая погрешность определения высоты солнца для расчета инсоляции горизонтальной поверхности

Высота солнца в градусах	1	5	10	30	45	60	75	85	89
Абсолютная погрешность инсоляции горизонтальной поверхности (Вт м$^{-2}$)при ошибке высоты солнца на 8 угловых минут (¼ солнечного диска)	3,3	3,76	4,32	6,17	7,08	7,51	7,43	7,28	7,09

Теперь следует выяснить, с какой точностью нужно вычислять склонение солнца и его часовой угол, чтобы получать его высоту с указанной погрешностью. Расчет высоты и азимута солнца (A) для заданных склонения солнца (δ), часового угла солнца (τ) и широты (φ) производится по формулам [9]:

$$h = \arcsin\left[\sin(\delta)\sin(\varphi) + \cos(\delta)\cos(\varphi)\cos(\tau)\right];$$
$$A = \mathrm{Atan2}\left[\cos(\varphi)\sin(\tau) - \sin(\delta); \cos(\delta)\cos(\varphi)\cos(\tau)\right]. \quad (3)$$

Нужно отметить, что использование для вычисления азимута двухместной функции Atan2(x, y) вместо обычного arctg(y/x) удобно, так как по ней сразу получается азимут, отсчитываемый от направления на юг в диапазоне (–π, +π).

Для оценки влияния погрешностей в аргументах на значение высоты солнца был использован метод статистического моделирования. Для заданных широт, склонений и часовых углов были рассчитаны по сто значений погрешностей определения высоты солнца по формуле:

$$\Delta h_i = h_i - h, \quad i = 1...100;$$
$$h_i = \arcsin\left[\sin(\delta + e_1)\sin(\varphi + e_2) + \cos(\delta + e_1)\cos(\varphi + e_2)\cos(\tau + e_3)\right];$$
$$h = \arcsin\left[\sin(\delta)\sin(\varphi) + \cos(\delta)\cos(\varphi)\cos(\tau)\right];$$
$$e_k = 2\left(Rnd(k) - 0.5\right)\cdot a, \qquad k = 1,2,3. \quad (4)$$

Здесь h_i – случайное значение высоты солнца, вычисленной по заданным δ, φ, τ, к которым добавлены значения случайной величины e_k , равномерно распределенной на интервале [–a, a].

Рассмотрен диапазон склонений от –22 до 22 ^{0} и диапазон широт от 70 ^{0} Ю до 70 ^{0} С. Часовые углы для каждой пары (δ, φ) выбраны путем вычисления продолжительности дня и деления его на пять частей: восход, середина дополуденной части дня, полдень, середина послеполуденной части дня, закат.

Для каждого набора (δ, φ, τ) были вычислены средние квадратичные погрешности σ_h и подобраны пороговые значения случайных ошибок аргументов a так, чтобы максимальное значение σ_h по всем наборам не превышало ранее определенные предельные значения погрешности определения высоты солнца

(0,13 градуса), гарантирующие попадание инсоляции внутрь заданного диапазона точности (7 Втм$^{-2}$).

Найденное пороговое значение a и принято за оценку допустимой ошибки аргументов. Оно оказалось достаточно стабильным. Например, если не вводить ошибок в широту и часовой угол, то погрешность расчета высоты 0,13 ^{0} достигается при погрешности задания склонения солнца 0,18 ^{0}. Если ошибка вводится только в часовой угол, то погрешность высоты 0,13 ^{0} достигается при погрешности задания часового угла 0,25 ^{0} (это 1 минута времени).

Если, приближаясь к реальным условиям, допустить, что все аргументы могут иметь погрешности, то погрешность высоты солнца погрешность высоты 0,13 ^{0} достигается при погрешности часового угла 0,1 ^{0} . Этот уровень погрешностей и можно считать пороговым, если, как указано выше, принять фиксированное за декаду значение солнечной постоянной.

Интересно перевести погрешности, полученные в угловых единицах, для широты – в единицы длины, а для часового угла – в единицы времени. Тогда окажется, что 0,1 ^{0} погрешности по широте составляют примерно 11 км, а по часовому углу – 0,4 минуты. Теперь следует оценить, какие ошибки возможны при расчете положения солнца за счет погрешности задания исходных данных.

Расчет положения солнца представляет собой хорошо изученную астрономическую задачу. В настоящее время имеется несколько высоко точных алгоритмов и интернет-калькуляторов, реализованных на их основе (см., например [6]). В данной работе будет использован алгоритм расчета положения солнца из работы [10]. Формулы достаточно просты и легко программируются, но громоздки, требуют не менее девяти десятичных знаков после десятичной точки и, как будет показано ниже, для климатологических расчетов не обязательны. Поэтому они не приведены, а только перечислены основные этапы расчета высоты солнца (h), азимута солнца (A) и часового угла солнца (τ): 1) по дате (YY.MM.DD) и универсальному времени (TT), определяется юлианская дата; 2) затем она вместе с универсальным временем и долготой интересующего пункта используется для расчета местного звездного времени; 3) по местному звездному и универсальному временам определяется долгота солнца, а по ней его эклиптические координаты; 4) производится преобразование эклиптических координат в экваториальные геоцентрические (прямое восхождение и склонение); 5) прямое восхождение используется для пересчета местного звездного времени в часовой угол солнца, а затем по часовому углу и склонению вычисляются по формулам (1)–(2) высота и азимут солнца. Погрешность использованного алгоритма, согласно [10], менее пяти угловых секунд (1 минута по времени). Расчет характеристик положения солнца по такому способу удовлетворяет введенным выше требованиям к погрешности по времени, далее считался эталонным и называется «метод 1».

Для выявления роли возможных погрешностей исходных данных при расчете инсоляции по методу 1 с использованием формул (3)–(4) были проведены статистические испытания. Для заданных широт, долгот, дат и времени были вычислены характеристики положения солнца (высота и азимут), а также инсоляция. Затем в эти значения были внесены случайные, равномерно распределенные возмущения различной амплитуды (*a*), вновь произведены расчеты положения солнца и инсоляции и вычислены погрешности результатов. Построив выборки погрешностей результатов, состоящие из ста значений, получены максимальные и средние квадратичные погрешности. Наиболее характерные примеры приведены в табл. 2.

Номерами в этой таблице обозначены следующие эксперименты, относящиеся к 16.00 ч 22.06.2010, $\varphi = 45^0$, $\lambda = 30^0$: 1 – $\Delta YY = 0$, $\Delta MM = 0$, $\Delta DD = 0$, $\Delta TT = 0{,}083$ ч (5 мин), $\Delta\varphi = 0$, $\Delta\lambda = 0$; 2 – $\Delta YY = 0$, $\Delta MM = 0$, $\Delta TT = 0$, $\Delta\varphi = 1{,}25^0$; $\Delta\lambda = 0$; 3 – $\Delta YY = 0$, $\Delta MM = 0$, $\Delta TT = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $\Delta\lambda = 1{,}25^0$ (5 минут по времени); 4 – для оценки роли погрешности склонения в исходное состояние внесено изменение $\Delta DD = 4$ суток; 5 – для оценки роли погрешности склонения изменена дата (22.03.2010) и в это состояние внесена случайная погрешность $\Delta DD = 1$ сутки); 6 – погрешности экспериментов 1, 2, 3 внесены одновременно в исходное состояние; 7 – внесены погрешности экспериментов 1, 2, 3 и случайная погрешность в дату $\Delta DD = 1$ сутки; 8 – условия эксперимента 7 перенесены на дату 22.03.2010; 9 – в условиях эксперимента 7 блокирован ввод погрешностей в широту и долготу. Строки 10, 11, 12 из табл. 2 будут прокомментированы далее в тексте.

Табл. 2 иллюстрирует следующие выводы из проделанных расчетов. Наибольшие погрешности в определении инсоляции горизонтальной поверхности расчетным путем возникают за счет возможных погрешностей определения времени. Это важно учитывать, поскольку в реальных условиях разовые актинометрические измерения могут продолжаться несколько минут. Погрешности задания географических координат не существенны, если точность их задания менее 1 градуса, что всегда выполняется. Однако, если учесть, что погрешность в 1 градус долготы равносильна систематической погрешности в 4 минуты местного времени, то понятно, что она является предельно допустимой. Интересно отметить, что малость изменения инсоляции за декаду в сочетании с несущественным влиянием на инсоляцию погрешностей определения широты и долготы места, не превышающих 1 градус, дает основание заключить, что пространственно временной «объем» 1 градус широты, 1 градус долготы и 10 суток по времени – это наименьший элемент глобального климата Земли. Меньшие пространственные масштабы уже должны быть отнесены к мезо и микроклимату, а меньшие временные промежутки – к погоде.

Совместное возникновение ошибок положения и времени увеличивает погрешность в определении инсоляции, как показывает эксперимент 6. Положение ухудшается, но не очень сильно, если такие погрешности относятся к датам, близким к весеннему или осеннему равноденствиям, как это видно из сравнения экспериментов 6 и 8. Отсюда следует, что время суток следует определять со значительно большей точностью, чем склонение. Это нетрудно делать, учитывая современное развитие службы времени. А вычисление склонения можно делать по формулам, учитывающим только изменение даты, как это и было принято в метеорологии. Определяя время расчета или наблюдения с точностью до 1 минуты, мы все-таки повышаем погрешность оценки положения солнца до размеров видимого солнечного диска (31,5 угловых минут), что увеличивает, согласно табл. 2, допустимую погрешность расчета инсоляции примерно до 16–18 Втм$^{-2}$, но согласуется с уровнем точности наблюдений [5].

Таблица 2

Чувствительность характеристик положения солнца ($\Delta\delta$, $\Delta\tau$, Δh, ΔA в градусах) и инсоляции горизонтальной поверхности (ΔI, в Втм$^{-2}$) к случайными возмущениями исходных данных

Эксперимент №	Вид ошибки	$\Delta\delta$	$\Delta\tau$	Δh	ΔA	ΔI
1	Максим	0,000038	1,16	0,85	0,75	18,68
	СКО	0,000021	0,68	0,46	0,44	10,16
2	Максим	0	0,00	0,02	0,02	0,52
	СКО	0	0,00	0,01	0,01	0,33
3	Максим	0	0,08	0,06	0,05	1,22
	СКО	0	0,05	0,03	0,03	0,73
4	Максим	0,0082	0,22	0,08	0,13	1,57
	СКО	0,031	0,13	0,07	0,10	1,46
5	Максим	0,39	0,08	0,23	0,33	5,39
	СКО	0,27	0,05	0,16	0,23	3,76
6	Максим	0,0014	1,23	0,89	0,87	21,32
	СКО	0,00080	0,73	0,52	0,52	12,40
7	Максим	0,0047	1,23	0,74	0,80	16,23
	СКО	0,0067	0,73	0,49	0,47	10,94
8	Максим	0,40	1,24	1,09	1,05	26,13
	СКО	0,27	0,73	0,57	0,53	13,79
9	Максим	0,40	1,32	0,98	1,21	23,53
	СКО	0,31	0,68	0,56	0,49	13,55
10	Средняя	0,25	0,73	0,04	0,37	0,23
	СКО	0,058	0,02	0,04	0,05	0,67
11	Средняя	0,20	–3,34	0,72	–0,45	13,14
	СКО	0,098	0,06	0,07	0,08	1,23
12	Средняя	0,20	0,15	0,1	0,21	1,41
	СКО	0,098	0,04	0,07	0,08	1,22

Поскольку наибольший вклад в погрешность расчета инсоляции вносит время, можно выяснить пригодность более простых, чем астрономические, формул для определения склонения и часового угла солнца. Примеры подобных формул достаточно многочисленны. В данной работе были использованы два метода. Один, более изощренный, предложен в работе [11]. Он состоит из формул:

$$\begin{gathered} nd = 30*(MM - 1) + DD; \\ Ls = 4.871 + 0.0175nd + 0.033\sin(0.0175nd); \\ \delta = \arcsin(0.398\sin(Ls)); \\ \tau = \lambda + 0.043\sin(2Ls) - 0.033\sin(0.0175nd) + 0.265t - \pi. \end{gathered} \tag{5}$$

Здесь новые обозначения: *DD* – номер дня месяца; *nd* – номер дня года; *Ls* – долгота солнца в радианах; *t* – местное время. Остальные обозначения определены выше. Эти формулы были использованы в расчетах мгновенного радиационного баланса подстилающей поверхности с точностью до 20 Втм^{-2}. В данной работе расчеты по этим формулам обозначаются как «метод 2».

В качестве «метода 3» использованы самые простые соображения, часто применяемые в различных учебно-тренировочных расчетах. Они выражаются формулами

$$\begin{gathered} nd = DD - DS; \\ \delta = \frac{\pi}{180} \cdot \delta_0 \cdot \sin(2\pi \cdot nd / 365); \\ \tau = (UT + \frac{\lambda}{15} - 12) \cdot \frac{\pi}{12}. \end{gathered} \tag{6}$$

Здесь через *DD* – номер дня годя от начала; *DS* обозначена дата весеннего равноденствия; *nd* – число дней от весеннего равноденствия; $\delta_0 = 23{,}44\ ^0$, *UT* – универсальное время, вычисляемое по поясному с учетом поправок на декретное и летнее.

В методе 3 часовой угол солнца просто приравнивается к местному среднему солнечному времени, поэтому для более корректного учета неравномерности движения Земли вокруг солнца можно исправить местное солнечное время, введя уравнение времени. Выражение для уравнения времени (η) было заимствовано из работы [12], хотя проверялись и другие варианты, не приводя к заметным различиям. Прибавляя η к местному солнечному времени, можно получить часовой угол более точно по формуле

$$\begin{gathered} \tau = (UT + \frac{\lambda}{15} + \eta - 12)\frac{\pi}{12}; \\ \eta = \frac{1}{60}\left[9.5889\sin\left(\frac{4\pi n}{365.24} + 3.5884\right) - 7.6546\cos\left(\frac{2\pi n}{364}\right)\right]. \end{gathered} \tag{7}$$

Здесь *n* – число дней от перигелия Земли, а уравнение времени дано в долях часа. Как оказалось, без существенной погрешности можно использовать и другие варианты уравнения времени или просто пользоваться астрономическими календарями. Использование формулы (6) с учетом (7) названо «методом 4».

Оценка применимости упрощенных методов для расчета положения солнца при вычислении инсоляции горизонтальной поверхности была проведена, как и в выше описанных случаях, методом статистического моделирования. Для множества широт, долгот и дат были рассчитаны по сто случаев как по точному алгоритму (метод 1), так и по приближенным (методы 2, 3, 4). Во всех методах были введены одинаковые случайные погрешности, аналогичные расчету 8 табл. 2.

Результаты оказались слабо чувствительными к вариации широт, долгот и дат в указанных выше пределах. Главный вклад в погрешности снова вносит погрешность определения времени. Примеры средних и средних квадратичных разностей характеристик, полученных приближенными методами 2, 3, 4 оценки положения солнца и точным методом 1, приведены в строках 10, 11 и 12 табл. 2. Можно убедиться, что, даже используя самый простой метод 3 оценки положения солнца, получаем погрешность расчета меньшую, чем если в точный метод внесена случайная погрешность определения времени в пределах пяти минут. Это также видно из сравнения строк 11 и 12 табл. 2. Последняя из них получена с единственным отличием от предыдущей: добавлено уравнение времени, которое дает поправку в несколько минут. Результаты различаются очень существенно.

Можно утверждать, что применение точных методов определения положения солнца не гарантирует нам уменьшение ошибки при сравнении результатов расчета с данными измерений, которые могут оказаться смещенными по времени, хотя и в пределах, допустимых методикой актинометрических наблюдений. Это также означает, что при актинометрических наблюдениях следует регистрировать время наблюдений с точностью не меньшей минуты.

В холмистых и горных районах инсоляция поверхности I_{hs} зависит от угла между солнечными лучами и нормалью к склону hs и азимута склона As по формулам [9]:

$$I_{hs} = I_0 \sin(hs);$$
$$hs = \arcsin\left[\cos(G)\sin(h) + \sin(G)\cos(h)\cos(Az - As)\right]. \qquad (8)$$

Здесь h и Az – высота и азимут солнца, рассчитываемые по формулам (3) и (4); G – угол наклона склона; As – азимут склона, отсчитываемый, как и азимут солнца от направления на юг. Эти величины можно найти, используя цифровую модель рельефа $z = H(x, y)$, по формулам:

$$G = \arccos\left[\left(1 + |\nabla H|^2\right)^{-0.5}\right]; \quad \text{где} \quad |\nabla H| = \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2};$$
$$As = \mathrm{Atan2}\left[\frac{\partial H}{\partial y}; \frac{\partial H}{\partial x}\right]. \qquad (9)$$

Погрешности определения высоты и азимута солнца исследованы выше. Погрешности определения угла наклона и азимута склона можно найти известными методами теории погрешностей, считая, что производные вычисляются по схеме центральных разностей на сетке с шагом d, причем погрешность оценивается методом удвоения шага.

$$\frac{\partial H}{\partial s}=\frac{H(s+d)-H(s-d)}{2d}+R;$$
$$R=\frac{H(s+2d)-2H(s+d)+2H(s-d)-H(s-2d)}{4d}\cong\frac{3\varepsilon}{2d}. \quad (10)$$

Последнее равенство в этой формуле получено на основе предположения, что значения высот рельефа известны со случайной ошибкой ε, однородной и изотропной в пространстве.

Формулы абсолютных погрешностей расчета угла наклона и азимута склона имеют вид:

$$\delta G\le\frac{2\delta H}{1+|\nabla H|^2}=\frac{3\varepsilon}{\left(1+|\nabla H|^2\right)\cdot d};\quad \delta As\le\frac{2\delta H}{|\nabla H|}=\frac{3\varepsilon}{|\nabla H|\cdot d}. \quad (11)$$

Величину $\frac{\varepsilon}{|\nabla H|\cdot d}$ можно интерпретировать как относительную ошибку оценки уклона рельефа. Проведенные оценки [13] показывают, что она составляет около 1% для детализированных цифровых моделей рельефа, построенных с шагом около 10 м, причем может возрастать до 3 % в зависимости от применяемого метода численного дифференцирования. Еще более эта оценка ухудшается при переходе к шагам 100 и более метров. (Для наиболее распространенной модели GTOPO30 [14] расстояние между точками составляет 30 угловых секунд, т.е. около 0,6 км на широте 50 ^{0}, а средняя квадратичная погрешность высот до 50 м.)

Принимая оценку относительной погрешности определения уклона в 3 %, согласно (12), получим, что абсолютная погрешность определения уклона склона составляет около 0,1 радиана (примерно 6 ^{0}), для уклонов меньше 20 ^{0} (для больших уклонов она уменьшается). Аналогично получим, что абсолютная погрешность оценки азимута склона составляет 0,1/tg*G*. Она будет больше для уклонов менее 45 %, а для больших уклонов уменьшается.

Поскольку роли уклона и азимута в формуле (9) аналогичны ролям широты и часового угла в исследованной выше формуле (3), то выводы относительно требуемой точности широты и часового угла можно применить и к *G* и *As*. Проведенные оценки показывают, что погрешность 6 ^{0} в определении уклона (или азимута) склона увеличивает среднюю квадратичную погрешность расчета инсоляции на наклонную поверхность до 41 Вт м$^{-2}$ (или до 56 Вт м$^{-2}$ для азимута). То, что погрешность расчета азимута склона приводит к большим, чем погрешность уклона, ошибкам представляется понятным, поскольку она входит в формулу аналогично времени, на которое наиболее сильно реагирует рассчитанная инсоляция.

Сказанное выше позволяет сделать вывод, что при верификации компьютерных моделей микроклимата или экстраполяции данных наблюдений радиационного баланса на окружающую территорию результаты расчетов можно признать удовлетворительными, если их погрешность в равнинных регионах не превышает 20 Вт $м^{–2}$. В горных районах существующие цифровых моделей рельефа с шагом более 100 м позволяют вычислять инсоляцию склона только с погрешностью до 50 Вт $м^{–2}$. Эти оценки определяет и верхнюю границу точности, к которой следует стремиться при расчете остальные составляющих уравнения теплового баланса подстилающей поверхности.

Литература

1. *Rensheng Chen, Ersi Kang, Xibin Ji.* 2007 An hourly solar radiation model under actual weather and terrain conditions: a case study in Heihe river basin. Energy, 32: 1148–1157.
2. *Quan Wang, Wang John Tenhunen, Markus Schmidt, Olimpia Kolcun*. 2006 A Model to Estimate Global Radiation in Complex Terrain. Boundary-Layer Meteorology 119:2, 409–429.
3. *Psiloglou B. E., Kambezidis H. D.* 2007 Performance of the meteorological radiation model during the solar eclipse of 29 March 2006. Atmos. Chem. Phys. Discuss., 7, 12807–12843.
4. *HydroLynx Systems, Inc.Model* 4015, Pyranometer. Instruction Manual. 2004. http://www.hydrolynx.com/_manuals/4015.pdf.
5. *James H., Jeffrey H.* 2010. Evluating the accuracy of solar radiation data sourse. Solar Data Warehouse. http://www.solardatawarehouse.com/Data.aspx#Data_Accuracy.
6. *Reda I., Andreas A.* 2003 (Revised January 2008) .Solar Position Algorithm for Solar Radiation Applications. 55 pp.; NREL Report No. TP-560-34302.
7. *Blanco-Muriel M. et al.* 2001.Computing the Solar Vector. Solar Energy. Vol. 70. No. 5, pp. 431–441, 2001.
8. *Darula S., Kittler R., Gueymard Ch.* 2005. Reference luminous solar constant and solar luminance for illuminance calculations. Solar Energy. Vol. 79, 5, pp. 559–565.
9. *Кондратьев К.Я.* Актинометрия. – Л.: Гидрометеоиздат, 1965.
10. *Меес Ж.* Астрономические формулы для микрокалькуляторов. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
11. *Holtslag A.A., Van Ulden A.D.* 1983. A simple scheme for Daytime estimates of the surface fluxes from routine weather data // J. of Climate and applied meteorology, vol. 22, pp. 517–529.
12. *Whitman A.M.* 2007. A simple expression for the equation of time. Journal of the North American Sundial Society 14 pp. 29–33. http:// www58.homepage.villanova.edu/ alan.whitman/eqoftime.pdf.
13. *Warrena S.D., Hohmannb M.G., Auerswaldc K., Mitasova H.* 2004. An evaluation of methods to determine slope using digital elevation data. Catena, 58 215–233.
14. http://eros.usgs.gov/#/Find_Data/Products_and_Data_Available/gtopo30_info.