

*В.В. Коваленко, Е.В. Гайдукова, Куасси Би Гессан Арман*

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ФРАКТАЛЬНОЙ  
РАЗМЕРНОСТИ МНОГОЛЕТНЕГО РЕЧНОГО СТОКА**

*V.V. Kovalenko, E.V. Gaidukova, Kuassi Be Gessan Armand*

**FORECASTING OF CHANGES OF FRACTAL DIMENSION  
OF A LONG-TERM RIVER DRAIN**

*Методом фрактальной диагностики проведена оценка размерности пространств вложения для годового стока. С применением ГИС-технологий получена фоновая карта распределения указанной размерности для территории России. Знание подобных оценок позволяет ответить на вопрос о числе дифференциальных уравнений, необходимых для устойчивого описания статистических распределений, повсеместно используемых в водозависимых отраслях экономики и гидроэкологии в соответствии с действующими нормативными документами. В статье предлагается методика прогнозирования изменений фрактальной размерности, возможности методики продемонстрированы на примере ЕТР.*

*The estimation of dimension of spaces of an investment for the annual drain is carried out in the method of fractal diagnostics. The background card of distribution of the specified dimension for territory of Russia is received for an annual drain with application of GIS-technologies. The knowledge of similar estimations allows us to answer a question on the number of the differential equations necessary for the steady description of statistical distributions, everywhere used in water depended branches of economy and hydroecology according to the working normative documents. A technique of forecasting of changes of fractal dimension is suggested; its potentials are shown on an example of European Russia.*

## **Введение**

В настоящее время в инженерной гидрологии основным инструментарием гидрологического обоснования проектных решений в водозависимых отраслях экономики и гидроэкологии являются статистически обеспеченные значения лимитирующих характеристик (обычно расходов воды и наносов, а также уровней водных объектов). Для их получения по фактическим рядам наблюдений строятся эмпирические кривые обеспеченности, которые аппроксимируются каким-либо теоретическим распределением из семейства кривых Пирсона (или их модификациями типа кривых Крицкого – Менкеля для вывода из отрицательной области). Подобный подход уже много десятилетий закреплён в нормативных документах СН435-72, СНиП2.01.14-83, СП33-101-2003, которые периодически обновляются, но основная концептуальная предпосылка, заключающаяся в том, что члены гидрологических рядов представляют собой устойчивую статистическую совокупность, остается неизменной.

Рекомендуемое указанными документами введение так называемой гарантийной поправки аргументируется либо недостаточной продолжительно-

стью наблюдений, либо не правильным выбором теоретической (аппроксимирующей) кривой обеспеченности для экстраполяции «хвостов» распределений. Эти рекомендации никак не связаны с фактом «генетической» неустойчивости самого процесса формирования стока. Последний предполагается устойчивым как минимум по трем начальным моментам. (В случае допущения неустойчивости формирования статистических совокупностей расходов, а значит, – неопределенности их обеспеченных значений, ситуация оказалась бы просто парадоксальной: к некоей неопределенности добавляется фиксированная гарантийная поправка, что, разумеется, не делает ситуацию более определенной.)

В реальности, однако, устойчивости (которую предполагают нормативные документы как само собой разумеющуюся) может и не быть (по крайней мере, для некоторых регионов). Этот факт был установлен для годового стока в работах [Коваленко, 1998; Коваленко, Хаустов, 1998], а затем эти результаты были обобщены на летне-осенний и зимний минимальный и максимальный (весеннее половодье) сток [Коваленко, 2006]. Теоретическая основа, которая использовалась для установления факта неустойчивости, базировалась на уравнении Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК), динамическим ядром которого являлась модель линейного формирующего фильтра с мультипликативными шумами, порождающими нелинейные эффекты (типа асимметричности) в распределениях многолетних гидрологических характеристик. Стационарным решением уравнения ФПК является семейство кривых Пирсона, которые повсеместно используются в теоретической и практической гидрологии. Это использование (закрепленное в нормативных документах) подтверждает обоснованность рассмотрения уравнения ФПК в качестве «генетической» модели формирования вероятностных распределений многолетнего стока.

На практике используются только первые 3–4 момента распределения, поэтому динамическая модель для плотности вероятности аппроксимируется системой дифференциальных уравнений для моментов

$$dm_n / dt = -(\bar{c} - 0,5nG_{\bar{c}})m_n + \dots \quad (n = \overline{1, 4}), \quad (1)$$

где  $m_n$  – начальный момент  $n$ -го порядка;  $n$  – порядок момента;  $\bar{c}$  и  $G_{\bar{c}}$  – математическое ожидание и интенсивность шума для величины  $c$ , обратной коэффициенту стока (в модели (1) приведены только те члены правой части, которые необходимы для выяснения условий устойчивости; в полном и развернутом виде эта система уравнений приведена в работе [Коваленко, 2006]).

Из системы (1) видно, что при  $\bar{c} < 0,5nG_{\bar{c}}$  производная  $dm_n / dt > 0$ , т. е.  $m_n \rightarrow \infty$ . Это и есть формальный признак неустойчивости. Если обозначить  $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c}$ , то неустойчивость для момента  $n$ -го порядка  $m_n$  возникает при  $\beta > 2n$  ( $m_3 - \beta > 2/3$ ,  $m_2 - \beta > 1$ ,  $m_1 - \beta > 2$ ). Спектр этого критерия дискретен и сгущается в сторону старших моментов.

Выполненные расчеты и картирование этого критерия для СНГ показывают, что почти половина территории (в основном южные регионы (см. [Коваленко, 1998; Коваленко, Хаустов, 1998]) неустойчива по второму и третьему моментам (а значит, и по коэффициентам вариации и асимметрии). Ничуть не лучше ситуация и для других видов многолетнего стока [Коваленко, 2006].

Подтверждением подобной ситуации могут служить данные анализа стационарности (однородности) многолетних колебаний стока [Рождественский, 1988]. Применение критериев Стьюдента (среднее), Фишера (дисперсия) и Колмогорова – Смирнова (функция распределения или коэффициент асимметрии) к анализу 519 рядов годового стока рек СССР (неоднородные за счет хозяйственной деятельности ряды исключались) привело на 5 %-м уровне значимости к следующим результатам. В зависимости от региона неоднородными оказались от 0 % рядов (Карелия, Северо-Запад ЕТР, Западная Сибирь, Лено-Индибирский Дальний Восток) до 8 – 13 % (Белоруссия, Западная Украина, Центральный и Южный Казахстан, Средняя Азия); на Камчатке это число доходит до 33 %.

На современном языке нелинейной динамики подобные факты говорят о наличии «толстых хвостов» у распределений плотности вероятности (распределение спадает не по экспоненте, как в устойчивом случае, а по степенному закону, приводящему, в частности, к фрактальности рядов стока). На наличие толстых хвостов обращают внимание и другие авторы [Найденев, 2004; Bak, Tang, Creutz, 1988; Hurst, 1951].

Для устойчивого описания процесса формирования речного стока разработано «частично инфинитное моделирование» [Коваленко, 1998; Коваленко, 2005; Коваленко, 2006]. Его суть заключается в том, что фрактальность связывается с процессом развития (неустойчивость – его атрибут). Развитие – это зарождение новых фазовых переменных [например, наряду с расходом определяющую роль начинает играть испарение ( $E$ ), «конкурирующее» с последним за выпавшие осадки – ресурс]. Многомерное распределение плотности вероятности  $p(Q, E, \dots)$  «рассасывает» вероятность больших значений переменных  $Q, E, \dots$  по фазовому пространству, делая хвост тонким [а значит, распределение  $p(Q, E, \dots)$  устойчивым], но многомерным. На этом пути, связанным с моделированием процессов развития и зарождением новых фазовых переменных, возникает много проблем. Первая из них и является предметом дальнейшего содержания статьи. Надо ответить на вопрос: до какого предела надо расширять число фазовых переменных, учитываемых в модели, чтобы устойчиво описывать процесс формирования стока в речном бассейне и как прогнозировать это число при климатических изменениях?

### Методика фрактальной диагностики

Фрактальная размерность описывает степень заполненности изучаемым объектом своего пространства вложения. Этим объектом в нашем случае слу-

жит временной ряд расходов воды. Фрактальность ряда связывается с порождающими его факторами. Если этих факторов много и они равновероятны, то приходим к белому шуму, который заполняет пространство вложения наподобие ничем не связанных молекул газа, заполняющего объем. Если же во временном ряде существуют корреляции, то они образуют группировки членов ряда. Это приводит к тому, что у ряда появляется своя собственная размерность (фрактальная, дробная).

По Б. Мандельброту [Мандельброт, 2002], множество  $X$  называется фрактальным, если его размерность Хаусдорфа  $D(X)$  не является целым числом. В свою очередь, эта размерность по определению показывает, как растет число  $n$  шаров («шар» может иметь любую размерность) диаметром  $\varepsilon$ , необходимых для покрытия  $X$ :  $n(\varepsilon) \approx 1/\varepsilon^D$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [\log n(\varepsilon) / \log(1/\varepsilon)]. \quad (2)$$

В случае нефрактального множества формула (2) дает обычную размерность. Появление фрактальности связано со степенью фиксации предметной области [Коваленко, 2006]. При ее слабой фиксации появляется неустойчивость (например, по моментам распределения) и, как следствие, – возникновение дробной размерности, т. е. индикатора начала переходных процессов появления новой фазовой переменной.

Существуют еще и неоднородные фракталы (мультифракталы), для описания которых чисто геометрической размерности Хаусдорфа  $D = D_0$  недостаточно. Нужен спектр размерностей  $D_1, D_2, \dots$ , чтобы уловить статистические свойства фракталов [Божокин, Паршин, 2000; Шустер, 1988]. Преобразуем траекторию системы, описываемую вектором  $\vec{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_d(t)]$ , в последовательность точек  $\vec{x}(t=0), \vec{x}(t=\tau), \dots, \vec{x}(t=N\tau)$ , а  $d$ -мерное пространство разделим на ячейки  $l^d$ . Тогда вероятность попадания точки в  $i$ -ю ячейку [ $i = 1, 2, \dots, M(l)$ ] будет  $P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} N_i / N$ , где  $N_i$  – число точек  $\{\vec{x}(t) = j(\tau)\}$  в этой ячейке.

Вводится множество размерностей  $D_f = \lim_{l \rightarrow 0} \ln \left( \sum_{i=0}^{M(l)} P_i^f \right) / (f-1)(\ln l)$ ,  $f = 0, 1, 2, \dots$ . Обычная размерность Хаусдорфа  $D_0$  получается при  $f \rightarrow 0$ :  $D_0 = -\lim_{l \rightarrow 0} \left( \ln \sum_{i=0}^{M(l)} 1 \right) / \ln l = -\lim_{l \rightarrow 0} \ln M(l) / \ln l$ . В случае  $f \rightarrow 1$  получаем так называемую информационную размерность  $D_1 = -\lim_{l \rightarrow 0} \left( -\sum_{i=0}^{M(l)} P_i \ln P_i \right) / \ln l$ . Так как

$\sum_{i=0}^{M(l)} P_i \ln P_i$  есть энтропия, то  $D_1$  характеризует информацию, необходимую для определения местоположения точки в некоторой ячейке (для однородных фракталов, когда все  $P_i = 1/M(l)$  равны между собой, информационная размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа).

При  $f=2$  получаем так называемую корреляционную размерность:

$$D_2 = -\lim_{l \rightarrow 0} \left[ \ln \left( \sum_{i=0}^{M(l)} P_i^2 \right) \right] / \ln l, \quad (3)$$

где  $\sum_{i=0}^{M(l)} P_i^2$  – вероятность того, что две произвольные точки лежат внутри ячейки размером  $l$ . Корреляционная размерность широко используется, так как легко определяется из корреляционного интеграла  $c(l) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{ij} \theta[l - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|]$ , где  $\theta$  – функция Хевисайда ( $\theta = 1$ , если  $l - |\bar{x}_i - \bar{x}_j| \geq 0$ ;  $\theta = 0$ , если  $l - |\bar{x}_i - \bar{x}_j| < 0$ ). (Важное свойство обобщенной фрактальной размерности состоит в том, что она монотонно убывает:  $D_f \geq D_{f'}$ , при  $f' > f$ .)

Знание фрактальных размерностей предельных множеств (аттракторов) позволяет оценить минимальное число фазовых переменных, необходимых для описания изучаемых процессов (размерность пространства вложения). Одновременное измерение всех составляющих вектора  $\bar{x}(t)$  не всегда возможно [мы можем не знать ни размерности  $\bar{x}(t)$ , ни что собой представляют его составляющие; возможно для наблюдения доступен только один из компонентов вектора  $\bar{x}(t)$ ]. Однако Такенс [Шустер, 1988] обосновал возможность восстановления размерности аттракторов  $d$  в фазовом пространстве размерности  $n$  по временной последовательности одного компонента, который несет информацию обо всех переменных, формирующих аттрактор. Почти всегда  $d < n$ ; математически этот факт говорит о некомпактности («рыхлости») фрактала.

Следовательно, восстановив по временному ряду фрактальную размерность, можно целое число, непосредственно следующее за нею, считать минимальным числом переменных, необходимых для построения модели. Оно определяет наименьшее число дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих динамику изучаемой системы.

Таким образом, зная значения одной физической переменной [доступной измерению; в нашем случае это расход воды, взятый со сдвижкой во времени  $\tau$  ( $Q(t), Q(t + \tau), Q(t + 2\tau), \dots$ )], мы строим псевдофазовое пространство (про-

странство вложения). Для этого фиксируется малое  $\varepsilon$ , которое используется как «метр» для зондирования структуры аттрактора. Далее подсчитывается число точек, расстояние между которыми не превосходит  $r$ . Для  $d$ -мерного многообразия число таких точек  $(r/\varepsilon)^d$ . Поэтому корреляционный интеграл будет меняться как  $C(r) = r^d$ , т. е. размерность аттрактора может быть определена как коэффициент наклона зависимости  $\ln C(r) = d \ln r$ . Такие же зависимости надо построить для проекций возрастающей размерности  $n$ , и размерностью аттрактора считать стабилизировавшееся значение.

В табл. 1 представлены результаты вычисления  $d$  для разных гидрологических зон России (СНГ). Как видно из таблицы, фрактальная размерность меняется как по зонам, так и по видам речного стока.

Таблица 1

**Фрактальная размерность рядов речного стока и уровней озер**

Река, пункт, гидрологическая зона	$F_{\text{басс}}$ , км <sup>2</sup>	Период наблюдений	Вид речного стока				
			годовой	минимальный		максимальный	
				летне-осенний	зимний	половодья	паводка
р. Анабар – с. Сыскалаха, тундра	78 800	1954–1980	2,86	2,86	–	–	–
р. Унжа – г. Макарьев, лесная	18 500	1900–1980	1,67	1,11	2,86	2,22	5,00
р. Сейм – с. Мутино, степная	25 600	1944–1980	1,67	2,22	2,50	2,35	–
р. Абакан – г. Абаза, горно-лесная	14 400	1937–1980	2,00	2,86	3,33	2,86	1,43
Сток взвешенных наносов							
р. Клязьма – г. Ковров	24 900	1945–1983	1,70				
Уровень							
Ладожское озеро – Валаам	–	1859–1993	2,50				
Ильмень – (Ужин-Коростино)	–	1945–1995	1,43				

Более общее представление об изучаемой характеристике дает проведенная фрактальная диагностика годового стока России по подавляющему числу гидропостов. Сделана попытка географического районирования размерностей пространств вложения (рис. 1, а). Из рис. 1, а видно, что четкой зональности в распределении размерности пространств вложения годового стока не наблюдается. Можно отметить, что преобладает территория с размерностью, равной 1, т. е. для описания процессов формирования годового стока в этой области необходимо одно дифференциальное уравнение первого порядка. Регионы, в которых требуется система из двух дифференциальных уравнений для устойчивого вероятностного описания годового стока, находятся в основном на юге России. Для того чтобы обосновать предположение об увеличении

размерности пространств вложения к югу, проведена фрактальная диагностика годового стока Западной Африки. Из рис. 1, б видно, что в этом регионе отсутствуют области с размерностью пространства вложения больше двух. Следует обратить внимание, что как в России, так и Африке примерно 10 – 15 % гидростворов вообще не имеют стабилизированного значения  $n$  при диагностировании. Это может указывать либо на многофакторность процесса формирования стока в бассейнах, замыкаемых этими створами (ряд расходов представляет собой белый шум), либо на слабое метрологическое обеспечение измерений и подсчета годового стока (для России, в которой налажена достаточно надежная сеть наблюдений, это маловероятно).

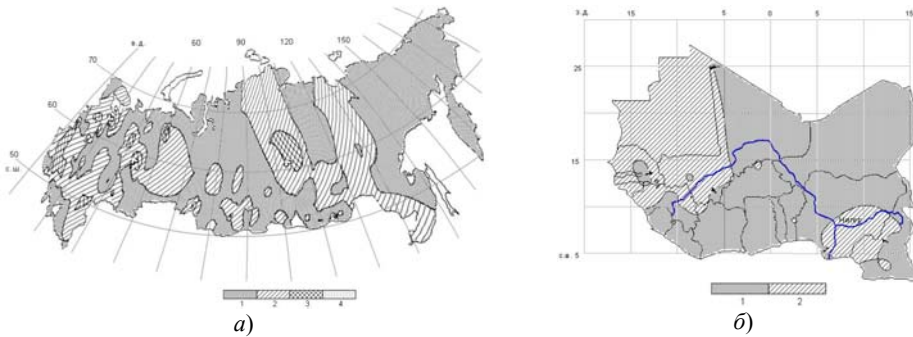


Рис. 1. Географического районирования размерностей пространств вложения годового стока России (а) и Западной Африки (б)

**Методика прогнозирования изменений фрактальной размерности**

В общем случае динамическим ядром стохастической модели формирования речного стока является нелинейная система обыкновенных дифференциальных уравнений [Коваленко, 2005]:

$$dQ_i / dt = r_i f(Q_i) + Q_i', \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где  $Q_i$  – фазовые переменные (расход, испарение и т. д.);  $r = \dot{X} / W_{Q_i}$  (здесь  $\dot{X}$  – интенсивность осадков;  $W_{Q_i}$  – параметр, характеризующий гидрологические емкости переменных  $Q_i$ );  $f(Q_i) = Q_i(1 - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} Q_j)$  (здесь  $\alpha_{ij}$  – коэффициент парных взаимодействий).

Система уравнений (4) учитывает основные нелинейные эффекты, имеющие место при формировании стока: взаимодействие фазовых переменных  $Q_i Q_j$  и самоограничение  $Q_i^2$ . Задаваемые аддитивные составляющие  $Q_i'$  могут быть не связаны с основным механизмом (природным) формирования стока в бассейне, а например, с антропогенными изъятиями или поступлениями воды (поливом, в частности). Причем они могут коррелировать

с осадками (осадки увеличиваются, поливы уменьшаются). Считается, что  $r_i = \bar{r}_i + \tilde{r}_i$  и  $Q_i = \bar{Q}_i + \tilde{Q}_i$  (здесь  $\tilde{r}_i$  и  $\tilde{Q}_i$  – белые шумы); приходим к многомерному уравнению ФПК

$$\frac{\partial p(Q_i, t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial(A_i p)}{\partial Q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2(B_{ij} p)}{\partial Q_i \partial Q_j}, \quad (5)$$

где  $A_i$ ,  $B_{ij}$  – коэффициенты сноса и диффузии.

При переходе от системы (4) к уравнению (5) фазовые переменные  $Q_i$  формально становятся независимыми переменными (аргументами), а уравнение для плотности вероятности  $p(Q_i, t)$  оказывается линейным, осредняя многомерное уравнение ФПК по всем «фазовым» (теперь уже в кавычках) переменным, кроме одной, приходим к одномерному уравнению ФПК для условной (в широком толковании) плотности вероятности; все осредненные переменные учитываются в нем шумящими коэффициентами (интенсивностью шума) – своеобразный обмен многомерности на зашумленность. Таким образом, в частично инфинитном моделировании безусловных плотностей вероятности («самодостаточных») быть не может. Степень «условности» диктуется возможностями фиксации предметной области (случайность не может быть самодостаточной).

Фиксация же предметной области обеспечивается заданием необходимого числа фазовых переменных, необходимых для описания процесса формирования стока. Для этого и существует методология фрактальной диагностики, которая выше (видимо впервые) была адаптирована к гидрологии.

Но одной диагностики мало. В условиях, когда по естественным или антропогенным причинам меняется климат и характер подстилающей поверхности речных водосборов, необходимо каким-то образом уметь прогнозировать изменение фрактальных размерностей в процессе формирования речного стока.

Наиболее естественным путем для достижения подобной цели является использование регрессионных зависимостей для оценки чувствительности фрактальных размерностей к гидрометеорологическим факторам. Для создания адаптированной к данной задаче базы данных нами использовались материалы наблюдений на гидрологических постах ЕТР с продолжительностью не менее сорока лет без значительных пропусков. Предпочтение отдавалось створам, замыкающим водосборную площадь не менее 1000 км<sup>2</sup> (превосходящую аazonальные значения). В среднем эта площадь составляла 15 000 км<sup>2</sup> при средней продолжительности наблюдений 46 лет.

С целью построения регрессионных зависимостей для оценки чувствительности фрактальных размерностей к гидрометеорологическим и, возможно, антропогенным факторам были собраны данные не только по температуре воздуха, испарению и осадкам, но и по заболоченности, озерности и залесенности (так или иначе отражающих деятельность человека). Всего было рас-



смотрено 185 замыкающих створов. В табл. 2 представлена часть информации, относящейся к бассейну Балтийского моря, которая дает представление об используемой базе данных. В последних столбцах этой таблицы представлены фрактальные размерности и размерности пространств вложения, вычисленных по изложенной выше методике.

Таблица 2

**Результаты расчета фрактальных размерностей годового стока ЕТР.  
Бассейн Балтийского моря**

Река-пост	$F, \text{ км}^2$	Озерность, %	Заболоченность, %	Лесистость, %	Испарение, мм	Норма стока, мм	Осадки, мм	$t, ^\circ\text{C}$		Фрактал. разм.	Разм. пространств влож.
р. Тосно – д. Тосно	1300	1	10	72	490	250	700	16	-10	2,3	3
р. Паша – д. Поречье	1110	1	10	75	490	250	800	18	-10	2,6	3
р. Паша – д. Дуброво	3910	2	10	78	490	300	780	18	-12	1,9	2
р. Паша – с. Часовенское	5710	1	14	76	475	300	740	18	-12	2,4	3
р. Капша – д. Еремина Гора	1560	3	5	82	485	250	740	18	-12	–	–
р. Сясь – с. Яхново	6230	1	18	65	480	300	750	17	-10	2,6	3
р. Воложба – с. Воложба	1330	1	11	71	490	250	750	18	-12	1,8	2
р. Мста – д. Березовский Рядок	5180	5	7	58	520	250	800	18	-12	2,5	3
р. Мста – д. Бор	16900	4	8	58	515	250	800	17	-10	2,6	3
р. Мста – д. Девкино	22500	3	9	62	520	250	760	17	-10	1	1
р. Уверь – д. Меглицы	1750	2	14	57	525	250	800	17	-10	1,5	2
р. Ловать – г. Великие Луки	3270	6	<1	40	520	250	750	16	-10	–	–
р. Ловать – д. Сельцо	8230	3	5	40	520	250	750	16	-10	1,6	2
р. Ловать – г. Холм	14700	2	4	51	550	260	750	16	-10	1,5	2
р. Кунья – г. Холм	5140	1	2	66	550	260	750	16	-10	1,6	2
р. Полисть – д. Подтополье	2150	3	21	39	545	250	750	16	-10	1,7	2
р. Луга – г. Луга	2330	1	8	54	510	270	750	16	-10	1	1
р. Луга – ст. Толмачево	6350	2	10	56	500	270	750	16	-10	1	1
р. Луга – г. Кингисепп	12800	1	10	62	510	280	700	16	-10	1	1
р. Оредеж – д. Моровино	3060	<1	12	66	500	250	760	16	-10	1,9	2
р. Саба – д. Райково	1280	2	10	68	510	300	700	16	-10	1	1

По данным этой таблицы получены различные варианты регрессионных зависимостей фрактальных размерностей от факторов подстилающей поверхности, температуры воздуха и испарения. Более или менее ощутимая корреляция (корреляционное отношение не превосходит 0,25) прослеживается в случае учета метеорологических факторов (осадков и испарения; температура воздуха тесно связана с испарением). На рис. 2 представлен пример подобной зависимости.

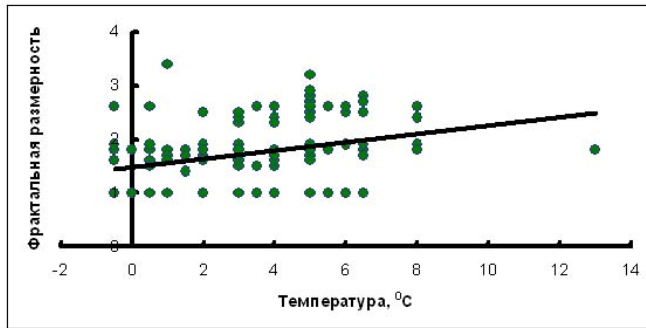


Рис. 2. Зависимость фрактальной размерности от температуры

Наличие подобных связей (пусть пока и не очень надежных, но статистически значимых) открывает возможность прогнозирования числовых значений фрактальных размерностей при известном (из существующих в настоящее время климатических сценариев) изменении температуры воздуха. Это, в свою очередь, позволяет определить прогнозную размерность пространства вложения, а значит, и размерность распределения плотности вероятности, необходимой для устойчивого прогнозирования гидрологического режима при изменении климата.

По данным 185 створов построены карты фактической и прогнозных (с учетом графика, представленного на рис. 2) при увеличении и уменьшении температуры на  $3^{\circ}\text{C}$  фрактальных размерностей (рис. 3). Из этих карт видно, в частности, что при увеличении температуры площадь распространения области с размерностью пространства вложения равной двум возрастает и практически исчезает область с размерностью пространства вложения равной единице. Поэтому для ЕТР при увеличении температуры процесс формирования стока усложняется, так как для статистически устойчивого описания необходимо использовать дополнительные фазовые переменные.

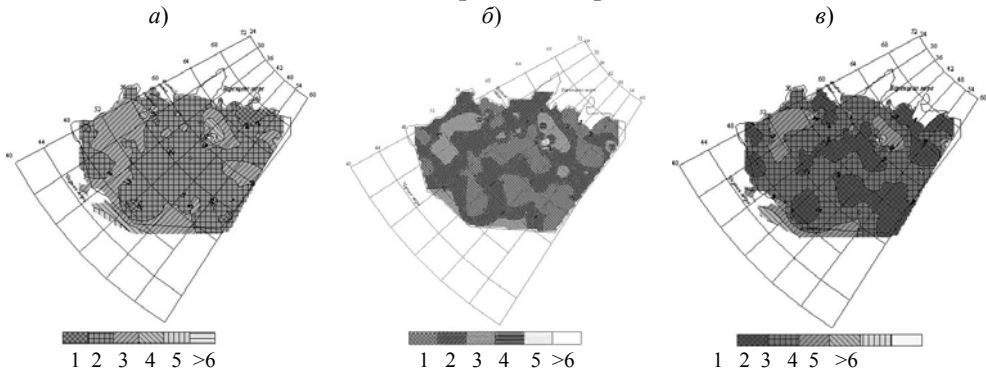


Рис. 3. Распределение размерностей пространств вложения для годового стока на ЕТР при существующей (а) температуре воздуха, а также при ее уменьшении (б) и увеличении (в) на  $3^{\circ}\text{C}$ .

### Выводы

Имеющиеся теоретические и эмпирические данные указывают на факт неустойчивости формирования многолетнего речного стока в некоторых регионах России, причем речь идет не об устойчивости статистических оценок расчетных гидрологических характеристик типа коэффициентов вариации и асимметрии из-за недостаточности наблюдений, а о физической («генетической») неустойчивости именно процесса формирования вероятностных распределений. Эмпирически это проявляется, в частности, в появлении толстых хвостов у кривых плотности вероятности, спадающих по степенному закону. Устойчивости можно добиться, увеличивая число фазовых переменных, которые используются в моделях, описывающих формирование многолетнего речного стока бассейнов. Необходимое их число проще всего можно получить с помощью фрактальной диагностики по методике, основанной на корреляционном интеграле и изложенной в настоящей статье. Полученные карты распределения по территории размерности пространств вложения, отражающих именно предельное число переменных для устойчивого вероятностного описания стока, позволяют сделать выводы, что: 1) примерно половина территории России имеет указанную размерность, равную единице, т. е. формирование годового стока в вероятностном смысле достаточно надежно описывается одномерными распределениями, что и практикуется в настоящее время; 2) имеются обширные зоны с размерностью, равной двум и трем, что требует перехода к многомерным распределениям; 3) не подтверждаются умозрительные предположения о том, что формирование стока в южных регионах Северного полушария происходит в вероятностном смысле сложнее, чем в зонах достаточного увлажнения; например, для Западной Африки размерность пространства вложения не превосходит двух, в то время как в Сибири и на ЕТР встречаются регионы с размерностью три; 4) предложенная методика прогнозирования фрактальной размерности позволяет, опираясь на доступные данные гидрометеорологических наблюдений, оценивать необходимую размерность плотности вероятности устойчивых прогностических моделей многолетнего речного стока; 5) для территории ЕТР установлено, что повышение температуры приземного воздуха ведет к увеличению фрактальных размерностей и, как следствие, – к усложнению моделей формирования годового стока.

### Литература

1. Божокин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. – СПб.: изд-во СПбГТУ, 2000. – 134 с.
2. Коваленко В. В. Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процессов развития. – СПб.: изд. РГМУ, 1998. – 113 с.
3. Коваленко В. В. Частично инфинитное моделирование (основания, примеры, парадоксы). – СПб.: Политехника, 2005. – 480 с.
4. Коваленко В. В. Частично инфинитный механизм турбулизации природных и социальных процессов. – СПб.: изд. РГМУ, 2006. – 166 с.

5. Коваленко В. В., Хаустов В. А. Критерии устойчивого развития гидрологических процессов и картирование зон ожидаемых аномалий параметров годового стока рек СНГ при антропогенном изменении климата // Метеорология и гидрология, 1998, № 12, с. 96–102.
6. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
7. Найденов В. И. Нелинейная динамика поверхностных вод суши. – М.: Наука, 2004. – 344 с.
8. Пространственно-временные колебания стока рек СССР / Под. ред. А.В. Рождественского. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 376 с.
9. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
10. Bak P., Tang C., Creutz M. Self-organized criticality. Physical review A. Vol. 38. N 1, 1988. – P. 364 – 374.
11. Hurst H. E. «Log-term Storage of Reservoirs», Transactions of the American Society of Civil Engineers 116, 1951.