

М.Ю. Белевич, А.С. Сафрай

ВЛИЯНИЕ СТРАТИФИКАЦИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ВОЗДУХА НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ВЕТРОМ

М. Yu. Belevich, A.S. Safray

THE INFLUENCE OF THE STRATIFICATION OF THE BOUNDARY LAYER ON THE WIND-WAVE INTERACTION

С помощью одномерной модели волнового пограничного слоя изучается влияние температурной стратификации воздуха на взаимодействие ветра с волнами. Представлены результаты расчетов по модельным спектрам для развитого и развивающегося волнения. Даются оценки вариаций основных характеристик волнового слоя при изменении стратификации. Обсуждается также плотностная стратификация. Рассмотрена параметризация явления, пригодная для использования в численных моделях взаимодействия ветра с волнами.

Ключевые слова: волновой пограничный слой, (не)устойчивая стратификация, ветроволновое взаимодействие.

The influence of the air stratification on wind-wave interaction is studied using one-dimensional model. Computed results for model spectra of developing and fully developed seas are presented. Some estimates of the wave boundary layer main characteristics variations with respect to different air stratification are given. Mass density air stratification is also discussed. The considered parametrization technique has been developed for use with numerical models of the air-sea interaction.

Keywords: wave boundary layer, stable/unstable stratification, wind-wave interaction.

1. Введение

1.1. Стратифицированный пограничный слой

Изучение волнового пограничного слоя (ВПС) обычно ограничивается случаем нейтральной стратификации воздуха над морской поверхностью. Насколько существенно это предположение? Качественные оценки можно получить, приняв во внимание тот факт, что изменение скорости ветра $u(z)$ с высотой z в пределах стратифицированного пограничного слоя отличается от логарифмического профиля. Следуя [6], это отличие можно описать с помощью универсальной функции одного аргумента ψ :

$$u = \frac{v_*}{\kappa} \left(\psi \left(\frac{z}{L_*} \right) - \psi \left(\frac{z_0}{L_*} \right) \right),$$

где v_* – скорость трения; $\kappa = 0.4$ – постоянная Кармана; L_* – масштаб длины Монины-Обухова:

$$L_* = - \frac{v_*^3 c_p \rho_a}{\kappa b q},$$

который строится из плотности массы воздуха ρ_a , его теплоемкости c_p , плотности турбулентного потока тепла q и параметра плавучести $b = g/\overline{T}$ (\overline{T} – средняя температура воздуха, а g – ускорение свободного падения).

Гидростатическая (не)устойчивость стратифицированной жидкости характеризуется значением аргумента $\sigma \equiv \frac{z}{L_*}$. Стратификация устойчива при положительных значениях σ и неустойчива при отрицательных. Нулевое значение σ определяет нейтральную стратификацию. Для аппроксимации функции ψ было предложено несколько приближенных формул. Как правило, они имеют похожие асимптотики, различаются значениями констант и дают близкие результаты (см., например, [6, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**]). В настоящей работе используется формула, полученная в [2]

$$\psi(\sigma) = \begin{cases} \ln \sigma + 10 \cdot \sigma, & \sigma > 0, \\ \ln |\sigma|, & \sigma \in [-0.07, 0], \\ 0.25 + 1.2\sigma^{-1/3}, & \sigma < -0.07. \end{cases} \quad (1)$$

Аппроксимация (1) основана на обработке большого числа измерений и применима для значений L_* типичных в приповерхностном слое воздуха. При малых σ она близка к логарифмической функции и отличается от нее либо при больших значениях $|L_*|$ (сильно стратифицированная среда), либо на больших высотах z .

1.2. Высота ВПС

ВПС – это слой воздуха, в пределах которого затухают возмущения порожденные волнами. По результатам численных экспериментов с двумерной моделью ВПС [5] была предложена приближенная формула, описывающая вертикальное распределение плотности потока импульса τ , индуцированного монохроматической волной [3]:

$$f(\xi) \equiv \frac{\tau}{\tau_0} = \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0}\right) \cdot e^{-10\xi}, \quad \xi = \frac{\zeta}{\lambda} \quad \xi_0 = 0.31 - 50C_\lambda, \quad (2)$$

где τ_0 – поверхностное значение плотности потока импульса; $\lambda = \frac{2\pi g}{\omega_p^2}$ – длина волны; C_λ значение коэффициента сопротивления на высоте $\zeta = \lambda$ над волновой поверхностью. Таким образом, порожденные волнами возмущения затухают в e раз на высоте ζ порядка 0.1λ . Поскольку типичными для развивающегося волнения являются ярко выраженный максимум на частоте ω_p – частоте пика, и резкий спад в соседней низкочастотной области, представляется естественным определить высоту ВПС как величину, пропорциональную длине волны частоты пика

$$h_W \approx 0.1\lambda_p, \quad (3)$$

где $\lambda_p = \lambda|_{\omega=\omega_p}$ – длина волны частоты пика.

Отношение высоты ВПС h_w к масштабу длины L_* характеризует влияние температурной стратификации на структуру ВПС. В случае стратификации, близкой к нейтральной ($L_* \notin [-10^2, 10^2]$), порядок этого отношения даже для развитого волнения близок к 0,1. В силу этого можно ожидать, что влияние стратификации несущественно для малых разгонов, возрастает с развитием волнения и становится заметным главным образом в низкочастотной части спектра.

2. Одномерная модель ВПС

Количественные оценки можно получить с использованием модифицированной одномерной модели ВПС [3]. Модификация касается учета взаимных преобразований турбулентной и потенциальной энергий столба жидкости переменной плотности массы в поле силы тяжести

$$b \frac{q}{c_p \rho_a} = -\frac{v_*^3}{\kappa L_*} = -\kappa v_* b T_*,$$

где T_* – масштаб температуры, связанный с масштабом длины L_* соотношением

$$L_* T_* = \frac{v_*^2}{\kappa^2 b}.$$

Одномерная модель температурно-стратифицированного ВПС формулируется следующим образом (детали см. в [3]). Структура стационарного ВПС определяется уравнением баланса плотности импульса

$$\partial_\zeta (T + \tau) = 0, \tag{4}$$

где T и τ суть вертикальные компоненты турбулентного напряжения и напряжения, индуцированного волнами, соответственно; ζ – вертикальная координата, нулевое значение которой находится на взволнованной поверхности.

Считая, что $T = K \partial_\zeta u$, где K – коэффициент турбулентной вязкости, а u – горизонтальная скорость ветра, получим

$$\partial_\zeta (K \partial_\zeta u + \tau) = 0. \tag{5}$$

На верхней границе ВПС задаются условия

$$T |_{h_w} = T_h, \quad \tau |_{h_w} = 0. \tag{6}$$

Интегрируя (5) в пределах (ζ, h_w) , найдем

$$K \partial_\zeta u + \tau = T_h. \tag{7}$$

Неизвестный коэффициент K в уравнении (7) может быть записан в терминах плотности турбулентной энергии ϵ и, так называемой, длины смешения l

$$K = \ell \sqrt{\frac{e}{c_1}}. \quad (8)$$

Здесь $c_1 \approx 4.6$ – эмпирическая константа. Для вычисления масштаба ℓ используется простейшая гипотеза $\ell \approx \kappa \zeta$. Плотность турбулентной энергии e находится с использованием уравнения баланса турбулентной энергии

$$P + \partial_\zeta K \partial_\zeta e - \frac{1}{\ell} \left(\frac{e}{c_1} \right)^{3/2} + b \frac{q}{c_p \rho a} = 0. \quad (9)$$

Второе и третье слагаемые описывают диффузию и диссипацию e , соответственно. Первое слагаемое есть продукция турбулентной энергии за счет сдвига скорости и может быть записана в виде (см. обсуждение в [3])

$$P = (K \partial_\zeta u + \tau) \partial_\zeta u = T_h \partial_\zeta u. \quad (10)$$

Уравнение (9) теперь выглядит так

$$T_h d_\zeta u + d_\zeta K d_\zeta e - \frac{1}{\ell} \left(\frac{e}{c_1} \right)^{3/2} - \kappa b v_* T_* = 0. \quad (11)$$

С помощью масштабов длины v_*^2/g и времени v_*/g , где $v_* = \sqrt{|T_h|/\rho a}$, представим систему уравнений (7), (11) в безразмерной форме (безразмерные переменные помечены тильдой)

$$\tilde{K} d_\zeta \tilde{u} - 1 - \tilde{\tau}, \quad (12)$$

$$d_\zeta \tilde{u} + d_\zeta \tilde{K} d_\zeta \tilde{e} - \frac{1}{\tilde{K}} \left(\frac{\tilde{e}}{c_1} \right)^2 = \kappa \tilde{T}_*, \quad (13)$$

где $\tilde{T}_* = T_*/\bar{T}$, $\tilde{T}_* = (\kappa^2 \tilde{L}_*)^{-1}$, $\tilde{L}_* = g L_*/v_*^2$. Граничные условия имеют вид

$$\tilde{e} = c_1, \quad \tilde{\zeta} = \tilde{h}_w, \quad (14)$$

$$d_\zeta \tilde{e} = 0, \quad \tilde{\zeta} = 0, \quad (15)$$

$$\tilde{K} d_\zeta \tilde{u} - C_r |\tilde{u}_r| \tilde{u}_r, \quad \tilde{\zeta} - \tilde{\zeta}_r. \quad (16)$$

Здесь \tilde{u}_r и C_r – скорость ветра и локальный коэффициент сопротивления на высоте $\tilde{\zeta}_r$, соответственно, а $\tilde{\zeta}_r$ – высота из интервала $\left(\frac{2\pi}{\tilde{\omega}_2}, \frac{2\pi}{\tilde{\omega}_1} \right)$, где $(\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2)$ – область частот, в которой выполняется соотношение (спектр Филлипса)

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \alpha \tilde{\omega}^{-5}, \quad \alpha = \text{const}. \quad (17)$$

Из первого граничного условия следует, что $\tilde{\epsilon}$ постоянна вне ВПС. Второе означает, что на малых высотах $\tilde{\zeta} = \tilde{\zeta}_r$ диссипация $\tilde{\epsilon}$ балансируется ее продукцией. Причины, побуждающие ставить граничное условие на высоте $\tilde{\zeta}_r$, детально обсуждаются в [3].

Методика расчета вертикальной компоненты плотности потока импульса $\tilde{\tau}$ предложена в [3]. Пренебрегая нелинейными эффектами, можно записать плотность потока τ над произвольным волновым полем как суперпозицию «элементарных» волновых потоков $\mathcal{F}(\omega)$, порождаемых независимо каждой спектральной составляющей:

$$\tau(\zeta) = \rho_w g \int_0^{\omega_r} \mathcal{F}(\omega) f(\zeta) d\omega. \quad (18)$$

Здесь ρ_w – плотность массы воды; ω_r – частота, соответствующая длине волны ζ_r ; $f(\zeta)$ – функция вертикального распределения (2). Плотность потока $\mathcal{F}(\omega)$, соответствующая двумерному волновому спектру $S(\mathbf{k}) = S(\omega)D(\omega, \theta)$, где $S(\omega)$ – частотный спектр; $D(\omega, \theta)$ – угловое распределение волнового поля, может быть записана в виде

$$\mathcal{F}(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{k} S(\omega) D(\omega, \theta) \beta(\omega, \theta) d\theta. \quad (19)$$

Здесь $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ – волновой вектор, $k_1 = \frac{\omega^2}{g} \cos \theta$, $k_2 = \frac{\omega^2}{g} \sin \theta$. Весовая функция β есть так называемый параметр ветро-волнового взаимодействия

$$\beta(\omega, \theta) = \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{\epsilon(\omega, \theta)}{\omega S(\omega) D(\omega, \theta)},$$

где $\rho_a \epsilon(\omega, \theta)$ – плотность спектрального потока энергии. В этом случае плотность потока энергии, направленного к волнам, записывается в виде

$$\mathcal{E}(\omega) = \rho_w \int_{-\pi}^{\pi} \omega S(\omega) D(\omega, \theta) \beta(\omega, \theta) d\theta. \quad (20)$$

3. Приложение теории

Для изучения влияния стратификации воздуха на взаимодействие волн с ветром были произведены численные эксперименты с одномерной моделью ВПС. Два рассмотренных случая развивающегося и развитого волнения определялись модельными спектрами JONSWAP [4] и Пирсона–Московитца [7], соответственно. Ниже оба спектра записаны в терминах относительной частоты $o = \frac{\omega}{\omega_p}$ и потому являются безразмерными.

Спектр Пирсона–Московитца

$$S_{PM}(\tilde{\omega}) = (\alpha_{PM} \tilde{\omega}_p^{-5}) o^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4} o^{-4}\right). \quad (21)$$

где $\alpha_{PM} = 0.0081$, $\tilde{\omega}_{PM} = 0.033$.

Спектр JONSWAP

$$S_J(\tilde{\omega}) = (\alpha_J \tilde{\omega}_p^{-5}) o^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4} o^{-4}\right) \gamma_J^{G_J}. \quad (22)$$

где $\alpha_J = 0.57 \tilde{\omega}_p^{1.5}$, $\gamma_J = 3.3$,

$$G_J = \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{1-o}{\sigma_J}\right)^2\right), \quad \sigma_J = \begin{cases} 0.07, & o \leq 1, \\ 0.09, & o > 1. \end{cases}$$

Угловое распределение JONSWAP

$$D_J(\tilde{\omega}, \theta) = N_s^{-1} \cos^{2s} \left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (23)$$

где
$$N_s = \int_{-\pi}^{\pi} \cos^{2s} \left(\frac{\theta}{2}\right) d\theta = 2\sqrt{\pi} \frac{\Gamma(s + \frac{1}{2})}{\Gamma(s + 1)}, \quad (24)$$

Здесь $\Gamma(s)$ – гамма-функция. Для обоих спектров угловое распределение взято в форме JONSWAP.

Задача (13)–(16) была решена численно для различных волновых ситуаций ($\tilde{\omega}_p = 0.033$ для развитого волнения и $\tilde{\omega}_p = 0.06, 0.1$ в случае развивающегося волнения; рис. 1, а) и значений \tilde{T}_* из диапазона $[-2 \cdot 10^{-2}, 2 \cdot 10^{-2}]$.

Проведенные расчеты подтверждают сделанные выше качественные заключения. Профили ветра для стратификации, отличной от нейтральной (рис. 1, б), совпадают с логарифмическим профилем на малых высотах вплоть до $\tilde{\zeta} \gtrsim 10^2$. Для больших значений $\tilde{\zeta}$ это совпадение утрачивается. Возраст волнения влияет только на так называемый параметр шероховатости (см. детальное обсуждение в [3]), что вызывает сдвиг логарифмического профиля в случае малых разгонов.

Были проведены численные эксперименты с ВПС в экстремальных случаях устойчивой и неустойчивой стратификаций (см. рис. 1, б–ф). Полученные результаты показывают интересную зависимость спектрального распределения энергии $\tilde{\mathcal{E}}(\tilde{\omega}) = \frac{g^2}{\rho v_*^4} \mathcal{E}(\omega)$ и плотности потока импульса $\tilde{\mathcal{F}}(\tilde{\omega}) = \frac{g}{v_*^3} \mathcal{F}(\omega)$ от параметра стратификации ВПС. В работе [1], где проводились подобные расчеты, эта особенность не была обнаружена в силу сравнительно узкого диапазона изменения параметра стратификации \tilde{T}_* .

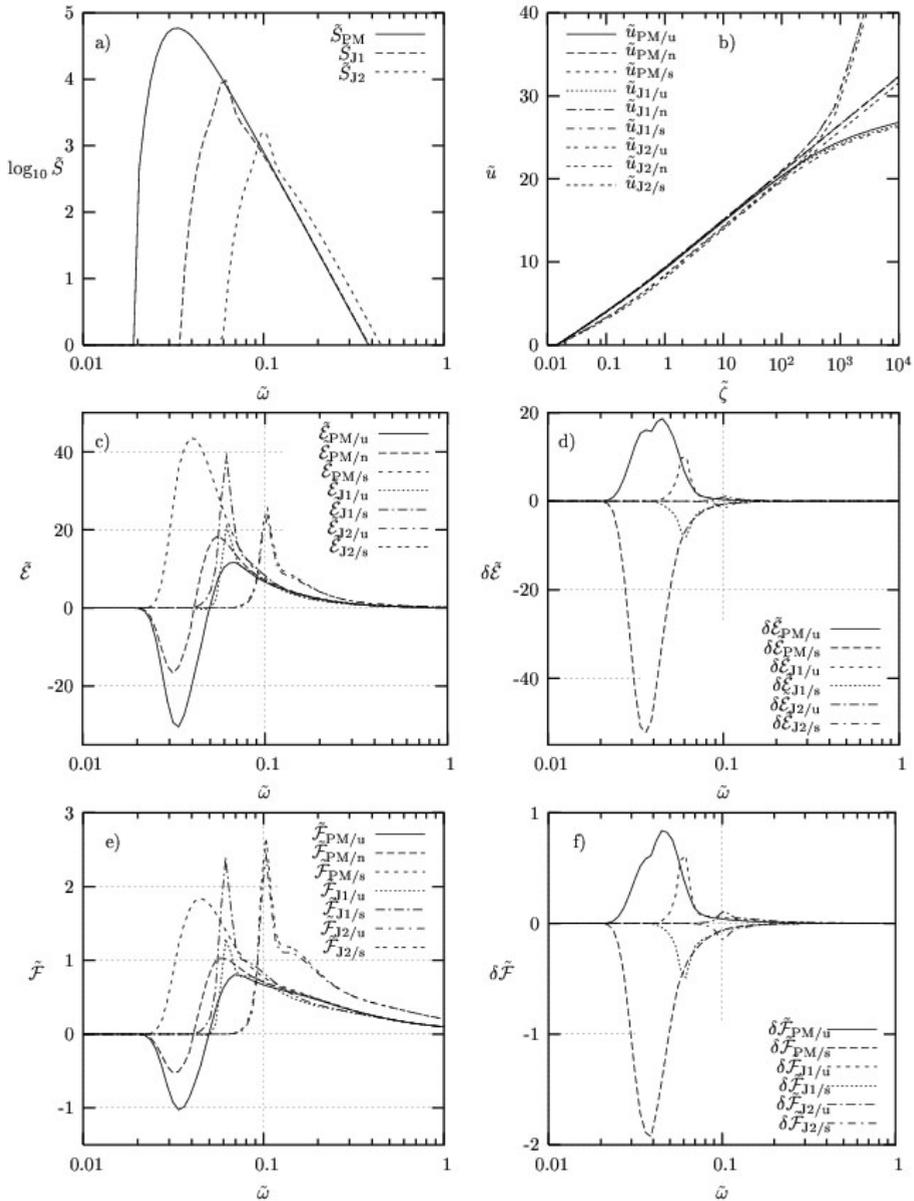


Рис. 1. Влияние стратификации воздуха на характеристики ветро-волнового взаимодействия: *a* – модельный спектр S ; *b* – профиль скорости ветра \tilde{u} ; *c* – спектральная плотность потока энергии $\tilde{\mathcal{E}}$; *d* – отклонение плотности потока энергии $\tilde{\mathcal{E}}$ от нестратифицированного случая; *e* – спектральная плотность потока импульса $\tilde{\mathcal{F}}$; *f* – отклонение плотности потока импульса $\tilde{\mathcal{F}}$ от нестратифицированного случая. Индексом PM обозначен спектр Пирсона–Московитца; индексами J1, J2 обозначены спектры JONSWAP ($\tilde{\omega}_p = 0.06, 0.1$); индексами u, n и s обозначены неустойчивый, нейтральный и устойчивый случаи

1. Развитое волнение.

а) Аналогично случаю нейтральной стратификации, при неустойчивой стратификации спектральные распределения $\tilde{\mathcal{E}}$ и $\tilde{\mathcal{F}}$ имеют по два экстремума, сдвинутых в область высоких частот по сравнению с нейтральным случаем.

б) При сильно устойчиво стратифицированном случае каждое из этих распределений обладает единственным максимумом, сдвинутым в область низких частот относительно нейтрального случая.

2. Развивающееся волнение. Оба распределения обладают лишь единственным максимумом. Влияние стратификации на значения максимумов падает с уменьшением возраста волнения и для $\tilde{\omega}_p = 0.1$ практически отсутствует. Положения этих максимумов не зависят от стратификации.

Влияние стратификации на обмен энергией $\tilde{\mathcal{E}}$ и импульсом $\tilde{\mathcal{F}}$ очевиден (рис. 1, с и 1, е, соответственно). Чем выше частота пика, тем меньше влияние стратификации. Это находится в согласии со скоростью затухания возмущений, порожденных волнами (см. [3, 5] и п. 1).

Следует отметить, что устойчивая стратификация способствует ослаблению потока воздуха и развития волнения. Развитое волнение характеризуется балансом энергии между поступлением (высокие частоты, малые фазовые скорости волн) и стоком (низкие частоты, быстрые волны). Предполагается, что для нейтральной стратификации такой баланс достигается при $\tilde{\omega}_p = 0.033$. Плотность потока энергии меняет знак на некоторой частоте $\tilde{\omega}_0$, которая зависит от стратификации (рис. 2, где $\tilde{\omega}_0$ нарисована, как функция \tilde{T}_*). В случае устойчивой стратификации поток энергии от волн к ветру становится недостаточным для баланса потока энергии, направленного к волнам, и это проявляется в дальнейшем росте высот волн и уменьшении частоты пика. Напротив, дисбаланс, типичный для неустойчивой стратификации, приводит к росту частоты пика развитого волнения, и соответствующему уменьшению высот волн.

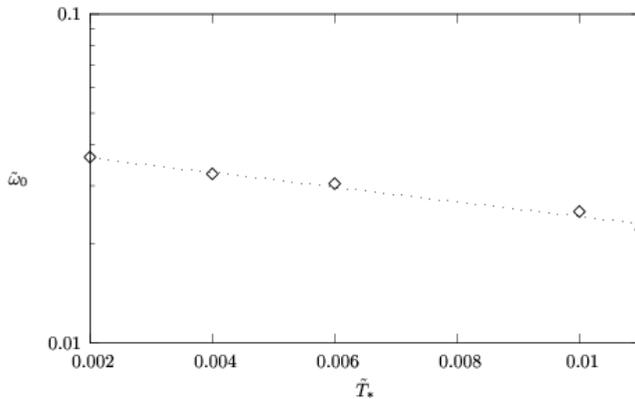


Рис. 2. Зависимость частоты $\tilde{\omega}_0$ нулевого потока энергии от \tilde{T}_* .

Маркеры означают вычисленные значения, а кривая соответствует аппроксимирующей функции

$$\ln \tilde{\omega} = a + b\tilde{T}_*, \text{ где } a = -3.21 \text{ и } b = -51.19$$

Разности между значениями потоков энергии и импульса в случаях (не)устойчивой стратификации и нейтральной стратификации показаны на рис. 1с и 1е, соответственно. Чем более развито волнение, тем больше влияние стратификации. Таким образом, если не рассматривать сильно стратифицированный слой воздуха, то ВПС над развивающимися волнами в первом приближении может считаться стратифицированным нейтрально, а схема параметризации, предложенная в [3], не требует модификации.

Результаты, полученные для сухой атмосферы, приложимы также и в более общей ситуации плотностной стратификации влажного воздуха. В этом случае масштабы L_* и T_* следует заменить на L^* и T^* , соответственно

$$L^* = L_* \left(1 + \frac{0.075}{Bo} \right)^{-1}, \quad T^* = T_* \left(1 + \frac{0.075}{Bo} \right), \quad (25)$$

где Bo – отношение Боуэна, т.е. отношение величины турбулентного теплообмена с атмосферой H к затратам тепла на испарение E

$$Bo = \frac{H}{E}, \quad H = -\rho_a c_p K_h \partial_z T_a, \quad E = -\frac{\rho_a \epsilon}{p} \mathcal{L}_v K_v \partial_z e.$$

Здесь e – давление водяного пара; ϵ – отношение молекулярных весов влажного и сухого воздуха; c_p – удельная теплоемкость воздуха; K_h и K_v – коэффициенты турбулентной теплопроводности и турбулентной вязкости водяного пара, соответственно; p – атмосферное давление; T_a – температура воздуха и \mathcal{L}_v – теплота парообразования.

При малых значениях Bo влияние влажной стратификации становится сравнимым с эффектом температурной стратификации. В этом случае безразмерная поправка в (25) близка к единице и должна учитываться.

4. Заключительные замечания

С помощью разработанной одномерной модели ВПС исследовалось влияние стратификации воздуха на ветро-волновое взаимодействие. Качественные соображения были подтверждены численными экспериментами по воспроизведению структуры ВПС. Получена зависимость спектральных распределений плотностей потоков энергии и импульса от стратификации воздуха.

Был также рассмотрен общий случай плотностной стратификации. Полученные выражения (25) показывают возрастание устойчивости стратификации в теплое время года во влажном воздухе по сравнению с оценками, полученными для сухого воздуха. Аналогичные соображения верны и в холодное время года, когда воздух обычно стратифицирован неустойчиво. Присутствие влаги уменьшает неустойчивость.

Было показано, что чем больше развито волнение, тем большим оказывается влияние стратификации. Плотностную стратификацию следует учитывать

в случае ее большой величины и при полностью развитом волнении. ВПС над развивающимся волнением в первом приближении может считаться стратифицированным нейтрально, и схема его параметризации, предложенная в [3], может использоваться без изменений. Это позволяет вычислять коэффициент сопротивления C с помощью приближенной формулы

$$\begin{aligned} \ln C = & -6.460 + 0.102\Omega + 0.009\Omega^2 \\ & + (0.311 + 0.055\Omega + 0.006\Omega^2)R \\ & + (0.032 + 0.011\Omega + 0.001\Omega^2)R^2, \end{aligned}$$

где $\Omega \equiv \frac{u}{c}$ и $R \equiv \ln \frac{u^2}{g\zeta}$ суть безразмерные переменные; u – скорость ветра на высоте ζ , а c – фазовая скорость волны с частотой, равной частоте пика.

Литература

1. Белевич М. О влиянии термической стратификации на структуру волнового пограничного слоя // Изв. АН СССР, ФАО, 1996, т. 32, 3, с. 397–401.
2. Злитинкевич С.С., Чаликов Д.В. Определение универсальных профилей скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы // Изв. АН СССР, ФАО, 1968, т. 4, с. 294–302.
3. Макин В.К., Чаликов Д.В. Расчет потоков импульса и энергии к развивающимся волнам // Изв. АН СССР, ФАО, 1986, т. 22, 12, 1309–1316.
4. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика, ч. 1. – СПб.: Гидрометеоздат, 1992.
5. Belevich M., Safray A., Lee K.-J., Kim K.-H. Wave Boundary Layer: Parametrization Technique and its Proof // Int. J. Ocean. Eng. and Tech., 2002, vol. 16, No. 2, 10–20.
6. Chalikov D., Belevich M. One-dimensional theory of the wave boundary layer // Bound. Layer Meteorol., 1993, vol. 63, 65–96.
7. Hasselmann K., Barnett T.P., Bouws E., Carlson H., Cartwright D.E., Enke K., Ewing J.A., Gienapp H., Hasselmann D.E., Kruseman P., Meerburg A., Muller P., Olbers D.J., Richter K., Sell W., Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint Sea Wave Project (JONSWAP) // Dtsch.Hydr.Z., 1973, Bd.A8 (12), 1–95.
8. Pierson W.J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully-developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii // J. Geophys. Res., 1964, vol. 69, No. 24, 5181–5190.
9. Priestly C.H.B. A determinant hypothesis for the superadiabatic wind and temperature profiles // Quart. J. Roy. Met. Soc., 1960, vol. 86, No. 368, 232–236.