

*Е.П. Истомин, Л.С. Слесарева*

**ПРИМЕНЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ  
ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РИСКОВ В ГЕОСИСТЕМАХ**

*E.P. Istomin, L.S. Slesareva*

**APPLICATION OF STOCHASTIC MODELS  
FOR FORECASTING OF RISKS IN GEOSYSTEMS**

*В работе предлагается методика прогнозирования риска в геосистеме с использованием моделей, основанных на анализе случайных процессов. Вводится понятие «коэффициент ущерба» для возможного прогнозирования риска от наводнений. Также приводится оценка верхней и нижней границы ущерба.*

*Ключевые слова: оценка ущерба, риск, наводнение, гауссовский процесс.*

*The paper proposes a method for predicting risk in geosystem using models based on the analysis of random processes. Introduce the concept of "damage ratio" for a possible prediction of the risk of flooding. Also provides a prediction of the upper and lower boundaries of the damage.*

*Keywords: flooding, risk, a damage, Gaussian process.*

На протяжении прошлого столетия в мероприятия по защите от наводнений вкладывались значительные средства. Тем не менее, во всем мире ущерб от наводнений продолжает расти. Очевидно, что не достаточно только лишь инженерных мероприятий по защите от наводнений. Необходим глубокий анализ роста ущерба от наводнений.

Гидротехнические средства защиты от наводнений не всегда являются эффективными и достаточными. Необходимо уделять внимание экономическим аспектам защиты от наводнений [6, 7]. С учетом же сегодняшних воззрений на проблемы экономического развития общества эту задачу следует признать главной (стратегической) целью мероприятий по защите от наводнений, сформулировав ее как создание условий для устойчивого развития затопляемых территорий.

Для достижения поставленных целей должны осуществляться комплексные, взаимосвязанные мероприятия, направленные на: устранение или нейтрализацию причин, вызывающих рост ущерба от наводнений; создание экономически эффективной защиты существующих ценных объектов; обеспечение условий для минимизации ущерба при катастрофических наводнениях [5].

Основной задачей прогнозирования ущерба является вычисление его математического ожидания, различных квантилей и так называемые «вероятности разорения» в задаче хозяйствования на затопляемой территории на различные временные уровни. Как правило, такая задача решается с использованием статистических данных.

Величина ущерба от наводнений не является постоянной, а изменяется по стохастическим законам. Все параметры, условия функционирования и харак-

характеристики состояния прогнозируемого объекта представлены случайными величинами и связаны стохастическими (т. е. случайными, нерегулярными) зависимостями. Следовательно, характеристики состояния в модели определяются не однозначно, а через законы распределения их вероятностей.

**Постановка задачи**

Пусть  $X(t)$  – случайный процесс, описывающий колебания уровня водной поверхности,  $C$  – уровень водной поверхности (ординар), превышение которого является наводнением.

Считается [2], что на величину ущерба от наводнений оказывают влияние ряд факторов: максимальный уровень водной поверхности (выше ординара), скорость нарастания уровня воды, длительность наводнения. С учетом этого сделаем некоторые предположения.

Ущерб, нанесенный наводнением, пропорционален площади фигуры, ограниченной кривой  $X(t)$  и уровнем  $C$  (рис. 1).

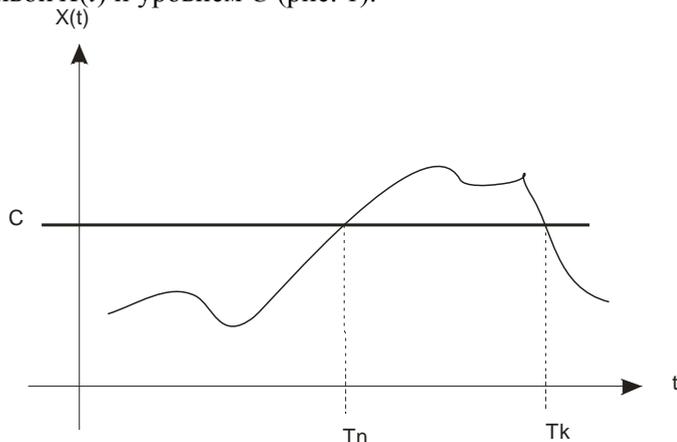


Рис. 1. Начало и окончание наводнения

Обозначим 
$$I = \int_{T_n}^{T_k} X(t)dt, \tag{1}$$

где  $I$  – показатель ущерба;  $T_n$  – начало наводнения;  $T_k$  – окончание наводнения.

Тогда 
$$k_u = \frac{I}{I_{\max}}, \tag{2}$$

где  $k_u$  – коэффициент ущерба;  $I_{\max}$  – максимальный показатель ущерба.

В связи с тем, что в выражении (1) все величины носят стохастический характер, поэтому получение аналитического выражения для уравнения (2) в задачах прогнозирования практически невозможно. Воспользуемся оценкой для  $I$  и соответственно  $k_u$ .

### Оценка коэффициента ущерба

Предположим, что нам известны прогнозируемые оценки  $X_m$  максимально возможного значения уровня подъема воды  $X_{\max}(t)$  и времени нахождения случайного процесса  $X(t)$  выше уровня  $C$ , которое может быть получено из соотношения:

$$\theta = T_k - T_n, \quad (3)$$

где  $\theta$  – продолжительность прогнозируемого периода наводнения является случайной величиной, но может иметь оценку в виде ее математического ожидания  $\bar{T}$ .

Тогда (рис. 2) в качестве оценки  $\bar{I}$  интеграла (1) для численного интегрирования может быть использована формула треугольника:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \bar{T} \bar{X}_m, \quad (4)$$

где  $\bar{X}_m = X_m - C$ .

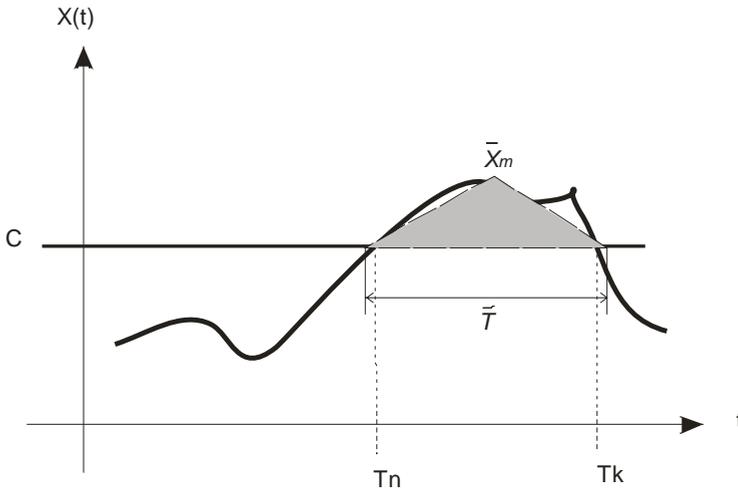


Рис. 2. Оценка интеграла  $\bar{I}$

Для оценки  $I_{\max}$  воспользуемся следующими допущениями. Прежде всего, из истории наблюдения наводнений возможно определить наблюдаемый максимум подъема воды  $X_{\max}$  и наблюдаемую максимальную продолжительность наводнения  $T_{mm}$ . Тогда в качестве оценки  $I_{\max}$  можно воспользоваться той же формулой треугольников:

$$I_{\max} = \frac{1}{2} T_{mm} X_{mm}, \quad (5)$$

где  $X_{mm} = X_{\max} - C$ .

Подставив (4) и (5) в (2), получим оценку коэффициента ущерба:

$$k_u = \frac{\overline{TX}_m}{T_{mm} X_{mm}}. \quad (6)$$

Коэффициент ущерба может принимать значения от 0 до 1.

Для оценок времени прогнозируемого наводнения  $\overline{T}$  и возможного максимума подъема воды  $X_m$  можно использовать различные методы как физические модели [3], так и стохастические методы [1, 2, 4]. Выбор метода зависит от поставленных задач исследования и глубины прогноза.

### **Оценка риска**

Для оценки риска необходимо оценить ущерб, возникающий при наступлении события (например, наводнения), его повлекшего.

Предположим, что предполагаемый ущерб от наводнения можно определить из максимального ущерба, который наблюдался ранее. Тогда на величину предполагаемого ущерба будет влиять показатель ущерба  $I$ , значение которого можно рассчитать по формуле (1). Однако получить точное значение  $I$  как и точное значение прогнозируемого ущерба, невозможно, поэтому воспользуемся оценками этих показателей.

Пусть величину ущерба можно оценить как:

$$\overline{W} = k_u W_{\max}, \quad (7)$$

где  $k_u$  – коэффициент ущерба;  $\overline{W}$  – оценка прогнозируемого ущерба;  $W_{\max}$  – максимальный наблюдаемый ущерб.

Тогда, используя оценку для  $k_u$  из (6), получим следующее:

$$\overline{W} = \frac{\overline{TX}_m}{T_{mm} X_{mm}} W_{\max}. \quad (8)$$

В результате некоторых преобразований получена оценка предполагаемого ущерба, в случае наступления события (наводнения), приведшего к нему.

Для оценки риска воспользуемся результатами, полученными в работе [2],

где  $\overline{R}^* = [1 - P_*(t_3 / x_0)] \overline{W}$  – верхняя оценка риска;  $(9)$

$$\overline{R}_* = [1 - P^*(t_3 / x_0)] \overline{W} \text{ – нижняя оценка риска,} \quad (10)$$

а  $P(t_3/x_0)$  – вероятность невыхода случайного процесса за пределы установленных границ при условии, что нам известно значение этого процесса в начальный момент времени  $t = 0$  [ $x(t = 0) = x_0$ ].

Тогда

$$\overline{R}^* = [1 - P_*(t_3 / x_0)] \frac{\overline{TX}_m}{T_{mm} X_{mm}} W_{\max}; \quad (11)$$

$$\bar{R}_* = [1 - P^*(t_3 / x_0)] \frac{\overline{TX}_m}{T_{mm} X_{mm}} W_{\max}. \quad (12)$$

### Практическая реализация

Предположим, что на этапе предварительных наблюдений было установлен закон изменения во времени состояния водной поверхности, который хорошо описывается гауссовским процессом с параметрами  $m_x(t)$ ,  $\sigma_x(t)$  и  $r_x(t_1, t_2)$ .

Будем считать, что событие имеет двухсторонний предел  $D(t) = [a(t), b(t)]$ ,  $a(t) = -\infty$ ,  $b(t) = b$  (нижняя граница устанавливается тождественно равной  $-\infty$  с целью устранения влияния дна водоема).

Тогда, после преобразований (11 и 12) с учетом результатов, полученных в [2], имеем:

$$\bar{R}^* = 1 - \left( 1 - 1 / \sqrt{2\pi(1 - r^2(0, t_3))} \int_0^{t_3} |\omega(t/x_0)| dt \right) \frac{\overline{TX}_m}{T_{mm} X_{mm}} W_{\max}; \quad (13)$$

$$\bar{R}_* = \left( 1 - \Phi \left[ \frac{b - m_x(t_3) - r_x(0, t_3)[x_0 - m_x(0)]}{\sigma_x(t_3) \sqrt{1 - r_x^2(0, t_3)}} \right] \right) \frac{\overline{TX}_m}{T_{mm} X_{mm}} W_{\max}; \quad (14)$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\{-z^2/2\} dz$ .

Таким образом, получены оценки рисков ( $\bar{R}^*$ ,  $\bar{R}_*$ ) и предложена методика оценки возможного ущерба от наводнения. Методика предполагает, что оценки среднего максимального значения подъёма воды и среднего значения продолжительности наводнения известны. Для оценки этих параметров могут быть использованы как физические, так и стохастические модели.

### Литература

1. *Истомин Е.П.* Приближенная оценка вероятности пребывания случайного процесса в заданной области // Тр. МВТУ. Планирование и оценка результатов экспериментов, вып. 1, 1986.
2. *Истомин Е.П., Слесарева Л.С.* Оценка риска экстремальных гидрометеорологических явлений // Уч. зап. РГГМУ, вып. 16, 2010.
3. *Истомин Е.П., Слесарева Л.С.* Анализ экономических аспектов прогнозирования состояния водной среды в прибрежных зонах. Информационные технологии и системы: управление, экономика, транспорт, право // Сб. науч. тр., вып. 7(7). – СПб.: Андреевский издат. дом, 2010.
4. *Карташов Г.Д., Шведова И.Г.* Об одной задаче отбора изделий // Технич. кибернетика, 1983, № 3, с. 70-75.
5. *Кархов А.Н.* Страхование аварий и катастроф, имеющих системный характер // Соц.-экономич. и экологич. аспекты анализа риска. – Иркутск: СЭИ СО РАН, 1993, с. 72-76.
6. *Уайт Г.* Водные ресурсы США. Проблемы их использования. – М.: Прогресс, 1973. – 189 с.
7. *Уайт Г.* География, ресурсы и окружающая среда: Избр. статьи. – М.: Прогресс, 1990. – 219 с.