ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Е.П. Истомин, Л.С. Слесарева

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ГИС

E.P. Istomin, L.S. Slesareva

ABOUT SOME QUESTIONS OF MODELING OF BEHAVIOR GIS

В статье описывается выбор модели прогнозирования рисков на примере стационарного эргодического процесса. Получены математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение и автокорреляционная функция.

Ключевые слова: случайный процесс, аппроксимация, математическое ожидание, дисперсия, автокорреляционная функция.

The paper describes the model selection risk prediction as an example of a stationaryergodic process. Obtained mathematical-mechanical expectation, standard deviationand autocorrelation function.

Keywords: stochastic process approximation, expectation, variance, autocorrelation function.

Какую модель лучше выбрать? Этот вопрос возникает каждый раз, когда исследование сопровождается статистическими данными, на основании которых необходимо осуществить тот или иной прогноз. Статистическая обработка данных не дает полного ответа на состояние исследуемой системы в будущем. У нас имеется просто фиксация состояния системы на момент измерения ее параметров. Если говорить об описании поведения системы с помощью случайных процессов, тогда в нашем распоряжении имеется из бесконечного множества всего лишь одна реализация этого процесса. Можно ли на основании этой реализации судить о поведении системы в настоящее время и в прогнозируемый период? Тогда и возникает вопрос выбора соответствующей модели, которая будет с заданной точностью описывать поведение реальной системы.

Для описания поведения как технических, так и социально-экономических систем часто используются стохастические модели, с помощью которых описываются отклики системы на возбуждающие воздействия на нее. Часто это бывают параметрические модели, где с помощью параметров (характеристик) описывается поведение системы. Это могут быть, как одно-, так и многопараметрические модели. Если параметры могут быть описаны с помощью случайных процессов, тогда в общем виде модель будет:

$$\overline{X}(t) = F(t, \overline{\theta}), \tag{1}$$

где $\overline{X}(t)$ – многомерный случайный процесс (отклик системы на воздействия), $F(t, \overline{\theta})$ – функция, преобразующая воздействия $\overline{\theta}$ на систему; t – время.

Исследуемую систему, как правило, представляют в виде черного ящика (рис. 1), ее поведение может быть описано с помощью выражения (1).

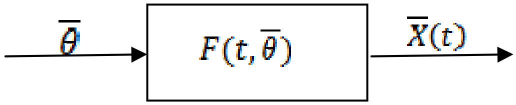


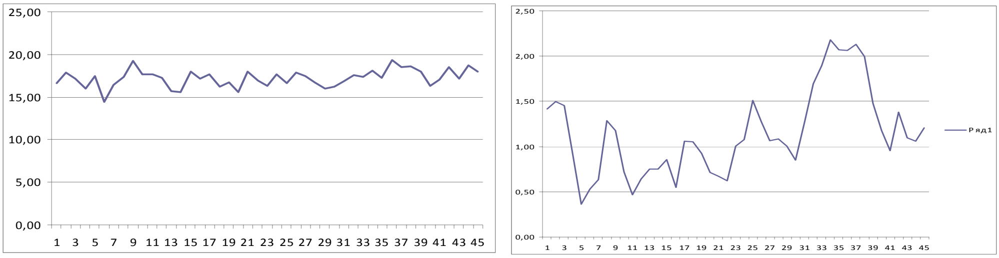
Рис. 1. Модель «Черный ящик»

Данная модель всем хороша, кроме того, что практически невозможно описать все воздействия, которые влияют на параметры (характеристики) системы. Определить вид функции $F(t, \overline{\theta})$ тоже не простая задача, решение которой также приводит к некоторым допущениям, частично соответствующим действительности. Поэтому при построении модели мы должны понимать относительную адекватность модели действующей системы.

В работах [1, 2] представлена методика прогнозирования рисков в геосистемах на базе однопараметрической модели. Для исследования адекватности модели в нашем распоряжении были данные поведения р. Невы (уровень воды на различные моменты времени) за 2010 г. Замеры проводились каждый час у Горного института и у Кронштадтского футштока.

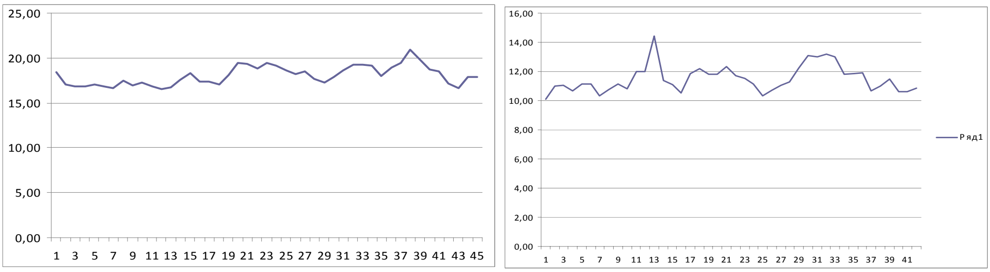
Для прогнозирования рисков необходимо построить модель. В данном случае в качестве основного параметра модели выбран уровень воды, описываемый случайным процессом. Если физическое явление описывается случайным процессом, то свойства этого явления можно оценить в любой момент времени путем усреднения по совокупности выборочных функций, образующих случайный процесс. Т.е. среднее значение случайного процесса в момент времени t_1 можно вычислить, взяв мгновенные значения всех выборочных функций в момент времени t_1, сложив значение и разделив их на число выборочных функций. Для определения полного набора функций распределения, задающих структуру случайного процесса, необходимо вычислить бесконечное число моментов и смешанных моментов высших порядков. В том случае когда все моменты и смешанные моменты инвариантны во времени, случайный процесс называется строго стационарным. Если в стационарном процессе среднее значение $\mu_x(t_1)$ и ковариационная функция $R_{xx}(\tau)$ совпадают, то такой процесс является эргодическим [3].

Предположим, что процесс является стационарным эргодическим. Поэтому представляется возможным разделить его на равные отрезки и, оценив один отрезок, предположить, что на других отрезках процесс будет обладать такими же свойствами. Можно разделить процесс на участки и изучить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение (рис. 2, 3).



а *б*

Рис. 2. Математическое ожидание: *а* – Горный институт; *б* – Кронштадт



а *б*

Рис. 3. Среднеквадратическое отклонение: *а* – Горный институт; *б* – Кронштадт

Учитывая выше сказанное, можно предположить, что процесс действительно стационарный эргодический.

Для оценки риска воспользуемся формулами [1, 2]:

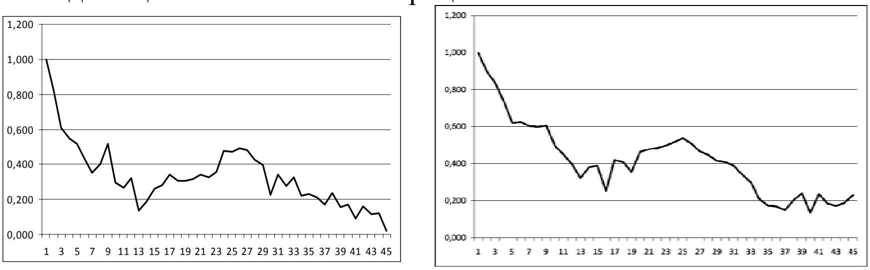
$$\overline{R}^* = 1 - \left(1 - 1\Bigg/\sqrt{2\pi\left(1 - r^2(0, t_\text{з})\right)\int_0^{t_\text{з}} \left|\omega(t/x_0)\right| dt}\right)\frac{\overline{TX}_m}{T_{mm}X_{mm}}W_{\max}; \qquad (2)$$

$$\overline{R}_* = \left(1 - \Phi\left\{\frac{b - m_x(t_x) - r_x(0, t_\text{з})\cdot[x_0 - m_x(0)]}{\sigma_x(t_\text{з})\sqrt{1 - r_x^2(0, t_\text{з})}}\right\} - \Phi\left\{\frac{-m_x(t_\text{з}) - r_x(0, t_\text{з})[x_0 - m_x(0)]}{\sigma_x(t_\text{з})\sqrt{1 - r_x^2(0, t_\text{з})}}\right\}\right)\frac{\overline{TX}_m}{T_{mm}X_{mm}}W_{\max}, \qquad (3)$$

где $m_x(t_x)$ – математическое ожидание случайного процесса; $\sigma_x(t_x)$ – среднеквадратическое отклонение; $r_x(0, t_3)$ – автокорреляционная функция.

Есть основания предполагать, что для дальнейшего моделирования понадобится автокорреляционная функция (рис. 4).

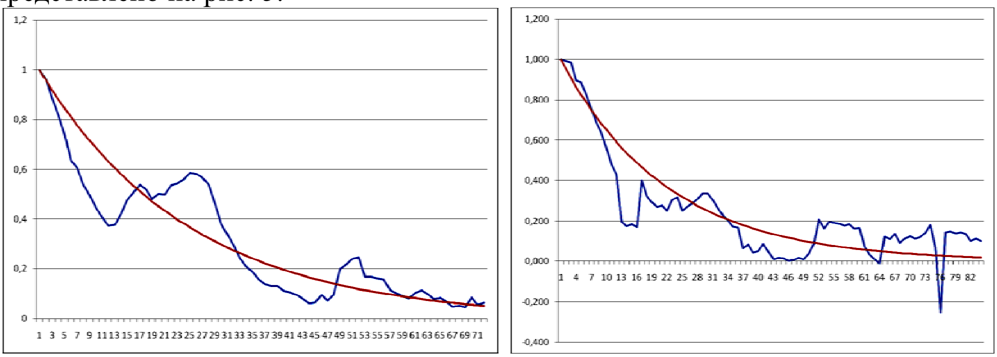
Эргодические случайные процессы образуют важный класс случайных процессов, поскольку все свойства процесса можно определить по единственной выборочной функции. Как видно из вышеизложенного, процесс действительно является стационарным эргодическим, поэтому данная выборка является достаточной для оценки свойств всего процесса.



а *б*

Рис. 4. Функция автокорреляции: *а* – Горный институт; *б* – Кронштадт

На рис. 4 представлены реализации нормированной автокорреляционной функции, которая может быть аппроксимирована функцией $R(t) = e^{-\beta|t|}$, что представлено на рис. 5.



а *б*

Рис. 5. Функция автокорреляции после апроксимации: *а* – Горный институт; *б* – Кронштадт

В результате аппроксимации получена оценка нормированной взаимнокорреляционной функции, которая в дальнейшем может быть использована для прогнозирования и оценки рисков [выражения (2), (3)].

Данные исследования показали, что для прогнозирования рисков наводнения на р. Неваe вполне могут быть использованы в качестве модели стохастические процессы, характеристики которых рассчитываются по одной реализации данного процесса. Более того, для дальнейших исследований эти процессы можно моделировать с помощью компьютерного или математического моделирования.

Литература

1. *Истомин Е.П., Слесарева Л.С.* Оценка риска экстремальных гидрометеорологических явлений // Уч. зап. РГГМУ, 2010, вып. 16.
2. *Истомин Е.П., Слесарева Л.С.* Применение стохастических моделей для прогнозирования рисков в геосистемах // Уч. зап. РГГМУ, 2010, вып. 17.
3. *Пирсол А., Бендат Дж.* Прикладной характер случайных данных / Пер. с англ. – М.: Мир, 1989.