

И.Н. Русин

**ОБОСНОВАНИЕ ФОРМУЛ
ДЛЯ ПРОТОВОИЗЛУЧЕНИЯ АТМОСФЕРЫ
ПРИ ЯСНОМ НЕБЕ**

I.N. Rusin

**JUSTIFICATION OF THE FORMULAS
FOR THE LONG-WAVE RADIATION
FROM CLEAR SKY ABSTRACT**

Показано, что существующие эмпирические формулы для расчета противоизлучения атмосферы получаются в результате различных аппроксимаций интегральной функции пропускания водяного пара. Получена новая формула, справедливая в широком диапазоне температур.

Ключевые слова: противоизлучение атмосферы, эмпирические формулы, аппроксимация, интегральная функция пропускания.

Shows that the existing empirical formulas for calculating of the long-wave radiation from clear sky, are the result of various approximations of the integral transmission function of water vapor. A new formula is derived, which operates over a wide temperature range.

Key words: empirical formulas, long-wave radiation from clear sky, broadband transmission function, approximation.

Расчет значений потока длинноволновой радиации, направленного из атмосферы к подстилающей поверхности (его принято называть «противоизлучением атмосферы»), по данным стандартных приземных метеорологических наблюдений необходим для решения многочисленных теоретических и прикладных задач физической географии, связанных с энерго- и массообменом вблизи подстилающей поверхности. Причиной тому является недостаточная плотность данных наблюдений об этой величине, которая для спутниковых систем недоступна, а сеть специализированных наземных актинометрических станций, регистрирующих ее, до сих пор очень редка, по сравнению с сетью стандартных метеорологических наблюдений. Кроме того, при выполнении микроклиматических съемок возникает проблема распространения данных наблюдений за радиационным балансом из одной или нескольких точек наблюдения на окружающую местность с несколько отличным характером подстилающей поверхности, при которой требуется экстраполяция противоизлучения атмосферы.

Впервые рассматриваемую задачу изучил в начале XX в. А. Ангстрем [3]. Он получил и первую формулу для оценки потока нисходящей радиации при ясном небе по приземным данным о температуре воздуха и парциальном давлении водяного пара. Позже Д. Брент [6] предложил еще одну формулу, а в дальнейшем появлялись и другие методики, применимость которых неоднократно проверяли на различных станциях [8, 9, 16], а точности сравнивали [13, 14]. Общий вид этих формул таков:

$$G = \varepsilon(x, T) \cdot \sigma T^4 = [a + b \cdot f(x, T)] \cdot \sigma T^4. \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon(x, T)$ – принято называть эффективной излучательной способностью атмосферы. Она выражается через коэффициенты a и b и одну из характеристик приземной влажности воздуха x (чаще всего это парциальное давление водяного пара e), которая входит в $f(x, T)$ – эвристически выбираемую функцию приземной влажности x и температуры воздуха T (σ – постоянная Стефана-Больцмана). В ходе экспериментальных исследований было отмечено, что коэффициенты в формуле (1) следует менять в зависимости от местоположения станции и сезона, что объяснялось особенностями вертикального распределения температуры и влажности в атмосфере [9].

Далее рассмотрены не все имеющиеся формулы типа (1), а только исследованные в [11, 14]. Для удобства они приведены ниже с коэффициентами, использованными в работе [14]:

формула Ангстрема: $G = [0.83 - 0.18 \cdot \exp(-0.154e)] \cdot \sigma T^4;$ (2)

формула Брента: $G = [0.52 + 0.065\sqrt{e}] \cdot \sigma T^4;$ (3)

формула Братсерта: $G = 1.24 \cdot \sqrt[3]{e/T} \cdot \sigma T^4;$ (4)

формула НРС из [7]: $G = \left[0.72 + (e - 2) \cdot \begin{cases} 0.009, & \text{при } e \geq 2 \\ -0.076 & \text{при } e < 2 \end{cases} \right] \cdot \sigma T^4;$ (5)

формула Прата: $G = \left[1 - (1+Q) \cdot \exp\left(-\sqrt{1.2 + 3 \cdot Q}\right) \right] \cdot \sigma T^4;$ (6)

формула Дилли-О'Брайена: $G = 59.38 + 113.7 \left(\frac{T}{273.16} \right)^6 + 96.96 \sqrt{Q/2.5}.$ (7)

Здесь Q – интегральное влагосодержание атмосферы (в сантиметрах).

К настоящему времени можно считать экспериментально установленным, что выбрав одну из предложенных формул зависимости противоизлучения атмосферы от температуры и влажности у поверхности Земли, можно путем сравнения с актинометрическими данными уточнить ее для избранного пункта, подобрав коэффициенты a и b , и в дальнейшем можно рассчитывать интересующую величину о средней квадратичной погрешностью около 30 Вт/м² [11] (а в некоторых случаях и с гораздо меньшей [14]). Однако при переходе к дру-

тому пункту придется выполнять всю работу заново, что неудобно, а часто и невозможно, ввиду отсутствия тех или иных необходимых данных.

Неоднократно предпринимались попытки теоретического обоснования этих эмпирических формул. Одной из наиболее удачных была работа В. Братсера [7], в которой он получил частное решение уравнения переноса длинноволновой радиации, предположив, что давление, температура и парциальное давление водяного пара распределены по высоте экспоненциально. Полученная им формула (4) для расчета противоизлучения атмосферы при небольших поправках коэффициента неоднократно была признана лучшей [9].

В дальнейших исследованиях (см., например, [10, 15, 17]) путем численного интегрирования спектральных уравнений переноса длинноволновой радиации были получены другие формулы для противоизлучения атмосферы, из которых здесь приведены только (5), (6) и (7). В качестве характеристики влажности в них необходимо использовать оптическую массу влажной атмосферы M . Ее можно вычислить по интегральному влагосодержанию атмосферы Q , используя данные радиозондирования. Формулы для этого известны [2] и имеют вид:

$$M = \frac{1.66}{g} \int_0^{P_0} \left(\frac{P}{1000} \right)^n q dP \cong k_M Q, \quad n = 0.5 \dots 0.9; \quad (8)$$

$$Q = \int_0^{\infty} \rho_v dz = \frac{1}{g} \int_0^{P_0} q dP.$$

Здесь ρ_v – абсолютная влажность; q – массовая доля водяного пара. Значение коэффициента k_M зависит, хотя и очень слабо, от распределения водяного пара в атмосфере. Например, для Санкт-Петербурга его значение находится в пределах $1,56 \pm 0,02$.

Между формулами (6) и (7), полученными в работах [10, 15] на основе расчетов по спектральным моделям переноса излучения и содержащими в качестве аргумента влагосодержание, и эмпирическими формулами (2)–(5), использующими характеристики приземной влажности [3, 6, 8, 9], можно установить связь. Это обусловлено давно известной и многократно подтвержденной для разных районов Земли [4, 16, 19] стохастической зависимостью удельного интегрального влагосодержания атмосферы Q от влажности воздуха на уровне стандартных метеорологических наблюдений. В качестве примеров можно привести формулы, содержащиеся в указанных выше работах. Они имеют общий вид:

$$\ln(Q) = c + d \cdot t_d. \quad (9)$$

Нужно отметить, что в качестве аргумента чаще всего фигурирует именно точка росы (t_d), хотя используют и приземные значения парциального давления водяного пара (e) и массовой доли водяного пара (q) [9].

Коэффициенты формулы (9) в умеренных широтах обоих полушарий ме-

няются от пункта к пункту, но близки к значениям $c = 2$ и $d = 0,07$, приведенным в работе [9], выполненной по наблюдениям в Новой Зеландии. В ней указано, что зависимость (9) описывает 85–90 % дисперсии значений Q . Точность заметно падает для условий инверсионного распределения влажности в пограничном слое и нижней тропосфере, когда максимальная влажность имеет место не у поверхности Земли, а на более высоких уровнях. Это характерно для засушливых и жарких районов континентов, а также для Арктики и внутренних районов Сибири и Канады зимой. Но и там, согласно [15], подбор коэффициентов обеспечивает хорошее качество регрессии, построенной по уравнению (9).

Используя зависимость (9), можно проследить генезис связи противоизлучения атмосферы с приземными значениями температуры и влажности и попытаться установить от чего зависят коэффициенты a и b в формуле (1), чтобы при необходимости их корректировать по доступному материалу наблюдений.

Как известно из теории переноса излучения [1], с помощью теоремы о среднем нисходящий поток ИК излучения атмосферы на земную поверхность можно выразить формулой:

$$G = \int_0^M E(T(m))dD(m) = E(T_{ef}) \cdot [1 - D(M)] = k \cdot E(T_0) \cdot [1 - D(M)];$$

$$E(T) = \sigma T^4 = \left(\frac{T}{64.8}\right)^4 \left[\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \right], \quad \left(\sigma^{-\frac{1}{4}} = 64.8 \right);$$

$$k = \int_0^M \left(\frac{T(m)}{T_0}\right)^4 \frac{dD(m)}{1 - D(M)}.$$

Здесь m – оптическая масса от верхней границы атмосферы; $D(m)$ – интегральная функция пропускания; T_{ef} – температура по шкале Кельвина на некотором уровне, определяемом с учетом всего профиля распределения температуры и влажности в атмосфере; T_0 – температура на уровне стандартных приземных наблюдений. Если принять, что $E(T_{ef})$ пропорционально $E(T_0)$, то коэффициент пропорциональности k можно получить по формуле (10), используя данные радиозондирования. А если найти этот коэффициент и выразить функцию пропускания атмосферы $D(M)$ через один из вариантов связи оптической массы M с характеристиками приземной влажности, то можно получить практически любой из применяемых вариантов формулы для расчета противоизлучения атмосферы. Покажем это.

Поскольку в настоящее время для определения радиационных потоков в атмосфере используют спектральные функции поглощения, значения интегральных функций поглощения возьмем из экспериментов, описанных в работах [12, 18]. Для этих значений предложены три варианта аппроксимационных формул, близких по точности. Ниже используется формула Э.Л. Подольской

[2]. Как экспериментальные, полученные в работе [12], так и аппроксимирующие их значения интегральной функции пропускания охватывают диапазон оптических масс гораздо более широкий, чем возможные изменения полной оптической массы M . В реалистичном для поверхности Земли диапазоне значений полной оптической массы атмосферы 0,02–30 см с большой точностью можно использовать более простое логарифмическое приближение. Формулы для рассматриваемых функций пропускания приведены ниже:

Функция пропускания Подольской:

$$D(M) = 0.461 \cdot \exp(-0.674 \cdot \sqrt{M}) + 0.539 \exp(-7.75 \cdot \sqrt{M}); \quad (11)$$

Логарифмическое ее приближение при $0.02 < M < 30$ см

$$D(M) = 0.253 - 0.0074 \cdot \ln M, \quad R^2 = 0.9949, \quad \sigma_D = 0.0288.$$

Имея формулы для интегральной функции пропускания, можно исследовать ее связь с приземными значениями влажности путем такого следующего численного эксперимента. Задаем значения оптической массы в диапазоне 0,025–24,5 см. По ним, используя формулы (11), рассчитываем интегральную функцию пропускания. Затем по формулам (8) и (9) переходим от оптической массы к значениям точки росы, соответствующей заданной оптической массе. По точке росы восстанавливаем значения насыщающего парциального давления в гПа по формуле Д. Болтона [19].

$$E(t) = E_0 \exp\left(\frac{\alpha \cdot t}{\beta + t}\right), \quad \alpha = 17.67, \quad \beta = 243.5. \quad (12)$$

Задав значения относительной влажности (в диапазоне 0,1–1), можно выразить точку росы через температуру и относительную влажность. Поскольку соотношения между температурой, относительной влажностью и точкой росы редко встречаются в литературе, далее приведены соответствующие формулы:

Формулы связи для t, td, f :

$$td = \frac{(1+a)t + \beta a}{1 - a - \frac{a}{\beta}t}, \quad t = \frac{(1-a)td}{1 + a + \frac{a}{\beta}td} - \frac{\beta a}{1 + a + \frac{a}{\beta}td}, \quad \text{где } a = \frac{\ln f}{\alpha};$$

Аппроксимационные соотношения (13)

$$td = -0.3936 + 1.7584 \cdot t \cdot \ln f + 0.9968 \cdot t + 214.085 \cdot \ln f,$$

$$R^2 = 0.9997, \quad \sigma_{td} = 0.36;$$

$$t = -0.4839 + -15.66 \cdot \ln f + 0.9980 \cdot td + 0.1204 \cdot td \cdot \ln f,$$

$$R^2 = 0.9998, \quad \sigma_t = 0.34.$$

В результате получаем табличную зависимость интегральной функции поглощения атмосферы от точки росы и, если нужно, также от парциального давления водяного пара или от температуры и относительной влажности.

Используя эту табличную зависимость, удастся сравнить подходы к описанию эффективной излучательной способности атмосферы, предложенные различными авторами. На рис. 1 построены значения различных функций пропускания в зависимости от приземной точки росы. Эмпирические формулы для эффективной поглощательной способности ϵ [см. формулу (1)] при построении графиков преобразованы в интегральную функцию пропускания D с помощью соотношения $\epsilon = 1 - D$.

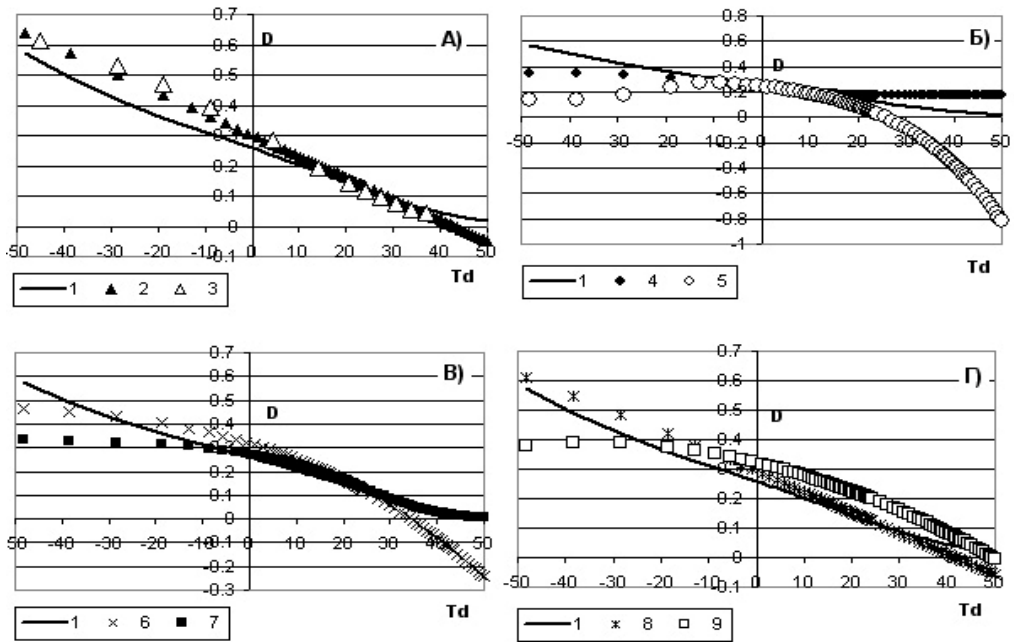


Рис. 1. Сравнение интегральных функций пропускания, полученных теоретически и эмпирически. А) 1 – по Подольской, 2 – по логарифмическому приближению (11), 3 – по Кондратьеву-Нийлиск [12]; Б) 4 – по Ангстрему, 5 – по работе [14]; В) 6 – по Бренту, 7 – по Прату; Г) 8 – по Братсерту, 9 – по Дилли-О’Брайену

Базовым для анализа является рис. 1, А, на котором приведены функции пропускания, рассчитанные по формулам (11) 1 – по формуле Подольской, 2 – по логарифмической формуле. Там же нанесены значения табличной функции пропускания Кондратьева-Нийлиск [12] – 3. Этот рисунок показывает, что указанные функции пропускания очень близки и что логарифмическая формула, справедливая в широком диапазоне значений влажности воздуха, в условиях зависимости влагосодержания атмосферы от точки росы в форме (8) объясняет практически линейную зависимость интегральной функции поглощения от точки росы.

Аппроксимируя интегральную функцию пропускания (11) линейной зависимостью от точки росы, которая следует из формул (9) и (8), можно получить из (10) выражение для противоизлучения атмосферы в виде:

$$G = k \cdot (0.747 + 0.0054 \cdot t_d) \cdot \sigma T^4. \quad (14)$$

Коэффициенты в этой формуле зависят от местных условий только через связь влагосодержания с приземной влажностью (9) и параметр k .

На остальных частях рис. 1 для сравнения также приведены значения функции пропускания, рассчитанные по формуле Подольской (11). (Они также почти линейно зависят от точки росы.) На рис. 1Б приведены значения, вычисленные по формуле (2) Ангстрема – 4 и по кусочно-линейной эмпирической формуле (5) Ниемеля-Райсанен-Савиярви (НРС), предложенной в работе [7] – 5. Обращает на себя внимание то, что эти формулы имеют ограниченный диапазон применения, так как удовлетворительно совпадают с теоретическими только при $-10^\circ\text{C} < t_d < 20^\circ\text{C}$. Примерно то же можно отметить применительно к рис. 1В, на котором приведены расчеты по формуле (3) Брента – 6 и формуле (6) Прата – 7. Причем последняя лучше согласуется с теоретической в диапазоне влажностей $-15^\circ\text{C} < t_d < 30^\circ\text{C}$. Расчеты по формулам (4) Братсера – 8, приведенные на рис. 1Г, при положительных значениях точки росы совпадают с теоретическими значениями. Это, возможно, объясняет, что во многих экспериментальных исследованиях противоизлучения атмосферы, например [8, 9], формула Братсера при небольшой корректировке коэффициента оказывается лучшей при описании экспериментальных данных.

Дополнительного исследования заслуживает тот факт, что формула (7) Дилли-О’Брайена (см. кривую 9 на рис. 1В), которая была получена путем численного экспериментирования со спектральной моделью переноса радиации и при учете всех поглощающих субстанций, дает систематическое завышение интегральной функции пропускания при $t_d > -20^\circ\text{C}$. Кроме того, формулы Дилли-О’Брайена и формула НРС, предложенная в работе [14], показывают не только уменьшение функции пропускания, но и имеют локальный экстремум при очень низкой влажности воздуха ($-10^\circ\text{C} < t_d$). Теоретически этого быть не может, так как наличие в атмосфере других поглотителей длинноволновой радиации может только приводить к ограниченному малым значениям функции пропускания, но не может формировать локальный экстремум этой функции, как это показывает кривая 7, построенная по формуле Прата.

Влияние характера стратификации атмосферы по температуре и влажности на противоизлучение можно оценить по формуле (10) путем расчета коэффициента k по данным радиозондирования. В качестве данных были использованы таблицы результатов радиозондирования за январь–июль 2010 г., хранящиеся в открытом банке данных университета штата Вайоминг (США)[20]. Были использованы четыре станции, расположенные в различных широтных зонах. Это

финская станция Содакиля (2836), по которой в работе [14] были выполнены расчеты и подбор эмпирической формулы (5); станция Санкт-Петербург (26063), станция Нджамена (64700), принадлежащая республике Чад; российская станция Малые Кармакулы (20744). По этим данным для всех выбранных дней и сроков наблюдений были вычислены оптические массы по формуле (8), интегральные функции поглощения по формуле (11) и значения коэффициента k по формуле (10). Численная оценка интегралов осуществлялась методом трапеций.

В табл. 1 представлены некоторые результаты этих расчетов. Первые шесть строк содержат информацию о расчетах по станции Содакиле (2336). По этой станции ранее в работе [7] было сделано сопоставление использованных эмпирических формул для расчета нисходящего излучения и была получена формула (5), которая, по мнению авторов, для этой станции позволяла рассчитывать изучаемую величину с абсолютной погрешностью, не превышающей 10 Вт/м^2 . Ввиду отсутствия в открытом доступе актинометрических данных, расчеты по формуле (5) для этой станции были приняты за эталон при анализе. Они размещены в графе 7.

Следует обратить внимание на размещенные в графе 4 значения коэффициента k . В соответствии с его определением по формуле (10) для изотермической атмосферы коэффициент k равен единице. Как показывает таблица, его отличия от единицы малы (по расчетам критерия Стьюдента, они статистически не значимы с вероятностью не менее 0,9). Нужно учесть, что данные радиозондирования имеют недостаточное разрешение по вертикали в первом километре (четыре-шесть точек), чтобы можно было точно вычислять изменение оптической массы в этом слое. Таким образом, можно считать, что эффективная температура в формуле (10) практически совпадает с температурой на уровне приземных метеорологических наблюдений. Однако требуются дополнительные сопоставления расчетов по данным радиозондирования и актинометрических измерений, так как эффективная излучательная способность, полученная по данным радиозондирования и формуле (10), оказывается для контрольной станции Содакиле систематически немного выше той, которая получена по эталонной для этой станции формуле (5).

Далее следует обратить внимание на то, что эффективная излучательная способность атмосферы, рассчитанная (графа 6) по данным радиозондирования и по формуле (10), в летние месяцы несколько больше, чем рассчитанная по эмпирическим формулам. Пока этот факт также не нашел объяснения и отнесен за счет уже упомянутого недостаточного количества точек в нижнем слое атмосферы.

Обращает на себя внимание то, что все значения эффективной излучательной способности, рассчитанные по разным эмпирическим формулам для одних и тех же станций, расположенных в разных климатических зонах, имеют близкие значения. Согласно табл. 1, можно заключить, что для наблюдений в отдельные сроки эта величина колеблется вблизи уровня 0,7. Более подробные расчеты показывают, что все результаты, получаемые по эмпирическим форму-

лам очень сильно коррелированы, а разности рассчитываемых по ним значений противоизлучения обычно не выходят за пределы 30 Вт/м^2 . Это объясняется тем, что все эмпирические формулы, как показано выше на рис. 1, описывают одну и ту же величину (интегральную функцию пропускания атмосферы), но только имеют разные диапазоны применимости по приземной влажности. Среди этих равноценных логарифмическое приближение (14), имеющее наиболее широкий диапазон аппроксимации интегральной функции пропускания и приводящее к линейной форме зависимости эффективной излучательной способности от точки росы, наиболее пригодно для расчета противоизлучения атмосферы по данным приземных метеорологических наблюдений.

Литература

1. Гинзбург А.С., Фейгельсон Е.М. Параметризация лучистого теплообмена в моделях общей циркуляции атмосферы / В кн.: Физика атмосферы и проблемы климата. – М.: Наука, 1980, с. 42–66.
2. Неелова Л.О., Подольская Э.Л. Оценка точности радиационных расчетов в моделях численного прогноза погоды // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1986, т. 22, № 11.
3. Angstrom A. A study of the radiation of the atmosphere. *Smithson // Misc. Collect.*, 1918, 65, 1–159.
4. Bolsenga S.J. The Relationship Between Total Atmospheric Water Vapor and Surface Dew Point on a Mean Daily and Hourly Basis. *Journ. Appl. Meteorol.*, 1965, 4, 430–432.2.
5. Bolton D. The computation of equivalent potential temperature. *Monthly Wea. Rev.*, 1980, vol. 11, 1046–1053.
6. Brunt D. Notes on radiation in the atmosphere, I. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 1932, 58, 389–418.
7. Brutsaert W. On a derivable formula for long-wave radiation // *Water Resour. Res.*, 1975, 11, 742–744.
8. Crawford T., Duchon C. An Improved Parameterization For Estimating Effective Atmospheric Emissivity For Use In Calculating Daytime Downwelling Longwave Radiation // *J. Appl. Meteorol.*, 1999, 38, 474–480.
9. Culf A.D., Gash J. H.C. Longwave radiation from skies in Niger: *J. Appl. Meteorol.*, 1993, 32, 539–547.
10. Dilley A.C., O'Brien D.M. Estimating downward clear sky long-wave irradiance at the surface from screen temperature and precipitable water // *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 1998, 124, 1391–1401.
11. Flerchinger G., Wei Xiaoj, Marks D., Sauer T. Comparison of algorithms for incoming atmospheric long-wave radiation // *Water Resour. Res.* 2009, 45:3.
12. Kondratiev K.Y., Niilisk H.J. The new radiation chart. *Geofisica pura e applicata.*, 1961, vol. 49.
13. Kruk N. et al. Downward longwave radiation estimates for clear and all-sky conditions in the Sertãozinho region of São Paulo, Brazil // *Theoretical and Applied Climatology* 2010, 99:1–2, 115–123.
14. Niemela S., Petri Raisanen P., Hannu Savijarvi H. Comparison of surface radiative flux parameterizations. Part I: Longwave radiation. *Atmospheric Research*, 2001, 58. 1–18.
15. Prata A.J. A new long-wave formula for estimating downward clear-sky radiation at the surface // *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 1996, 122, 1127–1151.
16. Ruckstuhl Chr et al. 'Observed relationship between surface specific humidity, integrated water vapor, and longwave downward radiation at different altitudes' // *J. of Geophys. Res.*, 2007, 112.
17. Savijarvi H. Fast radiation parameterization schemes for mesoscale and short-range forecast models // *J. Appl. Meteorol.*, 1990, 29, 437–447.
18. Staley D. O., Jurica G. M. Effective atmospheric emissivity under clear skies // *J. Appl. Meteorol.*, 1972, 11, 349–356.
19. Tuller S. The Relationship Between Precipitable Water Vapor and Surface Humidity in New Zealand. *Arch. Met. Geoph. Biokl., Ser. A*, 1977, 26, 197–212.
20. <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>.