

Н.Г. Малышева

**СПОСОБЫ АППРОКСИМАЦИИ
ЭМПИРИЧЕСКИХ КРИВЫХ ОБЕСПЕЧЕННОСТЕЙ
В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНЫХ ВЫБОРОК**

N.G. Malysheva

**METHODS FOR APPROXIMATING THE EMPIRICAL CURVES
ARE PROVIDED UNDER HETEROGENEOUS SAMPLES**

Исследуются способы аппроксимации эмпирических кривых обеспеченностей рядов минимальных зимних 30-суточных расходов воды равнинных рек в условиях неоднородных выборок.

Ключевые слова: минимальный зимний сток, неоднородность, эмпирические и аналитические кривые, полное и усеченное распределение.

Exploring ways of approximation of the empirical curves of minimum winter 30-daily series of discharges for plain rivers under heterogeneous samples.

Keywords: minimum winter flow, heterogeneity, empirical and analytic curves, the complete and truncated distribution.

Возросшая в последние десятилетия антропогенная нагрузка и климатические аномалии привели к изменению условий формирования речного стока на значительной части территории России. Наиболее явно эти изменения коснулись минимального зимнего стока равнинных рек.

Анализ рядов наблюдений за минимальным зимним стоком рек СЗ РФ, включающих данные за последние годы, позволил проследить изменения в условиях формирования минимального зимнего стока на реках бассейнов Балтийского моря, Ладожского и Онежского озер. Исследовались ряды 30-суточного зимнего стока по 85 постам, имеющим наиболее длительные наблюдения.

Проверка выборок с помощью статистических критериев Фишера и Стьюдента выявила опровержение гипотезы об однородности в 70 % случаев при уровне значимости $2\alpha = 5\%$.

Представленные на рис. 1 хронологические графики значений средних 30-суточных расходов воды периода зимней межени позволяют сделать вывод о том, что последние 25–30 лет составляют многоводную фазу в многолетнем цикле колебания водности, обусловленную климатическими изменениями, выраженными в изменении режима осадков и температуры воздуха.

Наблюдавшиеся в течение этого периода на территории СЗ РФ частые зимние оттепели, сопровождавшиеся полным или частичным сходом снежного покрова и обеспечившие поступление в русловую сеть дополнительного питания в зимнее время, привели к увеличению зимних меженных расходов. Наличие в рядах зимнего минимального стока отдельных лет, в которые минимальные расходы воды сформированы разными условиями питания, привело к их генетической неоднородности [3, 4].

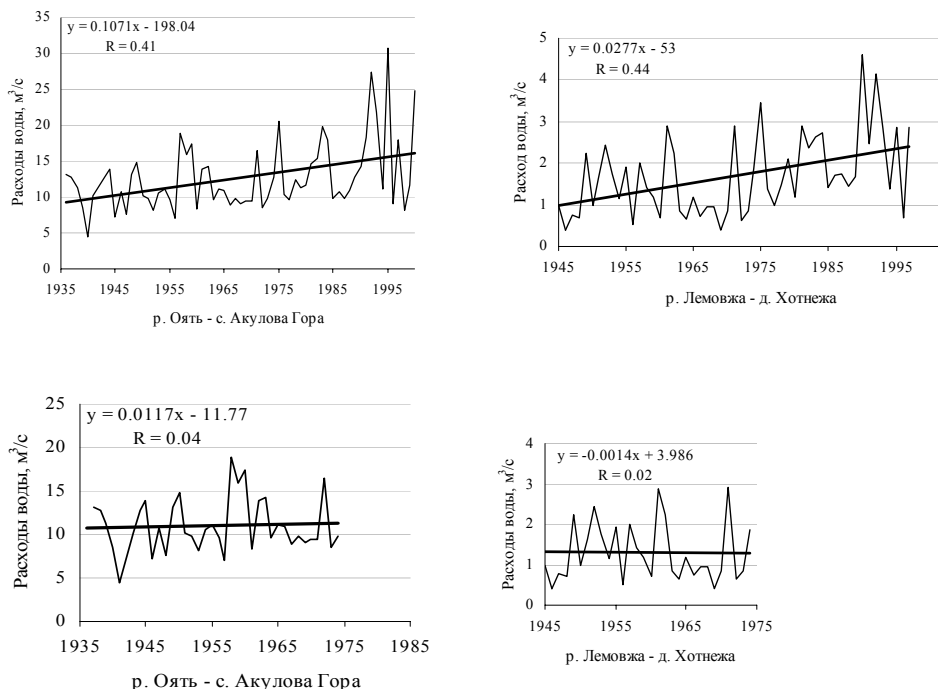


Рис. 1. Хронологические графики значений средних 30-суточных зимних расходов воды р. Оять – с. Акулова Гора и Лемовжа – д. Хотнежа

Согласно требованиям современного нормативного документа [7], построение региональных карт, более крупномасштабных, чем те, которые служили приложением к старому нормативному документу и уточнение параметров расчетных формул [5] для определения расчетных гидрологических характеристик при отсутствии данных, предполагает использование данных последних лет наблюдений.

Таким образом, используя для построения новых региональных карт, причем не только для СЗ РФ, ряды, включающие в себя наблюдения за последние годы, гидрологи сталкиваются с тем, что работать приходится с неоднородными выборками, обусловленными климатическими причинами.

Новый СП для определения расходов заданной обеспеченности при достаточности наблюдений, но неоднородности гидрологических рядов рекомендует использовать составные кривые, усеченные кривые или сглаженные эмпирические в случае, если одна или несколько точек в области больших обеспеченностей имеют резкое расхождение с аналитической кривой.

Целью настоящей работы являлся выбор способа аппроксимации эмпирических данных при расчете минимальных расходов воды в условиях неоднородности рядов 30-суточного зимнего стока рек Северо-Запада РФ.

В работе ставились следующие задачи:

- построить и проанализировать эмпирические кривые обеспеченностей для неоднородных выборок, включающих данные последних лет наблюдений;
- проанализировать возможность применения усеченного гамма-распределения для расчета минимального зимнего стока:

а) рассчитать параметры полного и усеченного распределений для неоднородных рядов;

б) оценить степень аппроксимации эмпирических кривых аналитическими кривыми полного и усеченного гамма-распределения;

- выявить случаи значительного расхождения аналитической кривой и фактических данных, в которых для получения расходов воды расчетных обеспеченностей могут быть применены сглаженные эмпирические кривые.

- исследовать возможность применения для аппроксимации эмпирической кривой аналитическую кривую Крицкого-Менкеля при значении C_s/C_v , обеспечивающем наилучшую сходимость кривых в области больших обеспеченностей.

Усеченное распределение

Теория усеченных распределений рассматривается в гидрологии как один из эффективных методов обработки данных. Применение этого метода для оценки максимальных расходов воды малой вероятности подробно излагается в литературе и в нормативных документах [1, 2, 7].

В 2008 г. в Институте водных и экологических проблем Сибирского отделения Российской академии наук разработана методика определения параметров усеченных распределений для нормального и гамма-распределения и расчета на их основе минимальных расходов воды высокой обеспеченности [6]. Методика отработывалась для рек Сибири и дала хорошие результаты.

Отработка этой методики для рек СЗ РФ, используя усеченное гамма-распределение стала одной из задач настоящей работы.

Сущность метода усеченного распределения состоит в том, что рассматривается только нижняя часть кривой распределения минимальных расходов воды. При этом ранжированный ряд делится на две части в точке усечения ξ . В качестве точки усечения принимается медиана $\xi = x_{me}$.

Формула для оценки среднего x_0 для усеченного гамма-распределения имеет вид:

$$x_0 = \frac{x_{050}}{1 - \frac{2}{\gamma} \frac{x_{me}}{x_0} p\left(\frac{x_{me}}{x_0}\right)} = x_{050} \varphi(C_v),$$

где $\gamma = \frac{1}{C_v^2}$, а функция $\varphi(C_v)$ определяется выражением:

$$\varphi(C_v) = \left[1 - \frac{2}{\gamma} \frac{x_{me}}{x_0} p\left(\frac{x_{me}}{x_0}\right) \right]^{-1}.$$

Соотношение между коэффициентами изменчивости полного и усеченного распределений:

$$C_{v50} = \frac{C_v \sqrt{\left[1 - 2 \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) p \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) \left[\left(c^2 v + \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) - 1 \right) + 2 c^2 v \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) p \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) \right] \right]}}{\left[1 - 2 c^2 v \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) p \left(\frac{x_{me}}{x_0} \right) \right]}$$

Соотношение между C_v и C_{v50} представлено в виде графика зависимости $C_v = f(C_{v50})$; значения функции $\varphi(C_v)$ табулированы [6].

По полученным значениям среднего и коэффициента вариации строится нижняя часть кривой – усеченная кривая гамма-распределения.

Для исследования возможности применения усеченного распределения при оценке минимальных 30-суточных зимних расходов для рек СЗ РФ в условиях неоднородных выборок были построены эмпирические и теоретические кривые Крицкого–Менкеля.

Из них были исключены кривые, имеющие резкие отклонения одной или нескольких точек в их нижней части, по которым расходы воды расчетных обеспеченностей целесообразно определять, сглаживая эмпирические точки, а также те эмпирические кривые, которые достаточно хорошо аппроксимируются полным трехпараметрическим распределением Крицкого–Менкеля.

Для тех случаев, когда кривая распределения Крицкого–Менкеля не согласуется с эмпирическими данными, располагаясь значительно ниже эмпирической кривой при различных соотношениях C_s/C_v , были рассчитаны параметры усеченного гамма-распределения.

На рис. 2 представлены кривые полного и усеченного распределений минимальных зимних 30-суточных расходов воды.

В табл. 1 на примере рек Тосна, Ловать и Шелонь представлены расчетные расходы воды. Причем расходы воды уже 80 %-ной обеспеченности при использовании полного распределения оказываются на 30–40 % заниженными по отношению к полученным по усеченному распределению.

Таблица 1

Минимальные зимние 30-суточные расходы воды расчетных обеспеченностей (полное и усеченное распределение)

Распределение	Q _{50%}	Q _{75%}	Q _{80%}	Q _{90%}	Q _{95%}	Q _{97%}	Q _{97%}	Q _{99,9%}
р. Тосна – г. Тосно								
Полное	0,91	0,67	0,50	0,37	0,25	0,13	0,06	0,03
Усеченное	0,90	0,79	0,63	0,49	0,46	0,39	0,34	0,27
р. Ловать – с. Холм								
Полное	11,1	5,90	4,06	4,06	3,26	2,84	2,18	1,40
Усеченное	11,9	8,25	7,42	5,67	4,45	3,75	2,68	1,43
р. Шелонь – д. Заполье								
Полное	8,16	3,99	3,41	2,15	1,37	1,04	0,55	0,17
Усеченное	8,43	5,80	5,22	3,99	3,13	2,64	1,88	1,01

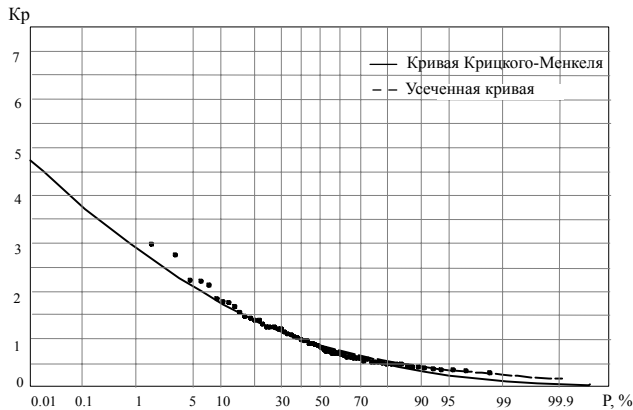


Рис. 2. Кривые полного и усеченного распределений минимальных зимних 30-суточных расходов воды р. Тосна – г. Тосно

Сглаженные эмпирические кривые

При исследовании эмпирических кривых были выявлены случаи значительного расхождения аналитической кривой и фактических данных.

Такая форма кривых, при которой одна или несколько точек резко отклоняются в зоне больших обеспеченностей, свидетельствует об истощении грунтового питания на отдельных реках в те годы, которым соответствуют отклоняющиеся точки.

В подобных случаях для получения расходов воды расчетных обеспеченностей СП 33-101-2003 рекомендует применять сглаженные эмпирические кривые.

Рис. 3 на примере р. Плюсса – д. Брод демонстрирует тот случай, при котором для определения обеспеченных расходов рекомендуется пользоваться сглаженной эмпирической кривой.

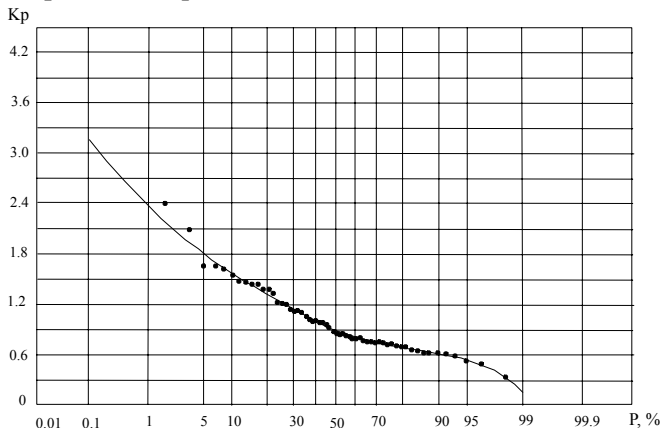


Рис. 3. Сглаженная эмпирическая кривая минимальных зимних 30-суточных расходов воды р. Плюсса – д. Брод

Подбор C_s/C_v

В настоящее время недостаточный объем выборок, составляющий с учетом последних лет наблюдений за стоком в среднем по рекам Северо-Запада 50–60 лет, не позволяет с достаточной точностью оценить коэффициент асимметрии C_s .

Таким образом, была исследована возможность применения аналитической кривой Крицкого-Менкеля для аппроксимации эмпирических данных при значении C_s/C_v , обеспечивающих наилучшую сходимость эмпирической и аналитической кривых в области больших обеспеченностей.

Рассчитывались эмпирические значения коэффициентов вариации C_v и асимметрии C_s , оценивались районные закономерности отношения C_s/C_v .

На рис. 4 представлен пример подбора аналитической кривой Крицкого-Менкеля при значении C_s/C_v , обеспечивающем наилучшую сходимость кривых в области больших обеспеченностей.

В табл. 2 приведены значения обеспеченных расходов воды р. Явосьма – д. Ушаково для различных соотношений C_s/C_v .

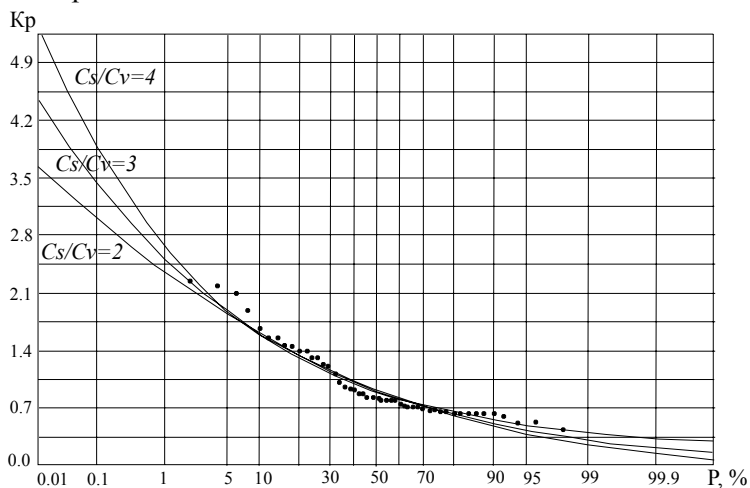


Рис. 4. Эмпирическая и аналитические кривые Крицкого-Менкеля для разных соотношений C_s/C_v минимальных зимних 30-суточных расходов воды р. Явосьма – д. Ушаково

Таблица 2

Ординаты кривой Крицкого-Менкеля р. Явосьма – д. Ушаково $Q_{ср.} = 1,71$ $C_v = 0,46$ $C_s/C_v = 2,71$

$P, \%$	50	70	80	90	95	99	99,9
$C_s = 2C_v$							
K_p	0,93	0,71	0,61	0,48	0,39	0,25	0,14
Q_p	1,60	1,24	1,04	0,82	0,66	0,43	0,25
$C_s = 3C_v$							
K_p	0,91	0,72	0,63	0,51	0,44	0,29	0,23
Q_p	1,56	1,24	1,08	0,88	0,75	0,49	0,39
$C_s = 4C_v$							
K_p	0,90	0,73	0,64	0,54	0,47	0,37	0,27
Q_p	1,55	1,75	1,10	0,93	0,81	0,64	0,49

Из таблицы видно, что если расходы воды 80 %-ной обеспеченности при отношении C_s/C_v , равным 2 и 4, различаются между собой всего на 5 %, то при обеспеченности в 95 % эта разница значительно более существенна и составляет уже около 20 %.

В заключение следует отметить, что исследования, проведенные для рек Северо-Запада РФ, показали, что в 30 % случаев для оценки минимальных расходов воды расчетных обеспеченностей в случае неоднородности ряда может применяться усеченная кривая гамма-распределения.

Подбор C_s/C_v дает хорошие результаты в 40 % случаев, а в остальных следует использовать сглаженную эмпирическую кривую, учитывая резкое отклонение одной или нескольких точек в зоне обеспеченности 90–99 %.

Литература

1. *Болгов М.В.* Усеченное трехпараметрическое гамма-распределение С.Н. Крицкого и М.Ф. Менкеля и некоторые его приложения к гидрологическим расчетам // *Водные ресурсы*, 1988, № 2, с. 24-29.
2. *Блохинов Е.Г.* Распределение вероятностей величин речного стока. – М.: Наука, 1974. – 168 с.
3. *Владимиров А.М.* Минимальный сток рек СССР. – Л.: Гидрометеиздат, 1970. – 214 с.
4. *Владимиров А.М.* Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат, 1990. – 368 с.
5. *Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик.* – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 448 с.
6. *Пичугина С.В.* Приложение теории усеченных распределений вероятностей для изучения минимального стока рек (на примере нормального и гамма – распределения) // *Водные ресурсы*, 2008, т. 35, № 1, с. 25-31.
7. СП 33-101-2003. Определение основных расчётных гидрологических характеристик. – М.: изд. Госстроя РФ, 2004. – 72 с.