МЕТЕОРОЛОГИЯ

Р.П. Репинская

ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ АТМОСФЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ

R.P. Repinskaya

GENERAL APPROACHES TO ATMOSPHERIC MODELS SENSITIVITY STUDY

Рассматриваются два подхода к решению задачи создания оптимальной гидродинамической модели атмосферы с учетом различных параметров: метод прямого моделирования и метод чувствительности, развитый в теории оптимального управления и идентификации параметров. Приведен вывод уравнений модели в вариациях; рассмотрены вопросы чувствительности баротропной негеострофической модели; даны практические рекомендации для разработчиков атмосферных моделей.

Two approaches to development of optimal hydrodynamic atmospheric model with due regard to various parameters are considered: the method of direct modelling and the sensitivity method developed from the optimal management theory. Derivation of model equations in variations is given; barotropic non-geostrophic model sensitivity issues are considered; practical recomendations for developers of atmospheric models are given.

1. Известно [Анискина, 1992; Репинская, 1978], что гидродинамические модели атмосферы (ГДМА) весьма чувствительны к вариациям различных параметров, фигурирующих в уравнениях модели, к методам параметризации процессов подсеточного масштаба, к начальным и граничным условиям (особенно при региональном прогнозе), к способам сеточной аппроксимации уравнений, к методам интегрирования уравнений шагами по времени, а в случае спектральных и спектрально-разностных ГДМА – к базисным функциям подпространства, в которое проектируются поля метеовеличин, и даже к способам усечения аппроксимирующих рядов.

При исследовании чувствительности ГДМА используют два подхода [Анискина, 1992]:

– метод прямого моделирования, основанный на численных экспериментах с ГДМА с целью сравнения результатов моделирования с возмущенными и невозмущенными параметрами;

– метод чувствительности, развитый в теории оптимального управления и идентификации параметров, впервые примененный и существенно продвинутый в гидродинамическом моделировании Б.Д. Паниным [Анискина, 1992; Пененко, 1981].

Задачи, которые могут быть решены на основе второго, более рационального подхода таковы:

– оценка вариаций решения в зависимости от вариаций входных параметров с целью прогноза поведения ГДМА в окрестности заданного (исходного) состояния;

– оценка вариаций параметров по вариациям решения;

– уточнение и оптимизация параметров ГДМА по данным натурных наблюдений и согласование начальных полей в соответствии с заданными критериями;

– оценка влияния случайных изменений параметров ГДМА или начальных условий и экстраполяция решения при случайных вариациях входных параметров;

– анализ влияния ошибок сеточной аппроксимации и округления чисел при компьютерном решении задач;

– оценка границ области устойчивости системы.

2. Постановка задачи. Вывод уравнений модели в вариациях. В данном разделе рассматриваются вопросы чувствительности баротропной негеострофической модели, эволюция которой описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}} = -u\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x} - v\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv\,; \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \mathrm{t}} = -u\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} - lu\,; \qquad (2.2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mathrm{t}} = -u\frac{\partial \Phi}{\partial x} - v\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \Phi\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right). \qquad (2.3)$$

Под вектором состояния применительно к модели (2.1) – (2.3) будем принимать вектор φ с составляющими u, v, Φ, т.е.

$$\varphi = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \Phi \end{Bmatrix}.$$

Вектор параметров обозначим через Y. Под составляющими вектора Y будем понимать: начальные условия $\varphi_o(u_o,\ v_o,\ \Phi_o)$; параметр Кориолиса ℓ; ускорение свободного падения g; боковые граничные условия, величины шагов пространственной (d) и временной (Δt) сеток и другие.

Следуя [Анискина, 1992], для вывода уравнений модели в вариациях представим вектор состояния φ и вектор параметров Y в виде суммы невозмущённых значений (φ_o, Y_o) и малых возмущений ($\delta\varphi$, δY), взятых с некоторым весом η:

$$\varphi = \varphi,\ \eta\delta Y,\ \ Y = Y_o + \eta\ \delta Y, \tag{2.4}$$

где η – вещественный параметр (весовая функция), изменяющаяся от нуля до единицы, а

$$\varphi_o >> \delta\varphi,\ Y_o >> \delta Y. \tag{2.5}$$

Для удобства и компактности изложения запишем модель (2.1) – (2.3) в операторной форме:

$$\mathrm{B}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + L(\varphi, Y) = 0;$$

$$\varphi \in Q(D_t),\ Y \in R(D_t), \tag{2.6}$$

где B – диагональная единичная матрица, размер которой определяется числом уравнений в системе, т.е. в рассматриваемой нами задаче баротропного негеострофического прогноза

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \tag{2.7}$$

$L(\varphi, Y)$ – нелинейный матричный дифференциальный оператор, зависящий от вектора состояния и вектора параметров, т.е.

$$L = \begin{vmatrix} \Lambda & -l & \dfrac{\partial}{\partial x} \\ l & \Lambda & \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \Phi\dfrac{\partial}{\partial x} & \Phi\dfrac{\partial}{\partial y} & \Lambda \end{vmatrix}; \tag{2.8}$$

$$\Lambda = u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y};$$

D_t – область изменения пространственных координат и времени; $Q(D_t)$ – пространство функций, удовлетворяющих граничным и начальным условиям, которому принадлежит решение задачи; $R(D_t)$ – множество допустимых значений входных параметров модели.

Процесс математического моделирования включает следующие этапы:

– исследование разрешимости задачи (2.6);

– построение дискретных аналогов уравнений;

– разработка вычислительного алгоритма;

– исследование поведения ГДМА в области $\{(x,y,t)\in D_t,\ Y\in R(D_t)\}$ и чувствительности ГДМА к вариациям каждого входного параметра и внешних воздействий.

Вычислительный алгоритм решения задачи (2.6) фактически реализует преобразование $\varphi(x, y, t, Y)$, $(x, y, t)\in(D_t)$, $Y\in R(D_t)$, определяющее вектор состояния ГДМА как функцию независимых переменных и входных параметров.

Учитывая условие (2.5) и полагая, что поля φ достаточно гладкие в окрестностях вектора параметров Y_o, подставим (2.4) в (2.6) и, дифференцируя результат по η при $\eta\to 0$, получим систему уравнений в вариациях, которое в операторной форме имеет вид:

$$\lim_{\eta\to 0}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[B\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_0+\eta\delta\varphi)+L(\varphi_0+\eta\delta\varphi,Y_0+\eta\delta Y)\right]=0. \qquad (2.9)$$

Для вывода уравнений (2.1) – (2.3) в вариациях необходимо представить каждую компоненту вектора состояния (u, v, Φ) и вектора параметров в форме (2.4): $u = u_o + \eta\delta u$; $v = v_o + \eta\delta v$; $\Phi = \Phi_o + \delta\Phi$; $d = d_o + \eta\delta d$; $\Delta t = \Delta t_o + \eta\delta\Delta t$; $l = l_o + \eta\delta l$.

Тогда система (2.1) – (2.3) преобразуются к следующему виду:

$$\frac{\partial}{\partial t}(u_0+\eta\delta u)=$$

$$-\left[(u_0+\eta\delta u)\frac{\partial}{\partial x}(u_0+\eta\delta u)+(v_0+\eta\delta v)\frac{\partial}{\partial y}(u_0+\eta\delta u)+\frac{\partial}{\partial x}(\Phi_0+\eta\delta\Phi)-l(v_0+\eta\delta v)\right];$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(v_0+\eta\delta v)=$$

$$=-\left[(u_0+\eta\delta u)\frac{\partial}{\partial x}(v_0+\eta\delta v)+(v_0+\eta\delta v)\frac{\partial}{\partial y}(v_0+\delta v)+\frac{\partial}{\partial y}(\Phi_0+\eta\delta\Phi)+l(u_0+\eta\delta u)\right];$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi_0+\eta\delta\Phi)=-\left\{(u_0+\eta\delta u)\frac{\partial}{\partial x}(\Phi_0+\delta\Phi)+(v_0+\eta\delta v)\frac{\partial}{\partial y}(\Phi_0+\eta\delta\Phi)+\right.$$

$$\left.+(\Phi_0+\eta\delta\Phi)\left[\frac{\partial}{\partial x}(u_0+\eta\delta u)+\frac{\partial}{\partial y}(v_0+\eta\delta v)\right]\right\}. \qquad (2.10)$$

Дифференцируя каждое уравнение из системы (2.10) по параметру η и переходя к пределу при $\eta\to 0$, получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta u = -\left[u_0\frac{\partial \delta u}{\partial x} + \delta u\frac{\partial u_0}{\partial x} + v_0\frac{\partial \delta u}{\partial y} + \delta v\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial \delta \Phi}{\partial x} - l_0\delta v\right],$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta v = -\left[u_0\frac{\partial \delta v}{\partial x} + \delta u\frac{\partial v_0}{\partial x} + \delta v\frac{\partial v_0}{\partial y} + v_0\frac{\partial \delta v}{\partial y} + \frac{\partial \delta \Phi}{\partial y} + l_0\delta u\right],$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta \Phi =$$

$$= -\left[\delta u\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} + u_0\frac{\partial \delta \Phi}{\partial x} + \delta v\frac{\partial \Phi_0}{\partial y} + v_0\frac{\partial \delta \Phi}{\partial y} + \delta\Phi\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y}\right) + \Phi_0\left(\frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{\partial \delta v}{\partial y}\right)\right]. \quad (2.11)$$

Система уравнений в вариациях будет, очевидно, замкнута, если задать невозмущенные значения $u_о$, $v_о$, $\Phi_о$.

Исследование чувствительности ГДМА на основе уравнений в вариациях можно выполнять в линейном и нелинейном вариантах. Если $u_о$, $v_о$, $\Phi_о$ зафиксированы во времени (например, по начальным условиям или в качестве невозмущённых значений используются средние величины за исследуемый интервал времени (за сутки, двое и т.д.) или климатические значения), то в этом случае задача исследования чувствительности будет линейной. Если составляющие вектора основного состояния ($u_о$, $v_о$, $\Phi_о$) меняются, то задача нелинейная. Если функции $u_о = u(t)$, $v_о = v(t)$, $\Phi_о = \Phi(t)$, то они пересчитываются в ходе интегрирования на каждом шаге по времени. Система уравнений в вариациях остаётся прежней, т.е. вида (2.11), но добавляется система основных уравнений ГДМА (2.1) – (2.3). В данной работе решалась нелинейная задача.

3. Сеточная область. Боковые граничные условия. Схема интегрирования. Начальные условия. Область интегрирования в нашей задаче представляет собой А-сетку, расшатанную по времени, т.е. состоящую из двух вложенных одна в другую сеток (для s, $(s + 1)$ и $(s + 1/2)$ шагов (слоев, уровней) по времени), каждая из которых представляет квадратную сетку 20×20 узлов с шагом 300 км на карте стереографической проекции. Шаг по времени Δt равен 5 мин. Вариации δu, δv, $\delta\Phi$, рассчитывались одновременно с прогнозом функций u, v, Φ на каждом шаге по времени.

При прогнозе полей u, v, Φ использовались следующие боковые граничные условия:

$$C_n\big|_{\Gamma} = 0\,,\quad \frac{\partial C_к}{\partial n}\Big|_{\Gamma} = 0,\quad \frac{\partial \Phi}{\partial n}\Big|_{\Gamma} = 0\,, \qquad (2.12)$$

где C_n и $C_к$ – соответственно нормальная и касательная к каждому участку границы сетки составляющие вектора скорости $C(u, v)$; n – нормаль к границе.

При интегрировании уравнений в вариациях применялись аналогичные (2.12) условия:

$$C_n\big|_{\text{г}} = 0\,,\quad \frac{\partial}{\partial n}\delta C\big|_{\text{г}} = 0\,,\quad \frac{\partial}{\partial n}\delta\Phi\big|_{\text{г}} = 0. \tag{2.13}$$

Такие граничные условия означают наличие безградиентного слоя между граничным и первым внутренним рядом точек, т.е. при численной реализации задачи значениям u, v, Φ и их вариациям δu, δv, $\delta\Phi$ на внешних узлах на каждом шаге по времени присваиваются рассчитанные значения с соответствующих соседних внутренних узлов сеточной области.

Значения масштабного множителя картографической проекции рассчитывалось по формуле $m = 1{,}8659(1 + \sin\varphi)^{-1}$, где φ – широта места, $\sin\varphi = (k^2 - r^2)\times$ $\times\,(k^2 + r^2)^{-1}$, $k = (1 + \sin 60^{\circ})$ – расстояние от экватора до полюса на карте стереографической проекции, $k = 1{,}413\text{E}14$, $i = x/\Delta x$, $j = y/\Delta y$ – координаты узла сетки ($\Delta x = \Delta y = d = 300$ км); $i_{\text{р}}, j_{\text{р}}$ – координаты полюса (в нашей задаче $i_{\text{р}} = 11$, $j_{\text{р}} = 1$). Параметр Кориолиса вычислялся по формуле $\ell_{\text{i,j}} = 2{\cdot}0{,}729{\cdot}10^{-4}\sin\varphi_{i,j}$.

В этой работе учитывалось, что данные о давлении являются более надёжными, чем данные о ветре; атмосфера находится в квазигеострофическом, квазибездивергентном состоянии и энергия, связанная с агеострофическими отклонениями, относительно мала. Вследствие этого составляющие скорости ветра в начальный момент времени оценивались по геострофическим соотношениям:

$$u = -\frac{g}{l}m\frac{\partial H}{\partial y}\,,\quad v = +\frac{g}{l}m\frac{\partial H}{\partial x}\,.$$

Интегрирование уравнений ГДМА шагами по времени осуществлялось по явной двухшаговой схеме Лакса-Вендрофа, обладающей, как известно, избирательными диссипативными свойствами (т.е. вязкой, фильтрующей двухшаговые волны) и, что особенно важно, подавляющей нелинейную вычислительную неустойчивость.

Для получения решения системы уравнений ГДМА в вариациях задавались следующие начальные условия:

$$\delta u = \delta v = \delta\Phi = 0,$$

означающие, что в начальный момент времени в полях u, v, Φ вариаций этих значений нет.

В работе последовательно решались шесть задач по исследованию чувствительности ГДМА к вариациям составляющих вектора состояния и вектора параметров:

Задача 1. Исследование чувствительности ГДМА к вариациям шага по времени $\delta\Delta t$;

Задача 2. Исследование чувствительности ГДМА к вариациям шага по пространству δd;

Задача 3. Исследование чувствительности ГДМА к вариациям начального поля δu_0;

Задача 4. Исследование чувствительности ГДМА к вариациям начального поля δv_0;

Задача 5. Исследование чувствительности ГДМА к вариациям начального поля $\delta \Phi_0$;

Задача 6. Исследование чувствительности ГДМА к комбинации вариаций начальных полей δu, δv, $\delta \Phi$.

4. Дискретные аналоги уравнений модели. В задаче 1 интегрировалась следующая система дискретных уравнений:

на временном уровне $s + 1/2$

$$\partial u^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\bar{\delta}\bar{u}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} \right)^s + \left(u^{s+\frac{1}{2}} - \left(\bar{u}^{xy}\right)^s \right)_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} \times \frac{\delta\Delta t}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} \left(\bar{u}^{xy} \frac{\partial \bar{\delta}\bar{u}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \bar{\delta}\bar{u}^{xy} \frac{\partial \bar{u}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \right.$$

$$\left. + \bar{v}^{xy} \frac{\partial \bar{\delta}\bar{u}^x}{\partial y} \bar{m}^{xy} + \bar{\delta}\bar{v}^{xy} \frac{\partial \bar{u}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \frac{\partial \bar{\delta}\bar{\Phi}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} - \bar{l}^{xy} \bar{\delta}\bar{v}^{xy} \right)_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}; \qquad (2.14)$$

$$\partial v^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\bar{\delta}\bar{v}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} \right)^s + \frac{\delta\Delta t}{\Delta t} \left(v^{s+\frac{1}{2}} - \left(\bar{v}^{xy}\right)^s \right)_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \left(\bar{u}^{xy} \frac{\partial \delta v^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \bar{\delta}\bar{u}^{xy} \frac{\partial \bar{v}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \right.$$

$$\left. + \bar{v}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta v}^x}{\partial y} \bar{m}^{xy} + \overline{\delta v}^{xy} \frac{\partial \bar{v}^x}{\partial y} \bar{m}^{xy} + \frac{\partial \overline{\delta \Phi}^x}{\partial y} \bar{m}^{xy} + \bar{l}^{xy} \overline{\delta u}^{xy} \right)^s_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}, \qquad (2.15)$$

$$\partial \Phi^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} = \left(\bar{\delta}\bar{\Phi}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} \right)^s +$$

$$+ \left(\Phi^{s+\frac{1}{2}} - \left(\bar{\Phi}^{xy}\right)^s \right)_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} \times \frac{\delta\Delta t}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2} \left(\bar{u}^{xy} \frac{\partial \bar{\delta}\bar{\Phi}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \bar{\delta}\bar{u}^{xy} \frac{\partial \bar{\Phi}^y}{\partial x} \bar{m}^{xy} + \bar{v}^{xy} \frac{\partial \bar{\delta}\bar{\Phi}^x}{\partial y} \bar{m}^{xy} + \right.$$

$$\left. + \bar{\delta}\bar{v}^{xy} \frac{\partial \bar{\Phi}^x}{\partial y} \bar{m}^{xy} + \bar{\delta}\bar{\Phi}^{xy} \bar{m}^{xy} \left(\frac{\partial \bar{u}^y}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^x}{\partial y} \right) + \bar{\Phi}^{xy} \left(\frac{\partial \bar{\delta}\bar{u}^y}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\delta}\bar{v}^x}{\partial y} \right) \bar{m}^{xy} \right)^s_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}; (2.16)$$

на временном уровне $s + 1$

$$\delta u_{ij}^{s+1} =$$

$$= \delta u_{ij}^{s} + \left(u^{s+1} - u^{s}\right)_{ij} \frac{\delta \Delta t}{\Delta t} - \Delta t \left(\overline{u}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta \overline{u}}^{y}}{\partial x} m + \overline{\delta \overline{u}}^{xy} \frac{\partial \overline{u}^{y}}{\partial x} m + \overline{v}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta \overline{u}}^{x}}{\partial y} m + \overline{\delta \overline{v}}^{xy} \frac{\partial \overline{u}^{x}}{\partial y} m + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \overline{\delta \overline{\Phi}}^{y}}{\partial x} m - l \overline{\delta \overline{v}}^{xy} \right)_{ij}^{s+\frac{1}{2}}; \qquad (2.17)$$

$$\partial v_{ij}^{s+1} =$$

$$= \delta v_{ij}^{s} + \left(v^{s+1} - v^{s}\right)_{ij} \frac{\delta \Delta t}{\Delta t} - \Delta t \left(\overline{u}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta \overline{v}}^{y}}{\partial x} m + \overline{\delta \overline{u}}^{xy} \frac{\partial \overline{u}^{y}}{\partial x} m + \overline{v}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta \overline{v}}^{x}}{\partial y} m + \overline{\delta \overline{v}}^{xy} \frac{\partial \overline{v}^{x}}{\partial y} m + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \overline{\delta \overline{\Phi}}^{x}}{\partial y} m + l \overline{\delta \overline{u}}^{xy} \right)_{ij}^{s+\frac{1}{2}}; \qquad (2.18)$$

$$\delta \Phi_{ij}^{s+1} = \delta \Phi_{ij}^{s} + \left(\Phi^{s+1} - \Phi^{s}\right)_{ij} \frac{\delta \Delta t}{\Delta t} - \Delta t \left(\overline{u}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta \overline{\Phi}}^{y}}{\partial x} m + \overline{\delta \overline{u}}^{xy} \frac{\partial \overline{\Phi}^{y}}{\partial x} m + \overline{v}^{xy} \frac{\partial \overline{\delta \overline{\Phi}}^{x}}{\partial y} m + \right.$$

$$\left. \overline{\delta \overline{v}}^{xy} \frac{\partial \overline{\Phi}^{x}}{\partial y} m + \overline{\delta \overline{\Phi}}^{xy} \left(\frac{\partial \overline{u}^{y}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}^{x}}{\partial y} \right) m + \overline{\Phi}^{xy} \left(\frac{\partial \delta \overline{u}^{y}}{\partial x} + \frac{\partial \delta \overline{v}^{x}}{\partial y} \right) m \right)_{ij}^{s+\frac{1}{2}}. \qquad (2.19)$$

Уравнения для краткости записаны в полудискретной форме с учетом того, что $\delta \Delta t = 1$, $\delta d = 0$, $\delta l = 0$; прогностические значения u, v, Φ на временных уровнях $s + 1/2$ и $s + 1$ получаются из решений уравнений модели:
на временном уровне $s + 1/2$

$$u_{i\pm\frac{1}{2}, j\pm\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} = \left(\overline{u}_{i\pm\frac{1}{2}, j\pm\frac{1}{2}}^{xy}\right)^{s} -$$

$$- \frac{\Delta t}{2} \left(\overline{u}^{xy} \frac{\partial \overline{u}^{y}}{\partial x} \overline{m}^{xy} + \overline{v}^{xy} \frac{\partial \overline{u}^{x}}{\partial y} \overline{m}^{xy} + \frac{\partial \overline{\Phi}^{y}}{\partial x} \overline{m}^{xy} + \overline{l}^{xy} \overline{v}^{xy} \right)_{i\pm\frac{1}{2}, j\pm\frac{1}{2}}^{s}; \qquad (2.20)$$

$$v_{i\pm\frac{1}{2}, j\pm\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} = \left(\overline{v}_{i\pm\frac{1}{2}, j\pm\frac{1}{2}}^{xy}\right)^{s} -$$

$$- \frac{\Delta t}{2} \left(\overline{u}^{xy} \frac{\partial \overline{v}^{y}}{\partial x} \overline{m}^{xy} + \overline{v}^{xy} \frac{\partial \overline{v}^{x}}{\partial x} \overline{m}^{xy} + \frac{\partial \overline{\Phi}^{x}}{\partial x} \overline{m}^{xy} + \overline{l}^{xy} \overline{u}^{xy} \right)_{i\pm\frac{1}{2}, j\pm\frac{1}{2}}^{s}; \qquad (2.21)$$

$$\Phi^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} =$$

$$=\left(\overline{\Phi}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^s - \frac{\Delta t}{2}\left(\overline{u}^{xy}\frac{\partial\overline{\Phi}^y}{\partial x}\overline{m}^{xy} + \overline{v}^{xy}\frac{\partial\overline{\Phi}^x}{\partial y}\overline{m}^{xy} + \overline{\Phi}^{xy}\left(\frac{\partial\overline{u}^y}{\partial x}+\frac{\partial\overline{v}^x}{\partial y}\right)\overline{m}^{xy}\right)^s_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} \quad ;(2.22)$$

на временном уровне $s + 1$

$$u^{s+1}_{ij} = u^s_{ij} - \Delta t\left(\overline{u}^{xy}\frac{\partial\overline{u}^y}{\partial x}m + \overline{v}^{xy}\frac{\partial\overline{u}^y}{\partial y}m + \frac{\partial\overline{\Phi}^y}{\partial y}m - l\overline{v}^{xy}\right)^{s+\frac{1}{2}}_{ij}, \qquad (2.23)$$

$$v^{s+1}_{ij} = v^s_{ij} - \Delta t\left(\overline{u}^{xy}\frac{\partial\overline{v}^y}{\partial x}m + \overline{v}^{xy}\frac{\partial\overline{v}^y}{\partial y}m + \frac{\partial\overline{\Phi}^x}{\partial y}m + l\overline{u}^{xy}\right)^{s+\frac{1}{2}}_{ij}, \quad (2.24)$$

$$\Phi^{s+1}_{ij} = \Phi^s_{ij} - \Delta t\left(\overline{v}^{xy}\frac{\partial\overline{\Phi}^y}{\partial x}m + \overline{v}^{xy}\frac{\partial\overline{\Phi}^{xy}}{\partial y}m + \overline{\Phi}^{xy}\left(\frac{\partial\overline{u}^y}{\partial x}+\frac{\partial\overline{v}^x}{\partial y}\right)m\right)^{s+\frac{1}{2}}_{ij} .(2.25)$$

<u>В задаче 2</u> интегрировались следующие уравнения:
на временном уровне $s + 1/2$

$$\delta u^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} = \left(\overline{\delta u}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^s - \frac{\Delta t}{2}\Big[\delta\overline{u}^{xy}\overline{u}^y_x\overline{m}^{xy} + \overline{u}^{xy}\left(\overline{\delta u}^y\right)_x\overline{m}^{xy} - \overline{m}^{xy}\overline{u}^{xy}\frac{\delta d}{d} + \overline{\delta v}^{xy}\overline{u}^x_y\overline{m}^{xy} +$$

$$+\overline{v}^{xy}\left(\overline{\delta u}^x\right)_y\overline{m}^{xy} - \overline{v}^{xy}\overline{u}^x_y\frac{\delta d}{d}\overline{m}^{xy} + \left(\overline{\delta\Phi}^y_x - \overline{\Phi}^y_x\frac{\delta d}{d}\right)\overline{m}^{xy} - \overline{l}^{xy}\overline{\delta v}^{xy}\Big]^s_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}; \ (2.26)$$

$$\delta v^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} = \left(\overline{\delta v}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^s - \frac{\Delta t}{2}\Big[\delta\overline{u}^{xy}\overline{v}^y_x\overline{m}^{xy} + \overline{u}^{xy}\left(\overline{\delta v}^y\right)_x\overline{m}^{xy} - \overline{u}^{xy}\overline{v}^y_x\frac{\delta d}{d}\overline{m}^{xy} + \overline{\delta v}^{xy}\overline{v}^x_y\overline{m}^{xy} +$$

$$+\overline{v}^{xy}\left(\overline{\delta v}^x\right)_y\overline{m}^{xy} - \overline{v}^{xy}\overline{v}^x_y\frac{\delta d}{d}\overline{m}^{xy} + \left(\overline{\delta\Phi}^x_y - \overline{\Phi}^x_y\frac{\delta d}{d}\right)\overline{m}^{xy} + \overline{l}^{xy}\overline{\delta u}^{xy}\Big]^s_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}; (2.27)$$

$$\delta\Phi^{s+\frac{1}{2}}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}} =$$

$$=\left(\overline{\delta\Phi}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^s - \frac{\Delta t}{2}\Big[\delta\overline{u}^{xy}\overline{\Phi}^y_x\overline{m}^{xy} + \overline{u}^{xy}\left(\overline{\delta\Phi}^y\right)_x\overline{m}^{xy} - \overline{u}^{xy}\overline{\Phi}^y_x\frac{\delta d}{d}\overline{m}^{xy} + \overline{\delta v}^{xy}\overline{\Phi}^x_y\overline{m}^{xy} +$$

$$+\overline{v}^{xy}\left(\overline{\delta\Phi}^x\right)_y\overline{m}^{xy} - \overline{v}^{xy}\overline{\Phi}^x_y\frac{\delta d}{d}\overline{m}^{xy} + \overline{\delta\Phi}^{xy}\left(\overline{u}^y_x + \overline{v}^x_y\right)\overline{m}^{xy} + \overline{\Phi}^{xy}\left(\overline{\delta u}^y_x + \overline{\delta v}^x_y\right)\overline{m}^{xy} -$$

$$-\overline{\Phi}^{xy}\left(\overline{u}_x^y+\overline{v}_y^x\right)\frac{\delta d}{d_0}\overline{m}^{xy}\Bigg]_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}^s; \tag{2.28}$$

на временном уровне $s+1$

$$\delta u_{ij}^{s+1}=\delta u_{ij}^s-$$

$$\Delta t\left(\overline{\delta u}^{xy}\overline{u}_x^y m+\overline{u}^{xy}\left(\overline{\delta u}\right)_x^y m-m\overline{u}^{xy}\overline{u}_x^y\frac{\delta d}{d}+\overline{\delta v}^{xy}\overline{u}_y^x m+\overline{v}^{xy}\left(\overline{\delta u}\right)_y^x m-\overline{v}^{xy}\overline{u}_y^x\frac{\delta d}{d}m+\right.$$

$$\left.+\left(\delta\overline{\Phi}_x^y-\overline{\Phi}_x^y\frac{\delta d}{d}\right)m-l\overline{\delta v}^{xy}\right)_{ij}^{s+\frac{1}{2}}, \tag{2.29}$$

$$\delta v_{ij}^{s+1}=\delta v_{ij}^s-$$

$$=\Delta t\left(\overline{\delta u}^{xy}\overline{v}_x^y m+\overline{u}^{xy}\left(\overline{\delta v}\right)_x^y m-m\overline{u}^{xy}\overline{v}_x^y\frac{\delta d}{d}+\overline{\delta v}^{xy}\overline{v}_y^x m+\overline{v}^{xy}\left(\overline{\delta v}\right)_y^x m-\overline{v}^{xy}\overline{v}_y^x\frac{\delta d}{d}m+\right.$$

$$\left.+\left(\delta\overline{\Phi}_y^x-\overline{\Phi}_y^x\frac{\delta d}{d}\right)m+l\overline{\delta u}^{xy}\right)_{ij}^{s+\frac{1}{2}}, \tag{2.30}$$

$$\delta\Phi_{ij}^{s+1}=\delta\Phi_{ij}^s-$$

$$=\Delta t\left(\overline{\delta u}^{xy}\overline{\Phi}_x^y m+\overline{u}^{xy}\left(\delta\overline{\Phi}\right)_x^y m-\overline{u}^{xy}\overline{\Phi}_x^y\frac{\delta d}{d}m+\overline{\delta v}^{xy}\overline{\Phi}_y^x m+\overline{v}^{xy}\delta\overline{\Phi}_y^x m-\overline{v}_0^{xy}\overline{\Phi}_y^x\frac{\delta d}{d}m+\right.$$

$$\left.+\delta\overline{\Phi}^{xy}\left(\overline{u}_x^y+\overline{v}_y^x\right)m+\overline{\Phi}^{xy}\left(\overline{\delta u}_x^y+\overline{\delta v}_y^x\right)m-\overline{\Phi}^{xy}\left(\overline{u}_x^y+\overline{v}_y^x\right)\frac{\delta d}{d}m\right)_{ij}^{s+\frac{1}{2}}. \tag{2.31}$$

Уравнения (2.26) – (2.31) записаны с учетом того, что $\delta d = 1$, $\delta t = 0$, $\delta l = 0$.

Прогностические значения $(u,\ v,\ \Phi)_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}}$ и $(u,\ v,\ \Phi)_{ij}^{s+1}$, фигурирующие в этих уравнениях, оцениваются по уравнениям (2.20) – (2.22) и (2.23) – (2.25) соответственно. С точки зрения физики атмосферных процессов наибольший интерес представляет рассмотрение задачи чувствительности, в рамках которой все составляющие вектора состояния вариабельны одновременно, что соответствует реальной эволюции полей метеорологических функций. Поэтому уравнения задач, предусматривающих интегрирование ГДМА при $\delta u = 1$, $\delta v = 0$, $\delta\Phi = 0$, $\delta u = 0$, $\delta v = 1$, $\delta\Phi = 0$, $\delta u = 0$, $\delta v = 0$, $\delta\Phi = 1$, здесь не приводятся.

В случае наличия комбинации вариаций $\delta u = 1$, $\delta v = 1$, $\delta\Phi = 1$, система интегрируемых уравнений ГДМА такова (задача 6):

на временном уровне $s + 1/2$

$$\delta u_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} = \left(\bar{\delta}\bar{u}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^{s} - \frac{\Delta t}{2}\Bigg[\bar{u}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{u}^{y}}{\partial x}\right) + \bar{\delta}\bar{u}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}\right)^{y} + \bar{v}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{u}^{x}}{\partial y}\right) + \bar{\delta}\bar{v}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^{y} +$$

$$+\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{\Phi}^{y}}{\partial x}\right) - \bar{l}^{xy}\bar{\delta}\bar{v}^{xy}\Bigg]^{s}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}, \tag{2.32}$$

$$\delta v_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} = \left(\bar{\delta}\bar{v}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^{s} - \frac{\Delta t}{2}\Bigg[\bar{u}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{v}^{y}}{\partial x}\right) + \bar{\delta}\bar{u}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)^{y} + \bar{v}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{v}^{x}}{\partial y}\right)^{x} + \bar{\delta}\bar{v}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial y}\right)^{x} +$$

$$+\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{\Phi}^{x}}{\partial y}\right) + \bar{l}^{xy}\bar{\delta}\bar{u}^{xy}\Bigg]^{s}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}, \tag{2.33}$$

$$\delta\Phi_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}^{s+\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\bar{\delta}\bar{\Phi}^{xy}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}\right)^{s} - \frac{\Delta t}{2}\Bigg[\bar{u}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{\Phi}^{y}}{\partial x}\right) + \bar{\delta}\bar{u}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x}\right)^{y} + \bar{v}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{\Phi}^{y}}{\partial y}\right) + \bar{\delta}\bar{v}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right)^{x} +$$

$$+\bar{\delta}\bar{\Phi}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{u}^{y}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{v}^{x}}{\partial y}\right) + \bar{\Phi}^{xy}\left(\frac{\partial\bar{\delta}\bar{u}^{y}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{\delta}\bar{v}^{x}}{\partial y}\right)\Bigg]^{s}_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}; \tag{2.34}$$

на временном уровне $s + 1$

$$\delta u_{ij}^{s+1} = \left(\bar{\delta}\bar{u}^{xy}_{ij}\right)^{s} -$$

$$-\Delta t\left(\bar{u}^{xy}\frac{\partial\bar{\delta}\bar{u}^{y}}{\partial x} + \bar{\delta}\bar{u}^{xy}\frac{\partial\bar{u}^{y}}{\partial x} + \bar{v}^{xy}\frac{\partial\bar{\delta}\bar{u}^{y}}{\partial y} + \bar{\delta}\bar{v}^{xy}\frac{\partial\bar{u}^{x}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{\delta}\bar{\Phi}^{y}}{\partial x} - \bar{l}\bar{\delta}\bar{v}^{xy}\right)^{s+\frac{1}{2}}_{ij}; \tag{2.35}$$

$$\delta v_{ij}^{s+1} = \left(\bar{\delta}\bar{v}^{xy}_{ij}\right)^{s} -$$

$$-\Delta t\left(\bar{u}^{xy}\frac{\partial\bar{\delta}\bar{v}^{y}}{\partial x} + \bar{\delta}\bar{u}^{xy}\frac{\partial\bar{v}^{y}}{\partial x} + \bar{v}^{xy}\frac{\partial\bar{\delta}\bar{v}^{ч}}{\partial y} + \bar{\delta}\bar{v}^{xy}\frac{\partial\bar{v}^{x}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{\delta}\bar{\Phi}^{x}}{\partial y} + \bar{l}\bar{\delta}\bar{u}^{xy}\right)^{s+\frac{1}{2}}_{ij}; \tag{2.36}$$

$$\delta\Phi_{ij}^{s+1}=\left(\overline{\delta\Phi}_{ij}^{xy}\right)^{s}-\Delta t\left[\overline{u}^{xy}\frac{\partial\overline{\delta\Phi}^{y}}{\partial x}+\overline{\delta u}^{xy}\frac{\partial\overline{\Phi}^{y}}{\partial x}+\overline{v}^{xy}\frac{\partial\overline{\delta\Phi}^{x}}{\partial y}+\overline{\delta v}^{xy}\frac{\partial\overline{\Phi}^{x}}{\partial y}+\right.$$

$$\left.+\overline{\delta\Phi}^{xy}\left(\frac{\partial\overline{u}^{y}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{v}^{x}}{\partial y}\right)+\overline{\Phi}^{xy}\left(\frac{\partial\overline{\delta u}^{y}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\delta v}^{x}}{\partial y}\right)\right]_{i,j}^{s}. \tag{2.37}$$

Во всех расчетных формулах для компактной записи разностных уравнений использовалась символика (термины) стандартных операторов дифференцирования и сглаживания. Индексная форма записи этих операторов такова:

$$\left(f_x\right)_{i,j}=\frac{f_{i+\frac{1}{2},j}-f_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x},\quad \left(f_y\right)_{i,j}=\frac{f_{i,j+\frac{1}{2}}-f_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y},$$

$$\left(\overline{f}_x^{y}\right)=\frac{1}{2\Delta x}\left[f_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}+f_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}-f_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}-f_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}\right],$$

$$\left(\overline{f}_{ij}^{xy}\right)=\frac{1}{4}\left[f_{i,j+\frac{1}{2}}+f_{i,j-\frac{1}{2}}+f_{i+\frac{1}{2},j}+f_{i-\frac{1}{2},j}\right]_{ij}.$$

При решении системы (2.32) – (2.37), как и предыдущих задачах, параллельно интегрировались системы (2.20) – (2.22) и (2.23) – (2.25), генерирующие на каждом шаге эволюцию основного состояния атмосферы.

5. Результаты численных экспериментов и их анализ. Результаты интегрирования уравнений ГДМА в вариациях в каждой задаче представляют собой совокупность трёх полей функции чувствительности (δu, δv, $\delta\Phi$) к единичным вариациям составляющих вектора параметров (δt, и δd) и начальным условиям вектора состояния (δu_0, δv_0, $\delta\Phi_0$) на временном интервале, равном интервалу интегрирования уравнений в вариациях (в данном случае он равен 24 ч).

В целях экономии места анализ полей функций чувствительности проведем применительно к синоптической ситуации, отображенной на карте АТ-500 за 03^{h} 2.09.79 г., обращая внимание лишь на общие, с нашей точки зрения, и для других рассматривавшихся ситуаций закономерности.

Прежде всего, отметим, что поля функций чувствительности (δu, δv, $\delta\Phi$) имеют очаговую структуру. Это означает, что эволюция начального состояния атмосферы, генерируемая гидродинамической моделью (т.е. вариации вектора составляющих состояния как отклик на единичные вариации составляющих вектора параметров модели $\delta d = 1$ или $\delta t = 1$), зависит от выбора параметров дискретной модели.

Максимальные оценки значений функций чувствительности, как правило, достигаются в тех участках атмосферы, где фактически имела место существенная эволюция барических систем.

Так, в поле функции чувствительности зональной компоненты вектора горизонтальной скорости (δu) при единичной вариации шага сетки $\delta d = 1$ максимальные значения (до 6,7 м / 24 ч) достигаются в передней части циклона на карте АТ-500, где у земли располагается очаг максимального падения давления (перед точкой окклюзии). Близкий по интенсивности очаг функции чувствительности ($\delta u = 5$ м / 24 ч) располагается над областью сильного падения давления за холодным фронтом. Минимальные отрицательные значения (до –3,6 м / 24 ч) наблюдаются в области антициклогенеза (в тыловых частях антициклонов). Ориентация очагов значений функции чувствительности δu – зональная.

Картина отклика меридиональной компоненты ветра (δv) на единичное изменение шага сетки оказывается более сложной, а очаговая структура – более мелкомасштабной. Можно отметить лишь следующие отрицательные значения δv (до –4,8 м/24 ч), которые прослеживаются над передними частями антициклонов, а максимальные положительные (до +4,7 м / 24 ч) – также над очагом максимального падения приземного давления. Причем ориентация очагов в поле функции чувствительности δv – меридиональная.

В поле функции чувствительности $\delta\Phi$ при $\delta d = 1$ очаги (как и само поле геопотенциала) более крупномасштабны, чем в полях δu и δv. Очаги $\delta\Phi$ (до $\delta\Phi_{\max} = +10{,}5$ гп.м / 24 ч) соответствуют областям значительного циклогенеза. Фактически в указанной области геопотенциал изменился на 12 гп.дкм / 24 ч. В слое OT_{1000}^{500} здесь располагается вершина меридионально ориентированного гребня тепла и его тыловая часть. Минимальные значения $\delta\Phi$ (до –6 гп.м / 24 ч) соответствуют областям антициклогенеза.

При $\delta\Delta t = 1$ (единичная вариация шага интегрирования ГДМА по времени) составляющие вектора состояния реагируют значительно меньше, а именно: оценки значений δu и δv примерно на два порядка меньше, чем в случае $\delta d = 1$. Однако в поле функции чувствительности $\delta\Phi$ там, где фактически (а также и на выходе модели) имеет место мощный экспорт (поток) массы воздуха из области прогноза (при циклонической кривизне изогипс), наблюдается обширный отрицательный очаг $\delta\Phi$ (точка с $\delta\Phi_{\min} = -19{,}7$ гп.м / 24 ч совпадает с узлом на границе) с зонально ориентированной большой полуосью. По-видимому, скорее всего, этот факт объясняется специфическими боковыми граничными условиями задачи, постулирующими «непротекающие стенки», от которых отражается поток и распространяется в глубь сеточной области навстречу основному потоку. Причем этот очаг отражения потока охватывает в течение интервала интегрирования (за 24 ч) почти всю область, что, естественно, заметно сказывается на качестве прогноза. Действительно, несмотря на то, что ГДМА – негеострофическая, наблюдается своеобразный эффект «ложного антициклогенеза», присущий квазигеострофическим моделям. Так, в центре циклона, фактически расположенном вблизи центра прогностической области, $\Phi_{\text{факт.}} \approx 524$ гп.дкм, а $\Phi_{\text{прогн.}} = 538{,}5$ гп.дкм; мощный гребень и антициклон (в котором $\Phi_{факт}$ = 544 гп.дкм) на выходе модели слились в единое барическое образование, в центре которого $\Phi_{прогн.}$ = 553,9 гп.дкм; неудовлетворительно спрогнозированы местоположения указанных циклона и антициклона; отраженный поток играет роль своеобразного блокинга и трансформирует фактические барические образования в несколько сплюснутые топологические структуры с меридионально ориентированными большими полуосями. Эти признаки «нитевидности» барических образований схожи с аналогичным эффектом, впервые отмеченным Н. Филлипсом и свойственным численным алгоритмам, реализующим нелинейные задачи и генерирующим нелинейную вычислительную неустойчивость. Однако используемая нами схема Лакса-Вендрофа не допускает развития нелинейной вычислительной неустойчивости (естественно, при разумом выборе параметров численной модели). Кроме того, в нашем случае расслоения барических образований на многоцентровые, а также нереально больших градиентов в прогностических полях функций u, v, Φ не прослеживается. Сказанное дает основание считать, что отмеченный факт ложного блокирования действительно представляет собой отклик модели на нереалистические боковые граничные условия (жесткие стенки) в местах вытекания воздуха из области интегрирования.

В случае действия комплекса вариаций начальных условий всех составляющих вектора начального состояния модели ($\delta u = \delta v = \delta\Phi = 1$) в поле функции чувствительности $\delta\Phi$ систематически прослеживаются следующие особенности:

– полю функции чувствительности $\delta\Phi$ присуща ярко выраженная очаговая структура, а большие полуоси этих очагов (особенно весьма интенсивных) вытянуты, как правило, в зональном направлении, что соответствует характеру общей циркуляции атмосферы в средних широтах;

– максимальный отклик имеет место в тех местах, где массы воздуха вторгаются в область прогноза. В случае уменьшения антициклонической кривизны изогипс и/или усиления циклогенетических процессов в указанных областях вариации геопотенциала $\delta\Phi$ могут достигать –800 ч –900 гп.м. за сутки;

– там где наблюдается экспорт массы воздуха из области интегрирования, а у земли происходит заполнение циклона (в результате его окклюдирования) либо несколько уменьшается циклоническая кривизна изогипс, оценки функции чувствительности $\delta\Phi$ положительные (точнее, весьма близкие к нулю). Это означает, что на указанные события геопотенциал на уровне 500 гПа реагирует слабо.

Поля функций чувствительности $\delta\Phi$ как отклик поля Φ на единичные вариации составляющих начального состояния скорости ветра $\delta u = 1$ и $\delta v = 1$ отличаются большим числом центров с практически неупорядоченной ориентацией больших полуосей (во всяком случае утверждать что-либо иное здесь весьма сложно). Можно отметить, что поле геопотенциала очень сильно реагирует даже на единичные вариации компонент вектора скорости. Так, экстремальные оценки вариаций геопотенциала за сутки как отклик на вариацию $\delta u = 1$ могут достигать +4933 гп.м и –3470 гп.м, на $\delta v = 1$ – соответственно +2820 гп.м. и –4522 гп.м. В то же время реакция геопотенциала на собственные единичные вариации существенно меньше: $(\delta \Phi)_{max} \le 430$ гп.м/сутки, $(\delta \Phi)_{min} \ge -1080$ гп.м/сутки. Сказанное подтверждает известный вывод, вытекающий из теории адаптации полей: поле давления адаптируется к полю ветра. Аналогичным образом нами был проведен анализ результатов моделирования для 12 синоптических ситуаций. В том числе для двух случаев задавался фактический ветер.

Рекомендации для разработчиков атмосферных моделей, вытекающие из проведённого исследования, в общем, вписываются в известные подходы и могут быть сформулированы следующим образом:

– уравнения динамической модели должны адекватно описывать атмосферу;

– при выборе параметров вычислительного алгоритма (параметров дискретной модели) необходимо учитывать пространственные масштабы и скорости перемещения волновых мод, описываемых уравнениями ГДМА;

– через боковые границы области интегрирования (особенно в местах интенсивного экспорта массы воздуха) должны проходить наиболее быстрые волны, так как при прогнозе даже на сутки на выходе численной ГДМА может сформироваться ложный блокинг за счет суперпозиции основного и отраженного от «жестких стенок» потоков;

– особое внимание нужно уделять точности задания начальных полей составляющих скорости ветра в силу мощного отклика поля геопотенциала на их единичные вариации, что существенно сказывается на качестве прогнозов, генерируемых атмосферной моделью.

Литература

1. *Анискина О.Г., Панин Б.Д.* Исследование чувствительности дискретных прогностических моделей с помощью уравнений в вариациях / Межвуз. сб.: Метеорологические прогнозы, вып. 114 – СПб.: изд. РГГМИ, 1992, с. 4–11.
2. *Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д.* Численные методы прогноза погоды. – Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 376 с.
3. *Пененко В.В.* Методы численного моделирования атмосферных процессов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 352 с.
4. *Репинская Р.П.* Некоторые результаты прогноза приземного барического поля на 3 – 9 дней. / Межвуз. сб.: Метеорологические прогнозы. – Л.: изд. ЛПИ, 1978, с. 92–98.