

К.А. Бобров**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДРЕЙФА ЛЬДИН****К.А. Bobrov****MATHEMATICAL MODELLING OF DRIFT OF ICE FLOES**

Рассматриваются математические модели дрейфа льдин. Их сопоставление позволяет модернизировать модель нестационарного дрейфа льда Д.Л. Лайхтмана. От коэффициента вертикального турбулентного обмена переходят к обобщённому коэффициенту сопротивления. Создана новая модель нестационарного дрейфа льда. Она универсальна потому, что можно исследовать и разгон, и торможение льдины. Этого не делали другие модели.

Ключевые слова: лед, математическая модель дрейфа льдины.

Mathematical models of drift of ice floes are considered. Their comparison allows to modernize model of non-stationary drift of an ice of D.L. Lajhtmana's. From factor of a vertical turbulent exchange pass to the generalized factor of resistance. The new model of non-stationary drift of an ice is created. It is universal. Because it is possible to investigate both dispersal, and braking of an ice floe. It did not do other models.

Key words: ice, mathematical model of ice floe drift.

В настоящее время в математических моделях дрейфа льдин используются два подхода [Доронин, 2001]. В первом напряжения ветра и сопротивления воды представляются квадратическими зависимостями от скоростей ветра и льдины. Во втором эти напряжения принимаются пропорциональными коэффициентам турбулентности и вертикальным градиентам скоростей ветра и подледного течения. В первом случае удастся учесть нормальные напряжения боковой поверхности льдин, а следовательно, и их размер. Во втором – учитывается только касательное напряжение с единицы поверхности льдины. При этом в первой модели используется большее число уравнений, из которых некоторые эмпирические, а во второй – система уравнений простая и легко решаемая. Поэтому возникает задача сопоставить модели и коэффициенты сопротивления из первой модели учесть во второй. Подобную задачу рассматривал в своей работе С.А. Леонтьев.

Одно из уравнений движения льдины в первой модели представляется формулой:

$$c_1 \rho_a W^2 \sin \psi = c_2 \rho_w V_o^2 \sin \beta + 2 \rho h w_z V, \quad (1)$$

где ψ – угол между напряжением ветра и вектором скорости льдины V ; β – угол между напряжением воды и вектором скорости льдины V ; W – скорость ветра; c_1 и c_2 – коэффициенты сопротивлений между льдиной и воздухом, льдиной и водой; V_o – относительная скорость дрейфа льдины.

Во второй модели аналогичное уравнение имеет вид:

$$(W_y - V + W_x - U) \rho_a \sqrt{\omega_z k_a} = (U + V) \rho_w \sqrt{\omega_z k_w} + 2 \omega_z \rho h U, \quad (2)$$

здесь U, V – составляющие скорости дрейфа льдины по осям x и y ; k_a и k_w – вертикальные коэффициенты турбулентности в воздухе и воде; W_x и W_y – составляющие скорости ветра по осям координат на верхней границе пограничного слоя воздуха.

Сопоставление формул (1) и (2) дает:

$$c_1 \rho_a W^2 \sin\psi \sim W \rho_a \sqrt{\omega_z k_a}; \quad (3)$$

$$c_2 \rho_w V_o^2 \sin\beta \sim V \rho_w \sqrt{\omega_z k_w}. \quad (4)$$

Из этих формул следует:

$$k_a \sim (c_1 W^2 \sin\psi) / \omega_z; \quad (5)$$

$$k_w \sim (c_2 V_o^2 \sin\beta) / \omega_z. \quad (6)$$

Подстановка этих выражений для коэффициентов турбулентности в уравнение второй модели позволяет оценить зависимость дрейфа от коэффициентов c_1 и c_2 , а следовательно, учесть не только касательные, но и нормальные сопротивления.

Для анализа закономерностей выхода дрейфа льда на стационарный режим рассматривается простейший случай – изменение скорости движения льдины из состояния покоя при неизменном ветре. Рассчитанные характеристики дрейфа по формуле, получившейся после такой подстановки, представлены на рис. 1.

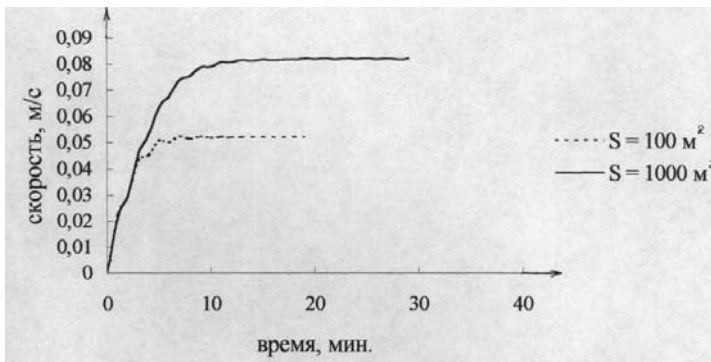


Рис. 1. Скорость дрейфа льдин.

Видно, что стационарный дрейф льда наступает тем быстрее, чем меньше горизонтальные размеры льдины. Чем льдина меньше, тем сильнее проявляется нормальное сопротивление воды на боковую поверхность. Поэтому общее сопротивление воды, приходящееся на единицу поверхности льдины, будет больше у малой льдины, чем у большой, а это приводит к более быстрому наступлению стационарного режима. В связи с этим мелкие льдины быстрее начинают дрейфовать под действием ветра, но и быстрее останавливаются после его прекращения, чем крупные (рис. 2).

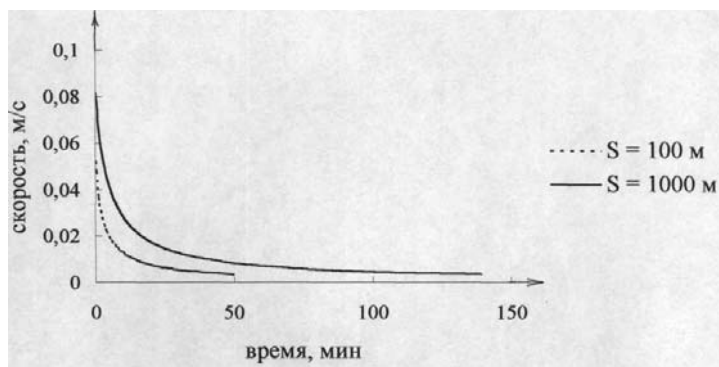


Рис. 2. Скорость дрейфа льдин после прекращения действия ветра.

Здесь необходимо отметить, что в этой модели скорости льдин никогда не обратятся в ноль, а лишь будут асимптотически стремиться к этому значению. Но, помимо математической трактовки, можно пояснить, исходя из физики самого процесса. И с этой точки зрения картина выглядит следующим образом: дрейфующая льдина «тащит» за собой некоторый слой воды. При постоянстве коэффициента вертикального турбулентного обмена мы, тем самым, фиксируем толщину этого слоя, в то время как ускоряющаяся льдина вовлекает в движение всё более и более новые массы воды, препятствующие её дальнейшему разгону. В результате льдина раньше выйдет на стационарный режим, но скорость её будет меньше, что, в конечном счёте, и получилось в расчётах.

Подведя окончательный итог, можно сказать, что наличие уже накопленных и новых данных позволило модернизировать модель стационарного дрейфа льда (модель Д.Л. Лайхтмана) путём перехода от коэффициента вертикального турбулентного обмена к обобщённому коэффициенту сопротивления и получить основные закономерности дрейфа в зависимости от различий нормальных и касательных напряжений, действующих на льдины, возникающих из-за различий в геометрических размерах последних. Создана новая модель нестационарного дрейфа льда, универсальность которой объясняется возможностью исследовать как разгон, так и торможение льдины, чего не позволяли делать ранее разработанные модели. Использование в модели коэффициента сопротивления также позволило выявить характерные черты дрейфа льда.

Литература

1. Доронин Ю.П., Хейсин Д.Е. Морской лёд. – Л.: Гидрометеониздат, 1975. – 318 с.
2. Доронин Ю.П., Гудкович З.М. Дрейф морских льдов. – СПб.: Гидрометеониздат, 2001. – 110 с.