

Е.В. Гайдукова, М.Н. Громова

ФРАКТАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА ЛЕТНЕ-ОСЕННЕГО МИНИМАЛЬНОГО СТОКА РОССИИ

E.V. Gaidukova, M.N. Gromova

FRactal Dimension of Summer-Autumn Minimal Flow of Russia

Получены фрактальные размерности для минимального стока. Установлены географические закономерности их распределения по территории России.

Ключевые слова: летне-осенний минимальный многолетний сток, критерий устойчивости, фрактальная размерность, размерность пространства вложения.

Fractal dimension are received for the minimal flow. The geographical laws of their distribution on territory of Russia are established.

Key words: a summer-autumn minimal long-term flow, criterion of stability, fractal dimension, dimension of space of an investment.

Введение

В последнее десятилетие на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ установлено [2, 3], что решения стохастических моделей формирования многолетнего речного стока, включая минимальный, в некоторых регионах России (в основном, в зонах недостаточного увлажнения) неустойчивы. Это означает, что вероятностные распределения стоковых характеристик выходят за пределы семейства кривых К. Пирсона, включая их модификацию, выполненную С.Н. Крицким и М.Ф. Менкелем (это частный случай кривой Пирсона III типа при нулевом левом граничном условии). Реальные распределения часто оказываются «толстохвостыми» или полимодальными. Для их математического описания линейная модель формирующего фильтра, приводящая к классу кривых Пирсона, оказывается недостаточной. Необходимо усложнять модель, делая ее нелинейной или привлекая дополнительные (наряду с расходом) фазовые переменные. В работах В.В. Коваленко [3] предложены различные пути обеспечения устойчивости моделирования и прогнозирования случайных процессов формирования стока. Одним из таких путей является переход к многомерным вероятностным распределениям. Их размерность можно установить методами фрактальной диагностики, которая стала активно применяться в гидрологии [4]. В статье диагностируются многолетние ряды минимального стока территории России.

Неустойчивость формирования летне-осенней межени на территории России

Несколько лет назад [1] возможность неустойчивости решений стохастических моделей формирования летне-осенней межени была подтверждена натур-

ными данными. Однако это было сделано фрагментарно для некоторых регионов ЕТР. В статье проведены аналогичные оценки и закартированы зоны неустойчивости для всей территории России.

Для вычисления критерия устойчивости $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c}$ (здесь $G_{\bar{c}}$ – интенсивность белого шума для величины обратной коэффициенту стока, а \bar{c} – ее многолетняя норма) была получена формула [2, 3], для реализации которой достаточно обычной сетевой гидрометеорологической информации, имеющейся в открытом доступе. Она следует из частного решения уравнения ФПК и имеет следующий вид:

$$\beta = 2k \ln r + 2, \quad (1)$$

где k – коэффициент стока летне-осенней межени, вычисленный по отношению \bar{q}_{\min} / \bar{X} (здесь \bar{q}_{\min} – норма минимального стока; \bar{X} – норма осадков); r – значения коэффициента автокорреляции рядов летне-осеннего стока при годовой сдвиге. При $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c} > 0,67$ теряет устойчивость третий момент, при $\beta > 1$ – второй.

Результат применения этой формулы к бассейнам рек России, обеспеченных надежными наблюдениями за речным стоком, представлен на рис. 1.

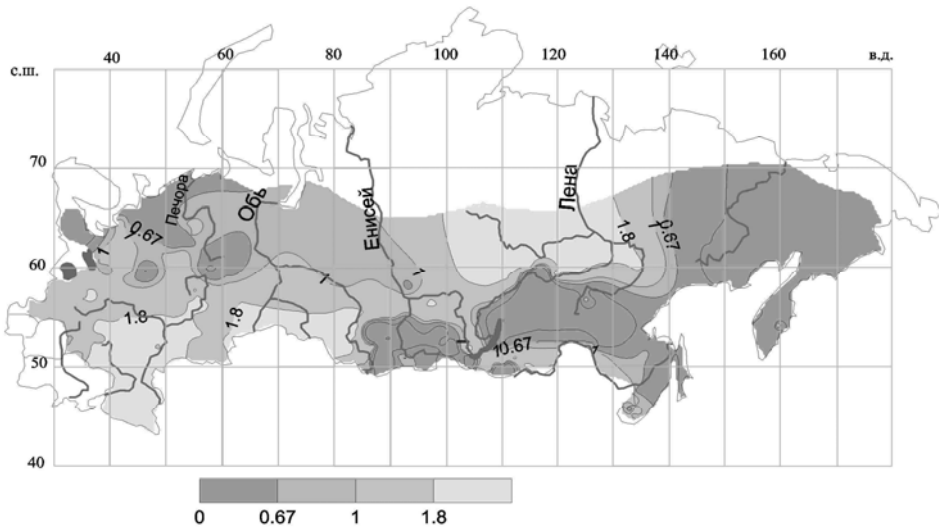


Рис. 1. Распределение критерия устойчивости начальных моментов летне-осенней межени для территории Российской Федерации

Как видно из рисунка, более устойчивым с точки зрения формирования летне-осеннего минимального стока является Дальний Восток. В Восточной Сибири потеря устойчивости происходит в бассейне р. Лены, имеются локальные области, в которых критерий устойчивости приближается к двум. Неустойчивость процесса формирования летне-осеннего минимального стока в Запад-

ной Сибири наблюдается на юге. Подобное распределение критерия устойчивости можно скоррелировать с распространением коэффициента стока: на юге коэффициент стока уменьшается, а критерий неустойчивость возрастает. Для Европейской территории России неустойчивыми являются также южные районы.

Оценка и географическое районирование степени устойчивости – это только начальный этап в построении устойчивых моделей формирования минимального стока (летне-осенней межени).

Определение размерностей пространств вложения рядов минимального стока

Метод определения фрактальной размерности временных рядов (рядов расходов) основан на определении так называемой корреляционной размерности. Такой вид фрактальной размерности легко рассчитать, если временной ряд представить как точки, разбросанные по области пространства (строятся зависимости расходов воды со сдвижкой во времени τ [$Q(t), Q(t + \tau), Q(t + 2\tau), \dots$]). Для определения корреляционной размерности необходимо подсчитать количество точек, попарные евклидовы расстояния между которыми меньше заданного расстояния r . При изменении r изменяется относительная доля $C(r)$ таких точек. Величина $C(r)$ называется корреляционной суммой (или корреляционным интегралом) и определяется как отношение числа точек, расстояния между которыми меньше r , к общему числу точек.

Корреляционная размерность определяется как [5]:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} (\ln C(r) / \ln r). \quad (2)$$

Размерности рассчитываются для последовательных сдвижек во времени τ , и результатом считается неизменяющееся (стабилизированное) значение размерности.

Фрактальные размерности позволяет оценить минимальное число фазовых переменных, необходимых для устойчивого моделирования изучаемых процессов, путем определения размерности пространства вложения – целое число, непосредственно следующее за фрактальной размерностью.

Результаты применения указанной методики к бассейнам Российской Федерации представлены на рис. 2.

Из этого рисунка видно, что размерность пространства вложения может достигать пяти на Европейской территории России; на Азиатской территории России размерность пространства вложения не превосходит трех. При этом значительные территории имеют размерность единица. Это означает, что для устойчивого описания процесса формирования минимального летне-осеннего стока требуется стохастическая модель, в основе динамического ядра которой лежит одно дифференциальное уравнение первого порядка (линейный формирующий фильтр).

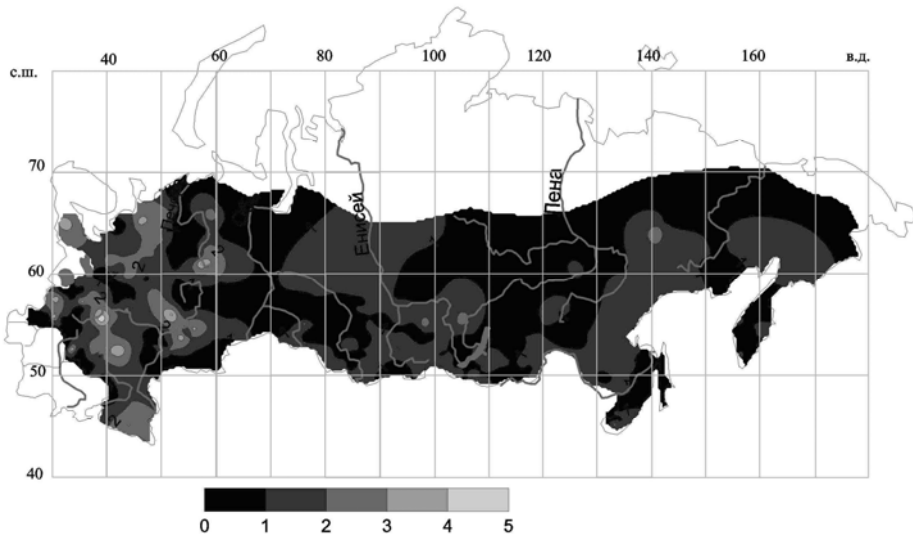


Рис. 2. Районирование размерности пространства вложения для летне-осенней межени по территории России

При сравнении карты устойчивости и карты распределения размерностей пространства вложения выявляется определенная закономерность для территории Западной Сибири и ЕТР: при значительной степени неустойчивости фрактальная размерность больше. В таких бассейнах для устойчивого описания процесса формирования летне-осеннего минимального стока требуется увеличить размерность модели, т. е. учитывать не одну фазовую переменную, а две (или делать модель нелинейной). Так как неустойчивость наблюдается, в основном, на юге, то второй фазовой переменной может быть испарение. Для Восточной Сибири прослеживается обратная закономерность по сравнению с остальной частью России: при значительной степени неустойчивости фрактальная размерность меньше. Это можно объяснить перераспределением мультипликативных и аддитивных шумов в модели.

Выводы

В результате проделанной работы впервые для территории России выявлены: а) географические закономерности распределения на ее территории зон неустойчивого формирования летне-осенней межени. Эти зоны находятся в южных районах и в бассейне р. Лены; б) географические закономерности распределения размерности пространств вложения, которые увеличиваются к югу на Азиатской территории России и могут достигать пяти на Европейской территории России.

Эти результаты позволят в дальнейшем в выявленных регионах заменить модель формирования стока в виде эволюционного уравнения для одномерной плотности вероятности стоковой характеристики (модуля или расхода) устой-

чивой моделью с увеличенным числом фазовых переменных либо аналогичной моделью, но перегрузив часть мультипликативных шумов на аддитивную составляющую внешних воздействий в соответствии с методологией частично инфинитной гидрологии.

Исследования выполнялись при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (проект № П2588).

Литература

1. *Викторова Н.В.* Исследование применимости стохастической модели формирования летне-осеннего и зимнего минимального стока для оценки гидрологических последствий антропогенного изменения климата: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 2002. – 285 с.
2. *Коваленко В.В., Хаустов В.А.* Критерии устойчивого развития гидрологических процессов и картирование зон ожидаемых аномалий параметров годового стока рек СНГ при антропогенном изменении климата // *Метеорология и гидрология*, 1998, № 12, с. 96–112.
3. *Коваленко В.В.* Частично инфинитная гидрология. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007. – 230 с.
4. *Коваленко В. В., Гайдукова Е. В., Куасси А. Б. Г.* Прогнозирование изменений фрактальной размерности многолетнего речного стока // *География и природные ресурсы*, 2008, № 4, с. 136–143.
5. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 528 с.