

физика океана

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук
проф. Ю. П. Доронина

*Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебника
для студентов вузов,
обучающихся по специальности
«Океанология»*



ЛЕНИНГРАД ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ 1978

В. В. Богородский, А. В. Гусев, Ю. П. Доронин,
Л. Н. Кузнецова, К. С. Шифрин

Рецензенты: чл.-кор. АН СССР А. С. Монин,
проф. В. Х. Буйницкий (зав. кафедрой океанологии ЛГУ)

Излагаются современные представления об основных физических процессах, протекающих в Мировом океане, дается их теоретическое объяснение и рассматриваются методы расчета различных гидрологических элементов.

Основное внимание уделяется изложению общих вопросов термодинамики океана, океанской турбулентности и закономерностям изменения температуры и солёности морской воды, образования и разрушения морского льда в зависимости от его физико-механических свойств. Рассмотрены электромагнитные явления в океане, распространение света и звука.

Книга предназначена в качестве учебника для студентов вузов, специализирующихся в области океанологии.

The book gives the present notions of the major physical processes that take place in the World ocean. It offers their theoretical explanation and ways and methods of determination of various hydrological elements.

The main attention is paid to general problems, such as oceanic thermodynamics, oceanic turbulence, regularities in variations of temperature and sea water salinity, formation and deformation of sea ice due to its physical and mechanical properties.

Some other problems are considered hereby: electromagnetic phenomena in the ocean, light and sound diffusion.

The book is intended as a manual for higher school students whose speciality is oceanology.

Предисловие

Курс «Физика океана» читается в гидрометеорологических институтах, в государственных университетах и в высших инженерных морских училищах. В соответствии с утвержденными учебными планами преподавание его ведется на 3—4-м курсах, после того как студенты изучат в установленном объеме общую физику, дифференциальное и интегральное исчисление, элементы математической физики и гидромеханики. Из специальных дисциплин настоящему курсу должно предшествовать изучение «Общей океанологии», дающей общие представления об океане и о связи физических процессов с химическими, биологическими и геологическими процессами. Все это позволяет при изложении материала считать, что студентам известны общие физические законы, они умеют пользоваться аппаратом математической физики и имеют представление об океане как о географическом объекте. Основное внимание в настоящей книге уделено изложению разделов, связанных с термодинамическими и термохалинными процессами, а также с электромагнитными и акустическими волновыми процессами. Подробное изложение теории волн, приливов, течений и непериодических колебаний уровня, исходя из общности этих процессов и большого объема материала, будет сделано в курсе «Динамика океана», являющемся, по сути, второй частью «Физики океана».

Основой настоящего учебника послужили лекции, читаемые студентам океанологического факультета Ленинградского гидрометеорологического института, а также последние опубликованные работы, освещающие различные физические процессы в океанах и морях.

При составлении учебника авторы часто обращались к книге В. В. Шулейкина «Физика моря», в которой наиболее всесторонне изложены эти вопросы.

Предисловие, введение, главы 1, 2, 4, 5 написаны д-ром физ.-мат. наук Ю. П. Дорониным, глава 3 — канд. геогр. наук Л. Н. Кузнецовой при участии канд. геогр. наук Б. И. Тюркова, глава 6 — Л. Н. Кузнецовой, глава 7 — д-ром физ.-мат. наук К. С. Шифриным, глава 8 — чл.-кор. АН СССР В. В. Богородским и д-ром физ.-мат. наук А. В. Гусевым.

На заключительном этапе подготовки рукописи много ценных замечаний и советов высказали официальные рецензенты учебника чл.-кор. АН СССР А. С. Монин и профессор В. Х. Буйницкий, а также профессор С. С. Зилитинкевич. Всем им коллектив авторов приносит глубокую благодарность.

1. Задачи курса и метод исследования

В физике океана предусматривается изучение основных физических свойств водной среды и законов, характеризующих состояние океана и протекающих в нем физических процессов; изучение взаимосвязи как между различными параметрами морской воды, так и между физическими процессами; рассмотрение зависимости океанических процессов от причин, их обуславливающих. При этом необходимо не только качественно установить причинно-следственную связь, но и дать математическое выражение этой связи.

Задачей курса является не только изучение процессов, но и рассмотрение возможностей использования причинно-следственных связей для прогнозирования физических явлений, так как прогноз является одной из тех конечных вершин, к достижению которых стремятся все науки о Земле. Собственно, прогноз не является непосредственной задачей курса, но основы для изучения методов прогнозирования закладываются в физике океана.

Второй вершиной, к достижению которой стремятся науки о Земле, являются рекомендации к преобразованию природы в интересах человечества. В принципе они могут иметь под собой научную основу только тогда, когда изучена физика процессов и ясны последствия, которые могут возникнуть в результате вмешательства человека в естественный процесс.

Обеспечение хозяйственных и других организаций информацией о физических процессах в океане и их направленности требует знания законов развития этих процессов. Познавание естественного мира, в том числе океана, происходит с позиций диалектического материализма. Это означает признание объективности законов природы, т. е. их первичности по отношению к нашим представлениям о них. Не всегда наш уровень знаний о тех или иных процессах в океане достаточно высокий. Бывает, что новый эмпирический материал приводит к ревизии ранее сложившихся представлений о характере протекания процесса и о причинах, его обусловивших. Тем не менее материалистическое понимание законов природы означает признание их познаваемости. Это четко и ясно доказал В. И. Ленин в работе «Материализм и эмпириокритицизм»: «С точки зрения современного материализма, т. е. марксизма, исторически условны *пределы* приближения наших знаний к объективной, абсолютной

истине, но *безусловно* существование этой истины, безусловно то, что мы приближаемся к ней» (Полн. собр. соч., т. 18, с. 138). Далее он писал: «...пока мы не знаем закона природы, он, существуя и действуя помимо, вне нашего познания, делает нас рабами „слепой необходимости“. Раз мы узнали этот закон, действующий (как тысячи раз повторял Маркс) *независимо* от нашей воли и от нашего сознания,— мы господа природы» (т. 18, с. 198). Только познав законы протекания океанических процессов, можно давать качественные гидрологические информации и прогнозы, можно преобразовывать океанические процессы, не опасаясь нежелательных последствий.

Сущность единственно научного диалектического метода познания в наиболее краткой и ясной форме сформулирована В. И. Лениным: «От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике — таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности» (Полн. собр. соч., т. 29, с. 152, 153). Только проверка на практике показывает близость наших представлений о физических процессах в океане к фактическим, к объективной реальности. Любой естествоиспытатель волей или неволей является по крайней мере стихийным диалектиком и материалистом, поскольку он имеет дело с реальными естественными объектами, находящимися в постоянном движении. Поэтому если нет сознательного стремления к искажению действительности, то подход к изучению процесса обычно бывает диалектическим, а результаты натурных наблюдений истолковываются с материалистических позиций. Это и определяет тот факт, что многие буржуазные ученые, не будучи формально материалистами и диалектиками, фактически используют законы диалектического материализма и правильно истолковывают результаты наблюдений. Заблуждения могут возникнуть при теоретических и философских обобщениях, например при релятивистском истолковании нашего знания от условий эксперимента или прибора, т. е. при определении истины.

В беседе с Полем Лафаргом Карл Маркс заметил, что наука только тогда достигает существенных результатов, когда ей удается использовать математический аппарат. Это объясняется тем, что вместо приближенного качественного описания естественного процесса математика позволяет определить количественные критерии его интенсивности и установить аналитические связи между причиной и следствием. Поэтому физика океана широко применяет математический аппарат.

Поскольку океанические процессы протекают в конкретных физико-географических условиях, которые в деталях не могут быть описаны, пожалуй, никаким математическим аппаратом, при математическом описании процесса широко используется абстрагирование от несущественных черт. Чем шире и сильнее абстрагирование, тем для более широкого класса явлений применима выявленная закономерность, но вместе с тем

вычисленный процесс будет сильнее отличаться от реально существующего.

Например, известна закономерность роста температуры верхнего слоя океана с увеличением притока солнечной радиации и тепла от атмосферы. Однако фактическое изменение температуры будет отличаться от общего хода в той мере, в какой не учтены при расчете локальные особенности бассейна: плотностная стратификация воды, теплопроводность, адвекция тепла течениями и т. д. Математическое описание процесса тем и ценно, что применение абстрагирования позволяет в данном примере использовать указанную закономерность роста температуры с повышением притока тепла ко всем океанам и морям. Нужно только во всем многообразии действующих факторов выявить и учесть существенные и отбросить второстепенные.

Многие океанические процессы описываются достаточно сложными уравнениями, решение которых в аналитическом виде пока не удастся получить. В этом случае на помощь приходят электронные вычислительные машины (ЭВМ) как дискретного действия, так и аналоговые, позволяющие получить конкретное численное решение.

Для многих физических процессов еще не известны более или менее точные закономерности их развития и связи с окружающей географической средой. На настоящем этапе развития наших знаний такие процессы наиболее целесообразно изучать с помощью натурного моделирования, когда модель с возможно большей подробностью воспроизводит в уменьшенном масштабе естественные условия и по внешним параметрам воспроизводит исследуемый процесс.

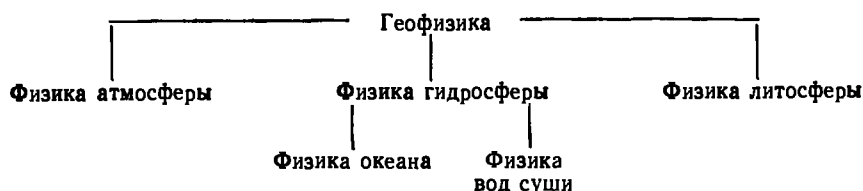
Таким образом, в методическом отношении задача состоит не только в изучении известных основных законов физики океана, но и в ознакомлении с методами исследования.

2. Связь физики океана с другими науками

Океан граничит с литосферой и атмосферой, поэтому все процессы в океане зависят от обмена веществом и энергией с этими средами. Наиболее тесна связь физики океана с физикой атмосферы, с которой ее роднит общность многих научных и практических задач. Это находит свое отражение в том, что при изучении общих вопросов океанологию и метеорологию объединяют в одно понятие «гидрометеорология».

По характеру решаемых задач и по методам исследования курс физики океана можно считать как бы разделом физики или, точнее, геофизики — науки, имеющей дело с совокупностью физических явлений, возникающих на нашей планете, и включающей в себя такие разделы, как физика атмосферы, физика литосферы, физика океана и т. д. Между этими разделами есть

много общего, особенно между физикой атмосферы и океана, но в то же время они освещают существенно различные по физическим свойствам среды, в которых многие физические процессы протекают по-разному. Общее соотношение основных разделов геофизики можно отразить схемой:



В этой классификации акцент делается на объекте, физические свойства и процессы которого освещаются в соответствующем разделе науки.

Широко распространен подход к физике океана как к разделу более общей науки об океане — океанологии, освещающей также его химические свойства и процессы, морфологию дна и берегов, фауну и флору океана и т. д. В данном случае акцент делается на характере рассматриваемых свойств океана и протекающих в нем процессов.

Обе эти классификации равноправны, но при изучении физики океана предпочтительнее первая.

Некоторые разделы физики океана являются разделами курса общей физики. Сюда можно отнести термодинамику, оптику, электричество, акустику и т. д. Отличие состоит в том, что в данном случае процессы изучаются применительно к конкретной среде, т. е. при меньшем абстрагировании.

Физика океана тесно связана с химией. Достаточно отметить, что морская вода является раствором почти всех химических элементов. Многие физические процессы в океане протекают по-разному в зависимости от концентрации солей в воде. Здесь можно отметить зависимость плотности от солёности, температуры замерзания, особенности образования морского льда. При этом меняется не только общая концентрация солей в рассоле, но и их соотношение. Электромагнитные свойства морской воды также очень сильно зависят от ее солёности. Поэтому учет химического состава воды необходим и для решения физических проблем данного направления.

Вместе с тем физику океана следует считать в какой-то мере географической наукой, так как при изучении физических процессов нужно иметь в виду, что они при многих общих чертах протекают несколько по-разному в зависимости от сезона и географического положения района, в котором изучается процесс. Например, процесс формирования термохалинной циркуляции зависит от географического положения исследуемого района, рельефа дна, конфигурации берегов, атмосферного воздействия

и т. д. Многие физические процессы в океанах и морях полярных широт протекают иначе, чем в умеренных и тропических, из-за наличия, например, льда.

Особенно заметно проявляется необходимость учета географической среды в тех случаях, когда нужно дать количественную оценку характеристик физического процесса для локально выбранных районов при прогнозах. При этом повышенные требования к точности описания процесса заставляют уменьшать степень абстрагирования и учитывать чисто местные особенности.

Помимо тесной связи с физикой, метеорологией, химией, географией, физика океана не менее тесно связана с рядом дисциплин прикладного и технического профиля.

В настоящее время со все большей остротой возникает необходимость срочного решения такой проблемы, как исследование причин загрязнения вод океанов и морей и разработка мер борьбы с ним. Можно отметить, что даже в открытом океане встречаются участки загрязненных вод площадью в тысячи квадратных километров.

Перечисленное заставляет при изучении соответствующих разделов курса физики океана обращаться к смежным дисциплинам.

Результатом изучения курса физики океана должно быть не только знакомство с основными процессами, протекающими в океане, не только изучение законов, определяющих характер океанических процессов, но и выработка навыков по методологии исследований, получение представления о проблемах, которые в первую очередь необходимо решить.

3. Строение воды как физического тела

Многие физические и химические свойства пресной и морской воды аномальны по отношению к веществам, выражаемым аналогичной химической формулой (H_2Te , H_2Se , H_2S). К таким «аномальным» свойствам можно отнести хорошо известное изменение плотности воды, изменение ее объема при замерзании, зависимость температуры замерзания от давления, некоторые тепловые характеристики и т. д.

Чтобы понять и объяснить свойства воды в различных ее фазовых состояниях, необходимо предварительно рассмотреть отдельную молекулу H_2O . Ее исследование показало, что многие физико-химические свойства воды обусловлены строением молекулы, которое создает вокруг нее специфическое электромагнитное поле, ориентирует молекулы воды друг относительно друга и связывает их.

Некоторые свойства молекулы воды были выяснены с помощью экспериментальных исследований, другие до сих пор не

могут еще быть проверены экспериментально, а объясняются теоретически на основе различных моделей молекулы. Наиболее полный обзор исследований структуры и свойств воды содержится в книге Д. Эйзенберга и В. Каузмана [2]. Они отмечают, что электростатические модели, в которых зафиксировано пространственное положение ядер кислорода и водорода, не позволяют получить представление об электромагнитном поле молекулы и о ее взаимодействии с соседними молекулами.

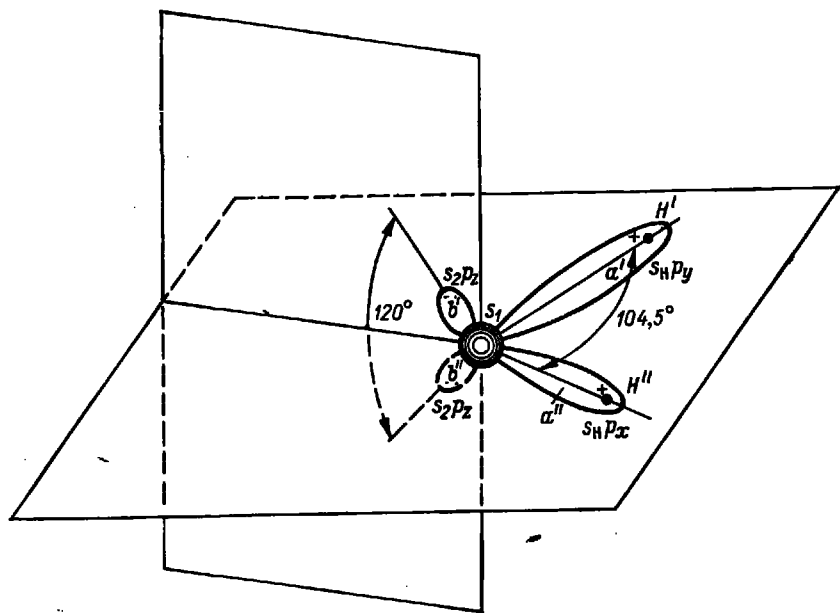


Рис. 1. Схема положения гибридных орбиталей молекулы воды.

α' и α'' — ковалентные О—Н связи; b' и b'' — гибридные неподеленные пары.

Более полное представление о строении молекулы воды дает теория молекулярных орбиталей, которая исходит из положения о том, что пара электронов с противоположно направленными спинами движется по одной орбитали. Из восьми электронов атома кислорода первая пара находится на ближайшей к ядру сферической s_1 -орбитали и прочно с ним связана, вторая пара электронов находится на более удаленной от ядра сферической s_2 -орбитали и менее прочно с ним связана, третья пара электронов располагается уже не на сферической, а на круговой p_z -орбитали. Оставшиеся два электрона распределяются по одному на двух p_x и p_y -орбиталях, лежащих в плоскости, перпендикулярной предыдущей орбитали (рис. 1). Так как эти электроны непарные, то они могут взаимодействовать

с электронами s_1 -орбитали двух атомов водорода, образуя связи О—Н. Полагается, что при таком простом объединении электронов кислорода и водорода угол между двумя связями О—Н был бы 90° . Однако из-за сил отталкивания между ядрами водорода и добавочного влияния электронов s_2 -орбитали (эффекта гибридизации) происходит увеличение этого угла до $104,5^\circ$.

Гибридизация электронов s_2 и p_z -орбиталей кислорода приводит к тому, что около его ядра образуются две области заряда. Они располагаются симметрично молекулярной плоскости, формируя тетраэдрические углы связи. В результате молекула воды приобретает тетраэдрическое строение с двумя положительно заряженными областями вблизи ядер водорода и двумя отрицательно заряженными областями вблизи ядра кислорода. Эти четыре полюса позволяют каждой молекуле воды образовывать с соседними молекулами четыре водородные связи.

Характерное для молекулы воды расположение ядер водорода и кислорода и гибридизированных электронов приводит к тому, что моменты связей О—Н и моменты ядер создают большой дипольный момент, равный $1,86D$. Остальные электроны вклада в общий дипольный момент молекулы не дают из-за их симметричного положения относительно ядра кислорода.

При рассмотрении параметров молекулы H_2O следует иметь в виду, что ядра ее атомов постоянно колеблются около положения равновесия. Поэтому расстояние между ядрами, а следовательно, длина связей О—Н и угол между ними постоянно меняются. В среднем длина связи О—Н $0,96 \cdot 10^{-8}$ см. При колебаниях как длина связей, так и угол между ними могут меняться до 5—8%.

При исследовании различных энергетических свойств воды очень важно иметь представление об энергии молекулы H_2O и ее различных фазовых форм. Общая энергия молекулы воды определяется как разность между энергией неподвижной молекулы и ее составных частей, расположенных на бесконечно больших расстояниях друг от друга. Сумма энергий последних в разъединенном состоянии больше, чем в объединенном, на 2080,6 эВ. Это кинетическая энергия молекулы, из которой 10,1 эВ составляют энергию электронной связи. По сравнению с кинетической энергией молекулы на разрыв связи О—Н (диссоциацию) при 0 К требуется значительно меньше энергии — всего 4,4 эВ. Диссоциация молекулы воды при 0 К на H^+ и OH^- требует 5,11 эВ энергии. Еще меньше изменяется внутренняя энергия молекулы при фазовых переходах. Так, при кипении энергия молекулы H_2O меняется на 0,39 эВ, а при плавлении — на 0,06 эВ.

В настоящее время известно, что существует по три устойчивых изотопа водорода и кислорода. Любой из изотопов кис-

водорода может соединяться с любыми тремя изотопами водорода. Поэтому формулу молекулы воды можно представить сочетанием ${}^i\text{H}^j\text{H}^k\text{O}$, в котором обозначающие атомную массу индексы i, j могут принимать любое значение от 1 до 3, а k — от 16 до 18. Другие известные изотопы водорода и кислорода радиоактивны, имеют малый период полураспада и в морской воде содержатся в чрезвычайно малых количествах, не оказывая ощутимого влияния на ее основные свойства. Наиболее часто встречаются сочетания ${}^1\text{H}_2{}^{16}\text{O}$, ${}^1\text{H}_2{}^{18}\text{O}$, ${}^1\text{H}_2{}^{17}\text{O}$, ${}^1\text{H}^2\text{H}^{16}\text{O}$, из которых первое — обыкновенная вода, наиболее распространенная в природе, а на сумму всех остальных изотопов приходится менее 0,3% объема природных вод.

Хотя строение всех изотопов молекулы воды одинаково, но многие физические характеристики оказываются различными. Несколько различаются длины связей $\text{O}-\text{H}$ и углы между ними, моменты инерции и т. д. Однако доля изотопных молекул в природной воде мала, и они не определяют ее макроскопических свойств.

Прежде чем рассматривать строение воды, целесообразно дать характеристику структуры ее крайне неупорядоченной фазы — пара — и упорядоченной — льда. В первом случае хотя силы взаимодействия между молекулами воды существуют, но молекулы не связываются в больших количествах в какие-либо объединения. В принципе из-за дипольных моментов молекулы H_2O взаимно ориентируются друг относительно друга. При этом они испытывают взаимное притяжение или отталкивание в зависимости от их ориентировки. Оценки дальнедействующих сил показывают, что при межмолекулярном расстоянии $10 \cdot 10^{-8}$ см они составляют всего несколько процентов от их максимального значения и практически не влияют на взаимное поведение молекул. В то же время среднее расстояние между молекулами, исходя из плотности водяного пара, определяют в 30×10^{-8} см. Поэтому в результате теплового движения молекулы оказываются разрозненными. Эксперименты показывают, что в водяном паре может присутствовать не более 1% димеров, объединяющих две молекулы H_2O , но природа их связи еще не выяснена.

В противоположность водяному пару молекулы H_2O во льду связаны между собой, и взаимное положение атомов кислорода довольно хорошо изучено. Вследствие образования вокруг атома кислорода четырех заряженных областей каждый атом кислорода соединяется с четырьмя другими, отстоящими от него на расстоянии $2,76 \cdot 10^{-8}$ см, образуя тетраэдральную фигуру. При этом между неподеленной парой электронов одного атома кислорода и связью $\text{O}-\text{H}$ другого возникает сила притяжения, называемая водородной связью. Такое соединение молекул приводит к кристаллической решетке со значительным межмолекулярным притяжением, но не очень плотной упаковкой.

На рис. 2 схематически представлено объединение 5 молекул H_2O , изображенных ради наглядности в виде шариков, в которых показано взаимное положение связей $\text{O}-\text{H}$. Если соединить внешние молекулы между собой поверхностями, то получится тетраэдр с одной молекулой внутри, образующей угол с внешними молекулами, равный $109,5^\circ$.

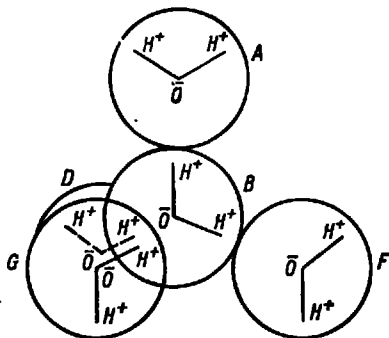


Рис. 2. Схема тетраэдрического строения льда [1].

Благодаря ориентирующему влиянию электромагнитного поля молекул их взаимное положение не будет полностью симметричным во всех направлениях, что можно увидеть, если дополнить фигуру на рис. 2 другими молекулами. На рис. 3 такая фигура, в которой показано только положение атомов кислорода, приведена. На рисунке хорошо видно, что симметрия положения атомов кислорода в вертикальном и горизонтальном

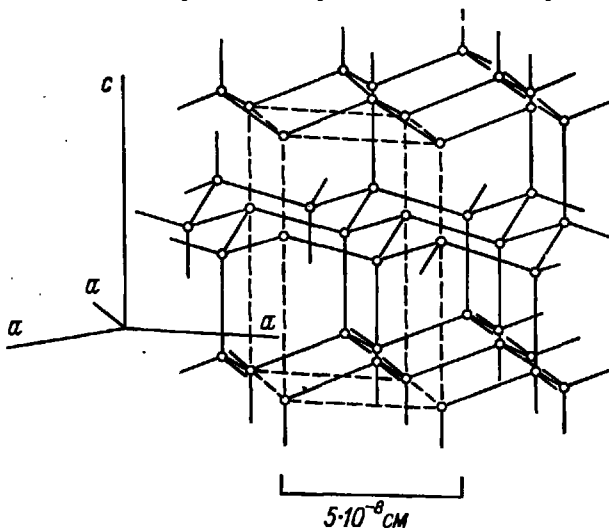


Рис. 3. Расположение атомов кислорода в кристалле по Бэггу.

Пунктиром обозначена единичная ячейка.

направлениях различна. При этом как бы выделяются слои, в которых каждая молекула соединяется связями с тремя соседними того же слоя и с одной молекулой другого слоя. Эти слои принято называть базисной плоскостью кристаллической

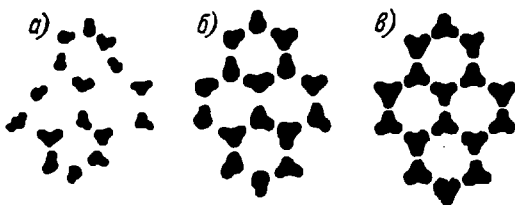
решетки, а направление, перпендикулярное к ней,— оптической осью или *c*-осью кристалла.

Молекулы H_2O во льду не жестко связаны между собой в кристаллическую решетку, так как вследствие тепловых колебаний в кристалле постоянно происходит изменение молекулярных ориентаций. Поэтому не только из-за сложной картины общего расположения атомов водорода в кристалле, как видно на рис. 2, но и из-за тепловых колебаний нельзя указать их точное положение в кристалле льда.

Оценки показывают, что при температуре таяния молекула H_2O ежесекундно претерпевает 10^5 изменений своей ориентации,

Рис. 4. Схематическое изображение структуры воды в зависимости от периода осреднения.

a — мгновенная (I); *б* — колебательно-осредненная (II); *в* — диффузионно-осредненная (III).



т. е. средний период переориентаций составляет $\Delta t_{\text{п}} \sim 10^{-5}$ с. С понижением температуры интенсивность теплового возбуждения молекул уменьшается и изменение молекулярных ориентаций становится все более медленным.

Кроме вращательных движений, молекулы в кристалле осциллируют около своих средних положений с характерным периодом $\Delta t_{\text{к}} \sim 10^{-13}$ с.

В связи с колебаниями молекул в кристалле льда выделяется несколько типов структуры, о чем очень хорошо сказано в книге Эйзенберга и Кауцмана [2]. Они определили характер структуры льда и воды в зависимости от времени осреднения положения молекул. Если бы можно было сфотографировать молекулы H_2O , то на фотоснимке кристалла льда с выдержкой порядка $\Delta t_{\text{к}}$ очертания молекул должны быть довольно резкими, а кристаллическая решетка — неупорядоченной, так как из-за колебаний молекулы не обязательно находятся в их средних положениях. Структура такого характера названа мгновенной или структурой I (рис. 4 *a*).

При экспозиции, большей $\Delta t_{\text{к}}$, но малой по сравнению с $\Delta t_{\text{п}}$, изображения молекул на снимке получились бы размытыми вследствие их колебательного движения, но более упорядоченно ориентированными вследствие осреднения. Такая структура названа колебательно-осредненной или структурой II (рис. 4 *б*).

Наконец, при экспозиции, большей $\Delta t_{\text{п}}$, на фотоснимке изобразилась бы достаточно упорядоченная кристаллическая решетка льда, в узлах которой находятся размытые изображения молекул, из-за полного осреднения их осцилляций и вращений. Эта структура названа диффузионно-осредненной или

структурой III (рис. 4 в). Структура III в разных участках одного и того же кристалла одинакова, и ее можно определить не только как осреднение структур II во времени, но и как их осреднение в пространстве.

Модель структуры воды не определена еще с той достоверностью, с какой известно строение водяного пара и льда. Тем не менее имеется достаточно много сведений экспериментального характера, свидетельствующих о значительной упорядоченности в относительном расположении молекул воды.

Молекулярные движения в воде, как и в других ее фазах, подразделяются на быстрые колебания около временных положений равновесия и на более медленные диффузионные перемещения. Период первых оценивается в 10^{-13} с, т. е. такого же порядка, как и для льда, а период вторых оказывается существенно меньшим, чем для льда, и составляет 10^{-11} с. Поэтому при «снимках» положения молекул в воде с различной выдержкой моментальный снимок с экспозицией, меньшей Δt_k , зафиксировал бы структуру I (рис. 4 а). При экспозиции порядка 10^{-12} с получился бы фотоснимок структуры II (рис. 4 б). Если же фотографировать воду с экспозицией, большей Δt_k , то, в отличие от льда, снимок структуры III воды был бы полностью размытым. Подобие картины, изображенной на рис. 4 в, получилось бы только в том случае, если фотокамеру поместить на молекулу воды и сфотографировать с последней выдержкой пространство вокруг данной молекулы. При этом оказалось бы, что расположение молекул вокруг выбранной локальной молекулы H_2O близко к тетраэдрическому, но менее строго, чем во льду. Такая упорядоченность прослеживается в пределах небольших расстояний. Если же одновременно охватывать взглядом больший объем воды, то характер упорядоченности исчезает. Поэтому часто говорят, что лед обладает дальней и ближней упорядоченностью структуры, вода имеет только ближнюю упорядоченность в расположении молекул, а пар не обладает упорядоченностью структуры.

Для объяснения изложенной структуры воды применяются различные модели, из которых лучше всего удовлетворяет результатам экспериментов так называемая модель искаженных водородных связей. В ней предполагается, что большинство молекул в воде взаимосвязано посредством водородных связей. Но, в отличие от льда, в воде эти связи не могут удерживать молекулы в среднем в узлах решетки; последние оказываются изогнутой, а водородные связи становятся не линейными, а изогнутыми. Чем больше расстояние от произвольно выбранной молекулы, тем больше накапливается искажений и пропадает регулярность положения молекул от центральных.

Так же как и у льда, центральная молекула воды окружена четырьмя соседними, образуя менее правильный, чем в твердой фазе, тетраэдр. Обычно эти четыре из ближайшего окружения

молекулы называют первичными соседями. За ними следуют вторичные, третичные соседи и т. д. Для воды характерным является то, что изгиб водородных связей позволяет некоторым вторичным и третичным молекулам внедряться в области около центральной молекулы, что приводит к увеличению плотности воды по сравнению со льдом.

4. Свойства воды в различных фазах, вытекающие из особенностей строения ее молекулы

Полярность молекул H_2O и наличие между ними в твердой и жидкой фазах водородных связей влияют не только на структуру, но и на многие свойства льда и воды, придавая им характер аномальности по сравнению со свойствами других отмеченных выше родственных соединений.

Энергия водородной связи, меняющаяся в пределах от 0,2 до 0,3 эВ во льду и уменьшающаяся до 0,06 эВ в воде, существенно меньше других видов внутримолекулярных энергий. Тем не менее, как было видно при рассмотрении структуры воды и льда, роль этих связей велика. Водородные связи стремятся быть линейными, и в обычном льду они приводят к правильной кристаллической решетке, но в воде их энергии оказывается мало, чтобы предотвратить изгиб, вызываемый тепловым возбуждением молекул. Именно водородные связи оказывают большое влияние на свойства воды. Здесь в первую очередь следует отметить специфическое изменение плотности воды. Как уже отмечалось в предыдущем разделе, упаковка молекул в воде и во льду неплотная.

Исходя из представленной на рис. 3 кристаллической решетки льда и ее размеров, легко подсчитать плотность чистого льда. Действительно, объем элементарной ячейки равен в среднем $65,27 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$. Поскольку каждый из четырех атомов кислорода, находящихся в узлах этой ячейки, принадлежит к соседним тетраэдрам, то в расчет нужно брать только половину этого количества атомов кислорода с соответствующим числом атомов водорода. Иначе говоря, в каждой элементарной ячейке льда содержится две молекулы H_2O . Объем пространства, приходящийся на одну молекулу H_2O во льду, составляет $0,5 \times 65,27 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$. Следовательно, объем одной грамм-молекулы льда, содержащей $6,024 \cdot 10^{23}$ (постоянная Авогадро) молекул, равен произведению этих чисел, т. е. $19,66 \text{ см}^3$. Поскольку масса одного моля льда равна 18,02 г, то плотность кристалла льда ρ_k вблизи температуры плавления составляет $0,9164 \text{ г/см}^3$.

С понижением температуры кинетическая энергия молекул уменьшается, сильнее проявляется стягивающее действие водородных связей и происходит сжатие кристаллической решетки льда, в результате чего его плотность несколько возрастает.

Тепловой изгиб водородных связей в воде приводит к взаимному сближению молекул, вследствие чего плотность воды по сравнению со льдом возрастает. В то же время действует противоположный механизм, обусловленный увеличением амплитуд тепловых колебаний молекул, который вызывает уменьшение плотности воды. Соотношение этих двух эффектов обуславливает специфический характер изменения плотности воды как функции температуры. Именно поэтому кривая зависимости

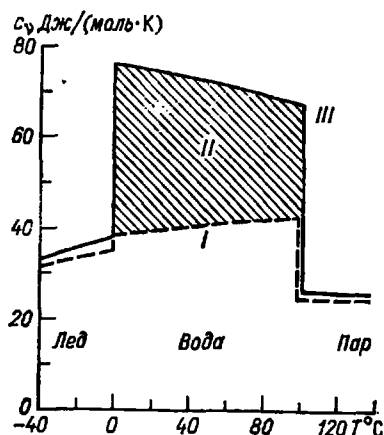


Рис. 5. Теплоемкость воды в различных фазах.

I — вклад конфигурационной теплоемкости (c_{vk}); *II* — чисто молекулярная колебательно-вращательная ($c_{v кол}$); *III* — полная по экспериментам ($c_{v набл}$).

ственно не наблюдалась, а вычислялась как остаточный член между экспериментальной теплоемкостью воды при постоянном объеме $c_{v набл}$ и теоретически определенной теплоемкостью при учете только колебательных движений молекул $c_{v кол}$. Из рис. 5 видно, что в воде на долю этой остаточной теплоемкости, часто называемой релаксационной или конфигурационной c_{vk} , приходится половина общего вклада при 0°C. С повышением температуры c_{vk} несколько уменьшается из-за ослабления водородных связей, но и при 100°C вклад этой слагаемой теплоемкости составляет 35% полного ее значения.

Теплоемкость льда и водяного пара имеет в основном колебательную природу, и вычисленные для них $c_{v кол}$ достаточно хорошо совпадают с наблюдаемой теплоемкостью.

Высокое значение теплоты парообразования воды также объясняется энергией, которую необходимо затратить для разрыва водородных связей между молекулами при переходе их в пар. Эти связи влияют и на температуру фазовых переходов (рис. 6).

плотности воды от температуры имеет максимум. У пресной воды он находится при $T = 4^\circ\text{C}$. В случае же несвязанных молекул действует только второй механизм, вызывающий уменьшение плотности жидкости с повышением температуры.

Силами сцепления между молекулами воды объясняются также ее тепловые свойства, такие, как теплоемкость, теплота плавления и испарения. Большая теплоемкость воды объясняется тем, что сообщаемая ей энергия тратится не только на изменение колебательно-вращательного движения молекул, которое в среднем характеризует температуру, но и на деформацию водородных связей. Правда, энергия, расходуемая на деформацию водородных связей, непосред-

В соответствии с общей закономерностью понижения этих температур с уменьшением молекулярной массы вода должна была бы испаряться при 70°C и замерзать при -90°C.

Несмотря на существование у молекулы H_2O дипольного момента, который определяется не только ее собственным значением, но и наведенными электрическими полями ее соседей, взаимная связь молекул в воде и во льду приводит к тому, что под воздействием внешнего переменного электрического поля не происходит быстрой и полной переориентировки диполей вдоль поля. Это обуславливает довольно высокое значение коэффициента диэлектрической проницаемости ϵ , характеризующего отношение электрической индукции в среде к напряженности электрического поля. Для воды диэлектрическая постоянная выражается приближенно эмпирическим уравнением

$$\epsilon = 87,74 - 0,4T$$

(T — в градусах Цельсия),

а во льду может превышать 100, особенно при низких температурах. Это озна-

чает, что два электрических заряда в воде взаимодействуют почти в 100 раз слабее, чем в вакууме. При малых частотах колебаний приложенного электрического поля значение ϵ на 95% обусловлено переориентацией молекул H_2O . Но даже при этом не все диполи точно ориентируются вдоль поля. По оценкам В. В. Шулейкина [1], в воде поворачивается от $1/3$ до $1/4$ молекул, а во льду — еще меньше.

По мере увеличения частоты колебаний приложенного электрического поля все меньше и меньше молекул успевают переориентироваться и ϵ уменьшается до 3,1.

Пресная вода является слабым электролитом, так как молекулы H_2O довольно устойчивы и на ионы разлагаются с трудом. Об их количестве можно судить по содержанию ионов водорода, составляющих, как известно, 10^{-7} — 10^{-8} г/л. Будучи электролитом, вода растворяет многие вещества. В настоящее время нет еще экспериментальных сведений, характеризующих особенности воздействия электромагнитных полей молекул воды на молекулы кислот, солей и ряда других соединений. Однако, по-видимому, электромагнитные силы этих полей достаточно велики, чтобы разорвать молекулу примеси на разноименные ионы, несмотря на обычно высокую энергию связи между ними.

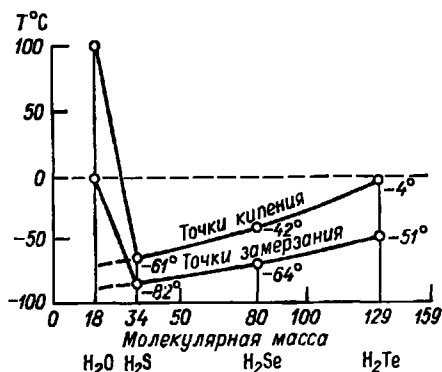


Рис. 6. Аномалии температур фазовых переходов воды по сравнению с другими гетеридами.

Электрически активные ионы внедряются в структуру воды, присоединяясь к молекуле воды в зависимости от знака заряда либо со стороны водорода, либо со стороны кислорода в направлении гибридизированной неподеленной орбитали. При этом нарушается структура воды. Есть экспериментальные данные, показывающие, что некоторые ионы (например, Na^+ , Mg^{2+} , SO_4^{2-} , CO_3^{2-}) способствуют упорядочению структуры воды вокруг иона, другие ионы (например, K^+ , Cl^- , NO_3^-), наоборот, деформируют положение окружающих молекул воды.

Несомненно, что даже электрически нейтральные взвешенные в воде вещества в результате действия поверхностных сил влияют на расположение окружающих их молекул воды, приводя к образованию упорядоченного пограничного слоя воды толщиной в несколько десятков молекулярных диаметров со свойствами, несколько отличными от свойств окружающей воды.

В результате локальных изменений структуры воды, вызванных ионами и другими растворенными веществами, многие свойства морской воды отличаются от пресной. По сути, некоторые ученые предлагают рассматривать морскую воду не как смесь молекул H_2O , ионов и других растворенных веществ, а как особое сложное вещество.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ВВЕДЕНИЮ

1. Шулейкин В. В. Физика моря. М., «Наука», 1968. 1083 с.
2. Эйзенберг Д., Кауцман В. Структура и свойства воды. Пер. с англ. Л., Гидрометеиздат, 1975. 280 с.

Глава 1. Основы термодинамики океана

1.1. Основные определения термодинамики

При изучении океанических процессов неизбежно приходится сталкиваться с различными видами преобразования энергии. В первую очередь это относится к трансформации лучистой энергии Солнца, за счет которой в конечном итоге формируются все виды движения на нашей планете. Исследование закономерностей преобразования одного вида энергии в другой, связей энергии с состоянием вещества является, как известно, предметом термодинамики, определяющей наиболее общие законы, присущие любому веществу. В данном случае будут рассмотрены лишь те законы термодинамики, которые необходимы при изучении физических процессов в океанах и морях.

Термодинамика исследует состояние системы, т. е. состояние некоторого определенного количества вещества, которое не может быть ни бесконечно большим, ни бесконечно малым, включающим, например, несколько молекул. Такое ограничение, налагаемое на объем системы, стало особенно ясным после получения макроскопических характеристик в результате статистических операций над конечным ансамблем микроскопических величин. Воды всего Мирового океана, его океанов и морей как в целом, так и в ограниченных объемах удовлетворяют этим требованиям. Поэтому к ним применимы положения термодинамики, а сами выделенные объемы воды или весь Мировой океан называются *термодинамическими системами*.

Совокупность свойств системы, таких, как плотность ρ , температура T , давление P , соленость S и т. д., определяет *состояние* термодинамической системы. Изменение состояния системы, а следовательно, и ее свойств называется *процессом*.

В свете этих определений любые преобразования энергии, изменения количества вещества и его свойств как в целом для Мирового океана, так и для его ограниченного объема, перенос вещества и т. д. являются процессами, происходящими в термодинамической системе. Изменения теплового и агрегатного состояния вод, изменения количества солей в морской воде,

циркуляция вод и многое другое может служить в качестве примеров термодинамических процессов.

Если при протекании процесса система не обменивается веществом с окружающей средой, то ее принято называть *закрытой*, а если она не обменивается еще и теплом и работой, то такую систему называют *полностью изолированной*. Практически океан не является ни закрытой, ни тем более изолированной системой. Но в ряде случаев обмен перечисленными субстанциями не влияет существенным образом на некоторые свойства системы, и по отношению к ним иногда определенный объем воды удается рассматривать как закрытую или изолированную систему.

Морская вода представляет собой *многокомпонентную систему*, состоящую из молекул воды, анионов и катионов солей и множества других примесей. Ряд параметров такой системы в большинстве случаев определяется парциальным составом элементов в ней. Наиболее меняющимися элементами в морской воде и в то же время наиболее существенно влияющими на ее поведение являются соли. Поскольку солевой состав морской воды практически не меняется, то с достаточной для многих океанологических задач степенью точности морскую воду можно считать *бинарной* системой, состоящей из пресной воды и солей.

Содержание солей в морской воде обычно не превышает 4%, и на многие термодинамические процессы они не оказывают существенного влияния. В таких случаях морскую воду можно рассматривать как *однокомпонентную* систему, что значительно упрощает в ней связи между параметрами. В дальнейшем бинарность морской воды будет приниматься во внимание только тогда, когда соли оказывают существенное влияние на гидрологический процесс.

При рассмотрении свойств и состояния океана с точки зрения термогидродинамики морскую воду представляют как *сплошную материальную систему* с непрерывным распределением вещества и физических характеристик. При этом молекулярная структура вещества во внимание не принимается, а его макроскопические параметры определяются осреднением по некоторому элементарному объему и относятся к центру этого объема. Поэтому под плотностью, температурой, соленостью и другими параметрами вещества в какой-то точке пространства в этом случае следует понимать соответствующие характеристики элементарного объема воды с центром в указанной точке, содержащего достаточно большое число молекул.

В термодинамике различают только два вида энергии: внутреннюю энергию термодинамической системы и внешнюю [7]. Первая складывается в основном из энергии поступательного и вращательного движения молекул, их взаимодействия, из внутриатомной и внутриядерной энергии. Во второй вид энергии вхо-

дит энергия движения всей системы как единого целого и энергия положения системы в поле сил при условии неизменности внутренней энергии. В противном случае часть энергии положения перейдет во внутреннюю.

Любой вид энергии является однозначной функцией состояния системы и не зависит от пути, по которому совершается переход от одного состояния к другому. Единственно возможными термодинамическими формами передачи энергии от одной системы к другой являются теплота и работа. Если представить общий объем термодинамической системы v как сумму небольших объемов v_j , каждый из которых обладает неизменной по объему удельной энергией $\mathcal{E}_j$, т. е. энергией, приходящейся на единицу объема, то удельную энергию системы можно выразить формулой

$$\mathcal{E} = \sum_j \frac{v_j}{v} \mathcal{E}_j = \sum_j p_j \mathcal{E}_j, \quad (1.1)$$

причем

$$\sum_j p_j = 1. \quad (1.2)$$

М. Трайбус [8] называет параметр $p_j = v_j/v$ вероятностью состояния. При переходе к молекулярным масштабам p_j представляет вероятность того, что произвольно выбранная молекула воды имеет j -тое энергетическое микросостояние.

Общее изменение энергии определится выражением

$$d\mathcal{E} = \sum_j \mathcal{E}_j dp_j + \sum_j p_j d\mathcal{E}_j. \quad (1.3)$$

Первое слагаемое этого уравнения

$$\sum_j \mathcal{E}_j dp_j = \delta Q \quad (1.4)$$

характеризует такую форму изменения энергии, при которой меняется вероятность распределения всего набора выделенных энергий $\mathcal{E}_j$, т. е. теплоту. Второе слагаемое

$$\sum_j p_j d\mathcal{E}_j = -\delta G \quad (1.5)$$

есть упорядоченное изменение энергетического состояния элементов термодинамической системы, что соответствует определению работы.

Таким образом, уравнение (1.3) может быть переписано в виде выражения

$$d\mathcal{E} = \delta Q - \delta G, \quad (1.6)$$

обычно используемого при формулировке первого начала термодинамики, смысл которого состоит в том, что изменение

энергии термодинамической системы может произойти только в результате двух форм ее обмена с окружающей средой — тепла и работы.

Несмотря на то что слагаемые правой части формулы (1.6) раздельно могут не быть дифференциалами, их сумма (а следовательно, и изменение внутренней энергии) не зависит от пути процесса и является полным дифференциалом.

В некоторых случаях зависимость тепла и работы от пути процесса отпадает, и они могут рассматриваться как дифференциалы.

Очень важным термодинамическим параметром является *энтропия* η , характеризующая макроскопическое состояние системы в зависимости от ее микроструктуры. Статистическая физика в соответствии с предложением Больцмана рассматривает некоторые диапазоны квантовых состояний частиц термодинамической системы как ее микросостояния. Если общее количество частиц в системе n , а в каждом диапазоне состояний содержится $n_1, n_2, n_3, \dots$ частиц, обладающих присущими для соответствующего диапазона характеристиками (энергией, скоростями, массой и т. д.), то макросостояние системы будет определяться числом возможных микросостояний. Последнее же меняется, если хотя бы одна частица из одного диапазона состояний перейдет в другой. При этом число микросостояний определится по формуле перестановок

$$p_n = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_m!} = \frac{n!}{\prod_{j=1}^m n_j!}. \quad (1.7)$$

Максимального значения p_n достигает при равномерном распределении частиц по диапазонам, т. е. при одинаковых n_j .

При большом числе диапазонов j и при большом количестве частиц в каждом диапазоне, что обычно имеет место в термодинамических системах, факториалы могут быть приближенно выражены формулой Стирлинга, и тогда

$$\ln p_n \approx - \sum_j n_j \ln \frac{n_j}{n}. \quad (1.8)$$

Эта формула более удобна для расчетов, чем предыдущая, и $\ln p_n$ с некоторым коэффициентом пропорциональности был использован Больцманом в качестве параметра состояния термодинамической системы:

$$\eta = k_1 \ln p_n = -k_1 \sum_j n_j \ln \frac{n_j}{n} = -k_1 n \sum_j \frac{n_j}{n} \ln \frac{n_j}{n}. \quad (1.9)$$

Отношение n_j/n пропорционально отношению объемов и с точностью до постоянного множителя может быть выражено

параметром p_j . Общий множитель из всех констант перед суммой удобно принять равным постоянной Больцмана $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж/К, так как при ее использовании получаются в ряде случаев более простые выражения.

Таким образом, энтропия системы представляется формулой

$$\eta = -k_B \sum_j p_j \ln p_j, \quad (1.10)$$

позволяющей трактовать смысл этой функции как некую макромасштабную характеристику, показывающую распределение микромасштабных характеристик в системе. Применительно к океанологии под последними можно понимать энергетические параметры.

Выше уже отмечалось, что максимум p_n , а следовательно, и энтропии наступает при равномерном распределении частиц по диапазонам, т. е. при одинаковых p_j , которое может иметь место только при равновесном состоянии системы.

Если элементы системы не меняются, т. е. в ней не совершается термодинамический процесс, то она находится в статическом равновесном состоянии. Часто раздел термодинамики, рассматривающий такое состояние, называется термостатикой. В этом случае под термодинамикой следует понимать тот раздел этой науки, в котором рассматривается состояние системы, когда в ней происходит термодинамический процесс.

1.2. Уравнение состояния морской воды

Вода, в том числе и морская, является сжимаемой жидкостью, т. е. ее плотность меняется. Зависимость удельного объема v или плотности воды от определяющих факторов выражается *уравнением состояния*.

В океанологии в качестве таких факторов принимаются наиболее просто измеряемые температура T , соленость S и давление P . При этом общий вид уравнения состояния представляется выражениями

$$\rho = \rho(T, S, P), \quad (1.11)$$

$$v = v(T, S, P). \quad (1.12)$$

Возьмем в качестве исходного второе из этих выражений и определим изменение удельного объема морской воды в виде функции от перечисленных параметров состояния:

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{SP} dT + \left(\frac{\partial v}{\partial S} \right)_{TP} dS + \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_{TS} dP. \quad (1.13)$$

Если все члены полученного уравнения поделить на некоторый единичный удельный объем v_0 , то коэффициентами

при дифференциалах температуры, солёности и давления будут:
коэффициент термического расширения

$$k_T = \frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{SP}; \quad (1.14)$$

коэффициент солёностного сжатия

$$k_S = - \frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial v}{\partial S} \right)_{TP}; \quad (1.15)$$

коэффициент плотностной сжимаемости

$$k_P = - \frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_{TS}. \quad (1.16)$$

При этом выражение (1.13), часто называемое уравнением состояния морской воды, в дифференциальной форме примет вид

$$\frac{dv}{v_0} = k_T dT - k_S dS - k_P dP. \quad (1.17)$$

Несмотря на сравнительно простую форму записи дифференциального уравнения состояния, оно не всегда удобно для практического использования ввиду слабой изученности коэффициентов k_T , k_S и k_P . Поэтому продолжают поиски выражений уравнений состояния морской воды, приемлемых как для описания произвольного термодинамического процесса, так и для океанологических вычислений.

Для того чтобы определить область применения и погрешность, связанные с проведением того или иного упрощения уравнения состояния, целесообразно предварительно изучить общий характер взаимосвязи его параметров. Это можно выполнить с помощью разложения уравнения в ряд и оценки его членов. О. И. Мамаев [3] представил удельный объем морской воды в виде ряда Тэйлора по переменным S , T , P . В окрестности точки с координатами $S = 35\text{‰}$, $T = 0^\circ\text{C}$, $P = 0$, что соответствует атмосферному давлению, этот ряд имеет вид

$$\begin{aligned} v(S, T, P) = & v(35, 0, 0) + \left[\frac{\partial v}{\partial S} dS + \frac{\partial v}{\partial T} dT + \frac{\partial v}{\partial P} dP \right]_{35, 0, 0} + \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} dT^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial P^2} dP^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial S \partial T} dS dT + \right. \right. \\ & + \left. \frac{\partial^2 v}{\partial S \partial P} dS dP + \frac{\partial^2 v}{\partial T \partial P} dT dP \right) \Big]_{35, 0, 0} + \frac{1}{6} \left[\frac{\partial^3 v}{\partial S^3} dS^3 + \right. \\ & + \frac{\partial^3 v}{\partial T^3} dT^3 + \frac{\partial^3 v}{\partial P^3} dP^3 + 3 \left(\frac{\partial^3 v}{\partial S^2 \partial T} dS^2 dT + \frac{\partial^3 v}{\partial S^2 \partial P} dS^2 dP + \right. \\ & + \frac{\partial^3 v}{\partial S \partial T^2} dS dT^2 + \frac{\partial^3 v}{\partial S \partial P^2} dS dP^2 + \frac{\partial^3 v}{\partial T^2 \partial P} dT^2 dP + \\ & + \left. \left. \frac{\partial^3 v}{\partial T \partial P^2} dT dP^2 + 2 \frac{\partial^3 v}{\partial S \partial T \partial P} dS dT dP \right) \right]_{35, 0, 0} + \dots \quad (1.18) \end{aligned}$$

Выражения в скобках можно рассматривать как поправки к первому члену, характеризующему удельный объем стандартной океанской воды $v(35, 0, 0) = 0,97264$.

Если рассматривать изменение удельного объема в окрестности выбранной точки за счет только одного параметра, полагая остальные неизменными, то можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \delta v_S &= v(S, 0, 0) - v(35, 0, 0) = \\ &= \frac{\partial v}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial S^2} dS^2 + \dots; \\ \delta v_T &= v(35, T, 0) - v(35, 0, 0) = \\ &= \frac{\partial v}{\partial T} dT + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} dT^2 + \dots; \\ \delta v_P &= v(35, 0, P) - v(35, 0, 0) = \\ &= \frac{\partial v}{\partial P} dP + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial P^2} dP^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

Полученные выражения (1.19) можно рассматривать как функции еще одного параметра, который полагался постоянным, и представить в виде ряда уже по новой переменной:

$$\left. \begin{aligned} \delta v_{ST} &= [v(S, T, 0) - v(35, T, 0)] - \\ &\quad - [v(S, 0, 0) - v(35, 0, 0)]; \\ \delta v_{SP} &= [v(S, 0, P) - v(35, 0, P)] - \\ &\quad - [v(S, 0, 0) - v(35, 0, 0)]; \\ \delta v_{TP} &= [v(35, T, P) - v(35, 0, P)] - \\ &\quad - [v(35, T, 0) - v(35, 0, 0)]. \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

Аналогично получаются разности более высокого порядка:

$$\delta v_{STP} = \{[v(S, T, P) - v(35, T, P)] - [v(S, T, 0) - v(35, T, 0)]\} - \\ - \{[v(S, 0, P) - v(35, 0, P)] - [v(S, 0, 0) - v(35, 0, 0)]\}. \quad (1.21)$$

После замены соответствующих членов ряда (1.18) выражениями (1.19)–(1.21) О. И. Мамаев определил удельный объем через объем стандартной океанской воды и поправки:

$$v(S, T, P) = v(35, 0, 0) + \delta v_S + \delta v_T + \delta v_P + \\ + \delta v_{ST} + \delta v_{SP} + \delta v_{TP} + \delta v_{STP}. \quad (1.22)$$

Ранее эта зависимость была получена Бьеркнесом и Сандстремом [3].

В такой же форме, как и последнее выражение, получается уравнение состояния морской воды, в которое входит не удельный объем, а плотность. Для этого нужно лишь использовать общую зависимость плотности от параметров S , T и P в виде

$\rho = \rho(S, T, P)$ и проделать те же операции, что и для удельного объема:

$$\begin{aligned} \rho(S, T, P) = & \rho(35, 0, 0) + \delta\rho_S + \delta\rho_T + \\ & + \delta\rho_P + \delta\rho_{ST} + \delta\rho_{SP} + \delta\rho_{TP} + \delta\rho_{STP}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Связь между поправками плотности и удельного объема следует из соотношения $\rho = 1/v$. Продифференцировав его и заменив дифференциал конечной разностью, имеем

$$\delta\rho = - \frac{\delta v}{v^2}. \quad (1.24)$$

Для определения поправок в формулах (1.22) и (1.23) нужно знать значения входящих в них производных. Поскольку точное аналитическое выражение уравнения состояния морской воды еще не получено, то производные пока находятся дифференцированием эмпирической формулы Кнудсена, в наиболее подробном виде приведенной в «Океанографических таблицах» [5] и в монографии О. И. Мамаева [3]. Для поверхности Мирового океана эта формула может быть представлена следующим образом:

$$\rho(S, T, 0) = \rho(0, 4, 0) \{ 1 + [\delta_1 + \delta_2 \sigma_0 + \delta_3 (\sigma_0^2 + 0,1324 \sigma_0)] \cdot 10^{-3} \}, \quad (1.25)$$

где коэффициенты δ являются функциями только температуры:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0,1324 (\delta_2 - 0,1324 \delta_3) - \frac{(T - 3,98)^2}{503,570} \frac{T + 283}{T + 67,26}; \\ \delta_2 &= 1 - (4,7867 - 0,098 185 T + 0,001 084 3 T^2) T \cdot 10^{-3}; \\ \delta_3 &= (18,030 - 0,8164 T + 0,016 67 T^2) T \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

Коэффициент σ_0 , называемый в океанологии *условным удельным весом*, зависит от содержания солей в морской воде. В океане солевой состав меняется очень мало. Поэтому в большинстве случаев общее содержание солей определяется по какому-то одному компоненту. В океанологии принято определять соленость воды по содержанию в ней анионов хлора на основании формулы Кнудсена

$$S = (0,030 + 1,8050 \text{Cl}) \%_{\infty} \quad (1.26)$$

или формулы ЮНЕСКО

$$S = 1,806 55 \text{Cl} \%_{\infty}. \quad (1.27)$$

В эти формулы входит не фактическое число ионов хлора, а так называемая *хлорность*, определяемая числом граммов серебра, необходимого для осаждения всех галогенов в определенном объеме воды.

В связи с таким определением солёности условный удельный вес морской воды определяют не через параметр S , а непосредственно через хлорность Cl :

$$\sigma_0 = -0,069 + 1,4708Cl - 1,57 \cdot 10^{-3}Cl^2 + 3,98 \cdot 10^{-5}Cl^3. \quad (1.28)$$

Ввиду того что состав солей в различных океанах и морях, особенно внутренних, несколько меняется, указанные соотношения между хлорностью, солёностью и удельным весом не всегда выполняются строго.

Изменение плотности или удельного объема морской воды с глубиной определяется формулой, учитывающей сжимаемость воды под действием давления:

$$\nu(S, T, P) = \nu(S, T, 0) [1 - \tilde{k}_p P]. \quad (1.29)$$

Средний коэффициент сжимаемости в обратных барах для всего столба воды от поверхности до заданной глубины с давлением P определяется эмпирической формулой Экмана

$$\begin{aligned} 10^3 \tilde{k}_p = & \frac{4886}{1 + 0,000183P} - (227 + 28,33T - 0,551T^2 + 0,004T^3) + \\ & + (105,5 + 9,5T - 0,158T^2) P \cdot 10^{-3} - 1,5 \cdot 10^{-6}TP^2 - \\ & - \frac{\sigma_0 - 28}{10} [147,3 - 2,72T + 0,04T^2 - (32,4 - 0,87T - \\ & - 0,02T^2) P \cdot 10^{-3}] + \left(\frac{\sigma_0 - 28}{110} \right)^2 \times \\ & \times [4,5 - 0,1T - (1,8 - 0,06T) P \cdot 10^{-3}]. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Входят в эту формулу с температурой, выраженной в градусах Цельсия, и давлением — в барах.

Перечисленные эмпирические формулы (1.25) — (1.30) наглядно показывают, насколько сложным и трудоемким является более или менее точное определение параметров состояния морской воды. Поэтому во многих случаях, когда не требуется большая точность, обходятся приближенными зависимостями, не учитывающими тех или иных поправок в уравнениях (1.22) и (1.23). Наиболее часто в океанологической практике СССР применяются приближенные формулы:

П. С. Линейкина

$$\rho(T, S, P) = 1 + 10^{-5} (6,89T - 0,918T^2 - 0,39ST + 82S + 5 \cdot 10^{-3}P); \quad (1.31)$$

О. И. Мамаева

$$\rho(T, S, 0) = 1 + 10^{-5} [2815,2 - 7,35T - 0,469T^2 + (80,2 - 0,2T)(S - 35)]; \quad (1.32)$$

сотрудников Морского гидрофизического института АН СССР [6]

$$\frac{\rho(S, T, z)}{\rho_c} = 0,97529 + 0,02737 \frac{S}{S_c} - 0,00006 \frac{T}{T_c} - 0,00140 \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 - 0,00119 \frac{ST}{S_c T_c} + 0,00430 \frac{z}{z_c}, \quad (1.33)$$

где $\rho_c = 1,02541$, $T_c = 17,5^\circ\text{C}$, $S_c = 35\text{‰}$, $z_c = 1$ км, P — в барах.

Подробный анализ приближенных уравнений состояния морской воды проведен в книге О. И. Мамаева. Все перечисленные приближенные уравнения состояния морской воды содержат постоянное слагаемое и, по сути, представляют собой разложение полного уравнения состояния в окрестностях упомянутого постоянного члена суммы.

1.3. Энтропия морской воды

Приведенное в разделе 1.1 выражение энтропии неудобно при рассмотрении в качестве термодинамической системы морской воды. Поэтому оно преобразуется таким образом, чтобы вместо p_j использовались параметры состояния, общие для всей системы, например T, S, P и т. д.

Морская вода представляет собой раствор, в котором соли практически полностью диссоциированы на ионы. Поэтому если взять какой-то объем воды, то общее число частиц в нем является суммой молекул воды и различных ионов:

$$n = \sum_m n_m. \quad (1.34)$$

Представим, что все они распределены по диапазонам j , о которых шла речь в разделе 1.1, так, что

$$\sum_j p_j n_{jm} = n_m. \quad (1.35)$$

Определим вероятность состояния изолированной термодинамической системы p_j при ее равновесном состоянии, т. е. при $d\eta = 0$. Для этого продифференцируем по p_j выражения (1.1), (1.2), (1.10) и (1.35):

$$\left. \begin{aligned} \sum_j dp_j &= 0; \\ \sum_j \partial_j dp_j &= 0; \\ -k_B \sum_j (1 + \ln p_j) dp_j &= 0; \\ \sum_j n_{jm} dp_j &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

Если подходить к проделанной операции дифференцирования с точки зрения статистики, то, как объясняет Трайбус [8], она соответствует максимуму неопределенности p_j в отношении распределения частиц по диапазонам, или, что то же самое, минимуму предположений о характере этого распределения.

Формулы (1.36) сохраняют свою силу при любых множителях перед знаками сумм. Поэтому ради придания формулам большей общности и упрощения некоторых производных от них выражений умножим каждую из формул (1.36) последовательно на общие для всей системы множители: $\alpha - 1$, β , $-\frac{1}{k_B}$, μ'_m . После этого просуммируем полученные произведения, учтя при этом все m разнородных категорий молекул и ионов:

$$\sum_j [\alpha + \beta \mathcal{E}_j + \ln p_j + \sum_m \mu'_m n_{mj}] dp_j = 0. \quad (1.37)$$

Чтобы обеспечить равенство всей суммы нулю независимо от вариаций p_j , следует принять

$$\alpha + \beta \mathcal{E}_j + \ln p_j + \sum_m \mu'_m n_{mj} = 0. \quad (1.38)$$

Отсюда следует, что

$$p_j = e^{-\left(\alpha + \beta \mathcal{E}_j + \sum_m \mu'_m n_{mj}\right)}. \quad (1.39)$$

Подставив значение $\ln p_j$ из формулы (1.38) в выражение энтропии (1.10), получим

$$\eta = k_B \sum_j p_j [\alpha + \beta \mathcal{E}_j + \sum_m \mu'_m n_{mj}] = k_B \left(\alpha + \beta \mathcal{E} + \sum_m \mu'_m n_m \right). \quad (1.40)$$

Таким образом, энтропия некоторого объема морской воды как термодинамической системы выражена через ее макромасштабные характеристики, общие для всей системы. Задача заключается в определении неизвестных пока параметров α , β , μ'_m .

Поскольку сумма всех p_j равна 1, то из формул (1.2) и (1.39) следует, что

$$\alpha = \ln \sum_j e^{-\left(\beta \mathcal{E}_j + \sum_m \mu'_m n_{mj}\right)}. \quad (1.41)$$

Продифференцируем полученное выражение по β , а затем умножим числитель и знаменатель правой части результата на $e^{-\alpha}$; тогда, имея в виду формулу (1.39), получим

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = -\mathcal{E}. \quad (1.42)$$

Совершенно аналогичным способом, если продифференцировать α по любому μ'_m , получим

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu'_m} = -n_m. \quad (1.43)$$

Таким образом, единый для всей термодинамической системы, находящейся в состоянии равновесия, параметр α связан с ее внутренней энергией и числом частиц через параметры β и μ'_m . Поскольку по теории размерностей из формулы (1.40) следует, что

$$k_B \beta = C T_K^{-1},$$

то в качестве коэффициента пропорциональности C принято использовать 1, так как любую другую величину можно было бы объединить с k_B , а при $C = 1$ в дальнейшем получаются более простые выражения. Следовательно,

$$\beta = \frac{1}{k_B T_K}. \quad (1.44)$$

Сравнивая между собой формулы (1.42) и (1.43), можно видеть, что параметры μ'_m играют такую же роль, как β , но по отношению не к энергии системы, а к веществу ее составных элементов. Часто определяют β как параметр, характеризующий способность к диффузии энергии между частями системы, если их температура различна. Она будет продолжаться до тех пор, пока температура, или, что то же самое, параметры β этих частей, не сравняются. В этом случае μ'_m можно трактовать как коэффициент, характеризующий способность к диффузии вещества, которая продолжается до тех пор, пока μ'_m всех частей системы не станут одинаковыми.

Термодинамическая функция состояния α , называемая функцией Массье, по имени ученого, впервые ее введшего, зависит еще от объема системы. Это легко показать, если рассматривать давление в ней в виде суммы парциальных давлений:

$$P = \sum_j p_j P_j. \quad (1.45)$$

В то же время давление, как всякая сила, связано с энергией формулой

$$P_j = - \frac{\partial \mathcal{E}_j}{\partial v}. \quad (1.46)$$

Подставим в правую часть формулы (1.45) значения сомножителей на основании выражений (1.39) и (1.46), в результате чего получим

$$P = - \sum_j \frac{\partial \mathcal{E}_j}{\partial v} e^{-\left(\alpha + \beta \mathcal{E}_j + \sum_m \mu'_m n_{mj}\right)} =$$

$$= \frac{e^{-\alpha}}{\beta} \frac{\partial}{\partial v} \sum_j e^{-\left(\beta \mathcal{E}_j + \sum_m \mu'_m n_{mj}\right)}.$$

Это выражение преобразуется в более простое, если учесть формулу (1.41):

$$P = \frac{1}{\beta} \frac{\frac{\partial}{\partial v} e^{\alpha}}{e^{\alpha}} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial v} \ln e^{\alpha} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \alpha}{\partial v}. \quad (1.47)$$

Итак, функция Массье связана с параметрами, характеризующими термическое, химическое и механическое состояние системы, т. е.

$$\alpha = \alpha(\beta, v, \sum_m \mu'_m).$$

Полный дифференциал от этой функции состояния будет

$$d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} d\beta + \frac{\partial \alpha}{\partial v} dv + \sum_m \frac{\partial \alpha}{\partial \mu'_m} d\mu'_m. \quad (1.48)$$

Рассмотрим изменение энтропии системы. Для этого продифференцируем уравнение (1.40) и заменим $d\alpha$ выражением (1.48), в котором частные производные α определены формулами (1.42), (1.43) и (1.47), после чего получим

$$d\eta = k_B \left(\beta d\mathcal{E} + \beta P dv + \sum_m \mu'_m dn_m \right). \quad (1.49)$$

После замены β на температуру по соотношению (1.44) последнее уравнение принимает вид

$$T_K d\eta = d\mathcal{E} + P dv + k_B T_K \sum_m \mu'_m dn_m. \quad (1.50)$$

Обычно в последнем члене этого уравнения используется не абсолютное, а относительное количество частиц, т. е. концентрация тех или иных ионов или молекул воды:

$$S_m = \frac{n_m}{n}. \quad (1.51)$$

При этом множитель $\mu_m = -k_B T_K n \mu'_m$ в термодинамике называется *химическим потенциалом* соответствующего компонента.

Известно, что в большинстве районов Мирового океана относительная доля главных ионов S_{mc} постоянна и пропорциональна солености воды S :

$$S_{mc} = c_{mc} S.$$

После выделения в морской воде концентрации молекул чистой воды S_w , имеющей химический потенциал μ_w , последний член уравнения (1.50) переписывается следующим образом:

$$k_B T_K \sum_m \mu'_m dn_m = - \sum_{mc} \mu_{mc} c_{mc} dS - \mu_w dS_w.$$

Поскольку $S + S_w = 1$, то $dS_w = -dS$. Это позволяет исключить из рассмотрения dS_w . Принято через разность химических потенциалов всех солей определять химический потенциал морской воды как системы μ и чистой воды $\mu = \sum_{mc} \mu_{mc} c_{mc} - \mu_w$.

В результате окончательно получается уравнение, определяющее изменение энтропии морской воды:

$$T_K d\eta = d\mathcal{E} + P dv - \mu dS. \quad (1.52)$$

Это выражение называется также *соотношением Гиббса и основным уравнением термодинамики*.

Если воспользоваться первым началом термодинамики и заменить изменение энергии по формуле (1.6), то

$$d\eta = \frac{1}{T_K} [\delta Q - \delta G + P dv - \mu dS].$$

Предположим, что работа совершается за счет давления P^* , которое в принципе отличается от P , т. е. $\delta G = P^* dv$. Различие объясняется тем, что первое связано с работой, произведенной системой, а второе есть результат осреднения парциальных давлений, действующих на все элементы j системы. С учетом сделанной замены изменение энтропии представляется выражением

$$d\eta = \frac{1}{T_K} [\delta Q + (P - P^*) dv - \mu dS]. \quad (1.53)$$

Обычно работу, связанную с разностью отмеченных давлений, определяют как разность между затраченной и полезной работой, расходуемую на трение. Этот член всегда приводит к росту энтропии системы. Действительно, если силы, приложенные к термодинамической системе, состоящей из жидкости и находящейся в равновесии, больше внутренних сил, действующих на ее элементы, т. е. $P^* > P$, то происходит уменьшение объема системы и $(P - P^*) dv > 0$. Такой же результат получается в обратном случае, когда $P > P^*$ и происходит увеличение объема.

Вообще энтропия некоторого изолированного объема морской воды, как любой изолированной термодинамической системы, обладает свойством роста. Это следует из того, что для изолированной системы $dS = 0$, второй член выражения (1.53) не бывает отрицательным, теплообмен же приводит к росту энтропии. Последнее легко показать, если представить две части системы A и B , различающиеся по температуре и находящиеся в тепловом контакте, но изолированные от окружающей среды. При этом изменение энтропии системы равно сумме изменений энтропий этих частей:

$$d\eta = d\eta_A + d\eta_B = \frac{\delta Q_A}{T_A} + \frac{\delta Q_B}{T_B}.$$

Поскольку по условию общее изменение тепла равно нулю:

$$\delta Q_A + \delta Q_B = 0,$$

то

$$d\eta = \delta Q_A \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right). \quad (1.54)$$

Если $T_A > T_B$ и тепло переходит от части A к части B , то $\delta Q_A < 0$, так как часть A теряет тепло, то $d\eta > 0$. Если $T_B > T_A$ и часть A получает тепло, т. е. $\delta Q_A > 0$, то опять $d\eta > 0$.

Следовательно, в изолированной системе обмен энергией в форме тепла и работы приводит к росту энтропии.

Физический смысл здесь сводится к тому, что распределение энергии между составными частями системы стремится к наиболее равномерному, являющемуся наиболее вероятным. Этот закон называется вторым началом термодинамики. Можно уменьшить энтропию одной системы, например, отнимая тепло, но это тепло нужно куда-то передать, какой-то другой системе. В результате возникает уже рассмотренная ситуация двух частей изолированной системы.

В идеальном процессе, происходящем без трения по замкнутому циклу, теоретически можно возвратиться к исходному состоянию. При этом

$$\oint \frac{\delta Q}{T_K} = \oint d\eta = 0. \quad (1.55)$$

Такие процессы называются *обратимыми*. В природе чистых обратимых процессов не бывает. Все реальные процессы в той или иной степени являются *необратимыми*, хотя бы из-за трения. Поэтому наличие второго члена в правой части уравнения (1.53) служит характерным признаком необратимости процесса, и очень часто для обозначения обратимых процессов используют запись

$$d\eta = \frac{dQ}{T_K}, \quad (1.56)$$

а для необратимых

$$d\eta > \frac{dQ}{T_K}. \quad (1.57)$$

Примером процесса, наиболее близкого к обратимому, может служить переваливание водной массы через подводный хребет, когда она сначала охлаждается при подъеме вследствие расширения, а затем из-за сжатия нагревается при опускании на исходную глубину.

1.4. Теплофизические характеристики морской воды

К теплофизическим характеристикам морской воды относят ее теплоемкость, молекулярную теплопроводность, границы фазовых переходов и энергетические преобразования, связанные с этими переходами.

Одним из важнейших термодинамических параметров любого вещества, в том числе и морской воды, является теплоемкость. Она используется в большинстве задач, связанных с определением теплового состояния вещества. При изучении связи теплоемкости с другими параметрами системы целесообразно воспользоваться уравнением (1.52). Будем считать, что тепло и работа приводят к изменению только внутренней энергии. Это облегчит рассмотрение связей между внутренними параметрами системы, не зависящими от ее положения в пространстве и движения. Из уравнений состояния морской воды следует, что в качестве независимых переменных следует использовать по крайней мере три параметра. В данном случае в качестве таких параметров возьмем температуру, объем и количество примесей — соленость. Выразим полный дифференциал внутренней энергии через производные по этим трем элементам:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial T}\right)_{v, s} dT + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial v}\right)_{T, s} dv + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial S}\right)_{T, v} dS = \\ = T_K d\eta + \mu dS - P dv. \end{aligned} \quad (1.58)$$

Поделив обе части равенства на dT и предполагая, что изменение объема и состава смеси системы не происходит, получим

$$\left(\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial T}\right)_{v, s} = T_K \left(\frac{d\eta}{dT}\right)_{v, s}. \quad (1.59)$$

При перечисленных ограничениях частный дифференциал совпадает с полным, а полученное выражение (1.59) называют *теплоемкостью при постоянных объеме и составе смеси*:

$$c_{v, s} = \left(\frac{d\mathcal{E}_n}{dT}\right)_{v, s} = T_K \left(\frac{d\eta}{dT}\right)_{v, s}. \quad (1.60)$$

Для однофазной системы это будет просто теплоемкость при постоянном объеме.

Если использовать выражение энтропии из второго начала термодинамики для обратимого процесса, то формула (1.60) может быть переписана следующим образом:

$$c_{v,s} = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_{v,s}. \quad (1.61)$$

Это наиболее широко известное определение теплоемкости как некоего параметра системы, характеризующего необходимое количество тепла, которое ей нужно сообщить для изменения температуры на 1 градус.

Обычно используется *удельная теплоемкость*, определяющая количество тепла, необходимое для изменения температуры 1 грамма вещества на 1 градус.

Процесс может протекать не при постоянном объеме системы, а при неизменном давлении. В этом случае употребляется *теплоемкость при постоянном давлении*, или *изобарическая теплоемкость*, которая аналогичным образом находится из уравнения (1.52):

$$c_{p,s} = c_{v,s} + \left[\left(\frac{\partial \mathcal{E}_v}{\partial v} \right)_{T,s} + P \right] \left(\frac{dv}{dT} \right)_{p,s}. \quad (1.62)$$

Последний член этой формулы характеризует количество тепла, которое пошло на совершение работы $\left(P \frac{dv}{dT} \right)$ и на изменение внутренней энергии, связанное с изменением объема.

Более простое выражение изобарической теплоемкости получается при использовании *энтальпии* $\chi = \mathcal{E} + Pv$.

Преобразуем уравнение (1.52), чтобы заменить энергию на энтальпию, и произведем такие же операции, как и при получении изохорной теплоемкости, т. е. представим $d\chi$ через частные производные по T , P , S , поделим получающееся уравнение на dT и предположим, что изменения давления и состава смеси не происходит. При этих условиях

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial T} \right)_{p,s} = T_K \left(\frac{d\eta}{dT} \right)_{p,s}. \quad (1.63)$$

Стоящие в правой и левой частях полученного равенства выражения и носят название *теплоемкости при постоянном давлении*, или *изобарической теплоемкости*:

$$c_{p,s} = \left(\frac{d\chi}{dT} \right)_{p,s} = T_K \left(\frac{d\eta}{dT} \right)_{p,s}. \quad (1.64)$$

Воспользовавшись определениями коэффициентов термического расширения (1.14) и плотностной сжимаемости (1.16),

получим более удобное для анализа выражение связи между теплоемкостями, чем формула (1.62):

$$c_{p,s} - c_{v,s} = \frac{T_K k_T^2 v_0}{k_p} \quad (1.65)$$

Правая часть этой формулы всегда положительна, т. е. $c_{p,s} \geq c_{v,s}$. Но различие между этими теплоемкостями менее 1% от их величины и зависит от температуры. При температуре

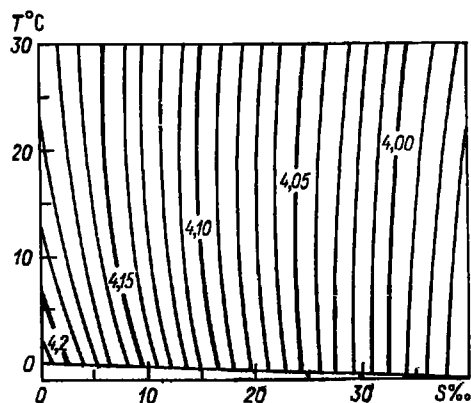


Рис. 7. Зависимость $c_{p,s}$ Дж/(г·К) от температуры и солёности при атмосферном давлении [3].

наибольшей плотности $k_T = 0$ и $c_{p,s} = c_{v,s}$. Экспериментальным путем обычно определяется теплоемкость при постоянном давлении, так как в опытах его легче поддерживать. Теплоемкость же при постоянном объеме вычисляется по формуле (1.65).

На рис. 7 показана зависимость $c_{p,s}$ от температуры и солёности при атмосферном давлении. Для другого фиксированного давления $c_{p,s}$ становится иным, уменьшаясь с ростом P (табл. 1).

Таблица 1

Разность между теплоемкостью при атмосферном давлении $c_{p,a}$ и глубинным c_p для воды солёностью 34,85‰ [Дж/(г·К)]

$T^{\circ}\text{C}$	P дбар				
	2000	4000	6000	8000	10 000
-2	0,0715	0,1318	0,1820		
0	0,0665	0,1218	0,1680	0,2060	0,2368
5	0,0569	0,1037	0,1422	0,1740	0,2050
10	0,0502	0,0920			
15	0,0460	0,0850			
20	0,0440				

Несмотря на зависимость удельной теплоемкости морской воды от ее температуры, солёности и давления, диапазон ее изменений не превышает 5%, и при решении многих океанологических задач она принимается постоянной.

Следующей важной теплофизической характеристикой морской воды является ее теплопроводность, определяющая скорость передачи тепла. Она выражается *коэффициентом теплопроводности*, под которым понимают, как это принято в физике, количество тепла, протекающего через единицу площади сечения воды в единицу времени при единичном градиенте температуры. Различают молекулярную теплопроводность λ_m и турбулентную λ . Первая определяется физическими свойствами воды и зависит от скорости движения молекул, длины их свободного пробега, плотности воды. Значение ее для пресной воды при атмосферном давлении и температуре 20°C составляет $0,6 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$ и уменьшается примерно на $10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ при понижении температуры на каждые 10°C . Соленость не оказывает заметного влияния на значение λ_m .

Турбулентная теплопроводность определяется в основном кинематическими свойствами морской воды и зависит от интенсивности турбулентного перемешивания. Коэффициент турбулентной теплопроводности обычно на несколько порядков больше молекулярного и играет основную роль в переносе тепла.

В зависимости от температуры и давления вода может находиться в различных агрегатных состояниях: газообразном, жидком и твердом. Для получения уравнения, которое бы определяло области существования фаз воды и условия перехода между ними, воспользуемся тем обстоятельством, что энтропия системы равна сумме энтропий ее частей. В таком случае энтропия двухфазной системы, содержащей относительную долю первой фазы f и второй $(1 - f)$, будет -

$$\eta = f\eta_1 + (1 - f)\eta_2 = \eta_2 + f(\eta_1 - \eta_2). \quad (1.66)$$

При рассмотрении единичного объема системы под η_1 и η_2 понимаются удельные энтропии соответствующих фаз. Аналогичным образом выражается объем системы через удельные объемы его фаз v_1 и v_2 :

$$v = fv_1 + (1 - f)v_2 = v_2 + f(v_1 - v_2). \quad (1.67)$$

В случае фазового перехода, когда доля одной из фаз меняется на df , происходит соответствующее изменение энтропии и объема системы:

$$\begin{aligned} d\eta &= (\eta_1 - \eta_2) df; \\ dv &= (v_1 - v_2) df. \end{aligned}$$

При этом

$$\frac{d\eta}{dv} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{v_1 - v_2}. \quad (1.68)$$

Используя одно из соотношений Максвелла $\frac{d\eta}{dv} = \frac{dP}{dT}$,

левую часть выражения (1.68) удобнее определить через давление и температуру:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{v_1 - v_2}. \quad (1.69)$$

Поскольку при постоянной температуре $\eta_1 - \eta_2 = \frac{\delta Q}{T_K}$, а при постоянном давлении $\delta Q = \chi_1 - \chi_2$ есть разность энтальпий, то

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\chi_1 - \chi_2}{T_K(v_1 - v_2)}. \quad (1.70)$$

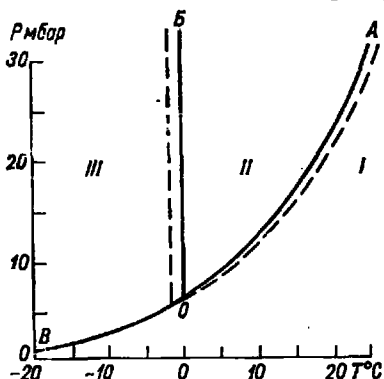


Рис. 8. Диаграмма фазовых состояний воды.

Сплошные линии — пресная вода, пунктирные — соленая вода.
I — пар, II — вода, III — лед.

Полученное выражение известно как уравнение Клапейрона; оно определяет на PT -диаграмме линию, разделяющую области существования различных фаз (рис. 8). Разность энтальпий представляет собой ту скрытую теплоту, которая выделяется или поглощается при переходе воды из одного агрегатного состояния в другое.

Если первая фаза — пар, а вторая — жидкость, то $v_{\text{п}} \gg v_{\text{ж}}$. Действительно, характерные значения удельных объемов фаз воды при 0°C следующие: $v_{\text{п}} = 206\,000 \text{ см}^3/\text{г}$, $v_{\text{ж}} = 1 \text{ см}^3/\text{г}$, $v_{\text{л}} = 1,09 \text{ см}^3/\text{г}$. При использовании для пара уравнения состояния идеального газа $P_{\text{п}}v_{\text{п}} = R_{\text{п}}T_K$ можно с большой степенью точности записать

$$\frac{dP_{\text{п}}}{dT} = \frac{P_{\text{п}}(\chi_{\text{п}} - \chi_{\text{ж}})}{R_{\text{п}}T_K^2}. \quad (1.71)$$

В данном случае под $P_{\text{п}}$ понимают упругость насыщения (парциальное давление) водяных паров над плоской поверхностью воды, а $R_{\text{п}} = 460 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ — газовая постоянная водяного пара. При переходе 1 г воды из газообразного состояния в жидкое изменение энтальпии составляет $\chi_{\text{п}} - \chi_{\text{ж}} = L_{\text{п}} = 2500 \text{ Дж}$ и называется *удельной теплотой испарения*.

Интегрирование уравнения (1.71) дает зависимость упругости насыщения водяного пара от температуры:

$$P_{\text{п}} = P_0 \exp \left[\frac{L_{\text{п}}}{R_{\text{п}}} \left(\frac{1}{T_{K0}} - \frac{1}{T_K} \right) \right]. \quad (1.72)$$

Это выражение известно как уравнение Клаузиуса—Клапейрона. Здесь P_0 — давление водяного пара при температуре T_{K0} . Для $T_{K0} = 273,075 \text{ К}$ упругость насыщения P_0 составляет 6,1 мбара.

На рис. 8 упругость насыщения водяных паров как функция температуры в соответствии с формулой (1.72) схематически представлена кривой OA .

При определении границы раздела между твердой и парообразной фазами можно, как и в первом случае, принять, что удельный объем пара много больше удельного объема льда, а состояние насыщенного пара выражается уравнением состояния идеального газа. В таком случае линия раздела выразится формулой, аналогичной формуле (1.72):

$$\begin{aligned} P_n &= P_0 \exp \left[\frac{\chi_n - \chi_a}{R_n} \left(\frac{1}{T_{K0}} - \frac{1}{T_K} \right) \right] = \\ &= P_0 \exp \left[\frac{L_c}{R_n} \left(\frac{1}{T_{K0}} - \frac{1}{T_K} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.73)$$

Разность энтальпий парообразного и твердого состояния воды, отнесенная к массе в 1 г вещества, есть величина примерно постоянная, равная 2830 Дж; она называется *удельной теплотой сублимации или возгонки* (L_c). На рисунке линия OB разграничивает области существования пара и льда (или снега). Если продлить линию OA , то видно, что упругость насыщения водяного пара над льдом несколько меньше, чем над водой. Поэтому при практических расчетах испарения необходимо принимать во внимание агрегатное состояние поверхности океана.

Формулы (1.72) и (1.73) очень часто используются на практике, так как в большинстве случаев при определении испарения с поверхности океана упругость насыщения у подстилающей поверхности не измеряется, а рассчитывается по известной температуре.

Для определения уравнения кривой, разграничивающей твердую и жидкую фазы, используется то же самое исходное уравнение Клапейрона (1.70). Если первой фазой будет вода в твердом состоянии, т. е. лед и снег, а второй фазой — жидкость, то правая часть уравнения всегда отрицательна, так как $\chi_{ж} - \chi_{л} > 0$, а удельный объем воды меньше удельного объема льда ($v_{ж} - v_{л} < 0$). Поэтому линия раздела областей существования воды и льда OB имеет некоторый наклон в сторону, обратную линии OA . На рисунке она направлена практически вдоль оси ординат, так как производная давления по температуре для этого случая почти в миллион раз больше, чем в двух предыдущих, хотя при переходе 1 г воды из твердого состояния в жидкое при неизменной температуре разность энтальпий составляет 335 Дж. Эта разность энтальпий называется *удельной теплотой плавления* $L_{п}$. Пренебрегая сравнительно малым изменением удельных объемов теплоты плавления в зависимости от

температуры, можно получить решение уравнения (1.70) для этого случая в виде

$$P = P_0 + \frac{\chi_{\text{л}} - \chi_{\text{ж}}}{\nu_{\text{л}} - \nu_{\text{ж}}} \ln \frac{T_{\text{к}}}{T_{\text{к0}}} = P_0 + \frac{L_{\text{п}}}{\nu_{\text{л}} - \nu_{\text{ж}}} \ln \frac{T_{\text{к}}}{T_{\text{к0}}}. \quad (1.74)$$

Во все три выражения кривых раздела фаз входят одни и те же постоянные P_0 и $T_{\text{к0}}$. Это означает, что при этих значениях давления и температуры вода может находиться в трех фазовых состояниях. На PT -диаграмме эта точка носит название *тройной*.

Наличие солей в морской воде несколько изменяет границы раздела фаз. В первую очередь это связано с тем, что в соответствии с законом Рауля давление насыщенных паров растворителя у разбавленных идеальных растворов пропорционально относительной доли растворителя и давлению паров чистого растворителя, в данном случае пресной воды $P_{\text{ч}}$:

$$P = S_{\text{в}} P_{\text{ч}}.$$

Давление насыщенного пара растворенного вещества, согласно закону Генри, пропорционально его концентрации $P_{\text{с}} = a S_{\text{с}}$. Морская вода может рассматриваться только как слабый, но не идеальный раствор, так как она является сильным электролитом и ионы солей, взаимодействуя между собой, не приводят к законам Рауля и Генри. В частности, парциальное давление насыщенного водяного пара над морской водой оказывается несколько меньшим, чем следует из закона Рауля. Эту зависимость принято выражать эмпирической формулой

$$P = (1 - aS) P_{\text{ч}}. \quad (1.75)$$

Вторым важным следствием солёности является сдвиг границы раздела между твердой и жидкой фазами в сторону более низких температур. Различие размеров молекул воды и ионов, наличие между ними электромагнитных взаимодействий приводит к тому, что при росте концентрации ионов, т. е. с увеличением солёности, затрудняется объединение молекул воды в форме кристалла. Для этого необходимо уменьшение кинетической энергии молекул, что достигается понижением температуры. Теория этого процесса для такой сложной термодинамической системы, как морская вода, еще не разработана, и поэтому при определениях зависимости температуры замерзания θ от солёности используются эмпирические формулы, из которых наиболее употребительной является формула Крюммеля

$$\theta = -10^{-2} (0,3 + 5,27S + 4 \cdot 10^{-3} S^2 + 4 \cdot 10^{-5} S^3). \quad (1.76)$$

В связи с влиянием солёности на упругость насыщения и температуру замерзания изменяется положение на PT -диаграмме линий раздела фаз воды. На рис. 8 они показаны пунктиром.

1.5. Адиабатический процесс

Термодинамические процессы, происходящие без обмена теплом между системой и окружающим пространством, называются *адиабатическими*. Очень часто при вертикальных перемещениях воды изменение температуры водной массы за счет перепадов давления оказывается много большим, чем за счет притока тепла. В этом случае процесс становится практически адиабатическим.

Для обратимых процессов, происходящих без обмена примесями с окружающей средой, отсутствие притока тепла соответствует неизменности энтропии, поэтому такие процессы можно называть *изэнтропическими*. При перечисленных условиях уравнение термодинамики (1.58), в котором изменение внутренней энергии выражено через теплоемкость, имеет вид

$$c_{v,s} dT + \left[\left(\frac{\partial \mathcal{E}_s}{\partial v} \right)_{T,s} + P \right] dv = 0. \quad (1.77)$$

Учитывая выражения (1.62) и (1.65), получаем

$$\left(\frac{\partial \mathcal{E}_s}{\partial v} \right)_{T,s} + P = T_K \frac{k_T}{k_P}. \quad (1.78)$$

Следовательно,

$$dT = - \frac{T_K k_T}{c_{v,s} k_P} dv. \quad (1.79)$$

Из формулы ясно видна связь между изменениями объема и температуры. В случае подъема воды и расширения при этом объеме $dv > 0$ происходит адиабатическое понижение температуры ($dT < 0$). Из-за того что при температуре ниже, чем температура наибольшей плотности, знак k_T у воды меняется на обратный, при этом диапазоне температур вода при расширении адиабатически нагревается.

В большинстве практических расчетов вместо изменений удельного объема удобнее использовать изменение давления, которое связано очень простой зависимостью с вертикальным перемешиванием воды. Для получения такого выражения удобно использовать формулу (1.62), умноженную на dT . Заменяв затем с помощью формул (1.77) и (1.78) члены, в которые входят $c_{v,s}$ и энергия, получим

$$c_{P,s} dT = \frac{T_K k_T}{k_P} \left[\left(\frac{dv}{dT} \right) dT - dv \right]. \quad (1.80)$$

Воспользовавшись далее уравнением состояния (1.17) для замены выражения в скобках, получим

$$dT = \frac{T_K k_T \gamma_0}{c_{P,s}} dP. \quad (1.81)$$

Поскольку

$$\frac{dT}{dz} = \frac{dT}{dP} \frac{dP}{dz},$$

а последний множитель на основании уравнения статики равен

$$\frac{dP}{dz} = \frac{g}{v},$$

из формулы (1.81) с помощью перечисленных преобразований находится *адиабатический градиент температуры*:

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_a = \frac{gT_k k_T v_0}{c_P s^v}. \quad (1.82)$$

В тех случаях, когда удельный объем меняется слабо, масштаб его v_0 можно выбрать равным v , и тогда последняя формула упрощается:

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_a = \frac{gT_k k_T}{c_P s}. \quad (1.83)$$

Адиабатический градиент температуры для морской воды не остается постоянным из-за существенного изменения k_T . При температуре наибольшей плотности он равен нулю, а при более низкой температуре градиент даже меняет свой знак. В диапазоне температур 10—20°C, где $O(k_T) \sim 1,5 \times$

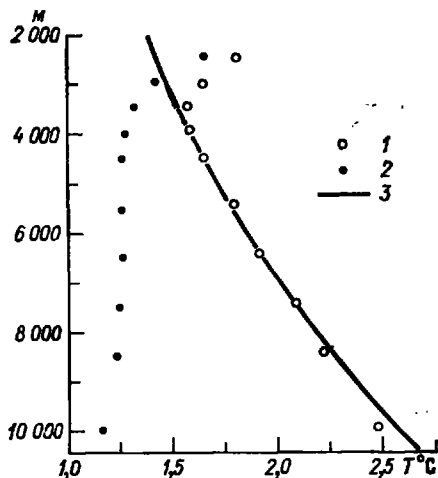


Рис. 9. Вертикальный профиль температуры воды во впадине Минданао 15—16 мая 1930 г. [3].

1 — фактическая температура; 2 — потенциальная температура; 3 — адиабатическое изменение температуры с глубиной при $\theta = 1,25^\circ\text{C}$.

$\times 10^{-4} \frac{1}{\text{град}}$, адиабатический градиент температуры имеет величину порядка 10^{-4} град/м.

Вследствие адиабатических изменений температуры водных масс за счет смены давления измеренная температура часто не отражает тепловое взаимодействие между выделенной массой и окружающей средой. Поэтому в океанологии принято температуру приводить адиабатическим путем к давлению на поверхности океана, исключая тем самым ее адиабатические изменения.

Приведенную таким образом температуру называют *потенциальной* (θ).

Для того чтобы вычислить θ , достаточно проинтегрировать по давлению формулу (1.81) или по глубине формулу (1.82).

В первом случае интегрирование дает

$$\theta = T_K \exp \int_{P_a}^P \frac{k_T \gamma_0}{c_{P,S}} dP, \quad (1.84)$$

или

$$\theta = T_K - \int_{P_a}^P \frac{T_K k_T \gamma_0}{c_{P,S}} dP, \quad (1.85)$$

а во втором

$$\theta = T_K \exp \int_z^0 \frac{g k_T \gamma_0}{c_{P,S} \gamma} dz, \quad (1.86)$$

или

$$\theta = T_K - \int_z^0 \frac{g T_K k_T \gamma_0}{c_{P,S} \gamma} dz. \quad (1.87)$$

В последнем случае подынтегральное выражение сильнее меняется, чем в первом, поэтому формула (1.85) представляется более предпочтительной.

В качестве примера на рис. 9 показано распределение по глубине измеренной и потенциальной температуры. Из него видно, что, несмотря на малую сжимаемость воды, адиабатическая поправка может быть весьма существенной.

По аналогии с потенциальной температурой введено понятие о потенциальной плотности ρ_θ , т. е. приведенной адиабатически к атмосферному давлению:

$$\rho_\theta(\theta, S, P_a) = \rho(T, S, P) - \int_{P_a}^P \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_{\theta, S} dP. \quad (1.88)$$

Под знаком интеграла содержится адиабатический градиент плотности, являющийся при неизменной солёности перемещаемого элементарного объема воды изэнтропическим градиентом плотности. Адиабатическая поправка плотности характеризует ту часть изменения ρ , которая обусловлена только барической сжимаемостью, но величина ее зависит от температуры и солёности воды.

1.6. Условия вертикальной устойчивости океана

Океан в общем имеет устойчивую плотностную стратификацию, т. е. относительно более плотные слои воды расположены ниже менее плотных. Однако сравнительно часто под действием тех или иных причин происходят нарушения такой картины, и менее плотные массы воды оказываются внизу.

Длительное время такая аномальная стратификация сохраняться не может, и в соответствии с законом Архимеда происходит вытеснение менее плотных масс жидкости вверх.

Вертикальные движения воды, вызванные плотностной стратификацией, играют чрезвычайно большую роль в океанических процессах. На больших пространствах океанов и морей плотностная конвекция настолько ярко выражена, особенно в поверхностных слоях, что имеет определяющее значение в формировании гидрологического режима. Примером может служить формирование сезонного поверхностного слоя конвективного перемешивания в умеренных и полярных районах океанов и морей.

Критерием устойчивости и фактором, определяющим интенсивность вертикальных движений, является соотношение плотностей перемещающегося по вертикали объема жидкости ρ_v и окружающей среды. Плотность перемещающегося объема воды меняется адиабатически

$$\rho_v(z + \Delta z) = \rho_v(z) + \left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a \Delta z,$$

а плотность окружающей воды может меняться иначе

$$\rho(z + \Delta z) = \rho(z) + \left(\frac{d\rho}{dz} \right) \Delta z.$$

Если на исходном уровне плотности выделенного объема жидкости и окружающей среды одинаковы, то за счет разности изменений по вертикали ρ_v и ρ возникает архимедова сила, вызывающая ускорение:

$$G_a = \frac{g}{\rho} \left[\left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a - \left(\frac{d\rho}{dz} \right) \right] \Delta z. \quad (1.89)$$

В том случае, когда градиент плотности воды в океане равен адиабатическому, архимедова сила равна нулю и плотностная стратификация называется безразличной. Если $\left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a > \left(\frac{d\rho}{dz} \right)$, то выведенный из состояния равновесия с уровня z элементарный объем жидкости при $\Delta z > 0$ приобретет плотность, большую, чем окружающая среда, и будет тонуть, а при $\Delta z < 0$ он приобретает меньшую плотность по сравнению с окружающей водой и будет всплывать. Стратификация, при которой выведенный из состояния равновесия объем жидкости не стремится вернуться обратно на исходный уровень, называется *неустойчивой*. В случае $\left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a < \left(\frac{d\rho}{dz} \right)$ выведенный из состояния равновесия объем жидкости старается вернуться на первоначальный уровень, так как при $\Delta z > 0$ $\rho_v < \rho$ и он всплывает до уровня z , а при $\Delta z < 0$ плотность этого объема оказывается

большей, чем у окружающей воды, и он опускается до горизонта z . Такая стратификация называется *устойчивой*.

При устойчивой стратификации океанических вод выведенный из состояния равновесия объем жидкости при возвращении в исходное состояние может его проскочить за счет инерции, и тогда возникают инерционные колебания. Для определения их частоты ε используется формула (1.89), отнесенная к единичному расстоянию, взятая с обратным знаком:

$$\varepsilon^2 = \frac{g}{\rho} \left[\left(\frac{d\rho}{dz} \right) - \left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a \right]. \quad (1.90)$$

Часто этот параметр называют частотой Вьяйсяля—Брента. А. С. Монин, В. Г. Нейман и Б. Н. Филюшкин [4] на основании большого числа наблюдений, выполненных в Атлантическом и Тихом океанах, вычислили распределение ε по вертикали (рис. 10). Этот рисунок показывает, что в среднем океан стратифицирован устойчиво, хотя изменение плотности воды от поверхности до дна составляет менее 0,5%. Частота ε растет от поверхности до слоя скачка плотности, где имеется максимум $t = \frac{2\pi}{\varepsilon} \sim 10$ мин. Далее

с глубиной устойчивость убывает. В слое 0,5—5 км частота ε примерно обратна глубине:

$$\varepsilon z = \omega_z = \text{const}. \quad (1.91)$$

В работе [4] отмечается, что этот характер изменения ε довольно универсален и величина константы примерно одинакова: $\omega_z \approx 2,2$ м/с. Такая закономерность изменения ε в указанном слое объясняется на основе гипотезы универсальности статистического распределения турбулентных пятен, образующихся в результате потери устойчивости и разрушения внутренних волн.

При практических оценках стратификации обычно удобнее использовать не плотность, а такие измеряемые элементы, как T , S , P . Поскольку полагается, что при адиабатическом процессе выделенный объем жидкости не изменяет своей солёности, то его градиент плотности можно представить в виде

$$\left(\frac{d\rho_v}{dz} \right)_a = \frac{\partial \rho}{\partial T} \left(\frac{dT}{dz} \right)_a + \frac{\partial \rho}{\partial P} \frac{dP}{dz}. \quad (1.92)$$

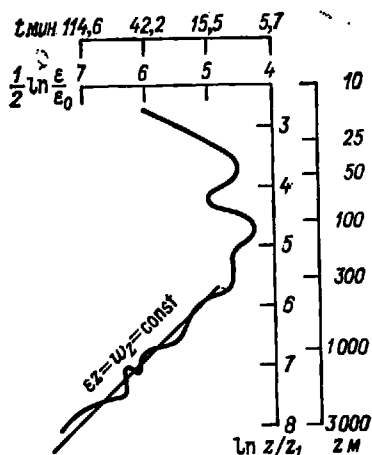


Рис. 10. Осредненный вертикальный профиль устойчивости.

В то же время градиент плотности окружающих вод представляется выражением

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{\partial\rho}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial\rho}{\partial S} \frac{dS}{dz} + \frac{\partial\rho}{\partial P} \frac{dP}{dz}. \quad (1.93)$$

Подставив эти значения градиентов плотности в формулу (1.90), получим

$$\sigma = \frac{g}{\rho} \left\{ \frac{\partial\rho}{\partial T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_a \right] + \frac{\partial\rho}{\partial S} \frac{dS}{dz} \right\}. \quad (1.94)$$

Это так называемый критерий Хессельберга—Свердрупа, очень часто используемый в океанологии для характеристики стратификации.

Для того чтобы оценить относительное влияние градиентов температуры и солености на устойчивость океанических вод, достаточно в формуле (1.94) определить зависимость плотности от температуры и солености, производные которых входят множителями к соответствующим градиентам. Множитель при градиенте солености на порядок больше, чем при градиенте температуры. Следовательно, несмотря на малое количество солей в морской воде, они оказывают чрезвычайно большое влияние на плотностную стратификацию океана. Поэтому в тех акваториях Мирового океана, где происходит распреснение поверхностного слоя за счет осадков, стока речных вод и таяния льдов, стратификация вод оказывается очень устойчивой, и переход к неустойчивому состоянию за счет только одного изменения температуры практически невозможен. Например, в летний период из-за распреснения при таянии льдов в арктических морях градиенты солености достигают значений порядка 0,5‰ на метр. Чтобы преодолеть обусловленную соленостью устойчивость, необходим градиент температуры не менее 5° на метр. Такие перепады температуры в слое воды толщиной в несколько метров практически не бывают.

Следует также отметить, что знак у первого множителя обратен знаку второго множителя, т. е. увеличение солености с глубиной способствует возрастанию устойчивости, а рост температуры уменьшает ее.

Критерий вертикальной плотностной стратификации σ характеризует устойчивость океана на каком-то уровне, т. е. локальную. Это не всегда удобно, особенно при определении слоя, в котором может развиваться конвекция. Для оценки интенсивности конвективного перемешивания необходимо знать распределение плотности во всем слое, а не на каком-то отдельно взятом уровне. В качестве такой интегральной характеристики стратификации используется так называемая *энергия неустойчивости*. Под ней понимается работа, которую могут совершить архимедовы силы, возникающие при вертикальном перемещении единицы массы жидкости.

В результате действия сил плавучести движение некоторой массы воды при неустойчивой стратификации происходит с ускорением, для создания которого не только не требуется затрата энергии, но может быть совершена некоторая работа. В этом случае энергия неустойчивости положительна. Если стратификация океана устойчива, то подъемная сила направлена в сторону, противоположную движению объема жидкости. Поэтому для того, чтобы сохранить направление движения, нужно затратить работу. При такой стратификации энергия неустойчивости оказывается отрицательной.

При безразличной стратификации плотности энергия неустойчивости равна нулю.

Для квазистатического вертикального движения без трения выражение энергии неустойчивости находится из уравнения (1.89), если его умножить на массу воды M , заключенную в выделенном объеме, и на путь dz , а градиенты плотности ради упрощения представить в разностном виде:

$$d\mathcal{E}_н = Mg \left(1 - \frac{\rho}{\rho_v}\right) dz. \quad (1.95)$$

Проинтегрировав полученное выражение по z в пределах некоторого слоя от z_1 до z_2 , найдем запас энергии неустойчивости в этом слое:

$$\mathcal{E}_н = Mg \int_{z_1}^{z_2} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_v}\right) dz. \quad (1.96)$$

Из последней формулы ясно видно, что при $\rho > \rho_v$ стратификация в океане будет устойчивой и $\mathcal{E}_н < 0$. Если $\rho_v > \rho$, то стратификация океана неустойчива, в результате чего происходит опускание более плотных объемов воды и $\mathcal{E}_н > 0$.

На рис. 11 площадь, пропорциональная энергии неустойчивости, показана штриховкой.

На основании данных об энергии неустойчивости можно оценить максимальную возможную скорость, которую приобретает перемещающийся без трения по вертикали объем жидкости. Действительно,

$$d\mathcal{E}_н = M \frac{dw}{dt} dz = M \frac{dw}{dt} w dt = M d\left(\frac{w^2}{2}\right), \quad (1.97)$$

откуда

$$w = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_н}{M} + w_0^2}, \quad (1.98)$$

где w_0 — начальная вертикальная скорость на исходном уровне.

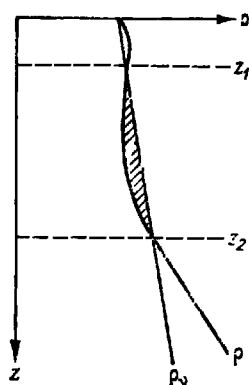


Рис. 11. Схема выделения слоя с энергией неустойчивости.

Следовательно, вертикальная скорость перемещения некоторого элементарного объема воды пропорциональна корню квадратному из удвоенной энергии неустойчивости, деленной на массу этого объема.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ I

1. Зубов Н. Н. Динамическая океанология. М., Гидрометеониздат, 1947. 430 с.
2. Каменкович В. М. Основы динамики океана. Л., Гидрометеониздат, 1973. 240 с.
3. Мамаев О. И. *TS*-анализ вод Мирового океана. Л., Гидрометеониздат, 1970. 364 с.
4. Монин А. С., Нейман В. Г., Филюшкин Б. Н. О стратификации плотности в океане.— «ДАН СССР», 1970, т. 191, № 6, с. 1277—1279.
5. Океанографические таблицы. Изд. 4-е. Л., Гидрометеониздат, 1975. 475 с.
6. Открытие, экспериментальное исследование и разработка теории течения Ломоносова. Под редакцией А. Г. Колесникова. Севастополь, изд. МГИ, 1968. 243 с.
7. Путилов К. А. Термодинамика. М., «Наука», 1971. 375 с.
8. Трайбус М. Термостатика и термодинамика. Пер. с англ. М., «Энергия», 1970. 501 с.

Глава 2. Основные законы изменения и сохранения термодинамических параметров

2.1. Общее уравнение движения морской воды

В соответствии с положениями гидродинамики [2] при изучении движения морской воды как сплошной среды принято выделять два вида сил: *объемные*, или *массовые*, и *поверхностные*. С физической точки зрения такая классификация сил не вполне строга, поскольку все силы приложены к частицам среды, т. е. являются объемными. Но некоторые из них непосредственно действуют не на все частицы объема, а только на их сравнительно тонкий слой, расположенный по периферии объема. К этой группе относятся силы трения и давления между объемами жидкости.

К собственно объемным силам принято относить те, которые действуют сразу на все элементы объема: гравитационные, электромагнитные и т. д. При изучении движения океана из объемных сил в первую очередь учитывается гравитационное притяжение, вызываемое Землей (F_3), Луной (F_L) и Солнцем (F_C).

Строго говоря, при изучении динамики морской воды как сплошной среды рассматриваются не сами объемные силы, а плотность их распределения. Согласно определению, даваемому в механике сплошных сред, под плотностью распределения объемных сил в точке O понимают предел отношения равнодействующих сил, действующих на частицы малого объема Δv , с центром в точке O — ΔF_O к массе этого объема. Если ρ — плотность воды выделенного объема, то

$$F = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta F_O}{\rho \Delta v} \right), \quad (2.1)$$

или для элементарного объема dv с центром в точке O

$$dF_O = F \rho dv. \quad (2.2)$$

Поверхностные силы p также определяются плотностью их распределения или напряжением, но не по объему, а по поверхности Π . В таком случае под вектором поверхностной силы

в точке O понимают произведение вектора напряжения и величины элементарной площадки с центром в точке O :

$$d\mathbf{p}_O = \mathbf{p} d\Pi. \quad (2.3)$$

Основное различие между векторами объемных и поверхностных сил заключается в том, что первые образуют векторное поле, а вторые не образуют, так как значение вектора $\mathbf{p}$ зависит от ориентировки площадки, к которой приложено напряжение. Выделим элементарный объем воды в виде тетраэдра и сориентируем три его плоскости параллельно координатным плоскостям (рис. 12). Направление плоскости основания ABC обозначим ортом нормали $\mathbf{n}$. За положительное напряжение примем такое, которое направлено навстречу орту. Для бесконечно малого тетраэдра вектор поверхностной силы уравнивается тремя силами по соответствующим координатным плоскостям:

$$\mathbf{p}_n d\Pi = p_x d\Pi_x + p_y d\Pi_y + p_z d\Pi_z. \quad (2.4)$$

Рис. 12. Вектор напряжения поверхностных сил и его проекции.

Стороны тетраэдра $d\Pi_x$, $d\Pi_y$, $d\Pi_z$ есть проекции площади основания ABC на соответствующие координатные плоскости. Поэтому их можно выразить через площадь основания $d\Pi$ и косинусы углов ее наклона к координатным плоскостям. При этом выражение (2.4) примет вид

$$\mathbf{p}_n d\Pi = p_x \cos(\widehat{\mathbf{n}, x}) d\Pi + p_y \cos(\widehat{\mathbf{n}, y}) d\Pi + p_z \cos(\widehat{\mathbf{n}, z}) d\Pi. \quad (2.5)$$

После сокращения обеих частей уравнения (2.5) на $d\Pi$ получим

$$\mathbf{p}_n = p_x \cos(\widehat{\mathbf{n}, x}) + p_y \cos(\widehat{\mathbf{n}, y}) + p_z \cos(\widehat{\mathbf{n}, z}). \quad (2.6)$$

Часто ради краткости записи это выражение представляют следующим образом:

$$\mathbf{p}_n = p_x \mathbf{n}_x + p_y \mathbf{n}_y + p_z \mathbf{n}_z. \quad (2.7)$$

Из полученного уравнения следует, что вектор напряжения в любой точке сплошной среды зависит от ориентировки площадки в этой точке.

Для того чтобы получить основное уравнение движения элементарного объема сплошной среды, используется закон изме-

нения количества движения, согласно которому изменение главного вектора количества движения системы материальных частиц I равно главному вектору внешних массовых и поверхностных сил. Так как I равно интегралу по объему от произведений абсолютных скоростей V_a и элементарных масс частиц dM :

$$I = \int V_a dM, \quad (2.8)$$

то

$$\frac{dI}{dt} = \int F dM + \int p_n d\Pi. \quad (2.9)$$

При неизменном выделенном объеме и отнесении скорости V_a ко всему объему левая часть выражения (2.9) может быть преобразована следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \int V_a dM = \int \frac{dV_a}{dt} dM.$$

В полученном уравнении скорость движения определяется по отношению к инерционной системе координат. Но в океанологии, как правило, интересуются скоростью по отношению к поверхности вращающейся Земли, т. е. в неинерционной системе координат. Для того чтобы учесть ускорение, возникающее за счет вращения Земли, рассмотрим две системы координат: неподвижную x_1, y_1, z_1 и подвижную x, y, z (рис. 13). Пусть вектор r определяет положение центра выделенного элементарного объема в первой системе координат, а r_0 — во второй. Тогда, если r_1 обозначает перемещение центра подвижной системы координат, можно записать

$$r = r_1 + r_0 = r_1 + (x \cdot i + y \cdot j + z \cdot k).$$

Чтобы перейти к ускорениям, нужно это выражение дважды продифференцировать по t , в результате чего получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} = & \left(\frac{d^2 r_1}{dt^2} + x \frac{d^2 i}{dt^2} + y \frac{d^2 j}{dt^2} + z \frac{d^2 k}{dt^2} \right) + \\ & + \left(\frac{d^2 x}{dt^2} i + \frac{d^2 y}{dt^2} j + \frac{d^2 z}{dt^2} k \right) + 2 \left(\frac{dx}{dt} \frac{di}{dt} + \right. \\ & \left. + \frac{dy}{dt} \frac{dj}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{dk}{dt} \right). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Как известно, выражение, стоящее в первых скобках правой части равенства (2.10), определяет переносное ускорение, во

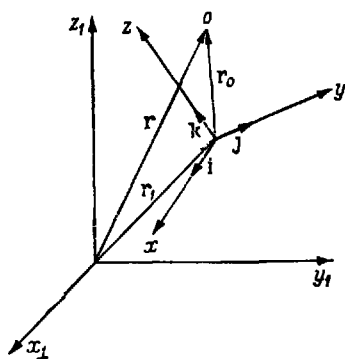


Рис. 13. Схема положения точки в неподвижной и подвижной системах координат.

вторых скобках — относительное ускорение и в третьих — ускорение Кориолиса.

Чтобы вместо абсолютного получить ускорение по отношению к поверхности Земли, нужно выделить относительное ускорение.

Имея в виду выражение производных по времени от ортов через угловую скорость ω :

$$\frac{di}{dt} = \omega \times i, \quad \frac{dj}{dt} = \omega \times j, \quad \frac{dk}{dt} = \omega \times k, \quad (2.11)$$

преобразуем равенство (2.10) к виду

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} + \left(\frac{d\omega}{dt} \times \mathbf{r}_0 \right) + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}_0) + \frac{d\mathbf{V}}{dt} + 2(\omega \times \mathbf{V}). \quad (2.12)$$

Здесь $\mathbf{V}$ — скорость движения относительно поверхности Земли, вращающейся с угловой скоростью ω . Поскольку $\omega = 7,29 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ есть величина постоянная, то второй член правой части выражения (2.12) равен нулю. Также равен нулю и первый член из-за равномерности поступательного движения Земли. В таком случае абсолютное ускорение представляется формулой

$$\frac{d\mathbf{V}_a}{dt} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}_0) + 2(\omega \times \mathbf{V}). \quad (2.13)$$

Преобразуем интеграл по поверхности в правой части выражения (2.9). В соответствии с формулой (2.7) можно записать

$$\int_{\Pi} \mathbf{p}_n d\Pi = \int_{\Pi} (\mathbf{p}_x \mathbf{n}_x + \mathbf{p}_y \mathbf{n}_y + \mathbf{p}_z \mathbf{n}_z) d\Pi.$$

Перейдя от интеграла по поверхности к интегралу по объему по теореме Гаусса—Остроградского, получим

$$\int_{\Pi} \mathbf{p}_n d\Pi = \int_V \left(\frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z} \right) dV.$$

После проведенных преобразований уравнение (2.9) принимает вид

$$\int_V \frac{d\mathbf{V}_a}{dt} dM = \int_V \mathbf{F} dM + \int_V \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z} \right) dM. \quad (2.14)$$

Поскольку объем выбран произвольно, последнее уравнение можно записать в дифференциальной форме:

$$\frac{d\mathbf{V}_a}{dt} = \mathbf{F} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{p}_z}{\partial z} \right). \quad (2.15)$$

Если подставить в уравнение (2.15) вместо абсолютного ускорения его выражение (2.13), то получим

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \mathbf{F} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_0) - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial p_z}{\partial z} \right). \quad (2.16)$$

В результате проведенных преобразований в уравнении движения появились два новых слагаемых. Первое из них существует всегда, независимо от движения воды. Это центробежное ускорение. Оно направлено по перпендикуляру к оси вращения Земли и зависит, как видно из уравнения (2.16), не только от угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$, но и от расстояния от оси вращения.

В океанологии из объемных сил обычно выделяют плотность распределения силы земного притяжения и вызываемое им ускорение суммируют с центробежным ускорением. Первое из них направлено к центру планеты, а второе — по перпендикуляру от оси вращения Земли (рис. 14). Поскольку центробежное ускорение в земных условиях составляет примерно $1/3\%$ от ускорения, создаваемого притяжением, то на рисунке их невозможно представить в реальном масштабе.

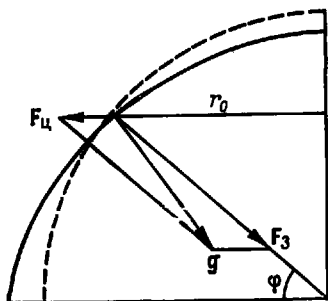


Рис. 14. Направление ускорений на вращающейся Земле.

Если на океан действует только отмеченное ускорение свободного падения, то его поверхность располагается так, чтобы в любой точке она была перпендикулярна силе тяжести. В противном случае касательная составляющая этой силы будет перемещать воду до тех пор, пока *уровенная поверхность* океана не будет перпендикулярна силе тяжести. Ускорение свободного падения на этой поверхности не меняется. Оно изменяется только при переходе от одной уровенной поверхности к другой, и интеграл от ускорения g на этом расстоянии

$$\phi_{1,2} = \int_{z_1}^{z_2} g dz \quad (2.17)$$

в океанологии называется *динамической глубиной*.

Поверхности одинаковых динамических глубин обычно называются *потенциальными*.

Аналогично действию силы тяжести действуют *приливообразующие силы*, вызванные гравитационным притяжением Земли Луной и Солнцем. Отличие заключается в том, что они имеют периодический характер.

Преобразуем запись напряжений в уравнении (2.16). Спроектируем вектор напряжений на оси декартовых координат:

$$\left. \begin{aligned} p_{nx} &= p_{xx}n_x + p_{xy}n_y + p_{xz}n_z; \\ p_{ny} &= p_{yx}n_x + p_{yy}n_y + p_{yz}n_z; \\ p_{nz} &= p_{zx}n_x + p_{zy}n_y + p_{zz}n_z. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

В принятой системе обозначений первый индекс у p_{ij} обозначает координатную ось, перпендикулярно которой ориентирована площадка, а второй индекс — ось, на которую спроектировано данное напряжение. Напряжения с одинаковыми индексами являются проекциями на нормали к соответствующим площадкам, поэтому их называют *нормальными*. Напряжения с разными индексами являются проекциями векторов на оси, лежащие в плоскости площадок, поэтому их называют *касательными напряжениями*.

Среднюю величину нормальных напряжений, взятую со знаком минус:

$$P = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}), \quad (2.19)$$

называют *гидростатическим давлением* или просто *давлением*.

Среднее значение нормальных напряжений давления обычно во много раз больше касательных напряжений, поэтому очень часто бывает полезным выделить его из общей суммы поверхностных сил. Это можно сделать, представив тензор напряжений из системы уравнений (2.18) в виде

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

При этом новые нормальные напряжения τ_{ii} отличаются от старых p_{ii} на значение давления, т. е. $\tau_{ii} = p_{ii} + P$, а новые касательные напряжения τ_{ij} равны старым p_{ij} . Преобразованные таким образом напряжения обычно называют *вязкими*, так как они оказываются пропорциональными вязкости воды κ_v и градиентам скорости [2]:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= \tau_{ji} = \kappa_v \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right); \\ \tau_{ii} &= 2\kappa_v \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \kappa_v \operatorname{div} \mathbf{V}. \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

В формулах (2.21) индексы i и j обозначают каждую из трех координатных осей и соответствующие проекции скорости течения на них.

Подставив полученные выражения вязких напряжений в уравнение движения (2.16), получим

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_n - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) - \frac{1}{\rho} \nabla P + \kappa_V \left(\nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{3} \nabla \operatorname{div} \mathbf{V} \right), \quad (2.22)$$

где $\operatorname{div} \mathbf{V}$ — дивергенция скорости, ∇^2 — знак лапласиана, ∇ — знак градиента.

Полученное уравнение применимо для определения мгновенной скорости движения воды в океане, возникающего под действием объемных и поверхностных сил.

Итак, общее ускорение воды складывается из ускорения, обусловленного постоянными гравитационными силами — первый член правой части и периодическими — второй член, ускорения Кориолиса, ускорения, вызванного градиентом давления, ускорения, обусловленного вязкими напряжениями. Последнее зависит от молекулярной вязкости воды (табл. 2).

Таблица 2									
Коэффициент кинематической вязкости воды (см ² /с) [2]									
$T^\circ\text{C}$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$\kappa_V \cdot 10^2$	1,792	1,519	1,308	1,141	1,007	0,897	0,804	0,727	0,656

Последний член уравнения (2.22) пропадает тогда, когда полагают жидкость идеальной, т. е. не обладающей вязкостью. При этом $\kappa_V = 0$.

2.2. Уравнения сохранения массы морской воды и диффузии солей

Выделим внутри жидкости некоторый объем v , ограниченный поверхностью Π (рис. 15). Пусть через элементарную площадку $d\Pi$ протекает вода со скоростью $\mathbf{V}$. Тогда через площадку $d\Pi$ в направлении внешней нормали $\mathbf{n}$ в единицу времени протечет $\rho \mathbf{V}_n d\Pi$, а через всю поверхность Π протечет

$$\int_{\Pi} \rho \mathbf{V}_n d\Pi = \int_{\Pi} \rho (\mathbf{V}_x \mathbf{n}_x + \mathbf{V}_y \mathbf{n}_y + \mathbf{V}_z \mathbf{n}_z) d\Pi.$$

В результате вытекания или притока воды в выделенном объеме происходит изменение плотности $\int_v \frac{d\rho}{dt} dv$.

Если внутри объема не происходит образования или исчезновения какой-то массы воды, то интеграл по поверхности компенсируется интегралом по объему и их общая сумма равна нулю:

$$\int_v \frac{d\rho}{dt} dv + \int_{\Pi} \rho (\mathbf{V}_x \mathbf{n}_x + \mathbf{V}_y \mathbf{n}_y + \mathbf{V}_z \mathbf{n}_z) d\Pi = 0. \quad (2.23)$$

Перейдя по теореме Гаусса—Остроградского от интеграла по поверхности к интегралу по объему, получим

$$\int \frac{d\rho}{dt} dv + \int \rho \operatorname{div} \mathbf{V} dv = 0. \quad (2.24)$$

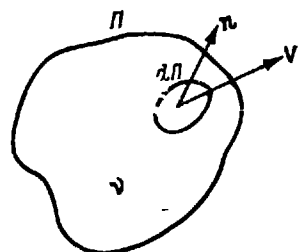
В силу произвольности выбора области интегрирования можно от интегральной формы перейти к дифференциальной:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (2.25)$$

Полученное выражение называется *уравнением неразрывности*.

Часто применяется иная форма записи этого уравнения, связанная с определением локального изменения плотности:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho. \quad (2.26)$$



Объединив в выражениях (2.25) и (2.26) члены, определяющие дивергенцию скорости и адвекцию плотности, получим другую форму записи уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0. \quad (2.27)$$

Рис. 15. Схема направления потока жидкости.

При рассмотрении не потока массы воды, а какой-либо другой субстанции, например солей, все рассуждения остаются такими же, но вместо потока массы $\rho \mathbf{V}$ в уравнениях должен фигурировать поток субстанции. При рассмотрении изменения солёности таким потоком будет поток соли Φ_S , а вместо плотности воды в уравнение должна входить плотность солей ρS . Применительно к этому случаю уравнение, описывающее локальное изменение солёности, будет аналогичным уравнению (2.27) и иметь вид

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \operatorname{div} \Phi_S = 0. \quad (2.28)$$

Поток солей обуславливается двумя основными механизмами: упорядоченным переносом движущейся водой — *адвекцией* и хаотическим молекулярным перемешиванием — *диффузией*. Первая, как известно, пропорциональна скорости течения и солёности, а вторая пропорциональна молекулярному коэффициенту диффузии κ_S и градиенту солёности, т. е.

$$\Phi_S = \rho (\mathbf{V} \cdot \mathbf{S} - \kappa_S \cdot \nabla S). \quad (2.29)$$

Знак минус перед диффузионной частью потока указывает на то, что он направлен в сторону, противоположную градиенту

солености. Выражение (2.28) можно видоизменить, выделив из него члены, связанные с изменением плотности воды:

$$S \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial S}{\partial t} = -S \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) - \rho \mathbf{V} \cdot \nabla S + \operatorname{div}(\rho x_s \nabla S). \quad (2.30)$$

Первые члены левой и правой частей выражения (2.30) в сумме равны нулю на основании уравнения (2.27), а сумма вторых членов составляет индивидуальную производную солености. В результате окончательно получается уравнение диффузии солей

$$\rho \frac{dS}{dt} = \operatorname{div}(\rho x_s \nabla S). \quad (2.31)$$

При получении уравнений неразрывности и диффузии солей полагалось, что в выделенном объеме не существует источников и стоков этих субстанций. В противном случае учет их деятельности должен проводиться соответствующим слагаемым, характеризующим скорость генерации жидкости или соли и входящим в правую часть исходного выражения (2.23), а следовательно, и в окончательные уравнения неразрывности и диффузии.

2.3. Механическая и внутренняя энергия термодинамической системы

При определении первого начала термодинамики в общем виде формулой (1.6) под энергией понималась совокупность всех ее форм. В простейшем случае эту совокупность можно представить арифметической суммой потенциальной $\mathcal{E}_\pi$, кинетической $\mathcal{E}_\kappa$, внутренней $\mathcal{E}_в$ и других видов энергии:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_\pi + \mathcal{E}_\kappa + \mathcal{E}_в + \dots$$

Надо, однако, отметить, что разбиение энергии на некоторую сумму членов, соответствующую различным ее формам, вообще говоря, невозможно и имеет смысл только в определенных простейших случаях как некоторое приближение.

Предположим, что на систему не действуют магнитные, электрические, химические и другие, в данном случае второстепенные, силы. Выделяются только три вида энергии: потенциальная — характеризующая положение термодинамической системы в поле гравитационной силы, кинетическая — зависящая от скорости движения системы, и внутренняя — определяющая состояние системы. При этом формула (1.6) для закрытой системы может быть переписана следующим образом:

$$d\mathcal{E}_\pi + d\mathcal{E}_\kappa + d\mathcal{E}_в = dQ - dG. \quad (2.32)$$

Если система открытая, то необходимо предусмотреть изменение энергии за счет массообмена, т. е. добавить в правую часть член $\left(\frac{\partial \chi}{\partial S}\right)_{\eta} dS$.

Изменение во времени энергии единичной массы жидкости определяется дифференцированием полученного выражения по t :

$$\frac{d\mathcal{E}_\pi}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_\kappa}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_\text{в}}{dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dG}{dt} + \left(\frac{\partial \chi}{\partial S}\right)_{\eta} \frac{dS}{dt}. \quad (2.33)$$

Уравнение, определяющее запасы кинетической энергии, т. е. связанной с движением воды, получается из уравнения движения (2.22), в котором ради краткости записи все виды гравитационных ускорений обозначим символом $\mathbf{G}$ и сохраним члены, выраженные через вязкие напряжения τ :

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{G} - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \boldsymbol{\tau}. \quad (2.34)$$

Умножим это уравнение скалярно на $\rho \mathbf{V} d\mathbf{v}$ и проинтегрируем по всему объему v , занимаемому системой:

$$\int \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) \rho d\mathbf{v} = \int \mathbf{G} \cdot \mathbf{V} \rho d\mathbf{v} - \int \nabla P \cdot \mathbf{V} d\mathbf{v} + \int \mathbf{V} \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\tau} d\mathbf{v}. \quad (2.35)$$

Ускорение Кориолиса при этом преобразовании пропадает из-за того, что скалярное произведение $(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) \cdot \mathbf{V}$ равно нулю. Это свидетельствует о том, что так называемая «сила Кориолиса» является фиктивной силой и изменений энергии не вызывает.

Левая часть уравнения (2.35) выражает изменение кинетической энергии выделенного объема воды v . Она определяется тремя слагаемыми правой части уравнения. Первый член представляет собой изменение потенциальной энергии, если вспомнить, что простейшее выражение изменения потенциальной энергии представляется формулой $d\mathcal{E}_\pi = -gMdz$, в которой M обозначает массу и знак минус использован из-за того, что вертикальная ось направлена от поверхности ко дну, а с глубиной запас потенциальной энергии уменьшается. Отнеся изменение $\mathcal{E}_\pi$ ко времени dt при постоянных g и M в единице объема, т. е. ρ , получим

$$\frac{d\mathcal{E}_\pi}{dt} = -g\rho \frac{dz}{dt} = -g \cdot \mathbf{V}_z \rho. \quad (2.36)$$

Но вертикальная скорость есть не что иное, как проекция вектора полной скорости потока $\mathbf{V}$ на вертикальную ось, поэтому

$$\frac{d\mathcal{E}_\pi}{dt} = -g \cdot \mathbf{V} \rho. \quad (2.37)$$

Таким образом, можно записать

$$\int_V \mathbf{G} \cdot \mathbf{V} \rho dV = - \int_V \frac{d\mathcal{E}_H}{dt} dV.$$

Два последних члена уравнения (2.35) преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} - \int_V \nabla P \cdot \mathbf{V} dV + \int_V \mathbf{V} \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\tau} dV = & - \int_V \operatorname{div} (P\mathbf{V}) dV + \\ + \int_V P \operatorname{div} \mathbf{V} \cdot dV + \int_V \operatorname{div} (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{V}) dV - \int_V \boldsymbol{\tau} \operatorname{div} \mathbf{V} dV. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Первый и третий члены правой части полученного равенства представляют собой дивергенцию векторов в замкнутом объеме. В соответствии с теоремой Гаусса—Остроградского эти интегралы по объему могут быть преобразованы в интегралы по поверхности. Одним из сомножителей подынтегрального выражения во втором члене является дивергенция скорости, которая с помощью уравнения неразрывности заменяется изменением плотности массы системы. В результате этих преобразований равенство (2.38) приводится к виду

$$\begin{aligned} - \int_V \nabla P \cdot \mathbf{V} dV + \int_V \mathbf{V} \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\tau} dV = & - \int_H [uP \cos(\widehat{n, x}) + \\ + vP \cos(\widehat{n, y}) + wP \cos(\widehat{n, z})] d\Pi + \int_H [(V \cdot \boldsymbol{\tau}_x) \cos(\widehat{n, x}) + \\ + (V \cdot \boldsymbol{\tau}_y) \cos(\widehat{n, y}) + (V \cdot \boldsymbol{\tau}_z) \cos(\widehat{n, z})] d\Pi - \\ - \int_V \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} - \int_V (\boldsymbol{\tau}_x \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \boldsymbol{\tau}_y \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + \boldsymbol{\tau}_z \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z}) dV. \end{aligned}$$

Здесь в первый интеграл по поверхности входят проекции давления на нормаль к поверхности, а весь этот член интерпретируется как работа сил гидростатического давления, которая производится над системой за единицу времени. Второй интеграл по поверхности зависит от вязких напряжений, действующих на поверхность системы, и выражает работу сил трения.

Последний член правой части полученного равенства также зависит от вязких напряжений, но интегрирование здесь происходит не по поверхности, а по объему, и интерпретируется это слагаемое как потеря кинетической энергии вследствие внутреннего трения или как диссипация кинетической энергии во внутреннюю.

Если обозначить ради краткости записи работу всех поверхностных сил через G_H со знаком, определяемым по первому члену, а диссипацию кинетической энергии через D :

$$D = \boldsymbol{\tau}_x \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \boldsymbol{\tau}_y \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + \boldsymbol{\tau}_z \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z},$$

то уравнение (2.35) после всех преобразований примет вид

$$\int \frac{d}{dt} (\mathcal{E}_\kappa + \mathcal{E}_n) dV = - \int \frac{dG_n}{dt} d\Omega - \int \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} dV - \int D dV. \quad (2.39)$$

Нужно иметь в виду, что переход к интегралу по поверхности произведен лишь для того, чтобы показать природу поверхностных сил. Для того чтобы перейти к дифференциальной форме уравнения изменения механической энергии, нужно снова первый член правой части представить в виде интеграла по объему, равного сумме первого и третьего членов правой части уравнения (2.38). После этого преобразования из-за произвольности выбранного объема можно отбросить интегрирование и получить уравнение изменения механической энергии в дифференциальной форме:

$$\frac{d\mathcal{E}_\kappa}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_n}{dt} = - \frac{dG_n}{dt} - \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} - D. \quad (2.40)$$

Уравнение, описывающее изменение механической энергии, можно представить в несколько иной форме. Для этого нужно иметь в виду, что изменение потенциальной энергии (2.36) связано с вертикальными смещениями элементарного объема воды. В таком случае умноженное скалярно на V уравнение (2.34) после деления индивидуальной производной на локальную и адвективную может быть записано

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right) + \nabla \cdot \left[V \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right) \right] + V \cdot \nabla P = V \cdot \operatorname{div} \tau.$$

Кроме того, третий член левой части этого выражения можно представить в виде

$$V \cdot \nabla P = \nabla \cdot VP - P \nabla V,$$

и тогда скорость изменения механической энергии на единицу объема выражается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right) + \nabla \Phi_s - P \nabla V = V \cdot \operatorname{div} \tau, \quad (2.41)$$

где $\Phi_s = V \left(P + \rho \frac{V^2}{2} + \rho g z \right)$ — поток энергии.

В этом уравнении сумма $P + \rho \frac{V^2}{2}$ представляет собой общее давление, состоящее из статического и динамического.

Выражение, определяющее изменение внутренней энергии, получается как разность полной энергии (2.33) и механической (2.40):

$$\frac{d\mathcal{E}_s}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + D + \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta \frac{dS}{dt} - \frac{dG}{dt} + \frac{dG_n}{dt}. \quad (2.42)$$

Если работа над системой осуществляется только поверхностными силами, то $G = G_{\text{п}}$. Поэтому два последних слагаемых сокращаются.

Изменение солености системы может быть заменено через дивергенцию диффузионного потока солей $\Phi'_S = -\kappa_{sp} \nabla S$. В результате получается одно из фундаментальных уравнений термодинамики, выражающее изменение внутренней энергии системы:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + D - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_{\eta} \operatorname{div} \Phi'_S. \quad (2.43)$$

Это уравнение является одной из форм первого начала термодинамики. Оно гласит, что изменение внутренней энергии единичной массы воды за единицу времени складывается из притока энергии к ней посредством теплопередачи, работы сжатия или расширения, диссипации кинетической энергии из-за трения и притока энергии, обусловленной потоком солей.

Диссипацию кинетической энергии удобнее выражать не через напряжения, а через более легко измеряемые градиенты скорости, пользуясь соотношениями между этими характеристиками (2.21):

$$\begin{aligned} \frac{D}{\rho} = & \kappa_V \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\} - \frac{2}{3} \kappa_V \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Поскольку движение жидкости происходит с деформацией объема, при котором составляющие скорости отличны от нуля, то оба слагаемых выражения (2.44) всегда положительны. При этом первый член, как видно из самой формулы, всегда больше второго. Следовательно, D/ρ — величина положительная, т. е. при всяком движении жидкости часть кинетической энергии диссипирует и преобразуется во внутреннюю.

В общем балансе внутренней энергии этот источник играет малую роль. Если сравнивать порядки величин членов уравнения (2.43), то даже для практически несжимаемого океана вклад диссипации кинетической энергии составляет в лучшем случае несколько процентов от эффекта сжатия. Поэтому при расчетах изменений внутренней энергии океана диссипацию, как правило, во внимание не принимают. Но при рассмотрении баланса кинетической энергии, особенно в пограничных слоях, где трение велико, эти потери энергии движения необходимо учитывать, так как именно диссипация препятствует беспредельному росту кинетической энергии.

При имеющих место в Мировом океане потоках солей последний член выражения (2.43) еще меньше диссипативного. Поэтому его также во внимание не принимают.

2.4. Уравнения изменения энтропии и теплопроводности

Ранее было показано, что энтропия морской воды является важнейшей функцией состояния, характеризующей наличие в системе процессов, приводящих к равномерному или неравномерному перераспределению гидрологических элементов. Поэтому определение изменения энтропии очень важно для знания направленности гидрологических процессов в морской воде.

Для получения выражения, характеризующего изменение энтропии, обычно используется основное уравнение термодинамики, в котором рассматривается изменение параметров состояния за элементарный отрезок времени:

$$T_K \frac{d\eta}{dt} = \frac{d\mathcal{E}_b}{dt} + P\rho \frac{dv}{dt} - \mu \frac{dS}{dt}. \quad (2.45)$$

Последующая замена изменения внутренней энергии ее выражением (2.43) приводит к уравнению

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{T_K} \frac{dQ}{dt} + \frac{D}{T_K} + \frac{1}{\rho T_K} \left[\mu - \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta \right] \operatorname{div} \Phi'_S. \quad (2.46)$$

Это уравнение показывает, что скорость изменения энтропии единичного объема морской воды определяется притоком тепла из-за пределов этого объема, а также теплотой фазовых переходов внутри него; притоком тепла, обусловленным вязкой диссипацией кинетической энергии, в результате обмена солями с окружающей средой.

В некоторых случаях общее изменение энтропии представляют суммой изменений энтропии только в результате тепло- и массообмена с внешней системой $d\eta_b$ и за счет протекания процессов внутри системы $d\eta_c$ (например, [1]):

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{d\eta_b}{dt} + \frac{d\eta_c}{dt}.$$

При определении внешней слагаемой изменения энтропии считается, что она характеризует отклонение состояния системы от равновесного, а поэтому для ее выделения достаточно принять в уравнении (2.46) параметры состояния системы постоянными, т. е. $T_K = \text{const}$, $\mu = \text{const}$, $D = 0$.

В этом случае фазовые переходы в системе должны отсутствовать, и поэтому приток тепла в систему может быть описан его дивергенцией:

$$\frac{dQ}{dt} = - \operatorname{div} \Phi_Q. \quad (2.47)$$

В этом случае внешнее слагаемое изменения энтропии определяется дивергенцией потоков тепла и солей:

$$\frac{d\eta_b}{dt} = - \operatorname{div} \Phi_\eta, \quad (2.48)$$

где

$$\Phi_{\eta} = \frac{1}{T_K} \left\{ \Phi_Q + \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_{\eta} - \mu \right] \Phi_S' \right\}.$$

Поток энтропии Φ_{η} определяется потоками тепла и солей и поэтому может быть как положительным, так и отрицательным.

Для определения внутреннего слагаемого изменения энтропии системы достаточно получить разность уравнений (2.46) и (2.48), имея при этом в виду, что параметры системы могут изменяться и дивергенция от произведения двух переменных представляется в виде двух слагаемых. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_c}{dt} = & \Phi_{Q_{\alpha}} \nabla_{\alpha} \left(\frac{1}{T_K} \right) + \Phi_{S_{\alpha}}' \left\{ \nabla_{\alpha} \left[\frac{1}{\rho T_K} \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_{\eta} - \frac{\mu}{\rho T_K} \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{T_K} \frac{dQ_{\Phi}}{dt} + \frac{D}{T_K} \equiv \varphi(\eta_c). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Значок α , стоящий у некоторых членов выражения (2.49), обозначает проекцию вектора или градиент скалярной величины по каждой из трех координатных осей.

Выражение (2.49) показывает, что внутреннее слагаемое изменения энтропии определяется неравномерностью распределения в выделенном элементарном объеме морской воды параметров состояния, теплотой фазовых преобразований Q_{Φ} и диссипацией механической энергии в тепло. Это слагаемое называется производством энтропии и, по второму началу термодинамики, не может быть отрицательным.

Индивидуальная производная энтропии по времени в уравнении (2.46) может быть представлена в виде суммы локальной производной и адвекции, и тогда оно запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\operatorname{div}(\eta \mathbf{V} + \Phi_{\eta}) + \varphi(\eta_c). \quad (2.50)$$

Из этого выражения следует, что изменение энтропии в некотором элементарном объеме системы зависит от локальной генерации энтропии и дивергенции ее потока, в том числе адвективного.

Полученные в главе 1 термодинамические соотношения между температурой морской воды, ее соленостью, давлением и энтропией позволяют использовать уравнения, определяющие изменение энтропии, для нахождения температуры. Так, например, если в уравнении (2.46) заменить полный дифференциал от энтропии через T , P и S , то получится

$$\begin{aligned} c_{Ps} \rho \frac{dT}{dt} - \frac{T_K}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_{P, S} \frac{dP}{dt} - \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{P, S} T_K \frac{dS}{dt} = \\ = \frac{dQ}{dt} + D + \frac{1}{\rho} \left[\mu - \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_{\eta} \right] \operatorname{div} \Phi_S'. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Второй член левой части приведенного уравнения есть не что иное, как адиабатическая добавка к температуре. Действительно,

$$\frac{T_K}{c_{PS}} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{P, S} \frac{dP}{dt} = - \frac{T_K v_0 k_T}{c_{PS}} \frac{dP}{dt},$$

как следует из формулы (1.81), характеризует адиабатическое изменение температуры. Поэтому при введении потенциальной температуры, согласно формуле (1.85), это слагаемое исчезает и уравнение, определяющее θ , принимает вид

$$c_{PS} \rho \frac{d\theta}{dt} = \frac{dQ}{dt} + D + \varphi(\mu) \operatorname{div} \Phi'_S, \quad (2.52)$$

где

$$\varphi(\mu) = \frac{1}{\rho} \left[\mu - \left(\frac{\partial \chi}{\partial S} \right)_\eta - T_K \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_{P, S} \right].$$

К аналогичному уравнению можно прийти, если в качестве исходного выражения использовать уравнение для внутренней энергии.

Последний член уравнения (2.52) характеризует тепловые процессы в морской воде, вызванные наличием градиента солености. Однако в реальных условиях его влияние на изменение температуры океана крайне незначительно и поэтому во внимание никогда не принимается.

Если теплоту фазовых преобразований в морской воде выделить из первого члена уравнения (2.52), то оставшая часть потока тепла Q может быть представлена дивергенцией диффузионного Φ_d и лучистого B потоков тепла. Тогда изменение потенциальной температуры морской воды представляется выражением

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{c_{PS} \rho} \left[\frac{dQ_\Phi}{dt} + D - \operatorname{div} (\Phi_d + B) \right]. \quad (2.53)$$

Это уравнение называют *уравнением теплопроводности* или *уравнением термодинамики*. Последний термин чаще используется в зарубежной литературе.

Приток тепла Q_Φ определяется фазовыми процессами как на самой поверхности океана, так и в его толще. В первом случае наибольший удельный вес приходится на теплотери в результате испарения воды и выделения тепла при образовании льда, а в толще океана только образование или таяние внутриводного льда может сколь-нибудь заметно влиять на температуру воды.

Из-за сравнительно малых скоростей течения и большой теплоемкости воды диссипация механической энергии не приводит к ощутимым изменениям температуры океана, и поэтому этот источник тепла обычно не учитывается.

Диффузионный поток тепла Φ_d пропорционален коэффициенту молекулярной теплопроводности $\lambda_m \approx 0,5$ Вт/(м·град) и градиенту температуры, взятым с обратным знаком, так как направление потока тепла обратно направлению градиента. В таком случае

$$\operatorname{div} \Phi_d = \lambda_m \nabla^2 \theta. \quad (2.54)$$

Лучистый приток тепла возникает за счет поглощения коротковолновой радиации в океане, т. е. дивергенция лучистых потоков происходит в вертикальном направлении:

$$\operatorname{div} B = -\frac{\partial B}{\partial z}. \quad (2.55)$$

После учета перечисленных замечаний о притоках и стоках тепла уравнение теплопроводности сводится к виду

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{c_{ps}\rho} \left(\frac{dQ_\Phi}{dt} + D + \lambda_m \nabla^2 \theta - \frac{\partial B}{\partial z} \right). \quad (2.56)$$

2.5. Приближения Буссинеска

В естественных условиях плотность морской воды меняется не более чем на десятые доли процента. Скорость же морских течений может изменяться на 100%. Поэтому из уравнения неразрывности следует, что градиенты скоростей течения практически уравниваются, и их дивергенция с точностью до долей процента равна нулю. В этом случае уравнение неразрывности принимает вид

$$\operatorname{div} V = 0. \quad (2.57)$$

В такой записи Буссинеск впервые предложил использовать уравнение неразрывности при исследованиях морских течений.

Также вследствие малой изменчивости плотности морской воды в уравнениях диффузии солей и теплопроводности может использоваться не переменная, а средняя постоянная плотность. В результате эти уравнения упрощаются.

При рассмотрении вертикальной стратификации океана было отмечено, что при отклонении профиля плотности морской воды от адиабатического в океане возникают силы перемещения вод. Эти силы Буссинеск выделил в уравнениях движения, что позволило в более явном виде оценить их влияние на циркуляцию вод.

Буссинеск предложил рассматривать отклонение действительного состояния океана от *стандартного*, под которым понимается неподвижное состояние с постоянной энтропией. В этом случае потенциальная температура и потенциальная плотность постоянны, изобарические поверхности нормальны к силе

тяжести, а из уравнения движения следует равновесие между градиентом давления, который становится вертикальным, и силой тяжести:

$$\nabla P_c = -\frac{\partial P_c}{\partial z} = \rho_c g. \quad (2.58)$$

Здесь индекс «с» отмечает параметры системы в стандартном состоянии.

Поскольку фактическая плотность морской воды отличается от стандартной на доли процента, то с такой погрешностью полученное соотношение, называемое *уравнением статики*, остается справедливым для реальных океанических условий. Действительно, входящие в уравнения движения (2.22) градиент давления, плотность воды и ускорение свободного падения могут быть представлены в виде их стандартных значений и отклонений от них:

$$g - \frac{\nabla P}{\rho} = g - \frac{1}{\rho_c} (\nabla P_c + \nabla P') \times \\ \times \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_c} + \dots \right) \simeq g \frac{\rho'}{\rho_c} - \frac{\nabla P'}{\rho_c}. \quad (2.59)$$

Если в правую часть равенства (2.59) добавить соответствующие члены уравнения (2.58), то оказывается, что

$$g - \frac{\nabla P}{\rho} \simeq g \frac{\rho}{\rho_c} - \frac{\nabla P}{\rho_c}. \quad (2.60)$$

Приближение Буссинеска по отношению к уравнениям движения заключается в замене фактической плотности стандартной и использовании приближений (2.59) или (2.60). Обычно проводится еще большее упрощение: плотность воды заменяется не на стандартную, а на постоянную ρ_0 . В результате уравнения, описывающие горизонтальную циркуляцию, приводятся к виду

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0} \nabla P + \kappa_V \nabla^2 \mathbf{V}. \quad (2.61)$$

По сути, градиент давления представляет собой разность между фактическим и гидростатическим давлением в неподвижном океане с постоянной плотностью воды и должен быть записан в виде $\nabla P'$, но гидростатическое давление не имеет горизонтальной производной, поэтому в разности остается производная от фактического давления.

Слагаемое с ускорением свободного падения описывает действие архимедовых сил. В этом члене малые изменения плотности оказываются существенными и связаны с вертикальными скоростями перемещения воды. Действительно,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} g \right) = \frac{db}{dt} = \frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dt}.$$

При изэнтропическом процессе

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_{\eta} \frac{dP}{dt} = \frac{\rho g}{c_{\eta}^2} \frac{dz}{dt} = \frac{\rho g}{c_{\eta}^2} w, \quad (2.62)$$

где $c_{\eta}^{-1} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_{\eta}$ — скорость звука в морской воде, w — вертикальная слагаемая скорости потока воды.

Подставив значение индивидуальной производной плотности воды в выражение для плавучести, получим

$$\frac{db}{dt} \simeq \frac{g^2}{c_{\eta}^2} w. \quad (2.63)$$

Дальнейшее преобразование уравнения движения связано с заменой адвективной слагаемой движения по формуле

$$\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} + \nabla \left(\frac{V^2}{2} \right), \quad (2.64)$$

где $\boldsymbol{\Omega}$ — вихрь скорости.

Тогда уравнение (2.61) перепишется следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{V} + \nabla \left(\frac{P}{\rho_0} + \frac{V^2}{2} \right) - b\mathbf{n} = \chi_V \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2.65)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор, направленный вертикально вверх.

Если же силы плавучести не выделять в уравнении движения, то при постоянной плотности воды оно может быть видоизменено:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\Omega} + 2\boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{V} + \nabla \left(\frac{P}{\rho_0} + \frac{V^2}{2} + gz \right) = \chi_V \nabla^2 \mathbf{V}. \quad (2.66)$$

Второе слагаемое этого уравнения представляет собой абсолютную завихренность движущейся воды.

Приведенные уравнения движения, неразрывности, состояния, диффузии солей и теплопроводности определяют все основные параметры состояния морской воды: V , P , S , T , ρ . Остальные перечисленные термодинамические параметры состояния морской воды могут быть получены на основании приведенных уравнений.

В зависимости от характера упрощений, принятых при описании плотности морской воды, выделяют три состояния океана. Если плотность воды принимается постоянной, то упрощенная модель океана при этом называется *однородной*. Более полной является модель океана, в которой учитывается изменение плотности по вертикали в зависимости от давления. Такое состояние океана называется *баротропным*. Фактическое же состояние океана, в котором плотность морской воды меняется не только от давления, но и от температуры и солености, называется

бароклинным. Выбор той или иной степени упрощения плотностной стратификации океана зависит от необходимой точности в описании рассматриваемых процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 2

1. Каменкович В. М. Основы динамики океана. Л., Гидрометеиздат, 1973. 240 с.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970. 904 с.

Глава 3. Турбулентность и турбулентный обмен в океане

3.1. Основные критерии, механизмы и масштабы турбулентности в океане

Большинству видов движений вод в океане свойствен турбулентный характер, т. е. все гидродинамические характеристики (скорость, давление, температура и др.) беспорядочно, хаотично изменяются в пространстве и во времени при практически неизменных внешних условиях. В качестве примера случайных изменений характеристик на рис. 16 приведена синхронная запись колебаний температуры воды и модуля скорости течения в верхнем слое океана. Наличие колебаний самых разнообразных периодов и амплитуд указывает на сложную, многомасштабную внутреннюю структуру турбулентных течений. Именно случайный характер, многомасштабная структура и повышенная способность к переносу количества движения, тепла и пассивных примесей являются главными особенностями турбулентных течений, отличающими их от ламинарных движений.

Турбулентный режим возникает вследствие потери гидродинамической устойчивости по отношению к малым возмущениям, образующимся в ламинарном течении. Для количественной оценки перехода ламинарного режима в турбулентный служит безразмерное число Рейнольдса

$$Re = \frac{Vl}{\nu}, \quad (3.1)$$

где V — характерная скорость потока, l — характерный линейный масштаб движения, ν — кинематический коэффициент вязкости.

Критерий Рейнольдса отражает соотношение характерных сил инерции и вязкости в изучаемом течении. Некоторое значение Re , при котором происходит потеря устойчивости, называется *критическим значением числа Рейнольдса* ($Re_{кр}$). При $Re < Re_{кр}$ движение устойчиво по отношению к возмущениям в поле скорости и ламинарно. При $Re > Re_{кр}$ режим движения неустойчив и при малейшем возмущении становится турбулентным. Опыты в трубах показали, что значения $Re_{кр}$ зависят от

степени возмущенности ламинарного потока; они тем меньше, чем больше начальная турбулизация.

Однако число Рейнольдса не является однозначным критерием возникновения турбулентности в океане. Существенное влияние на развитие турбулентности оказывает стратификация вод. В условиях устойчивой стратификации архимедова сила является эффективным механизмом подавления начальных возмущений в течении, в условиях неустойчивой стратификации, наоборот, дополнительным источником энергии турбулентности.

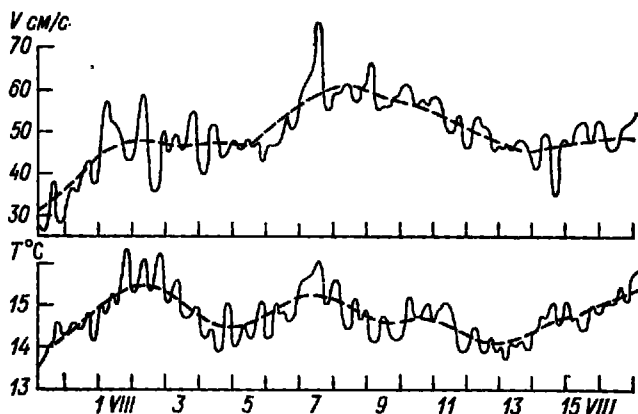


Рис. 16. Пример записи модуля скорости течения и колебаний температуры после перевода полученных из наблюдений реализаций на дискретность 20 мин.

Получим критерии существования турбулентности в устойчиво стратифицированном океане, используя энергетический метод. Пусть в течении возникает вихревое возмущение масштаба l , имеющее скорость v_l , характерное время существования $t_l = l/v_l$, потенциальную плотность ρ_v . Это возмущение черпает свою энергию $\mathcal{E}_1$ из кинетической энергии основного течения (или вихря более крупного масштаба) за единицу времени:

$$\mathcal{E}_1 \sim \frac{v_l^2}{t_l} \sim \frac{v_l^3}{l}. \quad (3.2)$$

Кинетическая энергия вихря расходуется:

а) на работу в единицу времени против сил вязкого трения

$$\mathcal{E}_2 \sim \kappa_v \frac{v_l^2}{l^3}; \quad (3.3)$$

б) на работу в единицу времени против сил плавучести

$$\mathcal{E}_3 \sim \frac{g}{\rho_v} (\rho_v - \rho) v_l. \quad (3.4)$$

Чтобы вихревое возмущение не затухало со временем, должно выполняться условие

$$\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3. \quad (3.5)$$

Если роль стратификации мала ($\mathcal{E}_3 \ll \mathcal{E}_2$), то условие (3.5) сводится к требованию $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$, которое после подстановки соотношений (3.2) и (3.3) приводит к неравенству

$$lv_l/\kappa_v = Re_l > 1. \quad (3.6)$$

Если, напротив, $\mathcal{E}_3 \gg \mathcal{E}_2$, то из (3.5) следует $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_3$, или

$$\frac{g}{\rho_v} l(\rho_v - \rho) v_l^2 = Ri_l < 1. \quad (3.7)$$

Здесь Re_l — локальное число Рейнольдса, а Ri_l — локальное число Ричардсона — новый безразмерный критерий, характеризующий условия существования турбулентного режима в неоднородном океане. Таким образом, для поддержания турбулентности масштаба l необходимо, чтобы число Рейнольдса было достаточно большим, а число Ричардсона — малым.

При неустойчивой стратификации работа, совершаемая силами плавучести $\mathcal{E}_3$, приводит к дополнительному увеличению кинетической энергии турбулентности. Чтобы вихревое возмущение масштаба l существовало, должно выполняться неравенство

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 > \mathcal{E}_2, \text{ или } v_l^3/l + \frac{g}{\rho_v}(\rho_v - \rho) v_l > \kappa_v \frac{v_l^2}{l^2}. \quad (3.8)$$

Приведенные критерии показывают, что потеря гидродинамической устойчивости ламинарного движения и возникновение турбулентности могут происходить либо за счет обострения градиентов скорости (сдвиговая неустойчивость течений), либо за счет ослабления вертикального градиента плотности в отдельных слоях (неустойчивая стратификация). Реализация этих возможностей в реальном океане осуществляется следующими механизмами.

1. Неустойчивость поверхностных ветровых волн, создаваемых динамическим воздействием атмосферы, является основным механизмом генерации турбулентности в пределах верхнего перемешанного слоя океана. Энергия, возникающая при опрокидывании ветровых волн за один волновой цикл и переходящая в турбулентную, по оценке Лонге-Хиггинса, составляет 10^{-4} энергии волн. Поэтому турбулентность в верхнем слое океана во многом определяется характером волнения. Так как ветровое волнение происходит в океане повсеместно и почти непрерывно, оно для верхнего слоя океана может рассматриваться как наиболее мощный источник турбулентности.

2. Неустойчивость внутренних волн и их опрокидывание считаются возможным основным источником турбулентности

в пределах внутреннего слоя океана (почти всей толщи океана). Генерация энергии турбулентности внутренними волнами возможна, в частности, при разрушении внутренних волн при их вхождении на шельф и в ложбины дна.

3. Неустойчивость вертикальных градиентов скорости в дрейфовых течениях также является источником турбулентности. Она обуславливается повсеместным непосредственным и одновременным с ветровыми волнами воздействием ветра на поверхность океана. Этот источник турбулентности действует в пределах всего океана, но лишь в самом верхнем пограничном (экмановском) слое. Сравнительные оценки энергии турбулентности, обусловленной динамическим воздействием ветра на поверхность океана, показывают, что энергия, поступающая в верхний слой океана с дрейфовыми течениями, сравнительно меньше энергии, обусловленной поверхностными ветровыми волнами.

4. Неустойчивость среднего профиля скорости течений (в основном приливных) в придонном пограничном (экмановском) слое. Генерация турбулентности в этом слое также относительно невелика.

5. Неустойчивость вертикальных градиентов скорости в основных океанских течениях. Как источник турбулентности проявляется лишь в отдельных районах и имеет локальный характер.

6. Неустойчивость горизонтальных градиентов скорости в течениях средних масштабов может быть источником энергии турбулентности.

7. Конвекция, создаваемая неустойчивой стратификацией плотности, обусловленной, например, увеличением плотности поверхностных слоев за счет охлаждения поверхности океана в холодное время или повышения солёности в поверхностных слоях за счет испарения в теплое время или намерзания льда в холодное время. Этот механизм генерации турбулентности в отдельных морях и районах океана временами может быть весьма интенсивным и проявляется во всей толще вод, если конвекция достигает дна.

Характерными особенностями океанической турбулентности являются многомасштабность ее структуры и существенное влияние плотностной стратификации. Установлено, что наиболее интенсивный приток энергии происходит в следующих трех участках спектра масштабов океанических движений: 1) в крупных (глобальных) масштабах, $\sim 10^6$ м; 2) в средних масштабах (масштабах инерционных и приливных колебаний), $\sim 10^4$ м; 3) в малых масштабах (масштабах ветровых волн), ~ 10 м (рис. 17). Этим масштабам соответствуют три основных вида турбулентности в океане: 1) крупномасштабная (макротурбулентность), 2) среднемасштабная (мезотурбулентность), 3) мелкомасштабная (микротурбулентность, или просто турбулентность). Для каждого из этих видов масштабы вертикальной

и горизонтальной турбулентности различны. Конкретные значения пространственно-временных масштабов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Обобщенные сведения о порядках скорости притока энергии и характерных пространственно-временных масштабах для основных видов турбулентности

Вид турбулентности	Скорость притока и диссипации энергии, $\text{м}^2/\text{с}^3$	Характерные временные масштабы турбулентных возмущений	Характерные пространственные масштабы турбулентных возмущений, м	
			горизонтальный	вертикальный
Крупномасштабная	10^{-9}	От десятков суток до нескольких месяцев	$10^5 - 10^8$ (100—1000 км)	$10^2 - 10^3$
Среднемасштабная	10^{-7}	От часов до нескольких суток	$10^4 - 10^5$ (10—100 км)	$10 - 10^2$
Мелкомасштабная	10^{-5}	От долей секунды до десятков минут	$10^2 - 10^3$ (0,1—1 км)	0,1—10

Возмущения крупных и средних масштабов создают горизонтальную турбулентность, которую считают в основном квазидвумерной. Возмущения малых масштабов создают квазиизотропную турбулентность, принимаемую за вертикальную. Из всех видов турбулентности наиболее изучена мелкомасштабная турбулентность.

Интересной особенностью океанической турбулентности является ее распределение в толще вод океана. В связи с этим вводят представление о трехслойной структуре океана:

1) верхний пограничный слой. Турбулентность в пределах этого слоя создается опрокидыванием поверхностных волн, гидродинамической неустойчивостью дрейфовых течений и конвекцией. Этот турбулентный слой ограничен снизу слоем скачка плотности и, следовательно, отчетливо выражен. Считают, что он находится полностью в турбулентном состоянии и вследствие интенсивного перемешивания характеризуется однородностью;

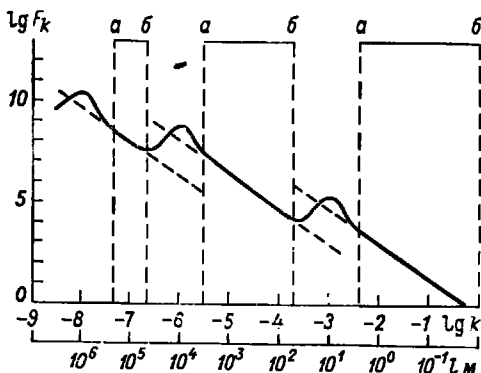


Рис. 17. Схема распределения спектральной плотности энергии по разномасштабным движениям океанических вод [4].

а—б — зоны выполнения «закона пяти третей».

2) внутренний слой — вся основная толща вод океана. В пределах этого слоя распределение турбулентности отличается большим своеобразием. Турбулентность не является непрерывной, а характеризуется перемежаемостью с резко очерченными областями турбулентной и нетурбулентной воды. При этом изолированные турбулентные пятна имеют форму горизонтальных дисков («блинов»). В каждом пятне температура и соленость имеют распределение, близкое к однородному. Наиболее возможный источник турбулентности в этом внутреннем слое океана — неустойчивость внутренних волн (вырождение внутренних волн);

3) придонный пограничный слой толщиной порядка 10 м. Наиболее характерен для приливных течений и полностью турбулизирован.

3.2. Осреднение уравнений гидротермодинамики для турбулентного океана

Поскольку все характеристики в турбулентном течении испытывают случайные колебания, их индивидуальное количественное описание невозможно. Возможно лишь изучение статистических (вероятностных) свойств ансамблей турбулентных течений. Прежде всего целесообразно проводить изучение средних характеристик случайных гидродинамических полей. Для этого необходимо произвести осреднение уравнений гидротермодинамики, полученных в главе 2.

Для осреднения функции одного переменного $\varphi(t)$ выберем некоторую сглаживающую функцию $m(t')$, удовлетворяющую

условию $\int_{-\infty}^{\infty} m(t') dt' = 1$. Предположим, что ядро осреднения $m(t')$ выбрано так, что выполняется основной постулат осреднения

$$\overline{\overline{\varphi} f} = \overline{\varphi} \overline{f}, \quad (3.9)$$

где само осреднение проведено по формуле

$$\overline{\varphi} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t') m(t-t') dt'. \quad (3.10)$$

Введем понятие пульсации $\varphi' = \varphi - \overline{\varphi}$, характеризующей отклонение мгновенного значения от среднего. Легко проверяются следующие следствия основного постулата (3.9):

$$\left. \begin{aligned} \overline{\varphi + f} &= \overline{\varphi} + \overline{f}; & \overline{cf} &= c\overline{f}; \\ \overline{\frac{\partial \varphi}{\partial t}} &= \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial t}; & \overline{\overline{\varphi}} &= \overline{\varphi}; \\ \overline{\varphi'} &= 0; & \overline{\varphi f} &= \overline{\varphi} \overline{f} + \overline{\varphi' f'}, \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

где $c = \text{const}$.

Перейдем к осреднению основных уравнений гидротермодинамики (2.22), (2.27), (2.56) и (2.31). Будем их использовать в тензорных обозначениях, что дает возможность вводить в уравнения проекции соответствующих элементов на оси координат и анализировать их пространственное положение. Все уравнения запишем в декартовых координатах, в которых ради краткости для обозначения координат и составляющих скорости используем индексы i, j , принимающие значения 1, 2, 3. При этом имеем в виду правило, согласно которому суммирование производится

только по повторяющимся индексам, например $\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$.

Осредненное уравнение неразрывности. Уравнение неразрывности (2.27), полученное для сжимаемой жидкости, в тензорной форме записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0. \quad (3.12)$$

Подставив в (3.12) вместо мгновенных составляющих скорости и плотности их средние и пульсационные значения и произведя после этого осреднение с учетом (3.11), получим уравнение неразрывности для осредненного движения:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial (\bar{\rho}' u_j')}{\partial x_j}. \quad (3.13)$$

Так как относительные значения пульсаций плотности на три порядка меньше относительных значений пульсаций скорости течения, последний член уравнения (3.13) практически равен нулю. Следовательно, внешне вид осредненного уравнения неразрывности не отличается от неосредненного, а из-за малой изменчивости плотности воды оно обычно записывается в упрощенной форме:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0. \quad (3.14)$$

Уравнения турбулентного движения получают осреднением уравнений движения Навье—Стокса. Используем уравнение (2.22). Обозначим ради краткости записи через F_i проекции на оси координат внешних объемных сил, действующих на жидкость (следовательно, в правой части этого уравнения вместо трех первых слагаемых запишем $\frac{1}{\rho} F_i$). Пользуясь численной нумерацией координат проекций векторов, представим это уравнение в тензорном виде (суммирование по индексу j):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \nu \left[\nabla^2 u_i + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \right]. \quad (3.15)$$

Для введения всех переменных под знаком дифференциалов эти уравнения умножим на ρ , уравнение неразрывности (3.12) умножим на u_i и результаты просуммируем. Это приводит к выражению

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \rho \nabla^2 u_i. \quad (3.16)$$

Проведем осреднение этого уравнения в соответствии с принятыми правилами (3.11), имея в виду отмеченную малость пульсаций плотности:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{\rho' u_i' u_j'}) = \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \bar{\rho} \nabla^2 \bar{u}_i. \quad (3.17)$$

Перенесем слагаемые, характеризующие пульсационные составляющие скорости, в правую часть, а слагаемые с производными скорости по координате упростим, вычтя уравнение неразрывности для осредненного движения несжимаемой жидкости (3.14). Тогда

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial x_j} = \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \bar{\rho} \nabla^2 \bar{u}_i + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{\rho' u_i' u_j'}). \quad (3.18)$$

Это уравнение называется обычно *уравнением Рейнольдса* для турбулентного движения несжимаемой жидкости.

Видно, что уравнение, в которое входят осредненные характеристики, подобно уравнению Навье—Стокса, с той лишь разницей, что в правой части первого содержатся дополнительные неизвестные величины типа $\tau_{ij}^* = -\overline{\rho' u_i' u_j'}$. Чтобы пояснить физический смысл этих дополнительных слагаемых, рассмотрим среднее значение плотности потока импульса (количество движения) I . Известно, что составляющая этого потока на ось OX_i через единичную площадку, перпендикулярную к оси OX_j , равна $\rho u_i u_j + P_{ij} \delta_{ij} - \tau_{ij}$, где δ_{ij} — единичный тензор ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$); τ_{ij} — тензор вязких напряжений в несжимаемой жидкости, характеризующий обмен количеством движения за счет молекулярной вязкости. В общем случае τ_{ij} пропорционален градиентам скорости потока (2.21).

Тогда среднее значение $\bar{I}$ равно

$$\bar{I} = \overline{\rho u_i u_j + P_{ij} \delta_{ij} - \tau_{ij}} = \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{P}_{ij} \delta_{ij} - (\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho' u_i' u_j'}). \quad (3.19)$$

Последний член правой части этого выражения

$$\tau_{ij}^* = \bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho' u_i' u_j'} = \bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}^{\tau} \quad (3.20)$$

представляет собой тензор напряжений по отношению к осредненному движению. Он показывает, что в турбулентном потоке обмен количеством движения между элементарными объемами

воды обуславливается как силами молекулярной вязкости (тензор τ_{ij}), так и пульсациями скорости, вызывающими турбулентное перемешивание потока. Влияние последнего аналогично молекулярной вязкости. Поэтому слагаемые $\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$ могут рассматриваться как компоненты тензора дополнительных напряжений, обусловленных целиком действием турбулентных пульсаций (дополнительных к тем, которые были бы в ламинарном потоке, если бы распределение скорости в нем совпало с распределением осредненной скорости в турбулентном потоке). Эти дополнительные напряжения получили название *напряжений Рейнольдса*. Они образуют симметричный тензор второго ранга:

$$\tau_{ij}^T = \begin{pmatrix} \tau_{xx}^T & \tau_{xy}^T & \tau_{xz}^T \\ \tau_{yx}^T & \tau_{yy}^T & \tau_{yz}^T \\ \tau_{zx}^T & \tau_{zy}^T & \tau_{zz}^T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \overline{\rho u' u'} & \overline{\rho u' v'} & \overline{\rho u' w'} \\ \overline{\rho v' u'} & \overline{\rho v' v'} & \overline{\rho v' w'} \\ \overline{\rho w' u'} & \overline{\rho w' v'} & \overline{\rho w' w'} \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

в котором τ_{xx}^T , τ_{yy}^T , τ_{zz}^T — нормальные к площадкам напряжения, все остальные — касательные.

Используя тот же прием осреднения, что и при выводе уравнений Рейнольдса, можно получить осредненные уравнения распространения тепла и диффузии пассивной примеси в турбулентном движении.

Уравнение турбулентной теплопроводности. Обычное уравнение молекулярной теплопроводности (2.56) в движущейся жидкости имеет вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \kappa_T \nabla^2 \theta + \frac{1}{c_p \rho} \frac{dQ}{dt}, \quad (3.22)$$

где $\kappa_T = \frac{\lambda_m}{c_p \rho}$ — коэффициент молекулярной теплопроводности; λ_m — коэффициент молекулярной теплопроводности, $\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_\Phi}{dt} + D - \frac{\partial B}{\partial z}$.

После осреднения уравнение (3.22) внешне приобретает исходную форму с дополнительным членом, содержащим произведение пульсаций температуры и скорости:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = \kappa_T \nabla^2 \bar{\theta} + \frac{1}{c_p \bar{\rho}} \frac{d\bar{Q}}{dt} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{-u'_j \theta'}). \quad (3.23)$$

Физический смысл каждого слагаемого полученного уравнения легко пояснить после умножения всех их на объемную теплоемкость воды $c_p \bar{\rho}$. В таком случае $c_p \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}$ характеризует изменение во времени осредненного потока тепла, второй член

$-\overline{c_{pr} u_j} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}$ представляет собой адвективный перенос тепла осредненным движением, $\overline{c_{pr} \kappa_T} \nabla^2 \bar{\theta} = \text{div } \Phi_d$ есть дивергенция потока тепла за счет молекулярной теплопроводности, а величина $-\overline{c_{pr} u_j' \theta'} = \Phi_{Tj}^*$, появляющаяся в уравнении теплопроводности после осреднения, характеризует перенос тепла хаотическими вихрями и струями по направлению *отрицательной оси* OX_j . Его часто называют *плотностью турбулентного потока тепла*, аналогичного тому, которое обуславливается молекулярной теплопроводностью.

Уравнение турбулентной диффузии примеси. Уравнение молекулярной диффузии примеси (2.31) в движущейся жидкости, описывающее концентрацию $S(x, y, z, t)$ некоторой пассивной примеси, не оказывающей влияния на динамику потока, обычно имеет вид

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u_j \frac{\partial S}{\partial x_j} = \kappa_S \nabla^2 S. \quad (3.24)$$

Проведя осреднение этого уравнения и аналогичные предыдущим преобразования, получим осредненное уравнение диффузии примеси в следующем виде:

$$\bar{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_j} = + \bar{\rho} \kappa_S \nabla^2 \bar{S} + \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{-u_j' S'}). \quad (3.25)$$

Как и в рассмотренных случаях, осреднение привело к появлению дополнительного члена. Не будем останавливаться подробно на физическом смысле членов, входящих в это уравнение. Он аналогичен только что рассмотренному случаю переноса тепла в турбулентном течении. Отметим, что $\bar{\rho} \kappa_S \nabla^2 \bar{S} = \text{div } \Phi_S$ представляет собой дивергенцию потока примеси за счет молекулярной диффузии, а дополнительно появляющаяся в осредненном уравнении диффузии величина $-\overline{\rho u_j' S'} = \Phi_{Sj}^*$ есть перенос примеси в результате хаотического движения объемов воды, меньших, чем масштаб осреднения. Величина Φ_{Sj}^* имеет смысл *плотности турбулентного потока примеси* в направлении, *обратном* оси OX_j .

В дальнейшем будут рассматриваться только осредненные уравнения движения, переноса тепла и солей. В них ради краткости записи знак осреднения будет сохранен только над пульсационными значениями элементов, чтобы не отождествлять их с единичными пульсациями.

3.3. Статистические характеристики и основные закономерности турбулентности в океане

Турбулентный характер течений и процессов теплопроводности и солевой диффузии в океане, а также большое число непрерывно меняющихся факторов, влияющих на их формирование, заставляют рассматривать эти поля как случайные и применять для их изучения теорию случайных процессов.

Поля температуры, солёности и других гидрофизических характеристик являются случайными скалярными полями и количественно в фиксированный момент времени t и в точке пространства с радиусом-вектором $\mathbf{x}$ описываются одной случайной величиной $T(\mathbf{x}, t)$, $S(\mathbf{x}, t)$ и т. д. Поле скорости течений является случайным векторным полем и в момент времени t определяется тремя случайными величинами: $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \{u_1(\mathbf{x}, t), u_2(\mathbf{x}, t), u_3(\mathbf{x}, t)\}$. Случайные векторные и скалярные поля считаются полностью определенными, если известны конечномерные распределения вероятностей этих полей для любого числа произвольно выбранных точек пространства. Однако ввиду сложности турбулентных процессов в океане практически определять эти законы распределения вероятностей очень трудно. Поэтому обычно ограничиваются вычислением статистических моментов различных порядков — средних произведений пульсаций физических характеристик в разных точках пространства и в разные моменты времени. Например, для векторного поля скорости двухточечные корреляционные моменты для точек с радиусами-векторами $\mathbf{x}$ и $(\mathbf{x} + \mathbf{r})$ в моменты времени t и Δt образуют пространственно-временные корреляционные тензоры

$$\begin{aligned} R_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t) &= \overline{u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t)}; \\ R_{ij, k}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t) &= \overline{u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x}, t) u'_k(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t)}; \\ R_{ij, kn}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t) &= \\ &= \overline{u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x}, t) u'_k(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t) u'_n(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t)}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Зависимость тензоров (3.26) от $\mathbf{x}$ и t отражает влияние внешних условий, при которых происходит движение (наличие внешних сил, твердых границ и т. д.), в то время как их зависимость от $\mathbf{r}$ и Δt выражает внутренние структурные свойства турбулентного потока. Если каким-либо образом определить тензор $R_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x} + \mathbf{r}, t + \Delta t)$, то при $\mathbf{r} = 0$ и $\Delta t = 0$ можно вычислить моменты $\overline{u'_i u'_j}$, входящие в качестве неизвестных в уравнения Рейнольдса.

На практике статистические моменты определяют для фиксированного времени t и ограничиваются моментами первого и второго порядков. С учетом сказанного для случайного векторного поля скорости вторые моменты образуют пространственный корреляционный тензор второго ранга, а для случайных скалярных

полей статистические моменты имеют смысл пространственных корреляционных функций:

$$\begin{aligned} R_{ij}(x, x+r, t) &= \overline{u'_i(x, t) u'_j(x+r, t)}; \\ R_T(x, x+r, t) &= \overline{T'(x, t) T'(x+r, t)}; \\ R_S(x, x+r, t) &= \overline{S'(x, t) S'(x+r, t)}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Напомним, что, определяя степень связанности пульсаций различных гидрофизических величин, эти статистические моменты характеризуют внутреннюю пространственную структуру случайного процесса.

Ранее было показано, что случайные поля в океане имеют сложную структуру, характеризующуюся наличием самых разных пространственных масштабов. Поэтому знание лишь структуры турбулентных процессов в пространственной области вообще недостаточно. Необходимо также знать распределение интенсивности процесса между составляющими различных пространственных масштабов. Для этой цели служит спектральное разложение случайного процесса при помощи преобразований Фурье, связывающих статистические корреляционные моменты $R(x, t)$ с функцией спектральной плотности процесса по волновым векторам $k(k_1, k_2, k_3)$:

$$\begin{aligned} F(k, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(x, t) e^{-i(k \cdot x)} dx; \\ R(x, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} F(k, t) e^{i(k \cdot x)} dk. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Положив в (3.27) $x = r = 0, i = j$, получим

$$\begin{aligned} R_{ii}(0, t) &= \overline{u'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{ii}(k, t) dk; \\ R_T(0, t) &= \overline{T'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} F_T(k, t) dk; \\ R_S(0, t) &= \overline{S'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} F_S(k, t) dk. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Из уравнений (3.29) следует, что тензор $F_{ii}(k, t)$ описывает энергетический вклад турбулентных вихрей с волновым вектором k в кинетическую энергию турбулентности, а функции $F_T(k, t)$ и $F_S(k, t)$ — вклад в интенсивность температурных и соленостных пульсаций, обусловленных турбулентными вихрями с волновым вектором k . Тензор F_{ii} называется *спектральным тензором энергии*, а функция F_T — *спектральной функцией интенсивности температурных пульсаций*.

Другой важной статистической характеристикой турбулентных процессов в океане является структурная функция. Она

была впервые введена А. Н. Колмогоровым для описания случайных процессов со стационарным приращением как средний квадрат разности мгновенных значений различных характеристик. При этом для случайного векторного поля скорости эти функции образуют пространственный структурный тензор, а для скалярных полей они имеют смысл пространственных структурных функций:

$$\begin{aligned} D_{ij}(x, x+r, t) &= \overline{[u_i(x, t) - u_j(x+r, t)]^2}; \\ D_T(x, x+r, t) &= \overline{[T(x, t) - T(x+r, t)]^2}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

В отличие от пространственных корреляционных моментов (3.27), характеризующих внутреннюю связь между возмущениями всех пространственных масштабов, структурные функции определяют среднее значение возмущений определенного масштаба, который по порядку величины не превосходит расстояние между двумя точками рассматриваемых полей.

Изучение указанных основных статистических характеристик турбулентности существенно упрощается, если рассматривать однородные изотропные случайные поля. Такие поля характеризуются тем, что все средние значения полей равны нулю, а все статистические характеристики инвариантны (неизменны) по отношению к любым параллельным переносам, вращениям и зеркальным отражениям координатных осей. В связи с этим статистические характеристики скалярных полей будут зависеть либо только от расстояния между двумя выбранными точками $|r| = |x+r| - |x|$, либо от длины волнового вектора $|k|$, т. е.

$$\begin{aligned} R_T(x, x+r, t) &= R_T(r, t); \\ D_T(x, x+r, t) &= D_T(r, t); \\ F_T(k, t) &= F_T(k, t). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Статистические характеристики векторных полей преобразуются таким образом, что недиагональные компоненты тензоров обращаются в нуль, и диагональные компоненты выражаются через две скалярные величины. Так, пространственный корреляционный тензор изотропного поля скорости будет иметь вид

$$R_{ij}(r, t) = [R_{LL}(r, t) - R_{NN}(r, t)] \frac{r_i r_j}{r^2} + R_{NN}(r, t) \delta_{ij},$$

где

$$\begin{aligned} R_{LL}(r, t) &= \overline{u'_L(x, t) u'_L(x+r, t)}; \\ R_{NN}(r, t) &= \overline{u'_N(x, t) u'_N(x+r, t)}; \end{aligned} \quad (3.32)$$

u'_L и u'_N — проекции вектора u' на направление r и соответственно на какое-либо перпендикулярное r направление; δ_{ij} — единичный тензор. Скалярные функции $R_{LL}(r, t)$ и $R_{NN}(r, t)$ называются соответственно *продольной* и *поперечной корреляционными функциями*.

Совершенно аналогичные упрощения претерпевают также пространственный структурный тензор D_{ij} и спектральный тензор энергии турбулентности F_{ij} .

В естественных условиях океана предположение об изотропности случайных полей оправдывается не полностью, поскольку турбулентные движения находятся под воздействием внешних, существенно анизотропных условий. Кроме того, стабилизирующий эффект плотностной стратификации в турбулентном процессе «выделяет» вертикальное направление. Поэтому крупномасштабные турбулентные вихри с характерным масштабом, равным размерам самого турбулентного потока L , существенно анизотропны. Однако если в потоке выделить вихри малых размеров $l_1 \ll L$ (мелкомасштабные), находящиеся вдали от границ, то ориентирующее влияние на них среднего движения, а также внешних и граничных условий будет сказываться мало, а структура случайных полей, образованных этими вихрями, оказывается *локально-изотропной*. Как показали А. Н. Колмогоров и А. М. Обуков, статистический режим локально-изотропной турбулентности обладает рядом замечательных свойств.

Во-первых, турбулентность в этой области является однородной и изотропной. Как было уже показано, это означает, что все статистические характеристики (скалярные и тензорные) зависят только от расстояния r между выбранными точками в турбулентном потоке.

Во-вторых, энергетический режим локально-изотропной турбулентности стационарен. Приход энергии в эту область осуществляется путем каскадной трансформации кинетической энергии от энергонесущих крупномасштабных вихрей, не принадлежащих этой области. Количественно она характеризуется скоростью притока на единицу массы и обозначается ϵ . Перенос энергии в локально-изотропной области происходит путем нелинейных взаимодействий от крупных вихрей к вихрям все более мелким. Расход кинетической энергии осуществляется диссипацией под действием вязкости во внутреннюю энергию в вихрях самых мелких, начиная с масштаба l_0 . При этом диссипация энергии в точности равна притоку энергии ϵ к области локально-изотропной турбулентности. Совокупность турбулентных вихрей, размеры которых заключены между масштабами l_1 и l_0 , образует *инерционный интервал* локально-изотропной турбулентности; вихри размерами меньше l_0 образуют ее *вязкий интервал*. Вихри размерами L и l_0 характеризуют соответственно внешний и внутренний масштабы турбулентности.

Для статистического режима вихрей, составляющих локально-изотропную область турбулентного потока, А. Н. Колмогоров сформулировал две фундаментальные гипотезы.

Первая гипотеза подобия Колмогорова. «В случае турбулентности с достаточно большим числом Рейнольдса многомерные распределения вероятностей для относительных скоростей

в пространственной области $l_1 \ll L$, в которой турбулентность локально-изотропна, однозначно определяются значениями двух параметров — скоростью диссипации ϵ и молекулярной вязкостью κ_V .

Вторая гипотеза подобия Колмогорова. «В случае турбулентности с достаточно большим Re многомерные распределения вероятностей для относительных скоростей, относящихся к достаточно малым пространственным масштабам ($l_0 \ll l \ll l_1$), однозначно определяются значением ϵ и не зависят от κ_V ». Это означает, что статистический режим турбулентности является универсальным, так как не зависит от конкретного вида среднего движения, а определяется внутренними закономерностями передачи энергии.

С помощью гипотез подобия Колмогорова определяются масштабы l_0 и l_1 и устанавливаются важные закономерности для статистических характеристик турбулентности в инерционном интервале масштабов.

Из простых соображений размерностей масштаб l_0 наибольших вихрей в вязком интервале определяется формулой

$$l_0 = (\kappa_V / \epsilon)^{1/4} \quad (3.33)$$

и имеет порядок от нескольких миллиметров до одного сантиметра. Масштаб l_1 , определяющий размеры наибольших изотропных вихрей, с учетом стратификации вод, равен

$$l_1 = \left(\frac{c^2 \rho \epsilon^{2/3}}{g \frac{\partial \rho}{\partial z}} \right)^{3/4}, \quad (3.34)$$

где c — универсальная безразмерная постоянная порядка единицы, g — ускорение свободного падения, ρ и $\frac{\partial \rho}{\partial z}$ — плотность и вертикальный градиент плотности морской воды. Как видно из табл. 4, l_1 существенно зависит от интенсивности энергоснабжения вод, увеличиваясь при возрастании ϵ , а также от стратификации вод, уменьшаясь при возрастании $\partial \rho / \partial z$.

Таблица 4

Масштаб l_1 (м) при различных значениях вертикального градиента плотности и скорости притока энергии

Вертикальный градиент плотности, кг/м ⁴	$\epsilon_1 = 10^{-6}$ м ² /с ³	$\epsilon_2 = 10^{-7}$ м ² /с ³
10^{-8}	31,62	10,00
10^{-6}	1,00	0,32
10^{-4}	0,03	0,01

Между структурной функцией поля скорости в инерционном интервале масштабов, потоком энергии ε и расстоянием r между двумя точками имеется связь. Из соображений размерностей следует, что

$$D(r) = f(r, \varepsilon) = c(\varepsilon)^\alpha (r)^\beta. \quad (3.35)$$

Поскольку размерность $D(r)$ равна $L^2 T^{-2}$, а размерность ε $L^2 T^{-3}$, то $\alpha = 2/3$, $\beta = 2/3$. Обычно выделяют продольную и поперечную структурные функции, характеризующие случайное однородное изотропное поле:

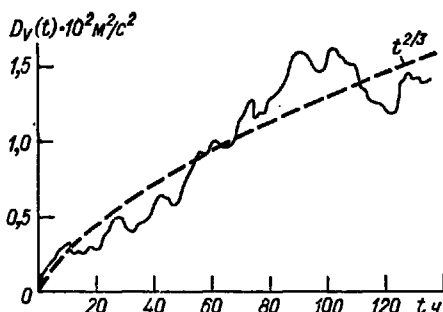


Рис. 18. Типичный вид структурной функции для продольной компоненты скорости течения.

$$D_{LL}(r) = c_1 \varepsilon^{2/3} r^{2/3};$$

$$D_{NN}(r) = c_2 \varepsilon^{2/3} r^{2/3}, \quad (3.36)$$

где $c_1 = 1,0$ и $c_2 = 1,33$ — универсальные положительные постоянные, определенные по данным наблюдений.

Из (3.36) следует, что в любом турбулентном потоке с большим Re структурная функция увеличивается с расстоянием r по закону двух третей (рис. 18).

Аналогичным образом устанавливается зависимость спектральной функции $F(k)$ в инерционном интервале волновых чисел $k_0 \ll k \ll k_1$ от параметра ε и волнового числа

$$F(k) = f(k, \varepsilon) = c_3(\varepsilon)^\alpha (k)^\beta. \quad (3.37)$$

Так как $[F(k)] = L^3 T^{-2}$, то $\alpha = 2/3$, $\beta = -5/3$; отсюда

$$F(k) = c_3 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad (3.38)$$

где $c_3 = 1,4$ — безразмерная положительная постоянная, определенная по экспериментальным данным.

Из (3.38) видно, что спектральная плотность энергии турбулентности уменьшается с ростом волнового числа по закону пяти третей. Этот закон получил название *закона Колмогорова—Обухова* и является спектральным выражением закона двух третей. Как показано Р. В. Озмидовым, закон пяти третей выполняется в океане для локальных участков масштабов (зоны a — b на рис. 17), лежащих между основными зонами энергоснабжения. Первый участок охватывает вихри размером от 50 до 500 км, второй — вихри размером от 5 км до 100 м, наконец, третий — вихри размером от 5 см до 5 м. Так как поток энергии в этих интервалах масштабов различен из-за добавки энергии в энергоснабжающих зонах спектра, а сама энергия имеет тенденцию передаваться путем нелинейного взаимодействия от

крупных турбулентных вихрей к мелким, то величина ε различна в рассматриваемых участках. Ее значение возрастает при переходе от одного участка выполнимости закона пяти третей к соседнему, лежащему в зоне меньших масштабов (см. табл. 3).

Поскольку турбулентные вихри, образующие инерционный интервал масштабов, обуславливают турбулентный перенос любой пассивной субстанции, то аналогичным образом при помощи метода подобия установлен универсальный закон для коэффициента турбулентной диффузии

$$K_S(l) = f(l, \varepsilon) = c_A (\varepsilon)^{2/3} (l)^{5/3} = c_A \varepsilon^{1/3} l^{1/3}, \quad (3.39)$$

где $c_A = 0,1$.

Из (3.39) следует, что коэффициент турбулентности увеличивается с ростом размеров вихрей по закону четырех третей. Этот закон впервые был эмпирически получен Ричардсоном и носит его имя. Как видно из рис. 19, он достаточно хорошо выполняется в океане.

Для пульсационного поля температуры, тесно связанного с локально-изотропным полем скорости, также выделяются два интервала пространственных масштабов: инерционно-конвективный и вязко-конвективный. Как показал Обухов, в инерционно-конвективном интервале масштабов спектральная плотность интенсивности температурных пульсаций $F_T(k)$ определяется двумя внешними параметрами — скоростью диссипации ε и скоростью выравнивания температурных неоднородностей ε_T . Эта зависимость определена из соображений размерностей:

$$F_T(k) = f(k, \varepsilon, \varepsilon_T) = c_5 \varepsilon_T^{-1/3} k^{-5/3}, \quad (3.40)$$

где $c_5 = 1,1$ — безразмерная постоянная, определенная по экспериментальным данным. Очевидно, что зависимость F_T от волнового числа является такой же, как и зависимость от k спектральной плотности энергии турбулентности, т. е. оба спектра описываются законом пяти третей (рис. 20).

В стратифицированном океане спектры турбулентности могут отклоняться от закона пяти третей. Согласно теории подобия Обухова—Болджано, вследствие больших потерь энергии турбулентности на работу против архимедовых сил происходит

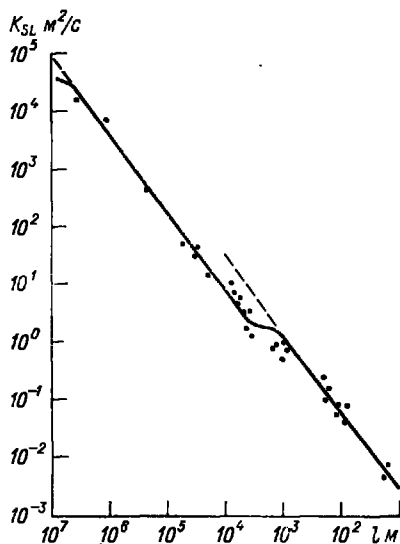


Рис. 19. Зависимость коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии K_{SL} от масштаба явления по данным опытов с диффузией пятен трассеров [5].

уменьшение инерционного интервала масштабов, скорость диссипации энергии ϵ становится много меньше скорости передачи энергии по спектру и поэтому перестает влиять на форму спектров, а сами спектры уменьшаются значительно быстрее, чем закон пяти третей:

$$F(k) \sim \epsilon_T^{2/3} (\alpha g)^{1/3} k^{-11/3}, \quad F_T(k) \sim \epsilon_T^{1/3} (\alpha g)^{-2/3} k^{-7/3}, \quad (3.41)$$

Здесь α — коэффициент термического расширения воды.

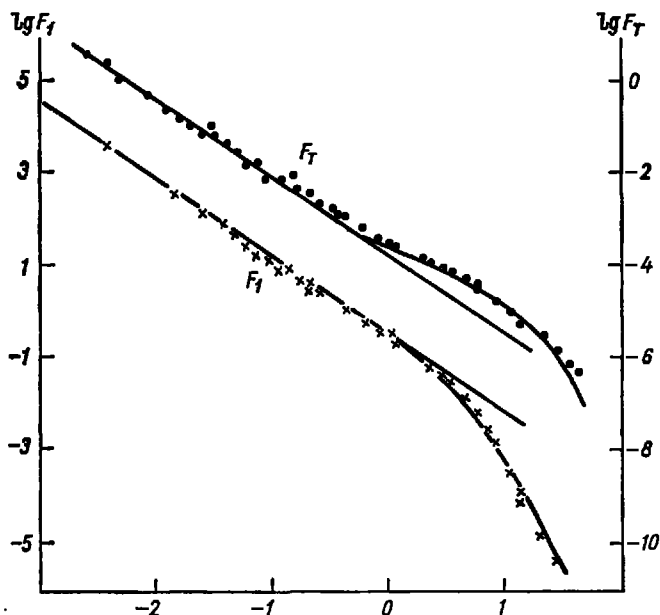


Рис. 20. Пример одномерных спектров пульсаций температуры (верхняя кривая, правая шкала) и скорости течения (нижняя кривая, левая шкала); по оси абсцисс — $\lg k$ [3].

В условиях сильно устойчивой стратификации спектры турбулентных пульсаций могут иметь неуниверсальный вид. При этом инерционный интервал масштабов может даже отсутствовать.

Необходимо отметить, что экспериментально в океане определяются одномерные временные статистические характеристики на основании записей турбулиметров пульсаций скорости, температуры и т. д. Для получения аналогичных законов во временном и частотном интервалах используются представления о «замороженной» турбулентности, согласно которым турбулентный вихрь масштаба l и с волновым числом $k = 2\pi/l$ переносится в течение малого времени Δt без искажений со средней скоростью $\bar{u}$. На расстоянии r он вызывает автоколебание с периодом

$\Delta t = r/\bar{u}$ и угловой частотой $\omega = 2\pi/\Delta t = k\bar{u}$. Поэтому переход от пространственных характеристик к временным осуществляется простой заменой r на $\bar{u}\Delta t$ в (3.36) и на $\omega/\bar{u}$ в (3.38) и (3.40):

$$D_{LL}(\Delta t) = c'_1 \varepsilon^{1/3} (\bar{u} \Delta t)^{2/3}; \quad D_{NN}(\Delta t) = c'_2 \varepsilon^{1/3} (\bar{u} \Delta t)^{2/3}; \quad (3.42)$$

$$F(\omega) = c'_3 \varepsilon^{1/3} (\bar{u})^{2/3} \omega^{-5/3}; \quad (3.43)$$

$$F_T(\omega) = c'_5 \varepsilon_T \varepsilon^{-1/3} (\bar{u})^{2/3} \omega^{-5/3}, \quad (3.44)$$

где универсальные безразмерные постоянные на основании экспериментальных данных равны $c'_1 = 1,9$, $c'_2 = 2,5$, $c'_3 = 0,48$, $c'_5 = 0,7$.

3.4. Полуэмпирические теории турбулентности и коэффициенты турбулентного обмена

Вследствие трудностей измерений пульсаций гидрофизических полей и малочисленности сведений о статистических характеристиках гидрологических элементов последние пока редко используются для определения турбулентных потоков количества движения, тепла и солей. Более простой способ отыскания неизвестных компонента тензора вязких напряжений и векторов плотности турбулентных потоков тепла и пассивной примеси состоит в установлении параметрической связи между ними и средними характеристиками полей. Как известно, такой путь параметризации турбулентных процессов получил название полуэмпирического и составил целый этап в развитии теории турбулентности.

Буссинеск (1877) первым предположил о существовании аналогии между молекулярными и турбулентными напряжениями в плоскопараллельном турбулентном потоке, в котором средняя скорость течения в горизонтальной плоскости распределена равномерно и существуют лишь ее вертикальные градиенты, т. е.

$$\tau_{13} = -\overline{\rho u_1' u_3'} = \rho K_V \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3}, \quad (3.45)$$

где K_V — коэффициент турбулентной вязкости.

Шмидт (1925), используя идею Буссинеска, составил аналогичные соотношения для плотности турбулентных потоков тепла Φ_{Tj}^T и пассивной примеси Φ_{sj}^T в случае изотропной турбулентности:

$$\Phi_{Tj}^T = -c_P \overline{\rho u_j' \theta'} = c_P \rho K_T \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}; \quad (3.46)$$

$$\Phi_{sj}^T = -\overline{\rho u_j' S'} = \rho K_S \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_j}, \quad (3.47)$$

где K_T и K_S — коэффициенты турбулентной теплопроводности и турбулентной диффузии соответственно.

Введенные коэффициенты турбулентного обмена имеют одинаковую размерность $[L^2 T^{-1}]$ и простой физический смысл: они численно равны изменению свойств (скорости, температуры, количества примеси) в единицу времени, если изменение градиента этого свойства на единицу длины равно единице. Они, строго говоря, являются новыми неизвестными характеристиками турбулентности. В отличие от коэффициентов молекулярного переноса, они не являются физическими константами жидкости, а зависят от внутренней структуры турбулентных течений, от масштабов течений, а также от масштабов осреднения. В конечном итоге коэффициенты турбулентного обмена являются искомыми функциями пространственных координат и времени.

Для устранения трудностей с выбором коэффициентов турбулентного обмена были разработаны полуэмпирические теории, основывающиеся на понятии пути перемешивания.

Для простого случая плоскопараллельного турбулентного течения Прандтль (1925) предположил о существовании некоторого пути перемешивания l' . Движение вихрей на расстоянии l' происходит квазистатически и без смещения с окружающей средой. В конце пути вихри внезапно отдают свои характеристики (количество движения, температуру и т. д.) и полностью перемешиваются. Результатом такого движения будет поток различных субстанций из областей с высокой их концентрацией в область с низкой концентрацией. При этом количественно турбулентные потоки могут быть выражены следующим образом:

$$\tau_{13}^T = -\overline{\rho u_1' u_3'} = \overline{\rho l' u_3'} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3}; \quad (3.48)$$

$$\Phi_{T3}^T = -\overline{c_p \rho u_3' \theta'} = \overline{\rho l' u_3'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_3}. \quad (3.49)$$

Сравнение (3.48) и (3.49) с (3.45) показывает, что коэффициенты турбулентного обмена связаны с длиной пути перемешивания выражением

$$K_V = K_T = \overline{l' u_3'}. \quad (3.50)$$

Считая турбулентность в рассматриваемом потоке изотропной, Прандтль принял, что в среднем выполняется соотношение

$$|\overline{u_3'}| \sim |\overline{u_1'}| = |\overline{l'}| \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right|. \quad (3.51)$$

С учетом (3.51) выражения (3.48) и (3.50) принимают вид

$$\tau_{13}^T = \rho l'^2 \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right| \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right|; \quad (3.52)$$

$$K_V = l'^2 \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right|, \quad (3.53)$$

где l — новая длина, имеющая тот же порядок, что и среднеквадратичное значение случайной величины l' .

Теория переноса вихря Тэйлора исходит из предположения о том, что турбулентные вихри способны переносить в пределах пути смещения присущую им завихренность. Для определения турбулентного напряжения и коэффициента турбулентной вязкости Тэйлор получил следующие формулы:

$$\tau_{13} = \frac{1}{2} \rho l_w^2 \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3}; \quad (3.54)$$

$$K_v = \frac{1}{2} l_w^2 \left| \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right|, \quad (3.55)$$

которые отличаются от (3.52) и (3.53) только множителем $\frac{1}{2}$.

Следовательно, длина пути смещения в теории Тэйлора в $\sqrt{2}$ раз больше аналогичной длины в теории Прандтля.

Эртель (1937), обобщив теории Буссинеска и Прандтля для случая трехмерного турбулентного течения, в котором турбулентность не изотропна, показал, что коэффициент турбулентной вязкости не является скалярной величиной, а образует тензор второго ранга вида

$$K_{v_{ij}} = \overline{l'_i u'_j} = \begin{pmatrix} \overline{l'_1 u'_1} & \overline{l'_1 u'_2} & \overline{l'_1 u'_3} \\ \overline{l'_2 u'_1} & \overline{l'_2 u'_2} & \overline{l'_2 u'_3} \\ \overline{l'_3 u'_1} & \overline{l'_3 u'_2} & \overline{l'_3 u'_3} \end{pmatrix}. \quad (3.56)$$

Недостатком рассмотренных теорий является использование длины пути смещения. Для ее определения требуется привлечение дополнительных гипотез, в качестве которых могут быть использованы гипотезы об автомодельности характеристик турбулентности.

Теория о локальном кинематическом подобии Кармана (1930) состоит в предположении о том, что в любой точке плоскопараллельного течения пульсации скорости подобны друг другу и отличаются только масштабами длины и скорости. Определенные с помощью этих масштабов некоторые статистические характеристики турбулентности будут одинаковыми для всех точек функциями от безразмерных координат. В частности,

$$\tau_{13} = -\overline{\rho u'_1 u'_3} = \rho \kappa^2 \frac{(\partial \bar{u}_1 / \partial x_3)^4}{(\partial^2 \bar{u}_1 / \partial x_3^2)^2}, \quad (3.57)$$

где κ — безразмерный универсальный коэффициент пропорциональности (постоянная Кармана).

Сравнение формул (3.57) с (3.45) и (3.54) приводит к выражениям

$$K_V = x^2 \frac{(\partial \bar{u}_1 / \partial x_3)^3}{(\partial^2 \bar{u}_1 / \partial x_3^2)^2} \quad \text{и} \quad l = x \left| \frac{\partial \bar{u}_1 / \partial x_3}{\partial^2 \bar{u}_1 / \partial x_3^2} \right|. \quad (3.58)$$

Для определения турбулентности в придонном слое или в подледном может быть применена теория подобия Монина—Обухова (1946—1954), развитая ими для пограничного слоя атмосферы. Они исходят из того, что все статистические характеристики турбулентности в стратифицированной жидкости зависят от трех «внешних» параметров: 1) вертикального потока импульса τ_{13}^T (вместо него достаточно использовать динамическую скорость $u_* = (\tau_{13}^T / \rho)^{1/2}$), 2) параметра плавучести g/ρ , 3) вертикальных турбулентных потоков массы Φ_p^T . Из этих параметров можно составить масштабы длины L , скорости u_1 и плотности ρ_* , положив

$$L = - \frac{\rho u_*^3}{\tau_{13}^T}, \quad u_1 = \frac{u_*}{x}, \quad \rho_* = - \frac{\rho^T u_3}{\tau_{13}^T}. \quad (3.59)$$

Определенные с помощью этих масштабов безразмерные профили течений и плотности, а также статистические характеристики однородной и стационарной турбулентности будут универсальными функциями от безразмерного расстояния от твердой стенки z/L точек наблюдения:

$$\frac{\bar{u}_1(z_2) - \bar{u}_1(z_1)}{u_* \sqrt{u_1}} = f\left(\frac{z_2}{L}\right) - f\left(\frac{z_1}{L}\right); \quad (3.60)$$

$$\frac{\bar{\rho}(z_2) - \bar{\rho}(z_1)}{\rho_*} = f_1\left(\frac{z_2}{L}\right) - f_1\left(\frac{z_1}{L}\right), \quad (3.61)$$

где $f\left(\frac{z}{L}\right)$ и $f_1\left(\frac{z}{L}\right)$ — универсальные функции, определенные при $-\infty < z/L < \infty$. При этом ситуация, в которой $|L| \rightarrow \infty$ и $z/L \rightarrow 0$, отвечает случаю нейтральной стратификации, область $z/L < 0$ — неустойчивой стратификации, а область $z/L > 0$ — устойчивой стратификации.

Согласно теории подобия, коэффициенты турбулентного обмена определяются формулами

$$K_V = \frac{\tau_{13}^T L}{f\left(\frac{z}{L}\right)}, \quad K_S = \frac{\tau_{13}^T L}{f_1\left(\frac{z}{L}\right)}. \quad (3.62)$$

Примечательно, что при нейтральной стратификации, а также при $z \ll |L|$ коэффициент турбулентной вязкости обращается в

$$K_V = \tau_{13}^T z. \quad (3.63)$$

При неустойчивой стратификации коэффициент турбулентной вязкости асимптотически пропорционален глубине:

$$K_V \sim z^{1/2}. \quad (3.64)$$

При устойчивой стратификации с ростом z/L этот коэффициент стремится к постоянному значению:

$$K_V \rightarrow \frac{\kappa u_* L}{f \left(\frac{z}{L} \right)} \rightarrow \text{const.}$$

Рассмотрение реальных трехмерных течений, в которых турбулентность является существенно неоднородной и неизотропной, несколько меняет основные соотношения между тензором вязких напряжений, векторами плотности турбулентных потоков тепла и примеси и средними характеристиками, даваемые полуэмпирическими теориями. Так, по аналогии с молекулярной теплопроводностью и диффузией, предположение о линейной зависимости векторов Φ_{Tj} и Φ_{Sj} от компонентов векторов градиентов средней температуры и солёности приводит к формулам

$$\Phi_{Tj}^{\tau} = -c_p \rho \overline{u_j \theta'} = c_p \rho K_{Tij} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j}; \quad (3.65)$$

$$\Phi_{Sj}^{\tau} = -\rho \overline{u_j S'} = \rho K_{Sij} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_j}, \quad (3.66)$$

где коэффициенты турбулентной температуропроводности и диффузии образуют тензоры K_{Tij} и K_{Sij} второго ранга. В теории тензорного анализа доказывается, что они являются симметричными относительно главной диагонали, т. е. $K_{13} = K_{31}$, $K_{23} = K_{32}$, $K_{12} = K_{21}$.

Геометрически эти тензоры описывают эллипсоиды турбулентного обмена теплом и солями.

Предположение, по аналогии с обобщенным законом Ньютона, о том, что тензор вязких напряжений является неоднородной линейной функцией тензора средних скоростей деформаций, позволяет получить

$$\tau_{ij}^{\tau} = -\rho \overline{u_i' u_j'} = P_d \delta_{ij} + \rho K_{vij\alpha\beta} \left(\frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \bar{u}_\beta}{\partial x_\alpha} \right), \quad (3.67)$$

где P_d — гидродинамическое давление; $K_{vij\alpha\beta}$ — тензор коэффициентов турбулентной вязкости четвертого ранга, индексы α и β означают координатные оси и принимают значения 1, 2, 3. Если преобразовать выражение для давления

$$P_d = -\frac{1}{3} (\tau_{11}^{\tau} + \tau_{22}^{\tau} + \tau_{33}^{\tau}) = -\frac{1}{3} \rho \overline{u_i' u_i'} = \frac{2}{3} \rho \mathcal{E},$$

то (3.67) примет вид

$$\tau_{ij}^{\tau} = -\frac{2}{3} \rho \mathcal{E} \delta_{ij} + \rho K_{vij\alpha\beta} \left(\frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \bar{u}_\beta}{\partial x_\alpha} \right). \quad (3.68)$$

Здесь $\mathcal{E}_\tau = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ имеет смысл плотности кинетической энергии турбулентности.

Условия симметричности нового тензора и свертки его с тензором деформации средних скоростей уменьшают общее число компонент тензора до тридцати. В настоящее время проводятся интенсивные исследования структуры тензоров $K_{vij\alpha\beta}$, K_{Tij} и K_{Sij} . Как известно, в океане вследствие существенного различия вертикальных и горизонтальных масштабов, а также стабилизирующего эффекта архимедовых сил наблюдается резкое отличие свойств движений по вертикали от движений в горизонтальной плоскости. Поэтому в первую очередь выделяется вертикальная анизотропия от горизонтальной и тензоры K_{Tij} и K_{Sij} (как тензоры второго ранга) сведутся всего лишь к двум скалярным коэффициентам K_{TL} и K_T , а тензор четвертого ранга $K_{vij\alpha\beta}$ — к трем коэффициентам турбулентной вязкости K_{VL} , K_V^* , K_V . Коэффициенты K_L и K_V называются *горизонтальными* и *вертикальными коэффициентами турбулентного обмена*. Как будет показано ниже, они очень сильно отличаются друг от друга по порядку величины.

Существуют прямые и косвенные методы определения коэффициентов турбулентного обмена. Прямые методы основаны на использовании измерений пульсаций гидрофизических полей с помощью высокочувствительной и малоинерционной аппаратуры. Косвенные методы используют распределение осредненных значений полей, полученных в результате массовых стандартных океанографических наблюдений, а также весьма упрощенные уравнения Рейнольдса или турбулентной теплопроводности и солевой диффузии. Имеющиеся в настоящее время результаты измерений турбулентных пульсаций и различные косвенные методы позволяют оценить коэффициенты турбулентного обмена с точностью до порядка величины. Совсем отсутствуют надежные экспериментальные данные, которые позволили бы оценить величину K_V^* . Полагают, что он одного порядка с горизонтальным коэффициентом вязкости K_{VL} . В табл. 5 приведены сведения о порядке коэффициентов вязкости для различных масштабов океанической турбулентности.

Таблица 5

Турбулентность	Характерные значения коэффициентов турбулентной вязкости K_V м ² /с	
	горизонтальный	вертикальный
Крупномасштабная	10^4	$10^{-1} - 10^{-2}$
Среднемасштабная	10^{-1}	$10^{-2} - 10^{-3}$
Мелкомасштабная	10^{-3}	10^{-3}

Соотношения между коэффициентами турбулентной вязкости, температуропроводности и солевой диффузии выражаются через турбулентные числа Прандтля и Шмидта:

$$Pr_T = \frac{K_V}{K_T}, \quad Sc_T = \frac{K_V}{K_S}. \quad (3.69)$$

В океане влияние стратификации (как правило, устойчивой) приводит к тому, что механизм турбулентного переноса импульса значительно отличается от процессов переноса тепла и пассивной примеси. Последние два процесса подобны и осуществляются посредством лишь прямого перемешивания и не зависят от столкновений турбулентных вихрей. Турбулентный обмен импульсом осуществляется как путем непосредственного столкновения между вихрями, так и через пульсации давления. Вследствие этого коэффициенты вязкости значительно больше коэффициентов температуропроводности и диффузии примеси. Полагают, что в океане

$$Pr_T > 1, \quad Sc_T > 1. \quad (3.70)$$

В качестве примера в табл. 6 приведены результаты оценок K_V и K_T в проливе Каттегат, произведенных Дж. Праудмэнном.

Таблица 6

z м	2,5	5,0	7,5	10,0
$K_V \cdot 10^4$ м ² /с	2,4	2,2	1,6	0,9
$K_T \cdot 10^4$ м ² /с	0,070	0,109	0,082	0,037
Pr_T	34	20	20	24

В заключение рассмотрим соотношение между горизонтальными и вертикальными коэффициентами турбулентного обмена. Оценки произведены на примере K_{TL} и K_T . Согласно формуле (3.65), имеем

$$\frac{K_{TL}}{K_T} = \frac{\overline{u_1^2 \theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_3}}{\overline{u_3^2 \theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_1}}. \quad (3.71)$$

Данные измерений турбулентных пульсаций и средних градиентов в океане показывают, что их дисперсии σ имеют следующие характерные масштабы: $O(\sigma_{u_1}) \sim 1$ см/с, $O(\sigma_{u_3}) \sim 10^{-4}$ см/с, $O(\sigma_\theta) \sim 10^{-2} \div 10^{-1}^\circ\text{C}$, $O\left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_1}\right) \sim 10^{-7}$ град/см, $O\left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_3}\right) \sim 10^{-4}$ град/см.

Подставив эти величины в (3.71), получим, что горизонтальный коэффициент турбулентной температуропроводности в 10^6 раз превосходит свой вертикальный аналог. Полученные оценки справедливы и для коэффициентов турбулентной вязкости и диффузии.

3.5. Баланс турбулентной энергии в океане

Общая кинетическая энергия турбулентного движения включает в себя кинетическую энергию *среднего* движения и кинетическую энергию *пульсационного* движения (часто называемую просто *турбулентной* энергией).

Для получения важных уравнений баланса кинетической энергии среднего и пульсационного движений используются уравнения движения Навье—Стокса (3.16) и Рейнольдса (3.18), которые для удобства записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j + P_x \delta_{ij} - \tau_{ij}) = F_i; \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{P}_x \delta_{ij} - \bar{\tau}_{ij}) = \bar{F}_i. \quad (3.73)$$

Скалярное умножение уравнения (3.72) на поле мгновенной скорости u_i , а (3.73) на поле осредненной скорости $\bar{u}_i$, суммирование затем каждого уравнения по всем компонентам с учетом того, что плотность общей кинетической энергии $\mathcal{E} = \frac{1}{2} \rho u_i u_i$, а плотность кинетической энергии среднего движения $\mathcal{E}_s = \frac{1}{2} \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_i$, в итоге приведут к двум уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\mathcal{E} u_j + P_x u_i - u_i \tau_{ij}) = \\ = u_i F_i - \bar{\rho} \frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2; \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{(\mathcal{E}_s \bar{u}_j + \bar{P}_x \bar{u}_i + \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{\tau}_{ij})}_2 = \\ = \underbrace{\bar{u}_i \bar{F}_i}_3 - \bar{\rho} \frac{\nu}{2} \underbrace{\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2}_4 - \underbrace{\left(-\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)}_5. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Уравнения (3.74) и (3.75) представляют баланс полной кинетической энергии и кинетической энергии среднего движения соответственно.

Рассмотрим более подробно физический смысл слагаемых уравнения (3.75). Слагаемое 1 описывает локальное изменение плотности кинетической энергии среднего движения во времени. Слагаемое 2 означает изменение плотности потока энергии за счет: 1) непосредственного переноса $\mathcal{E}_s$ осредненным движением (втекание и вытекание энергии через границы выделенного объема турбулентного потока), 2) работы сил давления, 3) переноса $\bar{u}_i \bar{\tau}_{ij}$, обусловленного силами внутреннего молекулярного трения,

4) аналогичного ему переноса $\overline{\rho u'_i u'_j u_i}$, обязанного действию турбулентной вязкости. Слагаемое 3 показывает изменение величины $\mathcal{E}_s$ за счет работы объемных сил. Слагаемое 4 представляет изменение кинетической энергии среднего движения за счет диссипации, вследствие чего часть этой энергии переходит во внутреннюю энергию. Последнее 5 слагаемое правой части, входящее в (3.75) со знаком минус, имеет смысл превращения энергии осредненного движения в энергию пульсационного.

В целом уравнение (3.75) показывает все основные факторы, обуславливающие изменение кинетической энергии осредненного движения произвольного объема воды турбулентного потока.

Уравнение баланса турбулентной энергии в океане получается путем вычитания уравнения (3.75) из (3.74) с учетом, что плотность энергии пульсационного движения $\mathcal{E}_\tau = \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i}$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathcal{E}_\tau}{\partial t} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mathcal{E}_\tau \bar{u}_j + \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_j u'_j} + \overline{P u'_i} - u'_i \bar{p} \frac{x_V}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right] = \\ & = \underbrace{\overline{u'_i F_i}}_3 - \bar{p} \frac{x_V}{2} \underbrace{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2}_4 + \underbrace{\left(-\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)}_5. \quad (3.76) \end{aligned}$$

Физический смысл слагаемых, входящих в это уравнение, является аналогично уравнению (3.75).

Смысл слагаемого 1 очевиден: локальное изменение плотности энергии турбулентности. Слагаемое 2 есть не что иное, как плотность потока турбулентной энергии за счет переноса энергии осредненным течением, пульсациями давления, силами молекулярной вязкости $\left(\text{слагаемое } \bar{p} \frac{x_V}{2} u'_i \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2 \right)$ и силами турбулентной вязкости (действие турбулентных пульсаций — слагаемое $\frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_j u'_j}$). Слагаемое 3 означает изменение плотности энергии турбулентности за счет работы пульсаций внешних сил. Слагаемое 4 — изменение плотности энергии турбулентности за счет диссипации турбулентной энергии под действием вязкости. Слагаемое 5 вызывает особый интерес, так как оно характеризует взаимные превращения энергии осредненного и пульсационного движений.

Если $A = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} > 0$, поток энергии направлен от осредненного движения к пульсационному, турбулентные пульсации

получают энергию от осредненного движения. Если $A < 0$, поток энергии направлен от пульсационного движения к осредненному; последнее получает энергию от турбулентных пульсаций.

В целом уравнение (3.76) характеризует все основные направления изменения плотности энергии турбулентности в выделенном объеме турбулентного потока.

Уравнение баланса энергии турбулентности дополняет уравнение Рейнольдса, накладывая еще одно ограничение на статистические характеристики турбулентности.

Если в турбулентном потоке несжимаемой жидкости отсутствуют пульсации внешних сил и через границы выделенного объема нет притока энергии турбулентности, то трансформация энергии осредненного движения является единственным источником энергии турбулентности внутри объема. В этом случае величина A , вычисленная в пределах всего объема, должна быть положительной, в уравнении (3.75) перед последним слагаемым должен быть знак минус, а в уравнении (3.76) перед последним слагаемым должен быть знак плюс. Все это будет свидетельствовать как раз о «перекачке» энергии от осредненного движения к пульсационному.

Как было показано, в турбулентных потоках в океане в основном осуществляется именно такой перенос кинетической энергии: от среднего движения к крупномасштабным турбулентным вихрям и т. д. Однако возможны случаи, когда крупно- и среднемасштабные вихри в океане получают дополнительную энергию от внешних источников. В этом случае величина A может стать отрицательной и, согласно (3.76), будет происходить перенос энергии от турбулентных пульсаций к осредненному движению. Такое явление получило название «отрицательной вязкости»; оно обнаружено в мезомасштабных вихрях в Гольф-стриме.

В последнее время предпринято несколько попыток оценить по экспедиционным данным значения некоторых слагаемых в уравнении баланса энергии турбулентности для океана и тем самым выявить роль различных факторов в балансе энергии турбулентности для процессов различных масштабов. Наибольший интерес представляет определение взаимных превращений энергии осредненного и пульсационного движений.

По данным продолжительных измерений скорости течений самописцами БПВ-2 на полигоне в Атлантическом океане в 1970 г. получено, что для ряда станций энергия турбулентности увеличивается за счет энергии среднего движения ($A > 0$). Несколько других станций показали, что энергия турбулентных пульсаций увеличивает энергию среднего потока ($A < 0$). Величина A имеет порядок 10^{-9} кг/(м · с³).

Анализ других слагаемых в уравнении (3.76) показал, что слагаемые, характеризующие перенос турбулентной энергии осредненным течением, в среднем на два порядка меньше членов,

описывающих перенос энергии пульсациями скорости. Оцениваемые члены имеют порядок 10^{-7} кг/(м · с³). Сравнение этой величины с величиной A показывает, что для процессов рассмотренных масштабов перенос энергии турбулентности за счет турбулентной вязкости преобладает над обменом энергией между осредненным и пульсационным движениями.

Уравнение баланса энергии турбулентности (3.76) позволяет подробно рассмотреть динамическое влияние стратификации вод на турбулентные процессы в океане. Особенно легко это проследить на примере горизонтально однородной турбулентности, характерной для средних устойчивых течений в океане, у которых вертикальные градиенты всех свойств намного превышают горизонтальные. Это означает, что все слагаемые в (3.76) будут зависеть лишь от вертикальной координаты. Если в первом приближении пренебречь слагаемым 2, описывающим перенос энергии турбулентности (в связи с тем, что пространственный перенос энергии в однородной турбулентности играет малую роль), то уравнение баланса энергии турбулентности примет вид

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} = -\bar{\rho} \overline{u'_3 u'_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} - \bar{\rho} \overline{u'_3 u'_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} + g \bar{\rho} \overline{u'_3} - \bar{\rho} \epsilon, \quad (3.77)$$

где для краткости через ϵ обозначена скорость диссипации энергии пульсационного движения (слагаемое 4 в уравнении (3.76)).

Уравнение (3.77) можно записать иначе:

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} = \left(-\overline{u'_3 u'_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} - \overline{u'_3 u'_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} \right) (1 - Rf) - \frac{\epsilon}{-\overline{u'_3 u'_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} - \overline{u'_3 u'_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3}}. \quad (3.78)$$

Здесь

$$Rf = \frac{g}{\bar{\rho}} \frac{-\overline{\rho' u'_3}}{\overline{u'_3 u'_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} - \overline{u'_3 u'_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3}} \quad (3.79)$$

есть безразмерное число, называемое *динамическим числом Ричардсона*. Физически оно определяет ту часть энергии турбулентных пульсаций, которая расходуется (при устойчивой стратификации) или освобождается (при неустойчивой стратификации) за счет превращения потенциальной энергии в кинетическую. Если использовать градиентную гипотезу Буссинеска—Шмидта для вертикальных потоков плотности и импульса, уравнение (3.76) и выражение (3.79) примут вид:

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial t} = K_V \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} \right)^2 \right] (1 - Rf) - \frac{\epsilon}{K_V \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} \right)^2 \right]}; \quad (3.80)$$

$$Rf = \frac{K_S}{K_V} \frac{g}{\rho} \frac{\frac{\partial \rho}{\partial x_3}}{\left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3}\right)^2} = \frac{1}{Sc_\tau} Ri, \quad (3.81)$$

где

$$Ri = \frac{g}{\rho} \frac{\frac{\partial \rho}{\partial x_3}}{\left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3}\right)^2} \quad (3.82)$$

есть обычное число *Ричардсона*, которое физически означает отношение архимедовых сил к силам инерции.

Введенные числа Rf и Ri являются, как было показано, критериями развития турбулентности в стратифицированном океане. Поскольку для мелкомасштабной турбулентности направление турбулентных потоков количества движения противоположно направлению градиента средней скорости, то члены, стоящие в скобках в уравнении баланса (3.78), всегда положительны, т. е.

$$-\overline{u_3 u_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} > 0,$$

$$-\overline{u_3 u_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} > 0.$$

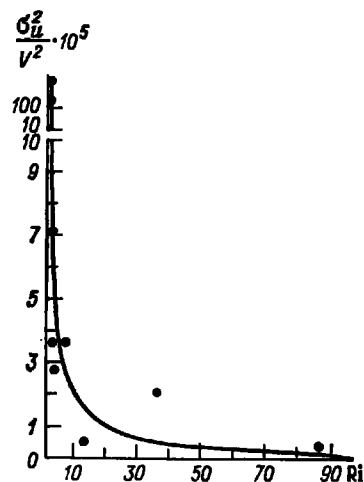


Рис. 21. Зависимость нормированных дисперсий пульсаций скорости течения от чисел Ричардсона [1].

Тогда из (3.78) совершенно очевидно, что в устойчиво стратифицированном океане:

а) для развивающейся турбулентности, $\frac{\partial \vartheta_\tau}{\partial t} > 0$, необходимо $Rf < 1$, а $Ri < Sc_\tau$;

б) для затухающей турбулентности, $\frac{\partial \vartheta_\tau}{\partial t} < 0$, необходимо $Rf > 1$, а $Ri > Sc_\tau$;

в) в случае стационарной турбулентности, $\frac{\partial \vartheta_\tau}{\partial t} = 0$, $Rf_{кр} = 1$, а $Ri_{кр} = Sc_\tau$.

Как видно, турбулентность в стратифицированном океане возможна, если $Rf_{кр} < 1$. Надежных данных, определяющих значение критического числа Ричардсона, в настоящее время еще нет. Но, согласно теории гидродинамической устойчивости, течение стратифицированной жидкости оказывается устойчивым

относительно бесконечно малых возмущений, если во всех его точках $Rf > 0,25$, следовательно, $Rf_{кр} \leq 0,25$. Рисунок 21 наглядно иллюстрирует влияние локальных условий стратификации в океане на некоторые статистические характеристики турбулентности. При этом зависимость нормированных дисперсий пульсаций скорости от локальных чисел Ричардсона аппроксимируется гиперболой вида $y = a Ri^{-1}$ ($a = 2,2 \cdot 10^{-4}$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 3

1. Беляев В. С., Озмидов Р. В., Лозовацкий И. Д. О связи параметров мелкомасштабной турбулентности с локальными условиями стратификации в океане.—«Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана», 1975, т. 11, № 7, с. 718—725.
2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 1, 1965. 639 с. Ч. 2, 1967. 720 с. М., «Наука».
3. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеиздат, 1974. 261 с.
4. Озмидов Р. В. Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане. М., «Наука», 1968. 196 с.
5. Окубо А., Озмидов Р. В. Эмпирическая зависимость коэффициента горизонтальной турбулентной диффузии в океане от масштаба явления.—«Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана», 1970, т. 6, № 5, с. 534—536.

Глава 4. Термохалинные процессы

4.1. Уравнение турбулентной теплопроводности

В преобладающем числе случаев для практических нужд интерес представляет в различной степени сглаженный ход температуры воды, а не ее мгновенные значения. Поэтому, как уже отмечалось, проводится осреднение температуры за некоторый промежуток времени, в результате которого в уравнении теплопроводности появляются члены, зависящие от произведения пульсаций скорости и температуры. Они являются следствием математической операции осреднения. С точки зрения физики пульсации следует рассматривать как кратковременные изменения направления и скорости потока, а также связанной с ними температуры относительно неизменных в пределах осреднения значений этих гидрологических элементов. Пульсации имеют случайный характер как по повторяемости, так и по величине и продолжительности. В частности, измерения зафиксировали продолжительность пульсаций от 10^{-2} с до нескольких суток. Но и эти данные ограничены сверху длительностью регистрации, а снизу — чувствительностью аппаратуры.

При рассмотрении турбулентности отмечалось, что осредненное произведение пульсаций двух элементов можно представить в виде произведения коэффициента турбулентности и градиента осредненного элемента, в данном случае — температуры. Чтобы легче было проводить оценку значимости тех или иных слагаемых в уравнении теплопроводности, пока не будем заменять пульсационные слагаемые через градиент температуры и коэффициент турбулентной теплопроводности. В таком случае осредненное уравнение теплопроводности может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{c_p \rho} \left(\frac{dQ_n}{dt} + \lambda_m \nabla^2 \theta - \frac{\partial E}{\partial z} \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'\theta'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'\theta'}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'\theta'}). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Поскольку относительные пульсации плотности воды по крайней мере на два порядка меньше относительных пульсаций температуры, что следует из уравнения состояния, то при осреднении уравнения теплопроводности пульсации плотности во внимание не принимались.

Ради краткости записи знак осреднения оставлен только над пульсационными слагаемыми, а все остальные элементы здесь и далее полагаются средними и неизменными в пределах интервала осреднения.

Уравнение (4.1) характеризует изменение потенциальной температуры воды, обусловленное: а) горизонтальной адвекцией, которая определяется вторым и третьим членами левой части уравнения; б) упорядоченными вертикальными токами, выражаемыми последним членом левой части уравнения; в) фазовыми переходами и диссипацией механической энергии (Q_{π}); г) молекулярной теплопроводностью; д) лучистым потоком тепла; е) турбулентной теплопроводностью, выражаемой последними тремя членами правой части уравнения.

Входящие в уравнение теплопроводности слагаемые весьма неоднородны по своей величине и играют неодинаковую роль в процессах различного масштаба.

Для того чтобы оценить роль каждого члена, следует преобразовать уравнение (4.1) к безразмерному виду (с индексом «б»), воспользовавшись характерными масштабами величин (с индексом «х») по соотношениям:

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_0 \theta_x, \quad t = t_0 t_x, \quad u = u_0 V_x, \\ v &= v_0 V_x, \quad w = w_0 W_x, \quad B = B_0 B_x, \\ Q_{\pi} &= Q_0 Q_x, \quad x = x_0 L_x, \quad y = y_0 L_x, \quad z = z_0 Z_x.\end{aligned}$$

При использовании этих соотношений уравнение (4.1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}& \frac{\partial \theta_0}{\partial t_0} + \frac{t_x V_x}{L_x} \left(u_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial x_0} + v_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial y_0} \right) + \frac{t_x W_x}{Z_x} w_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial z_0} = \\&= - \frac{Q_x}{c_p \rho \theta_x} \frac{dQ_0}{dt_0} + \frac{\lambda t_x}{c_p \rho L_x^2} \left(\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial y_0^2} \right) + \frac{\lambda t_x}{c_p \rho Z_x^2} \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial z_0^2} - \\&- \frac{B_x t_x}{c_p \rho \theta_x Z_x} \frac{\partial B_0}{\partial z_0} - \frac{\theta'_x t'_x V'_x}{\theta_x L_x} \left[\frac{\partial}{\partial x_0} (\overline{u'_0 \theta'_0}) + \frac{\partial}{\partial y_0} (\overline{v'_0 \theta'_0}) \right] - \\&- \frac{t'_x \theta'_x W'_x}{\theta_x Z_x} \frac{\partial}{\partial z_0} (\overline{w'_0 \theta'_0}).\end{aligned}\tag{4.2}$$

Поскольку безразмерные сомножители имеют величину порядка 1, то вклад того или другого члена определяется характерной величиной масштабных коэффициентов, т. е. зависит от масштаба рассматриваемого явления. А. С. Монин [12] предложил

выделить семь классов процессов с соответствующими интервалами по времени.

1. Мелкомасштабные явления с колебаниями температуры от долей секунды до десятков минут. Осреднение исходного уравнения теплопроводности было проведено таким образом, чтобы исключить рассмотрение изменений температуры воды в этом интервале времени. Поэтому уравнение (4.1) не пригодно для описания мелкомасштабных изменений температуры.

2. Мезомасштабные явления с изменениями гидрологических элементов продолжительностью от часов до суток и с $L_x \sim 10$ км, $Z_x \sim 10$ м. В преобладающем большинстве случаев для процессов такого масштаба $t_x V_x / L_x \sim 10^{-1}$, но в районах с большими приливо-отливными колебаниями уровня и сопровождающими их течениями этот множитель может иметь величину порядка 1. Поэтому при изучении изменений температуры моря суточного масштаба адвекцию тепла течениями можно не учитывать только в тех районах, где приливные течения не очень сильные.

Из-за малости характерной величины упорядоченных вертикальных токов в среднем имеем $t_x W_x / Z_x \sim 10^{-2}$, но в районах, где отмечаются большие приливные колебания или крупные внутренние волны, этот множитель может возрастать на 1—2 порядка. На рис. 22 видно, насколько существенны изменения температуры воды, вызванные ее вертикальными смещениями. Естественно, что эти колебания могут быть вычислены только в том случае, если в левой части уравнения теплопроводности присутствует третий член.

Действие внутренних источников и стоков тепла за счет фазовых преобразований наиболее сильно проявляется на самой поверхности океана, где в результате испарения происходит понижение температуры поверхностной пленки воды. Но, как будет показано при рассмотрении теплового баланса океана, испарение представляет собой поверхностный процесс, и поэтому оно из уравнения теплопроводности исключается, а входит в качестве одного из слагаемых в уравнение теплового баланса поверхности океана, которое используется в качестве одного из граничных условий при изучении изменений температуры воды.

Тепловой эффект других фазовых преобразований может проявляться сколь-нибудь заметным образом только при интенсивном образовании поверхностного и внутриводного льда. В первом случае тепло выделяется на нижней границе ледяного покрова, а во втором — в толще воды. В течение зимнего сезона в районах стационарных полынй Антарктики и Арктики может образовываться большая масса внутриводного льда. Отмечено, что на некоторых участках прибрежных антарктических льдов общая толщина включений внутриводного льда, накопленного за зиму, достигает нескольких десятков сантиметров и даже метра. Следовательно, при мезомасштабных процессах этот источник тепла дает вклад порядка 10^{-2} , но с увеличением масштаба явления

роль этого члена возрастает пропорционально продолжительности выделения теплоты кристаллизации.

Еще меньше выделяется тепла при диссипации механической энергии. Принимая во внимание оценки этого источника энергии [9], получим, что его вклад составляет величину порядка 10^{-4} .

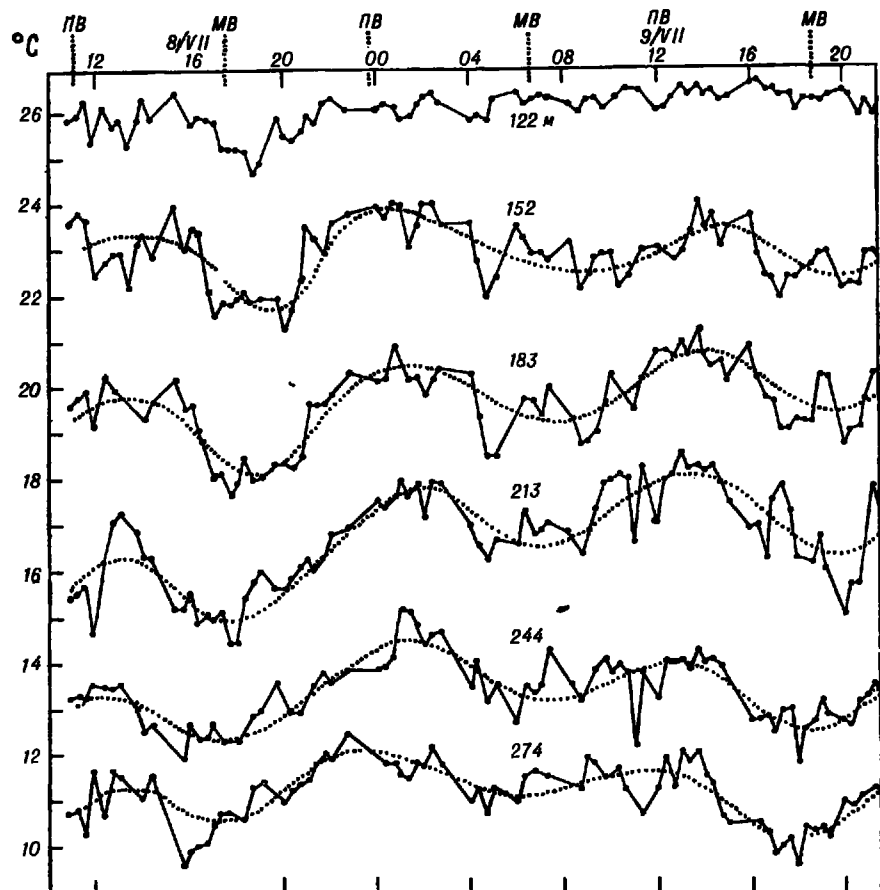


Рис. 22. Колебания температуры мезомасштабного характера на разных глубинах верхнего слоя океана [13].

Поэтому при расчетах температуры моря диссипация механической энергии в тепловую никогда во внимание не принимается.

Совершенно незначительна роль горизонтальной молекулярной теплопроводности в изменениях температуры воды рассматриваемого масштаба. Даже при $L_x \sim 1$ км этот член имеет величину порядка 10^{-8} . Также мала роль молекулярной теплопроводности в переносе тепла по вертикали. При $Z_x \sim 10$ м величина

этого члена имеет порядок 10^{-4} . По сравнению с ними вклад турбулентного переноса тепла неизмеримо больше. Так, при $V'_x \sim W'_x \sim 10^{-1}$ см/с и $\theta'_x \sim 10^{-1}$ град величина членов, учитывающих горизонтальный турбулентный перенос тепла, составляет 10^{-3} , а вертикальный 10^0 в верхнем слое океана. В глубинных слоях океана со слабым течением и малыми пульсациями температуры и скорости роль турбулентного переноса тепла сильно убывает.

Поглощение лучистого тепла в океане довольно существенно влияет на его температуру. В пределах верхних 10 м, где происходит наиболее интенсивное

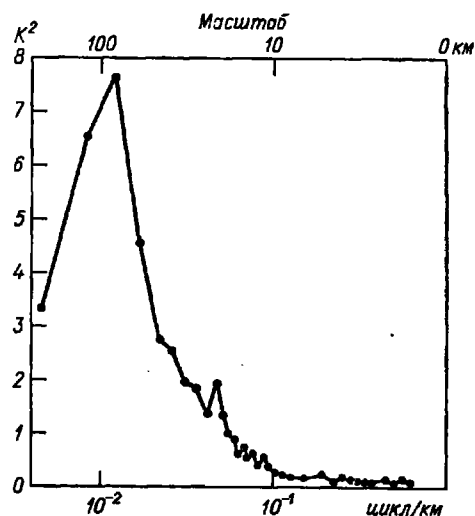


Рис. 23. Спектр флуктуаций температуры воды в Ионическом море летом 1968 г. [12].

поглощение коротковолновой радиации, этот член имеет величину порядка 10^{-4} . На больших глубинах энергия проникшей коротковолновой радиации становится ничтожно малой, и ее влияние на изменение температуры воды обычно во внимание не принимается.

Поскольку в процессах рассматриваемого масштаба вертикальные смещения воды невелики, то для них адиабатическую поправку можно считать линейно пропорциональной глубине: $\theta = T(1 + \gamma_a z)$. В этом случае вклад адиабатических изменений температуры определится параметром

$$\frac{t_x W_x \gamma_a}{(1 + \gamma_a Z_x)} \sim 10^{-4}. \quad (4.3)$$

3. Синоптическая изменчивость с периодами от нескольких суток до нескольких десятков суток. При этом пространственные масштабы процесса можно полагать $L_x \sim 10^2$ км, $Z_x \sim 5 \cdot 10$ м. Эта изменчивость гидрологических элементов прежде всего заключается в неперiodическом формировании в океане вихрей с масштабами порядка 100 км. Изменения поверхностной температуры в районах меандров таких течений, как Гольфстрим и Куроисио, могут достигать нескольких градусов. Полагают, что это основной вид изменчивости вод Мирового океана. О ее интенсивности можно судить по спектру флуктуаций температуры (рис. 23). Оценка порядков величин членов, входящих в уравнение (4.2), показывает, что $t_x W_x / L_x \sim 1$, $t_x W_x / Z_x \sim 10^{-1}$, т. е. го-

ризонральная адвекция тепла играет важную роль в изменениях температуры воды рассматриваемого масштаба. Существенно возрастает роль упорядоченных вертикальных потоков.

Перенос тепла посредством горизонтальной турбулентности примерно на порядок меньше адвективного, и поэтому часто во внимание не принимается. Вертикальный турбулентный перенос тепла имеет величину порядка 1 и, так же как в мезомасштабных процессах, играет основную роль. В поверхностном слое океана возрастает вклад радиационных изменений температуры. Величина соответствующего члена в уравнении притока тепла возрастает до значений порядка 10^{-1} .

Вклад адиабатического изменения температуры воды по-прежнему остается небольшим, так как упомянутый выше параметр (4.3) имеет величину 10^{-3} .

Таким образом, при изучении и расчетах изменчивости температуры океанов и морей синоптического масштаба в уравнении (4.1) могут не учитываться молекулярная теплопроводность и источники тепла Q_{κ} , а глубже поверхностного слоя и поглощение радиации.

4. Сезонные изменения температуры вод Мирового океана, обусловленные соответствующей периодичностью в поступлении радиации и в обмене другими видами энергии с атмосферой. Можно полагать, что горизонтальный масштаб возрастает на порядок, а Z_{κ} увеличивается до 10^2 м. Адвекция тепла течениями в процессах такого масштаба играет весьма существенную роль, так как $t_{\kappa}V_{\kappa}/L_{\kappa} \sim 1$. В большинстве случаев горизонтальный турбулентный перенос тепла вследствие меньшей изменчивости средней скорости течения оказывается примерно на порядок меньше адвективного.

Возрастает роль упорядоченного вертикального переноса тепла в основном из-за увеличения продолжительности действия этого фактора. Если при смене сезонов нет изменения направления вертикальной скорости, то $t_{\kappa}W_{\kappa}/Z_{\kappa} \sim 1$. В других случаях вклад этого члена может быть существенно меньше.

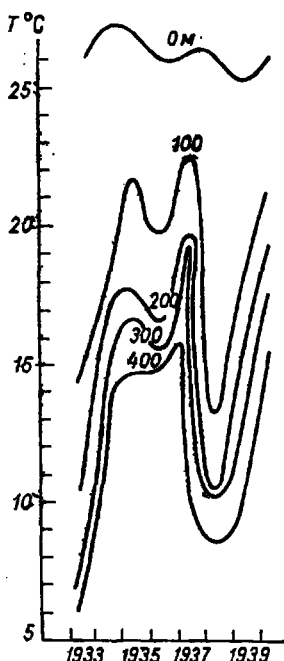
Вертикальное турбулентное перемешивание, как и в рассмотренных масштабах изменчивости, является основным механизмом распространения тепла по вертикали. В верхних слоях океана, особенно при возникновении конвекции, $\theta' t_{\kappa} W'_{\kappa} / Z_{\kappa} \theta_{\kappa}$ имеет величину порядка 10. В глубинных слоях океана этот множитель значительно меньше. Поток радиации в верхних слоях океана для данного масштаба процессов имеет величину порядка 1. Но если рассматривать среднюю толщину Мирового океана, то величина этого члена убывает примерно на два порядка.

В районах интенсивного образования внутриводного льда за сезон может выделяться достаточно большая теплота. Это приводит к тому, что $\frac{Q_{\kappa}}{c_p \rho \theta_{\kappa}} \sim 10^{-1}$. Все же этот член примерно на

порядок меньше адвективного. Поэтому этот источник тепла следует учитывать, если течение практически отсутствует.

Приток тепла за счет диссипации механической энергии в тепловую за год остается еще на два порядка меньше притока лучистой энергии.

Если по-прежнему принять адиабатический градиент температуры постоянным, несмотря на то что вода за сезон или за год



может по вертикали сместиться на несколько сотен метров, то порядок величины члена, учитывающего этот процесс, будет равен 10^{-2} . Поэтому даже при рассмотрении сезонной изменчивости допустима замена потенциальной температуры в уравнении (4.1) на T .

5. Междугодовая изменчивость температуры, под которой понимается изменение теплового состояния всего Мирового океана либо отдельных океанов и морей от года к году. Примерами процессов с колебаниями температуры такого масштаба являются автоколебания северной ветви Гольфстрима с периодом около 3,5 года и квазидвухлетние явления «Эль-Ниньо». Один из примеров таких изменений температуры воды приведен на рис. 24.

Рис. 24. Междугодовые колебания температуры воды на разных глубинах в Тихом океане (35—36° с. ш., 150—151° в. д., август) [12].

В соответствии с пространственно-временным масштабом процессов основную роль в уравнении (4.2) должна играть адвекция тепла, для которой $O\left(\frac{t_x V_x}{L_x}\right) \sim 10^0$, а также вертикальные упорядоченный и турбулентный потоки тепла, у которых масштабный множитель такого же порядка.

6. Внутривековая изменчивость температуры с периодом в десятки лет, охватывающая большие пространства Мирового океана.

При исследовании процессов рассматриваемого масштаба следует, по-видимому, учитывать в уравнении теплопроводности адвекцию тепла горизонтальными и вертикальными упорядоченными потоками, а также вертикальный турбулентный теплообмен, так как эти члены, как и при междугодовой изменчивости, должны быть наибольшими.

7. Межвековая изменчивость температуры с периодом в сотни лет, охватывающая целые океаны или значительные их

части. Можно отметить изменения температуры Атлантического океана с XVII в., когда его северная часть у Исландии была на 1°C холоднее, а Саргассово море на $2\text{--}3^{\circ}\text{C}$ теплее, чем в настоящее время. По-видимому, и для этого масштаба явлений основную роль играет адвекция тепла и теплообмен с атмосферой.

Оценка масштабных множителей в уравнении теплопроводности позволяет выяснить роль того или иного члена в изменении температуры соответствующего масштаба. Вследствие того что составляющие скоростей движения воды, источники и стоки тепла для естественных условий всегда определяются с некоторыми ошибками, малые члены в уравнении теплопроводности не следует принимать во внимание, так как их вклад может быть меньше искажений, вызванных упомянутыми ошибками. Также следует полагать теплоемкость воды постоянной, не делая различия между ее значениями при постоянном объеме и давлении. В большинстве случаев можно также вместо θ использовать T .

4.2. Уравнение теплового баланса

Уравнение теплового баланса представляет собой одну из форм закона сохранения энергии. Различают уравнение теплового баланса некоторого слоя моря толщиной h и уравнение баланса некоторой поверхности. Чаще всего в качестве последней выбираются поверхности раздела моря с атмосферой и литосферой. Для получения уравнения теплового баланса некоторого слоя уравнение теплопроводности, в котором не принимаются во внимание малые члены, умножается на плотность воды и суммируется с уравнением неразрывности (2.27), умноженным на температуру. Далее полученное выражение интегрируется по z в пределах выделяемого слоя от глубины z_1 до глубины z_2 :

$$\begin{aligned} \int_{z_1}^{z_2} c \frac{\partial T_p}{\partial t} dz = & \int_{z_1}^{z_2} \frac{dQ_n}{dt} dz - \int_{z_1}^{z_2} c \left[\frac{\partial T_{up}}{\partial x} + \frac{\partial T_{vp}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u' T'}) + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho v' T'}) \right] dz + \int_{z_1}^{z_2} \lambda_n \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] dz + \\ & + c\rho \left[wT + \overline{w' T'} - \lambda_n \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{z_1}^{z_2} + B \Big|_{z_1}^{z_2}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

В левой части полученного выражения представлено изменение теплосодержания столба воды единичного сечения толщиной $h = z_2 - z_1$. Чаще всего в практике определяется изменение теплосодержания либо некоторого поверхностного слоя моря и тогда $z_1 = 0$, либо всей толщи моря и тогда в качестве z_2 принимают глубину до дна H . В правой части выражения (4.4) представлены притоки и оттоки тепла, обусловленные в последовательном порядке действием внутренних источников тепла,

горизонтальным переносом упорядоченной адвекции, турбулентностью и молекулярным теплообменом, переносом тепла по вертикали упорядоченными токами, турбулентным и молекулярным перемешиванием; поглощением лучистой энергии. Перенос тепла горизонтальной молекулярной теплопроводностью в приведенном уравнении теплового баланса мал при всех масштабах процессов и далее учитываться не будет.

Обычно изучают не мгновенную скорость изменения теплосодержания выделенного слоя воды, которую довольно трудно получить по данным наблюдений, а величину изменения теплосодержания за некоторый период времени $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Чтобы получить уравнение теплового баланса для этого отрезка времени, достаточно каждый член выражения (4.4) умножить на dt и проинтегрировать по времени в указанных пределах. При этом следует иметь в виду сравнительно слабую изменчивость объемной теплоемкости воды c_p , а для поверхностного слоя моря — малость вертикального молекулярного теплового потока по сравнению с турбулентным, быстрое поглощение радиации и уменьшение упорядоченной вертикальной скорости при приближении к поверхности моря. В общем виде изменение теплосодержания поверхностного слоя моря толщиной h за отрезок времени Δt характеризуется выражением

$$\begin{aligned} \int_0^h c_p (T_{j+1} - T_j) dz = & \int_0^h (Q_{j+1} - Q_j) dz - \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^h c \left[\frac{\partial T u_p}{\partial x} + \frac{\partial T v_p}{\partial y} + \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho T' u'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho T' v'}) \left. \right] dz dt + \int_{t_j}^{t_{j+1}} c \{ (T w_p)_0 - (T w_p)_h + \\ & + (\overline{\rho T' w'})_0 - (\overline{\rho T' w'})_h \} dt + \int_{t_j}^{t_{j+1}} (E_0 - E_h) dt. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Для того чтобы получить уравнение теплового баланса не столба единичного сечения, а целой акватории площадью Π , достаточно выражение (4.5) умножить почленно на элементарную площадку $d\Pi$ и проинтегрировать по всей площади, при этом следует иметь в виду возможное пространственное изменение толщины слоя h :

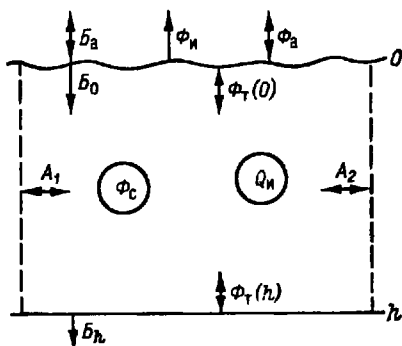
$$\begin{aligned} \int_{\Pi} \int_0^h c_p (T_{j+1} - T_j) dz d\Pi = & \int_{\Pi} \int_0^h (Q_{j+1} - Q_j) dz d\Pi - \\ & - \int_{\Gamma} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^h c_p (uT + vT)_r dz dt d\Gamma + \int_{\Pi} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \{ c_p [(T w + \overline{T' w'})_0 - \\ & - (T w + \overline{T' w'})_h] + (E_0 - E_h) \} dt d\Pi. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Второй член правой части уравнения обозначает горизонтальные адвективный и турбулентный потоки тепла на границе выделенной области длиной Γ , появившиеся при интегрировании членов, характеризующих адвективный и турбулентный перенос тепла по горизонтали. Общее схематическое представление всех основных потоков тепла представлено на рис. 25.

Наибольший вклад внутренних источников тепла имеет место в замерзающих морях, где при образовании льда выделяется значительное количество тепла. При этом роль теплоты от внутриводного льда оказывается малой, так как он образуется чаще

Рис. 25. Схема притоков и стоков тепла.

Φ_0 — изменение теплосодержания слоя воды; $Q_{\text{в}}$ — внутренние источники тепла; $A_{1,2}$ — перенос тепла течениями и горизонтальной турбулентностью; B_a — радиационный баланс поверхности выделенной части океана; B_0 — поток лучистой энергии под поверхностью океана; B_h — поток лучистой энергии на глубине h ; $\Phi_{\text{и}}$ — затраты тепла на испарение воды; Φ_a — турбулентный теплообмен океана с атмосферой; $\Phi_{\text{т}}$ — вертикальный турбулентный поток тепла в океане.



всего в районах полыней и разводей, доля которых в общей площади акватории обычно мала. Существенное влияние теплоты, выделяемой при образовании поверхностного морского льда или расходуемой при его таянии.

В уравнениях (4.4) — (4.6) тепловое влияние атмосферы в явном виде не фигурирует. Оно проявляется через вертикальный турбулентный поток тепла, который связан с атмосферными потоками тепла уравнением теплового баланса морской поверхности. Чтобы последнее получить, нужно просуммировать все тепловые потоки, приходящие и уходящие от этой поверхности:

$$\frac{dQ_{\text{в}}}{dt} - \left(\lambda_{\text{м}} \frac{\partial T}{\partial z} - c \rho \overline{w' T'} \right)_{z=0} + B_0 = \left(\lambda_{\text{а}} \frac{\partial T_{\text{а}}}{\partial z} - c_{\text{а}} \rho_{\text{а}} \overline{w'_{\text{а}} T'_{\text{а}}} \right)_{z=0} + B_{\text{а}}. \quad (4.7)$$

Индекс «а» обозначает параметры воздуха, $B_{\text{а}}$ — радиационный баланс поверхности океана.

При такой форме записи поток тепла считается положительным, если он направлен от поверхности в глубь океана, т. е. прогревает его, и отрицательным, если он направлен к поверхности океана или вверх в атмосферу.

Первый член уравнения, характеризующий вклад внутренних источников тепла, обусловлен в основном фазовыми преобразованиями влаги на морской поверхности: испарением, конденсацией, замерзанием воды. Некоторое тепловое влияние могут

оказывать различные биохимические процессы, но интенсивность энергетических преобразований при этом бывает неизмеримо меньше, чем при фазовых переходах, и они в данное уравнение теплового баланса не включаются.

Поскольку затраты тепла на испарение или выделение теплоты при конденсации влаги на морской поверхности пропорциональны вертикальному потоку влаги H , выражение которого аналогично вертикальному потоку тепла, если в нем температуру заменить удельной влажностью q , а теплопроводность — коэффициентом молекулярной диффузии водяного пара κ_q ,

$$H = - \left(\kappa_q \rho_a \frac{\partial q}{\partial z} - \rho_a \overline{w'_a q'} \right)_{z=0}. \quad (4.8)$$

При этом преобразования тепловой энергии, связанные с испарением или конденсацией, выражаются формулой

$$\frac{dQ_n}{dt} = L_n H = - L_n \rho_a \left(\kappa_q \frac{\partial q}{\partial z} - \overline{w'_a q'} \right)_{z=0}, \quad (4.9)$$

где $L_n = 2500$ Дж/г — удельная теплота испарения.

В случае образования льда на поверхности моря также происходит выделение тепла, пропорциональное удельной теплоте кристаллизации $L_k = 335$ Дж/г и скорости замерзания массы воды M :

$$\frac{dQ_k}{dt} = L_k \frac{dM}{dt}. \quad (4.10)$$

Но, как только сформируется лед некоторой конечной толщины h , уравнение (4.7) уже не может быть применено. Оно должно быть преобразовано в уравнение теплового баланса либо всего слоя льда, либо его верхней или нижней поверхностей, граничащих с воздухом и водой.

После замены dQ_n/dt для открытого океана выражением (4.9) уравнение теплового баланса принимает вид

$$\begin{aligned} L_n \rho_a \left(\kappa_q \frac{\partial q}{\partial z} - \overline{w'_a q'} \right)_{z=0} + \left(\lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial z} - c_a \rho_a \overline{w' T'} \right)_{z=0} + B_a = \\ = - \left(\lambda_w \frac{\partial T}{\partial z} - c \rho \overline{w' T'} \right)_{z=0} + B_0. \end{aligned} \quad (4.11)$$

В дальнейшем ради краткости записи компоненты этого уравнения, в которые входят вертикальные потоки тепла и пара, будем обозначать соответственно Φ_n , Φ_a , Φ_T .

Уравнение теплового баланса океанической поверхности, как и слоя, может быть записано для некоторого интервала времени и какой-то площади. В этом случае уравнение (4.11) нужно проинтегрировать по соответствующему отрезку времени и выбранной площади.

Уравнение (4.11) связывает вертикальный поток тепла в воде у морской поверхности с потоками тепла и водяного пара в ат-

мосфере, с лучистыми потоками, и в преобладающем большинстве случаев трудноопределяемый поток Φ_r выражают через потоки тепла и пара в приводном слое атмосферы. При всех определениях теплового баланса больших акваторий исходили из этой связи, и непосредственное измерение Φ_r производилось лишь с целью проверки правильности нахождения компонентов уравнения теплового баланса. Эта же связь между компонентами позволяет использовать уравнение (4.11) в качестве граничного условия при решении уравнения теплопроводности для моря.

Уравнение теплового баланса на дне океанов и морей составляется так же, как и для границы раздела с атмосферой. Как правило, в нем фигурируют только два члена: поток тепла в воде у дна

$$\Phi_H = \left(\lambda_m \frac{\partial T}{\partial z} - c \rho \overline{w' T'} \right)_H \quad (4.12)$$

и вертикальный поток тепла в грунте, зависящий от его теплопроводности λ_r и градиента температуры T_r ,

$$\Phi_r = \left(\lambda_r \frac{\partial T_r}{\partial z} \right)_H. \quad (4.13)$$

Поскольку в слое дна нулевой толщины не может происходить изменения теплосодержания, то один из перечисленных потоков компенсируется вторым, и уравнение теплового баланса может быть записано в виде

$$\left(\lambda_m \frac{\partial T}{\partial z} - c \rho \overline{w' T'} \right)_H = \lambda_r \frac{\partial T_r}{\partial z}. \quad (4.14)$$

Несмотря на сравнительную математическую простоту и малое количество членов уравнения теплового баланса дна, имеется чрезвычайно мало сведений относительно характера движения воды в придонных слоях, о значениях турбулентных пульсаций температуры и скорости. Еще меньше имеется сведений о потоке тепла в грунте. В среднем он оценивается в 10^{-2} Вт/см², т. е. этот поток дает очень небольшой вклад в тепловой баланс океана.

4.3. Закономерности теплообмена океана с атмосферой

Теплообмен между океаном и атмосферой происходит посредством лучистого, турбулентного и молекулярного потоков тепла, а также за счет преобразований энергии при фазовых переходах воды. Взаимосвязь всех потоков тепла выражена уравнением теплового баланса (4.11). Результирующий поток тепла между поверхностью океана и нижележащими слоями воды, обусловленный как проникновением лучистых потоков в глубь моря, так

и перемешиванием воды или молекулярной теплопроводностью, непосредственно измерить чрезвычайно сложно. Удастся лишь с помощью специально приспособленного пиранометра измерить проникшую в океан радиацию. Определение же турбулентного потока тепла по измеренным пульсациям вертикальной скорости течения и температуры представляет очень трудную задачу. Поэтому чаще всего суммарный теплообмен океана с атмосферой определяют как остаточный член уравнения теплового баланса,

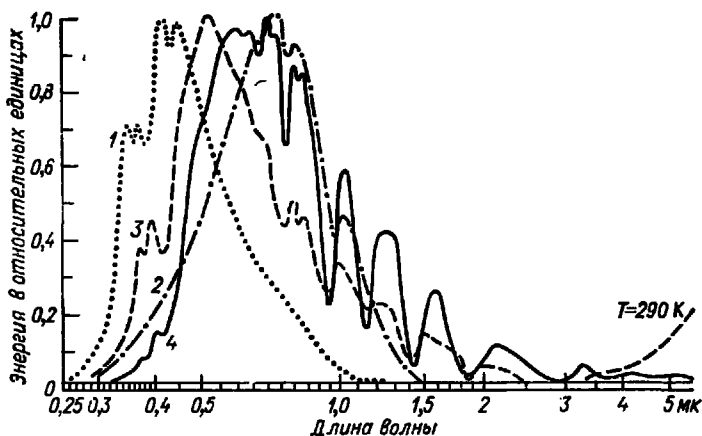


Рис. 26. Спектр коротковолновой радиации (по Ю. Д. Янишевскому [10]).

1 — рассеянная радиация безоблачного неба; 2 — рассеянная радиация пасмурного неба; 3 — прямая радиация при $m=1,4$; 4 — прямая радиация при $m=4$.

равный сумме радиационного баланса, теплообмена с атмосферой и затрат тепла на испарение. Однако и эти потоки тепла не всегда удастся измерить, и в преобладающем числе случаев их приходится вычислять по данным стандартных метеорологических наблюдений. При этом необходимо учитывать структуру тепловых потоков и ее изменчивость.

Поступающий на океаническую поверхность поток лучистой энергии представляет собой спектр волн различной длины и энергии, меняющийся с изменением атмосферных условий и высоты Солнца. Этот спектр волн принято подразделять на коротковолновую область, в которую входит прямая и рассеянная атмосферой солнечная радиация, и длинноволновую область, которая формируется в основном излучением атмосферы. На рис. 26 показано распределение энергии в спектре прямой радиации при различной высоте Солнца, характеризуемой длиной пути, проходимого солнечным лучом в атмосфере, по отношению к зенитному ($m=1$). На этом же рисунке приведены спектры рассеянной радиации облачного и пасмурного неба. Видно, что распределение энергии в спектре зависит как от состояния атмосферы,

так и от длины пути, пройденного лучом света в атмосфере, т. е. от высоты Солнца.

Существенна зависимость и длинноволновой части спектра от состояния атмосферы: ее температуры, влажности, облачности, содержания аэрозолей и т. д. В большинстве задач, связанных с энергией океана, важно знать не распределение радиации по спектру, а суммарное ее значение. Принято выделять радиацию коротковолновой части спектра Q_k и длинноволновой Q_d . На внешней границе атмосферы поток прямой солнечной радиации, поступающей на перпендикулярную солнечным лучам площадку, равен $1,34 \text{ кВт/м}^2$. Это значение называется *солнечной постоянной*. В результате поглощения и рассеяния радиации даже в безоблачной атмосфере происходит общее ослабление лучистого потока тепла, которое может быть вычислено с помощью довольно громоздких и сложных формул.

Определение поступающего к поверхности океана потока коротковолновой радиации облегчается тем, что его суммарное значение за некоторый промежуток времени в случае безоблачного неба для каждого конкретного района меняется не очень сильно. Поэтому обычно по данным наблюдений составляются таблицы *возможной радиации* Q_0 , т. е. суммы прямой и рассеянной радиации при ясном небе, поступающей на горизонтальную поверхность. Значение этого лучистого потока в зависимости от сезона и географической широты может меняться от 0 до 1 кВт/м^2 .

Поток длинноволновой радиации при ясном небе Q_n очень сильно зависит от вертикального распределения в атмосфере водяных паров, углекислого газа, озона, аэрозолей и их температуры. Поэтому теоретические формулы, как и при расчетах коротковолновой радиации, весьма сложны и не всегда обеспечиваются необходимыми исходными данными. Эти трудности заставляют во многих случаях прибегать к использованию приближенных или эмпирических формул, устанавливающих связь между длинноволновым излучением атмосферы и приземными значениями абсолютной температуры T_k и упругости водяных паров e :

$$Q_n = \sigma T_k^4 (a + b \sqrt{e}), \quad (4.15)$$

где $\sigma = 5,673 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град}^4)$ — постоянная Стефана—Больцмана; a и b — экспериментальные коэффициенты, меняющиеся в зависимости от места и времени ($0,34 < a < 0,66$; $0,03 < b < 0,09 \text{ мбар}^{-1}$).

Влияние облачности на лучистые потоки учитывается в большинстве расчетов также с помощью эмпирических множителей, включающих количество облаков N_0 в баллах или долях единицы. Коротковолновую радиацию облачность, как правило, уменьшает, и доходящая до поверхности океана сумма прямой

и рассеянной радиации, т. е. *суммарная радиация*, выражается формулой

$$Q = Q_0(1 - c_k N_0). \quad (4.16)$$

Длинноволновое же излучение атмосферы при облачном небе обычно возрастает из-за большей излучательной способности облаков, чем воздуха:

$$Q_\lambda = Q_\lambda(1 + c_\lambda N_0). \quad (4.17)$$

Эмпирические коэффициенты c_k и c_λ не остаются постоянными, а довольно существенно меняются во времени и в пространстве ($0,3 < c_k < 0,8$; $0,05 < c_\lambda < 0,4$). Они сильно зависят также от вида и высоты облаков и поэтому часто подразделяются на несколько коэффициентов, для каждого яруса облачности.

Вследствие сравнительно невысокой точности эмпирических формул предпочитают инструментальные методы определений суммарной радиации с помощью пиранометров и длинноволновой лучистой энергии с помощью пиргеометров.

Поступающая на водную поверхность радиация частично отражается, а остальная доля проникает в океан, рассеиваясь там и поглощаясь. Характер отражения, рассеивания и поглощения лучистой энергии океаном зависит от его состояния и длины волны радиации. В преобладающем большинстве энергетических расчетов используется не спектральная характеристика отражательно-поглощательной способности океана, а суммарная для двух областей спектра: для коротковолновой и длинноволновой.

Как известно, под отражательной способностью океана — *альбедо* A — понимают отношение отраженной и вышедшей из воды рассеянной радиации к поступившей. Суммарное альбедо океана для длинноволновой радиации $A_\lambda \approx 0,04$ и сравнительно слабо меняется. Гораздо сильнее меняется альбедо океана для суммарной радиации A . Оно определяется в первую очередь углом падения луча света на водную поверхность φ_n . Альбедо спокойного моря для прямой солнечной радиации, вычисленное по формуле Френеля

$$A_\varphi = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\varphi_n - \varphi_0)}{\sin^2(\varphi_n + \varphi_0)} + \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi_n - \varphi_0)}{\operatorname{tg}^2(\varphi_n + \varphi_0)} \right] \quad (4.18)$$

(φ_0 — угол преломления радиации), меняется от 0,02 при Солнце в зените до 1, т. е. полного отражения, при восходе или заходе Солнца.

Волнение изменяет φ_n и существенно уменьшает диапазон значений альбедо, приводя к его возрастанию при большой высоте Солнца и уменьшению — при малой (табл. 7).

Вторая слагаемая суммарной радиации — рассеянная радиация — поступает на водную поверхность под всевозможными углами, но интенсивность лучей различных направлений может меняться в зависимости от распределения облачности по небесному

своду и от высоты Солнца. Поэтому альbedo поверхности океана для этого потока лучистой энергии также не постоянно и меняется в пределах от 0,05 до 0,11.

Таблица 7

Альbedo прямой радиации взволнованного
и спокойного моря [10]

Высота Солнца, град	Альbedo, %	
	при волнении	спокойное море
90	13,1	2,1
60	3,8	2,2
30	2,4	6,2

Таким образом, альbedo водной поверхности для суммарной радиации меняется в зависимости от высоты Солнца, соотношения прямой и рассеянной радиации, волнения. Кроме того, на альbedo оказывает влияние прозрачность моря. Наблюдения показывают, что уменьшение прозрачности моря несколько увеличивает альbedo при малой высоте Солнца и уменьшает — при большой. Поэтому наиболее надежными будут данные, измеренные с помощью альбедометров.

При определении общего потока лучистой энергии, поглощаемой океаном, следует иметь в виду, что вода, как любое физическое тело, излучает энергию пропорционально четвертой степени ее абсолютной температуры. Излучательная способность воды δ_d очень близка к излучательной способности абсолютно черного тела, отличаясь на альbedo $\delta_d = 1 - A_d$. Поэтому излучение океанической поверхности $Q_{изл}$ равно

$$Q_{изл} = \delta_d \sigma T_K^4. \quad (4.19)$$

Общий приток лучистой энергии, поглощенной океаном, т. е. его *радиационный баланс* B_a , представляется суммой перечисленных потоков с учетом их направления:

$$B_a = Q(1 - A) + \delta_d (Q_d - \sigma T_K^4). \quad (4.20)$$

При определении радиационного баланса поверхности океана следует иметь в виду, что длинноволновая радиация поглощается в чрезвычайно тонком поверхностном слое воды, практически самой поверхностью. Коротковолновая же радиация проникает более глубоко, ослабевая за счет поглощения и рассеивания по экспоненциальному закону, с коэффициентом ослабления α_λ , зависящим от длины волны света:

$$Q_\lambda(z) = Q_\lambda(0) e^{-\alpha_\lambda z}. \quad (4.21)$$

Поскольку красная часть спектра суммарной радиации поглощается в довольно тонком слое и, по данным С. Г. Богуславского [1], уже в пределах верхнего сантиметрового слоя коротковолновая радиация ослабевает в среднем на 20%, то при записи уравнения радиационного баланса поверхности океана часто используется выражение

$$B = B_a - B_0 = Q(1 - A)(1 - \delta_k) + \delta_k(Q_k - \sigma T_k^4), \quad (4.22)$$

где $\delta_k \approx 0,2$ — поглощение коротковолновой радиации поверхностным слоем океана.

Длинноволновая часть радиационного баланса океана, называемая *эффективным излучением* Q_0 , как правило, отрицательная, суммарная же радиация не бывает отрицательной. Поэтому их соотношение определяет знак радиационного баланса. Ночью и зимой в полярных районах он становится отрицательным, в остальное же время он повсюду положительный.

Определение турбулентного теплообмена океана с атмосферой и затрат тепла на испарение по измеренным пульсациям соответствующих метеорологических элементов представляет собой весьма трудоемкую и сложную работу, требующую использования чувствительной аппаратуры. Поэтому пульсационные измерения потоков тепла и водяного пара проводятся лишь в специальных исследованиях или как контрольные. Другой аппаратуры для непосредственного измерения этих турбулентных потоков пока не имеется.

В стандартных же расчетах турбулентных потоков тепла и водяного пара осуществляется переход от пульсаций метеорологических элементов к их осредненным значениям так же, как это отмечено в главе 3, т. е. используется предположение, что турбулентные потоки аналогичны молекулярным, но с большими коэффициентами турбулентной теплопроводности K_T и диффузии K_q :

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_a}{c_a \rho_a} &= -\overline{w_a' T_a'} = K_T \frac{\partial T_a}{\partial z}; \\ \frac{H}{\rho_a} &= -\overline{w_a' q'} = K_q \frac{\partial q}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Знаки правых частей формул выбраны таким образом, чтобы потоки оказывались положительными, если они направлены к поверхности океана при ориентировании оси z вверх.

Как и при всяких расчетах турбулентных потоков, основная трудность заключается в определении коэффициентов. В тех случаях, когда турбулентное перемешивание обусловлено действием только динамических факторов, выражаемых через дина-

мическую скорость $v_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_a}}$, коэффициент турбулентности

будет функцией от этой скорости v_* и размера турбулентных вихрей, пропорционального расстоянию z от поверхности океана. В соответствии с теорией размерностей выражения, определяющие коэффициенты турбулентности в зависимости от перечисленных факторов, будут иметь вид

$$\begin{aligned} K_T &= \alpha_T \kappa v_* z; \\ K_q &= \alpha_q \kappa v_* z. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Здесь α_T и α_q — параметры, характеризующие соотношение между указанными коэффициентами турбулентной теплопроводности, диффузии и коэффициентом турбулентной вязкости K_V . Они обратны рассмотренным в главе 3 числам Pr_T и Sc_T . Знание этих параметров позволяет вычислять K_T и K_q по более легко определяемому K_V .

В приводном слое атмосферы толщиной в несколько десятков метров обычно не бывает существенных источников и стоков тепла и влаги. Поэтому вертикальные потоки этих субстанций в приводном слое атмосферы практически не меняются с высотой. Это обстоятельство позволяет проинтегрировать по z выражения (4.23), перенеся предварительно K_T и K_q в их левые части и представив коэффициенты турбулентности формулами (4.24):

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_a}{c_a \rho_a \alpha_T \kappa v_*} \ln \frac{z_1}{z_0} &= T_a(z_1) - T_a(z_0); \\ \frac{H}{\rho_a \alpha_q \kappa v_*} \ln \frac{z_1}{z_0} &= q(z_1) - q(z_0). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Формулы (4.25) показывают, что потоки тепла и водяного пара между океаном и атмосферой зависят от разности температур и влажности воздуха соответственно на двух уровнях, а также от динамической скорости v_* . Последняя легко находится по скорости ветра из выражения для потока количества движения, аналогичного формулам (4.23):

$$\frac{\tau}{\rho_a} \equiv v_*^2 = \overline{W'_a V'_a} = K_V \frac{\partial V_a}{\partial z}. \quad (4.26)$$

Поскольку в пределах приводного слоя атмосферы τ по высоте не меняется, а $K_V = \kappa v_* z$, то интегрирование по z уравнения (4.26) дает

$$\frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{z_1}{z_0} = V_a(z_1) - V_a(z_0). \quad (4.27)$$

Чтобы облегчить проведение наблюдений, в качестве уровня z_0 выбирают такой, на котором из-за неровностей (шероховатости) поверхности имеют место только пульсации скорости ветра, а его среднее значение равно нулю. Уровень z_0 назван *параметром шероховатости*, и его значение в разных условиях может

меняться от долей миллиметра до нескольких сантиметров (рис. 27).

При волнении средняя скорость ветра на уровне z_0 может не обращаться в нуль, а становиться равной фазовой скорости волн c_ϕ .

После подстановки значения v_* из (4.27) в формулы (4.25) получаются окончательные выражения для расчета турбулентных потоков тепла и влаги:

$$\frac{\Phi_a}{c_a \rho_a} = \frac{\alpha_T x^3}{\ln \frac{z_1}{z_0} \ln \frac{z_2}{z_0}} [T_a(z_1) - T_a(z_0)] [V_a(z_2) - c_\phi];$$

$$\frac{H}{\rho_a} = \frac{\alpha_q x^3}{\ln \frac{z_1}{z_0} \ln \frac{z_2}{z_0}} [q(z_1) - q(z_0)] [V_a(z_2) - c_\phi]. \quad (4.28)$$

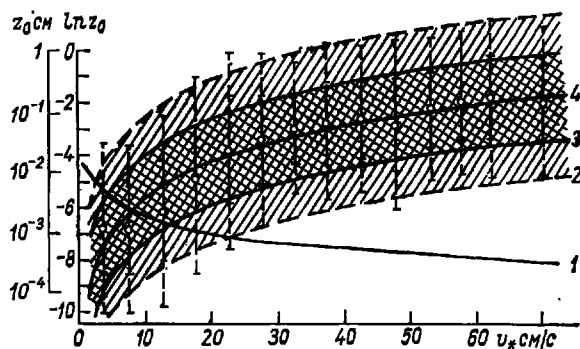


Рис. 27. Зависимость шероховатости поверхности океана от динамической скорости ветра [9].

1 — зависимость $z_0(v_*)$ для аэродинамически гладкой поверхности; 2 — границы доверительной области для вероятности 0,5; 3 — границы доверительной области для вероятности 0,8; 4 — зависимость $z_0 = \frac{0,035 v_*^2}{g}$ для взволнованной поверхности океана.

Безразмерные множители, стоящие перед квадратными скобками, часто называют числами Стентона (St) и Дальтона (Da) соответственно. Иногда эти числа называют коэффициентами теплообмена c_T и влагообмена c_q .

При измерении температуры воздуха на уровне $z_1 = 2$ м и скорости ветра на высоте $z_2 = 10$ м коэффициенты тепло- и влагообмена оказываются примерно одинаковыми; они меняются в среднем от $1 \cdot 10^{-3}$ при малых скоростях ветра до $2 \cdot 10^{-3}$ при скорости ветра, доходящей до 10—15 м/с. Такое возрастание c_T и c_q обусловлено увеличением высоты волн и шероховатости поверхности океана z_0 с ростом скорости ветра.

Следует отметить, что при расчетах потоков тепла и пара температуру воздуха на уровне z_0 обычно отождествляют с температурой поверхности океана, а влажность принимают равной насыщающей, определяемой по температуре воды.

В атмосфере, так же как в океане, при отличии вертикального профиля плотности от потенциального возникает архимедова сила, влияющая на интенсивность вертикального перемешивания и приводящая к искривлению линейного профиля коэффициента турбулентности (4.24). Относительный вклад архимедовой силы определяется динамическим числом Ричардсона Rf , представляющим собой отношение этой силы к рейнольдсовым динамическим силам:

$$Rf = \frac{g \rho'_a \overline{W'_a}}{\rho_a v_*^2 \frac{\partial V_a}{\partial z}} = z \left(\frac{z g \rho'_a \overline{W'_a}}{\rho_a v_*^3} \right) \equiv \frac{z}{L_M}. \quad (4.29)$$

Выражение в круглых скобках в пределах приводного слоя атмосферы практически не меняется с высотой и имеет размерность, обратную длине. Этот параметр был впервые получен А. С. Мониным и А. М. Обуховым, и его обратное значение было названо масштабом Монина—Обухова (L_M).

Изменение коэффициентов турбулентности за счет архимедовой силы было предложено определять в виде некоторой функции от z/L_M :

$$\begin{aligned} \frac{K_T}{a_T x v_* z} &= f_T^{-1} \left(\frac{z}{L_M} \right); \\ \frac{K_q}{a_q x v_* z} &= f_q^{-1} \left(\frac{z}{L_M} \right). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Точный вид функций f пока еще не выяснен. Известно лишь, что при нейтральной стратификации, когда Φ_a и I нулевые, $L_M = \infty$, а $f_T = f_q = 1$. При неустойчивой стратификации приводного слоя атмосферы ($\rho'_a \overline{W'_a} < 0$) и $L_M < 0$, а обе функции f меньше 1. В случае устойчивой стратификации $L_M > 0$, а f_T и f_q становятся больше 1. При значениях z/L_M порядка 10^{-2} функции f представляют в виде степенного ряда, ограничиваясь двумя первыми членами [11]:

$$f_T \approx f_q \approx 1 + \delta \frac{z}{L_M}, \quad (4.31)$$

где $\delta \approx 8$.

Такая аппроксимация приводит к формулам для вычисления потоков тепла и пара, аналогичным (4.28), но с коэффициентами тепло- и влагообмена, зависящими от стратификации:

$$\frac{c_T}{c_T^0} \approx \frac{c_q}{c_q^0} \approx \left(1 - \frac{\delta + \delta_V}{\ln \frac{z}{z_0}} \frac{z}{L_M} \right) \equiv \xi, \quad (4.32)$$

где z — высота, на которой измерены метеорологические элементы V_a , T_a , q ; $\delta_v = 4$ — параметр, аналогичный δ , но входящий в ряд функции f_v , характеризующей зависимость коэффициента турбулентной вязкости от стратификации.

Нулевые индексы при коэффициентах c_T^0 и c_q^0 свидетельствуют о том, что они справедливы для безразличной стратификации.

Из выражения (4.32) видно, что вклад архимедовой силы тем слабее, чем ниже горизонт измерений метеорологических элементов.

Это объясняется тем, что с приближением к поверхности океана усиливается ее тормозящее влияние на ветер, увеличивается вертикальный сдвиг его скорости, приво-

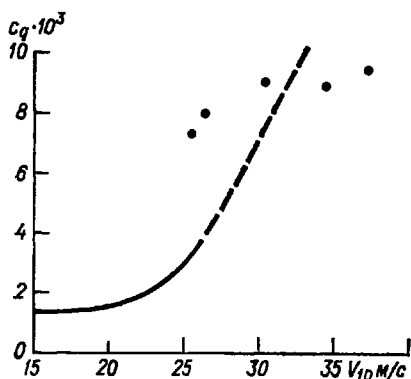


Рис. 28. Зависимость коэффициента испарения c_q от ветра при механическом отрыве капель воды [14].

Сплошная линия — расчет; пунктирная линия — экстраполяция на точки, определенные косвенным путем.

дящий к относительно большой доли динамического фактора в турбулизации потока.

В случае неустойчивой стратификации ($L_M < 0$) коэффициенты c_T и c_q возрастают по сравнению с нейтральной стратификацией и турбулентный тепло- и влагообмен океана с атмосферой усиливается. При устойчивой стратификации приводного слоя атмосферы ($L_M > 0$) происходит ослабление турбулентных потоков.

Зависимость коэффициентов тепло- и влагообмена от шероховатости поверхности океана, возможного существования ламинарных участков в ложбинах волн, нарушения логарифмичности профилей метеозадающих элементов вблизи взволнованной поверхности, влияния стратификации на интенсивность турбулентного перемешивания приводит к тому, что отдельные значения c_T и c_q для конкретных ситуаций могут на порядок отличаться от указанных выше их средних значений. Это обстоятельство нужно принимать во внимание при вычислении турбулентных потоков тепла и водяного пара.

В штормовых условиях возникает дополнительный механизм, влияющих на потоки тепла и влаги между океаном и атмосферой. Он обусловлен существенным увеличением брызг морской воды, попадающих в приводный слой воздуха и изменяющих его температуру как за счет разности температур вода—воздух, так и в результате испарения капель. При этом увеличивается поток

влаги в атмосферу. Общий коэффициент влагообмена, учитывающий отрыв ветром капель морской воды, существенно возрастает (рис. 28).

4.4. Уравнения переноса и баланса солей

Изменение солёности морской воды происходит в результате притока или оттока пресной воды и солей, какими бы факторами они ни вызывались. Из этих факторов выделяют сравнительно быстро действующие и медленные. К первым относят испарение и образование льда, уменьшающих объём пресной воды, в результате чего концентрация солей возрастает. Сток рек, выпадение осадков и таяние льдов приводит к распреснению морских вод и уменьшению их солёности.

Медленные колебания солёности Мирового океана происходят в результате общего изменения баланса вод. Например, в периоды оледенений огромные массы воды переходили в твёрдое состояние, изымаясь из влагооборота нашей планеты. По-видимому, при этом солёность океанических вод возрастала. При глобальных потеплениях поступление пресных вод от таяния льдов и снегов приводит к общему распреснению Мирового океана. Изменение массы солей происходит в меньших масштабах, чем воды. В основном соли в океан поступают с материковым стоком, с атмосферными осадками, из недр Земли. Убыль солей происходит с каплями брызг, которые уносятся ветром на материк. Некоторая часть солей при пересыщении воды выпадает в осадок или уходит в грунт при фильтрации.

Все эти процессы действуют на границах раздела воды Мирового океана с атмосферой и литосферой. В самой толще изменение солёности элементарного объёма воды происходит только в результате диффузии и характеризуется дифференциальным уравнением (2.31).

Если провести осреднение и перейти к некоторой средней по времени солёности, то, так же как в уравнении теплопроводности, появляются пульсационные слагаемые, характеризующие турбулентный перенос солей по соответствующим координатам. При осреднении можно не учитывать пульсации плотности воды из-за их малости по сравнению с относительными пульсациями скорости и солёности. Осредненное уравнение переноса солей имеет вид

$$\frac{dS}{dt} = \kappa_S \nabla^2 S - \nabla (\overline{u'S'} + \overline{v'S'} + \overline{w'S'}). \quad (4.33)$$

Соотношение между членами этого уравнения диффузии такое же, как и в уравнении теплопроводности, и зависит от масштаба процессов.

Действительно, если перейти в уравнении переноса солей к безразмерной солености S_0 , ее масштабу S_x , а также масштабировать остальные параметры, как это сделано в уравнении теплопроводности, то при использовании прямоугольных координат получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_0}{\partial t_0} + \frac{t_x V_x}{L_x} \left(u_0 \frac{\partial S_0}{\partial x_0} + v_0 \frac{\partial S_0}{\partial y_0} \right) + \frac{t_x W_x}{Z_x} w_0 \frac{\partial S_0}{\partial z_0} = \\ = \frac{x_s t_x}{L_x^2} \left(\frac{\partial^2 S_0}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 S_0}{\partial y_0^2} \right) + \frac{x_s t_x}{Z_x^2} \frac{\partial^2 S_0}{\partial z_0^2} - \\ - \frac{t_x V_x S'_x}{L_x S_x} \left[\frac{\partial}{\partial x_0} (\overline{u_0 S'_0}) + \frac{\partial}{\partial y_0} (\overline{v_0 S'_0}) \right] - \frac{t_x W_x S'_x}{Z_x S_x} \frac{\partial}{\partial z_0} (\overline{w_0 S'_0}). \quad (4.34) \end{aligned}$$

Характерные масштабы имеют такой же порядок величины, как и в уравнении теплопроводности, и так же скомбинированы. Поэтому все особенности в изменении вклада тех или других членов уравнения в зависимости от масштаба процесса, отмеченные для уравнения теплопроводности, справедливы и для уравнения переноса солей, исключая, конечно, внутренние источники тепла и радиацию.

Для получения уравнения баланса солей некоторого слоя толщиной h достаточно уравнение (4.33) умножить на ρ и сложить с уравнением неразрывности, умноженным на S , а затем результат проинтегрировать по z в пределах этого слоя. Если в качестве верхней границы слоя принять поверхность океана, то без учета молекулярной диффузии будем иметь

$$\begin{aligned} \int_0^h \frac{\partial S \rho}{\partial t} dz = - \int_0^h \left[\frac{\partial S \rho u}{\partial x} + \frac{\partial S \rho v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u' S'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{v' S'}) \right] dz + \\ + [(\rho S w + \rho \overline{S' w'})_0 - (\rho S w + \rho \overline{S' w'})_h]. \quad (4.35) \end{aligned}$$

В правую часть этого выражения выделены члены, характеризующие изменение солености слоя воды за счет горизонтальной и вертикальной адвекции, а также в результате турбулентного перемешивания воды. Определение последних, так же как для уравнения теплопроводности, представляет значительные трудности.

Поток солей у поверхности океана тесно связан с атмосферными процессами и может быть выражен через них на основании уравнения баланса солей на этой поверхности:

$$(\overline{S' w'})_0 = - \frac{S_0}{\rho} \frac{\partial M_{ж}}{\partial t}, \quad (4.36)$$

где $M_{ж}$ — приток или отток массы пресной воды за счет осадков или испарения, процессов таяния и образования льда.

Если происходит приток пресной воды, то $\frac{\partial M_{\text{ж}}}{\partial t} > 0$ и происходит уменьшение солености. Если же происходит убыль пресной воды ($\frac{\partial M_{\text{ж}}}{\partial t} < 0$), то остающиеся соли приводят к росту солености у поверхности моря.

Обычно изменение массы пресной воды в результате испарения или конденсации выражается через градиент или разность удельной влажности q и коэффициент влагообмена в воздухе. Тогда

$$(\overline{\rho w' S'})_0 = S_0 c_q \rho_a [q(z_0) - q(z_1)] [V_a(z_2) - c_\phi] - S_0 \rho \frac{\partial \tilde{h}_0}{\partial t}, \quad (4.37)$$

где $\tilde{h}_0$ — толщина выпавших осадков; слоя воды, перешедшей в лед; притока пресной воды от стока рек и от таяния льда.

В уравнении баланса солей на поверхности моря не учтен обмен солями с атмосферой. В результате волнения происходит постоянный отрыв брызг с гребней волн. Мелкие капли этих брызг могут уноситься воздушными потоками на довольно большие расстояния. Н. Н. Зубов отождествил этот процесс с испарением, назвав его механическим испарением, которое по своему характеру обратно физическому и приводит к уменьшению солености. Наблюдения показывают, что общее содержание солей в нижнем слое атмосферы над океаном пропорционально скорости ветра. Соли прослеживаются до высоты 1—2 км и переносятся на расстояние в несколько сот километров. Но аналитической формулы для определения потока солей между атмосферой и океаном пока не имеется, хотя принимается, что ежегодно на всю площадь Мирового океана поступает около 1 млрд. т солей. Однако если эту величину сравнить с изменениями солености, обусловленными испарением, то она оказывается на 3 порядка меньше и при определении составляющих солевого баланса за периоды времени меньше года может во внимание не приниматься.

Уравнение баланса солей (4.35) столба воды единичного сечения толщиной h получено для элементарного момента времени. Оно может быть распространено на конечный интервал времени и некоторую акваторию. Для этого его следует по аналогии с уравнением теплового баланса проинтегрировать по t в выбранном интервале времени и по площади Π :

$$\begin{aligned} \int_{\Pi} \int_0^h \rho (S_{j+1} - S_j) dz d\Pi &= \int_{\Pi} \int_{t_j}^{t_{j+1}} S_0 [c_q \rho_a (q_0 - q) (V_a - c_\phi)] dt d\Pi - \\ &- \rho \int_{\Pi} S_0 \tilde{h}_0 d\Pi - \int_{\Pi} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \rho (\overline{wS} + \overline{w'S'})_h dt d\Pi - \\ &- \int_{\Gamma} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^h \rho (Su + \overline{S'u'} + Sv + \overline{S'v'})_r dz dt d\Gamma. \end{aligned} \quad (4.38)$$

В этом уравнении солевого баланса выделенного слоя моря последний член правой части характеризует обмен солями через границы акватории Γ за счет адвекции и горизонтальной турбулентности.

Если рассматривать баланс солей всего Мирового океана, то адвективные члены можно не учитывать, а приток речных вод включить в величину стока $\dot{h}_0$, поскольку это в значительной степени поверхностный процесс.

При рассмотрении баланса солей отдельных океанов, морей или их частей можно отметить, что для замерзающих морей второй член правой части в осенне-зимний период всегда положительный из-за образования льда и приводит к росту солёности. В весенне-летний период сток пресных вод от таяния льда вызывает понижение солёности. В низких широтах, где испарение преобладает над осадками, рассматриваемый член уравнения всегда отрицательный, что приводит к общему увеличению солёности.

4.5. Влияние метеорологических факторов на температуру и солёность деятельного слоя океана

Изучение закономерностей изменения температуры и солёности воды в верхнем слое океана чрезвычайно важно не только само по себе для описания термохалинного режима, но и для решения многих прикладных задач. В первую очередь сюда нужно отнести проблему прогноза температуры деятельного слоя и определение его толщины, так как они находятся под сильным влиянием метеорологических потоков тепла. От температуры воды и ее вертикального профиля очень сильно зависит профиль плотности, оказывающий влияние на интенсивность турбулентного перемешивания и бароклинную составляющую течения.

Для того чтобы проанализировать характер влияния различных метеорологических факторов на температуру воды и ее изменение с глубиной, рассмотрим простейший случай горизонтально однородного моря, в котором отсутствуют упорядоченные вертикальные токи и внутренние источники тепла, за исключением радиационных. Поскольку рассматривается верхний слой океана, потенциальная температура может быть заменена на обычную. Кроме того, предположим, что коэффициент вертикальной турбулентной теплопроводности является величиной постоянной. Перечисленные условия существенно упрощают вид уравнения теплопроводности (4.1), которое состоит теперь из трех членов:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{c_p} \frac{\partial B}{\partial z} + K_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}. \quad (4.39)$$

Градиент радиационного баланса в воде определяется скоростью поглощения проникшей в море коротковолновой радиа-

ции. Ради простоты охарактеризуем поглощательную способность морской воды для всего спектра проникшей радиации одним эффективным коэффициентом ослабления α , учитывающим как поглощение, так и рассеяние лучистой энергии при различной высоте Солнца. В этом случае

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -Q(1-A)\alpha\delta_k e^{-\alpha z}. \quad (4.40)$$

Параметр δ_k характеризует долю коротковолновой радиации, проникшей через поверхность моря.

В качестве первого граничного условия необходимо использовать уравнение теплового баланса поверхности, так как именно оно связывает поток тепла между поверхностью и нижележащими слоями воды с потоками тепла в атмосфере. Запишем его на основании формул (4.7), (4.22) и (4.28) следующим образом:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = c_a \rho_a c_T (T_a - T_0) V + L_n \rho_a c_q (q - q_0) V + \\ + Q(1-A)(1-\delta_k) + Q_s, \quad (4.41)$$

где ради краткости записи обозначено $T_a = T_a(z_1)$, $T_0 = T_a(z_0)$, $q = q(z_1)$, $q_0 = q(z_0)$, $V = V_a(z_2) - c_\Phi$.

Из-за того что удельная влажность у поверхности моря является функцией его температуры, то целесообразно q_0 выразить через последнюю, например формулой

$$q - q_0 = 0,622 \frac{P_n}{P} e^{v T_a} [r - e^{v(T_0 - T_a)}] \equiv \\ \equiv q_n [r - e^{v(T_0 - T_a)}] \approx q_n [r - 1 - v(T_0 - T_a)]. \quad (4.42)$$

Подставив это выражение в уравнение теплового баланса и сгруппировав члены, приведем его к виду

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \Upsilon T_0 + \Phi, \quad (4.43)$$

где

$$\Upsilon = c_a \rho_a c_T V \left(1 + \frac{L_n c_q v}{c_a c_T} q_n \right),$$

$$\Phi = L_n c_q \rho_a V (1-r) q_n - Q_s - Q(1-A)(1-\delta_k) - \Upsilon T_a.$$

Вторым граничным условием примем конечность температуры бесконечно глубокого моря, а начальным условием — некоторый вертикальный профиль температуры воды, т. е.

$$T \neq \infty \quad \text{при } z \rightarrow \infty; \\ T = T_s \quad \text{при } t = 0. \quad (4.44)$$

Решение полученного уравнения удобно проводить операционным методом, преобразуя все функции в изображения по формуле

$$\overline{X}(p) = p \int_0^{\infty} e^{-pt} X(t) dt. \quad (4.45)$$

После такого преобразования получаем уравнение теплопроводности в полных производных для функции изображения

$$\frac{d^2 \overline{T}}{dz^2} - \frac{p}{K_T} \overline{T} + \frac{p}{K_T} T_z + \frac{\overline{\varphi}}{K_T} e^{-az} = 0, \quad (4.46)$$

где ради краткости записи обозначено

$$\overline{\varphi} = \frac{Q(1-A)\delta_{\text{кк}}}{c\rho}.$$

Граничные условия для уравнения (4.46), если полагать параметры λ и Υ постоянными, принимают вид

$$\lambda \frac{d\overline{T}_0}{dz} = \Upsilon \overline{T}_0 + \overline{\varphi} \quad \text{при } z=0;$$

$$\overline{T} \neq \infty \quad \text{при } z \rightarrow \infty. \quad (4.47)$$

Для упрощения решения предположим, что в начальный момент времени температура воды по вертикали не менялась, тогда для функции изображения температуры получим выражение

$$\begin{aligned} \overline{T}(p, z) - T_z = & \frac{\overline{\varphi}}{p - a^2 K_T} \left[e^{-az} - \frac{\Upsilon + a\lambda}{\Upsilon + \lambda \sqrt{\frac{p}{K_T}}} e^{-z \sqrt{\frac{p}{K_T}}} \right] - \\ & - (\overline{\varphi} + \Upsilon T_z) \frac{e^{-z \sqrt{\frac{p}{K_T}}}}{\Upsilon + \lambda \sqrt{\frac{p}{K_T}}}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Переход от функций изображения к оригиналам производится по формуле Римана—Меллина

$$X(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} e^{pt} \overline{X}(p) \frac{dp}{p}, \quad (4.49)$$

на основании которой составлены таблицы обратных переходов

[4]. Оригинал для температуры воды по изображению можно представить в виде

$$T(t, z) - T_z = e^{-az} \int_0^t \varphi(\xi) e^{a^2 K_T (t-\xi)} d\xi - \frac{\sqrt{K_T}}{\lambda} \int_0^t \left[\Phi(\xi) + r T_z + \right. \\ \left. + (r + a\lambda) \int_0^\xi \varphi(\zeta) e^{a^2 K_T (\xi-\zeta)} d\zeta \right] \psi(t-\xi) d\xi, \quad (4.50)$$

где

$$\psi(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} e^{-\frac{z^2}{4K_T\tau}} - \frac{r\sqrt{K_T}}{\lambda} e^{\frac{rz}{\lambda} + \frac{r^2 K_T}{\lambda^2} \tau} \times \\ \times \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{K_T\tau}} + \frac{r\sqrt{K_T\tau}}{\lambda} \right), \quad \operatorname{erfc} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-r^2} dr.$$

Здесь в левой части выражения стоит отклонение температуры воды от начальной, а в правой — функции, определяющие изменение температуры. Каждая из них содержит множитель, убывающий с увеличением глубины, т. е. влияние атмосферных потоков тепла с глубиной ослабевает. Аналогичный вывод можно получить из анализа решения в изображениях, которое имеет более простую форму.

Рассмотрим влияние отдельных метеорологических факторов на изменение температуры моря. Сначала получим выражение, определяющее температуру поверхности моря, для чего в уравнении (4.48) положим $z=0$, и найдем его оригинал, расшифровав при этом функции φ и Φ :

$$T(t, 0) - T_z = \frac{a\delta_n(1-A)}{cp} \int_0^t Q(\xi) \Psi_1(t-\xi) d\xi + \\ + \frac{\sqrt{K_T}}{\lambda} \int_0^t \{ r [T_a(\xi) - T_z] + (1-\delta_n)(1-A) Q(\xi) + Q_0 - \\ - L_n c_q \rho_a V(1-r) q_n(\xi) \} \Psi_2(t-\xi) d\xi, \quad (4.51)$$

где

$$\Psi_1(\tau) = e^{a^2 K_T \tau} + \frac{r}{a\lambda - r} \left\{ e^{a^2 K_T \tau} \left[1 - \frac{a\lambda}{r} \operatorname{erf}(a\sqrt{K_T\tau}) \right] - \right. \\ \left. - e^{\frac{r^2 K_T \tau}{\lambda^2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{r}{\lambda} \sqrt{K_T\tau} \right) \right\}, \\ \Psi_2(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} - \frac{r\sqrt{K_T}}{\lambda} e^{\frac{r^2 K_T \tau}{\lambda^2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{r}{\lambda} \sqrt{K_T\tau} \right), \\ \operatorname{erf} x = 1 - \operatorname{erfc} x.$$

Из полученного выражения видно, что температура поверхности моря отличается от температуры воздуха, и это отличие зависит как от метеорологических, так и от гидрологических факторов. К последним относится интенсивность турбулентной теплопроводности и ослабления проникшей радиации. С их увеличением возрастает роль первого члена правой части, т. е. коротковолновой радиации, поглощенной подповерхностными слоями воды. Для того чтобы сопоставить влияние коротковолновой радиации, как поглощенной самой поверхностью, так и в толще моря, на изменение температуры поверхности моря, достаточно сравнить выражения

$$\frac{\alpha \delta_k}{c_p} \Psi_1(\tau) \quad \text{и} \quad \frac{\sqrt{K_T}}{\lambda} (1 - \delta_k) \Psi_2(\tau).$$

Первое из них при малом аргументе τ малое, а второе — большое. Это свидетельствует о том, что радиация, поглощенная самой поверхностью, сразу же приводит к повышению температуры поверхности моря, а действие более глубинных радиационных внутренних источников тепла проявляется с некоторым запозданием. По величине приведенные выражения также не являются равноценными, и поэтому при определении температуры поверхности моря отождествление поглощения радиации в толще моря с поверхностным не может дать правильных результатов.

Исходя из уравнения теплового баланса для слоев толщиной 1 м, А. Г. Восканян, А. А. Пивоваров и Г. Г. Хунджуа [2] вычислили суточные изменения температуры, вызванные поглощенной радиацией и турбулентным теплообменом (табл. 8).

Таблица 8

Изменения температуры воды (град/сутки), обусловленные поглощенной радиацией (ΔT_p) и турбулентным переносом (ΔT_T). Черное море, 7—8 июля

Слой, м	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	0—8
ΔT_p	4,75	0,60	0,26	0,19	0,14	0,11	0,10	0,09	6,24
ΔT_T	—4,36	—0,24	0,06	0,07	0,08	0,01	—0,02	—0,03	—4,43

Видно, что основная доля коротковолновой радиации поглощается в верхнем метровом слое воды, а в пределах 10-метрового слоя поглощается практически вся радиация. Это обстоятельство позволяет допускать при оценках теплового режима океанов и морей за пределами их поверхностных слоев, что суммарная радиация поглощается поверхностью, т. е. $\delta_k = 0$. Действительно, в изображении (4.48) первая экспонента в квадратных скобках при $z > 10$ м становится очень малой, а остальные члены, содержащие суммарную радиацию, могут быть объединены в следующее выражение (общий множитель опущен):

$$Q(1 - A) \left[(1 - \delta_k) + \frac{\alpha \delta_k}{c_p} \frac{(\alpha \lambda + \Upsilon)}{(z^2 K_T - p)} \right].$$

Если полагать, что вся коротковолновая радиация поглощается поверхностью океана, т. е. $\delta_k = 0$, то выражение в квадратных скобках равно 1. Если же полагать, что поглощение радиации происходит только в толще воды, т. е. $\delta_k = 1$, то при достаточно малых значениях p , которым соответствуют большие t , выражение в квадратных скобках стремится к пределу $(1 + \gamma/\alpha\lambda)$, отличающемуся от 1 всего на несколько процентов. Причем чем больше теплопроводность верхнего слоя океана, тем быстрее и ближе к 1 стремится это выражение.

Влияние турбулентного теплообмена с атмосферой на изменение температуры воды увеличивается с ростом турбулентного перемешивания в приводном слое воздуха и с уменьшением теплопроводности моря.

Аргумент функций Ψ_1 и Ψ_2 отсчитывается от конечного момента, и при больших значениях τ эти функции уменьшаются, т. е. вклад метеорологических факторов, действовавших в предшествовавшее время и изменявших температуру воды, ослабевает, и ослабление тем больше, чем ближе к начальному моменту сдвиг во времени.

Изменение температуры на глубине зависит от метеорологических факторов в качественном отношении так же, как и поверхностной, а распространение изменений поверхностной температуры в глубину будет тем более быстрым, чем больше интенсивность турбулентного перемешивания. Это хорошо видно из выражения (4.50).

Определим градиент температуры воды, для чего достаточно продифференцировать по z выражение (4.50):

$$\frac{dT}{dz} = -\alpha e^{-\alpha z} \int_0^t \varphi(\xi) e^{\alpha K_T(t-\xi)} d\xi + \frac{\sqrt{K_T}}{\lambda} \int_0^t \left[\Phi(\xi) + \gamma T_s + \right. \\ \left. + (\gamma + \alpha\lambda) \int_0^\xi \varphi(\zeta) e^{\alpha K_T(\xi-\zeta)} d\zeta \right] \Psi_3(t-\xi) d\xi, \quad (4.52)$$

где

$$\Psi_3(\tau) = \frac{\exp\left(-\frac{z^2}{4K_T\tau}\right)}{\sqrt{\pi\tau}} \left\{ \frac{z}{2K_T\tau} + \frac{\gamma}{\lambda} \left[e^{\left(\frac{z}{2\sqrt{K_T\tau}} + \frac{\gamma}{\lambda}\sqrt{K_T\tau}\right)^2} \times \right. \right. \\ \left. \times \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{K_T\tau}} + \frac{\gamma}{\lambda}\sqrt{K_T\tau}\right) - \frac{\gamma\sqrt{\pi K_T\tau}}{\lambda} - 1 \right] \right\}.$$

Здесь первый член правой части всегда отрицательный. Это связано с тем, что поглощение коротковолновой радиации интенсивнее происходит в верхних слоях моря, приводя к большему повышению температуры и уменьшению ее с глубиной. Во втором члене множитель Ψ_3 может быть как положительным, так и отрицательным. При малой интенсивности перемешивания

у поверхности моря Ψ_3 становится положительным, и в случае малого поглощения коротковолновой радиации самой поверхностью моря второй член становится положительным. Он может привести к общему положительному значению градиента температуры, т. е. характеризовать наличие некоторого поверхностного слоя пониженной температуры, так называемой «холодной пленки», при общем повышении температуры моря. При увеличении λ функция Ψ_3 становится отрицательной, свидетельствуя об отрицательном градиенте, т. е. обычном понижении температуры с глубиной.

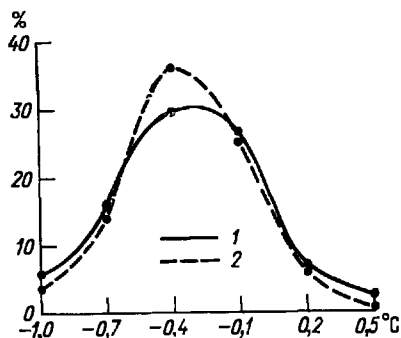


Рис. 29. Повторяемость перепадов температуры в поверхностном слое ($T_0 - T_z$) $\pm 0,1^\circ$ по измерениям в Атлантическом океане [14].

1 — 658 измерений, $40-60^\circ$ с. ш., июнь—сентябрь 1965 г.; 2 — 147 измерений, $33-55^\circ$ с. ш., август—октябрь 1969 г.

Действительно, наблюдения, проведенные с помощью радиометров, измеряющих температуру самой поверхностной пленки воды, показали, что такие условия в природе бывают довольно часто. В качестве примера можно привести рис. 29, на котором показана повторяемость перепадов температуры в тонком поверхностном слое воды, нижняя граница которого расположена на глубине измерения температуры воды с помощью поверхностного ртутного термометра или термометра сопротивления T_h , т. е. в нескольких сантиметрах от поверхности. Температура самой поверхности океана T_0 измерялась с помощью радиометра. Все данные получены при слабом и умеренном волнении для скоростей ветра до 10 м/с. Из рисунка видно, что в преобладающем числе случаев температура самой поверхности океана ниже, чем на глубине в несколько сантиметров, с максимумом в диапазоне от 0,3 до 0,5°. Существует пленка недолго, с увеличением перемешивания разрушается, а затем вновь появляется в виде пятен. Наилучшими условиями для образования холодной пленки является ясная погода со слабым ветром, что приводит к росту эффективного излучения и испарения, а также к ослаблению перемешивания воды.

В холодный период года, когда $T_a < T_0$, а суммарная радиация мала, инверсия температуры более устойчива и охватывает гораздо большую толщу воды.

Для того чтобы проследить изменение температуры океана во времени под действием метеорологических факторов, доста-

точно рассмотреть поведение функций ψ , Ψ_1 и Ψ_2 , входящих в выражения (4.50) и (4.51). Поскольку Ψ_1 и Ψ_2 возрастают по мере приближения от начального момента к моменту t и входят они в виде сомножителей к метеорологическим элементам под знаком интеграла, то это приводит к постоянно возрастающему эффекту действия метеорологических факторов. В результате колебания температуры поверхности океана оказываются несколько сдвинутыми с запозданием по времени относительно колебаний

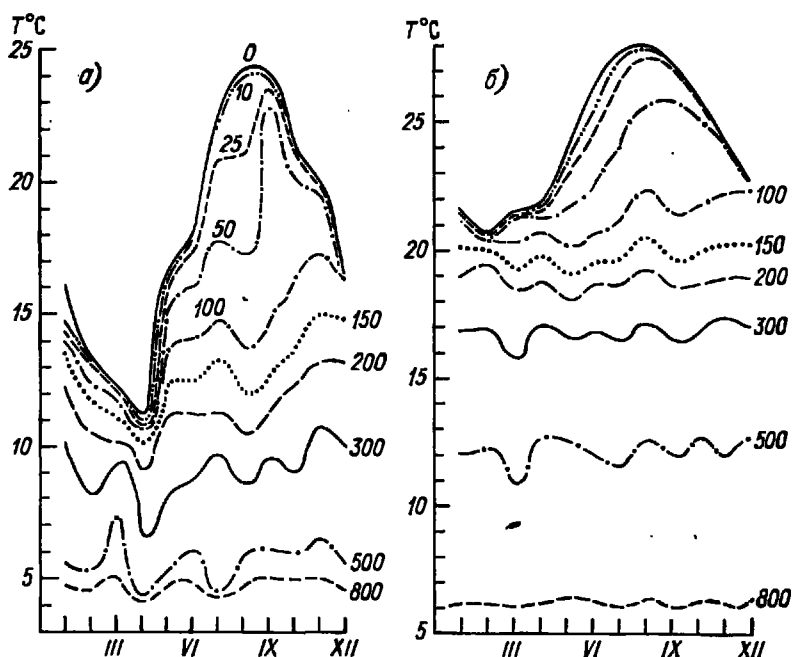


Рис. 30. Годовой ход температуры на разных глубинах в пределах деятельного слоя Тихого океана [3].

а — 35° с. ш., 150° в. д.; б — 25° с. ш., 130° в. д.

метеорологических элементов. При этом сдвиг тем больше, чем интенсивнее турбулентная теплопроводность воды. Запоздывание изменений температуры воды происходит и при росте глубины z , что характеризуется поведением второго слагаемого функции ψ , которое с увеличением z может оставаться неизменным только при уменьшении $(t - \xi)$. Это равносильно увеличению сдвига колебаний температуры воды с глубиной. Ослабление теплопроводности, стоящей в знаменателе, в частности при z , равносильно росту глубины и приводит к увеличению запаздывания изменения температуры воды с глубиной. Физически это вполне объяснимо, так как при уменьшении λ ослабляется вертикальный поток тепла.

Наблюдения хода температуры воды в пределах деятельного слоя океана показывают существование ее запаздывания с ростом глубины, но из-за адвекции тепла и переменности коэффициента теплопроводности с глубиной кривые T не имеют плавного изменения (рис. 30). Кроме того, при понижении температуры обычно развивается конвекция, быстро приводящая к гомотермии, поэтому в этих случаях запаздывание бывает малым и практически незаметным.

Характер изменения солёности морской воды в вертикальном направлении, обусловленный метеорологическими факторами, можно пояснить на основе анализа решения уравнения диффузии солей в горизонтальном однородном океане, в котором пульсационный член выражен через градиент средней солёности и коэффициент вертикальной турбулентной диффузии:

$$\frac{\partial S}{\partial t} - K_S \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}. \quad (4.53)$$

В качестве граничного условия принимается уравнение баланса (4.37), выраженное с использованием коэффициента диффузии K_S :

$$K_S \rho \left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=0} = S_0 \left[c_q \rho_a (q - q_0) V + \rho \frac{\partial h_0}{\partial t} \right]. \quad (4.54)$$

Рис. 31. Годовой ход солёности на разных глубинах. Тихий океан, 50° с. ш., 160° в. д.
[3]

В случае бесконечно глубокого моря данная задача тождественна рассмотренной выше при оценке влияния метеорологических факторов на температуру воды. Ее решение (4.50) удовлетворяет поставленной задаче при соответствующей замене параметров и имеет вид

$$S(t, z) - S_z = \frac{1}{\rho \sqrt{K_S}} \int_0^t S_z \left[c_q \rho_a (q_0 - q) V - \rho \frac{\partial h_0}{\partial t} \right] \psi(t - \xi) d\xi. \quad (4.55)$$

В функции ψ следует заменить Υ на выражение в квадратных скобках уравнения (4.55), K_T на K_S и λ на $K_S \rho$.

Изменение солёности воды зависит от знака выражения, стоящего в квадратных скобках. В том случае, когда испарение превышает осадки, оно положительно, что указывает на рост солёности. Если же на поверхность океана поступает пресной воды больше, чем испаряется, то знак этого выражения отрицательный, что показывает уменьшение солёности.

Распространение поверхностных изменений солёности в глубину в качественном отношении происходит так же, как температуры. Однако следует иметь в виду, что солёность сильно влияет на плотность воды, а через нее на интенсивность турбулентной диффузии, вызывая при распреснении ослабление диффузии солей, а при осолонении — ее усиление, вплоть до образования конвективного перемешивания, приводящего к гомохалинности. Поэтому запаздывание изменений солёности с глубиной заметно только при уменьшении S на поверхности, что хорошо видно по трем верхним кривым рис. 31.

4.6. Влияние турбулентного перемешивания на распространение тепла и солей

Поскольку радиация поглощается сравнительно тонким поверхностным слоем воды, распространение тепла к более глубоким слоям воды или перенос его к поверхности в холодное время года осуществляется посредством упорядоченных вертикальных токов или турбулентного перемешивания. В еще большей степени это относится к вертикальной диффузии солей, поскольку основные источники и стоки солей находятся на поверхности океана.

В формировании суточного или годового хода температуры и солёности воды турбулентность играет основную роль. Скорость распространения тепла и солей, создающиеся при этом вертикальные профили температуры и солёности зависят от интенсивности перемешивания вод, приводящего к определенному профилю коэффициента турбулентной теплопроводности и диффузии.

Прежде чем рассматривать зависимость профилей температуры и солёности воды от характера изменения коэффициентов K_T и K_S , покажем изменение температуры соприкасающихся двух полуограниченных водных масс с первоначально постоянными температурами T_i^0 и T_j^0 и постоянными коэффициентами теплопроводности K_i и K_j .

Если поместить начало координат на границе раздела этих водных масс и рассматривать распространение тепла по перпендикуляр z к этой границе, то задача сводится к решению двух одномерных уравнений теплопроводности

$$\frac{\partial T_\alpha}{\partial t} = K_\alpha \frac{\partial^2 T_\alpha}{\partial z_\alpha^2}, \quad 0 \leq z_\alpha < \infty, \quad (4.56)$$

где $\alpha = i, j$.

В качестве граничных условий предположим ограниченность температуры этих водных масс (при $z_\alpha \rightarrow \infty$ $T_\alpha \neq \infty$) и

отсутствие разрыва температур и потоков тепла на границе соприкосновения вод, т. е. при $z_\alpha = 0$

$$T_i = T_j = T_0, \quad K_i \frac{\partial T_i}{\partial z_i} + K_j \frac{\partial T_j}{\partial z_j} = 0. \quad (4.57)$$

Проведя операционное преобразование уравнения (4.56), получим обыкновенное дифференциальное уравнение для изображений температуры

$$\frac{d^2 \bar{T}_\alpha}{dz_\alpha^2} - \frac{p}{K_\alpha} (\bar{T}_\alpha - T_\alpha^0) = 0, \quad (4.58)$$

решением которого при перечисленных граничных условиях будет

$$\bar{T}_i = \frac{T_j^0 - T_i^0}{1 + \sqrt{\frac{K_i}{K_j}}} e^{-z_i \sqrt{\frac{p}{K_i}}} + T_i^0, \quad (4.59)$$

где индексы i и j характеризуют принадлежность элемента к разным водным массам.

Из формулы (4.59) при $z_i = 0$ находится температура раздела вод. Она является постоянной и равной

$$T_0 = \frac{T_i^0 \sqrt{K_i} + T_j^0 \sqrt{K_j}}{\sqrt{K_i} + \sqrt{K_j}}, \quad (4.60)$$

т. е. вклад каждой массы пропорционален корню квадратному из ее коэффициента температуропроводности по направлению к их границе раздела. Это известная формула смещения водных масс, которая была получена В. Б. Штокманом в 1943 г. Впоследствии О. И. Мамаев получил формулы смещения для нескольких водных масс ограниченного объема.

Совершенно аналогичным будет выражение, определяющее при таких же краевых условиях соленость на границе раздела водных масс.

Изменение температуры воды с удалением от границы раздела масс определяется выражением, получаемым после перехода в формуле (4.59) от изображения к оригиналу:

$$T_i(z_i, t) = T_0 + (T_i^0 - T_0) \operatorname{erf}\left(\frac{z_i}{2\sqrt{K_i t}}\right). \quad (4.61)$$

Из этого выражения следует, что чем меньше температуропроводность, тем более крутым будет профиль температуры вдоль оси z_i в данной водной массе (рис. 32). Поэтому уменьшение K_T , как правило, сопровождается увеличением градиента температуры. В то же время большие градиенты температуры уменьшают интенсивность температуропроводности из-за увеличения устойчивости. Таким образом, эти две гидрологические

характеристики оказываются взаимозависимыми, и уже на этом основании можно сделать вывод о том, что даже в одной водной массе с неоднородным градиентом температуры формируются слои с повышенными градиентами и пониженными K_T .

Особенно хорошо выделяется слой с пониженной интенсивностью теплообмена на нижней границе слоя волнового перемешивания. Если нет сильного поглощения тепла, то произведение коэффициента теплопроводности и градиента температуры изменяется не сильно и поэтому в области интенсивного волнового перемешивания нет больших градиентов температуры. Здесь формируется квазиизотермический слой. На нижней границе слоя волнового перемешивания происходит резкое убывание коэффициента теплопроводности, вследствие чего градиент температуры возрастает. Этот слой с большим градиентом температуры называется *термоклин*.

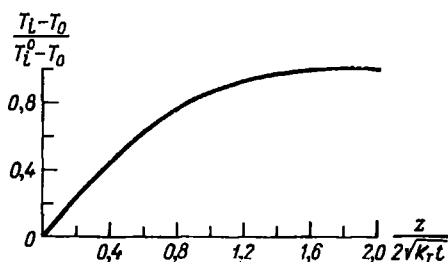


Рис. 32. Изменение температуры воды.

Образуется он с наступлением прогрева воды и постепенно заглубляется из-за диффузии турбулентности вглубь.

Аналогичная взаимосвязь отмечается между градиентом солености и коэффициентом диффузии солей. В слое волнового перемешивания формируется гомохалинность, постепенно распространяющаяся вглубь, а на нижней границе слоя возникает *галоклин*.

Зависимость распределения температуры и солености воды от профиля коэффициентов K_T и K_S заставляет использовать в уравнениях теплопроводности и диффузии солей переменные величины K_T и K_S . Еще в 1953 г. А. Г. Колесников получил решение одномерного уравнения теплопроводности для двухслойного моря с коэффициентом K_T , сначала растущим до некоторой глубины, а затем убывающим. Позднее З. С. Иванова [7] вычислила годовой и суточный ход температуры моря с коэффициентом теплопроводности, меняющимся различным образом (рис. 33).

Из рис. 33 видно, что уменьшение коэффициента теплопроводности вблизи поверхности моря приводит к увеличению как самой температуры поверхности моря, так и градиента температуры. При этом уменьшается и сдвиг фазы по отношению к колебаниям метеорологических элементов. Это происходит из-за того, что малый коэффициент теплопроводности затрудняет обмен теплом с глубинными слоями, поэтому поверхностный слой прогревается сильнее летом и охлаждается быстрее зимой, что проявляется в увеличенной амплитуде колебаний

температуры воды. Общая теплоемкость поверхностного слоя с пониженным значением K_T и ослабленным теплообменом меньше, чем в других примерах, поэтому он быстрее следует за изменением метеорологических элементов и сдвиг фаз оказывается небольшим. Изменение глубины перелома коэффициента температуропроводности и периода колебаний метеорологических элементов также влияет на амплитуды и фазы температуры воды, и они могут существенно отличаться от приведенных на

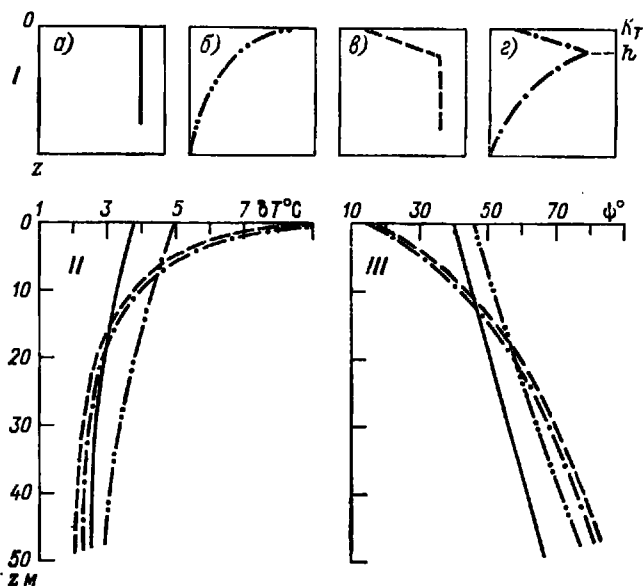


Рис. 33. Схемы вертикальных профилей коэффициента температуропроводности (I) и соответствующих изменений амплитуд (II) и сдвигов фаз (III) температурной волны с годовым периодом [7].

рис. 33 как по величине, так и по форме, но во всех случаях при $K_T = \text{const}$ их изменение по глубине более равномерное.

Так же существенно влияет изменение K_T во времени на ход температуры воды, приводя к асимметрии значений температуры воды относительно величин теплообмена с атмосферой. Сильная зависимость температуры моря от характера изменений коэффициента температуропроводности заставляет учитывать это обстоятельство. Но в прогностическом отношении решения задач с заранее установленной моделью K_T имеют ограниченное применение из-за трудности предвидения вида модели для K_T . Кроме того, необходимо принимать во внимание установление обратной связи между K_T и градиентом температуры. Поэтому в последнее время для определения K_T и K_B все чаще исполь-

зуется уравнение баланса энергии турбулентности, и решение получается численным способом с применением ЭВМ.

4.7. Деятельный слой океана и его структура

Периодическое изменение в течение года теплообмена, влагообмена, обмена газами между атмосферой и океаном приводит к периодическому ходу гидрологических элементов, амплитуда колебаний которых постепенно затухает с глубиной. Верхний слой океана, в котором в результате взаимодействия с атмосферой отмечаются колебания гидрологических элементов с годовым периодом, называют *деятельным слоем*. Часто его отождествляют со своеобразными легкими, через которые океан обменивается энергией, газами и солями с атмосферой. В нем наиболее интенсивно протекают гидрологические, гидрохимические и биологические процессы. Поэтому закономерности формирования деятельного слоя и его структуры изучаются с нарастающей интенсивностью.

По сути, сезонная изменчивость и глубина ее распространения для каждого гидрологического элемента различны. Поэтому можно оценивать толщину деятельного слоя по глубине проникновения колебаний температуры, солености, содержания кислорода, интенсивности света (фотический слой) и т. д. Однако обычно его определяют по глубине проникновения колебаний температуры — наиболее просто измеряемого элемента, имеющего в большинстве районов Мирового океана хорошо выраженный годовой ход.

При практических оценках за границу деятельного слоя принимают глубину, на которой колебания температуры воды с годовым периодом составляют 5—10% поверхностной амплитуды. Эта глубина не постоянна, а в зависимости от интенсивности турбулентного перемешивания и упорядоченных вертикальных токов меняется от нескольких десятков метров в полярных районах с сильным распреснением поверхностных вод до сотен метров в умеренных широтах с интенсивным осенне-зимним конвективным перемешиванием. Толщина деятельного слоя может меняться и от года к году как из-за изменчивости атмосферных процессов, вызывающих межгодовые колебания интенсивности взаимодействия с океаном, так и из-за изменчивости состояния последнего. В среднем же для большей части Мирового океана деятельный слой распространяется до глубины 200—300 м (рис. 34).

По своей структуре деятельный слой не однороден. Наблюдения малоинерционными чувствительными приборами показали наличие многочисленных прослоек воды с повышенными и пониженными градиентами температуры и солености (рис. 35). Толщина этих слоев, по обзору К. Н. Федорова [15], составляет от

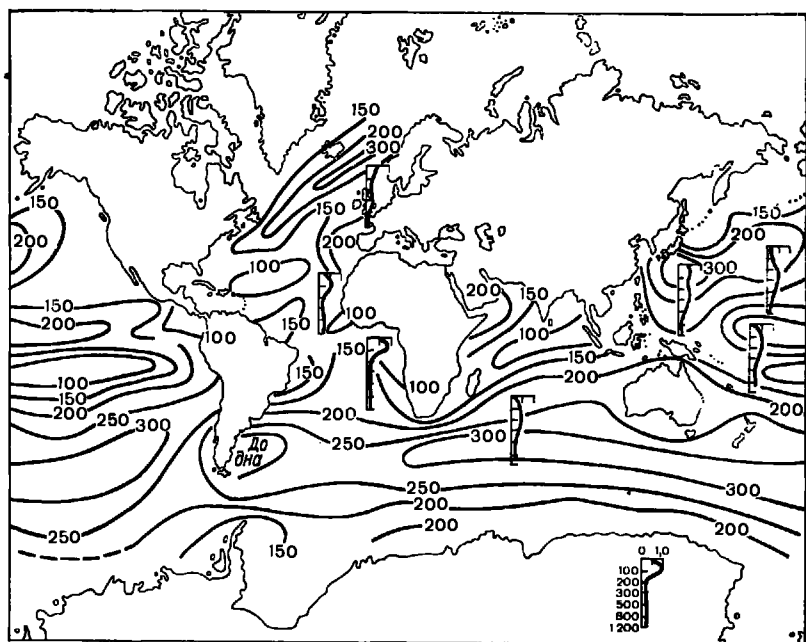
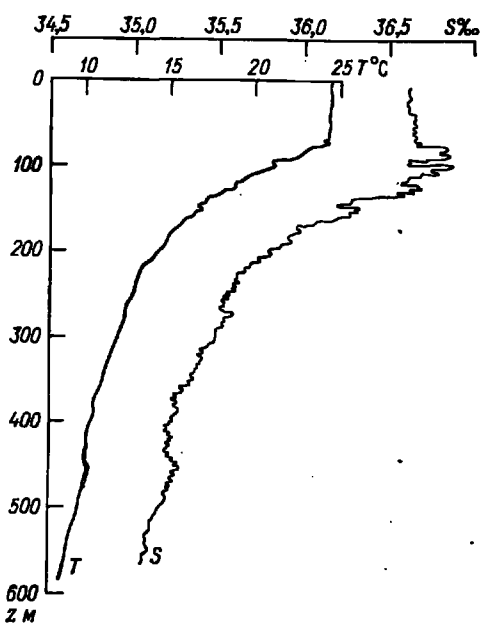


Рис. 34. Глубина распространения и эпюры изменений температуры воды в течение года [8].



десятков сантиметров до нескольких десятков метров при горизонтальной протяженности от сотен метров до десятков километров. Эти слои возникают в результате действия внутренних волн, неоднородности горизонтальной адвекции и вертикальной турбулентности. Время их существования невелико. В результате турбулентной диффузии тепла и солей они разруша-

Рис. 35. Вертикальные профили температуры и солёности, полученные с помощью малоинерционного зонда. Тропический район Атлантического океана 13 июня 1970 г. [15].

ются за интервал времени от нескольких часов до нескольких суток, в зависимости от масштаба слоев.

Даже при значительном осреднении данных наблюдений в деятельном слое, как правило, выделяется верхняя его часть с практически неизменными по вертикали температурой и соленостью, называемая обычно *квазиоднородным слоем*. Глубже него происходит более или менее быстрое возрастание градиентов температуры и солености. Таким образом, выявляется двухслойность вертикальной структуры деятельного слоя, характерный пример которой показан на рис. 36.

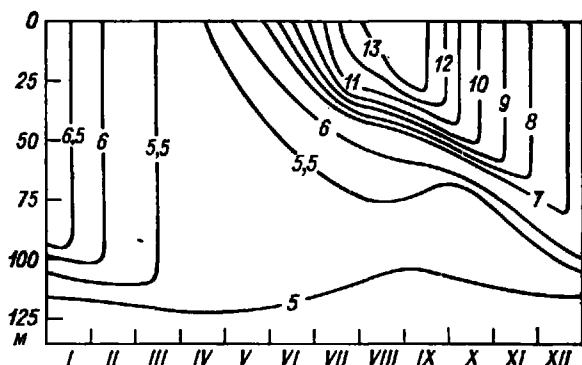


Рис. 36. Характерное внутригодовое изменение температуры деятельного слоя океана в умеренных широтах.

Толщина квазиоднородного слоя в течение года существенно меняется как вследствие ветрового перемешивания, так и в результате конвекции, имея минимальные значения летом и максимальные зимой, распространяясь почти до глубины всего деятельного слоя. Поэтому при разработке теории деятельного слоя океана основное внимание обращается на описание интенсивности турбулентного перемешивания, которое в пределах квазиоднородного слоя было бы повышенным, а глубже него ослабевало. В наиболее общем случае закономерности турбулентности выражаются через уравнение баланса энергии турбулентности, которое в стационарных условиях, как было определено в главе 3, имеет вид

$$-\overline{u'w'} \frac{du}{dz} - \overline{v'w'} \frac{dv}{dz} + \frac{g}{\rho} \overline{\rho'w'} - \frac{d}{dz} (\overline{\mathcal{E}'w'}) = D. \quad (4.62)$$

Входящие в уравнение баланса пульсации скорости, плотности и энергии выразить через осредненные значения элементов весьма трудно, так как пульсации обусловлены не только общим потоком воды, но и волнением. Поэтому применяются различного рода более или менее физически обоснованные упрощения,

позволяющие перейти от пульсаций к осредненным значениям элементов. Для определения областей применимости упрощений целесообразно предварительно проанализировать уравнение (4.62).

Обычно дифференцированием линеаризованного уравнения состояния морской воды

$$\rho = \rho_0 - \varepsilon_T T + \varepsilon_S (S - 35) \quad (4.63)$$

пульсации плотности представляются как функции пульсаций температуры и солёности:

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{\varepsilon_S S' - \varepsilon_T T'}{\rho}, \quad (4.64)$$

где $\varepsilon_T = 7 \cdot 10^{-5} \text{ г/}(\text{см}^3 \cdot \text{К})$, $\varepsilon_S = 8 \cdot 10^{-4} \text{ г/}(\text{см}^3 \cdot \text{‰})$.

Это позволяет выразить архимедовы силы G_A в уравнении (4.62) через турбулентные потоки тепла $\Phi_T = c \rho T' w'$ и соли $\Phi_S = \rho S' w'$:

$$\frac{g}{\rho} \overline{\rho' w'} = \frac{g \varepsilon_S}{\rho} \overline{S' w'} - \frac{g \varepsilon_T}{\rho} \overline{T' w'} = - \frac{g}{c \rho} \Phi_T \Gamma \equiv G_A, \quad (4.65)$$

где

$$\Gamma = \frac{\varepsilon_T}{\rho} \left(1 - \frac{\varepsilon_S c}{\varepsilon_T} \frac{\Phi_S}{\Phi_T} \right).$$

При отсутствии потока энергии через поверхность океана ($\Phi_{\Sigma} \equiv (\partial' w')|_{z=0} = 0$) динамическая турбулентность поддерживается за счет перекачки энергии от среднего потока с градиентом скорости. Кроме того, на интенсивность турбулентности влияют архимедовы силы. Их соотношение, как и в приводном слое атмосферы, С. А. Китайгородский [9] выразил через масштаб Монина—Обухова

$$L_M = \frac{v_*^3}{G_A}, \quad (4.66)$$

где v_* — динамическая скорость.

Кроме того, он ввел характерный масштаб для толщины пограничного слоя океана, т. е. слоя, в котором заметна спираль Экмана дрейфового течения,

$$L_{\Sigma} = \frac{v_*}{\omega_z}. \quad (4.67)$$

Отношение L_M/L_{Σ} представляет собой параметр стратификации Монина—Казанского, характеризующий вклад динамических и архимедовых сил в генерацию турбулентности. В случае $\left| \frac{L_M}{L_{\Sigma}} \right| \gg 1$ роль архимедовых сил мала и турбулентное переме-

шивание обусловлено в основном динамическими факторами. Если же $\left| \frac{L_M}{L_3} \right| \ll 1$, то на глубину ветрового перемешивания h_* сильно влияет стратификация плотности.

Наблюдения показывают, что h_* или его безразмерный аналог $h_* = h_*/L_3$ находится в тесной связи с L_M/L_3 (рис. 37) и выражается эмпирической формулой

$$h_* = a \left(\frac{L_M}{L_3} \right)^b. \quad (4.68)$$

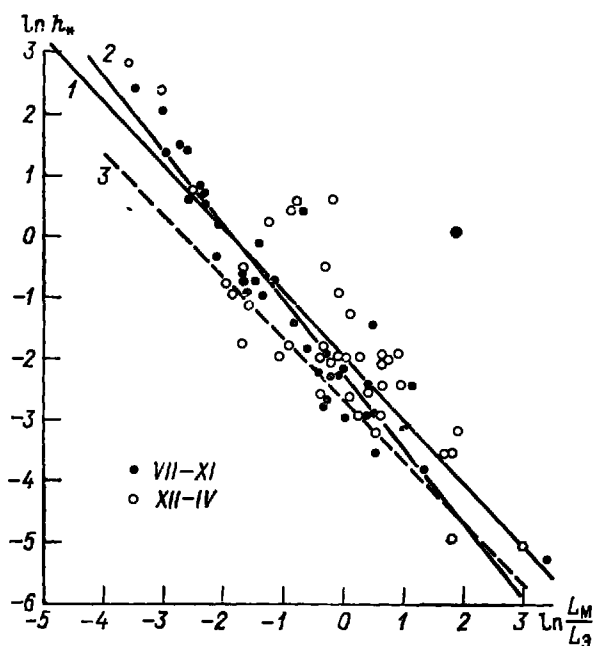


Рис. 37. Безразмерная толщина верхнего изотермического слоя для станции погоды «Пара» [9].

1 — линия, аппроксимирующая данные наблюдений за период с декабря по апрель; 2 — с июля по ноябрь; 3 — расчет по

формуле Россби—Монтгомери, $h_* = 0,139 \frac{v_*}{\omega_z}$.

Эмпирические константы, по определениям Китайгородского и Филюшкина, составили $0,105 \leq a \leq 0,345$, $b \approx -1$ [9].

Разрушение ветровых волн является источником дополнительной турбулентной энергии Φ_{30} , распространяющейся в глубь деятельного слоя. По сути, это еще один источник динамической турбулентности, и С. А. Китайгородский предложил

включить его в масштаб Монина—Обухова (4.66), который при этом несколько модифицируется:

$$L_{\text{ММ}} \equiv \frac{v_*^2 V_0 + \Phi_{\mathcal{E}0}}{G_A} = L_{\text{М}} (\tilde{V} + v^{-3}), \quad (4.69)$$

где $\tilde{V} \equiv \frac{V_0}{v_*} \sim 10$ — отношение поверхностной скорости течения к динамической; а $v \equiv V_{\text{М}} \Phi_{\mathcal{E}0}^{-1/2}$ характеризует отношение потока турбулентной энергии от дрейфового течения к потоку турбулентной энергии от разрушающихся волн.

В настоящее время пока не удалось выделить и пронаблюдать диффузию турбулентной энергии от волн вглубь и определить ее влияние на квазиоднородный слой. Только решение уравнения баланса энергии турбулентности при различных исходных значениях $\Phi_{\mathcal{E}0}$ позволило выяснить, что этот поток турбулентной энергии влияет в основном на интенсивность турбулентного перемешивания в верхней части квазиоднородного слоя. Толщина же последнего практически не зависит от $\Phi_{\mathcal{E}0}$.¹ Это обстоятельство позволяет выражать динамическую скорость в уравнении (4.62) через вертикальный градиент скорости течения и коэффициент турбулентной вязкости. Связь последнего с энергией турбулентности выражается чаще всего при помощи формулы А. Н. Колмогорова через масштаб турбулентности.

После замены пульсационных значений элементов через осредненные получается известное уравнение баланса энергии турбулентности (4.62), в котором градиенты скоростей находятся из уравнений дрейфового течения. Потоки тепла и солей могут быть определены из уравнений теплопроводности и диффузии солей. Таким образом, система уравнений, описывающая режим деятельного слоя океана, имеет вид:

$$K_V \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] - \frac{g\Gamma}{c\rho} \Phi_T + \frac{d}{dz} K_{\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dz} = C_{\mathcal{E}} \frac{\mathcal{E}^2}{K_V}; \quad (4.70)$$

$$\mathcal{E} = \frac{K_V^2}{l^2}; \quad (4.71)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} K_V \frac{du}{dz} &= -2\omega_z v; \\ \frac{d}{dz} K_V \frac{dv}{dz} &= 2\omega_z u; \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

$$\left. \begin{aligned} K_T \frac{dT}{dz} &= -\frac{\Phi_T}{c\rho}; \\ K_S \frac{dS}{dz} &= -\frac{\Phi_S}{\rho}. \end{aligned} \right\} \quad (4.73)$$

Если бы имелись достаточно достоверные сведения о масштабе турбулентности l , то использование приведенной системы уравнений позволило бы вычислить все искомые гидрологические элементы деятельного слоя океана. К сожалению, ни масштаб турбулентности, ни характер его изменения с глубиной пока достаточно надежно не известны. Поэтому чаще всего используется известное из наблюдений обстоятельство, что в пределах квазиоднородного слоя температура и соленость по глубине постоянны, каковы бы ни были их изменения на поверхности. Это равносильно принятию коэффициентов турбулентной теплопроводности и диффузии очень большими. В этом случае уравнение (4.70) используется лишь для отыскания толщины квазиоднородного слоя h , которая уже становится не осредненной характеристикой, как дается эмпирической формулой (4.68), а аналитической функцией основных потоков энергии турбулентности.

Для отыскания таким способом значения h уравнение (4.70) предварительно интегрируется по всей толщине слоя h .

При определении генерируемой течением энергии турбулентности G_V используются уравнения (4.72). Первое из них умножается на u , второе на v и суммируются, после чего интегрируются по z от 0 до h . Тогда

$$G_V^* = \int_0^h K_V \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] dz = u_0 v_{*x0}^2 + v_0 v_{*y0}^2 - \\ - u_h v_{*xh}^2 - v_h v_{*yh}^2, \quad (4.74)$$

т. е. генерация энергии турбулентности зависит от произведений слагаемых скоростей течения и составляющих динамической скорости на границах квазиоднородного слоя.

Влияние архимедовых сил на генерацию энергии турбулентности учитывается проинтегрированным по z от 0 до h слагаемым G_A (4.65). Постоянство температуры и солености в пределах рассматриваемого слоя свидетельствует об отсутствии в нем источников и стоков тепла и солей. Поэтому профиль G_A можно считать линейным, и интегральное его значение G_A^* определяется полусуммой величин G_A на границах слоя, умноженной на толщину h ,

$$G_A^* = \frac{h}{2} (G_{A0} + G_{Ah}). \quad (4.75)$$

Приток энергии турбулентности через границы квазиоднородного слоя при интегрировании последнего члена левой части уравнения (4.70) представляется разностью потоков через нижнюю ($\Phi_{Эh}$) и верхнюю ($\Phi_{Э0}$) границы слоя.

Интегральная диссипация энергии турбулентности D^* пока еще достаточно надежно по осредненным гидрологическим

характеристикам не определяется. Часто ее на основании экспериментальных данных принимают пропорциональной продукции энергии турбулентности, т. е. G_V^* или τ_0 , но коэффициент пропорциональности ξ у разных исследователей меняется в широких пределах — от нескольких процентов до десятков процентов:

$$D^* = \xi \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2}. \quad (4.76)$$

Подстановка перечисленных выражений истоков и стоков энергии в уравнение (4.70) позволяет выразить через них толщину квазиоднородного слоя:

$$h = -2 \frac{G_V^* - D^* + \Phi_{\Sigma 0} - \Phi_{\Sigma h}}{G_{A0} + G_{Ah}}. \quad (4.77)$$

Архимедовы силы у поверхности океана с помощью уравнений балансов тепла и влаги могут быть выражены через суммарный теплообмен с атмосферой Φ_a , равный Φ_T , но противоположный по знаку, и приток пресных вод, равный разности скорости поступления пресной воды (O) и испарения (I):

$$G_{A0} = - \frac{g \epsilon_T}{c \rho^2} \left[\Phi_a + \frac{c \epsilon_S}{\epsilon_T} S_0 (O - I) \right]. \quad (4.78)$$

Параметр G_{A0} , часто называемый потоком плавучести, должен быть отрицательным, что соответствует устойчивой стратификации. Наибольшее его значение достигается летом, когда океан получает тепло из атмосферы ($\Phi_a > 0$) и приток пресных вод на поверхность океана больше испарения. В этот период возрастание G_{A0} приводит к ослаблению интенсивности перемешивания и толщина квазиоднородного слоя уменьшается. Важную роль при формировании толщины слоя играет обмен теплом и солями с нижележащими водами. Они способствуют росту устойчивости плотностной стратификации и увеличению отрицательного значения G_{Ah} в том случае, если поток тепла на глубине h направлен вверх, а поток солей — вниз. В противном случае происходит уменьшение устойчивости стратификации, характеризующееся положительным значением G_{Ah} . Сами значения температуры T_0 и солёности S_0 квазиоднородного слоя находятся из уравнений баланса тепла и солей, которые в дифференциальной форме для горизонтально однородного океана при отсутствии в нем упорядоченных вертикальных токов имеют вид

$$\left. \begin{aligned} h \frac{\partial T_0}{\partial t} + T \frac{\partial h}{\partial t} \delta &= \frac{1}{c \rho_0} (\Phi_{T0} + \Phi_{Th}), \\ h \frac{\partial S_0}{\partial t} + S \frac{\partial h}{\partial t} \delta &= \frac{1}{\rho} (\Phi_{S0} + \Phi_{Sh}). \end{aligned} \right\} \quad (4.79)$$

Первые члены левой части уравнений (4.79) пропорциональны изменению теплосодержания и солевой массы в квазиоднородном слое, вторые члены характеризуют вовлечение в этот слой тепла и солей при его углублении. В этом случае единичная функция Хевисайда $\delta = 1$. При подъеме слоя скачка плотности и уменьшении h вовлечения воды в квазиоднородный слой не происходит и $\delta = 0$.

В правой части уравнений содержатся члены, выражающие потоки тепла и солей на верхней (с индексами «0») и нижней (с индексами « h ») границах рассматриваемого слоя. Первые выражаются через уравнения баланса тепла (4.11) и солей (4.37), представляющие собой функции метеорологических элементов. Относительно потоков тепла и солей через слой скачка на глубине h пока еще нет достоверных экспериментальных данных, а также разработанной теории из-за трудности определения здесь коэффициентов теплопроводности и диффузии. Но величины этих потоков могут быть такого же порядка, как на поверхности.

Из уравнений (4.79) видно, что скорости изменений температуры и солености квазиоднородного слоя обратно пропорциональны его толщине. С началом прогрева океана весной ($\Phi_{т0} > 0$) происходит не только повышение температуры воды, но и уменьшение толщины квазиоднородного слоя, что видно из формулы (4.77). Только интенсивное испарение может в этот период скомпенсировать увеличение G_A , но, как показывают наблюдения, в среднем h сильнее зависит от потока тепла, и уменьшение толщины квазиоднородного слоя происходит вплоть до момента наступления максимума теплообмена океана с атмосферой. Затем h начинает увеличиваться, а температура квазиоднородного слоя продолжает повышаться до тех пор, пока потоки в правой части уравнения теплопроводности не станут отрицательными. Характер изменения солености квазиоднородного слоя таков же, как и температуры, что видно по аналогичности исходных уравнений (4.79), но имеет меньшую амплитуду. Только в замерзающих морях поступление талых вод и выделение солей при образовании льда создает большие потоки $\Phi_{\text{со}}$, приводящие к сильному распреснению и уменьшению толщины квазиоднородного слоя летом и быстрому его росту в осенний период.

В осенне-зимний период отток тепла в атмосферу, а в полярных районах и поступление солей при образовании льда могут создать неустойчивую стратификацию, которой соответствует положительное значение знаменателя формулы (4.77), и она теряет смысл. В этом случае толщина квазиоднородного слоя определяется по глубине распространения конвективного перемешивания. Поскольку потенциальная плотность воды ρ_θ в слое конвекции не меняется по вертикали, то глубина перегиба

кривой распределения плотности характеризует залегание нижней границы квазиоднородного слоя

$$\left. \frac{\partial \rho_\theta}{\partial z} \right|_{z=h} > 0. \quad (4.80)$$

Впервые это условие было использовано Н. Н. Зубовым [6] для расчетов температуры и солёности слоя конвективного перемешивания, вычисления сроков замерзания арктических морей и нарастания на них льда. Плотность воды в слое конвекции вычислялась им по T_0 и S_0 , а на более глубоких горизонтах —

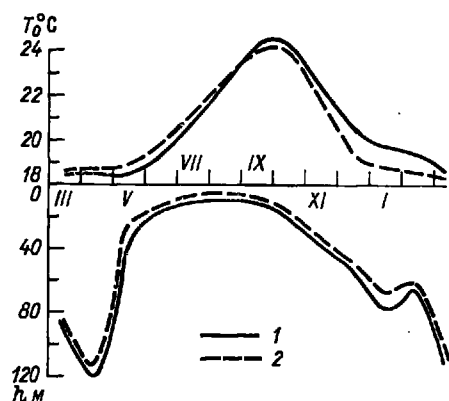


Рис. 38. Толщина и температура квазиоднородного слоя на станции «November» в 1967—1968 гг.

1 — по измерениям; 2 — рассчитанная.

температуры в Тихом океане в районе станции «November» (30° с. ш., 140° з. д.).

Максимальной толщины квазиоднородный слой достигает в апреле, хотя прогрев океана здесь начинается еще в марте, но из-за осолонения при испарении в марте—апреле продолжается конвективное перемешивание. С мая по октябрь стратификация деятельного слоя устойчивая ($G_A < 0$) и квазиоднородный слой формируется динамическими факторами, а с ноября развивается конвекция, приводящая к росту h .

4.8. Изменение температуры и солёности морских течений

Большая часть морских вод не остается неподвижной, а под действием различных факторов перемещается в пространстве, соприкасаясь при этом с водами, различающимися по своим гидрологическим характеристикам, в том числе по температуре и солёности. Поверхностные слои течений соприкасаются с ат-

по соответствующим T и S . За дату ледообразования принимается момент времени, в который T_0 понижается до температуры замерзания, являющейся функцией S_0 . Аналитическое решение данной задачи возможно лишь при линейном профиле температуры и солёности воды глубже слоя конвекции. В противном случае решение получается только численным способом, изложенным, например, в работе [5].

На рис. 38 показан описанный характер изменения толщины квазиоднородного слоя, а также его темпера-

мосферой, также характеризующейся различными значениями элементов как во времени, так и в пространстве. Тепловое взаимодействие течений с атмосферой и окружающими водами, обмен влагой и солями приводят к изменению температуры и солености течений. Такое изменение температуры и солености часто принято называть *термической и соленостной трансформацией вод*. Различают два вида трансформации водных масс: 1) стационарную, когда температура и соленость воды не меняются во времени, а изменяются только в пространстве, в данном случае вдоль и поперек струи течения; 2) нестационарную, когда эти гидрологические элементы меняются во времени. Естественно, что при этом происходят их изменения и в пространстве.

Чтобы познакомиться с закономерностями изменения температуры и солености воды в течениях, рассмотрим сначала стационарную термическую трансформацию. Обычно строго условия неизменности температуры воды во времени не выполняются, но в ряде случаев пространственные изменения температуры существенно больше временных, и последние можно не учитывать.

Предположим сначала, что течение имеет достаточно большую протяженность по сечению и поэтому окружающие воды в пределах рассматриваемого отрезка траектории не влияют на тепловое состояние срежня, температура которого меняется только вдоль траектории и по вертикали в результате теплообмена с атмосферой и подстилающими водами, располагающимися на глубине H . Если предполагать также, что упорядоченных вертикальных движений в течении нет, а существует только турбулентное перемешивание с постоянным K_T , и ось x направить вдоль срежня, в котором вода движется с постоянной скоростью u , то стационарная термическая трансформация его вод охарактеризуется уравнением

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = K_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad 0 \leq z \leq H, \quad 0 \leq x < \infty. \quad (4.81)$$

Здесь не принято во внимание турбулентное перемешивание вдоль оси x , так как перенос им тепла обычно существенно слабее, чем непосредственно адвекцией. Это уже отмечалось при рассмотрении порядков величин слагаемых общего уравнения теплопроводности. Также ради упрощения решения не принято во внимание объемное поглощение радиации водой ($\delta_k = 0$), роль которого уже рассмотрена.

В качестве граничного условия на поверхности примем уравнение теплового баланса, в котором также для упрощения решения будем считать известным теплообмен с атмосферой, меняющийся вдоль течения, т. е.

$$-\lambda \frac{\partial T_0}{\partial z} = \Phi_a(x) \quad \text{при } z=0. \quad (4.82)$$

На нижней границе течения наиболее логичным является задание неразрывности потоков тепла, но при этом следует ввести в задачу исследование трансформации нижележащего слоя воды. Поэтому для упрощения задачи предположим, что обмен теплом с подстилающими водами на глубине H отсутствует, т. е.

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_H = 0 \quad \text{при } z = H. \quad (4.83)$$

Кроме этих условий, для исследования трансформации необходимо определить тепловое состояние водной массы в начале течения при $x = 0$. Предположим, что здесь температура менялась линейно, т. е.

$$T(0, z) = T_0 - \alpha z \quad \text{при } x = 0. \quad (4.84)$$

Уравнение (4.81) заменой переменных $t = x/u$ сводится к нестационарному, рассмотренному в разделе 4.6, а если толщину течения считать бесконечно большой и начальную температуру принять однородной, то и решение будет иметь вид полученного ранее (4.61), в котором достаточно умножить t на скорость течения u , чтобы определить расстояние вдоль оси x , пройденное трансформирующейся водой.

Если же глубину считать конечной, то после введения указанной переменной и операционного преобразования всех функций по формуле (4.45) получим обыкновенное дифференциальное уравнение для изображения температуры, аналогичное уравнению (4.46), решение которого будет иметь вид

$$\begin{aligned} \bar{T}(p, z) = & T_0 - \alpha z + \alpha \sqrt{\frac{K_T}{p}} e^{(z-H)} \sqrt{\frac{p}{K_T}} + \\ & + \frac{\sqrt{K_T} \left[z \lambda e^{-H} \sqrt{\frac{p}{K_T}} - z \lambda + \Phi_1 \right] \left[e^{-z} \sqrt{\frac{p}{K_T}} + e^{(z-2H)} \sqrt{\frac{p}{K_T}} \right]}{\lambda \sqrt{p} \left(1 - e^{-2H} \sqrt{\frac{p}{K_T}} \right)}. \end{aligned} \quad (4.85)$$

В этом выражении первые два члена характеризуют исходную температуру течения, а последующие — ее изменение в результате теплообмена с атмосферой.

При переходе в полученном выражении от изображений к оригиналам можно учесть то обстоятельство, что второй член знаменателя много меньше первого и приближается к нему лишь в случае малых p , соответствующих большим x/u .

Если этот член во внимание не принимать, то при использовании теоремы свертки оригинал находится довольно просто:

$$T\left(\frac{x}{u}, z\right) = T_0 - z\alpha + \alpha \sqrt{K_T} \sum_{j=1}^5 (-1)^j \left[2 \sqrt{\frac{x}{\pi u}} e^{-\frac{\alpha_j u}{4K_T x}} - \sqrt{\frac{\alpha_j}{K_T}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\alpha_j u}{4K_T x}} \right] + \frac{\sqrt{K_T}}{\lambda} \int_0^{x/u} \Phi_a(\xi) \Psi_x\left(\frac{x}{u} - \xi\right) d\xi, \quad (4.86)$$

где

$$\alpha_1 = z^2; \quad \alpha_2 = (2H - z)^2; \quad \alpha_3 = (z + H)^2; \quad \alpha_4 = (H - z)^2; \\ \alpha_5 = (3H - z)^2;$$

$$\Psi_x(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} \left[e^{-\frac{z^2}{4K_T r}} + e^{-\frac{(2H-z)^2}{4K_T r}} \right].$$

В полученном выражении первые два члена характеризуют исходную температуру течения, третий член — изменение этой температуры за счет того, что имелся вертикальный градиент температуры z и турбулентное перемешивание производит выравнивание температуры по вертикали. Вклад этого члена будет тем больше, чем больше x и меньше u , т. е. чем большее расстояние прошла водная масса и длительнее происходило перемешивание. Последний член характеризует трансформацию воды в течении, обусловленную теплообменом с атмосферой.

В наиболее простом случае, когда в исходном пункте температура воды неизменна по вертикали, а теплообмен с атмосферой вдоль стрежня течения постоянен, термическая трансформация воды за счет теплообмена с атмосферой определяется выражением

$$T\left(\frac{x}{u}, z\right) = T_0 + \frac{\sqrt{K_T}}{\lambda} \Phi_a \sum_{j=1}^2 \left[2 \sqrt{\frac{x}{\pi u}} e^{-\frac{\alpha_j u}{4K_T x}} - \sqrt{\frac{\alpha_j}{K_T}} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\alpha_j u}{4K_T x}} \right]. \quad (4.87)$$

На рис. 39 показан характер изменения с расстоянием интенсивности тепловой трансформации движущейся воды. В соответствии с характером поставленных граничных условий наиболее сильно трансформируется поверхностный слой воды. С глубиной изменения температуры воды уменьшаются. В начале пути трансформация поверхностных вод максимальна, затем вдоль стрежня скорость изменения температуры постепенно убывает из-за вовлечения в теплообмен более глубоких слоев воды.

Эти закономерности трансформации сохраняются и в том случае, когда в водной массе существует вертикальный градиент

температуры и учитывается объемное поглощение коротковолновой радиации.

Течение обменивается теплом не только с атмосферой, но и с окружающими водами. Если определять только влияние бокового теплообмена посредством турбулентного перемешивания, то задача формулируется аналогичным образом, но вместо вертикального турбулентного перемешивания в уравнении теплопроводности фигурирует горизонтальное, т. е.

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = K_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad 0 \leq |y| \leq Y, \quad (4.88)$$

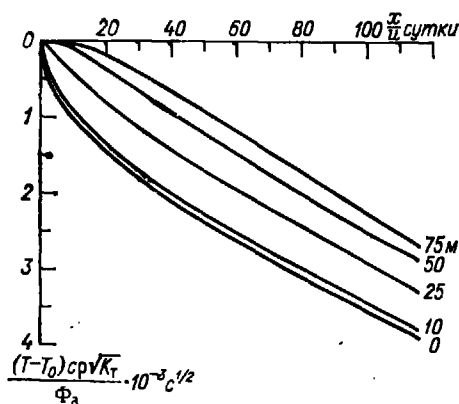


Рис. 39. Изменение температуры движущейся воды за счет теплообмена с атмосферой.

где Y — половина ширины струи течения.

Предположим, что течение вливается в однородную, бесконечно большую водную массу одинаковой температуры; тогда целесообразно считать, что на стрелке потока температура максимальна, т. е. здесь

$$\frac{\partial T_0}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = 0. \quad (4.89)$$

Вторым, наиболее логичным краевым условием на внешней границе течения принимается равенство температур вод течения и окружающих, а также непрерывность потоков тепла:

$$c_p K_y \left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{y=Y} = c_p K_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{y=Y} = \Phi_Y \quad \text{при } y = Y. \quad (4.90)$$

Если теплообмен течения с окружающими водами известен, то решение поставленной задачи не отличается от только что полученного при рассмотрении тепловой трансформации течения за счет теплообмена с атмосферой. В изображении оно имеет вид

$$\bar{T}(p, y) = T_0 + \frac{\bar{\Phi}_Y}{c_p \sqrt{p K_y}} \frac{\operatorname{ch} y \sqrt{\frac{p}{K_y}}}{\operatorname{sh} Y \sqrt{\frac{p}{K_y}}}, \quad (4.91)$$

где T_0 — температура течения при $x = 0$.

Оригиналом этого выражения будет

$$T\left(\frac{x}{u}, y\right) = T_0 + \frac{1}{Y c_p} \int_0^x \Phi_Y(t - \xi) \varphi(\xi, y) d\xi, \quad (4.92)$$

где

$$\varphi(\xi, y) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\frac{\pi^2 n^2 K_y}{Y^2} \xi} \cos\left(\frac{\pi n y}{Y}\right),$$

или при постоянной величине теплообмена

$$T\left(\frac{x}{u}, y\right) = T_0 + \frac{\Phi_Y}{Y_{cp}} \left[\frac{x}{u} - \frac{2Y^2}{\pi^2 K_y} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos\left(\frac{\pi n y}{Y}\right) \left(e^{-\frac{\pi^2 n^2 K_y}{Y^2} \frac{x}{u}} - 1 \right) \right]. \quad (4.93)$$

Последнее выражение, так же как приведенное у В. В. Шулейкина [16] при постоянной температуре на границе течения, является формальным, так как в природных условиях трансформация всегда захватывает обе среды — и с более высокой, и с более низкой температурой. Но в качественном отношении характер тепловой трансформации струи течения при этих упрощениях передается правильно.

При более строгом рассмотрении изменения температуры течения необходимо привлекать еще одно уравнение, характеризующее трансформацию примыкающих к течению вод, которая влияет на поток тепла Φ_Y . Оно имеет тот же вид, что и уравнение (4.88), но, по принятым условиям, распространяется по y от Y до ∞ . При однородной начальной температуре T_2 решение этого уравнения в изображениях имеет вид

$$\bar{T}(p, y) = T_2 - \frac{\bar{\Phi}_Y}{cp \sqrt{pK_2}} e^{(Y-y) \sqrt{\frac{p}{K_2}}}. \quad (4.94)$$

Неизвестный поток тепла находится из уравнений (4.91) и (4.94). Если в них положить $y = Y$, то получим функции изображения для температуры на границе течения $\bar{T}_Y$. Поскольку скачка температуры здесь не предполагается, то приравнивание выражений (4.91) и (4.94) при $y = Y$ позволяет получить

$$\bar{\Phi}_Y = \frac{cp(T_2 - T_0) \sqrt{K_y K_2 p}}{\sqrt{K_y} + \sqrt{K_2} \operatorname{cth}\left(Y \sqrt{\frac{p}{K_y}}\right)}. \quad (4.95)$$

В таком случае изображение температуры струи течения определится выражением

$$\bar{T}(p, y) = T_0 + \frac{(T_2 - T_0) \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_y} + \sqrt{K_2} \operatorname{cth}\left(Y \sqrt{\frac{p}{K_y}}\right)} \frac{\operatorname{ch} y \sqrt{\frac{p}{K_y}}}{\operatorname{sh} Y \sqrt{\frac{p}{K_y}}}. \quad (4.96)$$

Оригинал изображения (4.96) легко находится после выражения гиперболических функций через экспоненты и представления знаменателя в виде степенного ряда. Он имеет вид

$$T - T_0 = \frac{T_2 - T_0}{1 + \sqrt{\frac{K_y}{K_2}}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{K_y} - \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_y} + \sqrt{K_2}} \right)^n \times \\ \times \left[\operatorname{erfc} \frac{(2n+1)Y-y}{2\sqrt{K_y \frac{x}{u}}} + \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)Y+y}{2\sqrt{K_y \frac{x}{u}}} \right]. \quad (4.97)$$

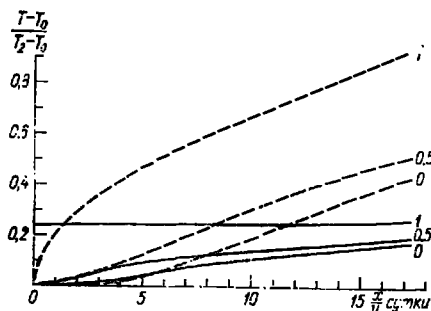


Рис. 40. Изменение температуры струи течения за счет теплообмена с окружающими водами на различных расстояниях от оси $\frac{y}{Y} = 0; 0,5; 1,0$ (пунктир $\Phi_x = \text{const}$).

На рис. 40 показан характер термической трансформации струи течения за счет бокового теплообмена с окружающими водами. Для сравнения изменения температуры при постоянном потоке тепла его следует представить в виде

$$\Phi_Y = \frac{c_p K_y (T_2 - T_0)}{Y}, \quad (4.98)$$

тогда значение термической трансформации течения можно поместить на этот же рисунок. Видно, что скорость изменения температуры течения при постоянном потоке тепла больше, чем при взаимном теплообмене с окружающими водами, так как в последнем случае изменяется температура не только струи, но и окружающих вод, в результате чего тепловая ширина струи как бы увеличивается по мере ее продвижения вперед. В качественном отношении такой характер изменения температуры соответствует наблюдаемому у всех течений, как теплых (например, Нордкапское течение в Баренцевом море, Курисио вблизи японских берегов), так и холодных (например, Восточно-Гренландское, Перуанское). В количественном же отношении могут быть отличия из-за того, что теплообмен с окружающей средой происходит одновременно как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении. Кроме того, происходит постоянное меандрирование течения, существенно усиливающее теплообмен.

Для того чтобы учесть нестационарность изменения температуры течения, в уравнении теплопроводности необходимо сохра-

нить первый член. Решение такого уравнения можно проводить аналогичным способом, применяя операционное преобразование два раза последовательно по переменным t и x/u , в результате чего также получается обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. Обычно оно довольно просто решается и позволяет получить функцию-изображение температуры, но обратный переход к оригиналу не всегда прост и обычно приходится ограничиваться приближенными результатами.

Закономерности изменения солёности в течениях при обмене влагой текущих вод с атмосферой или при обмене солями с окружающими водами имеют такой же характер, как и изменения температуры при термической трансформации. Аналитическое представление трансформации солёности может быть получено из приведенных решений для температуры течений, если в них заменить T на S и вместо коэффициента турбулентной теплопроводности использовать коэффициент диффузии, а также учесть соответствующие граничные условия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 4

1. Богуславский С. Г. Поглощение солнечной радиации в море и его непосредственное влияние на изменение температуры моря.—*Труды Морского гидрофиз. ин-та*, 1956, т. 8, с. 80—97.
2. Восканян А. Г., Пивоваров А. А., Хунджа Г. Г. Суточный ход температуры и турбулентный обмен при нагреве поверхностного слоя моря.—*Изв. АН СССР. Физика атм. и океана*, 1967, т. 3, № 11, с. 1210—1216.
3. Гидрология Тихого океана. М., «Наука», 1968. 520 с.
4. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М., «Высшая школа», 1965. 465 с.
5. Дорохин Ю. П. Тепловое взаимодействие атмосферы и гидросферы в Арктике. Л., Гидрометеиздат, 1969. 299 с.
6. Зубов Н. Н. Льды Арктики. М., Изд. Главсевморпути, 1945. 360 с.
7. Иванова З. С. Влияние изменения коэффициента турбулентного обмена на распространение температурных волн по вертикали в море.—*Труды Морского гидрофиз. ин-та*, 1958, т. 8, с. 34—42.
8. Изменчивость океанографических полей и глобальные наблюдения в океане.—*Труды ГОИН*, 1974, вып. 119. Под ред. А. А. Рыбникова. 132 с.
9. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеиздат, 1970. 283 с.
10. Кондратьев К. А. Лучистая энергия Солнца. Л., Гидрометеиздат, 1954. 600 с.
11. Краус Е. Б. Взаимодействие атмосферы и океана. Пер. с англ. Л., Гидрометеиздат, 1976. 295 с.
12. Мокин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеиздат, 1974. 261 с.
13. Океанографическая энциклопедия. Пер. с англ. Л., Гидрометеиздат, 1974. 631 с.
14. Процессы переноса вблизи поверхности раздела океан—атмосфера. Л., Гидрометеиздат, 1974. 239 с. Авт.: Р. С. Бортковский, Э. К. Бютнер, С. П. Малевский-Малевич, Л. Ю. Преображенский.
15. Федоров К. Н. Тонкая термохалинная структура вод океана. Л., Гидрометеиздат, 1976. 184 с.
16. Шулейкин В. В. Физика моря. М., «Наука», 1968. 1083 с.

Глава 5. Физические свойства морского льда

5.1. Образование и рост кристаллов льда

Переход вещества из одного агрегатного состояния в другое может происходить только в том случае, если параметры его состояния становятся отличными от их равновесных значений. Это означает, что температура, соленость и давление воды должны быть такими, чтобы на диаграмме фазовых состояний (см. рис. 8) точка пересечения этих характеристик не находилась на линии раздела фаз.

Степень отклонения выделенного объема воды от положения равновесия определяет движущую силу кристаллизации, равную разности свободных энергий термодинамической системы, наиболее существенно зависящей от переохлаждения, под которым понимается разность между температурой равновесия и фактической. Движущая сила характеризует способность воды к кристаллизации, но не скорость самой кристаллизации, поскольку на нее еще влияют такие факторы, как кинетическая энергия молекул, ориентирующее влияние примесей в воде, интенсивность теплообмена и т. д.

Переохлаждение воды зависит от различия в структуре жидкой и твердой фаз. Несмотря на ближнюю упорядоченность воды, некоторые связи между молекулами у нее разорваны, и поэтому ее структура несколько отличается от структуры льда. Это создает трудности для объединения молекул в структуру льда и благоприятствует переохлаждению воды, которое при спокойном состоянии воды может достигать десятков градусов.

В естественных условиях флуктуации кинетической энергии молекул воды, температуры, солености и давления не позволяют получать большие переохлаждения, так как создаются условия для объединения молекул H_2O в структурную форму льда. Вследствие флуктуации термодинамических параметров состояния воды условия, благоприятные для ее кристаллизации, возникают не сразу во всей ее массе или во всем охлаждающемся поверхностном слое, а в отдельных точках, называемых *центрами кристаллизации*. Гомогенная теория, объясняющая таким

образом механизм кристаллизации в однородной среде, предполагает, что в центрах кристаллизации в результате случайных столкновений молекул могут образовываться их комплексы, имеющие кристаллическое строение. Образовавшийся элементарный кристаллик льда принято называть *зародышем льда*.

Согласно гетерогенной теории, кристаллизация воды происходит не путем самопроизвольного образования зародышей в результате флуктуаций термодинамических параметров, а вследствие воздействия находящихся в воде посторонних тел, называемых затравками. Катализирующее влияние такой затравки тем больше, чем ближе строение ее кристаллической ре-



шетки к решетке льда. В этом случае работа на создание зародыша льда меньше, чем в однородной среде.

Эксперименты по переохлаждению воды и образованию в ней зародышей кристаллов показали, что образование отдельных зародышей оказывает ориентирующее влияние на расположенные поблизости молекулы воды, способствуя возникновению новых центров кристаллизации. Из них при благоприятных условиях образуются новые зародыши, способствующие формированию новых центров кристаллизации, т. е. возникает своеобразная цепная реакция. Поэтому кристаллизация переохлажденной воды происходит очень быстро, особенно при ее перемешивании, а переохлаждение не бывает большим (рис. 41).

Способность к дальнейшему росту имеют только те зародышевые кристаллы, размеры которых больше критических. В противном случае они распадаются. С точки зрения термодинамики зародыш оказывается устойчивым только в том случае, если общее уменьшение свободной энергии при переходе молекул внутрь кристалла превышает возрастание поверхностной свободной энергии, необходимой на создание раздела твердой и жидкой фаз воды. Это имеет место тогда, когда количество молекул внутри кристалла значительно превышает количество молекул на гранях кристалла. Такое условие выполняется при линейных

размерах кристалла порядка 10^{-8} см, т. е. при длине ребра кристалла в несколько десятков атомных расстояний.

Скорость роста кристалла зависит от интенсивности притока к нему «питательного вещества» — молекул воды — и от той минимальной энергии, которая не дает им оторваться от кристалла за счет флуктуаций. Приток молекул воды к кристаллу, их присоединение и отток энергии, выделяющейся при этом, являются функцией интенсивности перемешивания воды вокруг кристалла и ее переохлаждения. Это учитывается в формулах, предложенных для определения роста массы кристалла M_k .

В случае роста кристаллов льда на поверхности воды отток энергии принимается пропорциональным градиенту температуры $\frac{dT}{dn}$:

$$\frac{dM_k}{dt} = \frac{\Lambda_n}{L_n} \frac{dT}{dn}, \quad (5.1)$$

где Λ_n — теплопроводность льда по направлению n .

Из уравнения (5.1) следует, что растут быстрее те грани, коэффициент теплопроводности по нормали к которым минимален. Поэтому кристалл ограничен такими гранями, скорость роста которых минимальна.

В неподвижной воде при подводе молекул H_2O к кристаллу льда молекулярной диффузией «строительный материал» интенсивнее поступает к вершинам и ребрам, от них быстрее оттекает выделяющаяся при кристаллизации энергия. Это часто приводит к развитию скелетных форм кристаллов. Увеличение перемешивания, приводящее к выравниванию поля температуры вокруг кристалла и достаточному подтоку оседающих на нем молекул воды, способствует росту однородных, слабо разветвленных кристаллов. При очень сильном перемешивании воды повышается вероятность слипания и разрыва кристаллов, нарушающая формирование правильных монокристаллов.

Большое влияние на рост и форму кристаллов оказывает соленость морской воды. При замерзании морской воды происходит раздельное образование структурных решеток льда и каждой соли, которые не могут объединяться и включаются в кристалл только на участках его дефектов. Из-за оттеснения солей к периферии кристалликов они оказываются окруженными более соленой водой, чем та, из которой возникли кристаллы льда. Перемешивание разрывает слой повышенной солености, и в нем возникают неоднородности в распределении солености. В сторону ее меньших значений с более высокой температурой замерзания направлен преимущественно рост кристалла, который остается практически пресным.

В естественных условиях в море всегда содержится огромное количество ядер кристаллизации, распределенных, как правило, более или менее равномерно, поэтому оно всегда подго-

товлено к замерзанию и большие переохлаждения в естественных условиях встречаются не часто. Вследствие таких условий возникшая в отдельных очагах кристаллизация быстро распространяется по большой акватории. За несколько часов она покрывается ледяным «салом», придающим поверхности моря маслянистый блеск.

Ледяное сало состоит из первичных кристалликов льда. Ветер и волны перемешивают кристаллы, их ориентировка становится хаотической вплоть до глубины, на которую они заносятся

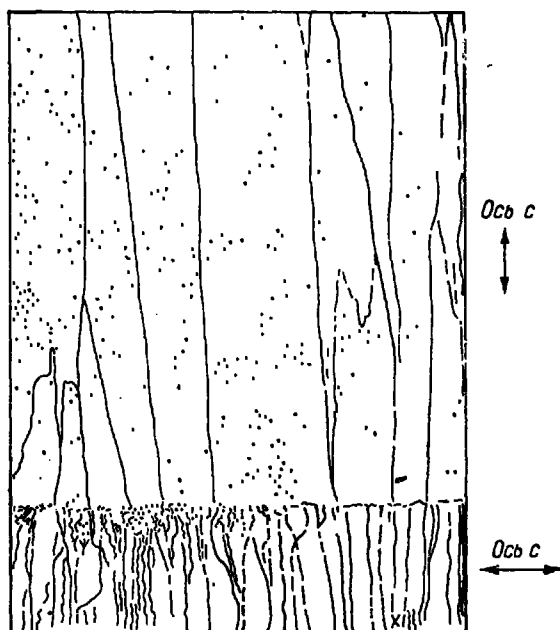


Рис. 42. Фронтальная граница двух различных форм кристаллов льда.

турбулентным перемешиванием. Особенно большое влияние на интенсивность образования первичных форм льда оказывает выпадающий на его поверхность снег, быстро пропитываемый водой и превращающийся в рыхлый соленый лед.

Свободный рост кристалла происходит до тех пор, пока он не встречает препятствия в виде другого кристалла. Смерзаясь, они образуют ледяной покров. При этом между кристаллами может оставаться морская вода с повышенной концентрацией солей, из-за которых она имеет более низкую температуру замерзания. Эти включения жидкой соленой фазы называются *рассолом*. Их форма и размеры весьма разнообразны: от плоских прослоек или нитевидных включений между кристаллами сечением в несколько микронов до сферических вкраплений и

крупных сквозных каналов между кристаллами с рассолом объемом в несколько кубических сантиметров.

В настоящее время еще нет сложившейся точки зрения на рост кристаллов в ледяном покрове. Можно лишь предполагать, что в механизме роста кристалла проявляется анизотропия теплопроводности относительно его оптической оси, в результате чего тепловой поток существенно тормозит рост кристалла по направлению оптической оси, чем в других направлениях. Поэтому в ледяном покрове может происходить постепенное ослабление роста кристаллов, неблагоприятно ориентированных к тепловому потоку, т. е. переориентация кристаллов.

Изменение потока тепла от растущего кристалла может прерывать его рост. В дальнейшем он не возобновляется и кристалл служит лишь ядром кристаллизации, на котором вырастают новые кристаллы. Прекращение роста кристаллов вследствие изменения внешних условий обычно хорошо прослеживается на вертикальных разрезах льда (рис. 42). Поверхность раздела льда и воды, как правило, не бывает гладкой. При росте выступающие кристаллы ветвятся, стремясь достигнуть участков воды пониженной солености. Между кристаллами остается вода с повышенной концентрацией солей. Этот слой льда толщиной в несколько сантиметров носит название скелетного или каркасного. При дальнейшем понижении температуры часть воды из рассола замерзает, приводя к утолщению кристаллов, а межкристаллические прослойки уменьшаются и лед по мере удаления от его нижней поверхности становится все более сплошным.

5.2. Фазовый состав морского льда

Морской лед, как уже было отмечено, представляет собой сложное тело. Кроме кристаллов практически пресного льда, в нем содержатся жидкая фаза и соли в растворенном и твердом состоянии. Обычно в нем еще встречаются вкрапления пузырьков воздуха, мелких водорослей, особенно в антарктических льдах, и других посторонних примесей.

Между количеством рассола, его концентрацией и температурой льда существует связь, которую можно представить в аналитической форме.

Будем считать, что некоторый объем морского льда общей массой M состоит из пресного льда (твердой фазы) M_n , воды M_v и солей M_c :

$$M = M_n + M_v + M_c. \quad (5.2)$$

В зависимости от температуры льда часть солей находится в растворенном состоянии в рассоле M_{pc} , а часть в кристаллическом состоянии M_{kc} :

$$M_c = M_{pc} + M_{kc}. \quad (5.3)$$

Обычно лед характеризуют не общей массой солей, а их количеством, приходящимся на весовую единицу морского льда, т. е. соленостью

$$s = \frac{M_c}{M}, \quad (5.4)$$

а соленость рассола S_p характеризуют массой растворенных солей, приходящихся на весовую единицу рассола:

$$S_p = \frac{M_{pc}}{M_{pc} + M_b}. \quad (5.5)$$

Разделим выражение (5.2) на M и подставим вместо соответствующих членов s и S_p :

$$1 = \frac{M_n}{M} + \frac{M_b}{M} + s.$$

После замены M_b по соотношениям (5.3) и (5.5) получим относительную долю пресного льда в морском:

$$\frac{M_n}{M} = 1 - \frac{s}{S_p} + \frac{M_{kc}}{MS_p} (1 - S_p). \quad (5.6)$$

При температуре выше $-7,5^\circ\text{C}$ доля солей в кристаллическом состоянии ничтожна и формула (5.6) без последнего члена совпадает с выражением, полученным еще Ф. Мальмгренем в 1927 г. Масса рассола в морском льду равна сумме масс пресной воды и растворенных солей:

$$M_p = M_b + M_{pc}. \quad (5.7)$$

Поделив все члены этой суммы на M и используя соотношения (5.3) и (5.5), получим

$$\frac{M_p}{M} = \frac{s}{S_p} + \frac{M_{kc}}{MS_p}. \quad (5.8)$$

В главе 1 отмечалось, что между концентрацией солей и температурой равновесия фаз существует вполне определенное и единственное при неизменном давлении соотношение. Поэтому если температура льда меняется, то изменится масса и концентрация рассола. Чтобы аналитически выразить эту связь, нужно продифференцировать формулу (5.2) по температуре:

$$\frac{dM}{dT} = \frac{dM_n}{dT} + \frac{dM_b}{dT} + \frac{dM_c}{dT}.$$

Общая масса морского льда и солей в нем при изменении температуры не меняется, следовательно,

$$\frac{dM_n}{dT} = - \frac{dM_b}{dT}. \quad (5.9)$$

Поэтому для определения изменения массы пресного льда или воды в морском льду достаточно продифференцировать

формулу (5.6) по температуре, учитывая, что соленость льда при этом не меняется:

$$\frac{1}{M} \frac{dM_n}{dT} = \frac{s}{S_p^2} \left(1 - \frac{M_{\text{кк}}}{Ms} \right) \frac{dS_p}{dT} + \frac{1}{MS_p} (1 - S_p) \frac{dM_{\text{кк}}}{dT}. \quad (5.10)$$

Для проведения расчетов по этой формуле необходимо знать соленость рассола и массу кристаллических солей как функцию температуры.

Фазовые переходы в морском льду — весьма сложное явление, так как кристаллизация солей рассола происходит раздельно в зависимости от их эвтектических температур. В настоящее время последние определены только для изолированных двухкомпонентных систем, состоящих из одной соли и воды. Эвтектические температуры основных солей, содержащихся в морской воде, приведены в табл. 9.

Таблица 9

Эвтектическая температура солей

Соль	CaCO ₃	Na ₂ CO ₃	K ₂ SO ₄	Na ₂ SO ₄	MgSO ₄
Эвтектическая температура, °C	—1,9	—2,1	—2,9	—3,5	—3,9
Соль	KCl	CaSO ₄	NaCl	MgCl ₂	CaCl ₂
Эвтектическая температура, °C	—11,1	—17,0	—21,1	—33,6	—55

В рассоле соли содержатся в виде ионов, которые взаимодействуют между собой, поэтому кристаллизация солей происходит при температурах, отличающихся от приведенных в таблице в сторону понижения. Для некоторых солей это отличие достигает нескольких градусов. Но в общем в первую очередь при понижении температуры кристаллизуются соли, имеющие более высокую эвтектическую температуру.

О массе кристаллических солей в морском льду можно судить по результатам экспериментальных данных, обобщенных А. П. Цуриковой и В. Л. Цуриковым [7] и представленных в табл. 10.

Таблица 10

Масса кристаллических солей (в граммах), приходящихся на 1 кг льда соленостью 10‰

T°С	—7,6	—9,5	—10,6	—12,3	—17,0	—22,6
M _{кк}	0,05	0,54	0,68	0,82	0,98	1,80
T°С	—24,2	—26,0	—28,0	—30,8	—34,2	
M _{кк}	5,28	6,61	7,12	7,50	7,89	

Чтобы получить массу кристаллических солей для льда другой солености, достаточно указанные в таблице значения умножить на отношение новой солености льда к 10‰.

Из-за сложности процесса фазовых переходов во льду пока еще не получено аналитической зависимости концентрации рассола от температуры. Имеются лишь экспериментальные данные; некоторые из них представлены на рис. 43. Швертфегер [10] аппроксимировал экспериментальную кривую зависимости концентрации рассола от температуры ломаной кривой, на основании чего можно получить

$$\frac{dS_p}{dT} = \frac{\alpha}{1 + M_{pc}/M_b}, \quad (5.11)$$

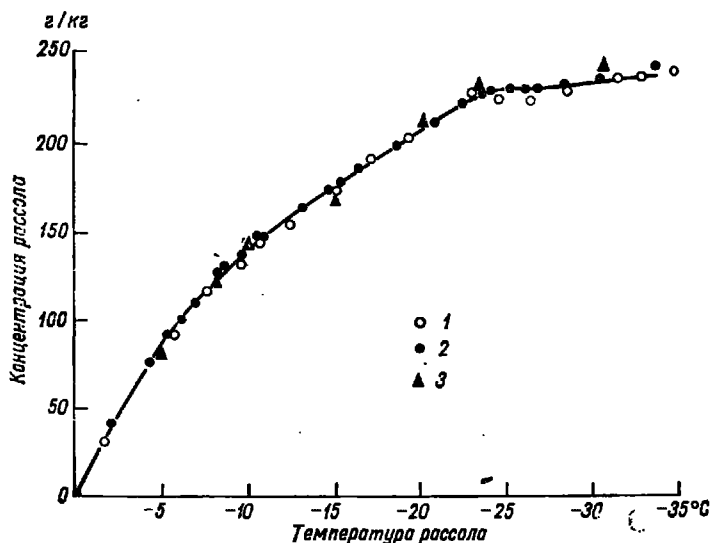


Рис. 43. Концентрация рассола при вымораживании воды [4].

1 — по Гаттерману; 2 — по Нельсону и Томпсону; 3 — по Рингеру.

где α — определенные Швертфегером коэффициенты:

$$\alpha = \begin{cases} -1,848 \cdot 10^{-2} & \text{при } 0 \geq T \geq -7,6^\circ\text{C}, \\ -1,031 \cdot 10^{-2} & \text{при } -7,6 > T \geq -23^\circ\text{C}, \end{cases} \quad (5.12)$$

причем

$$\frac{M_{pc}}{M_b} = \begin{cases} \alpha T & \text{при } 0 \geq T \geq -7,6^\circ\text{C}, \\ (6,240 - 1,031T) \cdot 10^{-2} & \text{при } -7,6 > T \geq -23^\circ\text{C}. \end{cases} \quad (5.13)$$

Исходя из общей солености льда, массы кристаллических солей и солености рассола, можно определить массу рассола

$$M_p = M_{pc} + M_b = \frac{Ms - M_{kc}}{S_p}. \quad (5.14)$$

Поскольку соленость рассола и масса кристаллических солей зависят от температуры, то масса рассола, как это следует

из формулы (5.14), также является функцией температуры. Наглядное представление об этом дает рис. 44.

Скорость уменьшения содержания жидкой фазы с понижением температуры плавно убывает до момента, когда начинается кристаллизация хлористого натрия. При этой температуре происходит быстрое уменьшение массы рассола, а затем скорость снова падает.

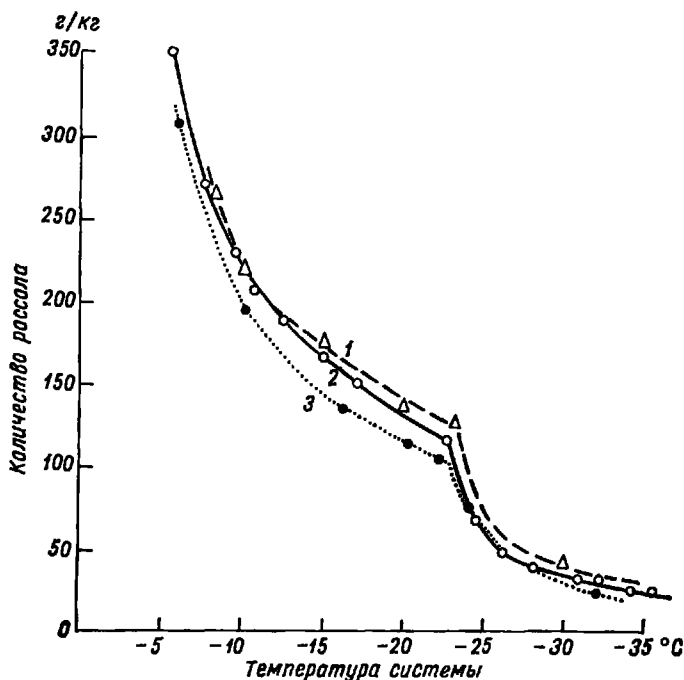


Рис. 44. Масса рассола в 1 кг морского льда при различной температуре [4].

1 — по Рингеру ($s=35,05\%$); 2 — по Гиттерману ($s=33,10\%$); 3 — по Ассуру ($s=34,12\%$).

Искажения в приведенные соотношения между содержанием во льду солей, жидкой фазы и температурой вносит миграция рассола из морского льда. В основном она происходит из-за действия гравитационных сил, способствующих стеканию тяжелого рассола вниз; температурного градиента, приводящего к плавлению льда около нижней части ячейки с рассолом, имеющей более высокую температуру, чем верхняя часть ячейки, где происходит вымораживание рассола; сил поверхностного натяжения на включения рассола; осмотических процессов и т.д.

Экспериментальные данные показывают, что основная масса рассола вытекает из льда в период его образования, когда лед

сравнительно тонкий и его температура довольно высока, а также летом. При высокой температуре во льду увеличивается масса жидкой фазы, разрушаются сморози между кристаллами и открываются поры, по которым рассол стекает. В холодный период скорость миграции существенно замедляется.

Наблюдения показывают, что соленость молодого льда очень сильно зависит от температуры воздуха и скорости ветра в период формирования ледяного покрова. Это объясняется тем, что при низкой температуре воздуха скорость роста кристаллов

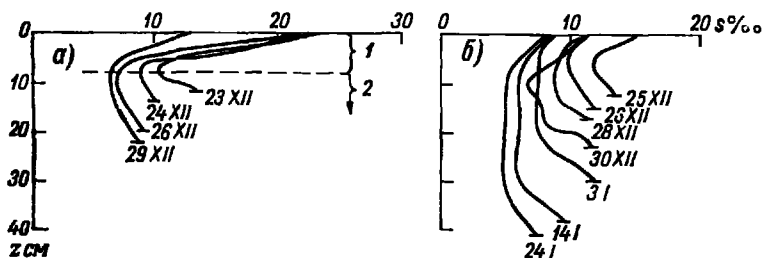


Рис. 45. Профили солености молодого морского льда. Лед образовался в период ветрового волнения (а) и в спокойных условиях (б).

1 — лед в виде смеси снежных и ледяных кристаллов, 2 — конгеляционный лед.

больше, а их размеры меньше, чем при повышенной температуре. Вследствие большей удельной поверхности они удерживают больше рассола. Ветер и волнение приводят к хаотическому перемешиванию кристаллов, при котором скорость вытекания рассола меньше, чем при их упорядоченной, особенно вертикальной ориентировке.

Существенно повышает соленость образующегося льда снег, выпадающий на поверхность моря и удерживающий из-за ажурности снежинок большое количество морской воды. Это хорошо видно из рис. 45, построенного по данным наблюдений вблизи побережья п-ова Лабрадор.

В дальнейшем вследствие миграции рассола соленость льда постепенно уменьшается и к началу таяния в Северном Ледовитом океане и его морях составляет 3—6‰. Лды акваторий умеренной зоны имеют соленость на 1—2‰ меньше, а морские антарктические льды на столько же больше.

К концу лета в результате миграции солей льды очень сильно опресняются, и поэтому соленость многолетнего льда редко превышает 1—2‰.

5.3. Теплофизические характеристики морского льда

Наличие в морском льду рассола, пузырьков воздуха и других примесей приводит к тому, что его теплофизические характеристики не остаются постоянными, а меняются с изменением

соотношения фаз, пористости льда и примесей в нем. Первые исследования влияния фазового состава морского льда на некоторые его тепловые свойства проводились Ф. Мальмгренем. Впоследствии уточнением его исследований занимались многие советские и зарубежные ученые, и к настоящему времени основные теплофизические характеристики морского льда изучены достаточно полно.

Очень сильно зависит от фазового состава морского льда его теплоемкость $c_{\text{л}}$, часто называемая *эффективной теплоемкостью*. Под ней понимается средневзвешенное значение суммы теплоемкостей кристаллов льда и рассола, а также теплота, выделяемая или потребляемая при фазовых переходах:

$$c_{\text{л}} = c_{\text{п}} \frac{M_{\text{п}}}{M} + c_{\text{р}} \frac{M_{\text{р}}}{M} + c_{\text{кк}} \frac{M_{\text{кк}}}{M} + \frac{L_{\text{п}}}{M} \frac{dM_{\text{п}}}{dT} + \frac{L_{\text{с}}}{M} \frac{dM_{\text{кк}}}{dT}. \quad (5.15)$$

Здесь первые три члена правой части представляют собой вклад теплоемкостей пресного льда (кристаллов), рассола и кристаллических солей, а последние два слагаемых характеризуют теплоту фазовых превращений воды и солей.

Энергетический вклад кристаллических солей и их фазовых переходов незначительный, и поэтому он обычно во внимание не принимается.

Выразив с помощью формул предыдущего раздела соотношения масс компонентов морского льда и их зависимость от температуры через солёности, получим

$$c_{\text{л}} = c_{\text{п}} \left(1 - \frac{s}{S_{\text{р}}}\right) + c_{\text{р}} \frac{s}{S_{\text{р}}} - L_{\text{п}} \frac{s}{S_{\text{р}}^2} \frac{dS_{\text{р}}}{dT}. \quad (5.16)$$

Теплоемкости пресного льда и рассола сравнительно слабо зависят от температуры, и по результатам экспериментальных определений они представляются формулами

$$\begin{aligned} c_{\text{п}} &= (2,12 + 0,0078T^{\circ}\text{C}) \text{ Дж}/(\text{г} \cdot \text{К}), \\ c_{\text{р}} &= (4,19 - 4,55 \cdot 10^{-3}S_{\text{р}}) \text{ Дж}/(\text{г} \cdot \text{К}). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Наиболее существенный вклад в эффективную теплоемкость морского льда вносит теплота фазовых преобразований пресной воды, что хорошо видно по данным табл. 11.

Строго говоря, теплота, выделяемая или поглощаемая при фазовых преобразованиях рассола, не является собственно теплоемкостью, но она играет ту же роль, что и теплоемкость, при изменениях температуры льда в результате его теплообмена с окружающей средой. Поэтому эта теплота и включена в теплоемкость.

Теплота фазовых переходов играет существенную роль при высокой температуре льда, когда масса рассола во льду большая. С понижением температуры, когда большая часть рассола

вымерзает, эффективная теплоемкость приближается к теплоемкости пресного льда.

Таблица 11

Теплоемкость морского льда [Дж/(г·К)] (числитель — без учета теплоты фазовых преобразований, знаменатель — эффективная теплоемкость по экспериментам Б. А. Савельева [6])

T°С	S%,				
	2	5	10	15	20
-5,6	2,11	2,16	2,26	2,30	2,43
	3,52	4,65	7,96	8,71	12,61
-10,6	2,06	2,08	2,13	2,18	2,22
	2,85	3,35	4,65	—	6,41
-15,0	2,01	2,03	2,07	2,10	2,13
	2,60	2,97	3,52	4,53	4,65

Следующей теплофизической характеристикой морского льда, очень сильно зависящей от количества рассола, является *теплота кристаллизации (плавления)*. Как уже отмечалось, морской лед, в отличие от пресноводного, не представляет собой монолитное тело. Чем выше температура, тем меньше в нем замерзшей воды и больше рассола, т. е. морской лед кристаллизуется не при фиксированной температуре, как пресный лед, а непрерывно от температуры замерзания морской воды до температуры, при которой весь рассол вымерзает. Таяние морского льда также происходит постепенно, начиная с внутреннего плавления вокруг ячеек с рассолом.

Такой характер фазовых переходов в морском льду был впервые отмечен Мальмгренем, который предложил вместо общепринятой удельной теплоты кристаллизации использовать понятие эффективного тепла L_s , требуемого на плавление единицы массы морского льда, взятого при некоторой температуре T . Оно складывается из энергии, расходуемой на плавление кристаллов льда и на повышение температуры льда и рассола до температуры полного плавления морского льда ϑ .

Выражение для определения этого эффективного тепла можно получить, если проинтегрировать по температуре от T до ϑ эффективную теплоемкость льда (5.16) и зависимость солёности рассола от температуры представить формулами (5.11) и (5.13):

$$L_s = [c_n(1-s) + c_p s] (T - \vartheta) + (c_p - c_n) \frac{s}{a} \ln \frac{T}{\vartheta} - L_n \left(\frac{s}{aT} - \frac{s}{a\vartheta} \right). \quad (5.18)$$

Последний член этой формулы может быть несколько преобразован, если принять, что соотношения (5.11) и (5.13) остаются справедливыми при температуре замерзания, но при этом S_p должно быть заменено на s , т. е.

$$s = \frac{\alpha \vartheta}{1 + \alpha \vartheta}. \quad (5.19)$$

Замена знаменателей в последнем члене выражения (5.18) с помощью формул (5.11), (5.13) и (5.19) приводит его к виду

$$L_s = [c_n(1-s) + c_p s](T - \vartheta) + (c_p - c_n) \frac{s}{\alpha} \ln \frac{T}{\vartheta} - L_n \left(\frac{s}{S_p} - 1 \right). \quad (5.20)$$

Первые два члена этой формулы характеризуют количество энергии, потребное для нагревания кристаллов льда и рассола от T до ϑ , а последний — энергию фазовых переходов. Если лед пресный, то $s = 0$ и энергия, необходимая для плавления 1 г льда при $T = \vartheta$, равна удельной теплоте кристаллизации пресной воды $L_n = 334$ Дж/г. Для повышения температуры льда и его плавления необходима затрата энергии, поэтому и L_s , определяемая по формуле (5.18) или (5.20), будет отрицательна. Если происходят понижение температуры и кристаллизация воды, то T и ϑ меняются местами и L_s становится положительной.

В табл. 12 приведены некоторые значения L_s .

Таблица 12

Энергия, необходимая для плавления 1 г морского льда (Дж)

°C	S‰					
	0	1	2	4	6	8
-0,5	335	300	264	194	124	53
-1,0	336	318	301	266	230	195
-2,0	338	329	320	302	284	264
-3,0	340	334	328	316	303	291

Сравнение приведенных в таблице значений показывает, что при плавлении пресного льда требуется сравнительно небольшой приток энергии для повышения его температуры до точки плавления и большое количество энергии на само плавление. У морского же льда фазовые переходы происходят не скачком, а постепенно, и поэтому на повышение температуры, особенно при высокой солености, требуется значительно больший, чем у пресного, приток энергии.

Важной теплофизической характеристикой морского льда является его *теплопроводность* Λ , характеризующая поток тепла через лед в направлении, обратном градиенту температуры. Различные компоненты морского льда обладают различной способностью проводить тепло. Наибольшей теплопроводностью обладают кристаллы льда. По оценкам В. В. Шулейкина [8], их теплопроводность Λ_k равна 2,22 Вт/(м·град). Теплопроводность рассола Λ_p примерно в 4 раза меньше Λ_k , а молекулярная теплопроводность пузырьков воздуха Λ_v на два порядка меньше Λ_k . Поэтому с повышением солёности и пористости льда его способность проводить тепло уменьшается.

Для учета влияния пузырьков воздуха на теплопроводность льда обычно используется полученная Максвеллом формула проводимости пористых тел, предполагающая равномерное распределение в них пузырьков газа общим относительным объемом v_v :

$$\Lambda_n \approx \Lambda_k \frac{1 - v_v}{1 + 0,5v_v}, \quad (5.21)$$

где Λ_n — теплопроводность пористого льда.

Из-за меньшего различия в теплопроводностях льда и рассола последний слабее влияет на общую теплопроводность морского льда, чем воздух. Если ячейки с рассолом располагаются во льду равномерно, то, по-видимому, для определения их влияния на Λ льда можно использовать формулу (5.21), в которой вместо v_v следует использовать относительный объем рассола.

В тех случаях, когда рассол во льду располагается в вертикальных каналах цилиндрической формы, предлагается несколько иная форма зависимости Λ от солёности льда.

Так, например, Швертфегер при определении теплопроводности исходил из условия, что общий поток тепла через такой лед равен сумме потоков через кристаллы льда и рассол. Последние же пропорциональны градиентам температур и площадям сечений, занимаемым льдом Π_n и рассолом Π_p . Поскольку градиенты температур одинаковы как во льду, так и в рассоле, то оказывается, что

$$\Lambda \Pi = \Lambda_n \Pi_n + \Lambda_p \Pi_p.$$

Если площади сечений пропорциональны массам соответствующих компонентов морского льда, то

$$\Lambda = \Lambda_n \frac{M_n}{M} + \Lambda_p \frac{M_p}{M} \approx \Lambda_n \left(1 - \frac{s}{S_p}\right) + \Lambda_p \frac{s}{S_p},$$

или

$$\Lambda = \Lambda_n - (\Lambda_n - \Lambda_p) \frac{s}{S_p}. \quad (5.22)$$

Из формулы видно, что теплопроводность морского льда уменьшается с ростом его солёности. Это уменьшение тем

больше, чем выше температура льда, приводящая к понижению концентрации рассола.

Зависимость теплопроводности морского льда от его пористости, солёности и температуры приводит к тому, что Λ оказывается переменным, хотя и в меньшей степени, чем эффективная теплоемкость. Послойные измерения Λ показали, что из-за повышения пористости поверхностных слоев морского льда их теплопроводность несколько понижена. Также уменьшается Λ нижних слоев льда вследствие более высокой их температуры и большего содержания рассола. Это хорошо видно из рис. 46.

К весьма переменным свойствам ледяного покрова относится его способность поглощать лучистую энергию. Поступающий к ледяному покрову интегральный поток радиации Q_{Σ} частично отражается, а остальная его доля проходит в толщу льда. Здесь происходит поглощение и рассеяние радиации с обратным выходом некоторой ее части на поверхность льда и суммирование с отраженной радиацией на самой поверхности. Этот суммар-

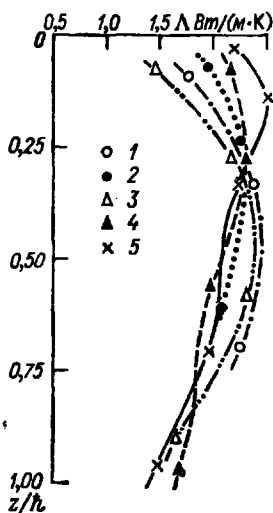


Рис. 46. Вертикальный профиль теплопроводности морского льда [4].

1 — однолетний лед, СП-4, 1957 г.; 2 — двухлетний лед, СП-4, 1957 г.; 3 — однолетний лед, СП-5, 1956 г.; 4 — двухлетний лед, СП-5, 1956 г.; 5 — многолетний лед, СП-5, 1956 г.

ный поток называется *отраженной радиацией*. Отношение этой отраженной интегральной радиации к падающей, т. е. *альбедо* A , меняется в широких пределах и зависит как от длины волны света, так и от состояния льда.

Измерения показали, что альбедо снежно-ледяного покрова для радиации (с длиной волны от 0,76 до 10^3 мкм) не превышает 3,5% и поглощение этого лучистого потока происходит в очень тонком поверхностном слое льда или находящегося на нем снега. Излучение льда сосредоточено в области длинноволновой части спектра и составляет примерно 98% излучения абсолютно черного тела.

В противоположность длинноволновой альбедо коротковолновой радиации очень сильно зависит от состояния снежно-ледяной поверхности (табл. 13).

Из таблицы видно, что наиболее сильно альбедо изменяется во время таяния льда, когда на нем перемежаются участки, покрытые снегом, оголенные и снежницы. Из-за трудности количественной оценки их соотношения и степени таяния приведенные значения A носят ориентировочный характер.

Таблица 13
Среднее альbedo снежно-ледяного покрова

Характер поверхности	Разрушенность поверхности, %	A	Характер поверхности	Разрушенность поверхности, %	A
Свежевыпавший снег на льду	0	0,88	Тающий лед с белой поверхностью	30	0,51
Плотный снег на льду	0	0,77	Тающий лед со слабо развитыми снежниками	40	0,47
Снег на льду в начале таяния	0	0,67	Интенсивно тающий лед со снежниками	50	0,41
Интенсивно тающий снег, местами белый лед	10	0,62	Тающий лед, полностью покрытый снежниками	70	0,33
Интенсивно тающий снег и тающий белый лед	20	0,56			

Проникшая в лед коротковолновая радиация рассеивается и поглощается с интенсивностью, зависящей от его монолитности. Чем больше пористость льда и его соленость, тем быстрее происходит ослабление лучистого потока, оцениваемое коэффициентом ослабления a (табл. 14).

Таблица 14
Коэффициент ослабления радиации в морском льду (см⁻¹)

Слой льда, см.	0—5	5—10	10—15	15—30	30—70
a	0,270	0,085	0,039	0,016	0,010

Как и альbedo, приведенные значения коэффициента ослабления имеют ориентировочный характер и показывают общую закономерность повышения a к поверхности льда из-за увеличения пористости.

Общее ослабление потока радиации во льду происходит по экспоненциальному закону

$$Q_n(z) = Q_n(0) e^{-az}, \quad (5.23)$$

характеризующему быстрое ослабление лучистого потока тепла. Особенно быстро происходит ослабление радиации при ее прохождении через снег, обладающий еще большей, чем лед, поглощательной способностью. Тем не менее сквозь тонкий лед проходит достаточно большой поток радиации, влияющий на температуру подледной воды. Пропускание тонким льдом лучистой энергии приводит также к уменьшению доли рассеянной радиации и уменьшению суммарного потока отраженной коротковолновой радиации. Поэтому альbedo тонких льдов меньше, чем толстых.

5.4. Механические свойства морского льда

Знание механических свойств льда, под которыми понимают его способность сопротивляться воздействию внешних механических сил, имеет первостепенное значение при решении таких задач, как ограждение от льда портовых сооружений, нефтяных вышек на шельфе, при расчете прочностных свойств судов ледового класса, сооружений ледовых переправ и т. д. Тем не менее из-за сложности строения льда и особенностей его поведения под нагрузкой многие механические характеристики морского льда не могут еще вычисляться аналитически, а определяются только из экспериментов. При этом приходится иметь в виду, что морской лед поликристалличен. В нем всегда имеются пустоты, и поэтому даже при выборе для анализа образцов льда из одной льдины неизбежны различия в результатах эксперимента. Кроме того, в отличие от большинства твердых тел, лед в естественных условиях находится при температуре, не очень далекой от температуры плавления. Это обстоятельство также оказывает влияние на поведение льда под нагрузкой.

Действующую на лед силу принято выражать через *напряжение* σ , равное силе, приходящейся на единицу площади. Под действием этого напряжения лед деформируется либо упруго, либо пластически. В первом случае после прекращения действия силы лед возвращается в первоначальное состояние, а во втором — не возвращается. При упругой деформации между напряжением и *деформацией* ϵ , под которой обычно понимают относительное изменение размеров или формы образца льда, существует линейная связь:

$$\sigma = E\epsilon, \quad (5.24)$$

где E — коэффициент пропорциональности, называемый *модулем упругости*.

В зависимости от вида деформации различают модуль продольной деформации, или растяжения (модуль Юнга) E_p , модуль поперечной деформации E_{π} , модуль сдвига E_{ϕ} и модуль сжатия E_c . Наибольшим из них (по экспериментам) чаще всего бывает модуль сжатия. Так, например, В. В. Богородский [1] для однолетних морских льдов получил E_c/E_p , меняющееся в пределах от 1,02 до 1,14, а для многолетних — от 0,90 до 1,08. По его определениям, достаточно постоянными как для однолетних, так и для многолетних льдов оказались отношения E_p/E_{ϕ} и E_{π}/E_p . Первое из них менялось всего от 2,62 до 2,70, а второе, называемое *коэффициентом Пуассона* μ , — от 0,31 до 0,35.

Упругие характеристики морского льда зависят от его твердой структуры, которая составляет основную часть массы льда и практически непрерывна до наступления интенсивного таяния.

Эта основа и определяет упругое поведение льда. Она слабо меняется при встречающихся в природных условиях изменениях температуры и солености льда. Поэтому упругие модули морского льда сравнительно слабо зависят от температуры и солености и очень сильно от структуры льда. В частности, В. В. Богородский с помощью ультразвуковых методов получил для однолетних льдов коэффициент E , меняющийся от $2,7 \cdot 10^{10}$ до $7,5 \cdot 10^{10}$ дин/см². Несколько больше оказалось E для многолетних льдов — от $4,6 \cdot 10^{10}$ до $9 \cdot 10^{10}$ дин/см².

Эксперименты с морским льдом показывают, что он ведет себя как упругое тело при сравнительно небольших и кратковременных нагрузках. В противном случае лед деформируется пластически. Механизм такой деформации объясняется взаимным смещением кристаллов, особенно интенсивно происходящим вдоль прослоек рассола, изменением размеров и формы кристаллов, внутрикристаллическими деформациями, связанными с перемещениями дефектов кристаллической решетки льда и смещением атомов кристалла.

В отличие от упругой деформации, между напряжением и пластической деформацией связь нелинейная и зависит не только от нагрузки, но и от времени ее действия; обычно, на основании экспериментальных данных, она представляется уравнением

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma^n}{\kappa_n}, \quad (5.25)$$

где κ_n — коэффициент, играющий роль вязкости и зависящий очень сильно от температуры; n — безразмерный показатель, который в зависимости от структуры льда принимает значения от 1,85 до 4,16.

Чтобы получить какие-то критерии, позволяющие разделять упругую и пластическую стадии деформации морского льда, рассматривается суммарная скорость деформации льда при периодически меняющемся напряжении

$$\sigma = \sigma_0 \sin \xi t. \quad (5.26)$$

В этом случае на основании формул (5.24) и (5.25)

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_{упр}}{dt} + \frac{d\varepsilon_{пл}}{dt} = \frac{\sigma_0^3}{E} \cos \xi t + \frac{\sigma_0^n (\sin \xi t)^n}{\kappa_n}.$$

Проинтегрировав это уравнение, при условии, что в начальный момент деформация отсутствует, получим для среднего $n \approx 3$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \sin \xi t + \frac{\sigma_0^3}{3\kappa_n \xi} \left[1 + \frac{1}{4} \cos (3\xi t) - \frac{9}{4} \cos \xi t \right]. \quad (5.27)$$

Первый член этой формулы характеризует вклад упругой деформации, второй — пластической. Из формулы следует, что

деформация льда происходит по типу упругой в том случае, если $\frac{3\xi\kappa_{\lambda}}{E\sigma_0^2} \gg 1$; если же второй член существенно больше пер-

вого, т. е. $\frac{\sigma_0^2 E}{3\xi\kappa_{\lambda}} \gg 1$, то деформация происходит по типу пластической. То есть характер деформации зависит от нагрузки и скорости ее приложения.

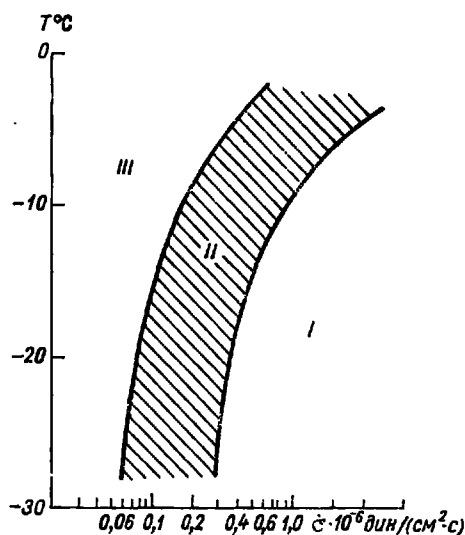


Рис. 47. Границы упругого (I), смешанного (II), пластического (III) поведения морского льда под нагрузкой.

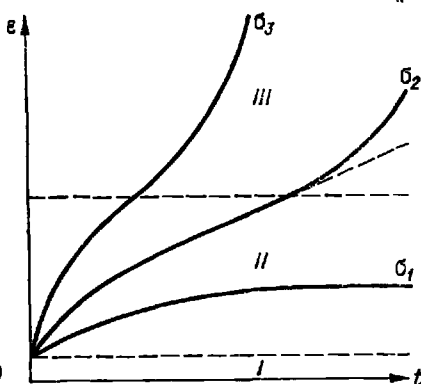


Рис. 48. Кривые ползучести льда.

При средних значениях E и κ_{λ} и нагрузках порядка 10^6 дин/см² деформация может быть упругой только в том случае, если время действия нагрузки, или период приложения силы, не превышает десятых долей секунды. В противном случае деформация становится в большей или меньшей степени пластической (рис. 47). Характерной особенностью пластической деформации является ее зависимость от времени действия и нагрузки. На представленных на рис. 48 кривых изменения ε при статической нагрузке в зависимости от времени ее действия, называемых кривыми *ползучести* льда, видно, что выделяются режимы установившейся и неустановившейся ползучести. Если напряжение меньше некоторого предельного $\sigma_{\text{п}}$, зависящего от структуры льда, его температуры, солености и т. д., то после некоторого промежутка времени устанавливается постоянная скорость деформации — режим установившейся ползучести. Если

же нагрузка превышает σ_n , то скорость деформации с течением времени возрастает, т. е. имеет место режим неустановившейся ползучести, за которым наступает разрушение льда. Некоторые значения предельного напряжения, по экспериментам К. Ф. Войтковского, даны в табл. 15.

Таблица 15

Предельное напряжение льда (дин/см²)
в зависимости от температуры

$T^{\circ}\text{C}$	-1,2	-1,8	-4,0
$\sigma_n \cdot 10^{-6}$	1,6	2	3

Таким образом, пластическая деформация льда при постоянной нагрузке имеет тенденцию к росту. Чтобы этого не происходило, нужно уменьшить напряжение по экспоненциальному закону, полученному для твердых тел еще Максвеллом в 1868 г:

$$\sigma = \sigma_n e^{-t/\Delta t}, \quad (5.28)$$

где σ_n — начальное напряжение; Δt — время, в течение которого напряжение, поддерживающее постоянство деформации, убывает в e раз (период релаксации).

Свойство твердого тела уменьшать силу сопротивления внешней нагрузке Максвелл назвал *релаксацией*, т. е. расслаблением тела.

Позднее М. Т. Шведов (1890 г.) установил, что по закону Максвелла убывает только избыток напряжения над предельно упругим σ_y , и формулу (5.28) несколько модифицировал:

$$(\sigma - \sigma_y) = (\sigma_n - \sigma_y) e^{-t/\Delta t}. \quad (5.29)$$

Если напряжение во времени не уменьшается, то после достижения предельной деформации лед разрушается. При быстром приложении напряжения пластической деформации может не быть и лед разрушается в упругой стадии. Такой характер разрушения называют *хрупким*, в отличие от первого, *пластического* типа. То минимальное напряжение, которое вызывает разрушение льда, численно характеризует прочностные свойства льда и называется его *прочностью*.

Прочность кристаллов льда довольно велика. Согласно теоретическим оценкам, разрыв бездефектной атомной решетки кристалла в среднем происходит при напряжении $8 \cdot 10^9$ дин/см². Из-за наличия в морском льду пор и ячеек с рассолом, из-за слабости связей между кристаллами разрушение льда происходит при напряжениях, в тысячи раз меньших, чем получено для отдельных кристаллов.

Сопротивление морского льда разрушению зависит от скорости приложения напряжения: чем выше она, тем меньше прочность льда. Это явление объясняется тем, что при медленном

нагрузении льда происходят пластические деформации, в результате которых нагрузка распределяется по большому объему льда, и его номинальная прочность возрастает. Эксперименты показывают, что прочность льда при пластическом разрушении в 4—6 раз больше, чем при хрупком.

Прочность морского льда сильно зависит от его температуры и солености — она уменьшается с их ростом. Это связано с тем, что с увеличением температуры и солености льда возрастает объем рассола, который уменьшает связь между кристаллами, а следовательно, и прочность льда. Эксперименты показывают, что прочность льда уменьшается пропорционально корню квадратному из относительного объема рассола v_p .

Сопротивление льда разрушению зависит от вида деформации. Наибольшей прочностью морской лед обладает тогда, когда он подвергается сжатию. В случае пластической деформации его предел прочности $\sigma_{сж}$ зимой в среднем меняется от $2 \cdot 10^7$ до $8 \cdot 10^7$ дин/см² в зависимости от ориентации кристаллов. Меньшей прочностью морской лед обладает при его растяжении или изгибе. Эксперименты по разрушению образцов льда показали, что пределы прочности на растяжение σ_p и на изгиб $\sigma_{из}$ примерно одинаковы до тех пор, пока содержание рассола не превышает 12—14%, и могут быть представлены формулой

$$\sigma_p = 2,8 \cdot 10^7 \left(1 - \sqrt{\frac{v_p}{0,234}} \right) \text{ дин/см}^2. \quad (5.30)$$

При большем содержании рассола предел прочности остается на уровне $6,6 \cdot 10^6$ дин/см².

Наименьший предел прочности морской лед имеет при деформации сдвига. При малой скорости приложения нагрузки он имеет значение порядка 10^7 дин/см² и с увеличением жидкой фазы во льду убывает до $\sigma_{\phi} \sim 5 \cdot 10^6$ дин/см².

Приведенные пределы прочности получены по экспериментам с образцами льда. Если же исследуются выпиленные из льда большие балки, которые не вынимаются из воды, то их разрушение происходит при меньших напряжениях. Так, например, предел прочности ледовых консолей и балок при их изгибе в несколько раз меньше, чем это следует по формуле (5.30). В этом случае эксперименты приводят к другому выражению, характеризующему прочность льда:

$$\sigma_{из} = 6,9 \cdot 10^6 \left(1 - \sqrt{\frac{v_p}{0,202}} \right) \text{ дин/см}^2. \quad (5.31)$$

По-видимому, такое уменьшение прочности связано с большим количеством крупных ячеек с рассолом и трещин в больших кусках льда.

5.5. Нарастание и таяние ледяного покрова

Вследствие большого количества ядер кристаллизации в поверхностном слое моря и его довольно равномерного охлаждения по большой акватории возникшая в отдельных очагах кристаллизация быстро распространяется на большую площадь. Наблюдатели отмечают, что начальные формы льда образуют на спокойной воде сплошную тонкую пленку льда. Дальнейшее увеличение толщины этого слоя льда происходит за счет разности потоков тепла в атмосферу и из воды ко льду Φ , компенсация которой осуществляется посредством выделения теплоты кристаллизации при замерзании новых порций воды, прилегающих ко льду.

Поскольку поток тепла вверх через лед пропорционален теплопроводности льда Λ и градиенту температуры $\partial T/\partial z$, а теплота кристаллизации пропорциональна массе образовавшегося льда M , то уравнение теплового баланса, характеризующее соотношение между перечисленными потоками тепла на этой границе раздела сред, представляется следующим образом:

$$L \frac{\partial M}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \Phi. \quad (5.32)$$

Если учесть количество пресного льда в морском и зависимость удельной теплоты плавления морского льда L от его солености s и температуры, то, отнеся все потоки к единице площади, получим преобразованное выражение уравнения (5.32):

$$L_p \frac{\partial h}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \Phi, \quad (5.33)$$

где $L = L_p \left(1 - \frac{s}{s_p}\right)$, h — толщина льда.

Трудность решения уравнения (5.33) заключается в том, что потоки тепла, стоящие в его правой части, зависят не только от внешних условий, но и от изменения самой толщины льда. Из-за теплоемкости льда происходит изменение амплитуды и сдвиг фазы распространяющегося во льду теплового потока, вследствие чего профиль температуры отличается от линейного по вертикали. Для его вычисления исходят из уравнения теплопроводности, которое в случае горизонтально однородного ледяного покрова имеет вид

$$c_{лрл} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\Lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \phi \right), \quad 0 \leq z \leq h(t), \quad (5.34)$$

где ϕ — мощность тепловых источников во льду.

Обычно мощность внутренних источников тепла, связанных с фазовыми преобразованиями в толще льда из-за изменений температуры, учитывают через теплоемкость морского льда [2]. В таком случае под ϕ понимают тепловые источники,

связанные, например, с поглощением коротковолновой радиации в толще льда.

Теплопроводность морского льда, как и теплоемкость, зависит от содержания во льду жидкой фазы, а следовательно, от его температуры. Все это приводит к тому, что уравнение (5.34) становится нелинейным и для него аналитического решения еще не получено.

Из уравнения (5.33) следуют общие качественные представления о скорости роста толщины льда; она будет тем больше, чем больше градиент температуры во льду и меньше поток тепла из воды. Поскольку в среднем градиент температуры уменьшается с ростом толщины льда, то при увеличении h скорость ее прироста при неизменных внешних условиях уменьшается. Более детальный анализ закономерностей термического роста толщины льда можно провести не по общему виду дифференциальных уравнений, а по выражению, полученному после их решения.

В простейшем случае, когда морской лед достаточно тонкий и вертикальный профиль температуры в нем близок к линейному, можно не пользоваться уравнением (5.34), а сразу использовать уравнение (5.33), приняв градиент температуры постоянным по всей толщине льда. Это приводит к простому решению

$$h(t) = \sqrt{h_0^2 + \frac{2\Lambda}{L\rho_L} \int_0^t [\vartheta - T_0(\xi) - \frac{\Phi}{\Lambda} h(\xi)] d\xi}. \quad (5.35)$$

В принципе расчеты по этой формуле могут проводиться только посредством итерационного процесса, когда в качестве первого приближения принимается начальная толщина льда. Эта формула устанавливает аналитическую зависимость толщины льда как от метеорологических факторов, выражаемых температурой поверхности льда, так и от гидрологических, определяемых потоком тепла ко льду. При некотором их сочетании, приводящем к равенству потока тепла через лед притоку Φ , рост толщины льда прекращается. Оно выполняется в том случае, когда подынтегральное выражение равно нулю. Из него находится предельная толщина льда

$$h_n = \frac{\Lambda(\vartheta - T_0)}{\Phi}. \quad (5.36)$$

Формула (5.36) оказывается весьма удобной для оценки максимально возможной толщины льда при известных по акватории значениях температуры воздуха и потока тепла. Она также годится для оценок необходимого увеличения потока тепла из воды при уничтожении льда в районах портов.

В природных условиях лед почти всегда покрыт слоем снега, который сильно влияет на его температуру и прирост толщины.

Влияние снега наиболее просто учесть, если полагать вертикальный профиль температуры в обеих средах линейным. В таком случае температура T_0 на границе раздела слоя снега толщиной h_0 со льдом легко определяется через температуру на поверхности снега T_c , его теплопроводность Λ_c и толщину льда h :

$$T_0 = \frac{\Lambda_c \vartheta + \Lambda_c h T_c}{\Lambda_c h + \Lambda_c} \quad (5.37)$$

Подстановка этого выражения в формулу (5.35) позволяет перейти от неизвестной T_0 к температуре поверхности снега, которая обычно близка к температуре воздуха.

Полученную формулу можно упростить, если принять, что в пределах интервала времени $0 < t \leq t_1$ толщина льда меняется линейно, а для $t = t_1$ значения прироста толщины льда, полученные по линейному и нелинейному выражениям, совпадают. В таком случае для расчета толщины льда на момент времени t_1 получим формулу

$$h(t_1) = -a_1 + \sqrt{(a_1 + h_0)^2 + \frac{2\Lambda}{L\rho_L} \int_0^{t_1} \left[\vartheta - T_c - \frac{\Phi}{\Lambda} \left(h_0 + \frac{\Lambda h_c}{\Lambda_c} \right) \right] dt}, \quad (5.38)$$

где

$$a_1 = \frac{\Lambda h_c}{\Lambda_c} + \frac{1}{L\rho_L t_1} \int_0^{t_1} \Phi t dt.$$

Из сравнения формул (5.35) и (5.38) видно, что при одних и тех же внешних условиях снежный покров способствует уменьшению скорости прироста толщины льда. Замедление прироста h происходит также при увеличении общей величины h и возрастании притока тепла от воды. Поэтому рост толщины ледяного покрова сопровождается уменьшением ее пространственной неоднородности. Из-за экранирующего влияния снега предельная толщина морского льда в этом случае будет меньше, чем при отсутствии снега. Выражение для ее оценки находится тем же способом, что и выше:

$$h_{\pi} = \frac{\Lambda (\vartheta - T_c)}{\Phi} - \frac{\Lambda}{\Lambda_c} h_c. \quad (5.39)$$

Перечисленные формулы дают приближенную зависимость прироста толщины льда от термических факторов, играющих главную роль при сравнительно небольшой толщине льда и медленных атмосферных процессах. Если лед многолетний толстый, то его теплозапас оказывает существенное влияние на проходящий через лед поток тепла, профиль температуры

отклоняется от линейного (рис. 49) и расчет по перечисленным формулам может не привести к правильным результатам. В этом случае приходится прибегать к решению уравнения теплопроводности (5.34) и из него находить выражение градиента температуры у нижней поверхности льда. Последующая его подстановка в уравнение баланса тепла (5.33) позволяет полу-

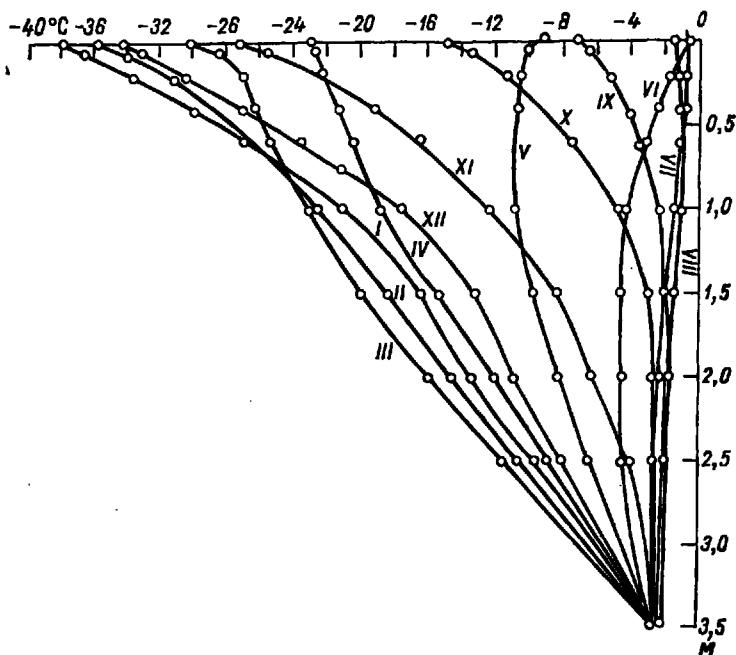


Рис. 49. Среднемесячная температура морского многолетнего льда.

чить формулу для вычисления прироста толщины льда. В частности, при $\Phi = 0$ и $h_c = 0$ она будет иметь вид

$$\Delta h = \frac{\Delta}{L\rho_n} \left\{ \int_0^t \frac{\vartheta - T_0}{h} d\xi + \frac{2\vartheta}{h} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{v_j} (1 - e^{-v_j t}) - \right. \\ \left. - \frac{2}{h} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \int_0^t T_0(t - \xi) e^{-v_j \xi} d\xi + \right. \\ \left. + \frac{1}{k} \int_0^h f(\xi) \left[\frac{\xi}{h} + \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j} e^{-v_j t} \sin\left(\pi j \frac{\xi}{h}\right) \right] d\xi \right\}, \quad (5.40)$$

где $f(\xi)$ — начальный профиль температуры льда; k — теплопроводность льда; $v_j = \frac{\pi^2 j^2 k}{h^2}$, $j = 1, 2, 3, \dots$.

Первый член полученного выражения характеризует прирост толщины льда при линейном профиле температуры, а все остальные — вклад нелинейности. С уменьшением толщины льда роль последних убывает экспоненциально и для $h < 50$ см колебания температуры на поверхности льда с суточным периодом слабо искажают линейность ее профиля.

В толстом льду колебания поверхностной температуры достигают нижней поверхности льда с существенным запозданием, вследствие чего там градиент температуры не соответствует подинтегральному выражению первого члена и прирост льда не может вычисляться без учета его теплозапаса, особенно на короткие интервалы времени. С увеличением этого интервала времени роль нестационарных членов убывает. Это позволяет при расчетах нарастания толстого льда за длительные промежутки времени использовать приближенные формулы.

В весенний период из-за возрастания радиационного баланса температуру поверхности льда или снега на льду уже нельзя отождествлять, как зимой, с температурой воздуха. Поэтому для определения T_0 следует использовать уравнение теплового баланса

$$B + c_a \rho_a c_T V (T_a - T_0) + L_c \rho_a c_q V (q - q_0) = \Lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (5.41)$$

где L_c — удельная теплота испарения льда.

Удельная влажность воздуха является функцией лишь относительной влажности r и температуры и может быть представлена формулой

$$q \approx 3,8 \cdot 10^{-3} r e^{aT_a}, \quad (5.42)$$

в которой параметр $a \approx 0,086 \text{ K}^{-1}$ сравнительно слабо зависит от температуры.

Используя формулу (5.42), можно разность удельных влажностей представить через разность температур:

$$\begin{aligned} q - q_0 &\approx 3,8 \cdot 10^{-3} e^{aT_a} [r - e^{a(T_0 - T_a)}] \approx \\ &\approx 3,8 \cdot 10^{-3} e^{aT_a} [r - 1 + a(T_a - T_0)]. \end{aligned}$$

Здесь использовано то обстоятельство, что температура снежно-ледяной поверхности равна температуре воздуха на этом уровне, а относительная влажность воздуха равна насыщающей, т. е. $r = 1$. Кроме того, из-за небольшой величины показателя экспонента представляется в виде двух первых членов разложения в ряд.

Градиент температуры, стоящий в правой части выражения (5.41), определяется на основании решения уравнения (5.34), а при приближенных оценках потока тепла он может быть

принят пропорциональным разности температур на верхней и нижней поверхностях льда:

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial z} \approx \Lambda \frac{\vartheta - T_0}{\hbar}.$$

Используя преобразованные выражения слагаемых уравнения теплового баланса и решив его относительно T_0 , получим

$$T_0 = \left[T_a + \frac{B - \Lambda \frac{\vartheta}{\hbar}}{c_a \rho_a c_T V (1 + \delta)} - \frac{\delta (1 - r)}{a (1 + \delta)} \right] \left[1 - \frac{\Lambda}{\hbar c_a \rho_a c_T V (1 + \delta)} \right]^{-1}, \quad (5.43)$$

где $\delta \equiv 3,8 \cdot 10^{-3} \frac{L_c c_q a}{c_a c_T} \approx 0,8$.

Из выражения (5.43) хорошо видно, что температура поверхности льда отличается от температуры воздуха T_a тем сильнее, чем больше абсолютное значение радиационного баланса, меньше относительная влажность воздуха, скорость ветра и толщина льда. Зимой из-за отрицательного радиационного баланса температура поверхности льда несколько ниже температуры воздуха, а весной, когда B становится положительным, T_0 становится выше T_a . Поэтому таяние льда или снега на льду начинается еще при отрицательной температуре воздуха. В среднем в полярных широтах оно наступает при температуре воздуха около $-1,2^\circ\text{C}$, а в умеренных широтах при еще более низкой температуре из-за больших значений радиационного баланса.

Если на льду есть снег, то при получении выражения, определяющего температуру его поверхности, градиент температуры снега заменяется через градиент температуры льда с помощью формулы (5.37). При этом вид выражения (5.43) не меняется, но вместо T_0 должна фигурировать температура поверхности

снега T_c , а толщина льда приобретает множитель $\left(1 + \frac{\Lambda \hbar_c}{\Lambda_c \hbar}\right)$. В результате слагаемые, характеризующие поток тепла от поверхности в толщу льда, становятся еще меньше, чем при бесснежном льде, и могут не приниматься во внимание.

Температура тающего льда обычно очень близка к 0°C , так как при повышении температуры весной происходит усиленная миграция солей из поверхностного слоя льда и он становится практически пресным. Следовательно, дата начала таяния льда или снега на льду определяется как момент времени, в который температура снежно-ледяной поверхности становится равной 0°C .

Начиная с этого момента ($t_0 = 0$) происходит таяние снега на льду, а затем стайвание льда. Выражение для определения толщины стаявшего слоя льда может быть получено из уравнения теплового баланса (5.41), если в него дополнительно вклю-

чить тепло, расходуемое на таяние снега $L_{\pi} \rho_c \frac{\partial h_c}{\partial t}$ и льда $L_{\pi} \frac{\partial h}{\partial t}$. Интегрирование по времени этого уравнения дает

$$\Delta h = \frac{1}{L_{\pi}} \int_0^{t_1} \left[B + c_{\pi} \rho_a c_T V T_a + L_c \rho_a c_q V (q - q_0) - \Lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} \right] dt - \frac{\rho_{\pi}}{\rho_c} h_c, \quad (5.44)$$

где $\frac{L}{L_{\pi}} \approx 1$.

Полученное выражение показывает, что толщина стаявшего слоя льда Δh зависит от теплообмена с атмосферой, представленного первыми тремя членами подынтегрального выражения, затрат тепла на прогрев льда и таяние снега. Обычно на прогрев льда тратится очень незначительная доля общего теплового потока, и если ее не принимать во внимание, то при толщине льда 2 м ошибка в расчете будет менее 1—2 см/мес. Поэтому последний член подынтегрального выражения обычно не учитывается.

Самый последний член формулы (5.44) характеризует увеличение толщины льда за счет находящегося на нем снега. Если расчет стаивания производится с момента, когда на льду еще находится снег, то часть тепла расходуется на его таяние, и поэтому Δh уменьшается.

Очень большое влияние на таяние льдов в море оказывают участки чистой воды между льдинами. Из-за малой отражательной способности вода аккумулирует больше лучистой энергии, чем лед. Это приводит к повышению ее температуры и расходованию части тепла на таяние льдин. На такой характер перераспределения тепла впервые обратил внимание Н. Н. Зубов [3] при анализе более быстрого таяния разреженного льда. Действительно, при сплоченности льда N и теплообмене с атмосферой Φ_a на водную поверхность за время dt поступит поток тепла, равный $\Phi_a(1 - N)dt$.

Н. Н. Зубов принял, что поступившее тепло расходуется на плавление льда площадью dN и толщиной h :

$$\Phi_a(1 - N)dt + L_{\pi} h dN = 0. \quad (5.45)$$

Интегрирование этого уравнения приводит к формуле

$$N = 1 - (1 - N_0) \exp \left(\frac{1}{L_{\pi}} \int_0^t \frac{\Phi_a}{h} d\tau \right), \quad (5.46)$$

где N_0 — сплоченность льдов перед началом таяния.

Предположение о расходовании всего тепла, поглощенного водой, на таяние льда более или менее соответствует

действительности лишь при значительной сплоченности льда. С увеличением пространства чистой воды растет доля тепла, идущая на повышение ее температуры и на прогрев более глубоких слоев моря. Поэтому уменьшение сплоченности льда в результате таяния будет происходить несколько медленнее, чем это следует из формулы (5.46).

5.6. Поведение льда под нагрузкой

Образовавшийся ледяной покров постоянно находится под действием различных напряжений, главные из которых обусловлены воздействием ветра, течения и колебаний уровня моря. Кроме них, практический интерес вызывают напряжения, производимые различными техническими средствами. Силы гидрометеорологического происхождения вызывают подвижки льда, приводящие к довольно крупномасштабным его торошениям, взламыванию на большой площади, образованию трещин и разводов. Технические средства деформируют лед, как правило, на сравнительно небольшом пространстве вокруг себя. Тем не менее поведение льда под действием таких нагрузок очень важно знать при решении многих технических задач, связанных с сохранностью грузов на льду, с расчетом прогностических качеств судов ледового класса и других конструкций, на которые действует лед.

Хотя масштабы деформаций льда под действием сил гидрометеорологического и технического происхождения различны, но в том и другом случае они зависят от характера приложения напряжения и механических свойств льда.

Торошение и разломы льда — обычное явление, вследствие чего морской ледяной покров представляет собой не ровную пластину, а совокупность отдельных льдин и их сморозей различной толщины, размеров и формы с торосами, имеющими вертикальную протяженность до десятка метров и занимающими значительные площади. Первые попытки объяснения механизма взлома льда и образования торосов предпринимались еще в самом начале XX в. С. О. Макаровым, а затем А. К. Бурке, которые предполагали существование статистического равновесия между силами сжатия льда и его плавучести. Позднее Н. Н. Зубов учел энергию, необходимую для погашения инерционного движения льдины. Он полагал, что запас этой кинетической энергии расходуется на торосообразование. Однако произведенные Д. Е. Хейсиным подсчеты показали, что запас кинетической энергии в среднем на 2—3 порядка меньше усилий ледового сжатия, вызывающих торошение льдов.

Разрушение льда при торошении происходит по-разному. Для тонких льдов характерно надвигание кромки одной льдины на

другую с образованием «гребенки» (рис. 50). Наползающие друг на друга льдины вызывают изгибные напряжения, которые, достигнув предела прочности на изгиб, ломают лед. Длина отломанной части льдины l определяется из равенства изгибающего момента в точке начала изгиба (точка O на рис. 50) предельному. При этом полагается, что изгибающий момент зависит лишь от массы изогнувшейся части льдины и ее длины и приближенно равен $I = \frac{1}{2} \rho_{\text{л}} g \bar{h} l^2$.

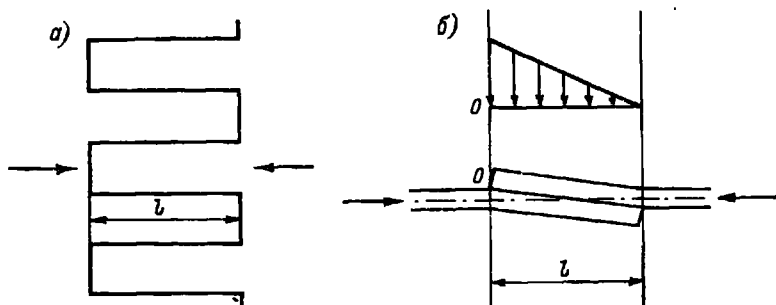


Рис. 50. Образование гребенки при торожении тонких льдов.

a — вид сверху; b — вид сбоку и эпюра сил.

Предельное сопротивление льдины на изгиб определяется по формуле $I_{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{н}} \bar{h}^2}{6}$.

Приравняв I к $I_{\text{пр}}$, Д. Е. Хейсин получил

$$l = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{н}} \bar{h}}{3g\rho_{\text{л}}}}. \quad (5.47)$$

Льды могут тороситься также за счет потери устойчивости при сжатии. Предельное давление сжатия, отнесенное к единице ширины льдины, определяется Д. Е. Хейсиным по формуле

$$F_{\text{сж}} = k_{\text{сж}} \bar{h} \sqrt{\bar{h}}, \quad (5.48)$$

где $k_{\text{сж}} = \sqrt{\frac{E_{\text{с}} \rho_{\text{л}} g}{12(1-\mu^2)}}$ — коэффициент сжатия.

Поскольку сжатие происходит медленно, то напряжение можно считать статическим, для которого модуль сжатия $E_{\text{с}}$ примерно в пять раз меньше динамического и равен 2×10^9 дин/см². В таком случае $k_{\text{сж}} = 4,5 \cdot 10^5$ дин/см^{3/2}, а среднее напряжение сжатия по сечению льдины составит

$$\sigma_{\text{сж}} = k_{\text{сж}} \sqrt{\bar{h}}.$$

Рассчитанное по этой формуле $\sigma_{\text{сж}}$ оказывается в несколько раз меньше, чем приведенные в разделе 5.4 средние пределы

прочности льда на сжатие. Это означает, что в результате сжатия может разрушаться лед ослабленный, имеющий трещины, либо сравнительно тонкий, насыщенный рассолом.

В кинематической модели Парметера и Куна [9] принимается, что торосы образуются в результате обламывания краев соприкасающихся льдин под действием давления ранее образовавшихся обломков (рис. 51). Если скорость одной льдины относительно другой обозначить u , то работа сил сжатия $F_{сж}$ в стационарном случае равна потенциальной энергии $\mathcal{E}_т$, накопленной в торосе, т. е.

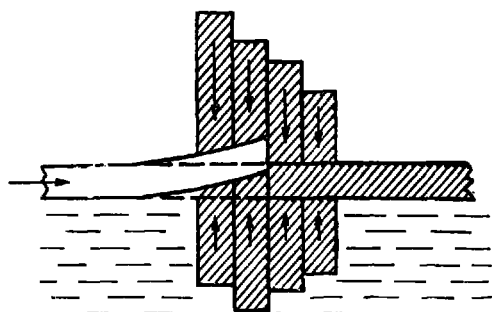


Рис. 51. Кинематическая модель торосообразования.

$$F_{сж}u = \mathcal{E}_т.$$

Сохраняется также объем льда при торосении

$$u\hbar = v_t,$$

где объем тороса v_t может быть определен по наблюдениям.

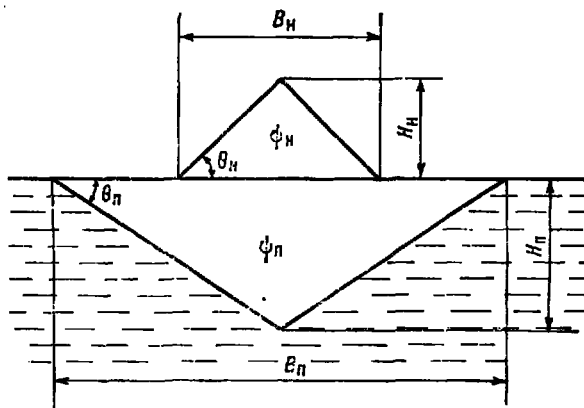


Рис. 52. Схема разреза тороса.

При треугольной, наиболее распространенной форме сечения тороса (рис. 52), в которой φ_n и φ_n — углы наклона боковых поверхностей надводной и подводной его частей к основаниям, шириной B_n и B_n соответственно, объем тороса длиной l определится формулой

$$v_t = \frac{b_t}{2} l (B_n^2 \operatorname{tg} \varphi_n + B_n^2 \operatorname{tg} \varphi_n).$$

Множитель δ_r характеризует компактность торосов. По результатам наблюдений, он в среднем равен 0,6 и одинаков как в надводной, так и в подводной частях. Из двух последних формул находится скорость сжатия льдин при торошении, необходимая для расчета сил сжатия.

Запас потенциальной энергии тороса складывается из массы льдин и сил плавучести, отнесенных к центру тяжести надводной и подводной частей тороса:

$$\mathcal{E}_r = \frac{\rho_l g l}{24} \left[\delta_r B_n^3 \operatorname{tg}^2 \varphi_n + \left(\frac{\rho}{\rho_l} - \delta_r \right) B_n^3 \operatorname{tg}^2 \varphi_n \right].$$

Окончательно силы давления, приведшие к торошению, находятся из выражения

$$F_{сж} = \frac{\mathcal{E}_r}{u} = \frac{\rho_l g \hbar}{12} \frac{[\delta_r B_n^3 \operatorname{tg}^2 \varphi_n + (\frac{\rho}{\rho_l} - \delta_r) B_n^3 \operatorname{tg}^2 \varphi_n]}{B_n^2 \operatorname{tg} \varphi_n + B_n^2 \operatorname{tg} \varphi_n}.$$

Эта формула упрощается, если использовать условие гидростатического равновесия тороса, при котором масса надводной его части уравнивается плавучестью подводной части:

$$B_n^2 \delta_r \rho_l \operatorname{tg} \varphi_n = B_n^2 (\rho - \delta_r \rho_l) \operatorname{tg} \varphi_n. \quad (5.49)$$

Тогда

$$F_{сж} = \frac{B_n g \hbar \operatorname{tg} \varphi_n (\rho - \delta_r \rho_l)}{12 \rho} \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_l \delta_r} - 1 \right) \left(\frac{\rho_l \delta_r}{\rho - \rho_l \delta_r} \right)^{3/2} \right]. \quad (5.50)$$

Вычисленные по формуле (5.50) силы являются теми минимальными силами, которые необходимы для того, чтобы создать нагромождение льда, обладающее отмеченным запасом потенциальной энергии. Для льда метровой толщины они имеют порядок 10^6 дин/см. В действительности нужно принимать во внимание силы сжатия, которые приводят к разлому льдины, вычисляемые, например, по формуле (5.48). Наблюдения показывают, что силы напряжения ветра на лед достаточно часто превышают 10^3 дин/см, и поэтому они могут приводить к образованию торосов. Для определения размеров последних напряжение ветра на лед раскладывается на составляющие, расходуемые на разлом льда и на формирование тороса. Если использовать средние значения коэффициента заполнения δ_r и угла ската φ , то по формуле (5.50) вычисляется ширина тороса, позволяющая рассчитать его высоту, а затем из условия гидростатического равновесия (5.49) находятся характеристики подводной части тороса.

Возвышение тороса H_n зависит не только от угла ската, но и от толщины и прочности ломаемого льда. Для ниласовых и молодых форм льда отношение $H_n/\hbar$ составляет 5—6, а для многолетних льдов оно уменьшается до 1,5—2. Отношение подводного заглубления тороса H_n к $\hbar$ примерно в 4—5 раз больше, чем это имеет место в надводной части.

Влияние течений на разлом льдин и их торошение аналогично действию ветра с той лишь разницей, что напряжение в этом случае прикладывается к нижней поверхности льда, а не к верхней.

При колебаниях уровня наклон поверхности моря вдали от берегов обычно бывает небольшим и не может разломать льдину за счет изгиба. Вблизи берегов вероятность взлома льда зависит лишь от его деформации на изгиб в результате изменения уровня, так как оказываемое при этом водой напряжение несоизмеримо больше прочности льда. Поэтому если наклон

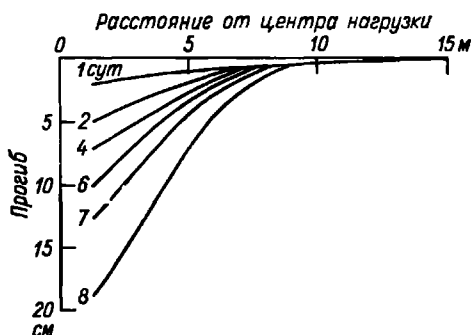


Рис. 53. Прогиб льда при пластической деформации. Масса груза 6 т, толщина льда 40 см.

уровня создает во льду деформацию изгиба, превышающую ее предельное значение при пластическом изломе (10^{-3} — 10^{-4}), то лед будет ломаться. Этим объясняются трещины во льду, тянущиеся вдоль береговой полосы.

При исследовании деформации льда за счет технических нагрузок обычно ищется решение двух типов задач: определение максимальной нагрузки, при которой лед не разрушается,

и определение минимального напряжения, при котором лед разрушается. Задачи первого рода решаются при необходимости помещения различных грузов на ледяной покров и их сохранения. Во втором случае оценивается разрушение льда при воздействии на него ледоколом или другими типами судов, а также при столкновении льда с различными техническими сооружениями. При этом картина разрушения льда аналогична рассмотренной выше, а оказываемое льдом напряжение до его разрушения служит оценкой необходимого минимума прочности гидротехнического сооружения.

При оценке грузоподъемности ледяного покрова необходимо иметь в виду способность льда к пластической деформации. Поэтому следует учитывать время действия нагрузки. В случае статической нагрузки происходит постепенное увеличение прогиба льда в результате его пластической деформации (рис. 53). В конечной фазе этой деформации сначала непосредственно под грузом возникают радиальные трещины, распространяющиеся от нижней поверхности льда вверх. Затем образуются круговые трещины, по которым происходит обламывание льдины между радиальными трещинами. Из-за сложности структуры льда и развития пластической деформации в теоретическом плане этот процесс еще не разработан. Экспериментальные исследования,

обобщенные И. С. Песчанским [5], показывают следующее:

а) абсолютная величина прогибов со временем возрастает;
 б) скорость пластической деформации и возрастания прогибов зависит от значения нагрузки и толщины льда, увеличиваясь с ростом первой и уменьшаясь с увеличением h ;

в) при наступлении установившегося режима пластической деформации рост скорости прогиба прекращается, но деформация может продолжаться. Она прекращается только тогда, когда нагрузка уравнивается гидравлической реакцией воды в месте прогиба льдины.

Эксперименты показывают, что между предельной нагрузкой на лед $F_{\text{пр}}$, приводящей к его разрушению, и толщиной льда существует простое соотношение

$$F_{\text{пр}} = K h^2. \quad (5.51)$$

Коэффициент K равен примерно 3 при задании толщины льда в сантиметрах, а нагрузки — в килограмм-силах. Но значение этого коэффициента очень сильно зависит от прочностных качеств льда, что в различных технических наставлениях учитывается через температуру льда, его соленость, наличие трещин во льду, характер распределения нагрузки и т. д.

В большинстве случаев расчет предельно допустимой нагрузки проводится с помощью экспериментально обоснованных таблиц и графиков. Допустимое время нахождения груза на льду до его пролома Δt зависит в первую очередь от того, насколько масса груза отличается от предельной, от прочностных качеств льда и характера распределения груза. Расчетные формулы при этом также в основном получены по данным экспериментов. Например, при сосредоточенной нагрузке F И. С. Песчанский [5] рекомендует определять Δt (ч) по формуле

$$\Delta t = 20 \left[\frac{(F_{\text{пр}} - F)^2}{F_{\text{пр}} F} (n + 1) \right]^3, \quad (5.52)$$

где n — коэффициент, зависящий от наличия снега на льду и температуры воздуха.

При быстро меняющейся нагрузке лед ведет себя как упругое тело, лежащее на упругом основании, и динамический прогиб льдины ζ Д. Е. Хейсин описывает уравнением

$$\rho_l h \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + D \nabla^4 \zeta = F + F_p, \quad (5.53)$$

где $D = \int_0^h \frac{E z^2 dz}{1 - \mu}$ — жесткость льдины; F_p — упругая реакция воды на льдину.

Решение такого уравнения позволяет выяснить поле прогиба, зависящее от характера приложения нагрузки. Это поле

представляет собой систему волн, изгибающих лед, и если груз по льду движется со скоростью распространяющейся волны, то прогиб увеличивается вплоть до значения, имеющего место при статической нагрузке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 5

1. Богородский В. В., Гусев А. В., Хохлов Г. П. Физика пресноводного льда. Л., Гидрометеониздат, 1971. 226 с.
2. Доронин Ю. П., Хейсин Д. Е. Морской лед. Л., Гидрометеониздат, 1975. 318 с.
3. Зубов Н. Н. Льды Арктики. М., Изд. Главсевморпути, 1945. 360 с.
4. Назинцев Ю. Л. Некоторые данные к расчету тепловых свойств морского льда.— «Труды ААНИИ», 1964, т. 267, с. 31—47.
5. Песчанский И. С. Ледоведение и ледотехника. Л., Гидрометеониздат, 1967. 461 с.
6. Савельев Б. А. Строение, состав и свойства ледяного покрова морских и пресных водоемов. Изд. МГУ, 1963. 541 с.
7. Цурнкова А. П. и Цурнков В. Л. О содержании рассола в морском льду.— «Океанология», 1972, т. 12, вып. 5, с. 792—802.
8. Шулейкин В. В. Физика моря. М., «Наука», 1968. 1083 с.
9. Parmeter R., Coon M. Model of pressure ridge formation in sea ice.— «J. Geophys. Res.», 1972, vol. 77, N 33, p. 6565—6575.
10. Shwertfeger P. The thermal properties of sea ice.— «J. Glaciol.», 1963, vol. 4, N 36, p. 789—807.

Глава 6. Электромагнитные явления в океане

6.1. Макроскопические электромагнитные свойства морской воды

Спектр электромагнитных волн в природе необычайно широк. Его частотный диапазон простирается от $3 \cdot 10^{-2}$ до $3 \cdot 10^{21}$ Гц. Собственные электромагнитные поля Земли, включая магнитосферу, ионосферу, атмосферу, гидросферу и литосферу, характеризуются сверхдлинными волнами, обладающими самыми низкими частотами (менее $3 \cdot 10^4$ Гц).

Распространение электромагнитных волн в океане тесно связано с электромагнитными свойствами морской воды, которые вследствие особенностей ее молекулярной структуры весьма существенно отличаются от электромагнитных свойств других сред.

Электромагнитные свойства любой среды характеризуются следующими параметрами: *диэлектрической проницаемостью ϵ , магнитной проницаемостью μ и удельной электропроводностью γ* . Первые два параметра характеризуют способность среды изменять свою электрическую и магнитную индукцию под влиянием электрического и магнитного внешних полей. Третий параметр характеризует перенос электрических зарядов в среде под действием внешнего электрического поля.

Из курса физики известно, что диэлектрическая и магнитная проницаемость среды связана с электрической χ_e и магнитной χ_m восприимчивостью следующими простыми соотношениями:

$$\begin{aligned}\epsilon &= 1 + \chi_e, \\ \mu &= 1 + \chi_m.\end{aligned}\tag{6.1}$$

Диэлектрическая и магнитная восприимчивость среды в свою очередь зависит от вектора электрической поляризации $\mathbf{P}_e$, вектора намагничивания $\mathbf{P}_m$, создаваемыми внешними электрическим и магнитным полями, а также от векторов электрической $\mathbf{E}$ и магнитной $\mathbf{H}$ напряженности результирующих полей:

$$\chi_e = \frac{\mathbf{P}_e}{\epsilon_0 \mathbf{E}}, \quad \chi_m = \frac{\mathbf{P}_m}{\mathbf{H}}.\tag{6.2}$$

где $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$ Ф/м — электрическая постоянная. При этом диэлектрическая восприимчивость χ_e принимает лишь положительные значения, поскольку вектор поляризации $\mathbf{P}_e$ в изотропной среде всегда направлен вдоль электрического поля $\mathbf{E}$. Поэтому диэлектрическая проницаемость всегда больше единицы, т. е. $\chi_e > 0$, $\epsilon < 1$. Магнитная восприимчивость χ_m может быть как положительной, так и отрицательной. Поэтому магнитная проницаемость μ может быть как больше, так и меньше единицы. Для морской воды, как диамагнитной среды, $\chi_m < 0$ и, следовательно, $\mu < 1$.

С учетом (6.2) выражения (6.1) принимают вид:

$$\begin{aligned}\epsilon &= 1 + \frac{P_e}{\epsilon_0 E}; \\ \mu &= 1 + \frac{P_m}{H}.\end{aligned}\quad (6.3)$$

Очевидно, что значения электромагнитных параметров ϵ и μ зависят от строения и свойств молекул среды, а также от способности среды поляризоваться и намагничиваться во внешнем электромагнитном поле. Кроме того, эти параметры зависят также от частоты переменных электромагнитных полей, распространяющихся в среде в виде электромагнитных волн.

Рассмотрим более подробно электромагнитные свойства морской воды и их зависимость от температуры, солености, гидростатического давления и частоты электромагнитных волн.

Диэлектрическая проницаемость. Морская вода обладает аномально высокой диэлектрической проницаемостью, существенно превышающей диэлектрическую проницаемость воздуха. Именно поэтому океаны и моря оказываются практически непрозрачными для радиоволн, обеспечивающих основные коммуникации в атмосфере Земли. В океане интенсивность радиоволн частотой $3 \cdot 10^6$ Гц уменьшается в 10 раз уже на глубине 0,5 м.

Высокие значения диэлектрической проницаемости воды (табл. 16) обусловлены полярностью ее молекул, приводящей к образованию ковалентных связей между молекулами.

Для морской воды характерны три вида поляризации: электронная, дипольно-релаксационная и ионная, т. е.

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \alpha_e + \alpha_d + \alpha_i), \quad (6.4)$$

где α_e , α_d , α_i — коэффициенты соответствующих видов поляризации.

Электронная поляризация обуславливается смещением электронов относительно ядра при воздействии внешнего электрического поля. При смещении электронов возникает дипольный момент атома, однако он невелик. Коэффициент электронной

Таблица 16

Диэлектрическая проницаемость пресной воды при разной температуре и частоте электромагнитных волн (по А. Хипшелю [9])

T°С	Частота, Гц							
	10 ⁶	10 ⁸	10 ⁷	10 ⁸	3 · 10 ⁸	3 · 10 ⁹	10 ¹⁰	2,5 · 10 ¹⁰
1,5	87,0	87,0	87,0	87,0	86,5	80,5	38,0	15,0
5,0	—	85,5	—	—	85,2	80,2	41,0	17,5
25,0	78,2	78,2	78,2	78,0	77,5	76,7	55,0	34,0
45,0	—	71,5	—	—	71,0	70,7	59,0	46,0
65,0	—	64,8	—	—	64,5	64,0	59,0	50,5
85,0	58,0	58,0	58,0	58,0	57,0	56,5	54,0	—

поляризации α_s связан с радиусом r атома следующим образом:

$$\alpha_s = ar^3, \quad (6.5)$$

где a — размерный коэффициент.

Электронная поляризация воды невелика и при $T = 1,5^\circ\text{C}$ $\alpha_s = 0,77$.

Дипольно-релаксационная поляризация связана с тем, что молекула воды имеет некоторую асимметрию внутримолекулярных сил. При этом «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов молекулы не совпадают друг с другом и молекула представляет собой «жесткий» диполь даже при отсутствии внешнего электрического поля. Однако тепловое движение молекул приводит к тому, что их дипольные моменты ориентированы в пространстве хаотично. В присутствии внешнего электрического поля дипольные моменты ориентируются в направлении поля. Тепловое движение молекул стремится нарушить эту ориентацию. В результате этих противоположных воздействий все же устанавливается преимущественная ориентация дипольных молекул в направлении внешнего поля. Коэффициент дипольно-релаксационной поляризации зависит от суммы дипольных моментов молекул воды P_0 и температуры T_K :

$$\alpha_d = \frac{P_0^2}{3k_B T_K}, \quad (6.6)$$

где k_B — постоянная Больцмана.

Этот вид поляризации вносит основной вклад в величину диэлектрической проницаемости (так, при $T = 1,5^\circ\text{C}$ $\alpha_d = 85,23$). С увеличением температуры α_d резко уменьшается.

Ионная поляризация вызывается смещением ионов растворенных в морской воде солей во внешнем электрическом поле. При этом положительные ионы смещаются в направлении поля, а отрицательные — против поля. Результирующий дипольный момент направлен вдоль внешнего электрического поля. Значение

коэффициента ионной поляризации α_n связано с зарядами ионов z_e расстоянием между двумя равновесными ионами b и температурой T_K следующим образом:

$$\alpha_n = \frac{(z_e)^2 b^2}{12k_B T_K}. \quad (6.7)$$

Обнаружено, что в интервале частот 10^4 — 10^8 Гц $\alpha_d \gg \alpha_n$. Этим объясняется высокое значение диэлектрической проницаемости воды при сравнительно низких частотах. Когда частота электромагнитных волн становится настолько большой ($\nu > 10^8$ Гц), что ориентация дипольных моментов молекул не успевает следовать за изменением напряженности электрического поля, коэффициент α_d , а следовательно, и диэлектрическая проницаемость ϵ начинают уменьшаться. В оптическом диапазоне частот ($\nu > 10^{14}$ Гц) α_d стремится к нулю, а диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon \simeq \epsilon_0 (1,77 + \alpha_n). \quad (6.8)$$

Особенно сложной является зависимость диэлектрической проницаемости воды от температуры. При увеличении температуры уменьшается молекулярная вязкость воды, что создает более благоприятные условия для ориентации дипольных моментов молекул воды и приводит к росту ϵ . Одновременно усиление теплового движения молекул препятствует ориентации диполей и снижает ϵ . Влияние этих двух факторов хорошо видно из табл. 16. С ростом частоты температурный максимум сдвигается в сторону высоких температур, при увеличении температуры частотный максимум сдвигается в сторону высоких частот.

Большой интерес представляет зависимость диэлектрической проницаемости морской воды от концентрации растворенных в ней солей. Оказывается, что с ростом концентрации раствора электролита диэлектрическая проницаемость сначала медленно возрастает, а затем, достигнув некоторого предела, начинает резко падать. При этом величина максимума и скорость уменьшения диэлектрической проницаемости тем больше, чем тяжелее ионы электролита. Незначительное увеличение ϵ в слабоконцентрированных растворах (морская вода) объясняется тем, что к дипольно-релаксационной и электронной поляризации добавляется еще ионная поляризация. Однако при этом ионы электролита концентрируются вокруг себя дипольные молекулы воды, что и приводит к уменьшению диэлектрической проницаемости при больших концентрациях солей.

Магнитная восприимчивость. Для воды и всех ее модификаций магнитная восприимчивость очень мала и слабо зависит от температуры (табл. 17). Выше было показано, что для воды $\chi_m < 0$ и $\mu < 1$. Это означает, что морская вода является диамагнитной средой. В ней происходит экранирование внешнего

магнитного поля встречным внутренним магнитным полем, которое в свою очередь возникает за счет индуцированных неза-
тухающих электрических макроскопических вихревых токов. Физическая природа этих токов связана с тем, что электроны в атомах и нуклоны в ядрах приобретают добавочную угловую скорость под действием внешнего магнитного поля и прецессируют вокруг него. Добавочный магнитный момент пропорционален полю и направлен всегда против него (по правилу Ленца).

Таблица 17

Зависимость магнитной восприимчивости χ_m от температуры

Среда	Фазовое состояние	Температура, К	Магнитная восприимчивость $\chi_m \cdot 10^6$
Вода (H ₂ O)	Жидкое	293	—12,97
	Жидкое	273	—12,93
	Твердое	273	—12,65
Дейтерий (D ₂ O)	Жидкое	276,8	—12,76
	Твердое	276,8	—12,54

Из формулы (6.1) следует, что μ очень мало отличается от единицы. Поэтому магнитную проницаемость морской воды при различных частотах, температурах и концентрациях солей считают практически величиной постоянной и равной единице ($\mu = 1$).

Удельная электропроводность. В табл. 18 приводятся значения удельной электропроводности морской воды в сравнении с другими средами. Видно, что морская вода является средой, проводящей электрический ток. Ее электропроводность на четыре—семь порядков превышает электропроводность дистиллированной воды и льда.

Таблица 18

Удельная электропроводность (в См/м) различных сред

Известняк	Почва		Дистиллированная вода	Морская вода	Лед
	сухая	влажная			
$10^{-6} - 10^{-7}$	$10^{-4} - 10^{-5}$	$10^{-2} - 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$	3—7	$3 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-7}$

Электропроводность морской воды определяется двумя факторами: концентрацией носителей тока и их подвижностью. Для воды собственными носителями зарядов являются ионы H⁺ и OH⁻, причем подвижность протона и гидроксила отличается почти в 2 раза. Кроме того, электрические заряды переносятся

также свободными ионами растворенных в морской воде солей. Ионная проводимость морской воды является аддитивным свойством и складывается из проводимости растворов основных электролитов, входящих в состав морской воды. Если обозначить через a коэффициент активности раствора, S — концентрацию раствора, n — валентность ионов, u_0 — подвижность ионов, то ионная проводимость определяется по формуле

$$\gamma = \sum a n S (u_{0+} + u_{0-}). \quad (6.9)$$

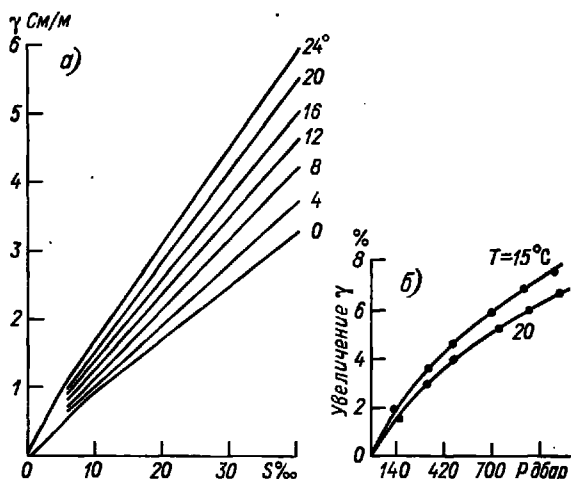


Рис. 54. Зависимость удельной электропроводности морской воды (в См/м).

a — от температуры и солености; b — от гидростатического давления.

Из выражения (6.9) следует, что электропроводность морской воды наряду с прочими факторами зависит от подвижности ионов. Как известно, подвижность ионов увеличивается с ростом температуры (уменьшается молекулярная вязкость среды), а также с повышением концентрации солей (увеличивается степень диссоциации ионов). Все это приводит к увеличению удельной электропроводности морской воды (рис. 54 a). Изменение гидростатического давления также сказывается на значении γ . При этом увеличение гидростатического давления приводит к росту электропроводности, и эффект давления оказывается большим в области меньших температур (рис. 54 b). Это совокупное влияние термодинамических характеристик среды на электропроводность в общем виде может быть выражено эмпирическим соотношением

$$\gamma = a_1 T + b_1 S + c_1 T S + d_1, \quad (6.10)$$

где T — температура в $^{\circ}\text{C}$, S — соленость в ‰ , а константы,

определенные для диапазона температур 7—30°C и солености 24—38‰, имеют следующие значения: $a_1 = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ См}/(\text{м} \times \text{град})$, $b_1 = 7,9 \cdot 10^{-2} \text{ См}/(\text{м} \cdot \text{‰})$, $c_1 = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ См}/(\text{м} \times \text{град} \cdot \text{‰})$, $d_1 = -3,0 \cdot 10^{-2} \text{ См}/\text{м}$.

Эта существенная зависимость электропроводности от концентрации солей, а также постоянство соотношений основных солевых компонентов, входящих в состав морской воды, позволяют производить измерение солености по электропроводности морской воды.

6.2. Электромагнитные поля в океане и их классификация

Первопричиной всех электромагнитных процессов в природе является электрическое состояние частиц, обусловленное в конечном итоге движением электрических зарядов в атомах и молекулах. Изменение во времени или в пространстве электрического состояния частиц или зарядов порождает электрические токи и поля, которые всегда сопровождаются магнитными полями. Распределения взаимосвязанных электрических и магнитных полей в движущейся проводящей жидкости описываются известными уравнениями Максвелла. Однако вследствие нелинейности эти уравнения в общем случае не решаются. Поэтому в геофизике рассматривают отдельно задачи о постоянном и переменном электромагнитных полях.

В первом случае предполагается, что плотность свободных электрических зарядов δ и электрических токов проводимости I в каждой точке океана остается неизменной во времени. Тогда электрическое и магнитное поля также не зависят от времени и описываются упрощенными уравнениями Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0; \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{I}; \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \delta, \end{aligned} \quad (6.11)$$

где $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ — векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ — векторы электрической и магнитной индукции. Для проводящей изотропной среды между этими величинами имеются соотношения:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}; \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{P}_m = \mu_0 \mu \mathbf{H}; \\ \mathbf{I} &= \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Здесь $\mathbf{E}_{\text{ст}}$ — вектор напряженности стороннего электрического поля, создаваемого химическими, термическими и другими процессами в воде; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}$ — магнитная постоянная.

С учетом соотношений (6.12) уравнения Максвелла (6.11) примут вид:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0; \\ \operatorname{div} \mu_0 \mu \mathbf{H} &= 0; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}); \\ \operatorname{div} \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} &= \delta.\end{aligned}\quad (6.13)$$

Поскольку вихрь поля $\mathbf{E}$ равен нулю, электрическое поле становится потенциальным. Основное уравнение потенциального поля в проводящей неоднородной среде может быть записано через скалярную функцию U_e , называемую *электрическим потенциалом*, следующим образом:

$$\Delta^2 U_e = -f(\operatorname{grad} U_e, \operatorname{grad} \ln \gamma), \quad (6.14)$$

а вектор напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ связан с электрическим потенциалом U_e :

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U_e. \quad (6.15)$$

Магнитное стационарное поле при наличии сторонних электродвижущих сил в среде остается вихревым [см. третье из уравнений (6.13)]. Так как вектор магнитной напряженности $\mathbf{H}$ не имеет источников ($\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$), то его можно положить равным ротору некоторого вектора $\mathbf{A}$, т. е.

$$\mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A}. \quad (6.16)$$

Подставляя (6.16) в третье уравнение (6.13), получим уравнение, которому должен удовлетворять вектор $\mathbf{A}$, называемый *вектором магнитного потенциала*:

$$\Delta^2 \mathbf{A} = -\gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}). \quad (6.17)$$

Зная функции U_e и $\mathbf{A}$, можно найти распределение напряженности электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{H}$ полей. Структура стационарных электрического и магнитного полей определяется, таким образом, расположением возбуждающих источников и электромагнитным строением среды по параметрам μ , ϵ , γ .

При переменном электромагнитном поле, непрерывно изменяющемся во времени, его характеристики описываются системой полных уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= \delta,\end{aligned}\quad (6.18)$$

или с учетом соотношений (6.12)

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mu_0 \mu \mathbf{H} &= 0; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}) + \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} &= \delta.\end{aligned}\quad (6.19)$$

В отличие от первого случая, взаимосвязанные электромагнитные поля являются вихревыми. Их структура и изменение во времени определяются расположением и формой системы токов, а также электромагнитными свойствами среды. Электромагнитное переменное поле, возникшее в некоторой области среды, не заполняет ее мгновенно, а распространяется с конечной скоростью, зависящей от свойств среды:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (6.20)$$

где c — скорость света в вакууме.

Рассмотрим основные черты механизма образования электромагнитных полей в океане. При этом квазистационарное магнитное поле, связанное с магнетизмом самого земного шара, будем полагать заданным априори.

Если в водной толще океана отсутствует движение, то носители зарядов (ионы H^+ и OH^- , ионы растворенных солей, а также коллоидные примеси) находятся под действием осмотических сил и могут образовывать систему электрических токов только при наличии стороннего электрического поля. Такие сторонние поля в океане существуют непрерывно. Они обусловлены различными химическими, термическими, диффузионными, фильтрационными и другими физическими процессами. Именно за счет сил сторонних полей появляются токи проводимости в малоподвижных глубинных слоях океана.

При любых видах движений в океане (течения, ветровые волны, приливы) в магнитном поле сразу же возникают два процесса. Свободные заряды увлекаются движением морской воды и, переносясь им, создают так называемый конвекционный ток. Он совместно со свободными объемными зарядами приводит к возникновению дополнительного электромагнитного поля в океане. С другой стороны, самим движением проводящей морской воды в магнитном поле индуцируются электрические токи, плотность которых, согласно закону Ома для движущейся среды, будет зависеть от магнитного поля $\mathbf{B}$ и скорости движения зарядов $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{I} = \gamma (\mathbf{E} + [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]). \quad (6.21)$$

Индукцированные электрические токи и поля в свою очередь создают переменные магнитные поля. Таким образом, происходит постоянное взаимодействие гидродинамического и электромагнитного полей в океане. Если обозначить через z_e заряд ионов, частиц и т. д., то это взаимодействие описывается силой Лоренца F_L :

$$F_L = z_e E + z_e [V \times B]. \quad (6.22)$$

Первый член в правой части (6.22) определяет силу, действующую на частицу в электрическом поле напряженностью E ; второй член — силу, действующую на заряженную частицу в магнитном поле перпендикулярно направлению движения V и направлению магнитной индукции B . Эта сила искривляет путь заряженной частицы, не меняя ее энергии, т. е. не совершает никакой работы.

Мы рассмотрели предпосылки к возникновению квазистационарных электрических полей и переменных электромагнитных полей в океане при движении морской воды в постоянном магнитном поле Земли.

Квазистационарное магнитное поле, обусловленное магнетизмом Земли как планеты, в геофизике называют *главным магнитным полем*. Оно является основной составляющей единого геомагнитного поля. Другую часть поля образуют *переменные магнитные поля* (или *магнитные вариации*), связанные с электромагнитными процессами, протекающими в ионосфере и магнитосфере под воздействием корпускулярного излучения Солнца. Аналитически геомагнитное поле можно представить как

$$H = H_{гл} + \sum \Delta H_i \sin(2\pi/\Delta t + \psi_i). \quad (6.23)$$

Здесь $H_{гл}$ — напряженность главного геомагнитного поля, ΔH_i — амплитуда i -той гармоники переменного поля, Δt — период, ψ_i — фазовый угол. При этом $H_{гл} \gg \Delta H_i$ и самые наибольшие амплитуды переменных магнитных полей (с периодами 10^2 — 10^4) составляют лишь $10^{-2} H_{гл}$.

Магнитные вариации, индуцируя в движущейся жидкости переменные электрические токи, приводят к возникновению в океане дополнительного широкого спектра переменных электрических полей, которые называются *теллурическими*.

Систему квазистационарных электрических токов и полей в океане, вызываемых всеми видами движения морских вод в магнитном поле Земли, а также химическими и физическими процессами, протекающими в толще вод, называют *естественными токами* или *полями*.

В результате суммарное электрическое поле в океане складывается из квазистационарного естественного E_e и переменного теллурического E_T полей:

$$E_{\text{сум}} = E_e + E_T. \quad (6.24)$$

6.3. Структура главного геомагнитного поля

Морфологически главное геомагнитное поле представляет собой осредненное квазипостоянное поле, включает *мировые обширные аномалии* (области, соизмеримые с размерами материков), *локальные аномалии* (области протяженностью в сотни километров и меньше) и имеет *вековой ход* (медленные, с периодом более года, изменения геомагнитного поля). Источники главного магнитного поля связаны с электромагнитными процессами, протекающими на больших глубинах (3000—4000 км). Источники локальных аномалий распределены в верхних слоях земной коры.

Самое большое искажающее влияние на плавное распределение главного геомагнитного поля оказывают мировые аномалии. Примечательно, что большая часть этих аномалий расположена в океанах (табл. 19). Мировые аномалии дрейфуют в западном направлении. При этом скорость их дрейфа в Атлантическом и Индийском океанах значительно больше, чем в Тихом. Магнитный эффект этих экстремальных областей обусловлен системой вихревых электрических токов, протекающих во внешнем ядре и на границе ядро—мантия.

Таблица 19

Мировые аномалии, географические координаты их центров и значения вертикальной составляющей магнитного поля (в эрстедах)
(по Б. М. Яновскому [11])

Мировая аномалия	Эпоха 1885 г.			Эпоха 1950 г.		
	φ°	λ°	H_r	φ°	λ°	H_r
Восточно-Сибирская	35	110	+0,139	45	100	+0,175
Северо-Американская	42	268	+0,084	40	270	+0,066
Тихоокеанская	45	182	—0,021	50	190	—0,030
Африканская	0	20	—0,124	0	10	—0,155
Южно-Индийская	50	325	+0,164	60	325	+0,167
Антарктическая	—	—	—	60	33	+0,166

В качестве примера на рис. 55 приведено распределение напряженности главного магнитного поля. При общей закономерности постепенного увеличения напряженности с широтой (от 0,30 Э на экваторе до 0,65 Э на полюсах¹) в областях мировых аномалий эта зональность нарушается.

¹ Поскольку в геофизике до сих пор используют гауссову систему единиц, значения напряженности магнитного поля приводятся в эрстедах. Однако следует помнить, что 1 Э соответствует 79,6 А/м.

Вековой ход главного геомагнитного поля, характеризующий медленные изменения средних годовых значений элементов поля, является совокупным следствием ряда физических процессов. В вековом ходе выделяются следующие компоненты:

1) изменения, охватывающие весь земной шар и обусловленные общим планетарным процессом, связанным с уменьшением магнитного момента Земли на 5% за последние 100 лет;

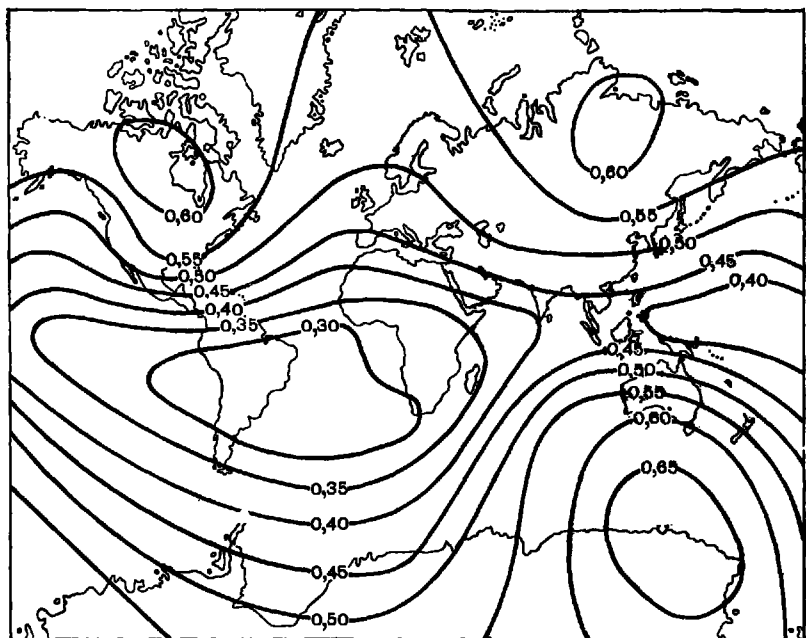


Рис. 55. Карта модуля магнитной напряженности для эпохи 1970 г. [4].
Значения изолиний — в эрстедах.

2) изменения, вызываемые физическими процессами внутри Земли в верхней части ядра на границе с мантией и связанные с вихревыми токами. С изменением интенсивности этих вихрей и их перемещением под поверхностью Земли связаны области особенно больших вековых вариаций, так называемые *фокусы векового хода*. Часть этих фокусов расположена в океанах. Изменение элементов геомагнитного поля в этих фокусах, а также положение самих фокусов непрерывно меняются;

3) изменения, обусловленные физическими процессами, протекающими в земной коре, и связанные с тектоническим и геологическим строением коры. Вековой ход, обусловленный этими процессами, невелик. Однако в отдельных районах (вулканических и сейсмоактивных) он может быть существен;

4) изменения, обусловленные физическими процессами в верхних слоях атмосферы и связанные с циклами солнечной активности.

Совокупность перечисленных процессов, влияющих на вековой ход главного геомагнитного поля, определяет достаточно широкий диапазон временных и пространственных масштабов вековых вариаций. Как видно из табл. 20, период векового хода изменяется от тысячи лет и более до одиннадцати лет.

Таблица 20

Временные и пространственные масштабы векового хода (по В. П. Головкову [2])

Период, лет	Масштаб, тыс. км
$> 10^3$	6
$(6 + 10) \cdot 10^2$	2
6·10	0,5—0,7
20	6
11	6

На рис. 56 представлен вековой ход модуля вектора напряженности для эпохи 1965—1970 гг. Его характерной особенностью является то, что изменение напряженности в южном полушарии значительно больше, чем в северном. Выделяется фокус векового хода у Антарктиды с прилегающими районами Атлантического и Индийского океанов, где уменьшение магнитной напряженности достигает 1,0—1,2 мЭ/год.

В Тихом океане уменьшение напряженности магнитного поля составляет всего 0,1—0,3 мЭ/год. Ярко выражен и другой фокус векового хода, расположенный в северной части Атлантического океана, где уменьшение напряженности поля составляет 1,2 мЭ/год.

В отличие от мировых, локальные аномалии образуют высокочастотную часть главного геомагнитного поля и имеют сложную знакопеременную структуру. Напряженность поля локальных аномалий меняется от 1,0 до 13,0 мЭ, пространственные их размеры составляют 5—100 км.

Основным источником локальных магнитных аномалий является существование в земной коре магнитно-активных слоев, мощность которых тесно связана с тектоническим строением коры. В геосинклинальных областях она составляет 15—25 км, а на платформах 30—50 км. Существует тесная связь между аномальным магнитным полем и основными структурами океанического дна (рис. 57). Подводные горы (Срединно-Атлантический и Индийский хребты) обладают повышенной магнитной

активностью, связанной с неоднородностью строения нижней части коры в этих районах. Среднеквадратичное отклонение на-

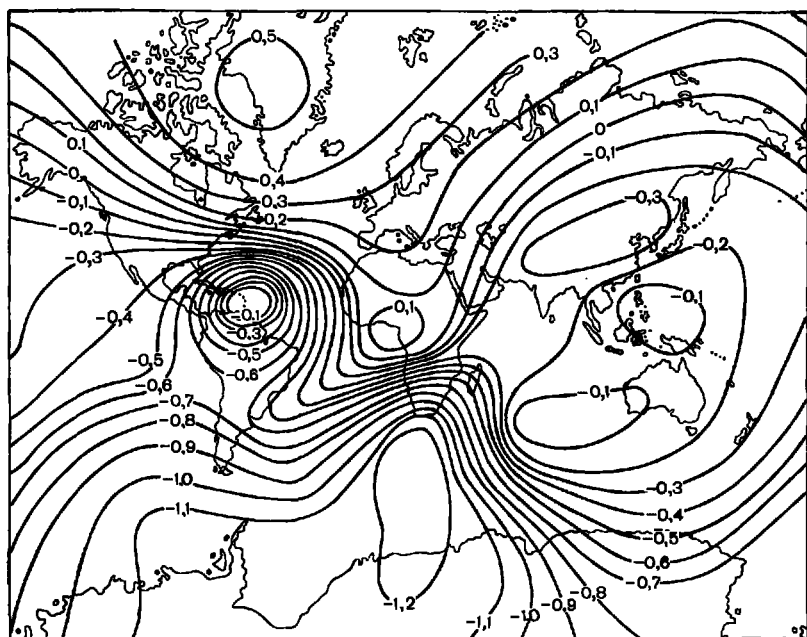


Рис. 56. Карта векового хода модуля магнитной напряженности эпохи 1965—1970 гг. [1]. Значения изопар — в мЭ/год.

пряженности поля здесь достигает 17,0—18,0 мЭ. В глубоководных впадинах всех океанов вследствие увеличения мощности

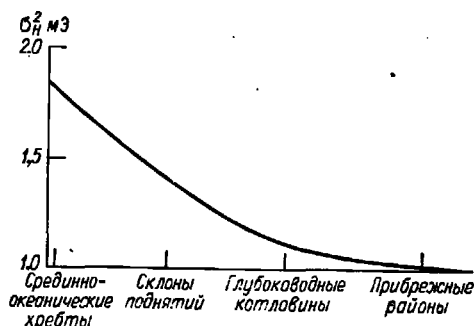


Рис. 57. Зависимость среднеквадратичного отклонения напряженности аномального магнитного поля от основных структур океанического дна [3].

слоя осадочных пород, которые не обладают повышенной намагниченностью, среднеквадратичное отклонение уменьшается почти до 1,0 мЭ. Склоны хребтов по аномальности магнитного поля занимают промежуточное положение.

Аналитически главное геомагнитное поле, представляющее собой низкочастотную часть суммарного магнитного поля, может быть представлено сферическим гармоническим рядом Гаусса, точнее, его первыми 20—35 гармониками. В предположении потенциальности поля магнитный потенциал U_m от источников, лежащих ниже поверхности на произвольном расстоянии r от центра Земли, выражается рядом сферических гармонических функций:

$$U_m = R \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} P_n(\cos \theta). \quad (6.25)$$

Аналогичными рядами представляются компоненты магнитного поля по сферическим координатам θ, λ, r :

$$H_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial U_m}{\partial \theta} = - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) \times \\ \times \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \frac{\partial P_n}{\partial \theta}(\cos \theta);$$

$$H_\lambda = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U_m}{\partial \lambda} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\lambda - h_n^m \sin m\lambda) \times \\ \times \frac{m}{\sin \theta} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} P_n^m(\cos \theta);$$

$$H_r = -\frac{\partial U_m}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) \times \\ \times \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} (n+1) P_n^m(\cos \theta), \quad (6.26)$$

где R — радиус Земли; $P_n^m(\cos \theta)$ — присоединенные функции Лежандра; g_n^m, h_n^m — сферические гармонические коэффициенты; H_θ, H_λ, H_r — составляющие вектора магнитной напряженности $\mathbf{H}$ по осям θ, λ, r соответственно.

Каждый из членов ряда Гаусса имеет вполне определенный физический смысл. Первый член разложения представляет собой потенциал, создаваемый однородно намагниченным шаром. Остальные члены ряда соответствуют потенциалам полей, являющимся различными комбинациями из двух, трех диполей и т. д. (мультиполи).

6.4. Переменное магнитное поле

Переменное магнитное поле представляет собой высокочастотную часть суммарного геомагнитного поля и является следствием электромагнитных процессов, протекающих в ионосфере

и магнитосфере Земли под воздействием корпускулярного излучения Солнца. В отличие от главного магнитного поля, напряженность его невелика (от десятка долей до единиц миллиэрстед), а спектры частот и периодов очень широки и многообразны (от $2,5 \cdot 10^{-9}$ до $1 \cdot 10^3$ Гц и от 11 лет до тысячных долей секунды).

Количественно переменное магнитное поле определяют как разность между наблюдаемой напряженностью магнитного поля и средним его значением за длительный промежуток времени (месяц, год). Эта разность получила название *вектора магнитных вариаций*. По характеру изменений всех элементов различают спокойные вариации (плавно меняющиеся во времени) и возмущенные вариации (беспорядочно, спорадически меняющиеся во времени). Возмущенные вариации при большой интенсивности называют *магнитными бурями*. По периоду изменения спокойные вариации в свою очередь разделяют на длиннопериодные солнечносуточные и лунносуточные. Основные характеристики и особенности магнитных вариаций, выявленные по наблюдениям на суше, приводятся в табл. 21.

Таблица 21
Обобщенные характеристики магнитных вариаций

Магнитные вариации	Период	Амплитуда напряженности, мЭ	Характерные особенности
Длиннопериодные	27 дней 6 месяцев 12 месяцев 11 лет	0,05—0,2	Зависимость от солнечной активности
Солнечносуточные	24 ч	0,5	Один максимум и один минимум в сутки. Увеличение амплитуды в дневные часы и летние месяцы
Лунносуточные	Лунные полусутки	0,01—0,02	Два максимума и два минимума в сутки. Экстремумы амплитуды в моменты кульминаций и солнцестояний
Магнитные возмущения			
магнитные бури	2—3 суток	10	Спорадическое появление и одновременное протекание на всей или части Земли
локальные возмущения	Несколько часов	1,0	
короткопериодные колебания	Несколько секунд	0,05	

В океане переменное магнитное поле существенно осложнено магнитными эффектами индукционных токов, возникающих в морских течениях, волнах и т. д. На рис. 58 представлены кривые суточных вариаций модуля напряженности магнитного поля и его вертикальной составляющей, зарегистрированных на дрейфующей станции СП-13. Они свидетельствуют о больших амплитудах суточных вариаций как на поверхности, так и на глубинах океана по сравнению с аналогичными вариациями на материках.

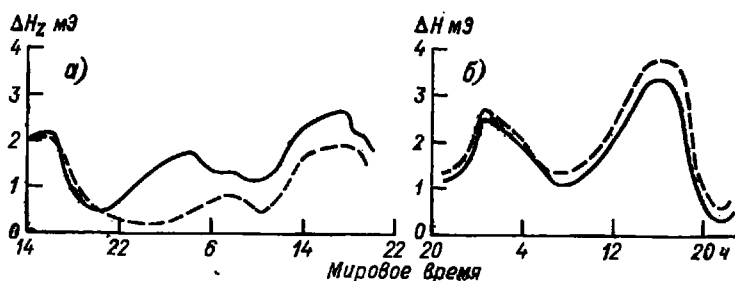


Рис. 58. Суточные магнитные вариации на дрейфующей станции СП-13 [10].

а — вариации вертикальной составляющей; *б* — вариации модуля напряженности. Пунктирная кривая — вариация на поверхности, сплошная кривая — на глубине 300 м.

В районах океана с ярко выраженными приливо-отливными течениями выявлены приливные вариации магнитного поля. Так же как и лунносуточные вариации, они имеют период, равный лунным полусуткам, но, в отличие от них, амплитуда их достигает 0,4—0,8 мЭ.

В прибрежных районах океана, где вследствие различной электропроводности морской воды и пород суши индукционные токи уплотняются вблизи границы раздела, наблюдается резкая аномалия магнитной вариации вертикальной составляющей. Эта вариация изменяет не только свою амплитуду, но и знак.

6.5. Теория теллурических токов в океане

Как было отмечено, теллурические токи являются неотъемлемой частью переменных электромагнитных полей, обусловленных геомагнитной активностью под влиянием корпускулярного излучения Солнца. По своей физической природе теллурические токи являются индукционными вихревыми токами с самыми различными периодами и амплитудами.

Проведенные измерения в океане показали, что теллурические токи очень хорошо коррелируют с вариациями горизонтальных составляющих магнитного поля. Этот факт, а также

относительно малые амплитуды вертикальной компоненты магнитных вариаций позволяют применить к морским теллурическим токам теорию плоских электромагнитных волн Тихонова—Каньяра, разработанную применительно к магнитотеллурическому зондированию на суше.

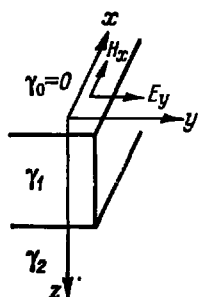
Рассматривается океан глубиной h и с удельной электропроводностью γ_1 , лежащий на слое земной коры с проводимостью γ_2 (рис. 59). В горизонтальном направлении океан считается безграничным и однородным. Предполагается также, что переменное электромагнитное поле меняется во времени t по гармоническому закону

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t}, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}. \quad (6.27)$$

Система уравнений Максвелла (6.19) для гармонических электромагнитных волн в пренебрежении токами смещения вследствие их малости запишется в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu_0 \mu i \omega \mathbf{H}; \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \gamma \mathbf{E}; \\ \mu_0 \mu \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0; \\ \epsilon_0 \epsilon \operatorname{div} \mathbf{E} &= 0. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Рис. 59. К теории плоских электромагнитных волн.



Если взять rot от обеих частей первых двух уравнений и учесть последние два уравнения системы (6.28), то можно получить два волновых дифференциальных уравнения для определения взаимных векторов магнитной $\mathbf{H}$ и электрической $\mathbf{E}$ напряженностей:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{H} - k^2 \mathbf{H} &= 0; \\ \nabla^2 \mathbf{E} - k^2 \mathbf{E} &= 0, \end{aligned} \quad (6.29)$$

где

$$k^2 = \frac{i\omega\gamma\epsilon\mu}{c^2}.$$

Поскольку электромагнитная волна, возбуждаемая источником, расположенным в ионосфере, достигает поверхности океана в виде плоской волны, векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ будут функциями лишь одной координаты z , направленной по нормали к волновому фронту. Поэтому первые два уравнения (6.28) упрощаются:

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{1}{i\omega\mu_0\mu} \frac{\partial E_y}{\partial z}; \\ E_y &= \frac{1}{\gamma} \frac{\partial H_x}{\partial z}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Решение уравнений (6.29) удобно искать в виде суммы падающей и отраженной волн для слоя морской воды и в виде

преломленной волны для слоя земной коры. Для слоя морской воды

$$E_{1x} = Ae^{k_1 z} + Be^{-k_1 z}, \quad (6.31)$$

для подстилающего слоя земной коры

$$E_{2y} = Ce^{-k_2 z}. \quad (6.32)$$

Граничными условиями на поверхности раздела при $z = h$ является непрерывность тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей. Тогда на поверхности океана ($z = 0$)

$$E_{1y} = -H_{1x} \sqrt{\frac{\gamma_{11} \mu_0}{i \omega \epsilon_0}} \frac{(k_2 - k_1) e^{-k_1 h} + (k_2 + k_1) e^{k_1 h}}{(k_2 - k_1) e^{-k_1 h} - (k_2 + k_1) e^{k_1 h}}. \quad (6.33)$$

Выделяя в выражении (6.33) модуль и аргумент, получим

$$|E_{1y}| = \left| H_{1x} \sqrt{\frac{2\pi \epsilon_0}{\Delta t \gamma_{11} \mu_0}} \Gamma(\gamma_1, \gamma_2, h) \right| e^{i \left(\frac{\pi}{4} - \varphi \right)}, \quad (6.34)$$

где $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}$ — период магнитных вариаций;

$$\Gamma = \sqrt{\frac{p_1^2 \sin^2 kh + p_2^2 \cos^2 kh}{p_1^2 \cos^2 kh + p_2^2 \sin^2 kh}};$$

$$p_1 = \sqrt{\gamma_1} \operatorname{sh} kh + \sqrt{\gamma_2} \operatorname{ch} kh;$$

$$p_2 = \sqrt{\gamma_1} \operatorname{ch} kh + \sqrt{\gamma_2} \operatorname{sh} kh;$$

$$k = \frac{\sqrt{2} \pi}{c} \sqrt{\frac{\gamma_1}{\Delta t}};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{p_2}{p_1} \operatorname{tg} kh \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{p_2}{p_1} \operatorname{tg} kh \right).$$

Формула (6.34) выражает аналитическую зависимость амплитуды теллурических токов от глубины океана, периода магнитных вариаций, а также от электропроводящих свойств морской воды и подстилающей земной коры. Амплитуда напряженности теллурических токов будет тем больше, чем меньше глубина океана (т. е. токи резко возрастают на мелководье). Вместе с тем их напряженность уменьшается с увеличением периода магнитных вариаций. Сдвиг фаз между электрическими и магнитными полями также весьма чувствителен к периоду магнитных возмущений, он увеличивается для длиннопериодных и уменьшается для короткопериодных вариаций.

Нетрудно также видеть, что $1/k = l$ имеет смысл глубины, на которой амплитуда напряженности теллурических токов уменьшается в e раз по отношению к их амплитуде на поверхности. Ниже приводятся значения l (толщины скин-слоя) для

теллурических токов при различных периодах магнитных вариаций:

Период, с . . .	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-1}	1	5	10	100	500
t м	31	69	98	310	690	980	3100	6900

Для короткопериодных магнитных вариаций ($\Delta t < 10^2$ с) скин-слой не превышает среднюю глубину океана и неоднородности в строении подстилающего основания и рельеф дна не будут влиять на теллурические токи на поверхности океана. Для магнитных вариаций периода полусуток, суток и более, когда электромагнитная волна достигает проводящего ядра, на поле теллурических токов будет влиять не только реальная толщина подстилающего основания и его электропроводящих свойств, но также и свойства ядра Земли.

Основные выводы, полученные в модели горизонтального однородного геоэлектрического разреза, находят свое подтверждение в регистрациях теллурических токов в различных районах Мирового океана. На рис. 60 показано распределение импеданса, т. е. отношения E_y/H_x , по данным наблюдений на станции СП-10 в 1962 г. В области малых периодов (10—20 мин) кривая импеданса раздваивается: верхняя ветвь кривой соответствует средней глубине 130 м, нижняя — 240 м.

Рис. 60. Зависимость импеданса от периода магнитных вариаций в Северном Ледовитом океане [5].

Согласно теории, импеданс увеличивается для малых периодов магнитных вариаций, а также при уменьшении глубины океана. Вместе с тем результаты теории неприменимы для прибрежных районов океана, где вследствие берегового эффекта наблюдаются аномалии в вертикальной составляющей магнитных вариаций, а также в касательной и нормальной к берегу составляющих поля теллурических токов.

На основании формулы (6.33) Г. А. Фонаревым произведена оценка теллурических токов в океане для всех типов магнитных вариаций (табл. 22). Оказалось, что их амплитуда колеблется в широких пределах — от $0,01 \cdot 10^{-3}$ до $10,0 \cdot 10^{-3}$ мВ/м, а в период электромагнитных бурь даже до $440 \cdot 10^{-3}$ мВ/м.

Зная величины теллурических токов в океане, можно оценить их влияние на переменное магнитное поле. Теллурические токи напряженностью E , протекая в слое морской воды толщиной h , создают дополнительное магнитное поле, равное

$$H_x = \frac{1}{\tau_1} \int_0^h E_y(z) dz. \quad (6.35)$$

Таблица 22

Амплитуда напряженности теллурических токов (в 10^{-3} мВ/м) в океане для разных типов магнитных вариаций (по Г. А. Фонареву [7])

Широты	Длиномеридные вариации (27-дневные, полугодовые, годовые, 11-летние)	Солнечносуточные вариации		Короткопериодные вариации	Электромагнитные бури		
		спокойные дни	возмущенные дни		сильные	умерен- ные	слабые
Высокие (более 60° с. и ю. ш.)	1,0		1,5—14,0	10,0	260—440	44—260	21—180
Средние (30— 60° с. и ю. ш.)	1,0	0,9	0,8—3,3	0,01—1,0	44—205	21—88	12—35
Низкие (менее 30° с. и ю. ш.)	1,0	2,4			8,8—260	4,4—18,0	0,1—8,8

Оценки по формуле (6.35) показывают, что для короткопериодных колебаний магнитное поле токов в океане равно по величине первичному магнитному полю, т. е. магнитному полю ионосферного источника. Для вариаций большего периода, типа полусуточных и суточных, дополнительное магнитное поле теллурических токов составляет 7—15% общего поля.

6.6. Теория естественных электрических токов в океане

В отличие от теллурических токов, естественные электрические токи и их поля являются квазистационарными. По своей физической природе они представляют собой либо потенциальные индукционные токи, генерируемые любыми движениями вод в океане, либо конвекционные токи, связанные с переносом свободных зарядов в морской воде.

Весь комплекс факторов и процессов, приводящих к образованию естественных электрических токов в океане, можно разделить на:

- а) магнитогидродинамический эффект;
- б) диффузионный эффект;
- в) биоэлектрический эффект.

Магнитогидродинамический эффект. Наиболее удобно рассмотреть магнитогидродинамический эффект на примере двух самых распространенных видов движений в океане — ветровых волн и ветровых течений.

Индукционные токи и электрические поля, возникающие при волновых движениях вод в квазистационарном магнитном поле Земли, подчиняются закону Ома для движущейся среды (6.21), который с учетом соотношения между $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ имеет вид

$$\mathbf{I} = \gamma (\mathbf{E} + \mu_0 \mu [\mathbf{V} \times \mathbf{H}]). \quad (6.36)$$

Выражение (6.36) можно расписать по составляющим вдоль координатных осей, расположенных, как показано на рис. 61:

$$\begin{aligned} I_x &= \gamma E_x + \gamma \mu_0 \mu (V_y H_z - V_z H_y); \\ I_y &= \gamma E_y + \gamma \mu_0 \mu (V_z H_x - V_x H_z); \\ I_z &= \gamma E_z + \gamma \mu_0 \mu (V_x H_y - V_y H_x). \end{aligned} \quad (6.37)$$

Поскольку направление распространения волн совпадает с осью OX , составляющая скорости V_y равна нулю. С учетом неподвижности выбранной системы координат относительно Земли также равна нулю и составляющая напряженности электрического поля E_y . Кроме того, электрические токи волн замыкаются сами на себя в пределах

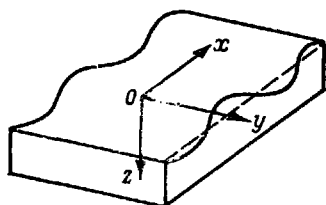


Рис. 61. К теории магнитоэлектрических эффектов морских волн.

длины волны, так что полный ток равен нулю. Морская волна, таким образом, представляет собой короткозамкнутый генератор электрических токов. В плоскости OXZ , однако, условия для циркуляции тока отсутствуют. Этому способствуют: а) наличие над водной поверхностью воздуха, который является изолятором; б) наличие воздуха во впадинах между волнами; в) различие в фазах колебаний водных масс вдоль направления распространения волн. Поэтому можно считать, что $I_x = I_z = 0$. С учетом сказанного система уравнений (6.37) примет вид:

$$\begin{aligned} E_x &= \mu_0 \mu V_z H_y; \\ I_y &= \gamma \mu_0 \mu (V_z H_x - V_x H_z); \\ E_z &= -\mu_0 \mu V_x H_y. \end{aligned} \quad (6.38)$$

Удобнее рассматривать морские волны в виде прогрессивных гравитационных волн, потенциал ψ которых описывается известным из гидромеханики соотношением

$$\psi = \frac{\zeta g}{\omega} \frac{\operatorname{ch} k(z+h)}{\operatorname{ch} kh} \sin(kx - \omega t). \quad (6.39)$$

Здесь ζ — амплитуда волны, g — ускорение свободного падения, h — глубина океана, $\omega = 2\pi/\Delta t$, $k = 2\pi/\lambda$, где Δt и λ соответственно означают период и длину волны.

Если продифференцировать выражение (6.39) по x и z и подставить их в (6.38), можно получить формулы для определения электрических токов и полей морских волн:

$$\begin{aligned} I_y &= \frac{\gamma \mu_0 \mu_r g k}{\omega \operatorname{ch} kh} [\operatorname{sh} k(z+h) H_x \sin(kx - \omega t) - \\ &\quad - \operatorname{ch} k(z+h) H_z \cos(kx - \omega t)]; \\ E_x &= - \frac{\mu_0 \mu_r g k}{\omega \operatorname{ch} kh} H_y \operatorname{sh} k(z+h) \sin(kx - \omega t); \\ E_z &= - \frac{\mu_0 \mu_r g k}{\omega \operatorname{ch} kh} H_y \operatorname{ch} k(z+h). \end{aligned} \quad (6.40)$$

Анализ выражения (6.40) показывает следующее. При взаимодействии морских волн с вертикальной H_z и северной H_x составляющими магнитного поля возникают электрические токи. Они текут вдоль гребней волн и состоят из двух частей: I_{yxx} и I_{yzz} , которые сдвинуты друг относительно друга по фазе. Компонента плотности тока I_{yxx} зависит от H_z и составляющей скорости движения воды V_x . При постоянном значении скорости V_x она будет максимальной на полюсе и нулевой на магнитном экваторе. Компонента плотности тока I_{yzz} зависит от H_x и V_z и от направления распространения волны. Так, эта компонента электрического тока будет максимальной при движении волн вдоль магнитного меридиана и минимальной при ее распространении вдоль магнитной параллели, а при движении вдоль магнитного экватора ток I_{yzz} будет отсутствовать.

При взаимодействии морской волны с восточной H_y компонентой геомагнитного поля возникает электрическое поле, при этом электрический ток отсутствует. Электрическое поле имеет две составляющие: E_x — вдоль распространения волны и E_z — по вертикали. Они зависят от восточной компоненты магнитного поля и направления распространения волны. Поля будут максимальны на магнитном экваторе при распространении вдоль магнитной параллели. Поскольку токи отсутствуют, то можно считать электрическое поле в плоскости XOZ , индуцированное морскими волнами, квазистатическим.

Из формул (6.40) также видно, что и плотность электрических токов, и напряженность электрических полей, создаваемых морскими волнами, зависят от характеристик самих волн: их высоты, периодов и длин. Все электрические эффекты возрастают с увеличением высоты и периодов морских волн (табл. 23).

Подобно характеристикам волнения, электрические токи и поля с глубиной быстро затухают. Так, на глубине океана $z = \lambda/2$ они уменьшаются в 23 раза по сравнению со значениями на поверхности, на $z = \lambda$ — в 544 раза.

Таблица 23

**Электрические эффекты ветровых волн
(по Г. А. Фонареву [8])**

Характеристики ветровых волн			Напряженность электрического поля, мВ/м
период, с	длина, м	амплитуда, м	
0,33	0,12	0,01	$5,4 \cdot 10^{-3}$
1,4	2	0,06	$7,5 \cdot 10^{-3}$
2,4	6	0,18	$1,4 \cdot 10^{-2}$
3,9	16	0,55	$2,6 \cdot 10^{-2}$
5,4	31	1,3	$4,4 \cdot 10^{-2}$
7,0	51	2,5	$6,7 \cdot 10^{-2}$

Электрические токи морских волн создают также дополнительные переменные магнитные поля с напряженностью порядка тысячных долей миллиэрстеда, что представляет величину, сравнимую с амплитудой короткопериодных магнитных колебаний.

Для изучения электромагнитных эффектов дрейфовых течений необходимо ввести комплексную скорость течений $w = V_x + iV_y$, комплексную магнитную индукцию $\tilde{B} = B_x + iB_y$, комплексную магнитную проницаемость $\tilde{\mu} = \mu' + i\mu''$, комплексную плотность горизонтальных электрических токов $\tilde{I} = I_x + iI_y$. Предполагая течения стационарными и однородными ($\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$), океан электрически однородной средой ($\delta = 0$), пренебрегая также токами смещения ($\frac{\partial D}{\partial t} = 0$) и считая систему координат неподвижной относительно Земли ($E_x = E_y = 0$), можно получить уравнения магнитной гидродинамики в комплексной форме:

$$\frac{d^2 w}{dz^2} - (b^2 \mp 2a^2 l) w = 0;$$

$$\frac{d\tilde{B}}{dz} = - \frac{\gamma}{\mu_0 \mu} B_z w;$$

$$\tilde{I} = -l\gamma B_z w. \quad (6.41)$$

В системе уравнений (6.41) параметры обозначают:

$$a^2 = \frac{\Omega |\sin \varphi| \rho}{\kappa_V}; \quad b^2 = \frac{\gamma}{\mu_0 \mu \kappa_V} B_z^2; \quad (6.42)$$

$l = \frac{1}{a\sqrt{2}}$ — характерный вертикальный масштаб течений при

отсутствии магнитного поля; $l = \frac{1}{b}$ — характерный масштаб, связанный с действием электродинамических и вязких сил; $\Gamma a = \frac{b}{a\sqrt{2}} = B_z l \sqrt{\frac{\gamma}{\mu_0 \mu_z \nu}}$ — число Гартмана, характеризующее влияние магнитного поля на течение.

Решение первого уравнения системы (6.41) с граничными условиями на поверхности и бесконечно большой глубине океана

$$\left. \frac{\partial w}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{iW}{z_V}; \quad w|_{z=\infty} = 0, \quad (6.43)$$

где W — касательное напряжение ветра, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} w &= iU e^{-\varepsilon' z} e^{\pm i(\alpha + \varepsilon'' z)}, \\ U &= \frac{W}{z_V |\varepsilon|}; \quad 2\alpha = \arctg \Gamma a^2; \\ \varepsilon' + i\varepsilon'' &= |\varepsilon|; \quad \varepsilon' > 0, \quad \varepsilon'' > 0; \\ e^{i\alpha} &= \sqrt{b^2 + i \cdot 2a^2}. \end{aligned} \quad (6.44)$$

Из (6.44) следует, что для скорости течений $U = 20$ см/с число Гартмана $\Gamma a \ll 1$, за исключением экватора. Это означает, что влияние магнитного поля на скорость течения мало.

Вместе с тем дрейфовые течения приводят к возникновению в океане индуцированных электрических токов и полей, а также дополнительного горизонтального магнитного поля. Подставляя полученное выражение для скорости течения w во второе и третье уравнения системы (6.41) и разлагая их в ряд по малому числу Гартмана, получим соотношения для магнитных и электрических полей в дрейфовых течениях:

$$\begin{aligned} w &= iU_0 e^{-az} e^{i\left(\frac{\pi}{4} + az\right)}; \\ U_0 &= \frac{W}{z_V a \sqrt{2}}; \\ \tilde{B} - \tilde{B}_\infty &= i\mu_0 \tilde{\mu} H_0 e^{-az} e^{\pm i\left(\frac{\pi}{2} + az\right)}; \\ H_0 &= \frac{\gamma}{\mu_0 l^2} U_0 B_z; \\ E_z &= U_0 \tilde{B} e^{-az} e^{i\left(\frac{\pi}{4} + az\right)}. \end{aligned} \quad (6.45)$$

Здесь $\tilde{B}_\infty$ — предельное значение горизонтального магнитного поля при $z \rightarrow \infty$; верхний знак относится к северному, а нижний к южному полушарию.

Из последнего выражения системы (6.45) следует, что индуцированное дрейфовым течением вертикальное электрическое поле быстро затухает с глубиной. Кроме того, видно (второе и третье уравнения), что в течениях возникает дополнительное по отношению к главному магнитному полю Земли горизонтальное магнитное поле. На поверхности океана вектор этого поля по-

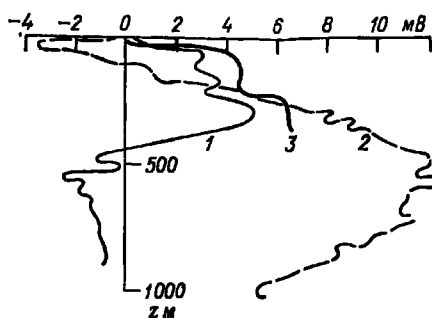


Рис. 62. Типичные вертикальные профили потенциала естественных токов в океане [6].

1 — центральная часть Атлантического океана; 2 — Гольфстрим; 3 — северная часть Черного моря.

вернут на 45° вправо (в южном полушарии влево) от направления течения. С глубиной вектор магнитного поля (так же как и электрического поля) вращается вместе с вектором течения и экспоненциально уменьшается по величине с тем же периодом затухания. Оценки показывают, что для крупномасштабных течений со скоростью $U_0 = 20 \div 30$ см/с электрическое поле достигает 10^{-2} мВ/м, а магнитное 10^{-4} — 10^{-3} мЭ, что представляет величину, сравнимую с амплитудой суточных вариаций. Кривые 1 и 2 (рис. 62), построенные по наблюдениям в Атлантическом океане, свидетельствуют о том, что распределение электрического потенциала по вертикали определяется изменением вертикальной структуры течений.

Диффузионный эффект. Различие солености между слоями в океане приводит к диффузии ионов солей из одного слоя в другой. Причем отрицательные ионы движутся в слой, где концентрация выше, а положительные — в тот, в котором концентрация ниже. Из-за того, что скорость положительных ионов больше скорости отрицательных ионов, возникают ионные потоки и, как следствие, стороннее электрическое поле. Напряженность этого поля может быть определена по формуле Нернста, которая для раствора хлористого натрия, соответствующего по концентрации морской воде, имеет вид

$$E = -m \lg \frac{S_2}{S_1}, \quad (6.46)$$

где S_2 , S_1 — соленость слоев, а коэффициент $m = 11,6$ мВ.

Оценки по формуле (6.46) показывают, что если $S_2 = 36,5\%$, $S_1 = 35,0\%$, то разность потенциалов составляет 2 мВ.

Биоэлектрический эффект. Результаты лабораторных исследований проб морской воды показали, что разность потенциалов зависит от концентраций микроорганизмов и зоопланктона. Как видно из рис. 63, она существенно изменяется с увеличением их концентрации. На кривой 3 (рис. 62) четко выделяются два слоя скачка электрического потенциала, наблюдаемых летом в Черном море. Один слой расположен на глубинах 0—20 м, другой—на глубинах 180—200 м. Высказано предположение, что природа верхнего слоя скачка электрического потенциала обусловлена скоплением бактерий и фитопланктона. Нижний слой скачка потенциала приурочен к границе сероводородной зоны.

В различных районах Мирового океана рассмотренные процессы вносят разный вклад. Однако главные из них связаны с магнитогидродинамическими процессами.

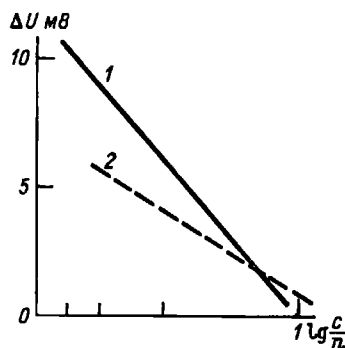


Рис. 63. Зависимость разности потенциалов в морской воде от концентраций микроорганизмов (1) и зоопланктона (2) [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 6

1. Вековая вариация геомагнитного поля эпохи 1965—1970 гг. по данным обсерваторий и спутников.— «Геомагнетизм и аэрономия», 1972, т. 12, № 3, с. 503—513. Авт.: Ш. Ш. Долгинов, М. П. Ивченко, В. П. Орлов, А. Н. Пушков, Л. О. Тюрина, Т. Н. Черевко.
2. Головкин В. П. Некоторые закономерности векового хода.— Сб. работ ИЗМИРАН, 1976, т. 71, с. 26—28.
3. Ларкин В. Г., Луговенко В. Н., Попов А. Г. Аномальное магнитное поле в океане.— Сб. работ ИЗМИРАН, 1976, т. 71, с. 14—18.
4. Мировые магнитные карты эпохи 1970 г.— «Геомагнетизм и аэрономия», 1974, т. 14, № 4, с. 702—709. Авт.: В. И. Колесова, Э. П. Кропачев, Л. С. Лысенко, Л. А. Привалова, Т. Н. Аншукова.
5. Новыш В. В., Фонарев Г. А. О теллурических токах в Северном Ледовитом океане.— «Геомагнетизм и аэрономия», 1963, т. 3, № 6, с. 1141—1142.
6. О характере и причинах изменения естественного электрического поля водной толщи океана по вертикали.— «Океанология», 1969, т. 9, вып. 5, с. 767—771. Авт.: В. Г. Богоров, Р. М. Деменицкая, А. М. Городницкий, М. М. Казанский, В. М. Конторович, Э. М. Литвинов, Н. Н. Трубяччинский, В. Д. Федоров.
7. Фонарев Г. А. Влияние морских теллурических токов на работу ЭМИТа.— «Океанология», 1968, т. 8, вып. 4, с. 727—734.
8. Фонарев Г. А. Электрическое поле морских волн.— «Геомагнитные исследования», 1971, № 13, с. 39—42.
9. Хиппель А. Р. Диэлектрики и их применение. М., Госэнергиздат, 1959. 189 с.
10. Шнеер В. С. Подводные магнитные измерения на дрейфующей станции.— «Геомагнетизм и аэрономия», 1966, т. 6, № 3, с. 621—624.
11. Яновский Б. М. Земной магнетизм. Часть 1. Морфология и теория магнитного поля Земли и его вариаций. Изд. ЛГУ, 1964. 445 с.

Глава 7. Оптика океана

7.1. Характеристики, используемые для описания оптических свойств морской воды

Вопросы методики измерений. Измерение оптических свойств морской воды представляет собой трудную задачу. Морская вода — это сложная физико-химико-биологическая система. Она содержит в себе растворенные вещества, взвесь, множество мельчайших организмов. Из-за всех этих оптических неоднородностей морская вода сильно рассеивает свет. С точки зрения физической оптики она является мутной средой. «Деликатные» компоненты, содержащиеся в морской воде, такие, как живые частицы или желтое вещество, существуют в определенном диапазоне концентраций и температур и разлагаются и гибнут при попытке их изучать в чистом виде. Поэтому оптические свойства морской воды стремятся изучать *in situ*, т. е. прямо в море. Биолюминесценция и некоторые другие оптические явления, происходящие в море, изменяются во время самого процесса измерения, и часто нельзя сказать, как происходят эти явления в естественных условиях при отсутствии возмущения, вызванного измерительным устройством. К тому же добавим, что морская вода ведет себя как химически агрессивная среда, и требуются специальные приспособления, чтобы оптические приборы могли долго в ней работать и выдерживали большие давления на глубинах.

Большие трудности связаны с изучением светового поля в океане. Хотя формально характеристики поля при известных свойствах морской воды и условиях облучения могут быть точно рассчитаны, фактически провести такой расчет невозможно. Поэтому до сих пор источником наших знаний о световом поле в океане являются данные эксперимента *in situ*.

Основные характеристики. Наиболее полно оптические свойства морской воды описываются ее матрицей рассеяния. Такое полное описание, учитывающее изменение всех поляризационных свойств светового пучка при рассеянии, применяется недавно. До этого времени в оптической океанологии рассматривалась более простая система характеристик, описывающих процесс изменения яркости пучка при рассеянии и поглощении.

Речь идет о двух числах — показателях поглощения κ и рассеяния σ и одной функции — индикатрисе рассеяния $x(\gamma)$.

Эта система характеристик получила название *собственных* или *первичных гидрооптических характеристик* морской воды¹. Ниже ограничимся анализом только этих характеристик. Физический смысл введенных величин, так же как и некоторых производных от них ясен из формул, приведенных в табл. 24.

Таблица 24

Оптические характеристики морской воды

Наименование	Обозначение	Формула	Размерность	Единица измерения
Основные характеристики				
Показатель поглощения излучения в водной среде	κ	$\kappa = -\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi_{\kappa}}{dl}$	L^{-1}	m^{-1}
Показатель рассеяния излучения в водной среде	σ	$\sigma = -\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi_{\sigma}}{dl}$	L^{-1}	m^{-1}
Индикатриса рассеяния	$x(\gamma)$	$x(\gamma) = \frac{4\pi\sigma(\gamma)}{\sigma}$	Безразм.	
Производные характеристики				
Показатель ослабления излучения в водной среде	ϵ	$\epsilon = -\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi_{\epsilon}}{dl}$	L^{-1}	m^{-1}
Вероятность выживания фотона	Λ	$\Lambda = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\kappa + \sigma}$	Безразм.	
Показатель рассеяния в данном направлении	$\sigma(\gamma)$	$\sigma(\gamma) = \frac{1}{E_n} \frac{dI(\gamma)}{d\gamma}$	$L^{-1} \cdot sr^{-1}$	$m^{-1} \cdot sr^{-1}$
Оптическая толщина слоя водной среды	τ	$\tau = \int_0^l \epsilon(x) dx$	Безразм.	
Коэффициент пропускания слоя водной среды	T	$T = \frac{\Phi(l)}{\Phi(0)} = e^{-\tau}$	Безразм.	

В таблице использованы обозначения: Φ — поток практически параллельного монохроматического излучения, облучающий элементарный объем dv , толщина которого в направлении распространения исходного пучка излучения равна dl ; $d\Phi_{\kappa}$, $d\Phi_{\sigma}$

¹ В гидрооптике наряду с первичными характеристиками изучаются различные параметры, описывающие состояние естественного светового поля в море. Они называются *вторичными гидрооптическими характеристиками*.

и $d\Phi_s$ — элементарные потоки излучения, соответственно поглощенный, рассеянный и ослабленный при прохождении объема dv ; γ — угол рассеяния (угол между направлением падающего и рассеянного излучения); E_n — нормальная облученность, создаваемая потоком Φ на поверхности объема dv ; $dI(\gamma)$ — сила света, рассеиваемая объемом dv в направлении γ ; $\Phi(l)$ — поток излучения, прошедший в среде слой конечной толщины l ; $\Phi(0)$ — поток на входе в среду.

Формула для показателя κ , указанная в табл. 24, имеет простой смысл. Пусть параллельный пучок излучения проходит в воде элементарный слой dl . Очевидно, что количество энергии пучка $d\Phi_\kappa$, поглощенное этим слоем, будет пропорционально интенсивности пучка Φ и длине пути dl :

$$d\Phi_\kappa = -\kappa\Phi dl. \quad (7.1)$$

Величина κ — это коэффициент пропорциональности в формуле (7.1). Аналогичный смысл имеют показатели σ и ε . Полное ослабление пучка $d\Phi = d\Phi_s$ равно сумме $d\Phi_\kappa$ и $d\Phi_\sigma$:

$$d\Phi = d\Phi_s = d\Phi_\kappa + d\Phi_\sigma = -(\kappa + \sigma)\Phi dl = -\varepsilon\Phi dl. \quad (7.2)$$

Следовательно,

$$\varepsilon = \kappa + \sigma. \quad (7.3)$$

При взаимодействии пучка фотонов с веществом часть фотонов κ превращается в тепло, т. е. «погибает» как свет, вторая часть σ рассеивается, т. е. остается светом. Поэтому отношение $\Lambda = \sigma/\varepsilon$ называют *вероятностью выживания фотона* в элементарном акте взаимодействия. Для чисто поглощающей среды $\Lambda = 0$, чисто рассеивающей среды $\Lambda = 1$. Инфракрасная область волн и участок минимального поглощения воды в области $\lambda = 500$ нм могут служить примерами приближения к этим теоретическим моделям.

В однородных условиях из формулы (7.2) для потока излучения $\Phi(l)$, прошедшего слой толщиной l , найдем

$$\Phi(l) = \Phi(0) e^{-\varepsilon l} = \Phi(0) T = \Phi(0) e^{-\tau}. \quad (7.4)$$

При выводе формулы (7.4) мы использовали нестрогое представление о параллельном пучке излучения. Строго говоря, формула (7.4) должна применяться к угловой плотности потоков излучения, т. е. к яркости:

$$B(l) = B(0) e^{-\varepsilon l} = B(0) T = B(0) e^{-\tau}. \quad (7.5)$$

В формуле (7.5) $B(0)$ — яркость входящего пучка; $B(l)$ — яркость этого же пучка после прохождения в среде пути l . Формула (7.3) [или (7.4)] называется законом Бугера—Ламберта. Это одна из важнейших формул оптики мутных сред.

Морская вода рассеивает свет по разным направлениям очень неравномерно. Большая часть рассеянного света сосредоточена

под малыми углами. Функция $\kappa(\gamma)$, показывающая распределение яркости рассеянного света по углам рассеяния γ , называется *индикатрисой рассеяния*. Для введения ее обратимся к рис. 64. Сила света dI , рассеянного элементом dv в направлении γ , будет

$$dI = \sigma(\gamma) E_n dv, \quad (7.6)$$

где E_n — нормальная освещенность.

Множитель пропорциональности $\sigma(\gamma)$, появившийся здесь, — это *показатель рассеяния в данном направлении*. Очевидно, что

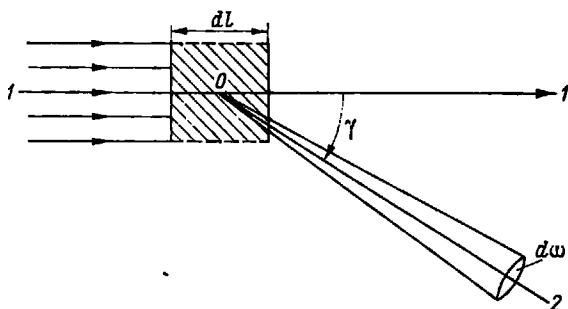


Рис. 64. Вывод формулы для индикатрисы рассеяния.

Заптрихованная область — рассеивающий объем; 101 — направление падающего пучка; 02 — рассеянного пучка; γ — угол рассеяния.

полное количество рассеянного света F равно интегралу от dI по всем направлениям:

$$dF = \int_{(4\pi)} dI d\omega.$$

С другой стороны,

$$dF = \sigma \Phi dl.$$

Приравнявая эти выражения, найдем ($\Phi = E_n S$, $dv = S dl$)

$$\sigma = \int_{(4\pi)} \sigma(\gamma) d\omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sigma(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 2\pi \int_0^\pi \sigma(\gamma) \sin \gamma d\gamma. \quad (7.7)$$

Формула (7.7) устанавливает связь между показателями σ и $\sigma(\gamma)$. Ее принято записывать в виде

$$\int_{(4\pi)} 4\pi \frac{\sigma(\gamma)}{\sigma} \frac{d\omega}{4\pi} = \int x(\gamma) \frac{d\omega}{4\pi} = 1, \quad x(\gamma) = \frac{4\pi \sigma(\gamma)}{\sigma}. \quad (7.8)$$

Индикатриса рассеяния $x(\gamma)$ — плотность вероятности рассеяния под углом γ . Она удовлетворяет соотношению

$$\int_0^\pi x(\gamma) \frac{2\pi \sin \gamma d\gamma}{4\pi} = \frac{1}{2} \int_0^\pi x(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 1. \quad (7.9)$$

Эта формула называется условием нормировки индикатрисы. Запись индикатрисы в виде (7.9) очень удобна. Например, для изотропно рассеивающей среды, полагая $x(\gamma) = \text{const} = c$, легко найдем

$$c \cdot \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \gamma d\gamma = c = 1,$$

т. е. для такой среды плотность вероятности рассеяния под всеми углами $x(\gamma) = 1$.

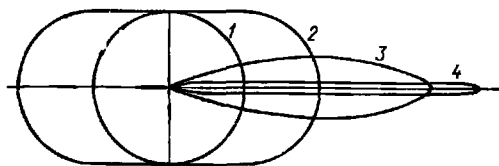


Рис. 65. Примеры индикатрис:

1 — сферическая; 2 — рэлея-ская; 3 — «чистая» атмосфера; 4 — океан (масштаб кривых разный).

На рис. 65 мы приводим для иллюстрации некоторые виды индикатрис рассеяния. Они нарисованы в полярных координатах и дают представление о пространственном распределении рассеянного света.

Перед тем как рассмотреть спектральную зависимость ϵ , заметим, что морская вода содержит три оптически активных компонента: чистую воду, растворенные вещества (неорганические и органические) и взвесь (минеральную и органическую). Влияние этих компонентов на оптические характеристики морской воды неодинаково, оно меняется в зависимости от концентрации соответствующего компонента и различно для разных длин волн. Общая, типичная картина, где указана зависимость показателя ослабления ϵ от длины волны λ , для разных составляющих морской воды приведена на рис. 66.

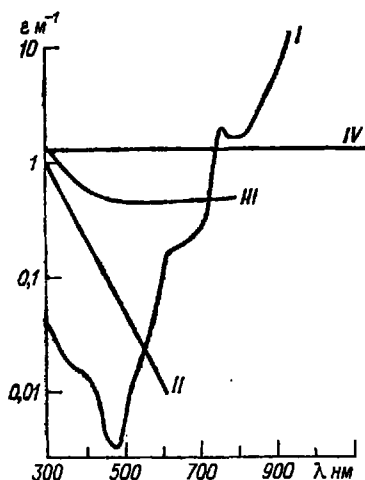


Рис. 66. Спектральная зависимость показателя ослабления ϵ .

Кривая I — показатель ослабления света в идеально чистой воде. Резкий минимум лежит в синей области. Поэтому любой предмет, опущенный за борт, приобретает синий цвет — он виден сквозь слой воды, который является синим фильтром. Кривая II — показатель поглощения света растворенными органическими веществами; поглощение резко возрастает в синей и ультрафиолетовой областях. Кривая III — показатель ослаб-

ления света малыми, главным образом минеральными частицами. Ослабление света на них возрастает в синей области спектра. Кривая IV — показатель ослабления света крупными частицами биологического происхождения (диатомовые водоросли, фораминиферы, органический детрит и др.). Ослабление света на них нейтрально, как на каплях облаков. Кривая e_I дана в абсолютном масштабе (см. табл. 25). Масштаб других кривых зависит от концентрации соответствующего компонента.

Приведем два характерных примера: прозрачные океанские воды и мутные воды Балтийского моря. Для каждого из этих объектов для $\lambda = 550$ нм тщательные измерения дают $e_I = 0,036 \text{ м}^{-1}$ (ослабление чистой водой, конечно, одинаково в обоих случаях); $e_{II} = 0,010; 0,030 \text{ м}^{-1}$ (в Балтийском море растворенной органики — желтого вещества — значительно больше и соответственно e_{II} в 3 раза выше); $e_{III} = 0,01; 0,11 \text{ м}^{-1}$; $e_{IV} = 0,050; 0,200 \text{ м}^{-1}$ (рассеивающих частиц в Балтийском море также значительно больше, чем в океане). Полные показатели ослабления $e = \sum_{i=1}^4 e_i$ соответственно будут $0,11$ и $0,38 \text{ м}^{-1}$, т. е. в чистой океанской воды почти в 4 раза меньше, чем для вод Балтийского моря.

7.2. Оптические свойства чистой воды

Вода является самым распространенным и, вероятно, самым изученным веществом на Земле. Тем не менее оптические свойства чистой воды известны еще недостаточно. Диапазон физических условий, в которых вода находится в океане (давление 1—1100 атм, температура от -2 до 36°C), таков, что оптические свойства ее во всем этом диапазоне практически неизменны. Исключая из наблюдаемых характеристик морской воды постоянную добавку, вызванную чистой водой, мы можем, таким образом, изучать роль растворенного и взвешенного компонентов, а это составляет одну из главных задач оптики морской воды.

Теория. Физическая природа явлений поглощения и рассеяния света существенно различна. Поглощение происходит в оптически однородном теле и связано с мнимой частью k комплексного показателя преломления вещества m ($m = n - ik$):

$$\alpha = -\frac{4\pi}{\lambda} k. \quad (7.10)$$

Рассеяние же в оптически однородном теле вообще не происходит. Под влиянием поля электромагнитной волны элементы тела поляризуются и становятся источниками вторичных волн. Можно строго доказать, что в однородном теле вторичные волны, складываясь с падающим полем, создадут только преломленную волну. Во всех других направлениях (кроме направления

преломления) они взаимно гасятся. Рассеяние может наблюдаться только в локально неоднородном теле, в котором неоднородности распределены хаотично.

Поглощение. Вода представляет собой плотно упакованную систему, в которой взаимодействие между молекулами весьма велико. Поэтому ряд авторов считает, что жидкую воду можно в известном смысле рассматривать как макрокристалл из атомов водорода и кислорода.

У молекулы воды имеются сильные полосы поглощения, находящиеся в области спектра $\lambda < 18,6$ нм (электронные полосы), очень слабые полосы в видимой области, лежащие в интервале 543—847 нм (обертоны основных колебательно-вращательных частот молекулы), и сильные полосы в ИК области 944 нм и более (основные колебательно-вращательные частоты молекулы H_2O лежат при 2,66; 2,71; 3,17; 6,25 мкм). Большая часть полос поглощения жидкой воды связана с полосами водяного пара, т. е. со спектром изолированной молекулы. Однако из-за сильного взаимодействия наблюдаются и заметные отличия. В частности, у воды полосы поглощения сдвинуты в сторону больших λ , а сами полосы взаимно перекрываются, так что поглощение оказывается сплошным. Теоретический расчет всей этой трансформации требует определения положения энергетических уровней конденсированной системы, что в настоящее время невозможно.

Рассеяние. Причиной рассеяния света является оптическая неоднородность тела. Это основное положение было установлено Л. И. Мандельштамом в 1907 г. В чистой воде оптическая неоднородность возникает из-за флуктуаций концентрации и флуктуаций ориентации анизотропных молекул воды в результате теплового движения. Формула, учитывающая рассеяние как на флуктуациях плотности, так и на флуктуациях ориентации, имеет вид

$$\sigma(\gamma) = \sigma(90^\circ) \left[1 + \frac{1 - \Delta_U}{1 + \Delta_U} \cos^2 \gamma \right]; \quad (7.11)$$

$$\sigma(90^\circ) = \frac{2\pi^2}{\lambda^4} \rho^2 n^2 \left(\frac{\partial n}{\partial \rho} \right)_T^2 k_F k_B T_K \left(\frac{6 + 6\Delta_U}{6 - 7\Delta_U} \right). \quad (7.12)$$

Здесь Δ_U — коэффициент деполяризации Кабанна, ρ — плотность, n — показатель преломления, k_F — коэффициент изотермической сжимаемости воды.

Поскольку рассеяние вызвано тепловыми флуктуациями, естественно, что интенсивность его пропорциональна абсолютной температуре и коэффициенту сжимаемости. Для воды при $t = 20^\circ\text{C}$ и $\lambda = 436$ нм $\Delta_U = 8,8 \cdot 10^{-2}$ и индикатриса рассеяния описывается формулой

$$\sigma(\gamma) = \sigma(90^\circ) (1 + 0,838 \cos^2 \gamma). \quad (7.13)$$

Полный показатель рассеяния σ будет

$$\sigma = 2\pi \int_0^\pi \sigma(\gamma) \sin \gamma d\gamma = \frac{16\pi}{3} \gamma(90^\circ) \frac{1 + 0,5\Delta_U}{1 + \Delta_U} = 16,1\sigma(90^\circ). \quad (7.14)$$

В видимой области из всех величин, определяющих спектральную зависимость $\sigma(\lambda)$ по формулам (7.11) и (7.12), основное значение имеет множитель n^2/λ^4 . Найдем

$$\sigma(\lambda) = \sigma(436) \left[\frac{n(\lambda)}{n(436)} \right]^2 \left(\frac{436}{\lambda} \right)^4 \quad (\lambda \text{ в нм}). \quad (7.15)$$

Таким образом, в отличие от поглощения, рассеяние света чистой водой может быть полностью рассчитано.

Экспериментальные данные. Экспериментально оптические свойства чистой воды начали изучать еще в конце прошлого века. Из-за высокой прозрачности измерение показателя ослабления водой в видимой области оказалось очень непростым делом. Основная трудность связана с очисткой воды от посторонних веществ (пылинок, растворенных органических соединений)

Таблица 25
Оптические свойства чистой воды ($t=20^\circ\text{C}$)

λ нм	$n(\lambda)$	$10^3 \sigma(90^\circ) \text{ м}^{-1}$	$10^3 \sigma \text{ м}^{-1}$	$10^3 \kappa \text{ м}^{-1}$	$10^3 \chi \text{ м}^{-1}$	Δ
250	1,337	2,00	32,0	220	190	0,15
300	1,359	0,96	15,0	55	40	0,27
320	1,354	0,74	12,0	32	20	0,38
350	1,349	0,51	8,2	20	12	0,41
400	1,343	0,30	4,8	11	6	0,44
420	1,342	0,25	4,0	9	5	0,44
440	1,340	0,20	3,2	7	4	0,46
460	1,339	0,17	2,7	5	2	0,54
480	1,337	0,14	2,2	5	3	0,44
500	1,336	0,12	1,9	8	6	0,24
520	1,3355	0,10	1,6	16	14	0,10
530	1,335	0,095	1,5	23	22	0,065
540	1,335	0,088	1,4	30	29	0,047
550	1,334	0,082	1,3	36	35	0,036
560	1,334	0,076	1,2	40	39	0,030
580	1,333	0,066	1,12	75	74	0,015
600	1,333	0,058	0,93	200	200	0,0046
620	1,332	0,051	0,82	240	240	0,0034
640	1,332	0,045	0,72	270	270	0,0027
660	1,331	0,040	0,64	310	310	0,0021
680	1,331	0,035	0,56	380	380	0,0015
700	1,330	0,031	0,50	600	600	0,0008
740	1,329	0,025	0,40	2250	2250	0,0002
750	1,329	0,024	0,39	2620	2620	0,0001
760	1,329	0,022	0,35	2560	2560	0,0001
800	1,328	0,018	0,29	2020	2020	0,0001

и сохранением ее чистой в процессе измерений. Оказалось, что только трехкратная перегонка воды в установке из кварцевого стекла приводит к стабилизации значений ослабления в ближней ультрафиолетовой области.

В табл. 25 приведены оптические характеристики чистой воды в спектральной области 250—800 нм по данным различных исследователей.

7.3. Поглощение света морской водой

Изменчивость оптических свойств морской воды почти полностью определяется изменением ее состава — содержания растворенных веществ и взвеси.

Состав морской воды. В морской воде растворены неорганические соли, газы и органические соединения. Растворенные газы присутствуют в воде в ничтожных количествах и практически не проявляют себя в оптике морской воды. На оптические свойства морской воды влияют неорганические соли и органические соединения. В основном влияние их относится к фиолетовой и ультрафиолетовой областям. Рассмотрим их последовательно.

Неорганические соли. Неорганические соли, такие как NaCl , KCl , MgCl , MgSO_4 , CaSO_4 , составляют основную часть растворенного в морской воде вещества. В воде молекулы солей диссоциируют и находятся в виде ионов. Пределы изменения солёности в открытом океане составляют 33—37‰, среднее значение ее около 35‰.

Органические соединения. Содержащееся в морской воде органическое вещество примерно наполовину состоит из органического углерода. Средняя концентрация органического углерода в открытом океане около 1 мг/л. Органическое вещество в морской воде входит в состав частиц (планктон) и молекулярно растворено, причем большая часть органики находится в растворенном состоянии. В водах, богатых фитопланктоном, количество растворенной органики в 7—8 раз превышает количество углерода в частицах. С оптической точки зрения особый интерес представляет та часть растворенной органики, которая носит название желтого вещества. Согласно Калле, под ним понимают сложную смесь гумусоподобных соединений. Они образуются из углеводов и аминокислот путем так называемой реакции Мейера. Это происходит повсеместно во всем Мировом океане при распаде органического вещества, составляющего планктон и продукты его жизнедеятельности. При этом непосредственно в самой морской воде образуются желтые или коричневые меланоидины — органические соединения, по ряду свойств близкие к почвенным гумусам. Другой источник желтого вещества в морской воде — это гумусовые соединения речного стока. Поэтому северные моря, в которых большой речной сток, осо-

бенно богаты желтым веществом. Побочным продуктом при образовании желтого вещества является флюоресцирующий компонент. Многочисленные попытки выделить желтое вещество из морской воды и изучить его свойства в лаборатории, вне моря, до сих пор оказались неудачными — слабые органические соединения, образующие эту смесь, не выдерживали процесса экстракции.

Взвесь. Морская взвесь чрезвычайно разнообразна — это и терригенные частицы, приносимые реками и ветрами, и клетки фитопланктона, и бактерии, и частицы вулканического или космического происхождения, и детрит — остатки разложившихся клеток фитопланктона и скелетиков зоопланктона. С оптической точки зрения основной интерес представляет взвесь размерами от сотых долей микрона до десятков микрон. Более тонкие частички слишком малы, чтобы влиять на оптические свойства морской воды, влиянием же очень крупных частиц также можно пренебречь, так как их очень мало.

Из-за отсутствия надежной методики измерения мы располагаем только ориентировочными сведениями о концентрации взвеси. В поверхностных водах открытого океана концентрация взвеси составляет примерно 0,05—0,5 мг/л, вблизи побережий ее значения могут возрастать в десятки и даже сотни раз, в глубинных водах она снижается до 0,001—0,250 мг/л.

Еще менее надежны сведения о числе частиц в единице объема N . По данным микроскопического подсчета $N = 10^4 \div 10^6$ част./л; по измерениям с помощью счетчика Коультера $N = 10^6 \div 10^8$ част./л; оптические методы дают $N = 10^8 \div 10^{10}$ част./л. Это различие в оценках связано с особенностью гранулометрического состава морской взвеси — резким увеличением количества частиц при уменьшении их размеров. Измерения показывают, что распределение $n(r)$ частиц по радиусу r следует степенному закону: $n(r) = Ar^{-v}$, где $v = 3 \div 5$.

Морская взвесь представляет собой набор частиц с различными относительными показателями преломления m . Для минеральных частиц $m = 1,13 \div 1,25$, для органических $m < 1,05$.

Разграничение частиц морской взвеси по размерам есть до некоторой степени разграничение их по показателям преломления. Терригенный материал, попадающий в океан, теряет свою грубую часть уже вблизи берега. В океанских водах почти нет терригенных частиц размером более 1 мкм. Биогенные частицы, наоборот, имеют размеры более 1 мкм: детрит, который составляет основную массу органической взвеси, представлен частицами размерами от 1 до 20 мкм; размеры клеток фитопланктона превышают 2—3 мкм. В особом положении находятся бактерии, размеры клеток которых менее 1,5—2 мкм. Однако естественный бактериальный планктон содержит до 30% агрегатов, представляющих собой микроскопические «хлопья» размером 5—8 мкм. Форма частиц морской взвеси может заметно отличаться от

сферической. Например, клетки бактерий часто имеют форму палочек или они соединены в цепочки. Рассматривая взвешенные частицы под электронным микроскопом, можно увидеть среди них мельчайшие обломки панцирей, частички гидрослюды неправильной формы и т. п.

Поглощение света морской водой. Поглощение света в морской воде обязано чистой воде, растворенным веществам (ионам неорганических солей и желтому веществу), частицам (главным образом пигментам фитопланктона). О чистой воде мы писали выше. Минимум поглощения ее находится при $\lambda = 460$ нм; здесь $\kappa = 0,002 \text{ м}^{-1}$. Ионы неорганических солей практически не влияют на поглощение в видимой области. Однако они вызывают непрерывное поглощение, возрастающее с уменьшением λ , в ультрафиолетовой области. Для $\lambda \leq 250$ нм вклад солей очень заметен; это главным образом бромиды и в меньшей степени нитраты. Заметное поглощение здесь вызвано также растворенным кислородом. Желтое вещество также сильно поглощает короткие волны. Кривая поглощения желтого вещества монотонно

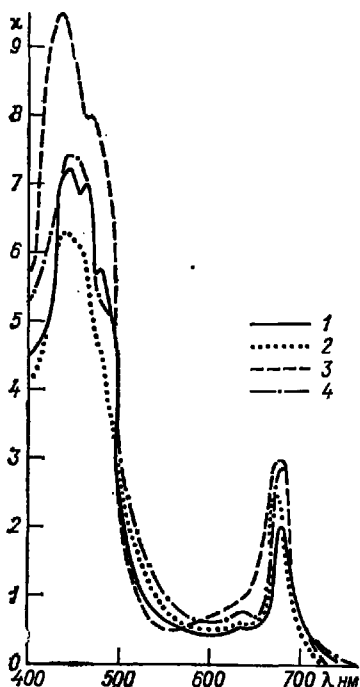


Рис. 67. Спектры поглощения некоторых видов морского фитопланктона.

1 — диатомовые; 2 — динофлагелляты; 3 — зеленые флагелляты; 4 — естественная популяция в водах Вудс-Хола.

возрастает в сторону коротких волн. Типичная зависимость κ от λ , соответствующая высокой концентрации желтого вещества, представлена кривой II (рис. 66). Она может быть аппроксимирована формулой

$$\kappa_{II} = c e^{-\gamma \lambda}; \quad c = 88 \text{ м}^{-1}; \quad \gamma = 0,015 \text{ нм}^{-1}. \quad (7.16)$$

Поглощение света частицами в основном вызвано фитопланктоном, который содержит пигменты — хлорофилл, каратиноиды и др. В отличие от монотонного поглощения желтым веществом, поглощение пигментами имеет локальные максимумы. Обратимся к рис. 67, на котором приведены спектры поглощения некоторых видов морского фитопланктона. Мы видим большой максимум при $\lambda = 440$ нм (синяя полоса хлорофилла, 420—460 нм), сравнительно прозрачную область между 530 и 650 нм и второй, меньший максимум при 680 нм (красная полоса хло-

рофилла 660—710 нм). В соответствии с вышесказанным конкретный вид спектра поглощения морской воды зависит от взаимного вклада разных компонент. В целом кривая $\kappa(\lambda)$ очень похожа на кривую $\epsilon(\lambda)$, приведенную на рис. 66. Кривая имеет

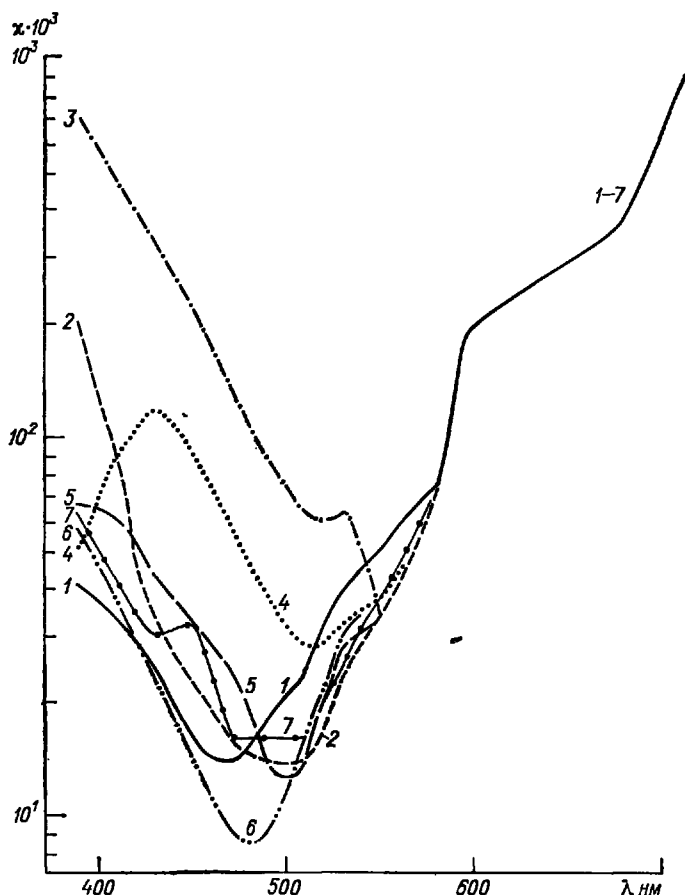


Рис. 68. Спектральный показатель поглощения света для различных вод (м^{-1}).

1 — Саргассово море; 2 — Карибское море; 3 — Готландская впадина Балтийского моря; 4 — Тихий океан, район Галапагосских островов на глубине 20 м; 5 — то же, на глубине 200 м; 6 — впадина Тонга; 7 — Пассатное течение в Индийском океане.

минимум в сине-зеленой области. Возрастание κ с ростом λ объяснено чистой воде, с уменьшением λ — растворенному веществу и частицам. Положение минимума связано с абсолютными величинами поглощения: в чистых океанских водах минимальное поглощение обнаруживается, как правило, вблизи 510 нм.

У некоторых (обычно более прозрачных) вод минимум сдвигается к 490 нм или даже к 470 нм (т. е. совпадает с положением минимума поглощения чистой воды); для мутных вод Балтийского моря минимальное поглощение обнаруживается в желто-зеленом или даже желтом (до 570 нм) участке спектра.

Результаты измерений значений $\kappa(\lambda)$ для различных вод приведены на рис. 68. Из этого рисунка видно, что показатели поглощения морской воды в коротковолновой области спектра заметно различаются для разных вод. Например, в Балтийском море они более чем на порядок выше, чем в океанских водах. В красном участке показатели для разных вод различаются незначительно. Это очень важное обстоятельство. Оно характерно для морской воды вообще. Для $\lambda < 570$ нм спектры поглощения различных вод $\kappa(\lambda)$ разные и несут информацию о составе отдельных поглощающих компонент. Для $\lambda > 570$ нм все кривые совпадают; здесь практически все поглощение обусловлено чистой водой.

7.4. Рассеяние света морской водой

В морской воде происходит рассеяние двух типов — молекулярное и взвешенными частицами.

Молекулярное рассеяние происходит из-за флуктуаций плотности, ориентации анизотропных молекул воды, концентрации растворенного вещества. Так как все три типа флуктуаций не влияют друг на друга, то полное молекулярное рассеяние σ_m есть сумма всех трех факторов. В табл. 26 приведено $\sigma_m = f(\lambda)$.

Таблица 26

Показатель молекулярного рассеяния чистой воды

λ нм	σ_m м ⁻¹	λ нм	σ_m м ⁻¹	λ нм	σ_m м ⁻¹	λ нм	σ_m м ⁻¹
250	$40 \cdot 10^{-3}$	360	$10 \cdot 10^{-3}$	480	$27 \cdot 10^{-4}$	600	$115 \cdot 10^{-5}$
300	$19 \cdot 10^{-3}$	400	$59 \cdot 10^{-4}$	520	$20 \cdot 10^{-4}$	640	$89 \cdot 10^{-5}$
320	$15 \cdot 10^{-3}$	440	$40 \cdot 10^{-4}$	560	$15 \cdot 10^{-4}$	680	$69 \cdot 10^{-5}$

Индиатриса молекулярного рассеяния близка к релеевской. Молекулярное рассеяние без большой ошибки можно считать одинаковым для всех океанских вод.

Рассеяние взвешенными частицами. Частицы, взвешенные в морской воде, имеют сложную, неправильную форму. Размеры их обычно сравнимы или больше λ . Строгой теории рассеяния света на таких частицах не существует. Большинство авторов при теоретическом анализе вопроса пользуются моделью эквивалентных сфер. В этой модели частицы считаются однородными сферами, которые рассеивают свет так же, как реальный гидрозоль.

В модели частицы морской взвеси считаются независимыми рассеивателями. Это приближение обычно хорошо выполняется. Если в поле зрения приемника будет не одна частица, а множество, то полная яркость рассеянного света $\bar{\sigma}(\gamma)$ будет равна сумме яркостей, созданных отдельными частицами $\sigma(\gamma, r)$.

Главная причина распространения модели эквивалентных сфер в том, что теория рассеяния света на однородной сфере хорошо развита; имеются подробные обзоры и таблицы. Подробное изложение теории имеется в книгах К. С. Шифрина [11] и Ван де Хюлста [2]. В этой теории поле рассеянной волны представляется в виде суперпозиции вторичных волн, испускаемых сферой. Эти вторичные волны называются электрическими и магнитными парциальными волнами; амплитуды их зависят от двух величин: дифракционного параметра $\rho = 2\pi a/\lambda$ (a — радиус частицы, λ — длина волны света в среде) и относительного комплексного показателя преломления m .

Расчеты полей по точным формулам довольно сложны, так как члены ряда убывают медленно и для получения хорошей точности надо сохранять много слагаемых. Подобные расчеты выполняются на ЭВМ, и результаты их представляются в виде таблиц рассеянных полей.

Для взвесей морской воды такие таблицы рассчитали К. С. Шифрин и И. Н. Салганик. Эти таблицы представляют собой пятый том серии «Таблиц по светорассеянию», выпускаемых Гидрометеиздатом. Том состоит из двух разделов. Первый раздел — монодисперсные модели; поперечники рассеяния для сферических частиц с дифракционным параметром ρ в интервале 0,3—200 для двух значений: $m = 1,02$ (биологическая взвесь) и $m = 1,15$ (терригенная взвесь). Второй раздел — полидисперсные модели; коэффициенты рассеяния, а также элементы матрицы рассеяния и степени поляризации рассеянного света.

Изменчивость рассеяния света морской водой. Рассеяние света в море изменяется в очень широких пределах: от значений общего показателя рассеяния σ в нескольких сотых до единиц обратных метров. Наименьшее значение $\sigma = 0,022 \text{ м}^{-1}$ ($\lambda = 546 \text{ нм}$) измерено на горизонте 500 м в Тихом океане в районе уникально прозрачных вод к северо-западу от о. Раротонга. Типичные значения σ для поверхностных вод открытого океана 0,10—0,16 м^{-1} , для глубинных 0,05—0,10 м^{-1} . Наибольшее значение σ измерено вблизи побережья Перу (2,7 м^{-1}).

Отметим, что вклад молекулярного рассеяния в величину σ даже в самых чистых океанских водах не превышает 7—8%, а в большинстве случаев он пренебрежимо мал.

Пространственная изменчивость поля показателя рассеяния характеризует оптическую структуру вод Мирового океана (оптическую климатологию океана). Причина изменчивости лежит в процессах, формирующих поле взвеси. Это течения,

турбулентность, подъемы и опускания вод, биологические процессы, связанные с генерацией частиц непосредственно в морской воде, поступление частиц из атмосферы, от берегов, рек, растворение и осаждение.

Временная изменчивость поля показателя рассеяния связана с колебанием состава взвеси в изучаемом объеме. Она может быть вызвана входами и выходами частиц из поля зрения, броуновским движением и мелкомасштабной турбулентностью, вре-

менной изменчивостью биологических и динамических факторов. Это приводит к широкому спектру временных флуктуаций σ .

Угловое распределение рассеянного света. Характерной особенностью индикатрис рассеяния морской воды является их резкая вытянутость в направлении падающего пучка. Это связано с присутствием в морской воде большого количества крупных прозрачных частиц, у которых m близко к 1. Под малыми углами рассеяния основная картина рассеяния определяется этими частицами. Однако на углах, близких к 135° , заметную роль играет молекулярное рассеяние. В чистых водах его вклад может составить более 40%, и даже в таких

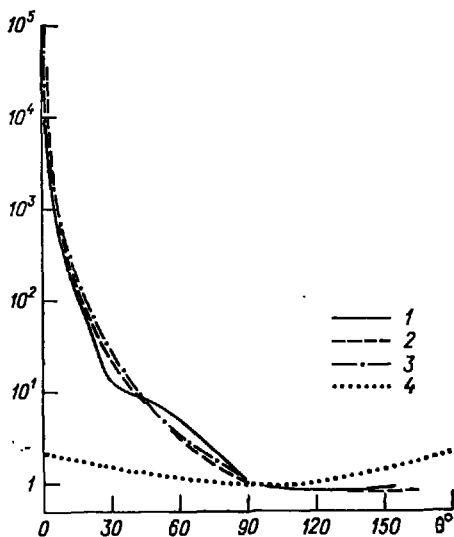


Рис. 69. Примеры индикатрис рассеяния океанских вод (все кривые нормированы к углу рассеяния 90°).

Кривые 1, 2, 3 относятся соответственно к $\lambda = 546, 522, 510$ нм; 4 — индикатриса чистой воды.

мутных водах, как вблизи побережья Перу, он не ниже 5%. Роль молекулярного рассеяния быстро уменьшается с уменьшением угла рассеяния. Даже в самых чистых водах вклад молекулярного рассеяния не превышает 15% вблизи 45° и 1% вблизи 10° . Перепад интенсивности во всем диапазоне углов рассеяния может превышать 5 порядков. Минимум рассеяния достигается вблизи $\gamma = 105 \div 120^\circ$. Примеры нескольких морских индикатрис, измеренных *in situ*, приведены на рис. 69 (там же для сравнения дана индикатриса чистой воды).

Спектральные зависимости рассеяния. Спектральные характеристики измеряются сравнительно редко. Имеющиеся данные свидетельствуют о том, что общий показатель рассеяния морской воды слабо зависит от длины волны, медленно возрастаая при ее уменьшении.

Индикатрисы рассеяния в чистых водах заметно изменяют свою форму при изменении длины волны — при уменьшении λ их вытянутость уменьшается. Это происходит за счет увеличения вклада молекулярного рассеяния, которое «поднимает» кривую на больших углах.

7.5. Характеристики, используемые для описания светового поля в океане

Солнечный свет проникает в океан до больших глубин. С помощью чувствительных фотоэлектронных умножителей дневной свет можно наблюдать на глубинах порядка 1200 м. Для описания светового поля в океане используется система характеристик, указанная в табл. 27.

Яркость является основной характеристикой, изучаемой гидрооптиками. Для полного описания светового поля в данной точке моря и в данный момент времени нужно задать тело распределения яркости, т. е. некоторую скалярную функцию $B(l) = B(\theta, \varphi)$ в полном телесном угле 4π . Заметим, что эта функция может быть сколь угодно сложного строения. Задавая ее значение по нескольким направлениям, мы ничего не можем сказать о ее значении в любом другом направлении.

В отличие от яркости, *вектор переноса излучения* $\mathbf{N}$ является обыкновенным вектором и его проекция на любой орт $\mathbf{l}$ выражается через его ортогональные составляющие N_x, N_y, N_z обычным образом:

$$N_l = (\mathbf{N}, \mathbf{l}) = N_x l_x + N_y l_y + N_z l_z.$$

Производные характеристики, приведенные в табл. 27, в достаточной мере произвольны. В частности, это видно по облученности горизонтальной площадки сверху (снизу) и по сферической облученности. Введение этих характеристик связано с тем, что прямые измерения поля яркости очень трудоемки. Да часто такая полная, детальная информация и не нужна. Достаточно знать некоторые более простые, усредненные характеристики.

Величины, указанные в табл. 27, систематически изучаются в оптике океана. Между различными характеристиками существуют эмпирические зависимости, так что можно, зная одни из них, приближенно определить другие. Эти эмпирические связи весьма полезны, так как позволяют все практически интересующие нас характеристики светового поля в море получать из небольшого числа наблюдений.

Характеристики, используемые для описания светового поля в море

Наименование	Обозначение	Формула	Размерность	Единица измерения	Примечание
Основная характеристика					
Яркость излучения (яркость)	B	$B = \frac{dE_n}{d\omega}$	MT^{-3} $L^{-2}I$	$B_t/(ср \cdot м^2)$ $Кл/м^2$	E_n — нормальная освещенность (освещенность). Она создается излучением, распространяющимся в малом телесном угле $d\omega$, ось которого перпендикулярна облучаемой площадке
Производные характеристики					
Степень поляризации	p	$p = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max} + B_{\min}}$	Безразм.		$B_{\max}, B_{\min}$ — максимальная и минимальная яркости двух взаимно перпендикулярно поляризованных составляющих
Облученность (освещенность) горизонтальной площадки сверху (снизу)	$E_{\uparrow} (E_{\downarrow})$	$E_{\uparrow \downarrow} = \frac{d\Phi_{\uparrow \downarrow}}{dS}$	MT^{-3} $L^{-2}I$	$B_t/м^2$ лк	Величина потока излучения $\Phi_{\uparrow \downarrow}$, проходящего на единицу площади (поверхностная плотность потока излучения)

Наименование	Обозначение	Формула	Размерность	Единица измерения	Примечание
Сферическая облученность (освещенность)	E_s	$E_s = \frac{1}{4\pi} \int_{(4\pi)} dE_n = \frac{1}{4\pi} \int Bd\omega$	MT^{-3} $L^{-2} I$	$Вт/м^2$ лк	Сферическая облученность E_s связана с плотностью излучения ρ формулой $\rho = \frac{4\pi}{c} E_s$ (c — скорость света)
Показатель вертикального ослабления облученности (горизонтальной, полупространственной, сферической, вниз, вверх)	$\alpha_{\uparrow\downarrow}(z)$	$\alpha_{\uparrow\downarrow} = - \frac{dE_{\uparrow\downarrow}}{E_{\uparrow\downarrow} dz}$	L^{-1}	m^{-1}	
Коэффициент диффузного отражения толщи моря	$R(z)$	$R(z) = \frac{E_{\uparrow}(z)}{E_{\downarrow}(z)}$	Безразм.		Отношение облученностей снизу и сверху на данном уровне
Коэффициент яркости толщи моря	$\rho(\theta, \varphi)$	$\rho(\theta, \varphi) = \frac{B(\theta, \varphi)}{B_0}$	Безразм.		Отношение яркости излучения, выходящего из моря, B к яркости освещенного так же, как море, идеального рассеивателя, B_0 .
Глубина видимости стандартного диска (относительная прозрачность)	Z_d		L	m	Глубина исчезновения белого стандартного диска, опускаемого с теска, борта судна (определяется визуально)

7.6. Прохождение света через поверхность моря

Отражение излучения от поверхности моря. Излучение, падающее на поверхность моря, отражается и преломляется морской поверхностью. Коэффициенты отражения $r_{p,s}$ и пропускания $d_{p,s}$ для лучей с параллельными r_p и перпендикулярными r_s плоскости падения направлениями колебаний даются формулами Френеля:

$$r_s = \frac{\sin^2(i-j)}{\sin^2(i+j)}, \quad d_s = 1 - r_s, \quad \frac{\sin i}{\sin j} = n;$$

$$r_p = \frac{\operatorname{tg}^2(i-j)}{\operatorname{tg}^2(i+j)}, \quad d_p = 1 - r_p. \quad (7.17)$$

Здесь i — угол падения, j — угол преломления, n — показатель преломления воды относительно воздуха. Значения n указаны в табл. 25. Если поверхность облучается естественным пучком, в котором обе составляющие поляризации одинаковы, то коэффициент отражения r будет

$$r = \frac{1}{2}(r_s + r_p). \quad (7.18)$$

Результаты расчетов коэффициентов отражения для $n = 1,333$ по этим формулам представлены в табл. 28 (значения r_p , r_s , r даны в процентах).

Таблица 28

Френелевские коэффициенты отражения для спокойной воды

i	r_p	r_s	r	i	r_p	r_s	r
0	2,0	2,0	2,0	60	0,4	11,5	5,9
10	1,9	2,1	2,0	70	4,7	21,9	13,3
20	1,7	2,5	2,1	75	11,0	31,3	21,2
30	1,2	3,1	2,1	80	24,0	45,9	34,9
40	0,6	4,3	2,4	85	49,3	67,4	58,3
50	0,1	6,7	3,4	90	100	100	100

Обратим внимание на две главные особенности явления.

1. Для лучей, падающих на поверхность нормально ($i = 0$), коэффициент отражения от воды r очень мал ($\approx 2\%$). При увеличении угла падения i он медленно возрастает (при $i = 60$ он равен еще только $5,9\%$). Быстрый рост r происходит в касательных направлениях, т. е. в области больших i . При $i = 90^\circ$ отражение будет полным ($r = 100\%$).

2. Для p -лучей при угле падения i (этот угол называется углом Брюстера), при котором $i + j = \frac{\pi}{2}$, величина r_p равна нулю. В этом случае отраженный свет будет полностью поляризован (в нем остаются только s -лучи).

Все сказанное относится к параллельному пучку лучей и непосредственно применимо к отражению прямых солнечных лучей, падающих на поверхность моря.

Таким образом, поток солнечных лучей I , отраженный от моря и принятый горизонтально расположенным приемником, будет $E'_r = Ir(i) \cos i$. Доля потока падающей радиации, отраженная от поверхности моря, называется *альбедо поверхности моря* A_r , а доля радиации, вошедшая в море, *коэффициентом пропускания поверхности моря* T . Очевидно, что $A_r + T = 1$. Полное альбедо моря $A = A_r + A_d$ (A_d — часть альбедо, вызванная пучком, рассеянным толщей моря). Пусть E' — поток прямой радиации. Величины A_r и T будут

$$A'_r = \frac{E'_r}{E'} = \frac{Ir(i) \cos i}{I \cos i} = r(i);$$

$$T' = 1 - r(i). \quad (7.19)$$

Для расчета потока света неба E''_r , отраженного от моря, предположим, что нам задана яркость неба $B(\theta, \varphi)$ в функции углов θ и φ . Элементарный поток, приходящий на горизонтальный приемник из области неба, расположенной в направлении (θ, φ) , будет

$$dE'' = B(\theta, \varphi) \cos \theta d\omega = B(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi,$$

а полная отраженная радиация

$$E''_r = \frac{1}{2} \int_{(2\pi)} r(\theta) B(\theta, \varphi) \sin^2 \theta d\theta d\varphi.$$

Альбедо для рассеянной радиации

$$A''_r = \frac{E''_r}{E''} = \frac{\frac{1}{2} \int_{(2\pi)} r(\theta) B(\theta, \varphi) \sin^2 \theta d\theta d\varphi}{\int_{(2\pi)} B(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi}. \quad (7.20)$$

Будем считать, например, небо равномерно ярким, т. е. $B(\theta, \varphi) = B_0 = \text{const}$. В этом случае интеграл в знаменателе равен πB_0 и для A''_r находим

$$A''_r = \int_0^{\frac{\pi}{2}} r(\theta) \sin 2\theta d\theta. \quad (7.21)$$

Используя значение $r(\theta)$, указанное в табл. 28, без труда найдем $A''_r = 6,6\%$. Для альбедо суммарной радиации получим

$$A_r = \frac{E'_r + E''_r}{E' + E''}. \quad (7.22)$$

Пусть η есть доля рассеянной (в суммарной) радиации $\eta = E''/(E' + E'')$. Очевидно, имеем

$$A_r = A'_r(1 - \eta) + A''_r\eta. \quad (7.23)$$

Таким образом, альbedo для суммарной радиации существенно зависит от величины η . Для безоблачного неба значения η (в процентах) приведены в табл. 29.

Таблица 29
Доля рассеянной (в суммарной) радиации

Зенитное расстояние Солнца i	$\eta\%$	Зенитное расстояние Солнца i	$\eta\%$
0—20	10,5	70	25,6
30	12,3	75	32,3
40	13,3	80	42,1
50	16,1	85	54,0
60	19,1	90	100

Используя формулу (7.23) и данные об A'_r , A''_r и η , нетрудно рассчитать альbedo и коэффициент пропускания для суммарной радиации. Эти данные относятся к спокойному морю. При учете волнения расчет A_r значительно усложняется. Используя данные таких расчетов и наблюдений над полным альbedo A (они производились в малооблачный день, при волнении 3 балла), получим значения, представленные в табл. 30.

Таблица 30
Составляющие альbedo взволнованного моря

	Зенитное расстояние Солнца, град.			
	0—30	40	60	80
A_r	2,6	3,2	7,9	25
A_d	1,4	1,8	2,1	9
A	4	5	10	34

При больших i альbedo моря сначала возрастает, достигая при $i = 85^\circ$ около 70%, затем начинает резко падать, так как резко растет η и увеличивается вклад рассеянной радиации в суммарную.

Прохождение света через поверхность моря. Световой пучок, вошедший в воду, сжимается. Нетрудно показать, что линейный угол сжатия равен коэффициенту преломле-

ния n , а следовательно, телесный угол будет равен n^2 . Соответственно яркость светового пучка в воде будет в n^2 раз больше, так как та же энергия будет распространяться в более узком пучке. Если еще учесть отражение пучка на границе раздела, то яркости в атмосфере B_a и в море B_m будут связаны следующей формулой:

$$B_m = n^2 (1 - r) B_a. \quad (7.24)$$

Что касается элементарных облученностей dE_a и dE_m , которые эти пучки будут создавать в атмосфере и в море, то для них имеем:

$$dE_a = B_a \cos i \, d\omega = B_a \cos i \sin i \, dl \, d\varphi;$$

$$dE_m = B_m \cos j \, d\omega = B_m \cos j \sin j \, dj \, d\varphi.$$

При учете закона преломления нетрудно показать, что

$$dE_m = (1 - r) dE_a, \quad (7.25)$$

т. е. облученность плоскости, параллельной поверхности раздела, изменяется только из-за отражения. Коэффициенты пропускания поверхности $d = 1 - r$ определяются формулами (7.17).

Из табл. 28 видно, что гладкая поверхность моря при нормальном падении ($i = 0^\circ$) пропускает 98% упавшего пучка, при касательном же падении ($i = 90^\circ$) поверхность моря ничего не пропускает. Так как s - и p -лучи пропускаются по-разному, естественный свет, вошедший в море, оказывается поляризованным, причем степень поляризации различна для разных углов падения пучка на морскую поверхность.

7.7. Подводная облученность

Стандарты Н. Ерлова. Излучение, войдя под поверхность моря, ослабляется за счет поглощения (ИК и красная области спектра) и рассеяния. С возрастанием глубины спектр облученности сужается, а максимум кривой спектрального распределения в чистых океанских водах смещается в область 450—460 нм. Типичное изменение спектрального состава облученности с глубиной представлено на рис. 70 (за 100% принят $E_{\max}$ под поверхностью).

Многочисленные эксперименты показывают, что начиная с некоторого уровня облученность убывает с глубиной по экспоненциальному закону

$$E(z) = E(0) e^{-\alpha z}, \quad (7.26)$$

где $E(0)$ — облученность горизонтальной плоскости, расположенной непосредственно под поверхностью моря; $E(z)$ — облученность горизонтальной плоскости, расположенной на глубине z . Показатель α принято называть *показателем*

вертикального ослабления. Он всегда меньше ϵ и, как следует из одновременных измерений α и ϵ , $\alpha \approx 0,25\epsilon$.

Показатель α принадлежит к вторичным оптическим характеристикам. Он зависит не только от оптических свойств воды, но и от структуры светового поля в море. Так, α зависит от высоты Солнца: $\alpha \approx \alpha_0 \sec j$, где α_0 — показатель вертикального ослабления при Солнце в зените, а j — угол преломления солнечного света.

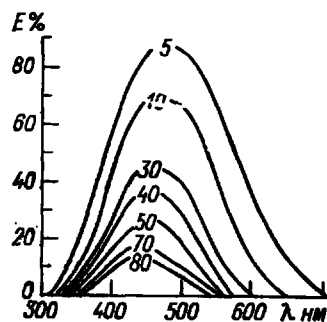


Рис. 70. Спектральный состав дневного света в море на разных глубинах (глубины в метрах указаны на кривых).

Наблюдения показывают, что в солнечную погоду в однородных водах значения показателя α несколько уменьшаются с глубиной и при наступлении глубинного режима достигают своего предельного значения.

Н. Ерлов предложил оптическую классификацию поверхностных вод океана по пропусканию 1 м воды (при высоком положении Солнца). Обобщение имеющихся данных позволило ему выделить три основных оптических типа вод — I, II и III, к которым в дальнейшем было добавлено два промежуточных — IA и IB. Спектральное распределение пропускания T для 1 м

в поверхностном слое для различных оптических типов вод приведено в табл. 31 ($T = e^{-\alpha}$).

Таблица 31
Стандарты Ерлова (%)

Тип вод	Длина волны λ нм								
	310	350	400	450	500	550	600	650	700
I	86	94	97,2	98,1	97,2	94,2	85	70	59
IA	83	92,5	95,1	97,4	96,6	93,6	84	69,5	58,5
IB	80	90,5	95,5	96,7	96,0	93,0	83	69	58
II	69	84	92	94	93,5	90,0	80	67,5	56
III	50	71	79	88,5	89	86,5	75	65	54

Изменение облученности с глубиной для выделенных оптических типов вод в процентах от поверхностной облученности для $\lambda = 465$ нм представлено на рис. 71.

На глубинах, превышающих 100 м, практически остается синий свет. Поэтому для этих глубин можно рекомендовать единый показатель (относящийся к $\lambda = 460$ нм). Типичные значения α для этой спектральной области для чистых вод открытых океанических районов приведены в табл. 32.

Очевидно, что абсолютные значения облученности на различных глубинах в океане будут зависеть от облученности его поверхности и при знании показателя вертикального ослабления α всегда могут быть рассчитаны.

Таблица 32

Показатель вертикального ослабления для больших глубин

Район	Интервал глубин, м	α м ⁻¹
Саргассово море	100—400	0,040
	400—500	0,038
Северная часть Атлантического океана	100—350	0,031
Западная часть Индийского океана	200—800	0,022—0,33
Близ Таити	100—400	0,034
Мировой океан в целом		0,03—0,04

Солнечная энергия, проникающая в море, поглощается и используется растениями. В спектральном диапазоне от 350 до 700 нм она носит название фотосинтетически активной радиации (ФАР). Исследование ФАР на разных глубинах очень интересно биологам, так как в процессе фотосинтеза создается вся первичная продукция.

Флюктуации подводной облученности. Подводная облученность, в особенности в приповерхностном слое моря, испытывает значительные колебания. Исследование этих флюктуаций важно для целого ряда вопросов, в частности фотосинтеза. Опыты показывают, что они влияют не только на скорость процесса фотосинтеза, но на его механизм. Хотя флюктуации замечены давно, исследования явления начали проводиться лишь в последнее время. Наблюдения показывают, что флюктуирует только облученность сверху E_0 (облученность E_0 практически неизменна) и что флюктуации E_0 при открытом Солнце в 15—20 раз превышают флюктуации в пасмурный день. Все это, несомненно, говорит о том, что наиболее высокочастотные колебания E_0 , в диапазоне частот от десятых

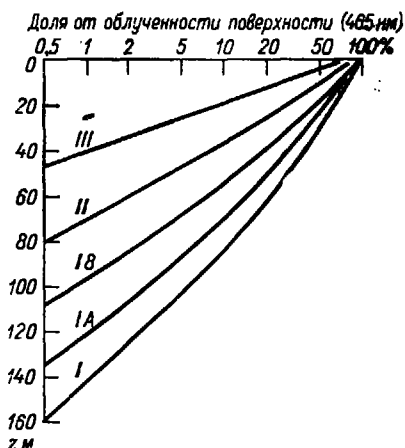


Рис. 71. Убывание облученности с глубиной для разных типов вод по Ерлову.

долей герца до десятков герц, порождаются поверхностным волнением.

Измерения показали, что коэффициент вариации облученности δ убывает с глубиной приблизительно как $z^{-1,2}$. Абсолютные значения коэффициента вариации меняются в зависимости от величины коллектора приемника и могут быть больше, чем приведенные на рис. 72. Однако из-за процессов многократного рассеяния глубже 50 м для любого приемника δ не будет более чем 0,01.

В некоторых экспериментах на кривой $\delta(z)$ наблюдаются один или два промежуточных максимума. Вероятно, первый из них (на меньшей глубине) обязан изменению с глубиной соотношения между прямой радиацией и рассеянным светом, а второй — фокусирующему действию длинных неперiodических составляющих волнения.

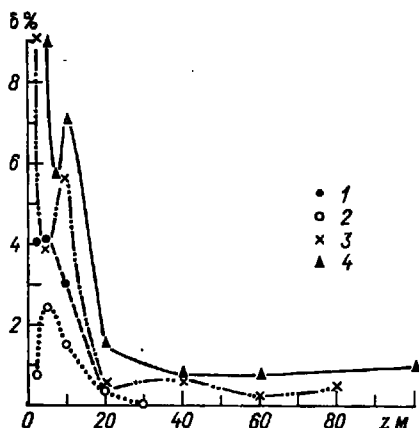


Рис. 72. Зависимость коэффициента вариации облученности δ от глубины z для четырех разных станций в Тихом океане.

1 — 4/III 1971 г., ст. 367; 2 — 27/III 1971 г., ст. 396; 3 — 29/III 1971 г., ст. 397; 4 — 19/IV 1971 г., ст. 404.

Для описания флуктуаций подводного светового поля необходимо с самого начала привлекать аппарат случайных функций. Если всю морскую поверхность представить в виде набора плоских площадок, ориентированных случайным образом, то в приемник в каждый момент попадает излучение от Солнца только через площадки, ориентированные определенным образом. Так как ориентация элементарных площадок во времени статистически изменяется, то и световое поле, создаваемое светом, проходящим через эти элементы поверхности, также будет меняться во времени. отождествим каждую элементарную площадку поверхности с источником, свет от которого попадает в приемник. С изменением глубины z площадь поверхности, видимая коллектором, и число случайных источников N , создающих облученность, очевидно, будут возрастать как z^2 , и если считать источники независимыми, то коэффициент вариации $\delta \sim \frac{1}{\sqrt{N}} = z^{-1}$. Эти простые качественные соображения объяс-

няют зависимость $z^{-1,2}$, наблюдаемую на опыте.

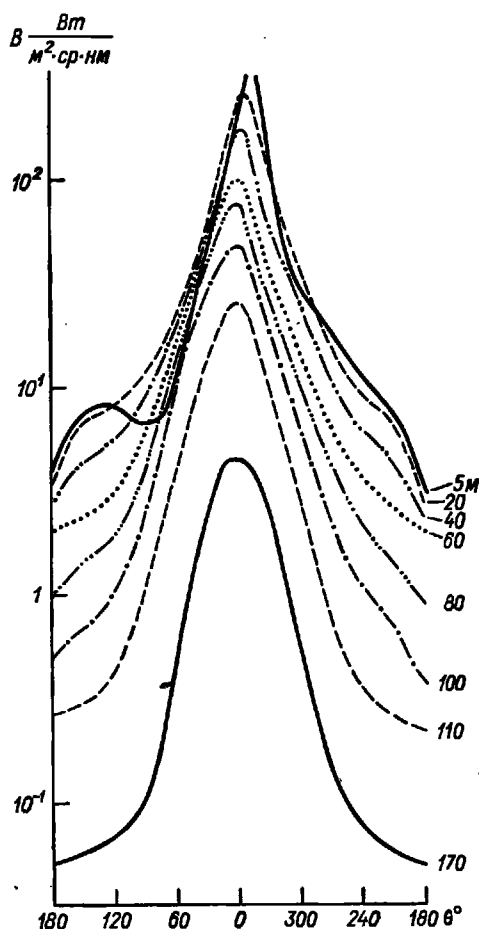
Исследования изменчивости подводного светового поля только начинаются. Полученные результаты позволяют обрисо-

вать грубую картину явления; теоретические исследования носят предварительный характер. Однако уже то, что сейчас сделано, позволяет надеяться, что исследования флуктуаций подводной облученности и яркости в перспективе приведут к разработке неконтактных оптических методов регистрации характеристик морского волнения.

7.8. Яркость светового поля в море

Три зоны. Яркость светового поля в море зависит от следующих факторов: 1) условий освещения моря, 2) прохождения света через взволнованную поверхность моря, 3) распространения света в рассеивающей и поглощающей среде — морской воде. Первый фактор определяется в основном тем, закрыто ли Солнце облаками, а если открыто, то какова высота Солнца $h_{\odot}$; второй — преломлением падающих лучей на

Рис. 73. Угловое распределение яркости $B(\theta)$ дневного света на разных глубинах в вертикале Солнца (апрель 1971 г., центральная часть Тихого океана).



волнующейся поверхности; третий — многократным рассеянием и избирательным поглощением света.

Структура светового поля по мере погружения в море непрерывно трансформируется. Пренебрегая пульсацией, можно принять яркость зависящей только от глубины z и направления (θ, φ) (θ и φ — вертикальный и азимутальный углы). Рассмотрим, как устроена функция $B(z, \theta, \varphi)$.

Наблюдения показывают, что по особенностям строения этой функции (в типично океанских условиях) можно выделить три зоны: 1) подповерхностную, 2) промежуточную, 3) зону глубинного режима. Первая зона располагается приблизительно на

глубинах, меньших Z_6 (Z_6 — глубина видимости белого диска); третья — на глубинах, больших $4Z_6$; вторая — между первой и третьей зонами. На рис. 73 приведена типичная картина солнечного излучения в однородных чистых океанских водах. В области углов $15\text{--}150^\circ$ тело яркости на глубине 5 м искажено близостью борта судна. В подповерхностной зоне (до глубины примерно 40 м на данной станции) присутствует прямое солнечное излучение. В промежуточной зоне нерассеянного солнечного излучения уже нет, однако тело яркости еще вытянуто в направлении на Солнце и поэтому значения яркости здесь зависят как от зенитного, так и от азимутального угла. По мере погружения направление максимума яркости перемещается к зениту, пока, наконец, тело яркости не приобретет осесимметричную форму с вертикальной осью симметрии, типичную для третьей зоны — глубинного режима. Уровень наступления глубинного режима на этой станции приблизительно 170 м. Здесь форма тела яркости не меняется с глубиной, абсолютные же значения яркости в каждом направлении уменьшаются по закону $\exp(-\alpha_\infty z)$ (α_∞ — глубинный показатель ослабления).

Указанные три зоны светового поля отличаются также следующими особенностями. В подповерхностной зоне наблюдаются большие флюктуации яркости (и облученности). Вертикальный показатель ослабления здесь зависит от угла падения солнечного излучения. Спектр излучения весьма широк — от ближнего ультрафиолетового до оранжево-красного света.

В промежуточной зоне флюктуации светового поля затухают (хотя и прослеживаются в океанских водах до глубин 100—110 м). Поляризация света здесь зависит как от явлений на поверхности, так и от рассеивающих свойств среды. Спектральный диапазон излучения непрерывно сужается. Показатель вертикального ослабления приближается к его значению в глубинном режиме.

В третьей зоне флюктуаций яркости нет, изменения яркости и облученности связаны только с изменением освещенности поверхности моря (влияние облачности, суточного хода освещенности и т. п.). Угловое распределение яркости в глубинном режиме несет информацию только о собственных характеристиках среды, а не об условиях ее освещения. Поляризация света в глубинной зоне также зависит только от первичных характеристик среды, а не от условий освещения. Спектр излучения здесь беден, присутствует только сине-зеленый свет.

Особенно просто выглядит картина яркости в предельных случаях первой и третьей зон. Рассмотрим эти зоны подробнее.

Подповерхностная зона. Круг Снеллиуса. Главные особенности строения поля яркости в верхних слоях моря легко понять, если ограничиться наблюдением в спокойный день. На рис. 74 приведено распределение яркости на глубине 1,75 м. Наблюдения велись при чистом небе, спокойном море, зенитный угол пре-

ломления Солнца 22° . Верхняя кривая на рис. 75 представляет собой яркость нисходящего излучения в направлениях от зенита (0°) к горизонту (90°). Ее основные особенности: 1) большой максимум при 22° — это направление преломленных солнечных лучей; 2) резкое падение яркости при углах рассеяния $\theta \geq \theta_0 = 48,6^\circ$ (θ_0 — угол полного внутреннего отражения для лучей, идущих из воды в воздух). Если не принимать во внимание рассеяние, лучи, приходящие к радиометру при углах $\theta > \theta_0$, возникают за счет отражения восходящего потока, т. е. имеют яркость, раз в 50 меньшую, чем яркость нисходящих лучей; угол θ_0 образует так называемый круг Снеллиуса, который ограничивает направления, по которым дневной свет может поступать к наблюдателю под водой; полная 180-градусная полусфера сжимается под водой в конус с углом раскрытия $97,2^\circ$; 3) яркость восходящих лучей, отраженных от поверхности, падает с ростом θ , так как с увеличением пути резко растет поглощение света; на этот главный фактор, однако, налагается возрастание рассеивающей способности с ростом θ , что приводит к слабому максимуму, который наблюдается при угле $\theta \simeq 75^\circ$ в солнечной стороне (слева он замаскирован судном).

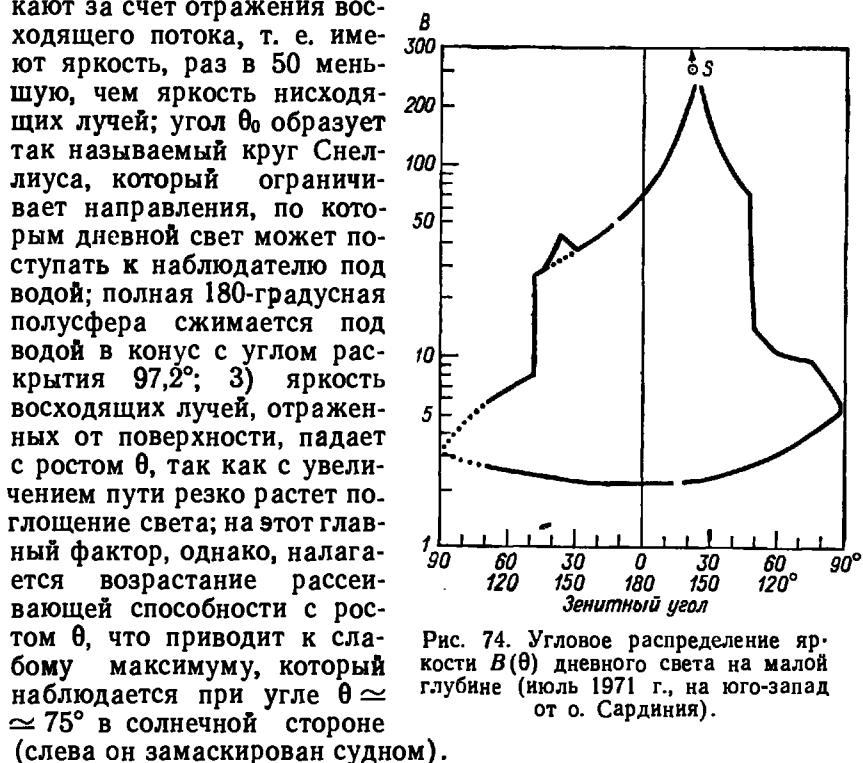


Рис. 74. Угловое распределение яркости $B(\theta)$ дневного света на малой глубине (июль 1971 г., на юго-запад от о. Сардиния).

Это явление аналогично пригоризонтному максимуму яркости неба в атмосфере. Штрихованные линии проведены, чтобы исключить возмущение в поле яркости, вызванное присутствием судна; в частности, это относится к горбу, видимому слева при $\theta \simeq 35^\circ$. Это свет, отраженный от борта корабля.

Распределение восходящей яркости показано на нижней кривой рис. 74. Яркость изменяется от горизонтального направления со стороны, противоположной Солнцу (90°), через надир (180°) к горизонтальному направлению со стороны Солнца (90°). Минимум яркости наблюдается в антисолярной точке — здесь прибор видит свою тень.

Глубинный режим. Изучение поля яркости и поляризации в этом случае представляет большой интерес, так как

в глубинном режиме эти характеристики не зависят от условий освещения, они несут в себе информацию только о свойствах среды.

Экспериментальные данные об изменчивости формы глубинного тела яркости в водах разных океанов показывают, что, несмотря на существенные различия свойств этих вод, форма тела яркости в глубинном режиме изменяется довольно мало.

Поляризация света в море. Поляризация света в море возникает при преломлении солнечного потока на поверхности из-за того, что свет неба поляризован, а также из-за рассеяния.

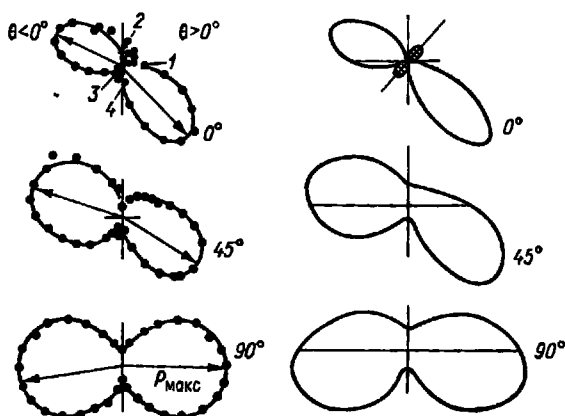


Рис. 75. Пространственное распределение степени поляризации дневного света.

Наиболее полная картина пространственного распределения степени поляризации света p в море была дана В. А. Тимофеевой. На рис. 75 показаны результаты ее измерений в окрашенных молочных средах (слева) и в Черном море (справа). Данные относятся к различным вертикальным плоскостям, определенным азимутальным углом φ , указанным на рисунке. В вертикальной плоскости, проходящей через падающий луч ($\varphi = 0$), видны четыре нейтральные точки, аналогичные тем, которые хорошо известны в картине поляризации дневного неба (на рисунке слева нейтральные точки отмечены цифрами 1—4, справа они не поставлены). Видно отсутствие симметрии вокруг направления на Солнце. Эта картина подтверждается и данными измерений $p(\theta)$ на разных z в разных морях. Максимальная поляризация наблюдается под углами рассеяния γ , близкими к 90° . По мере увеличения глубины информация о световом поле у поверхности исчезает; в результате многократного рассеяния возникает состояние поляризации, зависящее только от свойств среды, именно от соотношения между κ и σ и вида матрицы рассеяния.

7.9. Цвет моря

Качественная картина явления. Известно, что цвет различных морей неодинаков. Фиолетово-синий цвет открытых районов океана заметно отличается, например, от цвета вод Балтийского, Красного или Белого морей. Это привело к мысли использовать видимый цвет морской воды в качестве океанологической характеристики.

Для определения цвета моря в конце прошлого века была предложена специальная шкала цветности (Фореля—Уля) (набор пробирок с цветными жидкостями). Определение цвета моря состоит в визуальном подборе пробирки, цвет раствора которой ближе других к цвету моря. Цвет моря при этом обозначается номером соответствующей пробирки шкалы цветности.

Видимый цвет моря, однако, меняется не только от района к району, но и при изменении облачности и других условий освещения и даже углов наблюдения. Это сильно осложнило первоначально простую мысль о цветовом индексе разнообразных вод. Однако простота наблюдений за цветом моря привела к тому, что цвет и по сей день является широко используемой океанологической характеристикой. Для уменьшения искажающего влияния угла наблюдения и гидрометеорологических условий методика наблюдений стандартизована. Рассмотрим вначале качественную картину явления.

Давно известно, что любой цветовой оттенок может быть получен путем смешения в определенной пропорции трех основных цветов. Это связано с тем, что светочувствительные элементы в сетчатке глаза содержат три вида пигментов, спектры поглощения которых различны. Один вид хорошо поглощает красный свет, другой — зеленый, третий — синий. Световой поток, попадающий в глаз, вызывает у светочувствительных элементов сетчатки реакцию, которая зависит от спектрального состава падающего света.

Если исключить всякого рода аномальные условия, например очень малые угловые размеры предмета и другое, то цветовое ощущение среднего человеческого глаза может быть описано количественно с помощью так называемых координат цветности излучения x , y и z . Эти координаты определяются по формулам:

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}; \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z}; \quad z = \frac{Z}{X+Y+Z}. \quad (7.27)$$

Величины X , Y и Z вычисляются через спектральную плотность потока облучения $E(\lambda)$, приходящего в глаз наблюдателя, по формулам:

$$X = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda; \quad Y = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda; \quad Z = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda, \quad (7.28)$$

где $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ — удельные координаты цветности. Это кривые, описывающие спектральную чувствительность цветовых рецепторов (см. рис. 76). Пределы интегрирования λ_1 и λ_2 определяются границами видимого света и равны 380 и 780 нм. Так как $x+y+z=1$, то для однозначного указания места какого-либо цвета в пространстве цветов достаточно знания только двух координат, скажем x и y .

Вычислим координаты x и y видимых монохроматических излучений и расположим их последовательно от 380 до 780 нм на

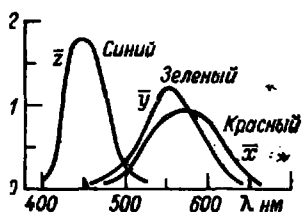


Рис. 76. Кривые спектральной чувствительности цветовых рецепторов глаза.

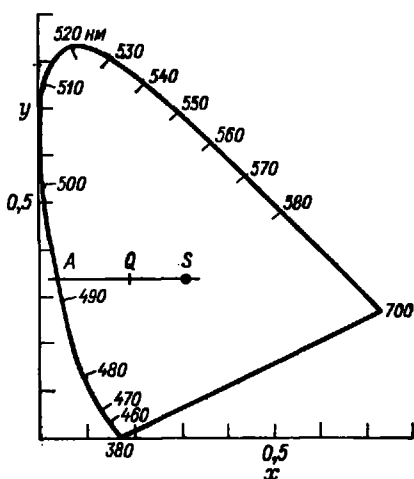


Рис. 77. Диаграмма цветности.

плоскости (x, y) . Они образуют кривую, называемую диаграммой цветности. Если мы соединим прямой линией крайние точки — фиолетовый и красный концы спектра, то полученная замкнутая фигура очертит множество всех реальных цветов (рис. 77).

Помимо указания цветовых координат x и y , существует другой способ определения цвета. Он основан на понятии белого цвета и на том, что любой цвет может быть получен из смешения белого и монохроматического цветов.¹ Белый цвет образуется однородной смесью трех основных цветов $E(\lambda) = \text{const}$; его координаты $(x=y=z=1/3)$. На диаграмме цветности он изображается точкой $S(x=y=1/3)$. Положение любой точки Q на плоскости однозначно определяется указанием A , точки пересечения прямой SQ с диаграммой цветности, и отношением $P = \frac{QS}{AS}$. Величина P называется *чистотой цвета*. Она определяет пропорции, в которых чистый цвет A смешан с белым S . Для мо-

¹ Это не противоречит правилу смешения цветов: ведь белый цвет есть сумма двух так называемых дополнительных цветов.

нохроматического излучения точка Q совпадает с точкой A . В этом случае $P = 100\%$. Второй способ задания цвета состоит, таким образом, в указании цвета излучения (точки A) и чистоты цвета P .

Для иллюстрации сказанного обратимся к табл. 33. Там указаны данные о цвете и чистоте цвета восходящего излучения в поверхностных слоях некоторых морей.

Таблица 33

Цвет и чистота цвета некоторых морей

Район	Координаты	Высота Солнца, град.	Цвет, км	Чистота цвета, %
Тихий океан	$1^{\circ} 20'$ ю. ш., $167^{\circ} 23'$ в. д.	61	473	85
Индийский океан	$11^{\circ} 25'$ ю. ш., $102^{\circ} 08'$ в. д.	80	474	84
Средиземное море	$33^{\circ} 54'$ с. ш., $28^{\circ} 17'$ в. д.	74	473	83
Черное море	$43^{\circ} 17'$ с. ш., $40^{\circ} 04'$ в. д.	49	492	51
Балтийское море	60° с. ш., 19° в. д.	55	540	24

Из таблицы видно, что как в океанах, так и в Средиземном море цвет излучения синий, чистота его велика; в Балтийском море — зеленый, мутный (чистота его мала).

Элементы теории цвета. Зная спектральный состав излучения, идущего от моря, с помощью колориметрической системы X , Y , Z можно определить координаты цветности (x , y) или цвет излучения и его чистоту P .

Полная яркость моря B складывается из яркостей отраженного света B_r и света B_d , рассеянного глубинами моря: $B = B_r + B_d$. Соотношение между яркостями B_r и B_d зависит от углов наблюдения (θ , ϕ), от высоты Солнца и метеообстановки, от коэффициентов рассеяния и поглощения света в морской воде. Поэтому цвет моря изменяется в зависимости от всех этих обстоятельств. Например, при наблюдении сверху море синее при приближении к надиру, так как уменьшается вклад отраженного потока (белого) и возрастает роль потока, идущего из глубин (синего). При больших углах с вертикалью отраженный световой поток превосходит излучение, идущее из глубин моря. Окраска моря бледнеет и сравнивается с окраской того участка небосвода, из которого приходит излучение. Волнение приводит к уменьшению вклада отраженного пучка. Море приобретает более синюю окраску, определяемую собственными характеристиками морской воды. Изменчивость окраски разных морей и

океанов в основном вызвана изменчивостью спектрального состава пучка, выходящего из моря.

Коэффициент яркости толщи моря определяется формулой

$$\rho(\lambda) = \frac{\sigma(180^\circ)}{2\pi}. \quad (7.29)$$

Таким образом, коэффициент яркости $\rho(\lambda)$ в каждом районе океана зависит от собственных оптических свойств воды κ и $\sigma(180^\circ)$. Изменчивость ρ в основном связана с изменчивостью κ . В красной области, где показатель поглощения κ определяется чистой водой, ход кривых $\rho(\lambda)$ для разных морских вод очень близок. В коротковолновой части кривые разных регионов из-за показателя поглощения заметно отличаются одна от другой (см. рис. 68). Это отличие и вызывает разнообразие окраски реальных вод. В пасмурную погоду радиация, выходящая из глубин моря, слишком мала, чтобы конкурировать с отраженным световым потоком, исходящим из облаков. Поэтому в пасмурную погоду море всегда представляется серым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 7

1. Березкин Вс. А., Гершуи А. А., Янишевский Ю. Д. Прозрачность и цвет моря. Л., Изд-во Военно-морской академии ВМФ, 1940. 250 с.
2. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 536 с.
3. Гидродинамические и гидрооптические исследования в Атлантическом и Тихом океанах. Под ред. А. С. Мони́на, К. С. Шифри́на. М., «Наука», 1974. 328 с.
4. Гидрооптические исследования. Под ред. М. В. Козлянинова.— «Труды ИОАН», 1965, т. 77. 140 с.
5. Гидрофизические и оптические исследования в Индийском океане. Под ред. Л. М. Бре́ховских, К. С. Шифри́на. М., «Наука», 1975. 257 с.
6. Ерлов Н. Оптическая океанография. Пер. с англ. М., «Мир», 1970. 224 с.
7. Иванов А. П. Физические основы гидрооптики. Минск, «Наука и техника», 1975. 526 с.
8. Оптика океана.— В кн.: Физика океана. М., «Наука», 1977. 380 с. Авт.: К. С. Шифрин, О. В. Копелевич, М. В. Козлянинов, С. Д. Гутшабаш, В. И. Войтов, А. И. Судьбин, В. Н. Пелевин, Г. С. Карабашев, Ю. А. Гольдин, Ю. Е. Очаковский.
9. Оптика океана и атмосферы. Под ред. К. С. Шифри́на. Л., «Наука», 1972. 230 с.
10. Очаковский Ю. Е., Копелевич О. В., Войтов В. Н. Свет в море. М., «Наука», 1970. 94 с.
11. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. М.—Л., Гостехтеориздат, 1951. 288 с.
12. Jerlov N. G., Steemann Nielsen E. (Ed.). Optical aspects of oceanography. London—New York, Academic Press, 1974. 350 p.

Глава 8. Акустика океана

8.1. Акустические волны и связь их параметров с характеристиками упругих сред

Известно, что любая среда, имеющая элементы массы и упругости, может быть приведена в колебательное движение возбуждающей силой. В сплошных упругих средах, в том числе и в морской среде, упругие и инерционные силы обусловлены соответственно упругим взаимодействием частиц среды и инерцией их массы. В таких средах с распределенными параметрами можно возбудить колебания сжатия и разрежения, которые распространяются с определенной скоростью. Процесс последовательной передачи этих колебаний от одной локальной части среды к другой называется *акустической* или *звуковой волной*. Скорость колебаний частиц упругой среды около положений их равновесия называется *колебательной скоростью*, а скорость передачи колебательного состояния в среде — *скоростью распространения звука*. В жидкостях и газах, характеризующихся только объемной упругостью, могут возникать и распространяться продольные акустические волны. В таких волнах направление колебаний частиц среды совпадает с направлением распространения волны. В твердых телах, обладающих сдвиговой упругостью, кроме продольных могут возбуждаться поперечные (смещение частиц из положения равновесия перпендикулярно направлению распространения волны), изгибные и поверхностные акустические волны.

Расстояние в направлении распространения волны между двумя ближайшими точками максимального сжатия или разрежения или между ближайшими точками с одинаковой фазой колебаний равняется *длине волны*. Соотношения между длиной волны λ , скоростью акустической волны c и частотой колебаний f определяется формулой

$$\lambda = cf. \quad (8.1)$$

Акустические колебания по частотному диапазону разделяются на инфразвуковые, звуковые, ультразвуковые и гиперзвуковые. К инфразвуковым относятся колебания с частотами

16—20 Гц и ниже, к звуковым — от 16—20 Гц до 16—20 кГц. Звуковые колебания в диапазоне от 16—20 кГц до 10^9 Гц называются ультразвуком. Колебания с частотами выше 10^9 Гц относятся к гиперзвуковым.

Рассмотрим соотношения, связывающие характеристики упругой среды с характеристиками акустических колебаний. Обозначим объем малого элемента жидкой или газообразной среды, плотность и статическое давление в ней до возбуждения звуковых колебаний соответственно v_0 , ρ_0 и P_0 . Приложенная внешняя сила вызывает смещение частиц среды и изменяет объем, плотность и давление до значений v , ρ и P . Тогда относительные изменения объема (объемная деформация) и плотности (уплотнение) будут соответственно равны:

$$\Delta_v = \frac{v - v_0}{v_0} = \frac{\delta v}{v_0}; \quad (8.2)$$

$$\Delta_\rho = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{\delta \rho}{\rho_0}. \quad (8.3)$$

Величины Δ_v и Δ_ρ могут быть положительными и отрицательными.

Для малых деформаций, когда $\Delta_v \ll 1$ и $\Delta_\rho \ll 1$, исходя из закона сохранения массы ($\rho v = \rho_0 v_0 = \text{const}$) и соотношений (8.2), (8.3), легко получить

$$\Delta_\rho = -\Delta_v. \quad (8.4)$$

Из (8.4) следует, что при малых деформациях уплотнение равно расширению и противоположно ему по знаку.

Изменение плотности элемента объема среды приводит к изменению давления. Оно будет складываться из первоначального статического давления и избыточного динамического давления, т. е. $P = P_0 + p$. Это избыточное динамическое давление называется *акустическим звуковым давлением*. Мы ограничимся рассмотрением процессов, при которых акустическое давление много меньше статического ($p \ll P$), т. е. акустических волн малой амплитуды. Случай, когда $p \gg P$, рассматриваются в нелинейной акустике [8].

В общем случае, согласно уравнению состояния (1.17) давление в жидкости или газе является функцией плотности и температуры. Однако в акустической волне чередование сжатия и разрежения происходит настолько быстро, что передача тепла между этими областями за период колебаний не успевает происходить и процесс распространения звуковой волны является адиабатическим. В этом случае давление P будет однозначной функцией плотности:

$$P = f(\rho). \quad (8.5)$$

Разложим (8.5) в ряд Тэйлора. Для случая колебаний с малыми амплитудами (малые δp) отбросим члены высших порядков малости, тогда получим

$$P = P_0 + \frac{\partial P}{\partial p} \delta p. \quad (8.6)$$

Отсюда избыточное давление может быть выражено следующей формулой:

$$p = \frac{\partial P}{\partial p} \delta p. \quad (8.7)$$

Согласно закону Гука, при малых деформациях давление, вызывающее деформацию, прямо пропорционально ее величине. Тогда

$$p = \kappa \Delta p, \quad (8.8)$$

где κ — модуль объемной упругости. Величина, обратная модулю упругости, называется *коэффициентом сжимаемости*. Модуль упругости, так же как и звуковое давление, в системе СИ выражается в паскалях (Па) ($1 \text{ Па} = \text{Н/м}^2 = 10 \text{ дин/см}^2$).

Из (8.7) и (8.8)

$$\kappa = \frac{\partial p}{\partial P} p_0 = c^2 p_0, \quad (8.9)$$

где $\partial p / \partial P$ обозначено через постоянную c в квадрате, которая, как это будет показано в разделе 8.3, является постоянной для данной среды и представляет собой скорость распространения акустической волны. Отсюда следует, что скорость звука в жидкости и газе определяется такими характеристиками упругой среды, как плотность, модуль объемной упругости и адиабатическая сжимаемость K_P :

$$c = \sqrt{\frac{\kappa}{p_0}} = \sqrt{\frac{1}{K_P p_0}}. \quad (8.10)$$

Скорость звука в морской воде зависит от температуры, солености и гидростатического давления. Величины K_P и p_0 , определяющие значение c , по-разному зависят от указанных параметров морской воды.

Скорость продольных и поперечных звуковых волн в твердых телах, к которым относится и морское дно¹, зависит от механических характеристик. Скорость распространения этих волн определяется следующими формулами:

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}; \quad (8.11)$$

$$c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (8.12)$$

¹ Сложенное из скальных пород.

где c_l и c_t — скорости продольных и поперечных волн соответственно; E и G — модуль нормальной упругости и модуль сдвига; ν — коэффициент Пуассона.

8.2. Волновое уравнение

Рассмотрим основные дифференциальные уравнения, в которые входят переменные величины, определяющие закономерности распространения звука в морской воде. Эти уравнения базируются на уравнениях гидродинамики, в частности на уравнении движения и уравнении непрерывности среды. Уравнение движения (2.22) в декартовой системе координат можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v + \frac{\partial u}{\partial z} w &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}; \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} u + \frac{\partial w}{\partial y} v + \frac{\partial w}{\partial z} w &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z},\end{aligned}\quad (8.13)$$

где u , v и w — составляющие скорости элемента среды по координатным осям; F_x , F_y , F_z — составляющие постоянных внешних сил.

Для акустического поля можно считать, что составляющие скорости и их производные малы. Пренебрегая их произведениями в (8.13) и рассматривая колебательные движения, распространяющиеся при передаче движения вследствие давления одних частей среды на другие (т. е. без непосредственного воздействия внешних сил), получим следующую систему линейных дифференциальных уравнений, справедливых для акустического поля:

$$\left. \begin{aligned}\rho \frac{\partial u}{\partial t} &= - \frac{\partial p}{\partial x}; \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= - \frac{\partial p}{\partial y}; \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} &= - \frac{\partial p}{\partial z}.\end{aligned}\right\} \quad (8.14)$$

В векторной форме (8.14) будет иметь вид

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \text{grad } p. \quad (8.15)$$

Если в уравнение (8.15) подставить выражение плотности через уплотнение (8.3), взять производную и пренебречь при этом

величинами второго порядка малости, то можно получить следующее уравнение:

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (8.16)$$

С учетом (8.3) и (8.8) уравнение (8.16) примет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \kappa \operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (8.17)$$

Уравнения (8.14) и (8.17) позволяют полностью описать акустическую волну. В более компактной форме это можно сделать с помощью введения особой функции, называемой потенциалом скорости. Для этого проинтегрируем вначале уравнения движения (8.14). Тогда получим:

$$\begin{aligned} u &= - \int_0^t \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dt + u_0; \\ v &= - \int_0^t \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dt + v_0; \\ w &= - \int_0^t \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dt + w_0, \end{aligned} \quad (8.18)$$

где u_0 , v_0 , w_0 — компоненты колебательной скорости в точке (x, y, z) в начальный момент времени ($t=0$).

Положим, что u_0 , v_0 и w_0 являются производными (со знаком минус) по осям координат от некоторой однозначной скалярной функции $\Phi_0(x, y, z)$:

$$u_0 = - \frac{\partial \Phi_0}{\partial x}; \quad v_0 = - \frac{\partial \Phi_0}{\partial y}; \quad w_0 = - \frac{\partial \Phi_0}{\partial z}. \quad (8.19)$$

Равенства (8.19) означают, что движение рассматриваемой идеальной жидкости является потенциальным, для которого соблюдается условие $\operatorname{rot} \mathbf{V}|_{t=0} = 0$.

Функцию Φ_0 найдем в форме криволинейного интеграла:

$$\Phi_0(x, y, z) = \int \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} dz \right).$$

При соблюдении (8.19) можно записать:

$$\begin{aligned} u &= - \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^t \left(\frac{p}{\rho} \right) dt + \Phi_0 \right]; \quad v = - \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_0^t \left(\frac{p}{\rho} \right) dt + \Phi_0 \right]; \\ w &= - \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^t \left(\frac{p}{\rho} \right) dt + \Phi_0 \right]. \end{aligned}$$

Обозначая

$$\int_0^t \left(\frac{p}{\rho} \right) dt + \Phi_0 = \Phi(x, y, z), \quad (8.20)$$

получим

$$u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad v = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad w = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (8.21)$$

Функция $\Phi(x, y, z)$ называется потенциалом скорости.

Полагая, что в начальный момент времени потенциал равен нулю и амплитуда акустических колебаний мала (при этих колебаниях $\rho \approx \rho_0$), получаем

$$\Phi = \frac{1}{\rho_0} \int_0^t p dt. \quad (8.22)$$

Дифференцируя (8.22) по времени, получим выражение, связывающее звуковое давление с потенциалом скорости:

$$p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (8.23)$$

Если теперь в (8.17) производную от p по t заменить на основании (8.23) через $\rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$, а производные от скоростей по x , y и z через вторые производные от Φ , согласно (8.21), то получим

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (8.24)$$

или, имея в виду (8.10),

$$c^2 \nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (8.25)$$

где ∇^2 — дифференциальный оператор Лапласа.

Уравнение (8.25) называется волновым уравнением. Если взять производную по t от Φ в уравнении (8.25) и учесть (8.23), то получим волновое уравнение в другой форме:

$$c^2 \nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}. \quad (8.26)$$

При выводе волнового уравнения были сделаны следующие допущения: вязкость в среде отсутствует; в уравнении движения постоянные во времени объемные силы не учитываются; переменные объемные силы, действующие извне, отсутствуют; движение предполагается безвихревым; деформации среды полагаются малыми; среда однородна. Однако волновое уравнение довольно точно описывает основные свойства звуковых волн. Это подтверждает правомерность сделанных допущений для довольно широкого круга задач.

8.3. Типы акустических волн

Плоские волны. Рассмотрим случай, когда волновой процесс распространяется в каком-либо одном направлении и характеристики волны зависят только от одной координаты x . Акустическое поле при этом будет описываться уравнением

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad (8.27)$$

которое следует из (8.25) при $\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$.

Найдем общее решение (8.27), введя новые переменные

$$\eta = x - ct, \quad \theta = x + ct. \quad (8.28)$$

Частные производные потенциала по новым переменным будут равны:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta};$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2};$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -c \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + c \frac{\partial \Phi}{\partial \theta};$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \right).$$

Подставляя их в (8.27), получаем

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) = 0. \quad (8.29)$$

Из (8.29) следует, что $\partial \Phi / \partial \theta$ не зависит от η , и ее можно считать произвольной функцией от θ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = f(\theta). \quad (8.30)$$

Интегрируя (8.30) по θ , найдем

$$\Phi = \int f(\theta) d\theta + c = f_1(\theta) + f_2(\eta), \quad (8.31)$$

считая c произвольной функцией от η .

Возвращаясь к исходным переменным, найдем общий интеграл волнового уравнения (8.27):

$$\Phi = f_1(x - ct) + f_2(x + ct). \quad (8.32)$$

Это решение волнового уравнения справедливо и для звукового давления, скорости, уплотнения. Вид функций f_1 и f_2 определяется формой начального возмущения, а их аргументы

обладают свойством не изменять своей величины при замене x на $x + \Delta x$ (для f_1), $x - \Delta x$ (для f_2) и t на $t + \Delta t$ при условии $\Delta t = \Delta x/c$. Так, например,

$$x - ct = x + \Delta x - c(t + \Delta t) = x + \Delta x - ct - c \frac{\Delta x}{c} = x - ct.$$

Следовательно, функция $f_1(x - ct)$ есть волна, распространяющаяся в положительном направлении оси x , а введенная ранее величина c (см. 8.9) имеет физический смысл скорости распространения возмущения, т. е. скорости звуковой волны. Функция $f_2(x + \Delta x)$ — волна, бегущая в противоположном направлении.

Так как значение потенциала скорости в данный момент в любой точке плоскости, нормальной к оси x , остается неизменным, то эта плоскость является *волновой поверхностью*, а волна, описываемая уравнением (8.27), называется *плоской волной*.

Поле плоских волн можно создать плоскостью колеблющегося поршня. В безграничной среде такая плоскость должна бы иметь бесконечно большие размеры, поэтому практически поле плоских волн может быть создано в средах, имеющих границы, например в трубах с абсолютно жесткими стенками. В океане на больших удалениях от источника возмущения можно выделить участок, на котором приближенно волна может рассматриваться как плоская.

Если поле плоских волн создается источником, совершающим гармонические колебания, то потенциал скорости можно представить в форме

$$\Phi = Ae^{j(\omega t - kx)}, \quad (8.33)$$

где A — амплитуда звуковой волны; $k = \omega/c$ — волновое число.

Эффективное¹ значение звукового давления для гармонической плоской волны получим из формулы

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = j\omega A e^{j(\omega t - kx)} = j\omega p \Phi, \quad (8.34)$$

а эффективное значение колебательной скорости — из формулы (8.21):

$$u = - \frac{\partial \Phi}{\partial x} = jk A e^{j(\omega t - kx)} = jk \Phi. \quad (8.35)$$

Выражения (8.34) и (8.35) показывают, что в плоской волне колебательная скорость и звуковое давление синфазны. Из этих выражений можно вывести простое соотношение, связывающее колебательную скорость и звуковое давление:

$$p = \rho c u. \quad (8.36)$$

¹ Эффективное, или действующее, давление — среднее квадратичное значение давления (скорости и т. д.) за полупериод колебаний; оно в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем амплитудное значение.

Величина $R = \rho c$ называется *удельным акустическим* или *волновым сопротивлением* среды. Величина $1/(\rho c)$, обратная волновому сопротивлению, называется *волновой проводимостью* среды.

Сферические волны. Простыми сферическими или сферически-симметричными волнами называются волны, потенциал скоростей которых является функцией двух независимых переменных — расстояния r от центра волны и времени t . Идеальным источником простых сферических волн является периодически изменяющая свой объем сфера, размеры которой много меньше длины волны. Расстояние r в сферической системе координат связано с координатами x, y, z следующим уравнением:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \quad (8.37)$$

Пользуясь этим уравнением, выразим частные производные уравнения (8.24) через частные производные от потенциала Φ по расстоянию r . Дифференцируя (8.37) по x, y и z , найдем

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}; \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r}; \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r}. \quad (8.38)$$

Далее находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{x}{r}; \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \frac{x}{r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{r} \right) = \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{r^2 - x^2}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \end{aligned} \quad (8.39)$$

Аналогичным образом получаем

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{y^2}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{r^2 - y^2}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial r}; \quad (8.40)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{z^2}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{r^2 - z^2}{r^3} \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \quad (8.41)$$

Складывая правые части (8.39), (8.40) и (8.41), получим

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r\Phi)}{\partial r^2}. \quad (8.42)$$

Следовательно, волновое уравнение можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \Phi = \frac{c^2}{r} \frac{\partial^2 (r\Phi)}{\partial r^2}. \quad (8.43)$$

Уравнение (8.43) по отношению к величине $r\Phi$ является обычным одномерным волновым уравнением и его решение

относительно $r\Phi$ должно совпадать по форме с решением волнового уравнения для плоских волн, т. е.

$$r\Phi = f_1\left(t - \frac{r}{c}\right) + f_2\left(t + \frac{r}{c}\right). \quad (8.44)$$

Общее решение волнового уравнения есть совокупность волн: расходящейся от центра и имеющей потенциал скорости $\Phi_1 = \frac{1}{r} f_1\left(t - \frac{r}{c}\right)$ и сходящейся к центру (потенциал $\Phi_2 = \frac{1}{r} f_2\left(t + \frac{r}{c}\right)$). В отличие от решения для плоской волны, потенциал скорости в расходящейся симметрично-сферической волне убывает обратно пропорционально расстоянию r . Так как волновой поверхностью этих волн являются сферические поверхности радиусом $r = ct$ (c — скорость звука), то убывание потенциала в расходящейся волне обусловлено расширением фронта волны.

В практически важных задачах в большинстве случаев приходится встречаться только с расходящимися от излучателя сферическими волнами. Необходимость учета сходящейся к центру бегущей волны возникает при решении ограниченного круга задач, например при рассмотрении отражения звука от границ заполненного сферического сосуда с пульсирующей сферой в центре.

Для расходящихся гармонических сферических волн потенциал скорости можно записать в следующем виде:

$$\Phi = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)}, \quad (8.45)$$

где A — некоторая постоянная, зависящая от параметров источника.

Дифференцируя (8.45), найдем выражения для акустического давления и радиальной колебательной скорости:

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{j\omega \rho A}{r} e^{j(\omega t - kr)}; \quad (8.46)$$

$$u_r = - \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \left(\frac{1 + jkr}{r^2} \right) A e^{j(\omega t - kr)}. \quad (8.47)$$

Из (8.46) и (8.47) легко получить

$$u_r = \frac{(1 + jkr) p}{r j \omega \rho} = \frac{p}{\rho c k r} (kr - j) = \frac{p}{\rho c} \frac{\sqrt{1 + k^2 r^2}}{kr} \times \\ \times \left(\frac{kr}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} - j \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} \right) = \frac{p e^{-j\varphi}}{\rho c \cos \varphi}, \quad (8.48)$$

где

$$\cos \varphi = \frac{kr}{\sqrt{1 + k^2 r^2}}; \quad \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 r^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{kr}.$$

Из (8.48) следует, что колебательная скорость отстает по фазе от звукового давления на угол φ , являющийся функцией k и расстояния r , а волновое сопротивление — комплексное. В дальней волновой зоне ($kr \gg 1$) $\cos \varphi \rightarrow 1$ и $\sin \varphi \rightarrow 0$, сферическая волна приобретает свойства плоской волны ($u_2 = \frac{p}{\rho c}$), только давление и колебательная скорость изменяются обратно пропорционально r . В ближней зоне ($kr \ll 1$) $\cos \varphi \rightarrow kr$, $\sin \varphi \rightarrow 1$, $\varphi \rightarrow \pi/2$ и колебательная скорость отстает по фазе от давления на 90° :

$$u_2 = \frac{pe^{-j\frac{\pi}{2}}}{\rho ckr}.$$

Давление в сферической волне в этом случае убывает обратно пропорционально r , а колебательная скорость — обратно пропорционально r^2 .

Цилиндрические волны. Рассмотрим случай, когда потенциал скоростей Φ зависит только от расстояния r от оси z в цилиндрической системе координат и от времени t . Подобную ситуацию можно представить при излучении волн цилиндром с бесконечно вытянутой осью.

Совместив ось z декартовой системы координат с осью цилиндра и учитывая, что Φ не зависит от z , можно записать оператор Лапласа в виде

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}.$$

Имея в виду, что $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, и выражая частные производные от Φ через r , аналогично тому как это делалось для сферической волны, получим радиально-симметричное волновое уравнение в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right). \quad (8.49)$$

Решение этого уравнения выражается через функции Бесселя или Ханкеля [9] и представляет собой совокупность расходящейся и сходящейся цилиндрических волн.

Для достаточно больших r , заменяя функцию Ханкеля ее асимптотическим выражением, можно получить следующую формулу для прямой гармонической цилиндрической волны:

$$\Phi = \frac{1}{2} A \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \frac{e^{-j(kr - \omega t)}}{\sqrt{r}}. \quad (8.50)$$

Из (8.50) следует, что амплитуда симметрично-цилиндрической волны в дальней зоне убывает обратно пропорционально $\sqrt{r}$. По такому же закону убывают звуковое давление и колебательная скорость в цилиндрической волне.

При анализе решений волнового уравнения для простейших типов волн среда предполагалась однородной, безграничной и не поглощающей энергии акустических волн при их распространении. В океане такие условия в чистом виде реализуются редко. Степень приближения к отдельным из них зависит в основном от соотношений между длиной волны излучаемых колебаний и размерами источников акустических волн, расстоянием от излучателя до участка, на котором рассматривается поле, глубиной места и заглубления излучателя и т. д. В частном случае, когда длина волны много больше размеров излучателя, а поверхность и дно находятся на значительном расстоянии, волновые поверхности от такого источника являются полными сферами. Далее, хотя волна в реальных условиях никогда не является плоской, на больших удалениях от источника можно выделить небольшой участок, на котором она проявляет свойства плоской волны. В общем же применимость тех или иных допущений будет зависеть от рассматриваемых конкретных задач.

Кроме того, необходимо помнить, что, переходя к линейным уравнениям акустики от нелинейных уравнений гидродинамики и уравнения состояния, мы отбрасывали в них члены, содержащие квадраты и произведения величин первых порядков (давления, скорости и сжатия). Ошибка в решениях при этом будет тем меньше, чем меньше число Маха ($M = v/c$) и чем меньше амплитуда звукового давления. Однако даже при малых M ошибка накапливается и звуковая волна по мере распространения искажается по сравнению с волной, изображаемой решением линейного уравнения. При возбуждении волн конечной амплитуды и ударных волн скорость распространения возмущения зависит от давления, и она тем больше, чем выше давление. Поэтому, чем дольше продолжается процесс, тем сильнее происходит искажение формы волны по сравнению с решениями линейных уравнений акустики.

8.4. Энергетические характеристики акустических волн

Энергия акустического поля складывается из кинетической энергии колеблющихся частиц и потенциальной энергии упругой деформации. Найдем плотность акустической энергии (т. е. энергию в единице объема) в волне по отношению к невозмущенному состоянию.

Плотность кинетической энергии элементарного объема среды в волне

$$\mathcal{E}_k = \frac{1}{2} \rho_0 u^2, \quad (8.51)$$

где u — колебательная скорость.

Потенциальная энергия элементарного объема будет равна работе, которую нужно совершить, чтобы под действием избыточного давления изменить элементарный объем от v_0 до v . Согласно (8.4), изменение объема, вызванное бесконечно малым изменением уплотнения от Δ_p до $\Delta_p + d\Delta_p$, в первом приближении будет равно $v_0 d\Delta_p$, а работа $-pV_0 d\Delta_p$. Работу по изменению объема от v_0 до v с учетом (8.8) можно получить, взяв интеграл от $pV_0 d\Delta_p = \kappa v_0 \Delta_p d\Delta_p$:

$$v_0 \kappa \int_0^{\Delta_p} \Delta_p d\Delta_p = \frac{1}{2} v_0 \kappa \Delta_p^2 = \frac{v_0 p^2}{2\kappa} = \frac{v_0 p^2}{2\rho c^2}. \quad (8.52)$$

Из (8.52) следует, что плотность потенциальной энергии будет

$$\mathcal{E}_\pi = \frac{p^2}{2\rho c^2},$$

а полная плотность энергии в волне

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_\kappa + \mathcal{E}_\pi = \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho c^2}. \quad (8.53)$$

Так как в бегущей плоской волне $p = \pm \rho c u$, то в произвольной точке и в любой момент времени плотность кинетической энергии равна плотности потенциальной энергии, а суммарная плотность звуковой энергии

$$\mathcal{E} = \rho u^2 = \frac{p^2}{\rho c^2}. \quad (8.54)$$

Количество звуковой энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, т. е. плотность потока акустической энергии, называется *интенсивностью* или *силой звука*. Так как акустическая энергия распространяется со скоростью звука, то выражение для интенсивности звука в плоской стоячей волне можно получить, умножив (8.54) на c :

$$I = \mathcal{E}c = \frac{p^2}{\rho c}, \quad (8.55)$$

где I — интенсивность акустической волны.

Размерность интенсивности в системе СИ — Вт/м², а в системе СГС — эрг/(с · см²), причем 1 Вт/м² = 10³ эрг/(с · см²).

Величина I по своему физическому смыслу является вектором и носит название вектора Умова, по имени физика, который впервые ввел понятие о потоке механической энергии в телах.

Интенсивность может быть определена и как работа силы давления на перемещении x в единицу времени. Поэтому мгновенное значение интенсивности можно записать следующим образом:

$$I_t = p_t u_t, \quad (8.56)$$

где p_t и u_t — мгновенные значения давления и колебательной скорости.

Для синусоидальных плоских волн, записав давление и скорость в виде

$$\begin{aligned} p_t &= p_m \sin(\omega t - kx), \\ u_t &= u_m \sin(\omega t - kx), \end{aligned}$$

получим среднее за период Δt значение интенсивности:

$$I = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} I_t dt = \frac{p_m u_m}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \sin^2(\omega t - kx) dt = \frac{p_m u_m}{2}. \quad (8.57)$$

Так как $\frac{p_m}{u_m} = \frac{\omega \rho}{u_m} = \rho c$, интенсивность плоской гармонической волны можно представить как

$$I = \frac{p_m^2}{2\rho c} = \rho c \frac{u_m^2}{2}. \quad (8.58)$$

Подставив в (8.58) вместо амплитудных значений давления и скорости их эффективные значения $p_{эфф} = \frac{p_m}{\sqrt{2}}$ и $u_{эфф} = \frac{u_m}{\sqrt{2}}$ получим для плоской волны

$$I = \frac{p_{эфф}^2}{\rho c} = \rho c u_{эфф}^2. \quad (8.59)$$

Видно, что плотность потока энергии в плоской волне одинакова по всему пространству и не зависит от расстояния от излучателя в однородной и не поглощающей среде.

Для определения интенсивности простых сферических волн воспользуемся формулой (8.56). Как следует из раздела 8.3, в ближней зоне от излучателя ($kr \ll 1$) колебательная скорость отстает по фазе от давления на $\pi/2$. Средняя за период Δt интенсивность будет равна нулю и не будет излучаться в пространство.

В дальней зоне ($r \gg \lambda$) звуковое давление и колебательная скорость совпадают по фазе. Для гармонических колебаний

$$p = \frac{\rho \omega A}{r} \sin(\omega t - kr);$$

$$u_r = \frac{kA}{r} \sin(\omega t - kr);$$

$$I = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} p u_r dt = \frac{\omega \rho k A^2}{2r^2} = \frac{\rho c k^2 A^2}{2r^2} = \rho c u_{эфф}^2,$$

т. е. сила звука убывает обратно пропорционально квадрату расстояния. Это и понятно, так как по мере удаления от источника

симметрично-сферических волн в однородной среде излученная мощность равномерно распределяется по расходящейся волновой поверхности, площадь которой растет прямо пропорционально r^2 .

В дальней зоне симметрично-цилиндрической волны амплитуды звукового давления и колебательной скорости изменяются в фазе и убывают обратно пропорционально $\sqrt{r}$. Определяя среднюю за период интенсивность симметрично-цилиндрической волны, можно получить для нее следующее выражение: $I = \rho c \frac{Bk}{\pi r}$, из которого следует, что в этой волне интенсивность убывает по мере удаления от источника медленнее, чем в сферической волне.

Диапазон интенсивностей звуковых волн, с которым приходится иметь дело на практике, чрезвычайно широк и составляет несколько порядков. Так, отношение интенсивностей на пороге болевого ощущения и на пороге чувствительности человеческого уха около 10^{14} . При большом диапазоне изменения величин целесообразно пользоваться логарифмической шкалой.

Обозначим через p и p_0 два звуковых давления, через I и I_0 — соответствующие интенсивности. Отношение этих интенсивностей и давлений представим в виде следующего равенства:

$$N = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 20 \lg \frac{p}{p_0}. \quad (8.60)$$

Величина N , определяемая выражением (8.60), называется *уровнем силы или интенсивности звука*. Единица ее называется децибелом (дБ). Чтобы оценить значение измеряемой величины в децибелах, необходимо условиться, какое число принято за 0 дБ. Так, за нулевой уровень давления в гидроакустических измерениях принимается уровень, соответствующий давлению $2 \cdot 10^{-5}$ Па. Давление $2 \cdot 10^{-5}$ Па соответствует силе звука в воздухе 10^{-12} Вт/м².

Иногда в акустике используется другая логарифмическая единица, называемая непером и равная натуральному логарифму отношения двух величин:

$$N_{\text{п}} = \ln \frac{p}{p_0} = \frac{1}{2} \ln \frac{I}{I_0};$$

$$1 \text{ Нп} = 8,68 \text{ дБ}.$$

8.5. Отражение и преломление акустических волн

В разделе 8.3 мы рассматривали свойства акустических волн, распространяющихся в неограниченных однородных средах. В море звуковые волны нередко встречаются на своем пути различные препятствия или падают на границы вода—дно, вода—воздух.

Если плоская звуковая волна падает на плоскую границу двух однородных сред под прямым углом, то часть звуковой энергии отразится от границы, а часть ее пройдет во вторую среду. В силу симметрии отраженная и прошедшая волны будут также плоскими. На границе раздела сред значения звукового давления и колебательных скоростей не должны испытывать скачка (в противном случае возникновение скачка скорости означало бы появление скачка смещения, т. е. разрыв сплошности). Поэтому в двух бесконечно близких точках по обе стороны от плоскости раздела значения звуковых давлений и колебательных скоростей должны быть соответственно одинаковы.

Обозначим амплитуду давления в падающей волне p_1 , в отраженной p'_1 , в прошедшей p_2 . Соответствующие колебательные скорости обозначим u_1 , u'_1 , u_2 . Тогда условие непрерывности давлений на границе запишется так:

$$p_1 + p'_1 = p_2. \quad (8.61)$$

Суммарная колебательная скорость на границе раздела также должна быть равна колебательной скорости в прошедшей волне:

$$u_1 + u'_1 = u_2. \quad (8.62)$$

Имея в виду (8.36),

$$u_1 = \frac{p_1}{\rho_1 c_1}; \quad (8.63)$$

$$u'_1 = -\frac{p'_1}{\rho_1 c_1}; \quad (8.64)$$

$$u_2 = \frac{p_2}{\rho_2 c_2}, \quad (8.65)$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности первой и второй среды; c_1 и c_2 — скорости звуковых волн в соответствующих средах.

Знак минус в (8.64) показывает, что в отраженной волне вектор колебательной скорости совпадает с направлением распространения отраженной волны.

Подставляя (8.63)—(8.65) в (8.62) и учтя (8.61), получим

$$\frac{p_1}{\rho_1 c_1} - \frac{p'_1}{\rho_1 c_1} = \frac{p_1}{\rho_2 c_2} - \frac{p'_1}{\rho_2 c_2}. \quad (8.66)$$

Коэффициент отражения по давлению R_p определим как отношение амплитуды давления в отраженной волне к амплитуде давления в падающей волне:

$$R_p = \frac{p'_1}{p_1} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}. \quad (8.67)$$

Аналогичным путем можно получить выражение коэффициента отражения для колебательной скорости:

$$R_u = - \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}. \quad (8.68)$$

Рассмотрим частные случаи.

1) $\rho_2 c_2 = \infty$, т. е. волна падает на абсолютно жесткую границу раздела.

Из (8.67) и (8.68) имеем:

$$R_p = 1; \quad R_u = -1.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} p'_1 &= p_1, & u'_1 &= -u_1; \\ p_2 &= 2p_1, & u_2 &= 0, \end{aligned} \quad (8.69)$$

т. е. давление на жесткой границе удваивается, а колебательная скорость равняется нулю. Волна давления отражается от границы в фазе с падающей,

Рис. 78. Картина отражения и преломления звука на границе двух сред.

а волна колебательной скорости — в противофазе.

2) $\rho_2 c_2 = 0$, т. е. волна падает на абсолютно мягкую границу раздела. Получаем:

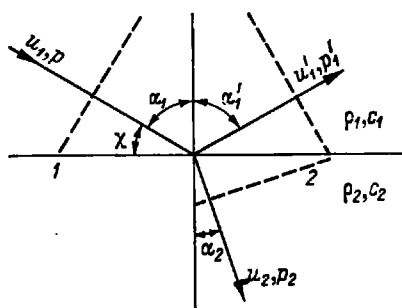
$$\begin{aligned} R_p &= -1, & p'_1 &= -p_1; \\ R_u &= 1, & u'_1 &= u_1; \\ p_2 &= 0, & u_2 &= 2u_1. \end{aligned} \quad (8.70)$$

Таким образом, на свободной границе давление падает до нуля, а колебательная скорость удваивается.

Если плоская звуковая волна падает на плоскую границу раздела двух сред под углом α , то часть звуковой энергии отразится от границы, а часть проникнет во вторую среду, образуя преломленную волну (рис. 78).

Пунктиром на рис. 78 изображены фронты падающей, отраженной и преломленной волн. Скорость звука в первой среде c_1 , во второй — c_2 , плотности сред соответственно ρ_1 и ρ_2 .

Скорости перемещения следов волновых фронтов вдоль границы определяются горизонтальными составляющими скоростей соответствующих волн. Для падающей волны горизонтальная составляющая вектора скорости равна $c_1/\sin \alpha_1$, для отраженной — $c_1/\sin \alpha'_1$, для преломленной — $c_2/\sin \alpha_2$. Так как для выполнения граничных условий необходимо, чтобы скорости



перемещения следов волновых фронтов падающей, отраженной и преломленных волн вдоль границы были равны, то отсюда следует, что

$$\alpha_1 = \alpha'_1; \quad (8.71)$$

$$\frac{c_1}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{\sin \alpha_2}. \quad (8.72)$$

Выражение (8.72) можно представить в виде

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = n. \quad (8.73)$$

Величина n , равная отношению скоростей распространения волны в граничащих средах, называется *коэффициентом преломления*. Выражение (8.73) называется законом Снеллиуса.

При наклонном падении перенос звуковой энергии во вторую среду обуславливается за счет нормальных к границе раздела составляющих колебательных скоростей. С учетом этого граничные условия, выражающие непрерывность давлений и нормальных составляющих колебательных скоростей, будут иметь вид:

$$p_1 + p'_1 = p_2; \quad (8.74)$$

$$u_1 \cos \alpha_1 + u'_1 \cos \alpha_1 = u_2 \cos \alpha_2. \quad (8.75)$$

Имея в виду (8.63)—(8.65), из ((8.74) и (8.75) легко получить выражение для коэффициента отражения R_p , величина которого уже зависит не только от акустических сопротивлений сред, но и от угла падения волны:

$$R_p = \frac{1 - \frac{\rho_1 c_1 \cos \alpha_2}{\rho_2 c_2 \cos \alpha_1}}{1 + \frac{\rho_1 c_1 \cos \alpha_2}{\rho_2 c_2 \cos \alpha_1}}. \quad (8.76)$$

В реальных условиях дно океана и его поверхность в редких случаях можно считать плоской границей. Поверхность можно рассматривать как плоскую только тогда, когда длина волны звуковых колебаний существенно больше высоты неровностей поверхности. В противном случае часть энергии будет рассеиваться и равенства (8.67) и (8.76) не будут справедливы.

Явление рассеяния звуковых волн на неровных поверхностях будет рассмотрено нами позднее.

8.6. Скорость звука в океане

Как видно из материалов предыдущих разделов, скорость звука является важнейшей акустической характеристикой морской среды.

В разделе 8.1 было указано, что сжимаемость K_P и ρ_0 — функции температуры T , солености S и гидростатического давления P . Теоретически выразить зависимость скорости звука от всех этих параметров довольно трудно. Существует несколько эмпирических формул, выражающих зависимость скорости звука от T , S , P . Сейчас считают, что наиболее точной является формула Вильсона [1], представляющая сумму членов, каждый из которых отдельно зависит от T , S и P , и члена, одновременно зависящего от всех трех параметров. Эта формула имеет следующий вид:

$$c = 1449,14 + \Delta c_T + \Delta c_S + \Delta c_P + \Delta c_{TSP}, \quad (8.77)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta c_T &= 4,5721T - 4,4532 \cdot 10^{-2}T^2 - 2,6045 \cdot 10^{-4}T^3 + \\ &\quad + 7,985 \cdot 10^{-6}T^4; \\ \Delta c_S &= 1,3980(S - 35) + 1,692 \cdot 10^{-3}(S - 35)^2; \\ \Delta c_P &= 1,60272 \cdot 10^{-1}P + 1,0268 \cdot 10^{-5}P^2 + \\ &\quad + 3,5216 \cdot 10^{-9}P^3 - 3,3603 \cdot 10^{-12}P^4; \\ \Delta c_{TSP} &= (S - 35)(-1,1244 \cdot 10^{-2}T + 7,7711 \cdot 10^{-7}T^2 + \\ &\quad + 7,7016 \cdot 10^{-5}P - 1,2943 \cdot 10^{-7}P^2 + 3,1580 \cdot 10^{-8}PT + \\ &\quad + 1,5790 \cdot 10^{-9}PT^2) + P(-1,8607 \cdot 10^{-4}T + \\ &\quad + 7,4812 \cdot 10^{-6}T^2 + 4,5283 \cdot 10^{-8}T^3) + \\ &\quad + P^2(-2,5294 \cdot 10^{-7}T + 1,8563 \cdot 10^{-9}T^2) + \\ &\quad + P^3(-1,9646 \cdot 10^{-10}T). \end{aligned}$$

Здесь c выражается в м/с, T — в градусах Цельсия, S — в ‰, P — в кг/см².

Для практических расчетов скорости звука были составлены таблицы поправок для членов (8.77). В частности, поправка к скорости на давление P , выраженная через глубину погружения z , имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta c_P &= 0,1656 + 1,64802 \cdot 10^{-2}z + 1,4680 \cdot 10^{-7}z^2 + \\ &\quad + 4,315 \cdot 10^{-12}z^3 - 3,48 \cdot 10^{-16}z^4 - 3,4 \cdot 10^{-21}z^5 - \\ &\quad - 1,2 \cdot 10^{-26}z^6. \end{aligned} \quad (8.78)$$

В 1971 г. была дана более простая формула для вычисления скорости звука по измеренным значениям T , S и P :

$$c = 1449,30 + \Delta c_P + \Delta c_T + \Delta c_S + \Delta c_{TSP},$$

где

$$\begin{aligned} \Delta c_P &= 1,5848 \cdot 10^{-1}P + 1,572 \cdot 10^{-5}P^2 - 3,46 \cdot 10^{-12}P^4; \\ \Delta c_T &= 4,587T - 5,356 \cdot 10^{-2}T^2 + 2,604 \cdot 10^{-4}T^3; \\ \Delta c_S &= 1,19(S - 35) + 9,6 \cdot 10^{-2}(S - 35)^3; \\ \Delta c_{TSP} &= 1,35 \cdot 10^{-5}T^2P - 7,19 \cdot 10^{-7}TP^2 - \\ &\quad - 1,2 \cdot 10^{-2}(S - 35)T. \end{aligned}$$

Температура морской воды вносит в изменение скорости звука наибольший вклад. При ее увеличении увеличивается значение K_p и уменьшается ρ_0 . Согласно (8.10) это приводит к увеличению скорости звука. В табл. 34 приведено изменение Δc_T при изменении T на 1° в различных температурных интервалах.

Таблица 34

$T^\circ\text{C} \dots$	1—10	10—20	20—30	30—40
Изменение Δc_T м/(с·град)	4,446—3,635	3,635—2,734	2,734—2,059	2,059—1,804

Соленость оказывает меньшее влияние на скорость звука. Соли, содержащиеся в морской воде, по-разному влияют на сжимаемость K_p . Наибольшее влияние оказывает соль MgSO_4 . Однако ее концентрация значительно меньше, чем концентрация NaCl , поэтому соль NaCl и оказывает основное влияние на сжимаемость. Влияние различных солей, растворенных в морской воде, на ее сжимаемость и скорость звука приведено в табл. 35.

Таблица 35

Раствор	Концентрация		Скорость, м/с	Приращение скорости, м/с	Адиабатическая сжимаемость, 10^{12} см ² /дин	Приращение сжимаемости, 10^{12} см ² /дин
	г/кг	моль/л				
Дистиллированная вода	—	—	1510,0	0,0	44,052	—0,000
NaCl	26,518	0,464 9	1538,2	28,2	41,672	—2,380
MgSO ₄	3,305	0,028 1	1513,4	3,4	43,718	—0,334
MgCl ₂	2,447	0,026 3	1512,9	2,9	43,802	—0,250
CaCl ₂	1,141	0,010 5	1510,9	0,9	43,961	—0,091
KCl	0,725	0,009 97	1510,6	0,6	43,999	—0,053
NaHCO ₃	0,202	0,002 46	1510,2	0,2	44,035	—0,017
NaBr	0,083	0,000 83	1510,0	0,0	44,048	—0,004
				$\Sigma = 36,2$	$\Sigma = -3,129$	

Поправка к скорости звука на гидростатическое давление в соответствии с (8.78) имеет следующую зависимость от глубины:

z м	0	10	100	1000	5000
Δc_p м/с	0,166	0,330	1,815	16,796	86,777

Характер изменения c при изменении глубины на 10 м в различных интервалах глубин представлен ниже:

z м	0	10	100	1000	5000
Градиент скорости					
$\Delta c \frac{\text{м/с}}{10 \text{ м}}$	0,165	0,165	0,165	0,168	0,1826

Из приведенных таблиц видно, что на больших глубинах скорость звука растет несколько быстрее, чем по линейному закону.

Среднее значение скорости звука в Мировом океане примерно 1500 м/с, а возможный диапазон ее изменчивости на поверхности океана почти от 1430 до 1540 м/с, на больших глубинах (около 7 км) 1570—1580 м/с. Основным источником сведений о пространственно-временной изменчивости поля скорости звука в океане являются гидрологические измерения.

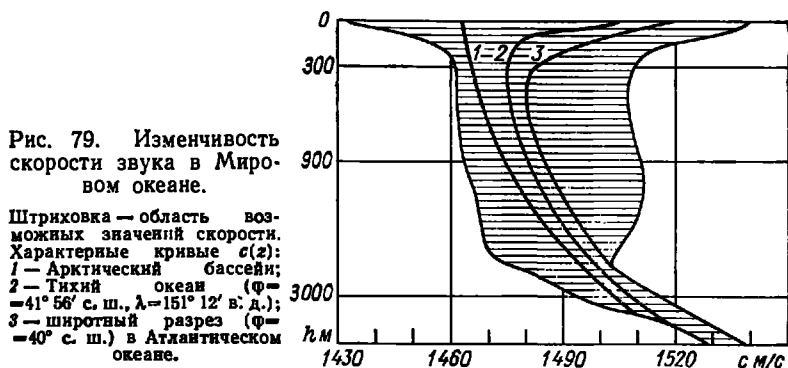


Рис. 79. Изменчивость скорости звука в Мировом океане.

Штриховка — область возможных значений скорости. Характерные кривые $c(z)$: 1 — Арктический бассейн; 2 — Тихий океан ($\Phi = 41^\circ 56'$ с. ш., $\lambda = 151^\circ 12'$ в. д.); 3 — широтный разрез ($\Phi = 40^\circ$ с. ш.) в Атлантическом океане.

Рисунок 79 дает общее представление об изменчивости скорости звука в Мировом океане. Здесь приведены граничные кривые вертикального распределения скорости звука от поверхности до глубины 4000 м. Видно, что на глубинах > 2 км c увеличивается монотонно. На этом же рисунке приведены некоторые наиболее характерные для Мирового океана профили скорости звука по глубине.

8.7. Поглощение акустических волн в море

Волновое уравнение (8.26) выведено для идеальной жидкости. В действительности морская и пресная вода обладает вязкостью и теплопроводностью. В реальной морской среде всегда существуют морские животные, рыбы, продукты их жизнедеятельности, твердые частицы осадков, пузырьки воздуха. Как уже указывалось, морская вода — диссоциированный раствор, состоящий из ионов Cl^- , Mg^{2+} , Na^+ , SO_4^{2-} и т. д. Кроме того, температура, плотность и соленость морской воды фактически всегда несколько флуктуируют около их средних значений, создавая случайные объемные неоднородности. Такое состояние и строение морской воды приводят к затуханию распространяющихся к ней акустических волн.

Затухание или ослабление энергии акустических волн вызывается поглощением в среде и рассеянием неоднородностями. Вязкость и теплопроводность морской воды приводят

к необратимым (тепловым) потерям. Газовые и иные включения кроме диссипации вызывают рассеяние звуковых волн: поток рассеянной акустической энергии начинает распространяться в стороны и ослаблять поток акустического излучения в основном направлении.

Теоретически задачу поглощения звука решают с помощью уравнения Стокса. Подробно этот вопрос рассмотрен в работе А. П. Сташкевича [9]. Здесь мы кратко изложим физическую сторону обсуждаемой задачи.

Механизм поглощения звука в морской воде, связанный с ее вязкостью, вызван сдвиговыми напряжениями, возникающими при движении соседних слоев друг относительно друга. Это сдвиговое напряжение пропорционально градиенту скорости и коэффициенту вязкости, обозначаемому через μ_1 . Коэффициент μ_1 существует только при деформациях сдвига и называется *коэффициентом сдвиговой (стоксовской, или первой) вязкости*. μ_1 измеряется в пуазах. Величина $\mu_1/\rho = \kappa_v$ — *кинематическая вязкость*. Вязкое поглощение является доминирующим в пресной воде. В море оно имеет существенное значение лишь при ультразвуковых частотах (≥ 1 МГц).

Поглощение звука происходит также и из-за релаксационных явлений. Его определяет *коэффициент объемной вязкости* μ_2 . Коэффициент μ_2 проявляется в процессах, сопровождающихся изменением объема жидкости. Его также называют *коэффициентом второй вязкости*. Вторая объемная вязкость обусловлена сменой фаз сжатия и разрежения акустической волны в каждом элементе водной среды. Такая смена вызывает изменения структуры молекул H_2O . Вследствие перестройки молекулярной структуры нарушается термодинамическое равновесие. При этом внутренние процессы стремятся восстановить это равновесие со временем релаксации τ_r . Этот процесс вызывает затрату акустической энергии. Кроме структурно-молекулярного механизма поглощения звука имеются релаксационные процессы, обусловленные диссоциацией молекул. Часть молекул солей, растворенных в морской воде, находится в виде ионов Mg^{2+} , SO_4^{2-} , Na^+ , Cl^- и т. д. При неизменных температуре и давлении число диссоциирующих и рекомбинирующих ионов находится в равновесии. При прохождении акустической волны это равновесие нарушается. В объемах повышенного давления степень диссоциации, например соли $MgSO_4$, растет. В объемах пониженного давления равновесная степень диссоциации их ниже, здесь усиливается рекомбинация ионов с постоянной времени около 10^{-8} с. Вследствие этого восстановление равновесия запаздывает по фазе относительно волны давления и весь процесс принимает релаксационный характер, что вызывает в морской воде, как в растворе, дополнительную потерю акустической энергии. Наибольшее влияние на этот вид потерь оказывает соль $MgSO_4$ особенно при частотах около 10^4 — 10^5 Гц.

Коэффициент поглощения β , учитывающий потери акустической энергии, указанные выше, выражается следующим образом:

$$\beta = \frac{\omega^2}{2\rho c^2} \left[\left(\frac{4}{3} \mu_1 + \mu_2 \right) + \lambda_m \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right];$$

здесь c_v и c_p — теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно; λ_m — коэффициент теплопроводности.

Согласно релаксационной теории Л. И. Мандельштама и М. А. Леонтовича, коэффициент объемной (второй) вязкости можно представить в виде

$$\mu_2 = \frac{\tau_p \rho}{1 - i\omega\tau} (c_\infty^2 - c_0^2),$$

где c_0 — скорость звука в равновесном состоянии; c_∞ — скорость звука при высоких частотах, когда за время одного периода равновесие не успевает восстановиться.

Важно отметить, что сдвиговая вязкость морской воды уменьшается с увеличением гидростатического давления. Объемная вязкость остается практически неизменной. При повышении температуры обе вязкости уменьшаются. Объемная вязкость превышает сдвиговую примерно в 3—5 раз.

Одной из причин поглощения звука в море являются воздушные пузырьки. Слой пузырьков воздуха в море по толщине, как правило, не превышает 10—15 м (редко 25—30 м). При падении звуковой волны пузырек воздуха начинает колебаться и переизлучать акустические волны, на что затрачивается энергия первичного акустического поля. Затухание акустических волн в толще ледяного покрова и в породах, слагающих дно океана, в том числе и в осадочной толще, имеет другую физическую природу. Основным в этом случае, очевидно, является поглощение, вызванное сдвиговым трением и релаксацией в кристаллических структурах льда и морского дна.

8.8. Лучевая теория распространения звука в слоисто-неоднородных средах

Так как в море зависимость скорости звука от горизонтальной координаты выражена значительно слабее, чем от вертикальной, то морскую среду в первом приближении можно считать слоисто-неоднородной и рассматривать как состоящую из набора плоских однородных слоев. Получение точного решения волнового уравнения, описывающего распространение звука в слоисто-неоднородных средах для произвольного вида $c(z)$, невозможно. Поэтому для решения задачи о распространении звука в океане широко применяются приближенные методы, и в частности лучевая теория, наиболее полно развитая в работе

Л. М. Бреховских [2]. На условиях применимости лучевой акустики мы остановимся в конце этого раздела.

Под звуковыми лучами будем понимать линии, перпендикулярные волновым поверхностям (фронтам). Рассмотрим влияние распределения $c(z)$ на изменение направления звукового луча. Аппроксимируем плавную кривую $c(z)$ на рис. 80 ступенчатой линией, а всю толщу разделим на n слоев. Используя для каждой границы между слоями закон Снеллиуса (8.73) и перемножая правые и левые части полученной системы уравнений, устремив толщину слоев к нулю, а n к ∞ , получим

$$\frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_n} = \frac{c_0}{c_n} = n, \quad (8.79)$$

где смысл θ_0 и θ_n ясен из рис. 80. Закон Снеллиуса для много-

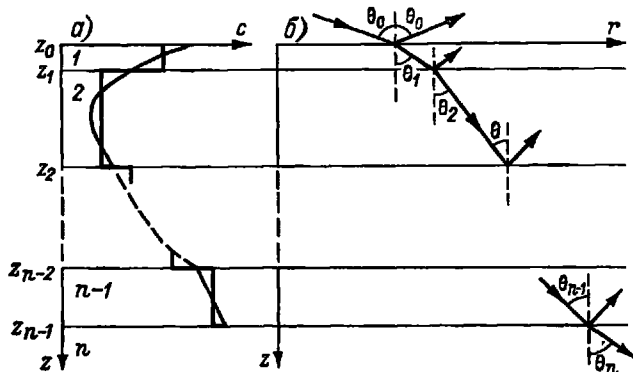


Рис. 80. К выводу закона Снеллиуса для многослойной среды.

a — профиль скорости звука; b — траектория звукового луча.

слойной среды часто выражают через угол скольжения луча χ ($\chi = 90^\circ - \theta$) в виде

$$\cos \chi_0 = n(z) \cos \chi(z). \quad (8.80)$$

Из (8.79) следует, что в слоисто-неоднородных средах происходит искривление звуковых лучей. Это явление называется *рефракцией звука*. Изменение угла наклона луча определяется только начальным и конечным значениями c , а рефрагирующий луч всегда отклоняется в сторону уменьшения скорости звука.

Рассмотрим бесконечно малый элемент траектории луча, выходящего под углом χ_0 из точечного источника с координатами $(z_0, 0)$. Из рис. 81 следует, что

$$\frac{dz}{dr} = \pm \operatorname{tg} \chi(z)^1, \text{ или } dr = \pm \frac{dz}{\operatorname{tg} \chi(z)}.$$

¹ Знак «+» берется, если луч идет книзу, а знак «-» — если луч идет вверх.

Отсюда, учтя (8.80), получим горизонтальное расстояние, проходимое лучом от излучателя до точки на горизонте z :

$$r = \int_{z_0}^z \frac{dz}{\operatorname{tg} \chi(z)} = \pm \cos \chi_0 \int_{z_0}^z \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \chi_0}}, \quad (8.81)$$

где $n(z) = \frac{c_0}{c(z)}$, c_0 — скорость звука на уровне излучателя.

Если траектория луча имеет несколько экстремальных точек, то общее горизонтальное расстояние вдоль луча будет равно сумме расстояний, определенных по (8.81) для каждого отрезка траектории между соседними экстремальными точками.

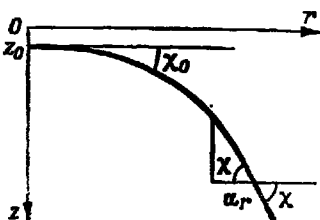


Рис. 81. Элемент траектории звукового луча.

На рис. 82—84 представлены некоторые частные случаи зависимостей $c(z)$ и соответствующие им траектории звуковых лучей в море.

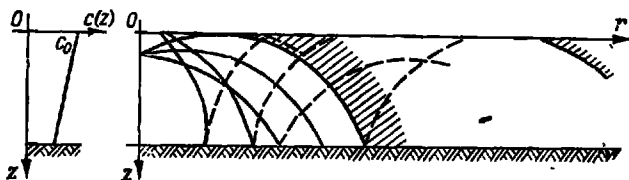


Рис. 82. Отрицательная рефракция звуковых лучей в море.

Лучевая картина рис. 82 соответствует линейному убыванию скорости с глубиной по закону

$$c(z) = c_0 [1 - a(z - z_0)], \quad (8.82)$$

где a — относительный вертикальный градиент скорости звука; z_0 — горизонт излучателя.

Явление искривления звуковых лучей в сторону дна называется *отрицательной рефракцией*. Заштрихованная область, в которую не попадают прямые лучи (т. е. лучи, не испытавшие отражения от поверхности или дна), называется *зоной тени*¹, а незаштрихованная область вокруг источника — *ближней освещенной зоной*. Луч, касающийся поверхности и разделяющий эти

¹ В зоне тени из-за дифракционных явлений на границе зон и рассеяния звуковых волн на случайных неоднородностях среды существует слабое звуковое поле.

зоны, называется *граничным лучом*. Точки, соответствующие нулевому значению угла скольжения для лучей, испытывающих полное внутреннее отражение на поверхности или на каком-либо горизонте z , называются *точками заворота луча*.

Подставим (8.82) в (8.81), тогда

$$r = -\cos \chi_0 \int_{z_0}^z \frac{[1 - a(z - z_0)] dz}{\sqrt{1 - [1 - a(z - z_0)]^2 \cos^2 \chi_0}}. \quad (8.83)$$

Обозначив $[1 - a(z - z_0)] \cos \chi_0 = \xi$, получим

$$r = \frac{1}{a \cos \chi_0} \int_{\cos \chi_0}^{[1 - a(z - z_0)] \cos \chi_0} \frac{\xi d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{1}{a \cos \chi_0} [\sin \chi_0 - \sqrt{1 - [1 - a(z - z_0)]^2 \cos^2 \chi_0}]. \quad (8.84)$$

Уравнение (8.84) легко приводится к следующему виду:

$$\left(r - \frac{1}{a} \operatorname{tg} \chi_0\right)^2 + \left[\frac{1}{a} - (z - z_0)\right]^2 = \frac{1}{a^2 \cos^2 \chi_0}. \quad (8.85)$$

Из (8.85) следует, что в случае постоянного градиента скорости звука лучи представляют собой дуги окружностей, радиус которых равен $\frac{1}{a \cos \chi_0}$, а центры их находятся в точках с координатами $\left(\frac{1}{a} \operatorname{tg} \chi_0\right)$ и $z = z_0 + \frac{1}{a}$, т. е. на горизонтальной прямой, соответствующей глубине, на которой, согласно (8.82), $c = 0$.

Уравнение (8.84) можно записать в виде

$$r = \frac{1}{a \cos \chi_0} [\sin \chi_0 - \sin \chi(z)],$$

где $\sin \chi(z) = \sqrt{1 - [1 - a(z - z_0)]^2 \cos^2 \chi_0}$ — синус угла скольжения на глубине z .

Номограммы для построения траекторий лучей при линейно-кусочной аппроксимации распределения скорости звука с глубиной через горизонтальные расстояния, проходимые лучом в каждом слое, приведены в работе А. П. Сташкевича [9]. Существуют программы для расчетов траекторий лучей на ЭВМ для весьма сложных профилей $c(z)$.

Время распространения звука вдоль луча на пути R можно определить следующим образом. Из рис. 81 следует, что

$$dt = \frac{dR}{c(z)} = \frac{dz}{\sin \chi(z) c(z)}. \quad (8.86)$$

Отсюда общее время распространения звука вдоль луча, имеющего точки заворота, вычисляется как сумма интегралов

времени между соседними экстремумами кривой $z(r)$:

$$t = \sum_{i=1}^n \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\sin \chi(z) c(z)}. \quad (8.87)$$

Лучевая картина рис. 83 соответствует линейному возрастанию скорости звука с глубиной и расположению источника звука вблизи поверхности. Как видно, в этом случае зон тени не возникает. Луч, касающийся дна, — граничный. Угол скольжения

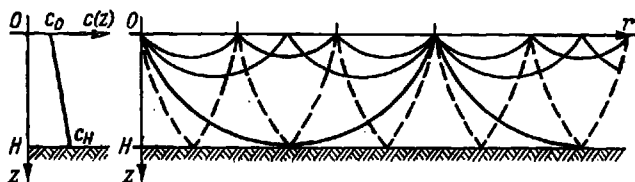


Рис. 83. Положительная рефракция звуковых лучей в море.

у источника звука, соответствующий граничному лучу, определяется формулой

$$\chi_0^{\max} = \sqrt{2 \frac{c_H - c_0}{c_0}}, \quad (8.88)$$

где c_H и c_0 — скорость звука соответственно у дна и у поверхности.

Так как потери энергии при отражении от дна значительно превышают потери при отражении от поверхности, то на больших расстояниях от источника донные лучи могут не учитываться.

Если $c(z)$ имеет минимум на глубине z_K (рис. 84), то создаются благоприятные условия для распространения звука на большие расстояния. Это обусловлено тем, что целая группа лучей, распространяющихся в слое, не будет испытывать рассеяние и поглощение дном и поверхностью океана. Этот слой, прилегающий к уровню минимальной скорости звука, называется *подводным звуковым каналом*. Явление сверхдальнего распространения звука по подводному звуковому каналу было открыто и объяснено Л. М. Бреховских и Л. Д. Розенбергом в 1946 г.¹ Эффект звукового канала тем выше, чем ближе к оси канала расположен источник.

На основании лучевой теории можно выполнить приближенный расчет интенсивности акустического поля в среде. Для этого вначале строятся траектории звуковых лучей, выходящих из источника под разными углами. Затем для разных расстояний от источника определяется число лучей, приходящих в точку

¹ Позже появились публикации на эту тему о выполненных ранее закрытых работах в США.

наблюдения, вычисляется интенсивность звука, распространяющегося по каждому лучу, и производится ее суммирование. При расчетах интенсивности часто пользуются фактором фокусировки, под которым понимается отношение силы звука, создаваемой источником на расстоянии R в неоднородной среде, к силе звука того же источника в однородной среде.

Для вывода формулы фактора фокусировки рассмотрим элементарную лучевую трубку, образуемую узким пучком лучей, исходящих из источника, по которой «течет» звуковая энергия, не пересекая ее стенок. Если излучаемую источником в телесный

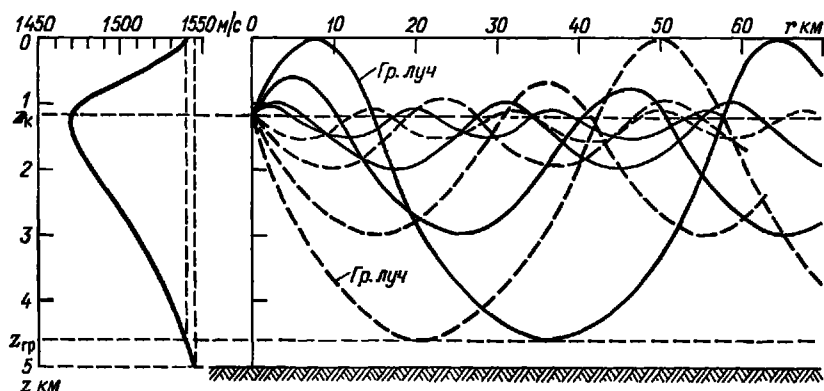


Рис. 84. Лучевая картина в подводном звуковом канале.

угол $d\Omega$ мощность обозначить dG , то сила звука на расстоянии R в однородной среде (рис. 85 а) будет

$$I_0 = \frac{dG}{d\Pi} = \frac{G}{4\pi R^2}, \quad (8.89)$$

где $d\Pi$ — изменение площади сечения лучевой трубки.

Поперечное сечение лучевой трубки в плоскости чертежа в неоднородной среде из рис. 85 б

$$BC = dr \sin \chi(z).$$

Так как $dr = -\frac{\partial r}{\partial \chi_0} d\chi_0$ (с увеличением χ_0 dr уменьшается), то

$$d\Pi = -2\pi r \frac{\partial r}{\partial \chi_0} \sin \chi(z) d\chi_0$$

и

$$I = \frac{G \cos \chi_0}{4\pi r \left| \frac{\partial r}{\partial \chi_0} \right| \sin \chi(z)}. \quad (8.90)$$

Следовательно, фактор фокусировки f будет

$$f = \frac{R^2 \cos \chi_0}{r \left| \frac{\partial r}{\partial \chi_0} \right| \sin \chi(z)} \quad (8.91)$$

Интенсивность звука в точке на расстоянии R от излучателя (без учета отражений от поверхности и дна моря) через фактор фокусировки, например, можно подсчитать по формуле

$$I = \frac{G\gamma(\chi) \cdot 10^{-0,1\beta R}}{4\pi R^2} \sum_{i=1}^n f_i(\chi_0, R) R_p^2(\chi).$$

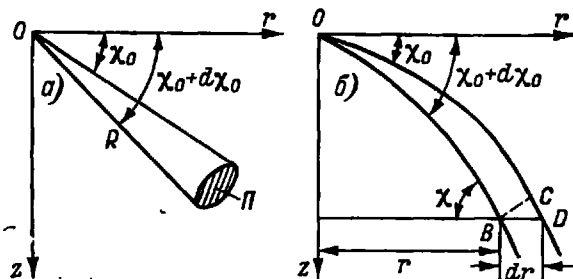


Рис. 85. К определению фактора фокусировки.

а — однородная среда; б — неоднородная среда.

где f_i — фактор фокусировки для i -того луча; γ — осевой коэффициент концентрации излучателя; R_p — характеристика направленности по давлению; β — коэффициент затухания звука, дБ/км; χ_0 — угол выхода луча из источника.

При анализе условий распространения звука пользуются часто понятием аномалии распространения, определяемой как

$$A = 10 \lg f. \quad (8.92)$$

Как видно из (8.90) и (8.91), вблизи точек заворота лучей $\partial r / \partial \chi_0 = 0$, а f и I стремятся к бесконечности. Это не наблюдаемое в природе явление свидетельствует о том, что лучевая теория неприменима вблизи геометрических мест точек, где f обращается в бесконечность. Такие геометрические места точек называются каустиками. Ими являются огибающие семейства лучей.

Граница применимости лучевой акустики определяется также уравнением

$$\frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{c_0} \left| \frac{dc}{dz} \right| \ll 1,$$

откуда следует, что относительные изменения скорости звука на расстоянии порядка длины волны должны быть малыми. Если эти условия не выполняются (например, при больших λ), необходимо использовать волновую теорию.

8.9. Волноводное распространение звука

При решении ряда задач распространения акустических волн в море его можно рассматривать как волновод с плоскопараллельными отражающими поверхностями. Для описания звукового поля в нем существует два метода: нормальных волн и мнимых источников.

Метод нормальных волн. Для начала рассмотрим слой воды толщиной h , ограниченный абсолютно жесткими поверхностями на уровнях $z = 0$ и $z = h$.

Из условия жесткости границ следует

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \begin{cases} z = 0; \\ z = h. \end{cases} \quad (8.93)$$

Для описания волнового движения в плоскости xz положим

$$\Phi = F(z) e^{i\alpha x}. \quad (8.94)$$

Подставив (8.94) в волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k_0^2 \Phi = 0,$$

где $k_0 = \omega/c$, получим

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + (k_0^2 - \varepsilon^2) F = 0.$$

Решение этого уравнения будет

$$F(z) = A e^{i \sqrt{k_0^2 - \varepsilon^2} z} + B e^{-i \sqrt{k_0^2 - \varepsilon^2} z}.$$

Из (8.93) при $z = 0$ получаем $A = B$ и $F(z) = 2A \cos(\sqrt{k_0^2 - \varepsilon^2} z)$, а при $z = h$ $\sin(\sqrt{k_0^2 - \varepsilon^2} h) = 0$, из чего следует $\sqrt{k_0^2 - \varepsilon_l^2} h = l\pi$, где $l = 0, 1, 2, \dots$. Следовательно,

$$\varepsilon_l = \pm \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{l\pi}{h}\right)^2}, \quad (8.95)$$

а общее решение с учетом (8.95)

$$\Phi(x, z) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l \cos\left(\frac{l\pi z}{h}\right) e^{\pm i \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{l\pi}{h}\right)^2} x}. \quad (8.96)$$

Каждый член ряда (8.96) представляет собой нормальную волну. Коэффициенты A_l в (8.96) определяются видом излучателя и его местоположением в слое.

Из (8.96) видно, что для фиксированной частоты звука и при $\frac{l\pi}{k_0 h} < 1$ нормальные волны распространяются в направлении x

без уменьшения амплитуды. При $\frac{l\pi}{k_0 h} > 0$ корень в показателе степени при e в (8.96) будет мнимой величиной, что говорит об экспоненциальном затухании волны номера l по мере удаления от линии $x = 0$. Такая волна называется неоднородной.

Низшая частота, при которой нормальная волна номера l может распространяться в слое толщиной h без затухания, называется критической частотой данной нормальной волны и определяется из условия

$$k_0 h = \pi l \text{ или } f_l = \frac{lc_0}{2h}. \quad (8.97)$$

Нулевая нормальная волна ($l=0$) распространяется без затухания при любой толщине слоя. Число распространяющихся

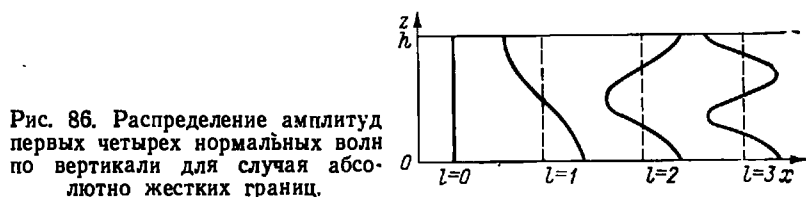


Рис. 86. Распределение амплитуд первых четырех нормальных волн по вертикали для случая абсолютно жестких границ.

нормальных волн в слое [из (8.97)] конечно и равно целому числу полуволи, укладывающихся на толщине слоя плюс единица.

Изменение амплитуды нормальных волн вдоль оси z определяется множителем $\cos\left(\frac{l\pi z}{h}\right)$ и иллюстрируется рис. 86.

Фазовая скорость нормальной волны вдоль слоя определяется уравнением

$$v_l = \frac{\omega}{\varepsilon_l} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_l}{f}\right)^2}}, \quad (8.98)$$

а групповая

$$u_l = \frac{d\omega}{d\varepsilon_l} = c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_l}{f}\right)^2}. \quad (8.99)$$

Из (8.98) и (8.99) следует, что для всех нормальных волн, кроме нулевой, фазовая скорость больше скорости звука c_0 в слое, а групповая скорость меньше c_0 .

Если считать верхнюю границу слоя абсолютно мягкой, т. е. обладающей коэффициентом отражения, равным -1 , то выражение для полного поля в слое в виде суммы нормальных волн будет иметь вид

$$\Phi(x, z) = \sum_{l=1}^{\infty} A_l \cos\left[\frac{\pi\left(l - \frac{1}{2}\right)z}{h}\right] e^{ik_0 x \sin \theta_l}. \quad (8.100)$$

Уравнение (8.100) получено на основании представления каждой нормальной волны в виде совокупности двух плоских волн, распространяющихся симметрично по отношению к горизонтальной плоскости с углом наклона нормалей их фронтов Θ_l .

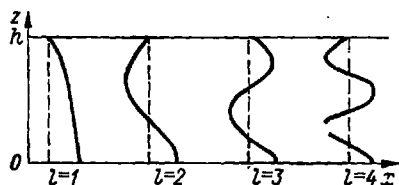


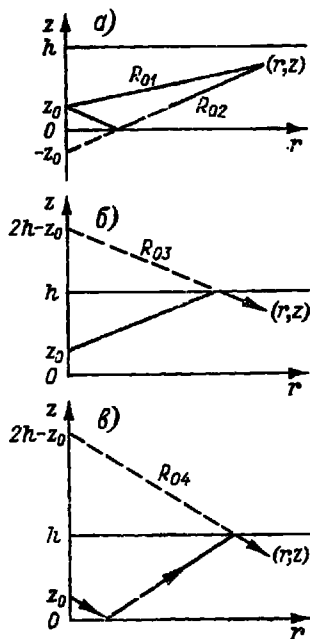
Рис. 87. Распределение амплитуд первых четырех нормальных волн по вертикали при абсолютно мягкой верхней границе и абсолютно жесткой нижней границе.

Распределение амплитуд первых четырех нормальных волн для случая абсолютно мягкой верхней границы, т. е. при более близких к случаю моря граничных условиях, показано на рис. 87.

Формулы для расчетов звукового поля методом нормальных волн при частично отражающих и поглощающих граничных средах имеют более сложный вид [2].

Метод мнимых источников. Нормальные волны можно рассматривать как результат интерференции системы волн, отраженных от верхней и нижней граничных сред. Отраженную от границы волну можно представить как излученную мнимым источником, который является зеркальным отображением действительного источника относительно границы раздела и расположен на вертикали, проходящей через действительный источник (рис. 88).

Рис. 88. Картина мнимых источников. Отражение от нижней (а), верхней (б) и нижней и верхней (в) границ слоя.



При этом необходимо учитывать, что отражение от абсолютно мягкой границы изменяет фазу волны на π .

Не вдаваясь в подробности вывода, который можно найти в работе Л. М. Бреховских [2], приведем выражение для звукового давления, создаваемого в точке наблюдения бесконечной цепочкой мнимых источников:

$$p = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \left(\frac{e^{ik_0 R_{l1}}}{R_{l1}} + \frac{e^{ik_0 R_{l2}}}{R_{l2}} - \frac{e^{ik_0 R_{l3}}}{R_{l3}} - \frac{e^{ik_0 R_{l4}}}{R_{l4}} \right), \quad (8.101)$$

где

$$R_{li} = \sqrt{r^2 + (2lh + z - z_0)^2}, \quad R_{li} = \sqrt{r^2 + (2lh + z + z_0)^2}, \\ R_{li} = \sqrt{r^2 + [2(l+1)h - z - z_0]^2}, \quad R_{li} = \sqrt{r^2 + [2(l+1)h + z_0 - z]^2}$$

— расстояния от произвольного излучателя u_i , ($l=0, 1, 2, 3, \dots, j=1, 2, 3, 4$) до точки приема, координаты которой (r, z_0) . Каждый мнимый излучатель дает вклад в звуковое давление в точке наблюдения со знаком плюс, если излучатель соответствует лучу, отразившемуся от поверхности четное число раз, и со знаком минус, если число отражений от поверхности нечетно.

В заключение этого раздела отметим, что оба метода позволяют достаточно точно описать звуковое поле в волноводе.

8.10. Рассеяние акустических волн в морской среде. Морская реверберация

При отражении звука от неровных поверхностей помимо зеркально отраженных волн, которые рассматривались в разделе 8.5, появляются рассеянные волны, распространяющиеся во всех направлениях, в том числе и в направлении на источник звука. Рассеяние звука на неровностях взволнованной поверхности, ледяного покрова и дна приводит к уменьшению амплитуды зеркально отраженной волны. Рассеиватели надличествуют и в толще (объеме) океана. В толще океана существуют как отдельные дискретные рассеиватели, так и отдельные горизонтально протяженные биологические скопления, залегающие в основном на глубинах до 1000 м, называемые *звукорассеивающими слоями*. На рис. 89 приведены два разреза 1—1 и 2—2 в Атлантике и показано ориентировочно дневное положение рассеивающих слоев. Рассеяние от таких слоев имеет другие закономерности по сравнению с рассеянием, обусловленным дискретными неоднородностями. Интенсивность рассеянного звукового поля, обусловленного этими слоями, зависит от глубины и изменяется от времени суток.

Исследованиями установлено, что рассеянное поле в водах океана создается лишь тогда, когда акустические характеристики рассеивающих объектов или их частей существенно отличаются от акустических свойств воды.

Рассмотрим кратко физическую сущность рассеяния распространяющихся в море акустических волн.

Рассеянное акустическое поле является суммарным полем различных рассеивателей. И очень часто оказывается невозможным точно указать конкретные причины рассеяния звука и классифицировать рассеиватели по их видам, роли и особенностям. Очевидно также и то, что суммарное рассеянное звуковое поле,

наблюдаемое в точке его излучения, будет изменяться во времени. Процесс, описывающий изменение во времени суммарного рассеянного звукового сигнала, называют *морской реверберацией*.

Приняв, однако, определенную гипотезу о распределении рассеивателей в морской среде, их возможных размерах и акустических свойствах, в принципе можно провести достаточно физически обоснованное исследование статистических свойств морской реверберации, отнеся ее к определенным рассеивающим

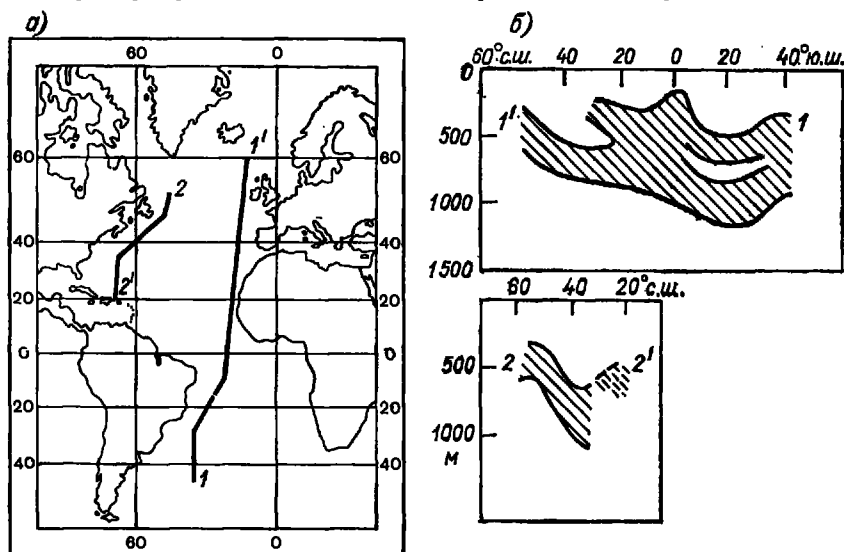


Рис. 89. Схема разрезов в Атлантическом океане (а) и глубин залегания слоев наиболее интенсивного рассеяния звука частотой 4—6 кГц в светлое время суток (б).

объектам. Детальное рассмотрение всех аспектов рассеяния звуковых волн в море выходит за рамки настоящего учебника, несмотря на то, что морская реверберация очень важное и интересное явление Мирового океана. Более подробно с этим явлением можно познакомиться в работах [1, 6].

Для вывода аналитических соотношений используется энергетический подход к изучению свойств реверберационных (рассеянных) сигналов. В этом случае определяется их средняя интенсивность (сила звука) в зависимости от времени $I(t)$, характеристик излучаемых сигналов, излучателей и рассеивающих свойств морской среды. Исходя из этого, вероятно, целесообразно выделить следующие, более характерные типы реверберации:

— реверберацию, вызываемую рассеянием на неоднородностях, заполняющих водные массы;

— реверберацию от слоя, вызванную неоднородностями, сконцентрированными в слоях;

— граничную реверберацию, вызванную рассеянием неровностями границ двух сред.

Такая типизация удобна для математического описания реверберации, но она, бесспорно, является приближенной: в ней не учтены рефракция, изменчивость скорости распространения звука, вторичное рассеяние.

Рассмотрим основные соотношения, которые определяют среднюю интенсивность реверберации при различных типовых распределениях рассеивателей в море [6].

Для средней интенсивности реверберации $I(t)$, вызванной рассеивателями, находящимися в водных массах, выведено следующее соотношение:

$$I(t) = \frac{G_A k_0^b \delta_{\text{эф}} \eta_0}{2\pi c t^2} \cdot 10^{-0,1\beta c t}, \quad (8.102)$$

где G_A — излучаемая акустическая мощность; c — скорость распространения звука; t — текущее время; β — коэффициент пространственного поглощения звука в море, дБ/км ($\beta = 0,036 f_0^{3/2}$);

где f_0 — средняя частота спектра излучаемого сигнала в кГц; η_0, η_n, η_d — коэффициенты, зависящие от характеристик направленности акустических антенн; $\delta_{\text{эф}}$ — эффективная длительность излучаемых сигналов;

$k_0 = \frac{dG_p}{I_n^2 dv}$ — коэффициент объемного

рассеяния, определяемый мощностью рассеяния dG_p , объемом dv рассеивающего пространства, при средней интенсивности падающей волны I_n .

Средняя интенсивность реверберации от рассеивателей, сконцентрированных в слое толщиной h , определяется формулой

$$I(t) = \frac{G_A k_0 h^b \delta_{\text{эф}} \eta_n}{2\pi c^2 t^3} \cdot 10^{-0,1\beta c t}. \quad (8.103)$$

Средняя интенсивность реверберации, вызванной граничными рассеивателями, определяется по формуле

$$I(t) = \frac{G_A k_0 H^b \delta_{\text{эф}} \eta_d}{\pi c^2 t^4}, \quad (8.104)$$

где H — расстояние от акустической антенны до рассеивающей границы; $k_d = \frac{dG_p}{P^2 d\Pi}$ — коэффициент рассеяния границы раздела; $d\Pi$ — рассеивающая площадка.

Из анализа приведенных формул видно, что $I(t)$ пропорциональна излучаемой акустической мощности и уменьшается с увеличением поглощения звука в море. Для убывания $I(t)$

характерен степенной закон с показателями 2, 3 и 4, для объемной реверберации рассеяния от слоя и границы двух сред соответственно.

8.11. Морские шумы

В морях, океанах и на их границах постоянно существует множество естественных источников, возбуждающих акустические колебания в водной среде. Так как акустические волны в океане распространяются на большие расстояния, то шум в точке наблюдений является результатом наложения полей множества отдельных независимых источников. Принята следующая классификация шумов моря по источникам, их вызывающим:

- динамические шумы, генерация которых обусловлена такими процессами, как волнение, турбулентные потоки в океане и атмосфере, взаимодействие выпадающих осадков с поверхностью океана и т. д.;

- подледные шумы, связанные с динамическим взаимодействием льдин и ледяных полей, термическим растрескиванием льда, воздействием ветра на снежно-ледяную поверхность;

- биологические шумы, создаваемые различными представителями морской фауны;

- сейсмические шумы, обусловленные подвижками земной коры, извержениями подводных и наземных вулканов, постоянно существующими микросейсмическими колебаниями земной коры;

- технические шумы — результат деятельности человека, главным образом шумы судоходства.

Эти источники по-разному проявляются в отдельных районах океанов, в различных частотных диапазонах и отличаются по интенсивности. При определенных условиях, зависящих от гидрометеорологической обстановки, глубины места, времени года, расстояния до источников и т. д., преобладает вклад в общее шумовое поле тех или иных источников. Это позволило определить особенности их спектрально-энергетических характеристик в широком диапазоне частот.

На рис. 90 представлены спектрально-энергетические характеристики шумов различного происхождения. По вертикальной оси отложены значения звуковых давлений шумов, приведенные к полосе 1 Гц.

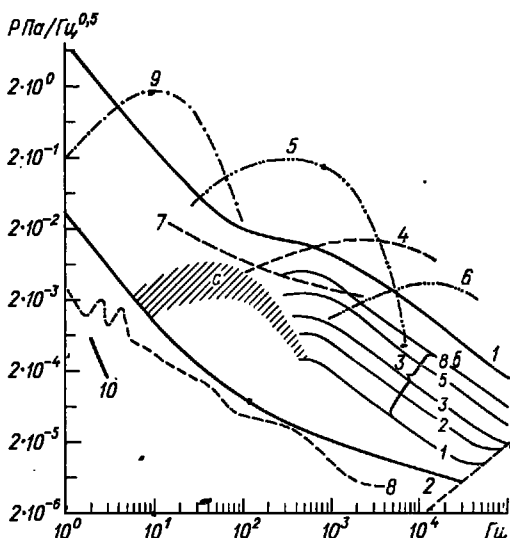
Кривые 1 и 2 на рис. 90 ограничивают область наблюдавшихся значений звуковых давлений динамических шумов океана. Семейство кривых, отмеченное цифрами в кружках, отображает влияние скорости ветра на подводный шум. Цифрами обозначена скорость ветра в баллах.

Выпадение дождя, удары капель о поверхность моря вызывают значительный подъем уровня шума в диапазоне частот 1—10 кГц (кривая 4).

Существенной помехой в работе гидроакустической аппаратуры являются шумы биологического происхождения. В настоящее время имеются сведения о механизмах излучения акустических колебаний и о характеристиках излучаемого шума многими видами рыб, китообразных, рачков и т. д. [4]. Изучение звуков, излучаемых представителями морской фауны, их реакции на различные акустические сигналы имеет не только научное, но и большое практическое значение, так как позволяет значительно увеличить улов рыбы.

Рис. 90. Спектрально-энергетические характеристики шумов океана.

1, 2 — максимальный и минимальный уровни динамических шумов; 3 — семейство спектров шума открытого океана при различных скоростях ветра (в баллах); 4 — шум ливня; 5, 6 — шумы рыб семейства горбылевых и креветок; 7, 8 — максимальный и минимальный уровень подледных шумов; 9 — шум извержения вулкана; 10 — уровень сейсмического фона в открытом океане; C — шумы судоходных трасс.



Кривые 7, 8 представляют максимальный и минимальный спектры подледных шумов [3]. Кривая 9 — спектр шума извержения подводного вулкана, а кривая 10 дает представление об уровне сейсмического шума, зарегистрированного подо льдом. Пунктирная прямая в диапазоне частот более 10^4 Гц относится к тепловым молекулярным шумам моря.

Использование узконаправленных антенн позволило выявить угловую зависимость в распределении интенсивности шумов моря как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости. Эта характеристика шумов тесным образом связана с распределением источников в азимутальной плоскости и с условиями распространения звука по трассе до приемного гидрофона. Четко выделяются направление на штормовую область в открытом океане и очаги интенсивных подвижек льда.

Анализ всех опубликованных данных по шумам океана показывает наличие явной связи различных характеристик шумов с гидрометеорологическими условиями и различными процессами, происходящими в толще океана и граничащих с ним средах. Причем если характеристики шумов в высокочастотном

диапазоне определяются процессами, происходящими в зоне радиусом в несколько километров, то низкочастотная часть спектра позволяет судить о процессах на больших удалениях от приемной системы.

Усилия ученых-акустиков в настоящее время направлены на изучение различных механизмов излучения шума в океане [1, 5, 7] и установление связей различных характеристик шумов с процессами в океане и на его границах. Подробный обзор выполненных работ можно найти в монографии [1] и ряде статей [5, 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ГЛАВЕ 8

1. Акустика океана. Под ред. Л. М. Бреховских. М., «Наука», 1974. 693 с.
2. Бреховских Л. М. Волны в сплошных средах. М., «Наука», 1973.
3. Мили А. Подледное распространение звука и собственные шумы.— В сб.: Подводная акустика. Пер. с англ. М., «Мир», 1970, с. 150—194.
4. Морская биоакустика. Под ред. В. Н. Таволга. Л., «Судостроение», 1969. 422 с.
5. Напряженное состояние ледяного покрова и сопутствующий ему акустический эффект.— «Труды ААНИИ», 1974, т. 324, с. 69—79. Авт.: В. В. Богородский, В. П. Гаврило, З. М. Гудкович, А. В. Гусев.
6. Ольшевский В. В. Статистические свойства морской реверберации. М., «Наука», 1966. 200 с.
7. О некоторых механизмах звукообразования при разрушении льда в жидкости.— «Акустический журнал», 1969, т. 15, вып. 2, с. 184—188. Авт.: В. В. Богородский, В. П. Гаврило, В. С. Григорьев, А. В. Гусев.
8. Остроумов Г. А. Основы нелинейной акустики. Л., Изд-во ЛГУ, 1967. 126 с.
9. Сташкевич А. П. Акустика моря. Л., «Судостроение», 1966. 363 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

- Адиабатический градиент температуры 42
- процесс 41
- Альbedo взволнованного моря 115, 236
- для рассеянной радиации 114, 235
- для суммарной радиации 114, 235
- морского льда 169
- моря 235
- поверхности моря 235
- Аномалия распространения 277

Б

- Базисная плоскость кристалла льда 12
- Биолюминисценция 216
- Биоэлектрический эффект 215

В

- Вековой ход геомагнитного поля 200—202
- Вероятность выживания фотона 218
- Водородная связь 11
- Волна неоднородная 279
- плоская 256
- поперечная 249
- продольная 249
- сферическая 257
- цилиндрическая 259
- Волны звуковые 249
- нормальные 278
- электромагнитные 197, 206
- Вязкий интервал локально-изотропной турбулентности 82, 83

Г

- Гипотеза градиентная Буссинеска 87, 97
- Шмидта 87, 88, 97
- замороженной турбулентности Тейлора 86, 87
- переноса завихренности Тейлора 89

- импульса Прандтля 88
- подобия Кармана 89, 90
- Колмогорова—Обухова 90, 91
- Глубина видимости стандартного диска 233
- Глубинный режим — см. Яркость светового поля в море

Д

- Давление гидростатическое 54
- звуковое 250
- Деформация льда 170
- Деятельный слой океана 137
- Диаграмма фазовых состояний воды 38
- Динамическая глубина 53
- скорость 117
- Дипольный момент молекулы воды 10, 191
- Диссипация кинетической энергии 59, 61, 94
- турбулентной энергии 95
- Диффузионный эффект 214
- Диффузия примеси 56, 77, 78
- молекулярная 56
- турбулентная 77, 78
- энергии турбулентности 94, 95
- Диэлектрическая восприимчивость 189, 190
- проницаемость 189—191

Ж

- «Желтое вещество» 216

З

- Закон Бугера—Ламберта 218
- изменения количества движения 51
- Ома для движущейся среды 197, 210
- Снеллиуса 266
- Законы локально-изотропной турбулентности 84, 85
- Колмогорова—Обухов 84
- Зародыш льда 155
- Зона тени 273

И

- Излучение диффузное 112
- прямое солнечное 112
- эффективное океана 116
- Изэнтропический процесс 41
- Индикатриса рассеяния 217, 219
- Инерционный интервал локально-изотропной турбулентности 82—87
- Испарение с поверхности океана 110, 117
- Интенсивность звука 261

К

- Каустика 277
- Квазигомогенный слой океана 139
- Коэффициент вариации облученности 240
- влагообмена (число Дальтона) 118
- диффузного отражения толщи моря 233
- диэлектрической проницаемости воды 17, 190
- объемной вязкости 270
- отражения Френеля для спокойной воды 234
- плотностной сжимаемости 24, 27
- поглощения звуковой энергии 271
- пропускания слоя водной среды 217
- поверхности моря 235
- Пуассона 170
- сдвиговой вязкости 270
- соленостного сжатия 24
- теплообмена (число Стентона) 118
- термического расширения 24
- турбулентной вязкости 87—92, 117
- диффузии 85, 87, 88, 92, 93, 117
- теплопроводности 87, 88, 92, 93, 117
- яркости толщи моря 248
- Кристалл льда 12, 155
- Кристаллическая решетка льда 12
- Критерии возникновения турбулентности 69—71, 98, 99
- Критерий Хессельберга—Свердруп 46
- Критическая частота нормальной волны 279
- Круг Снеллиуса 242

Л

- Луч звуковой 272
- граничный 274

М

- Магнитная восприимчивость 189, 190, 192, 193
- Магнитные аномалии локальные 201, 202
- — мировые 199
- вариации 198, 204, 205, 206
- Магнитная проницаемость 189, 192, 193
- Магнитное поле Земли 198—205
- — главное 198, 199, 203
- — переменное 198, 203—205
- Магнитогидродинамический эффект 209—214
- Масштаб вихря 70
- Монина—Обухова 90, 119
- турбулентности 72, 73
- — внешний 82
- — внутренний 82, 83
- Матрица рассеяния 216
- Метод энергетический 70
- операционный 126, 127, 134, 148
- Модули упругости морского льда 170

Н

- Напряжения вязкие касательные 54
- — нормальные 54
- турбулентные 76, 77, 87—89
- — касательные 77
- — нормальные 77
- Напряженность магнитного поля 195—197, 206, 208, 213, 214
- электрического поля 195—197, 206, 208, 211, 212, 214
- Неустойчивость движения 71, 72
- бароклинная 72
- сдвиговая 71, 72

О

- Облученность подводная 237
- горизонтальной площадки 232
- сферическая 233
- Оптические свойства морской воды 224
- — чистой воды 221
- Оптическая ось кристалла льда 13
- толщина слоя водной среды 217
- Оптические характеристики морской воды 216
- — вторичные 217
- — первичные 217
- Освещенность нормальная 219
- Основное уравнение термодинамики 32

Осреднение уравнений движения
75—77
— диффузии 78
— теплопроводности 77, 78

П

Параметр шероховатости 117
Параметры состояния термодинамической системы 19
Переохлаждение воды 155
Плотность вероятности рассеяния 219
— кристалла льда 15
Плотностная стратификация морской воды 44
Подводный звуковой канал 275
Показатель вертикального ослабления 238
— ослабления излучения 217
— поглощения излучения 217
— преломления излучения 222
— рассеяния излучения 217
— в данном направлении 217, 219
— — — — — полный 223
Ползучесть льда 172
Поляризация излучения 190—192
— дипольно-релаксационная 190, 191
— ионная 191, 192
— электронная 190, 191
— света в море 244
Постоянная Больцмана 191
— Кармана 89
— магнитная 195
— электрическая 190
Потенциал скорости 254
Потенциальная температура 42
Поток излучения 109, 217
— примеси 56, 78, 116
— энтропии 63
Полуэмпирические теории турбулентности 87—91
Правила осреднения 74
— Фурье 80
Прочность морского льда 173
Пульсация 74
Путь смещения 88, 89, 142

Р

Радиационный баланс океана 115
Разрушение морского льда 173
Рассеяние света морской водой 228
— — — — — взвешенными частицами 228
— — — — — молекулярное 228
Рассол 157, 159, 161
Реверберация 282

Релаксация льда 173
Рефракция звука 272
— отрицательная 273

С

Световое поле 216
— — в океане (характеристики) 231
Скин-эффект 207, 208
Сила Лоренца 198
— света 218
Силы объемные 49
— поверхностные 49, 50
Скорость колебательная 249
— звука 249
Слои звукорассеивающие 281
Случайное поле 79
— — векторное 79—81
— — изотропное 81
— — локально-изотропное 82
— — скалярное 79—81
Соленость морского льда 159, 163
Солнечная постоянная 113
Сопrotivление среды удельное акустическое 257
Спектральная плотность энергии турбулентности 73, 80, 84—86
— — яркости безоблачного неба 112, 113
Сплоченность морского льда 181
Стандарты Ерлова 237
Статистические характеристики турбулентности 79—82, 84—87
Степень поляризации 232
Структура воды 14
— водяного пара 11
— льда 11

Т

Температура замерзания морской воды 40
— морского льда 178
Тензор единичный 76, 81
— корреляционный 79—81
— напряжений молекулярных 54
— напряжений турбулентных (рейнольдсовых) 77, 91
— спектральный 80
— структурный 81
Теория молекулярных орбиталей 9
— поглощения и рассеяния излучения 221
Тепловая трансформация воды нестационарная 124—129, 134
— — — — — стационарная 147—152
Теплоемкость воды 16, 34—36
— — — — — релаксационная 16

Теплопроводность морской воды молекулярная 37
 — — — турбулентная 37
 — морского льда 167
 Теплота плавления морского льда 165
 Термодинамическая система 19
 Термодинамический процесс необратимый 33
 — — — обратимый 33
 Толщина морского льда предельная 176, 177
 Трансформация солености воды нестационарная 132
 — — — стационарная 153
 Турбулентность анизотропная 82, 92
 — замороженная 86
 — крупномасштабная 72, 73
 — локально-изотропная 82
 — мелкомасштабная 72, 73
 — среднемасштабная 72, 73
 Турбулентный теплообмен 117
 — поток примеси 78, 87, 91, 117
 — — тепла 78, 87, 88, 91, 117

У

Угловая плотность потоков излучения 218
 Угол рассеяния 218
 Удельная теплота испарения воды 38
 — — — плавления льда 39
 — — — сублимации пара 39
 Удельный вес морской воды 27
 Уравнение баланса солей акватории 123
 — — — на поверхности океана 123
 — — — слоя океана 122
 — — — энергии турбулентности 95, 97, 139
 — движения 55
 — — в приближении Буссинеска 66, 67
 — диффузии солей 57, 121
 — изменения внутренней энергии 61
 — — кинетической энергии 58, 94
 — — механической энергии 60
 — — потенциальной энергии 58
 — Клаузиуса—Клапейрона 28
 — Максвелла 195—197, 206
 — неразрывности (сохранения массы) 56
 — состояния морской воды 23—28
 — теплового баланса акватории 108
 — — — поверхности океана 109, 110
 — — — слоя океана 108
 — теплопроводности (термодинамической) 64
 — — морского льда 175

Уравнения турбулентного движения (Рейнольдса) 75, 76, 94
 — — турбулентной диффузии 78
 — — теплопроводности 77
 Уровень интенсивности звука 263

Ф

Фактор фокусировки 276
 Флюктуации подводной облученности 239
 Формула смещения 134
 Фотосинтетически активная радиация 239
 Функция Массье 30
 — статистическая 79—84
 — корреляционная 79, 80
 — поперечная корреляционная 81
 — продольная корреляционная 81
 — спектральная 80, 84
 — структурная 81, 84

Х

Характерный масштаб вихрей 72, 73
 — — — временной 73
 — — — пространственный 72, 73
 Химический потенциал морской воды 32

Ц

Цвет моря 245
 Центры кристаллизации 154

Ч

Частота Вайсяля—Брента 45
 Число Гартмана 213
 — Маха 260
 — Прандтля турбулентное 93
 — Рейнольдса критическое 69
 — — — локальное 71
 — Ричардсона динамическое 97, 98, 119
 — — критическое 98, 99
 — — локальное 71
 — Шмидта турбулентное 93
 Чистота цвета 246

Э

Эвтектическая температура 160
 Электрический потенциал 196, 214, 215

Электрический естественный ток в океане 196, 209—215

— теллурический 196, 205—209

Электропроводность морской воды 193—195

Эллипсоид вращения 91

Энергия внутреннего 20, 61

— кинетическая 58

— молекулы воды 10

— неустойчивости 47

— потенциальная 57

— среднего движения 94

— турбулентная 94

Энтальпия 35

Энтропия 23, 28—34

Эффективная теплоемкость морского льда 164

Эффективное излучение океана 116

Я

Яркость излучения 218, 231, 232

— полная моря 247

— светового поля в море 241

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
1. Задачи курса и метод исследования	—
2. Связь физики океана с другими науками	6
3. Строение воды как физического тела	8
4. Свойства воды в различных фазах, вытекающие из особенностей строения ее молекулы	15
Глава 1. Основы термодинамики океана	19
1.1. Основные определения термодинамики	—
1.2. Уравнение состояния морской воды	23
1.3. Энтропия морской воды	28
1.4. Теплофизические характеристики морской воды	34
1.5. Адиабатический процесс	41
1.6. Условия вертикальной устойчивости океана	43
Глава 2. Основные законы изменения и сохранения термодинамических параметров	49
2.1. Общее уравнение движения морской воды	—
2.2. Уравнения сохранения массы морской воды и диффузии солей	55
2.3. Механическая и внутренняя энергия термодинамической системы	57
2.4. Уравнения изменения энтропии и теплопроводности	62
2.5. Приближения Буссинеска	65
Глава 3. Турбулентность и турбулентный обмен в океане	69
3.1. Основные критерии, механизмы и масштабы турбулентности в океане	—
3.2. Осреднение уравнений гидротермодинамики для турбулентного океана	74
3.3. Статистические характеристики и основные закономерности турбулентности в океане	79
3.4. Полуэмпирические теории турбулентности и коэффициенты турбулентного обмена	87
3.5. Баланс турбулентной энергии в океане	94

Глава 4. Термохалинные процессы	100
4.1. Уравнение турбулентной теплопроводности	—
4.2. Уравнение теплового баланса	107
4.3. Закономерности теплообмена океана с атмосферой . . .	111
4.4. Уравнения переноса и баланса солей	121
4.5. Влияние метеорологических факторов на температуру и солёность деятельного слоя океана	124
4.6. Влияние турбулентного перемешивания на распростра- нение тепла и солей	133
4.7. Деятельный слой океана и его структура	137
4.8. Изменение температуры и солёности морских течений	146
 Глава 5. Физические свойства морского льда	 154
5.1. Образование и рост кристаллов льда	—
5.2. Фазовый состав морского льда	158
5.3. Теплофизические характеристики морского льда	163
5.4. Механические свойства морского льда	170
5.5. Нарастание и таяние ледяного покрова	175
5.6. Поведение льда под нагрузкой	182
 Глава 6. Электромагнитные явления в океане	 189
6.1. Макроскопические электромагнитные свойства морской воды	—
6.2. Электромагнитные поля в океане и их классификация	195
6.3. Структура главного геомагнитного поля	199
6.4. Переменное магнитное поле	203
6.5. Теория теллурических токов в океане	205
6.6. Теория естественных электрических токов в океане . . .	209
 Глава 7. Оптика океана	 216
7.1. Характеристики, используемые для описания оптических свойств морской воды	—
7.2. Оптические свойства чистой воды	221
7.3. Поглощение света морской водой	224
7.4. Рассеяние света морской водой	228
7.5. Характеристики, используемые для описания светового поля в океане	231
7.6. Прохождение света через поверхность моря	234
7.7. Подводная облученность	237
7.8. Яркость светового поля в море	241
7.9. Цвет моря	245
	293

Глава 8. Акустика океана	249
8.1. Акустические волны и связь их параметров с характеристиками упругих сред	—
8.2. Волновое уравнение	252
8.3. Типы акустических волн	255
8.4. Энергетические характеристики акустических волн	260
8.5. Отражение и преломление акустических волн	263
8.6. Скорость звука в океане	266
8.7. Поглощение акустических волн в море	269
8.8. Лучевая теория распространения звука в слоисто-неоднородных средах	271
8.9. Волноводное распространение звука	278
8.10. Рассеяние акустических волн в морской среде. Морская реверберация	281
8.11. Морские шумы	284
Предметный указатель	287

**Виталий Васильевич Богородский, Анатолий Васильевич Гусев,
Юрий Петрович Доронин, Лилия Николаевна Кузнецова,
Кусиэль Соломонович Шифрин**

Физика океана

**Редактор З. И. Мироненко. Художник В. В. Бабаиов. Худож. редактор Б. А. Денисовский
Техн. редактор М. И. Брайнина. Корректоры Т. В. Алексеева. Е. И. Бородина**

ИБ № 742

**Сдано в набор 09.12.77. Подписано в печать 22.03.78. М-09370. Формат 60×90¹/₁₆. Бум.
тип. № 1. Лит. гарн. Высокая печать. Печ. л. 18,5. Уч.-изд. л. 19,21. Тираж 4000 экз.**

Индекс ОЛ-4, Заказ № 499. Цена 1 руб.

Гидрометеиздат. 199053, Ленинград, 2-я линия, 23.

**Ленинградская типография № 8 Союзполиграфпрома при Государственном комитете
Советь Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
190000, Ленинград, Прачечный пер., 6.**

**В 1979 году
Гидрометеоиздат
готовит к выпуску
монографии по океанологии:**

Глаголева М. Г., Скриптунова Л. И.
Прогноз температуры воды в океане.
Ориентировочная цена 2 р.

Озмидов Р. В., Мокин А. С.
Мелкомасштабная океаническая турбулентность.
Ориентировочная цена 2 р. 60 к.

Ржонсницкий В. Б.
Приливные движения.
Ориентировочная цена 2 р. 60 к.

Рожков В. А.
Методы вероятностного анализа океанических
процессов.
Ориентировочная цена 2 р. 60 к.

Серавин Г. Н.
Измерение скорости звука в океане.
Ориентировочная цена 2 р.

**Заказы просим присылать в наш специа-
лизированный магазин: 197101, Ленинград,
Большой пр., д. 57, магазин № 15 Лен-
кини.**