Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР
ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ СБОРНИК

ВЫПУСК 66

ИССЛЕДОВАНИЕ И ОСВОЕНИЕ МИРОВОГО ОКЕАНА

299756

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-д 195196 Малоохтинский пр., 98

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени М. И. КАЛИНИНА

ЛЕНИНГРАД
1978

УДК 551.46+621.398+681.2.08 +627.133+534.88

Одобрено Ученым советом
Ленинградского гидрометеорологического института

Сборник содержит статьи, в которых излагаются результаты исследований профессорско-преподавательского состава и научных сотрудников ЛГМИ, ЛГУ им. А. А. Жданова, ЛВИМУ им. С. О. Макарова и других организаций по проблеме «Исследование и освоение Мирового океана». Тематика статей охватывает различные направления названной проблемы: исследования теоретического характера с использованием детерминированных и вероятностных моделей; методика обработки, обобщение и анализ натурных данных; разработка океанологической измерительной техники.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Б. Н. БЕЛЯЕВ, докт. техн. наук (ответственный редактор), *Ю. П. ДОРОНИН*, докт. физ.-мат. наук, *Е. И. СЕРЯКОВ*, канд. геогр. наук, *В. Р. ФУКС*, канд. геогр. наук, *Б. Ф. ЧЕРЕДИЛОВ*, канд. геогр. наук., *Е. И. ЧВЕРТКИН*, канд. техн. наук (ответственный секретарь).

© Ленинградский политехнический институт имени М. И. Калинина, 1978 г.

Н. Л. ПЛИНК, М. М. УСЕНКОВ (ЛГМИ)

ВЛИЯНИЕ ШЕЛЬФА НА ЗАЩИЩЕННОСТЬ ПОРТОВЫХ АКВАТОРИЙ ОТ ДЛИННОПЕРИОДНЫХ ВОЛН, ВЫЗЫВАЮЩИХ ЯВЛЕНИЕ ТЯГУНА

Вопрос о степени защищенности портовых акваторий и ошвартованных в порту судов впервые возник в связи с явлением тягуна. Тягун — одно из наиболее опасных океанологических явлений, нарушающее работу морских портов и приводящее к значительным экономическим потерям. В настоящее время нет единой теории, которая объясняла бы тягун во всем многообразии его проявлений. Большинство исследователей считает, что он вызывается длиннопериодными волнами (в диапазоне периодов от 30 с до 10 мин), проникающими на портовую акваторию со стороны открытого моря [1].

Портовые акватории и ошвартованные суда представляют, как известно, колебательные системы, обладающие сильно выраженной частотной избирательностью. Очевидно, что наиболее интенсивный тягун может возникнуть при совпадении частот длиннопериодных волн на подходах к порту с одной из собственных частот колебаний портовой акватории и собственной частотой колебаний ошвартованного судна. Поэтому одним из направлений борьбы с явлением тягуна является изменение характеристики собственных колебаний порта путем его структурных изменений, а также выбор эффективного способа швартовки судна [1].

При рассмотрении вопроса о защищенности портовых акваторий от длиннопериодных волн до последнего времени количественно не учитывались особенности их распространения в шельфовой зоне на подходах к портам, что нередко приводило к неудачным решениям при проектировании портов. Волны, вызывающие явление тягуна (называемые часто «прибойными биениями» или «морскими вибрациями»), относятся к участку спектра между обыкновенными ветровыми волнами и цунами. Поэтому ряд методов, получивших развитие в основном при исследованиях распространения волн цунами, представляется возможным использовать при анализе усло-

вий возникновения тягуна. В самом простейшем случае изменение высоты подходящей к берегу волны можно записать в виде [2]

$$\frac{h}{h_0} = K_r K_s K_f, \tag{1}$$

где K_r — коэффициент рефракции;
K_s — коэффициент изменения глубины;
K_f — коэффициент трения — просачивания.

Для получения коэффициентов рефракции в настоящей работе использовался метод ортогоналей [2], по которому были выполнены графические построения волновых лучей при различных вариантах направлений исходных волн для портов Туапсе, Сочи, Батуми, Ильичевск, Неаполь, Мидуэй, Лонг-Бич и др. Примеры графических определений коэффициентов рефракции приведены на рис. 1.

В результате графических построений было установлено, что для большинства портов, в которых наблюдается тягун, существуют условия концентрации энергии длиннопериодных волн за счет конвергенции волновых лучей при прохождении волн над характерными формами рельефа шельфовой зоны. Полученные рефракционные картины свидетельствуют об усилении колебаний вблизи берега вследствие вдольбереговой неоднородности дна.

Кроме того, существенное увеличение высоты волн в зоне трансформации может произойти за счет возникновения на шельфе резонансных условий, вызванных неоднородностью рельефа дна вдоль оси каждой из лучевых трубок. Возможность появления на шельфе резонанса длиннопериодных волн определяется наличием сосредоточенного отражения на его бровке: чем интенсивнее отражение, тем в большей степени будут проявляться частотные свойства шельфа. Если частота собственных колебаний шельфа, определяемая его размерами, совпадает с частотой подходящей волны, на шельфе происходит дополнительное увеличение высот волн. Интенсивность резонансного усиления и значения резонансных частот могут быть получены определением частотных характеристик шельфа.

Частотная характеристика $K(\omega)$ выражает отношение комплексных амплитуд на входе и выходе системы при установившемся синусоидальном режиме

$$K(\omega) = \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)}. \tag{2}$$

Модуль функции $|K(\omega)|$ является амплитудно-частотной характеристикой; функция аргумента комплексной характеристики $\varphi(\omega)$ является фазочастотной характеристикой и выражает сдвиг фазы после прохождения системы, под которой в данном случае понимается исследуемый участок профиля дна. Процессы, проис-

ходящие на этом участке, рассматриваются в линейном приближении. Входным сигналом является начальное возмущение уровня, подходящее к внешней границе исследуемого участка. Значение $|K(\omega)|$ не зависит от его формы.

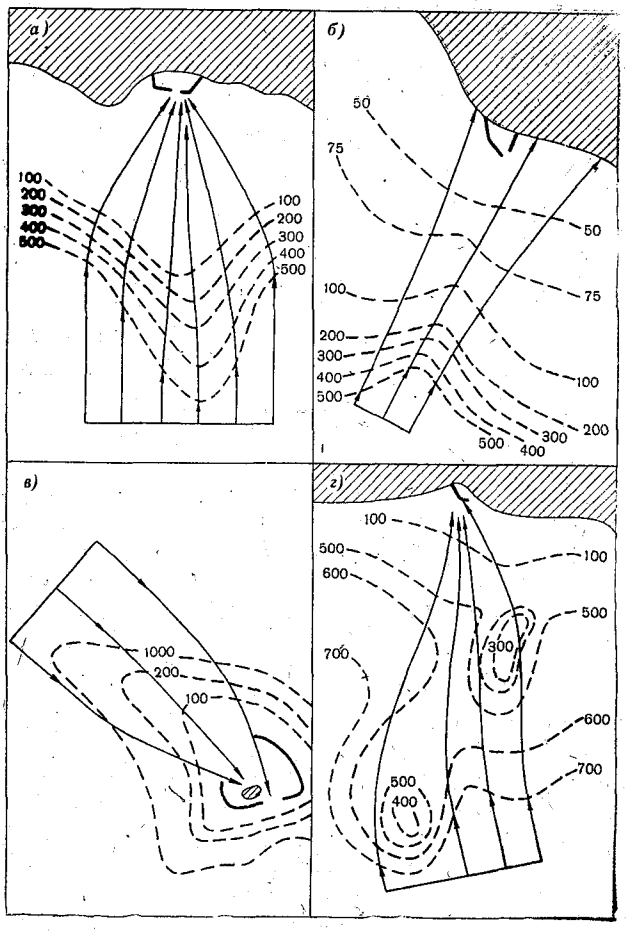


Рис. 1. Схема рефракции длиннопериодных волн на подходах к портам Туапсе (*а*), Сочи (*б*), атолла Мидуэй (*в*) и Батуми (*г*)

В конкретном случае выполненных расчетов начальное возмущение $x(t)$ принималось в виде отрезка синусоиды на интервале $0—2\pi$. Выходной сигнал представлял собой колебания уровня вблизи берега. Вид этих колебаний определялся с помощью численного решения системы линеаризированных гидродинамических уравнений теории мелкой воды в одномерной постановке. Спек-

тральное разложение уровня находилось по методу интеграла Фурье. Пределы интегрирования определялись временем, необходимым для затухания колебаний. Временной интервал, через который выбирались значения уровня, составлял 10 с. Верхний предел достоверного разложения колебаний уровня (частота Найквиста) был равен

$$\omega_N = \frac{2\pi}{2\Delta t} = 0{,}31 \text{ с}^{-1}. \quad (3)$$

Расчет производился для волн в диапазоне периодов от 30 с до 10 мин.

Формирование хорошо выраженного пика на графике спектрального разложения любой ограниченной на некотором интервале функции зависит от формы и ширины временного интервала. При использовании окна прямоугольной формы для разделения двух пиков на частотах ω_1 и ω_2 необходимо иметь запись длиной T

$$T \geqslant \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}. \quad (4)$$

Ширина временного окна в нашем случае определяется временем затухания колебаний уровня у берега. Если частотные свойства исследуемого профиля дна выражены хорошо (интенсивное отражение на бровке шельфа), колебания уровня у берега будут затухать медленно. Длина записи будет увеличиваться, а частотный интервал, определяющий соседние разделяющиеся пики, уменьшаться. В этом случае на графике $|K(\omega)|$ формируется хорошо выраженный резонансный максимум усиления. Оценить вклад эффекта уменьшения глубины (с учетом отражения) в общее возрастание высот волн можно сравнивая предельное возрастание, которое дает $|K(\omega)|$, с возрастанием высоты одиночного импульса ($K_{имп}$), так как в последнем случае частотные свойства шельфа не проявляются. При выбранных начальных условиях значение $K_{имп}$ можно получить из расчета колебаний уровня.

Чтобы упростить вычисления, степень возрастания одиночного импульса принималась одинаковой для волн всех частот заданного интервала. Тогда для частот, близких к резонансным, полученное $|K(\omega)|$ будет превышать по значению возрастание одиночного импульса. Однако такое выделение резонансного интервала дает правильные результаты только в случае хорошо выраженных частотных свойств, в противном случае кривая $|K(\omega)|$ представляет собой плавную линию, слабо отличающуюся от $K_{имп}$. При этом определение резонансных частот удобнее производить используя фазочастотную характеристику.

Амплитудно-частотные характеристики были рассчитаны для серий волновых трубок на подходах к портам Туапсе, Сочи, Ба-

туми, Мидуэй и др. Графики амплитудно-частотных характеристик для ряда портов с учетом поправок на рефракцию показаны на рис. 2.

Для порта Сочи, средние значения коэффициента рефракции для которого близки к единице, график амплитудно-частотной характеристики отражает только влияние изменения глубины по оси волновой трубки. Профиль дна плавно поднимается к берегу, и на отдельных его участках нет заметных возвышений или впадин. Поэтому вид амплитудно-частотной характеристики довольно простой — график имеет один максимум на частоте $4 \cdot 10^{-2}$ $с^{-1}$. Это

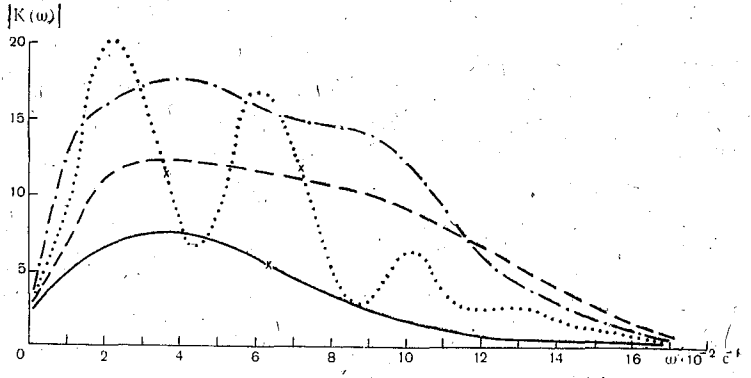


Рис. 2. График амплитудно-частотных характеристик зоны трансформации волн на подходах к портам:

——— Сочи; — — — — — Туапсе; ——— · ——— атолл Мидуэй; · · · · · · · Батуми; × — положение значений периодов собственных колебаний портовых акваторий на амплитудно-частотной характеристике

означает, что при подходе к порту Сочи длиннопериодной волны с этой частотой следует ожидать увеличения ее амплитуды более чем в 7 раз. Увеличение амплитуды произойдет как вследствие уменьшения глубины, так и за счет возникновения резонансных колебаний.

Расчеты для портов Туапсе и Мидуэй, профили волновых трубок которых имеют такой же характер, что и для порта Сочи, подтвердили наличие одного пика на графике амплитудно-частотной характеристики. Однако коэффициент рефракции для этих портов отличен от единицы и максимальные его значения составляют 3,3 (Туапсе) и 3,5 (Мидуэй). Для каждой отдельно взятой трубки графики имеют четко выраженный максимум на определенной частоте, но на графике суммарной характеристики шельфовой зоны портов такой максимум «размыт» в результате возможности подхода волн различных румбов. Поэтому здесь существуют условия для усиления длиннопериодных волн в широком диапазоне частот. Причиной является отсутствие четко выраженного уступа на оси

волновой трубки, при отражении волны от которого могли бы образоваться резонансные колебания.

Графики амплитудно-частотных характеристик для Сочи, Туапсе и атолла Мидуэй имеют общие характерные черты, что обусловлено сходством профилей дна. Графики имеют один пик; для уменьшения влияния тягуна реконструкцию в подобных портах следует производить таким образом, чтобы их собственные частоты переместились в области минимально возможного усиления амплитуд.

При более сложной морфометрии зоны трансформации длиннопериодных волн, как, например, у порта Батуми, амплитудно-частотная характеристика имеет и более сложную форму (см. рис. 2). Здесь наблюдаются максимумы на частотах $2{,}2 \cdot 10^{-2}$ и $6{,}3 \cdot 10^{-2}$ $с^{-1}$, между которыми расположен антирезонансный минимум на частоте $4{,}3 \cdot 10^{-2}$ $с^{-1}$. Появление минимума на графике амплитудно-частотной характеристики порта Батуми можно объяснить наличием области резкого подъема дна на подходах к порту (см. рис. 1).

Такая амплитудно-частотная характеристика порта Батуми позволяет несколько иначе, чем в предыдущих случаях, дать возможные рекомендации по уменьшению влияния длиннопериодных волн на акватории типа порта Батуми. Согласно расчетам, выполненным в Союзморниипроекте, Батумский порт имеет следующие периоды собственных колебаний: 174, 88, 57, 52 и 38 с [1]. Высшие гармоники обычно неустойчивы и соответствуют малым значениям на амплитудно-частотной характеристике. Значения двух основных гармоник хотя и не расположены в областях максимумов характеристики, однако для них существуют условия увеличения высот длиннопериодных волн более чем в 11 раз. Если же путем реконструкции порта «сдвинуть» собственные периоды колебаний акватории в область более высоких частот до значений периодов собственных колебаний 155 и 75 с, то можно добиться уменшения амплитуд колебаний вдвое.

Таким образом, степень защищенности портовых акваторий от длиннопериодных волн сильно зависит от морфометрических особенностей шельфа на подходах к портам. Шельфовая зона обладает свойством селективного усиления высоты длиннопериодных волн различного периода. Наличие «антирезонансных» участков на графике амплитудно-частотных характеристик позволяет сделать рекомендации по конструктивному изменению портовых акваторий с целью повысить их защищенность от длиннопериодных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бычков В. С., Стрекалов С. С. Морские нерегулярные волны. М., «Наука», 1971. 132 с.
2. Бретшнайдер К. Л. Рефракция, дифракция и отражение волн. — В кн.: Гидродинамика береговой зоны и эстуариев. Л., Гидрометеоиздат, 1970, с. 92—113.

Н. В. ХОХЛОВСКИЙ, Д. П. РУМЯНЦЕВ, А. Б. ПРОСКУРЯКОВ (ЛГМИ)

К ВОПРОСУ О ФОТОГРАММЕТРИИ ПОДВОДНЫХ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ СНИМКОВ

За последние годы в развитии широкоизвестных телевизионных методов и техники возникло новое направление, целью которого является получение количественных характеристик исследуемых объектов [1—4].

В настоящее время созданы и продолжают совершенствоваться телевизионные измерительные системы (ТВИС), применяемые при контроле различных производственных операций (например в приборостроении и металлургической промышленности) — для определения и контроля размеров деталей и изделий, контроля их формы и профиля, подсчета числа предметов, находящихся в поле зрения ТВ-камеры, для обнаружения видимых изменений структуры и контроля скорости перемещения объектов, измерения их площадей и решения других подобных задач [1—9].

В ТВИС для указанных целей используются монотелевизионные изображения. Измерения по ним могут выполняться в основном только при известных расстояниях до объекта. Созданы ТВИС, которые дают возможность определять линейные размеры объектов при изменении расстояния от объекта до ТВ-камеры [8].

Все большее применение находят космические ТВ-системы, особенно для получения ТВ-изображений Земли и планет [2, 3, 10, 11].

Космические фототелевизионные снимки (ФТВ-снимки) содержат ценную информацию для решения картографических, геологических и других задач. В СССР разработаны и внедрены в практику методы исследований и учета геометрических искажений ФТВ-снимков, а также их камеральной обработки, с целью составления схем дешифрирования, карт, фотосхем, фотопланов и определения площадей, размеров и планового положения объектов на земной поверхности [11]. Для калибровки ФТВ-снимков предложен способ, основанный на решении обратной фотограмметрической засечки по опорным точкам и контрольной сетке [12].

По ТВ-изображениям лунной поверхности, переданным с космического аппарата «Сервейер I», в результате фотограмметрической обработки были получены кроки топографических карт по-

верхности Луны [13]. Исследования по оценке точности геодезической привязки и определению геометрических искажений ТВ-снимков, полученных со спутников серии «Тирос», для измерительного дешифрирования выполнены в работе [14].

Анализ существующих ТВИС позволяет классифицировать их по способам измерений на следующие группы:

1. ТВ-системы с измерением электронного изображения на входе ТВИС [6, 7]. При таком процессе измерений исключаются ошибки, возникающие, например, в кабельной линии связи и видеоконтрольных устройствах (ВКУ) замкнутых ТВИС. В этом случае изображение на экране ВКУ может выполнять вспомогательную роль, а ВКУ использоваться как электронный видоискатель.

2. ТВИС с измерением изображения на экране ВКУ [5].

3. ТВИС с измерением фототелевизионного изображения (ФТВ-снимков). К ним относятся космические ТВ-системы.

ТВ-системы находят значительное применение в обеспечении разнообразных подводно-технических работ (поисковых, аварийно-спасательных, судовых, портовых и др.) и проведении различных подводных исследований [2, 15, 16].

Для этих целей разработаны подводные ТВ-установки, например типов ИОАН СССР [2]. Созданы специальные подводные ТВ-устройства, в частности ТВ-аппаратура для телеуправления подводным аппаратом «Краб» ИОАН [17], глубоководная ТВ-установка Экспериментально-конструкторского бюро промышленного рыболовства Минрыбхоза [18] для наблюдения за характером грунта, морскими животными и растениями и др. В Ленинградском гидрометеорологическом институте разработана, изготовлена и прошла опытную эксплуатацию комплексная подводная установка (КПУ) для биоакустических и гидрофизических исследований на шельфе [19]. Кроме гидроакустической и фотограмметрической аппаратуры в нее входит ТВ-аппаратура для визуального наблюдения изучаемых подводных объектов.

Сведения по применению ТВ-фотограмметрии в подводных исследованиях не известны. Однако с применением этого метода возможно получить ряд экспериментальных данных, которые могут быть использованы при исследованиях в интересах физической океанологии, морской геологии и геоморфологии, а также промысловой океанологии.

Ниже рассматривается возможность определения размеров и пространственного положения подводных объектов по их монотелевизионным снимкам, полученным путем фотографирования изображений объектов с экрана ВКУ. Исследования выполнены применительно к ТВ-аппаратуре, входящей в КПУ ЛГМИ [19].

Выбор для исследований метода по ФТВ-снимкам в данном случае обусловлен тем, что по сравнению с первыми двумя он является наиболее простым: здесь используется без изменения ТВ-аппаратура КПУ с применением фотокамеры.

Определение пространственного положения и размеров подводных объектов по их монотелевизионным изображениям

Подводная передающая ТВ-камера КПУ смонтирована в одном блоке со стереосъемочной аппаратурой и светильниками на неподвижной ферме, которая устанавливается на дне шельфа.

С помощью дистанционно управляемого поворотного устройства блок с ТВ- и стереосъемочной камерами может вращаться в горизонтальной плоскости на угол до 300° и изменять углы наклона оптических осей объективов в вертикальной плоскости на ±20°.

Блок с ТВ- и стереокамерой может быть отделен от фермы и поворотного устройства и применен в переносном варианте.

В ТВ-камере использован суперортикон ЛИ-207 и объектив «Мир-1» с фокусным расстоянием (для воздуха) 37 мм и полем зрения (для воздуха) 60°.

Приборы управления и контроля КПУ, включая телевизионный монитор и телевизор, размещаются в береговой лаборатории или на надводной платформе.

Перечисленные технические особенности и характеристики ТВ-аппаратуры КПУ позволяют производить дистанционное наблюдение и ТВ-фотосъемку в следующих вариантах:

1) гидроперспективная съемка, при которой оптическая ось передающей ТВ-камеры направлена под некоторым углом к плоскости истинного горизонта или расположена в его плоскости; при этом ТВ-камера закрепляется неподвижно относительно вертикальной оси;

2) секторная съемка с горизонтальным или с наклонным расположением оптической оси; выполняется при повороте ТВ-камеры вокруг вертикальной оси без взаимного перекрытия поля зрения камеры при получении смежных снимков;

3) панорамная съемка с горизонтальным или с наклонным расположением оптической оси; производится при вращении ТВ-камеры вокруг вертикальной оси с взаимным перекрытием поля зрения камеры при получении смежных снимков. (Первые три варианта съемки выполняются при стационарной постановке аппаратуры на ферме);

4) гидроплановая съемка с вертикальным расположением оптической оси передающей ТВ-камеры; возможна с применением ТВ-камеры в переносном варианте.

Системы координат

Рассмотрим поставленный вопрос применительно к гидроперспективной съемке. Для этого установим следующие системы координат (рис. 1).

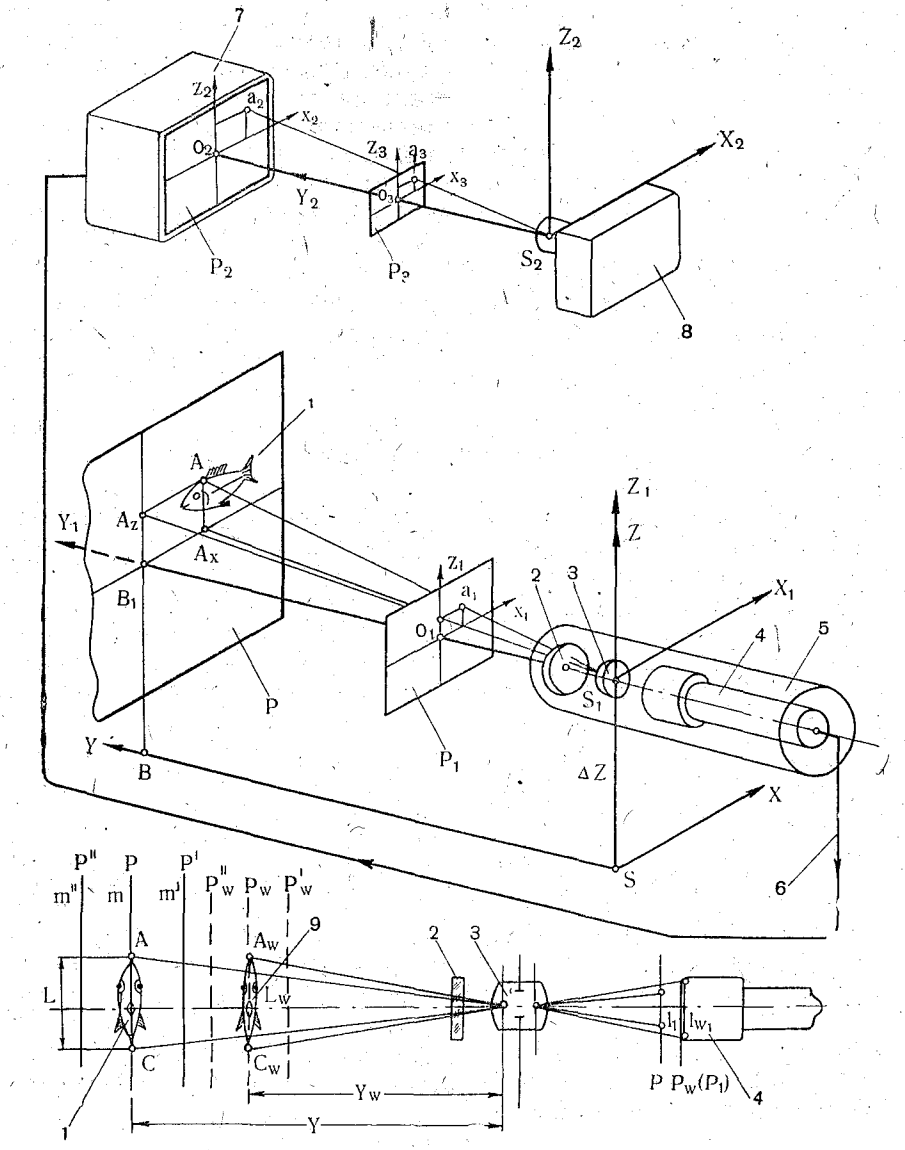


Рис. 1. Системы координат и схема телевизионной фотограмметрической съемки:

1 — объект сбемки; *2* — защитное стекло (иллюминатор); *3* — объектив; *4* — ЭЛТ; *5* — передающая ТВ-камера; *6* — кабельная линия связи; *7* — ВКУ; *8* — фотокамера; *9* — кажущееся положение объекта съемки в водной среде

За неподвижную прямоугольную систему координат, относительно которой будем определять положение объекта, примем систему SXYZ. Такой системой может быть геодезическая или другая, условно неподвижная. Плоскость XSY при этом параллельна плоскости истинного горизонта, ось SZ направлена вверх.

Телевизионную фотограмметрическую систему координат $S_1X_1Y_1Z_1$ установим относительно передающей ТВ-камеры. За начало координат S_1 примем центр зрачка входа оптической системы [20]. Ось S_1Y_1 совместим с напрвлением оптической оси объектива, ось S_1X_1 расположим перпендикулярно к ней; ось S_1Z_1 в этом случае будет перпендикулярна плоскости $X_1S_1Y_1$.

Система координат $S_1X_1Y_1Z_1$ подвижна и может занимать произвольное положение относительно системы $SXYZ$; связь между этими системами (правыми) выполняется через элементы внешнего ориентирования — угловые α, ω, $\varkappa$ и линейные ΔX, ΔY, ΔZ, где ΔX, ΔY, ΔZ здесь и в дальнейшем обозначают приращения координат [20].

Примем следующие плоские системы прямоугольных координат, связанные с изображением объектов:

1) $o_1x_1z_1$ — система координат в плоскости фотокатода, на котором проектируется оптическое изображение объекта;

2) $o_2x_2z_2$ — система координат на экране кинескопа (ВКУ), на котором формируется электронное изображение;

3) $o_3x_3z_3$ — система координат в плоскости снимка фотокамеры, на котором получается оптическое изображение объекта с помощью объектива S_2.

Изображения P_1 и P_3 на рис. 1 рассматриваются позитивными, как принято в фотограмметрии.

Точки o_1, o_2, o_3 — главные точки изображения. Их маркировка и определение положения в принятых плоских системах координат является одним из сложных вопросов ТВ-фотограмметрии.

Для ориентирования фотокамеры относительно экрана кинескопа целесообразно ввести систему координат $S_2X_2Y_2Z_2$. Началом координат S_2 в этой системе является центр зрачка входа объектива фотограмметрической камеры *8* (см. рис. 1). Оптическая ось объектива совмещена с осью S_2Y_2, которая направлена в главную точку o_2 экрана и перпендикулярна ему. Плоскость $X_2S_2Y_2$ расположена горизонтально, ось S_2Z_2 направлена вверх. Оси o_2x_2 и o_3x_3 изображений P_2 и P_3 лежат в плоскости $X_2S_2Y_2$.

Схема и формулы телевизионной фотограмметрической съемки с применением метода масштабных коэффициентов

Рассмотрим случай, когда точка A, принадлежащая подводному объекту *1* (см. рис. 1), расположена в предметной плоскости P, перпендикулярной оптической оси ТВ-камеры.

Систему координат $S_1X_1Y_1Z_1$ установим параллельно системе $SXYZ$ с координатами $S_1(o, o, \Delta Z)$; угловые элементы ориентиро-

вания при этом будут равны нулю, а оптическая ось расположится в плоскости YSZ и параллельно оси SY.

Найдем координаты X и Z точки A при известном расстоянии $SB=Y$.

Такую задачу целесообразно решать с применением метода масштабных коэффициентов, который заключается в следующем.

Предварительно определяется зависимость между расстоянием от точки S_1 до предметной плоскости и масштабным коэффициентом m. Для этого тест-объект, например в виде плоской масштабной сетки, устанавливается в водной среде на нескольких известных расстояниях от точки S_1 (практически от передней плоскости иллюминатора ТВ-камеры); изображение сетки фотографируется с экрана ВКУ и затем для этих расстояний определяется величина m по формуле

$$m = \frac{L_0}{l_0}, \tag{1}$$

где L_0 — размер тест-объекта (квадратов сетки) в натуре;

l_0 — размер его изображения на снимке.

В результате измерений и вычислений получается зависимость

$$m = F(Y). \tag{2}$$

Имея такую зависимость (в виде графика или таблицы) и измеряя на фотоснимке с изображением подводного объекта координаты x_3 и z_3 его характерных точек, расстояния до которых известны (в нашем случае до точки A), можно найти координаты этих точек в системе $SXYZ$ в плоскости P по формулам

$$\left.\begin{aligned} X &= mx_3 \\ Z &= mz_3 \end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

Для точки A $X_a = mx_3$; $Z_a = mz_3 + \Delta Z$.

Заменяя значения координат x_3 и z_3 их приращениями между координатами $x_3' z_3'$ и $x_3'' z_3''$ для двух точек на снимке с изображением объекта, получаем следующие соотношения:

$$X_2 - X_1 = m(x_3'' - x_3');$$

$$Z_2 - Z_1 = m(z_3'' - z_3')$$

или

$$\left.\begin{aligned} \Delta_q X &= m \cdot \Delta x_3 \\ \Delta_q Z &= m \cdot \Delta z_3 \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

которые дают возможность определить проекции размеров объекта на оси координат или его размер L в натуре по формуле

$$L = \sqrt{(\Delta_q X)^2 + (\Delta_q Z)^2}. \tag{5}$$

При отсутствии на снимке изображения главной точки и координатных меток значение L можно найти, измеряя l изображения объекта и используя m, по соотношению

$$L = ml. \tag{6}$$

Практически объект исследований является объемным и занимает при съемке некоторое пространство вдоль оптической оси. Вследствие этого (если при вычислениях применять масштабный коэффициент, соответствующий плоскости P) могут возникать ошибки в координатах положения и размерах объекта.

В таком случае можно применить следующий приближенный способ определения размеров и положения объекта. Исходя из его приблизительных размеров, получают значения масштабных коэффициентов как для предметной плоскости, так и для передней P' и задней P'' плоскостей пространства предметов, между которыми будет располагаться изучаемый объект при съемке (рис. 1), определяют приращения Δm масштабного коэффициента относительно его значения для плоскости P и вычисляют ошибки в координатах и размерах объекта.

Предположим, что часть трехмерного объекта находится у плоскости P'. Его изображение l' будет увеличенным по сравнению с изображением части объекта, расположенной в предметной плоскости. Истинный размер этой части следовало бы найти по масштабному коэффициенту m' для плоскости P'. При использовании для вычисления L величины m будем иметь

$$L = l'm = l'(m' + \Delta m') = l'm' + l' \cdot \Delta m',$$

т. е. вычисленный размер объекта будет больше истинного на $l' \cdot \Delta m'$.

Подобным образом можно найти размер L и ошибку в его определении для случая, когда часть объекта будет расположена в плоскости P'':

$$L = l''m = l''(m'' - \Delta m'') = l''m'' - l''\Delta m'',$$

т. е. вычисленный размер будет при этом меньше истинного.

Можно вычислить допустимые погрешности и установить границы вдоль оси Y, в пределах которых должен находиться объект при съемке, пользуясь при этом значением m.

Если методика подводной съемки и особенности объекта исследований позволят в ходе эксперимента установить его положение относительно плоскостей P' и P'', при вычислениях возможно применить коэффициенты m' и m'', что даст более точные результаты.

Предельные положения плоскостей P' и P'' удобно определять по графику $m = F(Y)$.

Метод масштабных коэффициентов позволяет находить значение m с учетом увеличения и искажений изображения объектов

под воздействием водной среды в натурных условиях исследований и погрешностей, возникающих в блоках ТВ-системы. При этом отпадает необходимость в определении фокусного расстояния ТВ-системы в целом, что представляет собой сложную задачу.

Для проведения телевизионной фотограмметрической съемки по рассмотренной схеме необходима разбивка подводного полигона с маркировкой системы координат $SXYZ$ опорными точками.

При съемке подводных объектов, в том числе масштабной сетки, из-за влияния различных факторов, даже при условии строгого внешнего ориентирования, масштабный коэффициент для предметной плоскости не остается постоянным. На его изменение оказывает влияние главным образом суммарная дисторсия, о чем будет сказано ниже.

Исходя из этого, зависимость (2) следует считать строгой только для части изображения в главной точке и вблизи нее.

Линейные размеры подводного объекта можно определять без фотографирования его ТВ-изображения, измеряя координаты x_2 и z_2 по изображению на экране ВКУ при помощи ТВИС, подобно устройству, показанному в работе [5].

О дисторсии ТВ-изображения подводного объекта

При телевизионной фотограмметрической съемке точность определения пространственного положения и размеров подводных объектов будет в значительной степени зависеть от геометрических искажений ТВ-изображения. Эти искажения, приводящие к нарушению подобия между предметом и изображением, можно назвать (по аналогии с аберрациями в оптических системах) дисторсией.

Дисторсия ТВ-изображения является сложной аберрацией из-за совместного влияния всех погрешностей, которые возникают в оптических, электронных и магнитных компонентах ТВ-системы [21]. Поэтому дисторсию ТВ-изображения подводного объекта рассматривают как суммарную, состоящую из следующих частных:

— оптической дисторсии объектива передающей ТВ-камеры;

— гидродисторсии, искажающей оптическое изображение, создаваемое в передающей ТВ-камере;

— электронной дисторсии замкнутой ТВ-системы, состоящей из передающей ТВ-камеры, кабельной линии связи, блока канала и ВКУ или телевизора;

— фотограмметрической дисторсии фотокамеры для съемки изображения с экрана ВКУ.

Каждая из них может быть симметричной и асимметричной формы с радиальными и тангенциальными составляющими. Особенно сложными являются геометрические искажения растра, которые появляются от погрешности в процессе развертки в передающей и приемной ЭЛТ.

Суммарную дисторсию возможно далее разделить на дисторсию, являющуюся следствием систематических погрешностей, и дисторсию, возникающую от случайных помех.

К систематической дисторсии относятся оптическая и фотограмметрическая и, по-видимому, основная составная часть гидро- и электронной дисторсии.

Случайная дисторсия появляется от влияния флуктуаций показателя преломления при изменении температуры и солености водной среды, из-за нестабильности питающего напряжения и отклоняющих токов развертки, от импульсных и высокочастотных помех и т. д.

При исследовании суммарной дисторсии необходимо выделить ее систематическую составляющую с целью последующего учета в виде поправок в измеряемые кординаты и оценить значение ее случайной составляющей.

Для изучения суммарной дисторсии во время выполнения экспедиционных работ в 1974 г. [19] была произведена фототелевизионная съемка масштабной сетки на воздухе и под водой с одновременным определением масштабных коэффициентов.

Экспериментально установлено, что масштаб электронного изображения при ТВ-наблюдении как надводных, так и подводных объектов практически не изменяется. Измерения производились по изображению калибровочного штриха, нанесенного на фотокатод передающей ЭЛТ.

При наблюдении подводных объектов значительно снижается четкость и контраст их ТВ-изображений, что приводит к дополнительным ошибкам при камеральной обработке ФТВ-снимков.

Для практического учета влияния суммарной дисторсии на координаты и размер ТВ-изображения в результате камеральной обработки снимков с изображением масштабной сетки было исследовано изменение масштабных коэффициентов по полю кадра.

С этой целью изображения квадратов сетки измерялись по схеме (рис. 2). Определялись расстояния между соседними узлами сетки l_{ij} и по формуле

$$m_{ij} = \frac{L_0}{l_{ij}} \qquad (7)$$

вычислялись масштабные коэффициенты для различных участков снимка (узлов сетки). Полученные значения m сведены в таблицу. Для примера взяты результаты измерений снимков сетки при расстоянии от плоскости сетки до объектива ТВ-камеры, равном 2 м; размер квадрата сетки в натуре — 100 мм.

Как видно из таблицы, на одном и том же участке снимка значения m не одинакова для различных направлений. На рис. 3 показаны графики изменения m для двух сечений снимков — горизонтального и вертикального. Эти сечения выбраны по тем соображениям, что узлы сетки по направлениям 27—21 и 47—6 (см.

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА

рис. 2) при съемке на воздухе расположены в тех же сечениях на снимке, что и узлы сетки 29—33 и 46—23 при съемке в воде. Графики построены по данным таблицы.

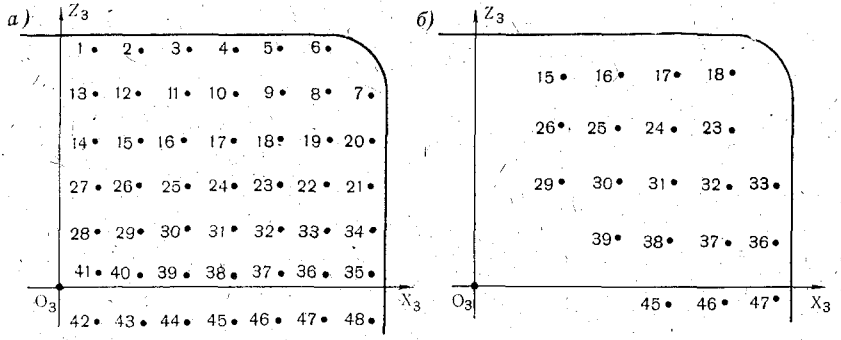


Рис. 2. Схема расположения на снимке изображения узлов масштабной сетки на воздухе (*а*) и в водной среде (*б*)

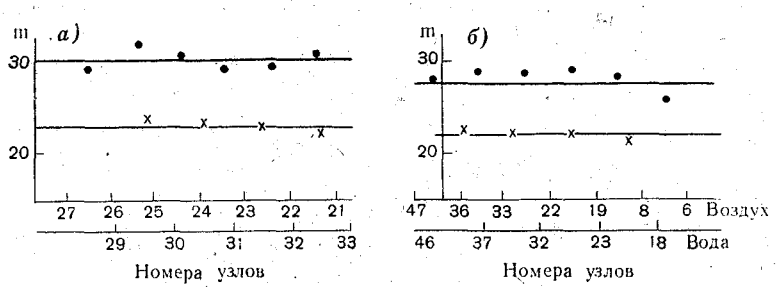


Рис. 3. График изменения масштабных коэффициентов в горизонтальном (*а*) и вертикальном (*б*) направлениях

На графиках нанесены линии средних значений масштабных коэффициентов для заданных сечений. Для горизонтального сечения получены значения $m_{ср}$, равные при съемке на воздухе 30,4 и в воде — 23,6, для вертикального сечения $m_{ср}$ на воздухе — 27,4 и в воде — 22,1.

Графики изменения m по существу представляют собой в неявной форме графики суммарной дисторсии.

Для более точного вычисления координат положения и размеров подводного объекта по методике, рассмотренной выше, следует пользоваться таблицами и графиками по приведенной форме, рассчитанными и построенными для заданных расстояний от объекта до ТВ-камеры. Значение m при этом следует выбрать для участка снимка, в котором расположено необходимое изображение объекта.

Определение масштабных коэффициентов m в зависимости от расположения изображения объекта по полю кадра (расстояние до плоскости наведения 2 м)

Номера узлов сетки	m для воздуха	m для воды	Номера узлов сетки	m для воздуха	m для воды
1—2	30,5	—	41—42	28,8	—
2—3	30,5	—	28—41	28,4	—
3—4	29,4	—	27—28	28,7	—
4—5	30,7	—	14—27	28,6	—
5—6	29,7	—	13—14	28,6	—
6—7					
7—8	28,9	—	1—13	25,3	—
8—9	29,2	—	40—43	28,7	—
9—10	29,7	—	29—40	28,7	—
10—11	30,5	—	26—29	28,6	22,8
11—12	30,2	—	15—26	28,7	21,7
12—13	30,7	—	12—15	28,1	—
14—15	30,2	—	2—12	25,5	—
16—17	31,1	23,4	39—44	29,4	—
17—18	29,2	22,5	30—39	28,3	23,2
18—19	29,7	—	25—30	29,1	21,2
19—20	29,4	—	16—25	28,3	21,5
20—21			11—16	28,1	—
21—22	30,3	—	3—11	25,9	—
22—23	29,8	—	38—45	29,3	22,7
23—24	29,4	22,4	31—38	28,1	22,2
24—25	30,7	23,0	24—31	28,9	21,5
25—26	31,4	23,5	17—24	28,7	21,3
26—27	29,8	—	10—17	28,3	—
27—28			4—10	25,3	—
28—29	29,4	—	37—46	28,7	22,9
29—30	31,6	24,3	32—37	28,4	21,9
30—31	29,8	23,3	23—32	29,0	21,9
31—32	31,0	23,0	18—23	28,5	21,4
32—33	29,8	23,0	9—18	28,3	—
33—34	29,4	—	5—9	25,4	—
34—35			36—47	28,1	22,3
35—36	29,4	—	33—36	29,3	22,2
36—37	30,0	22,7	22—33	28,7	—
37—38	30,0	21,6	19—22	29,1	—
38—39	31,0	22,7	8—19	28,2	—
39—40	30,6	—	6—8	25,5	—
40—41	30,4	—	35—48	28,9	—
41—42			34—35	28,4	—
42—43	31,4	—	21—34	28,7	—
43—44	29,7	—	20—21	29,4	—
44—45	31,8	—	7—20	28,6	—
45—46	30,0	22,6			
46—47	31,1	22,9			
47—48	29,2	—			

Проведенные исследования дают возможность рекомендовать телевизионную фотограмметрическую съемку для использования при решении ряда океанологических задач, когда требуется знать размер и координаты положения подводных объектов. Этот метод, основанный на измерении монотелевизионного изображения, является приближенным.

Наиболее точное определение пространственных координат, размеров и формы подводных объектов возможно с использованием телевизионной стереофотограмметрической съемки, однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки настоящей статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Телевизионные методы и устройства отображения информации. Под ред. М. И. Кривошеева. М., «Сов. радио», 1975.
2. Кондратьев А. Г., Лукин М. И. Техника промышленного телевидения. Лениздат, 1970.
3. Телевидение. Под ред. М. В. Антипина. М., «Сов. радио», 1974. «Библиотека радиоинженера», вып. 13.
4. Полоник В. С. Телевизионные автоматические устройства. М., «Связь», 1974.
5. Суминов В. М. и др. Телевизионный измеритель линейных и угловых размеров. — «Техника кино и телевидения». 1975, № 8, с. 61—63.
6. Быков Р. Е. и др. Телевизионный измеритель линейных размеров. — «Техника кино и телевидения». 1972, № 9, с. 51—54.
7. Пунгер В. А. Телевизионные системы для измерений. — «Техника кино и телевидения». 1974, № 1, с. 52—56.
8. Пунгер В. А. Телевизионные измерительные системы с оптическим преобразованием изображения. — «Техника кино и телевидения». 1975, № 2, с. 58—61.
9. Джакония В. Е. и др. Измерение координат объектов ТВ-методами. — «Техника кино и телевидения». 1972, с. 60—63.
10. Брацлавец П. Ф., Росселевич И. А., Хромов Л. И. Космическое телевидение. М., «Связь», 1973.
11. Космическая фотосъемка и геологические исследования. Под ред. Г. Б. Гонина и С. И. Стрельникова. Л., «Недра», 1975.
12. Лобанов А. Н. Калибровка фототелевизионных снимков. — «Геодезия и картография». 1975, № 12, с. 36—40.
13. Batson R M. Surveyor Spacecraft Television Photogrammetry. «Photogr. Eng.», 1967, vol. XXXIII, No. 12, pp. 1365—1372.
14. Гонин Г. Б., Шустова Л. Н. Исследования геометрических искажений телевизионных снимков, переданных со спутников «Тирос». В кн.: Вопросы фотограмметрии. М.—Л., «Наука», 1965, с. 76—87.
15. Современное состояние и перспективы развития подводного телевидения. Экспресс-информация «Подводно-технические, водолазные и судоподъемные работы». М., 1974, № 11, с. 4—8. (ВИНИТИ).
16. Калмыкова Е. П., Шабалин В. Н. Фото-, кино-, телевизионная техника для подводной съемки. — «Промысловая океанология», 1974, серия 9, вып. 7. (ЦНИИТЭИРХ).
17. Ястребов В. С. Телеуправляемые подводные аппараты (с манипуляторами). Л., «Судостроение», 1973.
18. Информация в ц. о. «Правда» от 19.04.1972.

19. Видеоакустическая подводная установка и опыт ее использования в биоакустических и гидрофизических исследованиях на шельфе. Тезисы Первой Дальневосточной конференции «Человек и океан», Владивосток, 1974, ч. II, с. 178—181. Авт.: В. Х. Бурнашов, Д. П. Румянцев, И. И. Сизов, Н. В. Хохловский.

20. Русинов М. М. Инженерная фотограмметрия. М., «Недра», 1966.

21. Kam N. Wong. Geometric Calibration of Television Systems for Photogrammetric Applications. USA, Illinois, University of Illinois, 1968.

Б. Н. БЕЛЯЕВ, М. В. КУЦЕВА (ЛГМИ)

НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИИ, СОДЕРЖАЩЕЙСЯ В ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОСОБИЯХ ДЛЯ ОКЕАНОВ

В настоящее время издано довольно большое количество гидрометеорологических пособий для океанов и морей, содержащих сведения о характеристиках различных элементов: ветра, волнения, течения и т. д. Приводимые в пособиях величины имеют смысл оценок средних многолетних значений соответствующих характеристик при тех или иных периодах усреднения. Отнесенные к определенным точкам (районам), эти значения образуют некоторое распределение на рассматриваемой акватории, анализ свойств которого может быть выполнен статистическими методами. Применение этих методов позволяет решать задачи следующих двух типов:

I. Выявление закономерностей пространственного распределения средних многолетних характеристик элементов.

II. Оценка степени достоверности информации, содержащейся в пособиях.

Пример решения задачи типа I дан в работе [1], где на основе рассматриваемого подхода получены интересные результаты. В настоящей работе такой подход использован для исследования связи между характеристиками поверхностного течения и ветра в океане. С этой целью по «розе» течений, приводимой в пособии [3] в каждом пятиградусном квадрате освещаемой акватории, были найдены две величины:

— средний модуль вектора скорости течения

$$M_{\text{т}} = \sum_{i=1}^{n} P_i w_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

где w_i — скорость течения данного направления;

P_i — повторяемость вектора скорости течения данных величины и направления;

— среднеквадратическое отклонение, характеризующее временную изменчивость течения в данном квадрате,

$$\sigma_{\text{т}} = \sqrt{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}, \tag{2}$$

где

$$\sigma_u^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i u_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} P_i u_i \right)^2;$$

$$\sigma_v^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i v_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} P_i v_i \right)^2;$$

u_{ij}, v_{ij} — проекции вектора скорости течения на меридиан и параллель, соответственно.

Таким же образом найдены аналогичные величины для ветра по пособию [2] ($M_{в1}$, $\sigma_{в1}$) и отдельно по пособию [5] ($M_{в2}$, $\sigma_{в2}$).

Поскольку в пособии [5] приведены значения среднесезонных характеристик и пространственная подробность данных меньше, то путем усреднения ежемесячных значений $M_т$, $\sigma_т$ и $M_{в1}$, $\sigma_{в1}$ по каждому сезону и по зонам и районам пособия [5] были получены соответствующие величины, пространственно-временная подробность распределения которых соответствует подробности распределения величин $M_{в2}$, $\sigma_{в1}$.

Далее по общеизвестным формулам находились оценки коэффициентов корреляции $r_{м1}$ и $r_{м2}$ между величинами $M_т$, $M_{в1}$ и $M_т$, $M_{в2}$, соответственно, и $r_{\sigma 1}$ и $r_{\sigma 2}$ между $\sigma_{т1}$, $\sigma_{в1}$ и $\sigma_т$, $\sigma_{в2}$. При этом каждая пара величин относилась к одному и тому же району, а оценки находились отдельно для каждого сезона.

Результаты расчетов приведены на рисунке — графики *а* и *б*, где по оси абсцисс показаны сезоны, а значения коэффициентов корреляции для наглядности представлены сплошными линиями (в действительности эти значения в промежуточных точках не определены).

Учитывая, что количество соответствующих пар значений при расчете каждого коэффициента корреляции сравнительно невелико (18), можно считать, как это следует из графиков, что корреляция между среднесезонными значениями скоростей течения и ветра, а также характеристиками их изменчивости ($\sigma_т$, $\sigma_в$), отнесенными к одному и тому же району, практически отсутствует.

Полученный результат позволяет сделать следующие предположительные выводы:

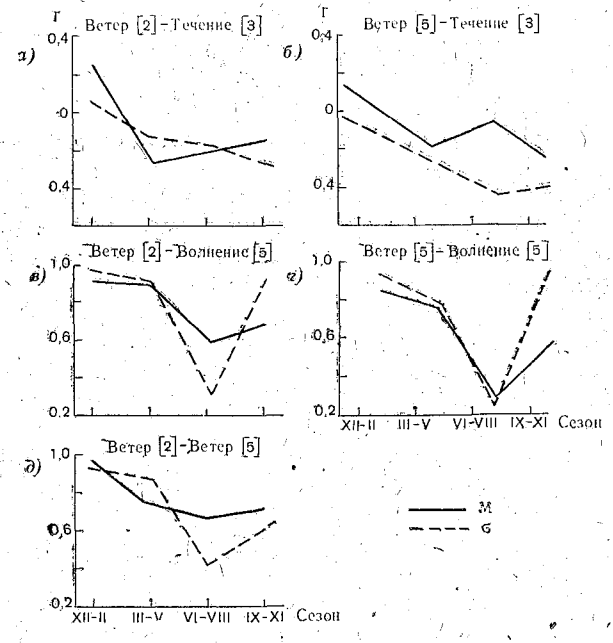
1. Средняя скорость поверхностного течения в данном районе в малой степени зависит от средней скорости ветра в том же районе.

2. Степени изменчивости поверхностного течения и ветра в одном и том же районе слабо связаны друг с другом.

Заметим, что по своему смыслу эти выводы согласуются со сделанным ранее из других соображений предположением об относительно слабой роли ветра в формировании течения [6].

Возникает вопрос, в какой мере сформулированные выводы можно считать достоверными. Поскольку одним из факторов, в значительной мере определяющим степень такой достоверности,

является количество использованной информации, то появляется необходимость в решении задачи типа II. В данном случае такое решение может быть получено следующим путем.



Зависимость коэффициентов корреляции модулей M и среднеквадратических отклонений σ. (В скобках указаны литературные источники, данные из которых использованы при расчетах)

Из самых общих физических соображений следует, что степень связи между соответствующими статистическими характеристиками ветра и ветрового волнения достаточно высока. Поэтому, если по данным пособия [5] рассчитать в каждом квадрате:

— среднесезонное значение средней высоты волны

$$M_h = \sum_{i=1}^{m} q_i h_{\text{ср}\,i}, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{3}$$

— среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_h = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} q_i h_{\text{ср}\,i}^2 - M_h} \tag{4}$$

(q_i — повторяемость волнения со средней высотой $h_{\text{ср}\,i}$) и оценить, подобно предыдущему, коэффициенты корреляции между $M_{\text{в}}$, M_h

и $\sigma_в$, σ_h, то близость полученных оценок к 1 будет указывать на достаточно высокую достоверность представленной в пособиях информации о ветре и волнении. Результаты такой оценки показаны на графиках *в* и *г* (данные о ветре — из пособий [2] и [5], соответственно). Из графиков следует, что для зимнего и весеннего, — а в меньшей степени и для осеннего — сезонов коэффициенты корреляции высоки. Последнее позволяет считать соответствующую информацию, приводимую в обоих пособиях, репрезентативной. Однако для летнего сезона эти коэффициенты малы. Это можно объяснить, видимо, тем, что данный сезон отличается сравнительно слабыми ветрами и волнением, в связи с чем существенно возрастает относительный «вклад» случайных ошибок наблюдений и вычислений, результаты которых использованы при составлении пособий.

Обращает внимание почти тождественный характер одинаковых по смыслу кривых, показанных на графиках *в* и *г*. Это позволяет предположить, что качество информации о ветре, содержащееся в пособиях [2, 5], примерно одинаково. Данный вывод подтверждается графиком *д*, на котором приведены коэффициенты корреляции между соответствующими величинами для ветра ($M_{в1}$, $M_{в2}$ и $\sigma_{в1}$, $\sigma_{в2}$).

Таким образом, с большой вероятностью можно считать, что представленные в пособиях [2, 5] данные о ветре обладают достаточно высокой степенью достоверности (кроме данных, относящихся к летнему сезону), т. е. полученные с их помощью оценки величин $M_в$ и $\sigma_в$ можно рассматривать в качестве репрезентативных.

К сожалению, получить подобным образом суждение о качестве пособия по течениям [3] невозможно. В связи с этим сделанный выше вывод о слабой взаимосвязи поверхностного течения и ветра носит не окончательный характер, так как полученный результат (малые значения коэффициентов корреляции) может быть, вообще говоря, объяснен низким качеством представленных в пособии [3] данных о течениях. Косвенным доводм в пользу определенной репрезентативности пособия [3] служит то, что по данным пособия [3] были рассчитаны статистические характеристики «постоянных» (т. е. усредненных) течений [4], использование которых при решении навигационной задачи оценки точности плавания судов дает величины в основном совпадающие с оценками, полученными другими способами (без привлечения данных пособия).

Разумеется, предварительный характер выводов, сделанных выше, свидетельствует о том, что статистическая обработка представленной в пособии информации позволяет не столько получать окончательные ответы на те или иные вопросы, сколько стимулировать саму постановку подобных вопросов (например, о степени связи между ветром и течением и изменчивостью каждого из этих элементов). Думается, что уже одно это свойство такого подхода оправдывает его применение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агафонова Е. Г., Монин А. С. Статистика температуры и солености Атлантики. — «ДАН», т. 207, № 3, 1972, с. 586—588.

2. Атлас климатических данных северной части Атлантического океана. Л., 1959. 270 с. (УНГС ВМФ).

3. Атлас поверхностных течений северной части Атлантического океана. Л., 1967. 12 с. (УНГС ВМФ).

4. Беляев Б. Н. Вероятностные характеристики морских течений, необходимые для решения некоторых задач судовождения. — «Межведомственный сб. ЛПИ», 1976, вып. 59, с. 91—98.

5. Ветер и волны в океанах и морях. Справочные данные. Л., «Транспорт», 1974. 358 с.

6. Новицкий А. Г., Озмидов Р. В. Всесоюзный семинар по численным методам решения задач динамики океана. — «Океанология», 1975, т. 14. № 4, с. 763—764.

В. Р. ФУКС, Л. П. ЯКУШКИНА (ЛГУ)

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ БАРОТРОПНОГО ОКЕАНА КАК КРУПНОМАСШТАБНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Во многом дискуссионным остается вопрос о возможности возбуждения в океане движений синоптического масштаба под непосредственным воздействием атмосферных процессов; имеется в виду не локальное воздействие на океан полей ветра и атмосферного давления (ветровые течения, гравитационные волны и пр.), а крупномасштабное взаимодействие океана и атмосферы как колебательных динамических систем. В свободных колебаниях таких масштабов должны доминировать волны Россби, а вынужденные колебания во многом определяться резонансными эффектами. Однако резонансный механизм генерации крупномасштабных волн в океане атмосферными возмущениями в ряде работ [2, 4] отрицается из-за того, что характерные масштабы атмосферных возмущений (10^3 км) превосходят океанические (10^2 км). Это утверждение основано на оценках пространственных масштабов синоптических возмущений в океане, полученных по наблюдениям за течениями на полигонах автономных буйковых станций. Другие исследования, например результаты статистического анализа трехлетних наблюдений над полем поверхностной температуры воды в системе вод Куросио, свидетельствуют о наличии волновых внутримесячных возмущений с горизонтальными масштабами порядка 10^3 км [5]. Такие оценки позволяют предполагать возможность резонансного механизма возбуждения в океане движений синоптического масштаба.

В настоящей статье оцениваются передаточные функции баротропного океана как крупномасштабной динамической системы, т. е. те потенциальные возможности движения, которые могут быть реализованы в океане при соответствующем спектре внешних массовых сил.

Передаточные функции следующим образом связывают амплитудные пространственно-временные спектры гидродинамических характеристик и внешних массовых сил [5]:

$$\overline{\zeta} = \Pi_x \overline{F}_x + \Pi_y \overline{F}_y; \tag{1}$$

$$\overline{U} = \Pi_{Ux} \overline{F}_x + \Pi_{UY} \overline{F}_Y; \tag{2}$$

$$\overline{V} = \Pi_{Vx} \overline{F}_x + \Pi_{VY} \overline{F}_Y, \tag{3}$$

где ζ — отклонение уровня моря от равновесного положения;
U, V — проекции вектора скорости течения на оси OX и OY, соответственно;
F_x, F_y — проекции внешней массовой силы на оси OX и OY.

Черта означает образ Фурье. $\overline{\zeta}$, $\overline{U}$, $\overline{V}$, $\overline{F}_x$, $\overline{F}_y$ являются функциями k, n, σ, где k, n — проекции волнового числа соответственно на оси OX и OY, σ — частота волны. Π с индексом означает соответствующую передаточную функцию, зависящую также от аргументов k, n, σ.

Если вынуждающая сила имеет потенциал Q, то выражения (1)—(3) примут вид:

$$\overline{\zeta} = \Pi_\zeta \overline{Q}; \tag{4}$$

$$\overline{U} = \Pi_U \overline{Q}; \tag{5}$$

$$\overline{V} = \Pi_V \overline{Q}, \tag{6}$$

где

$$\Pi_\zeta = i(k\Pi_x + n\Pi_y);$$

$$\Pi_U = i(k\Pi_{Ux} + n\Pi_{UY});$$

$$\Pi_V = i(k\Pi_{Vx} + n\Pi_{VY}).$$

В дальнейшем будем считать силы потенциальными. Приведем выражения для соответствующих передаточных функций:

$$\Pi_\zeta = \frac{-D + \omega^2/gH}{gD}; \tag{7}$$

$$\Pi_U = -\frac{1}{\omega}\left(\frac{k\sigma}{\omega} - in\right)(g\Pi_\zeta + 1); \tag{8}$$

$$\Pi_V = -\frac{1}{\omega}\left(\frac{n\sigma}{\omega} + ik\right)(g\Pi_\zeta + 1); \tag{9}$$

$$D = k^2 + n^2 + \beta k/\sigma + \omega^2/gH - i2\beta n/\omega, \tag{10}$$

где ω — параметр Кориолиса;

$\beta = \frac{d\omega}{dy}$;

g — ускорение силы тяжести;

H — глубина моря.

Передаточные функции Π_ζ, Π_U, Π_V — комплексные функции. Представим их в виде $\Pi = |\Pi| \cdot e^{i\varphi}$,

где $|\Pi| = \sqrt{(\mathrm{Re}\,\Pi)^2 + (\mathrm{Im}\,\Pi)^2}$ — модуль, а

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathrm{Im}\,\Pi}{\mathrm{Re}\,\Pi} \text{ — аргумент.}$$

Модуль $|\Pi|$ содержит информацию о распределении по частотам и волновым числам отношения амплитуд входного и выходного процессов рассматриваемой модели. Его иногда называют коэффициентом усиления. Аргумент φ определяет разность фаз процессов на входе и выходе для соответствующих k, n, σ. Модули и аргументы передаточных функций можно представить следующими выражениями:

$$|\Pi_\zeta| = \frac{1}{g}\sqrt{1 + \frac{\omega^2/gH\,(\omega^2/gH - 2A)}{|D|}}; \tag{11}$$

$$|\Pi_U| = \frac{\omega}{gH|D|}\sqrt{\left(\frac{\sigma k}{\omega}\right)^2 + n^2}; \tag{12}$$

$$|\Pi_V| = \frac{\omega}{gH|D|}\sqrt{\left(\frac{\sigma n}{\omega}\right)^2 + k^2}; \tag{13}$$

$$\arg\Pi_\zeta = \mathrm{arctg}\,\frac{\omega^2 B/gH}{-|D|^2 + \omega^2 A/gH}; \tag{14}$$

$$\arg\Pi_U = \mathrm{arctg}\,\frac{-k\sigma B + n\omega A}{-(k\sigma A + n\omega B)}; \tag{15}$$

$$\arg\Pi_V = \mathrm{arctg}\,\frac{-(n\sigma B + k\omega A)}{-n\sigma A + k\omega B}. \tag{16}$$

Из выражений (11)—(16) вытекают следующие простые свойства передаточных функций:

$$|\Pi(k, n, \sigma)| = |\Pi(k, -n, \sigma)|; \tag{17}$$

$$\arg\Pi_{\zeta, U}(k, n, \sigma) = 2\pi - \arg\Pi_{\zeta, U}(k, -n, \sigma); \tag{18}$$

$$\arg\Pi_V(k, n, \sigma) = 3\pi - \arg\Pi_V(k, -n, \sigma), \tag{19}$$

которые свидетельствуют о том, что движения восточного и западного направлений носят существенно различный характер.

Модули передаточных функций обладают особыми точками при $|D| = 0$. Выражение

$$|D| = \sqrt{(k^2+n^2+\beta k/\sigma+\omega^2/gH)^2+(2\beta n/\omega)^2} \tag{20}$$

обращается в 0 только при

$$\begin{cases} n=0 \\ k^2+\beta k/\sigma+\omega^2/gH=0. \end{cases} \tag{21}$$

Выражение (20) представляет собой известное дисперсионное соотношение для свободных зональных баротропных волн Россби, которое в случае нейтральных волн (k, n — вещественные) может быть записано относительно k

$$k_{10,\,20} = -\frac{\beta}{2\sigma} \mp \sqrt{\frac{\beta}{4\sigma^2} - \frac{\omega^2}{gH}}. \tag{22}$$

Так как числители выражений (11)—(13) в точках (k_{10}, 0) и (k_{20}, 0) не обращаются в 0, то модули Π_ζ, Π_U, Π_V имеют в них особенности типа «полюс» и могут принимать сколь угодно большие значения. Физически это означает, что в рамках модели крупномасштабной реакции баротропного неограниченного по горизонтали океана на внешнее воздействие будет происходить резонансное возбуждение зональных баротропных дивергентных волн Россби.

Рассмотрим некоторые предельные свойства передаточных функций.

1. Бездивергентные волновые движения ($H \to \infty$) возникнуть не могут.

$$|\Pi_\zeta| = \frac{1}{g}; \quad \arg \Pi_\zeta = 180^\circ; \quad |\Pi_U| = |\Pi_V| = 0.$$

В этом случае возможно только статическое изменение уровня.

2. Зональные волновые движения ($n=0$) имеют следующие передаточные функции:

$$|\Pi_\zeta| = \frac{|k(k+\beta/\sigma)|}{g|D|};$$

$$|\Pi_U| = \frac{|k|\sigma}{gH|D|};$$

$$|\Pi_V| = \frac{|k|\omega}{gH|D|}.$$

На рис. 1 приведен график $|\Pi_\zeta|$ в окрестности k_{10}. Такое распределение характерно для функций $|\Pi_\zeta|$, $|\Pi_U|$, $|\Pi_V|$ около точек k_{10}, k_{20}. Бесконечный экстремум соответствует резонансу.

Заметим, что $\dfrac{|\Pi_U|}{|\Pi_V|} = \dfrac{\sigma}{\omega}$.

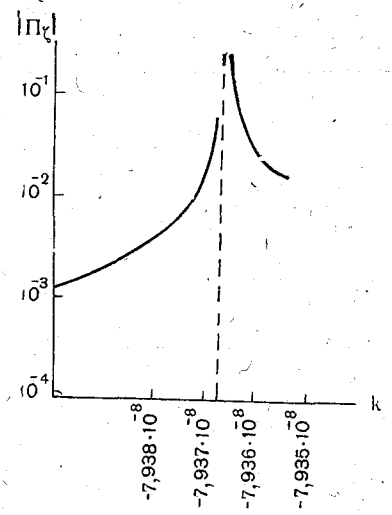


Рис. 1. Одномерный спектр $|\Pi_\zeta|$ в окрестности $k = -7{,}93658\ldots\cdot 10^{-8}$ см$^{-1}$; ($\sigma = 2{,}5\cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$; $n = 0$)

Так как $\sigma < \omega$, то очевидно, что в зональных вынужденных волнах Россби, как и в свободных, существенно преобладание меридианальной составляющей скорости течения.

Таблица 1

Значения аргументов передаточных функций в различных диапазонах оси $n=0$

k	$\arg \Pi_\zeta$, град	$\arg \Pi_U$, град	$\arg \Pi_V$, град
$< -\dfrac{\beta}{\sigma}$	180	0	90
$-\dfrac{\beta}{\sigma} \leqslant k < k_1$	0	0	90
$k_1 < k < k_2$	180	180	270
$k_2 < k < 0$	0	0	90
$0 < k$	180	180	270

Данные табл. 1 свидетельствуют о том, что возбуждаемые зональные волны носят стоячий характер с разным в различных интервалах волновых чисел направлением вращения течений.

3. Меридиональные волновые движения ($k=0$) характеризуются следующими соотношениями:

$$|D|=\sqrt{(n^2+\omega^2/gH)^2+(2\beta n/\omega)^2}\,;$$

$$|\Pi_\zeta|=\frac{1}{g}\sqrt{1+\frac{\omega^2/gH(\omega^2/gH-2n^2)}{|D|^2}}. \qquad (23)$$

Как следует из соотношения (23), резонанс невозможен. При $|n|=\frac{2\beta}{\omega}$ $|\Pi_\zeta|=0$, а при $|n|<\frac{2\beta}{\omega}=4\cdot10^{-9}$ см$^{-1}$ $|\Pi_\zeta|\in\mathrm{Im}$.

Следовательно, вынужденные волны Россби меридионального направления при $|n|<4\cdot10^{-9}$см$^{-1}$ не возникают. Фазы возникающих волн могут быть различными:

$$\arg\Pi_\zeta=\operatorname{arctg}\frac{2\omega\beta/gH}{-n(n^2+\omega^2/gH+(2\beta/\omega)^2)}. \qquad (24)$$

Передаточные функции течения имеют следующий вид:

$$|\Pi_U|=\frac{\omega|n|}{gH|D|}\,; \qquad (25)$$

$$\arg\Pi_U=\operatorname{arctg}\frac{(n^2+\omega^2/gH)\omega}{-2\beta n}\,; \qquad (26)$$

$$|\Pi_V|=\frac{\sigma|n|}{gH|D|}\,; \qquad (27)$$

$$\arg\Pi_V=\operatorname{arctg}\frac{-2\beta n}{-\omega(n^2+\omega^2/gH)}. \qquad (28)$$

Как видно из уравнений (25) и (27), в меридиональных вынужденных волнах Россби, так же как и в свободных, зональная скорость существенно превосходит меридиональную.

4. Волновые движения при $|k|\simeq|n|$:

$$|\Pi_U|\simeq|\Pi_V|\simeq\frac{\omega|n|}{gH|D|}\,;$$

$$\arg\Pi_U\simeq\operatorname{arctg}\frac{\omega nA}{(k\sigma A+n\omega B)}\,;$$

$$\arg\Pi_V\simeq\operatorname{arctg}\frac{k\omega A}{-n\sigma A+k\omega B}.$$

Волновые движения, у которых составляющие волнового числа по модулю равны, имеют равные модули составляющих скорости, а аргументы их равны, если направление распространения волн северо-восточное или юго-западное, или отличается на 180°, если направление волн северо-западное и юго-восточное.

Были рассчитаны двумерные передаточные функции по формулам (11)—(16) при следующих значениях параметров:

$\sigma = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$ ($T = 30$ сут);

$H = 5 \cdot 10^5$ см;

$\beta = 2 \cdot 10^{-13}$ см$^{-1} \cdot$ с$^{-1}$;

$\omega = 10^{-4}$ с$^{-1}$;

$k = \pm 10^{-6}$; $\pm 10^{-7}$; $\pm 10^{-8}$; $\pm 10^{-9}$; $\pm 10^{-10}$; 0;

$n = \pm 10^{-6}$; $\pm 10^{-7}$; $\pm 10^{-8}$; $\pm 10^{-9}$; $\pm 10^{-10}$; 0.

Оценим по формулам (4)—(6) модули передаточных функций в пределах, в которых Π_ζ, Π_U, Π_V представляют практический интерес. Для этого в качестве оценки снизу примем для уровня 1 см, для течения 1 см$\cdot$с$^{-1}$. Оценку потенциала силы будем считать равной 10^2 см$^2 \cdot$ с$^{-2}$. Она характерна как одна из наименьших оценок потенциала тангенциального напряжения ветра, приложенного к верхнему активному слою, потенциала силы градиента давления [1, 3, 6] и долгопериодной составляющей приливообразующей силы. При таких оценках модули передаточных функций должны быть не меньше 10^{-2} с$^2 \cdot$см$^{-1}$ для уровня и 10^{-2} с$\cdot$см$^{-1}$ для течения. Результаты расчета показывают различия в спектрах передаточных функций для поля положительных и отрицательных значений зональных составляющих волнового числа. Выделяется область в плоскости (k, n), ограниченная кривой, описываемой уравнением (20), которое является вещественной частью дисперсионного соотношения свободных дивергентных баротропных волн Россби и описывает окружность в поле волновых чисел $(k < 0)$ с центром в точке $\left(-\frac{\beta}{2\sigma}, 0\right)$ и радиусом $\left|\frac{\beta^2}{4\sigma^2} - \frac{\omega^2}{gH}\right|^{\frac{1}{2}}$.

Чтобы исследовать закономерности изменения передаточных функций около дисперсионной кривой, был проведен расчет с меньшим шагом по k. Результаты показали, что наблюдается тенденция к увеличению модуля передаточных функций в поле волновых чисел в направлении к дисперсионной кривой (рис. 2). Причем наибольшее значение передаточные функ-

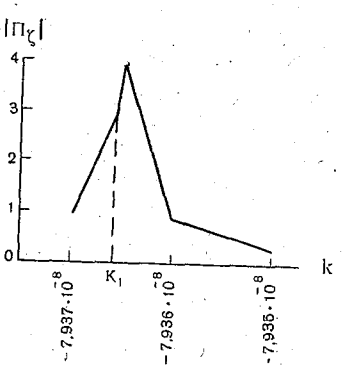


Рис. 2. Часть одномерного спектра $|\Pi_\zeta|$ в окрестности дисперсионной кривой ($\sigma = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$; $n = 10^{-10}$ см$^{-1}$)

ции принимают в малой окрестности дисперсионной кривой. В табл. 2 приведены наибольшие значения для δ-окрестности этой кривой при $\delta = 10^{-13}$ см$^{-1}$, а также значения модулей передаточных функций на дисперсионной кривой.

Таблица 2

Значения передаточных функций (*а* — уровня, *б* — скорости U, *в* — скорсти V) на дисперсионной кривой и максимальные значения модулей в δ-окрестности

а)

n	$\lvert \Pi_\zeta \rvert$	$\lvert \Pi_\zeta \rvert_{max}$		$\arg \Pi_\zeta$, град
	k_1, k_2	k_1	k_2	k_1, k_2
10^{-10}	$5 \cdot 10^{-2}$	10	0,1	90
10^{-9}	$5 \cdot 10^{-3}$	20	0,1	102
10^{-8}	10^{-3}	20	1	154
$2 \cdot 10^{-8}$	10^{-3}	20	10	166

б)

n	$\lvert \Pi_U \rvert$		$\lvert \Pi_U \rvert_{max}$		$\arg \Pi_U$, град	
	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
10^{-10}	$2 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,1	10^{-4}	930	177
10^{-9}	$2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$	0,1	10^{-4}	117	177
10^{-8}	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	1	0,1	169	177
$2 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-5}$	1	10	161	177

в)

n	$\lvert \Pi_V \rvert$		$\lvert \Pi_V \rvert_{max}$		$\arg \Pi_V$, град	
	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
10^{-10}	$4 \cdot 10^{-2}$	10^{-4}	0,1	10^{-6}	180	181
10^{-9}	$4 \cdot 10^{-3}$	10^{-5}	0,1	10^{-4}	180	185
10^{-8}	$4 \cdot 10^{-4}$	10^{-5}	1	10^{-2}	180	188
$2 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-5}	1	10	180	185

Видно, что принятому нами условию $|\Pi| \geqslant 10^{-2}$ значения передаточных функций удовлетворяют лишь в окрестности дисперсионной кривой. Менее жесткому условию $|\Pi| \geqslant 10^{-3}$ Π_ζ удовлетворяет во всем рассматриваемом диапазоне волновых чисел, а передаточные функции течения лишь в окрестности дисперсионной кривой.

Следует отметить, что модули передаточных функций уровня одинаковы для соответствующих коротких и длинных волн Россби, но модули передаточных функций течения для коротких волн (k_1, n), больше, чем для длинных (k_2, n), а также тот факт, что модули передаточной функции уровня превосходят модули передаточных функций течения.

Область волновых чисел вдоль дисперсионной кривой выделяется также в поле аргументов передаточных функций. Она делит плоскость на две области с существенно различными закономерностями распределения аргументов.

Значения аргументов передаточных функций на дисперсионной кривой приведены в табл. 2. Рассмотрим их с учетом свойств (18)—(19). Аргумент Π_ζ зависит только от n и изменяется с увеличением n от 90 до 180°. Аргумент Π_U для коротких волн (k_1, n) изменяется также от 90 до 180°, а для длинных волн при всех n близок к 180°. Аргумент Π_V мало изменяется вдоль всей дисперсионной кривой и принимает значения, близкие к 180°.

Таким образом, волны с параметрами свободных волн Россби резко выделяются в спектре крупномасштабного взаимодействия океана и атмосферы. Передача энергии океану в основном происходит резонансным возбуждением зональных волн Россби. Вынужденные волны Россби иных направлений вносят также существенный вклад, причем их интенсивность убывает с уменьшением волнового числа k.

ЛИТЕРАТУРА

1. Веронис Дж., Стоммел Г. Действие переменного ветра на стратифицированный океан. В кн.: Проблемы океанической циркуляции. М., «Мир», 1956.
2. Каменкович В. М. Задача о вынужденных волновых колебаниях. В кн.: Основы динамики океана. Л., Гидрометеоиздат, 1973, с. 101—104.
3. Мартемьянова Л. А. Спектральная структура флуктуаций барического поля. — «Изв. ТИНРО», 1972, т. 85, с. 175—181.
4. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеоиздат, 1974.
5. Фукс В. Р. Планетарные волны в океане. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1977.
6. Longe-Higgins M. S. The response of a stratified ocean to stationary or moving wind systems. Deep-Sea Res., vol. 12, No. 932, 1965.

В. М. ТИМЕЦ

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕЧЕНИЯ

В настояще время разработан целый ряд измерителей течения, предназначенных для изучения мезомасштабных процессов океанической циркуляции. Измерители различаются как методами измерения параметров течения, так и техническими решениями, реализующими эти методы. Это вызывает необходимость исследования работы приборов для определения пределов их применимости, выяснения сопоставимости результатов измерения, а также для разработки требований к конструированию новых приборов.

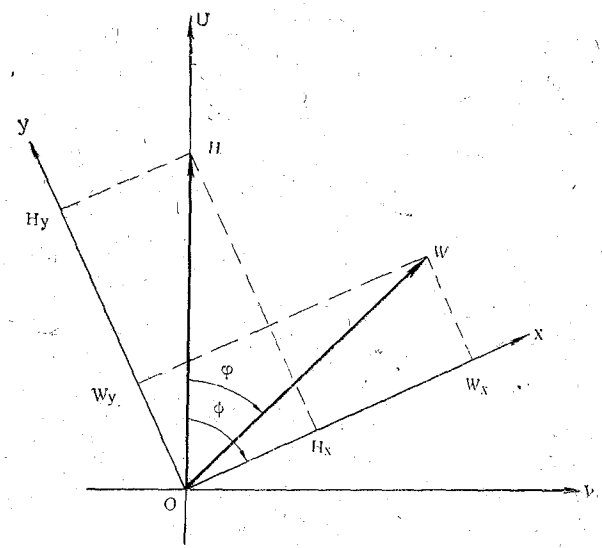


Рис. 1. К методам измерения параметров течения

Можно выделить три основных метода измерения параметро течения (рис. 1):

1. Раздельное измерение модуля W и аргумента φ вектора ск рости течения в полярной системе координат относительно магни ного меридиана.

2. Измерение проекций W_x, W_y вектора скорости течения на координатные оси XOY местной системы координат и значения угла ψ, определяющего положение местной системы координат относительно магнитного меридиана.

3. Измерение проекций W_x, W_y вектора скорости течения и H_x, H_y вектора напряженности геомагнитного поля на координатные оси XOY местной системы координат.

Поскольку при существующих методах анализа результатов измерений обработке подвергаются значения проекций вектора скорости на меридиан и на параллель, то имеет смысл оценивать методы измерения параметров течения по погрешности определения этих проекций.

В зависимости от рассмотренных выше методов значения проекций вектора скорости на меридиан и на параллель вычисляются по следующим формулам:

для первого метода:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= W\cos\varphi, \\ V_1 &= W\sin\varphi; \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

для второго метода:

$$\left.\begin{aligned} U_2 &= W_x\cos\psi + W_y\sin\psi, \\ V_2 &= W_x\sin\psi - W_y\cos\psi; \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

для третьего метода:

$$\left.\begin{aligned} U_3 &= \frac{W_xH_x + W_yH_y}{\sqrt{H_x^2 + H_y^2}}, \\ V_3 &= \frac{W_xH_y - W_yH_x}{\sqrt{H_x^2 + H_y^2}}; \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

или

$$\left.\begin{aligned} U_4 &= \sqrt{W_x^2 + W_y^2}\cdot\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{H_y}{H_x} - \operatorname{arctg}\frac{W_y}{W_x}\right), \\ V_4 &= \sqrt{W_x^2 + W_y^2}\cdot\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{H_y}{H_x} - \operatorname{arctg}\frac{W_y}{W_x}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Считая случайные ошибки измерений (инструментальные) параметров течений независимыми и применяя к формулам (1)—(4) метод линеаризации функций случайных переменных, найдем средний квадрат ошибки определения проекций вектора течений на меридиан и на параллель в соответствии с формулой

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_m^2 \cdot \sigma_{x_i}^2, \qquad (5)$$

где $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_m$ — частная производная по измеренному параметру в окрестности математического ожидания;

$\sigma_{x_i}^2$ — средний квадрат ошибки измерения.

Следовательно, средние квадраты ошибки определения меридиональной и широтной проекций вектора скорости будут равны:

для первого метода:

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_1} &= \sigma^2_W \cos^2\varphi + W^2 \sin^2\varphi\, \sigma^2_\varphi,\\ \sigma^2_{V_1} &= \sigma^2_W \sin^2\varphi + W^2 \cos^2\varphi\, \sigma^2_\varphi;\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

для второго метода:

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_2} &= \sigma^2_{W_x} \cos^2\psi + \sigma^2_{W_y} \sin^2\psi + (W_y \cos\psi - W_x \sin\psi)^2 \sigma^2_\psi,\\ \sigma^2_{V_2} &= \sigma^2_{W_x} \sin^2\psi + \sigma^2_{W_y} \cos^2\psi + (W_x \cos\psi + W_y \sin\psi)^2 \sigma^2_\psi;\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

для третьего метода:

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_3} &= \frac{H_x^2}{H^2}\sigma^2_{W_x} + \frac{H_y^2}{H^2}\sigma^2_{W_y} + \left[\frac{H_y(W_xH_y - W_yH_x)}{H^3}\right]^2 \sigma^2_{H_x} +\\ &\quad + \left[\frac{H_x(W_yH_x - W_xH_y)}{H^3}\right]^2 \sigma^2_{H_y},\\ \sigma^2_{V_3} &= \frac{H_y^2}{H^2}\sigma^2_{W_x} + \frac{H_x^2}{H^2}\sigma^2_{W_y} + \left[\frac{-H_y(W_xH_x + W_yH_y)}{H^3}\right]^2 \sigma^2_{H_x} +\\ &\quad + \left[\frac{H_x(W_xH_x + W_yH_y)}{H^3}\right]^2 \sigma^2_{H_y};\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

или

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_4} &= \left(\frac{W_x\cos\varphi - W_y\sin\varphi}{W}\right)^2 \sigma^2_{W_x} + \left(\frac{W_x\sin\varphi + W_y\cos\varphi}{W}\right)^2 \sigma^2_{W_y} +\\ &\quad + \left(\frac{W\sin\varphi\, H_y}{H^2}\right)^2 \sigma^2_{H_x} + \left(-\frac{W\sin\varphi\, H_x}{H^2}\right)^2 \sigma^2_{H_y},\\ \sigma^2_{V_4} &= \left(\frac{W_x\sin\varphi + W_y\cos\varphi}{W}\right)^2 \sigma^2_{W_x} + \left[\frac{-(W_x\cos\varphi - W_y\sin\varphi)}{W}\right]^2 \sigma^2_{W_y} +\\ &\quad + \left(-\frac{H_y W\cos\varphi}{H^2}\right)^2 \sigma^2_{H_x} + \left(\frac{H_x W\cos\varphi}{H^2}\right)^2 \sigma^2_{H_y}.\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

В формулах (8) и (9):

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2};$$

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{H_y}{H_x} - \operatorname{arctg}\frac{W_y}{W_x}.$$

Приведем соотношения (6)—(9) к виду:

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_1} &= \delta^2_W W^2 \cos^2\varphi + \sigma^2_\varphi W^2 \sin^2\varphi,\\ \sigma^2_{V_1} &= \delta^2_W W^2 \sin^2\varphi + \sigma^2_\varphi W^2 \cos^2\varphi,\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_2} &= \delta^2_{W_{xy}} (U_2^2 - 2W_x W_y \cos\psi \sin\psi) + V_2^2 \sigma^2_\psi,\\ \sigma^2_{V_2} &= \delta^2_{W_{xy}} (V_2^2 + 2W_x W_y \cos\psi \sin\psi) + U_2^2 \sigma^2_\psi;\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_3} &= \delta^2_{W_{xy}} \left(U_3^2 - 2\frac{H_x H_y}{H^2} W_x W_y\right) + 2\frac{H_x^2 H_y^2}{H^4} V_3^2 \delta^2_{H_{xy}},\\ \sigma^2_{V_3} &= \delta^2_{W_{xy}} \left(V_3^2 + 2\frac{H_x H_y}{H^2} W_x W_y\right) + 2\frac{H_x^2 H_y^2}{H^4} U_3^2 \delta^2_{H_{xy}},\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma^2_{U_4} &= \delta^2_{W_{xy}} \frac{W_x^2 (W_x \cos\varphi - W_y \sin\varphi)^2 + W_y^2 (W_x \sin\varphi + W_y \cos\varphi)^2}{W^2} +\\ &\quad + \frac{2W^2 \sin^2\varphi\, H_x^2 H_y^2}{H^4} \delta^2_{H_{xy}},\\ \sigma^2_{V_4} &= \delta^2_{W_{xy}} \frac{W_x^2 (W_x \sin\varphi + W_y \cos\varphi)^2 + W_y^2 (W_x \cos\varphi + W_y \sin\varphi)^2}{W^2} +\\ &\quad + \frac{2W^2 \cos^2\varphi\, H_x^2 H_y^2}{H^4} \delta^2_{H_{xy}},\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

где $\delta_W = \frac{\sigma_W}{W}$ — относительная средняя квадратическая погрешность измерения модуля скорости течения;

$\delta_{W_{xy}} = \frac{\sigma_{W_x}}{W_x} = \frac{\sigma_{W_y}}{W_y}$ — относительная средняя квадратическая погрешность измерения соответствующей проекции вектора скорости течения;

$\delta_{H_{xy}} = \frac{\sigma_{H_x}}{H_x} = \frac{\sigma_{H_y}}{H_y}$ — относительная средняя квадратическая погрешность измерения соответствующей проекции вектора напряженности геомагнитного поля.

Учитывая, что

$$\left.\begin{aligned} &\frac{H_x}{H} = \cos\psi, \quad \frac{H_y}{H} = \sin\psi, \\ &W_x = W\cos(\psi-\varphi), \quad W_y = W\sin(\psi-\varphi), \\ &U = W\cos\varphi), \quad V = W\sin\varphi, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

после соответствующих преобразований получаем:

$$\left.\begin{aligned} &\sigma^2_{U_2} = \delta^2_{W_{xy}} W^2 \left[\cos^2\varphi - \frac{1}{2}\sin 2(\psi-\varphi)\sin 2\psi\right] + \sin^2\varphi\, W^2\sigma^2_\psi, \\ &\sigma^2_{V_2} = \delta^2_{W_{xy}} W^2 \left[\sin^2\varphi + \frac{1}{2}\sin 2(\psi-\varphi)\sin 2\psi\right] + \cos^2\varphi\, W^2\sigma^2_\psi; \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} &\sigma^2_{U_3} = \delta^2_{W_{xy}} W^2 \left[\cos^2\varphi - \frac{1}{2}\sin 2(\psi-\varphi)\sin 2\psi\right] + \\ &\qquad + \sin^2\varphi \frac{\sin^2 2\psi}{2} W^2\delta^2_{H_{xy}}, \\ &\sigma^2_{V_3} = \delta^2_{W_{xy}} W^2 \left[\sin^2\varphi + \frac{1}{2}\sin 2(\psi-\varphi)\sin 2\psi\right] + \\ &\qquad + \cos^2\varphi \frac{\sin^2 2\psi}{2} W^2\delta^2_{H_{xy}}; \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} &\sigma^2_{U_4} = \delta^2_{W_{xy}} W^2 \frac{1}{2}\left[1+\cos 2(\psi-\varphi)\cos 2\psi\right] + \\ &\qquad + \sin^2\varphi \frac{\sin^2 2\psi}{2} W^2\delta^2_{H_{xy}}, \\ &\sigma^2_{V_4} = \delta^2_{W_{xy}} W^2 \frac{1}{2}\left[1-\cos 2(\psi-\varphi)\cos 2\psi\right] + \\ &\qquad + \cos^2\varphi \frac{\sin^2 2\psi}{2} W^2\delta^2_{H_{xy}}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Поскольку выражения (16) и (17) попарно тождественны, дальнейший анализ методов измерения течений будем проводить исходя из формул (10), (15), (16).

Из этих выражений следует, что средние квадраты ошибки определения меридиональной и широтной проекций вектора скорости течения зависят не только от инструментальных погрешностей, но и от значения измеряемых параметров течений. Сопоставление формул (10), (15) и (16) показывает, что в зависимости от соотношения между значениями погрешностей измерений параметров течения средние квадраты погрешности вычисления меридиональной и широтной проекций вектора скорости течения для каждого метода будут различны. В частности, рассмотрим средние квадраты погрешности определения меридиональной проекции вектора скорости течения (для широтной проекции результаты будут аналогичными) при следующих соотношениях:

1. Если $\delta_W = \delta_{W_{xy}}$; $\sigma_\varphi = \sigma_\psi$; $\delta_W \gg \sigma_\varphi$; $\delta_{W_{xy}} \gg \delta_{H_{xy}}$,

то

$$\sigma^2_{U_1} = \delta^2_W W^2 \cos^2 \varphi; \tag{18}$$

$$\sigma^2_{U_2} = \sigma^2_{U_3} = \sigma^2_{W_{xy}} W^2 \left[\cos^2 \varphi - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \varphi) \sin 2\psi\right]; \tag{19}$$

$$-0{,}5\delta^2_W W^2 \leqslant \sigma^2_{U_1} - \delta^2_{U_2} \leqslant 0{,}5\delta^2_W W^2. \tag{20}$$

Из неравенства (20) следует, что в случае, если относительная средняя квадратическая погрешность измерения модуля скорости течения во много раз больше относительной средней квадратической погрешности измерения направления течения, выраженной в радианах, и относительной погрешности измерения проекции вектора напряженности геомагнитного поля, методы равноценны.

На рис. 2 (*а*, *б*, *в*) показан характер изменения среднего квадрата погрешности определения U в зависимости от значений углов ψ и φ.

2. Если $\delta_W = \delta_{W_{xy}}$; $\sigma_\varphi = \sigma_\psi = \delta_{H_{xy}}$; $\delta_W \ll \sigma_\varphi$; $\delta_{W_{xy}} \ll \delta_{H_{xy}}$,

то

$$\sigma^2_{U_1} = \sigma^2_{U_2} = \sigma^2_\varphi W^2 \sin^2 \varphi; \tag{21}$$

$$\sigma^2_{U_3} = \delta^2_{H_{xy}} W^2 \sin^2 \varphi \frac{\sin^2 2\psi}{2}; \tag{22}$$

$$0 \leqslant \sigma^2_{U_1} - \sigma^2_{U_3} \leqslant 0{,}5\delta^2_{H_{xy}} W^2. \tag{23}$$

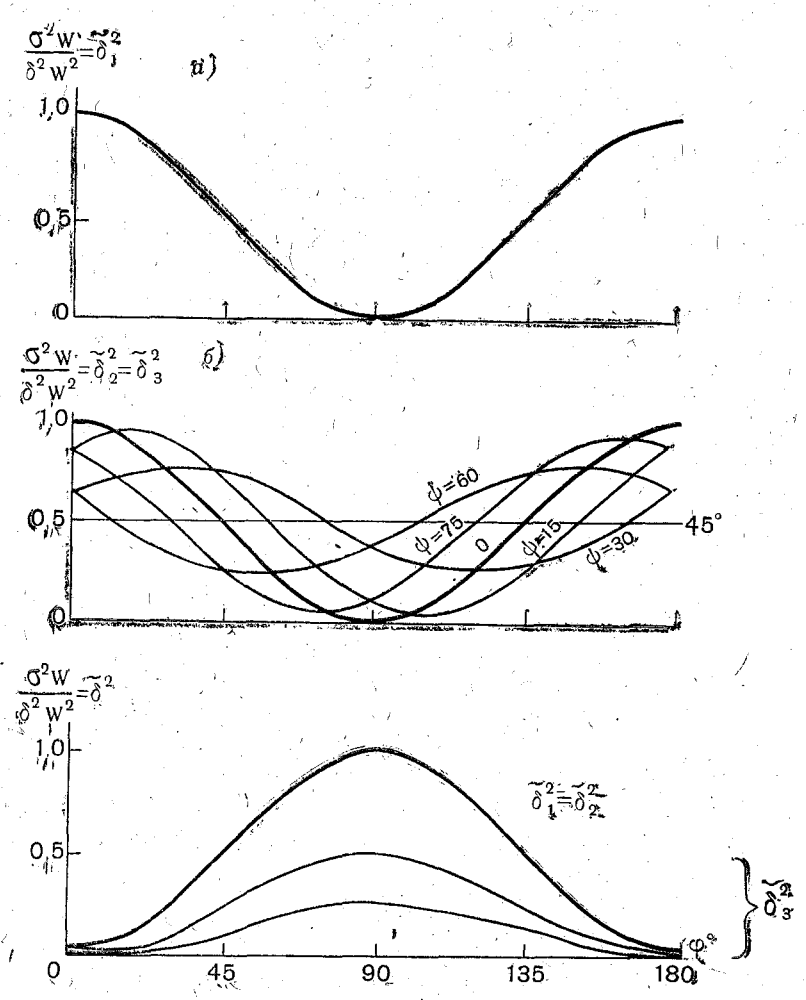


Рис. 2. Средние квадратические погрешности методов измерения течения при преобладающей погрешности измерения одного из параметров вектора скорости течения

Следовательно, если относительная средняя квадратическая погрешность измерения проекции вектора напряженности геомагнитного поля равна относительной погрешности измерения направления течения, выраженной в радианах, и намного превышает относительную среднюю квадратическую погрешность измерения модуля скорости течения, то первые два метода являются равноценными, а третий метод измерения параметров течения обеспечи-

вает меньшее значение среднего квадрата погрешности определения U, V, чем первые два. На рис. 2, *в* показан характер изменения среднего квадрата ошибки определения U для данного случая.

3. Если $\delta_W = \delta_{W_{xy}} = \sigma_\varphi = \sigma_\psi = \delta_{H_{xy}}$,

то

$$\sigma^2_{U_1} = \sigma^2_W; \tag{24}$$

$$\sigma^2_{U_2} = \delta^2_W W^2 \left[1 - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \varphi) \sin 2\psi\right]; \tag{25}$$

$$\sigma^2_{U_3} = \delta^2_W W^2 \left\{\left[1 - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \varphi) \sin 2\psi\right] - \right.$$
$$\left. - \sin^2 \varphi \left[1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\psi\right]\right\}; \tag{26}$$

$$0{,}5\, \delta^2_W W^2 \leqslant \sigma^2_{U_1} - \sigma^2_{U_2} \leqslant 0{,}5\, \delta^2_W W^2; \tag{27}$$

$$0 \leqslant \sigma^2_{U_1} - \sigma^2_{U_3} \leqslant 1{,}0\, \delta^2_W W^2. \tag{28}$$

Таким образом, если относительные средние квадратические ошибки измерний параметров течения равны между собой для всех трех методов, то средние квадраты погрешности определения U, V по результатам измерения параметров течения каждым методом будут существенно различаться между собой:

— **для первого метода:** средние квадраты погрешности определения U, V не зависят от направления течения и равны каждые среднему квадрату ошибки измерения модуля скорости;

— **для второго метода:** средние квадраты погрешности определения U, V зависят от направления течения ориентации местной системы координат относительно магнитного меридиана, равны между собой только в отдельных частных случаях и при определенных условиях превышают одноименные средние квадраты погрешности определения U, V по результатам измерения первым методом;

— **для третьего метода:** средние квадраты погрешности опредления U, V зависят от направления течения и ориентации местной системы координат относительно магнитного меридиана, равны между собой только в отдельных частных случаях, но не превышают одноименные средние квадраты погрешности определения U, V по результатам измерения первым методом.

На рис. 3 (*а* и *б*) показан характер распределения погрешностей вычисления U в зависимости от значений ψ и φ для всех трех методов измерения.

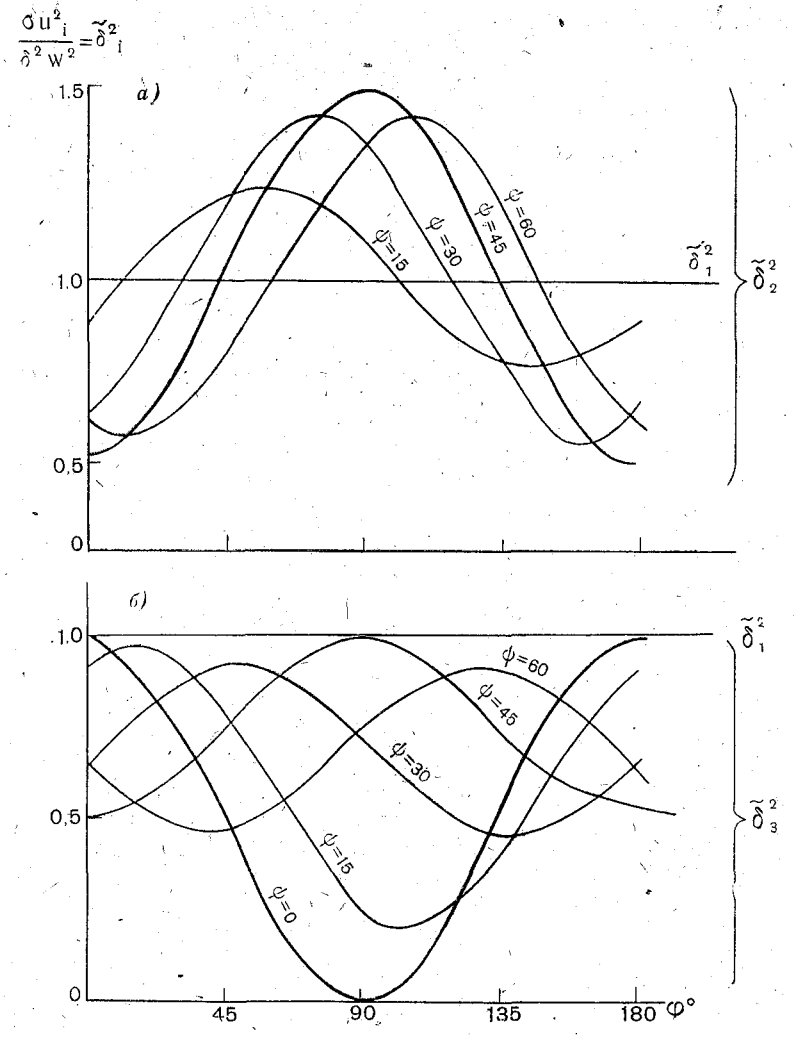


Рис. 3. Средние квадратические погрешности методов измерения течения при равенстве погрешностей измерения параметров вектора скорости течения

Рассмотренные частные случаи, являясь экстремальными, позволяют не только оценить методы измерения параметров течения, но и определить требования к инструментальным погрешностям измерения параметров течений.

Например, полагая, что относительная средняя квадратическая погрешность вычисления U, V не должна превышать 10%, определяем, какие должны быть погрешности измерения параметров

течения для всех трех случаев. Поскольку в первом случае погрешность вычисления U определяется погрешностью измерения модуля скорости, то погрешность измерения направления должна быть хотя бы на порядок меньше, т. е. равна 0,01 рад (30′). Во втором случае погрешность измерения направления должна быть равной 0,1 рад (6°), но зато погрешность измерения модуля скорости не должна превышать 1%; наконец, для третьего случая погрешности измерений направления течения модуля скорости должны быть равны и составлять соответственно 0,1 рад (6°) и 10%. Естественно, что наиболее просто реализовать третий случай.

Из примера следует, что если погрешность измерения направления течения превышает погрешность измерений модуля скорости, то уменьшение погрешности измерения модуля скорости не уменьшит в общем случае погрешность вычисления проекций U, V. Следовательно, оптимальным соотношением между значениями погрешностей измерения является равенство значений их относительных погрешностей.

Выводы

1. Погрешность определения проекций вектора течения на меридиан и на параллель существенно зависит от метода измерения параметров течения, соотношения между измеряемыми величинами, а также от соотношения между погрешностями измерения этих величин.

2. Из рассмотренных методов измерения течений наибольший средний квадрат ошибки определения проекций вектора течения на меридиан и на параллель имеют значения этих проекций, вычисленные по результатам измерения проекций вектора скорости течения на координатные оси местной системы координат и угла ориентации этой системы относительно магнитного меридиана.

3. Оптимальным соотношением между значениями погрешностей измерения параметров вектора течения является равенство значений относительных погрешностей измерения.

4. При равенстве относительных погрешностей измерения направления и модуля скорости течения средний квадрат ошибки определения меридиональной и широтной проекций вектора течения по результатам измерения не зависит от значений направления течения и равен среднему квадрату погрешности измерения модуля скорости течения.

ЛИТЕРАТУРА

Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962. 560 с.

В. М. АБРАМОВ (ЛГМИ)

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕТРОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ДВУХСЛОЙНОМ МОРЕ

В работе [1] теоретически исследовалось поведение нестационарных ветровых течений при наличии слоя скачка плотности и гармоническом характере изменения тангенциального напряжения ветра на поверхности моря. Однако решение искалось только в пределах квазиоднородного слоя, так как считалось, что в слое скачка ветровые течения затухают весьма быстро и практически не проникают через него. Выполнение последнего условия, справедливого для стационарного течения, не очевидно в случае нестационарных ветровых течений. Поэтому представляется интересным теоретически исследовать влияние слоя скачка на проникновение нестационарных ветровых течений в глубину.

В данной работе слой скачка отождествляется с поверхностью разрыва коэфициента турбулентной вязкости, на которой, однако, выполняются условия склейки по потоку количества движения и по скорости течения, что позволяет искать решение для всей толщи моря — от поверхности до дна. Тангенциальное напряжение ветра на поверхности моря представляется в виде комплексной случайной функции времени, стационарной в широком смысле,[1], что позволяет учесть при решении случайные вращения вектора ветра наряду со случайными колебаниями его модуля. Конечной задачей данной работы является отыскание связей между вероятностными характеристиками вектора скорости ветровых течений на любом горизонте и аналогичными характеристиками вектора тангенциального напряжения ветра при наличии слоя скачка, а также анализ полученных связей с целью исследовать влияние параметров слоя скачка (глубины залегания и выраженности) на проникновение нестационарных ветровых течений в глубину.

Рассмотрим безграничный по протяженности двухслойный океан постоянной глубины H. Выберем правую систему координат и, совместив плоскость XOY со свободной поверхностью океана, направим оси OY на север, OX — на восток, OZ — вниз. В слое от

[1] Здесь и ниже понятие «стационарность в широком смысле» употребляется с принятой в теории случайных функций терминологией и не совпадает с понятием стационарности течения в океанологическом смысле.

0 до h (где h — горизонт залегания слоя скачка) значение коэффициента турбулентной вязкости μ примем равным μ_1, а в слое от h до H — равным μ_2. Так как в слое скачка турбулентный обмен затруднен, то $\mu_1 \gg \mu_2$. Тогда уравнения для комплексной скорости нестационарного ветрового течения запишутся отдельно для каждого слоя [1]:

при $0 \leqslant z < h$

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} + iaw_1 = \mu_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2}, \tag{1}$$

при $h < z \leqslant H$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} + iaw_2 = \mu_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial z^2}, \tag{2}$$

где $w = u + iv$; u, v — составляющие вектора скорости ветрового течения;

$a = 2\Omega \sin\varphi$ — параметр Кориолиса, значение которого считается постоянным;

индексы «1» и «2» обозначают принадлежность к слоям $0 \leqslant z < h$ и $h < z \leqslant H$, соответственно.

На верхней границе примем обычное условие равенства потоков количества движения:

при $z = 0$

$$\rho_1 \mu_1 \frac{\partial w_1}{\partial z} = -\tau(t), \tag{3}$$

где $\tau(t) = \tau_x(t) + i\tau_y(t)$ — комплексное тангенциальное напряжение ветра;

ρ — плотность воды.

При $z = h$ условия склейки запишем в виде

$$\rho_1 \mu_1 \frac{\partial w_1}{\partial z} = \rho_2 \mu_2 \frac{\partial w_2}{\partial z}, \tag{4}$$

$$w_1 = w_2. \tag{5}$$

В дальнейшем везде будем пренебрегать различиями ρ_1 и ρ_2, полагая $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, так как для последующих рассуждений эти различия несущественны.

На дне примем естественное условие прилипания:

при $z = H$

$$w_2 = 0. \tag{6}$$

Примем, как обычно, что в начальный момент времени вся толща воды находилась в состоянии покоя, т. е.

при $t = 0$

$$w_1 = w_2 = 0. \tag{7}$$

Для нахождения связей между вероятностными характеристиками ветра и течений поступим следующим образом. Применив преобразование Фурье

$$\overline{w}(i\omega, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} w(t, z)\, dt \tag{8}$$

и введя безразмерную глубину

$$\zeta = \frac{z}{H}, \tag{9}$$

переведем уравнения (1), (2) с соответствующими граничными условиями в частотную область:

при $0 \leqslant \zeta \leqslant \gamma$ (где $\gamma = \frac{h}{H}$ — безразмерная глубина залегания слоя скачка)

$$\frac{d^2 \overline{w_1}}{dz^2} = C_1^2 \overline{w_1}; \tag{10}$$

при $\gamma < \zeta \leqslant 1$

$$\frac{d^2 \overline{w_2}}{dz^2} = C_2^2 \overline{w_2}; \tag{11}$$

при $\zeta = 0$

$$\rho\mu_1 \frac{d\overline{w_1}}{dz} = -\overline{\tau}(i\omega)\, H; \tag{12}$$

при $\zeta = \gamma$

$$\mu_1 \frac{d\overline{w_1}}{dz} = \mu_2 \frac{d\overline{w_2}}{dz}; \tag{13}$$

$$\overline{w_1} = \overline{w_2}; \tag{14}$$

при $\zeta = 1$

$$\overline{w_2} = 0 \tag{15}$$

Здесь

$$C_1^2 = i\, \frac{\omega + a}{\mu_1} H^2, \tag{16}$$

$$C_2^2 = i\, \frac{\omega + a}{\mu_2} H^2. \tag{17}$$

Решения уравнений (10), (11) запишем в виде

$$\overline{w_1} = A_1 \operatorname{ch} C_1 \zeta + B_1 \operatorname{sh} C_1 \zeta; \tag{18}$$

$$\overline{w_2} = A_2 \operatorname{ch} C_2 \zeta + B_2 \operatorname{sh} C_2 \zeta. \tag{19}$$

Прежде чем определить постоянные A_1, A_2, B_1, B_2, введем безразмерные величины

$$n=\frac{A_2}{A_1}; \quad m=\frac{B_2}{B_1}; \quad k=\frac{C_2}{C_1}=\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}. \tag{20}$$

Безразмерный параметр k служит мерой выраженности слоя скачка (чем больше k, тем лучше выражен слой скачка).

Из граничных условий (12) и (15) найдем:

$$B_1=-\frac{\bar{\tau}H}{\rho\mu_1 C_1}, \tag{21}$$

$$A_1=\frac{\bar{\tau}H}{\rho\mu_1 C_1}\frac{m}{n}\operatorname{th} kC_1. \tag{22}$$

Функции

$$\Phi_1(i\omega,\ \zeta)=\frac{H}{\rho\mu_1 C_1}\left[\frac{m}{n}\operatorname{th} kC_1\operatorname{ch} C_1\zeta-\operatorname{sh} C_1\zeta\right]; \tag{23}$$

$$\Phi_2(i\omega,\ \zeta)=\frac{Hm}{\rho\mu_1 C_1}[\operatorname{th} kC_1\operatorname{ch} kC_1\zeta-\operatorname{sh} kC_1\zeta] \tag{24}$$

назовем, как и в работе [2], передаточными функциями для слоев $0\leqslant\zeta\leqslant\gamma$ и $\gamma<\zeta\leqslant 1$, соответственно.

С помощью этих функций вероятностные характеристики вектора ветрового течения на любом горизонте ζ могут быть выражены через аналогичные характеристики вектора тангенциального напряжения ветра. Например, спектральная плотность вектора ветрового течения на любом горизонте ζ следующим образом связана со спектральной плотностью вектора тангенциального напряжения ветра:

при $0\leqslant\zeta\leqslant\gamma$

$$S_{ww}(\omega,\ \zeta)=S_{w_1w_1}(\omega,\ \zeta)=|\Phi_1(i\omega,\ \zeta)|^2 S_{\tau\tau}(\omega); \tag{25}$$

при $\gamma<\zeta\leqslant 1$

$$S_{ww}(\omega,\ \zeta)=S_{w_2w_2}(\omega,\ \zeta)=|\Phi_2(i\omega,\ \zeta)|^2 S_{\tau\tau}(\omega), \tag{26}$$

В справедливости формулы (25), (26) нетрудно убедиться, если учесть, что спектральная плотность стационарной в широком

смысле случайной комплексной функции $X(t)$ может быть записана в виде:

$$S_{xx}(\omega) = M\{X_c(i\omega)\,X(i\omega)\}, \tag{27}$$

где M — операция математического ожидания:
индекс «c» — комплексное сопряжение;
$X(i\omega)$ — Фурье-изображение функции $X(t)$.

Так как $w(t, z)$ и $\tau(t)$ являются комплексными случайными функциями, то их спектральные плотности не являются четными функциями ω и их необходимо рассматривать на интервале круговых частот от $-\infty$ до $+\infty$ [3]. При рассмотрении спектральной плотности на таком интервале значение (модуль) круговой частоты можно трактовать как угловую скорость, с которой вращается соответствующая составляющая случайного вектора, а знак ω — как признак направления вращения, причем знак «+» соответствует вращению против часовой стрелки, а знак «—» — по часовой.

Отметим, что при $\omega = -a$, $C_1 = C_2 = 0$ и числитель и знаменатель в выражениях (23), (24) равна нулю. Для раскрытия неопределенности разложим гиперболические функции в формулах (23), (24) в ряды по C_1 и перейдем к пределу при $\omega \to -a$:

$$\Phi_1(i\omega, \zeta)\Big|_{\omega=-a} = \lim_{\omega\to -a}\Phi_1(i\omega, \zeta) = \frac{H}{\rho\mu_1}\left(\frac{m}{n}k - \zeta\right); \tag{28}$$

$$\Phi_2(i\omega, \zeta)\Big|_{\omega=-a} = \lim_{\omega\to -a}\Phi_2(i\omega, \zeta) = \frac{Hmk}{\rho\mu_1}(1-\zeta). \tag{29}$$

Применяя обычные методы анализа, можно убедиться, что при $\omega = -a$ модули передаточных функций имеют максимумы.

Из формул (23), (24), (28) и (29) следует, что инерционная мода передаточных функций $\Phi_1(i\omega, \zeta)$ и $\Phi_2(i\omega, \zeta)$ затухает с глубиной по линейному закону, в то время как остальные моды затухают с глубиной по гиперболическим закономерностям, т. е. гораздо быстрее. Поэтому, начиная с некоторой глубины, изменчивость ветровых течений будет обусловлена в основном именно инерционными колебаниями, которые будут проявляться в виде вращений прогрессивного вектора течения по часовой стрелке.

Значения безразмерных величин m и n, входящих в выражения для передаточных функций, зависят от параметров слоя скачка и k. Для определения m и n заметим, что условия склейки (13) и (14) эквивалентны следующим условиям для $\Phi_1(i\omega, \zeta)$ и $\Phi_2(i\omega, \zeta)$:
при $\zeta = \gamma$

$$\mu_1\frac{d\Phi_1(i\omega, \zeta)}{d\zeta} = \mu_2\frac{d\Phi_2(i\omega, \zeta)}{d\zeta}; \tag{30}$$

$$\Phi_1(i\omega, \zeta) = \Phi_2(i\omega, \zeta). \tag{31}$$

Подставляя в условия (30) и (31) формулы (23), (24) и принимая $\zeta = \gamma$, получаем систему трансцендентных уравнений, которую необходимо решить относительно m и $n = m, n(\omega, \mu_1, H, \gamma, k)$:

$$\frac{m}{n} \operatorname{th} kC_1 \operatorname{sh} C_1\gamma - \operatorname{ch} C_1\gamma = \frac{m}{k^2} [\operatorname{th} kC_1 \operatorname{sh} kC_1\gamma - \operatorname{ch} kC_1\gamma]; \quad (32)$$

$$\frac{m}{n} \operatorname{th} kC_1 \operatorname{ch} C_1\gamma - \operatorname{sh} C_1\gamma = m[\operatorname{th} kC_1 \operatorname{ch} kC_1\gamma - \operatorname{sh} kC_1\gamma]. \quad (33)$$

Учитывая важное значение поведения инерционной моды передаточных функций с глубиной, представляется особенно интересным определить значения m и n при $\omega = -a$ с целью исследования влияния параметров слоя скачка на характер затухания с глубиной инерционных колебаний ветровых течений. Поскольку условия (30) и (31) должны выполняться при любых ω, то, подставляя в них формулы (28) и (29), получаем систему уравнений для m и n при $\omega = -a$:

$$\frac{m}{k} = 1, \quad (34)$$

$$\frac{m}{n} k - \gamma = mk(1 - \gamma). \quad (35)$$

Из системы уравнений (34), (35) следует, что в этом случае

$$m = k; \quad n = \frac{k^2}{k^2(1-\gamma)+\gamma}; \quad (36)$$

Подставляя найденные значения для m и n в формулы (28) и (29), получаем

$$\Phi_1(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a} = \frac{H}{\rho\mu_1} [k^2(1-\gamma)+\gamma-\zeta], \quad (37)$$

$$\Phi_2(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a} = \frac{Hk^2}{\rho\mu_1} (1-\zeta). \quad (38)$$

Нетрудно показать, что в случае однородного моря (т. е. $\mu = \mu_1$ для $0 \leqslant \zeta \leqslant 1$) передаточная функция при $\omega = -a$ имеет вид

$$\Phi_0(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a} = \frac{H}{\rho\mu_1}(1-\zeta). \quad (39)$$

Из формул (37), (38), (39) следует, что

$$\frac{\Phi_1(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a}}{\Phi_0(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a}} = 1 + \frac{(k^2-1)(1-\gamma)}{1-\zeta}, \tag{40}$$

$$\frac{\Phi_2(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a}}{\Phi_0(i\omega, \zeta)\big|_{\omega=-a}} = k^2. \tag{41}$$

Поскольку $k^2 \gg 1$ и $\zeta \leqslant \gamma \leqslant 1$, то при любых ζ и γ выполняется неравенство

$$\frac{(k^2-1)(1-\gamma)}{1-\zeta} > 0. \tag{42}$$

Таким образом, наличие слоя скачка приводит к увеличению амплитуды инерционных колебаний течений на всех горизонтах по сравнению со случаем однородного океана. При этом, чем лучше выражен слой скачка (чем больше k) и чем ближе к поверхности он залегает, тем значительнее будет подобное увеличение. В то же время слой скачка препятствует распространению в глубину колебаний с частотами, отличными от $\omega = -a$, причем характер влияния зависит от частоты ω, коэффициента μ_1, глубины океана H, относительной глубины залегания слоя скачка и параметра k, характеризующего выраженность слоя скачка.

Из полученного результата следует, что как в однородном море, так и при наличии слоя скачка плотности инерционные колебания течений даже на больших глубинах могут генерироваться именно ветром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никифоров Е. Г. К теории нестационарных ветровых течений в условиях сильно переслоенного моря. — «Труды ААНИИ», 1961, 210, с. 141—163.
2. Беляев В. С., Колесников А. Г. О причине образования инерционных колебаний при чисто дрейфовых течениях. — «Изв. АН СССР, ФАО», 1966, 2, № 10, с. 1104—1107.
3. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968.

Н. Н. ОСИПОВ, В. А. ВАСИЛЬЕВ (ЛГМИ)

КИНЕТИКА ПОТРЕБЛЕНИЯ БИОГЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В МОРСКОЙ ВОДЕ

Изучение циклов превращений, которым подвергаются соединения азота и фосфора в океане, является в настоящее время весьма важной, актуальной задачей. Знание процессов потребления и регенерации биогенов позволит получить более достоверные прогнозы биологической продуктивности морей, необходимо для математического моделирования экологических систем, а также учета кинетического фактора при решении уравнений турбулентной диффузии биогенных элементов. Однако изучение этих процессов связано с определенными трудностями, так как они обусловливаются множеством динамических, биохимических, физико-химических факторов. Сам процесс минерализации представляет собой очень сложную систему реакций. Интенсивность потребления минерализованных форм зависит от содержания зоо- и фитопланктона, видов потребляющих бактерий, климатических условий и т. д. [1, 2, 3].

В ряде работ [1, 4] предпринимались попытки рассматривать превращения соединений биогенных элементов как кинетически сложную систему химических реакций. Однако, несмотря на сложность полученых выводов, они не совсем точно отражают процессы, происходящие в океане.

Основная цель этой работы — сравнение результатов, полученных при использовании формального химико-кинетического аппарата для изучения минерализации органических веществ в морность полученных выводов, они не совсем точно отражают процессы, происходящие в океане.

Если представить процесс минерализации азота

$$N_{орг} \xrightarrow{K_1} NH_4 \xrightarrow{K_2} NO_2' \xrightarrow{K_3} NO_3' \xrightarrow{K_4} N'_{орг}$$

как ряд последовательных реакций первого порядка, то этим реакциям будут соответствовать дифференциальные уравнения [1, 5], решение которых известно в химической кинетике [5]:

$$N_i = N_0 \sum_{i=1}^{4} c_i e^{-k_i t};$$

$$N_5 = N_0 - (N_1 + N_2 + N_3 + N_4),$$

где N_0 — исходное содержание органического азота;
N_1 — промежуточные концентрации органического азота;
N_2 — содержание аммонийного азота;
N_3 — содержание нитритного азота;
N_4 — содержание нитратного азота;
k_i — соответствующие константы скоростей реакций;
N_5 — концентрация вновь образующихся органических соединений азота.

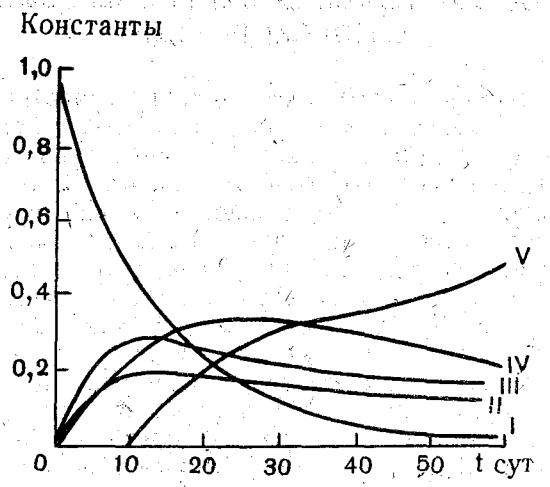


Рис. 1. Расчетные кинетические кривые потребления исходного органического азота (*I*), промежуточных продуктов: аммония (*II*), нитритов (*III*), нитратов (*IV*), накопления вновь образующегося органического азота (*V*) для весеннего периода

Расчет реакции с использованием этих формул (концентраций промежуточных веществ и конечного продукта) производился при следующих значениях констант скоростей:

$$K_1 = 0{,}074$$

$$K_2 = 0{,}006$$

$$K_3 = 0{,}010$$

$$K_4 = 0{,}048.$$

Значения K_1 и K_2 взяты из работы [1], K_3 и K_4 определены нами экспериментальным путем (аэробные условия, температура 16—18° С).

Кинетические кривые, полученные в результате расчета, приведены на рис. 1, 2.

В весенне-летний период, когда происходит бурное развитие зоо-фитопланктона и бактерий, конечным продуктом можно считать вновь образующиеся органические соединения азота. В осенне-зимний период, как результат массовой гибели живых микроорганизмов, конечный продукт в цепи азотосодержащих превращений представлен нитратами. Максимум содержания промежуточных продуктов наблюдается для аммония и нитритов на 10—15-е сутки, для нитратов — на 20-е. И лишь на 90-е сутки можно говорить о их практически полном исчезновении.

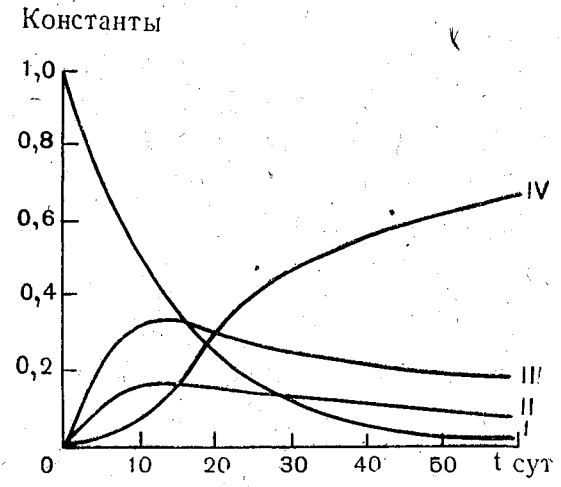


Рис. 2. Расчетные кинетические кривые потребления исходного органического азота (*I*), промежуточных продуктов: аммония (*II*), нитритов (*III*), накопления нитратов (*IV*) для осеннего периода

Исследования кинетики потребления промежуточных форм биогенных элементов в естественных условиях производились во время весеннего (май—июнь) и осеннего (октябрь—декабрь) Атлантических рейсов НИС «Нерей» 1976 г. Для этого с поверхностного горизонта отбиралась проба (20 л) и укреплялась на верхней палубе судна. Таким образом, исследуемая вода подвергалась воздействиям всех метеорологических факторов, наблюдавшихся во время экспедиции, т. е. соблюдались условия, приближенные к реальным (исключая адвекцию и приток за счет турбулентного перемешивания). Анализ проб на содержание нитритов, нитратов, фосфатов и валового фосфора производился через 2—3 сут. Причем во время первого эксперимента температура пробы поддерживалась приблизительно постоянной (14—16° С), а в осенний период она менялась в значительных пределах (от 8 до 22° С).

Кривые изменения концентрации нитритов и нитратов в первом и втором случаях приведены на рис. 3, 4. Анализ кривых показывает, что в весенний период, когда температура пробы поддерживалась постоянной, ход содержания обеих форм аналогичен кинетическим кривым накопления промежуточных веществ, полученных расчетным путем для весеннего периода, но максимум концентрации достигается значительно раньше, что, вероятно, связано с наличием первоначальной концентрации NO_2' и NO_3'. Константы реакций окисления нитритов до нитратов и потребления нитратов (табл. 1) рассчитывались по формуле

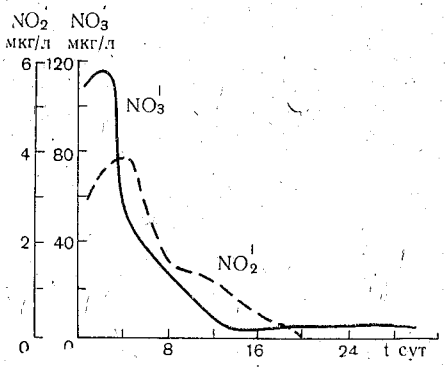


Рис. 3. Изменение содержания нитритов и нитратов во время весеннего эксперимента (температура постоянная)

$$k = \frac{2{,}3}{t} \lg \frac{a}{b},$$

где a и $б$ — первоначальная и текущая концентрации нитратов и нитритов.

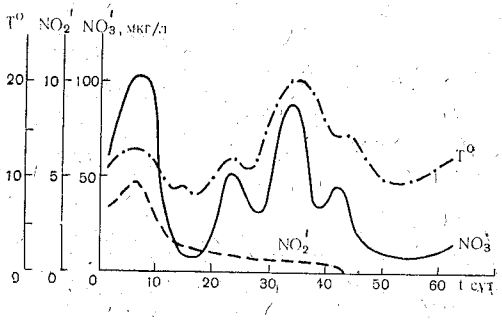


Рис. 4. Изменение содержания нитритов, нитратов и температуры воды во время осеннего эксперимента

Постоянство этих констант для всех интервалов времени свидетельствует о первом порядке реакции. Хотя потребление нитратов не является химической реакцией как таковой, очевидно, что в данном случае процесс подчиняется экспоненциальному закону.

Таблица 1

Значения кинетических констант реакций окисления нитритов до нитратов, потребления нитратов и фосфатов

Ингредиенты	Время, сутки						
	2	4	6	8	10	12	14
	Константы						
NO_2'	0,150	0,152	0,149	0,149	0,152	0,154	0,155
NO_3'	0,248	0,242	0,236	0,235	0,241	0,244	
PO_4'''	0,177	0,115	0,081	0,078	0,063	0,037	0,029

Значение полученных констант на порядок выше тех, которые использовались при расчете. Этот факт свидетельствует о том, что в естественных условиях окисление нитритов и потребление нитратов идет значительно быстрее, чем в лабораторных. Действительно, концентрация нитратов понизилась практически до нуля через 14 сут, а нитритов перестала прослеживаться через 20 сут после начала эксперимента. В то же время по расчетным кривым за этот период достигается максимальная концентрация. Средняя скорость потребления нитратов составляет 8,2 мкг/л в сутки, нитритов — 0,25.

Через 30 сут проводилось повторное определение содержания нитратов и нитритов в точке взятия пробы ($\varphi=61°00'$ с. ш., $\lambda=0°00'$), что позволило оценить роль адвекции и вертикального обмена в распределении исследуемых форм на поверхности моря. Если в пробе к этому времени нитриты практически отсутствовали, а содержание нитратов не превышало 10 мкг/л, то в море концентрация этих форм имела соответственно значение 4 и 110 мкг/л. Таким образом, если учесть, что потребление происходило все время со скоростями, полученными при исследовании пробы, поступление минерализованных форм азота в поверхностные слои за счет динамических факторов наблюдалось со средней скоростью 0,2 мкг/л $N—NO_2'$ и 6,6 мкг/л $N—NO_3'$ в сутки.

Ход изменения содержания нитратов и нитритов во время осеннего эксперимента носил более сложный характер (рис. 4). За 60 сут можно проследить несколько максимумов и минимумов концентрации нитратов, которые, как и следовало ожидать, в значительной степени зависят от температуры воды (коэффициент корреляции 92%). С повышением температуры увеличивается скорость разложения органического вещества, что приводит к увеличению содержания нитратов. Понижение температуры вызывает обратный эффект. Подобное явление можно объяснить еще тем, что проба отбиралась в северных широтах и повышение темпера-

туры является причиной гибели некоторых видов микроорганизмов и планктона, не приспособленных к существованию в теплой воде.

Содержание нитритов не зависит от температуры. При этом кривая аналогична расчетной, но максимум и «аналитический нуль» концентрации наступает значительно раньше. Дальнейшее повышение содержания нитритов совпадает с резким понижением концентрации нитратов и, по-видимому, связано с развитием органических форм и интенсификацией первичной регенерации.

Использование формально-кинетического аппарата для математического описания циклов превращения форм фосфора в морской воде [14] позволяет получить экспоненциальный закон убыли фосфатов в среде и развития фитопланктона. Тем не менее результаты исследования содержания фосфатов в пробе при постоянной температуре (рис. 5) в весенний период указывают на более сложный характер процесса. Постоянное уменьшение значений константы скорости реакции (см. табл. 1) свидетельствует о занижении предполагаемого порядка [2, 5]. Строго говоря, в данном случае судить о порядке реакции можно лишь с некоторой формальной точки зрения, так как процесс потребления минерализованных форм биогенных элементов не является чисто химической реакцией, но такой подход позволяет наиболее просто математически описывать исследуемые процессы.

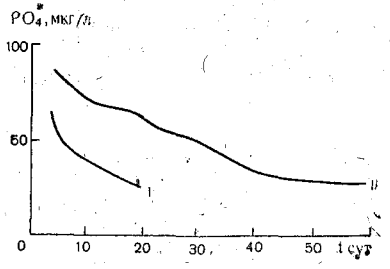


Рис. 5. Изменение содержания фосфатов во время весеннего (*I*) и осеннего (*II*) экспериментов

Изменение содержания фосфатов в пробе осеннего эксперимента (см. рис. 5) свидетельствует о том, что температура не влияет на скорость потребления минерализованных форм фосфора. Ход значений констант скорости процесса (табл. 2) показывает, что через 15—18 сут процесс может описываться уравнениями реакций первого порядка.

Таблица 2

Значения кинетических констант потребления фосфатов в осенний период

Время, сутки	3	6	9	12	15	18	21
K	0,048	0,036	0,030	0,026	0,023	0,023	0,020

Продолжение

Время, сутки	24	27	30	33	36	39	42
K	0,021	0,021	0,020	0,020	0,021	0,021	0,020

Вполне возможно, что аналогичные результаты не получены в весеннем эксперименте из-за короткого ряда наблюдений. Повышение же порядка реакции происходит за счет нарушения динамического равновесия в системе, связанного с тем, что в пробе не происходит подтока фосфатов из глубин, как в естественных условиях. Со временем равновесие устанавливается и потребление происходит по экспоненциальному закону. Средняя скорость потребления фосфатов в весенний период составляет 2,7 мкг/л в сутки — почти в 2 раза больше, чем в осенний (1,1 мкг/л в сутки). Исходя из этого, можно судить об интенсивности развития фитопланктона в переходные периоды.

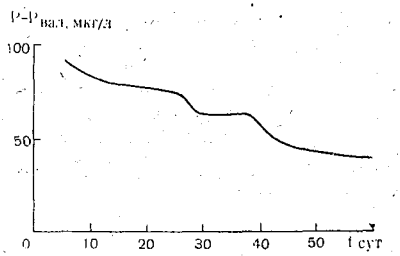


Рис. 6. Изменение содержания валового фосфата во время осеннего эксперимента

Изменение содержания валового фосфора (рис. 6) в пробе осеннего эксперимента является количественным показателем отмирания фитопланктона, так как последний «выходит» из исследуемого объема, оседая на дно. По результатам измерений средняя скорость выпадения органического фосфора 0,9 мкг/л в сутки. Причем наиболее резкие скачки концентрации приходятся на периоды с резким изменением температуры воды.

Выводы

1. Анализ полученных результатов показывает, что использование нормального химико-кинетического аппарата для изучения процессов минерализации органического вещества в морской воде позволяет лишь приближенно судить о процессах, происходящих в реальных условиях.

2. Изменение содержания нитратов как промежуточных продуктов последовательных реакций первого порядка происходит лишь при постоянной температуре, причем потребление этих форм идет значительно быстрее, чем можно было бы предположить по расчетным кривым.

3. Решающую роль в распределении нитритов и нитратов в морской воде играют процессы адвекции и турбулентного перемешивания, за счет которых поступление этих форм значительно преобладает над потреблением.

4. Потребление фосфатов в морской воде идет по экспоненциальному закону, причем скорость процесса не зависит от температуры.

5. В то же время содержание органических форм фосфора в значительной степени меняется при резких скачках температуры воды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзатуллин Т. А. Формальная химико-кинетическая характеристика процессов регенерации минеральных соединений биогенных элементов. — «Труды Ин-та океанологии АН СССР». 1960, т. 83, с. 20—37.
2. Злобин В. С., Сапронецкая Н Г., Алексеева А. Г. Распределение и регенерация фосфатов в Норвежском море в 1965 г. — «Океанология», 1968, т. 8, вып. 4, с. 616—627.
3. Максимова М. П. Расчеты скоростей регенерации азота и фосфора в водах Индийского океана. — «Океанология», 1972, т. 12, вып. 6, с. 1003—1009.
4. Злобин В. С., Жилин Ю. Г., Сапронецкая Н. Г. Регенерация фосфатов в верхнем слое Норвежского моря и математическое моделирование процесса их усвоения фитопланктоном. — В кн.: Исследования по теоретической и прикладной химии моря. М., «Наука», 1972, с. 38—45.
5. Еремин Е. Н. Основы химической кинетики. М., «Высшая школа», 1976, с. 541.

И. П. КАРПОВА (ЛГМИ),
М. А. НАУМЕНКО (ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова)

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА КРАТЧАЙШЕГО НЕЗАМКНУТОГО ПУТИ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ ВОДНЫХ МАСС

Классификация гидрометеорологических процессов, явлений как метод изучения природных объектов используется давно. В последние годы наметилась тенденция к математизации процессов классификации и поискам новых методов, обеспечивающих надежное и быстрое разделение на классы при помощи ЭВМ. Возможность формализовать подобную задачу позволила, в частности, использовать для выделения водных масс признаки, которые ранее не учитывались. В работах [1—4] изложен опыт использования двух новых методов для выделения водных масс — разложения по естественным ортогональным функциям и построения кратчайшего незамкнутого пути, соединяющего все точки исходной совокупности. Достоинством этих методов является, во-первых, их многомерность. Известно, что водные массы характеризуются большим числом физических, химических и биологических признаков. Выделение их только по двум признакам (главным образом по температуре и солености) связано с тем, что человек практически не в состоянии проводить анализ в многомерном пространстве. Включение в анализ химических и биологических показателей, которые в значительной мере определяют генезис водных масс, их динамику и чрезвычайно важны при рассмотрении экологических аспектов бассейна, загрязнения и самоочищения природных вод, делает эти методы более универсальными по сравнению с методами *TS*-анализа. Во-вторых, машинная классификация, основанная на численном расчете, сводит к минимуму субъективизм исследователя. В-третьих, использование ЭВМ избавляет от трудоемких графических построений и вычислений, присущих методам *TS*-анализа при обработке массового материала. В-четвертых, методы многомерного анализа позволяют проводить различные классификации с использованием тех элементов, которые важны для решения прикладных задач. Так, для исследования загрязнения и самоочищения вод необходимо выбрать одни признаки, изучения оптических и акустических процессов — другие, рассмотрения экологических аспектов водоема — третьи. В общем случае, методы много-

мерного анализа могут быть применены для классификации различных гидрометеорологических и других явлений. В настоящей статье на примере Норвежского моря изложен опыт применения метода кратчайшего незамкнутого пути (КНП) для выделения водных масс.

Классификация основана на предположении о существовании объектов с однородными свойствами, которые образуют группы. В пределах групп различия в рассматриваемых свойствах невелики, тогда как на границах свойства одних объектов значительно отличаются от свойств других. Геометрически в координатах выбранных свойств группы характеризуются скоплением точек, которые легко различаются зрительно.

Сущность метода выделения водных масс с помощью построения кратчайшего незамкнутого пути состоит в том, что производится анализ взаимного расположения точек исходной совокупности в зависимости от свойств каждой точки в двухмерном или многомерном пространстве признаков. Значения свойств, характеризующих точку, можно представить в виде координат многомерного пространства, а мерой сходства тогда будет расстояние между точками.

Точками совокупности являются океанологические станции с измеренными на них различными характеристиками (свойствами) морской воды. Равномерная сеть наблюдений не обязательна. Классификация основана на построении кратчайшего незамкнутого пути, который соединяет все точки только один раз. Точки, принадлежащие одному классу, будут находиться на меньшем взаимном расстоянии по сравнению с точками, находящимися в разных классах. Границы между классами проходят по наибольшим отрезкам (дугам) кратчайшего связывающего пути. Алгоритм построения такого обхода точек приведен в работе [5]. Специфика этого алгоритма в следующем: после нахождения матрицы расстояний между всеми точками исходной совокупности при построении КНП вначале соединяются точки с малыми взаимными расстояниями, т. е. одного класса, затем через большое расстояние между точками (границу) происходит переход к следующей группе.

Применение такого алгоритма не требует априорной информации о количестве классов, что важно для оптимального разделения исходной совокупности на компактные подмножества. Поскольку при выделении водных масс приходится иметь дело с признаками различной физической природы (например, с температурой, соленостью, биогенами, газами и т. д.), обычно переходят к безразмерным величинам. В настоящей работе нормирование признаков проведено следующим образом:

$$a_{i_н} = \frac{a_i - \bar{a}}{\sigma_a},$$

где $a_{i_н}$ — нормированное значение признака a для i-й точки совокупности;

a_i — исходное значение признака в этой же точке;

$\bar{a}$ — среднее значение признака;

σ_a — среднее квадратическое отклонение.

Нормировка дала возможность сравнивать величины, заданные признаками разной природы.

Найти кратчайший незамкнутый путь — значит решить первую часть поставленной задачи о нахождении числа и границ водных масс. Если бы точки, характеризующие водные массы, представляли собой ярко выраженные компактные группы, удаленные друг от друга на большие расстояния, то нахождение границ водных масс не представляло бы труда. Естественно, что расположение исходной совокупности точек в пространстве признаков не является равномерным, иначе теряет смысл само понятие о водной массе и возможности классифицировать воды Мирового океана. Однако в природе практически нет четких границ раздела, а есть переходные зоны смешения вод разных классов. Эти зоны в отдельных частях Мирового океана — обширные районы, в которых длительное время сохраняется относительная однородность основных физических характеристик, т. е. объемы вод здесь, согласно ГОСТу, представляют собой отдельные водные массы [6]. Поэтому в таких случаях бывает трудно найти границы между основными водными массами и водной массой, образовавшейся в результате смешения и трансформации основных водных масс. Количественных критериев, позволяющих однозначно определить границы водных масс, пока не существует, и выделение является в значительной степени условным.

При использовании метода КНП границы водных масс находят построением графика этого пути, на котором максимальные дуги соответствуют границам типов вод. Возникает задача выбора порогового значения длины дуги, соответствующей истинной границе. Субъективизм данного метода заключается в том, что исследователь сам должен как-то найти (или задать априори) пороговое значение длины граничной дуги либо число классов.

К настоящему времени основные водные массы Мирового океана выделены методами TS-анализа. Можно методом КНП, использовав только два элемента (температуру и соленость), найти границы водных масс, которые будут наилучшим образом соответствовать границам, полученным методами TS-анализа по тем же исходным данным, затем найти длину граничной дуги. Однако это пороговое значение дуги будет справедливо только для данной гидрологической съемки и двух рассматриваемых элементов. С использованием большого числа признаков (биогены, газы и др.), что является основным достоинством методов многомерного анализа, изменится пороговое значение длины граничной дуги. Вышесказанное привело к попыткам найти такой формальный критерий,

который позволил бы количественно оценить качество данной классификации по сравнению с другими, т. е. позволил бы найти оптимальное число классов исходной совокупности. Использование такого критерия позволило бы провести объективное сравнение классификаций водных масс, полученных для разных районов Мирового океана.

Вторая часть метода КНП связана с решением задачи на нахождение условного экстремума некоторой функции — показателя качества классификации, который должен характеризовать оптимальное разделение на классы исходной совокупности точек. Наиболее простые показатели качества классификации учитывают только два свойства: наибольшую близость точек внутри класса и максимальную дальность классов друг от друга, т. е. внутриклассовую и межклассовую дисперсии [7].

Классификация будет тем лучше, чем меньше среднее расстояние между точками внутри класса и чем больше средняя длина граничной дуги. Максимум функции, характеризуемой отношением или разностью внутриклассовой и межклассовой дисперсий, должен соответствовать оптимальной классификации. Этот критерий достаточно эффективен в случае четко выраженных границ и компактно расположенных точек внутри класса, что, как указано ранее, далеко не всегда наблюдается в природе.

Более полно качество классификации характеризует критерий, предложенный Н. Г. Загоруйко [8]. Им была предпринята попытка учесть основные формальные свойства рассматриваемой совокупности точек, которые использует специалист при проведении классификации зрительно. С этой целью группе экспертов предъявлялись различные варианты расположения точек на плоскости и предлагалось разделить их на классы. Выяснилось, что при разделении эксперты руководствуются следующими четырьмя показателями классификации:

1. Средней мерой «близости» точек внутри класса (ρ):

$$\rho = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} \rho_j^x,$$

где $\rho_j^x = \frac{1}{l_j - 1} \sum_{i=1}^{l_j - 1} d_i$;

k — число классов;

l_j — число точек внутри класса;

ρ^x — мера «близости» l_j точек внутри j-го класса;

d_i — расстояние между точками.

Чем меньше ρ, тем лучше классификация.

2. Средней удаленностью классов друг от друга (d):

$$d = \frac{1}{k-1} \sum_{j=l}^{k-1} r_j,$$

где r_j — длина граничной дуги между классами. Чем больше d, тем лучше классификация.

Помимо этих двух показателей, об использовании которых сказано выше, Н. Г. Загоруйко предлагает еще два:

3. Меру «одинаковости структуры» точек внутри классов (λ):

$$\lambda = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^{k-1} (\beta_{\min}/r)_j ,$$

где $\beta_{\min}$ — наименьший из участков кратчайшего незамкнутого пути, непосредственно примыкающих к граничной дуге r. Чем меньше структурная неоднородность внутри класса, т. е. чем меньше $\beta_{\min}$ и λ, тем лучше классификация.

4. «Одинаковость» числа точек в классе (h):

$$h = k^k \prod_{j=1}^{k} l_j/L ,$$

где L — общее количество точек совокупности.

При одинаковом числе точек в каждом классе, т. е. при $l_j = L/k$, h достигает своего максимума, равного единице, и это считается наилучшим значением для качества классификации.

Критерием качества классификации выбрана функция, характеризующая взаимосвязь предложенных показателей [8],

$$F = \ln \frac{d^a h^c}{(\varphi + \rho^m)(\psi + \lambda^b)} . \qquad (1)$$

Величины a, b, c, m, φ и ψ представляют собой коэффициенты, значения которых находятся эмпирически. Критерий F должен давать условный максимум при оптимальном сочетании выбранных показателей качества классификации. Применение зависимости (1) при условии $a=b=c=m=\varphi=\psi=1$, по данным Н. Г. Загоруйко, может служить хорошим критерием качества классификации. Однако использование этого критерия для нахождения оптимального числа классов при выделении водных масс не всегда дает положительные результаты. Попытки подбора других значений коэффициентов a, b, c, m, φ, ψ, не равных единице, при сохранении неизменным вида зависимости (1), также не улучшило положения.

Исследование каждого из четырех показателей качества классификации применительно к выделению водных масс показало, что основными из них являются три: «близость» точек внутри класса, «удаленность» классов друг от друга и структурная однородность точек внутри классов. При классификации водных масс или других гидрометеорологических объектов практически невозможно получить группы с более или менее равным количеством точек в них. Это связано с тем, что, например, при равномерной расчетной сетке на больших акваториях основные водные массы занимают большие пространства, а прибрежные воды, имеющие меньший объем, характеризуются значительно меньшим числом точек. В таком случае количество точек в классе не может являть-

ся показателем качества классификации. Поэтому параметр h, характеризующий «однородность» числа точек внутри каждого класса, не учитывался в поиске нового критерия для оценки качества классификации океанологических объектов.

В результате исследования получена зависимость, содержащая только три показателя:

$$N = \ln \frac{d^{0,5}(1-\lambda)}{e^{\rho}\ (1+\lambda\rho)}. \qquad (2)$$

Зависимость (2) была использована для выделения водных масс Норвежского моря и Тихого океана и дала положительные результаты. Условный экстремум критерия N указывает на такую классификацию, которая является оптимальной при выбранных показателях из близких к ней классификаций. Критерий достаточно хорошо реагирует на изменение свойств классифицируемой совокупности.

При выделении водных масс по комплексу океанологических характеристик необходимо внимательно подходить к выбору используемых признаков: желательно, чтобы при заданной мерности пространства они обладали максимальной информативностью. Кроме того, следует помнить, что в зависимости от выбора тех или иных признаков можно получать различные варианты классификации, причем каждый из них будет отражать реальные свойства объектов исходной совокупности. Информативность признаков определяется мерой их разделительных свойств. Качественно признаки классов можно разбить на 3 группы:

1) имеющие тождественно равные свойства для всех точек совокупности. Очевидно, что такие признаки непригодны для классификации;

2) чувствительные при переходе от одной точки к другой в пределах каждого класса и незначительно меняющиеся при переходе от одного класса к другому;

3) обладающие наибольшей изменчивостью при переходе от одного класса к другому и мало меняющиеся в пределах одного класса.

Естественно, что наиболее информативными для классификации будут признаки третьей группы, однако отбор их практически представляет большие трудности. Существуют некоторые методы сравнительной оценки выбранных признаков, позволяющие оценить их информативность [9]. Для этой цели используется отношение

$$P_i = M[D_{i,j}]/\overline{D}_{i,j},$$

где $M[D_{i,j}]$ — математическое ожидание дисперсии i-го признака по классам;

$\overline{D}_{i,j}$ — дисперсия математического ожидания распределений признаков при переходе от класса к классу.

Наиболее информативным признаком является тот, которому соответствует минимальное значение величины P_i. Для Норвежского моря по материалам наблюдений э/с «Профессор Визе» в июне—сентябре 1969 г. была проведена оценка информативности следующих элементов: температуры, солености, абсолютного содержания кислорода, кремния, водородного показателя (pH). Предварительный анализ показал, что pH относится к признакам первой группы, т. е. использование его для классификации нецелесообразно. Остальные элементы имели следующие значения критерия информативности: температура $P_т = 0{,}28$; соленость $P_s = 0{,}001$; кислород $P_o = 0{,}21$; кремний $P_{si} = 0{,}83$. Таким образом, наилучшими разделительными свойствами обладает соленость; температура и кислород примерно одинаковы в этом отношении, а кремний в данном случае использовать для выделения водных масс наименее целесообразно. Следует заметить, что критерий информативности признаков (P) зависит от выбранных единиц измерений величин. Так, измеряя кислород не в мл/л, а используя значения относительного содержания кислорода, мы изменяем статистические характеристики распределения, что скажется и на величине критерия. Кроме того, приведенные характеристики разделительных свойств солености, температуры, кислорода и кремния справедливы только для данной съемки и данного района. В. Н. Киселев для Чукотского моря по данным съемки в 1971 г. установил, что наилучшее выделение водных масс дает использование трех элементов: кислорода, кремния и водородного показателя [4]. Таким образом, используя комплекс признаков при выделении водных масс, необходимо предварительно оценить их информативность.

Применение метода кратчайшего незамкнутого пути для выделения водных масс проиллюстрировано на примере Норвежского моря. В качестве исходных данных выбраны средние многолетние характеристики температуры и солености [10]. Выбор только двух признаков для классификации обусловлен тем, что это позволило сравнить результаты нашей классификации с данными Т. А. Берниковой, использовавшей методы TS-анализа [10]. Выделение проведено с помощью ЭВММ-222, алгоритм программы изложен у Р. К. Прима [5]. Количество классов определялось по зависимости (2), график изменения функции N показан на рис. 1. Оптимальному разделению используемой совокупности точки соответ-

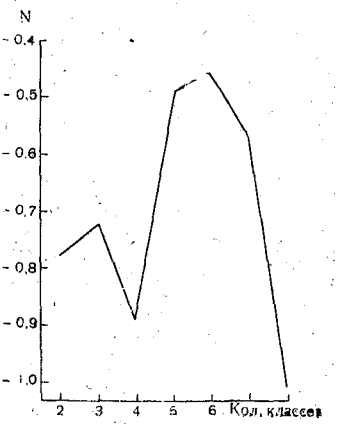


Рис. 1. Изменение критерия качества классификации (N) в зависимости от количества классов (Норвежское море, поверхность)

ствует семь классов (см. рис. 1). На рис. 2 показано распределение водных масс на поверхности Норвежского моря, полученное Т. А. Берниковой, а на рис. 3 — полученное методом КНП. На рисунках отсутствуют собственно норвежские глубинные воды, которые прослеживаются глубже 50 м и даны в Атласе [10] под цифрой V.

Задача Т. А. Берниковой состояла в выделении зон смешения, т. е. областей, в пределах которых перемещаются границы водных масс. В качестве исходных данных ею были использованы материалы многолетних наблюдений над температурой и соленостью без учета времени их получения. Выделено четыре основных типа вод в Норвежском и Гренландском морях: атлантические, полярные, прибрежные и норвежского глубинные воды, а также воды Восточно-Исландского, Балтийского течений и зоны смешения (см. рис. 2).

Для выделения водных масс нами использованы практически те же данные, но после их осреднения и получения средних многолетних значений температуры и солености по данным Атласа [10]. Естественно, что осреднение сгладило градиенты используемых элементов на границах водных масс, что фактически затруднило нахождение границ. Однако с помощью метода КНП получены те же три основные водные массы на поверхности: атлантические, полярные и прибрежные воды (воды Балтийского течения, разделенные на три подтипа) и воды Восточно-Исландского течения и течений переменных направлений, т. е. смешанные глубинно-полярные воды (рис. 3). Разделение вод Балтийского течения на три подтипа связано с тем, что, по данным Атласа [10], интервал изменения температуры этих вод — от 1 до 14° С (у атлантических вод 4—14° С, у зон смешения III — от 2 до 11, IV — от 1 до 7, VII — от 1 до 9, VIII — от 2 до 9° С, т. е. интервалы изменений температуры у вышеуказанных вод не выходят за пределы изменения температуры вод Балтийского течения), а солености — от 28,0 до 34,9‰ (у баренцевоморских вод от 30,0 до 34,5, у зоны смешения VI от 30,0 до 34,0‰). Большая изменчивость признаков вод Балтийского течения свидетельствует о том, что они относятся к указанной ранее второй группе признаков, которые не являются наиболее информативными для выделения водных масс.

Методом КНП воды Балтийского течения разделены на три подтипа: IX (температура ~9,0° С, соленость ~34,0‰) IX′ (температура ~8° С, соленость ~33,0‰), и IX″ (температура ~7,5° С, соленость ~34,0‰, см. рис. 3). Если рассмотреть средние значения температуры и солености для отдельных типов вод (см. рис. 2 и Атлас [10]), то различия на 1° С и 1‰ являются достаточными для выделения их в отдельные типы.

Вопрос о влиянии числа используемых признаков на характер классификации требует специального рассмотрения, выходящего за рамки данной работы. В целом увеличение числа признаков ведет к некоторому увеличению количества водных масс, но это не всегда является правилом.

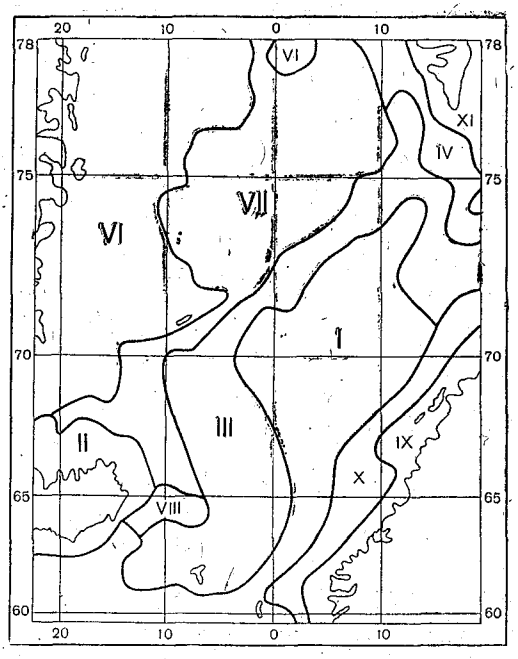


Рис. 2. Распределение водных масс на поверхности Норвежского моря, по данным Т. А. Берниковой [10]:

I — воды Норвежского течения (атлантические); II — воды течения Ирмингера (смешанные прибрежно-атлантические); III — зона смешения и район перемещения фронтальных зон между глубинными (собственно-норвежские) и атлантическими (глубинно-атлантические) водами; IV — зона смешения и район перемещения фронтальных зон между баренцевоморскими и глубинно-атлантическими водами; VI — воды Восточно-Гренландского течения (полярные); VII — воды Восточно-Исландского течения и течений переменных направлений (смешанные глубинно-полярные воды); VIII — зона смешения и район перемещения фронтальных зон между глубинно-полярными и глубинно-атлантическими водами; IX — воды Балтийского течения (прибрежные); X — зона смешения и район перемещения фронтальных зон между водами Балтийского течения и атлантическими; XI — воды Восточно-Шпицбергенского и Медвежинского течений (баренцевоморские)

Использование метода кратчайшего незамкнутого пути для выделения водных масс с оценкой информативности признаков и учетом критерия качества классификации позволяет проводить анализ в многомерном пространстве признаков, свести к минимуму субъективизм и избавиться от трудоемкого ручного счета.

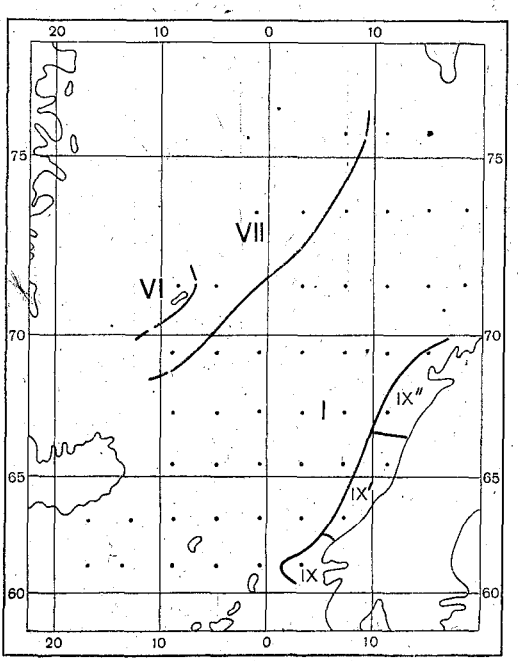


Рис. 3. Распределение водных масс на поверхности Норвежского моря, полученное с помощью метода кратчайшего незамкнутого пути. Условные обозначения те же, что на рис. 2. Узлы расчетной сетки отмечены точками

ЛИТЕРАТУРА

1. Клепиков В. В., Лукин В. В. Выделение водных масс и фронтов в южном океане по совокупности признаков с помощью оптимального цикла. — «Инф. бюл. Сов. Антарктич. экспедиции», 1972, № 2, с. 52—56.
2. Клепиков В. В., Смирнов Н. П., Божков А. Г. Выделение и исследование водных масс в Индийском океане с помощью разложения по естественным ортогональным функциям. — «Вестник ЛГУ. Сер. геол. и геогр.», 1974, № 24, с. 72—81.
3. Смирнов Н. П., Скляренко В. Л. Классификация в гидрологии как задача теории распознавания. — «Труды Ин-та биологии внутр. вод АН СССР, 1974, вып. 26(29), с. 166—180.
4. Николаев Ю. В. Классификация гидрометеорологических процессов с помощью ЭВМ. Л., Гидрометеоиздат, 1976 35 с.

5. Прим Р. К. Кратчайшие связывающие сети и некоторые обобщения. — «Кибернетический сб.», 1961, № 2, с. 95—107.
6. ГОСТ 18451—73, «Океанология», ГКС, Сов. Мин. СССР, М., 1973. 63 с.
7. Сонечкин Д. М. Математическая теория классификаци и ее применение в метеорологии. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 12, с. 24—33.
8. Загоруйко Н. Г. Методы распознавания и их применение. М., «Сов. радио», 1972. 206 с.
9. Горелик Л. А., Скрипкин В. А. Построение системы распознавания. М., «Сов. радио», 1974. 222 с.
10. Атлас условий промысла сельди в Норвежском и Гренландском морях. Калининград, 1962. 184 с.

Ю. Л. СОРОКИН (ЛГМИ), В. М. ТИМЕЦ

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК СФЕРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ СКОРОСТИ ПОТОКА

Одним из методов измерения скорости потока является измерение реакции закрепленного тела на воздействие потока, обтекающего его. Конструктивно тело сопротивления может быть выполнено в виде сферического насадка, установленного на конце стержня, другой конец которого жестко или шарнирно закреплен. Под действием набегающего потока сфера отклоняется от первоначального положения. Измеряя деформацию стержня или перемещения сферы — линейное или угловое — относительно точки закрепления стержня можно измерить скорость потока.

Преимуществом первичных преобразователей скорости потока, выполненных в виде сферических насадков, является их высокая надежность и возможность измерения составляющих вектора скорости потока относительно заданных координатных осей.

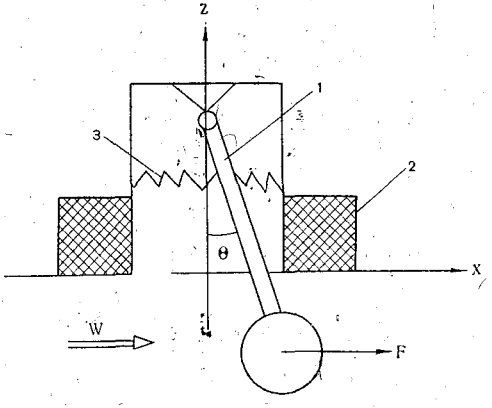


Рис. 1. Схематическое изображение преобразователя скорости:
1 — стержень со сферическим насадком; *2* — вторичный преобразователь перемещения; *3* — пружина

Рассмотрим вывод основных аналитических зависимостей, определяющих характеристики преобразователя скорости потока. Для этого представим его в виде первичного преобразователя, состоящего из стержня со сферическим насадком и пружины, и вторичного преобразователя перемещения стержня в электрический сигнал (рис. 1). Относительно точки закрепления стержень установлен шарнирно и возвращается в исходное состояние после прекращения действия силы с помощью пружины. Сопротивление сферы потоку будет создавать динамический момент силы, наклоняющий первичный преобразователь на некоторый угол θ по направлению действия потока.

В соответствии с известными зависимостями момент силы будет равен

$$M_w = \pm F_w h, \tag{1}$$

где F_w — воздействующая на сферу сила;
h — плечо силы.

Сила, воздействующая на сферу, в свою очередь определяется зависимостью [1, 2]:

$$F_w = \frac{1}{2} C_w S \rho W^2, \tag{2}$$

где C_w — коэффициент лобового сопротивления сферы;
S — площадь характерного сечения;
ρ — плотность среды;
W — скорость потока.

Учитывая, что первичный преобразователь работает в автомодельном режиме, когда коэффициент сопротивления сферы постоянен, имеет квадратичную зависимость силы, действующей на преобразователь, от скорости потока. Перемещение первичного преобразователя под воздействием потока относительно точки закрепления стержня может быть описано дифференциальным уравнением вращательного движения:

$$I \frac{d^2 \Theta}{dt^2} = \sum_{i=1}^{n} M_i, \tag{3}$$

где I — момент инерции первичного преобразователя с учетом присоединенных масс;
$\sum_{i=1}^{n} M_i$ — сумма моментов сил, действующих на первичный преобразователь;
θ — угол отклонения.

Помимо гидродинамической силы на первичный преобразователь при его перемещении будут воздействовать силы упругости пружины, пропорциональная углу θ, и демпфирующая сила вязкого сопротивления, пропорциональная скорости перемещения.

Полагая, что жесткость пружины обеспечивает достаточно малые перемещения стержня, при которых

$$\cos\theta = 1; \quad \sin\theta = \theta, \tag{4}$$

составим дифференциальное уравнение движения первичного преобразователя с учетом формул (1), (3) и (4):

$$I \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + h_1 K_g \frac{d\Theta}{dt} + h_1 K_ж \Theta = M_w, \tag{5}$$

где $M_w = \frac{1}{2} C_w \rho S_{ср} h W^2 = A_2 W^2$;
K_g — коэффициент амортизатора;
$K_ж$ — коэффициент жесткости;
h_1 — плечо сил сопротивления.

Исходя из уравнения (5) структурная схема первичного преобразователя может быть представлена в виде стационарной нелинейной системы, состоящей из нелинейного статического элемента, преобразующего скорость потока в динамический момент силы, и линейного звена, преобразующего динамический момент силы в перемещение первичного преобразователя.

Передаточная функция линейного звена может быть определена путем преобразования по Лапласу уравнения (5). При нулевых начальных уравнениях передаточная функция линейного звена будет равна

$$W_{\Theta}(p)=\frac{K_1}{1+T_1p+T_2^2p^2}, \tag{6}$$

где $T_2=\sqrt{\frac{I_1}{K_1^2K_ж}}$; $T_1=\frac{K_g}{K_ж}$; $K_1=\frac{1}{K_ж h_1^2}$.

Соотношение (6) описывает звено второго порядка, характеристики которого хорошо известны. При ступенчатом воздействии сигнала на входе звена выходной сигнал будет изменяться по апериодическому закону, если корни характеристического уравнения, определяемые выражением

$$T_{3,4}=\frac{T_1}{2}\pm\sqrt{\frac{T_1^2}{4}-T_2^2}, \tag{7}$$

являются действительными и разными, т. е. если выполняется условие

$$T_1>2T_2. \tag{8}$$

Подставляя в формулу (8) значения T_2 и T_1, получаем, что выходной сигнал будет апериодическим, если

$$K_2>\sqrt{\frac{IK_1}{h_1}}. \tag{9}$$

Поскольку нелинейный статический элемент является нелинейно преобразующим безынерционным устройством, то быстродействие преобразователя скорости будет определяться быстродействием линейного звена с учетом коэффициента усиления K_2 вторичного преобразователя. Для анализа динамических свойств линейного звена преобразователя скорости рассмотрим его логарифмическую частотную характеристику. Полагая, что передаточная функция вторичноого преобразователя определяется только его коэффициентом усиления K_2, получаем

$$W(p)=\frac{K_1K_2}{(1+T_3p)(1+T_4p)}=\frac{K}{(1+T_3p)(1+T_4p)}. \tag{10}$$

Логарифмическая частотная характеристика, построенная на основании выражения (10), показана на рис. 2. Частота среза характеристики $\omega_{ср}$, на которой коэффициент передачи равен 0 дБ, определяется выражением

$$\omega_{ср} = \frac{K}{T_3}. \qquad (11)$$

Запас по фазе линейного звена на частоте среза определится выражением

$$\Delta\varphi = 180 - \operatorname{arctg} T_3 \omega_{ср} - \operatorname{arctg} T_4 \omega. \qquad (12)$$

Решение задачи исследования точности преобразователя скорости сведем к нахождению математического ожидания и дисперсии выходной переменной.

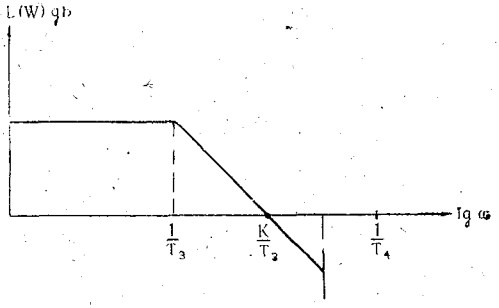


Рис. 2. Логарифмическая частотная характеристика

Предположим, что случайное воздействие потока на первичный преобразователь подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием m_w, средним квадратическим отклонением σ_w и нормированной корреляционной функцией:

$$r_w(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}. \qquad (13)$$

Поскольку характеристика нелинейного статического элемента не зависит от времени, то элемент будет обладать стационарной характеристикой.

Характеристика нелинейного статического элемента может быть представлена в виде полинома второй степени, у которого коэффициенты при всех членах полинома, кроме квадратичного, равны нулю. В этом случае корреляционная функция процесса на выходе

нелинейного звена, а также спектральная плотность, математическое ожидание и дисперсия будут соответственно равны [3]:

$$\left.\begin{aligned} R_{M_w}(\tau) &= 4A_2^2\sigma_x^2\left[m_w^2 e^{-\alpha|\tau|} + \frac{1}{2}\sigma_w^2 e^{-2\alpha|\tau|}\right], \\ G_{M_w}(\omega) &= 4A_2^2\sigma_x^2\frac{\alpha}{\pi}\left[\frac{m_w^2}{\alpha^2+\omega^2} + \frac{\sigma_w^2}{(2\alpha)^2+\omega^2}\right], \\ m_{M_w} &= A_2(m_w^2+\sigma_w^2), \\ D_{M_w} &= A_2^2\cdot 2\sigma_w^2(2m_w^2+\sigma_w^2). \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Определим дисперсию установившегося процесса на выходе линейного звена, а тем самым на выходе преобразователя скорости по формуле [3]

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} |W(P)|^2 G_{M_w}(\omega)\,d\omega. \quad (15)$$

Подставляя необходимые значения из формул (14) в (15), получаем

$$D = \frac{4A_2^2 G_w^2 K^2}{T_1}\left[m_w^2\frac{T_1+\alpha T_2^2}{1+\alpha T_1+\alpha^2 T_2^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{\sigma_w^2}{2}\cdot\frac{T_1+2\alpha T_2^2}{1+2\alpha T_1+4\alpha^2 T_2^2}\right]. \quad (16)$$

Математическое ожидание выходного сигнала линейного звена может быть определено по формуле

$$m = m_{M_w} W(0), \quad (17)$$

где $W(0)$ — передаточная функция звена при $p=0$.

Следовательно, учитывая соотношение (6) и выражение (10), получаем

$$m = \frac{A_2 K_2}{h_1 K_ж}(m_w^2+\sigma_w^2). \quad (18)$$

При $m_w \gg \sigma_w$ формулу (18) можно упростить:

$$m = \frac{A_2 K_2}{h_1 K_ж} m_w^2. \quad (19)$$

Полученные соотношения будут верны и для системы, совершающей изгибные колебания. Известно [4], что для консольного стержня, изгибаемого силой F, приложенной на его свободном конце, коэффициент жесткости равен:

$$K_{ж} = \frac{3EI}{h^3}, \tag{20}$$

где E — модуль упругости материала стержня;
I — момент инерции поперечного сечения стержня вокруг оси, проходящей через центр тяжести сечения перпендикулярно плотности изгиба.

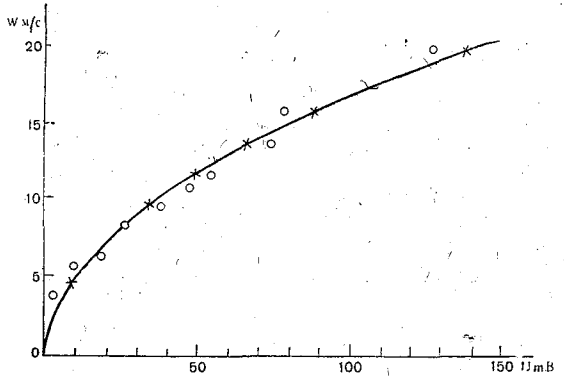


Рис. 3. Характеристика преобразователя скорости:
—×— расчет; ⊙ — эксперимент

Учитывая, что в формуле (19) $A_2 m_w^2 = M_w$, а K_2 — есть коэффициент передачи вторичного преобразователя, выражение

$$\frac{M_w h^3}{h\, 3EI}. \tag{21}$$

есть прогиб балки на ее свободном конце, получаемый при решении дифференциального уравнения упругой линии. Следовательно, зная коэффициент лобового сопротивления сферы C_w и задаваясь необходимым коэффициентом усиления вторичного преобразователя можно получить градуировочную характеристику преобразователя скорости.

На рис. 3 показаны расчетная и экспериментальные характеристики преобразователя скорости потока, выполненного в виде сферического насадка, установленного на жестко закрепленном стержне, деформации которого измерялись с помощью тензометров. Поскольку коэффициент лобового сопротивления сферы был

определен экспериментальным путем ($C_w = 0{,}7$) и принят в расчет, то расхождения между расчетной и экспериментальной характеристикой можно объяснить различными коэффициентами усиления реального и предполагаемого усилителей.

Выводы

1. Полученные выражения для передаточной функции измерителя позволяют рассчитать ожидаемые точностные характеристики прибора.

2. При известном коэффициенте лобового сопротивления сферы характеристики преобразователя скорости могут быть вычислены и промоделированы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрашев А. Н., Кивако Л. А., Гожий С. И. Прикладная гидромеханика. М., 1970. 678 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1968. 742 с.
3. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Ч. I, М., 1963. 895 с.
4. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. М., 1962. 856 с.

В. М. АБРАМОВ, Г. П. КЛЕЩЕВА (ЛГМИ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КЛАССА КОМПЛЕКСНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ТЕЧЕНИЯМИ

В работе [1] были получены выражения для связей между вероятностными характеристиками вектора ветрового течения и аналогичными характеристиками вектора тангенциального напряжения ветра. При этом случайное положение квазидвумерного вектора течения характеризовалось случайной комплексной функцией времени (комплексной скоростью течения)

$$w(t) = u(t) + iv(t), \qquad (1)$$

где u, v — составляющие вектора скорости течения по осям OX и OY, соответственно.

Такое представление позволило учесть случайные колебания соответствующих векторов как по модулю, так и по направлению.

К настоящему времени выполнено довольно большое количество наблюдений над течениями, что дает возможность проверить некоторые теоретические выводы для вероятностных характеристик ветровых течений, полученные в работе [1]. Однако существующую методику статистической обработки этих наблюдений следует изменить с учетом векторного характера исследуемого процесса и представления случайного вектора течения в виде формулы (1).

В настоящей работе предлагается методика статистической обработки наблюдений над течениями, основанная на применении класса комплексных случайных функций, стационарных в широком смысле. Приведен пример обработки данных о течениях по предлагаемой методике. Анализ полученных статистических характеристик позволяет сделать выводы о физических причинах наблюдающейся в конкретном случае изменчивости течений, а также проверить некоторые теоретические выводы о вероятностных закономерностях поведения нестационарных ветровых течений.

Подробное исследование свойств вероятностных характеристик комплексных случайных функций, стационарных в широком смысле, можно найти в работе [2]. Здесь только отметим, что спек-

тральная плотность комплексной стационарной в широком смысле случайной функции $w(t)$

$$S_{ww}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} K_{ww}(\tau)\,d\tau, \qquad (2)$$

(где $K_{ww}(\tau)$ — корреляционная функция) не является четной функцией круговой частоты ω и ее необходимо рассматривать на интервале круговых частот от $-\infty$ до $+\infty$ [2]. При таком рассмотрении модуль круговой частоты можно трактовать как угловую скорость, с которой вращается соответствующая составляющая случайного вектора, а знак ω — как признак направления вращения, причем в правой системе координат знак «+» соответствует вращению против часовой стрелки, а знак «—» — по часовой. В правомерности такой трактовки можно убедиться, вычисляя формально спектральные плотности для неслучайных функций $A_1=\exp(+i\sigma)$ и $A_2=\exp(-i\sigma)$.

Таким образом, спектральная плотность комплексной случайной функции, стационарной в широком смысле, содержит информацию как о частотном распределении квадрата модуля случайного вектора, так и о преобладающем направлении вращения для конкретных частот. Информация о фазе вращений, как обычно при статистической обработке, теряется.

Целесообразно найти выражение для связи спектральной плотности комплексной случайной скорости течения $w(t)$ с вероятностными характеристиками составляющих u и v, которые являются действительными случайными функциями. Подставляя выражение для корреляционной функции $K_{ww}(\tau)$

$$K_{ww}(\tau)=K_{uu}(\tau)+K_{vv}(\tau)-i[K_{vu}(\tau)-K_{vu}(-\tau)] \qquad (3)$$

в формулу (2) и используя свойства взаимной спектральной плотности [2]

$$S^{*}_{uv}(\omega)=S_{vu}(\omega), \qquad (4)$$

$$S_{uv}(\omega)=S^{*}_{uv}(-\omega), \qquad (5)$$

получаем

$$S_{ww}(\omega)=S_{uu}(\omega)+S_{vv}(\omega)-2S^{\text{кв}}_{uv}(\omega), \qquad (6)$$

где

$$S_{uv}(\omega)=S^{\text{ко}}_{uv}(\omega)+iS^{\text{кв}}_{uv}(\omega), \qquad (7)$$

причем $S^{\text{ко}}_{uv}(\omega)$ — так называемый коспектр, а $S^{\text{кв}}_{uv}(\omega)$ — квадратурный спектр. Звездочка в формулах (4), (5), как обычно, обозначает комплексное сопряжение. Заметим, что все функции, входящие в формулу (6), являются действительными, поэтому $S_{ww}(\omega)$ тоже является действительной функцией круговой частоты, что согласуется со свойствами спектральной плотности [2].

Так как в результате статистической обработки получаются не истинные вероятностные характеристики, а их оценки, то необходимо исследовать свойства получаемых оценок (смещенность, состоятельность и т. п.). Не рассматривая здесь этого вопроса подробно, заметим, что линейность связей между статистическими характеристиками комплексной случайной функции $w(t)$ и аналогичными характеристиками составляющих u, v позволяет воспользоваться результатами иследований свойств оценок статистических характеристик действительных случайных функций при обсуждении свойств оценок для комплексных случайных функций. В частности, для того чтобы оценка спектральной плотности комплексной случайной функции была состоятельной, необходимо сглаживание с помощью соответствующих корреляционных или спектральных окон. При этом величина доверительных интервалов для спектральной плотности вычисляется так же, как и для действительных случайных функций (см., например, работу [3]).

Таким образом, для расчета оценки спектральной плотности комплексной случайной скорости $\widetilde{S}_{ww}(\omega)$ необходимо получить оценки автоспектров для составляющих $\widetilde{S}_{uu}(\omega)$ и $\widetilde{S}_{vv}(\omega)$ и оценку квадратурного спектра $\widetilde{S}_{uv}^{\text{кв}}(\omega)$, а затем полученные оценки подставить в формулу (6). Поскольку на практике обычно вычисляются так называемые односторонние оценки спектров $\widetilde{G}(\omega)$ (для $\omega \geqslant 0$), то для получения значений $\widetilde{S}_{ww}(\omega)$ при $\omega < 0$ следует учитывать связи односторонних оценок с оценками, входящими в формулу (6), а также свойства автоспектров и квадратурного спектра действительных случайных функций [3]:

$$\widetilde{S}_{uu}(\omega) = \frac{1}{2} G_{uu}(\omega); \quad S_{uu}(\omega) = S_{uu}(-\omega); \tag{8}$$

$$\widetilde{S}_{vv}(\omega) = \frac{1}{2} G_{vv}(\omega); \quad S_{vv}(\omega) = S_{vv}(-\omega); \tag{9}$$

$$\widetilde{S}_{uv}^{\text{кв}}(\omega) = \frac{1}{2} \widetilde{G}_{uv}^{\text{кв}}(\omega); \quad \widetilde{S}_{uv}^{\text{кв}}(-\omega) = -\widetilde{S}_{uv}^{\text{кв}}(\omega). \tag{10}$$

Заметим также, что при вычислении оценки $\widetilde{S}_{ww}(\omega)$ порядок проведения операций сглаживания и подстановки оценок $\widetilde{S}_{uu}(\omega)$, $\widetilde{S}_{vv}(\omega)$ и $\widetilde{S}_{uv}^{\text{кв}}(\omega)$ в формулу (6) не имеет значения.

В качестве примера вычисления спектральных плотностей векторов течений, представленных в виде комплексных функций, приведем алгоритм и результаты статистической обработки данных наблюдений над течениями, которые были получены в 1973 г.

в Северной Атлантике. Продолжительность наблюдений составила 313 ч при дискретности наблюдений $\Delta t = 20$ мин. Статистическая обработка наблюдений над течениями состояла из следующих этапов.

1. Разложение вектора скорости течения на составляющие по осям (ось OX направлена на восток, OY — на север):

$$u = |V| \sin\theta, \quad v = |V| \cos\theta, \tag{11}$$

где $|V|$ — модуль скорости течения;

θ — направление течения, отсчитываемое от оси OY по часовой стрелке.

2. Вычисление оценок автокорреляционных и взаимных корреляционных функций для составляющих u и v:

$$\widetilde{K}_{uu}(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-r} (u_i - \overline{u})(u_{i+r} - \overline{u}); \tag{12}$$

$$\widetilde{K}_{vv}(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-r} (v_i - \overline{v})(v_{i+r} - \overline{v}); \tag{13}$$

$$\widetilde{K}_{uv}(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-r} (u_i - \overline{u})(v_{i+r} - \overline{v}); \tag{14}$$

$$r = 0, 1, 2, \ldots, p,$$

где

$$\overline{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i; \quad \overline{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v_i, \tag{15}$$

$N = 939$ — число членов ряда;

$p = 150$ — максимальный вычислительный сдвиг корреляционной функции.

3. Вычисление односторонних оценок автоспектров и квадратурного спектра:

$$\widetilde{G}_{uu}(k) = 2\Delta t \left[\widetilde{K}_{uu}(0) + \sum_{r=1}^{L-1} \widetilde{K}_{uu}(r)\, W(r) \cos kr \right]; \tag{16}$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots, 150,$$

где $W(r)$ — корреляционное окно Тьюки [3],

$$W(r) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 + \cos\frac{\pi r}{L}\right) & r \leqslant L, \\ 0 & r > L; \end{cases} \tag{17}$$

$L = 150$ — точка отсечения;

$k = \frac{150 \cdot \omega}{\omega_N}$ — условная круговая частота;

$\omega_N = \frac{\pi}{\Delta t}$ — частота Найквиста.

Оценка $\widetilde{G}_{vv}(k)$ вычислялась по формуле (16), в которую подставлялась соответствующая оценка корреляционной функции.

Оценка квадратурного спектра вычислялась по формуле [3]

$$\widetilde{G}_{uv}^{\text{кв}}(k) = 4 \sum_{r=1}^{L-1} q_{uv}(r)\, W(r) \sin kr, \tag{18}$$

где

$$q_{uv}(r) = \widetilde{K}_{uv}(r) - \widetilde{K}_{uv}(-r) \tag{19}$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots, 150.$$

4. Вычисление оценки спектральной плотности случайной комплексной скорости $w(t)$:

$$\widetilde{S}_{ww}(k) = \widetilde{S}_{uu}(k) + \widetilde{S}_{vv}(k) - 2\widetilde{S}_{uv}^{\text{кв}}(k), \tag{20}$$

где при вычислении $\widetilde{S}(k)$ использовались формулы (8), (9), (10).

На рис. 1 приведены рассчитанные для $-20 \leqslant k \leqslant +20$ спектральные плотности векторов течений. Кривые *1*, *2*, *3* и *4* относятся соответственно к горизонтам 25, 100, 300 и 570 м. Общая глубина места — 590 м. Из приведенных графиков видно, что основная часть мощности изменчивости течений сосредоточена в узких полосах условных частот $k = \pm(7 \div 9)$ (периоды от 10 до 15 ч). Полосы при $-3 \leqslant k \leqslant +3$ обусловлены, по-видимому, трендовыми эффектами и, кроме того, статистически незначимы из-за недостаточной продолжительности наблюдений.

Перейдем к анализу рассчитанных спектральных плотностей. Симметричное положение пиков относительно оси ординат свидетельствует о том, что в изменчивости течений в данном случае существенную роль играют приливные явления. Вместе с тем неравенство указанных пиков по величине и неодинаковый характер изменения спектральной плотности в области этих пиков с глубиной указывают на то, что в поверхностном слое наряду с приливными явлениями важная роль принадлежит и нестационарным ветровым течениям. Данный вывод подтверждается при анализе вертикального распределения значений спектральной плотности при $k = \pm 8$ (период 12,5 часа), изображенного на рис. 2. Действительно, из работы [1] следует, что спектральная плотность нестационарного ветрового течения при $\omega = -a$ (где $a = 2\Omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса) должна затухать с глубиной по квадратичному закону, в то время как при $\omega = a$ — приблизительно по экспоненциальному закону, т. е. гораздо быстрее.

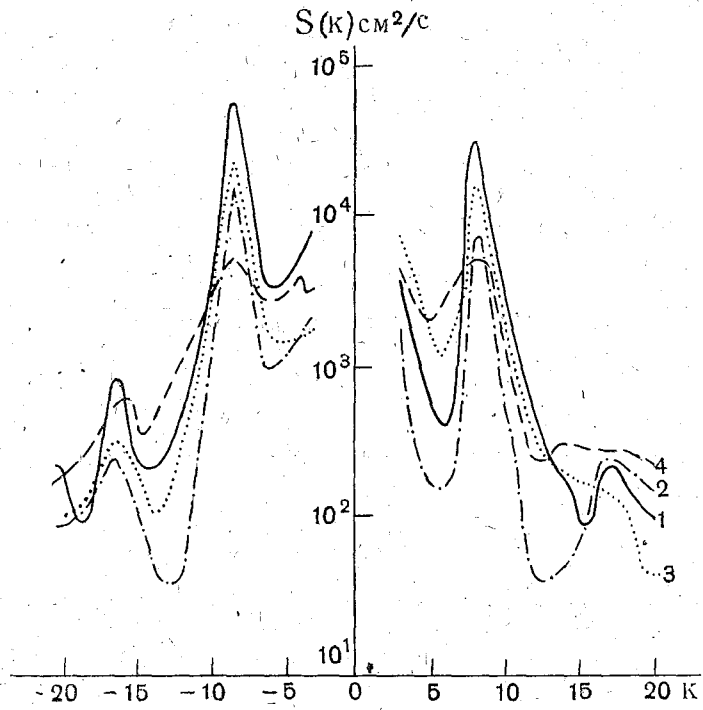


Рис. 1. Спектральные плотности векторов течений на горизонтах, м:
1 — 25; *2* — 100; *3* — 300; *4* — 570

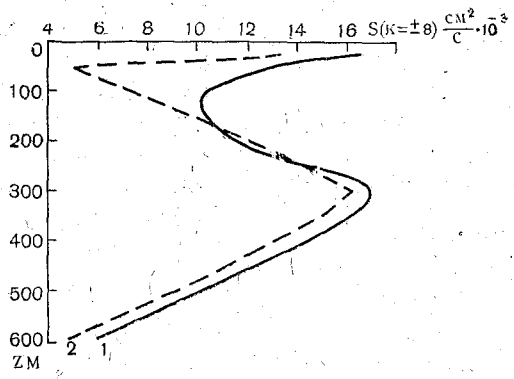


Рис. 2. Вертикальное распределение значений спектральных плотностей:
1 — $k = -8$; *2* — $k = +8$

При статистической обработке не удалось разделить приливные и инерционные частоты, поэтому для анализа были выбраны условные частоты $k = \pm 8$, спектральная плотность для которых обусловлена совместным влиянием приливных явлений с полусуточным периодом и инерционных колебаний с периодом 13,3 часа. В поверхностном слое 25—100 м (см. рис. 2) спектральная плотность комплексной скорости течения при $k = -8$ (кривая *1*) действительно убывает с глубиной приблизительно по квадратичному закону, в то время как при $k = +8$ (кривая *2*) — гораздо быстрее.

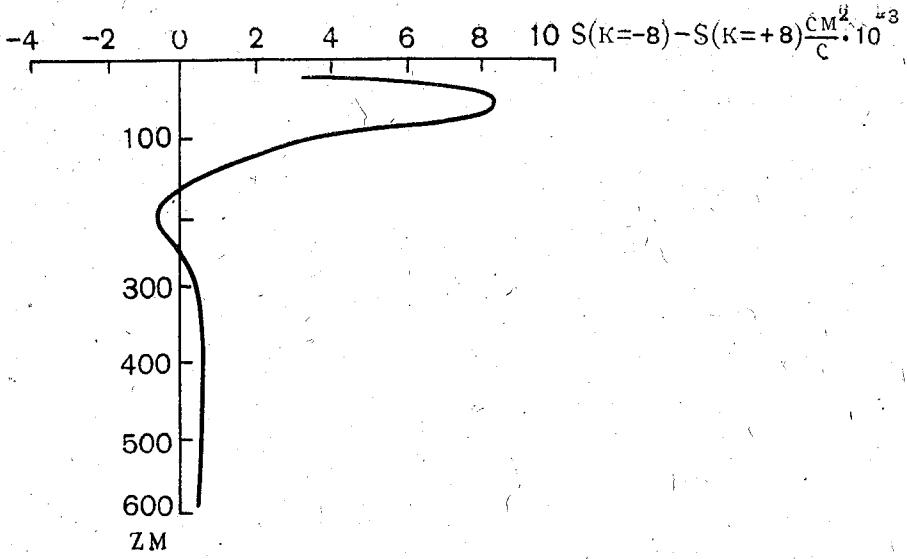


Рис. 3. Изменение разности значений спектральных плотностей с глубиной

Однако с увеличением глубины ($z \geqslant 100$ м) пики $S_{ww}(k)$ при $k = \pm 8$ становятся приблизительно одинаковыми по величине, что указывает на значительное преобладание в этом слое мощности, поступающей от приливов, по сравнению с мощностью, поступающей от ветра. Для наглядности на рис. 3 изображено изменение с глубиной разности $S_{ww}(k = -8) - S_{ww}(k = +8)$.

Таким образом, на основании экспериментальных данных удалось подтвердить теоретический вывод [1] о том, что инерционные колебания течений, вызываемые нестационарным ветром, проникают на большую глубину. Вместе с тем наличие приливных колебаний течений не позволило проследить закономерности затухания с глубиной спектральной плотности нестационарного ветрового течения во всем слое. Для преодоления этого препятствия необходим статистический анализ наблюдений над течениями, полученных в бесприливных районах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов В. М. Случайные ветровые течения в двуслойном море. (В наст. сборнике).
2. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968.
3. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Части 1 и 2. М., «Мир», 1970.

В. К. ПАВЛОВ, А. Ю. ПРОШУТИНСКИЙ,
А. В. ЧИРЕЙКИН (ААНИИ)

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЙ ЧУКОТСКОГО МОРЯ ПО ПОЛЮ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ И ГИДРОХИМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Широко распространенный в океанографической практике динамический метод расчета течений [2, 3], как известно, обладает рядом существенных недостатков.

Одним из самых слабых мест метода является необходимость задания так называемой нулевой поверхности, т. е. такого отсчетного уровня, на котором скорости течения равны нулю.

Строго обосновать выбор нулевой поверхности достаточно сложно, а существующие в настоящее время методики ее определения, основные из которых описаны в работе [3], как правило, не дают достоверных результатов применительно к морям малой глубины.

В мелководных морях, к которым относится и Чукотское, течения могут охватывать всю толщу воды — от поверхности до дна, и нулевая поверхность в ее традиционном понимании здесь попросту отсутствует. Таким образом, применение к морям типа Чукотского динамического метода расчета течений в его классической постановке не представляется возможным.

В данной работе была сделана попытка усовершенствования динамического метода в плане получения абсолютных скоростей течений, минуя определение нулевой поверхности.

Исходные уравнения динамического метода запишем в виде

$$\left.\begin{aligned} u_z - u_h &= \frac{g}{\Omega\rho}\int_z^h \frac{\partial\rho}{\partial y}\,dz, \\ v_z - v_h &= -\frac{g}{\Omega\rho}\int_z^h \frac{\partial\rho}{\partial x}\,dz, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где u_z, v_z — составляющие по осям скорости течения на горизонте z;

u_h, v_h — составляющие скорости течения на произвольно выбранной поверхности отсчета h;

g — ускорение свободного падения;
ρ — плотность морской воды;
z — вертикальная координата, направленная вниз от поверхности моря;
$\Omega = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса (ω — угловая скорость вращения Земли, φ — широта).

Как известно [3], система уравнений (1) получена в предположении о стационарности и геострофичности течения.

В рамках этих же допущений отбросим в уравнении баланса примеси члены, связанные с турбулентной диффузией, а также член, описывающий локально-временное изменение концентрации примеси в данной точке пространства. Тогда получим

$$u \frac{\partial S_i}{\partial x} + v \frac{\partial S_i}{\partial y} + w \frac{\partial S_i}{\partial z} = 0, \tag{2}$$

где S_i — некоторая субстанция, переносимая потоком движущейся воды;
w — вертикальная скорость течения.

Теперь, если мы располагаем полями наблюдений над двумя какими-либо характеристиками в море S_1 и S_2, удовлетворяющими уравнению (2), то для отсчетной поверхности h и горизонта z будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} u_\xi \frac{\partial S_i}{\partial x} + x_\xi \frac{\partial S_i}{\partial y} + w_\xi \frac{\partial S_i}{\partial z} = 0, \\ u_h \frac{\partial S_i}{\partial x} + v_h \frac{\partial S_i}{\partial y} + w_h \frac{\partial S_i}{\partial z} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Заметим попутно, что составляющие скорости и градиенты субстанций S_1 и S_2 в первом уравнении системы (3) относятся к горизонту z, а во втором — к поверхности h.

Четыре уравнения, вытекающие из уравнений (3), вместе с уравнениями (1) образуют замкнутую систему уравнений, линейных относительно составляющих скорости течения на горизонтах z и h.

Такая система легко решается даже с использованием малой вычислительной техники.

Положительная особенность предложенного метода состоит в том, что в качестве отсчетного уровня можно брать любую поверхность, на которой известны градиенты субстанций S_1 и S_2. Кроме того, в отличие от динамического метода при решении уравнений (1), (3) получаем значения вертикальных скоростей.

Для расчетов течений Чукотского моря в качестве элементов S_1 и S_2 использовались данные температуры и солености, полученные во время гидрологической съемки моря в июне 1976 г. Всего для расчетов было взято 64 гидрологические станции.

В качестве отсчетной поверхности h был принят горизонт 20 м.

Абсолютные значения скоростей рассчитывались по уравнениям (1) и (3) для горизонтов 0; 5; 10; 15 и 20 м.

Горизонтальные градиенты температуры и солености апроксимировались конечными однонаправленными разностями. Вертикальные градиенты задавались центральными разностями. Расчеты производились на ЭКВМ Электроника С-50 по специально составленным программам.

На рисунке (*а*) показана расчетная схема течений на горизонте 5 м, из которой можно сделать вывод, что течения в поверхностном слое имеют очень сложную вихревую структуру. Поступающая из Берингова пролива вода частично уходит на северо-восток, образуя циклонический вихрь южнее мыса Лисбери, а в основном в виде довольно мощной струи распространяется в сторону о. Врангеля. Можно ожидать, что часть воды, переносимой этой струей, поступает в пролив Лонга, образуя известную из литературы Лонговскую ветвь. Вдоль Чукотского побережья хорошо выражена струя Чукотского течения юго-восточного направления. Это течение доходит почти до Берингова пролива и, сталкиваясь со встречными беринговоморскими волнами, образует ряд локальных вихрей. Между двумя этими потоками существует вытянутый с севера на юг циклонический вихрь.

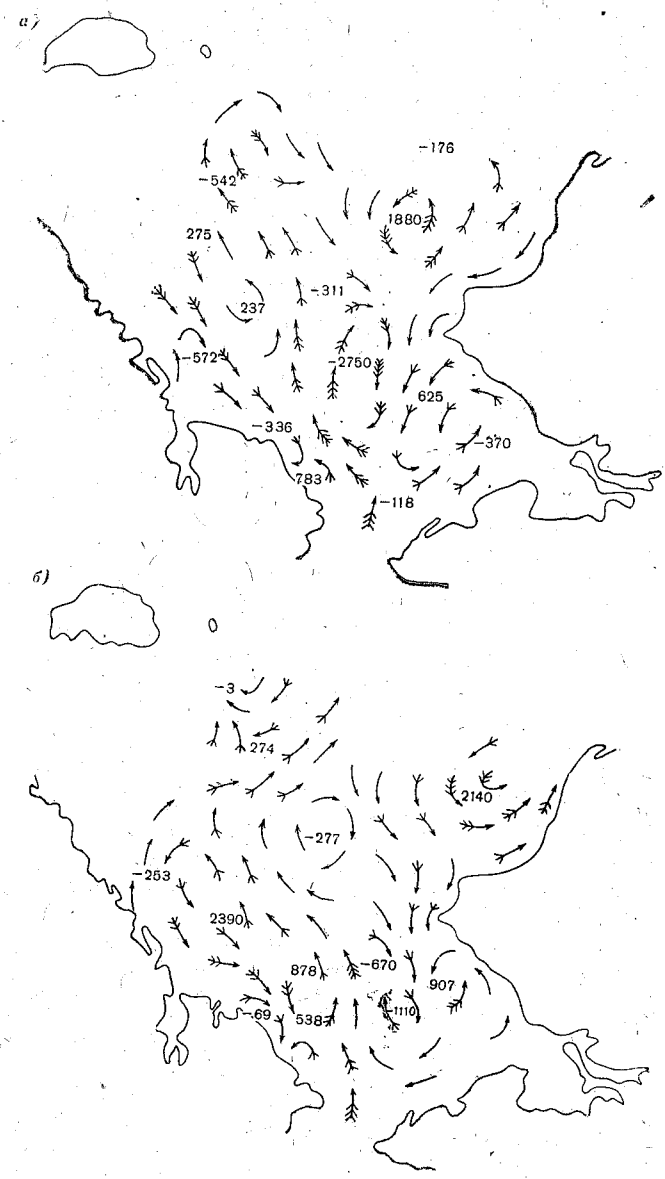
Сильные антициклонические вихри со скоростями до 100 см/с прослеживаются в центральной части Чукотского моря и севернее мыса Лисбери. Наблюдается небольшой заток вод с северо-востока вдоль побережья Аляски. Юго-западнее мыса Лисбери он исчезает, вступая в общую систему циркуляции моря.

С глубиной скорости течений несколько падают и их картина видоизменяется. На рисунке (*б*) показана схема течений на горизонте 20 м, где поступление тихоокеанских вод на северо-восток практически отсутствует. Из Берингова пролива вода движется на северо-запад и далее частично уходит к банке Геральд и частично поворачивает на запад в сторону моря Бофорта.

Антициклонический вихрь в центральной части моря значительно уменьшился в размерах по сравнению с поверхностным слоем, а циклонический круговорот севернее мыса Лисбери сместился на северо-восток, что привело к усилению затока вод с севера, вблизи побережья Аляски.

Цифрами на рисунках нанесены значения вертикальных скоростей течений на горизонтах 5 и 20 м. Из схем видно, что в центре моря преобладает подъем вод, в северной, западной и восточной частях бассейна — опускание. Порядки рассчитанных вертикальных скоростей близки к значениям, полученным ранее для других арктических морей [1].

Рассмотренные в этой работе схемы течений Чукотского моря хорошо согласуются со схемами, приведенными в работах [1, 4, 5] и полученными на основе анализа данных наблюдений.



Схемы циркуляции вод Чукотского моря на горизонтах 5 м (*а*) и 20 м (*б*):

Условные обозначения; ⟶ — 5—20 см/с; ⟶ — 20—50 см/с; ⟶ — 50—100 см/с; ⟶ — ≥ 100 см/с; — 520 — значение вертикальной скорости $w \cdot 10^5$ (знак минус означает направление вверх)

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков В. А., Павлов В. К. Вертикальный перенос вод в градиентно-конвекционных течениях Северного Ледовитого океана. — «Труды ААНИИ», т. 378, 1978.
2. Зубов Н. Н., Мамаев О. И. Динамический метод вычисления элементов морских течений. Л., Гидрометеоиздат, 1956. 111 с.
3. Фомин Л. Н. Теоретические основы динамического метода и его применение в океанологии. М., Изд-во АН СССР, 1961. 189 с.
4. Coachmen L. K., Agard K., Tripp R. B., Bering Srait. The regional physical oceanography. University of Wasington press., Seqttle and London, 1975.
5. Coachmen L. K., Tripp R. B., Currents north of Bering Strait in winter. Limnol. and Oceanogr., 1970, vol. 15, No. 4, pp. 625—632.

Л. Н. КАРЛИН, Е. Ю. КЛЮЙКОВ, П. П. ПРОВОТОРОВ (ЛГМИ)

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЕЗОННЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТЕРМОХАЛИННОЙ СТРУКТУРЫ ДЕЯТЕЛЬНОГО СЛОЯ ОКЕАНА

Экспериментальными и теоретическими исследованиями последних лет доказано важное универсальное свойство вертикальной структуры деятельного слоя океана. Заключается оно в ступенчатости профилей основных гидрофизических полей и проявляется во всех временных масштабах океанической изменчивости — от обнаруживаемой повсеместно на «мгновенных» профилях тонких прослоек до отчетливо выраженной в сезонном ходе двухслойности. В связи с существенными практическими потребностями разработке теории и количественным методам расчета вертикальной структуры и в нашей стране, и за рубежом уделяется большое внимание. Несмотря, однако, на обилие теоретических моделей, пока не созданы простые и надежные методики, позволяющие по внешним определяющим условиям описать, а затем и предвычислить основные особенности крупномасштабной структуры и, следовательно, гидрологического режима деятельного слоя океана. Выполненные к настоящему времени модельные расчеты приурочены (за единичными исключениями) к отдельным пунктам (кораблям погоды) или же относятся не ко всей толще деятельного слоя, а только к верхнему однородному подслою, не затрагивая структуры сезонного термоклина.

В данной работе предпринята попытка проанализировать исходные принципы математического моделирования процессов, обуславливающих формирование и эволюцию в течение годового цикла вертикальной плотностной структуры, сопоставить результаты расчетов (с использованием одних и тех же данных наблюдений) по моделям, получившим в последние годы наибольшую известность, и, кроме того, наметить круг вопросов, ясное понимание которых должно способствовать в дальнейшем решению рассматриваемой проблемы.

Наблюдающиеся особенности в годовом ходе вертикальной структуры деятельного слоя предопределили два различных на-

правления в математическом моделировании его термохалинного режима. Первое, называемое дифференциальным, заключается в решении системы уравнений тепло- и массопереноса с целью получения типичных для деятельного слоя профилей температуры и солености. Существование верхнего квазиоднородного (в поле плотности воды) подслоя в этом классе моделей не предполагается априори, а получается из решения задачи как следствие начальных и граничных условий. В исследованиях второго направления — интегрального — наличие квазиоднородного подслоя у поверхности океана постулируется заранее и с помощью различных соотношений находится его толщина, температура и соленость воды в нем, а также распределение характеристик в сезонном термоклине.

Не затрагивая имеющейся по первому направлению обширной литературы, ограничимся здесь краткими замечаниями по полученным в последнее время результатам дифференциального описания вертикальной структуры. В. И. Калацкому [8] на основе численного интегрирования уравнений турбулентного движения и теплопереноса удалось проследить эволюцию температурного профиля на стадии заглубления термоклина (на временном промежутке порядка двух суток). При решении задач в подобной постановке помимо уравнения бюджета турбулентной энергии необходимо привлекать либо полуэмпирические гипотезы, как это и сделано в работе [8], либо иной способ замыкания, основанный на использовании уравнения для скорости диссипации энергии, аналогичного по своей структуре уравнению бюджета энергии турбулентности.

В цикле работ сотрудников Новосибирского вычислительного центра под руководством Г. И. Марчука [15] последний подход к замыканию системы уравнений турбулентного движения стратифицированной среды удачно был применен для описания динамики развития во времени внешнего и внутреннего пограничных слоев океана. Но отметим все же, что и эта совершенная дифференциальная модель воспроизводит эволюцию профилей характеристик лишь в области развитой турбулентности, т. е. в квазиоднородном подслое. Проблема учета проникающей пульсационной энергии в окружающую нетурбулентную область (термоклин) остается пока нерешенной. Это связано главным образом с тем обстоятельством, что в условиях перемежающегося режима турбулентности, характерного для сезонного термоклина, справедливость локальных гипотез подобия для вертикальных потоков субстанций нарушается. Более же естественные нелокальные представления для расчета вертикальных потоков в стратифицированных турбулентных пограничных слоях применительно к океану еще не развиты. Кроме того, реализация дифференциальных схем описания процессов, формирующих вертикальную структуру деятельного слоя, сопряжена с большими вычислительными трудностями. Поэтому в последние годы интенсивно развиваются более простые

в вычислении интегральные методы описания термодинамических процессов в деятельном слое океана.

Основу интегральных моделей квазиоднородного слоя составляет уравнение турбулентного теплопереноса (обычно одномерное), проинтегрированное по вертикали в пределах от 0 до h

$$\frac{dT_0}{dt} h = \frac{q_0 - q_h}{c_p \rho_0}, \tag{1}$$

где T_0 — средняя в пределах квазиоднородного слоя температура воды;

q_0, q_h — потоки тепла через поверхность и нижнюю границу слоя перемешивания;

h — толщина квазиоднородного слоя.

К настоящему времени предложено довольно большое количество интегральных (двухслойных) моделей деятельного слоя океана. Все они могут быть условно разделены на несколько ветвящихся групп, отличающихся друг от друга способами определения: а) толщины квазиоднородного слоя h; б) потока тепла (массы) на нижней границе квазиоднородного слоя q_h (q_0 обычно полагают известным); в) профиля температуры воды в сезонном термоклине $T(z)\big|_{z>h}$. Рассмотрим сначала наиболее интересные, на наш взгляд, принципы и методы определения величины h.

В моделях непроникающей (свободной) конвекции [4] считается, что вовлечение в квазиоднородный слой устойчиво стратифицированной жидкости снизу приводит к размыванию скачка плотности на границе раздела (разрыва) свойств. Скорость изменения толщины слоя оценивается отношением скорости изменения плотности воды в слое, охваченном конвекцией, и вертикального градиента плотности в сезонном термоклине

$$\frac{dh}{dt} = \frac{d\rho_0/dt}{d\rho/dz}\bigg|_{z=h+0}. \tag{2}$$

Поскольку в зимний период влияние ветра на вертикальную структуру намного уступает влиянию эффекта плотностной неустойчивости, то в моделях свободной конвекции баланс механической энергии не рассматривается.

Механические факторы при описании эволюции однородного слоя в течение всего года впервые были учтены Е. Краусом и Дж. Тернером [13]. В предложенной ими локальной одномерной модели сезонного термоклина взаимосвязь термических и динамических процессов осуществляется, как известно, с помощью проинтегрированного в пределах слоя перемешивания уравнения баланса турбулентной энергии

$$G - D - g a_T h \frac{q_0 + q_h}{2\rho_0 c_p} = 0, \tag{3}$$

где ρ_0, c_p, $a_т$ — плотность, теплоемкость и коэффициент теплового расширения воды;

G, D — интегральная продукция и диссипация турбулентной энергии.

Последний член в левой части уравнения (3) описывает влияние архимедовых сил.

Продукцию энергии турбулентности полагают обычно пропорциональной кубу динамической скорости на поверхности ($G \approx \approx C_g V_*^3$) с коэффициентом пропорциональности C_g, варьируемым в довольно широких пределах — от 10 до 50 [16]. Наиболее противоречивые мнения в практическом использовании уравнения (3) возникают в связи с параметрическим учетом диссипации турбулентной энергии. В большинстве работ величина D считается пропорциональной продукции энергии G с коэффициентом пропорциональности от 0 [13] до 0,99 [16]. Подобное представление имеет, очевидно, весьма ограниченную область применения, поскольку, например, в период развития свободной конвекции, когда архимедовы силы работают на увеличение кинетической энергии, уравнение (3) вообще перестает выполняться.

Аккуратный метод учета зависимости величины D от внешних определяющих параметров (V_*, $q_0/c_p\rho_0$, $ga_т$, h) в условиях свободной и вынужденной конвекций разработан Ю. Д. Реснянским [19]. Полученное им на основе соображений теории подобия и размерностей общее выражение для D значительно улучшает результаты расчетов по моделям, замкнутым с помощью уравнения бюджета турбулентной энергии [10, 12, 14].

В ряде работ зарубежных и отечественных исследователей [24, 25, 20 и др.] сделаны различного рода обобщения модели Е. Крауса и Дж. Тернера, сводящиеся в большинстве своем к уточнению роли отдельных факторов в динамике однородного слоя. Замыкание исходных систем уравнений осуществляется в них с помощью различных полуэмпирических гипотез и соотношений, приводящих в конечном счете, к воспроизведению сезонного хода параметров однородного слоя, удовлетворительно согласующихся с данными лабораторных экспериментов или с наблюдениями на кораблях погоды.

Большой интерес представляют модели В. И. Калацкого [7] и Р. Полларда и др. [26], использующие для определения толщины квазиоднородного слоя физически оправданную гипотезу от ограниченности интегрального числа Ричардсона на нижней границе слоя перемешивания. Аналогичные соображения учитывались в последующем Г. Меллором и П. Дурбином [25] и другими исследователями.

Асимптотические оценки для роста толщины перемешанного слоя при неустойчивой и нейтральной стратификации вблизи уровня

$z=h-0$ можно получить также на основе эволюционных уравнений типа

$$\frac{dh}{dt} \sim \begin{cases} \frac{|q_0|}{c_p \rho_0} \left[\Delta T + a_1 (g a_T h)^{1/3} \left(\frac{q_0}{c_p \rho_0} \right)^{2/3} \right]^{-1} & \text{при } v_* = 0, \\ v_*^3 (g a_T \Delta T h + a_2 v_*^2)^{-1} & \text{при } q_0 = 0, \end{cases} \quad (4)$$

впервые предложенных Н. Теннекесом [27] и С. С. Зилитинкевичем [28]. В выражении (4) введены обозначения: a_1, a_2 — безразмерные константы; ΔT — перепад температуры в квазиоднородном слое и сезонном термоклине.

Почти все интегральные модели (за исключением модели плотностной конвекции [4]) непосредственно не учитывают влияния солености на формирование и эволюцию квазиоднородного (по плотности воды) слоя. Но можно предполагать, что этот вклад сравним с вкладом термического фактора. Так, если, например, в уравнение (3) вместо последнего члена, описывающего работу архимедовых сил, подставить более общее выражение с учетом изменений солености, то получим

$$h = -2 \frac{\rho_0 (G-D)}{g (M_0 + M_h)}, \quad (5)$$

где M_0, M_h — потоки массы через поверхность океана и нижнюю границу слоя перемешивания. Проведенные Ю. Д. Реснянским [20] оценки вклада солености в формирование потока массы M_0 для района станции погоды «Papa», дают 10—20% от вклада термического. По нашим расчетам, проведенным для Северной Атлантики по формуле [17]

$$M_0 = (E - P) S_0 - \frac{a_T}{c_p} q_0^T = M_0^s + M_0^T, \quad (6)$$

оказалось, что в климатическом плане значения «соленостного» члена M_0^s нередко превосходят, особенно в осенне-зимний период, значения M_0^T. Распределение отношения $\delta = |M_0^s / M_0^T|$ для августа и января приведено на рис. 1. Из этих данных можно заключить, что при моделировании годового цикла изменений вертикальной плотностной структуры и прежде всего толщины квазиоднородного слоя учет вариаций солености совершенно необходим.

Практическая реализация всех интегральных моделей для расчета толщины однородного слоя, в том числе и эволюционных уравнений, связана с необходимостью задания турбулентного потока тепла q_h через нижнюю границу слоя и, следовательно, с тем или иным представлением вертикального профиля температуры в сезонном термоклине. Эта задача вызывает наибольшие затруднения при моделировании деятельного слоя океана. Приближен-

ную (косвенную) оценку q_h удается получить только после принятия специальных упрощающих гипотез о внутренней структуре сезонного термоклина и характере обмена вблизи его верхней границы.

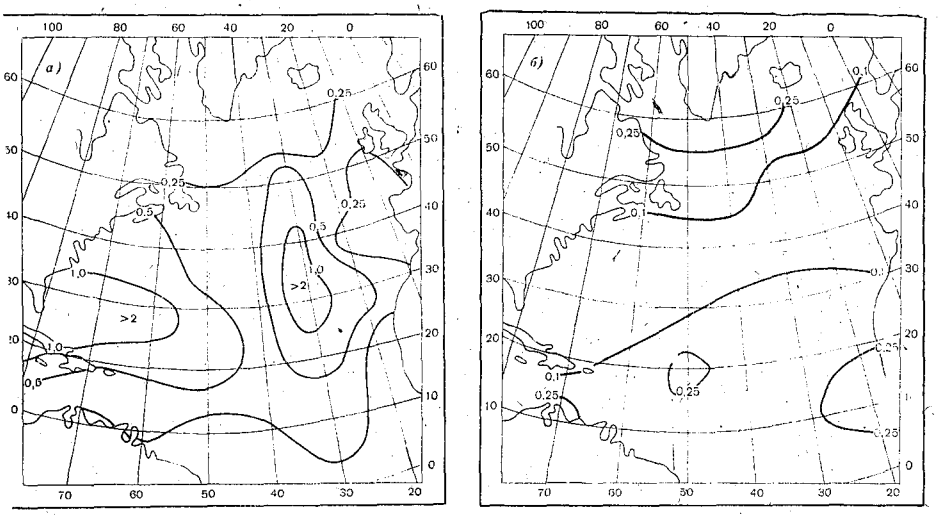


Рис. 1. Среднемноголетние значения отношения соленостного и термического факторов в формировании вертикального потока массы

$$\delta = \left(\left| (E - P) \cdot S_0 \Big/ \frac{a_т}{c_p} q_0^т \right| \right):$$

а — январь; *б* — август

Самый простой способ определения величины q_h вытекает из предположения о «замороженности» профиля температуры ниже квазиоднородного слоя. В соответствии с этим допущением он принимается нулевым в моделях непроникающей конвекции, а в моделях типа Крауса и Дж. Тернера равным:

$$q_h = c_p \rho_0 \Delta T \cdot E \frac{dh}{dt}, \tag{7}$$

где E — единичная функция, равная соответственно 0 при $\frac{dh}{dt} \leqslant 0$ и 1 при $\frac{dh}{dt} > 0$.

Условие неизменности во времени профиля температуры ниже слоя перемешивания, очевидно, соответствует действительности лишь при описании кратковременных изменений, да и то, если пренебречь эффектом перемешивания, обусловленного спорадически возникающей в термоклине вихре-волновой турбулентностью.

При моделировании сезонной эволюции структуры деятельного слоя более полными являются методы, которые учитывают

изменения температуры воды в сезонном термоклине. Самый распространенный из них — параметрическое описание температурного профиля, впервые предложенное С. А. Китайгородским и Ю. З. Миропольским [11]. Безразмерный профиль температуры в деятельном слое был аппроксимирован ими полиномом четвертой степени:

$$T(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + a_3\xi^3 + a_4\xi^4, \tag{8}$$

где $\xi = [z - h(t)]/[H - h(t)]$, $T = [T_0 - T(z, t)]/(T_0 - T_н)$ — безразмерные координата и температура;

$a_0, \ldots, a_4$ — коэффициенты, определяемые с помощью граничных условий;

H и $T_н$ — толщина деятельного слоя и температура на его нижней границе.

Поток тепла q_h находится затем интегрированием уравнения теплопроводности в сезонном термоклине

$$q_h = \rho_0 c_p \left[\alpha_т (T_0 - T_н) \frac{dh}{dt} + (1 - \alpha_т)(H - h) \frac{dT_0}{dt}\right], \tag{9}$$

где $\alpha_т = \int\limits_0^1 T(\xi)\, d\xi$ — эмпирическая константа.

Аналогичный подход к описанию среднего температурного профиля в сезонном термоклине использовался и в цикле работ А. И. Фельзенбаума [22 и др.]. При нахождении эмпирических констант, характеризующих профиль $T(z, t)$, он исходил из предположения о непрерывности профиля средней температуры на нижней границе квазиоднородного слоя. Впоследствии в работах [1, 12, 14 и др.] слой скачка, непосредственно расположенный под однородным слоем, заменялся поверхностью разрыва температуры, так что интегрирование уравнения теплопроводности в районе поверхности разрыва (в пределах от $h-0$ до $h+0$) приводит к выражению

$$(T_0 - T_h) \frac{dh}{dt} = \frac{q_{h-0} - q_{h+0}}{c_p \rho}, \tag{10}$$

где T_h — температура на нижней границе скачка.

Кроме того, для замыкания исходной системы уравнений цитируемые выше авторы привлекали ряд различных полуэмпирических соотношений, в том числе уравнение бюджета температурных неоднородностей, эволюционные уравнения и гипотезу о зависимости потоков q_{h-0}, q_{h+0} от знака dh/dt.

Оригинальный метод расчета потока тепла q_{h-0} в предположении, что нижняя граница квазиоднородного слоя есть поверхность разрыва производных от всех осредненных функций (температуры воды, скорости течения, напряжения трения, коэффициента перемежаемости и др.), разработан И. Н. Русиным [21]. Поскольку на поверхности слабого разрыва дифференциальные урав

нения лишаются смысла, то формулы для расчета потоков субстанций заменяются условиями согласования решений на скачке, вытекающими из законов сохранения массы, импульса и энергии. Несмотря на всю привлекательность соображений о разрыве свойств при переходе через слой скачка плотности воды, нам все же представляется, что такой подход целесообразно использовать лишь при описании кратковременных изменений вертикальной структуры. Что же касается осредненных профилей температуры, отражающих сезонную изменчивость структуры, то они являются гладкими и разрывов не имеют. Более общими, конечно, являются те модели сезонной эволюции деятельного слоя, которые учитывают как формирование мезомасштабной (разрывной) структуры, так и возможность перехода к крупномасштабной (гладкой) структуре. Эти соображения явились исходными в развитой Ю. М. Куфтарковым и В. К. Косныревым [14] модели со «скачком», позволившей им рассчитать (при заданном коэффициенте турбулентности в термоклине) характеристики деятельного слоя при шторме, в масштабах синоптических процессов и в течение года.

Сравнительно простой способ определения потока тепла и массы через нижнюю границу квазиоднородного слоя можно предложить, если воспользоваться следующими соображениями. Имеющиеся данные наблюдений над дрейфовыми течениями указывают на наличие в пикноклине больших вертикальных градиентов скорости течений, обуславливающих перемешивание в этом слое. Поскольку здесь подавляющая часть энергии пульсаций скорости затрачивается на преодоление сил плавучести, уравнение бюджета турбулентной энергии можно записать в виде

$$\int_h^L k_2 \left[\left(\frac{du}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dz} \right)^2 \right] dz = \eta \int_h^L k_2 \frac{g}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dz} dz, \qquad (11)$$

где ρ_2, k_2 — плотность воды и коэффициент турбулентного обмена в слое скачка;

u, v — составляющие скорости дрейфового течения;

η — число, обратное турбулентному числу Прандтля.

Верхний предел интегрирования в уравнении (11) выбирается как горизонт, на котором вектор скорости течения поворачивается на 180° по отношению к скорости на нижней границе квазиоднородного слоя. В результате несложных преобразований из уравнения (11) получаем выражение для потока массы через нижнюю границу слоя

$$M_h = -k_2 \frac{d\rho_2}{dz} = \frac{\rho_2 (u_h^2 + v_h^2)\, \omega_z \sin\varphi}{g\pi\eta}, \qquad (12)$$

где u_h, v_h — составляющие вектора скорости на нижней границе квазиоднородного слоя;

ω_z — угловая скорость вращения Земли;

φ — широта места.

Если пренебречь изменениями плотности воды за счет ее солености, то из выражения (12) вместо M_h находится поток тепла q_h.

Предпочтение следует отдать, конечно, тем моделям, которые предусматривают не параметрическое представление температурного профиля в сезонном термоклине, а непосредственный расчет его (следовательно, и потока тепла) по уравнению турбулентного теплопереноса. Наибольшая трудность дифференциального описания структуры сезонного термоклина состоит, естественно, в определении коэффициента турбулентного обмена теплом $k(z, t)$. Величина $k(z, t)$ либо подбирается на основе контрольных расчетов, либо профиль $k(z, t)$ находится из решения уравнения бюджета энергии турбулентности, проинтегрированного в пределах сезонного термоклина. Н. Г. Гарнич [3] предпринял попытку описать непрерывную эволюцию сезонного термоклина как результат действия вихреволновой турбулентности. Но попытка эта оказалась безуспешной, так как в конечном счете коэффициент турбулентной теплопроводности в термоклине считался в работе [3] известным.

Общепринятым при моделировании термической структуры деятельного слоя является допущение о неизменности в течение всего года его толщины H и температуры у его нижней границы $T_н$. Выполненные В. М. Каменковичем и Б. В. Харьковым [10] численные эксперименты по предложенной ими модели, включающей основную толщу воды (главный термоклин), убеждают в справедливости этого допущения. Следовательно, при расчете сезонного хода вертикальных профилей температуры в пределах деятельного слоя условия $T(z)|_{z>H} \approx T_н$, $q(z)|_{z>H} \approx 0$ вполне приемлемы. За величину H лучше всего принимать максимальную глубину конвективного перемешивания [6].

Рассмотрим теперь результаты расчетов толщины квазиоднородного слоя по отдельным моделям, с использованием одних и тех же данных наблюдений (рис. 2, *а*, *б*). Сопоставление этих результатов с фактическими данными показывает, что при удачном подборе определяющих параметров все модели дают качественно правильную картину сезонной эволюции величины h: уменьшение ее с момента прогрева, минимальное значение в период максимального притока тепла и заглубление слоя перемешивания в период выхолаживания. Модели [11, 16] просты в вычислении, но весьма чувствительны к выбору внешних параметров и к моменту начала расчета. Особенно велико влияние параметра $\alpha_т$, отражающего локальные особенности температурного профиля в сезонном термоклине и принимающего в Северной Атлантике значения от 0,5 до 0,85 [18]. Бо́льшее согласование с данными наблюдений дает модель Ю. З. Миропольского [16], основанная на гипотезе о непрерывности потока q на верхней границе термоклина, а также при использовании для диссипации турбулентной энергии соотношения, полученного Ю. Д. Реснянским [19].

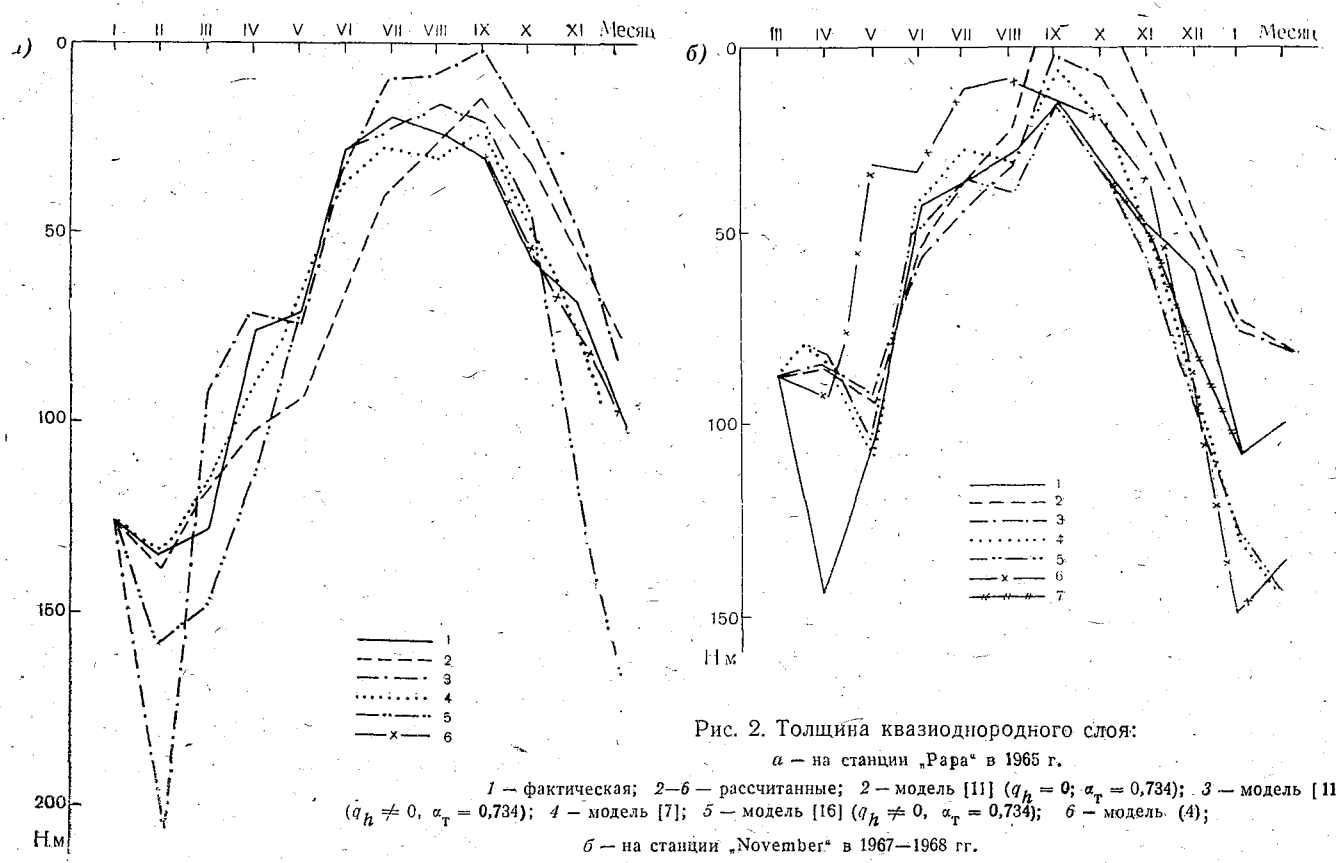


Рис. 2. Толщина квазиоднородного слоя:

а — на станции „Papa" в 1965 г.

1 — фактическая; *2—6* — рассчитанные; *2* — модель [11] ($q_h = 0$; $\alpha_T = 0{,}734$); *3* — модель [11] ($q_h \neq 0$, $\alpha_T = 0{,}734$); *4* — модель [7]; *5* — модель [16] ($q_h \neq 0$, $\alpha_T = 0{,}734$); *6* — модель (4);

б — на станции „November" в 1967—1968 гг.

1 — фактическая; *2—7* — рассчитанные; *2* — модель [11] ($q_h = 0$, $\alpha_T = 0{,}55$); *3* — модель [11] ($q_h = 0$, $\alpha_T = 0{,}60$); *4* — модель [11] ($q_h \neq 0$, $\alpha_T = 0{,}55$); *5* — модель [11] ($q_h \neq 0$, $\alpha_T = 0{,}60$); *6* — модель [7]; *7* — модель (4)

Сравнительно неплохое согласование величины h с наблюденными ее значениями получается по модели В. И. Калацкого [7], но она содержит ряд эмпирических коэффициентов, определение которых требует, в свою очередь, громоздкой обработки опытных данных. В период выхолаживания наилучшее приближение к наблюденным значениям h дает модель плотностной непроникающей конвекции, нашедшая широкое применение в массовых расчетах осенне-зимнего гидрологического режима арктических морей [4, 5].

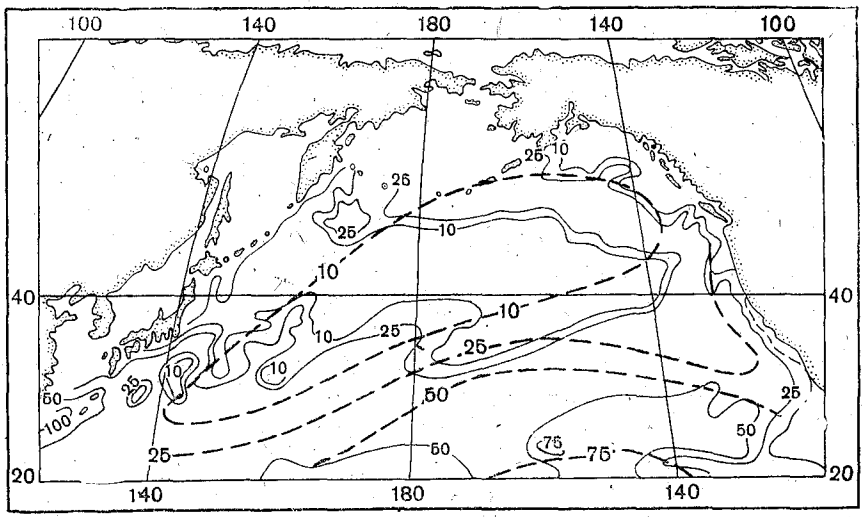


Рис. 3. Толщина квазиоднородного слоя в северной части Тихого океана для августа:

——— фактические [23]; — — — — — вычисленные по уравнению (5)

Расчеты толщины квазиоднородного слоя в период прогрева для акватории Тихого океана, выполненные нами с использованием соотношений (5), (12), показывают (рис. 3) удовлетворительное согласование их с данными наблюдений, обобщенными Б. Н. Филюшкиным [23]. Массовые расчеты и сопоставление их с фактическими данными по остальным моделям, насколько нам известно, не проводились.

Остановимся в заключении на некоторых нерешенных вопросах.

1. Большинство интегральных моделей деятельного слоя исходит из предположения о горизонтальной однородности океана. Хотя средние вертикальные и горизонтальные течения и не являются основной причиной формирования сезонного термоклина, но они, очевидно, существенно влияют на его временную и пространственную изменчивость. Непосредственный учет вклада динамических факторов в формирование теплой структуры дея-

тельного слоя океана предусматривают, например, модели Ю. П. Доронина [4], А. И. Фельзенбаума [22] и многих других авторов. Однако реализация моделей, включающих полную систему уравнений гидротермодинамики, с целью детального воспроизведения тонких особенностей вертикальной структуры чрезвычайно затруднительна. Поэтому вклад течений в изменчивость параметров деятельного слоя учитывают иногда косвенно, например путем вычисления суммарного теплового баланса слоя перемешивания. Имеющиеся немногочисленные оценки [9] роли горизонтальной адвекции тепла в формировании квазиоднородного слоя свидетельствуют о ее большой значимости, особенно в районах сильных квазистационарных потоков.

2. В общем случае формирование и сезонная изменчивость квазиоднородного слоя обусловлены действием трех главных факторов — перемешивания вследствие сдвига скорости дрейфовых течений, обрушивания ветровых волн и свободной конвекции. До простых в вычислениях методик доведены лишь модели свободной конвекции, неплохо описывающие эволюцию квазиоднородного слоя в период выхолаживания. При описании же структуры деятельного слоя на основе моделей, замкнутых с помощью уравнения бюджета турбулентной энергии, нуждаются в уточнении способы расчета интегральной продукции и диссипации энергии в слое перемешивания.

3. Наиболее сложной остается проблема параметрического описания (через крупномасштабные характеристики) суммарного эффекта мелкомасштабных процессов, контролирующего формирование вертикальной структуры сезонного термоклина. Результаты теоретических исследований (см., например, [2]) указывают, что важным физическим механизмом, создающим тонкую структуру и слабую турбулентность в термоклине, является взаимодействующие слабонелинейные внутренние волны. Под влиянием волнового переноса происходит существенное увеличение локальных коэффициентов обмена и, следовательно, ускоренная передача тепла (массы) через слой скачка. Подключение же того или иного реального механизма обмена в рабочие модели сезонной эволюции деятельного слоя потребует проведения широких экспериментальных и теоретических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арсеньев С. А., Фельзенбаум А. И. Об одной модели квазиоднородного слоя и сезонного термоклина в океане. — «ДАН», 1975, т. 225, № 1, с. 84—87.
2. Воронович А. Г., Леонов А. И., Миропольский Ю. З. Теория образования тонкой структуры гидрофизических полей в океане. — «Океанология», 1976, т. 16, вып. 5, с. 750—759.
3. Гарнич Н. Г. Модель непрерывной эволюции сезонного термоклина. — «Океанология», 1975, т. 15, вып. 2, с. 233—238.

4. Доронин Ю. П. Тепловое взаимодействие атмосферы и гидросферы в Арктике. Л., Гидрометеоиздат, 1969. 299 с.

5. Доронин Ю. П. Моделирование деятельного слоя замерзающих морей как продукта их взаимодействия с атмосферой. — «Труды ЛГМИ», 1975, вып. 57, с. 5—16.

6. Доронин Ю. П., Карпова И. П. Изменчивость нижней границы деятельного слоя океана. «Изв. ВГО», 1977, т. 109, вып. 1, с. 32—36.

7. Калацкий В. И. Двухслойная модель расчета толщины изотермического слоя в океане. — «Метеорология и гидрология», 1973, № 11, с. 60—68.

8. Калацкий В. И. Численное решение системы уравнений турбулентного движения верхнего слоя океана. — «Труды гидрометцентра СССР» 1975, вып. 119, с. 61—69.

9. Калацкий В. И., Нестеров Е. С. Расчет толщины однородного слоя океана в Северной Атлантике. — «Труды Гидрометцентра СССР», 1976, вып. 182, с. 37—42.

10. Каменкович В. М., Харьков Б. В. О сезонном изменении термической структуры верхнего слоя океана. — «Океанология», 1975, т. 15, вып. 6, с. 978—987.

11. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеоиздат, 1970. 284 с.

12. Коснырев В. К., Куфтарков Ю. М., Фельзенбаум А. И. Одномерная асимптотическая модель деятельного слоя океана.— «ДАН» 1976, т. 228, № 1, с. 70—72.

13. Краус Е. и Тернер Дж. Одномерная модель сезонного термоклина. II. Общая теория и ее следствия. В кн.: «Формирование, структура и флуктуации верхнего термоклина в океане». Л., Гидрометеоиздат, 1971, с. 44—58.

14. Куфтарков Ю. М., Коснырев В. К. Модель непрерывной эволюции деятельного слоя океана. — «Морские гидрофизические исследования, 1976, № 1 (72), с. 5—15.

15. Марчук Г. И. и др. Математическое моделирование поверхностной турбулентности в океане. — «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1976, т. 12, № 8, с. 841—849.

16. Миропольский Ю. З. Нестационарная модель слоя конвективно-ветрового перемешивания в океане. — «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1970, т. 6, № 12, с. 1284—1294.

17. Монин А. С. О турбулентных потоках массы в океанах. — «ДАН», 1970, т. 193, № 5, с. 1038—1040.

18. Нестеров Е. С., Калацкий В. И. Параметризация вертикального профиля температуры воды в деятельном слое Северной Атлантики. — «Труды Гидрометцентра СССР», 1975, вып. 161, с. 35—39.

19. Реснянский Ю. Д. О параметризации интегральной диссипации турбулентной энергии в верхнем квазиоднородном слое океана. — «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1975, т. 2, № 7, с. 726—733.

20. Реснянский Ю. Д. К вопросу о расчете сезонных изменений толщины и температуры верхнего квазиоднородного слоя океана. — «Труды Гидрометцентра СССР», 1976, вып. 182, с. 27—36.

21. Русин И. Н. О скорости изменения глубины залегания нижней границы квазиоднородного слоя океана. — «Труды ЛГМИ», 1975, вып. 57, с. 28—33.

22. Фельзенбаум А. И. Об одном методе расчета полей скорости течений, температуры и солености в океане. — «ДАН», 1974, т. 217, № 1, с. 79—82.

23. Филюшкин Б. Н. Термические характеристики верхнего слоя в северной части Тихого океана. В кн.: «Океанологические исследования», 1968, № 19, с. 22—69.

24. Denman K. L. A time-dependent model of the upper ocean. J. Phys. Ocean., vol. 3, No. 2, 1973, pp. 173—184.

25. Mellor G. L., Durbin P. A. The structure and dynamic of the ocean surface mixed layer. J. Phys. oceanogr., vol. 5, No. 4, 1975, pp. 718—728.

26. Pollard R. T., Rhines P. B., Thompson R. The deepening of the wind-mixed layer. Geophys. Fluid Dyn., vol. 3, 1973, pp. 381—404.

27 Tennekes H. Reply. J. Atmos. Sci. vol. 32, No. 5, 1975, pp. 992—995.

28. Zilitinkevich S. S. Comments on «A model for the dynamic of the inversion above a convective boundary layer». J. Atmos. Sci., vol. 32, No. 5, 1975, pp. 991—992.

И. А. СТЕПАНЮК (ЛГМИ)

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ МОРСКОЙ ВОДЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ШКАЛЫ ОТСЧЕТА

Как было показано в работе [1] применение динамической шкалы отсчета позволяет значительно повысить стабильность измерительных преобразователей за счет компенсации аддитивной составляющей статической погрешности. У ЧМ-преобразователей с динамической шкалой операция измерения осуществляется по алгоритму

$$N = \frac{Lf_u}{f_0}, \qquad (1)$$

где N — результат измерения;
f_u — частота информационного генератора;
f_0 — частота опорного генератора;
L — постоянный коэффициент.

В преобразователях температуры при использовании полупроводниковых терморезисторов в качестве чувствительных элементов зависимость (1), приведенная к виду $N(t^\circ\,\mathrm{C})$, является нелинейной вследствие экспоненциальности температурной характеристики терморезистора. Естественно, линеаризация может быть выполнена известным методом [2] — преобразованием кривой γ $(t^\circ\,\mathrm{C})$ (зависимость проводимости от температуры) в кривую с точкой перегиба в середине рабочего диапазона измерений при условии

$$f_u = f_{u1}[1 + k(\gamma - \gamma_1)],$$

где γ_1 — проводимость линеаризующего двухполюсника в начальной точке диапазона (при $t = t_1$);
γ — текущее значение проводимости двухполюсника;
$k = \frac{1}{f}\frac{df}{d\gamma} = \mathrm{const}$ — коэффициент преобразования.

Однако в этом случае чувствительность линеаризованного преобразователя падает более чем в два раза по сравнению с исходной чувствительностью терморезистора.

Рассмотрим возможность линеаризации ЧМ-преобразователей температуры с динамической шкалой при условии, что f_u и f_o являются некоторыми нелинейными функциями температуры. Очевидно, зависимость $N(t)$ окажется линейной, если

$$\frac{d^2N}{dt^2} = 0 \quad (\text{при всех } t), \tag{2}$$

что в свою очередь приводит к условию

$$f_o f_u \frac{d^2 f_o}{dt^2} + 2f_o \frac{df_o}{dt}\frac{df_u}{dt} - 2f_u\left(\frac{df_o}{dt}\right)^2 - f_o^2 \frac{d^2 f_u}{dt^2} = 0. \tag{3}$$

Путем замены переменной

$$f_0 = e^{\int z dt}$$

можно привести уравнение (3) к виду

$$\frac{dz}{dt} - z^2 + \frac{2z}{f_u}\frac{df_u}{dt} - \frac{1}{f_u}\frac{d^2 f_u}{dt^2} = 0, \tag{4}$$

который известен, например, [3], как уравнение Риккати, и интегрируется точно лишь в некоторых специальных случаях. Рассмотрим возможность получения решения уравнения (3) в частном случае линейной зависимости значений f_u и f_o от соответствующих значений проводимости термозависимых элементов в частотнозадающих цепях генераторов

$$\left.\begin{aligned} f_u &= f_{u1}[1 + k_u(\gamma_u - \gamma_{u1})]; \\ f_o &= f_{o1}[1 + k_o(\gamma_o - \gamma_{o1})]. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Поскольку для уменьшения аддитивной составляющей погрешности наиболее целесообразно применение идентичных генераторов [1], то естественно задать дополнительные условия

$$k_u = k_o = k; \quad f_{u1} = f_{o1} = f_1. \tag{5a}$$

В этом случае уравнение (3) путем несложных преобразований приводится к виду

$$\frac{d^2\gamma_o}{dt^2} + \frac{2\beta}{N}\frac{d\gamma_o}{dt} - \frac{L}{N}\frac{d^2\gamma_u}{dt^2} = 0, \tag{6}$$

где $\beta = \frac{dN}{dt} = \text{const}$ в соответствии с поставленным условием линейности $N(t)$, а

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{\partial t} = \frac{1}{f_u}\frac{df_u}{dt} - \frac{1}{f_o}\frac{df_o}{dt}$$

в соответствии с выражением (1).

Решая уравнение (6) методом вариации постоянных, получаем

$$\gamma_o = -\frac{c_1(t)}{\beta N} + c_2(t), \tag{7}$$

где $c_1(t)$ и $c_2(t)$ — неизвестные функции от t.

Для определения $c_1(t)$ и $c_2(t)$ составляем систему

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dc_2(t)}{dt} - \frac{1}{\beta N}\frac{dc_1(t)}{dt} = 0; \\ &\frac{1}{\beta N^2}\frac{dc_1(t)}{dt}\frac{dN}{dt} = \frac{L}{N}\frac{d^2\gamma_u}{\partial t^2}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Решая систему (8), находим

$$c_1(t) = LN\frac{d\gamma_u}{dt} - \beta L\gamma_u + c_4;$$

$$c_2(t) = \frac{L}{\beta}\frac{d\gamma_u}{dt} + c_3,$$

где c_3 и c_4 — постоянные интегрирования.

В соответствии с этим

$$\gamma_o = \frac{L}{N}\gamma_u - \frac{c_4}{\beta N} + c_3. \tag{9}$$

Выражения для c_3 и c_4 находим, определяя значения γ_o и $\frac{d\gamma_o}{dt}$ при $t=t_1$, т. е. в начальной точке диапазона измерений. В соответствии с заданными ранее условиями (5а) и алгоритмом (1) получим

$$\left.\begin{aligned} &c_4 - c_3\beta L = \beta L(\gamma_{u1} - \gamma_{o1}); \\ &c_4 = \beta L\gamma_{u1} - \left[N\left(L\frac{d\gamma_u}{dt} - N\frac{d\gamma_o}{dt}\right)\right]_{t=t_1}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Выражение в квадратных скобках при $t=t_1$ определяем с помощью зависимости

$$\frac{\beta}{N} = k\left(\frac{d\gamma_u}{dt} - \frac{d\gamma_o}{dt}\right),$$

полученной из выражений (1) и (5) с учетом (5а). В результате получим

$$c_3 = \gamma_{o1} - \frac{1}{k},$$

$$c_4 = \beta L \left(\gamma_{u1} - \frac{1}{k}\right).$$

Тогда общее решение уравнения (3) при условиях (5) и (5а) в окончательном виде будет следующим:

$$\gamma_o = \frac{L}{N}\gamma_u - \frac{L}{N}\left(\gamma_{u1} - \frac{1}{k}\right) + \gamma_{o1} - \frac{1}{k}. \qquad (11)$$

Синтезируем термозависимую цепь в опорном генераторе в виде четырехэлементного двухполюсника (рис. 1).

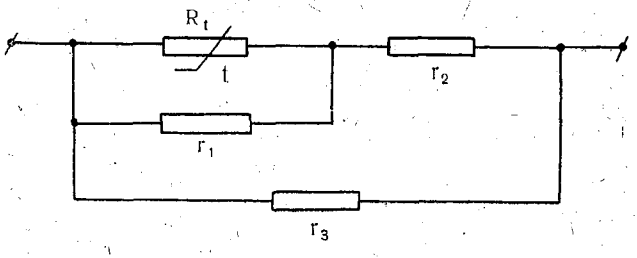


Рис. 1. Схема термозависимого двухполюсника

Для определения r_1, r_2 и r_3 поставим условия совпадения синтезируемой и требуемой характеристик в трех точках рабочего диапазона измерений

$$\gamma_o \Big|_{\substack{t=t_1\\ t=t_n\\ t=t_2}} = \gamma_q \Big|_{\substack{t=t_1\\ t=t_n\\ t=t_2}}. \qquad (12)$$

Проводимость двухполюсника определяется выражением

$$\gamma_q = \frac{r_1\gamma_т + 1}{r_1 + r_2 + r_1 r_2 \gamma_т} + \frac{1}{r_3},$$

где $\gamma_т$ — проводимость полупроводникового терморезистора в двухполюснике.

С учетом этого выражения условия (12) преобразуются в систему

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{r_1\gamma_{т1}+1}{r_1+r_2+r_1r_2\gamma_{т1}}+\frac{1}{r_3}=\gamma_{u1};\\
&\frac{r_1\gamma_{тn}+1}{r_1+r_2+r_1r_2\gamma_{тn}}+\frac{1}{r_3}=\frac{L}{N_n}\gamma_{un}-\left(\frac{L}{N_n}-1\right)\left(\gamma_{u1}-\frac{1}{k}\right);\\
&\frac{r_1\gamma_{т2}+1}{r_1+r_2+r_1r_2\gamma_{т2}}+\frac{1}{r_3}=\frac{L}{N_2}\gamma_{u2}-\left(\frac{L}{N_2}-1\right)\left(\gamma_{u1}-\frac{1}{k}\right),
\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

где $t_n=\frac{t_1+t_2}{2}$;

N_n, N_2 — значения результата измерения соответственно при $t=t_n$ и $t=t_2$;

$\gamma_{т1}$, $\gamma_{тn}$, $\gamma_{т2}$ — значения проводимости терморезистора в двухполюснике при t_1, t_n и t_2;

$\gamma_{u1}=\gamma_{o1}$ — получаемое из уравнения (11) при $t=t_1$ с учетом того, что $N|_{t=t_1}=L$ в соответствии с зависимостью (1) и (5а).

Выполнив ряд несложных преобразований системы (13), в результате комбинирования подстановок получим

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{r_2}=\frac{(\gamma_{тn}-\gamma_{т1})-\varphi(\gamma_{т2}-\gamma_{т1})}{\varphi-1}\sqrt{\frac{\psi(\Theta_2-\gamma_{u1})}{\gamma_{т2}-\gamma_{т1}}};\\
&\frac{1}{r_1}=\frac{\gamma_{т2}-\psi\gamma_{т1}}{\psi-1}-\frac{(\gamma_{тn}-\gamma_{т1})-\varphi(\gamma_{т2}-\gamma_{т1})}{\varphi-1}\sqrt{\frac{\psi(\Theta_2-\gamma_{u1})}{\gamma_{т2}-\gamma_{т1}}},
\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

где

$$\varphi=\frac{(\Theta_2-\gamma_{u1})(\gamma_{тn}-\gamma_{т1})}{(\Theta_n-\gamma_{u1})(\gamma_{т2}-\gamma_{т1})};$$

$$\psi=\frac{(\Theta_n-\gamma_{u1})(\gamma_{т2}-\gamma_{тn})}{(\Theta_2-\Theta_n)(\gamma_{тn}-\gamma_{т1})};$$

$$\Theta_n=\frac{L}{N_n}\gamma_{un}-\left(\frac{L}{N_n}-1\right)\left(\gamma_{u1}-\frac{1}{k}\right);$$

$$\Theta_2=\frac{L}{N_2}\gamma_{u2}-\left(\frac{L}{N_2}-1\right)\left(\gamma_{u1}-\frac{1}{k}\right),$$

Значения r_3 находим из первого уравнения системы (13):

$$\frac{1}{r_3} = \gamma_{ul} - \frac{r_1 \gamma_{T1} + 1}{r_1 + r_2 + r_1 r_2 \gamma_{T1}}. \qquad (15)$$

На рис. 2 приведены результаты линеаризации характеристики преобразователя с помощью рассмотренного метода для диапазона 8—28° С, причем взято значение $t_1 = 10°$ С, а $t_n = 19°$ С. Результирующий коэффициент преобразования β/L задан равным 5%/град при $L = 1000$.

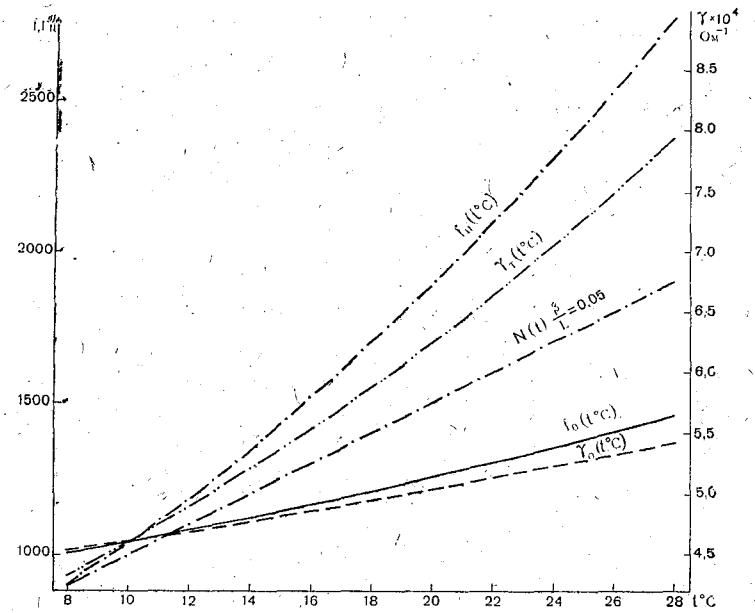


Рис. 2. Пример использования метода в реальной измерительной схеме

Уменьшение исходной чувствительности преобразователя можно оценить с помощью зависимости

$$\frac{\beta}{N} = k\left(\frac{d\gamma_u}{dt} - \frac{d\gamma_2}{dt}\right),$$

полученной из выражений (1) и (5) с учетом (5а).

При $t = t_1$

$$\beta = Lk\left(\left.\frac{d\gamma_u}{dt}\right|_{t=t_1} - \left.\frac{d\gamma_2}{dt}\right|_{t=t_1}\right)$$

т. е. при прочих равных условиях ($L=\text{const}$, $k=\text{const}$) значение β близко к чувствительности нелинеаризованного преобразователя в начальной точке рабочего диапазона ($t=t_1$), что выгодно отличает данный метод от известного [2], где чувствительность уменьшается более чем в два раза по сравнению с исходной.

Важным дополнительным достоинством метода является то, что при линеаризации одновременно производится частичная корреляция мультипликативной составляющей статической погрешности. Для оценки мультипликативной составляющей будем считать β функцией температуры, выразив предварительно значение β через граничные значения γ_u и γ_o для рабочего диапазона (t_1, t_2):

$$\beta=\frac{Lk(\gamma_{u2}-\gamma_{o2})}{(t_2-t_1)[1+k(\gamma_{o2}-\gamma_{o1})]}. \qquad (16)$$

Из выражения (16) найдем выражение для мультипликативной составляющей

$$\frac{1}{\beta}\frac{d\beta}{dt}=\frac{1}{1+k(\gamma_{o2}-\gamma_{o1})}\frac{1}{k}\frac{dk}{dt},$$

где γ_{o2} — значение γ_o при $t=t_2$.

Таким образом, наблюдается уменьшение $\frac{1}{\beta}\frac{d\beta}{dt}$ по сравнению с исходной мультипликативной составляющей статической температурной погрешности информационного генератора в $[1+k(\gamma_{o2}-\gamma_{o1})]$ раз, в то время как в нелинеаризованном преобразователе, как показано в работе [1],

$$\frac{1}{\beta}\frac{d\beta}{dt}=\frac{1}{k}\frac{dk}{dt}.$$

Аналогичным образом производится частичная коррекция мультипликативной составляющей статической погрешности от изменений напряжения питания преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанюк И. А. Применение динамической шкалы отсчета для повышения стабильности измерительных схем. — «Межведомственный сборник», изд. ЛПИ, 1977, вып. 65 (ЛГМИ).
2. Нечаев Г. К. Полупроводниковые термосопротивления в автоматике. Киев, Гостехиздат, 1962, 283 с.
3. Матвеев Н. М. Дифференциальные уравнения. Минск, «Высш. школа», 1968, с. 462.

П. В. ТОМСОН (ЛВИМУ)

ПРИЧИНЫ РАСХОЖДЕНИЯ ГЛУБИН ПРОМЕРА СО ЛЬДА И С СУДНА

Как показал многочисленный опыт, глубины, полученные при выполнении промеров со льда и с судна, имеют систематическое расхождение: первые, как правило, имеют бо́льшие значения, чем последние.

Расхождение, наблюдаемое в зоне перекрытия промера при глубинах порядка 10 м, выходит далеко за пределы точности измерения глубин, достигая 1—2 м. Вопрос о согласовании глубин не решен и до настоящего времени.

С целью выявления причин расхождения глубин промера со льда и с судна автором был собран соответствующий статистический материал. Значения глубин промера с судна сняты непосредственно со сводок промера, а соответствующие им значения глубин промера со льда получены путем площадной интерполяции. Таким образом было получено более 8000 пар значений глубин по результатам промера в 29 районах.

С помощью ЭЦВМ «Минск-32» произведена обработка статистических данных с вычислением вероятностных характеристик расхождения глубин.

Для всех указанных районов математическое ожидание разности соответствующих значений глубин промера со льда и с судна положительно и достигает в 24 случаях из 29 0,3—0,9 м, а в 11 случаях — 0,5—0,9 м. Среднеквадратические отклонения при этом находятся в пределах 0,3—0,5 м.

Одна из причин расхождеия глубин промера со льда и с судна указывалась в работе [1]. Глубины, полученные при помощи эхолота на движущемся по мелководью судне, искажаются в сторону уменьшения.

Для учета посадки судна в практике судовождения и гидрографии, по рекомендации ряда авторов работы [2] и др., используется формула Г. И. Сухомела [3], выведенная на основе гидравлической теории одномерного движения. Сравнение результатов экспериментальных исследований, проведенных Гидрографическим предприятием ММФ [4], с расчетами, сделанными по указанной формуле, показали, что эта формула дает завышенные значения

изменения осадки. Результаты эксперимента [4] и вычислений [3] приведены в табл. 1.

Таблица 1

Скорость судна, узл	Посадка, м	
	измеренная	вычисленная
8	0,12	0,43
11	0,25	0,59
13	0,38	0,77

Изменение осадки гидрографического судна определялось при глубине 10 м с использованием эхолота «Атлас-Электроник». Необходимо отметить, что промер с судна при глубинах порядка 10 м (при подходе к берегу) выполняется на скорости не более 8—10 узл.

Следовательно, полученное в результате статистического анализа систематическое расхождение глубин промера со льда и с судна нельзя объяснить только посадкой судна при движении его по мелководью.

В гидрографии промер со льда считается точным ввиду того, что измерение глубин производится с твердого основания — поверхности льда. Плановое положение глубин на промере со льда определяется геодезическими методами. Глубины измеряются ручным лотом. Нужно заметить, что при измерении со льда не учитывается действие течения на лотлинь и груз лота. Под действием течения лотлинь отклоняется от отвесной линии, что ведет к завышению значения измеряемой глубины. Скорость же течения в приливных морях подо льдом может достигать в отдельных районах 2—3 узл.

На промере со льда и с судна в приливных морях производится наблюдение за колебанием уровня моря. Поправки за уровень в глубины того и другого промера определяются относительно одного и того же нуля глубин с использованием одних и тех же опорных высотных точек — реперов.

О порядке искажения глубин на течении можно судить по экспериментальным данным, полученным автором. Измерялись глубины ручным лотом с поверхности льда на базе Гидрографического предприятия ММФ, а также на гидрографических створах Северо-западного УГМС и НИИ «Гидропроект». Значения глубин, полученных при измерении обычным лотом с грузом 2 кг («измеренные глубины»), сравнивались с глубинами, измеренными лотом с грузом 25 кг («действительные глубины»).

Средние разности средних назначений измеренных и действительных глубин всегда положительны (табл. 2).

Таблица 2

«Действительная глубина», м	Средняя скорость течения, м/с	Расхождение глубин, м
7,55	0,42	0,27
7,55	0,63	0,66
10,25	0,53	0,55
10,25	0,59	0,74
11,75	0,47	0,70
11,75	1,03	2,51

Средние значения скорости течения определялись по эпюрам скоростей, составленным на основании специально проводимых наблюдений.

Из табл. 2 видно, что даже при скорости около 1 узл (0,51 м/с) искажение «измеренной глубины» — более 0,5 м при глубинах 8—10 м, т. е. необходимость учета течения при промере со льда очевидна.

Задача по определению искажения глубин, измеренных ручным лотом на течении, может быть решена аналитически в зависимости от скорости течения и параметров ручного лота (аналогичная задача решена в работе [5]).

Таким образом, приходим к выводу, что для согласования глубин промера со льда и с судна обязательно должны учитываться как влияние течения на показания ручного лота, так и посадка судна при движении по мелководью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Селиванов М. Н. Еще раз о проседании судов. — «Морской флот», 1962, № 11, с. 16—17.
2. Носыхин В. Плавание на мелководье. — «Морской флот», 1973, № 9, с. 28—29.
3. Сухомел Г. И., Засс В. М., Янковский Л. И. Исследование движения судов по ограниченным фарватерам. Киев. Изд. АН УССР, 1956, 300 с.
4. Лейкин Б. И. Проседание судов на ходу. — «Морской флот», 1973, № 8, с. 32.
5. Крылов А. Н. О равновесии шаровой мины на течении. — Собрание трудов академика А. Н. Крылова. Т. 9. ч. 2. М., Изд-во АН СССР, 1949, с. 183—202.

Б. И. ТЮРЯКОВ, Л. Н. КУЗНЕЦОВА, К. А. СЕДЫХ (ЛГМИ)

МЕЗОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ТРЕХМЕРНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В ПРОМЫСЛОВОМ РАЙОНЕ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ АФРИКИ

Одним из важных направлений современной морской биологии является исследование структуры и функционирования океанических экосистем. Для исследования процессов, происходящих в сообществах организмов и экосистемах, в последнее время широкое развитие получает математическое моделирование функционирования экосистем [1]. При этом возникает необходимость учета элементов трехмерной циркуляции в океане, поскольку она играет важную роль в формировании полей биогенных элементов и биологической продуктивности. Особое значение имеют сведения о процессах подъема глубинных вод и горизонтального переноса водных масс.

Ввиду малочисленности непосредственных наблюдений за течениями достаточно полное представление об элементах трехмерной циркуляции в океанах может быть создано лишь теоретическим путем — построением расчетных схем течений на основе использования соответствующих теоретических моделей. При этом наибольшее значение имеет численное моделирование трехмерной циркуляции в океане. Следует, однако, отметить, что в настоящее время в основном решаются задачи глобального масштаба для огромных акваторий целых океанов (Атлантический, северная часть Тихого и др.) с большим шагом по горизонтали. Запросы же повседневной практики выдвигают задачи исследования детальной структуры мезомасштабных полей течений и их изменчивости в небольших районах океана. Это особенно важно для рыбного промысла применительно к промысловым районам, многие из которых представляют собою ограниченные участки океана с резко выраженным рельефом дна и произвольным береговым контуром. Поскольку учет реального рельефа дна приобретает особое значение, для изучения трехмерной циркуляции в этих районах весьма перспективной является теоретическая модель А. С. Саркисяна. Ранее авторы исследовали возможность применения диагностического варианта этой модели (разработанной и реализованной преимущественно для океанов) для численного моделирования циркуляции в ограниченных районах океана. В настоящей работе на основании этой модели рассматривается мезомасштабная структура трехмерных полей течений в промысловом районе северо-

западной Африки для различных гидрометеорологических условий (сентябрь 1971 — май 1972 г.).

Постановка задачи следующая. В ограниченном районе океана, расположенном вне экватора, заданы поля аномалий плотности морской воды и атмосферного давления. Рельеф дна и форма границ района имеют произвольный вид. Ограниченный район может находиться внутри океана, так что он будет иметь сплошь жидкую границу. Он может быть расположен на краю бассейна. Тогда часть его границы будет твердой, совпадая с береговой чертой. Ориентация твердой границы относительно открытой части океана может быть различной. На жидкой части границы заданы либо течения, либо интегральный расход воды. Вертикальная составляющая скорости на поверхности океана равна нулю. На твердой границе и на дне заданы условия прилипания. Требуется рассчитать горизонтальные течения и вертикальные движения. Как известно, решение этой задачи в квазигеострофическом приближении сводится к решению краевой задачи для уровенной поверхности океана и последующему расчету составляющих скорости течения с помощью найденных значений уровня и известных аномалий плотности морской воды и атмосферного давления [2]:

$$L_\zeta \equiv \left[-\frac{1}{2\alpha}\Delta + a(\Theta, \lambda)\frac{\partial}{\partial\lambda} + b(\Theta, \lambda)\frac{\partial}{\partial\Theta}\right]\zeta = \frac{1}{\rho_0}F(\Theta, \lambda), \qquad (1)$$

где

$$a(\Theta, \lambda) = -\frac{1}{H\sin\Theta}\left[H\operatorname{tg}\Theta(2\alpha - 3) + \frac{\partial H}{\partial\Theta}\right];$$

$$b(\Theta, \lambda) = \frac{1}{H\sin\Theta}\frac{\partial H}{\partial\lambda} - \frac{3}{2\alpha}\operatorname{tg}\Theta;$$

$$F(\Theta, \lambda) = \frac{1}{2\alpha}\Delta\int_0^H \rho\, dz - \left(\frac{1}{H\sin\Theta}\frac{\partial H}{\partial\lambda} - \frac{3}{2\alpha}\operatorname{tg}\Theta\right)\frac{\partial}{\partial\Theta}\int_0^H \rho\, dz +$$

$$+\left(\frac{1}{H}\frac{\partial H}{\partial\Theta} - \frac{3}{2\alpha}\operatorname{tg}\Theta\right)\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\int_0^H \rho\, dz +$$

$$+\frac{1}{H}\operatorname{tg}\Theta\left[\frac{\partial}{\partial\lambda}\int_0^H (H - z)\rho\, dz - \frac{\partial H}{\partial\lambda}\int_0^H \rho\, dz\right] - \frac{1}{gH}\sqrt{\frac{\nu'}{2l}}\times$$

$$\times\left[\Delta P_a + \frac{3}{2}\operatorname{tg}\Theta\left(\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial P_a}{\partial\lambda} - \frac{\partial P_a}{\partial\Theta}\right)\right];$$

$$u(z) = -\frac{1}{al\rho_0\sin\Theta}\left(\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\frac{\partial P_a}{\partial\lambda} + g\rho_0\frac{\partial\zeta}{\partial\lambda}\right) -$$

$$-\frac{g}{al\rho_0\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^z \rho\, dz; \qquad (2)$$

$$v(z)=\frac{1}{al\rho_0}\left(\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\frac{\partial P_a}{\partial\Theta}+g\rho_0\frac{\partial\zeta}{\partial\Theta}\right)+$$

$$+\frac{g}{al\rho_0}\frac{\partial}{\partial\Theta}\int_0^z\rho\,dz; \qquad (3)$$

$$w(z)=\frac{g(\operatorname{ctg}\Theta-2\operatorname{ctg}2\Theta)}{a^2l\sin\Theta}z\frac{\partial}{\partial\lambda}\left(\zeta+\frac{1}{\rho_0}\int_0^z\rho\,dz\right). \qquad (4)$$

Здесь $\alpha=H\sqrt{\frac{\omega\cos\Theta}{\nu}}$ — безразмерный параметр;

ρ, P_a — аномалии плотности морской воды и атмосферного давления;

ζ — приведенный уровень;

$\zeta=\zeta_1+\frac{P_a}{\rho_0 g}$;

$l=2\omega\cos\theta$ — параметр Кориолиса;

a — средний радиус Земли;

Δ — оператор Лапласа;

u, v, w — составляющие скорости течения по осям θ, λ, z сферической системы координат.

Остальные обозначения общеприняты.

Для численного интегрирования основного уравнения (1) необходимы граничные условия для уровенной поверхности на контуре, имеющие особое значение в ограниченных районах. Известны два варианта этих условий: 1) используются теоретические соотношения, связывающие наклоны уровенной поверхности в граничных точках с расходами воды через границы, рельефом дна и бароклинностью морской воды:

а) на участках границы, совпадающих с параллелью,

$$\frac{\partial\zeta_L}{\partial\lambda}=-\frac{1}{\rho_0 H}\left(H\frac{\partial}{\partial\lambda}\int_0^H\rho\,dz-\frac{\partial}{\partial\lambda}\int_0^H z\rho\,dz\right)-$$

$$-\frac{1}{\rho_0 g}\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\frac{\partial P_a}{\partial\lambda}-\frac{a\omega\sin 2\Theta}{gH}V_\Theta; \qquad (5)$$

б) на участках границы, совпадающих с меридианом,

$$\frac{\partial\zeta_L}{\partial\Theta}=-\frac{1}{\rho_0 H}\left(H\frac{\partial}{\partial\Theta}\int_0^H\rho\,dz-\frac{\partial}{\partial\Theta}\int_0^H z\rho\,dz\right)+$$

$$+\frac{1}{\rho_0 g}\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\frac{\partial P_a}{\partial\Theta}+\frac{2\omega\cos\Theta}{gH}V_\lambda. \qquad (6)$$

2) Используются для уровня простые соотношения динамического метода [3]:

$$\zeta_L = -\frac{1}{\rho_0}\int_0^H \rho\, dz. \qquad (7)$$

Чтобы выбрать оптимальный вариант определения уровня в граничных точках, в работе были реализованы оба варианта. При этом расчеты в первом варианте проводились двумя способами: методом последовательных приближений и методом обхода. Анализ расчетных данных показал, что для районов океана с относительно равным рельефом дна определение уровня лучше проводить по полным теоретическим соотношениям. Для районов океана с резкими изменениями глубин использование этих соотношений становится затруднительным. Обнаружено, что большая неоднородность в значениях производных от глубин приводит:

1) к неустойчивости решения и невозможности доведения счета до конца (значения уровня меняются плавно на жидком контуре, а вблизи твердого уровень претерпевает разрыв и достигает нереальных значений — 2—5 м);

2) к сильной зависимости результатов от выбора начальной точки при использовании метода обхода. Отметим, что аналогичный вывод о неприемлемости метода обхода был сделан В. П. Кочергиным и А. В. Щербаковым [4]. Использование простого соотношения динамического метода для расчета уровня в граничных точках дает наиболее приемлемые результаты. Уровень как на жидком контуре, так и вблизи твердого изменяется плавно. По-видимому, динамический метод является единственной альтернативой для определения уровня на контуре в ограниченных районах океана с резким изменением рельефа дна.

Серия численных реализаций, выполненных для девяти последовательных съемок, охватывающих почти годовой период, позволяет сделать определенные выводы об общих закономерностях трехмерной циркуляции; ее сезонных особенностях, о структуре мезомасштабных вихрей. Для краткости все расчетные данные приводятся здесь лишь для трех съемок: первой (август—сентябрь 1971 г.), шестой (февраль—март), девятой (апрель—май 1972 г.).

Расчетные схемы горизонтальных течений (рис. 1, 2) довольно хорошо отвечают существующим представлениям о циркуляции в исследуемом районе. На них хорошо прослеживаются расчетные аналоги таких известных течений, как Канарское (со скоростями 20—35 см·с$^{-1}$), Северное Пассатное (20—30 см·с$^{-1}$), глубинное Канарское (10—20 см·с$^{-1}$) и глубинное Канарское противотечение (5—15 см·с$^{-1}$).

Отражая общие закономерности, схемы горизонтальных течений для разных съемок имеют свои особенности, обусловленные сезонными изменениями полей плотности морской воды и атмосферного давления, вернее — северо-восточного пассата. Как известно, усиление северо-восточного пассата происходит с декабря по май. Максимума он достигает в феврале—марте. Именно расчетные схемы для февраля и мая обнаруживают усиление интенсивности всех звеньев циркуляции в исследуемом районе (см. рис. 1, *б*, *в* и 2, *б*, *в*).

Расчетные схемы вертикальных движений (рис. 3) выявляют существование обширной зоны восходящих движений вдоль всего побережья северо-западной Африки с преобладающими скоростями $(0{,}5—1{,}0)\cdot 10^{-3}$ см·с$^{-1}$ в верхних слоях и $(5—20)\cdot 10^{-3}$ см·с$^{-1}$ в глубинных слоях океана. При этом также (как было независимо получено одним из авторов работы [5]) обнаруживаются следующие закономерности апвеллинга. Во-первых, большая зависимость развития апвеллинга (его интенсивности и положения) от атмосферной циркуляции. Из рис. 4 видно, что после ослабления апвеллинга в октябре его интенсивность начинает возрастать, достигая максимума в феврале и мае. Во-вторых, области максимальных восходящих движений тесно связаны с миграцией границы северо-восточного пассата. В августе—сентябре максимальный апвеллинг наблюдается в районе м. Кап-Блан — м. Тимирис, в феврале он перемещается на юг к м. Зеленый, а в мае распространяется к западу, в открытый океан.

Схемы полей $\mathrm{rot}_z V$ (рис. 5), рассчитанных по простому соотношению

$$\mathrm{rot}_z V = \frac{1}{a}\left(\frac{v}{\mathrm{tg}\,\Theta} + \frac{\partial v}{\partial \Theta} - \frac{1}{\sin\Theta}\,\frac{\partial u}{\partial \lambda}\right), \qquad (8)$$

обнаруживают, что вдоль северо-западной Африки существует знакочередующаяся мезомасштабная завихренность течений. Горизонтальные размеры этих вихрей составляют 100—200 км. Они значительно однородны по вертикали, распространяясь до глубин 500—1000 м. Однако структура и локальная динамика мезомасштабных вихрей очень изменчива от съемки к съемке. Эти факты подтверждают выводы, сделанные А. С. Мониным и др. [6], В. Г. Кортом и др. [7], о существовании вихревых образований в полях океанических течений. На формирование мезомасштабных вихрей в полях течений, по-видимому, оказывают воздействие процессы с временным и пространственным масштабами, соответствующими синоптической изменчивости, в том числе процессы динамического воздействия атмосферы на поверхность океана.

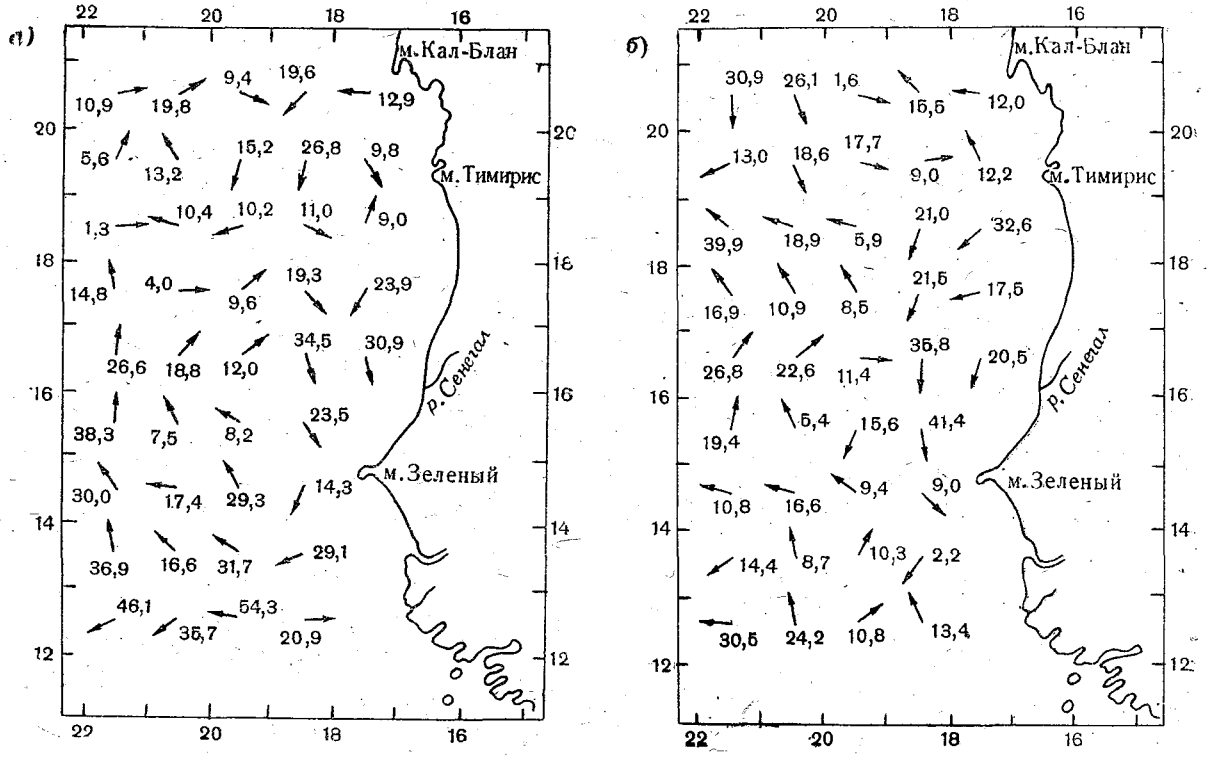
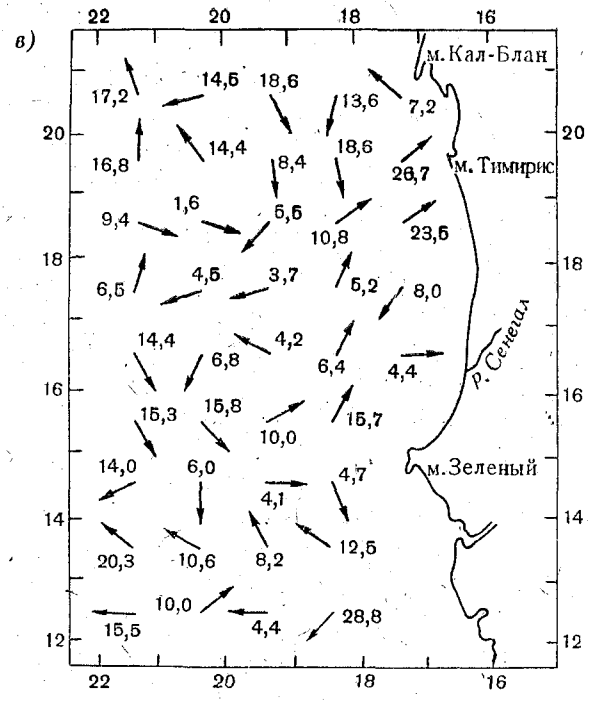


Рис. 1. Расчетные схемы горизонтальных течений, см · с$^{-1}$, на поверхности для первой (*а*), шестой (*б*) и девятой (*в*) съемок


в)
22
20
18
16
м.Кал-Блан
м.Тимирис
р.Сенегал
м.Зеленый
17,2
14,5
18,6
13,6
7,2
16,8
14,4
8,4
18,6
26,7
9,4
1,6
5,5
10,8
23,5
6,5
4,5
3,7
5,2
8,0
14,4
6,8
4,2
6,4
4,4
15,3
15,8
10,0
15,7
14,0
6,0
4,7
4,1
20,3
10,6
8,2
12,5
10,0
15,5
4,4
28,8
20
18
16
14
12

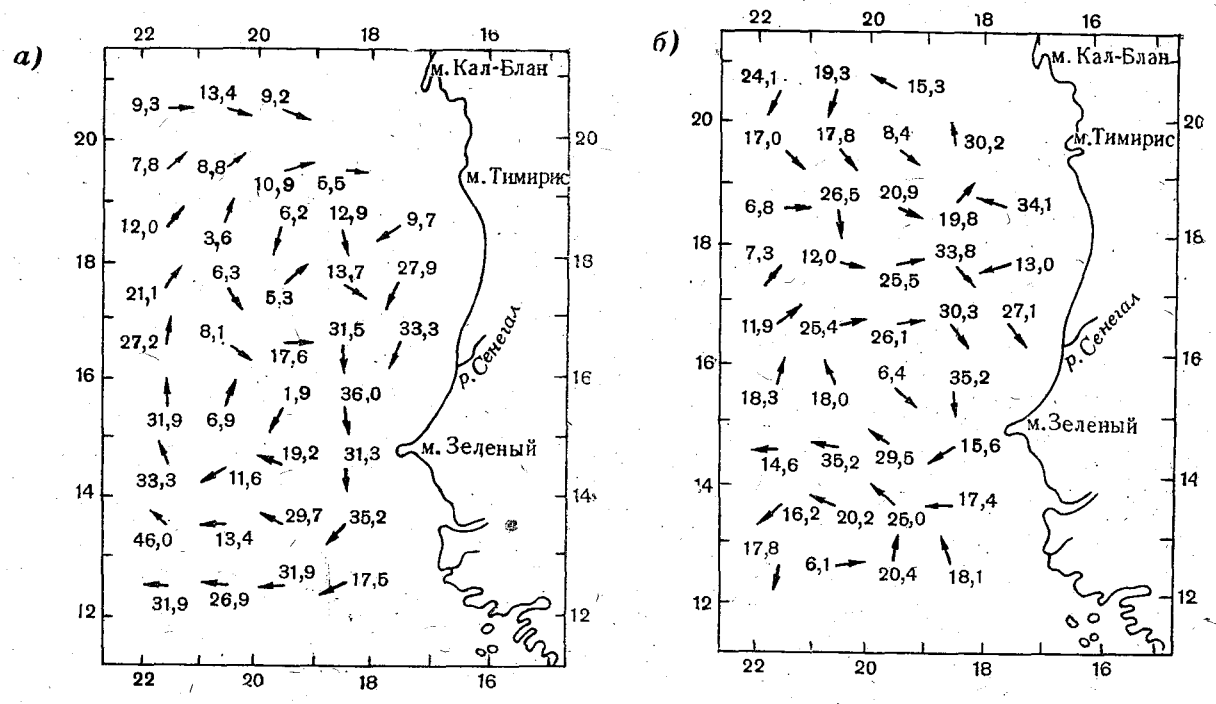
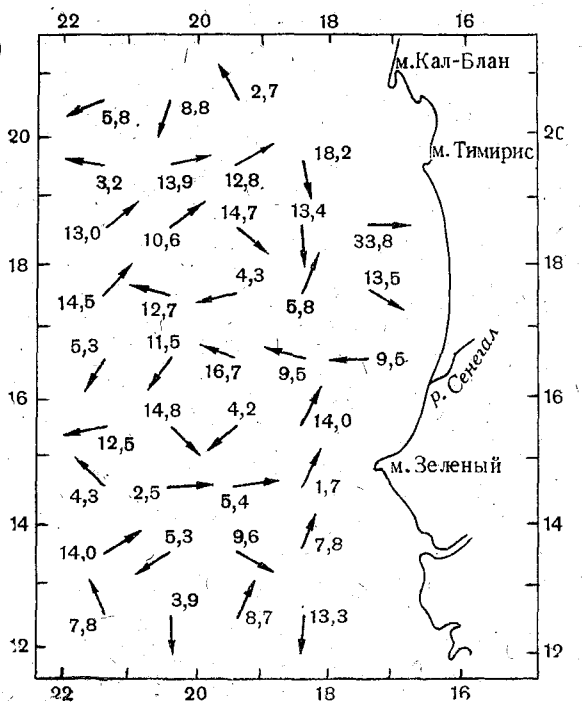


Рис. 2. Расчетные схемы горизонтальных течений, см · с$^{-1}$, на глубине 2000 м для первой (*а*), шестой (*б*) и девятой (*в*) съемок

в)


м.Кал-Блан
м. Тимирис
р. Сенегал
м. Зеленый
22
20
18
16
14
12
2,7
5,8
8,8
18,2
3,2
13,9
12,8
13,4
13,0
14,7
10,6
33,8
4,3
13,5
14,5
12,7
5,8
5,3
11,5
16,7
9,5
9,5
14,8
4,2
14,0
12,5
4,3
2,5
5,4
1,7
14,0
5,3
9,6
7,8
3,9
7,8
8,7
13,3

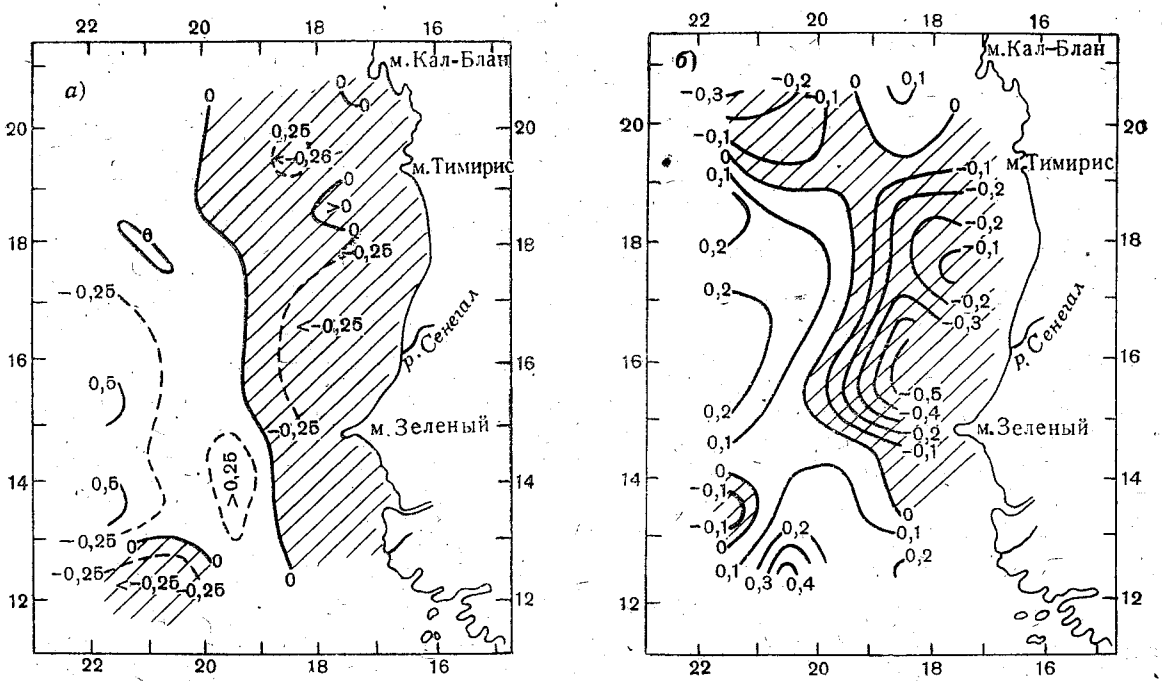
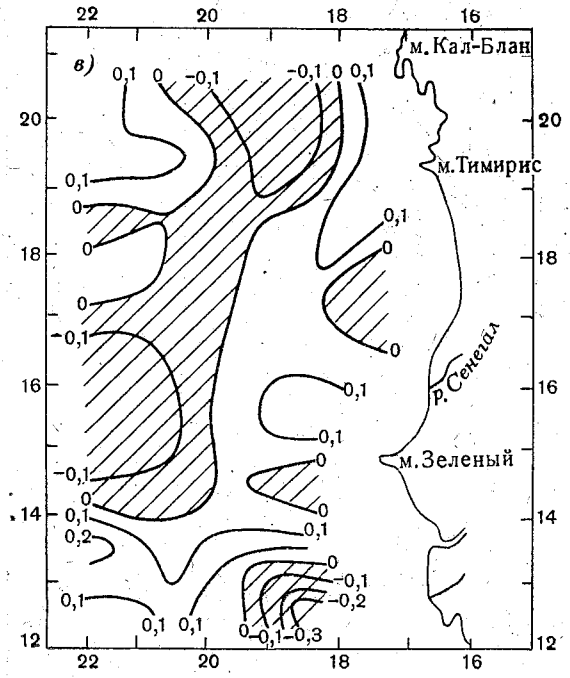


Рис. 3. Расчетные схемы вертикальных движений, $w \times 10^{+3}$ см · с$^{-1}$, на глубине 25 м для первой (*а*), шестой (*б*) и девятой (*в*) съемок. Зоны подъема вод заштрихованы


в)
м. Кал-Блан
м. Тимирис
р. Сенегал
м. Зеленый
22
20
18
16
12
14
0,1
0
-0,1
0,2
-0,2
-0,3

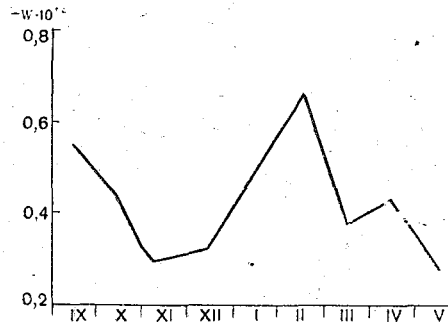


Рис. 4. Изменение средней скорости апвеллинга, $w \times 10^{+3}$ см · с$^{-1}$, на глубине 100 м в районе м. Кап-Блан — п. Сен-Луи

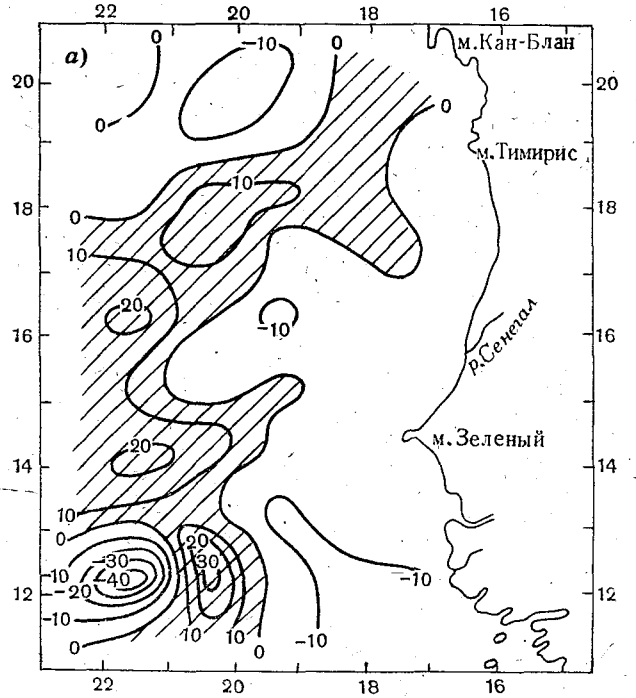
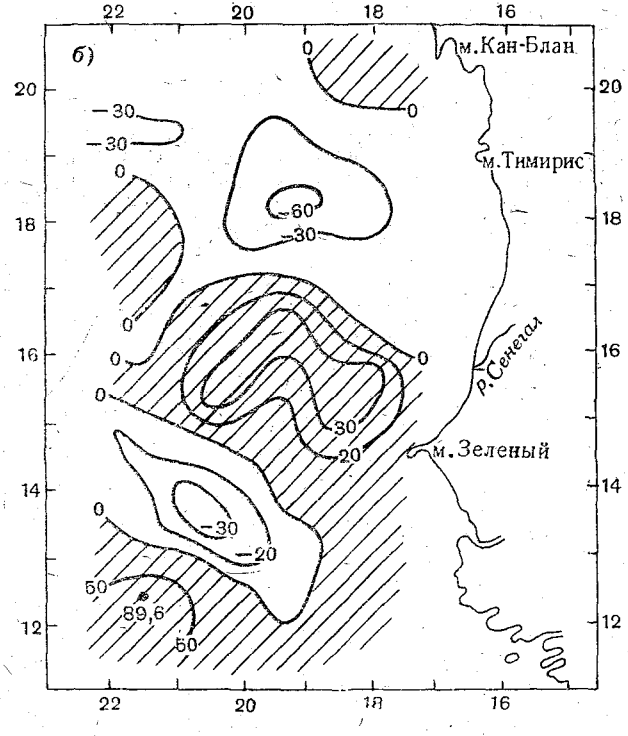
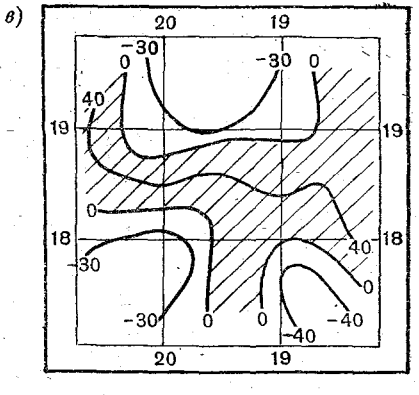


Рис. 5. Расчетные схемы завихренности течений, rot $V \cdot 10^{+7} \cdot c^{-1}$, на поверхности для первой (*а*), шестой (*б*) и девятой (*в*) съемок


б)
м.Кан-Блан
м.Тимирис
р.Сенегал
м.Зеленый
22
20
18
16
14
12
-30
-60
-20
0
50
89,6


в)
20
19
-30
0
40
-40

В связи с использованием в качестве исходных данных наблюденных полей плотности, временной масштаб изменчивости расчетной циркуляции в большей степени, пожалуй, определяется продолжительностью проведения гидрологических съемок района, чем фактической продолжительностью основных физических процессов. Но как показали А. С. Монин и др. [6], мезомасштабные вихревые образования обусловлены синоптической изменчивостью циркуляции в океане, а временные масштабы синоптической изменчивости близки к промежуткам, в течение которых выполнялись гидрологические съемки, т. е. 2—4 нед. Что касается пространственных размеров мезомасштабных вихрей, то площади акваторий океана, в пределах которых проводились съемки, оказываются достаточными для обнаружения этих вихрей.

Таким образом, расчетные схемы трехмерных полей течений, полученные для рассматриваемого района океана по наблюденным полям плотности всех девяти съемок, дают возможность иметь представление о мезомасштабной структуре трехмерной циркуляции. Мезомасштабная трехмерная циркуляция в океане в значительной степени формируется под воздействием вихрей соответствующего масштаба в полях течений. Эти вихри в свою очередь в сильной степени обуславливаются процессами динамического воздействия атмосферы на поверхность океана, являющимися следствием синоптической изменчивости атмосферной циркуляции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математическая модель функционирования экосистемы пелагиали тропических районов океана (по материалам 50-го рейса нис «Витязь»). — «Океанология», 1973, т. 13, вып. 5, с. 852—866. Авт.: М. Е. Виноградов, В. Ф. Крапивин, В. В. Меншуткин.
2. Саркисян А. С., Пастухов А. Ф. Поле плотности как основной индикатор стационарных морских течений. — «Изв. АН СССР. «Физика атмосферы и океана», 1970, т. 6, № 1, с. 64—75.
3. Саркисян А. С., Передерей А. И. Динамический метод как первое приближение при расчете уровенной поверхности бароклинного океана. — «Метеорология и гидрология», 1972, № 4, с. 45—54.
4. Кочергин В. П., Щербаков А. В. О численном решении уравнения уровенной поверхности океана. — «В кн.: Численные методы расчета океанических течений». Новосибирск, 1974, с. 89—102.
5. Седых К. А. Вертикальная циркуляция вод в северо-восточной части тропической Атлантики в сентябре 1971 — мае 1972 гг. — «Труды АтлантНИРО», вып. LXI, Калининград, 1975.
6. Монин А. С., Каменкович В. М., Корт В. Г. Изменчивость Мирового океана. Л., Гидрометеоиздат, 1974. 262 с.
7. Корт В. Г., Бышев В. И., Тарасенко В. М. Синоптическая изменчивость течений на Атлантическом полигоне. В кн.: «Атлантический гидрофизический полигон-70». «Наука», 1974, с. 181—188.

В. П. РУСАНОВ, С. В. ПИВОВАРОВ (ААНИИ),
Ю. И. ЛЯХИН (ЛГМИ)

ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАСТВОРЕННОГО КАЛЬЦИЯ В АРКТИЧЕСКИХ МОРЯХ

Одной из важнейших задач гидрохимических исследований в любой части Мирового океана является установление закономерностей распределения элементов карбонатной системы, представляющей собой ряд взаимосвязанных равновесий между водородными, карбонатными и гидрокарбонатными ионами. В зависимости от внешних условий (температуры, солености, гидростатического давления) карбонатная система влияет на направленность и интенсивность протекания различных химических и биологических процессов в океане. Состояние ее равновесия определяется, с одной стороны, молекулярной двуокисью углерода, а с другой — растворенным кальцием, который является составной частью карбоната кальция — наименее растворимой из всех солей минерального комплекса морской воды. Степень насыщенности воды карбонатом кальция во многих отношениях контролирует возможность выпадения из раствора и сохранения в донных отложениях карбонатных осадков. Поэтому в гидрохимических исследованиях изучению насыщенности морской воды карбонатом кальция уделяется большое внимание.

Настоящая работа обсуждает результаты определений растворенного кальция, проведенных в 1975—1976 гг. в арктических морях.

Определение содержания кальция в воде Карского моря выполнено в первой декаде августа 1976 г. Пробы отобраны на 12 гидрологических станциях и проанализированы в судовой лаборатории. Пробы воды Чукотского моря, отобранные в сентябре 1975 г. из поверхностного горизонта на 28 станциях, были обработаны три месяца спустя в лаборатории гидрохимии ААНИИ.

Для определения концентрации кальция использован комплексонометрический метод, основанный на способности двузамещенной натриевой соли этилендиаминтетрауксусной кислоты (трилон Б) образовывать с ионами кальция и магния малодиссоциирующие комплексы. В практической работе руководствовались методикой ГОИНа [9], разработанной на основе детальной оценки возможностей метода, которые были исследованы Б. А. Скопин-

цевым с соавторами [8]. При трилонометрическом методе определения вместе с кальцием титруется стронций, поэтому в результате титрования необходимо вводить соответствующую поправку. Поскольку данные о содержании стронция в воде арктических морей отсутствуют, следует воспользоваться соотношениями, установленными для открытого океана, полагая, что их можно применять и для вод Арктического бассейна. Нами принято соотношение Дж. Чоу и Т. Томпсон [11] Sr/Cl = 0,00042 (по массе), которое хорошо согласуется с данными других авторов [4].

Результаты определения концентрации кальция в поверхностных водах Карского и Чукотского морей в летний период приведены на рис. 1(*а*, *б*).

Распределение кальция в поверхностных водах арктических морей определяется в основном их физико-географическими особенностями. Характерной особенностью поверхностных вод Карского моря является участие в их формировании речных вод, среднегодовой приток которых составляет 1350 км^3 [2]. Поступление такого объема теплых пресных речных вод оказывает существенное влияние на солевой состав морских вод не только прибрежных районов, но и значительной части акватории Карского моря [7].

Однако в северных и западных районах моря гидрохимический режим формируется главным образом поступающими сюда из Арктического бассейна водами атлантического происхождения с низкими температурами и высокой соленостью. Распределение растворенного кальция в поверхностных водах Карского моря (см. рис. 1, *а*) наглядно отражает процесс их формирования в южных районах моря при смешении водных масс различного происхождения. Речные воды с содержанием кальция менее 1,0 мг-иона/л смешиваются с солеными морскими, при этом содержание кальция в поверхностном слое быстро возрастает и превышает 8,0 мг-ион/л у северо-западного побережья Новой Земли, где поверхностные воды в основном высокосоленые и холодные, поступающие из Баренцева моря и Арктического бассейна. Также быстро увеличивается и насыщенность поверхностных вод карбонатом кальция по мере перехода распресненных вод устьевого взморья к водам открытой части моря (рис. 2).

Расчет относительной насыщенности карбонатом кальция (кальцитом) вод Карского и Чукотского морей выполнен по формуле:

$$r_{CaCo_3} = [Ca^{2+}] \cdot [Co_3^{2}]/L'_{CaCo_3}$$

использованием концентрационных констант диссоциации угольной кислоты по Лаймену и кажущегося произведения растворимости кальцита в морской воде по О. А. Алекину и Ю. И. Ляхину 1]. Значения произведения растворимости для низких соленостей олучены экстраполяцией от высоких величин к термодинамическому произведению растворимости по Ваттенбергу ($5{,}0 \cdot 10^{-9}$).

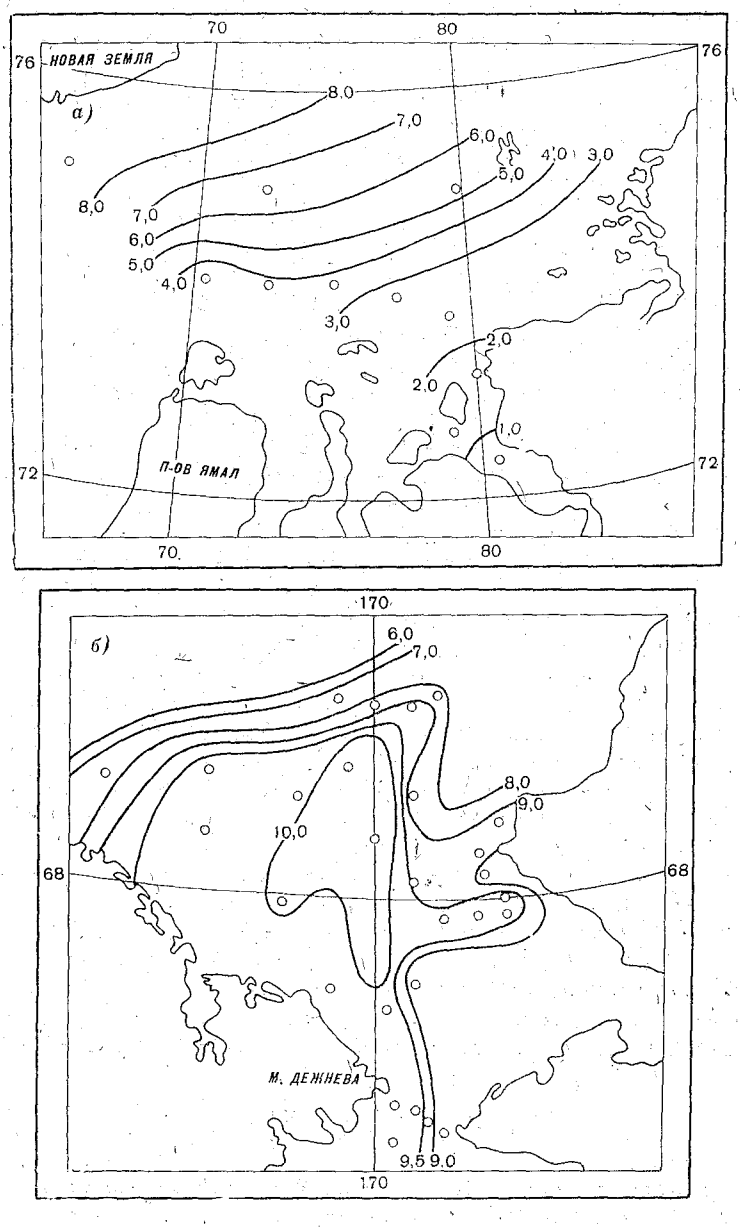


Рис. 1. Распределение содержания кальция (мг-экв/л) в поверхностной воде Карского (а) и Чукотского (б) морей. Точками обозначены станции, где производился отбор проб воды на химический анализ

Увеличение степени насыщенности $CaCO_3$ поверхностных вод от устьевого взморья к северным районам моря обусловлено возрастанием солености. Низкие значения pH и небольшая щелочность вод речного происхождения обуславливают малое значение ионного произведения кальция и карбонатных ионов, в связи с чем

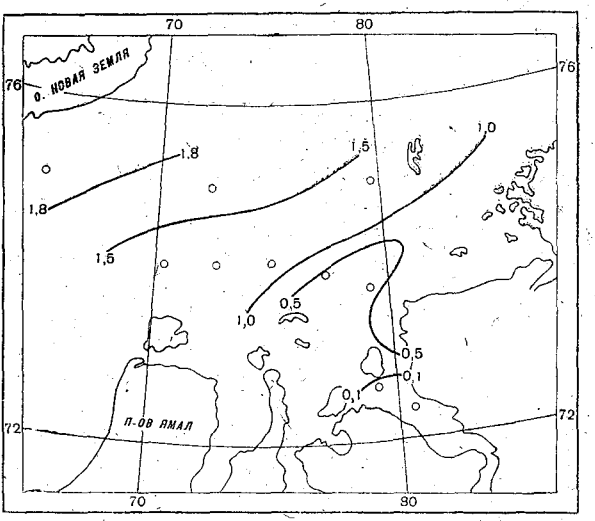


Рис. 2. Распределение относительной насыщенности $CaCO_3$ в поверхностной воде Карского моря

произведение растворимости $CaCO_3$ не достигается. В направлении к открытой части моря, по мере возрастания солености и повышения буферной способности морской воды, степень насыщенности $CaCO_3$ увеличивается до 1,90. Это максимальная степень насыщенности, наблюдаемая здесь только в летнее время. Зимой, с понижением температуры воды, степень насыщенности может лишь понижаться. Известно, что хемогенная садка карбоната кальция из морской воды при отсутствии твердой фазы $CaCO_3$ начинается при очень высоких степенях пересыщения раствора, порядка 30—50-кратных [3]. Поэтому нет оснований ожидать в Карском море выпадения $CaCO_3$ из воды и накопления его в донных отложениях.

Положение изолиний максимального содержания растворенного кальция в поверхностных водах Карского моря (см. рис. 1, *а*) и максимальной относительной насыщенности карбонатом кальция (см. рис. 2) совпадает с границей среднемноголетнего ареала распространения речных вод в Карском море, установленной по другим гидрохимическим и гидрологическим характеристикам (распределение кремния, щелочно-соленостного коэффициента, солености) [7].

Вертикальное распределение растворенного кальция на разрезах о. Белый — о. Диксон и по 75° с. ш. также хорошо отражает процесс смешения пресных речных вод, поступающих в море, с более солеными и холодными морскими. При этом содержание кальция с глубиной быстро возрастает почти пропорционально возрастанию солености вод.

Иная картина распределения кальция наблюдается в поверхностных водах Чукотского моря (см. рис. 1, *б*). Гидрологический и гидрохимический режим его определяется притоком сравнительно теплых вод тихоокеанского происхождения, поступление которых через Берингов пролив ежегодно составляет от 30 до 36 тыс. км^3, приносящих не только значительное количество тепла, но и $96 \cdot 10^{10}$ т солей [10]. Тихоокеанский поток в Чукотском море занимает обычно его восточную часть, но в отдельные годы при сильном развитии Лонговской ветви эти воды через пролив Лонга могут проникать в Восточно-Сибирское море. Приведенное на рис. 1, *б* распределение кальция в поверхностных водах Чукотского моря наглядно отражает картину проникновения тихоокеанских вод с высоким абсолютным содержанием кальция в Чукотском море. Эти воды с содержанием кальция больше 9,5 г-иона/л заполняют южную и восточную части моря, причем по положению изолинии 9,5 хорошо прослеживается весь путь их движения. Однако по мере удаления от Берингова пролива содержание кальция в поверхностных водах начинает падать вследствие смешения с поверхностными водами, поступающими из Арктического бассейна.

Материковый сток в Чукотском море незначителен и не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на его гидрохимический режим. Однако воды, поступающие через Берингов пролив из северо-восточных районов Берингова моря, претерпевают все же заметную трансформацию под влиянием стока с Американского материка (р. Юкон и др.) и при ледотаянии в летний период. Влияние этих вод на содержание растворенного кальция в восточной части Берингова пролива и в заливе Коцебу прослеживается по положению изолинии 9,0 мг-ион Ca/л.

В отличие от Арктического бассейна в арктических морях отмечаются довольно значительные межсезонные изменения в насыщенности поверхностных вод карбонатом кальция, определяемые в основном их тепловым и ледовым режимами. В освобождающихся ото льда районах насыщенность постепенно возрастает в течение лета почти пропорционально прогреву поверхностных вод, а затем начинает падать с началом процессов выхолаживания и льдообразования. Особенно выражены эти процессы в Чукотском море, куда в летний период поступает значительное количество хорошо прогретых беринговоморских вод.

На поверхности Чукотского моря летом степень насыщенности $CaCO_3$ меняется в пределах 2,0—3,5, т. е. вода находится в состоянии сравнительно слабого пересыщения кальцитом. Это явление

следует рассматривать как чисто сезонное, связанное с повышением величины pH за счет фотосинтеза. Зимой, с понижением температуры и pH, вода здесь будет находиться в состоянии слабого недонасыщения $CaCO_3$ или близком к равновесию. Наблюдаемой летом насыщенности $CaCO_3$ явно недостаточно для хемогенного выпадения карбоната кальция, а известковый планктон не может функционировать при низких температурах, следовательно, этот минерал и в Чукотском море не имет условий для накопления в донных отложениях.

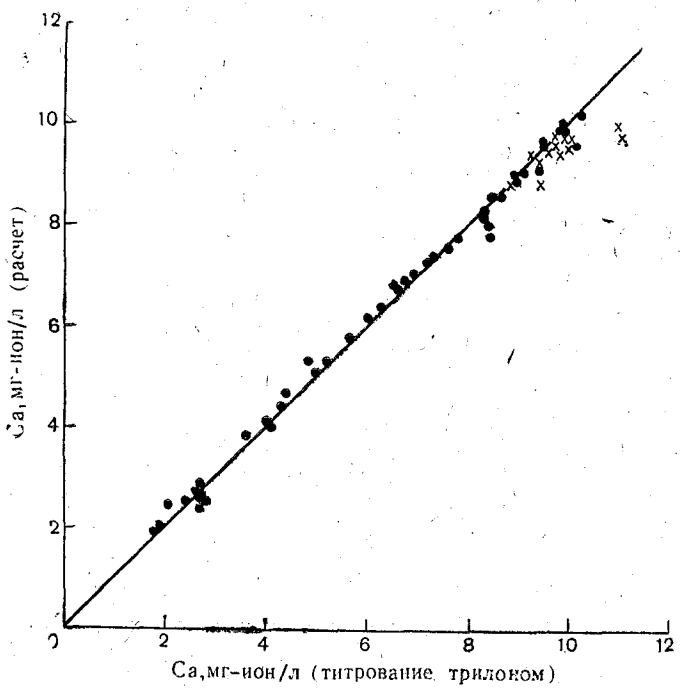


Рис. 3. Связь между концентрациями кальция, полученными объемным титрованием и расчетом по формуле Ваттенберга:
• Карское море; × Чукотское море

Результаты аналитического определения кальция в Карском и Чукотском морях сопоставлены с расчетом по формуле Ваттенберга:

$$Ca\,(\text{мг-ион/л}) = 0{,}477 + \frac{Al\,k_{\text{общ}}}{2},$$

применимость которой была подтверждена при выполнении гидрохимических исследований в западной части тропической Атлантики [4]. На рис. 3 можно отметить вполне удовлетворительное

совпадение аналитических и расчетных значений. Разность между ними не превышает 0,3 мг-ион/л (3% от абсолютных значений концентраций), что соответствует погрешности аналитического метода. Это свидетельствует о достаточной надежности уравнения Ваттенберга при расчете содержания кальция и в арктических морях.

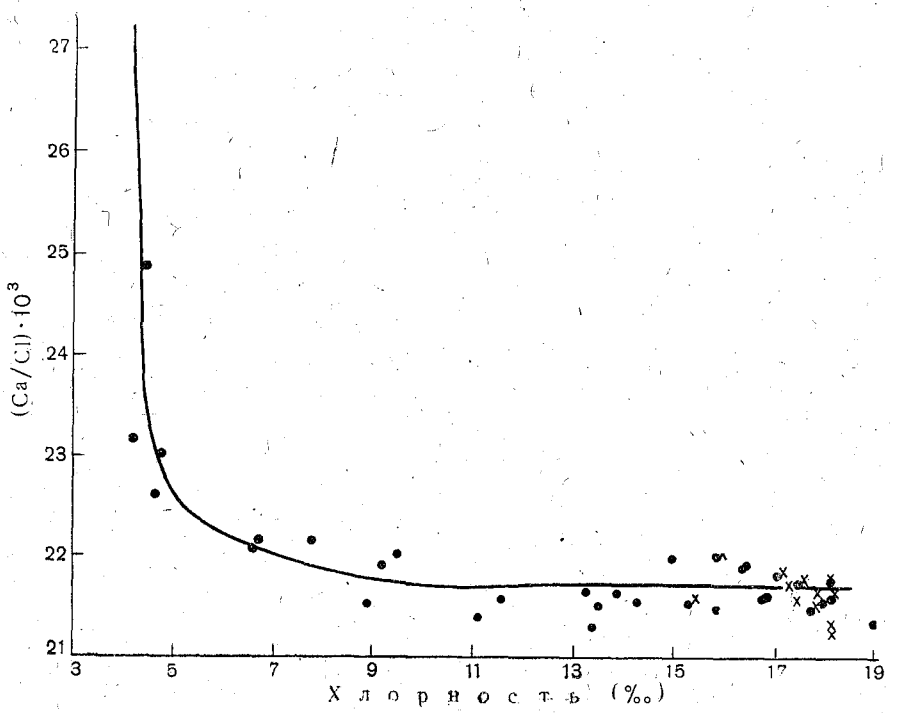


Рис. 4. Изменчивость хлорного коэффициента кальция в зависимости от солености воды в Карском (·) и Чукотском (×) морях

Хлорный коэффициент кальция в Карском и Чукотском морях обнаруживает четкую связь с соленостью воды (рис. 4). В интервале хлорности 4—5‰ коэффициент Ca/Cl резко уменьшается — от $27{,}0 \cdot 10^{-3}$ до $22{,}5 \cdot 10^{-3}$, при Cl = 9‰ составляет $21{,}75 \cdot 10^{-3}$, а с дальнейшим повышением солености средняя величина Ca/Cl остается близкой к $21{,}70 \cdot 10^{-3}$. Последнее совпадает с данными А. А. Мусиной [5] и О. А. Авдеевич [6] по содержанию кальция в воде открытых районов Карского и Чукотского морей. Наши данные позволяют уточнить интервал соленостей, в которых осуществляется переход соотношений между кальцием и хлором от типично речных к морским водам. Такой границей является хлорность в пределах 4—9‰.

Средняя величина Ca/Cl в южной части Карского моря составляет $22{,}20 \cdot 10^{-3}$; здесь очевидно возможно влияние речного стока. Средняя величина Ca/Cl в Чукотском море составляет $21{,}71 \cdot 10^{-3}$; здесь уже ощущается присутствие относительно обедненных кальцием тихоокеанских вод. Для поверхностных вод тропических районов океана характерно отношение $Ca/Cl = 21{,}40 \cdot 10^{-3} \div 21{,}50 \cdot 10^{-3}$ [4]. Из этих сопоставлений следует, что арктические районы являются поставщиком кальция для океана, а в тропических происходит удаление его биогенным и хемогенным путем.

Изложенное позволяет сделать следующие выводы:

1. Распределение абсолютных концентраций растворенного кальция в поверхностных водах арктических морей находится в тесной взаимосвязи с физико-географическими особенностями, с условиями формирования водных масс и их динамикой.

2. Хлорно-кальциевый коэффициент обнаруживает четкую связь с соленостью во всем диапазоне от сильно распресненных устьевых взморий до типично морских вод.

3. Хорошее совпадение между аналитическими данными и расчетом концентрации кальция по фомруле Ваттенберга позволяет рекомендовать последнюю для расчетов содержания кальция по всему Северному Ледовитому океану.

4. Выводы о состоянии насыщенности карбонатом кальция водных масс арктических морей объясняют отсутствие карбонатных фракций в донных отложениях, что подтверждается составленным Н. А. Беловым (1971 г.) распределением вещественно-генетических типов донных осадков в Северном Ледовитом океане.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алекин О. А., Ляхин Ю. И. О способах выражения насыщенности морской воды карбонатом кальция. — «Океанология», 1972, т. 12, вып. 4, с. 711—717.
2. Иванов В. В. Пресноводный баланс Северного Ледовитого океана. — «Труды ААНИИ», 1976, т. 323, с. 138—147.
3. Ляхин Ю. И., Кондратьева В. В. Состав карбонатного осадка, выделенного из океанской воды. Литология и полезн. ископ., 1968, вып. 2, с. 140—141.
4. Ляхин Ю. И. Кальций и магний в водах западной части тропической Атлантики. — «Океанология», 1971, т. 11, вып. 4, с. 635—641.
5. Мусина А. А. Гидрохимическая характеристика Арктического бассейна. — «Труды ААНИИ», 1960, т. 218, с. 5—64.
6. Мусина А. А., Авдеевич О. А. Соотношение между соленостью и хлорностью в воде арктических морей — «Труды ААНИИ», 1960, т. 218, с. 110—124.
7. Русанов В. П., Васильев А. Н. Распространение речных вод в Карском море по данным гидрохимических определений. — «Труды ААНИИ», 1976, т. 323, с. 188—196.

8. Скопинцев Б. А., Воробьева Р. В., Штуковская А. А. Определение кальция и суммы кальция и магния в морской воде комплексонометрическим методом. Гидрохим. материалы. 1957, т. 27, с. 65—74.

9. Цурикова А. П. Определение кальция трилонометрическим методом. — «Труды Гос. океаногр. ин-та», методич. указания № 30, 1966, с. 85—88.

10. Федорова З. П., Янкина З. С. Поступление тихоокеанской воды через Берингов пролив в Чукотское море. — «Океанология», 1963, т. 3, вып. 5, с. 777—784.

11. Chow J. J. Thompson T. G. Flame photometric determination of strontium in sea water. — Analyt. Chem., 1955, 27, № 1, pp. 48—55.

Е. М. НОВИКОВА (ЛГМИ)

МЕТОД РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В ОКЕАНЕ И НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Изучение закономерностей океанической циркуляции с помощью математических моделей, использующих численные методы решения, получило широкое развитие в последние годы. Численное моделирование позволяет исследовать океаническую циркуляцию, не вводя значительных упрощений в модель.

В работе [1] предложен конечно-разностный аналог модели трехмерной циркуляции в океане. При постановке задачи не употреблялись некоторые упрощения, принятые в работах, где изучается формирование трехмерных морских течений с помощью численного интегрирования [2, 3]. В модели учтена нелинейность и нестационарность [2], а на верхней границе задается кинематическое соотношение (отказ от приближения «твердой» крышки), и не привлекается гипотеза о существовании нулевой поверхности [2, 3].

Предложенная модель может быть применена при соответствующих модификациях для численного моделирования в однородном океане, бароклинном океане при известном поле плотности и при получаемом из решения задачи. В данной работе приводятся метод расчета и численные эксперименты для однородного океана и для бароклинного, где поле плотности известно.

Исходная система уравнений модели приводится ниже:

$$\vec{V}_t+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}+w\vec{V}_z+f\vec{k}\times\vec{V}-A_l\nabla^2\vec{V}-$$
$$-(\nu\vec{V}_z)_z+\frac{1}{\rho}\nabla p=0; \qquad (1)$$

$$p_z=g\rho; \qquad (2)$$

$$w_z+\nabla\cdot\vec{V}=0. \qquad (3)$$

Граничные условия на $\zeta=\zeta(\theta, \lambda)$

$$\zeta_t+\vec{V}\cdot\nabla\zeta=w; \qquad (4)$$

$$\vec{\tau}=\nu\vec{V}_z; \qquad (5)$$

$$p=0; \qquad (6)$$

на $H=\text{const}$ (плоское дно)

$$\vec{V}=0; \quad w=0. \tag{7}$$

Приняты следующие обозначения:

θ; λ; z — соответственно дополнение до широты с положительным направлением на юг; долгота с положительным направлением на восток; вертикальная ось направлена вниз от невозмущенной поверхности;

$V=\begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix}$ — вектор горизонтальной скорости;

u, v, w — составляющие скорости вдоль меридиана, параллели и по вертикали;

∇ — лапласиан;

$\dot{k}$ — единичный вектор по z;

p — давление;

ζ — превышение уровня над невозмущенной поверхностью с положительным направлением вниз;

H — глубина океана;

$\vec{\tau}=\begin{vmatrix} \tau_\theta \\ \tau_\lambda \end{vmatrix}$, где τ_θ, τ_λ — составляющие тангенциального напряжения ветра на поверхности океана по меридиану и параллели;

A_l, ν — коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости.

При решении задач об океанической циркуляции численными методами возникают значительные трудности вычислительного характера. Проблемы устойчивости, согласованной аппроксимации исходных дифференциальных уравнений (отсутствие источников разностной природы и выполнение заказов сохранения энергии и массы) и реализации на ЭВМ требуют своего разрешения. Использование «энергетических» норм при конструировании разностного аналога модели трехмерной циркуляции в океане и при разработке метода решения позволило создать устойчивую разностную схему, согласованно аппроксимирующую исходную дифференциальную систему уравнений [1]. В настоящей статье предлагается метод расчета трехмерной циркуляции, основанный на расщеплении [4, 5] и неявном методе решения типа прогонки. Способ расщепления [1] дал возможность сегментно использовать численную информацию, создать экономичный способ расчета.

Численные испытания модели позволили оценить ее вычислительные свойства (выполнение интегральных законов сохранения энергии и массы) и логичность: насколько она правильно описывает особенности формирования течений.

Исходная система разностных уравнений на временно́м интервале $t_\sigma \leqslant t \leqslant t_{\sigma+1}$ расщеплялась на четыре временны́х подслоя.

Расщепление проводилось по координатным плоскостям $z\theta$ и $z\lambda$ (первый $t_{\sigma+\frac{1}{4}}$ и третий $t_{\sigma+\frac{3}{4}}$ временные подслои) и по координатным осям θ и λ (второй $t_{\sigma+\frac{1}{2}}$ и четвертый $t_{\sigma+1}$ временные подслои).

В подсистемы уравнений первого и третьего временных подслоев входят: члены вертикального обмена, горизонтального градиента давления соответственно по θ и λ, сила Кориолиса; в подсистемы уравнений второго и четвертого: нелинейные члены и члены горизонтальной турбулентности по θ и λ. Кинематическое соотношение при расщеплении распадается на два уравнения с членами по θ и λ, которые входят в первый и третий подслои [1].

Ниже даны подсистемы расщепления в приведенном виде.

1. Плоскость $z\theta$: временно́й подслой $t_{\sigma+\frac{1}{4}}$, плоскость $z\lambda$: временно́й подслой $t_{\sigma+\frac{3}{4}}$:

$$a_{m,k}\vec{V}_{m,k+1} - b_{m,k}\vec{V}_{m,k} + c_{m,k}\vec{V}_{m,k-1} + f_{m,k}\dot{k}\times\vec{V}_{m,k} + d_m\vec{\zeta}_m + \overset{-1,\rho}{\vec{V}}_{m,k} = 0; \tag{8}$$

$$-b2_m\zeta_m + c2_m\zeta_{m-1} - \sum_{k=1}^{h} E1_{i,k}\vec{V}_{m-1,k} + \sum_{k=1}^{h} E2_{i,k}\vec{V}_{m,k} + \overset{-1}{\vec{\zeta}}_m = 0. \tag{9}$$

2. Ось θ: временно́й подслой $t_{\sigma+\frac{1}{2}}$, ось λ: временно́й подслой $t_{\sigma+1}$:

$$a1_{m,k}\vec{V}_{m+1,k} - b1_{m,k}\vec{V}_{m,k} + c1_{m,k}\vec{V}_{m-1,k} + f_{m,k}\dot{k}\times\vec{V}_{m,k} + \overset{-1}{\vec{V}}_{m,k} = 0. \tag{10}$$

В формулах (8—10) приняты следующие обозначения:

$\dot{k}$ — единичный вектор по z;

i, j, k — номера узлов сеточной области по θ, λ, z;

$m = i, j$;

$m + 1 = i + 1, j$ для θ;

$m + 1 = i, j + 1$ для λ; аналогично для $m - 1$;

h — число горизонтов;

$V = \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix}$, где u и v горизонтальные скорости по θ и λ в соответствующих узлах сетки;

$\vec{\zeta} = \begin{vmatrix} \zeta_{m+1} - \zeta_m \\ 0 \end{vmatrix}$ для $z\theta$ и $\vec{\zeta} = \begin{vmatrix} 0 \\ \zeta_{m+1} - \zeta_m \end{vmatrix}$ для $z\lambda$.

(-1) обозначает, что значение функции берется на предыдущем временно́м подслое, а (ρ), что в член входит еще и градиент

плотности, интегрированный по вертикали. Коэффициенты $a_{m,k}$, $b_{m,k}$ и т. д. определяются исходными уравнениями расщепления [1].

Для решения уравнений (8—9) был предложен метод двойной прогонки. Вышеописанный способ расщепления и данный метод расчета позволили решить задачу неявно по u, v и ζ при достаточном несложном алгоритме и временнóм шаге 3 ч (требование эквивалентности расщепленных подсистем исходной системе).

В явных же схемах при отказе от приближения «твердой» крышки необходим шаг по времени $\leqslant$ 5 мин [1].

Метод двойной прогонки распадается на четыре этапа:

1) прогонка вниз по оси z (по k) из формулы (8):

$$\vec{l1}_k = \frac{1}{|\vec{B}|^2_{k-1}} a_k \vec{B}_{k-1}; \tag{11}$$

$$\vec{m3}_k = \frac{1}{|\vec{B}|^2_{k-1}} \tilde{c}_{k-1} \vec{B}_{k-1}; \tag{12}$$

$$\vec{P}_k = \frac{1}{|\vec{B}|^2_{k-1}} d_m \vec{B}_{k-1} + \tilde{P}_{k-1} \vec{B}_{k-1}, \tag{13}$$

где

$$\vec{l1}_k = \begin{vmatrix} ln_k \\ nv_k \end{vmatrix}; \quad \vec{m3}_k = \begin{vmatrix} m1_k \\ m2_k \end{vmatrix}; \quad \vec{B}_{k-1} = \begin{vmatrix} b_k - c_k\, ln_{k-1} \\ f_k + c_k\, nv_{k-1} \end{vmatrix};$$

$$\tilde{P}_{k-1} = c_k \begin{vmatrix} P1_{k-1} & -P2_{k-1} \\ P1_{k-1} & P2_{k-1} \end{vmatrix}; \quad \vec{P}_k = \begin{vmatrix} P1_k \\ P2_k \end{vmatrix};$$

$$\tilde{C}_{k-1} = \begin{vmatrix} -1, \rho & -1, \rho \\ u_k & v_k \\ -1, \rho & -1, \rho \\ v_k & u_k \end{vmatrix} + c_k \begin{vmatrix} m1_{k-1} & -m2_{k-1} \\ -m2_{k-1} & m1_{k-1} \end{vmatrix};$$

ln_k, nv_k, $m1_k$, $m2_k$, $P1_k$, $P2_k$ — прогоночные коэффициенты:

2) прогонка вверх по z (по k), полученная из уравнений (11—13) и граничных условий на дне:

$$\vec{q}_k = \vec{P}_k + \tilde{A}_{k+1} \vec{q}_{k+1}; \tag{14}$$

$$'\vec{m}_k = \vec{m3}_k + \tilde{A}_{k+1} '\vec{m}_{k+1}; \tag{15}$$

где

$$\vec{q}_k = \begin{vmatrix} q1_k \\ q2_k \end{vmatrix}; \quad \vec{'m}_k = \begin{vmatrix} 'm1_k \\ 'm2_k \end{vmatrix};$$

$$\widetilde{A}_{k+1} = \begin{vmatrix} ln_{k+1} & nv_{k+1} \\ -nv_{k+1} & ln_{k+1} \end{vmatrix};$$

$q1_k$, $q2_k$, $'m1_k$, $'m2_k$ — прогоночные коэффициенты;

3) прогонка вправо по i (j), полученная из уравнений (9, 14, 15): расчет прогоночных коэффициентов $q4_m$, $m4_m$ и уровня ζ_n в крайней правой точке цепочки:

$$q4_m = \frac{B6_m}{B4_m}; \tag{16}$$

при $m>2$:

$$m4_m = \frac{1}{B4_m}\,[B1_m + B2_m + B3_m]; \tag{17}$$

$$m4_2 = \frac{1}{B4_2}\,[B1_2 + B2_2 + \sum_{k=1}^{h} E1_{2,k}\,'V_{1,k}]; \tag{18}$$

$$\zeta_n = \frac{1}{B4_n}\,[B1_n + B3_n + \sum_{k=1}^{h} E2_{n,k}\,'V_{n,k}]; \tag{19}$$

где $'V_{m,k} = u_{m,k}$ (по i) и $'V_{m,k} = v_{m,k}$ (по j);
при $n>m>2$:

$$B4_m = B5_m + B6_m + B7_m;$$

$$B4_2 = B5_2 + B6_2; \quad B4_n = B5_n + B7_n;$$

$$B1_m = \overset{-1}{\zeta}_m - c2_m\,\zeta_{m-1}; \quad B2_m = \sum_{k=1}^{h} E2_{m,k}\,'m1_{m,k};$$

$$B3_m = \sum_{k=1}^{r} E1_{m,k}\,(q1_{m-1,k}\,m4_{m-1} - 'm1_{m-1,k});$$

$$B5_m = 1 - C2_m; \quad B6_m = \sum_{k=1}^{h} E2_{m,k}\,'m1_{m,k};$$

$$B7_m = \sum_{k=1}^{h} E1_{m,k}\,q1_{m-1,k}\,(1 - q4_{m-1});$$

4) прогонка влево по i (j) из уравнений (9, 16—19, 8, 14, 15):

$$\zeta_m = q4_m\,\zeta_{m+1} + m4_m; \tag{20}$$

$$\vec{V}_{m,k} = \vec{'q}_{m,k}\,(\zeta_{m+1} - \zeta_m) + \vec{'m}_{m,k}; \tag{21}$$

где $\vec{'q}_{m,k} = \begin{vmatrix} q1_{m,k} \\ -q2_{m,k} \end{vmatrix}$ (для i) и $\vec{'q}_{m,k} = \begin{vmatrix} q2_{m,k} \\ q1_{m,k} \end{vmatrix}$ (для j).

Для решения подсистем (10) по осям θ и λ применялась матричная прогонка [4, 5].

По предложенной конечно-разностной схеме были проведны расчеты для Северной Атлантики. На поверхности океана задавалось тангенциальное напряжение ветра для среднемноголетнего

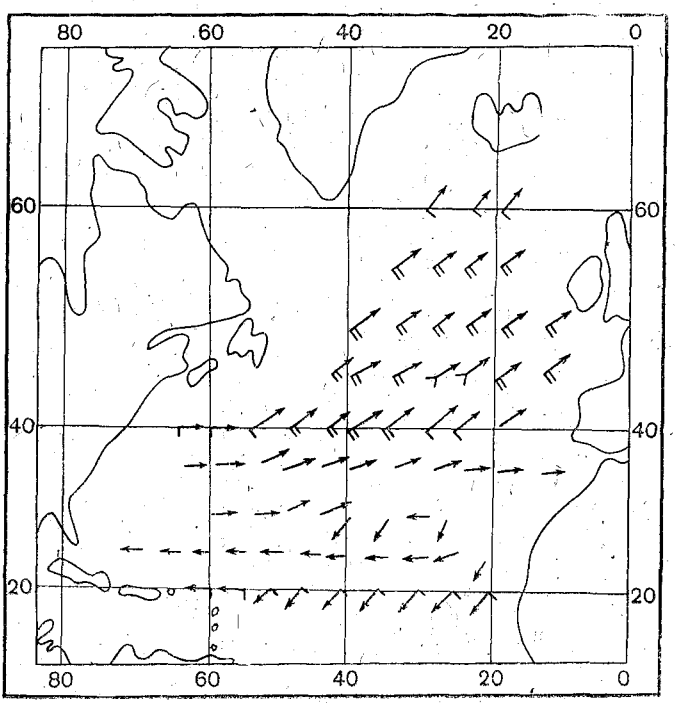


Рис. 1. Тангенциальное напряжение ветра, дин/см², на поверхности океана для среднемноголетнего января:

$\longrightarrow$ 0,5; $\longrightarrow$ 0,5–1,5; $\longrightarrow$ 1,5–2,5; $>\!\!\longrightarrow$ 2,5–3,0

января (рис. 1). Дно плоское, глубина 5 км. Численные эксперименты были выполнены для однородного океана с нулевыми и ненулевыми расходами на границах области и для бароклинного океана с ненулевыми расходами на границах. Поле плотности бралось из наблюдений [6]. В районе Флоридского пролива расход задавался равным $70 \cdot 10^6$ м³/с. Принималось, что половина его уходит через Фареро-Шетландский канал и половина через восточную часть южной границы. Расчет проводился для 5°-й сетки по горизонтали с шагом по времени, равным 3 ч, для горизонтов 0; 5; 100; 500 и 2000 м. Качество разностной схемы и метод расчета проверялись с помощью инвариантов: законов сохранения кинетической энергии и массы (рис. 2).

Расчет вышеуказанных инвариантов для бароклинной модели на срок 2,5 мес. позволил установить, что численный процесс выходит на стационарный режим. Колебания энергии постепенно затухают и на конец расчета составляют 0,001% от первоначальных. Следовательно, в схеме отсутствуют источники разностной природы.

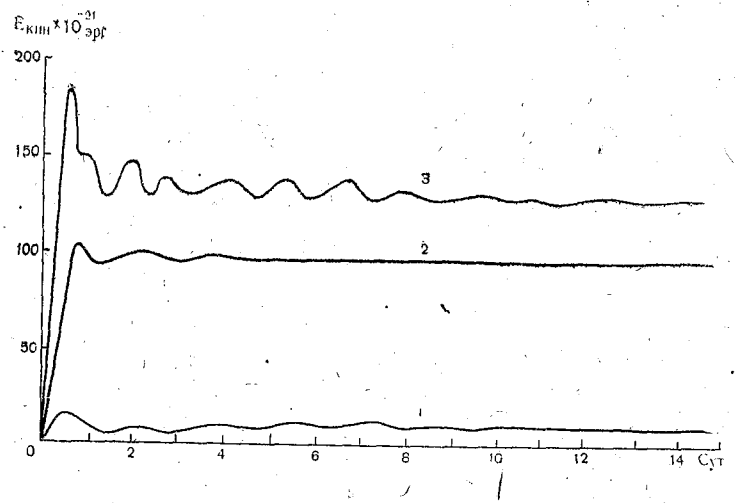


Рис. 2. Изменения кинетической энергии для однородной модели (*1*) с нулевыми расходами, однородной (*2*) и бароклинной (*3*) моделей с ненулевыми расходами на границах области

Численные эксперименты показали, что фактором, определяющим рельеф поверхности океана, являются расходы на границах области. При реальных расходах на границах перепад уровня в области составил 2,5 м. При нулевых расходах, когда рельеф поверхности океана формируется только под воздействием тангенциального напряжения ветра, перепад уровня составил 2 см (во всяком случае при среднемесячном тангенциальном напряжении 1 дин/см^2).

Время установления течений в однородном океане равнялось 2 сут, установления ветрового течения в бароклинном океане (т. е. приспособление ветрового течения к заданному полю плотности) составило 10 сут (см. рис. 1). На первый взгляд, этот результат кажется неожиданным. Однако здесь не учитывался рельеф дна, что может сказаться на результатах. Кроме того, рассматривалось фиксированное поле плотности и приспособление поля скоростей к существующему полю плотности.

Сравним результаты расчетов, полученные для различных вариантов модели (рис. 3, 4). Скорости течений на поверхности в районах, где они определяются тангенциальным напряжением ветра, для всех трех экспериментов близки и соответсвуют пред-

ставлениям о течениях в Северной Атлантике. В области пограничных течений при нулевых расходах скорости незначительны. При реальных расходах, когда формируются значительные наклоны уровня в пограничных областях, в модели удалось получить пограничные течения, скорости в которых достигают 15—20 и 20—25 см/с в Гольфстриме для однородной и бароклинной моделей,

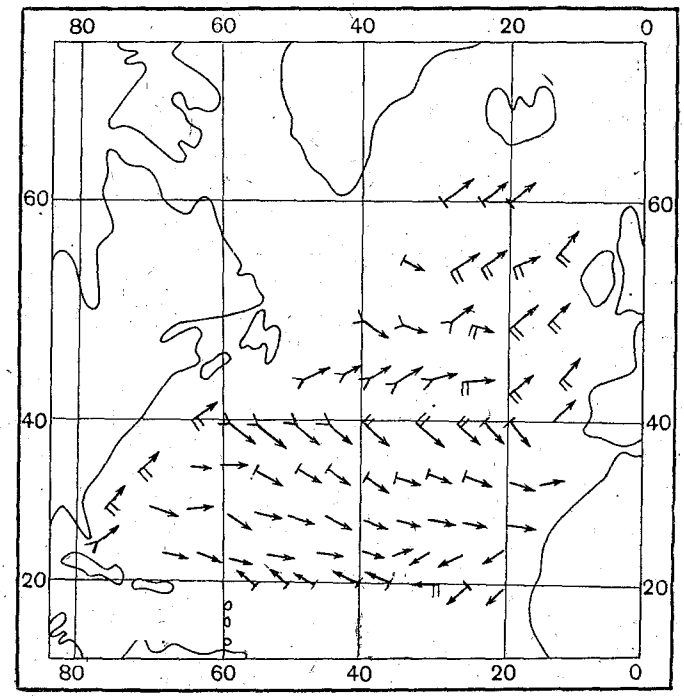


Рис. 3. Скорости течения, см/с, на поверхности в эксперименте на бароклинной модели:

⟶ 0,5–5,0; ⟶ 5–10; ⟶ 10–15; >⟶ 15–20

соответственно. Таким образом, получить пограничные течени можно в моделях, учитывающих условия формирования рельеф поверхности океана. В нашем случае заниженные скорости п сравнению с натурными получаются из-за того, что не учитываетс рельеф дна, и, кроме того, большой шаг сетки (~500 км) сгла живает картину течений.

Формирование глубинных течений определяется рельефом по верхности океана и термохалинными факторами, поэтому картин течений, полученных для трех вариантов, существенно разли чаются. В случае однородного океана с нулевыми расходами н границах, когда наклоны поверхности незначительны, скорост малы (<1 см/с) и имеют направление, противоположное дрейф

вому потоку на поверхности. В экспериментах с расходами на границах (при значительных наклонах уровня) скорости на глубинах достигают 5 см/с и имеют северо-восточное направление.

При учете бароклинности картина течений существенно меняется, скорости возрастают, и появляется противотечение со скоростью 1—5 см/с.

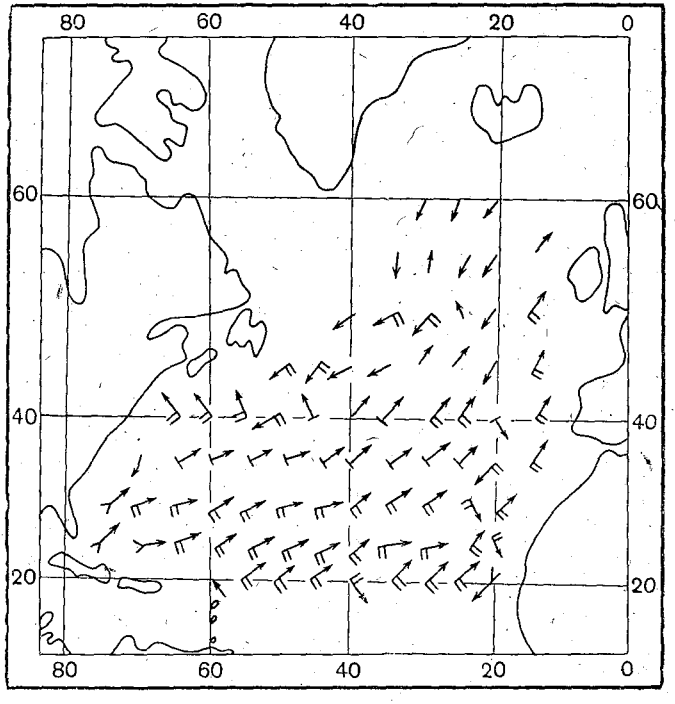


Рис. 4. Скорости течений, см/с, на горизонте 2000 м в эксперименте на бароклинной модели:

→ 0,1–0,5; → 0,5–1,0; → 1–5; >→ ≥ 5

Таким образом, численные испытания показали хорошие качества предложенной конечно-разностной схемы (выполняются законы сохранения энергии и массы). Были получены правдоподобные результаты при различных модификациях модели. В течениях прослеживаются реальные черты циркуляции Северной Атлантики, удалось получить пограничные течения. Но чтобы улучшить результаты по моделированию пограничных и глубинных течений, необходимо учитывать рельеф дна, тем более, что исследования последних лет [2, 7] показали: рельеф дна является одним из факторов, формирующих циркуляцию в океане.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новикова Е. М. Численная модель трехмерной циркуляции в океане. — «Межведомственный сборник», изд. ЛПИ, 1977, вып. 65 (ЛГМИ).
2. Саркисян А. С., Кочергин В. П., Климок В. И. Теоретическая модель и расчет поля плотности в океане с произвольным рельефом дна. — «Изв. АН СССР, ФАО», 1972, 8, № 7, с. 740—751.
3. Марчук Г. И., Кордзадзе А. А., Скиба Ю. Н. Расчет основных гидрологических полей Черного моря. — «Изв. АН СССР, ФАО», 1975, 11, № 4, с. 379—393.
4. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971, 552 с.
5. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач, М., «Мир», 1972, 418 с.
6. Основные черты гидрологии Атлантического океана. Под ред. Н. М. Муромцева. М., Гидрометеоиздат, 1963. 837 с.
7. Андреев О. А., Коган Б. А., Оганесян А. А. О глобальной циркуляции в двухслойном океане. — «Океанология», 1976, XVI, вып. 1, с. 5—15.

И. Н. РУСИН, А. З. СВЯТСКИЙ (ЛГМИ)

ОБ УНИВЕРСАЛЬНОМ ХАРАКТЕРЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОЛЕНОСТИ В ЗОНЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОРСКИХ И РЕЧНЫХ ВОД

Процесс взаимодействия морских и речных вод сопровождается, как правило, вторжением соленых вод на устьевое взморье реки. Присутствие их нарушает локальное экологическое равновесие в зоне вторжения, что часто приводит к необратимым изменениям в устьевой области. Поэтому необходимо иметь возможность прогнозировать дальность распространения морских вод и распределение солености, температуры и других характеристик в плане и по вертикали, чтобы предвидеть последствия крупных водохозяйственных мероприятий, проводимых в устьевых областях рек. Решению задачи должен предшествовать этап моделирования известного по натурным данным распределения основных характеристик зоны взаимодействия морских и речных вод.

Определение этих характеристик методами математического моделирования гидрологических процессов на устьевых взморьях с достаточной полнотой возможно лишь с привлечением общей системы уравнений гидротермодинамики. Расчет гидродинамических полей по полной системе уравнений весьма труден и требует использования ЭВМ высокого класса. Более продуктивным представляется путь построения частных решений задачи расчета характеристик в зоне взаимодействия вод на устьевом взморье, например вертикального распределения солености, на базе обоснованных физических гипотез.

В настоящее время отсутствует конкретное математическое определение понятия галоклина. Без такого определения задача расчета дальности проникновения морских вод в устьевые области не может быть не только решена, но даже сформулирована. Сопоставление пространственных масштабов распространения галоклина с размерами зоны смешения, в которой осуществляется переход от морской воды к речной, позволяет сделать вывод, что, давая определение галоклина, удобнее всего считать его особой поверхностью в полях гидродинамических характеристик потока. При этом следует иметь в виду, что широко распространенное определение галоклина как поверхности разрыва плотности не

всегда применимо при описании реальных данных. Более универсальным следует считать определение галоклина как поверхности разрыва градиентов гидродинамических характеристик, в частности поля солености. Если принять такое определение, то известные теоремы гидродинамики [1] позволят находить угол наклона галоклина. Но при этом необходимо уметь по данным натурных измерений определять профили гидродинамических характеристик в классе функций, имеющих конечное число разрывов производных. Именно эта задача решается в настоящей работе.

Среди названных характеристик одной из важнейших является распределение соленности по вертикали. Именно соленость главным образом обеспечивает существование двухслойной структуры на устьевом взморье при проникновении морских вод за счет плотностной стратификации. Предпринимаемая попытка анализа этой характеристики связана также с тем, что измерение солености надежно и по ней естественней всего определять дальность проникновения морских вод в устьевую область реки.

Изучение распределения солености по вертикали по данным гидрологических станций на различных реках удобно проводить на безразмерных кривых. Для этого нужно ввести безразмерные переменные для солености и глубины σ, ξ. Безразмерная соленость σ определяется соотношением

$$\sigma = (S - S_0)/(S_н - S_0),$$

где S — соленость на рассматриваемом горизонте;
S_0, $S_н$ — соленость соответственно на свободной поверхности и дне.

Приведение глубины ξ производится аналогично:

$$\xi = (Z - Z_0)/(Z_н - Z_0).$$

Построение зависимостей $\sigma = f(\xi)$ для устьевых взморьев значительного числа рек в безледоставный период, расположенных в различных климатических зонах, показало, что их графики отличаются один от другого весьма мало. При наличии достаточно ярко выраженного клина соленой воды на взморье кривые $\sigma = f(\xi)$ имеют вид, близкий к показанным на рис. 1, которые получены на основе наблюдений в устьевой области Северной Двины и Кинбурнском проливе, соединяющем Днепро-Бугский лиман с Черным морем [2, 3]. Отличительной чертой связи безразмерных солености и глубины является ее устойчивость как по длине клина, так и во времени. Обычные «мгновенные» наблюдения дают профили $\sigma = f(\xi)$, аналогичные осредненным по времени. Необходимым условием сохранения этого свойства является существование плотностной стратификации в течение всего периода осреднения.

Как видно из рис. 1, профили солености с ярко выраженной двухслойной структурой должны неплохо описываться зависимостью $\sigma = f(\xi)$. Представляет интерес найти аналитическое описание безразмерного «универсального» профиля солености, подобное

безразмерному профилю температуры воды в сезонном термоклине [4]. По виду кривой можно отметить следующие особенности: помимо того, что выбранная нормировка безразмерных солености σ и координаты ξ определяет положение концов кривой, наблюдается равенство нулю первой и второй производных на закрепленных концах. У зависимости $\sigma = f(\xi)$ есть точка перегиба, изменяющая свое положение от кривой к кривой (см. рис. 1).

Появление на графиках точки перегиба есть результат проведения непрерывной кривой по ряду дискретных точек; в то же время наличие точки перегиба свидетельствует о существовании особенностей в процессе, характеризуемом кривой. Та той особенностью при взаимодействии морских и речных вод на устьевом взморье является образование весьма малой по толщине переходной зоны между слоями, обладающей особыми свойствами, идеализацией которой можно считать поверхность раздела. При соприкосновении слоев гидродинамические характеристики остаются непрерывными, но скорость их изменения (градиенты) может иметь особенности, например, терять непрерывность. Если принять, что функция непрерывна и многократно дифференцируема, то из вида кривых (см. рис. 1) следует: функциональная зависимость, в данном случае $\sigma = f(\xi)$, будет сильно нелинейной. Тогда нахождение аппроксимирующей зависимости по ряду дискретных точек (как правило, их не более десяти) превращается в очень сложную задачу. При этом также следует учитывать, что вследствие дискретности натурных измерений вычисление производных по ним сопряжено с большими ошибками, которые накапливаются по мере возрастания порядка производных (чем ниже порядок исследуемых производных по натурным данным, тем выше точность).

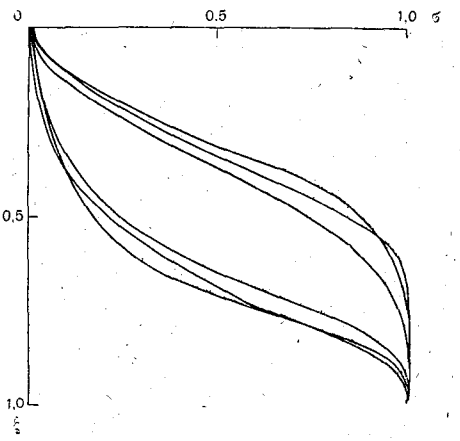


Рис. 1. Характерные для устьевых взморий и проливов безразмерные профили солености при ярко выраженной стратификации вод

Описание гидродинамических характеристик вблизи поверхности раздела морских и речных вод в терминах непрерывных и многократно дифференцируемых функций потребует по крайней мере оценки вторых производных. Поэтому есть смысл обратиться к аппроксимации в классе функций, имеющих разрыв первых производных (слабый разрыв), отождествляя положение границы раздела речных и морских вод с положением точки разрыва градиентов. Использование функций с разрывом градиентов потре-

бует для определения границы галоклина расчета по натурным данным только первых производных солености.

Подобный выбор позволяет интерпретировать дискретный набор натурных данных о распределении солености с помощью условий согласования на разрыве таким образом, что легко будет определить угол наклона поверхности раздела. Кроме того, явное введение особой точки позволяет вне ее придать наиболее простой вид аппроксимирующим функциям. В данном случае аппроксимация проводится в классе полиномов. Как показал Кейлеган [5] в опытах на гидрологических лотках, установление клина соленой воды в эстуарии есть процесс, определяемый тремя внешними параметрами: отношением скоростей потоков пресных и соленых вод, числом Рейнольдса и отношением глубины к ширине области. Число безразмерных параметров удается сократить, если обратить внимание на то, что для большинства равнинных рек отношение глубины к ширине устьевой области исчезающе мало. Поэтому представляется возможным строить двухпараметрическое описание.

Представим $\sigma(\xi)$ в виде двух склеенных в точке перегиба полиномов:

$$\sigma(\xi) = a\xi^3 \quad \text{при } 0 \leqslant \xi < \xi_* \tag{1}$$

и

$$\sigma(\xi) = b(1-\xi)^3 + 1 \quad \text{при } \xi^* \leqslant \xi \leqslant 1, \tag{2}$$

где ξ_* — безразмерная координата точки разрыва первых производных, совпадающая с точкой перегиба на безразмерном профиле солености.

Потребуем, чтобы значения безразмерной солености удовлетворяли граничным условиям

$$\sigma(0)=0, \qquad \sigma'(0)=\sigma''(0)=0; \tag{3}$$

$$\sigma(1)=1, \qquad \sigma'(1)=\sigma''(1)=0 \tag{4}$$

и условиям непрерывности функции в точке разрыва первых производных

$$[\sigma(\xi)]\big|_{\xi=\xi_*}=0; \tag{5}$$

$$[\sigma'(\xi)]\big|_{\xi=\xi_*}=3\delta, \tag{6}$$

где $[f] = \lim\limits_{\varepsilon\to 0}(f(\xi_*-\varepsilon) - f(\xi_*+\varepsilon))$ — оператор скачка;

3δ — значение скачка производной.

Подстановка выражений (1) и (2) в условия склейки (5) и (6) дает после очевидных преобразований

$$\begin{cases} \xi_*^3 a - (1-\xi_*)^3 b = 1, \\ \xi_*^2 a + (1-\xi_*)^2 b = \delta. \end{cases} \tag{7}$$

Решение алгебраической системы уравнений (7) относительно a и b имеет вид

$$a=\frac{1+\delta(1-\xi_*)}{\xi_*^2}; \quad b=-\frac{1-\delta\xi_*}{(1-\xi_*)^2}. \tag{8}$$

Полученные соотношения (8) позволяют рассчитать по выражениям (1) и (2) зависимость $\sigma(\xi)$. Выражения для коэффициентов содержат величину δ, являющуюся, в геометрической интерпретации, углом наклона касательной к построенной по натурным данным кривой в точке разрыва первых производных. Значение δ определяется по эмпирической кривой весьма приближенно из-за малого угла наклона касательной и некоторой произвольности вида кривой, вносимой при ее построении. Более точно можно получить с графика координаты точки разрыва первых производных — $\sigma(\xi_*)$, ξ_*, — для которых по крайней мере менее существенна ошибка в форме кривой. Поэтому целесообразно выразить δ через координаты скачка $\sigma(\xi_*)$ и ξ_*:

$$a=\frac{\sigma(\xi_*)}{\xi_*^3}=\frac{1+\delta(1-\xi_*)}{\xi_*^2}$$

или

$$b=\frac{\sigma(\xi_*)-1}{(1-\xi_*)^3}=-\frac{1-\delta\xi_*}{(1-\xi_*)^2},$$

откуда следует

$$\delta=\frac{\sigma(\xi_*)-\xi_*}{\xi_*(1-\xi_*)}. \tag{9}$$

Подстановкой выражений (8) и (9) в (1) и (2) получим

$$\sigma(\xi)=\begin{cases}\sigma(\xi_*)\left(\dfrac{\xi}{\xi_*}\right)^3 & \text{при } 0\leqslant\xi<\xi_*,\\[2ex] 1-[1-\sigma(\xi_*)]\left(\dfrac{1-\xi}{1-\xi_*}\right)^3 & \text{при } \xi_*\leqslant\xi\leqslant 1.\end{cases} \tag{10}$$

Зависимость $\sigma(\xi)$, рассчитанная по выражению (10) для двух групп безразмерных профилей солености, показана на рис. 2 (верхняя группа относится к Кинбурнскому проливу, нижняя — к устьевой области Северной Двины). Очевидно, что выведенная функциональная зависимость $\sigma(\xi)$ хорошо отражает характер безразмерного распределения солености по глубине для устьевых взморий различных рек, что свидетельствует в пользу определенной универсальности такого способа описания.

Из сравнения экспериментальных точек с аппроксимирующими кривыми следует, что, несмотря на относительно большой разброс

точек, предположения о возможности построения семейства зависимостей $\sigma=\sigma(\xi)$ нестационарного вертикального распределения солености подтверждаются.

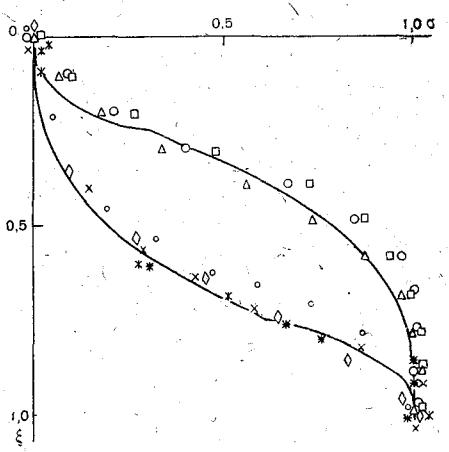


Рис. 2. Пример аппроксимации двух групп экспериментальных данных полиномами третьей степени с конечным числом разрывов первых производных

Двухпараметрическое описание полиномами третьей степени оказывается достаточно гибким, чтобы, не повышая степени полинома и не увеличивая числа параметров, аппроксимировать семейством кривых типичные для устьевых взморий при вторжении на них морских вод вертикальные профили солености. Полученная аппроксимация указывает на возможность отыскания частных решений задачи расчета гидродинамических характеристик в зоне взаимодействия морских и речных вод на устьевом взморье в классе функций с конечным числом разрывов первых производных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Т. 2, М.—Л., 1948, с. 612. (ГИТТЛ).
2. Лупачев Ю. В. Особенности проникновения соленой воды в приливное устье реки(на примере устья Северной Двины). — «Труды ГОИН», 1976, вып. 129, с. 37—52.
3. Мальцев С. В. К методике расчета солености воды на устьевом взморье закрытого типа (на примере Днепро-Бугского лимана). — «Труды ГОИН», 1976, вып. 129, с. 53—64.
4. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана. Л., Гидрометеоиздат, 1970, с. 284.
5. Кейлеган Д. Г. Механизм образования неподвижного клина соленой воды. — В кн.: «Гидродинамика береговой зоны и эстуариев». Л., Гидрометеоиздат, 1970, с. 278—303.

Н. В. ХОХЛОВСКИЙ (ЛГМИ), А. В. ЦАРЕВ

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ОБЪЕКТА ПРИ ПОДВОДНОЙ СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКЕ

В настоящее время подводная стереофотограмметрическая съемка находит значительное применение при проведении различных океанологических исследований и подводно-технических работ в целях определения пространственного положения, формы и размеров подводных объектов.

Решение указанных задач подводной стереофотограмметрии осуществляется по двум основным направлениям.

Первое направление связано с созданием специальных оптических систем — гидрообъективов типа «Гидроруссар», в которых компенсированы гидродисторсия, хроматизм увеличения и другие аберрации, вносимые водной средой и иллюминатором [1]. Фотограмметрические съемочные камеры, оснащенные гидрообъективами, дают возможность получать подводные снимки, подобные снимкам односредной фотограмметрии, камеральная обработка которых не представляет затруднений.

Однако этот прогрессивный метод в развитии подводной стереофотограмметрии практически трудно осуществим, так как для его реализации необходима съемочная аппаратура с гидрообъективами.

Второе направление — разработка методов камеральной обработки снимков с изображением подводных объектов, сфотографированных с помощью обычных объективов, рассчитанных для съемки в воздушной среде.

Теоретическую основу этих методов двухсредной и многосредной фотограмметрии составляют классические формулы воздушной фотограмметрии в основном для нормального случая съемки с введением в них поправочных членов, посредством которых учитываются искажения в снимках (гидродисторсия, влияние иллюминатора, деформация фотоматериала и т. д.).

Учет геометрических искажений в снимках производится или непосредственно в процессе их стереоизмерений, или аналитическим путем.

В первом случае для измерения снимков применяются стереообрабатывающие приборы с коррекционными устройствами, с помощью которых поправочные коэффициенты вводятся в приборы как инструментальные поправки [2, 3].

Во втором случае существо всех известных аналитических методов, несмотря на различные математические формулы для вычисления поправок, например в виде коэффициентов редукции, состоит в следующем. На стереокомпараторе, стереоавтографе или других стереоприборах измеряются величины искаженных координат точек изображения объекта на снимках, в результаты измерений вводятся все виды поправок и вычисляются величины исправленных координат, затем, в зависимости от поставленных задач выполняется дальнейшая камеральная обработка [4—9].

Все методы с использованием поправочных членов являются косвенными методами.

Представляет теоретический интерес рассмотреть возможность определения пространственных координат объекта при подводной стереосъемке путем установления функциональной связи между координатами точек на стереопаре и координатами точек, принадлежащих объекту, расположенному в водной среде.

Ниже предлагается прямое решение поставленной задачи с выводом формул для нормального случая стереосъемки (оптические оси объективов перпендикулярны линии базиса фотографирования и лежат в базисной плоскости). Исследования выполнены для оптической схемы с плоскопараллельным иллюминатором и ортоскопическими объектами.

Введем следующую фотограмметрическую базисную систему прямоугольных координат S_1XYZ, в которой за начало координат примем точку S_1 — центр зрачка входа левого объектива как центр проекции в предметном пространстве. Ось S_1X этой системы совмещена с базисом съемки, ось S_1Y совпадает с оптической осью объектива и с положительным направлением оси к объекту съемки, ось S_1Z перпендикулярна первым двум осям; система координат правая (см. рис. 1 и 2).

Для определения координат в плоскости снимка воспользуемся системой oxz с началом координат в главной точке o.

Рассмотрим рис. 1, на котором представлена геометрическая схема хода луча света от точки M объекта до ее изображения m в плоскости снимка P, с учетом наличия на пути хода луча оптических сред с различными показателями преломления n_1, n_2, n_3 для воды, стекла иллюминатора и воздуха соответственно. Обратим внимание на то, что луч лежит в одной меридиональной плоскости.

Продолжение прямой MM_1 дро ее пересечения с оптической осью дает точку S_0 — фиктивный центр проекции. Положение этой точки не остается постоянным, она перемещается вдоль оси S_1Y при изменении угла i_1.

Из рисунка следует, что все точки пространства предметов, находящиеся в водной среде и лежащие на отрезке прямой MM_1, изобразятся на снимке в точке m.

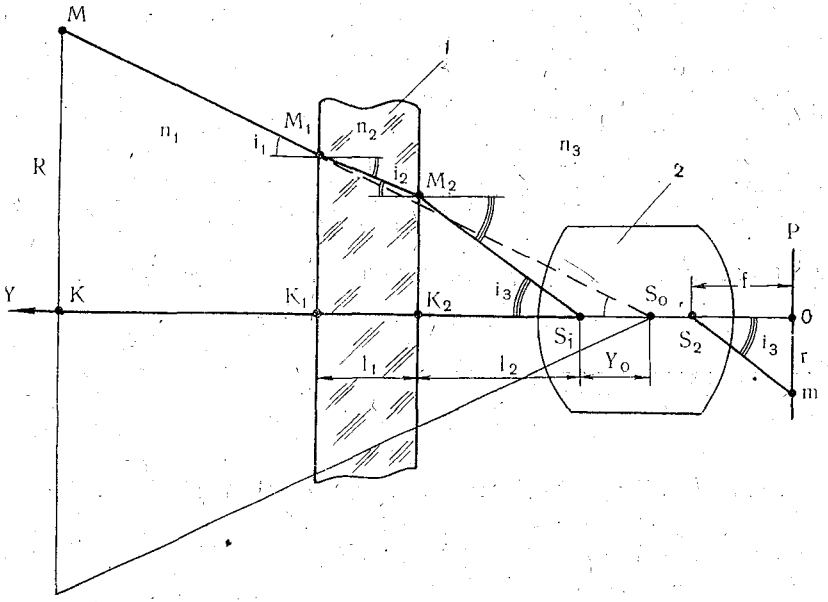


Рис. 1. Схема хода луча света от точки M объекта до его изображения m в плоскости снимка:

1 — иллюминатор; 2 — объектив

S_1 и S_2 — центры зрачков входа и выхода соответственно; S_0 — фиктивный центр проекции; n_1, n_2, n_3 — показатели преломления воды, стекла иллюминатора и воздуха соответственно; Y_0 — расстояние между точками S_0 и S_1; f — фокусное расстояние оптической системы в воде (фотограмметрической камеры); P — плоскость снимка; R, r — радиусы-векторы, определяющие положение точек M и m соответственно; l_1 — толщина иллюминатора; l_2 — расстояние от второй плоскости иллюминатора до центра зрачка входа

Вращая прямую MS_0, угол наклона которой к оси S_1Y равен i_1, вокруг этой оси, не изменяя величины угла i_1 и положения точки S_0, получим поверхность кругового конуса. Геометрическим местом точек на снимке, расположенных на поверхности такого конуса, будет окружность радиуса r.

Следовательно, если имеем на снимке точку m и известны элементы i_1 и Y_0, определяющие положение конуса в принятой системе координат, из совместного решения уравнений конуса и плоскости, проходящей через точку m и ось S_1Y, получим уравнение двух образующих конуса, на одной из которых находится точка M.

Из треугольника S_2om имеем

$$\operatorname{tg} i_3 = \frac{r}{f}, \qquad (1)$$

где $r = \sqrt{x^2+z^2}$;

f — фокусное расстояние оптической системы (фотокамеры).

На основании закона преломления

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3 .$$

Учитывая, что $n_3 = 1$, можем записать

$$\sin i_3 = n_1 \sin i_1 . \qquad (2)$$

Исключив из уравнений (1) и (2) угол i_3, получим формулу для вычисления угла i_1 в виде

$$\sin i_1 = \frac{1}{n_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2+f^2}} \qquad (3)$$

или в общем виде при заданных значениях n_1 и f:

$$i_1 = F_1(r) = F_2(x, z). \qquad (3^1)$$

Для определения величины Y_0 имеем

$$Y_0 = K_1S_0 - K_1S_1 , \qquad (4)$$

но

$$K_1S_0 = K_1M_1 \operatorname{ctg} i_1 = (l_1 \operatorname{tg} i_2 + l_2 \operatorname{tg} i_3) \operatorname{ctg} i_1$$

и

$$K_1S_1 = l_1 + l_2 .$$

Подставляя значения K_1S_0 и K_1S_1 в формулу (4), получим

$$Y_0 = (l_1 \operatorname{tg} i_2 + l_2 \operatorname{tg} i_3) \operatorname{ctg} i_1 - (l_1 + l_2), \qquad (5)$$

где

$$\operatorname{ctg} i_1 = \frac{\cos i_1}{\sin i_1} = \sqrt{n_1^2 \left(1 + \frac{f^2}{r^2}\right) - 1} . \qquad (6)$$

При подводной стереосъемке применяются стереокамеры, выполненные в одном корпусе, или две камеры, соединенные между собой жестко на ферме. Поэтому элементы внутреннего и взаимного ориентирования, а также другие технические характеристики камер в процессе эксплуатации не меняются. Показатель преломления воды в определенных морских районах можно считать мало изменяющимся. В связи с этим формулу (5) в общем виде с достаточной степенью точности можно записать так:

$$Y_0 = F_3(r) = F_4(x, z). \qquad (5^1)$$

Используя формулы (3^1 и 5^1), можно составить для определения параметров i_1 и Y_0 таблицы с входным аргументом r.

Выведенные выше формулы справедливы также и для правого снимка стереопары, в них следует обозначить все буквы знаком штрих.

Запишем уравнение кругового конуса в прямоугольных координатах, с вершиной в точке S_0 и острым углом i_1 между образующей и положительным направлением оси S_1Y.

Для того, чтобы точка $M(X, Y, Z)$ находилась на поверхности конуса, необходимо и достаточно острый угол между прямыми S_0M и S_0Y приравнять i_1. Обозначая через K прямоугольную проекцию точки M на S_1Y, это условие выразим так:

$$\frac{|KM|}{|S_0K|} = \frac{R}{|S_0K|} = \operatorname{tg} i_1; \tag{7}$$

замечая далее, что точка K имеет координаты (O, Y, O), получаем

$$|S_0K| = Y + Y_0$$

и

$$R = \sqrt{(X-0)^2 + (Y-Y)^2 + (Z-0)^2} = \sqrt{X^2+Z^2}.$$

Подставляя эти значения в равенство (7), после преобразования получим

$$(Y+Y_0)^2 \operatorname{tg}^2 i_1 = X^2 + Z^2. \tag{8}$$

Уравнение (8) и есть требуемое.

Если обозначить вершину правого конуса буквой S_0' с координатами (B_1, Y_0', O) и прямоугольную проекцию точки M на ось конуса буквой $K(B, Y, O)$, то уравнение этого конуса, по аналогии с предыдущим, будет иметь следующий вид:

$$(Y+Y_0')^2 \operatorname{tg}^2 i_1' = (X-B)^2 + Z^2. \tag{9}$$

Уравнение плоскости, проходящей через точку снимка m и ось S_1Y, имеет вид

$$X = \frac{x}{z} Z. \tag{10}$$

Уравнение второй плоскости, проходящей через точку m' правого снимка и ось правого конуса, будет

$$X = \frac{x'}{z'} Z + B, \tag{11}$$

где B — базис фотографирования. Эта плоскость, как и первая, содержит точку M.

Разрешим уравнения (8—11) относительно X, Y, Z. Для этой цели удобнее всего взять уравнение одного из конусов и уравнение двух плоскостей:

$$\left.\begin{aligned} (Y+Y_0)^2 \operatorname{tg}^2 i_1 &= X^2 + Z^2 \\ X &= Z \operatorname{tg} \rho \\ X &= Z \operatorname{tg} \rho' + B \end{aligned}\right\}, \tag{12}$$

где

$$\operatorname{tg}\rho = \frac{x}{z}; \qquad \operatorname{tg}\rho' = \frac{x'}{z'}. \tag{13}$$

Из второго и третьего уравнений системы (12) получим:

$$Z = \frac{B}{\operatorname{tg}\rho - \operatorname{tg}\rho'}; \tag{14}$$

и

$$X = \frac{B}{\operatorname{tg}\rho - \operatorname{tg}\rho'} \operatorname{tg}\rho. \tag{15}$$

Подставляя полученные значения X и Z в первое уравнение системы (12) и разрешая его относительно Y, будем иметь

$$Y = \frac{B}{\operatorname{tg}\rho - \operatorname{tg}\rho'} \sec\rho \operatorname{ctg} i_1 - Y_0. \tag{16}$$

Таким образом, формулы (14), (15) и (16) с учетом обозначений (13) решают поставленную задачу.

Если значения Z и X из формул (14) и (15) подставить в уравнение (9), то получим

$$Y = \frac{B}{\operatorname{tg}\rho - \operatorname{tg}\rho'} \sec\rho' \operatorname{ctg} i_1' - Y_0'. \tag{17}$$

Значения Y, вычисленные по формулам (16) и (17), должны совпадать. Совпадение этих значений послужит контролем решения задачи.

В формулах (16) и (17) после извлечения корня квадратного перед первыми членами сохранены лишь знаки плюс. Это сделано по той причине, что отстояния Y в выбранной системе координат могут иметь только положительные значения.

Вычисление элементов, определяющих положение правого конуса, производится по формулам (3) и (5), но через координаты m' правого снимка.

На рис. 2 представлена схема определения пространственных координат объекта по методу конусов при подводной стереосъемке.

Используя закон преломления для точек M_1 и M_2 (см. рис. 1), представим формулу (5) в следующем виде:

$$Y_0 = \left(l_1 \frac{n_1}{n_2} \frac{\cos i_1}{\cos i_2} + l_2 \frac{n_1}{n_3} \frac{\cos i_1}{\cos i_3}\right) - (l_1 + l_2). \tag{18}$$

При малых значениях углов получим формулу для параксиальных лучей в виде

$$Y_{0,0} = l_1\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right) + l_2\left(\frac{n_1}{n_3} - 1\right). \tag{19}$$

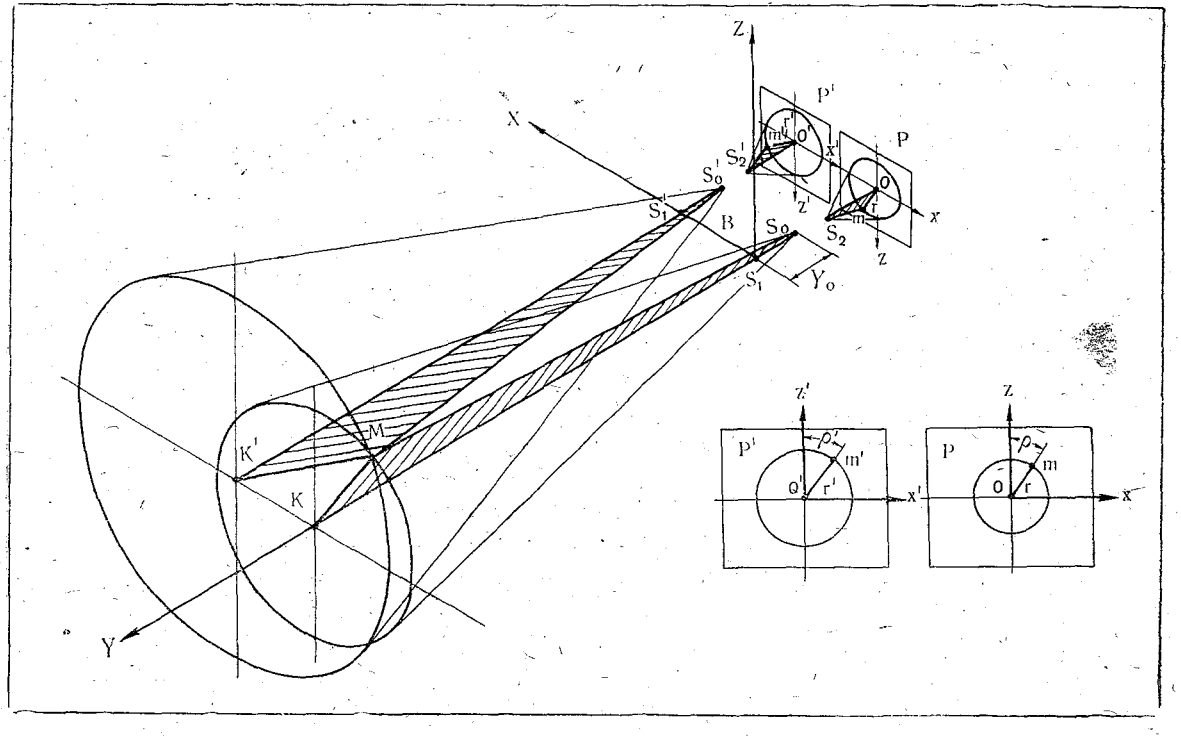


Рис. 2. Схема определения пространственных координат объекта по методу конусов при подводной стереосъемке; отдельно показан вид на плоскости позитивных изображений

Найдем разность δY между величинами Y_0 для наклонных лучей по формуле (18) и $Y_{0,0}$ для нулевых лучей; после преобразования получим

$$\delta Y = Y_0 - Y_{0,0} = l_1 \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{\cos i_1}{\cos i_2} - 1 \right) + l_2 \frac{n_1}{n_3} \left(\frac{\cos i_1}{\cos i_3} - 1 \right). \quad (20)$$

Величина δY является продольной сферической аберрацией оптической системы [1, 10], которая возникает на плоских поверхностях раздела сред вода — стекло иллюминатора и стекло — воздух.

Следовательно, формулы (14—17) позволяют вычислять пространственные прямоугольные координаты точек подводного объекта с учетом гидродисторсии и смещения центров проекций из-за сферической аберрации оптической системы. Исходя из этого, предлагаемый аналитический метод конусов является более строгим по сравнению с известными методами при выполнении подводной стереофотограмметрической макросъемки (при незначительных отстояниях до объектов) в различных океанологических целях.

Метод конусов может быть сравнительно просто применен при известных элементах взаимного ориентирования, для других более сложных случаев стереосъемки, включая общий случай.

Метод позволяет производить контроль вычислений и его можно использовать при многосредной съемке, для любых оптически прозрачных сред и при любом их количестве.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русинов М. М. Фотограмметрическая оптика. М., Геодезиздат, 1962.
2. Богоров Г. В., Ильин А. В., Индиченко И. Г. Применение стереофотограмметрического метода для изучения микрорельефа дна Индийского океана до 10 000 м. — «Геоморфология», 1971, № 1, с. 89—102.
3. Лившиц Э. М. Создание и исследование методов и приборов для стереофотограмметрической съемки в трековых камерах. Автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Л., 1972. 18 с. (ЛИТМО).
4. Потапенко Б. Г. Стереофотограмметрическое картирование подводного рельефа. Автореф. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Иркутск, 1954. 16 с. (Горнометаллургический институт).
5. Рамм Н. С., Кузина А. М. Определение глубин фотограмметрическим методом. — В кн.: Применение аэрометодов для исследования моря. М.—Л., изд-во АН СССР, 1963, с. 276—357.
6. Лощилов В. С. Метод подводной стереосъемки в океанографических исследованиях. — «Проблемы Арктики», 1957, вып. 2, с. 205—218.
7. Шароватов Г. Л. Исключение влияния многосредности при подводном фотографировании. — «Геодезия и картография», 1971, № 10, с. 57—61.
8. Богоров Г. В., Шароватов Г. Л. Оценка измерительных возможностей глубоководных стереофотоустановок. — «Океанология», т. XIII, вып. 5 1973, с. 887—892.
9. Подводная аналитическая система A. K. I. Torlegard and T. L. Lundaly. Underwater Analytical System. — «Photogramm. Eng.», 1974, v. 40 No. 3, 287—293.
10. Ортоскопия фотограмметрических объективов. М., «Недра», 1976, с. 22—26 Авт.: М. М. Русинов, В. Г. Афремов, А. Ш. Шахвердов, Е. З. Шлям.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Плинк Н. Л., Усенков М. М. Влияние шельфа на защищенность портовых акваторий от длиннопериодных волн, вызывающих явление тягуна 3

Хохловский Н. В., Румянцев Д. П., Проскуряков А. В. К вопросу о фотограмметрии подводных телевизионных снимков 9

Беляев Б. Н., Куцева М. В. Некоторые возможности статистического анализа информации, содержащейся в гидрометеорологических пособиях для океана 22

Фукс В Р., Якушкина Л. П. Некоторые свойства передаточных функций баротропного океана как крупномасштабной колебательной системы 27

Тимец В. М. Анализ методов измерения течения 36

Абрамов В. М. Случайные ветровые течения в двухслойном море 46

Осипов Н. Н., Васильев В. А. Кинетика потребления биогенных элементов в морской воде 53

Карпова И П., Науменко М. А. О применении метода кратчайшего незамкнутого пути для выделения водных масс 61

Сорокин Ю. Л., Тимец В. М. Анализ характеристик сферического преобразователя скорости потока 72

Абрамов В. М., Клещева Г. П. Использование класса комплексных случайных функций при статистической обработке данных наблюдений над течениями 79

Павлов В. К., Прошутинский А. Ю., Чирейкин А. В. Расчет течений Чукотского моря по полю гидрологических и гидрохимических характеристик 87

Карлин Л. Н., Клюйков Е. Ю., Провоторов П. П. О математическом моделировании сезонных измерений вертикальной термохалинной структуры деятельного слоя океана 92

Степанюк И. А. Линеаризация характеристик измерительных преобразователей температуры морской воды с применением динамической шкалы отсчета 106

Томсон П. В. Причины расхождения глубин судового и ледового промера 113

Тюняков Б. И., Кузнецова Л. Н., Седых К. А. Мезомасштабная структура трехмерной циркуляции в промысловом районе северо-западной Африки 116

Русанов В П., Пивоваров С. В., Ляхин Ю. И. Особенности распределения растворенного кальция в арктических морях 130

Новикова Е. М. Метод расчета нестационарной циркуляции в океане и некоторые численные эксперименты 139

Русин И. Н., Святский А. З. Об универсальном характере вертикального распределения солености в зоне взаимодействия морских и речных вод 149

Хохловский Н. В., Царев А. В. Аналитический метод определения пространственных координат объекта при подводной стереофотограмметрической съемке 155

Межведомственный сборник, вып. 66

ИССЛЕДОВАНИЕ И ОСВОЕНИЕ МИРОВОГО ОКЕАНА

Редактор *И. Г. Максимова*

Корректор *Л. В. Ломакина*

М-09485. Сдано в набор 17/XII 1977 г. Подписано к печати 22/V 1978 г. Зак. 22
Формат бумаги 60×90 1/16. Бумага тип. № 2. Объем 10,25 п. л., уч.-изд. л. 10
Тираж 500. Темплан 1978 г., поз. 517. Цена 1 р. 50 к.
Издание ЛПИ им. М. И. Калинина. 195251, Ленинград, Политехническая ул., 29

Типография 6 ВОК ВМФ

УДК 551.46.07/08

Влияние шельфа на защищенность портовых акваторий от длиннопериодных волн, вызывающих явление тягуна. Плинк Н. Л., Усенков М. М. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 3—8. (ЛГМИ).

Рассмотрен вопрос о влиянии морфологических особенностей шельфовой зоны на изменение амплитудных характеристик длиннопериодных волн в диапазоне периодов от 0,5 до 10 мин, вызывающих опасное явление тягуна в морских портах. Дана количественная оценка этого влияния на основании численных решений систем линеаризированных гидродинамических уравнений теории мелкой воды в одномерной постановке, выполненных на ЭВМ М-220. Приведены предварительные результаты выбора рекомендаций по уменьшению влияния длиннопериодных волн на портовые акватории.

Ил. 2. Библ. 2.

УДК 621.397.61+528.71:551.46.077

К вопросу о фотограмметрии подводных телевизионных снимков. Хохловский Н. В., Румянцев Д. П., Проскуряков А. Б. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 9—21. (ЛГМИ).

Рассмотрена возможность применения телевизионных систем для определения пространственного положения и размеров подводных объектов по их монотелевизионным изображениям на примере подводной ТВ-фотограмметрической съемки с использованием масштабных коэффициентов.

Приведены результаты изучения суммарной дисторсии ТВ-изображения и даны рекомендации по учету геометрических искажений изображения при вычислениях координат и размеров объектов.

Способ может быть применен при исследованиях по физической и промысловой океанологии, морской геологии и геоморфологии.

Табл. 1. Ил. 4. Библ. 21.

УДК 551.46

Некоторые возможности статистического анализа информации, содержащейся в гидрометеорологических пособиях для океана. Беляев Б. Н., Куцева М. В. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 22—26. (ЛГМИ).

Изложены результаты статистической обработки данных о течении, ветре и волнении, представленных в пособиях. Сделан предположительный вывод о слабой связи между характеристиками поверхностного течения и ветра в одном и том же районе. Проведено сравнение качества информации о ветре, содержащейся в двух пособиях.

Ил. 1. Библ. 6.

УДК 551.456.1

Некоторые свойства передаточных функций баротропного океана как крупномасштабной колебательной системы. Фукс В. Р., Якушкина Л. П. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 27—35. (ЛГМИ).

Для исследования долгопериодной реакции океана на внешнее воздействие синоптического масштаба рассмотрены передаточные функции, которые связывают образы Фурье колебаний уровня и скорости течения с образами Фурье потенциала силы. Аналитическое представление передаточных функций для баротропной модели горизонтально-однородного океана на неограниченной β-плоскости выявляет наличие условия резонанса для волн с параметрами зональных волн Россби, а также существенное отличие свойств этих функций для волн западных и восточных направлений.

Результаты расчета передаточных функций вне резонансной области показали, что наибольшие значения они принимают в малой окрестности дисперсионной кривой — геометрического места точек, связывающего составляющие волнового числа баротропных дивергентных волн Россби. Вне этой области передаточные функции для колебаний уровня океана меньше 10^{-2} $с^2 \cdot см^{-1}$, а для колебаний скорости течения 10^{-2} $с \cdot см^{-1}$.

Табл. 2. Ил. 2. Библ. 6.

УДК 551.46:62.506.3

Анализ методов измерения течения. Тимец В. М. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 36—45. (ЛГМИ).

Рассмотрены методы измерения параметров вектора течения автономными приборами на буйковых якорных станциях. Дан анализ погрешностей вычисления проекций вектора скорости течения на меридиан и на параллель по значениям вектора скорости течения, измеренным различными методами.

Статья рассчитана на океанологов и специалистов, занимающихся разработкой измерителей течения.

Ил. 3. Библ. 1.

УДК 551.46

Случайные ветровые течения в двухслойном море. Абрамов В. М. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 46—52. (ЛГМИ).

Рассмотрены нестационарные ветровые течения при наличии слоя скачка плотности и произвольном характере ветра на поверхности моря. В результате получены выражения для связей между спектральными плотностями вектора ветрового течения на любом горизонте и вектора тангенциального напряжения ветра. На основании полученных выражений сделаны выводы о характере влияния параметров слоя скачка на проникновение в глубину нестационарных ветровых течений. Отмечено, что наличие слоя скачка приводит к увеличению амплитуды вынужденных инерционных колебаний ветровых течений на всех горизонтах по сравнению со случаем однородного океана.

Библ. 3.

УДК 551.464.541.14.(261)

Кинетика потребления биогенных элементов в морской воде. Осипов Н. Н., Васильев В. А. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 53—60. (ЛГМИ).

Выполнено сравнение результатов, полученных при использовании формально-кинетического аппарата моделирования процессов потребления и регенерации минерализованных форм азота и фосфора в морской воде, с данными экспериментальных исследований в натуральных условиях.

Установлено, что только при постоянной температуре изменение содержания нитритов и нитратов приблизительно соответствует ходу концентраций промежуточных продуктов для последовательных реакций первого порядка. Потребление фосфатов не зависит от температуры, и можно считать, что оно происходит по экспоненциальному закону.

Табл. 2. Ил. 6. Библ. 5.

УДК 551.465.1

О применении метода кратчайшего незамкнутого пути для выделения водных масс. Карпова И. П., Науменко М. А. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 61—71. (ЛГМИ).

Проведено выделение водных масс Норвежского моря с помощью метода кратчайшего незамкнутого пути. Использование существующих критериев качества классификации для выбора оптимальной длины граничной дуги не всегда давало положительные результаты. Предложена новая зависимость, которая дала положительные результаты применительно к Тихому океану и Норвежскому морю. Показана необходимость оценки информативности признаков, используемых для выделения водных масс.

Ил. 3. Библ. 10.

УДК 551.46:62.506.3

Анализ характеристик сферического преобразователя скорости потока. Сорокин Ю. Л., Тимец В. М. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 72—78. (ЛГМИ).

Дан анализ передаточной характеристики сферического преобразователя скорости потока. По структурной схеме измерителя получена логарифмическая частотная характеристика и определены точностные характеристики по значениям математического ожидания и дисперсии выходного сигнала.

Статья рассчитана на океанологов и специалистов, занимающихся разработкой измерительной аппаратуры.

Ил. 3. Библ. 4.

УДК 551.46

Использование класса комплексных случайных функций при статистической обработке данных наблюдений над течениями. Абрамов В. М., Клещева Г. П. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 79—86. (ЛГМИ).

Предложена методика статистической обработки наблюдений над течениями, основанной на использовании класса комплексных случайных функций, стационарных в широком смысле, приведен пример результатов такой обработки. Благодаря тому, что предлагаемая методика позволяет учесть векторный характер исследуемого процесса, на основании анализа полученных статистических характеристик можно сделать дополнительные выводы о физической природе наблюдающейся в конкретном случае изменчивости течений.

Ил. 3. Библ. 3.

УДК 551.465.5(268.56)

Расчет течений Чукотского моря по полю гидрологических и гидрохимических характеристик. Павлов В. К., Прошутинский А. Ю., Чирейкин А. В. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 87—91. (ЛГМИ).

Приведенное в работе усовершенствование динамического метода позволило получить систему расчета абсолютных скоростей течений применительно к мелководным морям.

Показаны схемы горизонтальных и вертикальной скоростей течений Чукотского моря на горизонтах 5 и 20 м, рассчитанные по данным гидрологической съемки летом 1976 г.

Ил. 2. Библ. 5.

УДК 551.465.11

О математическом моделировании сезонных изменений вертикальной термохалинной структуры деятельного слоя океана. Карлин Л. Н., Клюйков Е. Ю., Провоторов П. П. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 92—105. (ЛГМИ).

Рассмотрены исходные физические принципы и гипотезы, положенные в основу математических моделей формирования и сезонных изменений вертикальной плотностной структуры деятельного слоя океана. Проанализированы способы определения толщины квазиоднородного слоя, потока тепла через его нижнюю границу, температуры воды в сезонном термоклине в рамках интегральных (двухслойных) моделей.

Показано, что временные вариации солености вносят существенный вклад в формирование вертикальных потоков массы и, следовательно, заметно воздействуют на характеристики крупномасштабной структуры. Сопоставлены результаты расчетов годового хода толщины квазиоднородного слоя по наиболее известным моделям в приближении горизонтальной однородности. Сформулированы нерешенные вопросы при создании количественных методов расчета вертикальной структуры деятельного слоя океана.

Ил. 3. Библ. 28.

УДК 553.460.18

Линеаризация характеристик измерительных преобразователей температуры морской воды с применением динамической шкалы отсчета. Степанюк И. А. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 106—112. (ЛГМИ).

Рассмотрен метод линеаризации характеристик измерительных преобразователей температуры с ЧМ-выходным сигналом путем использования опорного генератора, в частотнозадающую цепь которого включен термозависимый двухполюсник; при этом результат преобразования определяется отношением частот информационного и опорного генераторов. Решена задача выбора температурной характеристики термозависимого двухполюсника, предложена методика синтеза двухполюсника с требуемой характеристикой, дана оценка потерь чувствительности при линеаризации и возможности уменьшения мультипликативной составляющей статической погрешности. Приведен пример реализации метода в измерительной схеме.

Ил. 2. Библ. 3.

УДК 551.48

Причины расхождения глубин судового и ледового промера. Томсон П. В. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 113—115. (ЛГМИ).

Рассмотрен вопрос о причинах расхождения глубин, полученных на промере со льда и с судна. В зоне перекрытия этих промеров наблюдается расхождение в глубинах, причем, как правило, глубины, полученные на промере со льда, имеют бо́льшие значения, чем глубины морского промера. По мнению автора, расхождение вызывается рядом причин, основные из которых следующие: не учитывается влияние течения на показания ручного лота на промере со льда и проседания судна на промере при движении по мелководью.

Табл. 2. Библ. 5.

УДК 551.465.5

Мезомасштабная структура трехмерной циркуляции в промысловом районе северо-западной Африки. Тюряков Б. И., Кузнецова Л. Н., Седых К. А. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 116—129. (ЛГМИ).

На основании теоретической модели А. С. Саркисяна, приспособленной авторами для реализации к ограниченному району северо-западной Африки, рассмотрены общие закономерности мезомасштабной структуры трехмерных полей течений (на восьми уровнях по вертикали) для различных гидрометеорологических условий (сентябрь 1971—май 1972 г.). Выявлены особенности циркуляции в зависимости от изменений атмосферного давления и полей плотности в воде. Установлено, что формирование трехмерных полей течений обуславливается вихревыми образованиями с горизонтальными масштабами порядка 100—200 км и временными — 2—4 недели, соответствующими синоптической изменчивости. Установлена связь этой изменчивости с динамическим воздействием атмосферы на океан.

Ил. 5. Библ. 7.

УДК 551.464.6(263)

Особенности распределения растворенного кальция в арктических морях. Русанов В. П., Ляхин Ю. И., Пивоваров С. В., «Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с 130—138. (ЛГМИ).

Рассмотрены закономерности пространственного распределения содержания кальция в Карском и Чукотском морях. Показано, что результаты аналитических определений вполне удовлетворительно совпадают с расчетом по уравнению Ваттенберга. Хлорный коэффициент кальция в интервале хлорности 4—9‰ меняет свои значения от речных к типично морским. Оценена степень насыщенности карбонатом кальция вод Карского и Чукотского морей.

Ил. 4. Библ. 11.

УДК 551.465

Метод расчета нестационарной циркуляции в океане и некоторые численные эксперименты. Новикова Е. М. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66. с. 139—148. (ЛГМИ).

Для численной модели трехмерной нестационарной циркуляции в океане с подвижной верхней границей предложен метод расчета. Использовано расщепление по четырем временным подслоям. Проведены расчеты для Северной Атлантики: для баротропного океана при задании тангенциального напряжения ветра на поверхности; для баротропного и бароклинного океана с тангенциальным напряжением ветра на поверхности и расходами жидкости на северной и южной границах области. Численный эксперимент показал хорошую сходимость задачи и соблюдение законов сохранения энергии и массы. Проведенные расчеты также показали существенное влияние расходов на границах области на рельеф поверхности океана и, следовательно, на пограничные течения и глубинную циркуляцию.

Ил. 4. Библ. 7.

УДК 551.468.6

Об универсальном характере вертикального распределения солености в зоне взаимодействия морских и речных вод. Русин И. Н., Святский А. З. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 149—154. (ЛГМИ).

В результате взаимодействия морских и речных вод происходит проникновение соленых вод в устьевые области рек. Возникающая вследствие вторжения ярко выраженная двухслойная структура потока приводит к формированию весьма устойчивых, типичных для устьевых взморий различных рек вертикальных профилей солености. Предложен способ аппроксимации обезразмеренных вертикальных профилей семейством кривых. Построение аппроксимирующей зависимости в классе функций с разрывами первых производных указывает направление поиска частного решения задачи о распространении соленых вод в устье реки.

Ил. 2. Библ. 5.

УДК 528.721.2+551.46.079:77.058.2

Аналитический метод определения пространственных координат объекта при подводной стереофотограмметрической съемке. Хохловский Н. В., Царев А. В. Межведомственный сборник «Исследование и освоение Мирового океана», изд. ЛПИ, 1978, вып. 66, с. 155—162. (ЛГМИ).

Рассмотрен аналитический метод определения пространственных прямоугольных координат объекта, расположенного в водной среде, путем установления функциональной связи между координатами точек на стереопаре и координатами точек, принадлежащих объекту съемки.

Приведены строгие формулы в конечном виде для вычисления координат, позволяющие учитывать гидродисторсию и сферическую аберрацию оптической системы.

Предлагаемый метод, названный авторами «методом конусов», может быть применен при проведении подводной стереофотограмметрической макросъемки в различных океанологических целях.

Ил. 2. Библ. 10.