

**ГИДРОЛОГИЯ**

*Н.В. Мякишева, Н.Ю. Дьяченко*

**ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ВЕРОЯТНОСТНОГО  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОВНЯ ВОДЫ БОЛЬШИХ ОЗЕР**

*N.V. Myakisheva, N.Yu. Dyachenko*

**THE ESTIMATION OF THE POTENTIAL FOR LARGE LAKES  
WATER LEVEL PROBABILITY FORECASTING**

«Аргументы и факты», 2005, № 50.

*Основное внимание уделено методам прогнозирования, основанным на экстраполяции естественных колебаний уровня больших озер. В качестве примера рассмотрено Ладожское озеро. Показано, что прогнозы с использованием моделей АРПСС (авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего) относятся преимущественно к категории хороших и отличных.*

*The main attention is paid to the methods of forecasting, based on extrapolation of large lakes water level natural variations. As the example Lake Ladoga is taken. It is shown that the application of the ARIMA (auto regression integrated moving average) models mainly permits to receive good and excellent forecasts.*

Уровенный режим озер формируется под воздействием активных и адаптивных факторов в условиях современного климата и существующей антропогенной нагрузки. Климатические факторы принято относить к активным, а факторы подстилающей поверхности к адаптивным. Различное сочетание климатического сигнала и отклика на этот сигнал подстилающей поверхности формирует различия в характере внутригодовых и многолетних колебаний уровней воды в озерах. Вполне очевидно, что изучение таких сложных взаимосвязанных природных процессов требует привлечения методов теории динамических систем, а прогнозирование – использования моделей передаточных функций. Однако слабая изученность озер, которая значительно уступает изученности рек, а также сокращение сети гидрометеорологических наблюдений, произошедшее в последние десятилетия, затрудняют реализацию такого концептуального подхода.

В условиях дефицита исходной информации широкие возможности для прогнозирования уровня воды больших озер открывает использование ряда фактических наблюдений с привлечением методов, основанных на экстраполяции естественных колебаний уровня. В этом случае предполагается, что имеется некоторая реализация случайной последовательности в прошлые моменты времени вплоть до данного момента  $t$ . Необходимо предсказать значе-

ние, относящееся к этой же реализации в будущий момент времени с определенным упреждением  $t$ . Прогнозируемое значение рассматривается как некоторая функция от всех известных значений, находящаяся в определенном их классе и имеющая минимальную среднеквадратичную абсолютную ошибку прогнозирования. Заметим, что могут быть и другие критерии качества прогнозирования в зависимости от его цели.

Наиболее полное решение задачи экстраполяции случайной последовательности заключается в нахождении условного распределения вероятностей случайной величины в будущий момент времени, если она принимает заданные значения [Яглом, 1981]. Для последовательности исходных величин, распределенных по нормальному закону, решение задачи прогноза является единственным, поскольку условное распределение вероятностей прогнозируемой последовательности также будет нормальным, а ее среднее значение будет одновременно и наиболее вероятным.

При известной корреляционной функции случайного процесса на экстраполяционную функцию накладывается условие “линейности”, поскольку только при этом условии среднеквадратическая ошибка прогнозирования выражается через корреляционную функцию; зная ее, можно найти так называемые экстраполяционные коэффициенты, на которые умножаются значения  $n$  элементов последовательности, после чего их сумма дает прогнозируемую величину. Для нормальной случайной последовательности предположение о линейности функции экстраполирования не является ограничением, потому что среднеквадратичная ошибка оказывается как раз наименьшей при линейности функции экстраполирования. В общем случае при отличии распределения исходной последовательности от нормального линейная экстраполяция также представляет определенный практический вопрос.

Знание корреляционной функции процесса предполагает и спектральную постановку задачи о линейном экстраполировании стационарной случайной последовательности. Отыскание спектральной характеристики экстраполирования равносильно полному решению задачи прогнозирования. Если при решении практических задач удастся теоретическим путем определить спектральную плотность непрерывного или дискретного временного ряда, то она всегда имеет вид спектральной функции процесса авторегрессии – скользящего среднего (АРСС) [Яглом, 1981]. Если же спектральную плотность удастся определить только эмпирическим путем, то ее можно достаточно хорошо аппроксимировать модельной оценкой спектральной функции этого класса процессов.

Обобщением модели АРСС на случай нестационарных временных рядов является модель авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего АРПСС ( $p, d, q$ ), где  $p$  – параметр авторегрессии,  $d$  – порядок операции взятия разностей,  $q$  – параметр скользящего среднего. Обобщением модели АРПСС на случай сезонных нестационарных рядов является мультипликативная се-

зонная модель АРПСС ( $p, d, q$ ) ( $Ps, ds, Qs$ ), где к параметрам модели АРПСС –  $p, d, q$  добавлены сезонные параметры: сезонный параметр авторегрессии –  $Ps$ , сезонная разность –  $ds$ , сезонный параметр скользящего среднего –  $Qs$ .

Методы теории АРПСС разработаны и доведены до практического применения Дж. Боксом и Г. Дженкинсом [Бокс, 1974]. Напомним, что процессы  $Z_t$  класса АРПСС удовлетворяют следующей разностной схеме:  $\omega_t = \nabla^d Z_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \Phi(B) \omega_t = \theta(B)a_t$ , где  $\nabla$  – оператор взятия разности:  $\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1}$ ,  $B$  – оператор сдвига назад:  $BZ_t = Z_{t-1}$ ;  $\Phi(B), \theta(B)$  – некоторые многочлены от  $B$ ;  $a_t$  – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с конечной дисперсией  $\sigma_a^2$ . Для этих процессов  $d$ -я разность является стационарным случайным процессом с рациональной спектральной плотностью. Основная трудность в применении этих методов для решения практических задач гидрометеорологии заключается в идентификации модели для конкретного временного ряда, т.е. в подборке для него соответствующего модельного выражения, в терминах вероятностных характеристик которого осуществляется анализ либо прогнозирование.

Ладожское озеро является уникальным водоемом Европы. Его уровень не только фиксирует водные ресурсы, но и является интегральным показателем увлаженности и изменений климата на обширной территории. Более того, уровень воды в озере характеризует суммарное антропогенное воздействие на бассейн. Низкое стояние уровня Ладожского озера, наблюдающееся с 1996 г. и по прогнозу И.Ф. Гелеты и Н.В. Мякишевой [Гелета, 1992] завершающееся в 2010 – 2011 гг., привело к усложнению условий судоходства, рыболовства, рекреации, а также к ухудшению качества воды, увеличению биомассы сине-зеленых водорослей в Невско-Ладожской системе.

Известно, что непосредственное влияние на формирование уровня Ладожского озера оказывают составляющие водного баланса, основными из которых являются приток по рекам Вуокса, Свирь, Волхов (90 % от общего), и сток по Неве, а также особенности строения озерной системы (площадь озера и его водосбора, озерность, форма русла вытекающей реки). Опосредованно на уровень озера влияют колебания уровня озер Саймаа, Онежское, Ильмень. Климатические факторы – температура воздуха и атмосферные осадки, режим которых для Европейских озер зависит от циклогенеза над Северной Атлантикой, воздействуют на динамику колебаний уровней озер.

Исследованиями внутригодовых и многолетних колебаний уровня Ладожского озера в разное время занимались М.Д. Масанова и И.В. Филатова [Масанова, 1986], С.П. Никитин и И.В. Филатова [Никитин, 1986], А.М. Догановский и Н.В. Мякишева [Догановский, 1992, 2000, 2006], Н.В. Мякишева и В.Л. Трушевский [Мякишева, 1990], Н.Н. Филатов [Филатов, 1997], А.С. Григорьев и Ю.А. Трапезников [Григорьев, 2002]. Значительно меньше исследований посвящено вопросам прогнозирования [Гелета, 1992; Гордеева, 2006; Бабкин, 2006].

Наличие ритмики годовой цикличности достаточно четко проявляющейся на фоне низкочастотного колебания уровня Ладожского озера позволило использовать для прогноза реализацию средних месячных значений по наблюдениям на водомерном посту Сясьские Рядки за период 1881–2004 годы. Прогнозировались внутригодовые колебания для характерных по водности лет: 1923–1925, 1986, 1990, 1993, 1995, 1998, 1999 и 2003. Квантильный анализ средних годовых значений показал, что в 1923–1925, 1986, 1990, 1993, 1995 гг. уровень Ладожского озера стоял выше медианы. При этом в 1924 г. наблюдалось наивысшее за весь период наблюдений значение (609 см). В 1998, 1999 и 2003 гг. уровень стоял ниже медианы. При этом в 2003 г. наблюдалось наинизшее значение (381 см) [второе после 1940 г. (361 см)].

Генерирование прогнозов осуществлялось двумя способами. Первый способ заключался в использовании модели АРПСС, учитывающей как эволюционную, так и сезонную нестационарность. Прогнозирование осуществлялось с упреждением 12 месяцев (с января по декабрь). Модель включала один обычный и один сезонный параметр скользящего среднего. Исходный ряд трансформировался трижды в ходе логарифмирования, взятия разности с шагом 1 (для устранения эволюционной нестационарности) и взятия разности с шагом 12 (для устранения сезонной нестационарности).

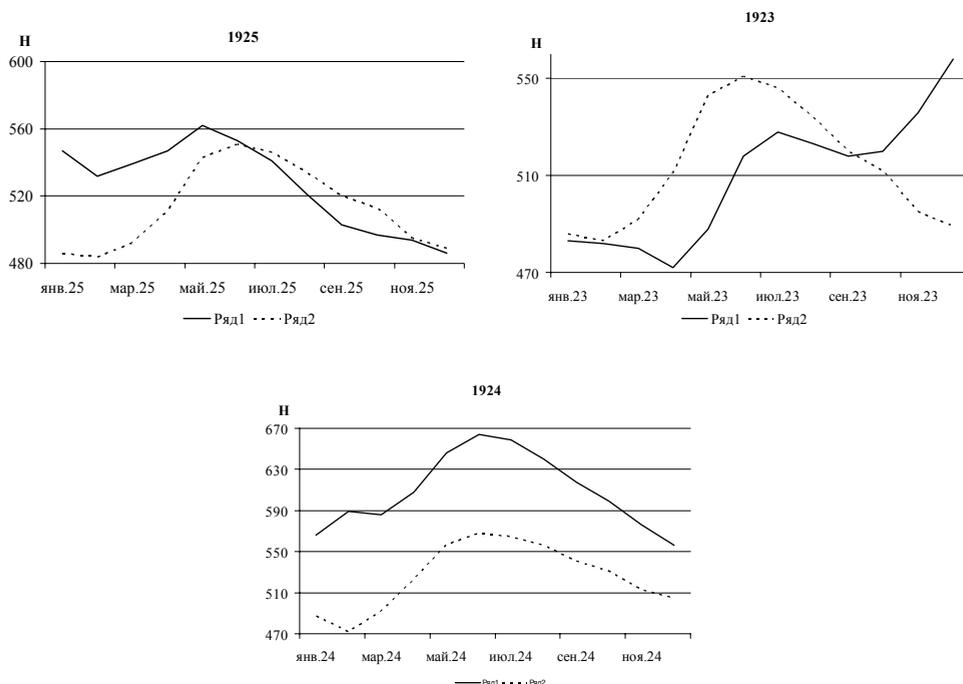


Рис. 1. Фактические (ряд 1) и прогностические (ряд 2) значения внутригодовых колебаний уровня Ладожского озера за 1923–1925 гг.

В качестве примера сопоставление фактических и прогностических значений приведено для 1924–1925 гг. (рис. 1, табл. 1). Как видно из таблицы наблюдается их хорошее соответствие, особенно с июня по сентябрь, когда разница между значениями не превышала 1–3 % (для 1923, 1925 гг.). Для апреля – мая и ноября – декабря разница увеличивается до 12 %. Для сравнения прогностических и фактических значений использовались относительные погрешности, а также проводилась оценка оправдываемости прогнозов, предложенная ГМЦ. Прогноз считался отличным, если  $\delta < 0,3\delta_{\text{доп}}$ , хорошим, если  $\delta = (0,3 - 0,6)\delta_{\text{доп}}$ , и удовлетворительным при  $\delta = (0,6 - 1)\delta_{\text{доп}}$ , где  $\delta_{\text{доп}} = \pm 0,674 \sigma_{\Delta}$ , а  $\sigma_{\Delta} = \sqrt{\Sigma(\Delta I - \Delta)^2 / (n - 1)}$ . В соответствии с использованными оценками прогнозы на 1923 и 1925 годы относятся к категории “хороших”, а на 1924 год – к категории “удовлетворительных”.

Таблица 1

Сопоставление фактических ( $H_{\text{ф}}$ ) и прогностических ( $H_{\text{п}}$ ) значений уровня Ладожского озера

Месяц, год	$H_{\text{ф}}$ , см	$H_{\text{п}}$ , см	$\delta$	Месяц, год	$H_{\text{ф}}$ , см	$H_{\text{п}}$	$\delta$	Месяц, год	$H_{\text{ф}}$	$H_{\text{п}}$	$\delta$
Январь, 1923	483	486	-1	Январь, 1924	566	487	14	Январь, 1925	547	486	11
Февраль, 1923	482	483	0	Февраль, 1924	589	472	20	Февраль, 1925	532	484	9
Март, 1923	480	492	-3	Март, 1924	586	492	16	Март, 1925	539	492	9
Апрель, 1923	472	511	-8	Апрель, 1924	608	522	14	Апрель, 1925	547	511	7
Май, 1923	488	543	-11	Май, 1924	646	557	14	Май, 1925	462	543	3
Июнь, 1923	518	551	-6	Июнь, 1924	664	568	14	Июнь, 1925	553	551	0
Июль, 1923	528	546	-3	Июль, 1924	659	565	14	Июль, 1925	541	546	-1
Август, 1923	523	534	-2	Август, 1924	640	556	13	Август, 1925	521	534	-2
Сентябрь, 1923	518	520	0	Сентябрь, 1924	618	541	12	Сентябрь, 1925	503	520	-3
Октябрь, 1923	520	512	2	Октябрь, 1924	599	531	11	Октябрь, 1925	497	513	-3
Ноябрь, 1923	536	495	8	Ноябрь, 1924	576	513	11	Ноябрь, 1925	494	495	0
Декабрь, 1923	558	489	12	Декабрь, 1924	556	505	9	Декабрь, 1925	486	489	-1

В соответствии с методами теории периодически коррелированных случайных процессов (ПКСП), представим реализацию средних месячных значений уровня озера вектором, компоненты которого образованы отсчетами процесса через период коррелированности 1 год, т. е. ежегодными последовательностями значений для каждого месяца года:

$$H_t = \{H_{1,t}, \dots, H_{12,t}\}^T = \{H_{it}\}, i = 1 \dots 12.$$

Принятое представление позволяет заменить периодически коррелированный случайный процесс с годовой ритмикой на 12 стационарных и стационарно связанных случайных процессов, достаточно хорошо спрямляющихся на сетке нормального распределения.

Описание модельной структуры каждой компоненты вектора процессом авторегрессии первого порядка (АР(1)) или процессом скользящего среднего первого порядка (СС(1)) позволяет воспользоваться вторым способом прогнозирования значений уровня озера с упреждением 1 год. При этом полученные значения для каждого месяца года, собранные на периоде в 1 год, также дают прогноз внутригодового колебания уровня.

Для 1986 и 1993 гг. оптимальной оказалась модель АР(1), для 1990, 1995 гг. – модель СС(1). По методу ГМЦ прогнозы на эти годы попали в категорию “отличных”.

Для 2003 года прогноз давался двумя способами по трем моделям (рис. 2, табл. 2). По методу ГМЦ прогнозы на этот год по моделям АРСС и СС(1) относятся к категории “хороших”, а по модели АР(1) – к категории “отличного”.

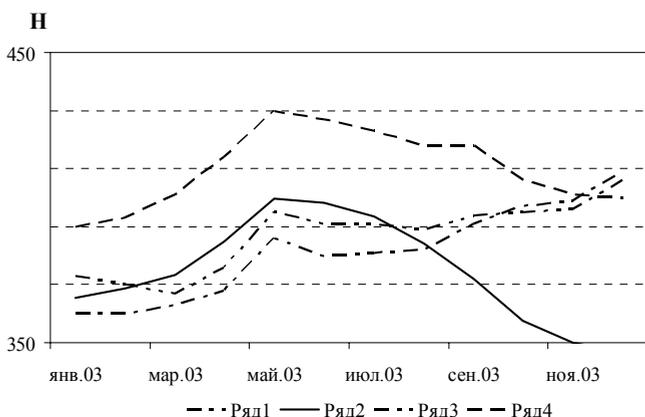


Рис. 2. Фактические и прогностические значения внутригодовых колебаний уровня Ладожского озера за 2003 г. Ряд 1 – фактические наблюдения, ряд 2 – прогноз по модели АРСС, ряд 3 – прогноз по модели АР (1), ряд 4 – прогноз по модели СС (1).

Таблица 2

Сопоставление фактических ( $H_{ф}$ ) и прогнозных ( $H_{п}$ ) значений уровня за 2003 год

Месяц	$H_{ф}$ , см	$H_{п}$ , см			Месяц	$H_{ф}$ , см	$H_{п}$ , см		
		АРСС	АР(1)	СС(1)			АРСС	АР(1)	СС(1)
Январь	360	365	373	390	Июль	381	394	391	423
Февраль	360	369	370	393	Август	382	384	398	418
Март	363	373	367	401	Сентябрь	391	372	394	418
Апрель	368	385	376	414	Октябрь	397	357	395	406
Май	386	399	395	403	Ноябрь	399	350	396	401
Июнь	380	398	391	427	Декабрь	409	347	406	400

Возможна ежемесячная корректировка прогноза с использованием 12 уравнений регрессии (табл. 3). В качестве предикторов в каждом уравнении целесообразно использовать два фактора: фактический средний уровень озера за прошедший месяц и средний уровень за текущий месяц прошлого года.

Таблица 3

Корректировка прогноза за 1998 и 1999 гг.

Год	H, см	Месяцы												Среднее
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1998	H <sub>ф</sub>	417	422	428	447	466	471	477	483	485	476	780	485	461
	H <sub>п</sub>	416	421	427	444	468	476	469	471	474	478	468	479	458
1999	H <sub>ф</sub>	491	493	492	510	528	523	509	485	463	436	419	411	480
	H <sub>п</sub>	490	495	497	510	534	545	541	531	516	507	497	494	513

Полученные результаты еще раз подтверждают, что методы теории авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего являются универсальным инструментом прогнозирования уровней воды в озерах в условиях недостаточного объема исходной информации.

### Литература

1. *Бабкин А.В.* Оценка колебаний и прогноз уровня Ладожского озера и стока р. Невы. // Материалы конференций Политехнического симпозиума. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2006, с.7
2. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып.1. М., 1974.
3. *Гелета И.Ф., Мякишева Н.В.* Оценка возможности прогнозирования Ладожского озера на отдаленную перспективу. // География и современность, 1992, № 6, с. 79 – 94.
4. *Гордеева С.М., Малинин В.Н.* О долгосрочном прогнозе годового стока Невы и колебаний уровня Ладожского озера. // Современные проблемы в гидрометеорологии. СПб, 2006., с. 222 – 228.
5. *Григорьев А.С., Трапезников Ю.А.* Уровень Ладожского озера в условиях возможного изменения климата. // Водные ресурсы, т. 29, № 2, 2000, с. 174 –178.
6. *Догановский А.М.* Многолетние колебания уровня Ладожского озера. // Современные проблемы в гидрометеорологии. – СПб, 2006, с. 175 –183.
7. *Догановский А.М., Мякишева Н.В.* Вероятностный анализ составляющих водного баланса Ладожского озера по месячным интервалам времени (1936 –1988). // Вестн. СПбГУ. Сер. 7: Геология, география. Вып. 3 (№21), 1992, с. 75 –84.
8. *Догановский А.М., Мякишева Н.В.* Уровень Ладожского озера в различных диапазонах частот. Ладожское озеро. / Под ред. Н.Н. Филатова, Петрозаводск, 2000, с. 352 –358.
9. *Масанова М.Д., Филатова И.В.* Моделирование сезонных колебаний уровня озера Ладожского озера. // Моделирование и экспериментальные исследования гидрологических процессов в озерах. – Л.: Наука, 1986, с. 44 –48.
10. *Мякишева Н.В., Трушевский В.Л.* О количественной оценке регулирующей способности Ладожского озера // Вестн. Ленинград. ун-та. Сер. 7. Геология, география, 1990, вып. 1 (№ 7), с. 62 –74.
11. *Никитин С.П., Филатова И.В.* О возможности применения линейной регрессионной модели для расчета уровня Ладожского озера. // Моделирование и экспериментальные исследования гидрологических процессов в озерах. – Л.: Наука, 1986, с. 40 –44.
12. *Филатов Н.Н.* Изменение климата Восточной Фенноскандии и уровня воды крупнейших озер Европы. – Петрозаводск, 1997. – 148 с.
13. *Яглом А.М.* Корреляционная теория стационарных случайных функций с применением из метеорологии. – Л., 1981.