

А.Д. Егоров, И.А. Потапова, Ю.Б. Ржонсницкая

ОЦЕНКА СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЛИДАРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ АТМОСФЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

A.D. Yegorov, I.A. Potapova, Yu.B. Rzhonsnitskaya

ESTIMATING OF STATISTICAL ERRORS OF ATMOSPHERE

В работе найдено новое решение лидарного уравнения для различных схем обработки данных зондирования. Это решение не использует приближений численного дифференцирования. Оно было применено для оценки погрешности фоновой засветки с учетом данных эксперимента. Показано, что небольшие погрешности фоновой засветки существенно влияют на результаты решения обратной задачи.

Ключевые слова: атмосферный аэрозоль, лидарное уравнение, коэффициент ослабления, фоновая засветка, случайные погрешности.

It was found a new solution of lidar equation for different probing data interpretational schemes. This solution was found without using the numerical differentiation approximation. New solution was used for the power of the background light error estimating. It was shown small errors in the power of the background light can essentially affect the results of inverse problems solutions.

Key words: atmospheric aerosol, lidar equation, extinction coefficient, background light, statistical errors.

В работе [Yegorov, 2008] проанализированы алгоритмы обработки данных лидарных измерений, базирующиеся на решении лидарного уравнения, включающего мощность фоновой засветки. С использованием данных эксперимента выполнен анализ погрешностей определения коэффициента ослабления. Результаты анализа показали, что на основе нового решения лидарного уравнения найдены эффективные алгоритмы обработки сигналов малой мощности. Вместе с тем, остается проблема разработки лидарных методов с минимальным влиянием погрешностей эхо-сигнала на результаты измерений характеристик атмосферы. Дальнейшие усилия в области разработки методов интерпретации данных, направленные на повышение точности результатов, требуются в части замены дифференциального решения лидарного уравнения относительно фоновой засветки решением, более приемлемым для обработки сигналов реальных натуральных измерений.

Решение лидарного уравнения относительно фоновой засветки

Интерпретация данных лидарного зондирования атмосферного аэрозоля основывается на обращении лидарного уравнения.

В случае однородной атмосферы, когда отсутствует проблема точности из-за неоднородности среды и роль случайных погрешностей наиболее значительна, лидарное уравнение можно записать в виде:

$$P_i = P_* + \frac{B}{R_i^2} \exp(-2\sigma R_i), \quad (1)$$

где P_i – мощность сигнала обратного рассеяния; P_* – фоновая засветка; R_i – расстояние от лидара до i -го зондируемого рассеивающего элемента; $B = A\beta$, (A – постоянная лидара, β – коэффициент обратного рассеяния); σ – коэффициент ослабления.

Уравнение (1), записанное для двух дополнительных зондируемых элементов (j -го, k -го), дает возможность сформулировать два дополнительных равенства, в результате получается система из трех уравнений относительно неизвестных величин P_* , B , σ . Решение этой системы относительно коэффициента ослабления рассмотрено в работе [Потапова, 2009]. В настоящей работе рассматривается ее решение относительно фоновой засветки.

Исключение неизвестных σ , B из данной системы приводит к уравнению

$$(R_j - R_i)^{-1} \ln \frac{(P_i - P_*)R_i^2}{(P_j - P_*)R_j^2} = (R_k - R_j)^{-1} \ln \frac{(P_j - P_*)R_j^2}{(P_k - P_*)R_k^2}. \quad (2)$$

Особенно простым оказывается решение задачи для симметричной схемы обработки данных, когда

$$j = i + m, \quad k = i + 2m. \quad (3)$$

В таком случае уравнение (2) можно записать в виде:

$$a_{im} P_*^2 - b_{im} P_* + c_{im} = 0, \quad (4)$$

где

$$a_{im} = R_i^2 R_{i+2m}^2 - R_{i+m}^4, \quad (5)$$

$$b_{im} = (P_i + P_{i+2m}) R_i^2 R_{i+2m}^2 - 2P_{i+m} R_{i+m}^4, \quad (6)$$

$$c_{im} = P_i P_{i+2m} R_i^2 R_{i+2m}^2 - P_{i+m}^2 R_{i+m}^4. \quad (7)$$

Для оценки погрешности P_* можно решать прямую и обратную задачи, т.е. задать константы P_* , B , σ , с их использованием рассчитать мощность эхо-сигнала (1), по нему, используя уравнения (2) или (4), определить величину P_* . Если перед решением обратной задачи в сигнал (1) ввести возмущение, то рассчитанная величина фоновой засветки будет отличаться от заданной величины. Различие этих величин характеризует чувствительность результата расчета к величине возмущения. Таким образом, можно оценивать погрешности σ , связанные с погрешностями эхо-сигналов различных типов (случайными, систематическими). Можно оценивать погрешности и в линейном приближении.

Оценка случайной погрешности фоновой засветки в линейном приближении

В линейном приближении при пропорциональности случайной погрешности δ_i сигнала P_i величине $\sqrt{P_i}$ [Yegorov, 2008]

$$\delta_i = C_* \sqrt{P_i} \tag{8}$$

для оценки погрешности фоновой засветки P_* получается выражение:

$$\delta = C_* \left\{ \left(\frac{\partial P_*}{\partial P_i} \right)^2 P_i + \left(\frac{\partial P_*}{\partial P_j} \right)^2 P_j + \left(\frac{\partial P_*}{\partial P_k} \right)^2 P_k \right\}^{1/2}, \tag{9}$$

где производные с учетом уравнения (2) вычисляются следующим образом:

$$\frac{\partial P_*}{\partial P_i} = \left\{ 1 + \frac{P_i - P_*}{R_k - R_j} \left(\frac{R_j - R_i}{P_k - P_*} - \frac{R_k - R_i}{P_j - P_*} \right) \right\}^{-1}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial P_*}{\partial P_j} = \left\{ 1 - \frac{P_j - P_*}{R_k - R_i} \left(\frac{R_k - R_j}{P_i - P_*} + \frac{R_j - R_i}{P_k - P_*} \right) \right\}^{-1}, \tag{11}$$

$$\frac{\partial P_*}{\partial P_k} = \left\{ 1 + \frac{P_k - P_*}{R_j - R_i} \left(\frac{R_k - R_i}{P_i - P_*} - \frac{R_k - R_i}{P_j - P_*} \right) \right\}^{-1}. \tag{12}$$

В качестве примера на рис. 1 приведена погрешность δ/P_* для несимметричной схемы обработки данных: $\Delta r = R_j - R_i$, $\Delta P = r_k - r_j$. Здесь $r = R_i$, $E = \frac{R_k}{\Delta r} \cdot \delta/P_*$.

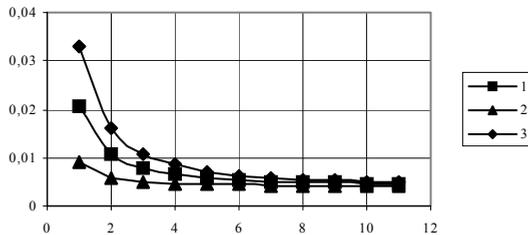


Рис. 1. Зависимость величины относительной погрешности δ/P_* от переменных $\Delta R, r, \sigma, E = 0,5 \text{ км}^2$, несимметричная схема, $\Delta r = 1,0 \text{ км}$; $1 - r = 1,0 \text{ км}, \sigma = 0,06 \text{ км}^{-1}$; $2 - r = 1,0 \text{ км}, \sigma = 0,3 \text{ км}^{-1}$; $3 - r = 2,0 \text{ км}, \sigma = 0,06 \text{ км}^{-1}$

С ростом шага дифференцирования, как следует из анализа представленных на рис. 1 результатов, относительная погрешность фоновой засветки уменьшается, т.к. эхо-сигнал на больших расстояниях приближается к величине δ/P_* .

Аналогичные результаты получаются для симметричной схемы. Несмотря на то что погрешность δ/P_* сравнительно невелика, она может существенным образом сказаться на погрешности определяемых характеристик, в частности, коэффициента ослабления атмосферы.

Оценка случайной погрешности коэффициента ослабления

Для оценки в линейном приближении влияния погрешности определения фоновой засветки на значение коэффициента ослабления вводится характеристика

$$\frac{\delta \ln \sigma}{\delta \ln P_*} = \frac{P_*}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial P_*} \tag{13}$$

Эта величина пропорциональна параметру E . Действительно, с учетом формулы

$$\sigma = \frac{S_i - S_j}{2 \int_{R_i}^{R_j} S dR} \tag{14}$$

следующей из уравнения (1) с учетом обозначения $S = (P - P_*)R^2$, получается соотношение

$$\frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial P_*} = \frac{1}{A\beta} \cdot \frac{R_j^2 - R_i^2 + 2\sigma(R_j^3 - R_i^3)/3}{\exp(-2\sigma R_i) - \exp(-2\sigma R_j)} \tag{15}$$

На рис. 2 представлена нормированная величина относительной погрешности $E^{-1}r^{-2} \frac{\delta \ln \sigma}{\delta \ln P_*}$ в зависимости от $t = 1 + \Delta r/r$ для условий: 1 - $\tau = 0,06$; 2 - $\tau = 0,3$; 3 - $\tau = 0,6$ ($\tau = r\sigma$).

$$E^{-1}r^{-2} \frac{\delta \ln \sigma}{\delta \ln P_*}$$

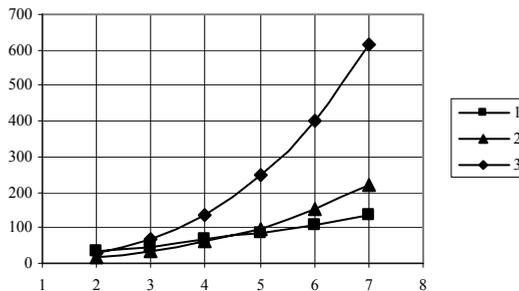


Рис. 2. Зависимость величины относительной погрешности от $t = 1 + \Delta r/r$; $1 - \tau = 0,06$; $2 - \tau = 0,3$; $3 - \tau = 0,6$

Анализ представленных на рис. 2 результатов показывает, что величина погрешности $\delta I_{\text{фо}}$ может многократно превышать величину погрешности $\delta I_{\text{лид}}$. Это делает необходимым поиск достаточно точного решения лидарного уравнения относительно фоновой засветки.

Заключение

В работе найдено новое решение лидарного уравнения для разных схем обработки данных зондирования. Рассмотрены симметричные и несимметричные схемы. Найденное решение не использует приближений численного дифференцирования. Оно было применено для оценки погрешности фоновой засветки. При этом было выполнено обращение эхо-сигналов, принятых в процессе зондирования однородной атмосферы из одной точки пространства. Анализ погрешностей определения искомым характеристик был выполнен с использованием данных эксперимента. Отмечено, что аналогичные результаты получаются для симметричных и несимметричных схем. Показано, что несмотря на сравнительно небольшую величину погрешности фоновой засветки, она может существенным образом сказаться на погрешности определяемых характеристик, в частности, коэффициента ослабления атмосферы.

Литература

1. *Потанова И.А.* Оценка инструментальных погрешностей лидарных измерений атмосферных характеристик // Уч. зап. РГГМУ, 2009, № 9, с. 86–90.
2. *Yegorov A.D., Potapova I.A., Rzhonsnitskaya Yu.B.* Atmospheric aerosols measurements and reliability problem // International J. of Remote Sensing, 2008, т. 29, 2449–2468.