06
Т 78

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ Р С Ф С Р

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ТРУДЫ

ВЫПУСК 27

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ АТМОСФЕРЫ

221747

Под редакцией
проф. д-ра физ.-мат. наук
Д. Л. Лайхтмана

БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института

ЛЕНИНГРАД
—1968—

УДК 551.51.

Одобрено Ученым советом Ленинградского гидрометеорологического института

АННОТАЦИЯ

В сборник включены работы по режиму турбулентности в пограничном слое атмосферы, по методам расчета лучистых и турбулентных потоков тепла в атмосфере.

В ряде статей приводятся результаты исследований процесса турбулентной диффузии и учета особенностей турбулентности при проектировании промышленных предприятий.

Э. Л. Подольская, Ван Юань

РАЗРАБОТКА ПРИБЛИЖЕННОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ДЛИННОВОЛНОВОГО ЛУЧИСТОГО ПРИТОКА ТЕПЛА В АТМОСФЕРЕ

Предлагается простой приближенный аналитический метод расчета длинноволнового лучистого притока тепла в атмосфере. Проводится сравнение результатов расчетов данным методом и методами других авторов для различных стратификаций атмосферы.

Разработка надежного и в то же время достаточно простого метода расчета лучистого притока тепла является одной из наиболее важных и в то же время наиболее трудных задач. Существующие в настоящее время аналитические [5, 6, 7, 8] и графические [2, 10] методы расчета либо чрезвычайно громоздки, либо недостаточно точны. Подробный обзор и критический анализ этих методов содержится в работе Ф. Н. Шехтер [5].

В настоящей работе предпринята попытка проанализировать с самых общих позиций основную причину трудностей, возникающих при расчете лучистого притока тепла, и на основе этого анализа разработать метод расчета, наиболее простой и, главное, требующий минимальной информации относительно профилей температуры и влажности.

Запишем исходные выражения для расчета лучистого притока тепла в нескольких возможных формах

$$\frac{dF}{dm} = -E(T_s)\frac{dD(m)}{dm} - 2E(m)\lim_{u \to m}\frac{dD(|m-u|)}{d(|m-u|)} - \int_0^M E(u)\frac{d^2D(|m-u|)}{d(|m-u|)^2}du, \tag{1}$$

$$\frac{dF}{dm} = -E(M)\frac{dD(M-m)}{d(M-m)} - \int_0^m \frac{dD(m-u)}{d(m-u)}\frac{dE}{du}du + \int_m^M \frac{dD(u-m)}{d(u-m)}\frac{dE}{du}du, \tag{2}$$

$$\frac{dF}{dm} = -E(M)\frac{dD(M-m)}{d(M-m)} - D(m)\frac{dE}{du}\bigg|_{u=0} - D(M-m)\frac{dE}{du}\bigg|_{u=M} - \int_0^M D(|m-u|)\frac{d^2E}{du^2}du. \tag{3}$$

Выражения (1), (2) и (3) могут быть легко получены одно из другого путем интегрирования по частям.

Здесь F — результирующий интегральный поток радиации, равный разности восходящего и нисходящего потоков; m, M и u — эффективные массы рассматриваемого поглощающего вещества (например, водяного пара) в столбе атмосферы от земной поверхности до уровня расчета, до верхней границы атмосферы и до некоторого переменного уровня соответственно; E — интегральный поток излучения черного тела при температуре, соответствующей рассматриваемому уровню; T_3 — температура земной поверхности; D—интегральная диффузная функция пропускания.

Трудности численных или графических расчетов притока тепла вызываются свойствами функции пропускания. При малых массах эта функция очень быстро возрастает с уменьшением массы, а при больших, наоборот, меняется очень медленно. Для производных функции пропускания указанные особенности выражены еще более резко, причем при стремлении поглощающей массы к нулю первая производная достигает очень больших значений, а вторая—возрастает неограниченно.

В работе [4] показано, что в том случае, если бы функция пропускания или ее вторая производная обладали свойствами δ-функции, (т. е. убывали с увеличением массы очень быстро, практически до нуля), то можно было бы получить простые дифференциальные выражения для расчета потока тепла. При этом в первом случае получилась бы известная формула Брента [1], а во втором — приближение Мэлуркара и Рамдаса [9]. Однако первая производная не обладает свойствами δ-функции. Она действительно очень быстро убывает при малых массах, но затем меняется весьма медленно и сохраняет достаточно большие значения во всем диапазоне изменения поглощающих масс в реальной атмосфере. Что касается второй производной, то она как будто бы обладает свойствами δ-функции, однако, несмотря на это, приближение Мэлуркара и Рамдаса также неприменимо. Действительно, если предположить, что $\dfrac{d^2D(|m-u|)}{d(|m-u|)^2} \to 0$ при $|m-u| \geqslant \varepsilon$, где ε величина, настолько малая, что в пределах $m-\varepsilon \leqslant u \leqslant m+\varepsilon$ можно считать $E(u) = \text{const} = E(m)$, вместо формулы (1) получим

$$\frac{dF}{dm} = -E(T_3)\frac{dD(m)}{dm} - 2E(m)\lim_{u \to m}\frac{dD(|m-u|)}{d(|m-u|)} + 2E(m)\lim_{u \to m}\frac{dD(|m-u|)}{d(|m-u|)} - 2E(m)\frac{dD(\varepsilon)}{d\varepsilon}. \quad (4)$$

Как видно из формулы (4), главная часть интеграла взаимно уничтожается с предыдущим членом, причем оба эти члена очень велики. Остающиеся же члены весьма малы и имеют тот же порядок, что и отброшенные части интеграла при $|m-u| > \varepsilon$. Поэтому выражение (4) и получающуюся из него в результате дифференцирования по m формулу Мэлуркара и Рамдаса нельзя считать достоверными. Если провести в формуле (1) дальнейшие интегрирования по частям с целью получения в качестве подинтегральных ядер более высоких четных производных от функции пропускания, то каждый раз в уравнении будут появляться подобные же члены, взаимно уничтожающиеся с главными частями соответствующих интегралов.

Таким образом, поток и приток тепла на данном уровне являются величинами существенно интегральными и зависят не только от тем-

пературы или ее градиента вблизи от точки расчета, но и от всей стратификации атмосферы.

Однако и расчет интегралов, входящих в формулы (1)—(3), численными или графическими методами чрезвычайно усложняется упомянутыми особенностями изменения функции пропускания. Действительно, в случае графического вычисления площади под стратификационными кривыми представляются в виде узких и длинных полос, вытянутых вдоль координатных осей, причем эти площади к тому же входят в выражение для притока тепла с разными знаками, так что никаким изменением масштабов нельзя избавиться от значительных ошибок. В случае применения численных методов расчета приходится варьировать шаг интегрирования и разбивать атмосферу на слишком большое число слоев для получения удовлетворительной точности. При этом необходимо отметить, что производные как от функции пропускания, так и от излучения черного тела (т. е. температуры) не могут быть заданы с достаточной точностью.

В связи с вышеизложенным возникает следующий вопрос: нельзя ли, исходя из анализа свойств функции пропускания, выбрать оптимальную формулу для численного интегрирования, причем разбить интеграл на минимальное заранее выбранное число интервалов, не зависящих от конкретной стратификации? Оказывается, можно.

При больших поглощающих массах удобно воспользоваться формулой (2), причем аппроксимировать функцию пропускания ломаной линией и разбить интеграл на соответствующие интервалы. В пределах каждого такого интервала производная от функции пропускания выносится за знак интеграла как постоянная, а интеграл равен просто разности излучений черного тела на границах интервала. При малых массах, т. е. вблизи от уровня расчета, такая процедура неприменима. Здесь следует представить функцию пропускания в виде суммы двух компонент — линейно возрастающей и δ-образной функции, резко возрастающей при $(|m-u|) \to 0$ и обращающейся в нуль на границах интервала. Интеграл от линейно возрастающей компоненты берется так же, как и предыдущие, а второй интеграл следует путем интегрирования по частям привести к виду, аналогичному (3). При этом, поскольку интервал интегрирования достаточно мал, вторую производную от излучения черного тела можно считать приближенно постоянной и вынести за знак интеграла. Интеграл же от функции пропускания в указанных пределах так же, как и производные от функции пропускания, зависят только от величин поглощающей массы и не зависят от температурной стратификации атмосферы. Поэтому их можно вычислить раз и навсегда для заданной функции пропускания в соответствии с проведенной аппроксимацией. При этом интервалы интегрирования оказываются строго фиксированными и их выбор определяется вомозжностью представить известную функцию пропускания в виде суммы δ-функции и кусочно-линейной функции при минимальном числе интервалов.

Указанная аппроксимация была проведена для двух функций пропускания — функции пропускания Шехтер [5] и функции пропускания Нийлиск [3]. В результате были получены следующие выражения.

Для функции пропускания Шехтер

При $0 \leqslant m \leqslant 0{,}05$

$$D(m) = 0{,}436e^{-26{,}7m^{0{,}66}} + 0{,}564 - 1{,}5m.$$

При $0{,}05 \leqslant m \leqslant 0{,}10$

$$D(m) = 0{,}564 - 1{,}5m.$$

$$
\begin{aligned}
&\text{При } 0{,}10 \leqslant m \leqslant 0{,}25\\
&D(m) = 0{,}414 - 0{,}520\,(m - 0{,}10).\\
&\text{При } 0{,}25 \leqslant m \leqslant 0{,}60\\
&D(m) = 0{,}336 - 0{,}186\,(m - 0{,}25).\\
&\text{При } 0{,}60 \leqslant m \leqslant 1{,}60\\
&D(m) = 0{,}271 - 0{,}080\,(m - 0{,}60)\\
&\text{При } 1{,}60 \leqslant m \leqslant 5{,}0\\
&D(m) = 0{,}191 - 0{,}0316\,(m - 1{,}60).
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Для функции пропускания Нийлиск

$$
\begin{aligned}
&\text{При } 0 \leqslant m \leqslant 0{,}316\\
&D(m) = 0{,}492e^{-16{,}5m^{0{,}5}} + 0{,}658\,(1 - m).\\
&\text{При } 0{,}316 \leqslant m \leqslant 0{,}795\\
&D(m) = 0{,}444 - 0{,}250\,(m - 0{,}316).\\
&\text{При } 0{,}795 \leqslant m \leqslant 1{,}995\\
&D(m) = 0{,}321 - 0{,}106\,(m - 0{,}795).\\
&\text{При } 1{,}995 \leqslant m \leqslant 5{,}0\\
&D(m) = 0{,}193 - 0{,}0346\,(m - 1{,}995).
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

Соответственно расчетные формулы для вычисления лучистого притока тепла на заданном уровне имеют вид.
Для функции пропускания Шехтер

$$
\begin{aligned}
\frac{dF}{dm} = -E(M)\frac{dD(M-m)}{d(M-m)} - 0{,}0076\frac{d^2E(m)}{dm^2} + 3{,}00E(m) -\\
- 0{,}980\,[E(m+0{,}10) + E(m-0{,}10)] - 0{,}334\,[E(m+0{,}25) +\\
+ E(m-0{,}25)] - 0{,}106\,[E(m+0{,}60) + E(m-0{,}60)] -\\
- 0{,}0484\,[E(m+1{,}60) + E(m-1{,}60)] + 0{,}0316\,[E(M) + E(0)].
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

Для функции пропускания Нийлиск

$$
\begin{aligned}
\frac{dF}{dm} = -E(M)\frac{dD(M-m)}{d(M-m)} - 0{,}051\frac{d^2E(m)}{dm^2} + 1{,}316\,E(m) -\\
- 0{,}408\,[E(m+0{,}316) + E(m-0{,}316)] - 0{,}144\,[E(m+0{,}795) +\\
+ E(m-0{,}795)] - 0{,}0719\,[E(m+1{,}995) + E(m-1{,}995)] +\\
+ 0{,}0346\,[E(M) + E(0)].
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

При использовании формул (7) и (8) необходимо иметь в виду следующее обстоятельство. Интегрирование должно распространяться на всю атмосферу, но не выходить за ее пределы. Поэтому надо следить, чтобы аргументы вида $m+\Delta$ не были больше M, а аргументы вида $m-\Delta$ были положительны. Первые из членов, для которых нарушаются эти условия, следует заменить величинами $E(M)$ и $E(0)$, соответственно, а все последующие отбросить.

Если расчет производится для уровня земной поверхности, то все члены вида $E(m-\Delta)$ следует отбросить, а члены, содержащие $\frac{d^2E(m)}{dm^2}$, разделить пополам.*)

Далее необходимо остановиться еще на одном вопросе. Функция пропускания Шехтер получена с учетом совместного поглощения радиации водяным паром и углекислым газом. Однако при расчете этой функции использовано соотношение между средними содержаниями водяного пара и углекислого газа в атмосфере, так что в итоге функция пропускания зависит только от одного параметра — эффективной массы водяного пара. Функция пропускания Нийлиск определяется в зависимости от трех параметров: приведенных масс водяного пара, углекислого газа и озона. Формулы (6) и (8) предусматривают использование только одного входного параметра. Совместный учет водяного пара и углекислого газа может быть осуществлен следующим образом. Воспользовавшись таблицей функции пропускания для водяного пара и углекислого газа (табл. 2 работы [3]), каждому заданному сочетанию масс водяного пара и углекислого газа можно сопоставить эквивалентную массу водяного пара, при которой функция пропускания для водяного пара (при минимальном содержании углекислого газа) равна функции пропускания для заданной совокупности обеих поглощающих субстанций. В результате такого сопоставления получена таблица эквивалентных масс водяного пара, входами в которую являются приведенные массы водяного пара и углекислого газа, вычисляемые, как обычно (см. табл. 1). Эти эквивалентные массы однозначно определяют функцию пропускания для любой заданной совокупности масс углекислого газа и водяного пара. Что касается озона, то его можно не учитывать, поскольку предлагаемый метод пригоден только для тропосферы, где содержание озона ничтожно. Однако для того, чтобы получить полную интегральную функцию пропускания, к функции пропускания для водяного пара и углекислого газа необходимо прибавить функцию пропускания для водяного пара при минимальном содержании озона ($m_{O_3} = 10^{-4}$), согласно табл. 3 работы [3]. Это обстоятельство было учтено при аппроксимации функции пропускания (6) и выводе расчетной формулы (8).

Таким образом, эквивалентная масса водяного пара, определенная по табл. 1, дает возможность найти функцию пропускания при любых заданных массах водяного пара и углекислого газа. Но для расчетов по формуле (8) нужно знать не эквивалентную массу на некоторой заданной высоте, где имеются данные зондирования, а напротив, значения $E(m)$, т. е. температуры на уровне расчета и на фиксированных интервалах (по эквивалентной массе) от этого уровня. Решение такой обратной задачи с использованием двух параметров, входящих в табл. 1, оказывается затруднительным. Наиболее простым способом расчета в этом случае (как впрочем, и для функции пропускания Шехтер, где с самого начала имеется лишь один входной параметр) оказался графический. Для данной конкретной стратификации строится кривая зависимости излучения черного тела от экивалентной массы (или просто приведенной массы водяного пара в случае функции Шехтер). Затем

*) Вообще говоря, формулы (7) и (8) неприменимы при $0 \leqslant m \leqslant 0{,}05$ и $M-m \leqslant 0{,}05$, поскольку в этом случае интегралы от экспоненциального члена в функциях пропускания будут меньше вышеприведенных значений 0,0076 и 0,0051, получающихся при интервале интегрирования от $m-0{,}05$ до $m+0{,}05$. Однако, как это будет показано ниже, вблизи от границ атмосферы данный метод не может дать хороших результатов вследствие ряда других причин, помимо указанной.

на этой кривой определяется точка, соответствующая заданному уровню расчета, и снимаются значения $E(m)$ в данной точке и на заданных расстояниях (по массе) вверх и вниз от нее.

Для оценки точности предложенного метода профили радиационных изменений температуры, рассчитанные с его помощью для некоторых типичных стратификаций атмосферы, сравнивались с результатами расчетов точным методом Шехтер [5] и методом конечных разностей по профилю потока радиации. Расчеты проводились для функции пропускания Шехтер. Результаты расчетов для средних условий приводятся

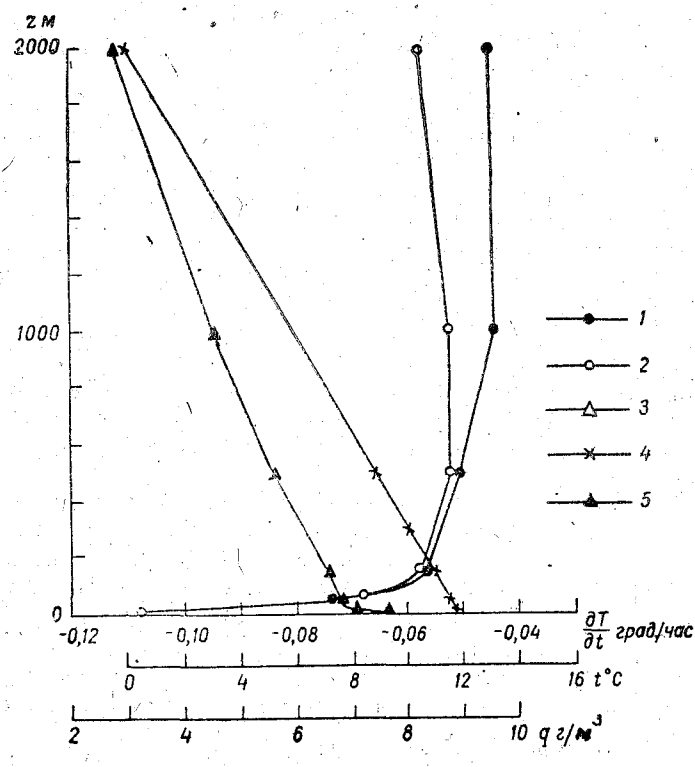


Рис. 1. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.
1 — настоящий метод, *2* — метод конечных разностей, *3* — метод Шехтер *4* — температура, *5* — удельная влажность (для рис. 1—7).

на рис. 1, 2, для инверсионных условий на рис. 3—5 и для сверхадиабатических стратификаций на рис. 6, 7. Как видно из рисунков, для свободной атмосферы согласование получается весьма приличным, особенно при нормальных и инверсионных условиях. В приземном слое в некоторых случаях (в частности, при сверхадиабатических условиях) расхождения весьма велики. При этом следует подчеркнуть, что для приземного слоя, строго говоря, достоверным можно считать только метод Шехтер, метод же конечных разностей здесь тоже приводит к большим ошибкам.

Необходимо отметить еще одно обстоятельство. В том случае, когда профили температуры и влажности вблизи от земной поверхности заданы недостаточно детально, более точный метод Шехтер, для которого

необходимо знание подробных профилей, не дает выигрыша по сравнению с предложенным приближенным методом. Так, для средних климатических данных Дж. Лондона [11], где зондирование начинается с высоты 1 *км*, радиационное выхолаживание на разных широтах у земной поверхности, рассчитанное приближенным методом, оказывается на 20—50% меньше, чем рассчитанное методом Шехтер. Результаты аналогич-

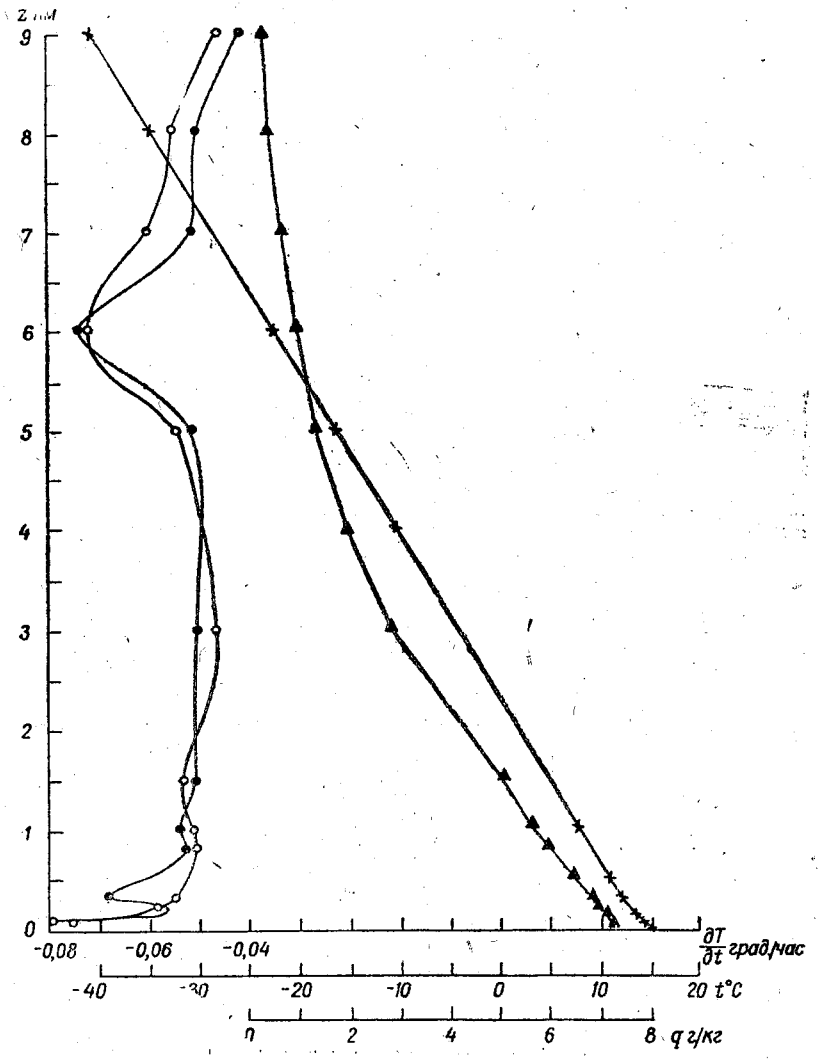


Рис. 2. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.

ных расчетов при наличии детальных профилей температуры и влажности отличаются от точных в 2—4 раза и более при сверхадиабатических условиях и сильных инверсиях.

На рис. 8 приводятся радиационные изменения температуры, рассчитанные настоящим методом, методом Брукса, а также по номограммам Эльзассера и Ямамото для профилей температуры и влажности на широте 0—10° по данным Дж. Лондона. Здесь расхождение между резуль-

татами различных авторов оказывается значительно больше, что и понятно, так как использовались не только различные методы расчета, но и различные функции пропускания. Очень интересным является следующий факт. Профили радиационных изменений температуры, полученные методом Брукса и по номограммам Эльзассера и Ямамото, оказываются гораздо более гладкими, чем рассчитанные настоящим методом. В том случае, когда приток рассчитывался методом конечных разностей (но-

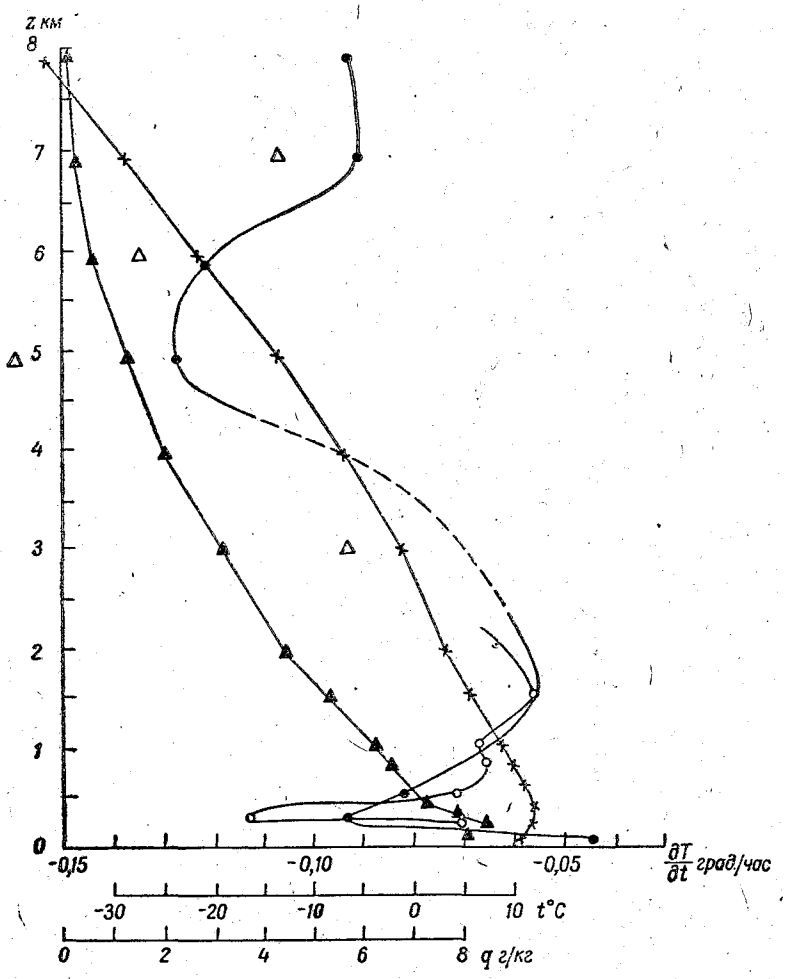


Рис. 3. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.

мограмма Эльзассера, номограмма Ямамото для потока) это вполне понятно, так как этот метод дает средний приток тепла к слою. В частности, профили, полученные Ямамото при одной и той же функции пропускания по номограмме для потоков и по специальной номограмме для расчета притоков, отчетливо демонстрируют это обстоятельство. Бо́льшую плавность кривых, полученных методом Брукса и по номограмме Ямамото для притока, объяснить труднее. Вряд ли это может быть вызвано различием функций пропускания, поскольку у Брукса

и Ямамото также используются разные функции пропускания. Этот вопрос требует дальнейшего исследования, однако авторам данной работы представляется более правдоподобным наличие резких колебаний притока тепла с высотой, сглаживаемых в результате осреднения при расчетах другими методами.

Таким образом, предложенный приближенный метод при минимальной трудоемкости обеспечивает вполне удовлетворительную точность

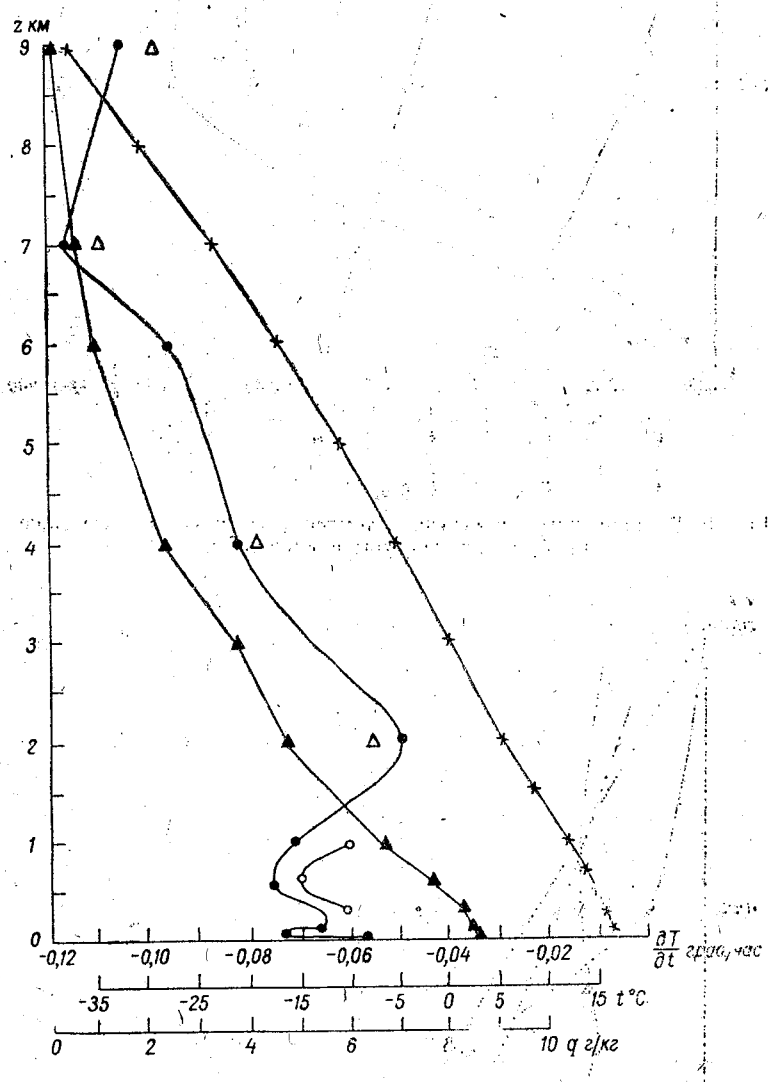


Рис. 4. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.

в случае нормальной стратификации на всех уровнях от земной поверхности до высот 5—8 *км*, а в случае адиабатических и инверсионных условий от 300—500 *м* до 5—8 *км*. Этим методом целесообразно пользоваться и в том случае, если данные зондирования имеются начиная с 500 *м* и выше, поскольку отсутствие данных в нижних слоях все равно не позволяет рассчитать радиационные притоки более точно.

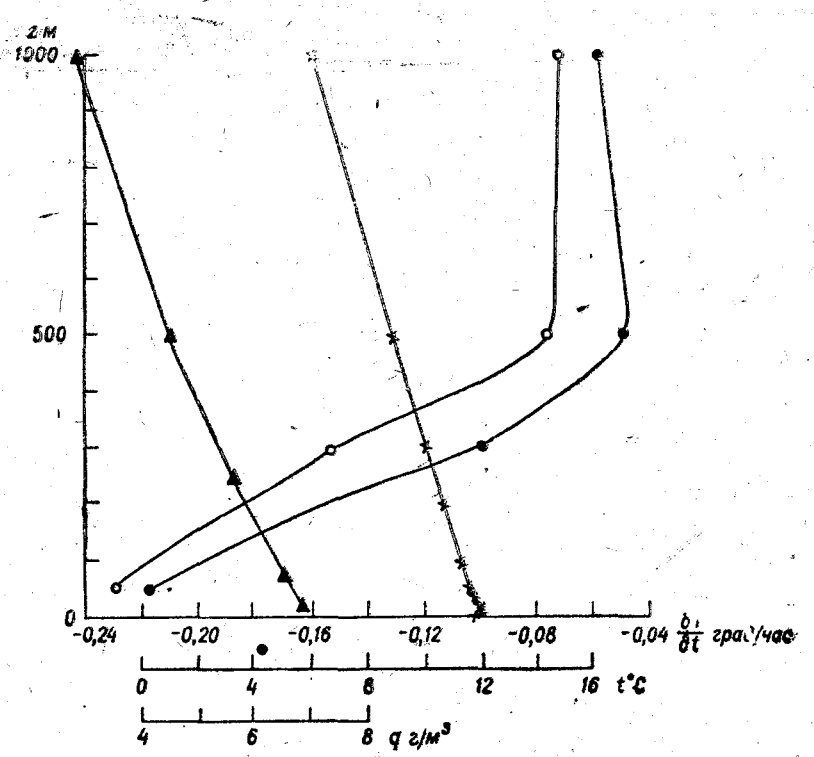


Рис. 5. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.

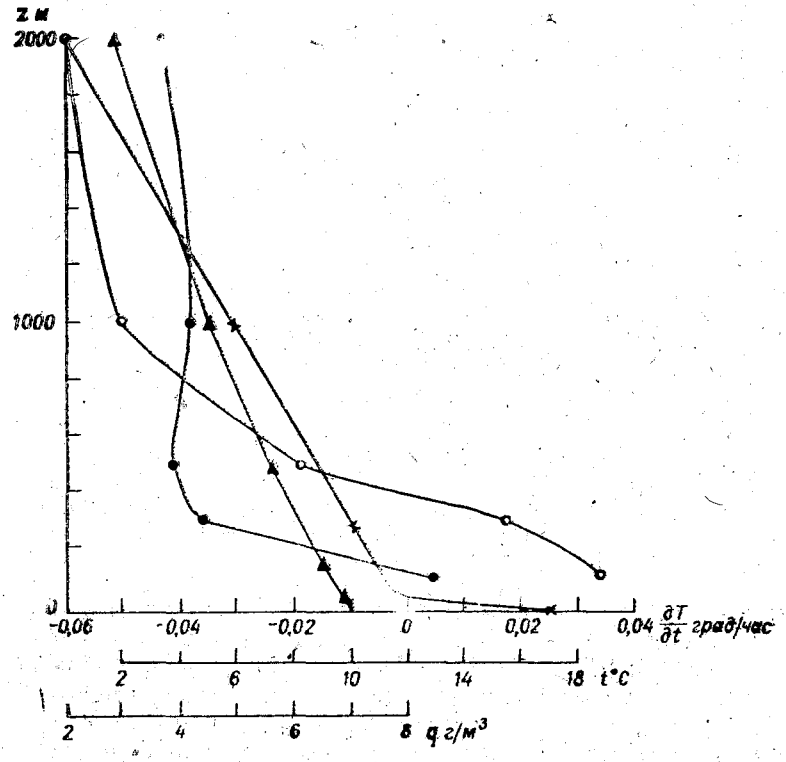


Рис. 6. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.

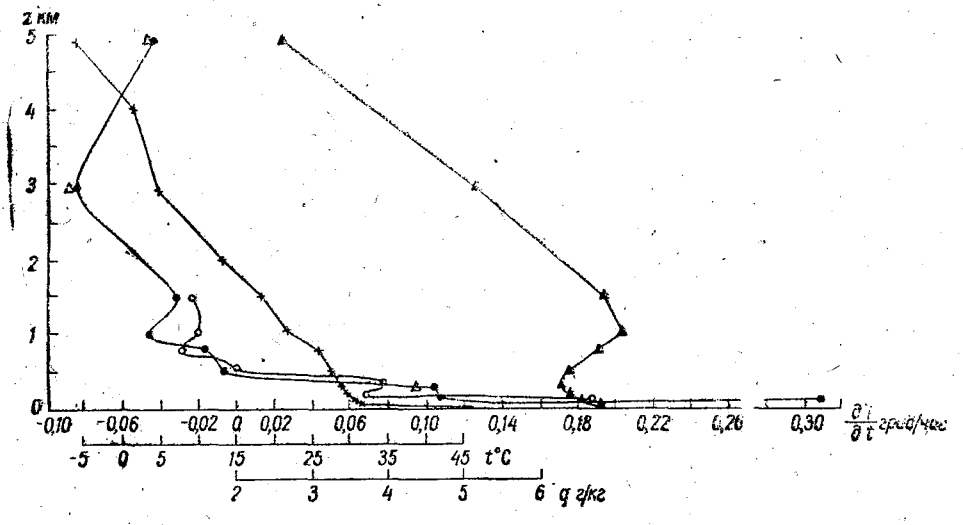


Рис. 7. Радиационные изменения температуры и соответствующие профили температуры и влажности.

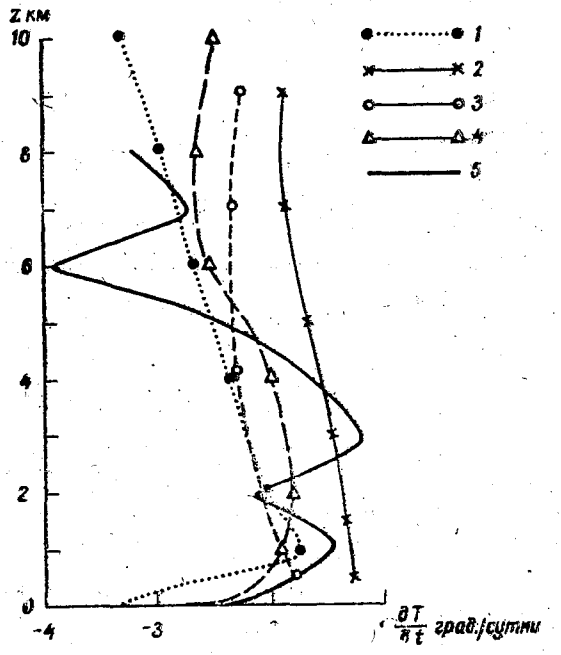


Рис. 8. Сравнение радиационных изменений температуры, рассчитанных различными методами.

1 — метод Брукса, *2* — номограмма Эльзассера, *3* — номограмма Ямамото для потоков, *4* — номограмма Ямамото для притоков, *5* — настоящий метод.

Большие погрешности метода вблизи от земной поверхности объясняются тем, что при больших и резко меняющихся градиентах температуры вторую производную от излучения черного тела по массе нельзя считать постоянной даже в очень малых интервалах масс. Кроме того, указанная вторая производная сама по себе может быть определена по стратификационной кривой лишь с большой погрешностью, поэтому в том случае, если соответствующий член вносит заметный вклад в приток тепла, это приводит к большим ошибкам. По-видимому, вблизи от земной поверхности удовлетворительными могут считаться только два метода: Фанка [8] и Шехтер [5], требующие трудоемких вычислений.

Что касается уровней выше 5—8 *км*, точнее тех уровней, для которых $M-m<0{,}03-0{,}05$ *г/см*^{2}, то здесь ни один из рассмотренных методов не может дать достоверных результатов, как это сразу видно из формул (2) и (3), применяемых для расчета в различных методах.

Действительно, при малых значениях $M-m$ производная от функции пропускания по массе быстро возрастает до очень больших значений, поэтому величина притока тепла в значительной мере определяется величиной $E(M)$. Эта же последняя практически является неопределенной, поскольку с увеличением высоты масса водяного пара почти не меняется, тогда как температура может меняться весьма значительно. Еще более неопределенной при $m \to M$ становится производная от излучения по массе. Иными словами, невозможно определить точно верхнюю границу атмосферы, не говоря уже о том, что как профили температуры и влажности на больших высотах, так и производная от функции пропускания при малых массах могут быть определены лишь с большими погрешностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брент Д. Физическая и динамическая метеорология. Гидрометеоиздат, Л.—М., 1938.
2. Кондратьев К. Я., Якушевская К. Е. Новый способ расчета лучистого притока тепла. Ученые записки ЛГУ, № 210, сер. физ. наук, вып. 9, 1956.
3. Нийлиск Х. Ю. К вопросу о тепловом излучении атмосферы. Труды Всесоюзного научного метеорологического совещания, т. VI, Л., 1963.
4. Подольская Э. Л. К вопросу о дифференциальных уравнениях для интегрального потока радиации. Труды ГГО, вып. 150, 1964.
5. Шехтер Ф. Н. О методике определения лучистого притока тепла. Труды ГГО, вып. 127, 1962.
6. Brooks D. L. A tabular method for the computation of temperature change by infra-red radiation in the free atmosphere. Journ. of Meteorol., 7. № 5, 1950.
7. Bruinenberg A. A numerical method for the calculation of temperature changes by radiation in the free atmosphere. Mededeelingen in Verhandelingen, Ser. B, deel I, № 1, 1946.
8. Funk J. P. Measured radiative flux divergence near the ground at night. Quart. Journ. Roy. Met. Soc., 86, № 369, 1960.
9. Goody R. M. Equation of transfer for the total flux of terrestrial radiation. Quart. Journ. Roy. Met. Soc., 79, № 340, 1953.
10. Yamamoto G., Onishi G. A chart for the calculation of radiative temperature changes. The Sci. Reports of the Tôhoku Univ., ser, 5, v. 4, № 3, 1953.
11. Yamamoto G. On a radiation chart, The Sci. Reports of the Tôhoku Univ., ser. 5, v. 4, № 1, 1952.

Ж. К. Золотова

ИСПАРЕНИЕ КАПЛИ В ПОЛЕ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

Рассматриваются вопросы, связанные с эволюцией облачности в поле радиации. Излагается теория испарения капли под действием излучения. Приводятся результаты расчетов, сделанных по этой теории с различными степенями приближения.

Оценивается эффект прямого прогревания облака на его испарение.

Выводится поправка на учет скачка концентрации и температуры на границе капли. Представлены результаты расчетов испарения капли с поправкой на скачок.

I. Введение

В настоящее время главным фактором, влияющим на качество предсказания погоды, является учет эволюции облачности. Решению этой задачи помогает физический анализ причин, вызывающих изменение облачности. Важные факторы этого изменения—солнечная радиация и тепловое излучение земли. Вопрос о взаимодействии облаков с полем радиации связан с целым рядом практических проблем. К ним относится задача о прогнозе рассеивания туманов над аэродромами после восхода солнца, о скорости испарения следов самолетов, об испарении осадков в процессе их выпадения и многие другие [9, 2, 5].

В литературе, например, [4, 7], подробно обсуждался вопрос о влиянии облачности на радиацию. Здесь мы рассмотрим в некотором смысле обратную задачу — влияние радиации на облачность. Разумеется, и та, и другая задачи представляют в действительности две стороны одного и того же явления.

II. Качественная картина явления

Рассмотрим облако, на которое падают потоки радиации. Часть радиации отражается от облака, часть — попадает внутрь облака. Там она частично рассеивается, частично поглощается паром и облачными каплями. Капли, в свою очередь, являются источниками длинноволновой радиации.

Поглощая радиацию, капли нагреваются и испаряются. Если существует подток пара к облаку, компенсирующий расход влаги на испарение, оно находится в состоянии равновесия. Если подток недостаточен, водность облака уменьшается, и оно в конце-концов испарится. Если приток влаги к облаку больше потерь на испарение, облако растет. (Мы рассматриваем лишь радиационные причины, вызывающие изменение облачности. Уменьшение водности облака может происходить в результате многих других причин, как, например, выпадение осадков,

испарение капель за счет ветра, рассеивание облака воздушными потоками и др.).

Рассмотрим плоское облако в поле радиации. С точки зрения физической оптики, облака представляют собой пример мутной среды. Радиационные свойства таких сред существенно определяются рассеянием и поглощением радиации отдельными частицами, из которых среда состоит. Общие формулы, описывающие радиационные свойства облачных частиц, даны в работе [7]. Однако получение конкретных численных данных для облаков различных форм затруднено сложностью общих формул. В зависимости от размеров капель и водности внутри облака существует определенный радиационный режим.

Рассмотрим отдельный элемент облака. На него со всех сторон падает радиация. Эта радиация поглощается каплями и излучается в виде длинных волн. Наша задача — изучить физику взаимодействия радиации с облаком. Полная постановка задачи предполагает как изучение взаимодействия радиации с одной каплей, так и исследование переноса излучения во всем облаке. Такая задача включает изучение, с одной стороны, изменения радиации под влиянием капель, а с другой стороны, изменения капель под влиянием радиации.

Процесс распространения лучистой энергии в облаках исследован в работе [4] на основе теории переноса излучения [8, 3]. Основное понятие этой теории — поле излучения, т. е. распределение по направлениям интенсивности излучения I_λ в каждой точке пространства. Полный поток энергии, равный суммарному количеству энергии, распространяющемуся через единичную площадку во всех направлениях за единицу времени, F_λ равен

$$F_\lambda = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} I_\lambda \sin\vartheta d\vartheta. \qquad (1)$$

Распространяясь в какой-либо среде, излучение взаимодействует с веществом, из которого среда состоит. Вещество может поглощать, рассеивать и испускать излучение.

Изменение лучистой энергии описывается уравнением переноса излучения в среде

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = \eta_\lambda + \frac{1}{4\pi}\tilde{\sigma}_\lambda \int I_\lambda \gamma_\lambda d\omega' - (\tilde{\alpha}_\lambda + \tilde{\sigma}_\lambda) I_\lambda, \qquad (2)$$

где η_λ — коэффициент излучения среды,

$\tilde{\sigma}_\lambda$ — коэффициент рассеяния среды,

$\tilde{\alpha}_\lambda$ — коэффициент ее поглощения,

γ_λ — индикатриса рассеяния среды.

В левой части уравнения стоит изменение энергии излучения, прошедшего путь dS. Два первых слагаемых правой части — вклад в интенсивность соответственно за счет собственного излучения среды и за счет рассеяния в данное направление излучения, распространяющегося в других направлениях. Третий член правой части выражает уменьшение потока за счет поглощения и рассеяния излучения средой.

Как мы видим, поле излучения определяется оптическими свойствами среды, в которой оно распространяется. Но оптические характеристики облачной среды существенно зависят от размеров частиц, которые, в свою очередь, изменяются под влиянием радиации. Таким обра-

зом, микроструктура облака определяет радиационный режим этого облака, но под влиянием радиации меняется сама микроструктура, что вызывает установление нового режима и т. д. Строго говоря, мы имеем здесь единую задачу. Ее можно решать последовательно, т. е., установив радиационный режим облака по его оптическим характериистикам в некий начальный момент, нужно найти изменение элементов облака за некоторый период времени под влиянием этого режима, а затем по новым элементам облака рассчитать новое поле излучения. Если бы процессы эволюции облачности были сравнимы по времени с изменением поля радиации, это была бы весьма трудная нестационарная задача. Но так как радиационное поле меняется на много порядков быстрее облачного, мы можем на каждый данный момент времени считать, что каждому состоянию облачного поля соответствует определенный стационарный радиационный режим.

В соответствии со сказанным выше, рассматриваемая нами задача сводится к исследованию процесса трансформации облачности в заданном поле радиации. Естественно начать исследование со взаимодействия одной капли с пучком радиации.

III. Кинетика испарения капли в поле радиации

Рассмотрим кинетику испарения капли, помещенной в радиационном поле [11]. Пусть интенсивность радиации $I=I(\lambda, \vartheta, \varphi)$, радиус капли a. Количество тепла q_1, которое в единицу времени поглощается каплей, будет

$$q_1 = \pi a^2 \int_0^{\infty} K_{\text{п}}(\rho)\, d\lambda \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} I(\lambda, \vartheta, \varphi) \sin\vartheta d\vartheta, \qquad (3)$$

где $K_{\text{п}}$ — коэффициент поглощения капли.

В случае параллельного потока радиации интенсивности I_0 (случай, который далее для простоты и рассмотрим)

$$q_1 = \pi a^2 \int_0^{\infty} I_0(\lambda)\, K_{\text{п}}(\rho)\, d\lambda \ \textit{кал/сек}. \qquad (4)$$

Количество тепла, которое капля отдает в окружающее пространство, будет

$$q_2 = q_2' + q_2'' + q_2'''. \qquad (5)$$

Здесь первое слагаемое — потеря тепла на теплопроводность, второе — потеря тепла испарением, третье — потеря тепла излучением. Если принять, что процессы теплопроводности и испарения описываются уравнением Максвелла, то

$$q_2' = 4\pi\varkappa a \Delta T, \qquad (6)$$

где $\varkappa$ — коэффициент молекулярной теплопроводности,

ΔT — разность температур капли и окружающей среды;

$$q_2'' = L 4\pi a D \Delta C, \qquad (7)$$

где L — скрытая теплота испарения,

D — коэффициент молекулярной диффузии,

ΔC — разница концентраций водяного пара над каплей и в окружающей среде.

БИБЛИОТЕКА Ленинградского Гидрометеорологического Института

Третья величина описывает радиационный обмен капли и окружающей среды. Она равна разности излучения капли, находящейся при температуре $T+\Delta T$,

$$4\pi a^2 \int_0^\infty K_\text{п} B(\lambda,\ T+\Delta T)\, d\lambda$$

и излучения, которое капля поглощает из среды,

$$4\pi a^2 \int_0^\infty K_\text{п} B(\lambda,\ T)\, d\lambda.$$

Так как в дальнейшем мы покажем, что разность эта незначительна по сравнению с остальными величинами, входящими в тепловой баланс капли, примем для простоты, что капля и окружающая ее среда излучают как черные тела. Тогда

$$4\pi a^2\sigma(T+\Delta T)^4 - 4\pi a^2\sigma T^4 = 4\pi a^2\sigma \cdot 4T^3\Delta T. \qquad (8)$$

Полагая, что концентрация насыщенных паров зависит от температуры по эмпирической формуле Магнуса

$$C(T) = \frac{C(T_0)}{1+\dfrac{\Delta T}{T_0}} \exp\left(\frac{a\Delta T}{b+\Delta T}\right), \qquad \Delta T = T - T_0, \qquad (9)$$

где a и b — эмпирические коэффициенты, получим

$$\Delta C = C\varepsilon\Delta T, \qquad (10)$$

где

$$\varepsilon = \frac{ab}{(b+\Delta T)^2} - \frac{1}{T_0+\Delta T}.$$

Подставляя (10) в (5) и приравнивая q_1 и q_2, найдем, что при равновесии тепла, поглощаемого каплей и отдаваемого ею в окружающее пространство, капля будет теплее окружающего пространства на ΔT.

$$\Delta T = a\,\frac{\int_0^\infty I_0(\lambda)\, K_\text{п}(\lambda,\ a)\, d\lambda}{4(\varkappa + LD\varepsilon C + 4a\sigma T^3)}. \qquad (11)$$

Сравним величины слагаемых, стоящих в знаменателе выражения (11):

$\varkappa = 566 \cdot 10^{-7}$ *кал/см · сек · град*, $L = 597$ *кал/г*, $D = 0{,}220$ *см²/сек*,

$C = 4{,}86 \cdot 10^{-6}$ *г/см³*, $\varepsilon = 6{,}92 \cdot 10^{-2}$ *град*$^{-1}$,

$\sigma = 1{,}375$ *кал/сек · см² · град*^{4}.

Таким образом, $LD\varepsilon C = 442 \cdot 10^{-7} \dfrac{кал}{см \cdot сек \cdot град}$; $4a\sigma T^3 = (1{,}12;\ 5{,}60;\ 11{,}2;\ 112) \cdot 10^{-7} \dfrac{кал}{см \cdot сек \cdot град}$ для $a = 10,\ 50,\ 100$ и 1000 *мк* соответственно.

Следовательно, даже для крупных дождевых капель теплоотдача излучения составляет не более 20% от потери на теплопроводность, и ею можно пренебречь.

Таким образом, стационарный перегрев капли равен

$$\Delta T = \frac{aq(a)}{4(\varkappa + LD\varepsilon C)}, \quad q(a) = \int_0^\infty I_0(\lambda) K_\text{п}(\lambda, a)\, d\lambda. \tag{12}$$

Перегрев капли вызовет ее испарение. Найдем изменение радиуса капли со временем τ

$$\sigma 4\pi a^2 \frac{da}{d\tau} = -4\pi D a \Delta C, \quad \text{(здесь } \sigma \text{ — плотность воды),}$$

но

$$\Delta C = C\varepsilon \Delta T,$$

тогда

$$\sigma 4\pi a^2 \frac{da}{d\tau} = -\frac{4\pi D a^2 \varepsilon C q(a)}{4(\varkappa + LD\varepsilon C)}.$$

Следовательно,

$$\frac{da}{d\tau} = -\eta q(a), \tag{13}$$

где

$$\eta = \frac{D\varepsilon C}{4\sigma(\varkappa + LD\varepsilon C)} = 1{,}85 \cdot 10^{-4}\ см^3/кал. \tag{14}$$

Отсюда

$$\int_{a_0}^{a_1} \frac{da}{q(a)} = -\eta\tau. \tag{15}$$

Чтобы получить явную зависимость радиуса капли от времени, нам необходимо знать функцию $q(a)$.

IV. Численные оценки

1. Первое приближение. Для вычисления $q(a)$ по (12) необходимо знать поперечник поглощения капель воды и задать распределение интенсивности облучающего пучка по λ.

Для упрощения расчетов мы обратились к приближенной формуле для $K_п$, предложенной в [12]

$$K_\text{п} = 1 - e^{-2a\alpha} = 1 - e^{-4\rho\kappa}, \tag{16}$$

где

$$\alpha = \frac{4\pi\kappa}{\lambda},$$

κ — коэффициент поглощения жидкой воды—рассчитан в работе [1].

Далее, мы приняли, что поток, облучающий каплю, совпадает с солнечным спектром на верхней границе атмосферы. Таким образом, практически мы получим характеристику испарения капли в верхних слоях атмосферы, например самолетных следов. На рис. 1 приведены значения $I_0(\lambda) K_\text{п}(\lambda, a)$ для $a = 500$; 50; 5; 0,5; 0,05 *мк*. Из этого рисунка видно, что практически вклад в испарение вносят лишь участки спектра с $\lambda < 7$ *мк*. Общий характер кривой определяется ходом солнечного спектра и ходом $K(\lambda)$.

Площадь графика на рис. 1 представляет собой величину $q(a)$ для капель соответствующих размеров. На рис. 2 приведены результаты расчетов $q(a)$.

Проинтегрировав (13) методом Эйлера—Коши, мы получим картину испарения капли, изображенную в виде кривых на рис. 3. По этим

кривым мы можем рассчитать кинетику испарения любой капли от 1 *мм* до 1 *мк*. Мы видим, что при малых a испарение происходит очень медленно (сравним с рис. 2 — маленькая капля получает весьма мало тепла), скорость же испарения больших капель почти линейна со временем.

В качестве иллюстрации применения кривых рис. 3 рассмотрим перестройку спектра капель полидисперсного облака в поле солнечного излучения. Пусть в начальный момент капли были распределены по за-

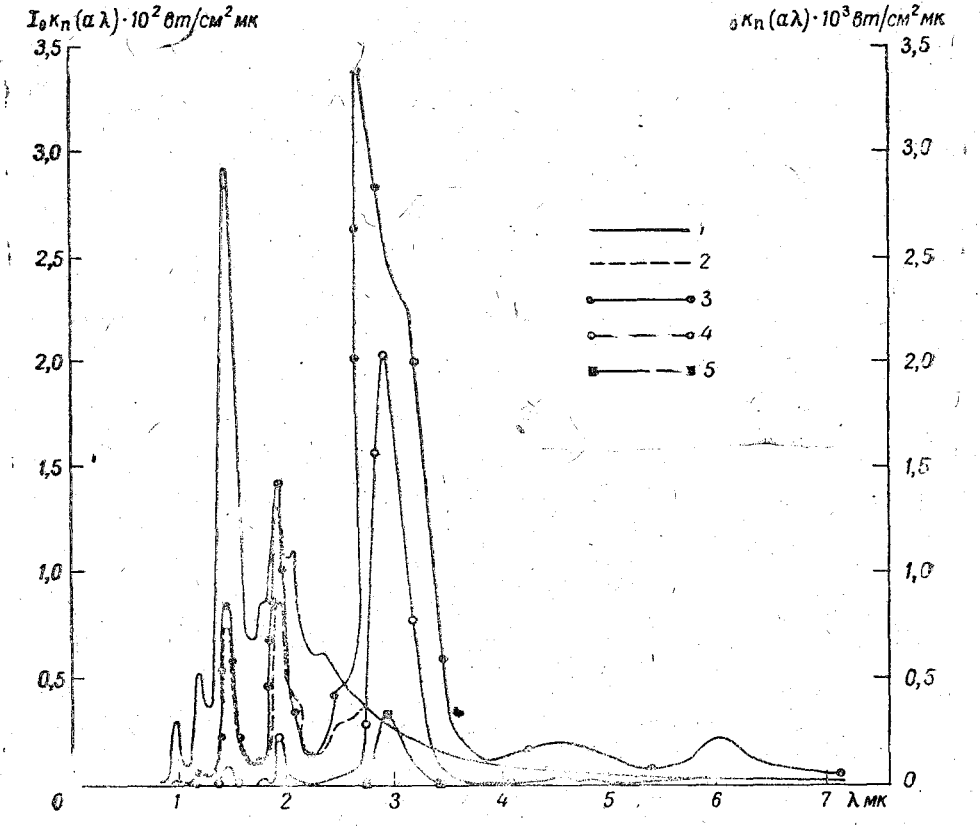


Рис. 1. Значения $I_0 K_п$ для кривых *1* (a=500 *мк*) и *2* (a=50 *мк*) отложены по левой вертикальной шкале, а для кривых *3*, *4* и *5* (a=5; 0,5; 0,05 *мк*) — по правой.

кону Aa^2e^{-3a} с модой, равной 5 *мк*. Так как крупные капли испаряются быстрее мелких, спектр со временем сужается, и распределение деформируется так, как это показано на рис. 4. Через полчаса после начала процесса модальный радиус будет около 3 *мк*, а водность упадет в 2,5 раза, а через час мода будет около 1 *мк*, а водность — в 10 раз меньше начальной, если не происходит подтока влаги к облаку (рис. 4).

2. Учет точных значений $K_п$. На рис. 5 приведено сравнение коэффициентов поглощения, рассчитанных по точным и приближенным формулам. Как видно из рисунка, в основном они совпадают, но в области максимума могут различаться до 30%. Поэтому следующим шагом было рассчитать испарение капли, используя точные значения $K_п$ Оптические характеристики воды, необходимые для нахождения $K_п$,

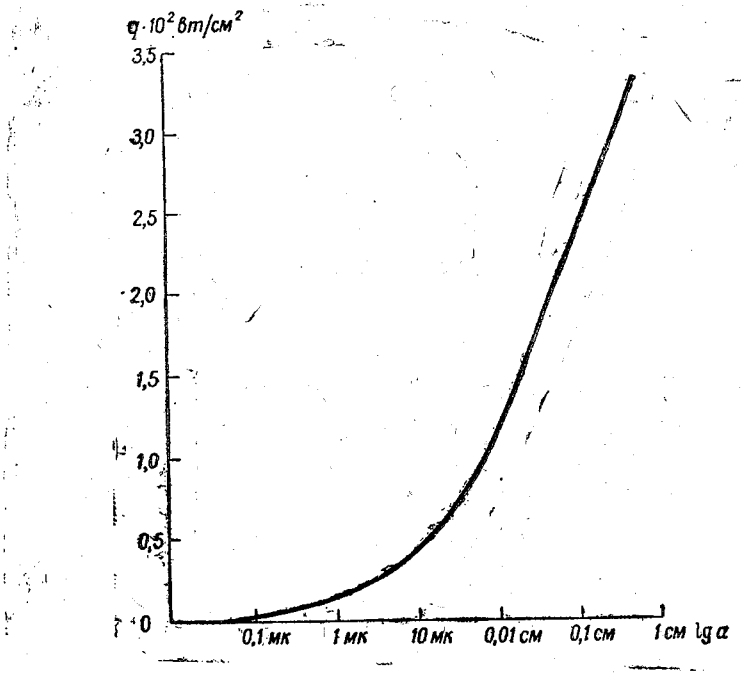

q·10² вт/см²
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
0
0,1 мк
1 мк
10 мк
0,01 см
0,1 см
1 см
lg α

Рис. 2.

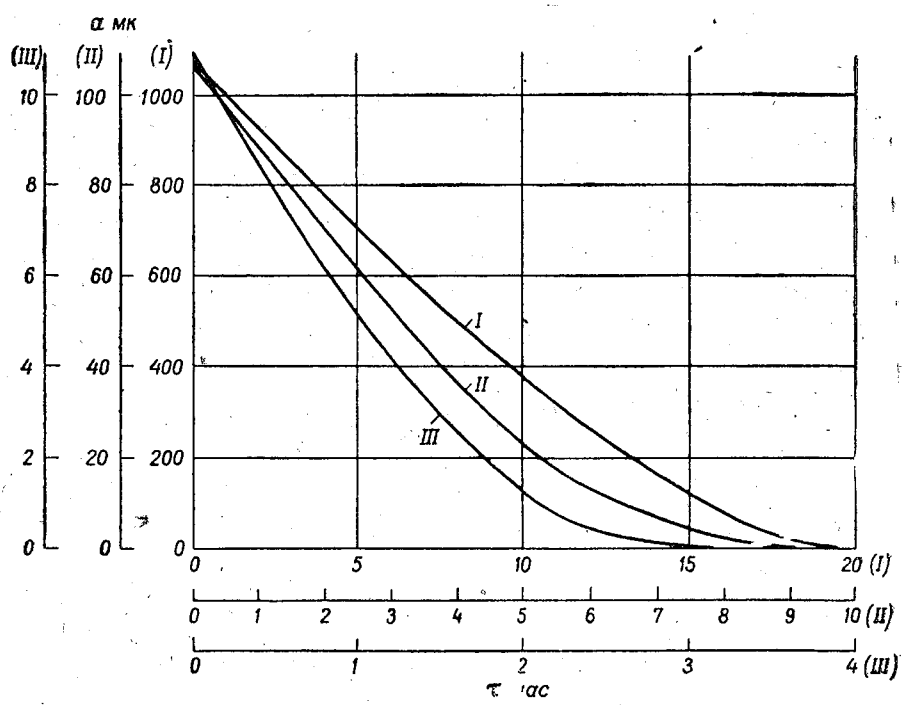

α мк
(III)
(II)
(I)
10
100
1000
8
80
800
6
60
600
4
40
400
2
20
200
0
0
0
5
10
15
20 (I)
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10 (II)
0
1
2
3
4 (III)
τ час
I
II
III

Рис. 3.

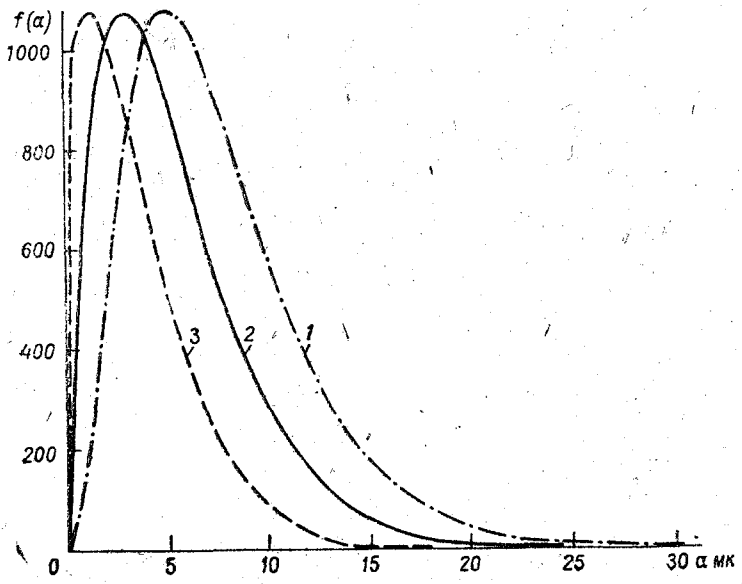


Рис. 4. Деформация спектра облачных капель в поле солнечного излучения:

1 — начальный спектр, *2* — спектр спустя 30 *мин*, *3* — через 1 *час*.

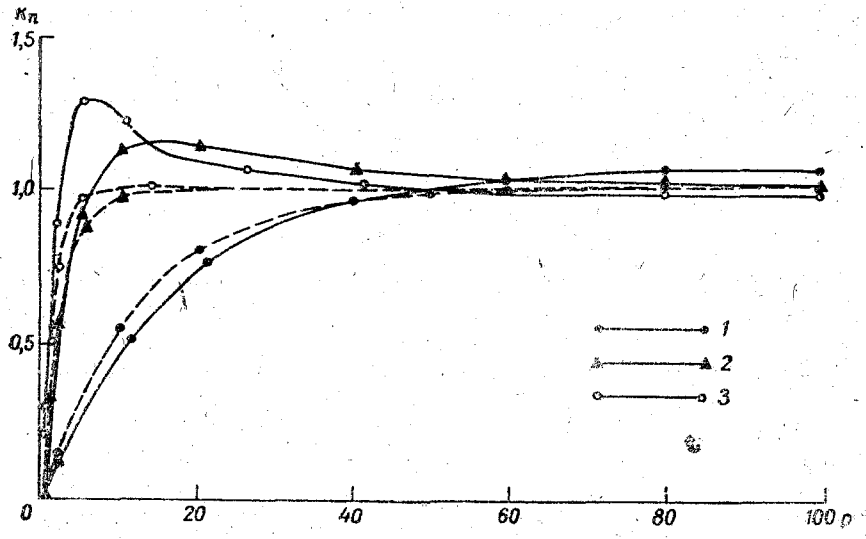


Рис. 5. Сплошные кривые изображают $K_п$, вычисленные по точным формулам, пунктирные — по приближенным.

1 — кривая соответствует $K = 0{,}02$, $n = 1{,}1$; *2* — кривая — $K = 0{,}16$, $n = 1{,}2$; *3* — кривая — $K = 0{,}30$, $n = 1{,}4$.

были взяты из [15]. Рисунки 6, 7, 8 показывают, как влияют на результаты расчета уточнение $K_п$. На рис. 6 — величина $I_0(\lambda)\,K_п$ для $a=100$ *мк*. Пунктирная кривая (2) соответствует приближенным $K_п$, сплошная (1) — точным. Аналогично обозначены линии на рис. 7 и 8, сравнивающих $q(a)$ и $a(\tau)$.

3. Учет изменения солнечной радиации в атмосфере при расчете испарения капли. Как известно, проходя через атмосферу, солнечная энергия частично поглощается атмосферными компонентами и, приближаясь к земле, меняет спектральный состав. На высоте перистых обла-

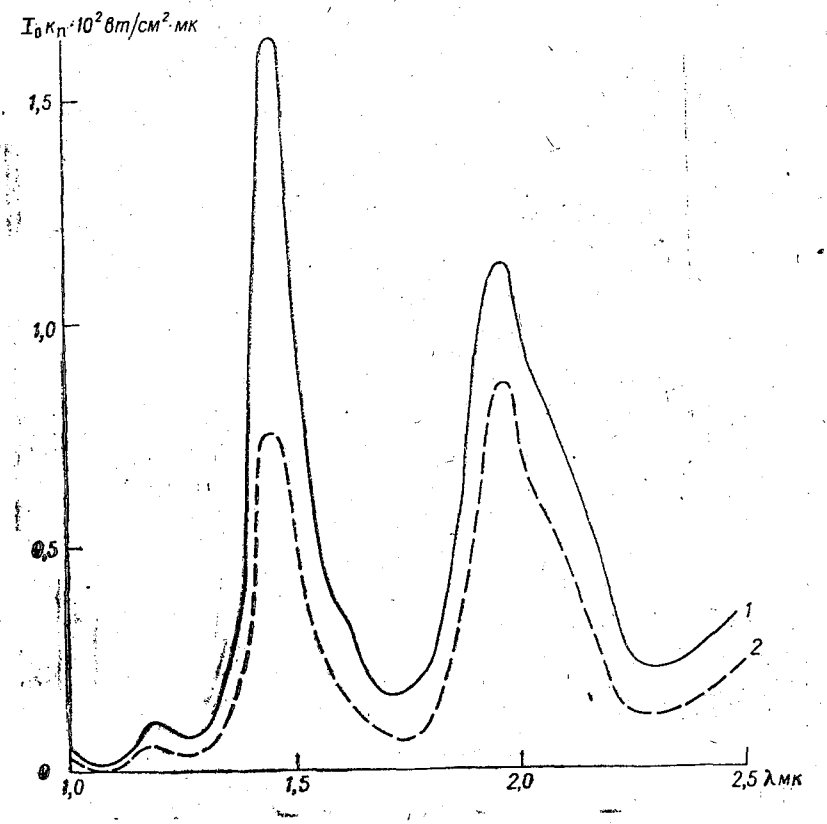


Рис. 6.

ков и следов от реактивных самолетов солнечный спектр отличается от внеатмосферного, в основном, потерями в своей ультрафиолетовой части, что не имеет практического значения для нагревания капель воды, так как ее сильные полосы поглощения лежат в спектре >3 *мк*. Поэтому для капель на этой высоте мы вправе считать солнечный спектр внеатмосферным. Но на меньших высотах, где присутствует в значительных количествах водяной пар, полосы поглощения которого весьма близки к полосам жидкой воды, изменением солнечного спектра нельзя пренебречь. Воспользовавшись коэффициентами поглощения, рассчитанными в работе [14], мы рассчитали спектральный состав солнечной энергии у земной поверхности.

На рис.9 показано, каким изменениям подвергается солнечное излучение в интересующем нас интервале волн, пройдя всю толщу земной

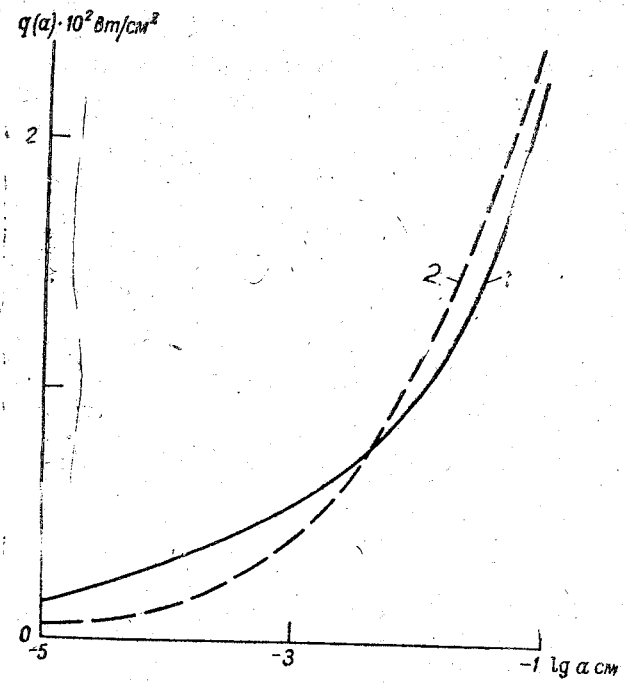


Рис. 7.

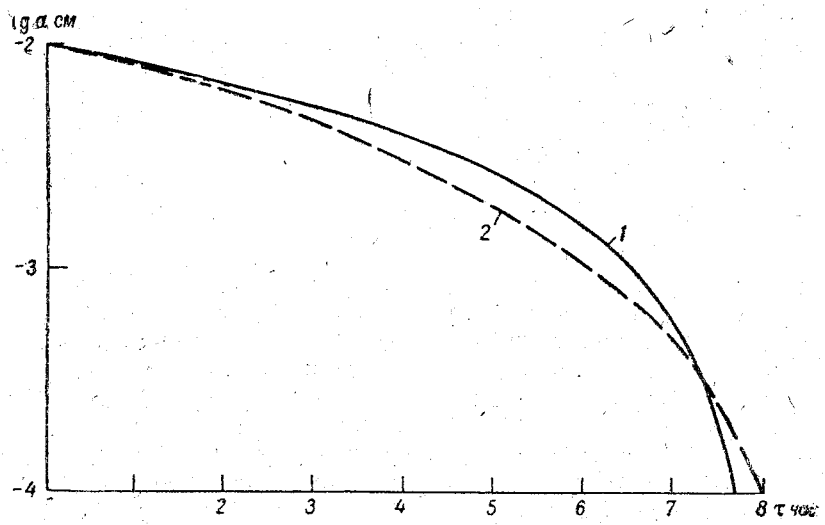


Рис. 8.

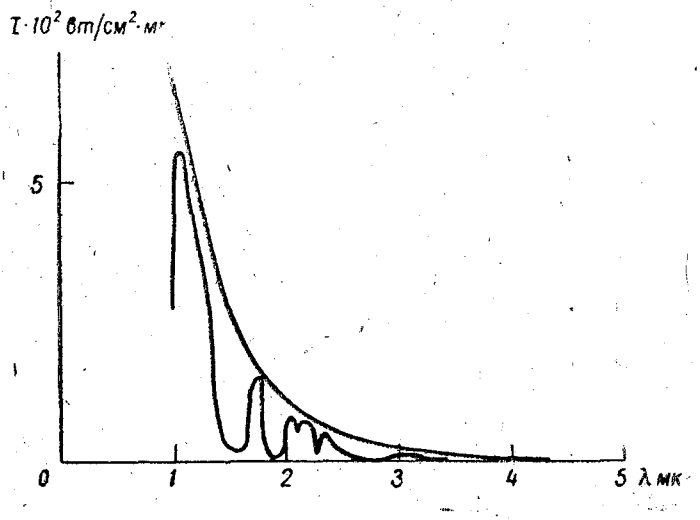


Рис. 9.

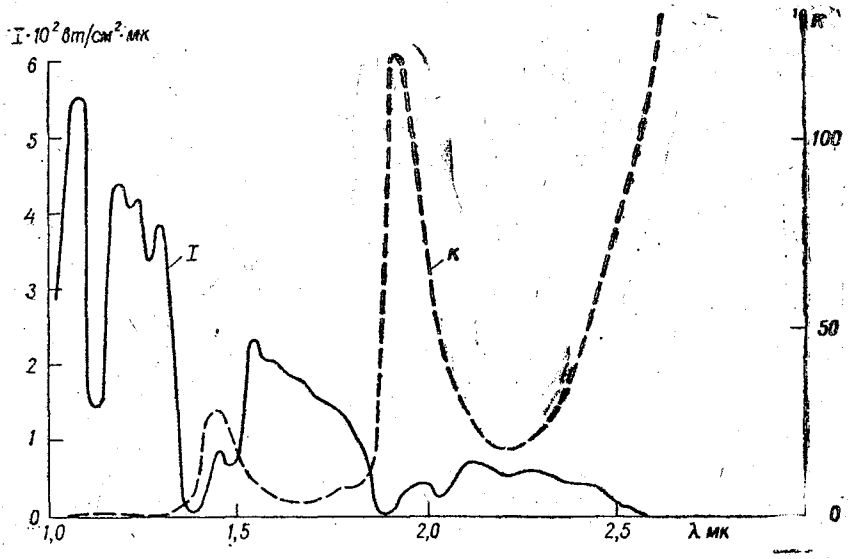


Рис. 10.

I — приземный солнечный спектр, *II* — коэффициент поглощения жидкой воды.

атмосферы. Верхняя кривая—энергетический спектр солнечного излучения на верхней границе атмосферы, нижняя — у поверхности земли. Сопоставив приземный солнечный спектр с коэффициентом поглощения

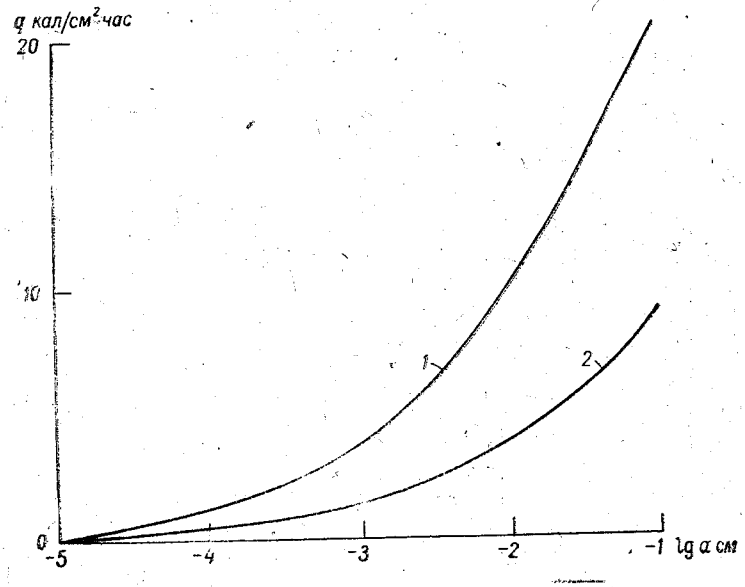


Рис. 11.

жидкой воды [1] (рис. 10), мы видим, что водяной пар, находящийся в атмосфере, поглотил из солнечного излучения значительную часть той энергии, которую может поглотить и вода, хотя, как видно из рисунка, максимумы поглощения пара и воды не совсем совпадают. Таким

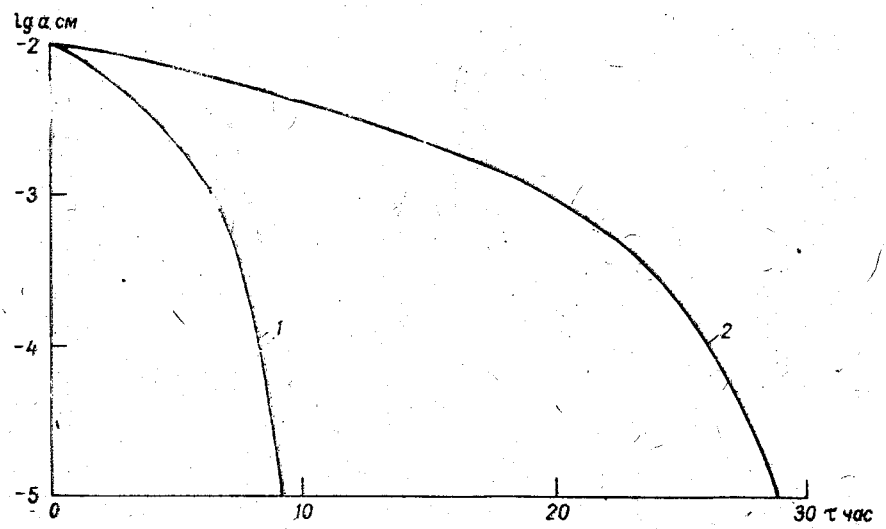


Рис. 12.

образом, по сравнению с каплей, находящейся, например, в следе реактивного самолета, (кривая *1*), капля приземного тумана (кривая **2**) получит значительно меньше тепла (рис. 11) и соответственно будет медленнее испаряться (рис. 12).

V. Оценка эффекта прямого прогревания облачного слоя

До сих пор мы не учитывали прямого прогревания облака радиацией и влияния этого эффекта на испарение. Оценим этот эффект для тех же условий, которые мы рассматривали в предыдущем параграфе, и покажем, что пренебрежение, сделанное нами, допустимо.

Предположим, что все солнечное излучение с $\lambda > 2$ *мк* полностью поглощается облачным слоем толщиной l. По данным из [13], это составляет 6% энергии внеатмосферного спектра солнца, таким образом, $I_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ *кал/см²·сек*. Чтобы оценить толщину слоя, в котором поглотится эта энергия, будем считать, что облако состоит лишь из водяного пара, и примем, в соответствии с табл. 2 из [12], коэффициент поглощения в рассматриваемом интервале $K = 80$ *см²/г*, плотность пара $\sigma^* = 4{,}6 \cdot 10^{-6}$ *г/см³* (при $t = 0°$ С), так что коэффициент поглощения α^*, отнесенный к единице длины, будет

$$\alpha^* = 3{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}.$$

Следовательно, с ошибкой около 5% ($e^{-3} = 0{,}05$), в слое облака толщиной $l = \frac{3}{\alpha^*} = 80$ *м* поглотится все тепло I_0. В случае стационарного перегрева слоя установится равновесие между дивергенцией потока тепла $(\vec{q})$ и объемной плотностью источников тепла q_V:

$$\operatorname{div} \vec{q} = q_V. \tag{17}$$

Для безграничного плоского слоя

$$q = -\varkappa_T \frac{dT}{dz},$$

и уравнение теплопроводности (17) примет вид

$$-\varkappa_T \frac{d^2T}{dz^2} = q_V. \tag{18}$$

Здесь $\varkappa_T$ — коэффициент турбулентной теплопроводности. Примем на верхней и нижней границах нашего плоского слоя температуру одинаковой и равной T_0, и пусть начало отсчета совпадает с верхней границей слоя (ось z совпадает с направлением солнечных лучей). Тогда

$$T\big|_{z=0} = T_0, \quad T\big|_{z=l} = T_0. \tag{19}$$

Полагая $q_V = I_0\alpha^* = \text{const}$, при учете (19) для $T(z)$ найдем

$$T(z) = T_0 + \frac{q_V l^2}{2\varkappa_T} \cdot \frac{z}{l}\left(1 - \frac{z}{l}\right). \tag{20}$$

Средний перегрев слоя (по отношению к окружающей среде с температурой T_0) будет

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{l}\int_0^l (T - T_0)\, dz = \frac{1}{6} \cdot \frac{q_V l^2}{2\varkappa_T} = \frac{3}{4}\frac{T_0}{\varkappa_T \alpha^*}, \tag{21}$$

где $l = \frac{3}{\alpha^*}$.

Заметим, что точно та же формула получается, если вместо плоского слоя толщиной l рассмотреть стационарный перегрев сферы с радиусом

$R=l$. Приравнивая теплоотдачу сферы поступлению радиационного тепла, найдем

$$I_0\pi R^2 = 4\pi\varkappa_T R\Delta T, \quad \Delta T = \frac{I_0 l}{4\varkappa_T}. \tag{22}$$

Если вспомнить, что $q_V = I_0\alpha^*$, а $\alpha^* l = 3$, то выражения (21) и (22) совпадут.

Для оценки $\overline{\Delta T}$ нужно знать коэффициент турбулентной теплопроводности в атмосфере $\varkappa_T$. Если исключить слой воздуха, непосредственно прилегающий к земной поверхности, этот коэффициент обычно в 10^5—10^6 раз больше молекулярного коэффициента, использованного выше. Принимая этот множитель равным $5\cdot 10^5$, найдем $\varkappa_T \simeq 30$ *кал/см · град · сек*. Подставляя значения q_V, l, $\varkappa_T$, указанные выше, найдем $\overline{\Delta T} = 0°{,}135$. Можно уточнить несколько эту цифру, если отказаться от постоянного q_V и принять

$$q_V = I_0 e^{-\gamma z}\alpha^*. \tag{23}$$

Здесь γ — коэффициент ослабления радиации в облаке. Решение уравнения (18) с граничными условиями (19) в этом случае будет

$$T(z) = T_0 + \frac{\alpha^* I_0}{\gamma^2\varkappa_T}\left[(1-e^{-\gamma z}) - \frac{z}{l}(1-e^{-\gamma l})\right]. \tag{24}$$

Для среднего перегрева найдем

$$\overline{\Delta T} = \frac{\alpha^* I_0}{\gamma^2\varkappa_T}\left[\frac{1}{2}(1+e^{-n}) - \frac{1}{n}(1-e^{-n})\right], \tag{25}$$

где $n = \gamma l$.

Полагая $\gamma = \alpha^*$, $n = 3$ ($e^{-n} \simeq 0$), получим

$$\overline{\Delta T} = \frac{I_0}{\varkappa_T\alpha^*}\cdot\frac{1}{2}\left(1-\frac{2}{n}\right) = \frac{1}{6}\frac{I_0}{\varkappa_T\alpha^*}. \tag{26}$$

Эта величина в 4,5 раза меньше предыдущей, т. е. по этой уточненной оценке $\overline{\Delta T} = 0°{,}030$. Таким образом, из-за рассматриваемого эффекта облачный слой будет перегрет по отношению к окружающей среде менее чем на 0°,1.

Из формул (21) и (26) видно, что после наступления стационарного состояния слой с меньшим α^* будет сильнее перегрет, чем слой с бо́льшим α^*. Этот результат требует пояснения. В стационарном состоянии все приходящее к слою тепло должно отводиться теплопроводностью во внешнее пространство. Рассмотрим два слоя с различными α^*. Притоки тепла к ним одинаковы, и мы получим одинаковый теплоотвод, если градиенты температуры на границе слоев будут также одинаковы. Формулы (20) и (24) удовлетворяют этому требованию. Но при одинаковых градиентах на границе слои разной толщины l будут по-разному перегреты, причем у слоя с малым α^* перегрев будет больше, так как эффект $\sim \alpha^* l$. Переход к пределу $\alpha^* = 0$ не имеет физического смысла.

Перегрев слоя облака приводит к некоторому уменьшению капель за счет «перегонки» части воды в пар. Найдем, каково будет это уменьшение. Из закона сохранения вещества

$$C(T) + w = \text{const}, \tag{27}$$

где $C(T)$ — концентрация водяного пара в облаке, w — водность,

Таким образом, изменение температуры изменит соотношение пара и воды по следующему закону:

$$-\frac{dC(T)}{dT}=\frac{dw}{dT}. \tag{28}$$

Отсюда для относительного изменения водности облака найдем

$$-\frac{dw}{w}=\frac{dC(T)}{dT}\cdot\frac{dT}{w}. \tag{29}$$

При $T=0°C$ величина $\frac{dC(T)}{dT}$ (равная примерно отношению конечных приращений $\frac{\Delta C}{\Delta T}$ при $0°C$ и $5°C$) будет

$$\frac{dC(T)}{dT}\simeq\frac{\Delta C}{\Delta T}=4\cdot10^{-7}\,г/см^3\cdot град.$$

Приняв водность облака равной 0,4 $г/м^3$, получим

$$-\frac{dw}{w}=\Delta T. \tag{30}$$

Таким образом, относительное изменение водности численно равно ΔT. Так как мы видели, что эта величина менее 10%, то это означает, что прямое прогревание невелико и пренебрежение этим эффектом допустимо.

VI. Влияние скачка концентрации и температуры у поверхности капли на скорость ее испарения

В разделе III мы принимали, что испарение нагретой капли описывается формулой Максвелла. Однако, как мы сейчас покажем, скачок температуры и концентрации у поверхности капли заметно влияет на ее испарение, и его следует учитывать в расчетах.

Согласно [6], скорость испарения капли за счет диффузии с учетом скачка концентрации равна

$$\Pi_д=\frac{\Pi_{од}}{D/a\nu\alpha+a/(a+\Delta)}, \tag{31}$$

где $\Pi_д$ — скорость испарения по формуле Максвелла,

D, a — обозначения, принятые в разделе III настоящей работы;

$\nu=\sqrt{\frac{\kappa T}{2\pi m}}$ — четвертая часть средней абсолютной скорости молекул пара (при $t=0°$ С величина $\nu=1{,}41\cdot10^4$ *см/сек*);

α — коэффициент испарения воды ($\alpha=3{,}6\cdot10^{-2}$);

Δ — толщина слоя у поверхности капли, где обмен молекулами пара происходит как в вакууме. Величина считается примерно равной средней длине свободного пробега газовых молекул.

Найдем, аналогично [6] и в соответствии с [16], поправку на скачок температуры у поверхности капли. В вакууме поток тепла от капли за счет теплопроводности будет $4\pi a^2\beta c_v\nu\sigma_в T_0$, где β — коэффициент акко-

модации, T_0 — температура поверхности капли, c_v — удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме, $\sigma_в$ — плотность воздуха. К капле будет поступать тепло, равное $4\pi a^2\beta c_v\sigma_в\nu T_1$, где T_1 — температура на расстоянии Δ от капли. Результирующий поток тепла равен

$$\Pi_T = 4\pi a^2\beta c_v\nu\sigma_в (T_0 - T_1). \tag{32}$$

Этот поток будет отводиться в окружающее пространство за счет теплопроводности

$$\Pi_T = -4\pi\rho^2\varkappa\frac{dT}{d\rho}. \tag{33}$$

Так как $\frac{dT}{d\rho} = -\frac{J}{\rho}$, а при $\rho = a + \Delta$, $T = T_1$, мы получаем следующее граничное условие:

$$\left.\frac{dT}{d\rho}\right|_{\rho=a+\Delta} = -\frac{T_1}{a+\Delta}. \tag{34}$$

Таким образом,

$$4\pi(a+\Delta)\varkappa T_1 = 4\pi a^2\beta c_v\nu\sigma_в (T_0 - T_1), \tag{35}$$

откуда

$$T_1 = \frac{T_0}{1 + \frac{\varkappa(a+\Delta)}{a^2\beta c_v\nu\sigma_в}}. \tag{36}$$

Таким образом,

$$\Pi_т = 4\pi(a+\Delta)\varkappa\frac{T_0}{1 + \frac{\varkappa(a+\Delta)}{a^2\beta m}}, \tag{37}$$

если

$$c_v\nu\sigma_в = m. \tag{38}$$

Теперь получим

$$\Pi_т = \frac{\Pi_{от}}{\frac{\varkappa}{a\beta m} + \frac{a}{a+\Delta}}. \tag{39}$$

Здесь $\Pi_{от}$ — поток тепла, определяемый формулой Максвелла.

Обратимся теперь к уравнению для изменения капли во времени в разделе III настоящей работы. При учете (31) и (39) оно будет выглядеть так:

$$\sigma 4\pi a^2\frac{da}{d\tau} = -\frac{4\pi Da\Delta c}{\frac{D}{a\nu\alpha} + \frac{a}{a+\Delta}}, \tag{40}$$

где

$$\Delta c = c\varepsilon\Delta T,\quad \Delta T = \frac{aq(a)}{4\left[\frac{\varkappa}{\frac{\varkappa}{a\beta m} + \frac{a}{a+\Delta}} + \frac{LD\varepsilon c}{\frac{D}{a\nu\alpha} + \frac{a}{a+\Delta}}\right]}. \tag{41}$$

Скорость изменения радиуса капли во времени равна

$$\frac{da}{d\tau} = -\eta u(a)\, q(a). \tag{42}$$

Здесь $u(a)$ — поправка на скачок температуры и концентрации. Имеем

$$u(a) = \frac{\varkappa + LD\varepsilon c}{\varkappa z + LD\varepsilon c}, \tag{43}$$

где

$$z = \frac{\dfrac{D}{a\nu\alpha} + \dfrac{a}{a+\Delta}}{\dfrac{\varkappa}{a\beta m} + \dfrac{a}{a+\Delta}}. \tag{44}$$

Рассмотрим, как изменяется функция $u(a)$ при изменении радиуса капли от ∞ до 0. Если капля очень велика $(a \to \infty)$, то $z \to 1$ и $u(a) \to 1$. Таким образом, для очень больших капель скачок концентрации и температуры практически никакой роли не играет. Если капля очень мала $(a \to 0)$, то

$$\lim_{a \to 0} z = \frac{D\beta c_v \sigma_в}{\alpha\varkappa}. \tag{45}$$

Подставляя численные значения физических величин, входящих в (46), получаем

$$\lim_{a \to 0} z = 0{,}86\,\frac{\beta}{\alpha}. \tag{46}$$

Таким образом, для небольших капель скачок температуры и концентрации способствует замедлению испарения. Любопытно, что для мелких капель поправка оказывается не зависящей от их величины. Сделаем, наконец, замечание, касающееся условий использования квазистационарной схемы, развитой в разделе III. Время установления полей концентрации и температуры, как известно, определяется выражениями вида: $\frac{a^2}{D}$ и $\frac{a^2}{\varkappa}$. Эти величины очень малы и даже для ливневой капли радиусом 1000 *мк* не превосходят 0,1 секунды. Так как время испарения капель значительно больше, то практически испарение протекает в квазистационарном режиме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К. Я., Бургова М. П. и др. Инфракрасный спектр поглощения жидкой воды. Сборник «Проблемы физики атмосферы», № 2. Изд-во ЛГУ, 1963.
2. Лейбензон Л. С. Об испарении капли в газовом потоке. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 3, 1940.
3. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. Гостехиздат, М., 1956.
4. Фейгельсон Е. М. Радиационные процессы в слоистообразных облаках. Изд-во «Наука», М., 1964.
5. Френкель Я. И. Теория испарения капель. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз, № 6, 1944.
6. Фукс Н. А. Испарение и рост капель в газообразной среде. Изд. АН СССР, М., 1958.

7. Хюлст Ван де. Рассеяние света малыми частицами. ИЛ, М., 1961.
8. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. ИЛ, М., 1953.
9. Шифрин К. С. Об испарении осадков в процессе их выпадения. Труды ГГО, вып. 31, 1951.
10. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. ГИТТЛ, М.—Л., 1951.
11. Шифрин К. С. Оптические исследования облачных частиц. Исследования облаков, осадков, грозового электричества. Гидрометеоиздат, Л., 1957.
12. Шифрин К. С. О вычислении радиационных свойств облаков. Труды ГГО, вып. 46, 1955.
13. Johnson F. The solar constant. G. of Meteorology, № 6, 1954.
14. Gates David M. and Harrop Walter J. Infrared transmission of the atmosphere to solar radiation. Applied optics, v. 2, № 9, 1963.
15. Pointier L. et Decheanbenoy M. Mesure du pouvoir reflecteur monochromatique de léau sous incidence normale entre 1 et 38 μ. Annales de Geophysique, v. 21, № 3, 1965.
16. Яшке Е. В., Амелин А. Г., Кургин Ю. С. Температура капли в пересыщенном паре. Коллоидный журнал, т. XXIII, № 6, 1961.

Д. Л. Лайхтман, И. И. Мельникова

О СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ ГЕОСТРОФИЧЕСКИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ТРЕНИЯ И УГЛОМ НАКЛОНА ВЕТРА

Исследуется зависимость между геострофическим коэффициентом трения и отклонением приземного ветра от изобары. Рассматривается влияние на эту зависимость параметра устойчивости и горизонтальной неоднородности поля температуры.

1. Современные методы наблюдения над распределением ветра позволяют с достаточной точностью определить модуль скорости ветра, а при наличии градиентных наблюдений и динамическую скорость.

С помощью синоптической карты нетрудно, таким образом, вычислить геострофический коэффициент трения. Что касается направления ветра, то оно определяется с значительно меньшей точностью. Так, например, в пределах пограничного слоя вращение ветра в среднем имеет порядок 20—25°, тогда как ошибки измерения направления ветра имеют порядок 5°, т. е. ошибка измерения в одной точке составляет 20—25% от полного поворота ветра. В связи с этим представляет интерес определение связи между геострофическим коэффициентом трения и углом наклона ветра. Эта связь может быть с успехом использована при определении угла наклона ветра. Для вывода упомянутой зависимости используются методы теории подобия, аналогично тому, как это сделано в работе Казанского и Монина [1].

2. Рассмотрим случай стратифицированного пограничного слоя. Как известно, в этом случае коэффициент турбулентности в нижнем слое может быть аппроксимирован следующей степенной функцией высоты [3]:

$$\kappa(z) = \frac{\varkappa v_* z_0^{\varepsilon}}{1-\varepsilon} z^{1-\varepsilon}.$$

Запишем уравнения движения для стационарного однородного по горизонтали пограничного слоя:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dz}\kappa\frac{du}{dz} + \lambda(v - v_g) = 0, \\ \frac{d}{dz}\kappa\frac{dv}{dz} - \lambda(u - u_g) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $\lambda = 2\omega_z$.

Если обозначить компоненты потока количества движения

$$\eta = \kappa \frac{du}{dz}, \qquad \sigma = \kappa \frac{dv}{dz},$$

то из уравнений движения можно получить следующие уравнения для потоков:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\eta}{dz^2} + \frac{\lambda\sigma}{\kappa} &= 0, \\ \frac{d^2\sigma}{dz^2} - \frac{\lambda\eta}{\kappa} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Система (2) должна быть решена при следующих граничных условиях:

$$\eta\big|_{z=z_0} = v_*^2, \tag{3}$$

$$\sigma\big|_{z=z_0} = 0, \tag{4}$$

$$\eta\big|_{z=\infty} = 0, \tag{5}$$

$$\sigma\big|_{z=\infty} = 0. \tag{6}$$

(Ось X направлена вдоль ветра вблизи земной поверхности, рис. 1).

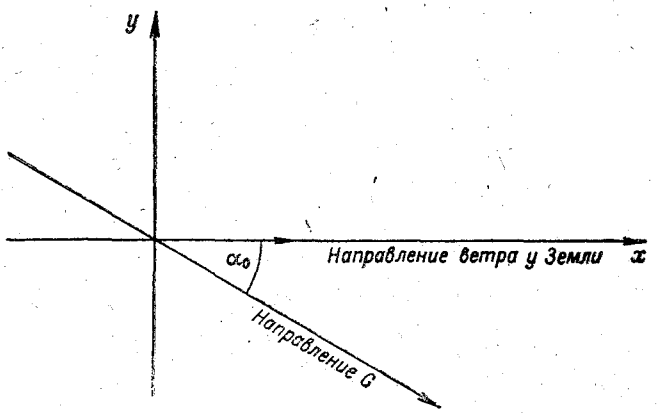


Рис. 1.

Заметим, что, поскольку η и σ при малых z слабо меняются с высотой, в формулах (3), (4) можно без существенной погрешности z_0 принять равным нулю. Это является определенным преимуществом использования уравнений (2) вместо уравнений (1).

Введем безразмерные переменные:

$$z = L_1 z_n, \quad \eta = v_*^2 \eta_n, \quad \sigma = v_*^2 \sigma_n, \quad \kappa = \varkappa v_* L_1 \kappa_n,$$

где $L_1 = \dfrac{\varkappa v_*}{\lambda}$.

Тогда задача сводится к решению системы:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\eta_n}{dz_n^2} + \frac{\sigma_n}{\kappa_n} &= 0, \\ \frac{d^2\sigma_n}{dz_n^2} - \frac{\eta_n}{\kappa_n} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

при граничных условиях:

$$\eta_n\big|_{z_n=0}=1, \tag{8}$$

$$\sigma_n\big|_{z_n=0}=0, \tag{9}$$

$$\eta_n\big|_{z_n=\infty}=\sigma_n\big|_{z_n=\infty}=0. \tag{10}$$

Для определения геострофического коэффициента трения и угла наклона из уравнений (1) и (7) получаем следующие соотношения:

$$\left.\frac{d\eta_n}{dz_n}\right|_{z_n=z_{0n}}=\varkappa\frac{v_g}{v_*},\quad \left.\frac{d\sigma_n}{dz_n}\right|_{z_n=z_{on}}=-\varkappa\frac{u_g}{v_*}, \tag{11}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_0\big|_{z_n=z_{0n}}=-\frac{\left.\frac{d\eta_n}{dz_n}\right|_{z_n=z_{0n}}}{\left.\frac{d\sigma_n}{dz_n}\right|_{z_n=z_{0n}}}. \tag{12}$$

Решение уравнения (7) для малых z имеет следующий вид:

$$\eta_n+i\sigma_n=\tau_n=1+C_1z_n+\frac{i}{a\varepsilon(1+\varepsilon)}z_n^{1+\varepsilon},\quad \text{где } a=\frac{z_{0n}^{\varepsilon}}{1-\varepsilon}.$$

Здесь C_1 — произвольная постоянная. Удобно ее записать в следующей форме:

$$C_1=A+iB-\frac{i}{a\varepsilon}.$$

A и B — некоторые константы, для определения которых требуется информация о всем профиле коэффициента турбулентности.

$$\tau_n=1+\left(A+iB-\frac{i}{a\varepsilon}\right)z_n+\frac{i}{a\varepsilon(1+\varepsilon)}z_n^{1+\varepsilon}. \tag{13}$$

Подставляя выражение (13) в (11) и (12), получим формулы для геострофического коэффициента трения:

$$\frac{1}{\xi}=\varkappa\frac{G}{v_*}=\sqrt{\left|\left(\frac{d\eta_n}{dz_n}\right)^2+\left(\frac{d\sigma_n}{dz_n}\right)^2\right|_{z_n=z_{0n}}}=\sqrt{A^2+\left(B+\frac{z_{0n}^{\varepsilon}-1}{a\varepsilon}\right)^2} \tag{14}$$

и для угла α_0 между наземным ветром и изобарами:

$$\operatorname{tg}\alpha_0=-\frac{A}{B+\dfrac{z_{0n}^{\varepsilon}-1}{a\varepsilon}}. \tag{15}$$

Из общих соотношений следует, что

$$\varkappa\frac{G}{v_*}=A\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha_0}=\frac{A}{\sin\alpha_0},$$

откуда

$$\xi=\frac{\sin\alpha_0}{A}. \tag{16}$$

Заметим, что из (14) при $\varepsilon\to 0$ следует формула Казанского—Монина.

Для определения порядка величины A можно воспользоваться следующими средними данными, взятыми, например, из работы [2]:

$$\alpha_0 = 28°, \quad \frac{v_*}{G} = 0{,}04, \quad \text{тогда } A = 4{,}7.$$

На рис. 2 представлена связь между ξ и α_0, полученная на основании найденного значения A. Точками нанесены экспериментальные данные, полученные Блакадаром [4].

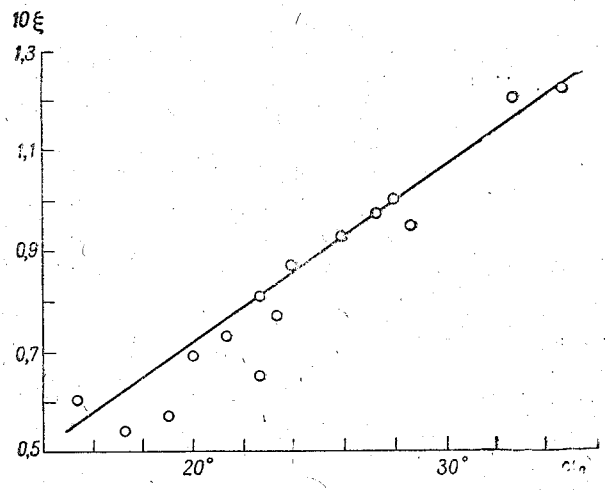


Рис. 2. Связь между геострофическим коэффициентом трения и углом наклона ветра.

В табл. 1 приводятся значения $A = \frac{\sin \alpha_0}{\xi}$, полученные на основании данных работы [2].

Таблица 1

$\lg r_0$ (r_0 — число Россби)	Параметр устойчивости								
	$\mu = +10$			$\mu = 0$			$\mu = -10$		
	ξ	α_0	A	ξ	α_0	A	ξ	α_0	A
4	0,120	54,7	6,8	0,156	16,7	1,8	0,202	4,7	0,41
5	0,102	44,3	6,8	0,121	12,7	1,8	0,144	3,3	0,40
6	0,090	37,4	6,8	0,096	10,6	1,9	0,112	2,3	0,36
7	0,078	31,6	6,7	0,081	8,7	1,9	0,090	2,0	0,39
8	0,066	26,7	6,8	0,070	7,3	1,8	0,076	1,3	0,31
9	0,057	23,3	6,9	0,060	6,7	1,9	0,067	1,7	0,43
Среднее			6,8			1,85			0,38

Как следует из таблицы, параметр A не зависит от шероховатости и существенно меняется с устойчивостью.

Зависимость A от μ приводится на рис. 3.

3. Формулы (14)—(16) нетрудно обобщить на тот случай, когда из-за горизонтальной температурной неоднородности меняется с высотой

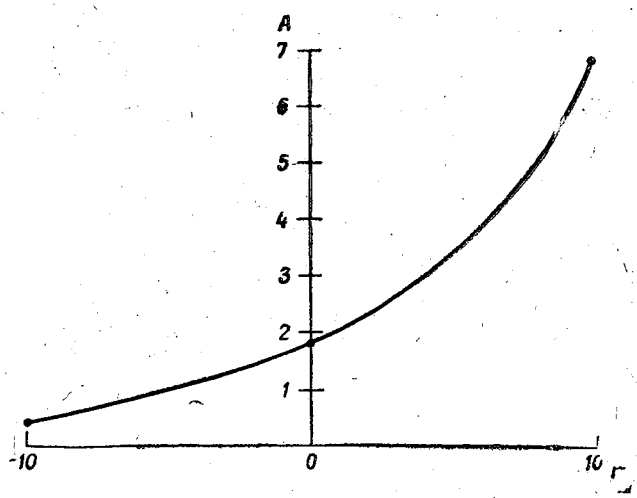


Рис. 3. Зависимость A от параметра устойчивости μ.

геострофический ветер. Если $\pm\frac{\partial T}{\partial x}$ и $\frac{\partial T}{\partial y}$ средние в пограничном слое компоненты горизонтального градиента температуры, то в формулах (1)

$$u_g = u_{g0} - \frac{g}{\lambda T_0}\frac{\partial T}{\partial y} z$$

и

$$v_g = v_{g0} + \frac{g}{\lambda T_0}\frac{\partial T}{\partial x} z.$$

Оставляя выбор осей прежним, получим в этом случае вместо уравнений (7) следующее уравнение:

$$\frac{d^2(\eta_n + i\sigma_n)}{dz_n^2} - \frac{i}{\kappa_n}(\eta_n + i\sigma_n) - \frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\left(\frac{\partial T}{\partial x} + i\frac{\partial T}{\partial y}\right) = 0.$$

Если воспользоваться степенной формулой для коэффициента турбулентности при малых z, то для этой области

$$\tau_n = \eta_n + i\sigma_n = 1 + (A + iB) z_n + \frac{i}{a\varepsilon(1+\varepsilon)} z_n^{1+\varepsilon} + ia\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0} \times$$

$$\times \left(\frac{\partial T}{\partial x} + i\frac{\partial T}{\partial y}\right), \qquad (17)$$

где $A+iB$ — произвольная постоянная, которая, как и прежде, должна определяться на основании данных о всем профиле коэффициента тур-

булентности, остальные обозначения прежние. На основании полученной формулы в этом случае

$$\left.\begin{aligned}
\xi = \frac{v_*}{\varkappa G} = & \frac{1}{\sqrt{\left[A - a(1-\varepsilon)\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\frac{\partial T}{\partial y}\overline{z_{0n}^{\varepsilon}}\right]^2 + \left[B - \frac{1-z_{0n}^{\varepsilon}}{a\varepsilon} + \right.}} \cdots \rightarrow \\
& \rightarrow \cdots \frac{1}{\left. + a(1-\varepsilon)\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\overline{z_{0n}^{\varepsilon}}\right)^2\right]}, \\
\operatorname{tg}\alpha_0 = & -\frac{A - a(1-\varepsilon)\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\frac{\partial T}{\partial y}\overline{z_{0n}^{\varepsilon}}}{B - \frac{1-z_{0n}^{\varepsilon}}{a\varepsilon} + a(1-\varepsilon)\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\frac{\partial T}{\partial x}\overline{z_{0n}^{\varepsilon}}}, \\
\xi = & \left|\frac{\sin\alpha_0}{A_1}\right|,
\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

где $A_1 = A - a(1-\varepsilon)\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\frac{\partial T}{\partial y}\overline{z_{0n}^{\varepsilon}}$.

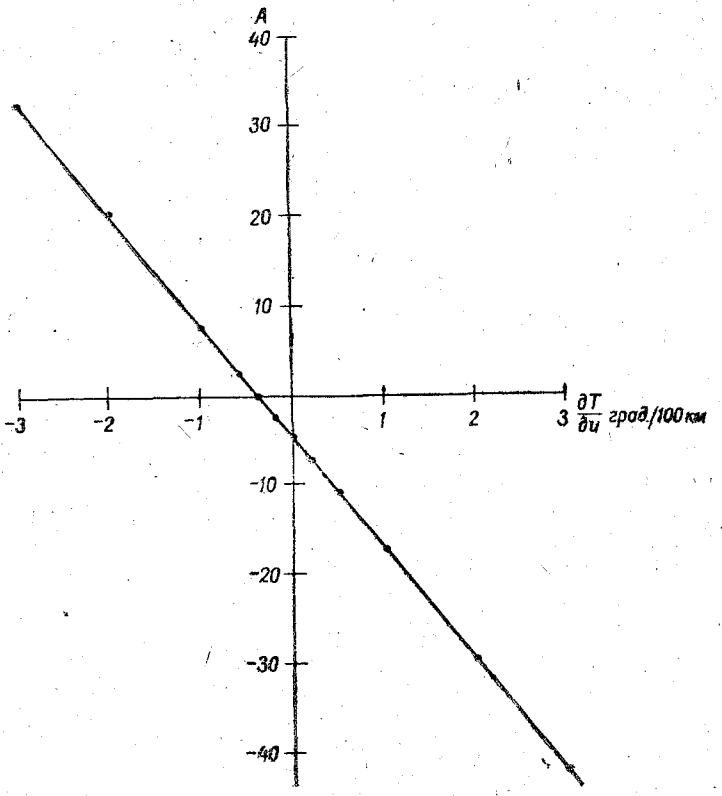


Рис. 4. Зависимость A от горизонтального градиента температуры.

Для безразличного равновесия получаем следующее трансцендентное уравнение для геострофического коэффициента трения:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\left(A - a\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(B + \frac{1}{a}\ln z_{0n} + a\frac{\varkappa^2 g}{\lambda^2 T}\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2}}.$$

В приведенных формулах явно отражена зависимость α_0 и ξ от горизонтального температурного градиента. Если из эмпирических данных определить произвольные постоянные, то полученные формулы могут быть использованы для расчета α_0 и ξ по данным синоптической карты или по прогнозу соответствующих величин.

Интересно отметить, что, как следует из формул, отношение $\frac{\xi}{\sin\alpha_0}$ зависит только от изменения температуры в направлении, перпендикулярном наземному ветру. Хотя каждая из этих величин (ξ и α_0) зависит от обоих компонент.

На рис. 4 приводится зависимость $A_1 = \frac{\sin\alpha_0}{\xi}$ от изменения температуры в направлении, перпендикулярном наземному ветру. Поскольку $\xi > 0$, знак A_1 определяется знаком $\sin\alpha_0$; он будет положительным при холодной адвекции и отрицательным при теплой адвекции. Одно из возможных использований этого графика получение $\frac{\partial T}{\partial y}$ по наблюдениям за вертикальным распределением ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казанский А. Б., Монин А. С. О динамическом взаимодействии между атмосферой и поверхностью земли. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1961.
2. Бобылева, И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически-стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Международный коллоквиум по микроструктуре атмосферы и влиянию турбулентности на распределение радиоволн. АН СССР, М., 1965.
3. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1961.
4. Blackadar A. K. The distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere. J. Geophys. Research, 67, № 8, 1962.

Д. Л. Лайхтман, И. И. Мельникова
Е. А .Сопоцько, М. В. Шленева

К ВОПРОСУ ОБ ОБМЕНЕ ТЕПЛОМ, ВОДЯНЫМ ПАРОМ И КОЛИЧЕСТВОМ ДВИЖЕНИЯ МЕЖДУ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ И СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРОЙ

На основании экспериментального материала дана оценка величины потоков тепла, влаги и количества движения на верхней границе пограничного слоя, обусловленных вертикальными движениями. Приводятся средние значения потоков, характерные для циклонов и антициклонов, для холодного и теплого сезонов.

1. Как известно, деятельный слой земли и моря играет существенную роль в передаче тепла и водяного пара от подстилающей поверхности. Диссипация кинетической энергии также связана с процессами внутри пограничного слоя. Передача тепла и водяного пара от деятельной поверхности осуществляется в непосредственной близости к ней турбулентностью и выражается хорошо известными соотношениями:

$$P = -\kappa\rho c_p \frac{d\theta}{dz}, \tag{1}$$

$$E = -\kappa\rho \frac{dq}{dz}. \tag{2}$$

Потоки тепла и водяного пара в реальных условиях могут иметь разные знаки (т. е. могут быть направлены от поверхности или к поверхности), хотя в среднем за длительный промежуток времени оба потока направлены вверх. Что касается потока количества движения, то он всегда направлен вниз. Причем, если ось x совместить с направлением приземного ветра, то поток количества движения будет определяться выражением

$$\tau = \kappa\rho \left.\frac{du}{dz}\right|_{z=0}. \tag{3}$$

Все три турбулентных потока убывают с высотой и вблизи верхней границы пограничного слоя становятся пренебрежимо малыми как из-за малости коэффициента турбулентности, так и из-за малости вертикальных градиентов. Дальнейший транспорт всех трех субстанций по вертикали осуществляется упорядоченными вертикальными токами. Соответствующие потоки могут быть рассчитаны по формулам:

$$P = c_p\overline{\rho w T}, \quad E = \overline{\rho w q}, \quad \tau = \sqrt{(\overline{\rho w u})^2 + (\overline{\rho w v})^2} \tag{4}$$

Турбулентные потоки вблизи земной поверхности подробно исследовались во многих работах. Достаточно хорошо изучен их временной и пространственный режимы. Что касается величины и направления потоков на верхней границе пограничного слоя, то, насколько нам известно, до настоящего времени никаких оценок нет. Между тем они представляют большой интерес, так как ими в значительной степени определяется эволюция процессов большого масштаба.

Целью настоящей работы является разработка методики вычисления упорядоченных вертикальных потоков и выполнение соответствующих расчетов на основании экспериментальных материалов.

2. Вертикальная скорость w, необходимая для расчетов по формулам (4), вычислялась по известному соотношению

$$w = \frac{\Omega_g \sqrt{\kappa}}{2\sqrt{\omega_z}}, \tag{5}$$

где w — скорость на верхней границе пограничного слоя,

Ω_g — геострофический вихрь,

κ — среднее по всему пограничному слою значение коэффициента турбулентности.

Формула получена при предположении, что геострофическая дивергенция равна нулю.

Значение геострофического вихря может быть получено по полю давления или абсолютного геопотенциала, поскольку

$$\Omega_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{\rho l} \nabla^2 p = \frac{g}{l} \nabla^2 H.$$

Для вычисления коэффициента турбулентности было получено соотношение, связывающее κ со скоростью геострофического ветра и вертикальным градиентом температуры.

Если к уравнениям движения добавить уравнение баланса энергии турбулентности и гипотезу о пути смешения, предложенную Д. Л. Лайхтманом и С. С. Зилитинкевичем [1], то можно получить следующую формулу для вычисления среднего для пограничного слоя коэффициента турбулентности:

$$\kappa = \frac{\varkappa_1^4}{c_1} \frac{c_g^2}{36{,}5\omega_z} \frac{\left[1 - \frac{gH}{2{,}28Tc_g^2}(T_H - T_0 + \gamma_a H)\right]^5}{\left[1 + \frac{gH}{(2{,}28Tc_g^2)}(T_H - T_0 - 2T_{H/2})\right]^4}. \tag{6}$$

Принимая линейный закон для изменения температуры с высотой, нетрудно привести выражение (6) к виду

$$\kappa = m^2 \frac{c_g^2}{\omega_z}\left[1 - 1{,}6 \cdot 10^{-2} \frac{H^2}{c_g^2}\left(\frac{T_H - T_0}{H} + \gamma_a\right)\right]^5, \tag{7}$$

причем $\kappa = 0{,}2\,\omega_z H^2$.

Здесь m^2 — некоторый постоянный множитель, который не зависит от устойчивости атмосферы и может быть определен по известным значениям H, например при равновесном состоянии. Так, воспользовавшись данными работы [2], найдем, что $m^2 = 10^{-5}$,

c_g — скорость геострофического ветра;

H — высота пограничного слоя;

T_0 и T_H — температуры на нижней и верхней границах пограничного слоя соответственно;

γ_a — сухоадиабатический градиент.

Для удобства расчетов И. И. Мельниковой [3] была построена номограмма.[1]) По оси абсцисс отложены значения $\frac{T_H - T_0}{H}$ по оси ординат — значения κ и H в логарифмической шкале, а кривые представляют изолинии скорости геострофического ветра. Расчеты ведутся следующим образом.

Принимая в первом приближении за высоту пограничного слоя $H=70c_g$, по значению c_g и $\frac{T_H - T_0}{H}$, взятым из данных температурно-ветрового зондирования, на номограмме находится H_2, по новому значению $H - H_2$ снова по экспериментальным данным определяется $\frac{T_H - T_0}{H}$, по которым опять на номограмме находится H_3. Расчеты проводятся до тех пор, пока найденные значения H_{i-1} и H_i не окажутся достаточно близкими ($H_{i-1} - H_i \approx 10 - 20$ *м*). По последнему значению H определяется соответствующая величина коэффициента турбулентности κ.

3. Для выполнения расчетов по формулам (4) были использованы данные аэрологических зондирований на ст. Воейково (Ленинград), наземные синоптические карты и карты AT_{850} за 1961—1963 гг. и частично за 1964 г.

По наземным синоптическим картам отбирались те даты, когда Ленинград находился в явно выраженной циклонической или антициклонической области (в этих случаях наиболее надежно определяются вертикальные токи). Всего было выбрано около 200 случаев.

Для выбранных дат на картах «земля» и AT_{850} в области радиусом 400 *км* вокруг Ленинграда определялись лапласианы давления и геопотенциала для вычисления значений геострофического вихря и геострофического ветра соответственно на уровне земли и на уровне поверхности 850 *мб*.

Таблица 1

Сезон	Тип барического образования	$\overline{H}$, *м*	$\overline{\kappa}$, $км^2/сек$	$\overline{w}$, *см/сек*	$\overline{wq_н}$, $\frac{мм}{сутки}$	$c_p\overline{w\rho T_н}$, $\frac{кал}{см^2 мин}$	$\overline{w\rho u}$, $\frac{дн}{см^2}$	$\overline{w\rho v}$, $\frac{дн}{см^2}$	$\sqrt{(\overline{w\rho u})^2 + (\overline{w\rho v})^2}$, $\frac{дн}{см^2}$
Лето	Циклоны	681	6,6	0,53	3,2	2,52	0,180	0,175	0,251
	Антициклоны	802	11,4	—0,35	—1,5	—1,69	—0,003	0,018	0,018
Зима	Циклоны	669	6,4	0,71	1,8	3,28	0,441	0,286	0,526
	Антициклоны	425	3,3	—0,26	—0,4	—1,16	—0,121	0,007	0,121

По средней из значений на двух уровнях скорости геострофического ветра и данным радиозондирования с помощью номограммы (рис. 1) [3] определялось κ, а по среднему значению вихря и найденному κ по фор-

[1]) См. рис. 1 в статье И. И. Мельниковой «Номограмма для определения коэффициента турбулентности среднего в пограничном слое».

муле (5) вычислялось значение вертикальной скорости. После этого для каждой даты определялось значение ρws ($s = c_pT$ или q, или u, или v).

Вычислялись средние значения этих величин, а также характеристик κ, H, w, c_g для циклонов и антициклонов отдельно для летнего и зимнего сезонов. Эти результаты приводятся в табл. 1.

Как следует из таблицы, средняя высота пограничного слоя $H = 840$ *м* и в циклонах несколько больше, чем в антициклонах. Вертикальные скорости в циклонах примерно в 2 раза больше, чем в антициклонах.

На основании материала, приведенного в табл. 1, можно определить средние значения потоков на верхней границе пограничного слоя. Для того чтобы это сделать, воспользуемся довольно естественным предположением об отсутствии в среднем переноса массы через верхнюю границу пограничного слоя. На этом основании относительное время существования восходящих вертикальных токов $t_\uparrow$ и относительное время существования нисходящих вертикальных токов $t_\downarrow$ находятся в следующем соотношении:

$$\frac{t_\uparrow}{t_\downarrow} = \frac{W_\uparrow}{W_\uparrow - W_\downarrow} \approx 0{,}67.$$

В таком случае суммарный поток субстанции s равен

$$\overline{w\rho s} = (\overline{w\rho s})_\uparrow 0\,33 + (\overline{w\rho s})_\downarrow \cdot 0{,}67$$

(поскольку $t_\uparrow + t_\downarrow = t$).

Используя данные табл. (1) и последнее соотношение, получим величины соответствующих потоков, которые приводятся в табл. 2.

Таблица 2

P, $\frac{кал}{см^2 мин}$	LE	τ, $\frac{дн}{см^2}$
0,006	0,008	0,165

Разумеется, приведенные данные, полученные по сравнительно небольшому материалу, должны рассматриваться как ориентировочные. Авторы предполагают в ближайшее время провести расчеты на более обширном материале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 2, 1965.
2. Галаджий Н. М., Мелентьева И. И., Ткаченко А. В. Определение высоты пограничного слоя атмосферы различными способами. Труды ГГО, вып. 144, 1963.
3. И. И. Мельникова. Номограмма для определения коэффициента турбулентности среднего в пограничном слое. См. настоящий сборник.

И. И. Мельникова

НОМОГРАММА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ СРЕДНЕГО В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Приводится номограмма, которая позволяет оценить высоту пограничного слоя и значение среднего в этом слое коэффициента турбулентности по известным значениям геострофического ветра и среднего в слое градиента температуры. В основу номограммы положена теоретическая модель слоя, разработанная Д. Л. Лайхтманом.

Известно, что задача стационарного строения пограничного слоя сводится к решению следующих уравнений динамики:

$$\frac{d}{dz}\kappa\frac{du}{dz}+2\omega_z(v-v_g)=0, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dz}\kappa\frac{dv}{dz}-2\omega_z(u-u_g)=0, \tag{2}$$

$$\frac{d}{dz}\kappa\frac{d\theta}{dz}+\frac{1}{\rho c_p}\frac{dF}{dz}=0. \tag{3}$$

Одна из трудностей, возникающих при решении этой системы, связана с тем, что в уравнения входит коэффициент турбулентности. Многие авторы считают его заданным. Очевидно, что определение коэффициента турбулентности вызывает гораздо большие затруднения, чем определение, скажем, вертикального профиля температуры или ветра. Д. Л. Лайхтман [1] предложил определить коэффициент турбулентности одновременно с распределением метеоэлементов, поскольку формирование профилей температуры, влажности и ветра и формирование режима турбулентности взаимосвязаны. Один из путей такого решения состоит в следующем.

К системе (1)—(3) добавляется уравнение баланса энергии турбулентности

$$\int_0^H\left\{\kappa\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2+\left(\frac{dv}{dz}\right)^2-\frac{g}{T}\frac{d\theta}{dz}\right]-\mathrm{Diss}\right\}dz=0. \tag{4}$$

Если выразить, по предложению Колмогорова [2], все характеристики турбулентности через амплитуду пульсаций $b=\sqrt{u'^2+v'^2+w'^2}$ и масштаб турбулентности l, то с точностью до постоянного множителя

$$\kappa=l\sqrt{b},\quad \mathrm{Diss}=c_1\frac{b\sqrt{b}}{l},$$

где c_1 — некоторая константа, и уравнение (4) можно переписать в виде

$$\int_0^H l\sqrt{b}\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2+\left(\frac{dv}{dz}\right)^2-\frac{g}{T}\frac{d\theta}{dz}\right]dz-c_1\frac{b\sqrt{b}}{l}H=0. \qquad (4')$$

Поскольку уравнения (1), (2), (3) и (4′) содержат пять неизвестных (u, v, θ, l, b), систему можно дополнить известной формулой Кармана для пути смешения, обобщенной Д. Л. Лайхтманом и С. С. Зилитинкевичем [3] на случай термически стратифицированной атмосферы.

$$l=\varkappa_1\frac{\frac{d\varphi}{dz}}{\frac{d^2\varphi}{dz^2}}, \qquad (5)$$

где $\varkappa_1$ — некоторый постоянный множитель.

$$\frac{d\varphi}{dz}=\left(\frac{du}{dz}\right)^2+\left(\frac{dv}{dz}\right)^2-\frac{g}{T}\frac{d\theta}{dz}. \qquad (6)$$

Из решения системы (1)—(5) в предположении, что $\frac{d\kappa}{dz}=\frac{dF}{dz}=0$, нетрудно получить следующее выражение для коэффициента турбулентности:

$$\kappa=\frac{\varkappa_1^2}{\sqrt{c_1}\sqrt{H}}\frac{[\varphi(H)-\varphi(0)]^{5/2}}{[\varphi'(H)-\varphi'(0)]^2}. \qquad (7)$$

Значения функций φ и φ' удобнее заменить такими метеорологическими характеристиками, которые могут быть получены из обычного температурно-ветрового зондирования. Если воспользоваться уравнением (6) и выражениями для $u(z)$ и $v(z)$, получаемыми из решения уравнений (1—2) при указанных допущениях, то формула (7) принимает следующий вид:

$$\kappa=\frac{m^2}{\omega_z}G^2\frac{\left[1-\frac{gH^2}{2{,}28TG^2}\left(\frac{T_H-T_0}{H}+\gamma_a\right)\right]^3}{\left[1+\frac{gH}{5{,}4TG^2}(T_H+T_0-2T_{H/2})\right]^4}, \qquad (8)$$

где G — геострофический ветер, H — высота пограничного слоя, T_H, T_0 и $T_{H/2}$ — температура на уровнях H, 0 и $\frac{H}{2}$ соответственно.

Если принять, что температура с высотой убывает по линейному закону, то $T_H+T_0-2T_{H/2}=0$ и формула (8) может быть записана так:

$$\kappa=\frac{m^2}{\omega_z}G^2\left[1-\frac{g}{2{,}28T}\frac{H^2}{G^2}\left(\frac{T_H-T_0}{H}+\gamma_a\right)\right]^3. \qquad (9)$$

Множитель $m^2=\left(\frac{\varkappa_1^2}{4\sqrt{2{,}23}\sqrt{c_1}}\right)^2$ определяется эмпирически. При равновесной стратификации атмосферы формула (9) принимает вид

$$\kappa=\frac{m^2}{\omega_z}G^2, \text{ откуда } m^2=\frac{\kappa\omega_z}{G^2}.$$

Если воспользоваться данными, приведенными в работе [4]: среднее значение коэффициента турбулентности при равновесных условиях и средней скорости геострофического ветра 8 *м/сек* на широте 45° равно 11 $м^2/сек$, то получим значение $m^2 = 10^{-5}$.

Итак, формула (9) может быть использована для определения коэффициента турбулентности в пограничном слое, если имеются сведения о распределении температуры по высоте и о барическом градиенте. Вычисления, однако, весьма трудоемки, поскольку должны проводиться методом последовательных приближений ввиду того, что $к$ и H связаны соотношением (см., например, [1]).

$$к = 0{,}19\omega_z H^2. \qquad (10)$$

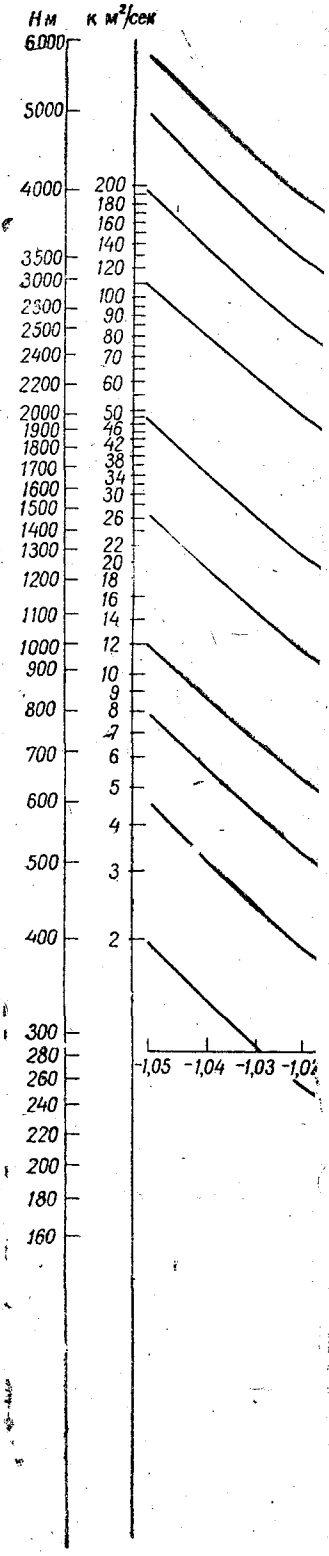
Поэтому для удобства вычислений была построена номограмма, представленная на рис. 1. На номограмме по оси абсцисс отложен перепад температур в пограничном слое, отнесенный к его толщине $\frac{T_H - T_0}{H}$, кривые представляют линии равных значений скорости геострофического ветра G, на оси ординат в логарифмической шкале отложены значения коэффициента турбулентности $к$ $м^2/сек$ и высоты пограничного слоя H *м*.

Вычисления производятся следующим образом. В первом приближении принимается, что высота пограничного слоя H_1, согласно [1], равна $70G$. Для этой высоты определяется T_{H_1} и $\frac{T_{H_1} - T_0}{H_1}$. По вычисленному значению $\frac{T_{H_1} - T_0}{H_1}$ и скорости геострофического ветра снимается более точное значение высоты H_2 и T_H определяется уже как температура на уровне H_2. По найденному значению T_{H_2} снова вычисляется градиент температуры и с графика снимается значение H_3. Вычисления повторяются до тех пор, пока разность между двумя последовательно снятыми значениями высоты не окажется достаточно малой. Тогда на оси ординат против последнего значения высоты отсчитывается соответствующая величина коэффициента турбулентности. В большинстве случаев удовлетворительный результат получается после второго приближения.

Пример. По данным температурно-ветрового зондирования скорость геострофического ветра $G = 11$ *м/сек* и температура на разных высотах:

z, *м*	0	500	1000	1500
$T°C$	1	−2,8	−6,7	−8,2

В первом приближении считаем, что $H_1 = 800$ *м*. Интерполируя, определим температуру $T_{H_1} = -5{,}1$. Вычисляем $\frac{T_{H_1} - T_0}{H_1} = -0{,}76$. Находим по номограмме точку, соответствующую этому значению, и $G = 11$ *м/сек*. По этой точке определяем $H_2 = 750$ *м*. Температура, соответствующая этой высоте, $T_{H_2} = -4{,}8$ и $\frac{T_{H_2} - T_0}{H_2} = -0{,}77$. По номограмме определяем $H = 760$. Очевидно, это и будет высота пограничного слоя, а соответствующее значение коэффициента турбулентности будет равно 7,2 $м^2/сек$.


Нм
к м²/сек
6000
5000
4000
3500
3000
2900
2500
2400
2200
2000
1900
1800
1700
1600
1500
1400
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
280
260
240
220
200
180
160
200
180
160
140
120
100
90
80
70
60
50
46
42
38
34
30
26
22
20
18
16
14
12
10
9
8
7
6
5
4
3
2
-1,05
-1,04
-1,03

Однако номограммой можно пользоваться, и метод последовательных приближений сходится для состояний, при которых $\frac{T_0 - T_{H_i}}{H_i} < 1{,}05$.

При больших средних в слое H_i сверхадиабатических градиентах высота пограничного слоя должна находиться из решения трансцендентного уравнения

$$1 - \left(\frac{0{,}19\omega_z^2}{m^2} \frac{H^2}{G^2} \right)^{0{,}2} = \frac{g\gamma_a}{2{,}28T} \frac{H^2}{G^2} \left(1 - \frac{T_0 - T_H}{H\gamma_a} \right),$$

которое без труда получается из уравнений (8) и (9).

Решение уравнения удобно проводить графически, как пересечение кривых

$$F_1\left(\frac{H}{G}\right) \text{ и } F_2\left(\frac{H}{G}\right),$$

где

$$F_1\left(\frac{H}{G}\right) = 1 - \left(\frac{0{,}19\omega_z^2}{m^2} \frac{H^2}{G^2} \right)^{0{,}2},$$

$$F_2\left(\frac{H}{G}\right) = \frac{g\gamma_a}{2{,}28T} \frac{H^2}{G^2} \left(1 - \frac{T_0 - T_H}{H\gamma_a} \right).$$

Кривая $F_1\left(\frac{H}{G}\right)$ представлена на рис. 2. Таким образом, задача сводится к построению $F_2\left(\frac{H}{G}\right)$.

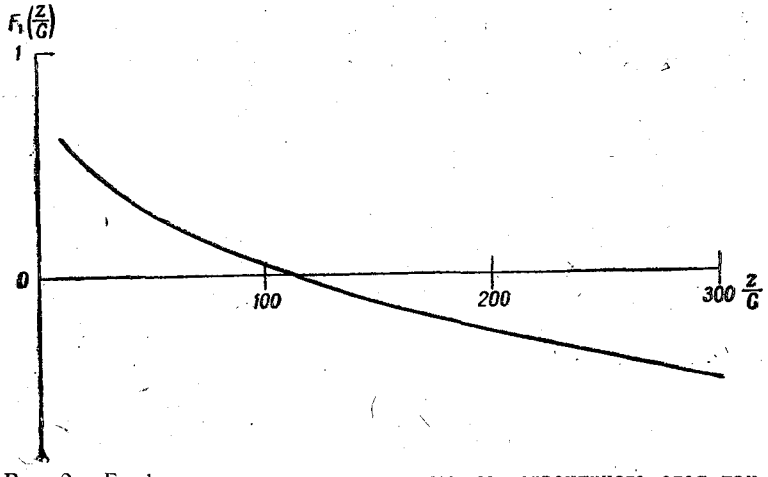


Рис. 2. График для определения высоты пограничного слоя при сверхадиабатическом градиенте температуры.

Приведем пример расчета.

По данным температурно-ветрового зондирования имеется следующее распределение температуры:

z, м	0	500	1000	1500	2000
T°C	15,8	9,5	4,6	1,7	—1,7

и скорость геострофического ветра $G=7$ *м/сек*. Построив сглаженный профиль температуры и сняв с него значения T_z на нужных нам высотах, рассчитаем табл. 1.

Наносим рассчитанные значения $F_2\left(\frac{H}{G}\right)$ на рис. 2 и получаем точку пересечения кривых $F_1\left(\frac{H}{G}\right)$ и $F_2\left(\frac{H}{G}\right)$ при $\frac{H}{G}=125$.

Поскольку $G=7$ *м/сек*, высота пограничного слоя равна 940 *м*. По номограмме (рис. 1) определяем соответствующее этой высоте значение коэффициента турбулентности $\kappa=11$ *м²/сек*.

Таблица 1

	500	800	1000	1200	1500
$T°C$	9,5	6,5	4,7	3,4	1,6
$\frac{T-T_0}{H}$	1,28	1,09	1,10	1,02	0,94
$F_2\left(\frac{H}{G}\right)$	—0,22	—0,18	—0,31	—0,09	0,42

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя. Гидрометеоиздат, Л., 1961.
2. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, сер. физ., т. VI, № 1—2, 1942.
3. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, т. I, № 1, 1965.
4. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1, Изд. АН СССР, М., 1965.
5. Галаджий Е. М., Мелентьева И. И., Ткаченко А. В. Определение высоты пограничного слоя атмосферы различными способами. Труды ГГО, вып. 144, 1963.

В. М. Радикевич

О МЕТОДАХ РАСЧЕТА ПОТОКОВ ТЕПЛА И ВЛАГИ С ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ

В работе дан критический обзор существующих методов расчета потоков тепла и влаги с поверхности моря. Сделано сопоставление величин коэффициентов пропорциональности в обычных диффузионных формулах. Предполагается, что различия между этими коэффициентами частично вызваны влиянием термической стратификации атмосферы. Обсуждается вопрос о возможности расчета средних величин потоков тепла и влаги по средним величинам гидрометеорологических элементов.

К настоящему времени накопился уже достаточно большой арсенал методов расчета потоков тепла и влаги у поверхности океана. Ввиду отсутствия достаточного числа прямых измерений указанных потоков их нельзя пока использовать для обстоятельной количественной проверки расчетных методов. В этих условиях приходится применять надежный, но трудный для количественных оценок, путь анализа физических гипотез и предположений, положенных в основу каждого метода. Рассматриваются такие методы как:

1. Метод теплового баланса.
2. Метод водного баланса.
3. Метод, основанный на изучении трансформации воздушной массы.
4. Структурный (прямой) метод.
5. Диффузионный метод.
6. Метод, основанный на решении задачи о динамическом и термическом взаимодействии океан — атмосфера.

Представляет интерес также продолжить дискуссию, начатую в 1963 г. А. С. Мониным [26], о правомерности расчета средних потоков по средним величинам гидрометеорологических элементов. При этом возникают, по крайней мере, два вопроса: имеется ли тесная связь между скоростью ветра и градиентом температуры (влажности) над океаном и можно ли считать коэффициент пропорциональности в формулах переноса постоянной величиной, или же он сам зависит от скорости ветра и разности температур.

Исходя из указанных задач, автор не ставит своей целью сравнивать сами величины потоков, определенных различными исследователями, а делает попытку оценить изменчивость коэффициента пропорциональности в формулах вида: [1])

$$P = a \cdot c_p \cdot u \cdot (t_w - t_a), \tag{1}$$

$$LE = a \cdot L \cdot u (E - e) \cdot \frac{0{,}622}{P}, \tag{2}$$

[1]) Предполагается, что все определения a относятся к $z = 6$ *м*.

где t_w — температура воды, t_a — температура воздуха, E — упругость насыщения водяного пара при t_w, e — упругость водяного пара, p — атмосферное давление.

1. Метод теплового баланса слоя

Метод основан на использовании уравнения теплового баланса деятельного слоя океана

$$\Delta Q = R' - P - LE + A, \tag{3}$$

где ΔQ — изменение теплосодержания столба воды с единичным поперечным сечением и высотой, равной глубине деятельного слоя, R' — радиационный баланс, P — турбулентный теплообмен с атмосферой, LE — затраты тепла на испарение, A — адвекция тепла течением через боковую поверхность.

В районах с образованием (таянием) льда в уравнение (3) будет входить член, учитывающий выделение (поглощение) тепла при этих процессах. На основании определения деятельного слоя, как слоя воды, на нижней границе которого амплитуда сезонных колебаний температуры становится достаточно малой, можно считать, что температура нижней границы деятельного слоя остается постоянной, а вертикальный поток тепла мал (мал градиент температуры и коэффициент турбулентности). Однако, по мнению Л. А. Жукова [9], на глубине 200 *м* в северной части Атлантического океана этот поток может достигать величин, близких к потоку через поверхность моря. Подобные величины не подтверждаются другими исследователями и это позволяет оставить уравнение в форме (3).

Из уравнения (3) можно определить $(P+LE)$ и потом разделить потоки, пользуясь соотношением Боуэна

$$\frac{P}{LE} = R = 0{,}65 \cdot \frac{p}{1000} \cdot \left(\frac{t_w - t_a}{E - e}\right), \tag{4}$$

где p — атмосферное давление в *мб*, e и E — в *мб*.

Если $P + LE = Q_a$, тогда

$$P = \frac{R \cdot Q_a}{1 + R}, \qquad LE = \frac{Q_a}{1 + R}. \tag{5}$$

Итак, точность расчета P и LE зависит от того, насколько точно определяются другие члены уравнения теплового баланса и насколько справедливо соотношение Боуэна (4).

Радиационный баланс определяется довольно хорошо для интервала осреднения около месяца по методике ГГО [37]. По мнению Джонсона, величины альбедо по М. И. Будыко [2] позволяют рассчитать наиболее достоверно поглощенную радиацию, которая согласуется с наблюдениями в период МГГ. Для более коротких периодов времени точность расчета пока еще недостаточно удовлетворительна.

Адвекция тепла течением представляет собой дивергенцию потока тепла, переносимого течением, в рассматриваемом объеме воды; к сожалению, иногда путают это понятие с самим потоком тепла. В общем случае для расчета этого члена необходимо знать пространственное и временное распределение поля течения и поля температуры. Так как и второе, ни тем более первое мы не знаем достаточно хорошо, то этот член уравнения теплового баланса либо учитывают для районов с четко выраженным одним течением, используя средние величины ско-

рости и градиента температуры, например Колон [25], либо стараются выбрать такие районы, где им можно пренебречь [56, 65]. Последними являются районы с очень слабым течением или широтные пояса, в пределах которых нет заметного меридионального переноса. Этим членом можно также пренебречь для всего Мирового океана и отдельных замкнутых его частей. Следует отметить, что выбор безадвективных районов является довольно условным, так, например, различие результатов Джекобса [56] для 4-х районов в Северной Атлантике и северной части Тихого океана почти целиком объясняется неучетом адвекции. Величина адвекции может сильно меняться от года к году: по расчетам Н. С. Уралова [35] на Нордкапско-Кольском разрезе в 1,5—2 раза, по расчетам Е. Г. Архиповой [1] для кораблей погоды в 1,5 раза.

Роден [62] сделал попытку сравнить адвекцию тепла Калифорнийским течением, рассчитанную из уравнения теплового баланса и определенную как $\left(u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right)$, ($u$ и v получены динамическим методом, а градиенты температуры взяты из наблюдений). Хотя результаты этого сравнения не очень достоверны, так как зависят от ошибок обоих методов, все же заметно, что летом вынос тепла, определенный по второму методу, в 3—4 раза больше, чем по первому, тогда как зимой второй метод дает величины в 1,5—2,0 раза меньшие. В месяцы максимального и минимального теплосодержания столба воды величины адвекции по обоим методам довольно близки.

Изменение теплосодержания деятельного слоя воды равно нулю для среднего многолетнего годового периода и мало для месяцев экстремального теплосодержания. Межгодовые изменения этого члена достигают согласно [1] 50% от средней многолетней величины и максимальны в слое 75—150 *м*. При подсчете ΔQ осложнения возникают не только из-за недостатка данных о вертикальном распределении температуры, но также из-за изменения глубины деятельного слоя, которая в большинстве расчетов считается постоянной. Первого недостатка удается избежать (конечно при потере какой-то доли точности) за счет использования метода Фритца [51], требующего предварительного районирования океана и получения расчетных связей для каждого района в отдельности. Ввиду изменчивости условий в конкретные месяцы отдельных лет объективная оценка эффективности метода Фритца может быть сделана только при накоплении результатов сравнения с наблюдениями, достаточных для статистической обработки. Ошибка в определении глубины деятельного слоя может приводить к ошибкам в определении ΔQ в 1,5—2 раза; по мнению Ж. Малкус [25] такая точность характерна в настоящее время для определения изменения теплосодержания. Действительно из-за различий в глубине деятельного слоя и методики обработки данных ΔQ в Карибском море по Колону в 2 раза меньше, чем по Паттулло. По Е. Г. Архиповой [1] в большей части Северной Атлантики на глубине 200 *м* амплитуда годового хода меньше 1° С, но в Гольфстриме и Северо-атлантическом течении (корабли погоды *Н* и *Д*) амплитуда превышает эту величину. К сожалению, не всегда применим выбор слоя, заведомо превышающего по глубине деятельный, так как при этом возрастают ошибки в определении ΔQ.

Юнг и Джилкрест [57], изучая изменение температуры деятельного слоя в районе корабля погоды *С* в 1947—1949 гг., пришли к выводу, что для коротких периодов времени приток тепла за счет изменения глубины термоклина, связанного с дивергенцией горизонтального потока на

поверхности, может достигать по величине изменения теплосодержания и почти всегда превосходит приток коротковолновой радиации.

Попытки использовать для определения ΔQ батитермографные наблюдения были сделаны Паттулло [25] и Бруан и Шрайдер [40], однако, как правило, такие наблюдения обрываются на 100 *м* и приходится произвольно экстраполировать распределение температуры до нижней границы деятельного слоя.

В соотношении Боуэна используется гипотеза о равенстве коэффициентов обмена для тепла и водяного пара. Вопрос о выполнимости этой гипотезы остается до сих пор дискуссионным, наиболее полный обзор соотношений между этими коэффициентами можно найти у И. Л. Сендерихиной [31], Дикона, Уэбба [7] и Буша [44].

На соотношение Боуэна может оказывать влияние радиационное нагревание приводного слоя и механическое испарение. Для учета последнего Свердруп [66] предложил увеличить показатель степени у скорости ветра в формуле для расчета испарения, т. е.

$$R_{\text{испар}} = R \cdot u^{1-n}, \quad \text{где } n > 1.$$

Уэббом [68] была предложена поправка, учитывающая изменчивость отношения Боуэна, однако, по его же оценке неучет ее вызывает занижение скорости испарения всего на 5%.

В связи с рассмотренными выше трудностями метод теплового баланса обычно не имеет самостоятельного значения при определении P и LE и используется в основном для определения коэффициента пропорциональности в формулах (1, 2).

$$\overline{a} = \frac{\overline{R} + \overline{A} - \Delta Q - f_1 - f_2}{\overline{u}\left[c_p(\overline{t_w - t_a}) + L\,\frac{0{,}622}{p}\,\overline{(E-e)}\right]}, \tag{6}$$

где $f_1 = \overline{a \cdot c_p \cdot u \cdot (t_w - t_a)} - \overline{a} \cdot c_p \cdot \overline{u}(\overline{t_w - t_a})$,

$$f_2 = \overline{\frac{0{,}622}{p} \cdot a \cdot L \cdot u\,(E-e)} - \overline{a} \cdot L \cdot \overline{u} \cdot \overline{(E-e)} \cdot \frac{0{,}622}{p}.$$

Обычно члены f_1 и f_2 не учитываются, так как неизвестна их абсолютная величина и относительная роль в числителе формулы (6).

Рассмотрим некоторые из работ, посвященных определению коэффициента пропорциональности и расчету потоков тепла и влаги из уравнения теплового баланса. Из уравнения теплового баланса для всего Мирового океана М. И. Будыко [2] получил $a = 2{,}4 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3}. Джекобс [56] для 4-х районов северной части Атлантического и Тихого океанов определил $a = 2{,}67 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3}, который почти точно равен среднему из коэффициентов в теоретических формулах Монтгомери для шероховатой и гладкой поверхностей. Б. А. Каган и Л. А. Строкина [13] рассчитали годовой ход коэффициента a для центральной части Каспийского моря и получили, что в холодное время года он достигает $3{,}0$—$3\,5 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3}, а в теплое приближается к $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3}. Ито [54] для нескольких озер в Японии рассчитал одновременно величины P и LE из уравнения теплового баланса и по диффузионным формулам при $a = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3}, определенном им же [53]. Для озера Ковагаши, расположенного на высоте 860 *м*, за 1942 и 1946 гг. испарения, определенные этими двумя путями, отличались в 1,5—2,0 раза, причем в первое полугодие тепловой баланс дает меньшие величины, чем диффузионная формула, а во второе — большие. Годовые величины испарения сов-

падают с точностью 3—11%. М. П. Тимофеев [33] получил для озера Малый Севан средний годовой коэффициент $a = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3} с годовым ходом от $2{,}7 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3} зимой, до $2{,}0 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3} в начале лета. Этот годовой ход, однако, можно считать заниженным из-за некоторых допущений, сделанных при расчете. Свердруп [65] рассчитал $(P+LE)$ для района 47° *N* и 12° *W*, который предполагался безадвективным, а изменение теплосодержания определялось по методу Хелланд—Ханзена, и для района 32°40′ *N* и 135°50′ *E*, в котором учитывалась средняя величина адвекции. Слабая адвекция в первом районе хорошо подтверждается современным расчетом [37], по которому за год $R = 58$ *ккал/см*^{2}, а $P+LE = 62$ *ккал/см*^{2}, а также работой Нейманна [60]. В табл. 1 представлен расчет коэффициента a на основании $(P+LE)$, полученных Свердрупом, и метеорологических наблюдений на корабле погоды *K*.

Таблица 1

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$a \cdot 10^{-6}$	0,93	0,47	1,01	0,84	0,90	0,0	0,0	0,18	1,61	2,03	1,78	1,23
$t_w - t_a$	0,7	0,8	0,4	0,5	0,2	0,2	0,2	0,6	0,8	0,8	0,9	1,0

Для второго района среднюю величину $(P+LE)$ за зиму можно оценить как 0,702 *кал/см*$^2 \cdot$ *мин* (по Свердрупу 0,750 *кал/см*$^2 \cdot$ *мин*), что соответствует 1010 *кал/см*$^2 \cdot$ *сутки* и неплохо согласуется со средней величиной для зимы по Манабе [59], равной 895 *кал/см*$^2 \cdot$ *сутки*, однако несколько смущает тот факт, что величина Манабе получена при $t_w - t_a = 10$°C, тогда как у Свердрупа $t_w - t_a = 4$°C. На рис. 1 сделано сравнение величин $(P+LE)$, рассчитанных Свердрупом и приведенных в [37]. Очевидно, что для зимы первые больше, чем вторые, а для лета наоборот. Подобный сезонный ход различий можно объяснить тем, что в величинах Свердрупа в неявном виде учитывается сезонное изменение интенсивности турбулентного обмена в атмосфере, через изменение коэффициента a.

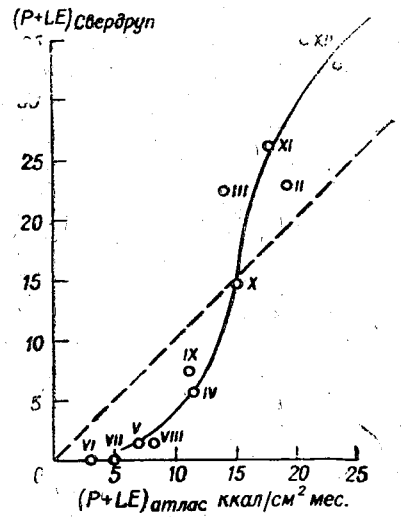


Рис. 1. Сравнение расчетов $(P+LE)$ по Свердрупу и по «Атласу теплового баланса земного шара» (для $\varphi =$ $= 32°40'$N, $\lambda = 135°50'$E).

Нейманн [60] для безадвективных районов в средних и умеренно высоких широтах нашел зависимость между изменением теплосодержания деятельного слоя (от максимального до минимального) и радиационным балансом за этот же промежуток е-вр мени R′ и за год *R*

$$\Delta Q = R' - 1/4 \cdot R \qquad (7)$$

или, так как $R' = R$, то

$$\Delta Q = 3/4\ R'. \qquad (8)$$

Проверка Нейманном этих формул на первом районе, использованным у Свердрупа, дала по (7) $\Delta Q = 32{,}5$ *ккал/см*^{2}, а по (8) $\Delta Q =$

$=33{,}75$ *ккал/см*^{2}, тогда как по определению Свердрупа $\Delta Q=32$ *ккал/см*^{2}. Главное достоинство метода Нейманна в том, что для расчета ΔQ по радиационному балансу нужно знать только время поступления максимального и минимального теплосодержания.

Колон [25] для Карибского моря рассчитал $(P+LE)$ по уравнению теплового баланса и по формулам переноса (при $a=1{,}72\cdot10^{-6}$ *г/см*^{3}, которая согласно [25] за границей считается наиболее вероятной). Сравнение этих расчетов приведено на рис. 2, взятом из [25]. Для рассматри-

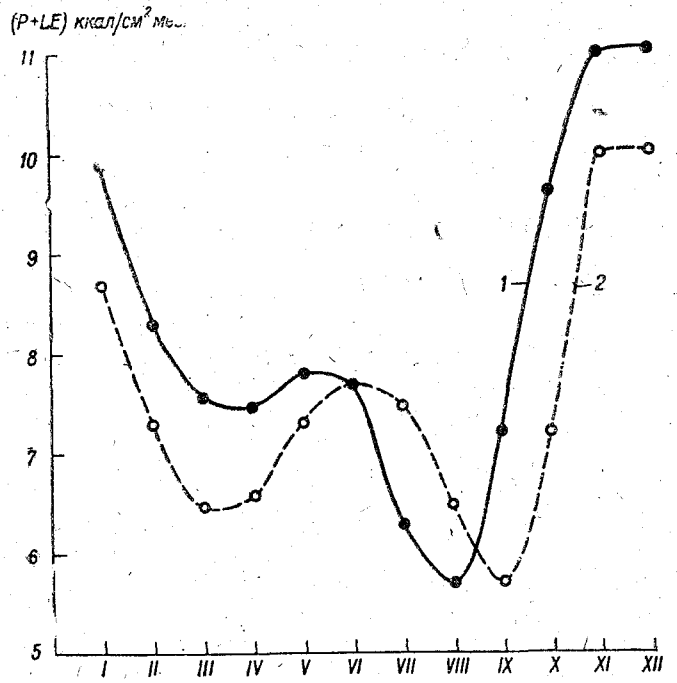


Рис. 2. Сравнение расчетов $(P+LE)$ для Карибского моря по уравнению теплового баланса — *1* и по формулам переноса — *2* (по Ж. Малкус [25]).

ваемых условий стратификации (близких к равновесным) величины $(P+LE)$ согласуются в пределах 15% и только осенью метод теплового баланса дает величину на 30% больше, чем формулы переноса. Годовое распределение разности между рассчитанными величинами $(P+LE)$ хорошо согласуется с представлением о годовом изменении стратификации.

Таким образом, метод теплового баланса применим для всего Мирового океана, отдельных его замкнутых частей и районов со слабой адвекцией, т. е. пространственные масштабы для применения метода неограничены. Временной масштаб ограничивается периодами, для которых наиболее точно можно определить радиационный баланс и изменение теплосодержания или пренебречь последним. Можно выразить уверенность, что метод теплового баланса не исчерпал себя, и постановка серьезного эксперимента в каком-либо районе океана с одновременным измерением радиационного баланса, профилей температуры воды, скорости течения, температуры воздуха, влажности воздуха и скорости

ветра позволит действительно замкнуть уравнение теплового баланса и проверить некоторые гипотезы, положенные в основу расчета потоков тепла и влаги.

2. Метод водного баланса

Метод используется для замкнутых систем или всего Мирового океана и позволяет рассчитать скорость испарения как остаточный член из уравнения водного баланса

$$E - N + S = \Delta H, \tag{9}$$

где E — испарение, N — осадки, S — сток, ΔH — изменение уровня.

Осадки над морской поверхностью или поверхностью больших озер изучены слабо, измерения с качающегося судна недостаточно точны, а экстраполяция осадков, наблюдаемых на береговых и островных станциях, требует введения поправочного множителя, выбор которого довольно произволен и часто приводит к переоценке «берегового эффекта» [25]. Осадки распределяются над поверхностью моря неравномерно и обычно приурочены к районам прохождения циклонов. Сезонное распределение осадков известно совсем плохо. Наиболее современная карта осадков построена О. А. Дроздовым [8]. Согласно [25], величины осадков по этой карте на 20% выше, чем величины Джекобса и хорошо согласуются с более ранними величинами Мейнардуса.

Сток во внутренние моря изучен сравнительно неплохо, за исключением подземного. Из рек, впадающих в океан, известен сток в основном только крупных рек.

Изменение уровня в большинстве случаев считается равным нулю, но в некоторых случаях, например для Каспийского моря, его нужно учитывать.

В целом для Мирового океана по наиболее современным расчетам [25]: $E = 113$ *см/год*, $S = 10$ *см/год*, $N = 103$ *см/год*.

По водному балансу Аральского и Каспийского морей В. С. Самойленко уточнил на 11% коэффициент пропорциональности в формулах (1), (2), который после этого стал равен $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ *г/см*^{3}. Б. Д. Зайков [10] для Каспийского моря использовал расчет испарения по водному балансу как эталон при сопоставлении с расчетом испарения по уравнению теплового баланса и формулам переноса. Результаты такого сравнения показаны в табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	Метод расчета	E, *мм/год*	В долях от E водного баланса	Автор формулы
1	Уравнение водного баланса	988	1,00	Б. Д. Зайков
2	Уравнение теплового баланса	1035	1,05	И. А. Бенашвили
3	$E = 0{,}109 \cdot u_{450} \cdot (E - e_{450})$	934	0,95	В. С Самойленко
4	$E = 0{,}136 \cdot u_{200} \cdot (E - e_{200})$	912	0,92	В. С. Самойленко
5	$E = 0{,}106 \cdot u_{600} \cdot (E - e_{600})$	982	0,99	М. И. Будыко
6	$E = 0{,}127 \cdot u_{600} \cdot (E - e_{600})$	1175	1,19	М. И. Будыко
7	$E = 0{,}15\,(E - e_{200}) \cdot (1 + 0{,}72 \cdot u_{200})$	942	0,95	Б. Д. Зайков Л. П. Брославский
8	$E = 0{,}13\,(E - e_{200}) \cdot (1 + 0{,}72 \cdot u_{200})$	818	0,83	З. А. Викулина

Очевидно отличное совпадение испарения по водному балансу и по формуле М. И. Будыко (при $a=2{,}0\cdot10^{-6}$ г/см^3). Наибольшее расхождение двух методов получается при $a=2{,}4\cdot10^{-6}$ г/см^3.

Таким образом, метод водного баланса применим в основном для внутренних морей и озер, имеющих удовлетворительные наблюдения за стоком и осадками. Масштаб времени ограничивается периодами, за которые указанные величины определяются наиболее точно, а колебанием уровня можно пренебречь.

3. Метод, основанный на изучении трансформации воздушной массы

Иначе этот метод можно называть методом теплового и водного баланса нижней тропосферы.

Уравнение теплового баланса столба воздуха

$$\Delta Q_a = P + LN - R_a + A_1 + M_1, \tag{10}$$

где ΔQ_a — изменение теплосодержания столба воздуха, LN — тепло, выделяемое при конденсации водяного пара, R_a — радиационный баланс, A_1 — горизонтальная адвекция тепла, M_1 — перенос тепла через верхнюю границу столба, P — турбулентный теплообмен через нижнюю границу.

Уравнение водного баланса столба воздуха

$$\Delta N = E + A_2 + M_2 - N, \tag{11}$$

где ΔN — изменение содержания влаги, E — испарение (поток влаги через нижнюю границу), A_2 — горизонтальная адвекция влаги, M_2 — перенос влаги через верхнюю границу, N — осадки.

Очевидно, что в общем случае уравнения (10) и (11) содержат столько трудно определимых величин, что почти бессмысленно использовать их для расчета P и LE, поэтому указанные уравнения стремятся упростить.

Для случая, когда мал боковой турбулентный обмен, величинами A_1 и A_2 можно пренебречь, если рассматривать столб воздуха, переносимый вместе с воздушной массой, или же их можно рассчитать как дивергенцию произведений горизонтальных скоростей и температуры и влажности на боковых гранях столба воздуха. При выборе верхней границы столба воздуха на высоте около 5 км можно считать близкими к нулю величины M_1 и M_2 (за исключением случаев развитых кучевых облаков). В некоторых случаях вертикальные составляющие скорости, входящие в M_1 и M_2, можно определить на основании уравнения неразрывности.

Радиационный баланс получают по радиационной номограмме (иногда, правда, им пренебрегают). Для оценки тепла, выделившегося при конденсации, используется количество выпавших осадков (о точности определения этого члена уже говорилось раньше), хотя на самом деле выделение (поглощение) тепла происходит при образовании (исчезновении) облаков. Осадки же характеризуют только ту долю влаги, которая удаляется из этого обратимого процесса и приводит к превышению выделения тепла над его поглощением. Следовательно, необходимо учитывать также и происхождение облаков: возникли ли они в данном районе, где и происходит полный цикл тепловых переходов, или же они принесены из другого района, где и выделилось тепло при их образовании.

Наконец, само определение изменения теплосодержания и влагосодержания столба воздуха связано с большими трудностями (изменение траектории движения воздушной массы на разных высотах, малым числом стандартных уровней, сравнительно низкой точностью аэрологических наблюдений), которые особенно неприятны, так как ΔQ_a и ΔN обычно получаются как малые разности больших величин.

Рассмотрим некоторые наиболее интересные работы.

Крэйг и Монтгомери [48] на основании самолетных зоидажей над Мэсачусетским заливом построили вертикальные разрезы, характеризующие трансформацию воздушных масс над холодной водой. Исследовались случаи, когда нетрансформированный воздух был однородным в нижних 300 *м*. Авторы объединили все зондажи в 8 групп, в зависимости от разности температур воздух — вода и скорости ветра на 300 *м*, и рассчитали скорости испарения на разных расстояниях от берега (до 40 миль). Если для каждой группы осреднить скорости испарения в пределах 30-мильной зоны и рассчитать средние величины $\Delta T/u^2_{300}$, где $\Delta T = t_a - t_w$, то результаты расчета можно представить в виде рис. 3, который показывает, что, за исключением одной группы

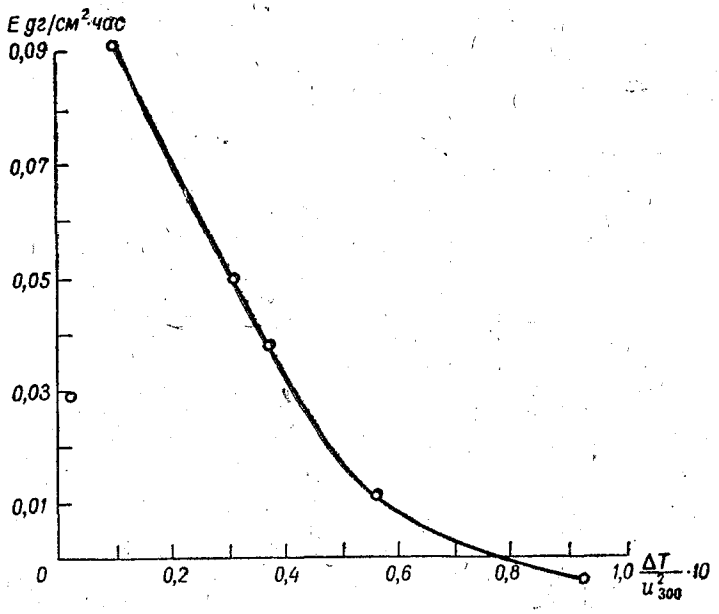


Рис. 3. Зависимость скорости испарения от стратификации атмосферы.

ΔT — разность температур воздух-вода,
u_{300} — скорость ветра на высоте 300 *м*.

(VI), наблюдается четкая зависимость скорости испарения от стратификации. Подробное изложение методики расчета скорости испарения и вертикального распределения коэффициента турбулентности на основании этих самолетных зондажей дано у Крэйга [47]. В этой же работе сделан расчет коэффициента пропорциональности G_b в формуле Монтгомери $E = G_b \rho \cdot u \cdot (q_0 - q_a)$. Так как очевидно, что $G_b \rho$ есть ничто иное как a и так как расчет G_b сделан для высоты 6 *м*, то, осреднив величины ρG_b для 30-мильной зоны, можно сопоставить их с другими

величинами a и установить зависимость от стратификации. Расчет величины a представлен в табл. 3, по которой построен рис. 4.

Таблица 3

№ группы	$G_b \cdot 10^3$	$a \cdot 10^6$ г/см³	$\frac{\Delta T}{u^2_{300}} \cdot 10$
I	1,25	1,57	0,102
II	0,69	0,86	0,560
III	0,95	1,19	0,310
IV	0,90	1,12	0,374
V	0,72	0,90	0,932
VI	0,87	1,08	0,020

$\rho = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ г/см³,

Из рис. 4 видно, что полученные величины a значительно меньше, чем у Будыко и Джекобса, и имеют четкую зависимость от стратификации.

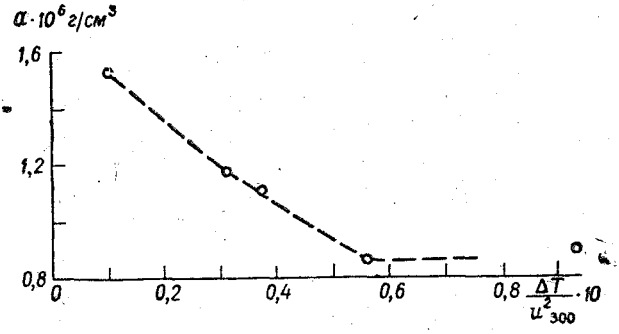


Рис. 4. Зависимость коэффициента пропорциональности в формулах для расчета потока тепла и влаги от стратификации.

Автор данной работы использовал измерение Крэйга [46] для 11 полетов, чтобы рассчитать коэффициент пропорциональности в формуле испарения. Предполагалось, что изменение содержания влаги в слое трансформации (около 100 м) вызваны в основном испарением. Несмотря на большой разброс рассчитанных величин a, связанный с приближенностью расчета, наблюдается определенная зависимость от стратификации, и в среднем при разности температур воздух—вода в 5—6° С, рассчитанная величина a составляет всего половину от $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ г/см³ (последнюю величину можно считать равной коэффициенту пропорциональности на высоте 6 м для нейтральной стратификации).

Краддок [45] исследовал трансформацию воздушных масс полярного происхождения, проходящих над теплой морской поверхностью от Ян-Майена или Рейкьявика на Англию. Всего было обработано около 100 зондажей, относящихся к ноябрю-апрелю.

В табл. 4 представлены рассчитанные величины турбулентного и общего притока тепла для типичных и экстремальных условий (в кал/см² · час). Общий приток включает турбулентный и тепло, выделяющееся при конденсации водяного пара.

Предполагалось, что влияние адвективного и динамического нагревания, а также горизонтальной диффузии мало, а радиационное охлаждение слоя 0—5 *км* составляет около 5 *ккал/см²·месяц*. Если представить турбулентный приток тепла для типичных условий как 26 *ккал/см²·месяц*, то из сравнения с [37], где $P=4$ *ккал/см²·месяц*, очевидно, что для рассматриваемых условий характерно интенсивное турбулентное перемешивание и коэффициент пропорциональности, по-видимому, должен быть увеличен по крайней мере в 2—3 раза.

Таблица 4

Условия	Турбулентный приток тепла	Общий приток
Типичные	36	47
Экстремальные	65	79

Ито [53] для условий зимнего муссона в январе 1953 г. рассчитал коэффициент a по изменению теплосодержания столба воздуха над Японским морем. Для выбранных 8 ситуаций величина a меняется от $2{,}0\cdot10^{-6}$ до $3{,}5\cdot10^{-6}$ *г/см³*, что приближается к величинам, определенным в [13]. Его средняя величина хорошо согласуется со средней Джекобса и равна $2{,}6\cdot10^{-6}$ *г/см³*.

Уинстон [69] при анализе причин быстрого циклогенеза над Аляскинским заливом в зимних вторжениях арктического воздуха получил турбулентный теплообмен через поверхность около 1000—2000 *кал/см²·сутки*. Эту величину можно считать завышенной, так как не учитывалась дивергенция горизонтального переноса тепла, но выводы автора о влиянии неадиабатического нагревания на разных этапах холодных вторжений весьма интересны. Не надеясь на быстрый прогресс в получении достаточного числа данных о величинах потоков тепла, ввиду слабой изученности процессов переноса, Уинстон предлагает использовать исследования, подобные его, для оценки источников тепла по нагреванию воздушных масс в разных ситуациях и разных географических зонах.

Манабе [58] для Японского моря во время вторжения холодных континентальных воздушных масс, зимой 1955 г., исследовал нагревание воздуха и увеличение содержания водяного пара, чтобы проверить применимость формул Джекобса для расчета потоков в этих условиях и оценить имеется ли подобие в процессах переноса тепла и влаги. В табл. 5 представлены рассчитанные величины потоков, отнесенные к слою 0—5*км* (в *кал/см·сутки*).

Таблица 5

Потоки		Примечание
P	1030	
LE	450	7,5 *мм/сутки*
Радиационное охлаждение	—93	
Тепло конденсации	77	ср. осадки 1,3 *мм/сутки*

По формуле Джекобса средняя величина скорости испарения равна 9,2 *мм/сутки*, однако, для отдельных промежутков времени рассматриваемого периода величины Манабе оказались в 1,5—2,0 раза меньше, чем величины по формуле Джекобса. Поскольку этот факт находится в противоречии с наблюдаемой стратификацией и некоторыми теоретическими выводами, то Манабе приходит к выводу, что его величины

вообще нельзя сравнивать с расчетом по формуле переноса, так как в последней используется ветер, определенный на береговых и островных станциях и поэтому завышенный за счет влияния орографии и высот измерений. Такое объяснение хотя и кажется убедительным, но вызывает недоумение, почему все же Манабе так легко отказался от попытки проверить формулу Джекобса.

Для оценки подобия процессов переноса тепла и водяного пара Манабе предполагает, что различие между отношением Боуэна R, определенным по (5) и отношением $R_1=P/LE$, рассчитанным по его потокам, должно в основном определяться различием в коэффициентах обмена для тепла и водяного пара. Так как $R=1{,}0$, а $R_1=2{,}3$, то для неустойчивой стратификации $K_T > K_q$, однако Манабе не склонен использовать отношение R_1/R для количественной оценки соотношения между K_T и K_q, так как сомневается в выполнимости соотношения Боуэна (5) в периоды таких холодных вторжений. По мнению Манабе в эти периоды у поверхности под влиянием большого длинноволнового излучения ($t_w - t_a = 12°\,\mathrm{C}$) вертикальное распределение температуры воздуха не подобно распределению влажности. В другой работе Манабе [59] аналогичным методом исследованы процессы в течение всей зимы 1954—1955 гг. Исходные уравнения можно записать, как:

$$\frac{1}{c_p}\int_{p_0}^{p_1}\left\{\int_0^{t_0}\left(\int_0^S \frac{dQ}{dt}\cdot dS\right)\cdot dt\right\}dp \simeq \int_{p_0}^{p_1}\left\{\int_0^S (T_к - T_н)\cdot dS + \right.$$
$$\left. + \int_0^{t_0}\left(\oint_l v_n \cdot T \cdot ds\right)\cdot dt + \frac{T}{\theta}\int_0^{t_0}\left(\int_0^S w\cdot\theta_p\cdot dS\right)dt\right\}dp, \quad (12)$$

$$\int_{p_0}^{p_1}\left\{\int_0^{t_0}\left(\int_0^S \frac{dq}{dt}\cdot dS\right)\cdot dt\right\}dp \cong \int_{p_0}^{p_1}\left\{\int_0^S (q_к - q_н)\cdot dS + \right.$$
$$\left. + \int_0^{t_0}\left(\oint_l v_n \cdot q \cdot ds\right)\cdot dt + \int_0^{t_0}\left(\int_0^S w\cdot q_p\cdot dS\right)\cdot dt\right\}dp, \quad (13)$$

где p_0 и p_1 — давление на поверхности и на верхней границе слоя трансформации (5 *км*), S — площадь Японского моря, l — контур Японского моря, t_0 — период вторжения, T — средняя температура воздуха для всего Японского моря, q — отношение смеси (*г/кг*), $T_н$, $q_н$ — температура и отношение смеси в начале пути воздушной массы, $T_к$, $q_к$ — те же характеристики в конце пути воздушной массы, w — вертикальная скорость.

В формулах (12) и (13) первые члены справа характеризуют изменение температуры и отношения смеси, вторые — дивергенцию горизонтального потока этих характеристик, а третьи — вертикальный перенос. Для расчета вторых членов использовалось геострофическое приближение, а для расчета третьих — формулы:

$$-\frac{T}{\theta}\int_0^{t_0}\left(\int_0^S w\cdot\theta_p\cdot dS\right)dt \simeq -\overline{T}\cdot\overline{(\ln\theta)}^S\int_{p_0}^{p_1}\left\{\oint_l\left(\int_0^{t_0} v\cdot dt\right)_n\cdot dS\right\}dp \quad (14)$$

$$\int_0^{t_0}\left(\int_0^S w\cdot q_p\cdot dS\right)\cdot dt \cong -q_p^S\int_{p_0}^{p_1}\left\{\oint_l\left(\int_0^{t_0} v\cdot dt\right)_n\cdot ds\right\}dp. \quad (15)$$

Значок S указывает на осреднение по площади Японского моря.

Учитывалось нагревание атмосферы за счет солнечной радиации и радиационное охлаждение. Анализ возможных ошибок за счет принятых допущений (использование геострофического приближения и неучета содержания воды в облаках и облачном слое) показал, что они почти равны по величине и входят с обратными знаками. В табл. 6 величины P и LE по Манабе сопоставляются со средними за 5 лет (1935—1940) величинами, рассчитанными Миузаки.

Таблица 6

Потоки, *кал/см²·сутки*	По Манабе	По Миузаки
P	555	180
LE	340	240
$P+LE$	895	420
Радиационное охлаждение	— 83	
E, *мм/сутки*	5,6	

По мнению Манабе величины, рассчитанные Миузаки, занижены в 2 раза, так как последний использовал коэффициент пропорциональности, определенный для годового цикла, тогда как для зимы его нужно увеличить в 2 раза. В подтверждение своей гипотезы Манабе рассчитал

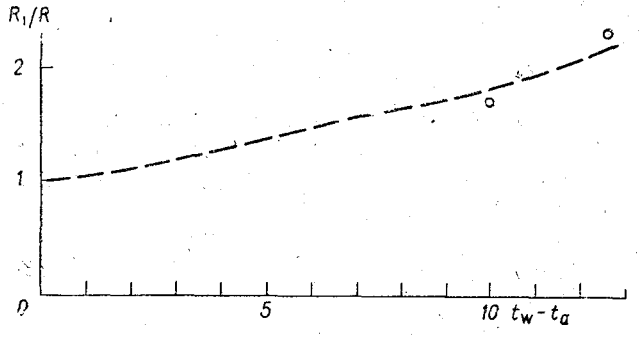


Рис. 5. Зависимость отношения R_1/R от разности температур вода—воздух.

R_1 — отношение Боуэна для потоков, определённых по трансформации воздушной массы,
R — отношение Боуэна для потоков, рассчитанных по обычным диффузионным формулам.

изменение теплосодержания деятельного слоя моря за зиму $\Delta Q = -768$ *кал/см²·сутки* и получил для зимы 1935—1940 гг. сумму $(P+LE)=880$ *кал/см²·сутки*, что очень хорошо согласуется с его величиной. По аналогии с предыдущей работой были вновь определены величины $R=1{,}0$ и $R_1=1{,}7$ (при $t_w - t_a = 10°$ С). На рис. 5 нами сделана попытка построить зависимость R_1/R от $t_w - t_a$ при этом считалось, что при $t_w - t_a = 0$ отношение $R_1/R = 1{,}0$. Несмотря на всю условность такого рисунка, видно, что при очень больших неустойчивостях атмосферы, K_T может превышать K_q более, чем в 2 раза.

Таким образом, метод, основанный на изучении трансформации воздушной массы, наиболее успешно применим к замкнутым районам Ми-

рового океана, окруженным сетью аэрологических станций и имеющим достаточные наблюдения у поверхности моря внутри контура. В некоторых случаях полезные результаты дает изучение трансформации воздушной массы с помощью вертикального самолетного зондирования в прибрежных водах морей. Рассмотренный метод наиболее успешно применим при анализе аномальных условий, когда другие методы, использующие средние коэффициенты, дают большие ошибки, и когда основное значение имеют процессы, рассмотренные в уравнениях (10) и (11). Вместе с тем, следует отметить, что большое число неопределенных членов значительно снижает эффективность данного метода.

4. Структурный (прямой) метод

Метод основан на использовании формул вида:

$$P = C_p \cdot \overline{\rho \cdot T' \cdot W'} \tag{16}$$

$$LE = L \cdot \overline{\rho q' W'}, \tag{17}$$

где W' — пульсации вертикальной составляющей скорости, T', q' — пульсации температуры и удельной влажности.

К сожалению, на море известно буквально несколько исследований, использовавших этот метод, например, работы Мак Илроу и Дикона на заливе Порт Филлип [7] и О. П. Виноградовой [3, 4]. Если учесть, что все эти наблюдения были выполнены вблизи берега, при довольно тихой погоде и содержат мало серий, то станет ясно что их значение не выходит за рамки ориентировочной оценки других методов. Следует сказать, что развитие структурного метода определения потоков в приводном слое задерживается не только из-за несовершенства аппаратуры, мало приспособленной к суровым морским условиям, но и из-за сложности установки этой аппаратуры и передачи данных.

За последнее время в США получило довольно широкое развитие исследование турбулентности и потоков тепла и влаги с помощью самолетов. Измерения ускорений самолета, воздушной скорости, высоты, температуры сухого и смоченного термометра, позволяют рассчитать пульсации вертикальной скорости, температуры и влажности воздуха, а затем по (16) и (17) получить потоки. Такие исследования нашли свое наиболее полное отражение в работах А. Банкера.

Рассмотрим некоторые из них, имея, конечно, в виду, что качество таких наблюдений не всегда высокое, а уровни часто выходят за пределы приводного слоя. В [42] при исследовании турбулентности и напряжения сдвига над рядом районов Северной Атлантики Банкер получил для уровня 150 *м* величины коэффициента трения в несколько раз меньшие, чем определенные Диконом [7]. Другая работа Банкера [43] посвящена исследованию потоков тепла и влаги в воздух, проходящий в юго-восточном направлении над западной частью Северной Атлантики. В интервале широт от 9°N до 43°N летом—зимой 1953—1954 гг. было сделано около 125 наблюдений (продолжительностью от 30 *сек* до 2 *мин*) на высотах от 8 до 2100 *м*. Предполагается, что полученные измерения достаточно точны для размера вихрей от 20 *м* до 6 *км* (вероятная ошибка в потоке тепла около 5%). Однако сравнение наблюдений с самолета с наблюдениями над поверхностью земли показало, что первые на 60% меньше вторых, к такому же выводу Банкер пришел и при сопоставлении потоков, определенных с самолета и рассчитанных по трансформации воздушной массы над морской поверхностью. По

мнению Банкера, причина таких различий лежит в инерционности датчиков, которые на малых высотах не способны фиксировать высокочастотную часть спектра пульсаций. Эти результаты заставили Банкера ввести в первые 6 из 22 рассмотренных случаев поправочный множитель 3,0. Исследованиями были охвачены четыре района:

1) у побережья Новой Англии ,2) у Бермудских островов, 3) пассатный район у Пуэрто-Рико, 4) пассатный район у Тринидада, общим для которых было существование слоя минимальной потенциальной температуры на уровне 200—300 *м*. Для разных случаев было получено согласование наблюдений с теорией диффузии тепла, конвективно-турбулентной теорией Пристли-Свинбенка и теорией тепловой турбулентности Малкус.

В табл. 7 представлены величины потоков явного и скрытого тепла, при этом потоки, направленные вверх, осреднены по всем наблюдениям ниже 60 м (иногда даже ниже 150 м), а потоки, направленные вниз — по всем наблюдениям в слое устойчивой стратификации выше уровня, где поток меняет знак.

Таблица 7

Район	*P*, *кал/см²·сутки*		*LE*
	вверх	вниз	
1	199	33,7	93,5
2	173	6,9	724,0
3	14,7	39,8	133,0
4	8,6	27,7	101,0

Особенности регионального распределения объясняются Банкером, например, резкое увеличение *LE* от первого района ко второму связано с резким увеличением способности воздуха к содержанию влаги за счет нагревания (от 2—5 *г/кг* до 10—15 *г/кг*), тогда как уменьшение потоков от второго района к третьему связано с ослаблением турбулентности (по данным Банкера в последних 2-х районах среднее квадратичное отклонение вертикальной скорости составляет всего $^1/_2$—$^1/_3$ от величины во втором районе).

Из табл. 7 очевиден и вывод Банкера о том, что в умеренных широтах главную роль играет нагревание снизу, а в пассатных — нагревание сверху.

В табл. 8 и 9 представлено сделанное Банкером сравнение его расчетов с расчетами других авторов, однако, при этом используются величины потоков, относящиеся не только к разным периодам, но и разным географическим районам: а) величины Джекобса для района 1 и 2 взяты средние за зиму, а для районов 3 и 4 — средние за год; б) величины Будыко средние годовые; в) о величинах Манабе и Миузаки говорилось ранее; г) величины Риля и другие относятся к тому же сезону (июль—октябрь 1945 г.), но получены для района между Сан-Франциско и Гавайскими островами.

Из табл. 8 и 9 видно, что турбулентный поток тепла, за исключением расчета Манаба и Миузаки, оказывается меньше наблюденного, а скрытый поток почти всегда меньше расчетного.

Если предположить, что для первого района, который по своим условиям зимой приближается к районам Японского моря, можно рассчитать R_1 как отношение потоков Банкера ($R_1=2{,}11$), а R как отно-

Таблица 8

Сравнение турбулентного потока тепла *(кал/см² · сутки)*

Автор	Банкер	Джекобс	Будыко	Манабе	Миязаки	Риль и др.
Метод / Район		эмп. ф-ла	эмп. ф-ла	по трансформации	эмп. ф-ла	эмп. ф-ла
1	199	120	82	555	180	—
2	182[1])	70—260	87	555	180	—
3	15	0	27	—	—	8—16
4	9	—5	3	—	—	—

Таблица 9

Сравнение потоков скрытого тепла *(кал/см² · сутки)*

Автор	Банкер	Джекобс	Будыко	Манабе	Риль и др.
Метод / Район		эмп. ф-ла	эмп. ф-ла	по трансформации	эмп. ф-ла
1	94	120	230	340	—
2	720	480—600	330	340	—
3	133	200	275	—	250
4	100	<200	165	—	—

шение потоков Джекобса ($R=1{,}0$), то отношение $R_1/R=2{,}11$ хорошо согласуется с рис. 5.

Для пассатного района севернее Пуэрто-Рико Банкер для 3-х суток в августе 1956 г. сопоставил наблюдения потока водяного пара с самолета с расчетом по формуле переноса. Полученный при этом коэффициент пропорциональности оказался на 25% меньше величины $a=1{,}6\cdot10^{-6}$ *г/см*³, определенной Вюстом из наблюдений «Метеора» в пассатном районе.

Можно упомянуть и еще одну работу Банкера [41], посвященную измерениям турбулентности в молодом циклоне 21 января 1955 г. в районе Бермудских островов. Содержание этой работы довольно полно изложено в [25], поэтому здесь ее стоит вспомнить только потому, что она еще раз показывает широкие возможности измерений с самолетов.

Исследованию достоверности измерений потоков с самолета посвящена работа Варнера и Тэфорда [67], которые над юго-западной частью Нового Уэллса 12 августа 1964 г. сопоставили измерения вертикального потока тепла с самолета и расчет этого же потока из уравнения теплового баланса столба воздуха. Авторы получили, что совпадение потоков достаточно хорошее в слое 170—320 *м* и хуже для слоя 16—170 *м*. Заметное различие для нижнего слоя объясняется авторами как влияние инерционности аппаратуры и некоторой неопределенности в определении изменения теплосодержания столба воздуха ниже 75 *м*.

[1]) Из предыдущей таблицы следует, что вместо этой величины должна быть 173 *кал/см² · сутки*.

Таким образом, структурный метод даже при нынешнем состоянии его развития на морях может дать интересные результаты; к сожалению, при наблюдениях с самолета существует, по-видимому, минимум высоты полета (выше 15—20 *м*), который определяется инерционностью аппаратуры и техническими данными самолета. Так как стоимость аппаратуры и сложность обработки структурных наблюдений еще долго останутся препятствием для проведения наблюдений над большими районами и за большие промежутки времени, то большое значение должно иметь совместное проведение структурных и градиентных наблюдений, которое позволяет использовать первые для уточнения существующих полуэмпирических соотношений, связывающих потоки с градиентами. Однако структурные измерения, например с самолетов, играют большую роль при измерении турбулентности и потоков тепла и влаги в облаках и между ними.

5. Диффузионный метод

В основу метода положена теория диффузии, развития Шмидтом и Тейлором, по которой вертикальный поток любой субстанции можно представить как

$$F = \kappa \cdot \frac{ds}{dz}. \tag{18}$$

В дальнейшем задаются разные гипотезы о κ и $\frac{ds}{dz}$ и формулы приводятся к виду (1) и (2). Эти формулы часто называются формулами переноса и устанавливают связь между потоками тепла и водяного пара и стандартными метеорологическими величинами. Формулы (1) и (2) обычно используются в двух направлениях. В одном из них применяются коэффициенты, определенные на основании ранее рассмотренных методов, и в этом случае формулы применимы только для тех условий, для которых определены эти коэффициенты. К сожалению, об этом часто забывают и, например, коэффициент, определенный по замыканию уравнения теплового баланса для всего Мирового океана (условия слабой неустойчивости), используется для расчета потоков в отдельных районах океана, имеющих весьма отличные условия стратификации [37]. Поскольку строгое выполнение этого требования значительно сужает применимость формул с такими коэффициентами, то делались и делаются попытки выразить потоки на основании полуэмпирической теории турбулентности и теории подобия.

Для моря наиболее известны формула испарения, полученная Свердрупом [64], и формула для турбулентного потока тепла, полученная П. П. Кузьминым [20]. Свердруп основывался на выводах Россби [63] о характере взаимодействия ветра и воды: взаимодействие происходит как через тангенциальное напряжение, так и нормальное давление; при слабом ветре и гладкой поверхности второе мало, и профиль ветра описывается формулой Кармана, предполагающей существование ламинарного слоя; при шероховатой поверхности профиль ветра также определяется тангенциальным напряжением, а нормальное давление играет роль только в слое от поверхности до высоты волн; для устойчивых умеренных и сильных ветров параметр шероховатости $z_0 = 0{,}6$ *см*, так как поверхность сама принимает такую форму, чтобы разрешить ветру двигаться над ней в наиболее экономичном режиме; при резкой смене условий z_0 может быть очень большим, до 20 *см*.

Свердруп исходил из трех предположений:

а) испарение у поверхности происходит за счет диффузии,

б) выше ламинарного слоя перенос происходит за счет вихрей,

в) коэффициент вихревого обмена можно выразить как

$$A = \rho \cdot \varkappa \cdot (z + z_0) \cdot v_*$$

Предполагалось, что ламинарный слой существует и в случае шероховатой поверхности, так как массы воздуха между элементами шероховатости в течение очень короткого промежутка времени оказываются в состоянии покоя и при наличии градиента влажности будет иметь место перенос водяного пара только за счет диффузии. Поскольку этот процесс идет непрерывно, т. е. одна масса сменяется другой, то можно говорить либо о сокращении времени интенсивного турбулентного перемешивания, либо, как это и делает Свердруп, вводить понятие эквивалентного ламинарного слоя, характеризующего статистически средние условия. Предполагая, что вертикальное распределение влажности описывается логарифмическим законом

$$e = e_0 - c \cdot \ln \frac{z + z_0}{z_0}, \tag{19}$$

и выражая потоки влаги:

а) в турбулентной области как

$$E_1 = -\frac{0{,}623}{p} \frac{de}{dz} \cdot A = \frac{0{,}623}{p} \rho \cdot \varkappa \cdot v_* \cdot c, \tag{20}$$

б) в ламинарном слое (от поверхности до d) как

$$E_2 = \frac{b}{d}(e_0 - e_d), \text{ где } b = \frac{0{,}623}{p} \cdot \rho \cdot \kappa, \tag{21}$$

$\kappa = 0{,}235$ *см*^{2}/*сек*.

Свердруп находит выражение для расчета толщины ламинарного слоя:

$$d = \frac{\varkappa}{\kappa \cdot v_*} \left(\frac{e_0 - e}{c} - \ln \frac{z + z_0}{d + z_0} \right). \tag{22}$$

Однако z_0 и v_*, входящие в (22), зависят от состояния подстилающей поверхности:

а) для шероховатой поверхности

$$z_0 = 0{,}6 \text{ см},$$

$$v_* = \frac{0{,}165}{\lg \frac{z + z_0}{z_0}} \cdot u, \tag{23}$$

б) для гладкой поверхности

$$z_0 = \frac{\nu}{\kappa \cdot v_*} - d, \tag{24}$$

по Карману $\frac{u}{v_*} + 5{,}57 \lg \frac{u}{v_*} = 5{,}5 + 5{,}75 \lg \frac{z \cdot u}{\nu}$ (25)

и, следовательно, получаются разные формулы для определения d:

для шероховатой поверхности

$$d = \frac{4{,}12}{v_*} = \frac{27{,}5\,\nu}{v_*}, \tag{26}$$

для гладкой поверхности

$$d = \frac{1{,}86}{v_*} = \frac{12{,}4 \cdot \nu}{v_*}. \tag{27}$$

Стремясь избежать использования в формуле для расчета испарения градиента влажности, Свердруп на основании (19), (20) и (21) получает

$$E = \frac{b\,(e_0 - e_z) \cdot v_*}{\frac{\kappa}{\varkappa} \ln \frac{z + z_0}{d + z_0} + d v_*}, \tag{28}$$

обозначения обычные.

Величина d определяется по (26) и (27), а v_* по (23) и (25). По оценке Свердрупа, независимо от гипотезы о величине ламинарного слоя, испарение в случае шероховатой поверхности в 2 раза больше, чем испарение с гладкой поверхности. На основании сравнения своего расчета E с наблюдениями испарения, сделанными Вюстом, Свердруп приходит к выводу, что для широт от 50°N до 55°S и средних скоростей ветра 5—8 *м/сек* поверхность можно считать аэродинамически шероховатой с $z_0 = 0{,}6$ *см* и ламинарным слоем, равным $d = \frac{27{,}5\,\nu}{v_*}$. Однако, если учесть, что нет четкого разграничения условий, для которых поверхность можно считать шероховатой или гладкой (за исключением введенной Монтгомери скорости ветра 6,5 *м/сек*) и что по мнению Норриса [61] на самом деле испарение для шероховатой поверхности будет в 4 раза больше, чем для гладкой, то станет ясно, что рассчитанные по (28) величины испарения могут вызывать серьезное сомнение.

На основании почти аналогичных предпосылок была получена и формула Кузьмина

$$P = \frac{\lambda\,(t_w - t_z) \cdot v_*}{\frac{\lambda}{\rho \cdot c_p \cdot \varkappa} \ln \frac{z + z_0}{z_0} + v_* \cdot d}, \tag{29}$$

где λ — коэффициент теплопроводности.

Работа Свердрупа в дальнейшем была развита В. С. Самойленко [30]. Общим для всех этих работ является предположение о существовании равновесной стратификации. Попытки учесть влияние стратификации были сделаны Н. П. Гоптаревым [5, 6], Н. А. Тимофеевым [34] и О. И. Шереметевской [36]. По мнению Н. П. Гоптарева, влияние стратификации на потоки достигает 17% в неустойчивых условиях и 30% в устойчивых, приблизительно к такому выводу приходит и О. И. Шереметевская, однако складывается впечатление, что в ее схеме происходит искажение влияния стратификации. Об этом свидетельствует проверка формул приведения скорости ветра к горизонту 1 *м*, предложенных О. И. Шереметевской. На рис. 6 показаны результаты этой проверки на данных [50], ошибка имеет явную зависимость от стратификации.

Иногда высказываются соображения о том, что над морем влияние стратификации мало, так как градиент температуры воздуха гораздо меньше чем над сушей, однако при этом забывают, что над морем со-

ответственно меньше и градиент скорости ветра, входящий в число Ri в квадрате, поэтому число Ri может оставаться довольно большим.

В табл. 10 показан результат расчета Ri для слоя 0,5—2,0 *м* по данным [50]. Если воспользоваться выводами А. В. Перепелкиной [27], ко-

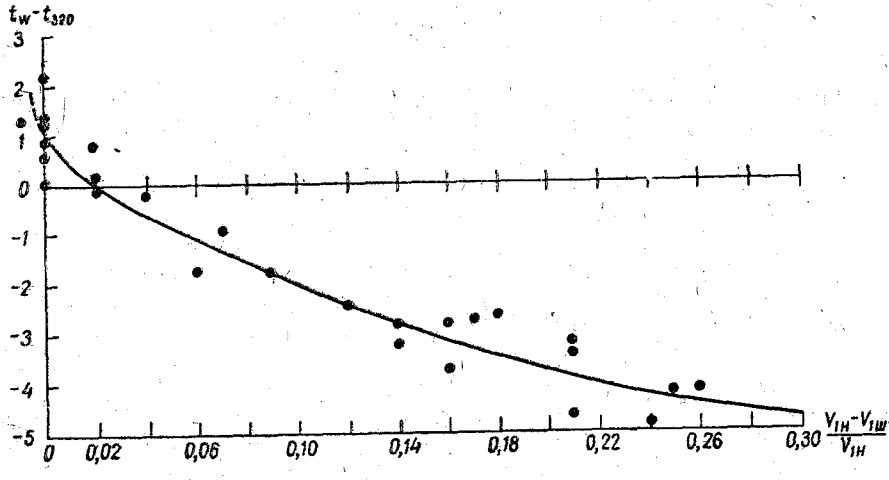


Рис. 6. Зависимость ошибки в расчете скорости ветра на высоте 1 *м* по формуле О. И. Шереметевской [36] от разности $(t_w - t_{320})$.

t_w — температура воды, t_{320} — температура воздуха на высоте 320 *см*, $v_{1н}$ — наблюденная скорость ветра на высоте 1 *м*, $v_{1ш}$ — расчет по [36].

торая на основании расчета потока при логарифмическом законе распределения метеоэлементов и измерения его прямым методом установила зависимость отношения второго к первому от числа Ri, то определенные нами $R_{i0,5-2,0}$ соответствуют величине этого отношения, равной приблизительно 2,0.

Таблица 10

$t_w - t_{3,2}$	$Ri_{0,5-2,0}$	$f(Ri)$
1,34	0,18	1,75
2,22	0,29	2,0

Таким образом, неучет влияния стратификации при неустойчивости ($t_w - t_a = 1—2°$ С и скорости ветра 4—5 *м/сек*) может привести к занижению турбулентного потока тепла в 2 раза. Если учесть, что, по мнению Брокса [7], на немецких кораблях погоды в Северной Атлантике разность температур вода—воздух, равная 3° С, встречается в 50% от числа случаев, когда эта разность равна нулю, то становится очевидной необходимость правильно учитывать влияние стратификации. Поэтому можно вполне согласиться с мнением Н. П. Гоптарева [6], что необходима серьезная проверка разных схем учета стратификации на массовом материале и сопоставление с другими методами определения потоков, которые позволили бы установить границы применимости каждой схемы. Ввиду низкого качества некоторых градиентных наблюдений в море, по-видимому, имеет смысл использовать при расчете потоков и чисел Ri средние градиенты температуры, влажности и скорости ветра ко всему слою наблюдений, как предлагает Н. А. Тимофеев [34]. Такие градиенты не только устраняют случайные ошибки измерений, но и характеризуются большей горизонтальной однородностью.

Среди работ посвященных изучению процессов тепло- и влагообмена у подвижной морской поверхности, можно отметить работу С. А. Китайгородского и Ю. А. Волкова [19], в которой показано, что для почти равновесных условий коэффициенты тепло- и влагообмена в обычных диффузионных формулах должны зависеть не только от v_*, но и от характеристик волнения.

Имеются отдельные указания, что над морем толщина слоя чисто динамического перемешивания меньше, чем над сушей. По мнению Флигла и др. [50], она составляет около 40 *см* (над сушей считается

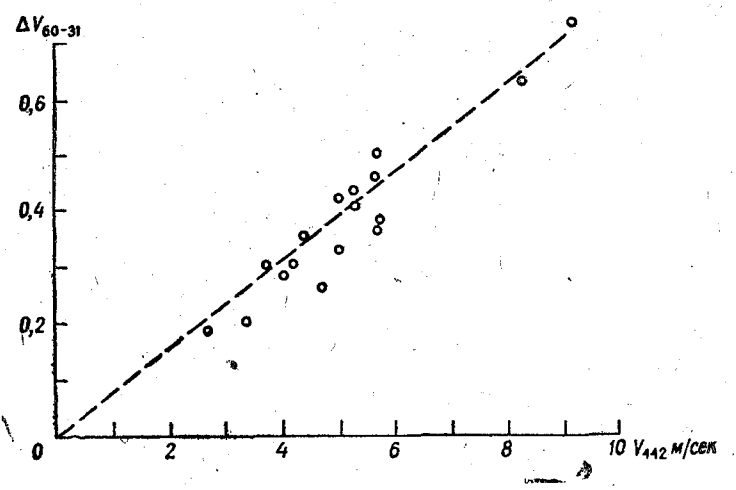


Рис. 7. Зависимость разности скорости ветра на высотах 60 и 31 *см* от скорости ветра на высоте 442 *см*.

около 1 *м*). На рис. 7 показана полученная по данным [50] зависимость $\Delta v_{60-31\,см}$ от скорости ветра на высоте 442 *см*. Очевидно, что связь между ними очень слабо зависит от стратификации

$$\Delta V_{60-31} \cong 0{,}075 \cdot V_{442}.$$

Большое количество работ посвящено определению параметра шероховатости морской поверхности, например, [12, 32, 49, 4, 5], однако выводы из этих работ порой противоречивы и причины этого частично объясняются в недавней работе С. А. Китайгородского и Ю. А. Волкова [18].

За последнее время большое внимание уделяется вопросу о различии между обычно наблюдаемой и действительной температурой поверхности воды, поскольку первая относится, как правило, к слою 0—1 *м*. Так, по данным Боума [39], в районе корабля погоды *M* поток тепла между морем и атмосферой равен нулю при $t_w - t_a = 0°{,}7\,C$, причем эта величина следующим образом распределяется по месяцам:

	VI	VII	VIII	IX
$t_w - t_a$ . . .	0,8	0,62	0,63	0,75

Этот факт позволяет предположить, что действительная температура поверхности на 0°,7 С ниже, чем та, которую мы обычно измеряем. К близким же выводам приходит Дикон и Уэбб [7], используя харак-

терную диаграмму, предложенную Тейлором. По их данным при слабых ветрах эти температуры отличаются больше чем на 0,2—0°,3 С. Флигл и др. [50] также получили, что изотермические профили температуры воздуха соответствуют температуре поверхности, которая почти на 0°,3 С теплее воздуха ,однако они объясняют это на основании идеи Пристли о том, что у поверхности земли, начиная с некоторого уровня, поток направлен вверх в изотермическом слое за счет свободной конвекции, а ниже этого уровня только за счет вынужденной конвекции, и здесь происходит уменьшение температуры воздуха с высотой. Другого мнения придерживается Хаззе [52], который изучает возможное охлаждение поверхности за счет испарения, турбулентного теплообмена и лучистого теплообмена. На основании широкого обзора имеющихся данных он приходит к выводу, что различие действительной и измеряемой температуры поверхности может составлять до 1° С (правда, использованные данные, как правило, относятся к прибрежным водам). По оценкам Хаззе за счет испарения и излучения разность этих температур не превышает 0°,2 С и только в отдельных случаях достигает +0,3; —0°,7 С, тогда как за счет турбулентного теплообмена при неустойчивой стратификации ($t_w - t_a = 5°$ С) она достигает —0°,7 С, а при устойчивой $t_w - t_a = -5°$ С) даже 1° С [1]). Для нейтральной стратификации Хаззе получает различие в 0,2 ÷ 0°,3 С. Очевидно, что решение этого вопроса имеет большое значение для расчета потоков тепла и влаги.

Наконец, можно упомянуть и еще некоторые интересные проблемы, касающиеся самого процесса испарения с подвижной поверхности воды. К их числу относится увеличение поверхности испарения при наличии ветровых волн, которое по мнению Н. Н. Зубова [11] может достигать 10%; возможное увеличение испарения с гребней вторичных волн, имеющих малый радиус кривизны; влияние на испарение орбитального движения частиц при волнении; влияние больших волн, поднимающих испаряющую поверхность в более сухие слои воздуха; механическое испарение и некоторые другие вопросы.

Хотя перечисленное охватывает только часть тех проблем, с которыми встречаются исследователи при попытке описать механизм обмена энергией и влагой между морем и атмосферой, все же и она дает представление о том насколько мало мы еще знаем процессы, протекающие на поверхности раздела двух сред, и насколько большие трудности стоят на пути теоретического описания этих процессов. По мнению ряда крупнейших американских ученых [38], хотя его следует считать слишком категоричным, наше знание величин потоков тепла и влаги для отдельных частей Мирового океана не намного лучше простых соображений разума.

Помимо затруднений, связанных с недостаточным пониманием физического механизма процессов обмена не разрешен окончательно вопрос о правомерности расчета средних потоков по средним величинам гидрометеорологических элементов. Математически суть вопроса сводится к тому, что

$$\overline{P} = c_p \cdot \overline{a \cdot \Delta T \cdot u} = \frac{\overline{c_p} \cdot \Sigma\,(\bar{a} + a') \cdot (\overline{\Delta T} + \Delta T') \cdot (\bar{u} + u')}{N} =$$

$$= c_p \left[\bar{a} \cdot \overline{\Delta T} \cdot \bar{u} + \bar{u} \cdot (\overline{a' \Delta T'}) + \overline{\Delta T}\,(\overline{u' a'}) + \bar{a}\,(\overline{u' \Delta T'}) + \overline{u' a' \Delta T'}\right] \quad (30)$$

[1]) В этом отношении интересные результаты получены Л. Ю. Преображенским [28].

или на основании определения коэффициента корреляции

$$\overline{P} = c_p(\overline{a}\cdot\overline{u}\cdot\overline{\Delta T} + \overline{u}\cdot r_{a,\,\Delta T}\sigma_a\cdot\sigma_{\Delta T} + \overline{\Delta T}\cdot r_{u,\,a}\cdot\sigma_u\cdot\sigma_a + \\ + \overline{a}\cdot r_{u,\,\Delta T}\cdot\sigma_u\cdot\sigma_{\Delta T} + \overline{u'\cdot a'\cdot\Delta T'}). \qquad (31a)$$

Аналогичные рассуждения позволяют записать формулу и для LE

$$\overline{LE} = L\cdot(\overline{a}\cdot\overline{\Delta E}\cdot\overline{u} + \overline{u}\cdot r_{a,\,\Delta E}\cdot\sigma_a\cdot\sigma_{\Delta E} + \overline{\Delta E}\cdot r_{u,\,a}\cdot\sigma_u\cdot\sigma_a + \\ + \overline{a}\cdot r_{u,\,\Delta E}\cdot\sigma_u\cdot\sigma_{\Delta T} + \overline{u'\cdot a'\cdot\Delta E'})\cdot\frac{0{,}622}{P}, \text{ где} \qquad (31б)$$

r_{ij} — коэффициенты корреляции между i и j,
σ_κ — средние квадратические отклонения величин κ.

Так как о коэффициенте пропорциональности a мы знаем пока очень мало и не можем найти связь его с u и ΔT, то обычно этот коэффициент считается постоянным и формулы (31а) и (31б) принимают вид

$$\overline{P} = a\cdot c_p[\overline{u}\cdot(\overline{t_w - t_a}) + r_{u,\,\Delta T}\sigma_u\cdot\sigma_{\Delta T}], \qquad (32)$$

$$\overline{LE} = a\cdot L[\overline{u}\cdot(\overline{E-e}) + r_{u,\,\Delta E}\cdot\sigma_u\cdot\sigma_{\Delta E}]\cdot\frac{0{,}622}{P}. \qquad (33)$$

Таким образом, при a=const правомерность замены истинно среднего потока (потока среднего из отдельных потоков) на средний поток, определенный по средним значениям гидрометеорологических элементов зависит от корреляции между скоростью ветра и градиентом температуры и влажности воздуха, а также от величин средних квадратичных отклонений этих характеристик за период осреднения.

Еще в конце 50-х годов в Главной Геофизической обсерватории пришли к выводу, что для кораблей погоды B, C, D, I и K в феврале и августе (в течение трех лет) практически равны суммы

$$[\overline{a\cdot c_p\cdot u\cdot(t_w - t_a)} + \overline{a_1\cdot L\cdot u\cdot(E-e)}] \text{ и } [\overline{a\cdot c_p\cdot u}\cdot\overline{(t_w - t_a)} + \\ + a_1\cdot L\cdot\overline{u}\cdot\overline{(E-e)}].$$

В выступлении на совещании по морской метеорологии М. И. Будыко сделал попытку дать физическое объяснение этому факту: на суше величины потоков тепла и влаги в основном определяются радиационным балансом, т. е. при данном R всякое усиление скорости ветра должно приводить к уменьшению градиентов температуры и влажности воздуха; на море же, помимо R, большое значение имеет турбулентный теплообмен поверхности с глубинами, который позволяет тратить бо́льшее количество тепла, в результате чего вертикальные градиенты температуры и влажности могут слабее зависеть от скорости ветра (т. е. в этом случае будет меньшая отрицательная корреляция между скоростью ветра и градиентами).

Однако это объяснение касается только корреляции, хотя столь же важную роль могут иметь и отклонения σ_u, $\sigma_{\Delta T}$ и $\sigma_{\Delta E}$. Если на суше существует суточный ход величин u, ΔT и ΔE и довольно часты непериодические изменения, связанные с неоднородностью подстилающей поверхности, то в открытом море суточного хода практически нет, и u, ΔT, ΔE довольно слабо зависят от направления ветра. Происходящие все же иногда резкие изменения гидрометеорологических элементов сглажи-

Таблица 11

Характеристики	Корабль погоды *I* январь 1955 г.				Корабль погоды *I* февраль 1955 г.				Корабль погоды *I* август 1955 г.				Карибское море апрель 1946 г. (по Малкус)			
	ср. за м-ц	ср. для $0 < u < 6$ м/сек	ср. для $6 < u < 12$ м/сек	ср. для $u > 12$ м/сек	ср. за м-ц	ср. для $0 < u < 6$ м/сек	ср. для $6 < u < 12$ м/сек	ср. для $u > 12$ м/сек	ср. за м-ц	ср. для $0 < u < 6$ м/сек	ср. для $6 < u < 12$ м/сек	ср. для $u > 12$ м/сек		средн. за 17 дней		средн. за 17 дней
$\overline{u}$	10,90				10,80				8,16				$\overline{u}$	6,56	$\overline{u}$	6,56
$\overline{\Delta T}$	3,20				3,21				0,35				$\overline{\Delta T}$	0,47	$\overline{\Delta q}$	$5{,}89 \cdot 10^{-3}$
σ_u	4,45	1,58	1,71	2,30	6,06	1,87	1,47	4,38	4,23	1,99	1,37		σ_u	1,5	σ_u	1,5
$\sigma_{\Delta T}$	2,44	2,50	2,65	2,27	1,48	1,32	1,31	1,45	0,73	0,62	0,63		$\sigma_{\Delta T}$	0,30	$\sigma_{\Delta q}$	$0{,}74 \cdot 10^{-3}$
$r_{\Delta T, u}$	−0,123	0,395	−0,108	−0,005	−0,344				−0,360	−0,085	−0,204		$r_{\Delta T, u}$	−0,22	$r_{\Delta q, u}$	−0,46
													$r_{T_w, u}$	−0,25	$r_{q_w, u}$	−0,68
													$r_{T_a, u}$	−0,18	$r_{q_a, u}$	+0,23
	$\frac{1}{N}\sum_1^n p_i < \overline{p}(\overline{u}\overline{\Delta T})$ на 5%				$\frac{1}{N}\sum_1^n \overline{p}_i < \overline{p}\,(\overline{u} \cdot \overline{\Delta T})$ на 10%				$\frac{1}{N}\sum_1^n p_i \leqslant \overline{p}\,(\overline{u} \cdot \overline{\Delta T})$ на 65%				$\frac{1}{N}\sum_1^n p_i <$ $< \overline{p}\,(\overline{u} \cdot \overline{\Delta T})$ на 7%		$\frac{1}{N}\sum_1^n LE_i <$ $< \overline{LE}\,(\overline{u} \cdot \overline{\Delta q})$ на 7%	

ваются при расчете средних квадратических отклонений за весь период осреднения, и, таким образом, σ_u, $\sigma_{\Delta T}$ и $\sigma_{\Delta E}$ обычно над морем должны быть меньше, чем над сушей. Следует, однако, оговориться, что это касается только относительных величин σ_u, $\sigma_{\Delta T}$ и $\sigma_{\Delta E}$ (т. е. величин, нормированных по $\overline{u}$, $\overline{\Delta T}$ и ΔE).

Рассмотрим некоторые из имеющихся оценок связи между скоростью ветра и градиентами температур и влажности воздуха, а также величин σ_u, $\sigma_{\Delta T}$ и $\sigma_{\Delta E}$ (или $\sigma_{\Delta q}$)[1]. А. С. Монин [26] для Цимлянского водохранилища (около 300 наблюдений) получил $r_{\Delta T, u} = -0{,}55$ и $\sigma_u = 1{,}54$ *м/сек*, $\sigma_{\Delta T} = +0°{,}93$ (относительные величины $\frac{\sigma_u}{\overline{u}} = 43\%$, $\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 139\%$), что при средних $\overline{u} = 3{,}55$ *м/сек* и $\overline{\Delta T} = -0°{,}670$ дает ошибку в расчете $\overline{P}$ (без учета корреляции) в 1,5 раза. Ж. Малкус [25] для Карибского моря получила величины, приведенные в табл. 11. Видно, что коэффициент корреляции получился почти в 2,5 раза меньше, чем для условий суши, заметно меньше и относительные величины отклонений

$$\left(\frac{\sigma_u}{\overline{u}} = 23\%,\ \frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 64\%,\ \frac{\sigma_{\Delta q}}{\Delta q} = 12\%\right).$$

Ошибка в расчете потоков тепла и влаги (за счет неучета корреляции составляет всего 7%. Автор статьи оценил корреляцию и отклонение для корабля погоды *I* в январе, феврале и августе 1955 г. (использованы 4-срочные наблюдения за каждый день по [70]). Результаты расчета приведены в табл. 11. Коэффициенты корреляции увеличиваются от —0,123 в январе до —0,36 в августе (если учесть, что к лету уменьшается роль теплообмена с глубинами, то это согласуется с объяснением М. И. Будыко). Относительные величины отклонений равны: в январе $\frac{\sigma_u}{\overline{u}} = 41\%$, $\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 76\%$, в феврале $\frac{\sigma_u}{\overline{u}} = 50\%$, $\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 46\%$, в августе $\frac{\sigma_u}{\overline{\Delta T}} = 52\%$, $\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 208\%$. Ошибка в расчете составляет 5%, 10% и 65% соответственно для января, февраля и августа. Большая относительная ошибка в августе связана с малой абсолютной величиной потока. Интересным фактом является то, что устойчивая отрицательная корреляция наблюдается только в интервале скорости ветра 6—12 *м/сек*. Наконец, автором сделан расчет корреляции и отклонений по наблюдениям, приведенным в [50]. Условия, в которых проводились эти наблюдения (расстояние от берега 10 *миль*) в проливе Восточный Зунд, в июне 1958 г., по-видимому, близки к тем, для которых получены данные, использованные в [26]. Результаты расчета приводятся в табл. 12 ($t_{3,2}$ — температура воздуха на высоте 3,2 *м*, $t_{0,8}$ — температура воздуха на $z = 0{,}8$ *м*). Коэффициенты корреляции довольно близки к [26], слабо отличаются и относительные величины отклонений разности температур $\left(\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 121\%$ при $\Delta T = t_w - t_{3,2}$ и $\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}} = 103\%$ при $\Delta T = t_{0,8} - t_{3,2}\right)$, однако почти в 2 раза меньше $\frac{\sigma_u}{\overline{u}} = 29\%$ и поэтому ошибки в расчете $\overline{P}$ составляют всего 10—15%.

[1]) q — удельная влажность.

Таблица 12

$\overline{u} = 5{,}35\ \frac{м}{сек}$; $\overline{t_w - t_{3,2}} = -1°{,}75$	$\overline{u} = 5{,}39\ \frac{м}{сек}$; $\overline{t_{0,8} - t_{3,2}} = -0{,}39$
$r_{u,\Delta T} = -0{,}506$ $\sigma_{\Delta T} = 2{,}12$ $\sigma_u = 1{,}57$	$r_{u,\Delta T} = -0{,}402$ $\sigma_{\Delta T} = 0{,}40$ $\sigma_u = 1{,}49$
$\frac{dp}{p} = 15\%$	$\frac{dp}{p} = 10\%$

Таким образом, действительно, для рассмотренных условий, над морем коэффициенты корреляции $r_{u,\Delta T}$ несколько меньше, чем над сущей. Относительная величина квадратичного отклонения скорости обычно близка к условиям суши (исключение для Карибского моря можно объяснить особенностью этого района — преобладанием антициклинического поля давления). Величины же $\frac{\sigma_{\Delta T}}{\overline{\Delta T}}$ над морем в 2—3 раза меньше, чем над сушей (за исключением лета). Указанные коэффициенты корреляции и отклонение приводит к ошибке в расчете $\overline{P}$ и $\overline{LE}$ около 10—15% (за исключением лета, когда сами потоки малы).

Полученные результаты, конечно, не являются окончательными, так как они не охватывают весь широкий диапазон физико-географических условий, так как они основаны, в большей части, на судовых наблюдениях и, наконец, так как они относятся только к случаю $a = \text{const}$. Факт изменения коэффициента a в зависимости от числа Ri никем не опровергнут и с ним нужно считаться не только потому, что за счет этого непосредственно изменяются величины потоков, но и потому, что, по-видимому, существует необходимость учитывать это изменение при расчете средних потоков.

6. Метод, основанный на решении задачи о динамическом и термическом взаимодействии океан—атмосфера

Основы метода излагаются в работах Д. Л. Лайхтмана [21, 22], Д. Л. Лайхтмана и З. М. Утиной [23], Б. А. Кагана и З. М. Утиной [15] и некоторых других. Для моря этот метод впервые был применен Б. А. Каганом [16] и в дальнейшем получил развитие в его работах [14, 17]. Метод основан на совместном решении уравнений гидротермодинамики для пограничного слоя атмосферы и для бароклинного слоя моря. Наиболее полная математическая и физическая постановка задачи имеется в [15]. Главным достоинством этого метода является учет действительного взаимодействия океана и атмосферы и взаимосвязи между отдельными процессами в обеих средах. Использование этого метода позволяет также анализировать влияние физических (внешних) условий, регулирующих потоки.

На основании решения системы уравнения гидротермодинамики только для пограничного слоя атмосферы (при $\kappa = \text{const}$) можно, со-

гласно [24], получить расчетные формулы для определения потоков в виде:

$$P = 0{,}2 \cdot \omega_z \cdot \rho \cdot c_p \cdot H[T_0 - T_H + H(\Gamma - \gamma_a)], \tag{34}$$

$$LE = 0{,}2 \cdot \omega_z \cdot L \cdot \rho \cdot H(q_0 - q_H), \tag{35}$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}} \sqrt{\frac{R - B}{\left(1 + \frac{L}{c_p} Б\right) \cdot 0{,}2 \cdot \omega_z \cdot \rho \cdot c_p} + \frac{2{,}3(1-\sigma) \cdot \bar{T} \cdot v_g^2}{g}}, \tag{36}$$

$$T_0 - T_H = \frac{1}{0{,}2 \cdot \omega_z \cdot H \cdot \rho \cdot c_p} \cdot \frac{R - B}{1 + \frac{L}{c_p} \cdot Б} + H(\gamma_a - \Gamma), \tag{37}$$

$$q_0 = f_0 \cdot q_{\max}(T_0), \tag{38}$$

где H — высота пограничного слоя,

T_0, q_0, T_H и q_H — температура и влажность у земли и в свободной атмосфере,

R — радиационный баланс поверхности,

B — поток тепла в почву (в воду),

v_g — скорость геострофического ветра,

$\omega_z = \omega \cdot \sin f$

g — ускорение силы тяжести,

f_0 — относительная влажность у поверхности земли,

$q_{\max}(T_0)$ — насыщающая удельная влажность,

$\bar{T}$ — средняя температура в пограничном слое,

$\gamma_a - \Gamma = \left.\frac{T_0 - T_H}{H}\right|_{P=0}$ — средний равновесный градиент для пограничного слоя,

σ — доля энергии турбулентности, диссипирующей в тепло, от энергии турбулентности, возникающей в результате трансформации среднего движения,

$$\frac{L}{c_p} \cdot Б = \frac{LE}{P}.$$

Полученные формулы позволяют проанализировать эффективность активных воздействий на локальные метеорологические процессы, например, за счет изменения свойств подстилающей поверхности и могут быть использованы для прогноза погоды в конкретном районе на основании предполагаемого характера процессов большого масштаба.

Некоторые недостатки метода: предположение горизонтальной однородности сред, что должно искажать картину потоков в районе гидрологических и атмосферных фронтов, неучет адвекции и выделения тепла при конденсации, задание постоянным лучистого притока тепла. Эти недостатки не позволяют пока с полной уверенностью относиться к рассчитанным величинам потоков, хотя пробные расчеты для Северной Атлантики, выполненные на кафедре океанологии ЛГМИ, показывают неплохое согласование с имеющимися представлениями об этих процессах.

Даже расчет потоков тепла, выполненный по сравнительно грубой схеме [29], позволил получить величины, близкие к [37] в области 20—

25°N, где стратификация атмосферы слегка неустойчивая. На основании этой же схемы была сделана попытка оценить для среднего многолетнего года влияние изменения скорости геострофического ветра, температуры поверхности моря и температуры верхней границы пограничного слоя (от сезона к сезону) на изменение (межсезонное) турбулентного потока тепла в атмосферу.

Расчет был выполнен для 10 кораблей погоды, что позволило для разных районов Северной Атлантики установить годовой ход влияния изменения рассмотренных внешних параметров на величину P.

В табл. 13 представлены результаты расчета для осени—зимы ($\frac{dp_v}{dp}$ — изменение P за счет изменения скорости геострофического ветра; $\frac{dp_{T_0}}{dp}$ — изменение P за счет изменения температуры поверхности и $\frac{dp_T}{dp}$ — за счет изменения температуры на верхней границе пограничного слоя). Очевидно, что для большинства районов (за исключением корабля погоды E) $\frac{dp_v}{dp}$ не выходит за пределы 20% от общего изменения P от осени к зиме (dP), тогда как величины $\frac{dp_{T_0}}{dp}$ и $\frac{dp_T}{dp}$ почти всегда больше 100% от dP, входят с разными знаками и обычно первая составляет половину от второй. В некоторых случаях они очень большие (корабли K и E), но почти равны друг другу. Подобный анализ позволяет установить, влияние каких внешних факторов для разных районов Северной Атлантики является основным в формировании режима пограничного слоя атмосферы и в значительной мере деятельного слоя моря.

Таблица 13

Корабли погоды	dp	$\frac{dp_v}{dp}$ %	$\frac{dp_{T_0}}{dp}$ %	$\frac{dp_T}{dp}$ %
A	— 9,21	13	— 66	146
B	—13,45	5	— 80	170
C	— 6,79	8	— 101	199
I	— 8,01	18	— 73	145
J	— 4,32	22	— 139	207
$Д$	— 4,78	20	— 183	251
K	— 0,34	20	—1789	1859
E	0,52	—215	1154	— 845
H	— 4,07	15	— 183	260
M	— 7,38	19	— 103	185

Можно выразить уверенность, что дальнейшее развитие этого метода является очень перспективным.

Заключение

Рассмотренные методы определения турбулентных потоков тепла и влаги и обзор уже выполненных исследований показывает, что, с одной стороны, каждый из них имеет право на применение для определенных

условий, а с другой стороны, что необходим тщательный анализ и сопоставление накопленного к настоящему времени материала. Это, если не позволит решить многие волнующие нас вопросы, то наметит направление таких исследований, которые свяжут его воедино и позволят достичь результатов в ближайшем будущем.

Вместе с тем необходимо отметить, что из всех разобранных методов расчета составляющих теплового баланса в настоящее время наиболее широкое развитие получил диффузионный метод из-за его внешней простоты и доступности исходных данных, однако эта простота является результатом ряда существенных упрощений, отказавшись от которых в принципе можно получить заметное улучшение результатов, но и значительное усложнение методики расчета.

Вопрос о правомерности расчета средних потоков тепла и влаги по средним величинам гидрометеорологических элементов нельзя считать до конца решенным, хотя цитируемые и полученные результаты показали, что при $a=\text{const}$ ошибка в расчете средних величин P и LE не превышает 10—15% (за исключением лета). Желательно провести исследования для районов, охватывающих различные физико-географические условия. Сводка коэффициентов a, определенных различными авторами, приведенная в табл. 14, показывает, что коэффициент пропорциональности в формулах переноса нельзя считать постоянной величиной, он может изменяться в 2—3 раза в зависимости от устойчивости атмосферы и это изменение должно сказываться не только непосредственно, но и через учет корреляции.

Таблица 14

Автор	Средняя величина	Пределы изменения
Будыко	$2{,}4\ 10^{-6}$	
Джекобс	$2{,}67\ 10^{-6}$	
Каган Строкина		$3{,}5—1{,}0\ 10^{-6}$
Ито	$2{,}6\ 10^{-6}$	$3{,}5—2{,}0\ 10^{-6}$
Тимофеев	$2{,}5\ 10^{-6}$	$2{,}7—2{,}0\ 10^{-6}$
Свердруп		$0\ —2{,}0\ 10^{-6}$
Самойленко	$2{,}2\ 10^{-6}$	
Зайков	$2{,}0\ 10^{-6}$	
Крейг Монтгомери		$0{,}8—1{,}6\ 10^{-6}$
Банкер	$1{,}2\ 10^{-6}$	
Вюст	$1{,}6\ 10^{-6}$	
Малкус	$1{,}72\ 10^{-6}$	

ЛИТЕРАТУРА

1. Архипова Е. Г. Межгодовые изменения теплового баланса в северной части Атлантического океана за последнее десятилетие. Труды ГОИН, вып. 54, 1960.
2. Будыко М. И. Тепловой баланс земной поверхности. Гидрометеоиздат, Л., 1956.
3. Виноградова О. П. Тангенциальное напряжение ветра над взволнованной морской поверхностью. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1959.
4. Виноградова О. П. Интенсивность турбулентного обмена и параметр шероховатости морской поверхности. Труды Морского гидрофизического ин-та, т. XX, 1960.

5. Гоптарев Н. П. О влиянии динамических и термических факторов на скорость ветра над морем и на шероховатость морской поверхности. Труды ГОИН, вып. 51, 1960.
6. Гоптарев Н. П. Схема расчета характеристик турбулентности приземного слоя атмосферы. Труды ГОИН, вып. 84, 1965.
7. Дикон И. Л. и Уэбб И. К. Микромасштабное взаимодействие. В книге «Море», Гидрометеоиздат, Л., 1965.
8. Дроздов О. А. Годовые величины осадков. Морской Атлас, том II, 1953.
9. Жуков Л. А., Теряева В. П. Опыт расчета годового хода температуры верхнего слоя Северной Атлантики. Исследование северной части Атлантического океана. Труды ЛГМИ, вып. 20, 1965.
10. Зайков Б. Д. Очерки по озероведению. Гидрометеоиздат, Л., 1960.
11. Зубов Н. Н. Некоторые особенности испарения в море. Избранные труды по океанологии. Воениздат, М., 1955.
12. Каган Б. А. К вопросу о параметре шероховатости морской поверхности. Исследование северной части Атлантического океана. Труды ЛГМИ, вып. 16, 1962.
13. Каган Б. А. и Строкина Л. А. К вопросу о годовом ходе коэффициента, входящего в формулы для расчета испарения и теплообмена вода—воздух. Исследование северной части Атлантического океана. Труды ЛГМИ, вып. 16, 1962.
14. Каган Б. А. О термодинамическом взаимодействии в системе море—лед—атмосфера. Труды ГГО, вып. 144, 1963.
15. Каган Б. А., Утина З. М. К теории термодинамического взаимодействия моря и атмосферы. Океанология, № 2, 1963.
16. Каган Б. А., Ребенок С. П. Предварительный расчет составляющих теплового баланса Норвежского моря. Труды ЛГМИ, вып. 17, 1964.
17. Каган Б. А. Использование квазистационарной модели взаимодействия пограничных слоев атмосферы и океана для расчета температуры воды и течений в Северной Атлантике. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 8, 1965.
18. Китайгородский С. А. и Волков Ю. А. О параметре шероховатости морской поверхности и расчете турбулентных потоков количества движения в приводном слое атмосферы. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 9, 1965.
19. Китайгородский С. А. и Волков Ю. А. О расчете турбулентных потоков тепла и влаги в приводном слое воздуха. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 12, 1965.
20. Кузьмин П. П. Теплоотдача моря в воздух путем конвекции. Метеорология и гидрология, № 2, 1938.
21. Лайхтман Д. Л. Постановка задачи о стационарном строении пограничного слоя атмосферы. Труды ГГО, вып. 94, 1960.
22. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1961.
23. Лайхтман Д. Л., Утина З. М. Влияние макрометеорологических условий на строение пограничного слоя атмосферы. Труды ГГО, вып. 107, 1961.
24. Лайхтман Д. Л., Орленко Л. Р. Строение пограничного слоя атмосферы на разных широтах. Труды ГГО, вып. 150, 1964.
25. Малкус Ж. Крупномасштабное взаимодействие. В книге «Море». Гидрометеоиздат, Л., 1965.
26. Монин А. С. О климатологии теплового баланса. Изв. АН СССР, сер. геогр., № 5, 1963.
27. Перепелкина А. В. Об определении турбулентного потока тепла. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1959.
28. Преображенский Л. Ю. О некоторых особенностях распределения температуры в поверхностном слое. Труды ГГО, вып. 150, 1964.
29. Радикевич В. М. Опыт применения новой методики расчета составляющих теплового баланса к северной части Атлантического океана. Исследование северной части Атлантического океана. Труды ЛГМИ, вып. 20, 1965.
30. Самойленко В. С. Современная теория океанического испарения и ее практическое применение. Труды ГОИН, вып. 21(33), 1952.
31. Сендерихина И. Л. О соотношении между коэффициентами турбулентного переноса импульса, тепла и вещества в приземном слое атмосферы. Труды ГГО, вып. 121, 1961.
32. Соркина А. И. и Грачева В. П. Определение характеристик термического режима атмосферы над морем. Труды ГОИН, вып. 38, 1957.
33. Тимофеев М. П. Метеорологический режим водоемов. Гидрометеоиздат, Л., 1963.
34. Тимофеев Н. А. Опыт расчета турбулентного потока тепла и затрат тепла на испарение. Труды ДВНИГМИ, вып. 15, 1963.
35. Уралов Н. С. О влиянии Нордкапского течения на ледовитость Баренцева моря. Труды ГОИН, вып. 37, 1959.

36. Шереметевская О. И. Учет стратификации воздуха в расчетах испарения и теплообмена. Метеорология и гидрология, № 9, 1960.
37. Атлас теплового баланса земного шара. Гидрометеоиздат, Л., 1963.
38. Benton G. S., R. G. Fleagle, Leipper D. F., Montgomery R. Rakestrow N, Richardson W. S, Riehl H, Snodgross J. Interaction between the atmosphere and the oceans. Bulletin American Met. Soc. v. 44, № 1, 1963.
39. Boyum G. A study of evaporation and heat exchange between the sea surface and the atmosphere. Geofysiske publikasjoner, Geophysica Norvegica v. XXII, № 7, 1962.
40. Bryan K. and Schraeder E. Seasonal heat storage in the North Atlantic ocean. Journal of Meteorology v. 17, № 6, 1960.
41. Bunuer A. Turbulence measurement in a joung cyclone over the ocean. Bulletin American Met. Soc. v. 38, № 1, 1957.
42. Bunker A. Turbulence and shearing stress measured over the North Atlantic ocean by on airplane acceleration technique.
Journal of Meteorology v. 12, № 5.
43. Bunker A. Heat and water-vapor fluxes in air flowing southward over the western North Atlantic ocean.
Journal of Meteorology v. 17, № 1, 1960.
44. Busch N. E. A note on the similarity hypothesis for wind profiles. Riso report No 100, 1965.
45. Craddock J. M. The warming of arctic air masses over the eastern North Atlantic. Quart. Journal Roy. Met. Soc. v. 77, № 333, 1951.
46. Craig R. Measurement of temperature and humidity in the lowest 1000 ft. of the atmosphere over Massachusetts Bay.
Papers in physical Oceanog. and Meteorol. v. X, № 1, 1946.
47. Craig R. Vertical eddy transfer of heat and water vapor in stable air. Journal of Meteorology v. 6 № 2, 1949.
48. Craig R. and Montgomery R. Evaporation (measured) from ocean into hydrostatically stable air. Journal of Meteorology v. 6, № 6, 1949
49. Deacon E,. Sheppard P., Webb E. Wind profiles over the sea and the drag of the sea surface.
Austral. Journal Physic. v. 9, № 4, 1956.
50. Fleagle R.. Deardorff J., Badgleu F. Vertical distribution of wind speed, temperature and humidity above a water surface. J. Marine Research, v. 17, 1958.
51. Fritz S. Seasonal heat storage in the ocean and heating of the atmosphere Arch. Meteorolog., Geophys. und Bioklimatol. A. 10. No 4. 1958.
52. Hasse L. On the cooling of the sea surface by evaporatfon and heat exchange Tellus v. 15, № 4, 1963.
53. Ito N. On the energy exchange between sea surface and the air. Journal of the Meteorol. Soc. Japan ser. II, v. 38, № 2, 1960.
54. Ito N. On the evaporation from a few lakes in Japan.
Journal of Met. Soc. Japan ser. II v. 38, № 4, 1960.
55. Jacobs L. A report on a discussion interaction befween the atmosphere and the oceans. Meteorological magazine v. 91, № 1081, 1962.
56. Jacobs W. S. The energy exchange between sea and atmosphere and some of its consequences.
Bulletin of the Scripps Institution of oceanography of the University of California v. 6, № 2, 1951.
57. Jung H. and Gilcrest R. Heat budget of a water column autumn North Atlantic ocean.
Journal of Meteorology v. 12, № 2, 1955.
58. Manabe S. On the modificaiion of airmass over Japan sea when the outburst of cold air predominates Journal of Met. Soc. Japan, ser. II, v. 35, № 6, 1957.
59. Manabe S. On the estimation of energy exchange befween the Japan sea and the atmosphere during winter based upon the energy budget of. both atmoshere and the sea. Journal of the Meteorol. Soc. Japan ser. II v. 36, № 4, 1958.
60. Nenman J. On a relation between the annual heat budgets of seas and lakes and other terms of the energy equation. Quart. Journal Roy. Met. Soc. v. 79, № 342, 1953.
61. Norris R. Evaporation from extensive surfaces of water roughened by waves. Quart. Journal Roy. Met. Soc. v. 74, стр. 1—12, 1948.
62. Roden G. On the heat and salt balance of the California current region. Journal of Marine Research v. 18, № 1, 1959.
63. Rossby G. and Montgomery R. B. On the momentum transfer at the sea surface. Papers in physical oceanography and meteorology v. IV, № 3, 1935.

64. Sverdrup H. U. On the evaporation from the oceans. Journal of Marine Research. v. 1, № 1, 1937—38.
65. Sverdrup H. U. On the annual end diurnal variation of the evaporation from the oceans.
Journal of Marine Research. v. 3, № 2.
66. Sverdrup H. U. On the relation between heat conduction from tha sea surface heat used for evaporation. Annuals of the New Jork academy of sciences v. XLIV, 1943.
67. Warner J. and Teford J. A check of aircraft measurement of vertical heat flux. Journal of atmospheric science v. 22, № 4, 1965.
68. Webb E. K. On estimating evaporation with fluctuating Bowen ratio.
Journal of Geophysical Research. v. 65, № 10, 1960.
69. Winston J. S. Physical aspects of rapid cyclogenesis in the Gulf of Alaska. Tellus v. 7, № 4, 1955.
70. The daily weather report of the meteorological office. London, 1955.

Б. Л. Гавридин

КВАЗИСОЛЕНОИДАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ВЛАЖНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЫ

Выводятся уравнения переноса тепла и влаги в турбулентной атмосфере при наличии фазовых переходов влаги. Получена формула конденсационного притока тепла, аномального по сравнению со средним статистическим притоком. Указано квазисоленоидальное приближение для уравнений эволюции потенциального вихря и переноса влаги.

Необходимость учитывать процессы облакообразования при составлении долгосрочных прогнозов погоды в настоящее время становится все более и более очевидной. Одной из первых работ, посвященных исследованию процессов облакообразования, была статья М. Е. Швеца [12], в которой исследована скорость конденсации влаги в атмосфере и показана ее нелинейная зависимость от градиентов температуры. Ряд работ по исследованию слоистообразных облаков выполнил Л. Т. Матвеев; наиболее существенные результаты изложены им в монографии [8]. Основное внимание он уделял вертикальному турбулентному переносу и притокам тепла вследствие фазовых переходов влаги. В одной из его последних работ [5] учтен и адвективный перенос (в квазигеострофическом приближении). В работах Е. М. Фейгельсон [9, 10] в уравнениях гидротермодинамики учитывается приток тепла из-за радиационных процессов. В работе С. С. Зилитинкевича и Д. Л. Лайхтмана [4] сформулирована система уравнений переноса тепла и влаги в турбулентной атмосфере и введен равновесный градиент влажности.

Дж. Смагоринский [16—18] выполнил ряд расчетов крупномасштабного выпадения осадков, основанных на использовании уравнений переноса влаги и сохранения потенциального вихря в квазигеострофическом приближении. В докладе на симпозиуме по динамике крупномасштабных атмосферных процессов в Москве в 1965 г. С. Лейтс [14] сообщил о результатах расчетов крупномасштабного выпадения осадков, основанных на использовании примитивных уравнений движения и уравнения переноса влаги, учитывающем полуэмпирическим образом мелкомасштабные процессы. Г. И. Марчук [6, 7] сформулировал систему уравнений для прогноза полей скорости, температуры, влажности и других метеорологических элементов, при этом поле скорости рассчитывается с помощью «примитивных» уравнений, а для расчета полей влажности предложено использовать уравнения для трех фракций: газообразной, жидкой и твердой. В [7] сконструированы коэффициенты, характеризующие вероятность перехода влаги из одной фракции в другую, в [6, 7] предложен также и способ учета радиационных притоков тепла.

В [15] Смагоринский представил модель общей циркуляции атмосферы, учитывающую упрощенный гидрологический цикл. В модели использовались «примитивные» уравнения движения, учитывались радиационные притоки тепла и рассчитывались испарение, конденсация и перенос влаги, при этом полагалось, что вся сконденсировавшаяся влага выпадает в виде осадков. В работах [14, 16—18] не проводилось расчета облачности, а рассчитывались только осадки, но использованные уравнения относились к влажной атмосфере и поэтому после некоторого усовершенствования модели [14, 16—18] будут пригодны для прогнозирования облаков.

Следует отметить еще одно направление в расчете облачности и осадков, используемое в практике оперативного прогноза. В этих работах используется уравнение для точки росы, получаемое из уравнений переноса температуры и влаги во влажной атмосфере. По рассчитанным значениям точки росы и вертикальной скорости, получаемой из уравнений динамики, с помощью корреляционных графиков, построенных на основе статистической обработки результатов наблюдений, определяется балл облачности и наличие осадков. Подробную библиографию таких работ можно найти в [8].

Мы перечислили наиболее важные работы, результаты которых будут использованы в данной статье. Более подробный обзор и изложение наиболее существенных результатов исследований облачности можно найти в монографии Л. Т. Матвеева [8]. В данной статье будут выписаны уравнения, описывающие процессы во влажном воздухе, и будет проведено их сравнение с уравнениями, используемыми разными авторами, чтобы выяснить, какую степень приближения к действительности использует тот или иной автор. Затем будет выведена формула для конденсационных притоков тепла и, наконец, будет указано уравнение сохранения потенциального вихря в квазисоленоидальном приближении [2] для влажной атмосферы.

Энтропия смеси

Энтропия трехкомпонентной системы, состоящей из m_a граммов сухого воздуха, $m_н$ граммов насыщенного пара и $m_в$ граммов воды, можно представить в виде

$$S = m_a S_a + m_н S_н + m_в S_в,$$

где S_a, $S_н$, $S_в$ — удельные энтропии сухого воздуха, насыщенного водяного пара и воды соответственно.

Используя термодинамическое соотношение $S_a = S_в + \frac{L}{T}$, получим

$$S = m_a \left[S_a + \frac{L}{T} q_н + (q_н + q_в) S_в \right],$$

где $q_н = \frac{m_н}{m_a}$ и $q_в = \frac{m_в}{m_a}$ представляют собой удельную влажность в насыщенном состоянии и удельную водность, L — скрытая теплота фазового перехода влаги, а T — температура смеси. Приращение энтропии смеси на $m_a + m_н + m_в \approx m_a$ грамм сухого воздуха можно теперь записать в виде

$$dS = dS_a + \frac{L}{T} dq_н + q_н d\left(\frac{L}{T}\right) + (q_н + q_в)\, dS_в + S_в d(q_в + q_н).$$

Учитывая, что $dS_a = c_p d \ln T - R d \ln (P - e)$ и $dS_в = c_в d \ln T$ (где c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, $c_в$ — теплоемкость воды, R — газовая постоянная, P — давление воздуха, e — давление пара в насыщенном состоянии), получим

$$dS = \left[c_p + (q_н + q_в) c_в - q_н \frac{L}{T} \right] d \ln T - R d \ln (P - e) + \frac{L}{T} dq_н + \\ + S_в d (q_н + q_в).$$

В реальных условиях $q_н$ и $q_в << 1$ и $e << P$ поэтому можно считать с достаточной точностью, что

$$dS \approx c_p \left(1 - \frac{L q_н}{c_p T} \right) d \ln T - R d \ln P + \frac{L}{T} dq_н + S_в d (q_н + q_в).$$

При отсутствии дождя количество влаги остается постоянным, и $d (q_в + q_н) \approx 0$; прбилиженно можно считать, что $d (q_н + q_в)$ близко к нулю и при наличи дождя. Тогда с учетом уравнения статики можно полагать

$$dS \simeq c_p \left(1 - \frac{L q_н}{c_p T} \right) d \ln T + \frac{c_p}{T} \gamma_a dz + \frac{L}{T} dq_н, \qquad (1)$$

где γ_a — адиабатический градиент температуры, равный $-\frac{g}{c_p}$. Такое выражение для приращения энтропии смеси воздуха с водяным паром в насыщенном состоянии и капельной водой приводится, например, в [8, 13, 14].

Равновесные градиенты температуры и влажности

В равновесном состоянии плотность энтропии должна быть одинаковой во всех точках пространства, т. е.

$$\frac{\partial S}{\partial x_i} = 0, \qquad (2)$$

где x_i — любая из пространственных координат. В состоянии насыщения удельная влажность является функцией только температуры и давления:

$$q_н = \frac{R}{R_в} \frac{e (T)}{P}, \qquad (3)$$

$R_в$ — газовая постоянная водяного пара.

Зависимость давления насыщенного пара от температуры выражается, например, с помощью уравнения Клаузиуса-Клапейрона

$$\frac{1}{e} \frac{\partial e}{\partial T} = \frac{L}{R_в T^2}. \qquad (4)$$

Интегрируя уравнение (4), используя при этом в качестве постоянных интегрирования значение e при $T = 273{,}15°$ ($e = 6{,}1078$ *мб*) и подставляя результат в (3), будем иметь формулу для подсчета $q_н$ по T и P:

$$q_н = \frac{R}{R_в} \frac{e_0}{P} 10^{\frac{8{,}6 (T - T_0)}{T}}. \qquad (5)$$

Приращение влажности в состоянии насыщения, согласно уравнению (3) и уравнению статики, будет иметь вид

$$dq_{\text{н}} = \frac{q_{\text{н}}}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\,dT + \frac{c_p q_{\text{н}}}{RT}\gamma_a dz. \tag{6}$$

Уравнения (1), (2) и (6) мы используем для отыскания равновесных градиентов температуры и влажности. Для горизонтальных направлений их следует считать равными нулю. Для вертикального направления из (1), (2) и (6) получим систему из двух уравнений относительно $\frac{\partial T}{\partial z}$ и $\frac{\partial q_{\text{н}}}{\partial z}$:

$$\left(1 - \frac{Lq_{\text{н}}}{RT}\right)\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a + \frac{L}{c_p}\frac{\partial q_{\text{н}}}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial q_{\text{н}}}{\partial z} = \frac{q_{\text{н}}}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{c_p q_{\text{н}}}{RT}\gamma_a.$$

Разрешая эту систему, получим

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\gamma_a \frac{1 + \frac{Lq_{\text{н}}}{RT}}{1 - \frac{Lq_{\text{н}}}{c_p T} + \frac{L}{c_p}\frac{q_{\text{н}}}{e}\frac{\partial e}{\partial T}} = -\gamma_{\text{в}}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial q_{\text{н}}}{\partial z} = -\frac{c_p}{L}\left[\gamma_a' - \left(1 - \frac{Lq_{\text{н}}}{c_p T}\right)\gamma_{\text{в}}\right] = -\gamma_{\text{н}}. \tag{8}$$

В (7) и (8) можно считать $\frac{Lq_{\text{н}}}{c_p T} \ll 1$ (что справедливо для реальных значений $q_{\text{н}}$ и T), так что влажноадиабатический градиент температуры $\gamma_{\text{в}}$ и равновесный градиент влажности $\gamma_{\text{н}}$ примут вид:

$$\gamma_{\text{в}} = \gamma_a \frac{1 + \frac{Lq_{\text{н}}}{RT}}{1 + \frac{L}{c_p}\frac{q_{\text{н}}}{e}\frac{\partial e}{\partial T}}, \tag{7'}$$

$$\gamma_{\text{н}} = \frac{c_p}{L}(\gamma_a - \gamma_{\text{в}}). \tag{8'}$$

При сходных предположениях такие формулы для $\gamma_{\text{в}}$ и $\gamma_{\text{н}}$ использовались в работах Дж. Смагоринского [16—19], С. З. Зилитинкевича и Д. Л. Лайхтмана [4] и Л. Т. Матвеева [8].

Уравнения переноса тепла и влаги в турбулентной атмосфере

Пренебрегая молекулярной теплопроводностью и радиационными притоками тепла, запишем уравнение переноса тепла для влажной турбулентной атмосферы в виде

$$\frac{T}{c_p}\frac{dS}{dt} = \frac{d_h T}{dt} + w\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \gamma_a\right) + \frac{L}{c_p}\frac{dq_{\text{н}}}{dt} = 0, \tag{9}$$

а уравнение баланса влаги в виде

$$\frac{dq_н}{dt} = -\frac{dq_в}{dt} - Q_g = -r, \tag{10}$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{d_h}{dt} + w\frac{\partial}{\partial z}$; $\frac{d_h}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda} + \frac{v}{a}\frac{\partial}{\partial\theta}$,

λ — долгота, положительное направление на восток, θ — дополнение до широты, положительное направление на юг, z — высота от поверхности земли, a — радиус земли, u, v и w — составляющие скоростей ветра по направлениям λ, θ и z соответственно, r — количество водяного пара, испытывающего фазовые превращения, в единице объема воздуха в единицу времени, Q_g — количество влаги, выпадающей в виде осадков.

Привлекая уравнение неразрывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\rho u}{\partial\lambda} + \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\rho v\sin\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial\rho w}{\partial z} = 0,$$

(ρ — плотность воздуха), подвергая уравнения (9) и (10) осреднению по времени и пренебрегая флуктуациями плотности, получим следующие уравнения для средних величин:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\overline{d_h T}}{d\bar{t}} + \bar{w}\left(\frac{\partial\bar{T}}{\partial z} + \gamma_a\right) - \frac{L}{c_p}\bar{r} = -\frac{1}{\rho a\sin\theta}\frac{\partial\rho\overline{u'T'}}{\partial\lambda} - \\
&\quad -\frac{1}{\rho a\sin\theta}\frac{\partial\rho\overline{v'T'}\sin\theta}{\partial\theta} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\rho\overline{w'T'}; \\
&\frac{\overline{d_h q_н}}{d\bar{t}} + \bar{w}\frac{\partial\bar{q}_н}{\partial z} = -\frac{1}{\rho a\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\rho\overline{u'q'_н} - \frac{1}{\rho a\sin\theta}\times \\
&\quad \times\frac{\partial}{\partial\theta}\rho\overline{v'q'_н}\sin\theta - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\rho\overline{w'q'_н} - \bar{r}; \\
&\frac{\overline{d_h q_в}}{d\bar{t}} + \bar{w}\frac{\partial\bar{q}_в}{\partial z} = -\frac{1}{\rho a\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\rho\overline{u'q'_в} - \frac{1}{\rho a\sin\theta}\times \\
&\quad \times\frac{\partial}{\partial\theta}\rho\overline{v'q'_в}\sin\theta - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}\rho\overline{w'q'_в} + \bar{r} - \bar{Q}_g.
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

В уравнениях (11) черта сверху означает осреднение по времени, а штрих — отклонение от среднего ($f = \bar{f} + f'$). Полагая, что пар и водяные капли полностью увлекаются воздухом, будем считать коэффициенты турбулентной диффузии для тепла, пара и водяных капель одинаковыми. Для возможности использовать гипотезу Прандтля о связи потоков тепла, пара и влаги с градиентами соответствующих осредненных полей необходимо, чтобы переносимая величина была консервативной. Поэтому некоторые авторы для получения уравнения теплопроводности используют в качестве переносимой по вертикали величины потенциальную температуру, а по горизонтали обычную температуру. Нам представляется более логичным для придания переносимым величинам консервативных свойств использовать равновесные градиенты. Следуя идее Прандтля, положим

$$\overline{u_i' f'} = -K_i\left[\frac{\partial\bar{f}}{\partial x_i} - \left(\frac{\partial\bar{f}}{\partial x_i}\right)_p\right],$$

где $\overline{u_i' f'}$ — отклонение скорости ветра вдоль i-ой координаты от ее среднего значения, $\left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i}\right)_p$ — равновесный градиент величины $\bar{f}$ вдоль i-ой координаты. Используя, подсчитанные ранее равновесные градиенты, и проведя в уравнениях (11) тождественные преобразования, запишем эти уравнения в системе λ, θ, P, t:

$$\frac{d_h T}{dt} + w^* \left(\frac{\partial T}{\partial P} - \frac{RT}{Pc_p}\right) = \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \left(\frac{\partial T}{\partial P} - \frac{RT}{Pc_p}\right) + K_h \Delta T + \frac{L}{c_p} r_1 + \frac{E_R}{c_p}; \tag{12}$$

$$\frac{d_h q_н}{dt} + w^* \frac{\partial q_н}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial q_н}{\partial P} + K_h \Delta q_н - r_1; \tag{13}$$

$$\frac{d_h q_в}{dt} + w^* \frac{\partial q_в}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial q_в}{\partial P} + K_h \Delta q_в + r_1 - Q_g, \tag{14}$$

$$\Delta = \frac{1}{a^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{a^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}.$$

Знак осреднения в уравнениях (12—14) опущен, кроме того, в уравнении (12) добавлена скорость изменения температуры за счет радиационных процессов. Буквой r_1 здесь обозначено выражение $r - \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial}{\partial z} K_z \rho \gamma_н$. По своему физическому смыслу r_1 представляет собой эффективное количество сконденсировавшейся или испарившейся влаги (равное разности между общим количеством сконденсировавшейся влаги и количеством конденсата, необходимым для создания равновесного градиента влажности). При выводе уравнений (12—14) считалось, что $K_\lambda \rho$ и $K_\theta \rho$ слабо зависят от λ и θ, $K_\lambda \equiv K_\theta \equiv K_h$,

$$K_v = K_z \left(\frac{g}{RT}\right)^2, \quad w^* \equiv \frac{dP}{dt}.$$

Рассмотрим, в какой мере уравнения (12)—(14) отличаются от уравнений, используемых различными исследователями. Тождественными преобразованиями (переход к системе λ, θ, z, t, использование r вместо r_1 и $Q_g = 0$) уравнения (12)—(14) сводятся к уравнениям С. С. Зилитинкевича и Д. Л. Лайхтмана [4]. Если в уравнениях, используемых Л. Т. Матвеевым [8], принять отношение потенциальной температуры Θ к T близким к единице, то также можно установить их тождественность с нашими уравнениями. В работах Е. М. Фейгельсон [9], [10] используются уравнения, полностью аналогичные (12)—(14). Одной из первых работ по исследованию процессов во влажной атмосфере является работа М. Е. Швеца [12], в которой решается система уравнений, аналогичная (12)—(14) и (3), при $K_h = 0$ и $E_R = 0$. В этой работе полу-

чена формула для конденсационного притока тепла $\frac{L}{c_p} r_1$[1]), и сформулированы краевые условия для полей температуры и влажности на границе облака.

Дж. Смагоринский выполнил цикл работ по численному прогнозу крупномасштабного выпадения осадков [16—18]. В этих работах полностью не учитывается турбулентная диффузия, являющаяся одним из основных факторов облакообразования, и поэтому в [16—18] облака не прогнозируются. Положив в наших уравнениях K_v, K_h и $E_R = 0$, мы получим уравнения, сходные с уравнениями Смагоринского. В [18] для получения r_1 решается система уравнений (12), (13) при упомянутых выше предположениях и выводится формула $r_1 = -w^2 \frac{RT}{Pg} \gamma_{\text{п}}$. Для получения составляющих скорости по направлениям λ, θ и P, необходимых для дальнейших расчетов, предложено в качестве первого шага использовать уравнение переноса потенциального абсолютного вихря в квазигеострофическом приближении и уравнение (12) при равных нулю K_v, K_h и r_1. Количество выпадающих за промежуток времени $t \div t+\Gamma$ осадков подсчитывалось по формуле

$$\overline{P} = \int_t^{t+\Gamma} P dt, \text{ где } P = \frac{1}{\rho_{\text{в}} g} \int_{P_0}^{P} \frac{dq_{\text{н}}}{dt} dP$$

($\rho_{\text{в}}$ — плотность воды).

В [16] эта схема усовершенствована путем включения в уравнение $\frac{L}{c_p} r_1$. Полагая, как и в [18], что $r_1 = -w^* \frac{RT}{Pg} \gamma_{\text{н}}$ нетрудно убедиться, что такой учет в рамках использованных приближений равносилен замене в уравнении переноса тепла адиабатического градиента температуры на влажноадиабатический при равных нулю K_v, K_h, E_R и $\frac{L}{c_p} r_1$.

В [17] схема расчета крупномасштабного выпадения осадков была усовершенствована путем использования эмпирических соотношений, описывающих микрофизику внутриоблачных процессов. С этой целью уравнение для водности (14) при равных нулю K_v и K_h было разделено на два: уравнение, описывающее водность, содержащуюся в облачных каплях, и уравнение, описывающее скорость конденсации влаги, выпадающей в виде осадков. Доля δ^* влаги, выпадающей в виде дождя, описывалась эмпирическим соотношением, как линейная функция от количества облаков (или в конечном итоге от влажности). Доли конденсирующейся влаги δ и δ^* уже не являлись ступенчатыми функциями (0 или 1), а представлялись в виде функций от количества облаков и

---

[1])
$$\frac{L}{c_p} r_1 = -\frac{L}{c_p} \frac{RT}{Pg} \gamma_{\text{н}} w^* - \frac{\frac{Lq_{\text{н}}}{c_v T}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{q_{\text{н}}}{e} \frac{\partial e}{\partial T}} \frac{dT}{dt} +$$
$$\frac{\frac{L}{c_p} \frac{g_{\text{н}}}{e} \frac{\partial^2 e}{\partial T^2}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{q_{\text{н}}}{e} \frac{\partial e}{\partial T}} K_z \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2 - \frac{\frac{L}{c_v} \frac{q_{\text{н}}}{e} \frac{\partial e}{\partial T}}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{q_{\text{н}}}{e} \frac{\partial e}{\partial T}} \gamma_p \frac{\partial K_z}{\partial z}$$

от относительной влажности. В [19] для расчета поля температуры и влажности использовались уравнения, полностью аналогичные (12), (13). Подсчет количества выпадающих осадков аналогичен [18]. В [19] так же в процессе счета постоянно проводилось сравнение расчетного градиента температуры с сухо- и влажноадиабатическим градиентами. В зависимости от сравнения принималось, присутствует ли в атмосфере сухая или влажная конвекция. Конвективные члены при этом были пропорциональны сухо- или влажноадиабатическому градиенту соответственно.

Система уравнений (12)—(14) будет эквивалентна системе, используемой в [6, 7], если в уравнениях [6, 7] учитывать только две фракции влаги, а в наших уравнениях полагать $r_1 = \alpha q_в$. В таком случае коэффициент α и будет для уравнения (13) представлять вероятность конденсации α_{12}, а в уравнении (14) — вероятность испарения α_{21}, равную — α_{12}. С помощью уравнений (12) и (13) нетрудно получить величину α_{12} приводимую в явном виде в [6]. В [6, 7] все коэффициенты α_{ij} становятся равными нулю для областей, где влажность меньше влажности насыщения, т. е. вне облака, что можно осуществить, записав α_{ij} в виде

$$\alpha_{ij}\beta(q - q_н), \text{ где } \beta(x) = \begin{cases} 1, & x \geqslant 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Укажем возможные пути записи Q_g в уравнении (14). Для точного решения этой задачи необходимо знать следующие характеристики микроструктуры облака [1]: эволюцию во времени функции распределения $f(\lambda, \theta, p, t, r)$ облачных капель по размерам r и скорость v_r падения капель данного радиуса r, определяемую по формуле Стокса. Положим,

$$\Pi(r, \lambda, \theta, t) = -\left(\frac{RT}{Pg} w^* + v_r\right) f(r, \lambda, \theta, P, t), \qquad (15)$$

$$P = P_1, \quad r \geqslant r_к.$$

Здесь P_1 — нижняя граница облака, $r_к$ — минимальный размер капель, долетающих до поверхности Земли не испарившись по пути ($r_к \approx 100$ мк). Интегрируя $\Pi(r, \lambda, \theta, t)$ по всем размерам капель и по сечению облака, легко получить количество влаги, выпадающей в виде дождя в единицу времени:

$$Q_g(t) = \int_{r_к}^{\infty} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_в dr \int\int \Pi(r, \lambda, \theta, t)\, d\lambda d\theta. \qquad (16)$$

Этот путь сильно усложняет нашу задачу, так как найти $f(r, \lambda, \theta, P, t)$ довольно трудно. В первом приближении целесообразно пользоваться полуэмпирическими соотношениями: либо считать в (15) и (16) функцию распределения независящей от λ, θ, P и t, а зависящей только от r, что и было предпринято в [8], либо вообще отказаться от функции распределения и считать Q_g некоторой функцией от $q_в$ [6, 7, 17].

Придерживаясь пути, предложенного в [8], запишем

$$Q_g = -\frac{\partial}{\partial z} \rho q_в \tilde{v}, \qquad (16a)$$

где $\tilde{v}$ — средневзвешенная скорость падения облачных элементов

$$\tilde{v} = \frac{\int_0^\infty r^3 f(r)\, v(r)\, dr}{\int_0^\infty r^3 f(r)\, dr}.$$

В [7] Г. И. Марчук предлагает следующую формулу:

$$Q_g = -\bar{\delta} q_в,$$

где $\bar{\delta} = \delta_в \beta (q_в - \bar{q}_в)$, а коэффициенты $\delta_в$ и $\bar{q}_в$ определяются на основе обработки статистического материала наблюдений, что по сути дела эквивалентно [17]. Такого пути мы и будем придерживаться.

Уравнения для состояния равновесия и для отклонений от него

Представим высоту изобарических поверхностей в виде $z(\lambda, \theta, P, t) = z_0(P) + z'(\lambda, \theta, P, t)$, причем для движений с горизонтальным масштабом $L_0 = 10^6$ *м* и вертикальным масштабом $H = 10^4$ *м* будет $|z'| \ll z_0$. Используя уравнение состояния $T = -\frac{g}{R} P \frac{\partial z}{\partial P}$ (g — ускорение силы тяжести), запишем

$$T(\lambda, \theta, P, t) = T_0(P) + T'(\lambda, \theta, P, t). \tag{17}$$

T_0 можно трактовать как среднее распределение температуры с высотой (например, среднее за год и по всему земному шару).

$$\left.\begin{aligned} &\text{Аналогично положим } q_н = q_{н0} + q'_н, \quad q_в = q_{в0} + q'_в, \\ &r_1 = r_{10} + r', \quad Q_g = Q_{g0} + Q'_g, \quad E_R = E_{R0} + E'_R, \\ &u = u_0 + u', \quad v = v_0 + v', \quad w^* = w^{*\prime}. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Подставим (17) и (18) в (12), (13), (14). Осреднив эти уравнения по λ, θ и t в пренебрежении флуктуации плотности и используя уравнение неразрывности, получим

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \left(\frac{\partial T_0}{\partial P} - \frac{R T_0}{P c_p} \right) + \frac{L}{c_p} r_{10} + \frac{E_{R0}}{c_p} = \frac{\partial \widehat{w^* T'}}{\partial P}, \\ &\frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial q_{н0}}{\partial P} - r_{10} = \frac{\partial \widehat{w^* q'_н}}{\partial P}, \\ &\frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial q_{в0}}{\partial P} + r_{10} - Q_{g0} = \frac{\partial \widehat{w^* q'_в}}{\partial P}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Для сухой атмосферы в пренебрежении произведениями флуктуаций такие уравнения предлагал И. А. Кибель [3]. Стационарную задачу о распределении влажности с высотой и определении границ облачности решал Л. Т. Матвеев [8]. Учитывая, что радиационные притоки тепла обычно записываются в виде $\frac{1}{\rho c_p} \operatorname{div} F$,

где F — поток радиации, $\frac{E_{R0}}{c_p}$ можно записать в виде $\frac{\partial}{\partial P}\frac{g}{c_p}F_{R0}$. F_{R0} следует трактовать как средний за год и по всему земному шару поток радиации[1]). Будем полагать $\frac{\partial T_0}{\partial P}-\frac{RT_0}{Pc_p}=-\frac{\alpha^2c^2}{RP}$, а

$$\frac{\partial T_0}{\partial P}-\frac{RT_0}{Pc_p}\,\frac{1+\frac{Lq_{\text{но}}}{RT_0}}{1+\frac{L}{c_p}\frac{q_{\text{н}}}{e}\frac{\partial e}{\partial T_0}}=-\frac{\alpha_{\text{в}}^2c^2}{RP}. \tag{20}$$

В принятых предположениях из (19) легко получить формулы для определения параметра бароклинности α^2 (сухого или влажного воздуха) и среднего количества осадков Q_{g0}

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial P}\left[\left(1+\frac{L}{c_p}\frac{q_{\text{н}}}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0\frac{K_vPc^2}{R}\,\alpha_{\text{в}}^2-\frac{g}{c_p}F_{R0}+\right.\\&\left.+\overline{w^*\left(T'+\frac{L}{c_p}q'_{\text{н}}\right)}\right]=0,\\&Q_{g0}=\frac{\partial}{\partial P}\left[K_vP^2\,\frac{\partial q_0}{\partial P}-\widehat{w^*q'}\right],\\&q_0=q_{\text{но}}+q_{\text{во}},\quad q'=q'_{\text{н}}+q'_{\text{в}}\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Для ненасыщенного состояния уравнение для основного состояния влажности будет $\frac{\partial}{\partial P}\left[K_vP^2\,\frac{\partial q_0}{\partial P}-\widehat{w^*q'}\right]=0$. Для построения решения этого уравнения необходимо задаться определенным поведением K_v как функции P и знать поведение момента $\widehat{w^*q'}$. Вместо того, чтобы решать такую задачу можно, например, задаваться стационарным распределением влажности, полученным экспериментальным путем, или даже пользоваться формулой Ханна.

Найдем теперь уравнения для отклонений от средних величин. Для этого вычтем уравнения (19) из (12), (13), (14). Пренебрегая в получившихся соотношениях осредненными произведениями флуктуаций, получим

$$\frac{d_hT'}{dt}-w^*\frac{\alpha^2c^2}{RP}=K_h\Delta T'+\frac{\partial}{\partial P}K_vP^2\,\frac{\partial T'}{\partial P}+\frac{E'_R}{c_p}+\frac{L}{c_p}r', \tag{22}$$

$$\frac{d_hq'_{\text{н}}}{dt}+w^*\frac{\partial q_{\text{но}}}{\partial P}=K_h\Delta q'_{\text{н}}+\frac{\partial}{\partial P}K_vP^2\,\frac{\partial q'_{\text{н}}}{\partial P}-r', \tag{23}$$

$$\frac{d_hq'_{\text{в}}}{dt}+w^*\frac{\partial q_{\text{во}}}{\partial P}=K_h\Delta q'_{\text{в}}+\frac{\partial}{\partial P}K_vP^2\,\frac{\partial q'_{\text{в}}}{\partial P}+r'-Q'_g. \tag{24}$$

Исключим из уравнения (22) вертикальную скорость w^* с помощью уравнения (23). Разлагая $q_{\text{н}}$ в ряд по степеням T' в окрестности

[1]) Поток, характерный для состояния лучистого равновесия.

очки T_0 и ограничиваясь первыми двумя членами ряда, будем полагать $q'_н = \left(\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0 T'$. В результате получим следующее выражение для притока тепла вследствие фазовых превращений водяного пара.

$$\frac{L}{c_p} r' = \left(1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_в^2}\right)\left[\frac{d_h T'}{dt} - K_h \Delta T' - \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial T'}{\partial P} - \frac{E'_R}{c_p}\right] -$$
$$- \frac{\alpha^2}{\alpha_в^2}\left[\varphi_1 \frac{E'_R}{c_p} + 2K_v \varphi_2 P \frac{\partial T'}{\partial P} + K_v \varphi_3 T' + \frac{T'}{P}\varphi_2 \frac{\partial K_v P^2}{\partial P} + \right.$$
$$\left. + \frac{\varphi_4}{T_0} K_h (T', T')\right]; \qquad (25)$$

$$(A,\ B) = \frac{1}{a^2 \sin^2 \theta}\frac{\partial A}{\partial \lambda}\frac{\partial B}{\partial \lambda} + \frac{1}{a^2}\frac{\partial A}{\partial \theta}\frac{\partial B}{\partial \theta}.$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1(P) = \frac{f}{1+f},\ \varphi_2(P) = \frac{P\frac{\partial f}{\partial P}}{1+f},\ \varphi_3(P) = \frac{P^2\frac{\partial^2 f}{\partial P^2}}{1+f}, \\ f = \frac{L}{c_p}\left(\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0,\ \varphi_4(P) = \frac{\frac{L}{c_p}\left(\frac{q_н}{e}\frac{\partial^2 e}{\partial T^2} T\right)_0}{1+f}. \end{aligned}\right| \qquad (26)$$

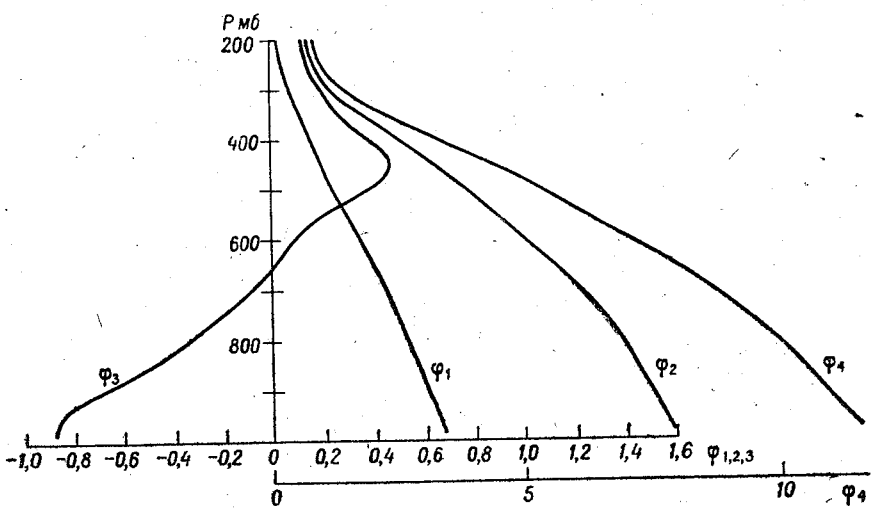


Рис. 1.

Коэффициенты $\varphi_i(P)$ $(i=1, 2, 3, 4)$ аналогичны коэффициентам, полученным в работе М. Е. Швеца [12] и являются функциями только от давления. Используя для расчета $q_{н0}$ и $\left(\frac{1}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0$ формулы (4) и (5) и пользуясь распределением температуры с высотой, полученным в эксперименте С. Манабе и Р. Стриклера [19], получим графики функций $\varphi_i(P)$, приведенные на рис. 1.

Если подставить в уравнение (22) формулу (25), являющуюся анало-

том соответствующих формул Швеца [12] и Матвеева [8], то нетрудно убедиться, что учет конденсационного притока тепла приводит в первую очередь к замене α^2 на $\alpha_в^2$ и появлению, кроме того, добавочных членов в уравнении притока тепла. Уравнение притока тепла в таком случае будет иметь вид

$$\left(\frac{d_h}{dt} - K_h\Delta - \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial}{\partial P}\right)T' - w^*\frac{\alpha_в^2 c^2}{RP} = (1-\varphi_1)\frac{E'_R}{c_p} -$$
$$- 2K_v\varphi_2 P\frac{\partial T'}{\partial P} - K_v\varphi_3 T' - \frac{T'}{P}\varphi_2\frac{\partial K_v P^2}{\partial P} - K_h\frac{\varphi_4}{T_0}(T', T'). \qquad (27)$$

Поскольку это уравнение решается для внутриоблачных пространств, то, по мнению ряда исследователей [12, 8], в (27) можно положить $E'_R \simeq 0$.

Отметим, что формулу (25) можно представить в более наглядном виде. Для этого необходимо, воспользовавшись способом Швеца, выразить правую часть через вертикальную скорость и члены, зависящие от вертикального переноса температуры. Выразим из уравнения (22) величину $\frac{d_h T'}{dt} - K_h\Delta T' - \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial T'}{\partial P} - \frac{E'_R}{c_p}$ и подставим ее в (25); проведя тождественные преобразования, можем получить величину для скорости конденсации r', которая будет выражаться формулой

$$r' = \left\{-\frac{RT_0}{Pg}\gamma_н w^*\frac{1}{q_н} + \frac{c_p}{Lq_н}\left[\varphi_1\frac{E'_R}{c_p} + \varphi_2 K_v P\frac{\partial T'}{\partial P} + \varphi_3 K_v T' + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \varphi_2\frac{T'}{P}\frac{\partial K_v P^2}{\partial P} + K_h\frac{\varphi_4}{T_0}(T', T')\right]\right\} q_н. \qquad (25а)$$

Называя величину, стоящую в фигурных скобках, α, получим

$$r' = \alpha q_н, \quad \text{а} \quad \frac{L}{c_p}r' = \frac{L}{c_p}q_н\alpha. \qquad (25б)$$

Если в формуле (25$а$) положить коэффициенты турбулентного обмена K_h и K_v равными нулю, то нетрудно убедиться, что коэффициент, равный величине в фигурных скобках, совпадает с коэффициентом, характеризующим вероятность перехода влаги из газообразного состояния в жидкое, используемым в работе [6]. Действительно, полагая в формулах работы [6], что рассматриваются только две фазы, и, полагая, что вероятности перехода α_{12} и α_{21} связаны друг с другом как $\alpha_{21} = \alpha_{12}$ и $L_{21} = L_{12} = L$, получим, что конденсационный приток тепла E_c равен $\frac{L}{c_p}\alpha(q_1 - q_2)$. Полагая далее, что $\alpha(q_1 - q_2) = r'$, получим $\frac{E_c}{c_p} = \frac{L}{c_p}r'$, причем r' можно выразить либо по формуле (25), либо по формуле (25$б$).

Уравнения динамики влажной атмосферы в квазисоленоидальном приближении

Запишем вначале уравнение, описывающее изменения во времени энтропии смеси сухого воздуха с насыщенным паром. Умножив уравнение (23) на $\frac{L}{c_p}$ и сложив его с (22), получим

$$\frac{d_h S}{dt} + w^*\frac{\partial S}{\partial P} = \frac{E_T}{T} + \frac{E'_R}{T}, \qquad (28)$$

где

$$\frac{d_h S}{dt} = \left(1 + \frac{L}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0 \frac{c_p}{T_0}\frac{d_h T'}{dt}; \quad \frac{\partial S}{\partial P} = -\left(1 + \frac{L}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0 \times$$

$$\times \frac{c_p}{T_0}\frac{\alpha_в^2 c^2}{RP};$$

$$E_T = c_p\left(1 + \frac{1}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0 \left[K_h \Delta T' + \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial T'}{\partial P} + 2K_v \varphi_2 P \frac{\partial T'}{\partial P} + \right.$$

$$\left. + K_v \varphi_3 T' + \varphi_2 \frac{T'}{P}\frac{\partial K_v P^2}{\partial P} + K_h \frac{\varphi_4}{T_0}(T',\ T')\right].$$

В квазисоленоидальном приближении плоская дивергенция скорости D мала по сравнению с вертикальной составляющей вихря скорости Ω. Используем масштабы и параметры, предложенные в [2]: $U = 10$ *м·сек*$^{-1}$ для горизонтальных компонент скорости; $L_0 = 10^6$ *м* для горизонтальной длины синоптических процессов; $H = 10^4$ *м*—высота однородной атмосферы; $\beta = \frac{2\omega L_0}{c}$ — параметр, характеризующий способность среды к деформациям в горизонтальном направлении; число Кибеля $\varepsilon = \frac{U}{2\omega L_0}$; ω — угловая скорость вращения Земли. Следуя [2], убеждаемся, что масштабом для плоской дивергенции D служит величина $\frac{\beta^2}{\alpha_в^2}\varepsilon^3$. Для z' масштаб такой же. Выкладки для осуществления квазисоленоидального приближения во влажной атмосфере полностью совпадают с выкладками, проведенными в [2]. Выпишем итоговую систему уравнений. Уравнение баланса полностью сохраняет свой вид:

$$\Delta g z = \Omega_a \Omega + (\psi,\ \Omega_a) - \frac{1}{2}\Delta(\psi,\ \psi), \tag{29}$$

где $\Omega_a = \Omega + 2\omega\cos\theta$, $\Omega = \Delta\psi$, $(A,\ B)$ — скалярное произведение плоских градиентов величин A и B на сферической поверхности радиуса a, подсчитываемые по формуле $(A,\ B) = \frac{1}{a^2\sin^2\theta}\frac{\partial A}{\partial\lambda}\frac{\partial B}{\partial\lambda} + \frac{1}{a^2} \times$ $\times \frac{\partial A}{\partial\theta}\frac{\partial B}{\partial\theta}$. Горизонтальные компоненты скорости рассчитываются по формулам:

$$u = \frac{1}{a}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \quad v = -\frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}. \tag{30}$$

Не изменяется и внешний вид уравнения эволюции потенциального вихря, в нем лишь заменяется α^2 на $\alpha_ь^2$, и изменяется вид функционала от источников энергии:

$$\frac{d_h \Omega_a}{dt} - K_h \Delta\Omega - \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial\Omega}{\partial P} + 2\omega\cos\theta \frac{d_h}{dt}\frac{\partial}{\partial P}\frac{gP^2}{\alpha_в^2 c^2}\frac{\partial z}{\partial P} = F(z,\ \psi,\ E), \tag{31}$$

где $\frac{d_h f}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} - [\psi, f]$, $[A, B]$ — определитель Якоби на сферической поверхности радиуса a, равный $\frac{1}{a^2 \sin\theta}\left(\frac{\partial A}{\partial \lambda}\frac{\partial B}{\partial \theta} - \frac{\partial A}{\partial \theta}\frac{\partial B}{\partial \lambda}\right)$, а $F(z, \psi, E)$ — функционал от высоты изобарических поверхностей, функции тока и источников энергии, определяемый по формуле

$$F(z, \psi, E) = E^* \frac{\partial \Omega}{\partial P} - \Omega_a \frac{\partial E^*}{\partial P} + \left(E^*, \frac{\partial \psi}{\partial P}\right), \qquad (32)$$

$$\text{где } E^* = \left(1 + \frac{L}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0^{-1} \frac{RP}{\alpha_в^2 c^2}\frac{E}{c_p}.$$

Подставив в (32) турбулентный приток тепла, выраженный по формуле (28), можно привести уравнение потенциального вихря к виду

$$\left(\frac{d_h}{dt} - K_h\Delta - \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2 \frac{\partial}{\partial P}\right)\Delta\psi + \frac{2\omega}{a^2}\frac{\partial \psi}{\partial \lambda} +$$

$$+ 2\omega\cos\theta\left[\left(\frac{d_h}{dt} - K_h\Delta\right)\frac{\partial}{\partial P}\frac{gP^2}{\alpha_в^2 c^2}\frac{\partial z}{\partial P} - \frac{\partial}{\partial P}\frac{gP}{\alpha_в^2 c^2}\times\right.$$

$$\times\left(\frac{\partial}{\partial P}K_v P^2 \frac{\partial}{\partial P}P\frac{\partial z}{\partial P} + 2K_v\varphi_2\frac{\partial}{\partial P}P^2\frac{\partial z}{\partial P} + K_v\varphi_3 P\frac{\partial z}{\partial P} +\right.$$

$$\left.\left. + \varphi_2 P^2\frac{\partial K_v}{\partial P}\frac{\partial z}{\partial P}\right)\right] = F\left(z, \psi, E'_R\right). \qquad (33)$$

Функционал F, кроме обычной зависимости от z и ψ, зависит только от радиационных источников тепла E'_R/c_p. Как уже упоминалось выше, для внутриоблачных пространств E'_R/c_p можно положить равным нулю, а следовательно, и $F = 0$.

Чтобы прогнозировать границы областей, в которых следует учитывать влажноадиабатические процессы, необходимо рассчитывать поле влажности. Уравнение переноса водяного пара в ненасыщенном состоянии имеет вид

$$\frac{d_h q}{dt} + w^*\frac{\partial q}{\partial P} = K_h\Delta q + \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial q}{\partial P}. \qquad (34)$$

Для средней величины q_0 имеем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial q_0}{\partial P} = 0, \qquad (35)$$

а для отклонений от средней величины, получаем

$$\frac{d_h q'}{dt} + w^*\frac{dq_0}{\partial P} = K_h\Delta q' + \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial q'}{\partial P}. \qquad (36)$$

Подставляя в (36) значение w^*, выраженное с помощью уравнения эволюции энтропии для процессов в сухом воздухе, получим

$$\left(\frac{d_h}{dt} - K_h\Delta - \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial}{\partial P}\right)q' = \frac{gP}{\alpha^2 c^2}\frac{\partial q_0}{\partial P}\left[\left(\frac{d_h}{dt} - K_h\Delta - \frac{\partial}{\partial P}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times K_v P^2\frac{\partial}{\partial P}\right)P\frac{\partial z}{\partial P} + \frac{R}{g}\frac{E'_R}{c_p}\right]; \qquad (37)$$

Считая, что q' и E'_R имеют порядок малости $\frac{\beta^2}{\alpha^2}\varepsilon^2$, мы можем осуществить в (37) квазисоленоидальное приближение. Внешний вид (37) не изменится, но оператор $\frac{d_h}{dt}$ станет таким же, как в уравнении (31).

Схема решения задачи о прогнозировании крупномасштабной облачности и крупномасштабного выпадения осадков

Полная система уравнений в квазисоленоидальном приближении будет включать в себя уравнения: (29), (31)—(33), (37).

Вначале решаются уравнения (29), (33), (36) в предположении, что отсутствуют области конденсации и $\alpha_в^2 \to \alpha^2$, $\varphi_i \to 0$, затем по полю q' и z отыскиваются области, в которых $q_0 + q' \geqslant q_{н0} + q'_н$, и для этих областей снова решаются уравнения (29), (33) при $\alpha^2 = \alpha_в^2$ и учете φ_i уточняются границы облачности, т. е. поверхности, на которой $q_0 + q' = q_{н0} + q'_н$. Такой процесс следует повторять до тех пор пока значения метеорологических величин, полученных в результате решения системы уравнений в n приближении, будут слабо отличаться от значений в $(n-1)$-ом приближении. В данной статье мы не приводим каких-либо решений системы уравнений, так как следует еще уточнить радиационные притоки тепла и член, описывающий выпадение осадков. Укажем здесь некоторые возможности использования приведенной системы уравнений. Для небольших сроков прогноза в первом приближении можно пренебречь влиянием турбулентного переноса и радиационными притоками тепла, т. е. положить в уравнениях $K_h \equiv K_v \equiv 0$, $E'_R = 0$. Для небольших областей, для которых имеет смысл решать уравнения с такими допущениями можно также пренебречь изменением параметра Кориолиса, нелинейными взаимодействиями в уравнении баланса и перейти к декартовой системе координат, тогда получим

$$\left.\begin{aligned} &\psi = \frac{g}{l} z, \quad l = 2\omega \cos\theta, \\ &u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ &\frac{d_h}{dt}\left(\Delta\psi + \frac{\partial}{\partial P}\frac{l^2 P^2}{\alpha^2 c^2}\frac{\partial \psi}{\partial P}\right) - \frac{\partial l}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \\ &\frac{d_h q'}{dt} - \frac{l P^2}{\alpha^2 c^2}\frac{\partial q_0}{\partial P}\frac{d_h}{dt}\frac{\partial \psi}{\partial P} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Замечая, что в уравнении (38) вертикальный градиент влажности $\frac{\partial q_0}{\partial P}$ можно полагать постоянным, получим

$$\frac{d_h}{dt}\left(q' - \frac{l P^2}{\alpha^2 c^2}\frac{\partial q_0}{\partial P}\frac{\partial \psi}{\partial P}\right) = 0. \tag{39}$$

Для водности запишем аналогичное уравнение

$$\frac{d_h}{dt}\left(q'_в - \frac{l P^2}{\alpha^2 c^2}\frac{\partial q_{в0}}{\partial P}\frac{\partial \psi}{\partial P}\right) = -Q'_g. \tag{40}$$

Можно предложить следующий порядок такого упрощенного расчета. По имеющимся начальным данным: поле изобарической поверхности z, поле влажности q, рассчитываются параметры бароклинной устойчивости α^2, при этом α^2 может получиться либо сухим, либо влажным. Затем рассчитывается функция тока и по полю ψ все остальные метеорологические элементы: z, u, v, T и q'. Затем по полю q' можно судить, как изменилось поле облачности (сравнив поля q и $q_н$). Для влажных областей, образовавшихся на одном шаге по времени, функция тока пересчитывается с учетом изменившегося параметра устойчивости α^2.

Граничные условия

Граничные условия для уравнений (29) и (31) сформулированы с достаточной полнотой в [2] и имеют вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = 0 \quad \text{при} \quad P = P_0; \tag{41}$$

$$P^{\frac{1}{2}} \left| \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} \right| < \infty, \; P^{\frac{1}{2}} \left| \frac{\partial \psi}{d\theta} \right| < \infty \quad \text{при} \quad P \to 0.$$

Поступая для выбора граничных условий для z аналогично [2], будем иметь

$$w^* = \frac{gP}{c^2} \frac{\partial z}{\partial t}$$

при $P = P_0$. Из уравнения (28) получим для нижней границы

$$w^* = -\frac{gP}{\alpha^2 c^2} \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} - K_h \Delta - \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial}{\partial P} \right) P \frac{\partial z}{\partial P} - \delta \left(2K_v \varphi_2 \frac{\partial}{\partial P} P^2 \frac{\partial z}{\partial P} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + K_v \varphi_3 P \frac{\partial z}{\partial P} + \varphi_2 P^2 \frac{\partial z}{\partial P} \frac{\partial K_v}{\partial P} \right] - \frac{RP}{\alpha^2 c^2} (1 - \varphi_1) \frac{E'_R}{c_p} (1 - \delta) \right.$$

$$\text{при} \quad P = P_0, \quad \delta = \begin{cases} 1, & q \geqslant q_н, \\ 0, & q < q_н. \end{cases}$$

Приравнивая эти два значения w^*, получим условия для z при $P = P_0$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(P \frac{\partial z}{\partial P} + \alpha^2 z \right) - \left[K_h \Delta + \frac{\partial}{\partial P} K_v P^2 \frac{\partial}{\partial P} + \delta \left(2K_v \varphi_2 \frac{\partial}{\partial P} P + \right. \right.$$

$$\left. \left. + K_v \varphi_3 + \varphi_2 P \frac{\partial K_v}{\partial P} \right) \right] P \frac{\partial z}{\partial P} = -(1 - \delta)(1 - \varphi_1) \frac{R E'_R}{g c_p}. \tag{42}$$

Нетрудно убедиться, что при $q < q_н$, т. е. для сухого воздуха (при $\delta = 0$) (42) переходит в обычное условие на границе $P = P_0$ (если не учитывается турбулентный перенос). Считая, например, что на нижней границе турбулентный перенос отсутствует, т. е. $K_h \equiv K_v \equiv 0$, получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(P \frac{\partial z}{\partial P} + \alpha^2 z \right) = -(1 - \delta) \frac{R}{g} \frac{E'_R}{c_p} (1 - \varphi_1)$$

$$\text{при} \quad P = P_0.$$

На верхней границе условия для z принимают вид:

$$w^* \to 0, \quad P \to 0, \quad \text{или}$$

$$P\left\{\left(\frac{\partial}{\partial t} - K_h\Delta - \frac{\partial}{\partial P}K_v P^2\frac{\partial}{\partial P}\right)P\frac{\partial z}{\partial P} - \delta\left(2K_v\varphi_2\frac{\partial}{\partial P}P^2\frac{\partial z}{\partial P} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + K_v P\varphi_3\frac{\partial z}{\partial P} + \varphi_2 P^2\frac{\partial z}{\partial P}\frac{\partial K_v}{\partial P}\right) + \frac{R}{g}\frac{E'_R}{c_p}(1-\varphi_1)(1-\delta)\right\} \to 0,$$

$$P \to 0. \tag{43}$$

Для влажности в уравнении (37) следует использовать следующие граничные условия (см., например, [8, 9, 12]): на нижней границе $P = P_0$,

$$q = c_q q_н, \tag{44}$$

где c_q — эмпирический коэффициент, равный единице для океана, а для суши $0 \leqslant c_q \leqslant 1$;

на верхней границе атмосферы потребуем обращения в нуль потока влажности, т. е.

$$K_v P^2\frac{\partial q}{\partial P} \to 0, \quad P \to 0. \tag{45}$$

На границе насыщенного и ненасыщенного воздуха (граница облака), следуя [4], потребуем равенства потоков влаги, т. е.

$$K_v^{(i)}P^2\left(\frac{\partial q_н^{(l)}}{\partial P} + \frac{\partial q_в^{(i)}}{\partial P}\right) = K_v^{(e)}P^2\frac{\partial q^{(e)}}{\partial P}, \tag{46}$$

где значок (i) означает область внутри облака и (e) — внешние по отношению к облаку области. Потребуем также и равенства потоков тепла и радиации на границах:

$$K_v^{(i)}P^2\left(1 + \frac{L}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)^{(i)}\left(\frac{\partial T}{\partial P} - \frac{RT}{Pc_p}\frac{1 + \frac{Lq_н}{RT}}{1 + \frac{Lq_н\partial e}{c_p e\partial T}}\right)^{(l)} + \frac{g}{c_p}F_R^{(i)} =$$

$$= K_v^{(e)}P^2\left(\frac{\partial T}{\partial P} - \frac{RT}{Pc_p}\right)^{(e)} + \frac{g}{c_p}F_R^{(e)}. \tag{47}$$

Для средних величин и отклонений от них граничные условия можно получить, применяя к (44)—(47) операцию осреднения, описанную выше. Таким образом, имеем

$$\left.\begin{aligned} &q_0 = c_q q_{но}, \quad q' = c_q q'_н, \quad P = P_0; \\ &K_v P^2\frac{\partial q_0}{\partial P} \to 0, \quad K_v P^2\frac{\partial q'}{\partial P} \to 0, \quad P \to 0; \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

$$\left.\begin{aligned} &K_v^{(i)}P^2\left(\frac{\partial q_{но}}{\partial P} + \frac{\partial q_{во}}{\partial P}\right)^{(l)} = K_v^{(e)}P^2\frac{\partial q_0^{(e)}}{\partial P}; \\ &K_v^{(i)}P^2\left(\frac{\partial q'_н}{\partial P} + \frac{\partial q'_в}{\partial P}\right)^{(i)} = K_v^{(e)}P^2\frac{\partial q'^{(e)}}{\partial P}; \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

для потоков влаги на границе облака и, наконец,

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{g}{c_p}\left(F_{R0}^{(i)}-F_{R0}^{(e)}\right)=P\frac{c^2}{R}\left[K_v^{(i)}\left(1+\frac{L}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0^{(i)}\alpha_в^{2(i)}-K_v^{(e)}\alpha^{2(e)}\right];\\
&\frac{g}{c_p}\left(F'^{(i)}_R-F'^{(e)}_R=P^2\left[K_v^{(e)}\frac{\partial \overline{T}'^{(e)}}{\partial P}-K_v^{(i)}\left(1+\frac{L}{c_p}\frac{q_н}{e}\frac{\partial e}{\partial T}\right)_0^{(i)}\times\right.\right.\\
&\left.\left.\times\left(\frac{\partial T'^{(i)}}{\partial P}+\varphi_2\frac{T'^{(i)}}{P}\right)\right]\right.
\end{aligned}\right\}\qquad(50)$$

для потоков тепла и радиации на той же границе. Таким образом, уравнения для средних величин (21) и уравнения динамики и влажности в квазисоленоидальном приближении (29), (31)—(33), (37) следует решать при граничных условиях (41), (42), (46)—(50).

ЛИТЕРАТУРА

1. Буйков М. В. Метод кинетического уравнения в теории облаков. Труды Всесоюзного метеорологического совещания. Гидрометеоиздат, Л., 1963.
2. Гаврилин Б. Л. Уравнения динамики синоптических процессов в квазисоленоидальном приближении. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 6, 1965.
3. Кибель И. А. Распределение температуры в земной атмосфере. ДАН СССР, т. 39, № 1, 1943.
4. Лайхтман Д. Л., Зилитинкевич С. С. Теплопроводность и влагообмен в турбулентной атмосфере при наличии фазовых переходов влаги. ДАН СССР, т. 156, № 5, 1964.
5. Лушев Б. Г., Матвеев Л. Т. Динамическая модель прогноза слоистообразной облачности. Физика атмосферы и океана, т. II, № 1, 1966.
6. Марчук Г. И. Теоретическая модель прогноза погоды малой заблаговременности. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 5, 1964.
7. Марчук Г. И. Теоретическая модель прогноза погоды. ДАН СССР, т. 155, № 5, 1964.
8. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1965.
9. Фейгельсон Е. М. О некоторых возможностях исследования теплообмена и влагообмена. Физика атмосферы и океана, т. I, № 1, 1965.
10. Фейгельсон Е. М., Фролова Н. Г. К вопросу о расчете облачности. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 3, 1965.
11. Халтингер Дж. и Мартин Ф. Динамическая и физическая метеорология. ИЛ, М., 1960.
12. Швец М. Е. К конденсации водяного пара в атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1955.
13. Brunt D. Physical and dynamical meteorology. 2 nd. ed. Cambridge Univ. Press. 1939.
14. Leith C. E. Convection in a six-level model atmosphere. Rep. on the Int. Symp. on Large—Sc. Proc. in Moscow, 1965.
15. Manabe S. and Strickler R. F. Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjastment. Journ. ot the Atm. Sci, v. 21, № 4, 1964.
16. Smagorinsky I. On the inelusion of moist adiabatic processes in numerical prediction models. Bericht des Deutschen Wetterdienstes № 38. Symposium über Numerishe Wettervorhersage in Frankfurt am M., 1956.
17. Smagorinsky I. On the dynamical prediction of large—scale condensation by numerical mothods. Physics of precipitation. Monograph № 5. Am. Geoph. Un., 1960.
18. Smagorinsky I. and Collins G. O. On the numerical prediction of precipitation. Monthey Weath. Rev, 83, № 3, 1955.
19. Manabe S., Smagorinsky I., Strickler R. F. Simulated Climatology of a general circulation model with a hydrology cycle Monthly Weath. Rev, v. 93, № 12, 1965.

Д. Л. Лайхтман, Ф. А. Гисина,
Н. И. Крамер

ПРИНЦИП УЧЕТА ПОВТОРЯЕМОСТИ РАЗЛИЧНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ, ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ АТМОСФЕРУ

Предлагается метод выбора высоты трубы (или мощности выброса) промышленных предприятий, учитывающий вероятность различных метеорологических условий. Приводится конкретный расчет высоты трубы с заданной обеспеченностью для предприятия, расположенного в Ленинградской области.

При проектировании промышленных предприятий, загрязняющих атмосферу, очень важным является вопрос о правильном выборе высоты дымовой трубы H или допустимой мощности выброса γ, обеспечивающих безопасность населения.

Предлагавшиеся до сих пор методы выбора этих параметрв [1, 2] основывались на требовании, чтобы максимальная наземная концентрация q_m не превосходила предельно-допустимую концентрацию ПДК$=q_0$ (последняя задается санитарными органами на основании специально проведенных исследований). Расчет проводился по формулам для максимальной наземной концентрации q_m, создаваемой непрерывным точечным источником с мощностью γ, расположенным на высоте H. Если M — некоторый комплекс метеорологических условий, от которых зависит концентрация примеси, то указанное выше требование выражается соотношением

$$q_m(\gamma, H, M) \leqslant q_0. \qquad (1)$$

Из соотношения (1) при определенных метеорологических условиях определялась допустимая высота дымовой трубы при заданной мощности выброса или допустимая мощность выброса при выбранной высоте трубы. Однако вследствие большой изменчивости метеорологических условий, к тому же еще различной в разных районах, указанный выше метод расчета является неопределенным: неясно, какие именно численные значения метеорологических параметров (из очень большой совокупности) следует подставить в формулу (1).

В работе [1] предлагалось определять H (или γ) при средних неблагоприятных метеорологических условиях (скорость ветра на флюгере $U=5$ *м/сек,* параметр, характеризующий термическую стратификацию атмосферы, $\varepsilon=-0{,}1$). В [2] высоту трубы предлагается выбирать при наиболее опасной скорости ветра. Каких-либо серьезных обоснований для этих рекомендаций невозможно дать.

Корректный метод расчета параметров промышленных предприятий должен учитывать вероятность осуществления различных метеоро-

логических условий, и, следовательно, вероятность возникновения различных наземных концентраций примеси.

Естественным поэтому является следующий принцип выбора параметров промышленных предприятий H (или γ): *параметры проектируемого предприятия должны выбираться так, чтобы в направлении наибольшей повторяемости ветра максимальная наземная концентрация q_m с заданной вероятностью μ не превышала предельно-допустимую q_0.*

Пусть $F(q_m < q_0)$ — вероятность того, что максимальная наземная концентрация будет меньше q_0. Тогда сформулированный принцип выбора параметров H (или γ) может быть выражен следующим образом:

$$F(q_m < q_0) = \int_0^{q_0} P(q_m)\, dq_m = \mu, \qquad (2)$$

где $P(q_m)$ — плотность вероятности значений q_m, а μ — заданная вероятность, с которой q_m не должна превышать q_0. Величину μ в дальнейшем будем называть обеспеченностью. Очевидно, что μ должна выбираться достаточно близкой к единице.

Максимальная наземная концентрация примеси, создаваемая локализованным непрерывным точечным источником, определяется следующими метеорологическими параметрами: скоростью и направлением ветра u, φ и стратификацией атмосферы, характеризуемой параметром ε, т. е.

$$q_m = F(u, \varepsilon, \varphi)$$

(H и γ, от которых зависит q_m, — фиксированные величины и их целесообразно отделить от других аргументов, которые являются случайными функциями времени). Поэтому

$$\int_0^{q_0} P(q_m)\, dq_m = \iiint\limits_{\substack{\text{по области} \\ q_m < q_0}} P(u, \varphi, \varepsilon)\, du d\varphi d\varepsilon, \qquad (3)$$

где $P(u, \varphi, \varepsilon)$ — функция совместного распределения u, φ и ε.

Таким образом, для определения функции распределения концентрации необходимо знать функцию совместного распределения метеорологических параметров u, φ, ε — $P(u, \varphi, \varepsilon)$,которую можно получить в результате обработки климатологических данных.

Экспериментально обнаруженный минимум в спектре энергии турбулентности в области мезомасштабов [3] дает возможность разделить всю область масштабов вихрей на две части. Учет влияния мелкомасштабной турбулентности на диффузию, производится с помощью уравнения турбулентной диффузии, куда входят осредненные за 10—30-минутный интервал параметры турбулентности. Решение этого уравнения при фиксированных внешних, т. е. относящихся к области крупых масштабов, параметрах позволяет найти значение максимальной наземной концентрации, которое и служит для сравнения с предельно-допустимой концентрацией за тот же временной интервал.

Повторяемость различных значений q_m, описывающая вклад крупномасштабной турбулентности, находится на основании статистических данных о метеорологических параметрах, определяющих значения q_m.

Для определения области интегрирования в формуле (3) необходимо знать аналитический вид функции $q_m = F(u, \varphi, \varepsilon)$. (Отметим, что сформулированный выше принцип определения высоты трубы, или мощности выброса, не зависит от принятой методики расчета макси-

мальной концентрации). В общем случае конкретные расчеты могут быть выполнены только численно.

Путем специальной обработки данных метеостанций можно вычислить численные значения повторяемости комбинации метеорологических параметров u, φ и ε, т. е. функцию $P(u, \varphi, \varepsilon)$, и, используя известные формулы для максимальной концентрации $q_m = F(u, \varphi$ и $\varepsilon)$, найти численные значения вероятности различных концентраций $P(q_m)$. Расчет необходимо провести для нескольких значений высоты трубы H (или мощности выброса γ). Искомым является то значение H (или γ), при котором выполняется условие (2).

Для определения функции совместного распределения метеорологических параметров $P(u, \varphi, \varepsilon)$ можно использовать данные многолетних наблюдений над скоростью и направлением ветра, результаты которых приведены в климатических справочниках, соответствующие значения параметра устойчивости ε можно получить из данных об облачности и истинной высоте солнца.

В качестве примера приведем результаты численного расчета обеспеченности разных высот труб для предприятия, расположенного в Ленинградской области, с мощностью выброса сернистого ангидрида (SO_2) $\gamma = 3 \cdot 10^6$ *мг/сек*, параметром выброса $Q = \dfrac{\pi D^2 w \Delta T}{400} = 20$, где D — диаметр трубы, w — начальная скорость выброса, ΔT — начальный перегрев газа. При расчетах мы использовали формулу для q_m, полученную в работе [4].

Для упрощения расчетов предполагалось, что внутри некоторого интервала углов $2\Delta\alpha$ все направления ветра вносят одинаковый вклад в значение осевой концентрации $q_m(u, \varphi_0, \varepsilon)$, а вклады от остальных направлений равны нулю.

Тогда зависимость q_m от своих аргументов в соответствии с [4] выражается следующей формулой:

$$q_m = \frac{\gamma z_1^{1-\varepsilon}\left(1{,}9 - \dfrac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)^{1{,}9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}}\left[\dfrac{\kappa_1}{u_1}\dfrac{(1+m+\varepsilon)^2}{z_1^{1-m-\varepsilon}}\right]^{1{,}9 - \left(1{,}9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)} e}{0{,}2\sqrt{2\pi}\,(1+m+\varepsilon)\,H_{эф}^{\,1{,}9 - \frac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}}\,\Gamma\left(1 - \dfrac{\varepsilon}{1+m+\varepsilon}\right)} \tag{4}$$

в области $\varphi_0 - \Delta\alpha \leqslant \varphi \leqslant \varphi + \Delta\alpha$, $q_m = 0$ в остальной области.

Здесь m — параметр, характеризующий изменение скорости ветра с высотой, u_1, κ_1 — соответственно скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте $z = z_1$, $H_{эф}$ — эффективная высота трубы, равная $H_{эф} = H + \Delta H$, где H — геометрическая высота трубы, ΔH — высота подъема, обусловленная начальной скоростью выброса w и перегревом ΔT. Эффективная высота трубы рассчитывалась по методике, разработанной в [5] и [6].

Можно предположить также, что скорость и направление ветра являются независимыми случайными величинами, тогда

$$P(u, \varphi, \varepsilon) = P_1(u, \varepsilon) P_2(\varphi), \tag{5}$$

где $P_2(\varphi)$ — повторяемость преимущественного направления ветра в данном районе, а $P_1(u, \varepsilon)$ — функция совместного распределения скорости ветра и параметра устойчивости. Функция $P_1(u, \varepsilon)$ (табл. 1) бы-

ла рассчитана на основе многолетних наблюдений, проведенных на метеостанции Колтуши; расчет повторяемости u и ε проведен за дневное время суток из-за наиболее неблагоприятных условий в эти часы.

Таблица 1

$P_1(u, \varepsilon)\,\Delta u \Delta\varepsilon$ (в %)

u \ ε	—0,3	—0,2	—0,1	0,0	0,1
0—1	0,0	0.0	0,0	0,0	0,0
1—2	4,1	1,75	0,0	0,0	0,0
2—3	3,85	7,00	1,92	3,85	0,88
3—4	4,45	5,9	7,4	4,45	1,17
4—5	1,60	3,7	6,5	6,7	1,20
5—6	0,0	2,65	4,28	4,28	0,30
6—7	0,0	0,0	2,92	4,10	0,14
7—8	0,0	0,0	1,33	4,0	0,0
8—9	0,0	0,0	1,25	2,91	0,0
9—10	0,0	0,0	0,23	2,10	0,0
10—11	0,0	0,0	0,00	1,17	0,0

На рис. 1 приведена рассчитанная численно по данным табл. 1 и при использовании формул (3) и (4) плотность вероятности максималь-

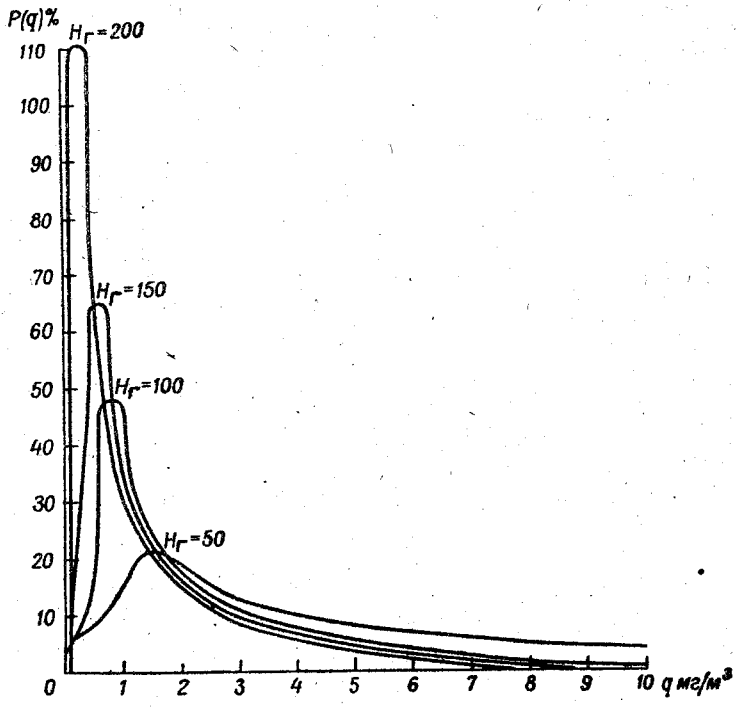


Рис. 1. Функция распределения наземной концентрации примеси для непрерывного точечного источника.

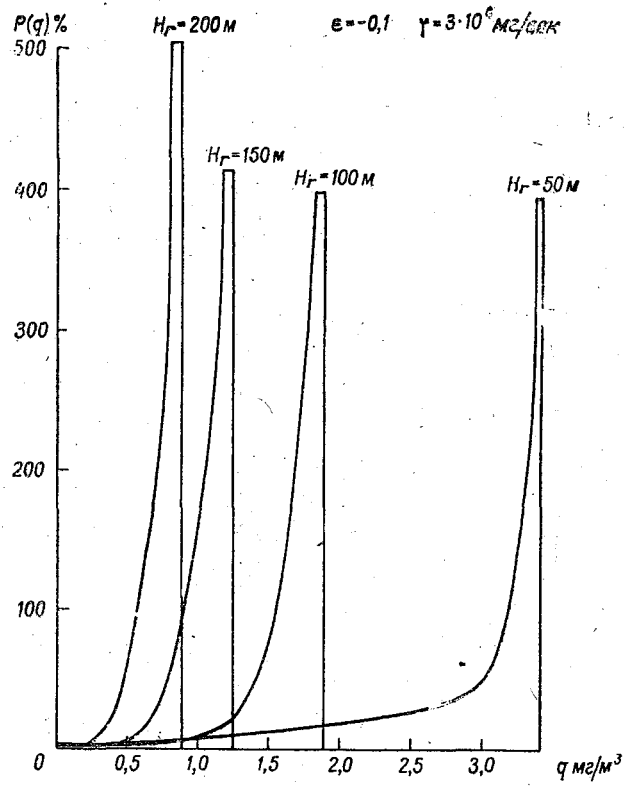


Рис. 2. Функция распределения наземной концентрации примеси для непрерывного точечного источника при учете изменчивости только скорости ветра ($\varepsilon = -0{,}1$).

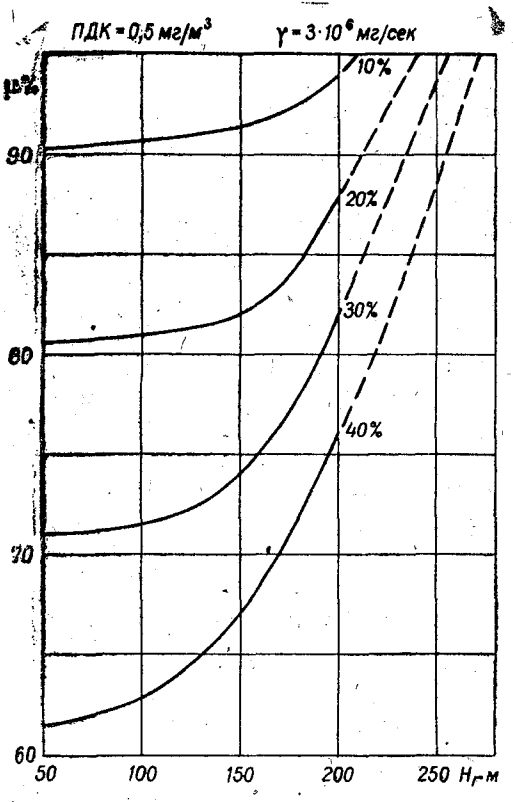


Рис. 3. Обеспеченность разных высот труб для районов с разной розой ветра для сернистого ангидрида (ПДК=0,5 *мг/м*³).

ной концентрации q_m для высот труб 50, 100, 150 и 200 *м*. Из этого рисунка ясно видно уменьшение вероятности больших концентраций примеси и увеличение вероятности малых q_m при увеличении высоты источника. Для сравнения интересно привести плотность вероятности, вычисленную без учета изменения стратификации атмосферы (рис. 2); в этом случае различные значени q_m обусловлены только изменчивостью ветра. Из сравнения рис. 1 и 2 видно, что в данном случае пре-

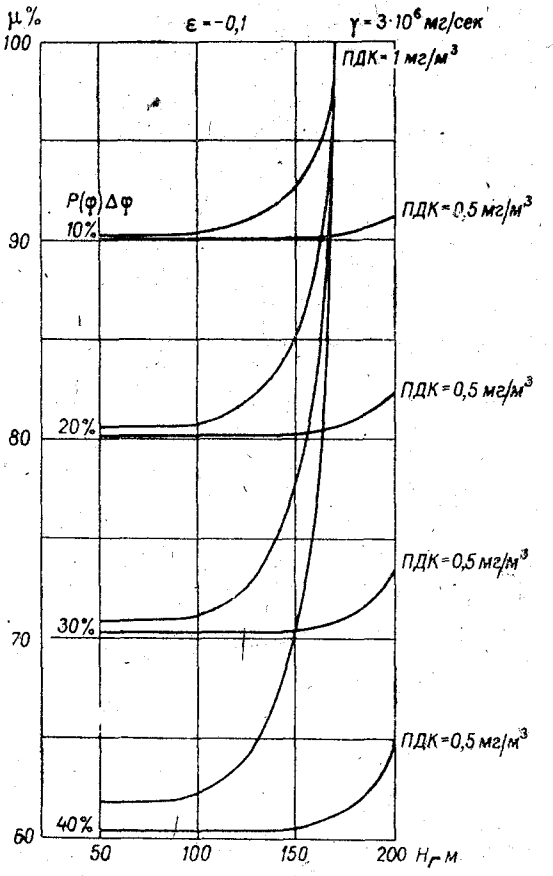


Рис. 4. Обеспеченность разных высот труб для районов с разной розой ветра для двух веществ с ПДК=0,5 *мг/м*³ и ПДК=1 *мг/м*³.

небрежение изменением стратификации существенно меняет характер функции распределения концентрации, приводя к значительному увеличению повторяемости больших значений концентрации.

Зная $P(q_m)$, можно численно рассчитать высоту трубы, удовлетворяющую условию (2) при заданных значениях предельно-допустимой концентрации q_0 и обеспеченности μ.

Результаты расчета обеспеченности разных высот труб для районов с разной розой ветра приведены на рис. 3, где по осям координат отложены значения обеспеченности (в %) и высоты трубы H (в *м*). Кривая с повторяемостью преимущественного направления ветра $P_2(\varphi_0)\Delta\varphi_0 = 10\%$ соответствует реальной розе ветров для района Ленин-

града. Остальные кривые соответствуют районам, в которых повторяемость скорости ветра и параметра устойчивости примерно такая же, как и в Ленинградской области, но роза ветра существенно иная. Видна сильная зависимость искомой высоты трубы при заданной обеспеченности от розы ветров. Из рис. 3 видно, что для предприятия с мощностью выброса $\gamma = 3 \cdot 10^6$ *мг/сек*, ПДК $= q_0 = 0{,}5$ *мг/м*^{3} с заданной обеспеченностью $\mu = 95\%$, для района с $P_2(\varphi_0)\Delta\varphi_0 = 10\%$ может быть выбрана труба $H = 210$ *м*, в то время как для района с $P_2(\varphi_0)\Delta\varphi_0 = 40\%$ искомая высота трубы равна 270 *м*.

Естественно, чем больше заданная обеспеченность μ, тем больше будет искомая высота трубы.

Зависимость обеспеченности разных высот труб от величины ПДК представлена на рис. 4, где для различных районов приведены кривые с ПДК $= 0{,}5$ *мг/м*^{3} и ПДК $= 1$ *мг/м*^{3}. Естественно, что при данной обеспеченности искомая высота трубы тем меньше, чем больше ПДК.

Расчеты могут быть существенно упрощены в том случае, когда стратификация атмосферы не очень сильно меняется в течение дня; тогда параметр стратификации можно заменить его средним значением. Подобный расчет был проведен в работе [7], где была получена следующая формула для определения искомой высоты трубы:

$$H_{эф}^{2,08} = \frac{130\gamma}{\sqrt{2u_m q_0 \ln\left(\dfrac{P_2(\varphi_0)}{P_2(\varphi_0) + \mu - 1}\right)^{1/2}}},$$

где u_m — наиболее вероятное значение скорости ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л., Гисина Ф. А., Каплан С. Н. Принцип учета метеорологических условий при проектировании промышленных предприятий. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963.
2. Wippermann F,. Klug W. Intern. J. Air and Water Pollution, 6, 27, 1962.
3. Пановский Г., Дэленд Р. Одномерные спектры атмосферной турбулентности в первых ста метрах над поверхностью земли. Сб. «Атмосферная диффузия и загрязнение атмосферы». ИЛ, М., 1962.
4. Лайхтман Д. Л. Диффузия примеси от точечных источников в приземном слое атмосферы. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963.
5. Данович. А. М., Зейгер С. Г. Определение высоты подъема нагретой примеси в атмосфере. Труды ЛГМИ, вып. 18, 1963.
6. Пашковский А. С. Влияние скорости ветра и условий выброса на диффузию примеси в атмосфере. Труды ЛГМИ, вып. 18, 1963.
7. Лайхтман Д. Л., Гисина Ф. А., Крамер Н. И. Учет особенностей атмосферной диффузии при расчете параметров выброса (мощность и высота трубы) промышленных предприятий. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 11, 1965.

Ф. А. Гисина, В. И. Рейнюк

ВЕРТИКАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАДОНА В АТМОСФЕРЕ ПРИ РАЗНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Из решения уравнения турбулентной диффузии для случая однородной эманирующей поверхности получены вертикальные профили радона при разных метеорологических условиях. Для изменения с высотой коэффициента турбулентности использована модель, предложенная Лайхтманом и Зилитинкевичем. Расчет проведен численно на ЭВМ Урал-4.

В последнее время большое внимание уделяется проблеме использования естественной радиоактивности атмосферы для решения некоторых метеорологических [1, 2] и прикладных задач [3, 4]. Большой интерес, в частности, представляет использование данных о вертикальном распределении естественной радиоактивности для определения коэффициента вертикального турбулентного обмена [1, 5, 6], степени устойчивости атмосферы [7], а также для оценки среднего времени пребывания аэрозоля в атмосфере [8]. Для реализации этой возможности необходимо построение теории, позволяющей определить зависимость концентрации радиоактивного вещества от искомых параметров, необходимо, следовательно, решить «прямую» задачу—найти распределение в атмосфере естественной радиоактивности при разных метеорологических условиях. Здесь речь идет об естественной радиоактивности, обусловленной диффузией инертного радиоактивного газа радона ($_{86}Rn^{222}$) через почвенные капилляры в атмосферу. Можно считать, что в атмосферу поступает чистый радон, так как продукты его распада в основном задерживаются на стенках почвенных капилляров.

Проблеме теоретического определения распределения естественной радиоактивности атмосферы посвящен ряд работ [3, 4, 5, 8], основанных на решении стационарного уравнения турбулентной диффузии, которое при предположении об однородности эманирующей подстилающей поверхности записывается в виде

$$\frac{d}{dz}\kappa(z)\frac{dq}{dz} - \lambda q = 0 \qquad (1)$$

при граничных условиях

$$-\kappa(z)\frac{dq}{dz}_{z=0} = E, \qquad (2)$$

$$q|_{z\to\infty} = 0, \qquad (3)$$

где q — концентрация радиоактивной эманации, в данном случае радона, $\kappa(z)$ — коэффициент вертикального турбулентного перемешивания,

E — поток радона из земли на единицу площади в единицу времени (эксхаляция), λ — постоянная распада.

Для решения уравнения (1) необходимо знать профиль коэффициента турбулентного перемешивания $\kappa(z)$ при разных метеорологических условиях. Разные авторы решали уравнение (1) при различных аппроксимациях изменения коэффициента турбулентности с высотой. Были рассмотрены следующие модели для коэффициента турбулентности:

$$\kappa(z) = \text{const}, \quad \kappa(z) = \kappa_1 z^{1-n}, \quad \kappa(z) = \begin{cases} \kappa_1 z & \text{при} \quad z < H, \\ \kappa_1 H & \text{при} \quad z \geqslant H, \end{cases}$$

$$\kappa(z) = \begin{cases} \kappa_1 = \text{const} & \text{при} \quad z < H, \\ \kappa_2 = \text{const} & \text{при} \quad z \geqslant H. \end{cases}$$

Эти модели являются очень грубыми, соответствующими реальным профилям лишь при очень специфических метеорологических условиях. Поэтому представляется важным получить распределение естественной радиоактивности в атмосфере, используя для $\kappa(z)$ более реальную модель, соответствующую экспериментальным данным. Недавно Лайхтманом и Зилитинкевичем [10—11] была разработана теория строения пограничного слоя, достаточно хорошо описывающая имеющиеся экспериментальные данные. В рамках этой теории получены профили коэффициента турбулентности при разных состояниях устойчивости атмосферы.

Целью настоящей работы является определение вертикального распределения радона из уравнения (1), используя для $\kappa(z)$ результаты, полученные в [10, 11]. Поскольку коэффициент турбулентности получен в [11] как функция от безразмерной высоты z_n, то нам удобно привести уравнение (1) и граничные условия (2), (3) к безразмерному виду, используя такие же, как в [11], масштабы длины и коэффициента турбулентности, хотя эти масштабы не являются характерными для рассматриваемой диффузионной задачи. В соответствии с этим приведем уравнения (1)—(3) к безразмерному виду, вводя в качестве масштабов длины, коэффициента турбулентности и концентрации следующие величины:

$$L = \frac{\varkappa v_*}{\lambda_0}, \quad \kappa_0 = \varkappa v_* L, \quad q_0 = \frac{E}{\varkappa v_*}, \tag{4}$$

где v_* — динамическая скорость, $\varkappa$ — постоянная Кармана, λ_0 — параметр Кориолиса.

В безразмерном виде уравнения (1)—(3) записываются следующим образом:

$$\frac{d}{dz_n} \kappa_n(z_n) \frac{dq_n}{dz_n} - \lambda_n q_n = 0, \tag{5}$$

$$-\kappa_n(z_n) \frac{dq_n}{dz_n}\bigg|_{z_n=0} = 1, \tag{6}$$

$$q_n|_{z_n \to \infty} = 0. \tag{7}$$

Здесь

$$q_n = \frac{q}{q_0}, \quad \kappa_n = \frac{\kappa}{\kappa_0}, \quad z_n = \frac{z}{L}, \quad \lambda_n = \frac{\lambda}{\lambda_0}. \tag{8}$$

Безразмерные профили $\kappa_n(z_n)$, использованные для решения уравнения (1), приведены на рис. 1. Уравнение было решено численно методом прогонки на ЭВМ Урал-4. Уравнение (5) было решено для трех состояний устойчивости атмосферы, которая характеризовалась параметром $\mu = -\varkappa^2 \frac{g}{T} \frac{q}{\frac{c_v \rho}{\lambda_0 v_*}}$ (g — ускорение силы тяжести, T — характерное значение абсолютной температуры в рассматриваемом слое, q — верти-

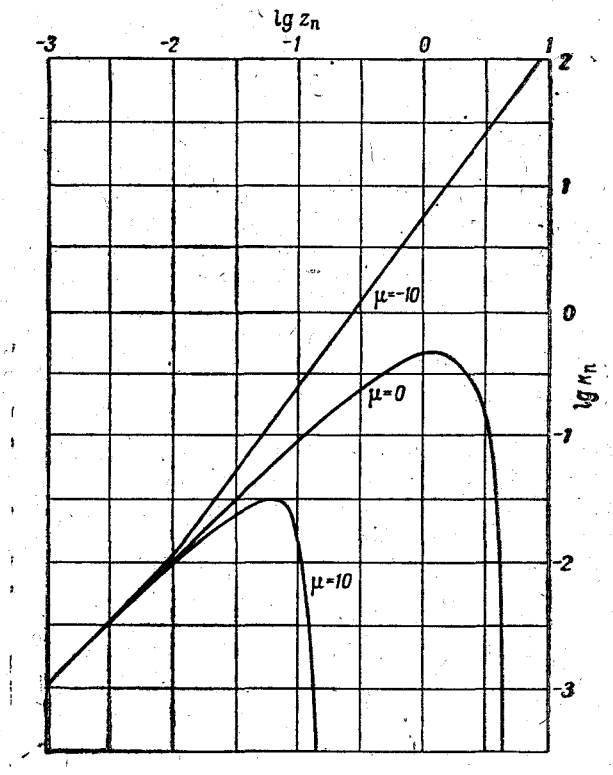


Рис. 1. Универсальные профили коэффициента турбулентной вязкости.

кальный турбулентный поток тепла). При расчетах параметр $\lambda_n = \frac{\lambda}{\lambda_0} = 0{,}02$ ($\lambda_{R_n} = 2{,}1 \cdot 10^{-6}$ *сек*$^{-1}$, $\lambda_0 = 1{,}2 \cdot 10^4$ *сек*$^{-1}$). Были исследованы случаи умеренной неустойчивости ($\mu = -10$), безразличного равновесия ($\mu = 0$) и умеренной инверсии ($\mu = +10$). На рис. 2 представлены рассчитанные для трех указанных значений μ безразмерные профили концентрации радона $q_n(z_n)$. Видна сильная зависимость профилей естественной радиоактивности от состояния устойчивости атмосферы. Вблизи земли концентрация радона при устойчивой стратификации в 30 раз больше, чем при неустойчивой стратификации. Это вполне понятно, так как из-за малого коэффициента турбулентности диффузия примеси в верхние слои при устойчивой стратификации затруднена. На больших высотах зависимость q_n от μ должна быть противоположной. Резкий спад кривых $q_n(z_n)$ при $z_n \sim 0{,}1$ для $\mu = +10$

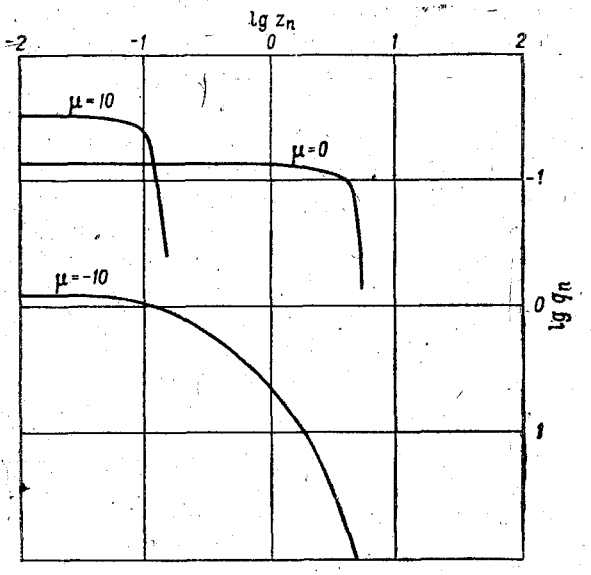


Рис. 2. Универсальные профили естественной радиоактивности атмосферы.

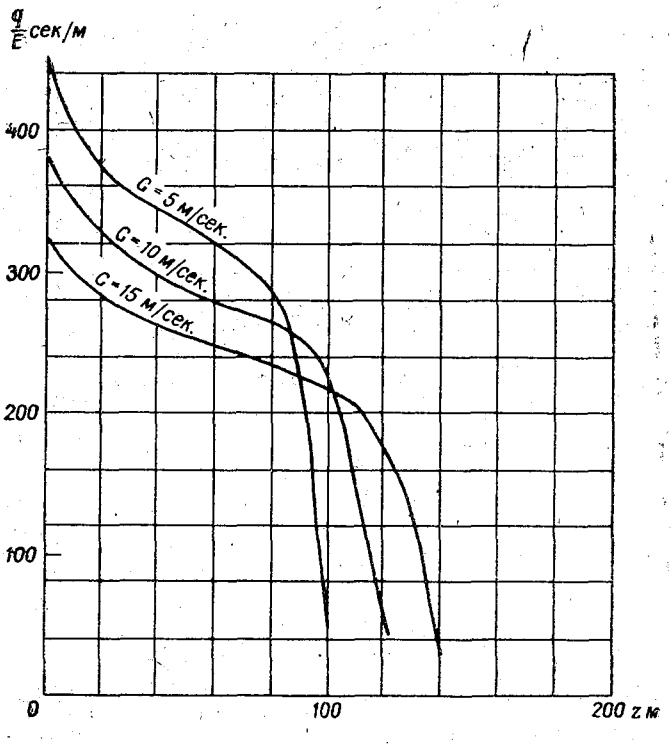


Рис. 3. Вертикальный профиль концентрации радона при разной скорости геострофического ветра.

и при $z_n = 5$ для $\mu = 0$, когда κ_n почти не меняется с z_n (см. рис. 1) объясняется тем, что здесь становится существенным радиоактивный распад. Последний становится существенным на расстояниях сравнимых (и больших) с диффузионной длиной $l_к \sim \sqrt{\frac{\kappa_n}{\lambda_n}}$. Чем больше κ_n, тем на больших высотах радиоактивный распад начинает влиять на характер распределения радона. На основании полученных универсальных профилей $q_n(z_n)$ можно исследовать зависимость распределения естественной радиоактивности от «внешних» параметров — геострофичсекого ветра G, шероховатости поверхности z_0, и широты места (параметр Кориолиса λ), используя формулы (8) и (4), а также полученную в [1.1] зависимость геострофического коэффициента трения v_*/G от числа Россби $R_0 = \frac{G}{\lambda z_0}$ при различных значениях параметра μ. Характер зависимости распределения радона от геострофического ветра G является одинаковым при всех состояниях устойчивости. Наиболее существенна эта зависимость при устойчивой стратификации; она представлена на рис. 3, из которого видно, что в нижнем слое атмосферы концентрация радона убывает, а в верхнем слое возрастает с усилением геострофического ветра G. Это легко объясняется увеличением интенсивности турбулентного перемешивания при увеличении G. Аналогичные соображения объясняют зависимость концентрации радона от шероховатости подстилающей поверхности, которая представлена на рис. 4. В нижнем слое атмосферы влияние шероховатости больше при большем геострофическом ветре.

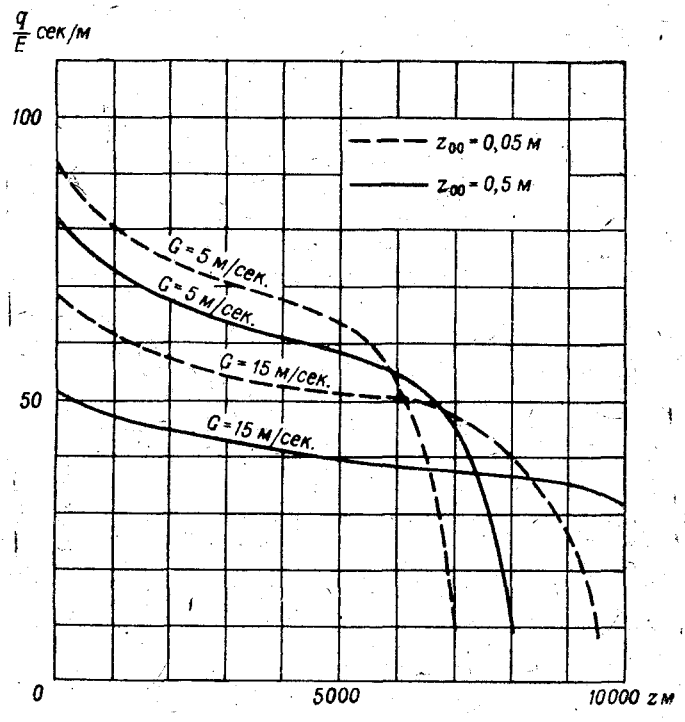


Рис. 4. Зависимость распределения радона от шероховатости подстилающей поверхности при разных скоростях геострофического ветра.

Зависимость распределения радона от широты места является несущественной.

Несмотря на большое количество измерений радона и продуктов его распада в различных точках земного шара, почти не имеется экспериментальных данных о распределении радона в пограничном слое атмосферы, сопровождающихся измерением всех необходимых метеорологических параметров. Поэтому мы не смогли сопоставить полученные результаты с экспериментальными данными. Полученная теоретически зависимость концентрации радона от стратификации атмосферы и от скорости ветра качественно подтверждается имеющимися экспериментальными данными. Данные работы [13] свидетельствуют об увеличении содержания радона вблизи земли при переходе от неустойчивой стратификации к устойчивой, а из работ [5, 12] ясно видно уменьшение концентрации радона вблизи земли и обогащение радоном верхних слоев при возрастании скорости ветра. Количественное сравнение с результатами этих работ невозможно, так как не приведены данные о всех необходимых метеорологических параметрах.

Отметим, что наибольшую ценность представляли бы экспериментальные данные, приведенные к безразмерному виду в соответствии с формулами [4] и [8]. Такие данные были бы универсальными и могли быть непосредственно использованы для сравнения с теорией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кароль И. Л., Малахов С. Г. Применение естественных радиоактивных изотопов в атмосфере для метеорологических исследований. Вопросы ядерной метеорологии. Госатомиздат, М., 1962.
2. Кароль И. Л., Малахов С. Г. и др. Количественные исследования атмосферных движений с помощью радиоактивных меток. Доклад на 3-й международной конференции по мирному использованию атомной энергии, изд-во АН СССР, 1964.
3. Гандин Л. С., Соловейчик Р. Э. О распространении радиоактивной эманации в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 7, 1960.
4. Гандин Л. С., Соловейчик Р. Э. Распространение радиоактивной эманации в приземном слое атмосферы. Труды Всесоюзного научного метеорологического совещания, т. VII, 179, 1963.
5. Кириченко Л. В. Вертикальное распределение продуктов распада радона в свободной атмосфере. Вопросы ядерной метеорологии, 75, Госатомиздат, М., 1962.
6. Лактионов А. Г. Распределение по высоте концентрации частиц аэрозоля и определение коэффициентов вертикального перемешивания в свободной атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геофиз. № 9, 1960.
7. Smith R. Natural airborne radioactivity as index of atmospheric stability Nucleonics 10, № 10, 1952.
8. Кароль И. Л. Оценка средней скорости удаления естественных радиоактивных аэрозолей из атмосферы облаками и осадками. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1963.
9. Малахов С. Г. Вертикальное распределение радиоактивных эманаций в атмосфере. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 9, 1959.
10. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в приземном слое атмосферы. Физика атмосферы и океана, т. 1, № 2, 1965.
11. Бобылева И. М., Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л. Турбулентный режим в термически стратифицированном планетарном пограничном слое атмосферы. Доклад на международном коллоквиуме по микроструктуре атмосферы и влиянию турбулентности на распространение радиоволн. Изд-во «Наука», М., 1968.
12. Сисигина Т. И. Вертикальное распределение радона в пограничном слое атмосферы (0—300 *м*) в связи с изменением метеорологических условий. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1964.
13. Kosmath W. Der Gehalt der Freiluft an Radium-Emanation und deren vertikale Verleitung in der Nähe des Erdbodens. Beitrag zur Geophys., 25, 95, 1928.

Ф. А. Гисина

К ВОПРОСУ О КОЭФФИЦИЕНТЕ ЗАХВАТА АЭРОЗОЛЕЙ

Из системы уравнений, описывающей взаимодействие двух аэрозолей (капель), на основании теории подобия и размерностей устанавливаются неравенства, характеризующие область действия различных механизмов взаимодействия. Оценка полученных неравенств приведена для случая взаимодействия частиц разных размеров с облачными и дождевыми каплями.

Вопросы коагуляции водяных капель и захвата аэрозолей водяными каплями (дождь, туман, облака) представляют большой интерес для метеорологии и многих прикладных задач. Поскольку сближение аэрозолей, приводящее к коагуляции (когда речь идет только о водяных каплях), или к захвату (или поглощению) одних аэрозолей другими, обусловлено различными причинами — броуновским движением, а также движением под действием гидродинамических, электрических и гравитационных сил, то в общем случае нужно учитывать все действующие факторы. Вопросам коагуляции аэрозолей посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ, однако обычно исследуется отдельно коэффициент захвата, обусловленный каким-либо одним механизмом — диффузионным, электростатическим, поляризационным и т. п. Диффузионный и конвективный механизмы исследовались теоретически Смолуховским [1], Левичем [2] и Стыро [3], влияние электростатического взаимодействия на диффузионный захват — Фуксом [4]. Экспериментальное изучение диффузионного захвата проводилось Тихомировым и др. [5], Паттерсоном и Кавудом [6], Ганном и Хичфельдом [7], Джилепси [8]. Теория гидродинамического захвата аэрозолей развита Лэнгмюром [9], Дэвисом и Ритцем [10], Фонда и Герном [11], Хокингом [12]; экспериментальные исследования проводились Оакесом [13], Пикнетом, Уолтоном и Вулкоком [11] и др.

Левин [13] и Стыро [14] изучали влияние электрического взаимодействия на гидродинамический захват. В ряде работ [15—19] рассматривался вопрос о роли турбулентного перемешивания. Результаты большинства работ, посвященных вопросу коагуляции аэрозолей, достаточно подробно изложены в монографиях Фукса [4], [20] и Левина [21] и в обзорах [22], [23].

При использовании результатов этих работ для конкретных расчетов возникают трудности, поскольку обычно не указывается область применимости полученных решений. Имеются работы, в которых сравниваются только некоторые из действующих сил; например, Левиным [5, 21] рассматривается вопрос о соотношении инерционных и электростатических сил, однако им не оценивается эффект диффузионного и конвективного переноса аэрозолей. Ввиду большого числа механизмов коагуляции, выделение области действия каждого из механизмов ста-

новится очень важным при использовании результатов указанных работ для конкретных расчетов.

Целью настоящей статьи является установление неравенств, характеризующих область действия каждого из механизмов захвата, из общей системы уравнений, учитывающей все процессы захвата. Процесс взаимодействия аэрозолей можно себе представить следующим образом. Если размеры коагулирующих аэрозолей различны, то больший из них можно принять за коллектор или центр захвата. Тогда можно считать, что коллектор обтекается потоком воздуха, содержащим мелкие аэрозоли. Если бы вблизи центра не происходило отклонение частиц от направления основного потока, то число столкновений было бы пропорционально поперечному сечению коллектора. Однако воздушный поток обтекает каплю, и если бы частицы не обладали инерцией, то они обтекали бы каплю вместе с линиями тока и не сталкивались бы с ней. К отклонению частиц от линий тока приводят инерция, броуновское движение, а если частицы и коллектор заряжены, то и электростатическое и индукционное взаимодействие. Благодаря действию этих сил частицы сталкиваются с коллектором, однако столкновения происходят гораздо реже, чем это было при отсутствии обтекания. Математически этот процесс можно описать уравнением движения, определяющим изменение скорости частиц в поле внешних сил, и сохранения числа частиц, учитывающим диффузионный и конвективный перенос:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -D\nabla^2 n + (\vec{u}_1 \operatorname{grad} n) + n \operatorname{div} \vec{u}, \tag{1}$$

$$\frac{4}{3}\pi\rho_r r^3 \frac{d\vec{u}}{dt} = F_{ст} + F_g + F_к + F_п, \tag{2}$$

где n — концентрация частиц, D — их коэффициент диффузии, ρ — плотность, r — радиус, $\vec{u}$ — скорость частиц, $F_{ст}$ — сила Стокса, равная $6\pi\eta r(\vec{v}-\vec{u})$,[1] $\vec{v}$ — скорость потока, F_g — сила тяжести $-\frac{4}{3}\pi r^3\rho_r g$, $F_к$ — кулоновская сила $-\frac{qQ}{\rho^3}\vec{\rho}$ (q — заряд частицы, Q — заряд коллектора, ρ — расстояние от центра коллектора), $F_п$ — поляризационная сила $-2\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{r^3Q^2}{\rho^6}\vec{\rho}$ (ε — диэлектрическая постоянная частиц).

К уравнениям (1) и (2) необходимо добавить граничные условия на бесконечности ($\rho \to \infty$) и на поверхности коллектора ($\rho = R$):

$$\left.\begin{aligned} n|_{\rho\to\infty} &= n_\infty, \\ u|_{\rho\to\infty} &= u_\infty, \\ n|_{\rho=R} &= n_0, \\ u_n|_{\rho=R} &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где n_∞, u_∞ — соответственно концентрация и скорость частиц вдали от коллектора. Последняя совпадает со скоростью потока и равна на бес-

[1]) Для частиц $r \leqslant 10^{-5}$ *см* в формулу Стокса нужно вводить поправку Кеннингема.

конечности скорости падения большой капли (коллектора), n_0 — концентрация частиц на поверхности коллектора, u_n — нормальная составляющая скорости частицы. Поле скоростей воздушного потока $\vec{v}$ рассчитывается из гидродинамических уравнений. Определив из уравнений (1), (2) n и $\vec{u}$, можно рассчитать полный поток частиц на каплю

$$J = -D \int_S \frac{\partial n}{\partial s}\, ds + \int_S (\vec{u}, \vec{ds})\, n = K(r, R)\, n,$$

из которого определяется коэффициент захвата $K(r, R)$.

Так как невозможно получить полное решение системы уравнений (1)—(3), то единственный путь получения неравенств, связывающих параметры различных процессов, состоит в применении методов теории подобия и размерностей. Оценим, при каких параметрах частиц и коллектора существенен тот или иной механизм захвата. Для этой цели приведем (1)—(3) к безразмерному виду. Характерными параметрами являются: радиус коллектора R и скорость падения коллектора u_∞. В безразмерном виде система (1)—(3) для стационарных условий записывается следующим образом:

$$\frac{D}{Ru_\infty} \nabla^2 n^* - (\vec{u}^*, \operatorname{grad} n^*) - n^* \operatorname{div} \vec{u}^* = 0, \tag{4}$$

$$N_1 (\vec{u}_1^\circ \operatorname{grad}) \vec{u}^* = -(\vec{v}^* - \vec{u}^*) + N_2 \frac{\vec{\rho}^*}{\rho^{*3}} - N_3 \frac{\vec{\rho}^*}{\rho^{*5}} N_4 \vec{g}^*, \tag{5}$$

где

$$N_1 = \frac{2}{9} \frac{\rho_r u_\infty r^2}{\eta R}, \quad N_2 = \frac{qQ}{6\pi\eta r R^2 u_\infty}, \quad N_3 = 2\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \frac{r^2 Q^2}{6\pi\eta R^5 u_\infty},$$

$$N_4 = \frac{2}{9} \frac{\rho_r r^2 g}{\eta u_\infty}.$$

Звездочкой обозначены безразмерные величины:

$$n^* = \frac{n}{n_\infty}, \quad u^* = \frac{u}{u_\infty}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{R}, \quad \vec{g}^* = \frac{\vec{g}}{g}, \quad \vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{u_\infty}.$$

Исследуем прежде всего, какой механизм вносит основной вклад в относительную скорость частиц. Для этого оценим, когда выполняются следующие неравенства:

$$\frac{N_1}{N_4} \gg 1, \quad \frac{N_1}{N_2} \gg 1, \quad \frac{N_1}{N_3} \gg 1, \quad \frac{N_2}{N_4} \gg 1, \quad \frac{N_3}{N_4} \gg 1. \tag{6}$$

Оценки проведем для случая захвата частиц облачными и дождевыми каплями. Будем использовать следующие формулы для скоростей падения капель: $u_\infty = 1{,}26 \cdot 10^6 R^2$ (*см/сек*) — для капель облака и тумана, $u_\infty = 8 \cdot 10^3 R$ (*см/сек*) — для капель дождя; $Q = 10^{-3} R$ (*CGSE*), $q = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$; $R = 5 \cdot 10^{-4}$ *см* — для капель тумана и облака, $R = 10^{-2}$ *см* — для капель дождя.

Результаты оценок неравенств (6) приведены на диаграмме № 1, из которой видно, что для дождевых капель влияние электростати-

ческого взаимодействия очень мало, за исключением небольшой области очень мелких $r<3\cdot10^{-6}$ *см* частиц, в то время как для облачных капель электрические эффекты играют главную роль для широкого диапазона размеров частиц. При захвате нейтральных частиц нейтральными каплями ($N_2=N_3=0$) влияние инерционных сил является более существенным, чем влияние силы тяжести, когда коллектором являются капли дождя, в то время как для случая, когда коллектором являются капли облака или тумана, имеет место обратное соотношение.

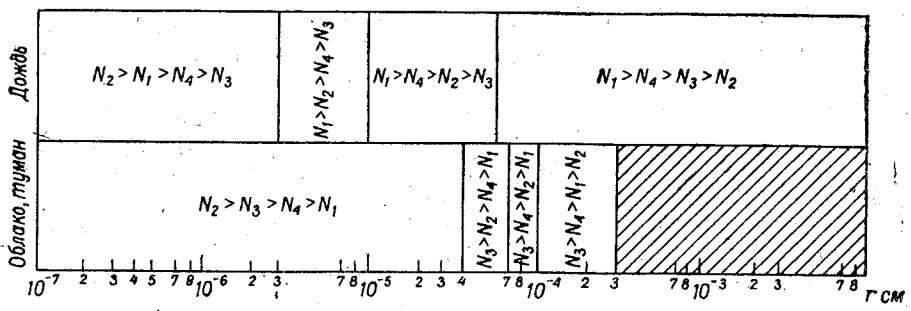


Диаграмма № 1.

Исследуем теперь, когда относительная скорость вообще будет мала. Из (5) видно, что для этого должны быть меньше единицы безразмерные коэффициенты N_1, N_2, N_3, N_4, характеризующие соответственно влияние инерции, кулоновского взаимодействия, поляризации и силы тяжести. Из диаграммы № 1 видно, что для дождевых капель нужно оценить, будет ли $N_2\ll1$ для $r<10^{-6}$ *см* и $N_1\ll1$ для $r>10^{-6}$ *см*.

Оценки показывают:

$$\left.\begin{array}{ll} N_2<<1 & \text{для } r\leqslant10^{-5}\ см, \\ N_1<<1 & \begin{cases}\text{для } r<3\cdot10^{-4}\ см\ (\rho_r=1\ г/см^3), \\ \text{для } r<1{,}7\cdot10^{-4}\ см\ (\rho_r=3\ г/см^3).\end{cases}\end{array}\right\} \qquad (7)$$

Из (7) видно, что при захвате частиц каплями дождя относительная скорость становится существенной только для крупных частиц ($r>2\times\times10^{-4}$ *см*), скорость же движения более мелких частиц практически совпадает со скоростью потока.

При захвате нейтральных частиц нейтральными облачными каплями мы должны оценить, будет ли $N_1\ll1$ для всех r, а для заряженных частиц и облачных капель, будут ли $N_2\ll1$ для $r<4\cdot10^{-5}$ *см* и $N_3\ll1$ для $r>4\cdot10^{-5}$ *см*.

Оценки дают:

$$\left.\begin{array}{ll} N_1<<1 & \begin{cases}\text{для } r<5\cdot10^{-4}\ см\ (\rho_r=1\ г/см^3), \\ \text{для } r<1{,}3\cdot10^{-4}\ см\ (\rho_r=3\ г/см^3),\end{cases} \\ N_2<<1 & \text{для } r>4\cdot10^{-6}\ см, \\ N_3<<1 & \text{для } r<7\cdot10^{-5}\ см.\end{array}\right\} \qquad (8)$$

Из (8) видно, что для нейтральных облачных капель и частиц относительная скорость мала для очень широкого диапазона r. Это означает, что для определения коэффициента захвата нейтральных частиц

нейтральными облачными каплями достаточно одного уравнения (4), в котором скорость частиц равна скорости потока $u^* = v^*$. Если частицы и облачные капли заряжены, то скорость частиц отличается от скорости потоков, и ее нужно находить из уравнения (6).

Выясним физический смысл приведенных выше неравенств. Одно из неравенств (7) $N_1 \ll 1$ можно переписать в виде

$$\frac{9\eta R^2}{2\rho u_\infty r^2} > R. \tag{9}$$

Из уравнения (5) скорость частицы в перпендикулярном потоку направлении равна

$$u_1 = -\frac{2}{9}\frac{\eta R}{\rho r^2}.$$

(Мы рассматриваем случай нейтральных частиц и капель, когда $N_2 = N_3 = 0$). Из соображений размерности область неоднородности скорости, в которой существенна поперечная составляющая скорости, будет порядка радиуса капли R. Скорость воздуха в поперечном потоку направлении порядка скорости падения капли, т. е. u_∞. Следовательно, время увлечения частицы в поперечном потоку направлении $t \sim \frac{R}{u_\infty}$ и путь $l_\perp$, проходимый частицей в поперечном потоку направлении, равен

$$l_\perp = u_\perp t = \frac{2}{9}\frac{\eta R^2}{\rho u_\infty r^2}.$$

Неравенство (9) означает, что если путь, проходимый частицей в поперечном потоку направлении, больше, чем размеры капли, то частицы полностью увлекаются потоком и не попадают на каплю. Аналогично можно показать, что неравенства (8) и (7) означают, что и при наличии электростатического взаимодействия частицы полностью увлекаются потоком.

Теперь оценим, когда будет существенно влияние диффузии. Для этого напишем выражение для потока частиц на каплю, ибо именно он определяет коэффициент захвата:

$$j_R = D \operatorname{grad}_R n + u_R \cdot n\big|_{\rho = R}.$$

Очевидно, что влияние диффузии на захват будет малым, если

$$D \operatorname{grad}_R n << u_R n \tag{10}$$

или в безразмерной форме

$$\frac{D}{u_\infty R} << u_R^*. \tag{11}$$

Из уравнения (5) видно, что при превалирующей роли инерции над всеми другими силами

$$u_R^* \sim N_1,$$

следовательно, условием малости диффузии по сравнению с влиянием инерции является следующее:

$$\frac{D}{u_\infty R} << N_1. \tag{12}$$

Нужно учесть, что капли участвуют как в броуновском, так и в турбулентном движениях, которые описываются соответствующими коэффициентами диффузии:

$$D_{\text{бр}} = \frac{\kappa T}{6\pi\eta}\left(\frac{C_r}{r} + \frac{C_R}{R}\right),$$

$$D_{\text{турб}} \approx 0{,}03\sqrt{\frac{\varepsilon}{\eta}}(R+r)^2,$$

где κ — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, ε — диссипация энергии, $C_r = 1 + \frac{Al}{r}$; $A = 0{,}86$, l — длина свободного пробега. (При оценках $\varepsilon \approx 5$ *см*^{3}/*сек*^{3}).

Аналогично можно оценить, когда роль диффузии будет мала по сравнению с другими эффектами.

Результаты оценок приведены на диаграмме № 2, из которой видно, какой из механизмов захвата играет определяющую роль

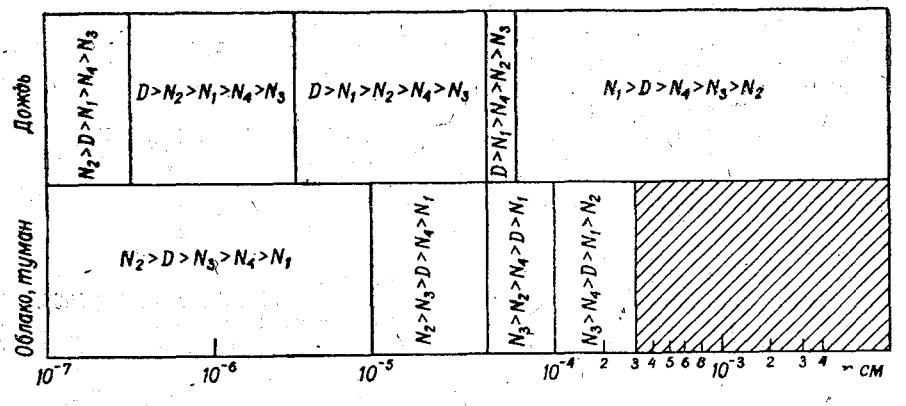


Диаграмма № 2.

в данном диапазоне размеров частиц. Для нейтральных облачных капель (тумана) и частиц главную роль в захвате играет диффузия, и коэффициент захвата можно определить только из уравнения (5). Для заряженных частиц и капель преобладающую роль играет электростатическое взаимодействие. Для дождевых капель электрические эффекты существенны только для очень небольшого интервала частиц ($r < 3 \times 10^{-5}$ *см*), для частиц $3 \cdot 10^{-7} < r < 4 \cdot 10^{-5}$ *см* главную роль играет диффузия, а для $r > 4 \cdot 10^{-5}$ *см* — инерция.

Таким образом, проведенные оценки показали, что для рассмотренного случая захвата частиц дождевыми и облачными каплями в довольно широком диапазоне можно раздельно рассматривать диффузионные и гидродинамические эффекты и для численных оценок пользоваться результатами тех работ, в которых определяется коэффициент захвата для различных частных случаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А, Смолуховский М. Броуновское движение. ОНТИ, М.-Л., 1936.
2. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Изд. АН СССР, М., 1952.

3 Стыро Б. И. О радиоактивировании капель под влиянием неэлектрических сил. Труды АН Литовск. ССР, серия Б, № 2, 14, 1958.
4. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. Изд. АН СССР, М., 1955.
5. Тихомиров М., Туницкий Н. Петрянов И. Acta physicochim. URSS, 17, 185, 1942.
6. Patterson H. S. Cawood W. The reproducibility and rate of coagulation of stearic acid smokes. Proc. Roy. Soc. 136 A, 538, 1932.
7. Gunn R. Hitschfeld W. A laboratory investigation of the coalescence large and small watter drops. Journ. of Met. 8, 7, 1951.
8. Gillepsie T. The effect of the electric charge distribution on the ageing of an aerosol. Proc. Roy. Soc. 216A, 569, 1953.
9. Langmuir J. The production of rain by a chain reaction in cumulus clouds of temperature above freezing J. Met.5, 175, 1948.
10. Davies C. N. and Peetz C. V. Impingement of particles on Proc. Roy. Soc. **A234**, 269, 1956.
11. Aerodinamic Capture Particle Oxford—London—New-York—Paris, 1960.
12 Hocking L. M. The collision efficiency of small drops. Quart. J. Roy. Met. Soc. **85**, 44, 1959.
13. Левин Л. М. О коагуляции заряженных облачных капель. ДАН СССР, 94, 467, 1954.
14. Стыро Б. И. Вопросы ядерной метеорологии. Вильнюс, Изд. АН Литовск. ССР, 1959.
15. Cochet R. Evolution d'une gouttelette d'eau chargce dans un nuage a temperature positive. Ann. Geophys., 8, 33, 1953.
16. Левич В. Г. Теория коагуляции коллоидов в турбулентном потоке. ДАН СССР, 99, 809, 1954.
17. Левич В. Г. Теория коагуляции и осаждения частиц аэрозоля на препятствия. ДАН СССР, 99, 1041, 1954.
18. Смолуховский М. Коагуляция коллоидов. ОНТИ, М.-Л., 1936.
19. Marschall I. S. East T. W. R. Turbulence in clouds and precipitation Quart J. Roy. Met. Soc, **80**, 26, 1954.
20. Фукс Н. А. Успехи механики аэрозолей. Изд. АН СССР, М., 1961.
21. Левин Л. М. Исследования по физике грубодисперсных аэрозолей. Изд. АН СССР, М., 1961.
22. Бютнер Э. К., Гисина Ф. А. Эффективный коэффициент захвата частиц аэрозоля дождевыми и облачными каплями. Труды ЛГМИ, вып. 15, 1963.
23. Зимин А. Г. Механизмы захвата и осаждения атмосферных примесей облаками и осадками. Сб. «Вопросы ядерной метеорологии». Госатомиздат, М., 1962.

Б. А. Каган

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПРИЛИВНЫХ ЯВЛЕНИЙ В МЕЛКОМ МОРЕ

Построена трехмерная модель приливного потока в мелком море. Использование этой модели позволяет по заданным внешним параметрам — значениям уровня на контуре исследуемого бассейна, распределению глубин, гидродинамической шероховатости морского дна, широте и угловой скорости приливной волны — рассчитать приливные колебания уровня и вертикальный профиль скорости приливного течения в любой точке открытого моря.

Численный метод расчета приливных явлений и трехмерного поля приливных течений в окраинных морях был предложен в работе [1]. В процессе испытания этого метода [2] выяснилось, что результаты расчета достаточно удовлетворительно согласуются с данными натурных измерений.

В основе указанного метода лежали следующие физические соображения: приливные колебания уровня и профиль приливного течения в любой точке открытой части моря определяются некоторым комплексом внешних параметров, а именно: глубиной моря, широтой места, гидродинамической шероховатостью морского дна и определенными краевыми условиями на контуре исследуемого бассейна. В качестве последних при расчете приливных явлений может быть использовано, например, задание гармонических постоянных уровня. По вертикали вся толща моря условно делилась на два слоя: примыкающий ко дну турбулентный пограничный слой и вышележащий слой, свободный от непосредственного влияния придонного трения. Основным ограничением этого метода является требование превышения глубины моря по сравнению с толщиной пограничного слоя.

Однако это требование в отдельных случаях может не выполняться. Действительно, в мелководных районах при наличии достаточно сильных приливных течений пограничный слой может охватывать всю толщу моря. В этом случае в пределах толщи моря уже нельзя выделить слоя, свободного от влияния вязкости; турбулентность, возникшая за счет сдвига скорости приливного потока у дна, распространяется вплоть до самой поверхности моря. Понятно, что использование упомянутого выше метода для расчета приливных явлений в данном случае неправомерно, и поэтому необходимо начать поиски другого метода, который оказался бы применимым в условиях мелководья и сильных скоростей приливных течений.

Таким требованиям удовлетворяет метод, разработанный Л. А. Сгибневой и А. И. Фельзенбаумом [4]. В основе этого метода лежит решение задачи о структуре приливного потока в мелком море, полученное Свердрупом еще в 1926 г. [5]. При выводе выражения для профиля скорости приливного течения Свердруп принял коэффициент турбулент-

ности неизменным по глубине, а величину самого коэффициента турбулентности считал заданной.

Из физических соображений следует, что турбулентность в приливном потоке формируется в процессе установления профиля скорости и потому определяется теми же факторами, которые обусловливают внутреннюю структуру приливного потока, т. е. скоростью поверхностного приливного течения (или горизонтальными градиентами уровня), гидродинамической шероховатостью морского дна и широтой места. Но поскольку интенсивность турбулентности, в свою очередь, оказывает влияние на профиль скорости, т. е. в реальных условиях имеет место взаимосвязь между уровнем турбулентности и определенной внутренней структурой приливного потока, то произвольное задание величин коэффициента турбулентности может привести к искажению вертикального профиля скорости приливного течения. То же заключение, очевидно, можно сделать и в отношении задания профиля коэффициента турбулентности. Профиль коэффициента турбулентности (если уж его приходится задавать) следует выбирать так, чтобы аппроксимация реального изменения коэффициента турбулентности с глубиной какой-либо моделью по возможности не искажала основных закономерностей структуры приливного течения. К сожалению, последнее замечание нельзя отнести к модели изменения коэффициента турбулентности, принятой в работе Свердрупа. Использование неизменного по глубине коэффициента турбулентности приводит к заметному занижению вертикальных градиентов скорости приливного течения у дна; применение этой модели делает невозможным получение логарифмического профиля скорости непосредственно в придонном слое моря, который найден в результате многочисленных измерений.

Учитывая изложенное, становится понятной необходимость построения такого метода, который бы позволил одновременно рассчитывать приливные колебания уровня и течения и притом улавливал бы основные, характерные особенности вертикальной структуры приливного потока в мелком море.

Рассмотрим однородное по плотности мелкое море такой горизонтальной протяженности, чтобы можно было пренебречь эффектом приливообразующих сил и использовать декартовую систему координат. Расположим начало координат на дне, ось y направим по меридиану, ось x — по параллели, ось z — вертикально вверх. Тогда уравнения движения запишутся в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \lambda v = -g\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\kappa\frac{\partial u}{\partial z}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \lambda u = -g\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{oz}\kappa\frac{\partial v}{\partial z}, \tag{2}$$

где u и v — составляющие скорости приливного течения, ζ — отклонение поверхности моря от его невозмущенного положения, κ — коэффициент турбулентности, λ — параметр Кориолиса, g — ускорение силы тяжести, t — время.

Как и ранее [1], аппроксимируем профиль коэффициента турбулентности в приливном потоке моделью «с изломом»:

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_1 z & \text{для } z_0 \leqslant z \leqslant h, \\ \kappa_1 h & \text{для } h \leqslant z \leqslant D, \end{cases} \tag{3}$$

где κ_1 — осредненный за приливный период коэффициент турбулентности на единичном уровне z_1, h — высота, на которой коэффициент тур-

булентности претерпевает излом [1]), z_0 — параметр шероховатости морского дна, D — глубина.

В качестве граничных условий примем, что на уровне шероховатости удовлетворяется условие прилипания:

$$z = z_0, \quad u = v = 0; \tag{4}$$

на высоте h скорость и ее производная не претерпевают разрыва:

$$z = h, \quad u|_{h-0} = u|_{h+0}, \quad v|_{h-0} = v|_{h+0}, \tag{5}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{h-0} = \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{h+0}, \quad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{h-0} = \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{v+0} \tag{6}$$

и, наконец, на поверхности моря отсутствует напряжение сдвига. Это условие при задании коэффициента турбулентности моделью (2) сводится к виду

$$z = D, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \tag{7}$$

В приливном потоке составляющие скорости и колебания уровня являются гармоническими функциями времени:

$$\left.\begin{aligned} u &= \bar{u} \cdot e^{-i\sigma t}, \\ v &= \bar{v} \cdot e^{-i\sigma t}, \\ \zeta &= \bar{\zeta} \cdot e^{-i\sigma t}, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{\zeta}$ — комплексные амплитуды соответствующих величин, σ — угловая скорость приливной волны.

Используя условие (8), введем следующие вспомогательные функции:

$$\left.\begin{aligned} \overline{W} &= \bar{u} + i\bar{v}, \\ \overline{W}^* &= \bar{u} - i\bar{v}, \\ \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial n} &= \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} + i\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y}, \\ \frac{\partial \bar{\zeta}^*}{\partial n} &= \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} - i\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

для чего умножим уравнение (2) на i, а затем сложим и вычтем его из (1). Тогда уравнения движения перепишутся следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial z}\kappa\frac{\partial \overline{W}}{\partial z} - i\lambda\left(1 - \frac{\sigma}{\lambda}\right)\overline{W} = g\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial n}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\kappa\frac{\partial \overline{W}^*}{\partial z} + i\lambda\left(1 + \frac{\sigma}{\lambda}\right)\overline{W}^* = g\frac{\partial \bar{\zeta}^*}{\partial n}. \tag{11}$$

[1]) Под h понимают также верхнюю границу придонного слоя моря [5].

Соответственно перепишутся и граничные условия (4)—(7):

$$z = z_0, \quad \overline{W} = \overline{W}^* = 0, \tag{12}$$

$$z = h, \quad \overline{W}|_{h-0} = \overline{W}|_{h+0}, \quad \overline{W}^*|_{h-0} = \overline{W}^*|_{h+0}, \tag{13}$$

$$\left.\frac{d\overline{W}}{dz}\right|_{h-0} = \left.\frac{d\overline{W}}{dz}\right|_{h+0}, \quad \left.\frac{d\overline{W}^*}{dz}\right|_{h-0} = \left.\frac{d\overline{W}^*}{dz}\right|_{h+0}, \tag{14}$$

$$z = D, \quad \frac{d\overline{W}}{dz} = \frac{d\overline{W}^*}{dz} = 0. \tag{15}$$

Найдем решение для придонного слоя моря ($z_0 \leqslant z \leqslant h$). В этом слое система уравнений движения и граничных условий запишется в виде:

$$\frac{\partial}{\partial z}\kappa_1 z \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} + i\lambda(a-1)\overline{W} = g\frac{\partial \overline{\zeta}}{\partial n}, \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\kappa_1 z \frac{\partial \overline{W}^*}{\partial z} + i\lambda(a+1)\overline{W}^* = g\frac{\partial \overline{\zeta}^*}{\partial n}, \tag{17}$$

$$z = z_0, \quad \overline{W} = \overline{W}^* = 0, \tag{18}$$

$$z = h, \quad \overline{W} = \overline{W}_h, \quad \overline{W}^* = \overline{W}^*_h, \tag{19}$$

где $a = \sigma/\lambda$.

Будем искать решение уравнений (16), (17) в виде ряда по степеням параметра Кориолиса:

$$\left.\begin{aligned} \overline{W} &= \overline{W}_0 + \lambda\overline{W}_1 + \lambda^2\overline{W}_2 + \ldots, \\ \overline{W}^* &= \overline{W}^*_0 + \lambda\overline{W}^*_1 + \lambda^2\overline{W}^*_2 + \ldots \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Тогда, ограничиваясь в решении степенями λ, не выше первой, получим

$$\overline{W} = \frac{g}{\kappa_1}\frac{\partial \overline{\zeta}}{\partial n}\left\{(z-z_0) - \frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\ln\frac{z}{z_0} - i\lambda\frac{a-1}{\kappa_1}\times\right.$$

$$\left.\times\left[b_2(z) - \frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}b_1(z)\right]\right\} + \frac{\overline{W}_h}{\ln\frac{h}{z_0}}\left[\ln\frac{z}{z_0} - i\lambda\frac{a-1}{\kappa_1}b_1(z)\right]. \tag{21}$$

$$\overline{W}^* = \frac{g}{\kappa_1}\frac{\partial \overline{\zeta}^*}{\partial h}\left\{(z-z_0) - \frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\ln\frac{z}{z_0} - i\lambda\frac{a+1}{\kappa_1}\times\right.$$

$$\left.\times\left[b_2(z) - \frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}b_1(z)\right]\right\} + \frac{\overline{W}^*_h}{\ln\frac{h}{z_0}}\left[\ln\frac{z}{z_0} - i\lambda\frac{a+1}{\kappa_1}b_1(z)\right], \tag{22}$$

где

$$b_1(z) = \left[z\ln\frac{z}{z_0} - 2(z-z_0) - \left(h\ln\frac{z}{z_0} - 2(h-z_0)\frac{\ln\frac{z}{z_0}}{\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right],$$

$$b_2(z)=\left[\left(\frac{z^2}{4}-z_0z+\frac{3}{4}z_0^2\right)-\frac{\frac{h^2}{4}-z_0h+\frac{3}{4}z_0^2}{\ln\frac{h}{z_0}}\ln\frac{z}{z_0}\right].$$

Для слоя $h\leqslant z\leqslant D$ уравнения движения и граничные условия запишутся так:

$$\frac{\partial}{\partial z}\kappa_1 h\frac{\partial\overline{W}}{\partial z}+i(\sigma-\lambda)\overline{W}=g\frac{\partial\overline{\zeta}}{\partial n}, \tag{23}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\kappa_1 h\frac{\partial\overline{W}^*}{\partial z}+i(\sigma+\lambda)\overline{W}^*=g\frac{\partial\overline{\zeta}^*}{\partial n}, \tag{24}$$

$$z=h,\quad \overline{W}=\overline{W}_h,\quad \overline{W}^*=\overline{W}_h^*, \tag{25}$$

$$z=D,\quad \frac{d\overline{W}}{dz}=\frac{d\overline{W}^*}{dz}=0. \tag{26}$$

Решение этой системы имеет вид:

$$\overline{W}=\overline{W}_h\frac{\Delta_1(z)}{\Delta_1(h)}e^{-(1-i)\sqrt{\alpha_1}(z-h)}-\frac{ig}{\sigma-\lambda}\frac{\partial\overline{\zeta}}{\partial n}\left[1-\frac{e^{(1-i)\sqrt{\alpha_1}h}}{\Delta_1(h)}\right], \tag{27}$$

$$\overline{W}^*=\overline{W}_h^*\frac{\Delta_2(z)}{\Delta_2(h)}e^{-(1-i)\sqrt{\alpha_2}h}-\frac{ig}{\sigma+\lambda}\frac{d\overline{\zeta}^*}{\partial n}\left[1-\frac{e^{(1-i)\sqrt{\alpha_2}h}}{\Delta_2(h)}\right], \tag{28}$$

где

$$\alpha_1=\frac{\sigma-\lambda}{2\kappa_1 h},\quad \alpha_2=\frac{\sigma+\lambda}{2\kappa_1 h},$$

$$\Delta_1(z)=e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_1}D}+e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_1}z},$$

$$\Delta_2(z)=e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_2}D}+e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_2}z},$$

$$\Delta_1(h)=\Delta_1(z)|_{z=h},\quad \Delta_2(h)=\Delta_2(z)|_{z=h}.$$

Выражения для $\overline{W}_h$ и $\overline{W}_h^*$ найдутся из еще не использованного условия склейки градиентов на уровне h (14):

$$\overline{W}_h=-\frac{gh}{\kappa_1}\frac{A}{B}\frac{\partial\overline{\zeta}}{\partial n}, \tag{29}$$

$$\overline{W}_h^*=-\frac{gh}{\kappa_1}\frac{A^*}{B^*}\frac{\partial\overline{\zeta}^*}{\partial n}, \tag{30}$$

где

$$A=\left\{1-\frac{h-z_0}{h\ln\frac{z}{z_0}}-i\lambda\frac{a-1}{\kappa_1}\left[\frac{h}{2}-z_0-\frac{h^2}{4}-\frac{z_0h+\frac{3}{4}z_0^2}{h\ln\frac{h}{z_0}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\left(\ln\frac{h}{z_0}-2+\frac{2(h-z_0)}{h\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right]\right\},$$

$$B=\left\{\frac{1}{\ln\frac{h}{z_0}}\left[1-i\lambda\frac{a-1}{\kappa_1}h\left(\ln\frac{h}{z_0}-2+\frac{2(h-z_0)}{h\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+(1-i)\sqrt{\alpha_1}\,\frac{\Delta_1^*(h)}{\Delta_1(h)}\,h\right\},$$

$$A^{*\prime}=\left\{1-\frac{h-z_0}{h\ln\frac{h}{z_0}}-i\lambda\frac{a+1}{\kappa_1}\left[\frac{h}{2}-z_0-\frac{\frac{h^2}{4}-z_0h+\frac{3}{4}z_0^2}{h\ln\frac{h}{z_0}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\left(\ln\frac{h}{z_0}-2+\frac{2(h-z_0)}{\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right]\right\},$$

$$B^*=\left\{\frac{1}{\ln\frac{h}{z_0}}\left[1-i\lambda\frac{a+1}{\kappa_1}h\left(\ln\frac{h}{z_0}-2+\frac{2(h-z_0)}{h\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+(1-i)\sqrt{\alpha_2}\,\frac{\Delta_2^*(h)}{\Delta_2(h)}\,h\right\},$$

$$\Delta_1^*(h)=e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_1}D}-e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_1}h},$$

$$\Delta_2^*(h)=e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_2}D}-e^{2(1-i)\sqrt{\alpha_2}h}.$$

Для определения приливных колебаний уровня обратимся к уравнению неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0. \tag{31}$$

Интегрируя это уравнение от поверхности до дна и используя обычное кинематическое условие на поверхности моря, соотношения (8) и условие обращения вертикальной скорости в нуль на дне моря, получим

$$\int_{z_0}^{D}\left(\frac{\partial\bar u}{\partial x}+\frac{\partial\bar v}{\partial y}\right)dz=i\sigma\bar\zeta. \tag{32}$$

В соответствии с (9) имеем:

$$\bar u=\frac{\overline{W}+\overline{W}^*}{2},\quad \bar v=\frac{\overline{W}-\overline{W}^*}{2i}; \tag{33}$$

откуда для случая плоского дна уравнение (32) перепишется

$$i\sigma\bar\zeta=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left[\int_{z_0}^{h}(\overline{W}+\overline{W}^*)\,dz+\int_{h}^{D}(\overline{W}+\overline{W}^*)dz\right]-$$

$$-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left[\int_{z_0}^{h}(\overline{W}-\overline{W}^*)\,dz+\int_{h}^{D}\overline{W}-\overline{W}^*)\,dz\right]. \tag{34}$$

Подставляя в последнее равенство выражения для $\overline{W}$ и $\overline{W}^*$, найденные в (21), (22), (27), (28), получим

$$\left[\frac{g}{\kappa_1}\left(\mu_1-\frac{i\lambda}{\kappa_1}\mu_2 a\right)-\frac{ig}{2}(D-h)\left(\frac{1-\mu_7}{\sigma-\lambda}+\frac{1-\mu_8}{\sigma+\lambda}\right)\right]\nabla^2\overline{\zeta}-$$

$$-i\sigma\overline{\zeta}=-\frac{1}{2}\left\{\left[\mu_3-\frac{i\lambda}{\kappa_1}\mu_4(a-1)-\mu_5\right]\left(\frac{\partial\overline{W}_h}{\partial x}-i\frac{\partial\overline{W}_h}{\partial y}\right)+\right.$$

$$\left.+\left[\mu_3-\frac{i\lambda}{\kappa_1}\mu_4(a+1)-\mu_6\right]\left(\frac{\partial\overline{W}^*_h}{\partial x}+i\frac{\partial\overline{W}^*_h}{\partial y}\right)\right\}, \qquad (35)$$

где

$$\mu_1=\left[\left(\frac{h^2}{2}-z_0h+\frac{z_0^2}{2}\right)-(h-z_0)\left(h-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right],$$

$$\mu_2=\left(f_2-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}f_1\right),\quad \mu_3=\left(h-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\right),$$

$$\mu_4=\frac{f_1}{\ln\frac{h}{z_0}},\qquad \mu_5=-\frac{\Delta_1^*(h)}{(1-i)\sqrt{\alpha_1}\Delta_1(h)},$$

$$\mu_6=-\frac{\Delta_2^*(h)}{(1-i)\sqrt{\alpha_2}\Delta_2(h)},\quad \mu_7=\frac{e^{(1-i)\sqrt{\alpha_1}h}}{\Delta_1(h)},$$

$$\mu_8=\frac{e^{(1-i)\sqrt{\alpha_2}h}}{\Delta_2(h)},$$

$$f_1=\left[\frac{h^2}{2}\left(\ln\frac{h}{z_0}-\frac{1}{2}\right)-2h\left(\frac{h}{2}-z_0\right)-\frac{3}{4}z_0^2-\right.$$

$$\left.-\left(h\ln\frac{h}{z_0}-2(h-z_0)\right)\left(h-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right],$$

$$f_2=\left[\frac{h}{2}\left(\frac{h^2}{2}-z_0h+\frac{3}{2}z_0^2\right)-\frac{z_0^3}{3}-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{h^2}{4}-z_0h+\frac{3}{4}z_0^2\right)\left(h-\frac{h-z_0}{\ln\frac{h}{z_0}}\right)\right].$$

Разделяя вещественные и мнимые части, найдем следующее выражение для приливных колебаний уровня в два момента времени, отстоящих друг от друга на четверть приливного периода (ς' и ς''):

$$\Delta^2\varsigma'+s_1\varsigma''+s_2\varsigma''=s_3\left[\frac{\partial}{\partial x}(u'_h-v''_h)+\frac{\partial}{\partial y}(v'_h+u''_h)\right]-$$

$$-s_4\left[\frac{\partial}{\partial x}(u''_h+v'_h)+\frac{\partial}{\partial y}(v''_h-u'_h)\right]+s_5\left[\frac{\partial}{\partial x}(u'_h+v''_h)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial y}(v'_h-u''_h)\right]-s_6\left[\frac{\partial}{\partial x}(u''_h-v'_h)+\frac{\partial}{\partial y}(v''_h+u'_h)\right]. \qquad (36)$$

$$\nabla^2\zeta'' + s_1\zeta'' - s_2\zeta' = s_3\left[\frac{\partial}{\partial x}(u_h'' + v_h') + \frac{\partial}{\partial y}(v_h'' - u_h')\right] +$$

$$+ s_4\left[\frac{\partial}{\partial x}(u_h' - v_h'') + \frac{\partial}{\partial y}(v_h' + u_h'')\right] + s_5\left[\frac{\partial}{\partial x}(u_h'' - v_h') +\right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial y}(v_h'' + u_h')\right] + s_6\left[\frac{\partial}{\partial x}(u_h' + v_h'') + \frac{\partial}{\partial y}(v_h' - u_h'')\right], \qquad (37)$$

где

$$s_1 = \frac{\sigma p_2}{p_1^2 + p_2^2}, \quad s_2 = \frac{\sigma p_1}{p_1^2 + p_2^2},$$

$$s_3 = -\frac{1}{2}\frac{q_1 p_1 + q_2 p_2}{p_1^2 + p_2^2}, \quad s_4 = -\frac{1}{2}\frac{q_1 p_2 - q_2 p_1}{p_1^2 + p_2^2},$$

$$s_5 = -\frac{1}{2}\frac{r_1 p_1 + r_2 p_2}{p_1^2 + p_2^2}, \quad s_6 = -\frac{1}{2}\frac{r_1 p_2 - r_2 p_1}{p_1^2 + p_2^2},$$

$$p_1 = \left[\frac{g}{\kappa_1}\mu_1 + \frac{g}{2}(p - h)\left(\frac{n_2}{\sigma - \lambda} + \frac{m_2}{\sigma + \lambda}\right)\right],$$

$$p_2 = \left[\frac{g}{\kappa_1}\mu_2\frac{\lambda}{\kappa_1}a + \frac{g}{2}(D - h)\left(\frac{n_1}{\sigma - \lambda} + \frac{m_1}{\sigma + \lambda}\right)\right],$$

$$q_1 = \left[\mu_3 + \frac{D_1 - D_2}{2D_3\sqrt{\alpha_1}}\right],$$

$$q_2 = \left[\frac{\lambda}{\kappa_1}\mu_4(a - 1) - \frac{D_1 + D_2}{2D_3\sqrt{\alpha_1}}\right],$$

$$r_1 = \left[\mu_3 + \frac{c_1 - c_2}{2\sqrt{\alpha_2}c_3}\right],$$

$$r_2 = \left[\frac{\lambda}{\kappa_1}\mu_4(a + 1) - \frac{c_1 + c_2}{2\sqrt{\alpha_2}c_3}\right],$$

$$n_1 = 1 - e^{\sqrt{\alpha_1}h}\frac{d_1\cos\sqrt{\alpha_1}h + d_2\sin\sqrt{\alpha_1}h}{d_1^2 + d_2^2},$$

$$n_2 = -e^{\sqrt{\alpha_1}h}\frac{d_2\cos\sqrt{\alpha_1}h - d_1\sin\sqrt{\alpha_1}h}{d_1^2 + d_2^2},$$

$$m_1 = 1 - e^{\sqrt{\alpha_2}h}\frac{c_1\cos\sqrt{\alpha_2}h + c_2\sin\sqrt{\alpha_2}h}{c_1^2 + c_2^2},$$

$$m_2 = -e^{\sqrt{\alpha_2}h}\frac{c_2\cos\sqrt{\alpha_2}h - c_1\sin\sqrt{\alpha_2}h}{c_1^2 + c_2^2},$$

$$D_1 = d_1^*d_1 + d_2^*d_2, \quad D_2 = d_1^*d_2 - d_2^*d_1,$$

$$D_3 = d_1^2 + d_2^2, \qquad c_1 = c_1^*c_1 + c_2^*c_2,$$

$$c_2 = c_2^*c_2 - c_1^*c_1, \qquad c_3 = c_1^2 + c_2^2,$$

$$d_1 = e^{2\sqrt{\alpha_1}D}\cos 2\sqrt{\alpha_1}D + e^{2\sqrt{\alpha_1}h}\cos 2\sqrt{\alpha_1}h,$$

$$d_2 = e^{2\sqrt{\alpha_1}D}\sin 2\sqrt{\alpha_1}D + e^{2\sqrt{\alpha_1}h}\sin 2\sqrt{\alpha_1}h,$$

$$d_1^* = e^{2\sqrt{\alpha_1}D}\cos 2\sqrt{\alpha_1}D - e^{2\sqrt{\alpha_1}h}\cos 2\sqrt{\alpha_1}h,$$

$$d_2^* = e^{2\sqrt{\alpha_1}D}\sin 2\sqrt{\alpha_1}D - e^{2\sqrt{\alpha_1}h}\sin 2\sqrt{\alpha_1}h,$$

$$c_1 = e^{2\sqrt{\alpha_2}D}\cos 2\sqrt{\alpha_2}D + e^{2\sqrt{\alpha_2}h}\cos 2\sqrt{\alpha_2}h,$$

$$c_2 = e^{2\sqrt{\alpha_2}D}\sin 2\sqrt{\alpha_2}D + e^{2\sqrt{\alpha_2}h}\sin 2\sqrt{\alpha_2}h,$$

$$c_1^* = e^{2\sqrt{\alpha_2}D}\cos 2\sqrt{\alpha_2}D - e^{2\sqrt{\alpha_2}h}\cos 2\sqrt{\alpha_2}h,$$

$$c_2^* = e^{2\sqrt{\alpha_2}D}\sin 2\sqrt{\alpha_2}D - e^{2\sqrt{\alpha_2}h}\sin 2\sqrt{\alpha_2}h.$$

Составляющие скорости приливного течения на уровне h, отнесенные к двум моментам времени — u_h', u_h'', v_h', v_h'', найдутся, если воспользоваться соотношениями, (29), (30), (33) и отделить действительные и мнимые части:

$$u_h' = -\frac{gh}{2\kappa_1}\left[M_1\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} - \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) - M_2\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} + \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right) + \right.$$
$$\left. + N_1\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} + \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) - N_2\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} - \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right)\right], \qquad (38)$$

$$u_h'' = -\frac{gh}{2\kappa_1}\left[M_2\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} - \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) + M_1\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} + \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right) + \right.$$
$$\left. + N_2\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} + \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) + N_1\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} - \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right)\right], \qquad (39)$$

$$v_h' = -\frac{gh}{2\kappa_1}\left[M_2\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} - \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) + M_1\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} + \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right) - \right.$$
$$\left. - N_2\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} + \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) - N_1\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} - \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right)\right], \qquad (40)$$

$$v_h'' = -\frac{gh}{2\kappa_1}\left[M_2\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} + \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right) - M_1\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} - \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) + \right.$$
$$\left. + N_1\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} + \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right) - N_2\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} - \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right)\right], \qquad (41)$$

где
$$M_1 = \frac{A_1B_1 + A_2B_2}{B_1^2 + B_2^2}, \quad M_2 = \frac{A_2B_1 - A_1B_2}{B_1^2 + B_2^2},$$

$$N_1 = \frac{A_1^*B_1^* + A_2^*B_2^*}{B_1^{*2} + B_2^{*2}}, \quad N_2 = \frac{A_2^*B_1^* - A_1^*B_2^*}{B_1^{*2} + B_2^{*2}},$$

$$A_1 = 1 - \frac{h - z_0}{h\ln\dfrac{h}{z_0}}, \quad A_1^* = A_1, \quad A_2^* = A_2\frac{a+1}{a-1},$$

$$A_2 = -\lambda \frac{a-1}{\kappa_1}\left[\frac{h}{2} - z_0 - \frac{\frac{h^2}{4} - z_0 h + \frac{3}{4} z_0^2}{h \ln \frac{h}{z_0}} - \right.$$

$$\left. - \frac{h - z_0}{\ln \frac{h}{z_0}}\left(\ln \frac{h}{z_0} - 2 + \frac{2(h-z_0)}{h \ln \frac{h}{z_0}}\right)\right],$$

$$B_1 = \frac{1}{\ln \frac{h}{z_0}} + \frac{\sqrt{\alpha_1} h}{D_3}(D_1 + D_2),$$

$$B_2 = -\lambda \frac{a-1}{\kappa_1} h\left(1 - \frac{2}{\ln \frac{h}{z_0}} + \frac{2(h-z_0)}{h \ln^2 \frac{h}{z_0}}\right) - \frac{\sqrt{\alpha_1} h}{D_3}(D_1 - D_2),$$

$$B_1^* = \frac{1}{\ln \frac{h}{z_0}} + \frac{\sqrt{\alpha_2} h}{c_3}(c_1 + c_2),$$

$$B_2^* = -\lambda \frac{a+1}{\kappa_1} h\left(1 - \frac{2}{\ln \frac{h}{z_0}} + \frac{2(h-z_0)}{h \ln^2 \frac{h}{z_0}}\right) - \frac{\sqrt{\alpha_2} h}{c_3}(c_1 - c_2).$$

Таким образом, приливные колебания уровня в мелком море, вся толща которого охвачена турбулентностью, можно было бы рассчитать, воспользовавшись соотношениями (36)—(41) и заданными краевыми условиями на контуре исследуемого бассейна, если бы нам стали известны осредненные за приливной период величины коэффициента турбулентности на единичном уровне κ_1 и высоты придонного слоя h. Для определения последних дополним систему уравнений (36)—(41) двумя соотношениями — соотношением Прандтля

$$\kappa_1 = \frac{\varkappa^2 \overline{|c_1|}}{\ln \frac{z_1}{z_0}} \tag{42}$$

и найденным в [3] эмпирическим соотношением, связывающим коэффициент турбулентности на единичном уровне κ_1, высоту придонного слоя h и условную скорость приливной волны σ,

$$2\sqrt{\frac{\sigma h}{\kappa_1}} = \alpha. \tag{43}$$

Здесь $\overline{|c_1|}$ — осредненный за приливной период модуль скорости приливного течения на единичном расстоянии от дна. Он может быть вычислен, если известны значения скорости приливного течения на уровне $z = z_1$.

Из уравнений (21), (22) и соотношения (33) после разделения вещественных и мнимых частей следует, что для придонного слоя моря ($z_0 \leqslant z_1 \leqslant h$) распределение скорости приливного течения описывается выражениями:

$$u' = P_1 \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + P_2 \left(a \frac{\partial \zeta''}{\partial x} - \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) + Q_1 u'_h + Q_2 (a u''_h - v'_h), \quad (44)$$

$$u'' = P_1 \frac{\partial \zeta''}{\partial x} - P_2 \left(a \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) + Q_1 u''_h - Q_2 (a u'_h + v''_h), \quad (45)$$

$$v' = P_1 \frac{\partial \zeta'}{\partial y} + P_2 \left(a \frac{\partial \zeta''}{\partial y} + \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \right) + Q_1 v'_h + Q_2 (a v''_h + u'_h), \quad (46)$$

$$v'' = P \frac{\partial \zeta''}{\partial y} - P_2 \left(a \frac{\partial \zeta''}{\partial y} - \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \right) + Q_1 v''_h - Q_2 (a v'_h - u''_h), \quad (47)$$

где

$$P_1 = \frac{g}{\kappa_1} \left[(z - z_0) - \frac{h - z_0}{\ln \frac{h}{z_0}} \ln \frac{z}{z_0} \right],$$

$$P_2 = \frac{g}{\kappa_1} \frac{\lambda}{\kappa_1} \left[b_2 (z) - \frac{h - z_0}{\ln \frac{h}{z_0}} \ln \frac{z}{z_0} \right],$$

$$Q_1 = \frac{\ln \frac{z}{z_0}}{\ln \frac{h}{z_0}}, \quad Q_2 = \frac{\lambda}{\kappa_1} \frac{b_1 (z)}{\ln \frac{h}{z_0}}.$$

Используя формулы (44)—(47), легко рассчитать осредненный за приливной период модуль скорости приливного течения на единичном уровне.

Осталось определить распределение скорости в верхнем слое моря ($h \leqslant z \leqslant D$). Воспользовавшись формулами (27), (28) и соотношениями (33), получаем:

$$u' = \frac{1}{2} [\beta_1 (u'_h - v''_h) - \beta_2 (u''_h + v'_h) + \gamma_1 (u'_h + v''_h) - \gamma_2 (u''_h - v'_h)] + \\ + \frac{g}{2} \left\{ \frac{1}{\sigma - \lambda} \left[h_1 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) + n_2 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} - \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sigma + \lambda} \left[m_1 \left(\frac{\partial \zeta''}{\partial x} - \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) + m_2 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) \right] \right\}, \quad (48)$$

$$u'' = \frac{1}{2} [\beta_2 (u'_h - v''_h) + \beta_1 (u''_h + v'_h) + \gamma_2 (u'_h + v''_h) + \gamma_1 (u''_h - v'_h)] - \\ - \frac{g}{2} \left\{ \frac{1}{\sigma - \lambda} \left[n_1 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} - \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) - n_2 \left(\frac{\partial \zeta''}{\partial x} + \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sigma + \lambda} \left[m_1 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) - m_2 \left(\frac{\partial \zeta''}{\partial x} - \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) \right] \right\}, \quad (49)$$

$$v' = \frac{1}{2} [\beta_1 (u''_h + v'_h) + \beta_2 (u'_h - v''_h) - \gamma_1 (u''_h - v'_h) - \gamma_2 (u'_h - v''_h)] - \\ - \frac{g}{2} \left\{ \frac{1}{\sigma - \lambda} \left[n_1 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} - \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial \zeta''}{\partial x} + \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) n_2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{\sigma + \lambda} \left[m_1 \left(\frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{\partial \zeta''}{\partial y} \right) - m_2 \left(\frac{\partial \zeta''}{\partial x} - \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right) \right] \right\}, \quad (50)$$

$$v'' = \frac{1}{2}\left[\beta_2\left(u_h'' + v_h'\right) - \beta_1\left(u_h'' - v_h''\right) + \gamma_1\left(u_h' + v_h''\right) - \gamma_2\left(u_h'' - v_h'\right)\right] -$$

$$- \frac{g}{2}\left\{\frac{1}{\sigma - \lambda}\left[n_1\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} + \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right) + n_2\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} - \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right)\right] + \frac{1}{\sigma + \lambda} \times \right.$$

$$\left. \times \left[m_1\left(\frac{\partial\zeta''}{\partial x} - \frac{\partial\zeta'}{\partial y}\right) + m_2\left(\frac{\partial\zeta'}{\partial x} + \frac{\partial\zeta''}{\partial y}\right)\right]\right\}, \qquad (51)$$

где

$$\beta_1 = \left[\frac{\chi_1 d_1 + \chi_2 d_2}{d_1^2 + d_2^2}\cos\sqrt{\alpha_1}(z-h) - \frac{\chi_1 d_2 - \chi_2 d_1}{d_1^2 + d_2^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sin\sqrt{\alpha_1}(z-h)\right] e^{-\sqrt{\alpha_1}(z-h)},$$

$$\beta_2 = \left[\frac{\chi_1 d_2 - \chi_2 d_1}{d_1^2 + d_2^2}\cos\sqrt{\alpha_1}(z-h) + \frac{\chi_1 d_1 + \chi_2 d_2}{d_1^2 + d_2^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sin\sqrt{\alpha_1}(z-h)\right] e^{-\sqrt{\alpha_1}(z-h)},$$

$$\gamma_1 = \left[\frac{\eta_1 c_1 + \eta_2 c_2}{c_1^2 + c_2^2}\cos\sqrt{\alpha_2}(z-h) - \frac{\eta_1 c_2 - \eta_2 c_1}{c_1^2 + c_2^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sin\sqrt{\alpha_2}(z-h)\right] e^{-\sqrt{\alpha_2}(z-h)},$$

$$\gamma_2 = \left[\frac{\eta_1 c_2 - \eta_2 c_1}{c_1^2 + c_2^2}\cos\sqrt{\alpha_2}(z-h) + \frac{\eta_1 c_1 + \eta_2 c_2}{c_1^2 + c_2^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sin\sqrt{\alpha_2}(z-h)\right] e^{-\sqrt{\alpha_2}(z-h)},$$

$$\chi_1 = e^{2\sqrt{\alpha_1}D}\cos 2\sqrt{\alpha_1}D + e^{2\sqrt{\alpha_1}z}\cos 2\sqrt{\alpha_1}z,$$

$$\chi_2 = e^{2\sqrt{\alpha_1}D}\sin 2\sqrt{\alpha_1}D + e^{2\sqrt{\alpha_1}z}\sin 2\sqrt{\alpha_1}z,$$

$$\eta_1 = e^{2\sqrt{\alpha_2}D}\cos 2\sqrt{\alpha_2}D + e^{2\sqrt{\alpha_2}z}\cos 2\sqrt{\alpha_2}z,$$

$$\eta_2 = e^{2\sqrt{\alpha_2}D}\sin 2\sqrt{\alpha_2}D + e^{2\sqrt{\alpha_2}z}\sin 2\sqrt{\alpha_2}z.$$

Таким образом, задача решена. По известным значениям уровня на контуре исследуемого бассейна по формулам (36)—(47) определяются приливные колебания уровня в любой внутренней точке моря, а по формулам (44)—(51) находится вертикальное распределение скорости приливного течения. Расчет удобно вести последовательными приближениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каган Б. А. Численный метод определения приливных колебаний уровня и трехмерного поля приливных течений в море. Труды ЛГМИ, вып, 24, 1967.
2. Каган Б. А. О приливах и приливных течениях главной лунной полусуточной волны M_2 в Северном море. Физика атмосферы и океана, т. 4, 1966.
3. Каган Б. А. О профиле продольной составляющей скорости приливного течения в глубоком канале. Океанология, т. 4, № 5, 1964.
4. Сгибнева Л. А., Фельзенбаум А. И. К теории приливов в жидкости с трением. ДАН СССР, т. 164, № 2, 1965.
5. Sverdrup H. U. Dynamic of tides on the North Siberian shelf. Geofis. Publik, v. 4, № 5, 1926.

В. Г. Морачевский, Б. В. Кирюхин, В. В. Любченко

О ДРОБЛЕНИИ КАПЕЛЬ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА

Экспериментально получена зависимость критического (наибольшего) радиуса капель водных растворов от поверхностного натяжения.

Делается вывод о возможности на основе этой зависимости искусственно регулировать цепной процесс роста капель в конвективных облаках.

К настоящему времени не существует количественной теории ливневых осадков и градообразования, однако параметры и очевидные физические величины, численные значения которых определенно влияют на условия осадкообразования,— известны. К ним, в частности, относится критический (наибольший) радиус капель ($R_{кр}$). Достижение каплей размера, характеризуемого величиной $R_{кр}$, означает высокую вероятность ее дробления. По многочисленным экспериментам, выполненным в камерах, и по данным наблюдений в облаках установлено, что для воды $R_{кр}=2{,}8$—$3{,}0$ *мм*. В опытах Ленарда [1] и Бланчарда [2] показано, что $R_{кр}$ сильно зависит от уровня турбулентности среды и от вероятности столкновений с другими каплями. «Осколки» крупных капель (брызги) составляют совокупность, поддающуюся статистическому описанию в виде различных асимптотических функций распределения.

Известно также, что $R_{кр}$ сильно зависит от величины коэффициента поверхностного натяжения (σ). Так, Б. Дж. Мейсон [3] приводит для этой зависимости следующее выражение:

$$R_{кр}=\sqrt[3]{\frac{B\sigma}{4\rho g}}, \qquad (1)$$

где B — безразмерный критерий Бонда, характеризующий аэродинамические условия опыта (значения v и $\frac{\partial v}{\partial t}$ для потока), ρ — плотность жидкости, g — ускорение силы тяжести.

Аналогичная по виду зависимость $R_{кр}$ от σ приводится В. Г. Левичем [4]:

$$R_{кр}=\sqrt[3]{\frac{\sigma}{\kappa_f}\cdot\frac{\sigma}{\rho u_{кр}^2}}, \qquad (2)$$

где κ_f — некоторый аэродинамический коэффициент ($\kappa_f\approx 0{,}5$), $u_{кр}$ — скорость падения капли критического радиуса.

Легко видеть, что (2) при некоторых преобразованиях может быть записано в виде

$$R_{кр} = A\sqrt{\sigma} \qquad (3)$$

и тогда (3) оказывается тождественным (1).

Представляло определенный интерес подтверждение этих теоретических соображений экспериментами по изучению процесса дробления капель в потоке с переменной величиной скорости для капель водных растворов с различными значениями σ. Ниже описывается методика опытов и результаты, полученные в них.

Заметим, что рассматриваемая далее методика опытов была значительно совершенней, чем основанная на измерениях размеров брызг с помощью фильтровальной бумаги [5].

Капли разного, но надежно фиксировавшегося размера вбрасывались в поток воздуха, структура которого была близка к наблюдавшейся в облаках вертикального развития. Попадая в поток и достигая в нем установившейся скорости, капля дробилась, если размер ее оказывался близким к $R_{кр}$.

Момент взрыва фиксировался кинокамерой СКС—1 (скорость съемки 2000 кадров в секунду). Полученные последовательно фотографии позволяют не только качественно заметить картину дробления (взрыва) капель, но количественно оценить значение размеров дробящейся капли и образовавшихся в результате взрыва брызг.

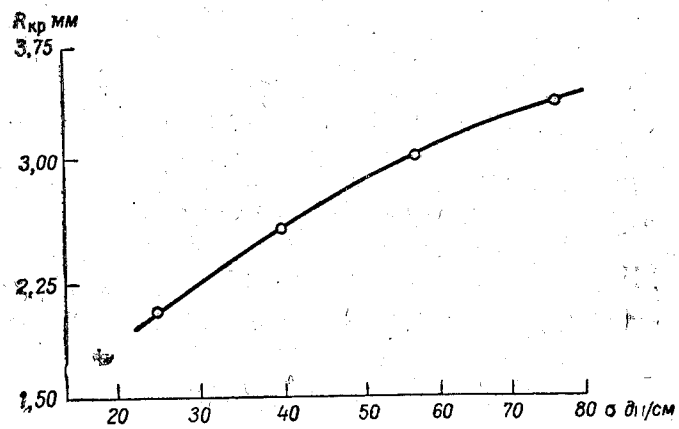


Рис. 1. Зависимость критического радиуса ($R_{кр}$) капель (радиуса дробления капель) от поверхностного натяжения их (σ).

Результаты исследования дробления капель трех водных растворов поверхностно-активных веществ со значениями σ: 27,2; 44,1; 52,6 *дин/см*^{2} приведены на рис. 1 и 2.

Как следует из рис. 1, эксперимент подтвердил, в целом, зависимость $R_{кр}$ от σ в виде уравнений (1) и (3).

На рис. 2 показано, что в зависимости от σ и пропорционально ей увеличивается число более мелких брызг. Это обстоятельство, несомненно, сказывается на начальной стадии процесса цепного роста капель в облаках с большими вертикальными скоростями воздуха.

Следует отметить, что при дроблении капля «выдувается» по направлению потока в мешок, ограниченный снизу тороидом, а затем уже

разрушается. Кадровый анализ снимков показал, что тороид дает крупные, неиспаряющиеся мгновенно «осколки», а «мешок» (лучше—«пузырь») образует множество мелких брызг, большая часть которых мгновенно испаряется. При уменьшении σ величина мешка увеличивается. Это хорошо заметно на рис. 3, 4.

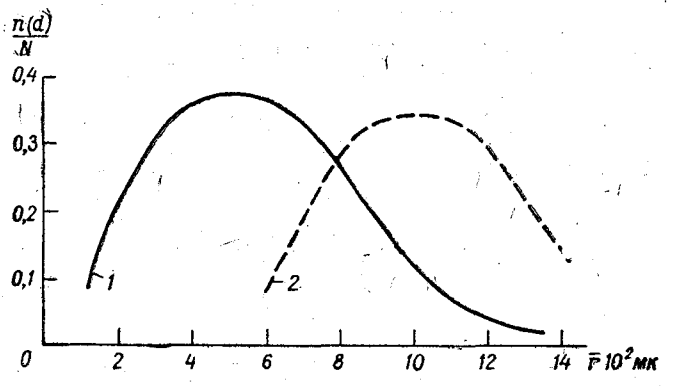


Рис. 2. Гистограммы размеров брызг от разрушающейся капли. *1* — вода, σ =72,1 *дн/см²*; *2* — раствор ПАВ, σ =44,1 *дн/см²*.

Результаты изучения дробления капли методом скоростной киносъемки оказались весьма сходными с данными, полученными Б. Дж. Мейсоном и Стюартом Метьюзом [6] [1]) .

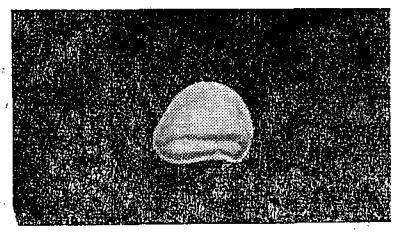


Рис. 3. Фотография взрывающейся капли воды (σ=72,1 *дн/см²*).

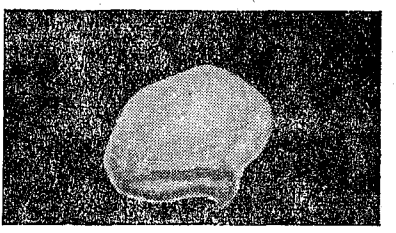


Рис. 4. Фотография капли раствора поверхностно-активного вещества (σ =27,1 *дн/см²*). Скорость киносъемки 2000 кадров в секунду.

Эксперимент подтвердил сделанные нами ранее [7] выводы о возможности искусственного воздействия на характер цепного механизма роста капель в облаках конвективных форм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lenard P. Über Regen. Met. Zeit. 21, 1904.
2. Blanchard. The behaviour of water drops at terminal velosity in air, Trans., Amer. Geoph. Un. v. 31, 1950.

[1]) Публикуемые исследования начаты в ЛГУ в 1963 г., т. е. несколько ранее, чем Мейсоном и Стюартом.

3. Менсон Б. Физика облаков. Перевод под редакцией В. Г. Морачевского, Е. С. Селезневой. Гидрометеоиздат, Л., 1961.
4. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Физматгиз, М., 1959.
5. Кирюхин Б. В., Курзнер А. Б. Определение критического радиуса капель. Сб. статей «Проблемы физики атмосферы». Изд-во ЛГУ, 1963.
6. Mason B. J. Matthews J. B. Electrification produced by rupture of large water drops in an electric field G. J. R. M. S. Vol 90, № 385, 1964.
7. Качурин Л. Г., Морачевский В. Г. Кинетика фазовых переходов воды в атмосфере. Изд-во ЛГУ, 1965.

А. П. Юргенсон

О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЭНЕРГИЙ ВОСХОДЯЩЕЙ ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ НА УЧАСТКЕ ДЛИН ВОЛН 3—18 *мк*.

По данным радиозондирования приводятся результаты исследования вкладов спектральных энергий уходящего излучения в семи участках длин волн в величину излучения, соответствующую энергии длинноволновой радиации в интервале 3—18 μ.

Проанализированы относительные вклады излучения земли и атмосферы в суммарную энергию восходящего излучения в зависимости от различных метеорологических условий.

Выявлены некоторые новые качественные и количественные данные в аспекте изучаемого вопроса.

1. В настоящее время успешность прогнозов погоды численными методами в значительной степени определяется количеством информации об исходном состоянии прогнозируемого поля. При этом, если для краткосрочных прогнозов достаточно иногда ограничиться исходной информацией с площади, соизмеримой с площадью материка или океана, то для прогнозов с заблаговременностью 3—4 суток и более уже необходима информация по крайней мере с площади полушария.

Вместе с тем известно, что регулярные данные о состоянии погоды поступают менее чем с одной трети поверхности земного шара. Естественно, что такое положение, не удовлетворяя метеорологические потребности с точки зрения повышения качества прогнозов погоды, одновременно тормозит и развитие метеорологии, как науки в целом.

Единственным средством исправить имеющееся несоответствие является эффективное использование информации метеорологических искусственных спутников Земли (ИСЗ) об излучении длинноволновой и отраженной коротковолновой радиации подстилающей поверхности и облаков с последующим переходом от поля радиации к полям температуры и давления [2]. Однако этот переход в силу множества промежуточных факторов чрезвычайно сложен и в первую очередь эта сложность определяется недостаточной изученностью явлений, связанных с прохождением и поглощением спектральных и интегральных потоков радиации в реальной атмосфере. Иначе говоря, независимо от технической оснащенности метеорологического ИСЗ и в связи с этим от качества получаемой с его борта информации о восходящем излучении использование этой информации в оперативных целях не будет эффективным до тех пор, пока в результате широко поставленных физических и численных экспериментов не удастся достигнуть полной ясности в решении всех этих вопросов.

В первую очередь в эту задачу должны войти тщательные исследования поглощательной способности реальной атмосферы в различных диапазонах длин волн при различном содержании поглощающих веществ, а также исследования всех метеорологических факторов, сопутствующих указанным явлениям.

В настоящей работе предлагаются результаты анализа вычислений потоков восходящей длинноволновой спектральной радиации в различных метеорологических условиях. При этом преследовались три основных цели: выбор оптимальной модели атмосферы для решения задачи; анализ соотношения вкладов спектральных потоков в суммарный поток внутри интервала $\Delta\lambda = 3{,}0 \div 18{,}18$ μ; анализ соотношения вкладов величин собственных энергий излучения подстилающей поверхности и атмосферы в спектральные энергии восходящей радиации.

Работа выполнялась в ЛГУ им. А. А. Жданова в 1964 г. Все вычисления были реализованы на УЦВМ «Урал-2» в вычислительной лаборатории ААНИИ дипломанткой ЛГУ Г. С. Давыдовой. Результаты работы частично докладывались на всесоюзной конференции по радиационным вопросам, проходившей в январе 1965 г. в г. Тарту Эстонской ССР (ИФА АН Эстонской ССР).

2. Исходным для вычисления потока восходящей спектральной длинноволновой радиации на уровень z явилось уравнение в виде

$$u_{\Delta\lambda}(z,\ \vartheta) = [1 - \bar{A}_{\Delta\lambda}(w)] \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (E_\lambda(T_0) \cdot d\lambda - \int_0^w \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda(T)\, d\lambda \right] \times \\ \times d\bar{A}_{\Delta\lambda}(w - \mu), \qquad (1)$$

где $$u_{\Delta\lambda}(z,\ \vartheta) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} u_\lambda(z,\ \vartheta)\, d\lambda,\ \bar{A}_{\Delta\lambda} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} A_\lambda d\lambda}{\Delta\lambda}$$

осредненная по диапазону длин волн $\Delta\lambda$ функция поглощения, ϑ — зенитный угол, $E_\lambda(T_i)$ — планковская энергия монохроматического излучения абсолютно черного тела с температурой T_i,

$$w(z) = \frac{1}{\cos\vartheta} \int_0^z \frac{P}{P_0} \rho(\zeta)\, d\zeta$$ — эффективное содержание поглощающей субстанции в слое от 0 до z,

$$\mu(z) = \frac{1}{\cos\vartheta} \int_0^\xi \frac{P}{P_0} \rho(\zeta)\, d\zeta$$ — то же в слое от 0 до $\xi \leqslant z$.

Первое слагаемое правой части (1)

$$u' = [1 - \bar{A}_{\Delta\lambda}(w)] \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_\lambda(T_0)\, d\lambda \qquad (2)$$

представляет собой ту часть спектрального излучения земной поверхности с температурой T_0, которая достигает уровня z.

Второе слагаемое

$$u'' = -\int_0^w E_{\Delta\lambda}(T)\, d\bar{A}_{\Delta\lambda}(w - \mu) \qquad (3)$$

соответственно определяет тепловое излучение и переизлучение атмосферы с содержанием поглощающей субстанции w в спектральном диапазоне $\Delta\lambda$.

Рассматриваемый участок длин волн от $\lambda = 3{,}00\ \mu$ до $\lambda = 18{,}19\ \mu$ разбивался на ряд диапазонов таким образом, чтобы соответствующие этим диапазонам спектральные функции поглощения могли быть аппроксимированы по данным работ [5, 6].

В табл. 1 указаны интервалы $\Delta\lambda$, для которых рассчитывались функции u, u' и u''.

Таблица 1

	№ участка						
	1	2	3	4	5	6	7
Поглощающее вещество в полосе	H_2O	CO_2	H_2O	„Атмосферное окно"			CO_2
Диапазон $\Delta\lambda$ (μ)	3,0—4,0	4,0—4,7	4,7—8,7	8,7—9,1	9,1—10,54	10,54—12,5	12,5—18,18
Центр полосы λ (μ)	3,20	4,30	6,30	—	—	—	15,00

Значения содержания водяного пара w'_{n-i} и углекислого газа w''_{n-i} (n — количество слоев в выбранной модели атмосферы, i — порядковый номер слоя), а также величины функций поглощения $\overline{A}_{\Delta\lambda}(w_{n-i})$ для каждого из участков $\Delta\lambda$ вычислялись в соответствии с алгоритмами, предложенными в работах [3, 4]; значения спектральных планковских энергий $E_{\Delta\lambda}(T_i)$ отыскивались с помощью метода квадратур [3].

В качестве исходного материала использовались данные радиозондирования атмосферы за 1954—1955 гг. (68 радиозондов в 31 точке). При этом все случаи выбирались или при безоблачной погоде или при незначительной перистой облачности.

3. Вполне очевидно, что чем на большее число слоев n будет разбита атмосфера, тем точнее смогут быть вычислены искомые u', u'' и u. В то же время с увеличением числа слоев увеличивается и объем вычислений и потребная «память» машины.

В целях экономии «машинного» времени в качестве эксперимента были выполнены расчеты как для полной модели атмосферы, так и для упрощенной — с минимально допустимым количеством слоев.

Анализ полученных искомых значений показал, что детализация распределения по высоте температуры, давления и точки росы в абсолютном большинстве случаев дает малый эффект в увеличении точности вычислений. В частности, относительная ошибка при переходе от полной схемы к упрощенной для величин u', u'' и u дает ошибки $\delta\%$, не превышающие соответственно 3; 4 и 3%. Табл. 2 на примере нескольких случаев подтверждает указанный вывод. Для уточнения условий погоды в таблице вместе с названием пункта даются наземные значения температуры t_0 и точки росы τ_0.

Здесь и далее величины u', u'' и u рассчитывались в единицах

$$\frac{эрг}{см^2 \cdot сек \cdot стерадиан}.$$

В ходе анализа выяснилось, что максимальные ошибки, появляющиеся вследствие упрощения модели атмосферы, имеют место в случаях наличия приземной инверсии. В особенности последнее заметно

сказывается на изменении величины u''. Объяснение этого эффекта достаточно тривиально, так как в рассмотренных случаях за верхнюю границу первого слоя ($i=1$) принимался уровень поверхности 850 *мб*, а высота инверсии распространялась обычно до $z=1$ *км*.

Таблица 2

Пункт, дата, время t_0; τ_0	n_{max}, n_{min}, δ%	u'	u''	u
Анадырь	17	22163,2	12436,0	34599,2
21/XI-1954 г. 01,8	5	22297,9	12579,0	34876,8
—23°,6; —30°,9	δ%	0,6	1,2	0,8
Высокая Дубрава	17	24736,1	13503,2	38239,4
20/XI-1954 г. 05,6	5	24786,8	13675,5	38462,4
—15°,7; —17°,2	δ%	0,2	1,3	0,6
Кзыл-Орда	17	28364,6	17059,3	45423,8
22/XI-1954 г. 00,4	5	28539,6	17119,1	45658,7
—6°,5; —14°,4	δ%	0,6	0,4	0,5
Самарово	17	33599,5	18878,1	52477,6
22/IV-1955 г. 00,6	6	33762,7	18471,8	52234,6
5°,5; —3°,6	δ%	0,5	2,2	0,5
Душанбе	12	37278,9	21926,8	59205,7
21/IV-1955 г. 00,6	4	38020,8	22792,7	60813,5
11°,2; 2°,6	δ%	2,0	3,9	2,7

Основываясь на полученном, в ходе последующих исследований использовалась упрощенная модель атмосферы со слоями, разделенными стандартными изобарическими поверхностями. При этом в пятислойной атмосфере верхней границей являлся уровень поверхности 200 *мб*, в шестислойной — уровень поверхности 100 *мб*.

4. Представляется интересным сравнить и проанализировать численные значения вкладов лучистой энергии различных участков спектра в суммарную величину длинноволновой радиации во всем диапазоне $\Delta\lambda=3{,}0 \div 18{,}18$ μ. Наиболее целесообразно указанное сравнение производить для различных градаций метеорологической обстановки. С этой целью было выбрано по два случая с отрицательными, с близкими к нулю и с положительными приземными температурами.

В табл. 3 представлены оценки (в процентах) распределения восходящей длинноволновой энергии излучения на верхнем уровне выбранной модели атмосферы по различным участкам спектра.

Анализ табличных данных, как и следовало ожидать, говорит о неравномерности распределения спектральной энергии между указанными семью участками спектра. Максимум энергии $u_{\Delta\lambda}$ приходится на участки сильных полос поглощения водяным паром (№ 3) и углекислым газом (№ 7), а также на два последних участка «атмосферного окна» (№ 5 и 6). И если первые два максимума объясняются просто достаточно большой шириной полос, то максимумы энергии $u_{\Delta\lambda}$ в «окне» легко объяснить эффектом смещения по закону Вина.

Таблица 3

Пункт, дата t_0	№ участка спектра	$u_{\Delta\lambda}$		$u'_{\Delta\lambda}$		$u''_{\Delta\lambda}$	
		абсолютные значения	%	абсолютные значения	%	абсолютные значения	%
Северный полюс-4 21/III-1955 г. —37°,9	1	8,9	0,03	6,8	0,04	2,11	0,02
	2	33,6	0,1	19,8	0,1	13,8	0,1
	3	3844,3	14,0	1520,0	9,6	2324,3	19,8
	4	885,7	3,27	876,1	5,6	9,7	0,08
	5	3699,7	13,5	3643,0	23,7	56,7	0,5
	6	5691,0	20,7	5597,5	35,5	93,5	0,8
	7	13315,2	48,4	4090,6	26,06	9224,6	78,9
	Σ	27478,5	100,0	15753,7	100,0	11724,8	100,0
Караганда 21/ I-1955 г. —16°,2	1	34,1	0,1	22,2	0,1	11,9	0,1
	2	80,8	0,2	64,8	0,2	16,0	0,2
	3	6509,7	16,9	2119,3	8,7	4390,3	31,0
	4	1585,6	4,1	1536,6	6,2	49,1	0,4
	5	6277,6	16,3	6004,4	24,6	273,2	1,9
	6	8955,4	23,3	8532,7	35,0	422,7	3,0
	7	15070,6	39,2	6139,6	25,1	8931,0	63,4
	Σ	38513,8	100,0	24419,5	100,0	14094,3	100,0
Чита 20/X-1954 г. —0°,2	1	69,6	0,1	57,2	0,2	12,4	0,1
	2	154,9	0,3	137,3	0,4	17,6	0,1
	3	8162,3	16,9	3711,0	10,9	4451,3	31,0
	4	2280,4	4,8	2238,5	6,6	41,9	0,3
	5	8711,4	18,1	8480,0	24,9	231,4	1,6
	6	11855,7	24,4	11501,9	33,9	353,8	2,5
	7	17064,4	35,4	7852,6	23,1	9211,8	64,4
	Σ	48298,7	100,0	33978,6	100,0	14320,1	100,0
Курск 20/III-1955 г. 1°,3	1	74,2	0,2	58,9	0,2	15,3	0,1
	2	164,1	0,3	145,2	0,4	18,9	0,1
	3	8347,6	17,0	3536,0	10,5	4791,6	31,4
	4	2353,6	4,7	2300,0	6,7	53,6	0,4
	5	8962,5	18,0	8667,2	25,3	295,1	2,0
	6	12147,4	24,6	11698,1	34,2	449,3	3,0
	7	17384,4	35,2	7754,1	22,7	9630,3	63,0
	Σ	49433,8	100,0	34179,4	100,0	15254,4	100,0
Харьков 22/X-1954 г. 8°,6	1	95,8	0,2	27,5	0,1	68,3	0,3
	2	231,5	0,4	197,6	0,6	33,9	0,1
	3	9018,5	16,3	1358,6	4,3	7659,9	32,1

Продолжение

Пункт, дата t_0	№ участка спектра	$u_{\Delta\lambda}$		$u'_{\Delta\lambda}$		$u''_{\Delta\lambda}$	
		абсолютные значения	%	абсолютные значения	%	абсолютные значения	%
Харьков 22/X-1954 г. 8°,6	4	2725,9	4,9	2399,5	7,5	356,4	1,5
	5	10217.1	18,4	8352,7	26,3	1864,4	7,8
	6	13584,1	24,4	10862.0	34,3	2722,1	11,4
	7	19711,5	35,4	8506,8	26,9	11204,7	46,8
	Σ	55584,3	100,0	31674,5	100,0	23909,8	100,0
Кзыл-Орда 20/X-1954 г. 22°,4	1	175,5	0,3	119,5	0,3	56,0	0,2
	2	387,8	0,6	341,5	0,7	46,4	0,2
	3	11635,6	16,9	3995,9	8,8	7639,7	33,4
	4	3559,0	5,2	3381,4	7,4	177,6	0,8
	5	13010,3	19,0	12074,6	26,6	935,7	4,0
	6	16716,6	24,5	15362,8	33.8	1353,7	5,9
	7	22884,0	33,5	10212,7	22.4	12671,3	55,5
	Σ	68368,8	100,0	45488,5	100,0	22880,3	100,0

Минимум спектральной энергии приходится на первые два участка (№ 1 и 2). Суммарная величина излучения в этих полосах составляет долю в 1% и менее к энергии излучения всего рассматриваемого диапазона.

Анализ спектральных вкладов величин $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ в соответствующие значения $\Sigma u'_{\Delta\lambda}$ и $\Sigma u''_{\Delta\lambda}$ показал, что распределение первых из них примерно то же, что и у величины $u_{\Delta\lambda}$. Максимальные значения энергий $u'_{\Delta\lambda}$, естественно, приходятся на участки «атмосферного окна» № 4—6 (при приведении всех участков к одинаковым интервалам длин волн), минимальные — на участки сильных полос поглощения № 3 и 7. Интересно отметить, что отклонение в величине вкладов $u'_{\Delta\lambda}$ участков № 3 и 4, наблюдаемое над Харьковым (табл. 3), объясняется очень большим влагосодержанием, имеющим место по всей высоте 22/X 1954 г. (дефицит влажности в момент наблюдения колебался в пределах $1° \div 3°$).

Распределение энергий $u''_{\Delta\lambda}$ по участкам спектра оценивается значительно проще. Максимальные значения $u''_{\Delta\lambda}$ приходятся на величины атмосферного излучения в полосах участков № 3 и 7. Последнее полностью соответствует закону Кирхгофа — при сильном поглощении имеет место и сильное излучение.

При рассмотрении данных табл. 3 с учетом метеорологической обстановки легко заметить, что с повышением температуры подстилающей поверхности все анализируемые абсолютные величины (и в особенности величины $u_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$) имеют тенденцию к увеличению. Несколько иначе обстоит вопрос с распределением спектральных вкладов этих величин в зависимости от температуры. Так, у величины спектрального вклада параметра $u''_{\Delta\lambda}$ в сильной полосе углекислого газа (участок № 7) с повышением температуры T_0 наблюдается противоположная тен-

денция — величина вклада уменьшается. Последнее, очевидно, можно объяснить тем, что при росте температуры спектральная восходящая радиация увеличивается только за счет собственного излучения подстилающей поверхности, так как излучение атмосферы вследствие постоянства содржания в ней углекислого газа остается неизменным. В то же время во всех остальных участках (исключая слабую полосу поглощения CO_2 в участке № 2) повышение температуры одновременно приводит как к увеличению энергии излучения подстилающей поверхности, так и к увеличению упругости водяного пара, и, как следствие, (в большинстве случаев) — к увеличению влагосодержания. Именно поэтому величина процентного вклада спектральной энергии $u'_{\Delta\lambda}$ испытывает заметные колебания: с увеличением T_0 увеличивается поток энергии излучения подстилающей поверхности, но одновременно увеличивается и величина поглощения этой энергии водяным паром, содержащимся во всей рассматриваемой толще атмосферы.

Выполненный анализ позволяет по вычисленным данным спектральных энергий $u_{\Delta\lambda}$ одного или двух участков приближенно оценить величину энергии u для всего диапазона $\Delta\lambda=3{,}0—18{,}18$ μ. В частности, для оценки значения энергии u во всем диапазоне длин волн достаточно иметь величины $u_{\Delta\lambda}$ для сильных полос поглощения (участки № 3 и 7). Из табл. 3 следует, что их суммарный вклад в величину u колеблется в холодную половину года в пределах 55—60%, а в теплую половину года соответственно в пределах 50—55%. Еще более точной явится оценка u'' по данным $u''_{\Delta\lambda}$, рассчитанным для тех же участков. Здесь разность между значениями u'' и суммой $u''_{(\Delta\lambda)_3}+u''_{(\Delta\lambda)_7}$ не превышает нескольких процентов в холодное и 10—12% в теплое время года. Оценка подобным методом значения энергии u', ввиду достаточно сложной зависимости этой величины от нескольких взаимодействующих факторов, может привести к значительным ошибкам и едва ли целесообразна.

5. Одной из основных задач спутниковой метеорологии является определение полей температуры, давления, влажности и других параметров по данным измерения восходящей спектральной и интегральной лучистой энергии метеорологическими ИСЗ. В то же время для реализации этой задачи огромное значение имеют исследования, посвященные оценкам вкладов энергий u' и u'' в величину u как в тех или иных участках спектра, так и по всему диапазону длин волн. Имеющиеся же в современной литературе сведения по этому вопросу, во-первых, малочисленны и разноречивы и, во-вторых, очень далеки от требований метеорологии. В связи с этим представлялось интересным на основе полученного в работе расчетного материала восполнить этот имеющий место пробел.

Анализ вкладов обоих компонентов энергии в величину u по-прежнему проводился как для всех выбранных выше семи участков спектра, так и для всего диапазона длин волн, $\Delta\lambda=3{,}0—18{,}18$ μ.

Для решения задачи целесообразнее всего выбрать один из случаев с рассчитанными значениями $u_{\Delta\lambda}$, $u'_{\lambda\Delta}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ и по этим данным произвести оценку в каждом участке спектра вкладов процентных соотношений двух последних характеристик в первую.

В табл. 4 представлены абсолютные и процентные значения вкладов $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ в величину энергии $u_{\Delta\lambda}$, вычисленные по данным радиозондирования над пунктом Чарджоу 21/X 1954 г. ($t_0=23°{,}2$; $\tau_0=9°{,}6$; 15-слойная модель).

Таблица 4

№ участка	Δλ (μ)	$u_{\Delta\lambda}$	$u'_{\Delta\lambda}$		$u''_{\Delta\lambda}$	
			абсолютные значения	%	абсолютные значения	%
1	3.0 — 4,0	169,7	92,9	54,6	76,7	45,4
2	4,0 — 4,7	384,3	349,8	91,2	34,5	8,8
3	4,7 — 8,7	11439,4	3010,8	26,4	8428.6	73,6
4	8,7 — 9,1	3593,8	3316,7	92,5	277,1	7,5
5	9,1 —10,54	13100,8	11655,7	89,0	1445,1	11,0
6	10,54—12,5	16806,3	14730,0	87,5	2076,3	12,5
7	12.5 —18,18	20896,3	10104,9	48,3	10791,4	51.7
Σ	3,0 —18,18	66390,5	43260,8	65,2	23129,8	34,8

Анализ табличных данных показывает, что в слабых полосах поглощения и в «атмосферном окне» основная доля излучения приходится на пришедшую к верхней границе атмосферы энергию собственного излучеиия подстилающей поверхности $u'_{\Delta\lambda}$ и меньшая доля — на энергию излучения атмосферы $u''_{\Delta\lambda}$. Такая же картина наблюдается и в распределении этих величин во всем диапазоне длин волн от 3 до 18,18 μ.

В сильных полосах поглощения (участок № 3 — полоса H_2O с центром 6,3 μ и участок № 7 — полоса CO_2 с центром 15 μ) имеет место обратная картина распределения $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$: величина собственного излучения атмосферы преобладает над величиной излучения подстилающей поверхности.

Несмотря на очевидную физическую ясность полученных результатов, последние не полностью соответствуют тем мнениям, которые до недавнего времени имели место в отношении преобладания той или иной компоненты восходящей радиации. В частности, считалось, что в величине интегрального длинноволнового восходящего излучения преобладающая роль принадлежит компоненте u''. Последнее обстоятельство объясняется вероятнее всего тем, что при исследованиях подобного рода обычно использовались в соответствующих расчетах экспоненциальные функции пропускания с весьма приближенными, часто завышенными коэффициентами поглощения. Вполне естественно, что результаты подобного рода вычислений приводили к занижению компоненты энергии u' и к завышению компоненты u'' [1]).

Поскольку полученные из данных табл. 4 зависимости наблюдались практически в любом из 68 рассчитанных случаев, более интересно выполнить намеченные исследования, связав их с метеорологической обстановкой, наблюдавшейся в выбранных пунктах в моменты радиозондирования атмосферы. При этом, зная из предыдущего, что основной вклад в суммарную для всего спектра длин волн энергию u приходится как на излучение в сильных полосах поглощения H_2O и CO_2, так и на излучение в диапазоне «атмосферного окна», при дальнейшем анализе будем учитывать вклады $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ в суммарную величину $u_{\Delta\lambda}$ только в участках № 3, 6 и 7 и во всем диапазоне $\Delta\lambda = 3{,}0$—$18{,}18$ μ.

[1]) Тот факт, что здесь рассматривается ограниченный интервал Δλ, играет меньшую роль в указанном эффекте, так как на долю энергии тепловой радиации в пределах длин волн 3 ÷ 18,2 μ приходится в среднем 70% всей интегральной энергии.

Для привязки анализа к метеорологической обстановке разобьем последнюю на четыре основные градации: холодную влажную, холодную сухую, теплую влажную и теплую сухую. Термины — холодная и теплая характеризовались отрицательными и положительными приземными температурами t_0, термины — влажная и сухая — величиной приземного дефицита влажности $(t_0 - \tau_0)$. При этом для влажной обстановки в выбранных случаях эта характеристика не превышала 2°,6, для сухой соответствовала условию $t_0 - \tau_0 \geqslant 7°,0$.

В табл. 5 приводятся для 28 выбранных и разбитых на четыре градации случаев результаты вычислений в соответствующих участках $\Delta\lambda$ процентных соотношений вкладов $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ в величину энергии $u_{\Delta\lambda}$. Во втором столбце таблицы значок Σ по-прежнему относится к характеристикам во всем интервале длин волн 3,0 ÷ 18,18 μ.

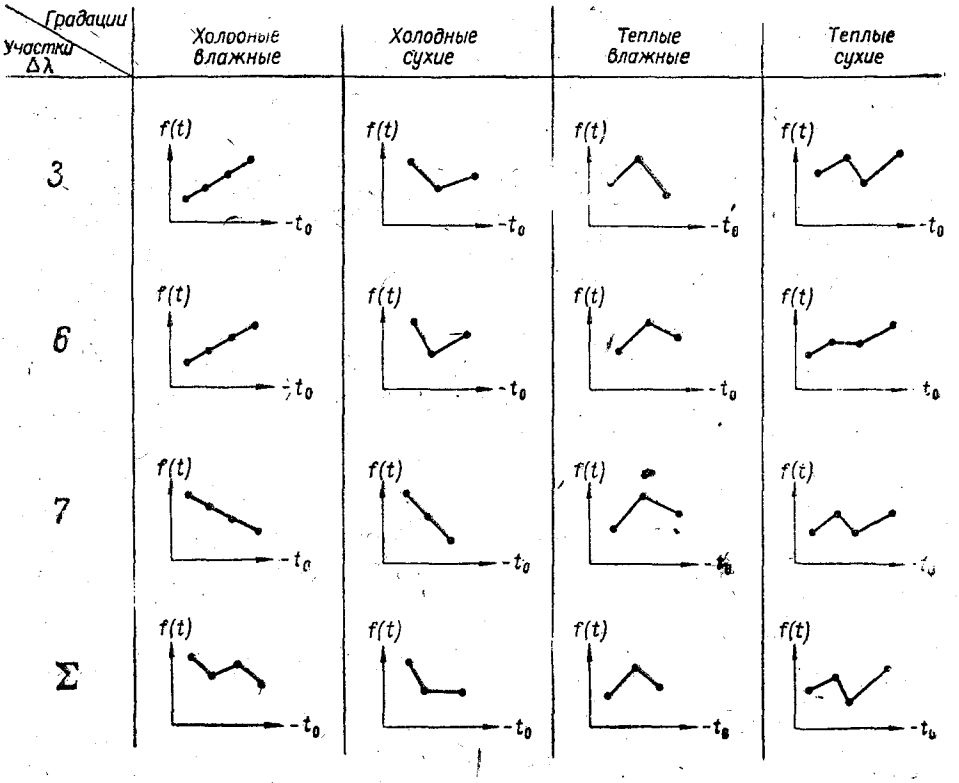


Рис. 1. Схематическая картина связей $\frac{u'_{\Delta\lambda}}{u_{\Delta\lambda}} = f(t_0)$ в различных участках длин волн $\Delta\lambda$ при различных погодных условиях.

Предварительный анализ приведенных в таблице данных показывает на явную слабость закономерностей в распределении как спектральных, так и суммарных компонент энергий по выбранным погодным градациям и, в частности, по приземным температурам (в каждой из градаций порядковые номера табличных случаев расположены по шкале убывания температур t_0).

Наиболее просто результаты предварительного анализа показать с помощью соответствующих схем-графиков, представленных на рис. 1.

Таблица 5

Холодные влажные				Холодные сухие			
Пункт, дата t_0; τ_0	№ участка	вклады в % $u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$	Пункт, дата t_0; τ_0	№ участка	вклады в % $u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$
Харьков	3	36,1	63,9	Чита	3	45,4	54,6
20/I-1955 г.	6	94,8	5,2	20/X-1954 г.	6	97,0	3,0
—2°,0; —2°,8	7	44,0	56,0	—0°,2; —10°,5	7	45,9	54,1
	Σ	67,1	32,9		Σ	70,3	29,7
Красный Чикой	3	24,5	75,5	Харьков	3	44,1	55,9
20/X-1954 г.	6	89,5	10,5	20/III-1955 г.	6	96,9	3,1
—3°,0; —4°,0;	7	41,2	58,8	—0°,6; —10°,3	7	43,3	56,7
	Σ	60.4	39,6		Σ	68,8	31,2
Омск	3	35,0	65,0	Высокая Дубрава	3	30,6	69,4
21/X-1954 г.	6	94,5	5,5	20/I-1955 г.	6	93,8	6,2
—4°,8; —6°,6;	7	40,0	60,0	—3°,3; —11°,9	7	42,0	58,0
	Σ	64,2	35,8		Σ	63,5	36,5
Олекминск	3	29,1	70,9	Кзыл-Орда	3	29,9	70,1
21/X-1954 г.	6	92,5	7,5	22/XI-1954 г.	6	93,3	6,7
—9°,3; —9°,3	7	39,4	60,6	—6°,5; —14°,4	7	40,3	59,7
	Σ	61,4	38,6		Σ	62,5	37,5
Кустанай	3	40.0	60,0	Аральское море	3	30,7	69,3
20/XI-1954 г.	6	97,1	2.9	22/XI-1954 г.	6	94,6	5,4
—13°,5; —15°,3	7	36,6	63,4	—9°,6; —18°,1	7	38,0	62,0
	Σ	63,1	36,9		Σ	62,1	37,9
Караганда	3	32,6	67,4	Анадырь	3	45,8	54,2
21/I-1955 г.	6	95,3	4,7	21/XI-1954 г.	6	98,6	1,4
—16°,2; —18°,4	7	40,7	59,3	—23°6; —30°,9	7	37,1	62,9
	Σ	63,4	36,6		Σ	64,2	35,8
Остров Диксон	3	41,6	58,4				
21/III-1955 г.	6	98,0	2,0				
—27°,5; —30°,1	7	34,8	65,2				
	Σ	61,9	38,1				
Северный полюс-4	3	39,5	60,5				
21/III-1955 г.	6	98,4	1,6				
—37°,9; —40°,3	7	30,7	69,3				
	Σ	57,3	42,7				

Продолжение

Теплые влажные				Теплые сухие			
Пункт, дата, t_0; τ_0	№ участка	вклады в % $u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$	Пункт, дата, t_0; τ_0	№ участка	вклады в % $u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$
Харьков	3	15,1	84,9	Кзыл-Орда	3	34,2	65,8
22/X-1954 г.	6	79,9	20,1	20/X-1954 г.	6	91,1	8,9
8°,6; 8°,2	7	43,2	56,8	22°,4; 1°,9	7	44,6	55,4
	Σ	57,0	43,0		Σ	66,4	33,6
Гурьев	3	18,3	81,7	Чарджоу	3	23,5	76,5
22/X-1954 г.	6	83,7	16,3	19/X-1954 г.	6	86,6	13,4
8°,6; 8°,2	7	39,7	50,3	17°,6; 4°,1	7	45,5	54,5
	Σ	56,9	43,1		Σ	62,3	37,7
Симферополь	3	31,3	68,7	Душанбе	3	26,8	73,2
20/ II-1955 г.	6	93,5	6,5	21/IV-1955 г.	6	89,0	11,0
7°,0; 6°,4	7	45,2	54,8	11°,2; 2°,6	7	44,4	55,6
	Σ	65,2	34,8		Σ	63,0	37,0
Самарово	3	27,5	72,5	Ташкент	3	34,8	65,2
22/IV-1955 г.	6	90,4	9,6	20/ II-1955 г.	6	92,7	7,3
5°,5; 3°,6	7	45,6	54,4	10°,1; 0°,8	7	47,2	52.8
	Σ	64,7	35,3		Σ	68,1	31,9
Ташкент	3	25,7	74,7	Красноярск	3	25,1	74,9
20/III-1955 г.	6	90,2	9,8	20/X-1954 г.	6	88,2	11,8
5°,5; 3°,3	7	44,8	55,2	8°,4; ; 1°,1	7	41,7	58,3
	Σ	63,3	36,7		Σ	61,2	38,8
Тахта-Базар	3	26,0	74,0	Гурьев	3	31,9	68,1
21/I-1955 г.	6	89,8	10,2	20/II-1955 г.	6	93,1	6,9
3°,9; 3°,5	7	43,0	57,0	5°,4; —4°,3	7	44.3	55,7
	Σ	62,5	37,5		Σ	65,6	34,4
				Курск	3	42,6	57,4
				20/III-1955 г.	6	96,4	3,6
				1°,3; —5°,7	7	44,6	55,4
					Σ	69,2	30,8
				Чита	3	49,7	50,3
				20/IV-1955 г.	6	97.9	2,1
				1°,2; —12°,9	7	46,5	53,5
					Σ	71,5	28,5

На этих графиках ось абсцисс направлена в сторону понижения температуры t_0, а ось ординат характеризует величину относительного вклада доли дошедшей до уровня z энергии земного излучения к суммарной энергии $u_{\Delta\lambda}$, т. е. величину $\frac{u_{\Delta\lambda}}{u_{\Delta\lambda}}$ (в процентах). Для того чтобы в какой-то степени сгладить влияющие на зависимость $\frac{u_{\Delta\lambda}}{u_{\Delta\lambda}} = f(t_0)$ условия влагосодержания атмосферы, предварительно значения процентных вкладов $u'_{\Delta\lambda}$ в энергию $u_{\Delta\lambda}$ были попарно, в последовательности распределения случаев табл. 5, осреднены.

Достаточно беглого взгляда на схемы рис. 1, чтобы убедиться в действительной слабости рассматриваемых связей. Единственным, о чем можно утверждать с какой-то достоверностью, является некоторая противоположность направлений изменчивости функции $f(t_0)$ с понижением температуры для полос водяного пара (участки № 3 и 6) и полосы углекислого газа (участок № 7). Особенно этот эффект прослеживается в градациях, соответствующих $t_0<0$. Последнее вполне объяснимо, поскольку при низких температурах поглощение длинноволновой энергии водяным паром незначительно и, следовательно, величина поглощения тем меньше, чем ниже температура воздуха внутри слоя $0 \div z$. При положительных температурах эффект воздействия водяного пара на изменение функции $f(t_0)$ при изменении температуры t_0 более велик. В связи с этим в градациях, соответствующих $t_0>0$, рассматриваемая зависимость прослеживается значительно хуже. Интересно отметить, что во всех погодных градациях форма кривых $f(t_0)$, определяющих изменчивость функции во всем диапазоне длин волн (нижние графики), почти полностью соответствует форме кривых, характеризующих аналогичную изменчивость в полосе углекислого газа (участок № 7, третий ряд графиков). Последнее еще раз подтверждает значительную роль энергии излучения в интервале длин волн $\Delta\lambda = 12{,}5 \div 18{,}18$ μ.

Для непосредственного анализа соотношения вкладов величин $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ в четырех основных участках длин волн с учетом градаций метеорологических условий представим таблицу экстремальных значений указанных характеристик для всех рассматриваемых случаев (табл. 6). Во втором столбце этой таблицы обозначения max и min относятся к вкладу величины $u'_{\Delta\lambda}$; для вклада компоненты $u''_{\Delta\lambda}$ в энергию $u_{\Delta\lambda}$ эти обозначения должны поменяться местами.

Данные табл. 6 еще раз подтверждают преобладание в величине энергии излучения во всем участке 3,0—18,18 μ вклада за счет компоненты u' (первая строка табл. 6). Кроме того, наглядность таблицы позволяет сразу же сделать ряд существенных выводов, вытекающих из анализа представленных в ней данных. Кратко эти выводы можно свести к следующим положениям.

1. Максимальная величина вклада энергии $\sum u'_{\Delta\lambda}$ в суммарное излучение $\sum u_{\Delta\lambda}$ наблюдается в теплой сухой атмосфере (71,5%), а соответствующая минимальная величина — в теплой влажной атмосфере (57%). Вполне вероятно допустить, что в отдельных случаях, при чрезвычайно высоком влагосодержании и при средних положительных температурах t_0, величина излучения $\sum u''_{\Delta\lambda}$ сможет стать преобладающей в сравнении с величиной излучения $\sum u'_{\Delta\lambda}$. Очевидно, в Советском Союзе такие ситуации могут наблюдаться на Черноморском побережье

Таблица 6

№ участка	Наименования exstremum	Градации погоды							
		холодная влажная		холодная сухая		теплая влажная		теплая сухая	
		$u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$	$u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$	$u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$	$u'_{\Delta\lambda}$	$u''_{\Delta\lambda}$
Σ	max	67,1	32,9	70,3	29,7	65,2	34,8	71,5	28,5
	min	57,3	42,7	64,1	37,9	57,0	43,0	61,2	38,8
3	max	41,6	58,4	45.8	54,2	31,3	68,7	49,7	50,3
	min	24,5	75,5	29,9	70,1	15,1	84,9	23,5	76,5
6	max	98,4	1,6	98,6	1,4	93,5	6,5	97,9	2,1
	min	89,5	10,5	93,3	6,7	79,9	20,1	86,6	13.4
7	max	44,0	56,0	45,9	54,1	45,6	54,4	47,2	52,8
	min	30,7	69,3	37,1	62,9	39,7	60,3	44,4	55,6

в переходные сезоны года, на Тихоокеанском побережье в средних широтах и т. д.

2. Аналогичная картина распределения вкладов энергии по градациям погоды наблюдается и в участке спектра $\Delta\lambda = 4{,}7 \div 8{,}7$ μ, соответствующего сильной полосе поглощения водяного пара. Здесь, по тем же причинам, максимальная величина вклада $u'_{\Delta\lambda}$ также имеет место в теплой сухой амосфере и достигает 49,7%, а минимальная, имеющая место в теплой влажной атмосфере, — 15,1%. Разница в распределении вкладов данной спектральной энергии с вкладами энергии во всем рассматриваемом диапазоне состоит лишь в том, что преобладающим вкладом в этой полосе при любом состоянии погоды является, как уже указывалось ранее, величина $u''_{\Delta\lambda}$. Правда, в случае теплой сухой погоды можно ожидать такой ситуации, при которой максимальный вклад в величину $u_{\Delta\lambda}$ будет приходиться на компоненту $u'_{\Delta\lambda}$. Об этом говорят почти равные значения процентных соотношений вкладов (49,7% и 50,3%) в приведенных данных. В остальных же трех градациях вероятность такого соотношения практически сводится к нулю.

3. По физически очевидным причинам в полосе «атмосферное окно» $\Delta\lambda = 10{,}54 \div 12{,}5$ μ (участок № 6) абсолютно преобладающий вклад в энергию $u_{\Delta\lambda}$ при любом влаго-температурном режиме приходится на долю величины энергии излучения $u'_{\Delta\lambda}$. В то же время совершенно четко прослеживается уменьшение величины этого вклада в случаях влажной атмосферы, когда значения компоненты $u''_{\Delta\lambda}$ увеличиваются от нескольких до 20% с лишним. Последнее еще раз подтверждает, что при некоторых ситуациях в «атмосферном окне» может иметь место значительное поглощение длинноволновой радиации и что пренебрежение этим поглощением может привести к значительным ошибкам при расчетах величин лучистой энергии [4].

4. Наименьшая изменчивость у вкладов $u'_{\Delta\lambda}$ и $u''_{\Delta\lambda}$ в энергию $u_{\Delta\lambda}$ при переходе из одной погодной градации в другую наблюдается при

анализе данных спектрального излучения в участке № 7, соответствующих сильной полосе поглощения CO_2 ($\Delta\lambda = 12{,}5—18{,}18\ \mu$). Здесь легко увидеть совершенно явную тенденцию к увеличению вклада $u'_{\Delta\lambda}$ и к уменьшению вклада $u''_{\Delta\lambda}$ с повышением температуры, хотя во всех случаях преобладающим вкладом попрежнему остается вклад за счет энергии атмосферного излучения $u''_{\Delta\lambda}$. Причиной этому, как уже было сказано выше, является полная независимость содержания углекислого газа от погодных условий (исключая, конечно, косвенное влияние температуры через вертикальное распределение давления). Следует отметить возможность того, что при определенных условиях преобладающей компонентой в величине $u_{\Delta\lambda}$ может стать доля энергии за счет излучения подстилающей поверхности. Очевидно, что такими условиями следует считать резко неустойчивую стратификацию с высоким значением температуры t_0 и малым влагосодержанием воздуха при достаточном удалении пункта от крупного индустриального объекта.

Изложенные в работе результаты полностью подтверждают исходную предпосылку о необходимости тщательных исследований спектрального и интегрального прохождения и поглощения восходящей длинноволновой радиации в атмосфере. Очевидно, что только серия подобного рода исследований, проведенных на большом объеме исходных данных с помощью первоклассных УЦВМ, сможет привести к возможности грамотного оперативного использования информации метеорологических ИСЗ и открыть, таким образом, путь к дальнейшему совершенствованию прогнозов погоды численными методами и развитию метеорологии как науки в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К. Я. Лучистый теплообмен в атмосфере. Гидрометеоиздат, Л., 1956.
2. Кондратьев К. Я. Метеорологические спутники. Гидрометеоиздат, Л., 1963.
3. Юргенсон А. П. К вопросу об исследовании спектрального прохождения восходящего длинноволнового излучения в атмосфере. Труды ААНИИ, вып. 271, 1964.
4. Юргенсон А. П. К вопросу о спектральном поглощении длинноволновой радиации в атмосфере. Труды ААНИИ, вып. 277, 1966.
5. Howard J., Burch D., and Williams D. Infrared transmission of sinthetic atmospheres. Journ. of the Opt. Soc. of Amer., vol. 46, № 4, 1956.
6. Roach W. and Goody R. Absorption and emission of the atmospheric Window from 770 to 1250 cm^{-1}. Quart. Journ. of the Royal Met. Soc., vol. 84, № 362, 1958.

А. П. Юргенсон, Г. С. Давыдова

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТРАСТОВ МЕЖДУ ПОТОКАМИ ВОСХОДЯЩЕЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ И ИНТЕГРАЛЬНОЙ ДЛИННОВОЛНОВОЙ РАДИАЦИИ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ПОДСТИЛАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЛАКОВ

Приведены результаты численных экспериментов и дан анализ распределения значений контрастов между энергиями восходящей спектральной и интегральной длинноволновой радиации от различных реальных и моделированных поверхностей излучения в различных участках длин волн.

Дана практическая рекомендация для выбора оптимальных фильтров приемников радиации на ИСЗ.

1. Одной из главных задач оперативного использования информации метеорологических искусственных спутников Земли (ИСЗ) является получение энергетических контрастов между потоками восходящей спектральной и интегральной длинноволновой радиации от различных подстилающих поверхностей или от подстилающих поверхностей и облаков.

Казалось бы, что принципиальное решение этой задачи не должно вызывать особых трудностей: более яркая поверхность или облака всегда должны выделяться на фоне менее яркой поверхности. Применительно к длинноволновому участку спектра такими более яркими поверхностями или облаками будут те, которые излучают большую радиационную энергию и имеют более высокую температуру в сравнении с менее яркими поверхностями.

Таким образом, можно предположить, что по аналогии с фотографическими снимками (которые, вообще говоря, могут выполняться и в инфракрасном диапазоне длин волн), обьекты с более высокой температурой (излучающие большую энергию, и, следовательно, более яркие) должны будут на позитивах казаться более светлыми в сравнении с объектами ,имеющими более низкую температуру. Так, например, облака на фоне подстилающей поверхности, поскольку общепринято считать, что верхняя граница облачности холоднее, чем поверхность земли или моря, должны казаться (на позитивах) более темными, чем подстилающая поверхность.

В действительности задача определения контрастов между потоками радиационного излучения от облаков и подстилающих поверхностей значительно сложнее.

Во-первых, значения контрастов целиком и полностью определяются тем участком спектра длин волн, в котором рассматривается величина восходящей радиации от тех или иных объектов излучения. При прочих равных условиях в одних участках спектра эти контрасты больше, в других меньше. Отсюда возникает практическая направленность исследований именно спектральных контрастов, поскольку при решении этого вопроса появляется возможность рекомендации выбора тех или

иных фильтров, устанавливаемых на соответствующие приемники радиации метеорологических ИСЗ с целью «вырезания» наиболее выгодных с этой точки зрения участков длин волн.

Во-вторых, реальные температуры верхней границы облачности далеко не всегда на много ниже температуры подстилающей поверхности. В частности, в приполярных районах, в зимнее время над Сибирью, над Средней Азией и над многими другими районами верхняя граница облачности, особенно нижнего яруса, очень часто имеет сравнимую, а иногда и более высокую температуру в сравнении с подстилающей поверхностью [1]. Иначе говоря, на инфракрасных фотографиях облачного покрова последний не всегда будет одноименно отличаться от фона подстилающей поверхности. В связи с этим вполне очевидно, что без предварительного анализа едва ли можно будет различить в этих случаях районы с облачностью от безоблачных районов.

Наконец, следует учесть, что даже при более низкой температуре верхней кромки облаков в сравнении с температурой фона, восходящая от облачности к приемнику ИСЗ радиация будет поглощена слоем атмосферы в значительно меньшей степени, чем радиация от подстилающей поверхности. В связи с этим приемник ИСЗ может зафиксировать очень близкие значения величин энергии излучения обоих поверхностей и получающиеся в этих случаях близкие к нулю значения контрастов между объектом и фоном не дадут возможности отличить искомое поле облачности от подстилающей поверхности.

Поскольку до сегодняшнего дня все эти вопросы едва ли можно считать исследованными, в настоящей работе на основании полученного расчетного материала будут изложены результаты анализа закономерностей спекральных контрастов между величинами излучения различных подстилающих поверхностей и облаков.

Работа выполнялась в ЛГУ им. А. А. Жданова в течение 1964 г. Все вычисления были реализованы на УЦВМ «Урал-2» в вычислительной лаборатории ААНИИ.

Результаты работы частично докладывались на Всесоюзной конференции по радиационным вопросам в январе 1965 г. в ИФА АН Эстонской ССР (г. Тарту).

2. Исходным уравнением для вычисления потоков восходящей спектральной длинноволновой радиации на заданный уровень явилось обычное уравнение переноса [2].

Рассматриваемый диапазон длин волн 3,0—18,18 μ разбивался на ряд участков таким образом, чтобы соответствующие этим участкам спектральные функции поглощения могли быть аппроксимированы по данным работ [5, 6].

В табл. 1 представлены значения интервалов $\Delta\lambda$, на которые разбивался указанный диапазон длин волн λ.

Таблица 1

	№ участка						
	1	2	3	4	5	6	7
Поглощающее вещество в полосе	H_2O	CO_2	H_2O	„Атмосферное окно„			CO_2
Диапазон $\Delta\lambda$ (μ)	3,0—4,0	4,0—4,7	4,7—8,7	8,7—9,1	9,1—10,54	10,54—12,5	12,5—18,18
Центр полосы (μ)	3,20	4,30	6,30	—	—	—	14,7

Значения эффективного содержания водяного пара и углекислого газа, а также величины спектральных функций поглощения и планковских спектральных энергий вычислялись в соответствии с алгоритмами, предложенными в работах [3, 4].

В качестве исходного материала использовались данные радиозондирования атмосферы за октябрь—ноябрь 1954 г. в различных пунктах Советского Союза. При этом все случаи выбирались или при безоблачной погоде или при незначительной перистой облачности. На рис. 1—11 представлены графики вертикальных распределений температуры и точки росы (сплошными и пунктирными линиями соответственно) для выбранных моментов времени в выбранных пунктах.

Задача решалась путем численного эксперимента. Последний заключался в том, что кроме вычислений величины спектральной длинноволновой радиации, приходящей на верхнюю границу атмосферы ($p=100$ или $p=200$ *мб*) от реальной подстилающей поверхности с температурой t_0 и точкой росы τ_0, рассчитывались также значения приходящих на эти же уровни радиационных потоков от поверхностей, температура и точка росы которых искусственно занижались в первом случае на 2°, а во втором случае —на 5°С. При этом значения t и τ, соответствующие вышележащим уровням (вся рассматриваемая толща атмосферы разбивалась при вычислениях интегрального члена в уравнении переноса на 12—17 слоев), оставались теми же, которыми были при вычислении восходящего потока от действительной подстилающей поверхности.

Необходимость замены истинных значений t_0 и τ_0 искусственными без изменения стратификации атмосферы в целом диктовалась желанием исследования контрастов энергий спектральных длинноволновых излучений различных и одновременно близлежащих подстилающих поверхностей (например, вода—берег, вода—лед, снег—лед, снег—бесснежная поверхность и т. д.).

Для выяснения энергетических контрастов между дошедшими до верхней границы атмосферы излучениями подстилающей поверхности и верхней кромки облаков последняя задавалась (также искусственно) на двух, а в некоторых случаях на трех произвольно выбранных уровнях. При этом, без особой физической погрешности, за температуру верхней границы облачности принималась температура выбранного уровня, соответствующего этой границе. Восходящая длинноволновая энергия рассчитывалась в этих случаях одновременно как от верхней границы облаков, так и от подстилающей поверхности.

На рис. 1—11 горизонтальными пунктирными прямыми показаны верхние границы облаков с одновременным указанием высот этих границ по отношению к подстилающей поверхности.

Для вычисления контрастов между энергиями излучения использовались известные формулы в виде

$$K=\frac{u_0-u'}{u_0} \tag{1}$$

при $u_0>u'$ и

$$K=\frac{u'-u_0}{u'} \tag{2}$$

при $u_0<u'$.

В формулах (1), (2) u_0 — величина приходящей на верхний уровень энергии длинноволнового излучения (спектрального или во всем диапазоне 3,0—18,18 μ) от реальной подстилающей поверхности, u' — соответственно величина энергии излучения от искусственной подстилающей поверхности или от верхней границы облаков.

3. Наиболее интересным представляется провести анализ полученных в результате расчетов значений искомых контрастов K для условий инверсионно-стратифицированной атмосферы и для условий обычной среднеустойчивой стратификации.

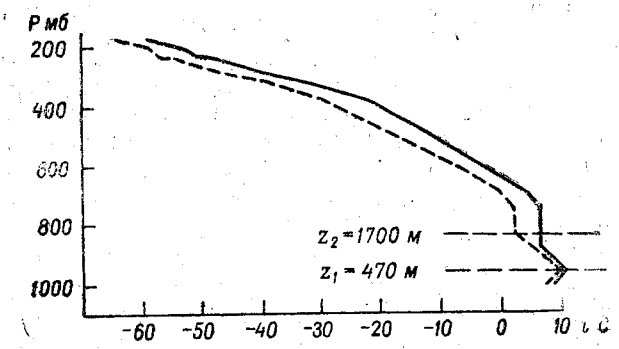


Рис. 1. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 1.

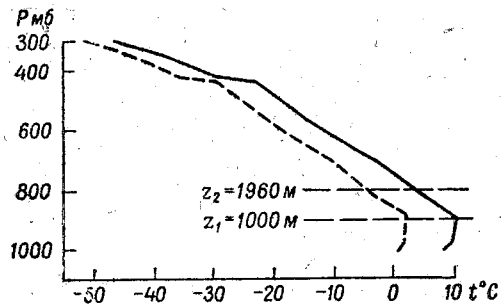


Рис. 2. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 2.

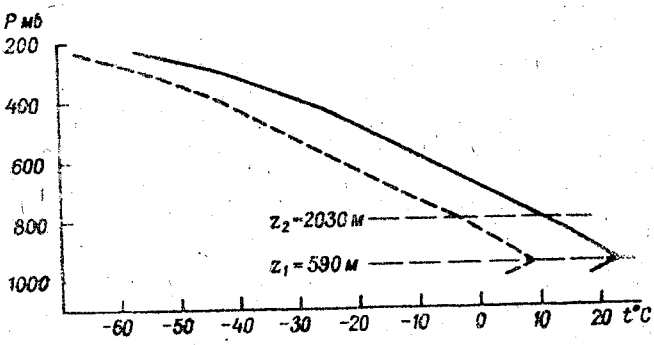


Рис. 3. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 3.

Из числа выбранных для анализа одиннадцати случаев шесть случаев характеризовались инверсионным распределением температуры (рис. 1—6) и пять случаев — отсутствием инверсии (рис. 7—11).

В табл. 1 приведены значения вычисленных контрастов между энергиями излучения (в процентах) различных подстилающих поверхностей и верхних границ облачности для всех выбранных влаго-

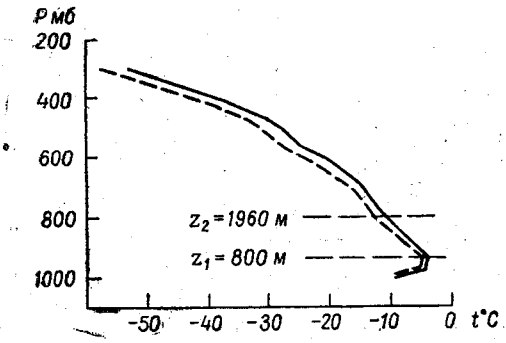


Рис. 4. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 4.

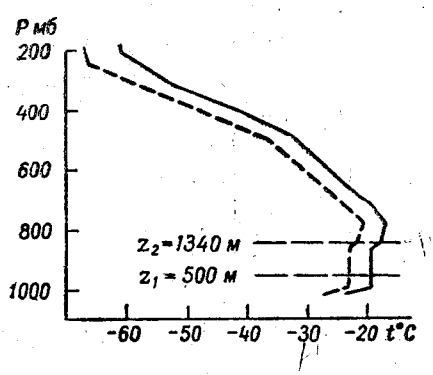


Рис. 5. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 5.

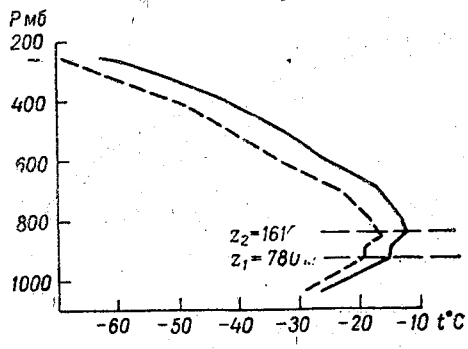


Рис. 6. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 6.

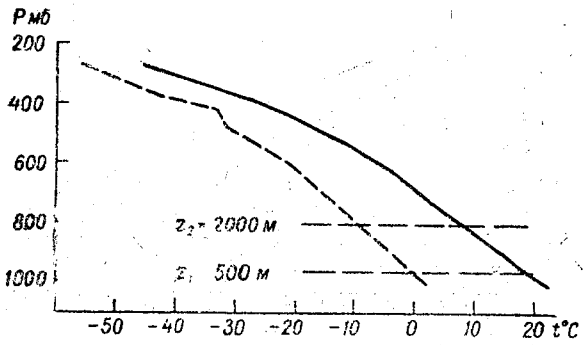


Рис. 7. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 7.

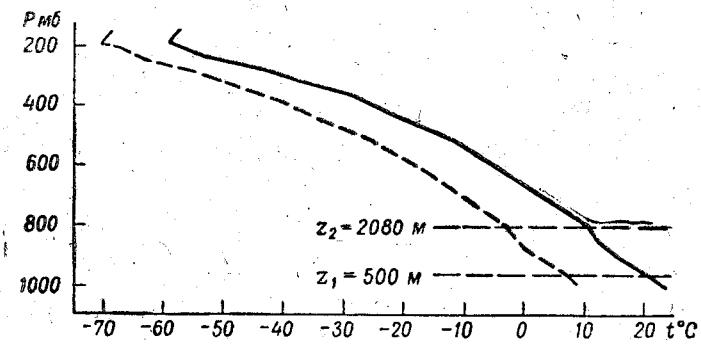


Рис. 8. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 8.

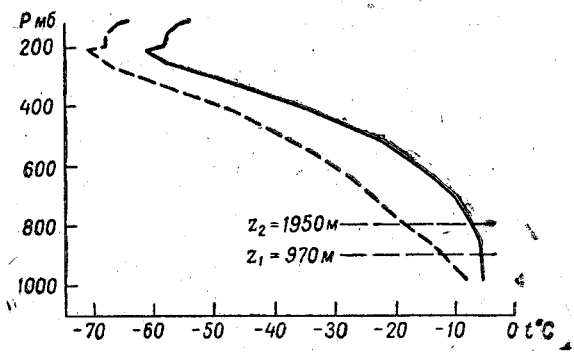


Рис. 9. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 9.

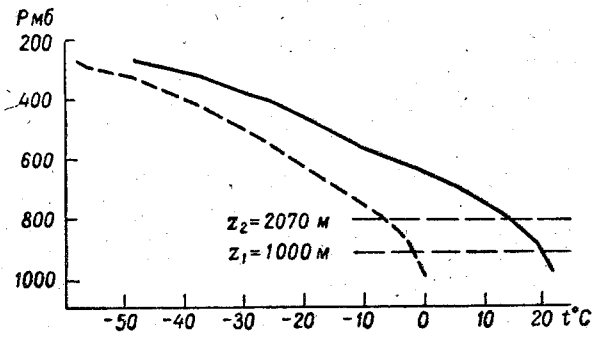


Рис. 10. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 10.

температурных режимов погоды. При этом значения K представлены как для каждого спектрального участка излучения, так и для излучения внутри всего рассматриваемого диапазона длин волн (Σ) от $\lambda=3{,}0$ μ до $\lambda=18{,}18$ μ. Обозначения K_1, K_2, K_3 и K_4 указывают, что в данной графе приводятся величины контрастов между энергией излучения реальной подстилающей поверхности и энергиями излучения искусственных поверхностей с температурами t_0—2°, t_0—5° и облаков с превышениями Δz_1, Δz_2 соответственно. В четвертом столбце каждого из табличных случаев даются значения температур соответствующих объектов излучения $t_п$.

В тех примерах, когда температура верхней границы облачности оказывалась более высокой в сравнении с температурой естественной подстилающей поверхности, т. е. когда для вычисления контрастов использовалась формула (2), к значениям K для наглядности добавлялся знак минус.

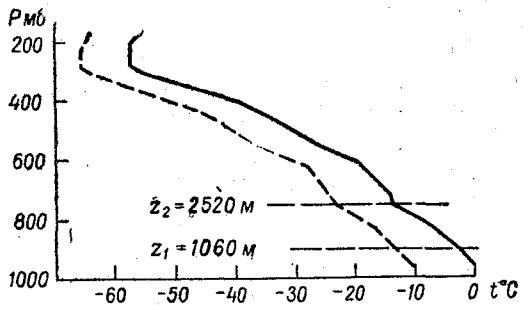


Рис. 11. График распределения по высоте $t°$ и $\tau°$; случай 11.

В четвертом случае таблицы, в отличие от остальных, температура и точка росы искусственной подстилающей поверхности равны соответственно: $t_0=+2°$, $\tau_0=+2°$ и $t_0=+5°$, $\tau_0=+5°$.

4. Анализ табличных данных целесообразно разделить на несколько этапов.

В первом этапе рассмотрим изменчивость величин контрастов энергий в зависимости от спектрального участка излучения.

Нетрудно видеть, что эта изменчивость независимо от условий, при которых находились контрасты, одноименна для всех рассмотренных одиннадцати случаев. Среднюю картину распределения значений контрастов для различных участков спектра удобнее всего показать на схеме, которая представлена на рис. 12.

Из графика-схемы, построенного на рисунке в произвольном масштабе, видно, что независимо от внешних условий максимальные значения контрастов между энергиями излучения двух любых излучателей наблюдаются в участке спектра № 1 (слабая полоса H_2O) и № 2 (полоса CO_2). Минимальные значения контрастов в абсолютном большинстве случаев наблюдаются в сильных полосах поглощения H_2O (участок № 3) и CO_2 (участок № 7), причем абсолютный минимум всегда приходится на полосу CO_2. Величины контрастов энергий излучения в диапазонах длин волн, соответствующих «атмосферному окну» (участки № 4—6, $\Delta\lambda=8{,}7$—$12{,}5$ μ), занимают промежуточные значения, последовательно убывая с увеличением порядкового номера участка. Некоторым колебаниям подвержен порядок распределения мест макси-

Таблица 1

№ п/п	Пункт, дата, t_0; τ_0	Типы K	$t_п$	Значения контрастов (%) № участка							
				1	2	3	4	5	6	7	Σ
1	Харьков 22/X-1954 г. 8°,6; 8°,2	K_1	6,6	2,7	6,5	1,0	3,7	3,0	2,5	1,0	2,0
		K_2	3,6	7,0	16,0	2,1	8,8	7,2	6,7	2,7	5,0
		K_3	10,7	— 3,6	— 7,2	— 0,5	— 3,8	— 3,1	— 2,7	— 1,1	— 2,0
		K_4	6,8	4,8	6,2	1,5	3,3	3,0	2,5	1,0	2,1
2	Красноярск 20/X-1954 г. 8°,4; 1°,1	K_1	6,4	5,3	6,4	1,2	3,6	3,5	3,0	1,0	2,0
		K_2	3,4	11,7	18,4	8,0	9,2	8,3	7,0	3,0	5,0
		K_3	10,0	— 4,5	— 5,4	— 1,2	— 3,3	— 2,6	— 2,3	— 0,8	— 1,7
		K_4	3,7	3,5	2,5	1,0	1,5	1,0	1,5	0,5	0,8
3	Чарджоу 19/X-1954 г. 17°,6; 4°,1	K_1	15,6	4,0	6,5	1,2	3,4	3,0	2,8	1,0	1,9
		K_2	12,6	9,7	15,5	2,8	8,5	7,5	6,4	2,8	4,9
		K_3	22,9	—12,0	—16,7	—3,4	— 8,8	—10,6	— 6,6	— 2,9	— 5,2
		K_4	10,7	25,0	22,0	1,8	12,5	11,5	1,0	4,3	8,0
4	Олекминск 21/X-1954 г. —9°,3; —9°,3	K_1	— 7,3	— 6,8	— 7,2	— 1,7	— 4,4	— 9,8	— 3,4	— 1,1	— 2,4
		K_2	— 4,3	—16,4	—16,9	— 4,4	—10,4	— 9,2	— 8,0	— 2,8	— 5,8
		K_3	— 3,6	—18,6	—19,1	—10,4	—11,7	—10,4	— 9,1	— 3,1	— 6,6
		K_4	—10,7	9,6	5,7	3,0	3,2	3,2	2,8	1,2	2,0
5	Дудинка 20/XI-1954 г. —23°,4; —27°,2	K_1	—25,4	8,6	7,5	2,5	5,3	4,7	3,9	1,2	2,6
		K_2	—28,4	20,0	18,0	5,7	12,2	11,0	9,5	3,1	6,5
		K_3	—19,2	—17,8	—15,6	— 5,0	— 9.0	— 9,1	— 7,8	— 2,5	— 5,6
		K_4	—17,5	—24,5	—21,4	— 7,3	—13,7	—12,5	—10,7	—3,6	— 7,8
6	о. Диксон 22/XI-1954 г. —26°,8; —29°,6	K_1	— 28,8	7,3	7,2	1,8	5,0	4,6	3,8	0,7	2,5
		K_2	—31,8	16,5	16,8	4,5	12,5	11,1	9,6	2,5	6,2
		K_3	—15,4	—37,8	—35,9	—11,6	—24,7	—22,5	—19,6	— 6,6	—13,8
		K_4	—11,3	—48,7	—45,8	—16,2	—31,3	—29,0	—25,4	— 9,0	—18,8
7	Кзыл-Орда 20/X-1954 г. 22°,4; 1°,9	K_1	20,4	11,4	6,5	5,2	3,9	3,6	3.1	1,3	3,0
		K_2	17,4	18,8	15,3	7,2	8,9	8.1	7,0	2,6	6,0
		K_3	18,9	10,6	11,0	3,2	6,2	5,4	4,6	1,6	3,6
		K_4	8,0	40,2	38,9	13,3	23,8	21,6	18,8	7,8	21,1
8	Чарджоу 21/X-1954 г. 23°,2; 9°,6	K_1	21,2	5,2	6,5	1,3	3,3	2,9	2,6	0,3	1,9
		K_2	18,2	12,2	15,5	3,2	8,3	7,5	6,3	3,0	5,0
		K_3	20,5	6,8	8,8	1,5	4,4	4,2	3,4	1,5	2,5
		K_4	10,7	31,7	35,6	9,6	20,2	18,5	15,8	7,2	13,0

Продолжение

№ п/п	Пункт, дата, t_0; τ_0	Типы K	$t_п$	Значения контрастов (%) № участка 1	2	3	4	5	6	7	Σ
9	Олекминск 22/X-1954 г. —5°,3; —8°,1	K_1	— 7,3	8,0	7,5	2,5	4,5	3,4	3,8	1,2	2,7
		K_2	—10,3	18,7	17,7	15,7	10,8	9,6	8,4	2,8	6,5
		K_3	— 5,7	1,6	1,6	1,4	0,9	0,7	0,8	0,2	0,6
		K_4	— 7,2	8,5	7,2	2,7	4,2	3,8	3,3	1,2	2,8
10	Тахта-Базар 21/X-1954 г. 21°,3; 0°,1	K_1	19,3	5,7	6,5	1,7	3,4	3,2	2,5	1,3	2,2
		K_2	16,3	13,2	15,3	3,2	8,6	7,8	6,7	2,7	5,2
		K_3	19,8	4,4	5,0	1,3	2,6	2,4	2,1	0,4	1,6
		K_4	14,0	23,0	22,3	7,3	12,6	11,6	9,3	4,2	8,1
11	Чита 20/X-1954 г. —0°,2; —10°,3	K_1	— 7,4	8,8	7,6	2,5	4,3	3,7	3,3	1,2	2,6
		K_2	—10,4	19,2	17,8	6,2	10,5	9,5	8,1	3,2	6,3
		K_3	— 0,3	9,2	8,3	3,0	4,8	4,2	3,5	1,6	3,0
		K_4	—11,9	46,5	40,7	17,6	25,5	23,3	20,4	8,5	16,6

мальных значений контрастов: иногда в отличие от показанного на схеме абсолютный максимум приходится на величину K, соответствующую излучению в участке № 1.

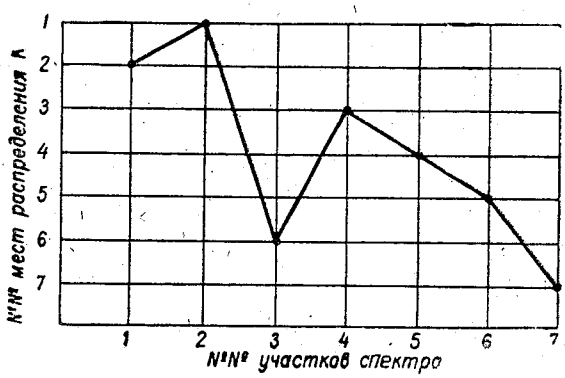


Рис. 12. График-схема распределения значений энергетических контрастов восходящего длинноволнового излучения от различных подстилающих поверхностей и облаков в различных спектральных участках длин волн.

Значительно проще изложить результаты анализа распределения абсолютных значений контрастов. Здесь картина их изменчивости главным образом определяется разностью температур двух сравниваемых объектов излучения. В случаях, когда объект и фон находятся на одинаковом уровне z (например, две рядом лежащие подстилающие поверхности с различными температурами), значения контрастов будут

тем больше, чем больше разность температур этих соприкасающихся поверхностей. Исключение составляют случаи, когда объект и фон расположены на различных уровнях z (например, верхняя кромка облачности — подстилающая поверхность). Здесь выявляется два варианта распределения величин K: во-первых, при равных или близких значениях температур подстилающей поверхности и облака энергетический контраст между ними может достигать достаточно больших значений и, во-вторых, при имеющей место ощутимой разнице в температурах поверхности земли и облака (в случае, когда температура верхней кромки последнего значительно ниже значения t_0), контраст может быть близок к нулю.

Примером первой ситуации являются табличные случаи № 4 и № 11 для участка спектра № 1: при температурах $t_0=-9°,3$ и $t_4=-10°,7$ в Олекминске 21/X 1954 г. и соответственно $t_0=-0°,2$ и $t_3=-0°,3$ в Чите величины контрастов между излучениями этих поверхностей достигают $K_4=9,6\%$ и $K_3=9,2\%$ (здесь температуры t_4 и t_3 относятся к верхним кромкам облачности второго и первого ярусов).

Пример второй ситуации можно проследить, анализируя табличный случай № 2 (Красноярск, 20/X 1954 г.). Здесь разность температур подстилающей поверхности и верхней кромки облачности второго яруса достигает $\Delta t=4°,7$ ($t_0=8°,4$; $t_4=3°,7$). В то же время контраст энергий излучения этих поверхностей весьма мал ($K_4=3,5\%$) в сравнении с контрастом энергий излучения поверхностей, лежащих на одном и том же уровне (например, $K_2=11,7\%$). Как уже упоминалось выше, объясняются эти аномалии распределения контрастов тем, что поглощение энергии слоем атмосферы от облака до уровня z всегда меньше, чем поглощение энергии слоем атмосферы от подстилающей поверхности до того же уровня z. Разность величин поглощения и является «компенсатором» энергий излучения рассматриваемых объектов в ту или иную сторону.

Последний этап анализа касается результатов исследования контрастов между значениями восходящей длинноволновой энергии от верхней границы инверсионных облаков и от подстилающей поверхности. Первые шесть случаев табл. 1 как раз и относятся к указанной ситуации. Знак минус, стоящий у величин K_3 во всех шести случаях и у величин K_4 в пятом и шестом случаях, показывает, что здесь достигнувшая уровня z величина лучистой энергии от верхней границы облаков была большей, чем соответствующая величина энергии излучения подстилающей поверхности. Последнее наглядно потдверждает высказанное ранее положение о том, что при фотографировании в инфракрасном спектре подобной картины распределения облаков последние будут на позитиве более светлыми в сравнении с более темным фоном подстилающей поверхности. Выполнив аналогичный анализ по отношению к последним пяти случаям табличных данных, убеждаемся, что при отсутствии инверсионной стратификации распределение контрастов между излучением облаков и подстилающей поверхности будет противоположным: облачный покров на позитивах будет более светлым в сравнении с более темным фоном подстилающей поверхности.

Следует обратить внимание на одно интересное обстоятельство, которое можно подметить при анализе значений контрастов энергий излучения внутри всего рассматриваемого диапазона длин волн (Σ). Это обстоятельство касается довольно близкого сходства между численными величинами модулей разности температур двух излучающих поверхностей и величинами соответствующих этим разностям энергетических контрастов $K(\%)$. Действительно, колебания сравниваемых величин в ту или иную сторону при их малых значениях не превышают несколь-

ких десятых долей единицы, а при достаточно больших значениях — 1—2 единиц. Последнее, очевидно, имеет практический смысл при прикидках, необходимых для решения различного рода задач, значений контрастов между энергиями излучений в диапазоне 3—18 μ различных объектов при наличии сведений об их температурах.

5. В заключении работы можно, основываясь на некоторых результатах выполненного анализа, дать несколько практических рекомендаций.

В частности, при выборе устанавливаемого на приемник ИК-радиации метеорологического ИСЗ фильтра, «вырезающего» соответствующий участок длинноволнового спектра, следует ориентироваться на диапазоны длин волн, определяемые участками № 1 и № 2 ($\Delta\lambda=3$—4 μ и $\Delta\lambda=4$—7 μ). Контрасты лучистой энергии, которые сможет зафиксировать в этом случае метеорологический ИСЗ, будут максимальными. Имеющийся же недостаток рабочего использования этих участков спектра, сказывающийся в малых величинах приходящей энергии (крайнее левое крыло распределения планковской энергии при реальных температурах земли и атмосферы), можно компенсировать увеличением чувствительности приемного устройства ИСЗ.

Вторая практическая рекомендация, следующая из содержания настоящей работы, состоит в необходимости выполнения обязательного этапа работы по разграничению зон инверсионной облачности от зон фронтальных или конвективных облаков. Этот этап должен являться предварительным перед основным этапом непосредственного оперативного использования информации ИСЗ о полях длинноволновой радиации. Легко убедиться, что невыполнение этой чисто синоптической работы может в значительной степени исказить действительную картину поля облачности. Очевидно, что особое внимание при этом следует уделять антициклоническим областям, гребням высокого давления и теплым секторам циклонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев Л. Т. Вопросы общей метеорологии. Физика атмосферы. Гидрометеоиздат, Л., 1965. Гл. 22, стр. 577—581.
2. Юргенсон А. П. О некоторых закономерностях в распределении спектральных энергий восходящей длинноволновой радиации на участке длин волн 3—18 *мк*. См. наст. сб.
3. Юргенсон А. П. К вопросу об исследовании спектрального прохождения восходящего длинноволнового излучения в атмосфере. Труды ААНИИ, вып. 271, 1964.
4. Юргенсон А. П. К вопросу о спектральном поглощении длинноволновой радиации в атмосфере. Труды ААНИИ, вып. 277, 1966.
5. Howard J., Burch D. and Williams D. Infrared transmission of sinthetic atmospheres. Journ. of the Opt. Soc. of Amer., vol. 49, № 4, 1956.
6. Roach W. and Goody R. Absorption and emission of the atmospheric Window from 770 to 1250 cm^{-1}. Quart. Journ. of the Royal. Met. Soc., vol. 84, № 362, 1958.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

1. *Э. Л. Подольская, Ван-Юань.* Разработка приближенного аналитического метода расчета длинноволнового лучистого притока тепла в атмосфере . . . 3
2. *Ж. К. Золотова.* Испарение капли в поле солнечной радиации 15
3. *Д. Л. Лайхтман, И. И. Мельникова.* о соотношении между геострофическим коэффициентом трения и углом наклона ветра 33
4. *Д. Л. Лайхтман, И. И. Мельникова, Е. А. Сопоцько, М. В. Шленева.* К вопросу об обмене теплом, водяным паром и количеством движения между пограничным слоем и свободной атмосферой 40
5. *И. И. Мельникова.* Номограмма для определения коэффициента турбулентности среднего в пограничном слое. 44
6. *В. М. Радикевич.* О методах расчета потоков тепла и влаги с поверхности моря 49
7. *Б. Л. Гаврилин.* Квазисоленоидальное приближение для уравнений динамики влажной турбулентной атмосферы 81
8. *Д. Л. Лайхтман, Ф. А. Гисина, Н. И. Крамер.* Принцип учета повторяемости различных метеорологических условий при проектировании промышленных предприятий, загрязняющих атмосферу 99
9. *Ф. А. Гисина, В. И. Рейнюк.* Вертикальное распределение родона в атмосфере при разных метеорологических условиях 106
10. *Ф. А. Гисина.* К вопросу о коэффициенте захвата аэрозолей 112
11. *Б. А. Каган.* Численный метод расчета приливных явлений в мелком море 119
12. *В. Г. Морачевский, Б. Д. Кирюхин, В. В. Любченко.* О дроблении капель в нестационарном потоке воздуха 131
13. *А. П. Юргенсон.* О некоторых закономерностях в распределении спектральных энергий восходящей длинноволновой радиации на участке длин волн 3—18 *мк* 135
14. *А. П. Юргенсон, Г. С. Давыдова.* Исследование контрастов между потоками восходящей спектральной и интегральной длинноволновой радиации от различных подстилающих поверхностей и облаков 149

Редактор *И. Г. Максимова*

М 21179 Подписано к печати 26/VIII 1968 г.
Тираж 500. Объем 11 п. л. Заказ № 115. Цена 92 коп.