

**МЕТЕОРОЛОГИЯ***В.И. Мордвинов, Е.В. Девятова, О.С. Кочеткова***МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ  
В СТРАТОСФЕРЕ***V.I. Mordvinov, E.V. Devyatova, O.S. Kochetkova***SIMULATION OF LOW-FREQUENCY DISTURBANCES  
IN THE STRATOSPHERE**

*Для моделирования низкочастотных стратосферных возмущений использована линеаризованная баротропная квазигеострофическая модель. Источники возмущений задавались в виде модулированной дипольной волны, распространяющейся с востока на запад над севером Евразии с периодом 28 суток. Свойства волны соответствовали динамике аномалий, выделенных в барическом поле с помощью метода одноточечных корреляций со сдвигом во времени. Полученные в результате расчетов возмущения имели вид характерных спиралей, структура и динамика которых напоминали наблюдаемые стратосферные возмущения. Рассчитанные в геострофическом приближении вариации зонально-осредненной зональной компоненты скорости, в свою очередь, хорошо соответствовали наблюдаемым крутильным колебаниям – вариациям интенсивности зонального потока в стратосфере, распространяющимся в меридиональном направлении в обоих полушариях.*

*Ключевые слова: стратосфера, низкочастотные возмущения, крутильные колебания, квазигеострофическая модель.*

*To simulate the low-frequency stratospheric disturbances, the linearized barotropic quasi-geostrophic model are used. The sources of disturbances are specified as a modulated dipole wave, which is propagating over Eurasia from the east to the west with the period of around 28 days. Characteristics of this wave correspond to the dynamics of low-frequency disturbances revealed earlier over Eurasia using the one-point correlation method with a time shift. The results of simulation have a form of the spiral configurations and their dynamic and structure look like observed stratospheric disturbances. Calculated in the geostrophic approach variations of the zonal-mean flow are in a good agreement with the results of observations of torsional oscillations (i.e., with the variations of the stratospheric zonal flow intensity, which propagate in the meridional direction in the both hemispheres).*

*Key words: stratosphere, low-frequency fluctuations, torsional oscillations, quasi-geostrophic model.*

**Введение**

С помощью метода одноточечных корреляций со сдвигом во времени, предложенного в работе [1], в стратосфере над Евразией и Тихим океаном были

выделены барические аномалии, перемещающиеся вдоль северного побережья Евразии с востока на запад с периодом около 28 суток, и связанные с ними спиральные возмущения, напоминающие двумерные волны Россби [6]. В цилиндрической проекции спирали представляли собой почти прямые линии, вытянутые с северо-востока на юго-запад и пересекающие экватор. Мы предположили, что динамикой спиралей может объяснить крутильные колебания – вариации средней зональной скорости, перемещающиеся в меридиональном направлении со скоростью, близкой к групповой скорости длинных волн Россби [4, 5]. Так как спиральные конфигурации и крутильные колебания могут быть одной из причин «дальних связей», изучение механизма их формирования представляет интерес. Учитывая большие горизонтальные масштабы возмущений, мы воспользовались для их моделирования квазигеострофической баротропной моделью.

**Метод моделирования**

Уравнение квазигеострофического потенциального вихря в сферической системе координат имеет вид [3]

$$\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{\partial \psi}{\partial \mu} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \lambda} - \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial \mu} \right] - \frac{2\Omega}{a^2} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} - r \Delta \psi - K \Delta^2 (\Delta \psi), \quad (1)$$

где  $\psi$  – функция тока;  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли;  $a$  – радиус Земли;  $r$  – коэффициент рэлеевского трения;  $K$  – коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии;  $\lambda$  – долгота;  $\mu = \cos \theta$ ;  $\theta$  – полярный угол.

Линеаризуем (1), полагая  $\psi = \bar{\psi} + \psi'(\lambda, \mu, t)$ , где  $\bar{\psi} = \bar{\psi}_0(\mu) + \bar{\psi}(\lambda, \mu, t)$ ,  $\bar{\psi}_0$  характеризует стационарное среднее поле скорости,  $\bar{\psi}(\lambda, \mu, t)$  – функция тока источника завихренности,  $\psi'(\lambda, \mu, t)$  – возмущения функции тока.

После линеаризации исходного уравнения получаем соотношение

$$\frac{\partial \Delta \psi'}{\partial t} + \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial t} = \frac{1}{a^2} \left[ \frac{\partial \psi'}{\partial \mu} \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial \lambda} - \frac{\partial \psi'}{\partial \lambda} \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial \mu} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \mu} \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial \lambda} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \lambda} \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial \mu} \right] - \frac{2\Omega}{a^2} \frac{\partial \psi'}{\partial \lambda} - r \Delta \psi' - K \Delta^2 (\Delta \psi'). \quad (2)$$

Пренебрежем в правой части (2) в выражении для средней функции тока величиной  $\bar{\psi}(\lambda, \mu, t)$ , т.е. положим  $\bar{\psi} \approx \bar{\psi}_0(\mu)$ . Это возможно в том случае, если источник завихренности локализован. Зададим источник завихренности, в соответствии с результатами [6], в виде волны, бегущей вдоль северного побережья Евразии

$$R = \partial(\Delta \bar{\psi}) / \partial t = A \operatorname{Re} \left\{ e^{i[k\lambda + \sigma t]} e^{-[(\lambda - \lambda_0)^2 / d_1 + (\theta - \theta_0)^2 / d_2]} \right\}, \quad \sigma = \frac{2\pi}{T}, \quad T = 28 \text{ суток},$$

амплитуда которой максимальна в точке с координатами  $\lambda_0$  и  $\theta_0$ . Природа волны здесь не обсуждается. Возможно, это цепочка локализованных вихрей, возникающих в области полярного или арктического фронтов.

Аналогично методу нормальных мод представим возмущения в виде

$$\psi'(\lambda, \mu, t) = \text{Re} \left\{ e^{i\sigma t} \sum_{\gamma} \psi_{\gamma} Y_{\gamma}(\mu, \lambda) \right\}, \quad (3)$$

где  $Y_{\gamma}(\mu, \lambda) \equiv P_{\gamma}(\mu) e^{im\lambda}$ ,  $\gamma \equiv (n, m)$ ,  $m = 0, \pm 1, \dots, n = 1, 2, \dots$ ,  $|m| \leq n$ ,  
 $\psi_{\gamma} = \psi_{\gamma R} + i\psi_{\gamma I}$

После подстановки (3) в уравнение (2) получаем соотношение

$$Ra^2 + \sum_{\gamma} \psi_{\gamma} n(n+1) \left[ (r+i\sigma) + K \frac{n^2(n+1)^2}{a^4} \right] Y_{\gamma} = 2\Omega \sum_{\gamma} \psi_{\gamma} \frac{\partial Y_{\gamma}}{\partial \lambda} + \sum_{\gamma} \psi_{\gamma} \left[ \frac{\partial Y_{\gamma}}{\partial \lambda} \bar{U}_n - \frac{\partial Y_{\gamma}}{\partial \mu} \bar{V}_n \right] \quad (4)$$

$$\text{где } \bar{U}_n = \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial \mu} + \frac{n(n+1)}{a^2} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \mu}, \quad \bar{V}_n = \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial \lambda} + \frac{n(n+1)}{a^2} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \lambda}.$$

После умножения (4) на комплексно сопряженную функцию  $Y_{\gamma'}^*$  и интегрирования по поверхности сферы, получаем для нахождения коэффициентов разложения  $\psi_{\gamma}$  систему линейных неоднородных уравнений со свободными членами, определяемыми пространственной структурой источника завихренности.

$$a^2 \int_S Y_{\gamma'}^* R dS = \psi_{\gamma'} \left( -n(n+1) \left[ (r+i\sigma) + K \frac{n^2(n+1)^2}{a^4} \right] + i2\Omega m' \right) + \sum_{\gamma} \psi_{\gamma} \int_S Y_{\gamma'}^* \left[ im Y_{\gamma} \bar{U}_n - \frac{\partial Y_{\gamma}}{\partial \mu} \bar{V}_n \right] dS \quad (5)$$

Предположим  $\bar{V}_n = 0$ , т.е. рассмотрим случай зональной симметрии. Тогда (5) принимает особенно простой вид

$$a^2 \int_S Y_{\gamma'}^* R dS = \psi_{\gamma'} \left( -n(n+1) \left[ (r+i\sigma) + K \frac{n^2(n+1)^2}{a^4} \right] + i2\Omega m' \right) + \sum_{\gamma} i\psi_{\gamma} \int_S m Y_{\gamma} Y_{\gamma'}^* \bar{U}_n dS \quad (6)$$

или в матричной форме

$$A\psi + \sigma^0 \psi = \mathbf{y}^0, \quad (7)$$

где

$$a_{mm'}^{mm'} = \int_0^{2\pi} \cos(m-m')\lambda \int_0^{2\pi} P_n^m P_n^{m'} \bar{U}_n \sin \theta d\theta d\lambda; \quad b_{mm'}^{mm'} = \int_0^{2\pi} \sin(m-m')\lambda \int_0^{2\pi} P_n^m P_n^{m'} \bar{U}_n \sin \theta d\theta d\lambda$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(A_{\gamma\gamma'}) &= -mb_{nn'}^{mm'} / \left[ n'(n'+1)\Omega \right] - \delta_{\gamma\gamma'} \left( \left[ r + K \frac{n^2(n+1)^2}{a^4} \right] / \Omega \right) \\ \operatorname{Im}(A_{\gamma\gamma'}) &= ma_{nn'}^{mm'} / \left[ n'(n'+1)\Omega \right] + \delta_{\gamma\gamma'} \left\{ 2m' / \left[ n'(n'+1) \right] \right\} \\ \operatorname{Re}(\sigma^0) &= -\sigma_R / \Omega; \quad \operatorname{Im}(\sigma^0) = -\sigma_I / \Omega \\ \operatorname{Re}(y^0) &= a^2 c_n^{m'} / \left[ n'(n'+1)\Omega \right]; \quad \operatorname{Im}(y^0) = -a^2 d_n^{m'} / \left[ n'(n'+1)\Omega \right] \end{aligned}$$

Известно, что пространственная структура возмущений сильно зависит от структуры среднего потока [2]. Мы рассмотрели три профиля средней угловой скорости зонального переноса –  $\alpha \square const$ ,  $\alpha \square \sin^2(3\theta)$  и  $\alpha \square \sin^3(3\theta)$ . Первые два варианта носили в большей степени экспериментальный характер, последняя модель более реалистична и воспроизводит восточный перенос в тропиках. Нас интересовало, насколько сильно этот перенос влияет на крутильные колебания.

### Результаты

Решая матричное уравнение (7) относительно коэффициентов  $\psi_{\gamma'}$  и подставляя полученные решения в (3), получаем пространственную структуру возмущений. На рис. 1 приведены примеры выполненных расчетов для разных профилей угловой скорости среднего потока. На верхней панели изображены распределения источников завихренности (волна, бегущая в зональном направлении с востока на запад), на двух нижних панелях - возмущения функции тока на тринадцатый день в стереографической и цилиндрической проекциях для угловой скорости  $\alpha \square const$  (слева) и  $\alpha \square \sin^3(3\theta)$  (справа). Серыми линиями выделены изолинии положительных значений функции тока, черными – отрицательных значений. Изолинии функции тока построены в относительных единицах. Разложение функции тока проводилось до  $n = 10$ . Были заданы следующие параметры источника:  $m = 2$ ,  $\lambda_0 = 30 * 2.5 = 75^\circ$ ,  $\theta_0 = 37.5^\circ$ ,  $\Delta\lambda = 1000 * (2.5)^2 = 6250^\circ$ ,  $\Delta\theta = 10 * (2.5)^2 = 62.5^\circ$ .

Источники перемещаются вдоль северного побережья Евразии с востока на запад. На верхней панели изображены источники завихренности в момент времени  $t = 13$  суток. На средней и нижней панелях – возмущения функции тока соответственно в стереографической и цилиндрической проекциях.

На рис. 2 приведены результаты расчетов крутильных колебаний, соответствующие двум рассмотренным выше профилям средней зональной скорости, построенные за 28 суток. По крайней мере, качественно картина крутильных колебаний напоминает результаты обработки данных наблюдений. Временной

масштаб крутильных колебаний определяется периодом колебаний источника. В случае  $\alpha \neq const$  крутильные колебания свободно проникают в Южное полушарие, при задании в тропиках восточного потока крутильные колебания сильно затухают, однако все же видны и в Южном полушарии.

Результаты моделирования, в общем, подтвердили исходные предположения. Во-первых, полная картина динамики возмущений имела вид, напоминающий динамику реальных возмущений, выделенных с помощью метода односточечных корреляций со сдвигом во времени, во-вторых, удалось воспроизвести крутильные колебания, перемещающиеся в меридиональном направлении. Как можно видеть на приведенных рисунках, спиральные конфигурации появлялись и в Южном полушарии, даже при наличии в тропиках полосы восточных ветров. Это также напоминает результаты обработки реальных данных, однако не исключено, что причиной сверхдальнего распространения возмущений являются особенности метода моделирования.

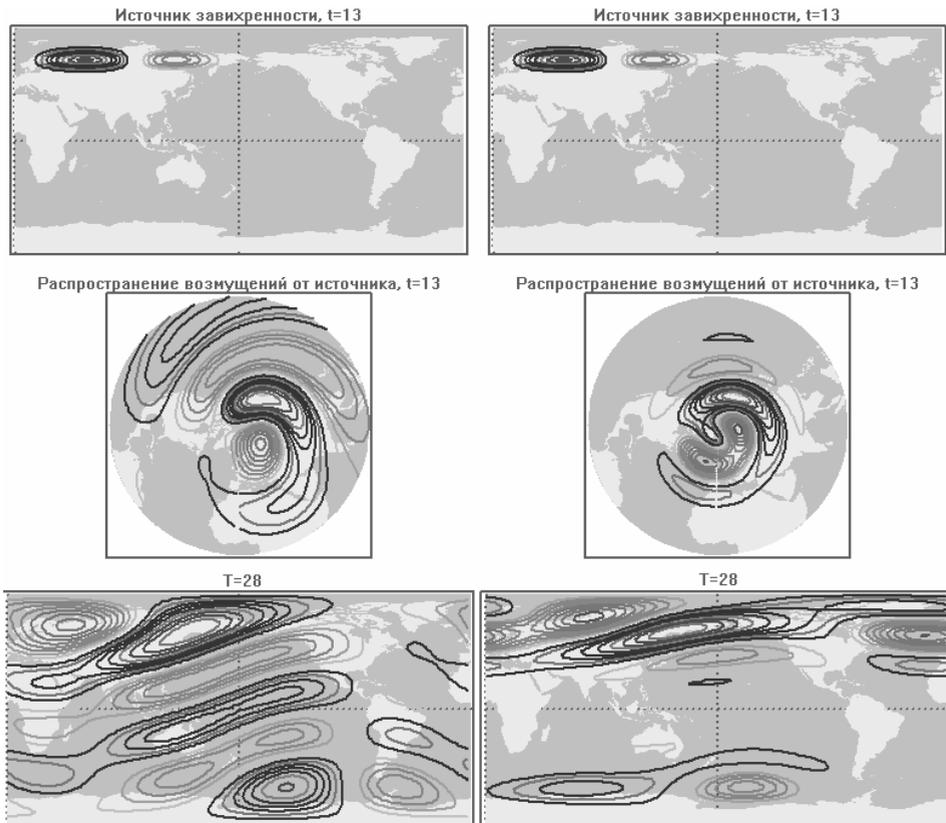


Рис. 1. Модель распространения возмущений от источников завихренности в стратосфере при угловой скорости среднего зонального переноса: слева –  $\alpha = const$ , справа –  $\alpha \propto \sin^3(3\theta)$ .  $T = 28$  суток,  $m = 2$

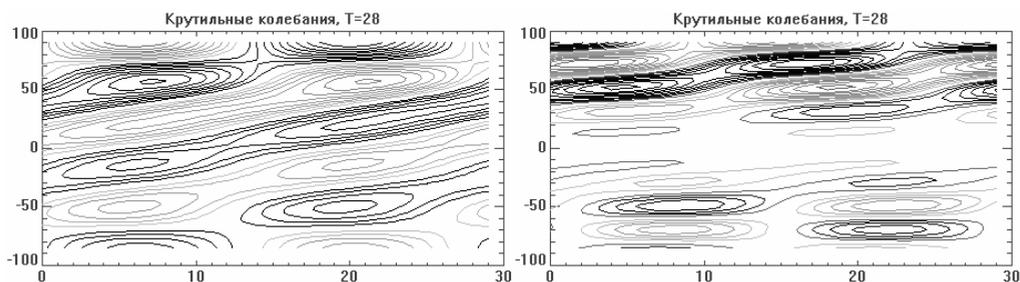


Рис. 2. Крутильные колебания, соответствующие двум рассмотренным выше моделям распространения возмущений, слева – при  $\alpha = \text{const}$ , справа – при  $\alpha \propto \sin^3(3\theta)$ .  $T=28$  суток,  $m = 2$

## Заключение

Для моделирования низкочастотных стратосферных возмущений использована линеаризованная баротропная квазигеострофическая модель. Источники возмущений задавались в виде модулированной дипольной волны, распространяющейся с востока на запад над севером Евразии с периодом 28 суток, совпадающим с периодом нормальной моды  $Y_4^1$ . Возмущения представляли собой двумерные волны Россби, распространяющиеся от периодических источников.

Полученные в результате расчетов возмущения имели вид характерных спиралей, пространственная структура и динамика которых напоминали реальные стратосферные возмущения, выделяемые с помощью метода одноточечных корреляций со сдвигом во времени. Рассчитанные в геострофическом приближении колебания средней зональной скорости, в свою очередь, хорошо соответствовали крутильным колебаниям – вариациям среднезональной скорости в стратосфере, распространяющимся в меридиональном направлении в обоих полушариях.

## Литература

1. Blackmon M.L., Lee Y.-H., Wallace J.M., Hsu H.-H. Time variation of 500 mb height fluctuations with long, intermediate and short time scales as deduced from Lag-correlation statistics // J. Atmos. Sci., 1984, vol. 41, № 6, pp. 981-991.
2. Branstator G. The relationship between Zonal Mean Flow and Quasi-Stationary Waves in the Mid-troposphere. – J. Atmos. Sci., 1984, vol. 41, № 14, pp. 2163-2178.
3. Holton J.R. An Introduction to Dynamic Meteorology // Elsevier Academic Press., 2004, 535 p.
4. Мордвинов В.И., Иванова А.С., Девятова Е.В. Возбуждение арктической осцилляции крутильными колебаниями // Оптика атмосферы и океана, 2009, 22, № 2, с. 1–8.
5. Мордвинов В.И., Иванова А.С., Девятова Е.В. Возбуждение арктической и антарктической осцилляций крутильными колебаниями // Солнечно-земная физика, вып. 13, 2009, с. 55–65.
6. Мордвинов В.И., Девятова Е.В., Кочеткова О.С., Савенкова Е.Н., Ульянов Е.К., Погорельцев А.И. Генерация и распространение низкочастотных атмосферных возмущений зимой в северном полушарии // Уч. зап. РГГМУ, настоящий выпуск.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № 14.740.11.0742).