Задачник по динамической метеорологии

Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия для студентов
вузов, обучающихся по специальности «Метеорология»

Ленинград Гидрометеоиздат 1984

УДК 551.51(075)

А. С. Гаврилов, А. М. Данович, К. Л. Егоров, И. И. Мельникова, Э. Л. Подольская, В. М. Радикевич

Рецензенты: Л. Н. Герасименко, Г. В. Хоменко, С. Н. Степаненко (кафедра теоретической метеорологии и метеорологических прогнозов ОГМИ); д-р физ.-мат. наук Д. В. Чаликов (Институт океанологии им. П. П. Ширшова АН СССР).
Ответственный редактор: д-р физ.-мат. наук Д. В. Чаликов

«Задачник по динамической метеорологии» составлен по программе курса «Динамическая метеорология». Приведенные в нем задачи используются как основной материал для практических занятий и контрольных работ. В начале каждого раздела даны краткий пояснительный текст и формулы, в приложениях — основной справочный материал, необходимые для решения задач.

Задачник представляет собой учебное пособие для студентов метеорологической специальности гидрометеорологических институтов, а также физических и географических факультетов университетов.

"The Problem Workbook in Dynamical Meteorology" is intended for students of meteorological faculties of hydrometeorological institutes and of physical and geographical faculties of universities. The problems included are to, be used as basic material for practical exercises and examination papers in dynamical meteorology. A short introductory text, containing main definitions and formulae, is given in each chapter of the book. Basic reference data necessary for the solution of problems are presented in appendices.

Ленинградский
Гидрометеорологический ин-т
БИБЛИОТЕКА
Л-д 195196 Малоохтинский пр. 98

З $\frac{1903040000-080}{069(02)-84}$ 21—84

© Гидрометеоиздат, 1984

Предисловие

Настоящий «Задачник по динамической метеорологии» составлен по программе курса «Динамическая метеорология». Задачник подготовлен группой преподавателей Ленинградского гидрометеорологического института, имеющих многолетний опыт преподавания соответствующего курса студентам метеорологических и океанологических специальностей. При составлении данного Задачника был использован опыт ряда аналогичных изданий прошлых лет.

Основное назначение Задачника — закрепление теоретических знаний и получение навыка специфического счета. Приведенный в Задачнике материал используется для проведения практических занятий и контрольных работ. На его основе составляются задания для студентов заочного обучения и слушателей курсов повышения квалификации.

Задачник состоит из восьми глав, соответствующих разделам динамической метеорологии. В каждой главе приводится пояснительный текст и формулы, необходимые для решения задач. Наиболее сложные задачи отмечены звездочкой. В конце Задачника помещены ответы.

Основной справочный материал, облегчающий вычисления, приведен в приложениях.

Авторы будут благодарны за отзывы и замечания, высказанные по поводу Задачника.

1. Основные характеристики метеорологических полей

1.1. Вычисление дифференциальных характеристик метеорологических полей

Градиентом ($\nabla\varphi$) некоторого скалярного поля $\varphi(x, y, z)$ называют вектор, направленный в сторону наибольшего роста элемента φ и численно равный производной $\partial\varphi/\partial n$ по этому направлению:

$$\nabla\varphi = \mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{1.1}$$

где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — единичные векторы (орты), направленные вдоль осей x, y, z декартовой системы координат (x, y — горизонтальные оси координат, z — вертикальная ось).

Горизонтальный градиент представляет собой проекцию вектора градиента $\nabla\varphi$ на горизонтальную плоскость:

$$\Delta_г\varphi = \mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \tag{1.2}$$

вертикальный градиент — проекцию этого вектора на вертикальную ось:

$$\nabla_в\varphi = \partial\varphi/\partial z.$$

Горизонтальная дивергенция и вертикальная компонента вихря скорости ветра выражается формулами

$$D = \lim_{S\to 0}\frac{1}{S}\oint_{(l)} V_n\,dl \quad \text{и} \quad \Omega_z = \lim_{S\to 0}\frac{1}{S}\oint_{(l)} V_l\,dl, \tag{1.3}$$

где l — замкнутый контур, лежащий в горизонтальной плоскости; S — ограничиваемая контуром площадь; V_n — составляющая вектора скорости ветра по внешней нормали к контуру; V_l — составляющая скорости ветра по касательной, ориентированной в направлении обхода контура против часовой стрелки.

Через составляющие ветра u и v дивергенция и вихрь скорости выражаются следующим образом:

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \tag{1.4}$$

Горизонтальный лапласиан скалярного поля $\varphi(x, y)$ записывается как

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}. \tag{1.5}$$

Для вычисления первых производных применяются приближенные конечно-разностные соотношения (рис. 1.1):

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2r}, \quad \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)_0 \approx \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{2r} \tag{1.6}$$

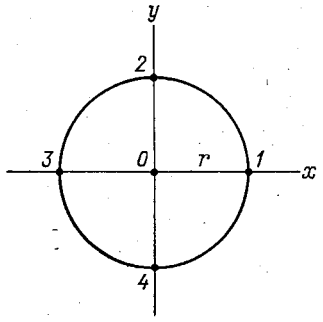


Рис. 1.1.

(центральные разности) и

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{r}, \quad \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)_0 \approx \frac{\varphi_2 - \varphi_0}{r} \tag{1.7}$$

(односторонние разности).

Вторые производные могут быть вычислены по формулам:

$$\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_0 \approx \frac{\varphi_1 + \varphi_3 - 2\varphi_0}{r^2}, \tag{1.8}$$

$$\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right)_0 \approx \frac{\varphi_2 + \varphi_4 - 2\varphi_0}{r^2}. \tag{1.9}$$

Задачи

1.1. Оценить погрешности расчета составляющих горизонтального градиента давления по односторонним и центральным разностям.

1.2. Определить значение и направление горизонтального градиента давления, если известно, что в широтном направлении оно изменяется на 3 гПа, а в меридиональном — на 5 гПа на каждые 100 км.

1.3. Оценить среднее значение лапласиана давления в центре циклонической области, если известно, что изобары, проведенные через 5 гПа, имеют форму концентрических окружностей. Давление в центре циклона $p_0 = 1000$ гПа, а удаление изобары 995 гПа от центра составляет 350 км.

1.4. Расстояние между двумя точками, расположенными на одной широте, составляет 600 км. Давление в этих точках отличается на 12 гПа и возрастает в восточном направлении. Изобара 1005 гПа проходит между двумя этими точками и пересекает

широтный круг под углом 60°. Определить значение и направление горизонтального градиента давления.

1.5. Определить угол наклона изобарической поверхности 1000 гПа к горизонту в стандартной атмосфере, если горизонтальный градиент давления составляет 2 гПа/100 км.

1.6. Найти угол наклона изотермической поверхности к горизонту в стандартной атмосфере, если расстояние между единичными изотермами на карте масштаба $1:10^7$ составляет 2 см.

1.7. Определить горизонтальный градиент и лапласиан давления в точке, где давление $p_0 = 1001$ гПа, если в окружающих четырех точках, удаленных на $r = 500$ км в широтном и меридиональном направлениях (см. рис. 1.1), давление равно: $p_1 = 991$ гПа, $p_2 = 993$ гПа, $p_3 = 995$ гПа и $p_4 = 994$ гПа.

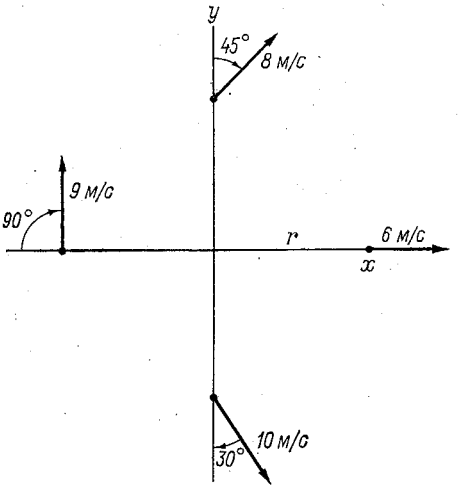


Рис. 1.2.

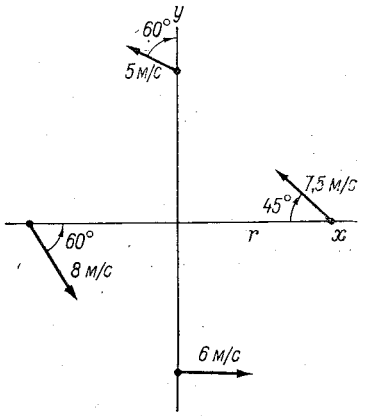


Рис. 1.3.

1.8. Оценить погрешность расчета горизонтального градиента и лапласиана давления по данным задачи 1.7, если известно, что давление измеряется с точностью $\pm 0{,}1$ гПа.

1.9. Рассчитать горизонтальный градиент и лапласиан давления в квадратной сетке точек 3×3 с шагом 300 км, если поле давления описывается следующим выражением: $p(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + p_0$, где $a = -0{,}3 \cdot 10^{-4}$ гПа/км^2, $b = -0{,}2 \cdot 10^{-4}$ гПа/км^2, $c = 10^{-5}$ гПа/км^2, $d = -1{,}3 \cdot 10^{-2}$ гПа/км, $e = -0{,}9 \cdot 10^{-2}$ гПа/км, $p_0 = 1000$ гПа.

Определить тип барического образования.

1.10. По условиям задачи 1.9 определить погрешности конечно-разностной аппроксимации при расчете составляющих горизонтального градиента и лапласиана давления. Предполагается, что давление измеряется точно.

1.11. Рассчитать дивергенцию скорости ветра, если в направлении движения скорость возрастает на 5 м/с на каждые 1000 км.

1.12. Определить среднее значение дивергенции и вихря скорости в области, ограниченной круговой линией тока антициклонической кривизны радиусом 500 км при скорости потока 10 м/с.

1.13. Найти среднее значение вихря скорости для области, ограниченной эллипсоидальной линией тока $\psi(x, y) = ax^2 + by^2$ циклонической кривизны, где $a = 4 \cdot 10^{-6}$ 1/с, $b = 11 \cdot 10^{-6}$ 1/с.

1.14. Определить дивергенцию скорости ветра в окрестности некоторой точки с юго-западным ветром, если известно, что поле ветра безвихревое, модуль ветра не изменяется по горизонтали, а широтная компонента скорости ветра возрастает в меридиональном направлении на 2 м/с на каждые 100 км.

1.15. Оценить дивергенцию и вихрь скорости ветра по данным, приведенным на рис. 1.2 ($r = 500$ км).

1.16. Оценить дивергенцию и вихрь скорости ветра по данным, приведенным на рис. 1.3 ($r = 500$ км).

1.2. Связь между индивидуальной и локальной производными по времени

Связь между индивидуальной (полной) и локальной (частной) производными от некоторой функции φ по времени t выражается формулой

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} + w \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \qquad (1.10)$$

которую можно записать также в виде

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + V \frac{\partial \varphi}{\partial n} \cos \varepsilon + w \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \qquad (1.11)$$

где u, v и w — компоненты вектора скорости ветра по осям x, y и z декартовой системы координат; V — модуль горизонтальной составляющей скорости ветра; $\partial\varphi/\partial n$ — модуль горизонтального градиента функции φ; ε — угол между направлением горизонтального градиента φ и горизонтальной составляющей вектора скорости ветра.

Задачи

1.17. Вычислить изменение температуры за 3 ч, которое будет зарегистрировано приборами на свободном уравновешенном аэростате, смещающемся на северо-восток со скоростью 11 м/с, если горизонтальный градиент температуры численно равен 2 °С на 100 км и направлен на юг, а повышение температуры за последние 3 ч по данным станционных измерений составило 0,5 °С.

1.18. Вычислить изменение температуры, которое зарегистрируют приборы на привязном аэростате за 3 ч, если по данным измерений на свободном уравновешенном аэростате температура за это время не изменилась, скорость юго-западного ветра составляет

7 м/с, а горизонтальный градиент температуры равен 3 °С/100 км и направлен на юг.

1.19. Определить скорость перемещения свободного уравновешенного аэростата, если температура по данным его приборов не изменяется, а станционные измерения фиксируют рост температуры на 0,6 °С/ч. Известно, что горизонтальный градиент температуры равен 1 °С/100 км, а угол между направлением градиента и направлением движения аэростата составляет 130°.

1.20. Вычислить расстояние между двумя единичными изотермами на высоте полета свободного уравновешенного аэростата, смещающегося на восток со скоростью 8 м/с, если его приборы зарегистрировали понижение температуры на 1 °С/ч, в то время как по данным станционных измерений температура за это время не изменилась, а горизонтальный градиент температуры направлен на юго-запад.

1.21. Определить направление и скорость движения свободного уравновешенного аэростата, если за 3 ч полета он сместился на 100 км восточнее, его приборы за это время показали понижение температуры на 2 °С, а по данным станционных измерений температура повышается на 0,3 °С/ч. Известно, что горизонтальный градиент температуры равен 1,5 °С/100 км и направлен на юг.

1.22. Воздушная масса поднимается со скоростью 1 см/с. Вычислить изменение ее температуры за 3 ч, если вертикальный градиент равен 0,5 °С/100 м (температура с высотой убывает), а на некоторой фиксированной высоте температура за это время возросла на 1 °С.

1.23. Вычислить изменение температуры на некотором фиксированном уровне, если воздушная масса адиабатически опускается со скоростью 2 см/с, а вертикальный градиент температуры в атмосфере равен 0,6 °С/100 м (температура с высотой убывает).

1.24. Увеличение температуры в движущейся воздушной массе равно уменьшению температуры в фиксированной точке. Найти угол между градиентом температуры, равным 4 °С/100 км, и скоростью ветра, равной 8 м/с, если за 3 ч температура в точке возросла на 1 °С.

1.25. За какое время температура в будке уменьшится на 2 °С при скорости восточного ветра 7 м/с, если температура убывает с запада на восток на 4 °С/100 км, а движение воздушной массы происходит изотермически?

1.26. На каком расстоянии отстоят друг от друга изотермы, проводимые через 5 °С на карте масштаба 1 : 15 000 000, если адвективное похолодание равно 1 °С за 1 ч, направление ветра составляет угол 45° с направлением градиента температуры, а скорость ветра равна 10 м/с.

1.27. Определить изменение температуры в поднимающейся со скоростью 1,5 см/с воздушной массе, если температура в фиксированной точке пространства возросла на 2 °С за 3 ч, воздушная масса сместилась за это время в северо-западном направлении на

100 км, а горизонтальный градиент температуры равен 1 °С/100 км и направлен на юг. Вертикальный градиент равен 0,6 °С/100 м (температура с высотой убывает).

1.28. Вычислить изменение температуры за 6 ч в фиксированной точке пространства, если воздушная масса смещается на восток со средней скоростью 11 м/с, адиабатически поднимаясь при этом со скоростью 2 см/с. Горизонтальный градиент температуры равен 2 °С/100 км и направлен на юго-запад, а вертикальный градиент равен 0,6 °С/100 м (температура с высотой убывает).

1.29. Воздушная масса натекает на склон горы, имеющий наклон 1° к горизонту, со скоростью 8 м/с. Как изменится температура в фиксированной точке за 3 ч, если движение происходит адиабатически, а падение температуры с высотой составляет 0,5 °С/100 м?

1.30. Решить задачу 1.29 при дополнительном условии, что существует горизонтальный градиент температуры, равный 2 °С/100 км, а угол между его направлением и направлением движения воздушной массы составляет 45°.

1.3. Основы анализа размерностей

Размерность — символическая запись, выражающая связь данной величины с основными единицами физических величин, выбранных в качестве исходных. Размерность позволяет установить, во сколько раз изменится значение физической величины при переходе от одной системы основных единиц к другой внутри данного класса.

Классом называется совокупность систем единиц, основанных на одних и тех же физических величинах. Каждой основной физической величине присваивается символ в виде заглавной буквы латинского алфавита, называемый размерностью основной величины. Для размерностей массы, длины, времени и силы применяются обозначения соответственно L, M, T и F.

Наиболее часто употребляемые классы: LMT — с основными единицами массы, длины и времени, например грамм (г), сантиметр (см), секунда (с) или килограмм (кг), метр (м), секунда (с), и LFT — с основными единицами силы, длины и времени, например килограмм-сила (кГс), сантиметр (см) и секунда (с). Это означает, что если X есть линейный размер какой-либо физической величины, m — масса, а t — время, то говорят, что в классе LMT размерность X есть L, размерность m есть M, размерность t есть T, и символическая запись имеет вид:

$$[X]=L,\quad [m]=M,\quad [t]=T.$$

Во всех случаях размерность любой физической величины представляется степенным одночленом

$$[\varphi]=L^{\beta}M^{\alpha}T^{\gamma},$$

что является следствием того очевидного факта, согласно которому отношение значений двух физически однородных величин не зависит от выбора основных эталонов.

Например, размерности площади (S), объема (V), скорости (u) и энергии (E) в классе LMT будут следующими:

$$[S]=[X][X]=L^2;\quad [V]=[X][X][X]=L^3;$$

$$[u]=\frac{[X]}{[t]}=LT^{-1};\quad [E]=\frac{[m][X^2]}{[t^2]}=ML^2T^{-2}.$$

При необходимости набор основных физических величин, входящих в класс LMT или LFT, следует дополнить температурой (размерность — Θ, единица — градус) и количеством теплоты (размерность — Q, единица — джоуль).

Величины, численное значение которых не меняется при переходе от одной системы единиц к другой внутри данного класса, называются безразмерными. Размерность безразмерной величины равна единице.

Величины $a_1, \ldots, a_k$ имеют независимую размерность, если размерность ни одной из этих величин нельзя представить в виде произведения степеней размерностей остальных величин.

Определяющими параметрами называют физические величины, от численного значения которых зависит численное значение искомой физической величины. Так, если $a_1, \ldots, a_n$ — определяющие параметры какого-либо объекта или процесса, то любая физическая величина a_0, характеризующая результат этого процесса, может быть представлена в виде

$$a_0=f(a_1, \ldots, a_n).$$

В число определяющих параметров включается вся совокупность размерных величин, которыми определяется конкретный процесс. Если физическая задача сформулирована математически, то в число определяющих параметров включаются все размерные величины, которые входят в соответствующую систему уравнений, и граничные условия.

П-*теорема.* Всякая зависимость между $n+1$ размерными величинами, из которых r величин ($r \leqslant n$) имеют независимую размерность, может быть сведена к зависимости между $m = n+1-r$ безразмерными величинами (комплексами). Так, если

$$a_0=f(a_1, \ldots, a_k, \ldots, a_n),$$

причем $a_1, \ldots, a_k$ являются параметрами с независимыми размерностями ($r=k$), то искомая зависимость может быть сведена к следующей:

$$\Pi_0=\Phi(\Pi_{k+1}, \ldots, \Pi_n),$$

где

$$\Pi_0 = \frac{a_0}{a_1^{q_0} \dots a_k^{r_0}}, \quad \Pi_i = \frac{a_i}{a_1^{q_i} \dots a_k^{r_i}}, \quad i = k+1, \dots, n.$$

Если $n = r$, то $\Phi = C$ — константа.

Число параметров с независимыми размерностями определяется, как правило, числом основных единиц физических величин, необходимых для составления размерностей всего набора размерных параметров, входящих в искомую зависимость.

Задачи

1.31. Определить размерности а) силы и мощности в классе систем *LMT*, б) массы и работы в классе систем *LFT*.

1.32. Определить число параметров с независимыми размерностями из заданной совокупности определяющих параметров: а) X — горизонтальный масштаб явления, ρ — плотность среды, t — время, l — параметр Кориолиса, p — давление, u — скорость; б) H — вертикальный масштаб явления, ρ, t, l, u — то же, что в варианте а, c_p — удельная теплоемкость, P_0 — турбулентный поток тепла, $\beta = g/\Theta$ — параметр плавучести.

1.33. Сила, действующая на движущуюся по окружности с равномерной скоростью частицу, зависит от массы частицы m, ее скорости u и радиуса окружности r. Найти зависимость между действующей силой и указанными параметрами.

1.34. Энергия частицы зависит от ее массы m, ускорения свободного падения g и расстояния от поверхности земли h. Найти зависимость энергии от определяющих параметров. Как называется эта энергия?

1.35. Удельная энергия неустойчивости частицы воздуха в устойчиво стратифицированной атмосфере зависит от параметра плавучести $\beta = g/\Theta$, вертикального градиента потенциальной температуры $\Gamma = \partial\Theta/\partial z$ и смещения частицы ξ относительно ее положения равновесия. Выразить эту энергию через указанные параметры.

1.36. Найти связь между скоростью установившегося ветра и горизонтальным градиентом давления (в предположении его неизменности) при движении воздушной массы в поле прямолинейных параллельных изобар в свободной атмосфере с учетом влияния силы Кориолиса (геострофический ветер).

1.37. Найти выражение для установившейся скорости ветра в свободной атмосфере в поле круговых изобар и силы Кориолиса. Как записать это выражение для больших радиусов кривизны?

1.38. Определить зависимость высоты пограничного слоя атмосферы от геострофического ветра, параметров шероховатости и широты места при безразличной стратификации.

1.39. Определить высоту пограничного слоя атмосферы в зависимости от касательного напряжения на поверхности ($\tau = \rho v_*^2$), параметра Кориолиса и среднего вертикального градиента потенциальной температуры.

1.40. Найти выражение для коэффициента турбулентности, среднего по высоте, в пограничном слое атмосферы. Использовать сведения о геострофическом ветре и сведения а) либо о потоке тепла P_0 у поверхности земли, б) либо о среднем вертикальном градиенте потенциальной температуры. Какой вид приобретает формула для стратификации, близкой к безразличному равновесию?

1.41. Записать полуэмпирические гипотезы турбулентности (выражения для коэффициента турбулентности k и скорости диссипации удельной турбулентной энергии ε), полагая, что все характеристики турбулентности зависят только от удельной кинетической энергии турбулентности b и характерного размера турбулентных пульсаций $l_т$.

1.42. Ночное понижение температуры ΔT определяется двумя процессами: 1) эффективным излучением $E_{эф}$ и 2) потоком тепла из почвы к поверхности (теплообменом поверхности с атмосферой можно пренебречь). Выписать параметры, которыми определяется ночное понижение температуры и вывести формулу для понижения температуры поверхности как функции времени t.

1.43. Найти зависимость коэффициента турбулентности k в приземном слое от высоты z при наличии динамического ($v_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$) и термического (P_0) факторов. Какой вид примет зависимость при стратификации, близкой к нейтральной?

1.44. Определить зависимость коэффициента турбулентности в приземном слое от высоты при конвективных условиях (влиянием динамического фактора можно пренебречь).

1.45. Определить зависимость коэффициента турбулентности в приземном слое от динамических и термических факторов при сильной устойчивости.

1.46. Найти зависимость наземной концентрации примеси от расстояния от линейного наземного источника мощностью N ($[N] = L^{-1}MT^{-1}$) с учетом динамических (v_*) и термических (P_0) факторов вблизи поверхности земли. Влиянием силы Кориолиса можно пренебречь.

1.47. В самом общем случае шероховатость поверхности океана может быть представлена зависимостью $z_0 = f(v_*, g, \nu, t, x, \rho, \tilde{\rho})$, где v_* — динамическая скорость, g — ускорение свободного падения, ν — кинематический коэффициент вязкости воды; t — время с начала действия ветра, x — разгон волны, ρ и $\tilde{\rho}$ — плотность воздуха и воды соответственно. Свести данную зависимость к функциональной связи между безразмерными комплексами. Получить выражение для z_0 в случае установившегося развитого

волнения в горизонтально-однородных условиях в пренебрежении силами вязкости.

1.48. Динамические характеристики стационарного горизонтально-однородного пограничного слоя атмосферы определяются совокупностью следующих размерных параметров: V_g — геострофический ветер, l — параметр Кориолиса; z_0 — шероховатость подстилающей поверхности, P_0 — турбулентный поток тепла у поверхности, c_p — удельная теплоемкость воздуха, ρ — плотность воздуха, Γ — градиент потенциальной температуры на верхней границе пограничного слоя, z — вертикальная координата. Найти безразмерные комплексы, определяющие зависимость безразмерных характеристик пограничного слоя.

1.49. Процесс трансформации свойств воздушной массы, имеющей температуру $\Theta(z) = \Theta_0 = \text{const}$, при натекании ее на подстилающую поверхность с температурой Θ_1 описывается уравнением

$$u \frac{\partial \Theta}{\partial x} = k \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2}.$$

Полагая скорость ветра u и коэффициент турбулентности k не зависящими от z и x, найти общий вид зависимости величины $\Theta - \Theta_0$ от безразмерных комплексов, а также выражения для высоты внутреннего пограничного слоя h (слоя трансформации) и турбулентного потока тепла у поверхности в зависимости от расстояния x от начала поверхности с температурой Θ_1.

1.50. Найти частоту колебаний частицы, смещенной в поле силы тяжести относительно положения равновесия в устойчиво стратифицированной среде (частота Брента—Вяйсяла).

1.51. Определить время установления скорости ветра в свободной атмосфере в поле сил постоянного градиента давления, силы Кориолиса и силы вязкости. В начальный момент времени скорость равна нулю.

1.52. Вывести формулу для скорости относительного движения волн длиной λ, обусловленных изменением параметра Кориолиса по широте.

1.53. В идеальном газе давление является функцией плотности, температуры и удельных теплоемкостей c_p и c_v. Вывести формулу, отражающую соответствующую зависимость (уравнение состояния).

1.54. Суточные колебания температуры поверхности земли распространяются в нижний слой атмосферы посредством турбулентности. От каких параметров зависит высота слоя, охваченного суточными колебаниями, и фазовая скорость. На какое время Δt отличаются фазы на двух уровнях с разностью высот Δz.

1.55. Фазовая скорость гравитационных волн, возникающих на поверхности раздела двух неподвижных воздушных масс, зависит от разности их температур и от длины волны. Получить указанную функциональную связь в явном виде.

2. Термодинамические процессы в атмосфере

2.1. Термодинамические процессы в сухом воздухе

Исследование многих процессов, протекающих в сухом воздухе, основано на использовании уравнений первого начала термодинамики и состояния. Уравнение первого начала термодинамики связывает изменение внутренней энергии единичной массы $dE_в$ с притоком тепла dQ и работой сил сжатия (или расширения) $dW = -p\,dV$ (V — объем единицы массы воздуха):

$$dE_в = dQ - p\,dV. \tag{2.1}$$

Воздух с хорошей степенью приближения можно считать идеальным газом. Уравнение первого начала термодинамики для идеальных газов записывается в виде двух эквивалентных уравнений:

$$dQ = c_v\,dT + p\,dV, \tag{2.2а}$$

$$dQ = c_p\,dT - RT\frac{dp}{p}, \tag{2.2б}$$

а уравнение состояния — в виде

$$p = \rho RT = \frac{RT}{V}. \tag{2.3}$$

Здесь $R = R^*/\overline{\mu}$ — газовая постоянная воздуха, где R^* — универсальная газовая постоянная, μ — средняя относительная молекулярная масса воздуха. Физические постоянные c_v, c_p, R^*, R и др. приведены в приложении 3.

Уравнение статики

$$dp = -\bar{\rho} g\,dz = -\frac{pg}{R\overline{T}}\,dz \tag{2.4}$$

позволяет получить важные выводы об изменении характеристик воздушных масс при вертикальных смещениях, если при этом задан приток тепла к частице. Здесь $\bar{\rho}$ и $\overline{T}$ — плотность и температура окружающего воздуха (среды).

В ряде случаев термодинамические процессы можно считать политропическими, т. е. положить

$$dQ = c\,dT, \tag{2.5}$$

где постоянная c называется политропической теплоемкостью, хотя и не имеет столь четкого физического смысла (например, может принимать отрицательные значения). Из уравнений (2.2б) — (2.5)

следует, что политропическим можно считать любой процесс, при котором приток тепла к частице (а следовательно, и вертикальный градиент температуры) не изменяется с высотой.

В зависимости от того, способствует или препятствует окружающая среда развитию вертикальных движений, различают три вида стратификации атмосферы: неустойчивая, равновесная и устойчивая. Для определения вида статической устойчивости атмосферы нужно сопоставить изменения температуры с высотой в поднимающейся воздушной частице $\frac{dT}{dz} = -\gamma$ и в окружающей среде $\frac{d\bar{T}}{dz} = -\bar{\gamma}$. Стратификация атмосферы будет неустойчивой, если $\frac{dT}{dz} > \frac{d\bar{T}}{dz}$; равновесной, если $\frac{dT}{dz} = \frac{d\bar{T}}{dz}$; устойчивой, если $\frac{dT}{dz} < \frac{d\bar{T}}{dz}$.

При адиабатическом перемещении воздушной массы стратификацию атмосферы можно определить на основе информации об изменении с высотой потенциальной температуры окружающей среды. При этом атмосфера будет стратифицирована неустойчиво, если $\frac{d\bar{\Theta}}{dz} < 0$; равновесно, если $\frac{d\bar{\Theta}}{dz} = 0$; и устойчиво, если $\frac{d\bar{\Theta}}{dz} > 0$.

Уровень, на котором температура поднимающейся перегретой (или опускающейся переохлажденной) воздушной частицы становится равной температуре окружающей среды ($T = \bar{T}$), называется уровнем конвекции и рассчитывается по формуле

$$z_к = z_0 + \delta z. \tag{2.6}$$

Здесь

$$\delta z = \frac{T_0 - \bar{T}_0}{\frac{d\bar{T}}{dz} - \frac{dT}{dz}},$$

где T_0 и $\bar{T}_0$ — температуры частицы и среды на исходном уровне z_0.

Если при движении частицы трение и теплообмен с окружающей средой отсутствуют, она будет совершать колебания в окрестности уровня $z_к$, поднимаясь (опускаясь) на расстояние $2\delta z$. При наличии трения и теплообмена амплитуда колебаний будет постепенно уменьшаться и в конце концов частица остановится на уровне $z_к$. При очень сильном трении колебаний вообще не будет.

Если при вертикальном перемещении воздушной массы приток тепла обусловлен только вовлечением окружающего воздуха,

температура которого линейно уменьшается с высотой ($\bar{T}(z) = T_0 - \gamma z$), то изменение с высотой температуры и вертикальной скорости воздушной частицы w описывается следующими формулами:

$$T(z, \alpha) = T_0 e^{-\alpha z} + \left(\bar{T}_0 - \frac{\gamma_a - \bar{\gamma}}{\alpha}\right)(1 - e^{-\alpha z}) - \bar{\gamma} z,$$

$$w^2(z, \alpha) = \frac{\beta(\gamma_a - \bar{\gamma})}{\alpha^2}\left\{2\left[\frac{\alpha(T_0 - \bar{T}_0)}{\gamma_a - \bar{\gamma}} + 1\right]e^{-\alpha z} - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{2\alpha(T_0 - \bar{T}_0)}{\gamma_a - \bar{\gamma}} + 1\right]e^{-2\alpha z} - 1\right\},$$

где $\alpha = \frac{1}{m}\frac{dm}{dz}$ — коэффициент вовлечения, который предполагается постоянным, m — масса воздушной частицы, $\bar{\gamma} = -\frac{d\bar{T}}{dz}$, $\beta = \frac{g}{\bar{T}}$.

Задачи

2.1. Воздушная частица, имеющая массу 1 кг, при постоянном объеме получила тепла 1423 Дж, а затем при постоянном давлении она потеряла такое же количество тепла. Как изменилась при этом ее температура?

2.2. Вычислить работу изотермического сжатия воздушной частицы массой 1 кг до половины начального объема.

2.3. Показать, что между адиабатической $\chi_a = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_a$ и изотермической $\chi_т = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_т$ сжимаемостями существует соотношение $\chi_a = \frac{c_v}{c_p}\chi_т$. Пользуясь полученной формулой для χ_a, определить зависимость скорости звука в воздухе $c_{зв} = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_a}$ от температуры и рассчитать ее для $T = 300$ К.

2.4. Доказать, что работа расширения адиабатически и квазистатически поднимающейся частицы воздуха может быть выражена следующей формулой:

$$dW = \frac{c_v}{c_p} g \frac{T}{\bar{T}} dz.$$

2.5. Вывести формулу для изменения с высотой температуры в поднимающейся массе сухого воздуха при заданном притоке тепла. Вычислить вертикальный градиент температуры воздушной массы для адиабатического процесса.

2.6. При каком значении притока тепла к поднимающейся воздушной частице процесс ее перемещения можно приближенно $\left(\text{с точностью } \frac{dT - dT_a}{dT_a} = \pm 0{,}1\right)$ считать адиабатическим?

2.7. Получить связь между температурой адиабатически поднимающейся частицы и температурой окружающей среды, если известно, что температура среды линейно падает с высотой: $\bar{T} = \bar{T}_0 - \gamma z$.

2.8. Пользуясь результатами предыдущей задачи, найти температуру, которую примет частица при адиабатическом подъеме на высоту 1 км. У земной поверхности $T_0 = \bar{T}_0 = 283$ К, $\gamma = 0{,}6$ °С/100 м. Оценить погрешность вычисления температуры частицы при допущении $T/\bar{T} \approx 1$.

2.9. Каков приток тепла к поднимающейся массе воздуха, если ее температура понижается на 0,75 °С при поднятии на 100 м? Какая при этом совершается работа расширения? При расчете принять, что $T/\bar{T} \approx 1$.

2.10. Поднимающаяся масса вследствие большого содержания в воздухе пыли и водяного пара поглощает 251 Дж/кг солнечной радиации на каждые 100 м поднятия. Как изменится ее температура при поднятии на 1 км?

2.11. Получить формулу, связывающую изменения с высотой потенциальной и реальной температуры в поднимающейся воздушной массе. При выводе принять $T/\bar{T} \approx 1$.

2.12. Масса воздуха, имеющая при давлении 1000 гПа температуру 280 К, начинает подниматься вверх. Вследствие лучистого теплообмена ее потенциальная температура равномерно увеличивается и на высоте 500 м оказывается равной 285 К. Сколько тепла получила масса при поднятии на каждые 100 м? Принять $T/\bar{T} \approx 1$, $T/\Theta \approx 1$.

2.13. Получить формулу для изменения с высотой плотности в адиабатически поднимающейся массе сухого воздуха.

2.14. На сколько процентов изменяется с высотой плотность при адиабатическом перемещении воздушной массы, если температура воздуха равна 300 К? При расчете принять $T/\bar{T} \approx 1$.

2.15. Оценить изменение с высотой плотности в поднимающейся частице сухого воздуха, если ее температура остается постоянной. Температура воздуха равна 280 К.

2.16. Как должна изменяться с высотой температура вертикально перемещающейся частицы воздуха, чтобы ее плотность оставалась постоянной? Каков при этом приток тепла к частице, имеющей массу 1 г, на каждые 100 м поднятия? При вычислениях принять $T/\bar{T} \approx 1$.

2.17. На сколько процентов изменяется с высотой потенциальная температура воздушной массы, если ее плотность остается постоянной? ($T = 280$ К).

2.18. Вывести формулу, связывающую температуру и давление воздушной массы при заданном притоке тепла; получить частный

Ленинградский Гидрометеорологический ин-т БИБЛИОТЕКА

вид этой формулы для политропического и адиабатического процессов.

2.19. Вывести формулу, связывающую температуру и объем воздушной массы при заданном притоке тепла; получить частный вид этой формулы для политропического и адиабатического процессов.

2.20. Используя результаты решения задач 2.18 и 2.19, получить уравнение политропы $pV^n = \text{const}$ и найти показатель политропы для политропического и адиабатического процессов.

2.21. Каков показатель политропы $n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$, если частица воздуха перемещается: 1) адиабатически, 2) изотермически, 3) изобарически, 4) изохорически? Для политропически перемещающейся частицы вывести формулу $c = c_p(1 - \gamma_a/\gamma)$, где $\gamma = -\frac{dT}{dz}$.

2.22. Определить пределы изменения показателя политропы, при которых а) частица воздуха совершает положительную работу расширения, б) частица воздуха отдает тепло.

2.23. Определить изменение потенциальной температуры в поднимающейся частице на каждые 100 м, если масса воздуха получает тепло по политропическому закону с теплоемкостью $c = -0{,}17$ Дж/(г·К). Принять $T/\Theta \approx 1$.

2.24. Вертикально поднимающаяся частица воздуха получает тепло. Температура частицы понижается на 0,24 °С/100 м. Определить показатель политропы и приток тепла к 1 г на 100 м подъема.

2.25. Вертикально поднимающаяся масса воздуха получает тепло от окружающей среды вследствие теплопроводности. На каждые 100 м поднятия приток тепла равен 20,9 Дж/г. Найти вертикальный градиент температуры частицы и показатель политропы, описывающей изменение состояния массы воздуха.

2.26. Вывести формулу для относительного изменения с высотой плотности в поднимающейся частице сухого воздуха при политропическом процессе. Оценить относительное изменение с высотой плотности частицы при $T = 283$ К для двух значений политропической теплоемкости, равных 1,26 и 1,67 Дж/(г·К).

2.27. Определить, под каким углом к изотерме направлен ветер, дующий со скоростью 10 м/с, если это движение сопровождается опусканием воздушной массы со скоростью 1 см/с и потерей тепла, равной 0,0349 Вт/кг. Изменение с высотой температуры в атмосфере равно —0,6 °С/100 м. Температура в фиксированной точке уменьшается на 0,6 °С/ч. Расстояние между единичными изотермами на карте масштаба $1 : 10^7$ равно 0,2 см.

2.28. Воздушная масса, поднимающаяся со скоростью 1 см/с, получает тепло по политропическому закону (политропическая теплоемкость $c = -1{,}2$ Дж/(г·К)). Вертикальный градиент температуры воздуха равен —0,7 °С/100 м. На сколько при этом из-

менится температура в фиксированной точке, если ветер, дующий со скоростью 5 м/с, направлен под углом 60° к градиенту температуры? Расстояние между единичными изотермами на карте масштаба $1 : 10^7$ равно 0,4 см.

2.29. Средний вертикальный градиент температуры в атмосфере равен —0,6 °С/100 м. Сколько тепла должна получать поднимающаяся воздушная частица, чтобы по отношению к ней состояние атмосферы было бы равновесным?

2.30. Состояние поднимающейся частицы воздуха изменяется по политропическому закону, $c = 0{,}2$ Дж/(г·К). Средний температурный градиент в атмосфере —1,2 °С/100 м. Определить состояние устойчивости и показатель политропы.

2.31. Опускающаяся масса воздуха получает от окружающей среды (вследствие теплопроводности) тепло 0,38 Дж/г на 100 м опускания. Средний температурный градиент в атмосфере —0,65 °С/100 м. Определить состояние устойчивости и показатель политропы.

2.32. Как изменяется с высотой архимедова сила при неустойчивом состоянии атмосферы, если учесть, что поднимающаяся частица воздуха в процессе поднятия смешивается с окружающей средой?

2.33. Масса воздуха опускается. Вследствие лучистого теплообмена ее потенциальная температура возрастает на 1,5 °С на 1 км. Определить состояние устойчивости, вычислить приток тепла, если градиент температуры в атмосфере —0,65 °С/100 м. Принять $T/\bar{T} \approx 1$ и $T/\Theta \approx 1$.

2.34. Перегретая на 10 °С воздушная частица поднимается. При этом она получает 0,21 Дж/г тепла на 100 м подъема. На какой высоте температура частицы станет равной температуре окружающей среды, если вертикальный градиент температуры воздуха равен —0,6 °С/100 м?

2.35. Переохлажденная на 5 °С частица воздуха опускается в атмосфере с вертикальным градиентом температуры, равным —0,5 °С/100 м. При опускании частица теряет тепло по политропическому закону (политропическая теплоемкость $c = 0{,}21$ Дж/(г·К)). Найти максимальное расстояние, которое может пройти частица при отсутствии трения.

2.36. Перегретая на 5 °С воздушная частица поднимается до высоты 1 км, где ее скорость становится равной нулю. Определить, какое количество тепла она потеряла, если вертикальный градиент температуры воздуха равен —0,6 °С/100 м.

2.37. Переохлажденная на 5 °С воздушная частица опускается в атмосфере, температура которой уменьшается с высотой по линейному закону $\left(\frac{d\bar{T}}{dz} = -0{,}6\ °\text{С}/100\ \text{м}\right)$. На расстоянии 1 км ее температура становится равной температуре окружающей среды. Как изменяется с высотой температура воздушной частицы? Какое количество тепла она при этом потеряла?

2.38. На некотором уровне z происходят колебания температуры вследствие того, что на рассматриваемый уровень попадают сверху и снизу частицы воздуха, совершающие колебания в результате их перегрева или переохлаждения на $\Delta T = \pm 1$ К по отношению к окружающей среде. Найти максимально возможное расстояние, пройденное частицами, а также амплитуду колебаний температуры на уровне z, если перемещения частиц происходят адиабатически, а температурный градиент в атмосфере равен —0,6 К/100 м.

2.39. Вывести формулу для уровня, на котором температура перегретой воздушной частицы станет равной температуре окружающей среды, с учетом эффекта вовлечения. Сравнить ее с формулой, полученной без учета эффекта вовлечения.

2.40. Вывести формулу для уровня, на котором скорость перегретой воздушной частицы обратится в нуль, с учетом вовлечения и сравнить ее с формулой, полученной при отсутствии вовлечения.

2.41. Вывести формулу для высоты, на которой скорость термика достигает максимальной величины. Проанализировать влияние коэффициента вовлечения.

2.42. Получить формулу для максимальной кинетической энергии термика, имеющего единичную массу. Проанализировать влияние внешних факторов на максимальную кинетическую энергию термика.

2.43. При отсутствии эффекта вовлечения температура перегретой частицы становится равной температуре окружающей среды на высоте 1500 м. Эффект вовлечения уменьшает эту высоту на 20 %. Определить коэффициент вовлечения.

2.44. При отсутствии вовлечения температура перегретой на 10 °С воздушной частицы, адиабатически перемещающейся в атмосфере, становится равной температуре окружающей среды на высоте 1000 м. Определить высоту, на которой термик будет иметь максимальную скорость, и рассчитать максимальную скорость, если коэффициент вовлечения равен 10^{-5} см$^{-1}$.

2.2. Термодинамические процессы во влажном воздухе

При исследовании процессов, протекающих во влажном воздухе, к уравнениям, приведенным в предыдущем параграфе, добавляется ряд соотношений, описывающих свойства водяного пара. Приведем те из них, которые используются при решении задач этого раздела. Количество водяного пара в атмосферном воздухе может быть определено такими характеристиками, как парциальное давление водяного пара e (для насыщенного пара $e = E$), относительная влажность $f = \frac{e}{E} 100\ \%$, точка росы T_d, плотность водяного пара $\rho_п$, массовая доля водяного пара $q = \rho_п/\rho_{вл.\,в}$, отношение смеси $r = \rho_п/\rho_{с.\,в}$.

Соотношения, связывающие массовую долю водяного пара и отношение смеси с парциальным давлением водяного пара и давлением влажного воздуха:

$$q = \frac{0{,}622e}{p - 0{,}378e} \approx \frac{0{,}622e}{p}, \tag{2.7а}$$

$$r = \frac{0{,}622e}{p - e} \approx \frac{0{,}622e}{p}. \tag{2.7б}$$

Уравнение состояния водяного пара

$$e = \rho_{\text{п}} R_{\text{п}} T, \tag{2.8}$$

где $R_{\text{п}} = 1{,}6R$ — газовая постоянная водяного пара.

Хотя при наблюдающихся в атмосфере условиях уравнение состояния идеальных газов достаточно хорошо описывает поведение водяного пара (см. задачи 2.48 и 2.49), некоторые свойства насыщенного водяного пара не описываются этим уравнением. Для описания свойств реальных газов используется уравнение Ван-дер Ваальса

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R^* T \tag{2.9}$$

или уравнение состояния в вириальной форме

$$\frac{pv}{R^* T} = 1 + B\rho + C\rho^2 + D\rho^3 + E\rho^4 + \ldots. \tag{2.10}$$

Постоянные a и b, а также коэффициенты B, C, D и E, называемые вириальными коэффициентами, зависят от температуры и природы газа.

Отметим, что уравнения (9) и (10) написаны для молярных величин. Наряду с уравнением состояния для насыщенного водяного пара выполняется уравнение Клаузиуса-Клапейрона, связывающее изменение давления насыщенного водяного пара с изменением температуры

$$\frac{1}{E}\frac{dE}{dT} = \frac{L}{R_{\text{п}} T^2}, \tag{2.11}$$

где L — скрытая теплота парообразования, являющаяся функцией температуры (см. приложение 4).

Основные уравнения для воздуха также несколько видоизменяются при наличии водяного пара.

Уравнение состояния влажного воздуха

$$p = \rho_{\text{вл. в}} R T_v, \tag{2.12}$$

где T_v — виртуальная температура, связанная с реальной температурой соотношением $T_v = T(1 + 0{,}605q)$.

Уравнение первого начала термодинамики

$$dQ_{\text{вн}} + dQ_{\text{ф}} = c_{p\text{вл}}\, dT - RT_v \frac{dp}{p}. \tag{2.13}$$

Здесь $dQ_{\text{вн}}$ — внешний приток тепла к воздушной массе, под которым понимаются все виды притоков тепла (радиационный, турбулентный и др.), за исключением притока тепла, обусловленного фазовыми переходами; $dQ_{\text{ф}} \approx -L\,dq$ — фазовый приток тепла, существующий только в насыщенном влажном воздухе;

$$c_{p\text{вл}} = c_p\left[1 + q\left(\frac{c_{p\text{п}}}{c_p} - 1\right)\right] \approx c_p(1 + 0{,}9q);$$

$c_{p\text{вл}}$, c_p и $c_{p\text{п}}$ — теплоемкости влажного воздуха, сухого воздуха и водяного пара при постоянном давлении.

Отличия T_v от T и $c_{p\text{вл}}$ от c_p в большинстве случаев пренебрежимо малы, тогда как появление фазового притока тепла существенно влияет на ход процесса. Поэтому изменение температуры в поднимающейся массе ненасыщенного влажного воздуха близко к изменению температуры сухого воздуха (см. задачу 2.71), а в случае насыщенного влажного воздуха оно определяется следующим соотношением:

$$-\gamma_{\text{в}} = \frac{dT}{dz} \approx \frac{1}{1 + \dfrac{L^2 q_s}{c_p R_{\text{п}} T^2}}\left[\frac{1}{c_p}\frac{dQ_{\text{вн}}}{dz} - \gamma_a\left(1 + \frac{Lq_s}{RT}\right)\right], \quad (2.14)$$

где q_s — массовая доля насыщенного водяного пара.

Отметим, что при решении ряда задач этого параграфа используется следующее приближение. В тех случаях, когда рассматриваются изменения с высотой температуры частицы или силы плавучести, условия устойчивости и другие эффекты, зависящие от разности температур, необходимо учитывать различия между абсолютной и виртуальной температурой и температурой частицы и среды. Там, где абсолютная температура входит как сомножитель, при выполнении оценок температуру частицы можно принять равной температуре окружающей среды и не учитывать ее изменение с высотой. При решении задач можно воспользоваться приложениями 3, 4, 7 и 8.

Задачи

2.45. Выразить термодинамические величины в критической точке $p_{\text{кр}}$, $T_{\text{кр}}$ и $v_{\text{кр}}$ через постоянные a и b, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса, и оценить их для водяного пара (для водяного пара $a = 5{,}47 \cdot 10^9$ гПа·см^6/моль^2, $b = 30{,}52$ см^3/моль).

2.46. Написать уравнение Ван-дер-Ваальса в безразмерном виде, введя в качестве масштабов критические значения соответствующих термодинамических величин.

2.47. Показать, что уравнение состояния реальных газов, записанное в вириальной форме

$$\frac{pv}{R^*T} = 1 + B\rho + C\rho^2 + D\rho^3,$$

переходит в уравнение Ван-дер-Ваальса при $B = b - a/R^*T$, $C = b^2$, $D = b^3$ (пренебречь членом b^4/ρ^4).

2.48. Вычислить поправки в уравнении состояния реальных газов, связанные с отклонением поведения газа от идеального и выраженные с помощью вириальных коэффициентов, для насыщенного водяного пара при температуре 273 и 293 К (использовать приведенные в задаче 2.45 вириальные коэффициенты). Прокомментировать полученный результат.

2.49. Рассчитать относительную ошибку, которая будет иметь место при вычислении удельного объема насыщенного водяного пара при температуре 273 К, если вместо уравнения Ван-дер-Ваальса будет использовано уравнение состояния идеальных газов.

2.50. Проинтегрировать уравнение Клаузиуса-Клапейрона, предположив, что скрытая теплота парообразования не зависит от температуры. Постоянную интегрирования найти из условия: при $T = 273$ К максимальное парциальное давление равно 6,1 гПа.

2.51. Вывести зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры на основании формулы Клаузиуса-Клапейрона, если принять, что скрытая теплота парообразования L есть линейная функция температуры: $L = L_0 + cT$ (L_0 и c — заданные константы).

2.52. Пусть относительные ошибки определения температуры и парциального давления водяного пара одинаковы. Какая из этих ошибок приведет к большей погрешности при прогнозе тумана (мерой точности считать относительную ошибку определения относительной влажности)?

2.53. Парциальное давление водяного пара уменьшилось на 10 %. На сколько процентов должна измениться температура, чтобы относительная влажность осталась постоянной? Средняя температура воздуха равна 300 К.

2.54. Вследствие поглощения солнечной радиации поднимающаяся масса влажного воздуха получает приток тепла $\frac{dQ}{dz} = 2$ Дж/(кг·м). У земной поверхности давление $p_0 = 1000$ гПа, температура $t = 10$ °С и относительная влажность 70 %. Определить температуру воздуха, парциальное давление водяного пара и максимальное давление водяного пара, относительную влажность, а также точку росы как функции давления через каждые 20 гПа до уровня конденсации.

2.55. Получить выражение для градиента относительной влажности в поднимающейся частице ненасыщенного влажного воздуха.

2.56. Каким должен быть приток тепла к поднимающейся частице ненасыщенного влажного воздуха, чтобы ее относительная влажность не менялась с высотой? Каков при этом вертикальный градиент температуры частицы (температура воздуха 20 °С)?

2.57. При подъеме массы ненасыщенного влажного воздуха остается постоянной ее потенциальная температура. На сколько процентов изменяются с высотой максимальное парциальное

давление водяного пара и относительная влажность? Температура воздуха равна 273 К.

2.58. В поднимающейся массе ненасыщенного влажного воздуха остается постоянной плотность. Как изменяются с высотой ее температура, максимальное парциальное давление водяного пара и относительная влажность? Температура воздуха равна 300 К.

2.59. При подъеме массы ненасыщенного влажного воздуха относительная влажность увеличивается на 5 % на каждые 100 м. Температура воздуха 283 К. Определить: как изменяется с высотой температура воздушной массы, на сколько процентов изменяется максимальное парциальное давление и каков приток тепла к поднимающейся воздушной массе?

2.60. Доказать, что при адиабатическом поднятии массы влажного воздуха в слое от земной поверхности до уровня конденсации справедливо равенство

$$\frac{T}{T_0}=\left(\frac{e}{e_0}\right)^{\frac{R}{c_p}}.$$

2.61. Масса влажного воздуха поднялась адиабатически с уровня 900 гПа, на котором ее температура равна 288 К, на уровень 800 гПа, где началась конденсация. Какова была начальная упругость водяного пара?

2.62. У поверхности земли масса влажного воздуха имеет температуру 27 °С. При адиабатическом подъеме она достигла бы насыщения на уровне 1000 м. Определить температуру точки росы и относительную влажность у поверхности земли (воспользоваться результатом задачи 2.60).

2.63. У поверхности земли давление 1000 гПа, а температура 300 К. При адиабатическом подъеме воздушной частицы конденсация начинается на уровне 500 гПа. Найти относительную влажность на высоте 2 км.

2.64. Адиабатически поднимающаяся частица влажного воздуха достигает насыщения на высоте 1000 м. Какова наземная относительная влажность, если давление у поверхности земли равно 1000 гПа, а на уровне конденсации 880 гПа?

2.65. У поверхности земли относительная влажность 40 %, а температура 293 К. Частица адиабатически поднимается на высоту 1 км. Какова ее относительная влажность на этой высоте? (Воспользоваться результатом задачи 2.60.)

2.66. Показать, что в адиабатически поднимающемся насыщенном воздухе массовая доля водяного пара убывает с высотой по следующему закону:

$$\frac{dq}{dz}=\frac{c_p}{L}(\gamma_в-\gamma_а).$$

2.67. Температура воздуха равна 20 °С, давление 1000 гПа. Рассчитать изменение с высотой температуры в адиабатически поднимающейся частице сухого, ненасыщенного ($f = 90$ %) и насы-

щенного влажного воздуха. (При расчетах принять $T/\bar{T} \approx 1$, однако учесть отличие $c_{p\,\text{вл}}$ от c_p.)

2.68. Пользуясь результатами задач 2.66 и 2.67, найти вертикальный градиент массовой доли водяного пара в адиабатически поднимающейся частице насыщенного влажного воздуха, если его температура равна 20 °С, а давление 1000 гПа.

2.69. Получить выражение для вертикального градиента виртуальной температуры при произвольном изменении с высотой температуры и массовой доли водяного пара.

2.70. Пользуясь результатами задач 2.67—2.69, оценить изменение виртуальной температуры в адиабатически поднимающейся частице насыщенного влажного воздуха. Температура воздуха 20 °С, давление 1000 гПа.

2.71. Температура воздуха 20 °С, давление 1000 гПа. В атмосфере вертикальный градиент температуры равен —0,65 °С/100 м, вертикальный градиент массовой доли водяного пара — 2 ‰/100 м. Определить состояние устойчивости в случае адиабатического подъема частицы ненасыщенного ($f = 90\ \%$) и насыщенного влажного ($f = 100\ \%$) воздуха.

Предполагается, что вся сконденсировавшаяся влага выпадает, т. е. плотность поднимающейся частицы однозначно определяется уравнением состояния влажного воздуха. При расчетах принять $T_v/\bar{T}_v \approx 1$ и воспользоваться результатами решения задач 2.67 и 2.70.

2.72. Оценить, при каких значениях внешнего притока тепла к поднимающейся массе насыщенного влажного воздуха процесс ее подъема можно приближенно считать адиабатическим (с точностью $(dT - dT_a)/dT_a = 10\ \%$). Расчет произвести при $p = 1000$ гПа для температур, равных 273 и 293 К.

2.73. Каким должен быть градиент температуры и соответствующий внешний приток тепла, чтобы при подъеме насыщенного влажного воздуха массовая доля водяного пара не изменялась? $T = 300$ К.

2.74. При подъеме массы насыщенного влажного воздуха массовая доля водяного пара уменьшается на 5 % на каждые 100 м. Средняя температура воздуха равна 283 К, $p = 1000$ гПа. Вычислить: изменение с высотой температуры в поднимающейся воздушной массе, относительное изменение максимального парциального давления водяного пара и внешний приток тепла к воздушной массе.

2.75. При подъеме массы насыщенного влажного воздуха, содержащего капельки воды, ее температура остается постоянной. Сколько влаги испарится в 1 г воздуха на каждые 100 м подъема и каков внешний приток тепла к воздушной массе? $T = 300$ К, $p = 1000$ гПа.

2.76. При подъеме массы насыщенного влажного воздуха остается постоянной ее потенциальная температура. Вычислить относительные изменения с высотой максимального парциального давления, массовой доли водяного пара, а также количество тепла,

которое теряет воздушная масса на каждые 100 м. $T = 300$ К, $p = 1000$ гПа.

2.77. При подъеме массы насыщенного влажного воздуха ее плотность остается постоянной. $T = 300$ К, $p = 1000$ гПа. Сколько влаги сконденсируется при этом в 1 кг воздуха на каждые 100 м? Каков внешний приток тепла к воздушной массе?

2.78. Получить формулу для определения количества водяного пара, конденсирующегося в единице объема насыщенного влажного воздуха:

$$\frac{dm_{\text{п}}}{V} = \rho_{\text{п}}\left(\frac{L\,dT}{R_{\text{п}}T^2} - \frac{dp}{p}\right).$$

В качестве исходного использовать приближенное выражение для отношения смеси

$$m = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{сух. в}}} \approx \frac{0{,}622E}{p},$$

где $m_{\text{п}}$ и $m_{\text{сух. в}}$ — массы водяного пара и сухого воздуха в объеме V.

2.79. Температура насыщенного влажного воздуха равна 20 °С. В результате радиационного выхолаживания температура понизилась на 1 °С при постоянном давлении 1000 гПа. Определить, сколько влаги сконденсировалось в 1 м^3 воздуха и сколько тепла потеряла единица массы воздуха путем излучения.

2.80. Туман рассеивается в результате поглощения солнечной радиации. В каждом 1 м^3 насыщенного влажного воздуха испарилось по 1,5 г воды при постоянном давлении $p = 1000$ гПа. Рассчитать внешний приток тепла к единице массы и изменение температуры воздуха, если начальная температура равна 20 °С.

2.81. Частица насыщенного влажного воздуха поднимается и теряет тепло вследствие излучения. При подъеме на 100 м ее температура понизилась на 1 °С. Сколько влаги сконденсировалось в 1 м^3 воздуха и сколько тепла потеряла частица в расчете на единицу массы, если начальная температура 20 °С, а давление 1000 гПа?

2.82. В результате нагревания солнечной радиацией и нисходящего движения облако испарилось. Лучистый приток тепла равен 0,2 Дж/(кг·с), вертикальная скорость 1 см/с. На сколько градусов повысилась температура и какое расстояние прошла воздушная частица, если в начальный момент температура 0 °С, давление 700 гПа и водность облака 0,25 г/м^3?

2.83. Получить формулу для изменения с высотой температуры в поднимающейся частице насыщенного влажного воздуха с учетом эффекта вовлечения, считая коэффициент вовлечения α постоянным.

2.84.* Оценить относительное изменение температуры в поднимающейся воздушной массе за счет эффектов вовлечения и расширения для значений коэффициента вовлечения 10^{-7} и 10^{-5} см$^{-1}$ при $T = 273$ К и $T - \bar{T} = 10$ К.

3. Лучистая энергия

Один из наиболее важных видов притока тепла к атмосфере осуществляется в результате преобразований лучистой энергии. Скорость радиационного изменения температуры $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_р$ может быть представлена в виде

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_р = \frac{\varepsilon_л}{c_p}, \tag{3.1}$$

где

$$\varepsilon_л = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta F}{\Delta z} = g\frac{\Delta F}{\Delta p} \tag{3.2}$$

— отнесенный к единице массы лучистый приток тепла, пропорциональный дивергенции полного (результирующего) потока радиации F; $\Delta F = F(z+\Delta z) - F(z)$ — перепад полного потока в слое толщиной Δz, а

$$F(z) = -R(z) = -S(z)\cos\vartheta_\odot - D^{\downarrow}(z) + D^{\uparrow}(z) - F^{\downarrow}(z) + F^{\uparrow}(z) \tag{3.3}$$

— поток на произвольном уровне z.

В (3.3) обозначено $R(z)$ — радиационный баланс, $S(z)$ — прямая солнечная радиация, приходящая на единичную нормальную поверхность, $\vartheta_\odot$ — зенитный угол Солнца, $D^{\downarrow}(z)$ и $D^{\uparrow}(z)$ — нисходящий поток рассеянной и восходящий поток отраженной солнечной радиации, $F^{\uparrow}(z)$ и $F^{\downarrow}(z)$ — восходящий и нисходящий потоки длинноволновой радиации.

В приближенных расчетах в безоблачной части атмосферы рассеянием либо вообще пренебрегают, либо учитывают его, уменьшая на 7 % значение солнечной радиации на верхней границе атмосферы. Потоки $D^{\uparrow}$ возникают при отражении солнечной радиации от облаков и подстилающей поверхности. Поток $D^{\downarrow}$ представляет собой диффузную радиацию, прошедшую сквозь облако. Все облака, кроме перистых, не пропускают прямую солнечную и длинноволновую радиацию. При расчетах перистые облака также считаются непрозрачными, однако их количество (баллы) уменьшается вдвое.

Потоки радиации в безоблачных слоях атмосферы рассчитываются, а внутри облачного слоя определяются путем линейной интерполяции между значениями на границах облака. При частичной однослойной облачности полный поток радиации можно

представить в виде суперпозиции потоков при ясном небе F_0 и при сплошной облачности F_1:

$$F = (1 - N) F_0 + NF_1, \tag{3.4}$$

где N — облачность в долях единицы.

Поясним способы расчета отдельных составляющих полного потока.

1. Коротковолновая радиация

Безоблачная атмосфера. Прямая солнечная радиация на единичную горизонтальную поверхность

$$S'(z) \equiv S(z) \cos \vartheta_\odot = S_0 \cos \vartheta_\odot \mathscr{P}_{к1}(m_1). \tag{3.5}$$

Нисходящая рассеянная радиация отсутствует, т. е. $D^{\downarrow}(z) = 0$, а отраженная радиация

$$D^{\uparrow}(z) = S_0 \cos \vartheta_\odot \mathscr{P}_{к2}(m_2). \tag{3.6}$$

В формулах (3.5), (3.6) и далее $S_0 \cos \vartheta_\odot$ — инсоляция на верхней границе атмосферы, $S_0 = 1376$ Вт/м^2 $= 1{,}975$ кал/(мин·см^2) — солнечная постоянная. Буквы $\mathscr{P}$ и m с индексами обозначают функции пропускания и поглощающие массы для разных видов радиации. Необходимые для их определения формулы приводятся ниже.

Подоблачный слой. Прямая солнечная радиация отсутствует, т. е. $S'(z) = 0$.

Прошедшая сквозь облако нисходящая радиация

$$D^{\downarrow}(z) = S_0 \cos \vartheta_\odot \mathscr{P}_{к3}(m_3). \tag{3.7}$$

Восходящая радиация — это радиация, отраженная подстилающей поверхностью:

$$D^{\uparrow}(z) = AD^{\downarrow}(0) = S_0 \cos \vartheta_\odot \mathscr{P}_{к5}(m_4), \tag{3.8}$$

где A — альбедо подстилающей поверхности.

Надоблачный слой. Поток прямой солнечной радиации $S'(z)$ определяется так же, как и в безоблачной атмосфере; $D^{\downarrow}(z) = 0$. Восходящая радиация равна сумме потоков, отраженных подстилающей поверхностью и облаками:

$$D^{\uparrow}(z) = S_0 \cos \vartheta_\odot [\mathscr{P}_{к5}(m_4) + \mathscr{P}_{к4}(m_5)]. \tag{3.9}$$

В формулах (3.7)—(3.9) не учитывается многократное отражение, т. е. часть радиации, отраженная вверх от подстилающей поверхности, а затем обратно вниз от облака и т. д. Пренебрежимо малым считается также поглощение отраженной радиации атмосферными газами и облаками.

Интегральная функция пропускания для коротковолновой радиации в облачной атмосфере $\mathscr{P}_{\text{к}i}$ $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ может быть представлена в виде суммы:

$$\mathscr{P}_{\text{к}i}(m_j) = a_i \mathscr{P}_{\text{в}} + b_i \mathscr{P}_{\text{ик}}(m_j), \tag{3.10}$$

где $\mathscr{P}_{\text{в}} = 0{,}463$ — доля солнечной радиации в видимой области спектра, прошедшая через слой озона;

$$\mathscr{P}_{\text{ик}}(m_j) = 0{,}062e^{-0{,}945\sqrt{m_j}} + 0{,}450e^{-0{,}0292\sqrt{m_j}} \tag{3.11}$$

— функция пропускания для инфракрасной части солнечной радиации, учитывающая поглощение радиации водяным паром и углекислым газом.

Значения $\mathscr{P}_{\text{ик}}$ для разных поглощающих масс m_j приводятся в приложении 11.

Коэффициенты a_i и b_i учитывают отражение и пропускание солнечной радиации облаками и отражение земной поверхностью. Для прямой солнечной радиации $a_1 = 1$, $b_1 = 1$. Коэффициенты a_2 и b_2 представляют собой альбедо подстилающей поверхности в видимой и инфракрасной областях спектра. Обычно считают, что $a_2 \approx b_2 = A$, где A — интегральное альбедо подстилающей поверхности (см. приложение 9).

Коэффициенты a_3 и b_3 представляют собой долю радиации, пропущенной облаками, а a_4 и b_4 — альбедо облаков в видимой и инфракрасной областях спектра. Коэффициенты $a_5 = a_2 \cdot a_3$ и $b_5 = b_2 \cdot b_3$ характеризуют ослабление видимой и инфракрасной радиации в результате прохождения сквозь облако и отражения от подстилающей поверхности (радиационные характеристики облачности приводятся в приложении 10).

Эффективная поглощающая масса, содержащаяся в единичном столбе атмосферы от верхней границы до произвольного уровня z,

$$m_z = \int_z^\infty \rho_{\text{п}} \left(\frac{p}{p_{\text{ст}}}\right)^n dz = \frac{1}{g} \int_0^{p(z)} q \left(\frac{p}{p_{\text{ст}}}\right)^n dp, \tag{3.12}$$

где $\rho_{\text{п}}$ — плотность водяного пара, q — массовая доля водяного пара, $p_{\text{ст}}$ — стандартное давление, при котором измерены коэффициенты поглощения, $\left(\frac{p}{p_{\text{ст}}}\right)^n$ — множитель, учитывающий зависимость коэффициентов поглощения от давления. При расчетах принимается $p_{\text{ст}} \approx 1000$ гПа, $n \approx 1$.

Способы расчета эффективных поглощающих масс различны для разных видов коротковолновой радиации (рис. 3.1):

$$m_j = m_1 = m_z \sec \vartheta_\odot \tag{3.13}$$

— для прямой солнечной радиации;

$$m_j = m_2 = M \sec \vartheta_\odot \tag{3.14}$$

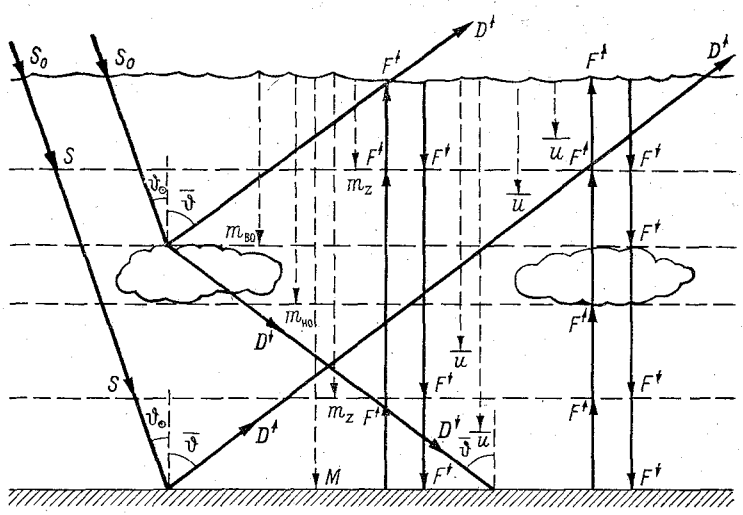


Рис. 3.1. Схема распространения лучистых потоков и эффективных поглощающих масс на пути луча для различных видов радиации.

— для отраженной от земли радиации (при ясном небе);

$$m_j = m_3 = m_{во} \sec \vartheta_\odot + (m_z - m_{во}) \overline{\sec \vartheta} \qquad (3.15)$$

— для пропущенной облаком радиации;

$$m_j = m_4 = m_{во} \sec \vartheta_\odot + (M - m_{во}) \overline{\sec \vartheta} \qquad (3.16)$$

— для отраженной от земли радиации (при пасмурном небе);

$$m_j = m_5 = m_{во} \sec \vartheta_\odot \qquad (3.17)$$

— для отраженной от облака радиации.

Здесь $\overline{\sec \vartheta} \approx 1{,}66$ — средний секанс угла, под которым распространяются отраженные или прошедшие сквозь облако лучи; M — эффективная поглощающая масса всего атмосферного столба, а $m_{во}$ — эффективная поглощающая масса надоблачного слоя.

2. Длинноволновая радиация

Безоблачная атмосфера. Восходящая радиация

$$F^\uparrow(z) = \sigma T_п^4 \mathscr{P}_{дл}(M - m_z) + \int_M^{m_z} \sigma T^4 \, d\mathscr{P}_{дл}(u - m_z); \qquad (3.18)$$

нисходящая радиация

$$F^{\downarrow}(z) = \int_0^{m_z} \sigma T^4 \, d\mathscr{P}_{\text{дл}}(m_z - u). \qquad (3.19)$$

Надоблачный слой. Восходящая радиация

$$F^{\uparrow}(z) = \sigma T_{\text{во}}^4 \mathscr{P}_{\text{дл}}(m_{\text{во}} - m_z) + \int_{m_{\text{во}}}^{m_z} \sigma T^4 \, d\mathscr{P}_{\text{дл}}(u - m_z). \qquad (3.20)$$

Нисходящая радиация рассчитывается так же, как в безоблачной атмосфере, по формуле (3.19).

Подоблачный слой. Восходящая радиация рассчитывается так же, как и в безоблачной атмосфере, по формуле (3.18), а нисходящая

$$F^{\downarrow}(z) = \sigma T_{\text{но}}^4 \mathscr{P}_{\text{дл}}(m_z - m_{\text{но}}) + \int_{m_{\text{но}}}^{m_z} \sigma T^4 \, d\mathscr{P}_{\text{дл}}(m_z - u). \qquad (3.21)$$

В формулах (3.18), (3.20) и (3.21) первые члены описывают дошедшее до рассматриваемого уровня излучение земной поверхности и облаков. Принимается, что они излучают как абсолютно черное тело. Интегральные члены во всех формулах описывают собственное излучение нижележащих слоев для восходящей радиации и вышележащих — для нисходящей. Интегрирование производится от границ атмосферы (или облачности) до рассматриваемого уровня (см. рис. 3.1).

В формулах (3.18)—(3.21) $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) $= 0{,}816 \times 10^{-10}$ кал/(мин·см^2·К^4) — постоянная Стефана—Больцмана, $T_{\text{п}}$ — температура подстилающей поверхности, $T_{\text{во}}$ и $T_{\text{но}}$ — температура верхней и нижней границ облачности, T — температура на уровне $u(z)$. Значения потока излучения абсолютно черного тела при разных температурах приведены в приложении 13.

Интегральная функция пропускания для длинноволновой радиации

$$\mathscr{P}_{\text{дл}}(m_j) = 0{,}539 e^{-2{,}45\sqrt{m_j}} + 0{,}461 e^{-0{,}213\sqrt{m_j}}. \qquad (3.22)$$

Эта функция пропускания учитывает поглощение водяным паром и углекислым газом (см. приложение 12).

В формуле (3.22) под m_j понимается эффективная поглощающая масса водяного пара $m_z - u$. Для радиации, дошедшей до уровня m_z от границ облака или от подстилающей поверхности, она равна соответственно $m_{\text{во}} - m_z$, $m_z - m_{\text{но}}$, $M - m_z$ (см. рис. 3.1). Поглощающая масса — величина неотрицательная, поэтому во внимание принимается только модуль разности поглощающих масс. Аналогично, собственное излучение атмосферы не может быть отрицательным, поэтому при расчетах берется модуль $d\mathscr{P}_{\text{дл}}$.

Интегралы в формулах (3.12) и (3.18)—(3.21) вычисляются любым стандартным методом численного интегрирования, например методом трапеций. В этом случае формула (3.12) принимает вид

$$m_z = m_i = \frac{1}{2g} \sum_{k=1}^{i} \left[q_{k-1} \left(\frac{p_{k-1}}{p_{ст}} \right)^n + q_k \left(\frac{p_k}{p_{ст}} \right)^n \right] (| p_k - p_{k-1} |). \quad (3.23)$$

Здесь $k = 0, 1, \ldots, l$ — номера уровней, на которых заданы значения $q(p)$.

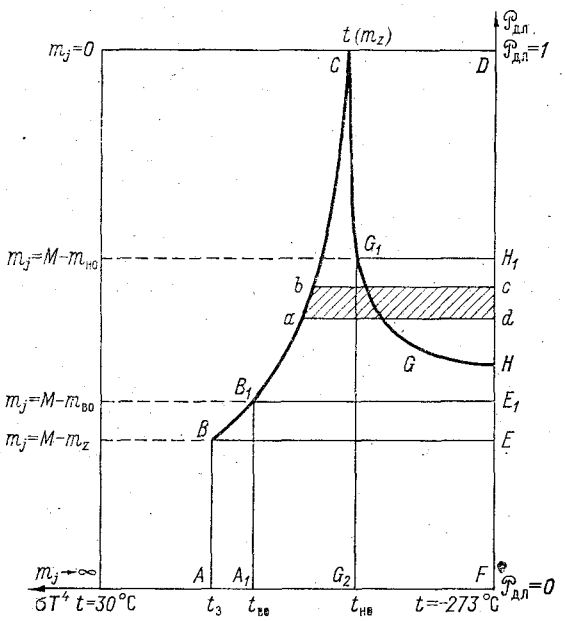


Рис. 3.2. Схема вычисления потоков длинноволновой радиации с помощью радиационной диаграммы.

Интегралы в формулах (3.18)—(3.21) заменяются суммами

$$\int_M^{m_z} \sigma T^4 \, d\mathcal{P}_{дл}(u - m_z) = \frac{1}{2} \sum_{k=i+1}^{l} (\sigma T_{k-1}^4 + \sigma T_k^4) \times$$

$$\times [| \mathcal{P}_{дл}(| m_{k-1} - m_i |) - \mathcal{P}_{дл}(| m_k - m_i |) |]. \quad (3.24)$$

Для графического вычисления потоков длинноволнового излучения используется специальная радиационная диаграмма (рис. 3.2 и приложение 14). По осям этой диаграммы отложены значения σT^4 и $\mathcal{P}_{дл}(m_j)$, а нанесены соответствующие им значения

аргументов t и m_j. Площадь элементарной полоски $abcd$ соответствует $\sigma T^4 d\mathscr{P}_{дл}(m_j)$.

Восходящий поток длинноволновой радиации в безоблачной атмосфере на уровне m_z пропорционален площади $ABCDF$, причем площадь $ABEF$ представляет собой излучение земной поверхности, а площадь $BCDE$ — собственное излучение атмосферы, дошедшее до уровня m_z. Отрезок $AF = \sigma T_п^4$, отрезок $DE = \mathscr{P}_{дл}(M - m_z)$.

Нисходящий поток в безоблачной атмосфере на уровне m_z пропорционален площади $CDHG_1$.

Если ниже уровня m_z расположено облако так, что его верхняя граница находится на уровне $m_{во}$, то восходящий поток в этом случае пропорционален площади A_1B_1CDEF (площадь $A_1B_1E_1F$ — излучение облака), а нисходящий поток такой же, как и при безоблачных условиях.

Если облако расположено выше уровня расчета, восходящий поток имеет такую же величину, как и в безоблачной атмосфере, а нисходящий поток пропорционален площади $CDFG_2$ (причем площадь CDH_1G_1 представляет собой собственное излучение слоя атмосферы от уровня m_z до нижней границы облака $m_{но}$, а площадь $G_1H_1FG_2$ — излучение облака, дошедшее до уровня m_z.

При ясном небе нисходящий поток длинноволновой радиации у земной поверхности $F^{\downarrow}(0)$ (называемый противоизлучением атмосферы), а также полный поток длинноволновой радиации (называемый эффективным излучением)

$$E_{эф} = F_{дл}(0) = F^{\uparrow}(0) - F^{\downarrow}(0) \qquad (3.25)$$

можно приближенно определить по значениям температуры и влажности у земной поверхности. Для этого используется график Ковалевой (приложение 15) или формула Брента, дающие удовлетворительные результаты при средних условиях:

$$E_{эф} = \sigma T_0^4 (0{,}526 - 0{,}065\sqrt{e_0}), \qquad (3.26)$$

где T_0 — температура, e_0 — парциальное давление водяного пара (в гПа) вблизи подстилающей поверхности, $E_{эф}$ — эффективное излучение.

Задачи

3.1. Рассчитать среднее количество солнечной радиации, приходящееся на единицу поверхности земли за пределами атмосферы (среднюю инсоляцию), если солнечная постоянная $S_0 = 1376$ Вт/м^2.

3.2. Рассчитать среднюю эффективную температуру излучения Земли как планеты, учитывая, что солнечная постоянная равна $S_0 = 1376$ Вт/м^2, среднее планетарное альбедо Земли равно 0,4, а средняя многолетняя температура на земном шаре не меняется

со временем. Рассчитать также температуру поверхности Земли, лишенной атмосферы, для значений альбедо 0,1 и 0,8.

Примечание. Эффективной температурой излучения реальных тел называется температура абсолютно черного тела, излучающего равный интегральный поток лучистой энергии.

3.3. Как изменятся солнечная постоянная, а также рассчитанные в предыдущей задаче эффективные температуры излучения Земли, если эффективная температура излучения солнца понизится на 100 К?

3.4. Рассчитать эффективные поглощающие массы от верхней границы атмосферы до указанных в табл. 3.1 уровней для среднезональных профилей влажности на широтах 10 и 60° северного полушария в июле.

Таблица 3.1

Средние зональные профили температуры и массовой доли водяного пара на широтах 10 и 60° северного полушария

p гПа	$\varphi=10°$ с. ш.		$\varphi=60°$ с. ш.	
	T К	q ‰	T К	q ‰
0	0	0	0	0
100	196	0,002	226	0,002
200	216	0,051	232	0,028
300	235	0,339	238	0,133
400	254	1,30	244	0,400
500	267	2,40	256	1,00
550	271	3,13	260	1,36
600	275	3,98	264	1,81
650	279	4,97	268	2,36
700	283	6,10	272	3,00
750	286	7,52	274	3,62
800	289	9,15	277	4,32
850	292	11,00	280	5,10
900	294	12,74	282	5,84
950	297	14,64	283	6,64
1000	299	16,70	285	7,50

3.5. Рассчитать прямую солнечную и отраженную от земной поверхности радиацию в безоблачной атмосфере на уровнях 0, 200, 400, 600, 800 и 1000 гПа для зенитных углов Солнца, равных 0 и 50°, широты $\varphi = 10°$. Соответствующий профиль влажности дан в задаче 3.4, альбедо подстилающей поверхности $A = 0{,}15$.

3.6. Используя результаты, полученные в предыдущей задаче, рассчитать изменения температуры $\partial T/\partial t$ за счет поглощения коротковолновой радиации для слоев толщиной 200 гПа, а также среднее для всей атмосферы радиационное изменение температуры (в К/сут).

3.7. Рассчитать восходящую и нисходящую коротковолновую радиацию на уровнях 0 и 1000 гПа, а также на границах облач-

ного слоя для широт, равных 10 и 60° (соответствующие профили влажности даны в задаче 3.4). Зенитный угол Солнца равен 50°. Сплошной слой высокослоистых облаков расположен на уровне 600—550 гПа. Альбедо подстилающей поверхности равно 0,1.

3.8. Рассчитать изменения температуры за счет поглощения коротковолновой радиации (в К/сут) для надоблачного, облачного и подоблачного слоев, а также для всей атмосферы в среднем, используя результаты, полученные при решении задачи 3.7.

3.9. Рассчитать восходящую и нисходящую длинноволновую радиацию в безоблачной атмосфере на широте 10° на уровнях 0, 200, 400, 600, 800, 1000 гПа (профили температуры и влажности даны в задаче 3.4).

3.10. Используя результаты решения задачи 3.9, рассчитать изменения температуры за счет длинноволновой радиации (в К/сут) для слоев толщиной 200 гПа, а также в среднем для всей атмосферы.

3.11. Рассчитать радиационный баланс на уровнях 0, 200, 400, 600, 800, 1000 гПа, а также полные радиационные изменения температуры для слоев толщиной 200 гПа и для всей атмосферы в среднем для условий указанных в задачах 3.5 и 3.9.

3.12. Рассчитать восходящий и нисходящий потоки длинноволновой радиации на уровнях 0 и 1000 гПа, а также на границах облачного слоя при сплошной высокослоистой облачности, расположенной в слое 600—550 гПа (профили температуры и влажности даны в задаче 3.4 для широт 10 и 60°).

3.13. Рассчитать изменения температуры за счет длинноволновой радиации (в К/сут) для надоблачного, облачного и подоблачного слоев, а также для всей атмосферы в среднем, используя результаты, полученные при решении задачи 3.12.

3.14. Рассчитать радиационный баланс на уровнях 0, 550, 600 и 1000 гПа, а также полные радиационные изменения температуры для надоблачного, облачного и подоблачного слоев и для всей атмосферы в среднем для условий, указанных в задачах 3.7 и 3.12.

3.15. Как изменятся коротковолновая нисходящая радиация на уровне земной поверхности; коротковолновая радиация, отраженная обратно в мировое пространство; а также радиационное нагревание атмосферы, подстилающей поверхности, системы земная поверхность—атмосфера: а) при увеличении высоты Солнца, б) при увеличении влажности, в) при появлении облачности, г) при увеличении альбедо подстилающей поверхности?

3.16. Как изменятся уходящее в мировое пространство длинноволновое излучение, нисходящее длинноволновое излучение на уровне земной поверхности и радиационное выхолаживание атмосферы, подстилающей поверхности, а также системы земная поверхность—атмосфера: а) при увеличении температуры земли и атмосферы, б) при увеличении влажности, в) при появлении облачности?

3.17. При каких условиях появление облачности приводит к «потеплению» на уровне земной поверхности, а при каких к «похолоданию»?

3.18. Рассчитать противоизлучение атмосферы и эффективное излучение подстилающей поверхности с помощью графика Ковалевой и формулы Брента по наземным данным: $T_0 = 299$ К, $p_0 = 1000$ гПа, $q_0 = 16{,}7$ ‰.

Сравнить результаты расчета с более точными значениями, полученными в задаче 3.9.

4. Статика

Вертикальная проекция уравнения движения для крупномасштабных атмосферных процессов с большой степенью точности сводится к уравнению статики

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g = -\frac{pg}{RT_v}, \tag{4.1}$$

где T_v — абсолютная виртуальная температура. В тех случаях, когда температура входит в формулу как множитель, различием между T_v и T можно пренебречь.

Уравнение статики позволяет решать два типа задач: 1) определение давления на заданной высоте; 2) определение высоты фиксированной изобарической поверхности.

В задачах первого типа из уравнения (4.1) получают различные барометрические формулы. В общем случае

$$p = p_1 \exp\left(-\int_{z_1}^{z} \frac{g\,dz}{RT}\right), \tag{4.2}$$

где p — давление на произвольном уровне z, p_1 — давление на фиксированном уровне z_1 (в частности, при $z_1 = 0$ $p_1 = p_0$). Ниже 50 км можно пренебречь зависимостью ускорения свободного падения и газовой постоянной от высоты. Тогда

$$p = p_1 \exp\left\{-\frac{g(z - z_1)}{RT_m}\right\}. \tag{4.3}$$

Величина

$$T_m = \frac{z - z_1}{\int_{z_1}^{z} \frac{dz}{T}} \tag{4.3а}$$

называется средней барометрической (или средней гармонической) температурой. Для не слишком толстых слоев она может быть заменена средней арифметической $\bar{T}$.

Для простых моделей вертикального распределения температуры можно получить барометрические формулы частного вида.

В изотермической атмосфере

$$T = T_1 = \text{const}, \quad p = p_1 \exp\left\{-\frac{g(z-z_1)}{RT_1}\right\}. \tag{4.4}$$

В политропной атмосфере

$$T = T_1 - \gamma(z - z_1), \quad \gamma = \text{const}, \quad p = p_1\left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{g}{R\gamma}} =$$

$$= p_1\left[1 - \frac{\gamma(z-z_1)}{T_1}\right]^{\frac{g}{R\gamma}}. \tag{4.5}$$

В однородной атмосфере

$$\rho = \rho_1 = \text{const}, \quad \gamma = \frac{g}{R}, \quad p = p_1 - g\rho_1(z - z_1). \tag{4.6}$$

В задачах второго типа высота изобарической поверхности характеризуется с помощью геопотенциала. Геопотенциалом называется потенциальная энергия единицы массы относительно уровня моря. Геопотенциал, отсчитанный от уровня моря до произвольного уровня z, равен

$$\Phi = \int_0^z g\,dz \approx gz. \tag{4.7}$$

Вместо геопотенциала часто рассматривается геопотенциальная (или динамическая) высота

$$H = gz/9{,}8, \tag{4.8}$$

где 9,8 — безразмерный множитель.

Высота H имеет ту же размерность, что и геопотенциал Φ, но она численно близка к геометрической высоте над уровнем моря. Ее единица — геопотенциальный метр (гп. м), 10 гп. м = = 1 гп. дам (геопотенциальный декаметр).

В метеорологической практике широко используется абсолютный геопотенциал изобарической поверхности H_{p_1}, отсчитанный от уровня моря до уровня изобарической поверхности p_1, и относительный геопотенциал поверхности p_2 над p_1, отсчитанный от нижележащей поверхности p_1:

$$H_{p_1}^{p_2} = H_{p_2} - H_{p_1}. \tag{4.9}$$

Согласно уравнениям (4.1), (4.8) и (4.9):

$$H_{p_1} = \frac{R}{9{,}8}\int_{p_1}^{p_0} T\,d\ln p \approx \frac{R\overline{T}}{9{,}8}\ln\frac{p_0}{p_1}, \tag{4.10а}$$

$$H_{p_1}^{p_2} = \frac{R}{9{,}8}\int_{p_2}^{p_1} T\,d\ln p \approx \frac{R\overline{T}}{9{,}8}\ln\frac{p_1}{p_2}. \tag{4.10б}$$

В частных случаях изотермической и политропной атмосферы, интегрирование в формулах (4.10а) и (4.10б) может быть выполнено аналитически. Так, для политропной атмосферы, учитывая связь между температурой и давлением (4.5), нетрудно получить, например

$$H_{p_1} = \frac{gT_0}{9{,}8\gamma}\left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{R\gamma}{g}}\right]. \qquad (4.11)$$

Выражение для относительного геопотенциала аналогично. Изменение относительного геопотенциала во времени и в горизонтальном направлении, очевидно, определяется изменением средней температуры слоя. Изменение абсолютного геопотенциала, помимо того, определяется изменением приземного давления. Так, например, из формулы (10а) следует

$$\delta H_{p_1} = \frac{R\delta\overline{T}}{9{,}8}\ln\frac{p_0}{p_1} + \frac{R\overline{T}}{9{,}8}\frac{\delta p_0}{p_0}. \qquad (4.12)$$

При решении задач раздела можно использовать приложения 7 и 8. Следует также учесть, что в синоптической практике изобары обычно проводятся через 5 гПа, изогипсы на картах барической топографии — через 4 гп. дам, изотермы — через 1 °С.

Задачи

4.1. Получить барометрическую формулу, связывающую давление на двух произвольных уровнях, если известна средняя потенциальная температура в слое между этими уровнями.

4.2. Вывести формулу, связывающую между собой локальные изменения давления на разных уровнях, в общем виде, а также для частных случаев изотермической и политропной атмосферы (средний вертикальный градиент температуры считать не зависящим от времени).

4.3. Вычислить массу всей атмосферы (в тоннах), если давление у поверхности земли всюду одинаково и равно 1013 гПа. Какая часть массы атмосферы расположена выше уровней 500 и 100 гПа?

4.4. Вывести формулы для определения средней арифметической и средней барометрической температур в слое толщиной h м при линейном падении температуры с высотой: $T = T_1 - \gamma(z - z_1)$, где $\gamma = \text{const}$, T_1 — температура на нижней границе слоя z_1.

4.5. Для условий предыдущей задачи вычислить среднюю арифметическую и среднюю барометрическую температуры для слоя от земной поверхности до высот 1 и 10 км ($T_0 = 273$ К, $\gamma = 0{,}6$ °С/100 м).

4.6. Как изменится среднее для всего земного шара приземное давление, если атмосфера потеряет 1 % своей массы?

4.7. Найти высоту политропной атмосферы и вычислить давление на уровнях 1, 3, 5, 7, 10 км для политропной атмосферы

($p_0 = 1000$ гПа, $T_0 = 273$ К, $\gamma = 0{,}5$ °С/100 м). Сравнить результаты вычислений по формулам (4.3) и (4.5), считая $T_m = \bar{T}$.

4.8. В двух соседних воздушных массах давление у поверхности земли одинаково и равно 1000 гПа. Какова разность давлений на высоте 1 км, если а) $T_{01} = 270$ К, $T_{02} = 276$ К, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0{,}65$ °С/100 м; б) $T_{01} = T_{02} = 273$ К, $\gamma_1 = 0{,}1$ °С/100 м, $\gamma_2 = 1{,}0$ °С/100 м.

4.9. На уровне моря ($p_0 = 1000$ гПа) и на высоте 3000 м ($p = 700$ гПа) барические градиенты равны соответственно 1 и 3 гПа на 100 км. Оценить горизонтальный градиент средней температуры трехкилометрового слоя, если градиенты давления на верхней и нижней границах слоя направлены: а) в одну сторону, б) в противоположные стороны.

4.10. Давление на уровне моря равно 1000 гПа и растет к востоку на 5 гПа на каждые 400 км, а температура равна 0 °С и растет к югу на 2 °С на каждые 100 км. Определить значение и направление барического градиента на уровне 1,5 км. Вертикальный градиент температуры считать постоянным и равным 6,5 °С/1 км.

4.11. Горизонтальный градиент давления у земли направлен на восток, а на высоте 2 км — на юго-восток. Горизонтальный градиент температуры направлен на юг. Найти горизонтальный градиент средней температуры слоя, если $\frac{\partial p_0}{\partial n} = 4$ гПа/100 км, $t_0 = 5$ °С, $\gamma = 0{,}8$ °С/100 м (вертикальный градиент температуры считать неизменным как по вертикали, так и по горизонтали).

4.12. В круговом циклоне у земли давление в центре равно 985 гПа, соседние изобары отстоят друг от друга на 800 км, изотермы — на 80 км, причем температура растет к югу. На какой высоте находится высотный центр циклона над точкой, расположенной на расстоянии 800 км к северу от наземного центра? Принять, что в этой точке $\bar{T} = 273$ К. Найти градиент давления на этой высоте над соответствующими южной, восточной и западной точками циклона.

4.13. Оценить наклон оси циклона к горизонту, если давление на уровне моря равно 998 гПа в точке на 700 км севернее центра и 1002 гПа в точке на 1200 км севернее центра. Температура растет к югу на 5 °С на каждые 400 км ($\bar{T} = 273$ К).

4.14. В круговом антициклоне приземное давление в центре равно 1020 гПа, на расстоянии 600 км от центра — 1015 гПа, на расстоянии 1000 км — 1010 гПа. Приземная температура в центре антициклона равна 20 °С и растет к югу на 1 °С на каждые 100 км. Вертикальный градиент температуры всюду равен 6 °С/км.

На расстоянии 800 км от наземного центра найти точку, над которой расположен высотный центр антициклона, а также высоту, на которой он находится. Определить давление и горизонтальный градиент давления на этой высоте в точке, находящейся над наземным центром антициклона, а также в четырех точках, отстоящих от нее на 800 км к югу, востоку, северу и западу.

4.15. Приземное давление равно 1000 гПа, средняя температура слоя $\bar{T} = 270$ К. Широтные составляющие градиентов приземного давления и средней температуры слоя направлены в противоположные стороны и равны соответственно 0,7 гПа/100 км и 1 °С/100 км. На какой высоте изобары имеют широтное направление?

4.16. Для условий предыдущей задачи найти уровень p, на котором изогипсы АТ имеют широтное направление.

4.17. Вывести приближенную формулу для определения геопотенциала, учитывая изменение ускорения свободного падения с высотой.

4.18. Найти геопотенциал в геопотенциальных декаметрах, соответствующий высотам 10, 30 и 50 км. При решении учесть зависимость ускорения свободного падения от высоты.

4.19. Найти высоту уровенной поверхности 1000 гп. дам для широт 0 и 90°.

4.20. Найти абсолютный геопотенциал и высоту в метрах изобарической поверхности 500 гПа, а также относительный геопотенциал слоя 500—600 гПа и толщину слоя между указанными поверхностями на полюсе и на экваторе при условии, что средняя температура слоя во всех случаях равна 260 К, а давление на уровне моря $p_0 = 1000$ гПа.

4.21. Получить формулу для определения средней температуры слоя по заданным значениям геопотенциала, вертикального градиента температуры и температуры на нижней (а) или на верхней (б) границах слоя.

4.22. Вывести приближенные формулы для определения относительного и абсолютного геопотенциала в политропной атмосфере, используя среднюю температуру слоя (воспользоваться результатами, полученными в предыдущей задаче).

4.23. Вычислить абсолютный геопотенциал изобарических поверхностей 900, 500 и 100 гПа для однородной и политропной атмосфер. Принять $\gamma = 0{,}6$ °С/100 м, $p_0 = 1000$ гПа, $T_0 = 300$ К. При вычислениях воспользоваться точными формулами, а также приближенными формулами, полученными в предыдущей задаче.

4.24. Оценить радиус кривизны изобарической поверхности вблизи минимума, равного 287 гп. дам, если изогипса 292 гп. дам расположена от него на расстоянии 700 км. При решении пренебречь сферичностью Земли.

4.25. Какой должна быть высота изобарической поверхности в центре области, ограниченной круговой изогипсой 532 гп. дам радиусом 100 км, чтобы изобарическая поверхность в этой области была плоскостью? При решении задачи принять во внимание сферичность Земли.

4.26. Вычислить абсолютный геопотенциал поверхностей 900, 500, 300 и 100 гПа, а также относительный геопотенциал между этими поверхностями при $p_0 = 1000$ гПа по следующим данным:

p гПа	1000	900	500	300	100
t °С	14	9	—21	—44	—55

4.27. Где больше расстояние между двумя изобарическими поверхностями — в слое сухого или в слое влажного воздуха при прочих равных условиях?

4.28. Рассчитать относительный геопотенциал слоя 1000—850 гПа при средней температуре 20 °С в случаях сухого и насыщенного влажного воздуха.

4.29. Толщина слоя между изобарическими поверхностями 700 и 500 гПа составляет 2,5 км. Вертикальный градиент температуры равен 6,5 °С/1 км. Найти среднюю температуру слоя, а также температуру на его границах.

4.30. Какова температура на изобарических поверхностях 1000 и 500 гПа, если относительный геопотенциал $H^{500}_{1000} = 525$ гп. дам? Принять вертикальный градиент температуры постоянным по высоте и равным 0,6 °С/100 м. Сравнить результаты расчетов по точной и приближенной формулам (см. задачу 4.22).

4.31. Геопотенциал $H^{700}_{1000} = 282$ гп. дам, а геопотенциал $H^{500}_{700} = 248$ гп. дам. Определить средний вертикальный градиент температуры в слое 1000—500 гПа.

4.32. Геопотенциал $H^{500}_{1000} = 530$ гп. дам, $H^{700}_{1000} = 282$ гп. дам. Определить средний вертикальный градиент температуры в слое 1000—500 гПа, а также температуру на уровнях 1000, 700 и 500 гПа.

4.33. Как должно измениться давление на уровне моря, чтобы при понижении температуры у земли на 1 °С изобарическая поверхность 500 гПа имела бы тот же самый геопотенциал? $\bar{T} = 260$ К, $p_0 = 1000$ гПа, вертикальный градиент температуры считать постоянным.

4.34. Как должно измениться давление на уровне моря, если при повышении средней температуры на 3 °С изобарическая поверхность 500 гПа поднялась на 3 гп. дам? $H^{500}_{1000} = 537$ гп. дам, давление на уровне моря 1000 гПа.

4.35. Каково изменение температуры на уровне моря, если при постоянном вертикальном градиенте температуры и при повышении давления на уровне моря на 5 гПа изобарическая поверхность 500 гПа поднялась на 5 гп. дам? Принять $p_0 = 1000$ гПа, $\bar{T} = 260$ К.

4.36. В начальный момент $H_{400} = 720$ гп. дам, $p_0 = 1000$ гПа. На сколько геопотенциальных метров должна измениться высота изобарической поверхности 400 гПа, если при повышении средней температуры на 5 °С давление на уровне моря уменьшилось на 7 гПа?

4.37. В начальный момент давление на уровне моря равно 1000 гПа, а абсолютный геопотенциал $H_{500} = 562$ гп. дам. Температура у земли понизилась на 2 °С. Как изменилось давление у земли, если вертикальный градиент температуры и высота изобарической поверхности остались прежними?

4.38. Давление на уровне моря повысилось на 5 гПа, температура на уровне моря и высота изобарической поверхности

500 гПа остались прежними. Как изменился вертикальный градиент температуры, если в начальный момент $p_0 = 1000$ гПа?

4.39. На сколько процентов и как изменятся геопотенциалы H_{700} и H_{200}, если: 1) давление на уровне моря уменьшится на 5 % при неизменной средней температуре слоя, 2) средняя температура слоя уменьшится на 5 % при неизменном давлении у земли? В начальный момент $p_0 = 1000$ гПа, $\bar{T} = 270$ К.

4.40. Получить выражения для изменения температуры на верхней и нижней изобарических поверхностях в результате изменения относительного геопотенциала при неизменном вертикальном градиенте температуры. На какой поверхности температура изменяется больше?

4.41. Относительный геопотенциал H^{500}_{1000} увеличился на 15 гп. дам при неизменном вертикальном градиенте температуры. Найти изменение температуры на уровнях 1000 и 500 гПа при $\gamma = 0{,}5\,°\text{C}/100$ м и $\gamma = 1\,°\text{C}/100$ м. Воспользоваться результатами решения предыдущей задачи.

4.42. Вывести формулы, связывающие локальную производную по времени, а также горизонтальные составляющие градиента давления в некоторой точке с соответствующими производными геопотенциала изобарической поверхности, проходящей через эту точку.

4.43. Определить горизонтальный градиент геопотенциала поверхности 500 гПа, если известно, что на этом уровне горизонтальный градиент давления равен 1,5 гПа/100 км, $H^{500}_{1000} = 523$ гп. дам. На уровне 1000 гПа температура равна 14 °С; $\gamma = 6{,}5\,°\text{C}/\text{км}$. Воспользоваться результатами решения предыдущей задачи.

4.44. Определить горизонтальный градиент давления на уровне 700 гПа, если $H^{500}_{1000} = 568$ гп. дам, а на карте масштаба $1 : 2 \cdot 10^7$ расстояние между соседними изогипсами ΔT_{700} равно 1,5 см.

4.45. Получить рабочую формулу для перехода от градиента геопотенциала поверхности 1000 гПа к барическому градиенту у земли при значениях приземной температуры, равных 0, 15 и 27 °С.

5. Динамика свободной атмосферы

5.1. Геострофический ветер

В свободной атмосфере внетропических широт при прямолинейных изобарах, как правило, ускорение мало. Это означает, что силы барического градиента и Кориолиса приближенно уравновешиваются.

При этом с достаточной точностью выполняются соотношения

$$u = u_g = -\frac{1}{2\omega_z \rho}\frac{\partial p}{\partial y},$$

$$v = v_g = \frac{1}{2\omega_z \rho}\frac{\partial p}{\partial x}. \qquad (5.1)$$

Ветер, составляющие которого u_g и v_g удовлетворяют этим соотношениям, называется геострофическим. Его модуль c_g определяется формулой

$$c_g = \frac{1}{2\omega_z \rho}\frac{\partial p}{\partial n}. \qquad (5.2)$$

Как следует из приведенных соотношений, геострофический ветер направлен вдоль изобары, причем в северном полушарии область высокого давления остается справа от движения.

Задачи

5.1. Вывести формулы для расчета горизонтальных проекций геострофического ветра по известным значению и направлению горизонтального градиента абсолютного геопотенциала.

5.2. Вывести рабочие формулы для определения скорости геострофического ветра (в м/с) на некоторой широте, если известен горизонтальный градиент давления в гПа на 100 и 150 км. Принять плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.3. Найти чему равен угол между вектором геострофического ветра и горизонтальным градиентом давления.

5.4. Вывести рабочие формулы для определения скорости геострофического ветра (в м/с) на некоторой широте, если известен градиент абсолютного геопотенциала в гп. дам на 200 и 150 км.

5.5. Определить скорость и направление геострофического ветра, если широтная и меридиональная составляющие горизонтального градиента давления равны соответственно 2,3 и 1,2 гПа/100 км. Широта места 55°. Принять плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.6. Построить градиентную линейку для определения скорости геострофического ветра по расстоянию между изобарами на карте масштаба 1 : 15 000 000. Для этого нанести изолинии скорости ветра в системе координат $(\Delta n, \varphi)$, где Δn откладывать в масштабе карты.

5.7. Вычислить скорость геострофического ветра на уровне моря, если расстояние между соседними изобарами[1] на карте масштаба 1 : 10 000 000 равно 3 см для $\varphi = 60°$ при стандартном значении плотности воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.8. В пункте А давление на 1 % больше, чем в пункте В, расположенном на той же широте на расстоянии 600 км от пункта А.

[1] Здесь и далее полагается, что изобары проводятся через 5 гПа.

Определить направление и скорость геострофического ветра, если температура в обоих пунктах 5 °С, а изобары проходят меридионально? Широта места 55°.

5.9. Определить скорость и направление геострофического ветра по условиям предыдущей задачи, но при изобарах, которые проходят с юго-запада на северо-восток.

5.10. При смещении вдоль меридиана от широты 57,5° до широты 52,5° давление возросло на 1 %. Определить скорость и направление геострофического ветра, если вдоль широты давление не изменяется? Температура воздуха 7 °С.

5.11. Определить широту места и скорость геострофического ветра, если его меридиональная составляющая равна 8,5 м/с, а горизонтальный градиент давления отклонен на 40° вправо от направления на восток и равен 1,8 гПа/100 км.

5.12. В точке с координатами $\varphi = 50°$ с. ш., $\lambda = 40°$ в. д. давление 1024 гПа. В точке с координатами $\varphi = 60°$ с. ш., $\lambda = 40°$ в. д. давление 1028 гПа. Определить, как изменяется давление вдоль широтного круга, если геострофический ветер в центре отрезка, соединяющего указанные точки, равен 12 м/с. Принять плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.13. Определить наименьший угол между осью OX, направленной на восток, и прямолинейными изобарами, отстоящими друг от друга на 2,5 см на карте масштаба 1 : 15 000 000, если меридиональная составляющая геострофического ветра равна 5 м/с. Широта места 50°, плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.14. Оценить широтную составляющую геострофического ветра, если прямолинейные изобары, проходящие с юго-запада на северо-восток отстоят друг от друга на 2,7 см. Масштаб карты 1 : 15 000 000, широта места 55°, плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.15. Прямолинейные изобары на карте масштаба 1 : 15 000 000 проходят под углом 30° к широтному кругу на расстоянии 3 см друг от друга. Вычислить меридиональную составляющую геострофического ветра на широте 60°, если давление убывает с юго-востока на северо-запад.

5.16. Проекции вектора горизонтального градиента давления на широтное и меридиональное направления равны соответственно 0,8 и 1,2 гПа/100 км. Скорость геострофического ветра при этом составляет 9,2 м/с. Определить широту места. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.17. Определить значение и направление[1] горизонтального градиента давления на широте 60°, если меридиональная и широтная проекции вектора геострофического ветра равны соответственно 6,8 и 2,5 м/с. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.18. Широтная и меридиональная составляющие скорости геострофического ветра равны соответственно 9 и 6 м/с. Вдоль мери-

[1] Здесь и в остальных задачах гл. 5 направление вектора определяется углом поворота данного вектора относительно направления на восток против часовой стрелки.

диана давление растет к югу на 1,4 гПа на каждые 100 км. Найти значение горизонтального градиента давления и широту места. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.19. Найти значение и направление горизонтального градиента давления, если известно, что широтная и меридиональная составляющие скорости геострофического ветра равны соответственно 5 и 7,5 м/с и что вдоль широты давление убывает с запада на восток на 1,25 гПа на каждые 100 км. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.20. Определить скорость геострофического ветра на изобарической поверхности 700 гПа, если расстояние между соседними изогипсами на карте абсолютной топографии этой поверхности равно 2,5 см. Широта места 50°, масштаб карты 1 : 20 000 000 и 1 : 15 000 000.

5.21. Определить меридиональную составляющую горизонтального градиента абсолютного геопотенциала AT_{700} в пункте, расположенном на широте 60°, если скорость юго-западного геострофического ветра равна 12 м/с.

5.22. Оценить расстояние между изогипсами на карте AT_{500} (масштаб 1 : 15 000 000) в пункте на широте 45°, если известно, что широтная и меридиональная составляющие геострофического ветра равны соответственно 7 и 9 м/с.

5.23. Как направлены изогипсы на карте AT_{700}, если широтная составляющая геострофического ветра, направленная на запад, в 2,5 раза меньше его меридиональной проекции, направленной на юг?

5.24. Как направлен и чему равен горизонтальный градиент абсолютного геопотенциала H_{850}, если широтная составляющая геострофического ветра на этом уровне равна 8 м/с, а значение геопотенциала вдоль широты растет с запада на восток на 1,5 гп. дам на каждые 100 км? Широта места 45°.

5.25. Значение абсолютного геопотенциала на карте AT_{500} в точке А на 6 гп. дам меньше, чем в точке В, расположенной на 500 км севернее точки А. Определить скорость и направление геострофического ветра на уровне AT_{500}, если изогипсы проходят с северо-запада на юго-восток. Широта места 60°.

5.2. Градиентный ветер

При криволинейных изобарах, особенно в случае большой кривизны изобар, геострофические соотношения оказываются неточными. Тем не менее траектории частиц могут быть близкими к изобарам. Такого рода движения не связаны с работой против градиента давления. При рассмотрении движений в поле криволинейных изобар удобно использовать полярную систему координат

(θ, r). Полагая $dv_\theta/dt = 0$, $dv_r/dt = 0$, получаем следующую связь между составляющими скорости и градиентом давления:

$$-\frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + 2\omega_z v_\theta,$$

$$\frac{v_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} - 2\omega_z v_r. \qquad (5.3)$$

Эти соотношения носят название градиентных, при $r \to \infty$ они вполне эквивалентны геострофическим. Для случая чисто круговых изобар $(\partial p/\partial\theta = 0, v_r = 0)$ справедлива формула

$$v_\theta = -\omega_z r\left(1 - \sqrt{1 + \frac{1}{\omega_z^2 \rho r}\frac{\partial p_0}{\partial r}}\right). \qquad (5.4)$$

Следует иметь в виду, что последнее соотношение можно использовать не только для чисто круговых изобар, но и для криволинейных, рассматривая r как радиус кривизны изобар в точке, для которой вычисляется ветер.

Задачи

5.26. Получить формулу для оценки максимально возможной скорости градиентного ветра и минимально возможного расстояния между изобарами в антициклоне.

5.27. Получить приближенную формулу для вычисления скорости градиентного ветра в точках, удаленных от центра бариче-

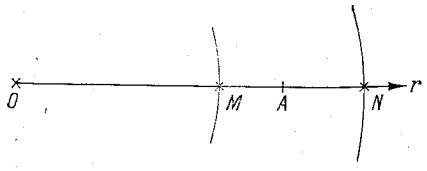


Рис. 5.1.

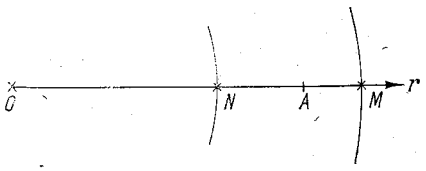


Рис. 5.2.

ского образования на большое расстояние (воспользоваться разложением в ряд по малому параметру).

5.28. Определить скорость градиентного ветра в циклоне при следующих данных на синоптической карте (рис. 5.1): $OA = r = 800$ км, $AN = 200$ км, $AM = 160$ км. Широта места 55°.

5.29. Определить скорость ветра в антициклоне при следующих данных на синоптической карте (рис. 5.2): $OA = r = 900$ км, $AN = 250$ км, $AM = 150$ км. Широта места 55°.

5.30. Вывести точную формулу, выражающую отношение скоростей градиентного и геострофического ветров в функции от без-

размерного параметра $\varkappa = c_g/lr$. Начертить график зависимости v_θ/c_g от c_g/lr согласно точной и приближенной формулам.

5.31. На каком расстоянии расположены изобары на синоптической карте, если скорость геострофического ветра уменьшилась под действием кривизны изобар на 20 %? Радиус кривизны 500 км. Широта места 60°.

5.32. Вычислить горизонтальный градиент давления в пункте, удаленном от центра циклона на расстояние 700 км, если скорость градиентного ветра в нем 14 м/с. Широта места 50° (воспользоваться приближенной формулой).

5.33. Оценить горизонтальный градиент давления в точке, расположенной на расстоянии 700 км от центра циклона, если известно, что под влиянием кривизны изобар скорость ветра уменьшилась на 10 %. Широта места 60° (воспользоваться приближенной формулой).

5.34. В точке, расположенной между двумя круговыми изобарами, отстоящими друг от друга на 1,7 см (масштаб карты 1 : 15 000 000), скорость градиентного ветра равна 17,6 м/с. На каком расстоянии от точки находится центр антициклона? Широта места 45° (воспользоваться приближенной формулой).

5.35. На каком расстоянии друг от друга проходят изобары вблизи точки, удаленной на 600 км от центров циклона и антициклона, если скорость градиентного ветра в этой точке равна 10 м/с? Широта места 55° (воспользоваться приближенной формулой).

5.36. Получить формулу, позволяющую оценить скорость градиентного ветра по известным значениям горизонтального градиента абсолютного геопотенциала и удаления точки от центра барического образования.

5.37. Расстояние между соседними круговыми изогипсами в циклоне на карте AT_{500} масштаба 1 : 20 000 000 равно 1,5 см. Определить скорость градиентного ветра в точке на расстоянии 500 км от центра циклона. Широта места 50° (рассчитать по точной формуле).

5.38. Найти максимально возможную скорость градиентного ветра в антициклоне в точках, удаленных на 500 км от его центра, и минимально возможное расстояние между изогипсами на карте абсолютной топографии масштаба 1 : 20 000 000, отвечающее этому значению. Широта места 55°.

5.39. На каком расстоянии от центра циклона находится точка, удаленная на 1,3 см от изогипсы 296 гп. дам и на 0,7 см от изогипсы 300 гп. дам, если скорость градиентного ветра в этой точке 7,5 м/с? Широта места 55°. Масштаб карты 1 : 20 000 000 (воспользоваться приближенной формулой).

5.40. На каком расстоянии от центра антициклона с круговыми изобарами находится точка, если скорость ветра 15 м/с увеличивается под действием кривизны изобар на 10 %. Широта места 60° (воспользоваться приближенной формулой).

5.3. Изменение геострофического ветра с высотой

Приращение вектора геострофического ветра в слое между уровнями z_1 и z_2 называют термическим ветром. Направление вектора термического ветра параллельно изотермам, причем область более низких температур остается слева от него в северном полушарии и справа в южном.

Проекции вектора термического ветра на горизонтальные оси x и y определяются соответственно выражениями:

$$u_T = -\frac{g}{l}\int_{z_1}^{z_2}\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial y}\,dz,$$

$$v_T = \frac{g}{l}\int_{z_1}^{z_2}\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial x}\,dz. \qquad (5.5)$$

Задачи

5.41. Получить формулу для вычисления скорости термического ветра по известным значениям постоянного по высоте горизонтального градиента температуры, средней температуры слоя и широты места.

5.42. Получить рабочие формулы для определения термического ветра (в м/с) на некоторой широте, если известны средний горизонтальный градиент температуры (в К/100 км и К/150 км) и толщина слоя (в км). Принять среднюю температуру слоя $T = 273$ К.

5.43. Найти скорость термического ветра в слое толщиной 2 км на широте 45°, если горизонтальный градиент температуры равен 2,5 К/150 км и средняя температура слоя $T = 273$ К.

5.44. На приземной синоптической карте давление растет с запада на восток на 1,4 гПа на каждые 100 км. Горизонтальный градиент температуры направлен на юг, равен 1 К/100 км и не изменяется с высотой. Определить скорость и направление геострофического ветра на высоте 2 км. Широта места 45°.

5.45. Где больше термический ветер — на полюсе или на широте 30° при прочих равных условиях?

5.46. Определить скорость и направление геострофического ветра на высоте 3 км, если на приземной синоптической карте изобары проходят параллельно широтному кругу на расстоянии 2 см друг от друга, а изотермы отклоняются на 30° влево от изобар. Расстояние между единичными изотермами равно 1 см. Горизонтальный градиент температуры не изменяется с высотой. Широта места 50°. Масштаб карты 1 : 15 000 000.

5.47. Геострофический ветер на высоте 2 км южный 8,3 м/с; на высоте 4 км он юго-юго-западный 9 м/с. На каком уровне будет наблюдаться юго-западный ветер и какова его скорость, если горизонтальный градиент температуры с высотой не изменяется?

5.48. На высоте 1 км геострофический ветер юго-юго-восточный 6 м/с, а на высоте 2 км он юго-восточный 6,5 м/с. На какой высоте ветер станет восточным и какова при этом будет его скорость, если горизонтальный градиент температуры постоянен по высоте?

5.49. Вывести формулу для определения высоты обращения по известным значениям среднего в слое горизонтального градиента температуры, средней температуры слоя и барического градиента на нижнем уровне.

5.50. Определить горизонтальный градиент средней температуры, если известно, что на высоте 1,5 км изобары проходят через 1 см друг от друга, а на высоте 3,2 км отмечается обращение ветра. $T = 273$ К. Масштаб карты 1 : 20 000 000.

5.51. На высоте 1,5 км увеличение давления на 5 гПа происходит на том же расстоянии, что и понижение температуры на 2 °С. Горизонтальный градиент температуры не изменяется с высотой. Найти высоту обращения геострофического ветра, если средняя температура слоя 283 К. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.52. Определить направление и скорость геострофического ветра на высоте 1,5 км, если единичные изотермы на этом уровне проходят с юго-запада на северо-восток на расстоянии 1 см друг от друга, а на высоте 3 км находится центр циклона? Широта места 60°. Масштаб карты 1 : 10 000 000.

5.53. Определить средний горизонтальный градиент температуры в слое от 1 до 5 км и направление изотермы, если ветер на высоте 5 км северный 16 м/с, а на высоте 1 км северо-северо-западный 10 м/с. Широта места 60°, $T = 273$ К.

5.54. Определить постоянный по высоте горизонтальный градиент температуры в северной части циклона, если скорость ветра в слое 500 м уменьшилась на 2 м/с. При этом направление ветра не изменилось. Широта места 55°, $T = 273$ К.

5.55. Найти высоту, на которой скорость геострофического ветра будет минимальна, если у земли геострофический ветер юго-восточный 8 м/с, а горизонтальный градиент средней температуры слоя равен 1,2 К/100 км и направлен на юг. $T = 273$ К. Широта места 55°.

5.56. Как изменяется средняя температура слоя вдоль широты, если на уровне 1 км давление растет с юго-запада на северо-восток на 7 гПа на каждые 500 км, а на высоте 4 км отмечается обращение геострофического ветра? Средняя температура воздуха 273 К, плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.57. Вывести формулу для расчета термического ветра в слое между двумя изобарическими поверхностями, если известен градиент относительного геопотенциала и широта места.

5.58. Получить рабочие формулы для определения термического ветра (в м/с) на некоторой широте, если известен градиент относительного геопотенциала (в гп. дам/200 км и гп. дам/150 км).

5.59.* На высоте 3 км ветер юго-юго-западный 10 м/с и давление 700 гПа. На высоте 4,2 км ветер имеет минимальное значение.

Изогипсы $ОТ^{500}_{1000}$ проходят в широтном направлении. Найти скорость геострофического ветра на уровне 900 гПа при $T = 250$ К.

5.60.* Геострофический ветер на уровне 800 гПа юго-западный 8,5 м/с, на уровне 500 гПа — южный. Градиент относительного геопотенциала H^{500}_{1000} направлен на юг. Найти скорость ветра на уровне 600 гПа и градиент геопотенциала H^{600}_{800}. Широта места 30°.

5.61. Найти скорость термического ветра в слое толщиной 1 км, если известно, что на карте $ОТ^{500}_{1000}$ масштаба 1 : 20 000 000 расстояние между изогипсами 524 и 528 гп. дам равно 2 см. Широта места 60°.

5.62.* На уровне 500 гПа геострофический ветер северный; на уровне 600 гПа северо-северо-восточный 7,6 м/с. Градиент температуры направлен на юг. Найти градиент относительного геопотенциала H^{500}_{1000} и скорость ветра на уровне 800 гПа. Широта места 30°.

5.63. Геострофический ветер у земли юго-восточный, 9 м/с. Температура растет с севера на юг на 3° на каждые 500 км. На каком уровне скорость геострофического ветра минимальна и чему она равна? Широта места 50°. Считать, что горизонтальный градиент температуры постоянен по высоте.

5.64.* Геострофический ветер на уровне 800 гПа северо-восточный 8,5 м/с, на уровне 600 гПа — юго-юго-западный. Градиент относительного геопотенциала направлен на юг. На какой высоте геострофический ветер станет южным? $T = 250$ К, $p_0 = 1000$ гПа.

5.65. На приземной карте масштаба 1 : 10 000 000 изобары проходят на расстоянии 4 см друг от друга и давление увеличивается с юго-запада на северо-восток. Геострофический ветер с высотой поворачивает вправо и на высоте 3,9 км имеет минимальную скорость. Чему равен и как направлен градиент геопотенциала H^{500}_{1000}, если средняя температура воздуха 273 К?

5.66. Геострофический ветер, скорость которого у земли равна 12 м/с, с высотой поворачивает влево и на уровне 4 км его скорость становится минимальной (9 м/с). Определить расстояние между изогипсами на карте $ОТ^{500}_{1000}$ (масштаб карты 1 : 15 000 000). Широта места 55°, температура воздуха 270 К.

5.67. Определить направление и скорость геострофического ветра на высоте 2 км, если на изобарической поверхности 500 гПа он имеет южное направление и скорость 20 м/с, а на карте $ОТ^{500}_{1000}$ расстояние между меридионально расположенными изогипсами 516 и 520 гп. дам составляет 2 см (масштаб карты 1 : 20 000 000). Широта места 60°. Температура воздуха растет с запада на восток.

5.4. Геострофическая адвекция температуры

Геострофической адвекцией, или адвективным изменением, температуры в свободной атмосфере называют локальное изменение температуры за единицу времени, обусловленное геострофическим переносом воздушных масс при наличии горизонтального градиента температуры. Оно связано с проекциями градиента температуры и скорости геострофического ветра следующим соотношением:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\left(u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y}\right). \qquad (5.6)$$

Геострофическая адвекция может быть также выражена через изменение проекций геострофического ветра с высотой

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{lT}{g}\left(u_g \frac{\partial v_g}{\partial z} - v_g \frac{\partial u_g}{\partial z}\right). \qquad (5.7)$$

Задачи

5.68. Получить формулу для оценки адвективных изменений температуры по известным значениям горизонтальных градиентов температуры и давления и угла между ними.

5.69. Получить формулу для оценки средней в слое геострофической адвекции по известным значениям горизонтальных градиентов абсолютного геопотенциала H_{700}, относительного геопотенциала H^{500}_{1000} и угла между ними.

5.70. Вывести рабочие формулы для определения геострофической адвекции (в °С/ч) на некоторой широте, если известны горизонтальные градиенты давления (в гПа/100 км и гПа/150 км), температуры (в °С/100 км и °С/150 км) и угол между ними. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.71. Вывести рабочие формулы для определения геострофической адвекции (в °С/ч) на изобарической поверхности на некоторой широте, если известны горизонтальные градиенты абсолютного геопотенциала (в гп. дам/100 км и в гп. дам/150 км), температуры (в °С/100 км и °С/150 км) и угол между ними.

5.72. Вывести рабочую формулу для определения средней геострофической адвекции (в °С/ч) в слое между изобарическими поверхностями 1000 и 500 гПа, если известны горизонтальные градиенты абсолютного и относительного геопотенциалов в гп. дам/100 км, угол между ними и широта места.

5.73. Определить геострофическую адвекцию на уровне 1 км, если для этого уровня на карте масштаба 1 : 10 000 000 расстояние между соседними изобарами равно 4 см, а между изотермами — 1 см; градиент температуры отклонен от градиента давления на 30° влево. Широта места 55°.

5.74. Определить геострофическую адвекцию на уровне 1,5 км на широте 60°, если горизонтальный градиент давления равен

2 гПа/300 км и отклонен на 60° влево от горизонтального градиента температуры, равного 1 °С/100 км.

5.75. Вычислить геострофическую адвекцию по данным, приведенным на рис. 5.3.

5.76. Вычислить максимально возможную геострофическую адвекцию на широте 50°, если горизонтальные градиенты давления и температуры соответственно равны 7 гПа и 12 °С на 1000 км.

5.77. При каком градиенте температуры геострофическая адвекция на карте $АТ_{500}$ на широте 45° составляет 8 °С/сут, если изогипсы на этой карте отстоят друг от друга на 1,3 см и перпендикулярны к изотермам? Масштаб карты 1 : 15 000 000.

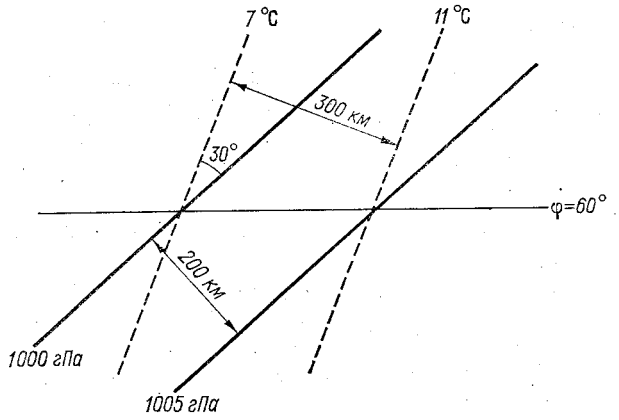


Рис. 5.3.

5.78. На уровне 300 гПа над некоторым пунктом на широте 45° наблюдается струйное течение с градиентом геопотенциала 10 гп. дам/200 км, термический градиент на этом уровне равен 1,5 °С/100 км и отклонен на 10° влево от барического. Определить геострофическую адвекцию.

5.79. Каким должен быть угол между градиентом абсолютного геопотенциала 1 гп. дам/100 км и градиентом температуры 0,8 °С/100 км, чтобы геострофическая адвекция на широте 55° составляла —3 °С/сут?

5.80. Определить среднюю геострофическую адвекцию температуры в слое 1000—500 гПа, если расстояния между соседними изогипсами на картах $АТ_{700}$ и $ОТ^{500}_{1000}$ соответственно равны 1,5 и 2 см, а угол между ними 60°. Масштаб карты 1 : 20 000 000, широта места 50°.

5.81. Определить геострофическую адвекцию относительного геопотенциала за 12 ч, если расстояния между соседними изогипсами на картах $АТ_{700}$ и $ОТ^{500}_{1000}$ соответственно равны 1 и 1,4 см; причем изогипсы $ОТ^{500}_{1000}$ проходят под углом 45° к направлению

ведущего потока, отклоняясь от него вправо. Широта места 60°. Масштаб карты 1 : 20 000 000.

5.82. Оценить значение геопотенциала H^{500}_{1000} через 12 ч в точке A по данным, приведенным на рис. 5.4.

5.83. Определить направление горизонтального градиента температуры, равного 2 °С/100 км, если при западном ветре скоростью 12 м/с температура в пункте понизилась на 2 °С за 6 ч.

5.84. На сколько градусов отличается температура в двух пунктах, расположенных на расстоянии 500 км друг от друга вдоль широтного круга, если при юго-западном ветре 15 м/с на высоте 1,5 км температура за 6 ч понизилась на 3 °С? Вдоль меридиана температура не изменяется.

5.85. Вычислить скорость северо-восточного ветра, при котором адвективное понижение температуры составило 0,9 °С/ч, если температура убывает с запада на восток на 1,5 °С на каждые 100 км.

5.86. Вывести формулу, позволяющую оценить адвективное изменение температуры по значению модуля геострофического ветра и изменению его направления с высотой.

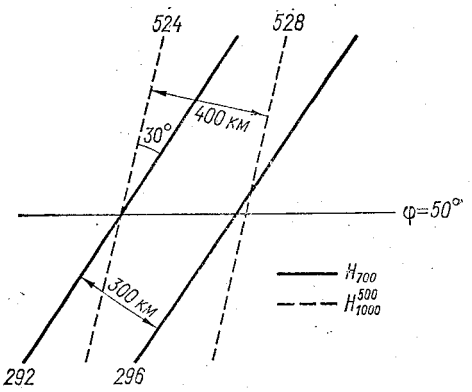


Рис. 5.4.

5.87. Вывести рабочую формулу для определения геострофической адвекции (в °С/ч) по известным значениям скорости ветра (в м/с), температуры (в Кельвинах), широты места и поворота ветра с высотой (в °/м).

5.88. Вывести формулу для определения геострофической адвекции по известным значениям скорости ветра, широты места, давления и производной от направления ветра по давлению.

5.89. Вывести рабочую формулу для определения геострофической адвекции (в °С/ч) по известным значениям скорости ветра (в м/с), давления (в гПа), широты места и поворота ветра с высотой (в °/100 гПа).

5.90. Определить геострофическую адвекцию на высоте 3 км на широте 60°, если температура на этой высоте равна —10 °С, а скорость ветра равна 14 м/с при левом повороте на 25° на каждые 500 м поднятия.

5.91. Какой знак будет иметь локальная производная от температуры, если геострофический ветер поворачивает с высотой а) вправо, б) влево?

5.92. На сколько градусов изменится за сутки температура воздуха в пункте на широте 60°, если направление горизонталь-

ного градиента давления изменяется с высотой на 12° на каждый километр, а изогипсы AT_{850} проходят на расстоянии 2 см друг от друга? Средняя температура 273 К. Масштаб карты 1 : 20 000 000.

5.93. Вычислить геострофическую адвекцию в точке на широте 50° на карте AT_{700}, если скорость ветра в этой точке составляет 17 м/с и ветер поворачивает на 20° вправо на каждые 50 гПа поднятия.

5.94. На сколько градусов и в какую сторону должно измениться направление ветра с высотой, чтобы геострофическая адвекция на AT_{300} при скорости ветра 21 м/с составила —4 °С/сут? Широта места 60°, $\bar{T} = 250$ К.

5.95. Вычислить геострофическую адвекцию на высоте 2 км, где скорость ветра равна 17 м/с, а температура 3 °С, если известно, что в слое от 1,5 до 2,5 км ветер поворачивает на 20° вправо. Широта места 60°.

5.96. Вычислить геострофическую адвекцию, среднюю в слое от 2 до 3 км, если известно, что на высоте 2 км скорость ветра равна 14 м/с, а направление 250°, на уровне 3 км соответственно 16 м/с и 240°. Широта места 55°, температуру принять равной 0 °С.

5.97. Вычислить геострофическую адвекцию на высоте 5 км, где температура равна —30 °С, если известны скорость и направление ветра на высотах 4 и 6 км, а именно $c_{g4} = 19$ м/с, $c_{g6} = 23$ м/с, $\delta_4 = 350°$, $\delta_6 = 20°$. Широта места 50°.

5.98. Разработать способ графического вычисления суммарной геострофической адвекции в некотором слое по годографу скорости геострофического ветра. Найти соотношение, позволяющее определить $\bar{T}$ (среднюю абсолютную температуру слоя) по годографу скорости.

5.99. На изобарической поверхности 700 гПа скорость ветра 9 м/с, направление 270°, а на уровне 500 гПа — соответственно 15 м/с и 300°. Оценить геострофическую адвекцию на уровне 600 гПа. Широта места 60°.

5.100. За какое время температура на уровне 500 гПа увеличится на 1 °С при скорости ветра 20 м/с и правом повороте ветра на 10° на каждые 100 гПа поднятия? Широта места 55°.

5.5. Отклонения ветра от градиентного или геострофического

Реальный ветер может отличаться от градиентного или геострофического. Эти отличия связаны либо с нестационарностью поля давления, либо с отличием формы изобар от окружностей или семейства параллельных прямых.

Вектор отклонения ветра от геострофического c' (его называют агеострофическим), вызванного изменением поля давления во времени, перпендикулярен вектору ускорения dc/dt и направлен в северном полушарии влево от него.

Модуль агеострофического отклонения пропорционален модулю ускорения:

$$|c'| = \frac{1}{l}\left|\frac{dc}{dt}\right|. \tag{5.8}$$

По значению модуля вектора отклонения ветра от геострофического можно оценить изменение модуля скорости во времени:

$$\frac{d|c|}{dt} = l|c'|\sin\gamma, \tag{5.9}$$

где γ — угол между вектором реального ветра и вектором агеострофического отклонения, отсчитываемый от c к c' против часовой стрелки.

В случае когда отклонения вызваны отличием формы изобар от окружности, так что, например, давление можно представить в виде $p(r, \theta) = p_0(r) + \alpha p_1(r, \theta)$, где p_0 — среднее давление на окружности радиусом r, а αp_1 — поправка за счет отличия изобары от окружности, проекции вектора отклонения (его называют аградиентным) при достаточно малом α могут быть вычислены по формулам:

$$u_1 = \alpha\sqrt{\frac{N}{M}}\left\{\int_0^{\theta}\left[\Pi_1\sin\sqrt{MN}(\theta'-\theta) + \Pi_2\cos\sqrt{MN}(\theta'-\theta)\right]d\theta' - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{\Pi_2\sin\sqrt{MN}(\theta'-\theta) - \Pi_1\cos\sqrt{MN}(\theta'-\theta)}{\cos\pi\sqrt{MN}}\,d\theta'\right\},$$

$$v_1 = \alpha\left\{\int_0^{\theta}\left[\Pi_1\cos\sqrt{MN}(\theta'-\theta) - \Pi_2\sin\sqrt{MN}(\theta'-\theta)\right]d\theta' - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{\Pi_1\sin\sqrt{MN}(\theta'-\theta) - \Pi_2\cos\sqrt{MN}(\theta'-\theta)}{\sin\pi\sqrt{MN}}\,d\theta'\right\}, \tag{5.10}$$

где

$$\Pi_1 = -\frac{r}{\rho v_\theta}\frac{\partial p_1}{\partial r},$$

$$\Pi_2 = -\frac{1}{\rho v_\theta}\frac{\partial p_1}{\partial\theta}\sqrt{\frac{M}{N}}$$

$$M = 2 + \frac{lr}{v_\theta},$$

$$N = 1 + \frac{lr}{v_\theta} + \frac{r}{v_\theta}\frac{\partial u_0}{\partial r},$$

v_θ — соответствующий градиентный ветер (см. п. 5.2).

Задачи

5.101. Вывести формулу для вычисления агеострофических отклонений, обусловленных отличием формы изобары от окружности, если поле давления описывается уравнением

$$p(r, \theta) = p_{00} + ar^2 - \alpha p_{01} \sin 2\theta,$$

где p_{00} — давление в центре барического образования; r — расстояние по радиусу, отсчитываемое от этого центра.

5.102.* Получить формулу для расчета приращения вертикальной компоненты скорости в слое Δz, возникающего за счет агеострофических отклонений при условиях, сформулированных в задаче 5.101.

5.103.* Рассчитать и построить изобары 995, 1000 и 1005 гПа вблизи широты 60°, если $p(r, \theta) = p_{00} + ar^2 - \alpha p_{01} \sin 2\theta$, где $p_{00} = 990$ гПа, $p_{01} = 10$ гПа, $a = 2 \cdot 10^{-9}$ Н/м^4, $\alpha = 0{,}2$. Расчеты выполнить для θ, равных 0, 30, 60, 90, 120, 150 и 180°. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.104.* По условиям предыдущей задачи рассчитать поле агеострофических отклонений, обусловленных отличием формы изобар от окружности. Расчеты выполнить для r, равных 200, 300, 500 и 700 км.

5.105.* Рассчитать поле вертикальной составляющей скорости в слое толщиной 1 км при поле давления $p(r, \theta) = p_{00} + ar^2 - \alpha p_{01} \sin 2\theta$, если на нижней границе слоя движение строго горизонтально. Расчеты выполнить для θ, равных 0—180°, через 20° и r, равных 200, 300, 500 и 700 км. Принять $a = 2 \cdot 10^{-9}$ Н/м^4, $\alpha = 0{,}2$, $p_{01} = 10$ гПа, $\varphi = 60°$, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

5.106. На сколько процентов скорость ветра отличается от скорости геострофического ветра и на сколько градусов отличаются направления, если вектор отклонения ветра от геострофического направлен перпендикулярно к изобарам, а его значение составляет 30 % скорости геострофического ветра?

5.107. В области с изобарами, направленными по широтным кругам и отстоящими друг от друга в среднем на 400 км, ветер, согласно шаропилотным данным, отклонен на 60° влево от градиента давления и имеет скорость 8 м/с. Найти скорость и направление вектора отклонения ветра от геострофического. Широта места 60°.

5.108. Найти скорость и направление отклонения ветра от геострофического, если воздушный поток, двигаясь вдоль широтного круга $\varphi = 55°$, ослабевает по мере продвижения на 1 м/с за 1 ч, не меняя своего направления?

5.109. Чему равен и как направлен на широте 50° вектор ускорения движения воздушного потока, если геострофический ветер 8,7 м/с отклонен на 30° влево от реального ветра, скорость которого составляет 10 м/с?

5.110. На широте 60° в начальный момент скорость геострофического ветра, направленного на север, равна 12 м/с, а реальный

ветер отклонен от него вправо на 25° и больше его на 15 %. Определить скорость и направление реального ветра через 2 ч.

5.111. Как и на сколько процентов изменится скорость воздушного потока за 3 ч, если в начальный момент вектор отклонения ветра от геострофического смещен на 30° влево от вектора реального ветра и меньше его в 5 раз? Широта места 60°.

5.112. Изогипсы H_{850} над пунктом с координатами $\varphi = 50°$ с. ш., $\lambda = 40°$ в. д. направлены под углом $\delta = 30°$ к кругам широт и отстоят друг от друга в среднем на 1,7 см на карте масштаба 1 : 20 000 000. По шаропилотным данным ветер на поверхности 850 гПа юго-западный и имеет скорость 11 м/с. Как изменятся скорость и направление воздушного потока за 3 ч?

5.113. Найти значения $|dc/dt|$ и $d|c|/dt$ в потоке, движущемся под углом 30° к изобарам, которые отстоят на 300 км друг от друга, если скорость ветра 12 м/с и широта места 60°. Объяснить причины различия этих величин.

5.6. Турбулентность в свободной атмосфере

Турбулентность в свободной атмосфере развивается в слоях с большими вертикальными градиентами скорости. Так, вблизи фронтов ($z = h(x)$) из-за резкого изменения горизонтального градиента давления по вертикали возникают значительные сдвиги скорости, что приводит к появлению турбулизированной зоны.

Распределение ветра и среднее значение коэффициента турбулентности в такой зоне может быть рассчитано по формулам:

$$u = c_{gj} + (-1)^j e^{(-1)^j a (z-h)} \frac{\Delta c_g}{2} \cos a (z - h),$$

$$v = \frac{\Delta c_g}{2} e^{(-1)^j a (z-h)} \sin a (z - h),$$

$$\sqrt{k} = \frac{\Delta c_g}{\sqrt{M}} \left[\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{M} \left(\frac{\Delta \Theta_0}{\Delta c_g} \right)^2} - \frac{\alpha}{\sqrt{M}} \frac{\Delta \Theta_0}{\Delta c_g} \right], \qquad (5.11)$$

где u, v — проекции вектора реального ветра на горизонтальные оси, направленные соответственно вдоль и по нормали к вектору геострофического ветра; $a = \sqrt{\omega_z / k}$; c_g — геострофический ветер; $j = 1$ для $z > h$ и $j = 2$ для $z < h$; h — высота фронтальной поверхности над уровнем горизонта;

$$\Delta c_g = c_{g1} - c_{g2}; \quad \alpha = \frac{g/T}{\sqrt{M \omega_z}};$$

$$M = 4 \left(\frac{g}{T} \frac{\pi}{\omega_z} \Gamma + \frac{\omega_z}{m} \right)$$

$\left(m = 10^{-5},\ \Gamma = \frac{\partial\theta}{\partial z}\right.$ — градиент потенциальной температуры$\left.\right)$; $\Delta\Theta_0$ — скачок температуры на поверхности раздела.

Значительные сдвиги скорости ветра возникают и в области струйных течений, вследствие чего и здесь обычно возникает турбулентность.

Полагая, что в узкой области вблизи оси струйного течения ($z = 0$) горизонтальный градиент давления достигает экстремума, можно получить следующие выражения для распределения ветра и среднего коэффициента турбулентности:

$$u = c_g + \sqrt{2}\,\Delta c_0 e^{\mp az}(\cos az \pm \sin az),$$
$$v = \sqrt{2}\,\Delta c_0 e^{\mp az}(\cos az \mp \sin az),$$
$$k = \frac{m}{\omega_z}\,\frac{(\Delta c_0)^2}{\left(1 + \frac{g}{T}\frac{\pi m}{4\omega_z^2}\Gamma\right)}. \qquad (5.12)$$

Здесь верхний знак относится к $z > 0$, а нижний к $z < 0$; $\Delta c_0 = c_g - \left|\sqrt{u^2+v^2}\right|_{z=0}$. Остальные обозначения те же, что и в формулах для поверхности раздела.

Задачи

5.114. Получить формулу для определения толщины турбулизированного слоя вблизи поверхности раздела по известным значениям среднего коэффициента турбулентности и широты места. За границы турбулизированного слоя принять уровни, на которых направление реального ветра совпадает с направлением геострофического ветра.

5.115. Рассчитать и построить профили реального ветра на широте 60° вблизи поверхности раздела, если в теплой воздушной массе горизонтальный градиент давления равен 2,5 гПа/100 км и на 30 % больше, чем в холодной, а средний коэффициент турбулентности 8 м²/с. Расчеты выполнить для $z - h = \pm$(50, 100, 200, 500) м.

5.116. Фронтальная поверхность разделяет воздушные массы с температурами 265 и 260 К. Градиенты давления равны: 2,4 гПа/100 км в теплой массе и 1,4 гПа/100 км в холодной. Определить коэффициент турбулентности. Широта места 50°.

5.117. Как изменится коэффициент турбулентности, полученный в задаче 5.116, если при прочих неизменных условиях градиент давления в теплой воздушной массе увеличится до 2,5 гПа/100 км?

5.118. Как изменится коэффициент турбулентности, если при условиях, сформулированных в задаче 5.116, температура холодной массы увеличится до 263 К?

5.119. Получить формулу для расчета профиля вертикальной компоненты скорости вблизи поверхности раздела по известным значениям скачка геострофического ветра, среднего коэффициента

турбулентности и угла наклона поверхности раздела к плоскости горизонта, считая, что дивергенция потока обусловлена только изменениями высоты поверхности раздела вдоль оси y и что на поверхности $w = 0$. Принять гипотезу о несжимаемости атмосферы.

5.120. Рассчитать профиль вертикальной составляющей скорости вблизи поверхности раздела, если значения геострофического ветра по обе стороны от нее отличаются на 10 м/с, средний коэффициент турбулентности 2 м²/с, а тангенс угла наклона фронтальной поверхности к плоскости горизонта составляет 0,01. Широта места 55°. Расчеты выполнить для $z - h = \pm (25, 50, 75, 100)$ м.

5.121. Получить выражение, позволяющее определить, на каком расстоянии от фронтальной поверхности вертикальная компонента скорости будет иметь максимальные значения.

5.122. Каким будет максимальное значение вертикальной составляющей скорости на широте 60°, если тангенс угла наклона поверхности раздела к плоскости горизонта составляет 0,03, а температура и градиенты давления по обе стороны от нее отличаются соответственно на 6 °С и 1,5 гПа/100 км? Вертикальный градиент температуры равен —0,6 °С/100 м, $T = 250$ К.

5.123. Скорость на оси струи отличается от скорости невозмущенного потока на 20 м/с. Чему равен средний коэффициент турбулентности, развивающийся в этой зоне? Широта места 40°. Вертикальный градиент температуры —0,5 °С/100 м, $T = 240$ К.

5.124. Определить толщину турбулизированного слоя, образующегося в зоне струйного течения, максимальная скорость которого на 25 м/с отличается от скорости геострофического ветра вне этой зоны, если за границу такого слоя принять уровень, на котором направление реального ветра совпадает с направлением геострофического ветра. Средняя температура 255 К, с высотой температуры убывает на 0,6 °С на каждые 100 м. Широта места 50°.

5.125. Как изменится результат предыдущей задачи, если при прочих неизменных условиях скорость на оси струи увеличится на 5 м/с?

5.126. Как изменится толщина турбулизированного слоя при условиях, сформулированных в задаче 5.124, если градиент температуры увеличится до —0,4 °С/100 м? Сравнить полученный результат с результатом предыдущей задачи.

5.7. Вертикальная составляющая скорости в свободной атмосфере

В свободной атмосфере вертикальная составляющая скорости на высоте $z = H$ может быть определена на основании следующего выражения:

$$w(H) = -\int_0^H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) dz \qquad (5.13)$$

или

$$w(H) = w(h) + \frac{\beta}{2\omega_z}\int_h^H v_g\,dz - \int_h^H \operatorname{div}\mathbf{V}'\,dz. \qquad (5.14)$$

Здесь $\mathbf{V}'$ — вектор агеострофических отклонений, связанный с ускорением, h — высота пограничного слоя, v_g — меридиональная составляющая геострофического ветра, $\beta = \frac{1}{r}\frac{d(2\omega_z)}{d\varphi} = \frac{2\omega}{r}\cos\varphi$ (r — радиус Земли).

Используя среднее по слою от h до H значение скорости ветра $\bar{v}_g$ и дивергенцию агеострофических отклонений $\bar{D}'$, можем написать

$$w(H) = w(h) + \left(\frac{\beta}{2\omega_z}\bar{v}_g - \bar{D}'\right)(H-h). \qquad (5.15)$$

Далее, если выразить дивергенцию агеострофических отклонений через абсолютный вихрь $\bar{\Omega}(z)$, то получим

$$w(H) = \frac{\bar{\Omega}(H)}{\bar{\Omega}(h)}w(h) + \bar{\Omega}(H)\int_h^H \frac{1}{\bar{\Omega}^2}\left(\frac{\partial\bar{\Omega}}{\partial t} + u\frac{\partial\bar{\Omega}}{\partial x} + v\frac{\partial\bar{\Omega}}{\partial y}\right)dz. \qquad (5.16)$$

Для получения приближенных оценок величины w можно пренебречь изменением вихря с высотой. В таком случае выражение для расчета вертикальной скорости приобретает вид

$$w(H) = w(h) + \frac{H-h}{\bar{\Omega}}\left(\frac{\partial\bar{\Omega}}{\partial t} + u\frac{\partial\bar{\Omega}}{\partial x} + v\frac{\partial\bar{\Omega}}{\partial y}\right), \qquad (5.17)$$

где

$$\bar{\Omega} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + 2\omega_z.$$

Вертикальная составляющая скорости может быть определена и из уравнения притока тепла. В этом случае выражение для w при отсутствии внешних притоков тепла и в предположении $\Theta/T \approx 1$ имеет следующий вид:

$$w = -\left(\frac{\partial\Theta_э}{\partial t} + u\frac{\partial\Theta_э}{\partial x} + v\frac{\partial\Theta_э}{\partial y}\right)\Big/\frac{\partial\Theta_э}{\partial z} \qquad (5.18)$$

и справедливо как при отсутствии, так и при наличии фазовых переходов. Здесь

$$\Theta_э = \Theta + \frac{L}{c_p}q = T\left(\frac{1000}{p}\right)^{R/c_p} + \frac{L}{c_p}q$$

— эквивалентно-потенциальная температура воздуха.

При отсутствии данных о пространственном поле температуры, массовой доли водяного пара и давления, значение вертикальной скорости может быть определено и по данным вертикального зондирования в одной точке. При этом предположение о геострофичности движения позволяет представить w в следующем виде:

$$w = -\left(\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{RT}{c_p p}\frac{\gamma}{\gamma_a}\frac{\partial p}{\partial t} - A_T\right)\Big/\left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma\right). \qquad (5.19)$$

Здесь

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_a - \text{при отсутствии фазовых переходов } (q < q_s) \\ \gamma_в - \text{при наличии фазовых переходов } (q = q_s) \end{cases}$$

$$A_T = -\frac{2\omega_z T}{g} G^2 \frac{\partial \alpha}{\partial z}$$

— геострофическая адвекция температуры; $\partial\alpha/\partial z$ — поворот ветра с высотой (положительный при левом вращении ветра).

Задачи

5.127. Определить вертикальную скорость на высоте 2 км, если в направлении движения скорость ветра в среднем по всему слою возрастает на 2 м/с на 500 км.

5.128. Определить вертикальную скорость на верхней границе слоя толщиной 3 км, если скорость в направлении движения не изменяется и равна 8 м/с, а направление ветра изменяется по нормали к среднему движению на 15° на 1000 км.

5.129. Расстояние между соседними круговыми изогипсами в циклоне на карте AT_{700} масштаба $1:2\cdot10^7$ равно 1,5 см. Определить величину вертикальных скоростей на уровне 700 гПа в точках, расположенных на расстоянии 500 км к западу и востоку от центра циклона, если на верхней границе пограничного слоя ($p = 900$ гПа) вертикальная скорость равна 0,3 см/с, температура равна 290 К, а средний вертикальный градиент температуры равен 7 К/100 гПа. Широта места 30°.

5.130. Определить вертикальную скорость на высоте 3 км на широте 60°, если на этой высоте наблюдается понижение температуры на 1 К/ч, скорость ветра равна 14 м/с при правом повороте на 10°/км. Вертикальный градиент температуры составляет —0,4 К/100 м при ее среднем значении на этом уровне $\bar{T} = -10$ °С. Процесс адиабатический без фазовых переходов.

5.131. Вычислить вертикальную скорость на верхней границе облачного слоя, на которой при $q = 4$ ‰ наблюдается повышение температуры 0,5 К/ч. Вертикальный градиент температуры в облачном слое —1 К/100 м, $T = 273$ К, горизонтальный градиент температуры равен нулю.

5.132. Оценить вертикальную скорость в центральной части циклона на высоте 4,5 км, если завихренность поля скорости

циклонической области ($\Omega = 5 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$) усиливается на $5 \cdot 10^{-6}$ с$^{-1}$ за 1 ч. Широта места 30°. На высоте пограничного слоя ($h =$ = 1,5 км) вертикальная скорость равна нулю.

5.133. Над пунктом A, расположенным на широте 60°, ветер геострофический и направлен вдоль широты. На расстоянии 200 км в меридиональном направлении к северу и югу от этого пункта наблюдается изменение широтной составляющей ветра с течением времени так, что к северу от пункта А она ослабевает на 0,5 м/с за 1 ч, а к югу усиливается на 0,2 м/с за 1 ч. Определить вертикальную скорость над пунктом А на высоте 3 км, если на высоте 1 км $w = 0$. Изменением параметра Кориолиса с широтой пренебречь.

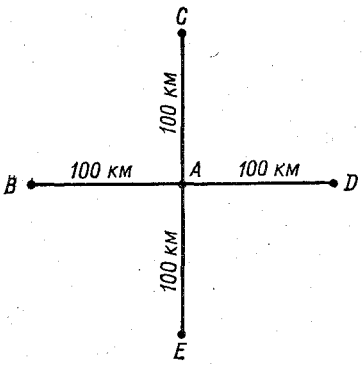


Рис. 5.5.

5.134. В воздушной массе, движущейся на север со скоростью 16 м/с, горизонтальный градиент температуры, постоянный по высоте, направлен на юг и составляет 1 К/100 км. Определить вертикальную скорость на уровне 700 гПа, если на этой высоте вектор горизонтального градиента давления направлен на северо-восток и равен 1 гПа/100 км, притоки тепла отсутствуют, вертикальный градиент температуры равен —0,6 К/100 м, а температура в течение 1 ч возросла с —3 до —2 °С.

5.135. Определить вертикальную скорость на высотах 1,5 и 2,5 км на основании следующих данных зондирования атмосферы в пункте, расположенном на широте 60°.

z м	p гПа	t °С	f %	u_g м/с	v_g м/с
1000	903	12	86	10	2
2000	800	6	100	8	4
3000	708	1	100	7	7

Температура на всех уровнях растет с течением времени в среднем на 0,25 К/ч, а давление увеличивается на 1 гПа/3 ч. Нижняя граница облаков расположена на высоте 2 км (использовать линейную интерполяцию данных).

5.136. Вычислить вертикальную скорость на высоте 2 км над пунктом A (рис. 5.5) по следующим данным о пространственном распределении температуры и относительной влажности на этой высоте:

Пункт	A	B	C	D	E
p гПа	800	800	801	800	799
t °С	4	6	5	3	4
f %	100	90	95	100	100

Ветер северо-западный 12 м/с, вертикальный градиент температуры равен —0,2 К/100 м, средняя температура увеличивается в среднем на 0,5 К/ч. Изменением давления можно пренебречь.

6. Поверхности раздела и волновые движения в атмосфере

6.1. Поверхности раздела

На фронтальной поверхности, разделяющей воздушные массы с различными температурами, выполняется условие отсутствия разрыва давления (динамическое условие), привлечение которого позволяет получить в самом общем виде выражения для определения угла наклона (α) фронтальной поверхности к горизонту в направлении, перпендикулярном линии фронта:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\partial\zeta}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial p_+}{\partial y} - \frac{\partial p_-}{\partial y}}{\frac{\partial p_+}{\partial z} - \frac{\partial p_-}{\partial z}};$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial x} = 0, \qquad (6.1)$$

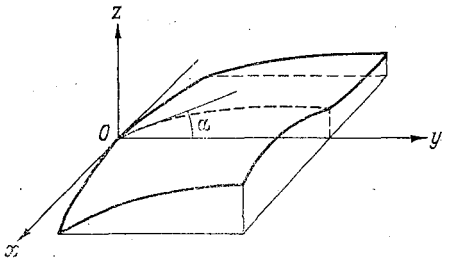


Рис. 6.1.

где $z = \xi(x, y, t)$ — уравнение фронтальной поверхности; $\frac{\partial p_+}{\partial y}$ и $\frac{\partial p_-}{\partial y}$ — составляющие горизонтального градиента давления в направлении, перпендикулярном линии фронта, соответственно в теплой и холодной массах; $\frac{\partial p_+}{\partial z}$ и $\frac{\partial p_-}{\partial z}$ — вертикальные градиенты давления соответственно в теплой и холодной воздушных массах; ось y перпендикулярна линии фронта (рис. 6.1).

В поле геострофического ветра формула для угла наклона фронтальной поверхности может быть приведена к следующему виду:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{l\overline{T}}{g}\frac{u_+ - u_-}{T_+ - T_-}, \qquad (6.2)$$

где $T_+ - T_-$ — разность температур двух воздушных масс ($T_+ > T_-$; $u_+ - u_-$ — разность касательных к линии фронта проекций

скорости ветра в двух воздушных массах; $l = 2\omega \cdot \sin\varphi$ — параметр Кориолиса; g — ускорение свободного падения.

Как следствие динамических условий получаем следующее равенство:

$$v_\Phi = v_- = \frac{T_-}{T_+} v_+ \approx v_+,$$

где v_Φ — скорость перемещения фронта; v_-, v_+ — проекции скорости ветра на направление нормали к линии фронта в двух различных воздушных массах.

Кроме динамических условий, на фронтальной поверхности выполняются кинематические условия:

$$w_j = \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_j \frac{\partial \xi}{\partial y}, \qquad (6.3)$$

где j — индекс, указывающий, какая из двух воздушных масс имеется в виду; w — вертикальная составляющая скорости на фронтальной поверхности; t — время.

Кинематические условия позволяют связать скачок вертикальных составляющих скорости ветра на фронтальной поверхности со скачком геострофических составляющих скорости ветра:

$$w_+ - w_- = (v_+ - v_-)\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{l v_\Phi}{g}(u_+ - u_-). \qquad (6.4)$$

Задачи

6.1. Вывести рабочую формулу для определения угла наклона поверхности раздела (в тысячных долях единицы) в поле геострофического ветра по известным значениям перепадов температуры и касательной к линии фронта составляющей геострофического ветра (в м/с), а также широты места и средней температуры (в кельвинах). Вычислить размерный коэффициент, составленный из констант, входящих в формулу.

6.2. Определить угол наклона фронтальной поверхности, разделяющей воздушные массы с температурой 20 и 8 °С, если в обеих воздушных масса геострофический ветер направлен на юг и соответственно скорости его равны 8 и 4 м/с. Широта места 60°.

6.3. Определить угол наклона фронтальной поверхности, если геострофический ветер в воздушной массе с температурой 12 °С направлен на юг и скорость его 4 м/с, а в воздушной массе с температурой 24 °С — направлен на север и скорость его 5 м/с. Широта 50°.

6.4. Определить наклон фронтальной поверхности, разделяющей воздушные массы с разностью температур 10 °С, если барические градиенты на уровне 850 гПа имеют одинаковое направление в обеих воздушных массах и соответственно составляют 8 и 5 гПа на 500 км.

6.5. Определить скорость изменения высоты фронтальной поверхности над пунктом, расположенным на широте 60°, если в холодной воздушной массе с температурой 10 °С ветер северо-западный и равен 15 м/с, а в теплой, с температурой 18 °С — юго-западный и равен 10 м/с.

6.6. Определить изменение высоты фронтальной поверхности над пунктом, расположенном на широте 45°, за 8 ч, если прохождение фронта, перемещающегося со скоростью 36 км/ч, сопровождалось повышением температуры на 8 °С и поворотом ветра вправо на 90° без изменения модуля скорости.

6.7. В теплой воздушной массе, расположенной слева от меридионально ориентированного фронта, геострофический ветер северо-северо-западный, а в холодной массе — юго-юго-западный. Определить угол наклона фронтальной поверхности, разделяющей воздушные массы с разностью температур 10 °С, если на карте AT_{850} расстояние между соседними изогипсами одинаково слева и справа от линии фронта и равно 3 см. Масштаб карты $1 : 10^7$.

6.8. После прохождения фронта над пунктом, расположенным на широте 60°, геострофический ветер не изменил скорость 12 м/с, но изменил направление на 120° вправо. При этом отмечено повышение температуры на 8 °С. Определить угол наклона поверхности раздела и скорость перемещения фронта.

6.9. На карте AT_{850} расстояние между соседними изогипсами в направлении, перпендикулярном линии фронта, в теплой воздушной массе равно 3,5 см, а в холодной — 2,5 см. Масштаб карты $1 : 10^7$. Определить угол наклона фронтальной поверхности, разделяющей воздушные массы с разностью температур 8 °С, если геопотенциальная высота изобарической поверхности возрастает при удалении от фронта в обоих направлениях.

6.10. Определить наклон стационарной поверхности раздела двух воздушных масс с температурами 5 и 15 °С на уровне 850 гПа, если барические градиенты по обе стороны от линии фронта имеют одинаковое направление. В теплой воздушной массе, расположенной к западу от фронта, изобары на карте масштаба $1 : 10^7$ проведены через 2 см, а в холодной — через 4 см.

6.11. В теплой воздушной массе, имеющей температуру 20 °С и расположенной западнее меридионально ориентированного фронта, ветер северо-северо-западный 10 м/с; в холодной воздушной массе с температурой 10 °С ветер юго-западный. Определить скорость ветра в холодной массе, наклон поверхности раздела к плоскости горизонта и скорость перемещения фронта. Широта места 60°.

6.12. Определить направление и скорость перемещения приземного фронта, а также угол наклона поверхности раздела к плоскости горизонта, исходя из данных рис. 6.2. Широта места 60°.

6.13. Определить направление приземного фронта и скорость его движения по данным о ветре, приведенным на рис. 6.3.

6.14. Оценить вертикальную скорость над поверхностью раздела, если фронт, ориентированный в широтном направлении, перемещается со скоростью 48 км/ч. При этом в теплой воздушной массе ветер южный, а в холодной — юго-восточный. Широта места 45°. Вертикальная скорость в холодной воздушной массе равна 0.

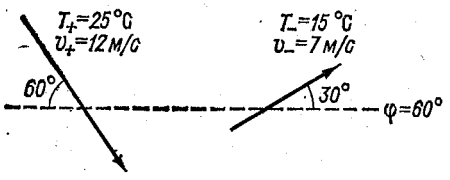


Рис. 6.2.

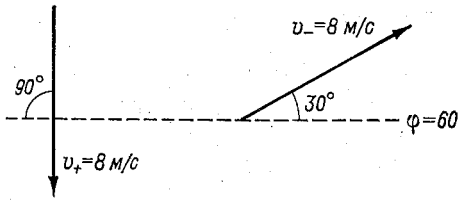


Рис. 6.3.

6.15. Оценить вертикальную скорость на поверхности раздела, наземный фронт которой ориентирован в меридиональном направлении, если в теплой воздушной массе ветер юго-восточный 12 м/с, а в холодной — северо-восточный. Широта места 60°. Вертикальная скорость в холодной воздушной массе равна 0.

6.2. Гравитационные волны

Характеристики волн — длина волны λ, период τ, фазовая скорость $c_ф$, групповая скорость $c_г$, круговая частота σ и волновые числа m, n, q (соответственно вдоль осей x, y, z) связаны между собой следующими соотношениями:

$$\lambda = \frac{2\pi}{M}, \quad \tau = \frac{2\pi}{\sigma}, \quad c_ф = \frac{\sigma}{M}, \quad c_г = \frac{d\sigma}{dM}, \quad M^2 = m^2 + n^2 + q^2. \tag{6.5}$$

Для гравитационных волн в устойчиво стратифицированной несжимаемой жидкости выполняется следующее дисперсионное соотношение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Gamma g}{1 + q^2/(m^2 + n^2)}}, \tag{6.6}$$

где $\Gamma = \frac{1}{T}\frac{d\theta}{dz}$, g — ускорение свободного падения.

Для гравитационных волн на поверхности раздела двух потоков с плотностями $\rho_1 = \text{const}$ и $\rho_2 = \text{const}$ и движущихся со ско-

ростями u_1 (верхний слой) и u_2 (нижний слой), дисперсионное соотношение имеет вид

$$c_\Phi = \frac{\delta_1\rho_1 u_1 + \delta_2\rho_2 u_2}{\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2} \pm \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\frac{\rho_2 - \rho_1}{\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2} - \delta_1\delta_2\rho_1\rho_2\frac{(u_1 - u_2)^2}{(\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2)^2}}, \tag{6.7}$$

где $\delta_1 = \operatorname{cth} mh_1$ и $\delta_2 = \operatorname{cth} mh_2$; ρ_1 и ρ_2 — плотности слоев; h_1 и h_2 — их толщина.

Если в последнем дисперсионном уравнении подкоренное выражение отрицательно, т. е. фазовая скорость c_Φ комплексна, то волны неустойчивы. Это будет всегда при $\rho_2 < \rho_1$, а при $\rho_2 > \rho_1$ в случае, если

$$\lambda < \frac{2\pi\delta_1\delta_2\rho_1\rho_2}{g(\rho_2 - \rho_1)(\delta_1\rho_1 + \delta_2\rho_2)}(u_1 - u_2)^2.$$

Значения $\operatorname{cth} x$ приведены в приложении 23. Для коротких волн $\left(\frac{\lambda}{h} \ll 1\right)$ значения mh_1 и mh_2 велики и $\operatorname{cth} mh_1 \approx \operatorname{cth} mh_2 \approx 1$. Для длинных волн $\left(\frac{\lambda}{h} \gg 1\right)$ значения mh_1 и mh_2 малы и $\operatorname{cth} mh_1 \approx \frac{1}{mh_1}$, $\operatorname{cth} mh_2 \approx \frac{1}{mh_2}$. Соответственно упрощается дисперсионное соотношение.

Длина стационарных волн, возникающих на поверхности раздела в атмосфере, определяется формулой

$$\lambda_{ст} = \frac{\pi}{g}(\Delta u)^2\frac{\overline{T}}{\Delta T}\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(\Delta u)^2}{g}\left(\frac{\overline{T}}{\Delta T}\right)^2}\,\Gamma}, \tag{6.8}$$

где $\Delta u = u_+ - u_-$, $\Delta T = T_+ - T_-$, $\overline{T} = \frac{1}{2}(T_+ + T_-)$.

Задачи

6.16. Определить, при каких значениях λ/h погрешность определения фазовой скорости распространения поверхностных коротких и длинных волн по упрощенным формулам не превышает 5 %.

6.17. Определить разность скоростей распространения волн длиной 20 м, на поверхности водоема, при его бесконечной глубине и при глубине 2,5 м. Влиянием атмосферы пренебречь.

6.18. Оценить ошибку в определении скорости распространения волн на поверхности глубокого моря, возникающую вследствие пренебрежения существованием атмосферы. Средний перенос в обеих средах отсутствует.

6.19. Определить длину и скорость распространения длинных волн $(\lambda/h \gg 1)$ с периодом 10 с, на поверхности водоема глубиной 3 м.

6.20. Как изменится скорость распространения длинных волн на поверхности водоема при уменьшении его глубины в 2 раза? Влиянием атмосферы пренебречь.

6.21. Найти длину волны, возникшей на поверхности раздела двух неподвижных масс, плотности которых различаются на 5 %, если период колебаний равен 18 с ($h/\lambda \gg 1$).

6.22. При каком значении отношения высоты расположения поверхности раздела в атмосфере к длине волны (H/λ) погрешность расчета фазовой скорости в приближении короткой волны не превышает 5 %? (Движением воздушных масс пренебречь.)

6.23. Какова длина волн, перемещающихся со скоростью 4 м/с у поверхности раздела двух неподвижных воздушных масс с температурами 8 и 20 °С ($h/\lambda \gg 1$)?

6.24. Определить период и скорость распространения волн длиной 300 м на границе раздела неподвижных воздушных масс с температурами 5 и 15 °С, полагая $h/\lambda \gg 1$.

6.25. Решить предыдущую задачу при условии, что обе воздушные массы движутся в одном направлении с одной и той же скоростью 10 м/с. Объяснить полученный результат.

6.26. Определить разность скоростей распространения волн длиной 1500 м на поверхности раздела двух неподвижных воздушных масс с температурами 4 и 12 °С при высоте расположения поверхности раздела 200 м и 2 км.

6.27. Во сколько раз длина волны у поверхности раздела двух масс, плотности которых различаются на 10 %, должна превосходить длину волны у свободной поверхности, чтобы скорости их распространения были одинаковы?

6.28. Упростить общее выражение для фазовой скорости в случае гравитационных волн на поверхности раздела двух воздушных масс с температурами T_2 и T_1 ($T_2 > T_1$) и распространяющихся в направлении, перпендикулярном линии фронта (положить, что $h/\lambda \gg 1$).

6.29. Используя результат предыдущей задачи, определить фазовую скорость гравитационных волн длиной 1000 м на стационарной поверхности раздела двух воздушных масс с температурами 13 и 25 °С.

6.30. Используя результат задачи 6.28, найти период гравитационных волн, распространяющихся по стационарной поверхности раздела в направлении, перпендикулярном линии фронта, со скоростью 10 м/с. Температура в теплой и холодной воздушных массах соответственно равна 20 и 12 °С.

6.31. Определить длину стационарных гравитационных волн на поверхности раздела двух воздушных масс с температурами 12 и 20 °С движущихся в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями 5 м/с. Вертикальный градиент температуры в обеих массах равен сухоадиабатическому.

6.32. Оценить перепад температуры на поверхности раздела двух потоков, движущихся в противоположных направлениях со

скоростями 4 м/с, если над поверхностью раздела наблюдаются стационарные гряды облаков, ориентированные перпендикулярно линии фронта и расположенные друг от друга на расстоянии 500 м ($\Gamma = 0$).

6.33. Определить длину стационарных волн, возникающих на фронтальной поверхности, разделяющей две изотермические воздушные массы, если скачок температуры на поверхности раздела составляет 10 °С, а разность касательных к фронту составляющих скорости ветра в них равна 15 м/с.

6.34. Вычислить зависимость частоты волн от параметра $\sqrt{g\Gamma}$ для значения $q^2/(m^2+n^2)$, равных 0, 3, 9 и 15.

6.35. Найти предельное значение длины волны, при котором теряется ее устойчивость, если поверхность разделяет две воздушные массы с $T_1 = 5$ °С и $T_2 = 12$ °С, $u_1 = 10$ м/с и $u_2 = 12$ м/с.

6.3. Волны, связанные с вращением Земли

Инерционными называют волны, поддерживаемые меридиональным градиентом силы Кориолиса. Дифференциальное уравнение, описывающее перемещение инерционных волн, имеет вид

$$\frac{\partial \nabla^2 \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \nabla^2 \Phi}{\partial x} + \beta \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0, \qquad (6.9)$$

где Φ — геопотенциал изобарической поверхности, приближенно заменяющий функцию тока;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

(ось x направлена на восток, ось y — на север); u — скорость основного зонального потока умеренных широт, направленная на восток и полагаемая постоянной;

$$\beta = \frac{dl}{dy} = \frac{2\omega}{a} \cos \varphi$$

— параметр Россби (a — радиус Земли).

Отсюда фазовая скорость простейших инерционных волн (характеристики которых не зависят от y) определяются по формуле

$$c = u - \frac{\beta \lambda^2}{4\pi^2}, \qquad (6.10)$$

где λ — длина волны.

Задачи

6.36. Вывести формулу, выражающую скорость перемещения инерционных волн в градусах долготы за сутки через скорость основного потока в тех же единицах, длину волны в градусах долготы и широту места.

6.37. Найти скорость распространения инерционных волн длиной 25° на широте 45° в основном потоке, имеющем скорость 10°/сут.

6.38. Какова длина стационарных волн в потоке скоростью 5°/сут на широте 40°?

6.39. На какой широте скорость, выраженная в градусах долготы, численно равна скорости, выраженной в м/с? Каково соотношение между этими числами на других широтах?

6.40. На какой широте скорость, выраженная в градусах долготы за сутки, численно равна скорости, выраженной в км/ч? Каково соотношение между этими числами на других широтах?

6.41. Найти скорость перемещения и период инерционных волн длиной 30° долготы в потоке скоростью 15° долготы в сутки на широте 50°.

6.42. Получить формулу для групповой скорости инерционных волн.

6.43. Доказать, что групповая скорость стационарных инерционных волн равна удвоенной скорости основного потока.

6.44. Определить фазовую и групповую скорости инерционных волн в потоке скоростью 20° долготы за сутки, если широта места 45°, а длина волны 60° долготы.

6.45. Какова длина инерционных волн, распространяющихся на запад в западном потоке скоростью 6° долготы за сутки на широте 50°? Какова их групповая скорость?

6.46. Найти скорость распространения инерционных волн с периодом 6 сут на широте 45° в потоке скоростью 20° долготы за сутки.

6.47. Найти период волн, распространяющихся со скоростью 5° долготы за сутки, в потоке скоростью 10° долготы за сутки на широте 40°.

6.48. Найти период, фазовую и групповую скорости инерционных волн длиной 30° долготы на широте 45° в зональном потоке скоростью 12,5° долготы за сутки.

6.49. На сколько передвинется за 5 сут изогипса $H = 528$ гп. дам на карте AT_{500} на широте 40°, если она имеет форму широтно расположенной синусоиды с расстоянием 12° долготы между ближайшими ложбиной и гребнем, а изогипсы 524 и 532 гп. дам имеют такую же форму и отстоят друг от друга на 10° широты?

6.50. Через сколько времени на месте ложбины в западном потоке, имеющем скорость 7° долготы за сутки, окажется гребень, если в начальный момент ближайший гребень расположен от нее на расстоянии 15° долготы? Широта места 45°.

7. Пограничный слой атмосферы

Пограничным слоем атмосферы называется нижний 1,5—2,0-километровый слой, в пределах которого распределение метеорологических элементов существенно определяется непосредственным влиянием подстилающей поверхности. Нижняя часть пограничного слоя высотой около 10—100 м, где турбулентные потоки практически постоянны по высоте, называется приземным слоем.

7.1. Приземный слой атмосферы

При изучении структуры приземного слоя рассматривается модель, основанная на использовании теории подобия, и нелинейная модель. В первом случае система уравнений движения, притока тепла и влаги замыкается выражением для коэффициента турбулентности, полученным на основании физических соображений о факторах, определяющих происходящие в этом слое процессы, с последующим применением анализа размерности:

$$k = v_* z F(z/L), \tag{7.1}$$

где

$$L = -\frac{v_*^3}{\varkappa \frac{g}{T} \frac{P_0}{\rho c_p}}.$$

Если определить вид $F(z/L)$ при безразличной и близкой к безразличной стратификациях, то нетрудно получить выражение для соответствующих коэффициентов турбулентности:

при $z/L = 0$

$$k = \varkappa v_* z; \tag{7.2}$$

при $0 < |z/L| \ll 1$

$$k = \varkappa v_* z (1 - \beta z/L). \tag{7.3}$$

Проинтегрировав с учетом этих выражений систему уравнений приземного слоя, получаем соотношения для профилей метеорологических величин:

при $z/L = 0$

$$u = \frac{v_*}{\varkappa} \ln z/z_0 \text{ или } u = u_1 \frac{\ln z/z_0}{\ln z_1/z_0}; \tag{7.4}$$

$$q - q(0) = -\frac{E_0}{\rho \alpha_q \varkappa v_*} \ln z/z_0 \text{ или } q - q(0) = (q_2 - q_1) \frac{\ln z/z_0}{\ln z_2/z_1}; \tag{7.5}$$

при $0<|z/L|\ll 1$

$$u=\frac{v_*}{\varkappa}(\ln z/z_0+\beta z/L), \tag{7.6}$$

$$\Theta=\Theta(0)+T_*(\ln z/z_0+\beta z/L), \tag{7.7}$$

$$q=q(0)+q_*(\ln z/z_0+\beta z/L). \tag{7.8}$$

Здесь

$$T_*=-\frac{P_0}{\rho c_p \varkappa \alpha_T v_*},\quad q_*=-\frac{E_0}{\rho\varkappa\alpha_q v_*}.$$

Для определения высоты приземного слоя можно использовать условие, предполагающее, что в пределах приземного слоя турбулентный поток количества движения изменяется с высотой на малую величину ε:

$$h=\varepsilon\frac{v_*^2}{2\omega_z c_g}.$$

В случае нелинейной модели решается замкнутая система уравнений, позволяющая определить все безразмерные характеристики приземного слоя атмосферы (u_n, Θ_n, q_n, b_n, k_n, l_n) как функции $z_n=z/L$ или вспомогательной переменной $y=f(z_n)$

$$z_h=\frac{2}{y}-\frac{2}{3}y^3-\frac{4}{3},\quad k_n=1-y^4,$$

$$b_n=y^2,\quad l_n=\frac{1-y^4}{y},$$

$$u_n=\widetilde{\Theta}_n+C_2=\widetilde{q}_n+C_3=\frac{2}{y}+2\operatorname{arctg}y+\ln\frac{|1-y|}{1+y}+C_1, \tag{7.9}$$

где

$$\widetilde{\Theta}_n=\widetilde{q}_n=\int\alpha_T\,d\Theta_n=\int\alpha_q\,dq_n,\quad u_n=\frac{\varkappa}{v_*}u,$$

$$b_n=c^{1/2}\frac{b}{v_*^2},\quad \Theta_n=-\frac{\rho c_p\varkappa v_*}{P_0}\Theta,$$

$$q_n=-\frac{\rho\varkappa v_*}{E_0}q,\quad k_n=\frac{k}{\varkappa v_* L},\quad l_n=\frac{l}{\varkappa c^{1/4}L}.$$

Выражение для масштабов можно получить, если считать, что все искомые величины должны быть функцией от v_*, $\frac{P_0}{\rho c_p}$, E_0/ρ, g/T, z и использовать П-теорему (см. п. 1.3).

Задачи

Модель, основанная на теории подобия

Безразличная стратификация

7.1. Получить выражения для профилей метеорологических величин и коэффициента турбулентности, при безразличной стратификации.

7.2. Получить аналитическую формулу для определения параметра шероховатости по измерениям скорости ветра на двух уровнях.

7.3. Оценить максимальную относительную ошибку определения параметра шероховатости по измерениям скорости ветра на двух уровнях: $z_1 = 2{,}0$ м и $z_2 = 4{,}0$ м, если $u_1 = 6$ м/с, $u_2 - u_1 = 0{,}9$ м/с, а ошибка измерения скорости ветра составляет $\pm 0{,}1$ м/с.

7.4. Вывести формулу для определения изменения коэффициента турбулентности при изменении параметра шероховатости (скорость ветра считать постоянной). Вычислить изменение коэффициента турбулентности, если на $z = 4{,}0$ м скорость ветра 5 м/с, а z_0 изменяется от 0,5 до 2,0 см.

7.5. Определить коэффициент турбулентности на высоте 8,0 м, если на $z = 2{,}0$ м скорость ветра 6 м/с, а на $z = 4{,}0$ м скорость ветра 6,9 м/с.

7.6. Получить формулу для определения скорости испарения (в мм/ч) по значениям парциального давления водяного пара на высотах 2,0 и 4,0 м и коэффициента турбулентности на высоте 2,0 м (принять $p = 1000$ гПа, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3). Определить скорость испарения, если $k = 0{,}2$ м^2/с, $e_1 - e_2 = 0{,}4$ гПа.

7.7. Определить шероховатость подстилающей поверхности, касательное напряжение трения, скорость испарения и поток тепла в почву по следующим данным градиентных измерений:

z м	0,5	1,0	2,0	5,0	9,0	15,0
u м/с	4,0	4,4	4,9	5,5	5,8	6,2
e гПа	15,4	—	15,0	—	—	—

Радиационный баланс равен 104,7 Вт/м^2, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $p = 1000$ гПа.

7.8. Рассчитать и построить график зависимости отношения v_*/u_{10} от параметра шероховатости (u_{10} — скорость ветра на $z = 10$ м). Вычислить коэффициент трения $C_D = (v_*/u_{10})^2$ для различных подстилающих поверхностей (см. приложение 19).

7.9. Рассчитать и построить зависимость высоты приземного слоя атмосферы от геострофического ветра для $\varphi = 60°$, $v_* = 0{,}5$ м/с, если в пределах этого слоя касательное напряжение трения уменьшается на 0,1 от значения у поверхности земли.

Стратификация, близкая к безразличной

7.10. Получить выражения для профилей метеорологических величин и коэффициента турбулентности при стратификации, близкой к безразличной (ограничиться первым приближением).

7.11. Рассчитать и построить графики скорости ветра, температуры воздуха и массовой доли водяного пара (для высот 0, 5, 1, 2, 4, 6, 10 м), если из наблюдений известны динамическая скорость $v_* = 0{,}5$ м/с, турбулентный поток тепла $P_0 = \pm 209{,}4$ Вт/м^2, скорость испарения $E_0 = 0{,}3$ мм/ч, $z_0 = 2$ см, температура подстилающей поверхности $t_0 = 15\,^\circ$C, массовая доля водяного пара $q_0 = 8\,‰$. Принять плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $\bar{T} = 290$ К, $\beta = 2{,}0$.

7.12. Для условий, заданных в задаче 7.11, рассчитать и построить зависимость коэффициента турбулентности от высоты (для $z = 0{,}5,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 10$ м).

7.13. Определить турбулентный поток тепла (P_0), скорость испарения (E_0) и коэффициент турбулентности (k) на высоте 4,0 м по следующим данным градиентных измерений:

z м	u м/с	t °C	q ‰
1,0	4,4	15,5	8,0
4,0	5,2	15,0	7,6

При расчетах принять $z_0 = 2$ см, $\beta = 2{,}0$, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $\bar{T} = 288$ К.

7.14. Определить турбулентный поток тепла (P_0), скорость испарения (E_0) и коэффициент турбулентности (k) на $z = 10$ м над морем по данным стандартных гидрометеорологических измерений:

z м	u м/с	t °C	q ‰
z_0	0,0	26,0	20,0
15	8,0	24,0	16,0

При расчетах принять $z_0 = mv_*^2/g$ $(m = 0{,}035)$, $\beta = 2{,}0$, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $\bar{T} = 290$ К.

7.15. Для условий, заданных в задаче 7.14, рассчитать скорость ветра, температуру воздуха и массовую долю водяного пара на высоте $z = 30$ м.

7.16. Определить скорость ветра, температуру и удельную влажность на $z = 10$ м, если известно, что на $z = 4$ м, $u = 7{,}6$ м/с, $t = 17\,^\circ$C, $q = 10\,‰$.

При решении задачи принять $\beta = 2{,}0$, $v_* = 0{,}3$ м/с, $E_0 = 0{,}3$ мм/ч, $P_0 = \pm 104{,}7$ Вт/м^2, $\alpha_т = 1{,}0$, $\alpha = 1{,}0$, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3.

7.17. Рассчитать и построить зависимость градиента скорости ветра, потенциальной температуры воздуха и массовой доли водяного пара от высоты ($z = 0{,}5,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 15,\ 20$ м), если $\beta = 2{,}0$, $v_* = 0{,}3$ м/с, $P_0 = \pm 104{,}7$ Вт/м^2, $E_0 = 0{,}4$ мм/ч, $\bar{T} = 300$ К, $\alpha_т = \alpha_q = 1$.

Нелинейная модель

7.18.* Получить выражения для масштабов, позволяющих привести систему уравнений для приземного слоя к безразмерному виду.

7.19.* Рассчитать и построить номограмму для определения масштаба Монина—Обухова (L) по данным градиентных измерений скорости ветра на $z_1 = 0{,}5$ м и $z_2 = 2{,}0$ м, а потенциальной температуры на $z_3 = 4$ м и $z_4 = 10$ м (см. приложения 17, 18).

7.20. С помощью номограммы, построенной в задаче 7.19, рассчитать масштаб L для следующих данных градиентных измерений:

z м	0,5	2	4	10
u м/с	6,5	7,5	—	—
t °C	—	—	15,8	15,4

7.21.* Рассчитать и построить график для определения масштаба L по данным стандартных гидрометеорологических измерений, содержащих сведения о температуре поверхности воды, а также о скорости ветра и температуре на уровне судовых измерений ($z = 15$ м). Принять, что на уровне шероховатости ($z_0 = 0{,}1$ см) температура воздуха равна температуре поверхности воды.

7.22. С помощью графика, построенного в задаче 7.21, рассчитать масштаб L без учета и с учетом поправки на изменение с высотой массовой доли водяного пара для следующих данных стандартных гидрометеорологических измерений:

z м	u м/с	t °C	q ‰
z_0	0	19	15
15,0	8,5	17	12

7.23.* Рассчитать и построить график для определения турбулентных потоков явного (P_0) и скрытого тепла (LE_0), а также динамической скорости (v_*) по данным градиентных измерений на высотах $z_1 = 0{,}5$ м и $z_2 = 2{,}0$ м. При расчетах принять $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $L = 2{,}491 \cdot 10^6$ Дж/кг, $\bar{T} = 290$ К, $\varkappa = 0{,}4$.

7.24.* Рассчитать и построить график для определения турбулентных потоков явного (P_0) и скрытого тепла (LE_0), а также динамической скорости (v_*) по данным стандартных гидрометеорологических измерений на $z = 14$ м (для определения параметра шероховатости воспользоваться формулой $z_0 = mv_*^2 g$ ($m = 0{,}035$). При расчетах принять $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $L = 2{,}491 \times 10^6$ Дж/кг, $\varkappa = 0{,}4$, $\bar{T} = 290$ К.

7.25.* По данным стандартных гидрометеорологических измерений из задачи 7.22 и с учетом графика из задачи 7.24 рассчитать и построить вертикальные профили скорости ветра, температуры и влажности (для $z = 0{,}5$, 1, 2, 4, 6, 20, 25, 30 м).

7.2. Пограничный слой атмосферы при стандартных условиях

При изучении структуры пограничного слоя простые и удобные для анализа выражения для профилей метеорологических величин, а также средних в пограничном слое характеристик турбулентности позволяет получить интегральная модель ($\bar{k} = \text{const}$). При этом решение замкнутой системы можно условно разделить на два этапа.

1. Определение профилей метеорологических величин, баланса сил и высоты пограничного слоя атмосферы через неизвестную (или заданную) величину $\bar{k}$

$$u = u_g - e^{-az}(u_g \cos az + v_g \sin az),$$
$$v = v_g - e^{-az}(v_g \cos az - u_g \sin az),$$
$$T_z = T_H + \gamma_a (H - z) + \frac{P_0}{\rho c_p \bar{k}} \frac{(H-z)^2}{2H},$$
$$q_z = q_H + \frac{E_0}{\rho \bar{k}} \frac{(H-z)^2}{2H},$$
$$aH = 2{,}3 \quad (\text{или } aH = \pi), \tag{7.10}$$

где $a = \sqrt{\omega_z / \bar{k}}$.

Приведенные выше соотношения могут быть обобщены для моделей, в которых задается априорный профиль k (задачи 7.28 и 7.29) или учитывается изменение геострофического ветра с высотой (задачи 7.30 и 7.31).

2. Определение средних в пограничном слое характеристик турбулентности:

а) через наблюденный профиль ветра ($\bar{k} = \text{const}$)

$$\bar{k} = \frac{4\omega_z}{\left\{\frac{d}{dz} \ln [(c_g - u)^2 + v^2]\right\}^2} \tag{7.11}$$

(при этом целесообразно использовать графический способ определения знаменателя в выражении для $\bar{k}$);

б) из замкнутой системы уравнений для пограничного слоя атмосферы

$$\bar{k} = m \frac{c_g^2}{\omega_z} \left(1 + \frac{g}{T} \frac{2{,}3}{2\rho c_p \omega_z} \frac{P_0}{c_g^2}\right),$$
$$\frac{1}{H} \int_0^H \varepsilon \, dz = E_3 = \frac{\omega_z^2}{2{,}3m} \bar{k},$$
$$\frac{1}{H} \int_0^H \bar{k} \left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right] dz = E_1 = \frac{\omega_z c_g^2}{2{,}3},$$
$$\frac{1}{H} \int_0^H \frac{g}{T} \bar{k} \frac{d\Theta}{dz} \, dz = E_2 = -\frac{g}{T} \frac{P_0}{2\rho c_p},$$

$$\frac{1}{H}\int_0^H b\,dz = \frac{\omega_z}{(2,3)^2 c_1^2}\bar{k} \quad (c_1 \approx 2{,}8\cdot 10^{-2}). \tag{7.12}$$

Кроме того, можно использовать также формулы:

$$\bar{k} = \frac{c_g^2\omega_z}{\pi N^2\left(1+\frac{\omega_z^2}{m\pi N^2}\right)},$$

$$H = \frac{c_g\sqrt{\pi}}{N\left(1+\frac{\omega_z^2}{m\pi N^2}\right)^{1/2}}, \tag{7.13}$$

где $N^2 = \frac{g}{T_0}\frac{\overline{d\Theta}}{dz}$ — частота Брента—Вяйсяла.

Рассмотренные выше модели с априорным заданием профиля коэффициента турбулентности не учитывают взаимосвязь между распределением параметров турбулентности и метеорологических величин.

Наиболее обоснованной является нелинейная дифференциальная модель пограничного слоя. В этом случае на основании численного решения задачи удается в табличном виде (см. приложение 20) получить зависимость безразмерных характеристик пограничного слоя от четырех безразмерных параметров: $S_n = f(z_n, \mathrm{Ro}, \mu, \Gamma)$. Эта зависимость получается после применения анализа размерности (П-теоремы) к исходной зависимости

$$S = f(z_0,\ c_g,\ g/T,\ P_0/\rho c_p,\ 2\omega_z,\ \gamma_a - \gamma_p,\ z),$$

$$z_n = \frac{2\omega_z z}{c_g},\quad u_n = \frac{u}{c_g},\quad v_n = \frac{v}{c_g},$$

$$k_n = \frac{2\omega_z k}{c_g^2},\quad b_n = \frac{b}{c_g^2},\quad \tau_{xn} = \frac{\tau_x}{c_g^2},$$

$$\tau_{yn} = \frac{\tau_y}{c_g^2},$$

$$E_{1n} = \frac{k\left[\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]}{100c_g^2 2\omega_z},$$

$$E_{2n} = \frac{\frac{g}{T}P_0}{2\omega_z\rho c_p c_g^2},\qquad E_{3n} = \frac{cb^2}{2\omega_z 100kc_g^2},\qquad E_{4n} = \frac{\alpha_b\frac{d}{dz}\left(k\frac{db}{dz}\right)}{2\omega_z 100c_g^2},$$

$$\mathrm{Ro} = \frac{c_g}{2\omega_z z_0}$$

— число Россби,

$$\mu = -\frac{g}{\bar{T}}\varkappa^2\frac{P_0/\rho c_p}{2\omega_z v_*^2}$$

— параметр стратификации нижней части пограничного слоя,

$$\Gamma = \frac{\alpha_T g \varkappa^4 (\gamma_a - \gamma_p)}{T(2\omega_z)^2}$$

— параметр стратификации в верхней части пограничного слоя.

В рамках рассмотренной нелинейной модели основной задачей является правильное описание динамических характеристик пограничного слоя атмосферы. С учетом этого обстоятельства вертикальные профили градиента температуры и массовой доли водяного пара (они определяют влияние стратификации) задаются в виде следующих аппроксимационных соотношений, которые асимптотически выполняются на границах пограничного слоя атмосферы:

$$\frac{d\Theta}{dz} = -\frac{P_0}{\rho c_p \varkappa v_* z} - (\gamma_p - \gamma_a),$$

$$\frac{dq}{dz} = -\frac{E_0}{\rho \varkappa v_* z} - \gamma_q. \qquad (7.14)$$

Задачи

Профили метеорологических элементов, баланс сил, определение высоты пограничного слоя при заданном $\bar{k}$

7.26. На широте $\varphi = 60°$ скорость геострофического ветра $c_g = 10$ м/с, а средний в пограничном слое коэффициент турбулентности $\bar{k} = 5$ м^2/с. Для высот 25, 50, 100, 200, 400, 600, 800 и 1200 м определить:

а) горизонтальные составляющие скорости ветра, модуль и направление вектора ветра;

б) горизонтальные составляющие, модули и направления векторов силы барического градиента, силы Кориолиса и силы трения.

На основании расчетов построить спираль Экмана и вертикальный профиль сил (считать $\rho = 1{,}3$ кг/м^3).

7.27. С помощью перехода к безразмерным переменным построить универсальную спираль Экмана, пригодную для любых значений широты φ, коэффициента турбулентности $\bar{k}$ и геострофического ветра c_g. На основании полученной спирали определить горизонтальные составляющие ветра на $z = 200$ м, если $c_g = 8$ м/с, $\varphi = 40°$, $\bar{k} = 5$ м^2/с (ось x направлена вдоль геострофического ветра).

7.28.* Вывести формулы, описывающие распределение ветра с высотой в пограничном слое атмосферы, если коэффициент турбулентности изменяется с высотой по следующему закону: $k = k_1 = \text{const}$ при $z < h$ и $k = k_2 = \text{const}$ при $z > h$.

На границе (при $z = h$) считать непрерывным ветер и касательные напряжения.

7.29. На основании формул, полученных в задаче 7.28, рассчитать и построить спираль Экмана (для $z = 25$, 50, 100, 200, 400, 600, 800 и 1200 м), если $c_g = 10$ м/с, $\varphi = 60°$, коэффициент турбулентности принимает следующие значения:

а) $k_1 = 1$ м^2/с, $k_2 = 5{,}1$ м^2/с, ($h = 30$ м);

б) $k_1 = 3$ м^2/с, $k_2 = 5{,}1$ м^2/с ($h = 100$ м).

7.30. Вывести формулы, описывающие распределение ветра с высотой в пограничном слое атмосферы при наличии термического ветра. При решении задачи принять: $\bar{k} = \text{const}$, $T/\bar{T} = 1$.

$$\frac{g}{2\omega_z \bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = a = \text{const}, \quad \frac{g}{2\omega_z \bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = b = \text{const}.$$

7.31. На основании формул, полученных в задаче 7.30, рассчитать и построить спираль Экмана (для $z = 25$, 50, 100, 400, 600, 800 и 1200 м), если $c_{g0} = 10$ м/с, $\varphi = 60°$, $\bar{T} = 273$ К, $\bar{k} = 10$ м^2/с, для следующих вариантов:

а) $\partial \bar{T}/\partial x = 1$ К/100 км, $\partial \bar{T}/\partial y = 1$ К/100 км;

б) $\partial \bar{T}/\partial x = 0$, $\partial \bar{T}/\partial y = 1$ К/100 км;

в) $\partial \bar{T}/\partial x = 1$ К/100 км, $\partial \bar{T}/\partial y = 0$;

г) $\partial \bar{T}/\partial x = 1$ К/100 км, $\partial \bar{T}/\partial y = -1$ К/100 км;

д) $\partial \bar{T}/\partial x = -1$ К/100 км, $\partial \bar{T}/\partial y = 1$ К/100 км.

7.32. Получить выражения для определения высоты пограничного слоя атмосферы как уровня на котором:

а) ветер впервые по направлению совпадает с геострофическим;

б) ветер впервые по модулю совпадает с геострофическим;

в) модуль скорости ветра впервые достигает экстремума;

г) отклонение модуля скорости ветра от геострофического, отнесенное к последнему, является малой величиной ε ($\varepsilon = 0{,}01$, 0,05, 0,10).

7.33. Рассчитать высоту пограничного слоя атмосферы для $\bar{k} = 10$ м^2/с, $\varphi = 60°$ по всем соотношениям, полученным в задаче 7.32.

7.34. Рассчитать и построить вертикальные профили температуры и массовой доли водяного пара в пограничном слое атмосферы (для $z = 25$, 50, 100, 200, 400, 600, 800 и 1200 м), если $\bar{k} = 5$ и 10 м^2/с, $\varphi = 60°$, $t_H = 10$ °С, $q_H = 8$ ‰, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $P_0 = 0$ и $\pm 104{,}7$ Вт/м^2, $E_0 = 0$ и $\pm 0{,}5$ мм/ч (при расчете высоты пограничного слоя и профилей считать, что $aH = 2{,}3$ и воспользоваться соотношениями для профилей в рамках интегральной модели).

7.35. Получить аналитическое выражение для определения высоты инверсии температуры в пограничном слое атмосферы при $\bar{k} = \text{const}$. Определить высоту инверсии для случая, когда $\bar{k} = 8$ м^2/с, $\varphi = 60°$, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $P_0 = -139{,}6$ Вт/м^2 (при определении высоты пограничного слоя принять $aH = 2{,}3$).

Определение средних в пограничном слое характеристик турбулентности

7.36. Вывести формулу для определения среднего в пограничном слое коэффициента турбулентности по данным шаропилотных наблюдений (воспользоваться выражением для спирали Экмана).

7.37. Определить средний в пограничном слое коэффициент турбулентности на основании следующих данных шаропилотных наблюдений на $\varphi = 60°$:

z м	100	200	300	400	500	600	700	1250	1500
c м/с	7,0	11,0	13,0	13,8	14,4	14,9	15,4	16,0	16,0
$\alpha°$	36	30	24	19	14	11	8	2	0

7.38. Определить средний в пограничном слое атмосферы коэффициент турбулентности и высоту пограничного слоя при $c_g = 10$ м/с, $\varphi = 60°$, $m = 5 \cdot 10^{-5}$, $\bar{T} = 273$ К, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, если у поверхности земли $P_0 = 0$ и $P_0 = \pm 69{,}8$ Вт/м^2 (при определении высоты пограничного слоя считать, что $aH = 2{,}3$).

7.39. Определить среднюю для пограничного слоя атмосферы кинетическую энергию турбулентности и диссипацию при $c_g = 10$ м/с, $\varphi = 60°$, $\bar{T} = 273$ К, $\rho = 1{,}3$ кг/м^3, $C_1 = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$, $C_2 = 9{,}6$, если турбулентный поток тепла у поверхности земли $P_0 = 0$ и $P_0 = \pm 69{,}8$ Вт/м^2.

7.40. На основании данных из задачи 7.38, определить средние в пограничном слое компоненты уравнения баланса энергии турбулентности E_1 и E_2.

7.41. Определить средний в пограничном слое атмосферы коэффициент турбулентности и диссипацию энергии турбулентности, если $m = 5 \cdot 10^{-5}$, $c_g = 15$ м/с, $\varphi = 60°$, $\bar{T} = 284$ К, $T_0 = 288$ К, $T_H = 280$ К (при определении высоты пограничного слоя использовать $aH = 2{,}3$).

7.42. Определить средний в пограничном слое коэффициент турбулентности и высоту пограничного слоя, если $c_g = 10$ м/с, $\varphi = 60°$, $T_0 = 273$ К, $\overline{d\Theta/dz} = 0{,}2$ и $0{,}4$ °С/100 м, $m = 5 \cdot 10^{-5}$ (при определении высоты пограничного слоя использовать $aH = \pi$).

Интегральная и нелинейная дифференциальная модель пограничного слоя

7.43. Рассчитать и построить профили ветра (спираль Экмана), температуры и массовой доли водяного пара (для $z = 25$, 50, 100, 400, 600, 800, 1200, 1600, 2000 м), если $t_H = 0$ °С, $q_H = 4$ ‰, $E_0 = \pm 0{,}5$ мм/ч. Остальные исходные данные, а также $\bar{k}$ и высоту пограничного слоя взять из задачи 7.38.

7.44. Рассчитать и построить спираль Экмана на основании нелинейной модели для $c_g = 10$ м/с, $\varphi = 60°$, $\mu_0 = 0$ и $\mu = \pm 50$ (параметр Россби $\mathrm{Ro} = 10^7$, $\Gamma = 400$) (см. приложение 20).

7.45. Рассчитать и построить профили температуры и массовой доли водяного пара в пограничном слое атмосферы над морем (для $z=25$, 50, 100, 200, 400, 600, 800, 1200 м), если $\rho=1{,}3$ кг/м^3, $\gamma_p=0{,}6$ °C/100 м, $\gamma_q=0{,}4$ ‰ на 100 м, $z_0=10^{-3}$ м, $v_*=0{,}25$ м/с, $t_0=15$ °C, $q_0=10$ ‰, $P_0=\pm 104{,}7$ Вт/м^2, $E_0=\pm 0{,}2$ мм/ч.

Получить аналитическое выражение для определения высоты инверсии.

7.46.* Получить выражение для характерного масштаба высоты и коэффициента турбулентности в нелинейной модели пограничного слоя атмосферы.

7.47. Рассчитать и построить зависимость c_{10}/c_g от геострофического ветра c_g, широты φ и параметра стратификации μ_0 для $\mathrm{Ro}=10^5$, 10^7, 10^9 и $\Gamma=400$ (см. приложение 20).

7.48. Рассчитать и построить профили кинетической энергии турбулентности и коэффициента турбулентности (для $z=25$, 50, 100, 200, 400, 600, 800 и 1200 м), если $\mathrm{Ro}=10^7$, $\mu_0=0$ и $\mu=\pm 50$, $\Gamma=400$, $\varphi=60°$, $c_g=10$ м/с (см. приложение 20).

7.49. Рассчитать и построить профили компонент уравнения баланса энергии турбулентности (для $z=25$, 50, 50, 100, 200, 400, 600, 800 и 1200 м), если $\mathrm{Ro}=10^9$, $\mu=0$ и $\mu=\pm 50$, $\Gamma=400$, $\varphi=60°$, $c_g=10$ м/с (см. приложение 20).

7.3. Вертикальная составляющая скорости на верхней границе пограничного слоя

На основании уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости вертикальная скорость на какой-либо высоте определяется следующим выражением:

$$w(z)=-\int_0^z \mathrm{div}_H \mathbf{V}\, dz', \tag{7.15}$$

которое позволяет в качестве оценок использовать формулу

$$w(z)=-z\bar{D}, \tag{7.16}$$

где $\bar{D}$ — среднее значение горизонтальной дивергенции скорости ветра в слое от подстилающей поверхности до высоты z.

Использование уравнений движения для пограничного слоя позволяет представить вертикальную скорость на верхней границе пограничного слоя в виде двух составляющих:

$$w=w_\tau+w_\beta,$$

где

$$w_\tau=\frac{1}{2\omega_z\rho}\left(\frac{\partial\tau_{0y}}{\partial x}-\frac{\partial\tau_{0x}}{\partial y}\right)=\frac{1}{2\omega_z\rho}\,\mathrm{rot}\,\tau_0 \tag{7.17}$$

— вертикальная скорость, обусловленная турбулентностью;

$$w_\beta = \frac{\beta}{2\omega_z} \int_0^z v\, dz' \qquad (7.18)$$

— вклад в поле вертикальных скоростей, связанный с изменением параметра Кориолиса.

В формулах (7.17) и (7.18) обозначено: $\omega_z = \omega \sin\varphi$ (ω — угловая скорость вращения Земли, φ — широта места), $\beta = \frac{2}{r} \times \frac{d\omega_z}{d\varphi} = \frac{2\omega}{r} \cos\varphi$ (r — радиус Земли), τ_{0x}, τ_{0y} — составляющие вектора касательного напряжения на поверхности ($z \to 0$), v — составляющая скорости ветра в меридиональном направлении (положительная в направлении возрастания угла φ).

Значение касательного напряжения τ_0 может быть вычислено по одной из упрощенных моделей приземного или пограничного слоя.

Задачи

7.50. Определить вертикальную скорость на верхней границе слоя толщиной 1 км, если в направлении движения скорость ветра в среднем по слою возрастает на 2 м/с на 500 км расстояния.

7.51. На каком расстоянии должны находиться линии тока, расположенные под углом 18° друг к другу, чтобы вертикальная скорость на верхней границе слоя толщиной 3 км составляла 1 см/с? Горизонтальная скорость в направлении среднего переноса равна 10 м/с.

7.52. Вычислить вертикальную скорость на верхней границе пограничного слоя высотой 1500 м, если ветер у земной поверхности отклоняется от изобары на 30°, а геострофический вихрь равен $-2 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$. Использовать соотношение $\sqrt{\frac{\omega_z}{k}} H = \pi$.

7.53. Получить выражение, характеризующее связь между фрикционными вертикальными скоростями на верхней границе пограничного слоя и полем давления в случае неизменного по высоте коэффициента турбулентности. Использовать результаты интегральной модели пограничного слоя (зависимость коэффициента турбулентности от геострофического ветра и стратификации).

7.54. Получить выражение, характеризующее связь между фрикционными вертикальными скоростями на верхней границе пограничного слоя и геострофическим вихрем, полагая при этом $k = \text{const}$. Использовать формулу для высоты пограничного слоя в интегральной модели при нейтральной стратификации.

7.55. Выразить вертикальную скорость на верхней границе пограничного слоя, обусловленную изменением параметра Корио-

лиса по широте, через меридиональную и широтную составляющие геострофического ветра. Использовать интегральную модель пограничного слоя.

7.56. Вывести формулу для величины w_τ в полярной системе координат.

7.57. Определить вертикальные скорости на верхней границе пограничного слоя атмосферы в четырех точках циклона, расположенных на расстоянии 400 км от его центра в меридиональном и широтном направлениях, если поле изобар представляет собой концентрические окружности. Скорость геострофического ветра возрастает линейно от центра циклона и достигает 10 м/с на расстоянии 400 км. Широта места 30°. Использовать результаты задач 7.54—7.56.

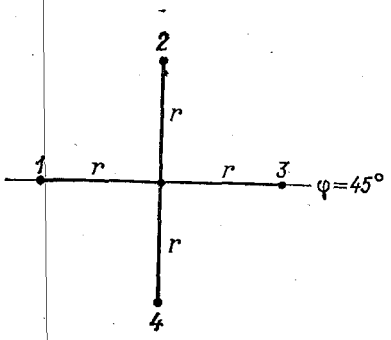


Рис. 7.1.

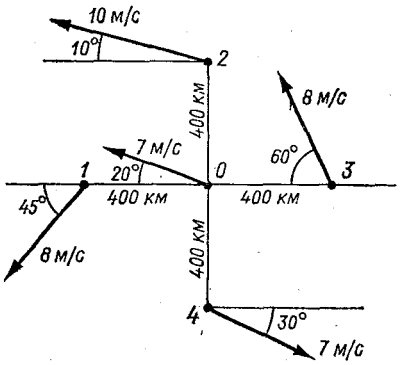


Рис. 7.2.

7.58. Определить фрикционные вертикальные токи на верхней границе пограничного слоя над центральной областью циклона с круговыми изобарами, если на расстоянии 500 км от центра на высоте 10 м ветер 6 м/с отклоняется от направления изобары на 30°. Широта места 60°, шероховатость поверхности 5 см. Использовать модель приземного слоя с линейным ростом коэффициента турбулентности и полярную систему координат.

7.59. Используя результаты задач 7.53 и 7.55, получить выражение для вертикальной скорости на верхней границе пограничного слоя, обусловленной трением и изменением параметра Кориолиса, и рассчитать ее величину для центра области, изображенной на рис. 7.1. Принять $p_0 = 1000$ гПа, $p_1 = 1005$ гПа, $p_2 = 995$ гПа, $p_3 = 993$ гПа, $p_4 = 1003$ гПа, $r = 400$ км, $\varphi = 45°$.

7.60. Определить высоту пограничного слоя и скорость фрикционных вертикальных токов на этой высоте для центра области (рис. 7.2), считая, что направление геострофического ветра в точках 1—4 соответствует данным, приведенным на рис. 7.2, а скорость ветра во всех точках одинакова и равна 10 м/с, $\varphi = 45°$. Использовать результаты нелинейной модели пограничного слоя (см. приложение 21), полагая $z_0 = 1$ см, $\mu_0 = 0$, $\Gamma = 400$.

7.61. На основании модели приземного слоя определить скорость фрикционных вертикальных токов над центром области (см. рис. 7.2), считая, что данные рисунка соответствуют значениям скорости приземного ветра на уровне 10 м. Шероховатость поверхности $z_0 = 5$ см. Стратификация нейтральная ($\mu_0 = 0$).

7.62. Определить вертикальную скорость на границе пограничного слоя над центральной областью кругового циклона, если давление в центре равно 986 гПа, а изобара 990 гПа имеет радиус 400 км. Среднюю высоту пограничного слоя принять равной 1 км. Широта места 50°. Использовать результаты задач 7.54 и 7.56.

7.63. Используя результаты нелинейной модели пограничного слоя (см. приложение 21), рассчитать фрикционную вертикальную скорость w_τ в центре области, изображенной на рис. 7.2, считая, что приведенные на рисунке данные соответствуют геострофическому ветру. При расчетах полагать $\mathrm{Ro} = 10^7$, $\varphi = 45°$, $\mu_0 = 0$, $\Gamma = 400$.

7.4. Нестационарные процессы в пограничном слое

Суточный ход температуры. Суточным ходом метеорологических величин называют их колебания, вызванные изменением потоков солнечной радиации в течение суток.

Температуру $T(t, z)$ в любой момент времени t можно представить в виде суммы:

$$T(t, z) = \overline{T}(z) + \vartheta(t, z), \tag{7.19}$$

где $\overline{T}(z)$ — среднее суточное значение, $\vartheta(t, z)$ — отклонение от него.

Если предположить постоянство коэффициентов температуропроводности, турбулентной (k) в воздухе[1] и молекулярной (a) в почве, и аппроксимировать суточный ход радиационного баланса на деятельной поверхности простой косинусоидой $R(t) = \overline{R} + R_1 \cos \omega t$, то для отклонения температуры от ее среднего суточного значения может быть получена формула

$$\vartheta(t, z) = \frac{R_1 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\, z}}{\sqrt{\omega}\left[\left(c_p + f_0 L \frac{dq_m}{dT}\Big|_{T=\overline{T}}\right)\rho\sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a}\right]} \times$$

$$\times \sin\left(\frac{\pi}{4} + \omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}}\, z\right), \tag{7.20}$$

где L — скрытая теплота парообразования; f_0 — относительная влажность воздуха вблизи подстилающей поверхности (доли единицы); q_m — массовая доля водяного пара; $\rho_1 c_1$ — объемная тепло-

[1] Коэффициент k обычно называют коэффициентом турбулентности для тепла.

емкость почвы, значения которой для разных почв приводятся в приложении 24; t — время, отсчитанное от момента, когда радиационный баланс достигает максимума.

Задачи

7.64. Определить время, когда температура поверхности почвы максимальна.

7.65. Получить формулу для запаздывания времени наступления максимальной температуры с высотой.

7.66. Рассчитать амплитуду суточного хода температуры поверхности почвы и температуры воздуха на высотах 2 и 100 м, если амплитуда радиационного баланса 69,8 Вт/м^2, коэффициент турбулентности 0,5 м^2/с. Почва сухая. Расходом тепла на испарение пренебречь.

7.67. Рассчитать и построить суточный ход температуры поверхности слабо увлажненной почвы и температуры воздуха на высоте 20 м, если коэффициент турбулентной температуропроводности равен: а) 1 м^2/с, б) 2 м^2/с. Изменение радиационного баланса в течение суток описывается уравнением $R(t) = (139{,}6 + 279{,}2 \cos \omega t)$ Вт/м^2. Средняя суточная температура поверхности почвы 30,5 °С, воздуха 26,8 °С. Расчет выполнить для $t = 2$, 4, 6, 8, 10 и 12 ч. Объяснить различие результатов расчета в случаях «а» и «б».

7.68. Определить смещение времени наступления максимума температуры на высотах 2 и 100 м относительно времени наступления максимума температуры на поверхности почвы, если $k = 0{,}5$ м^2/с.

7.69. Во сколько раз изменится амплитуда суточных колебаний температуры воздуха на высоте 100 м по сравнению с приземной, если средний коэффициент турбулентности составляет 1,2 м^2/с.

7.70. Определить коэффициент температуропроводности почвы, если на глубине 15 см имеет место сдвиг фазы суточных колебаний температуры относительно поверхности на 3 ч.

7.71. Рассчитать и построить суточный ход температуры воздуха на высоте 2 м над сухой и хорошо увлажненной почвой, если амплитуда радиационного баланса 558,4 Вт/м^2, а коэффициент турбулентности 1,5 м^2/с. Затратами тепла на испарение пренебречь. Средняя суточная температура 8 °С.

7.72. Вывести формулу для оценки толщины теплового пограничного слоя, приняв за его верхнюю границу уровень, на котором амплитуда суточного хода температуры уменьшается в n раз.

7.73. Определить высоту теплового пограничного слоя, приняв за нее уровень, на котором амплитуда суточных колебаний температуры уменьшится в 10 раз по сравнению с приземной, если коэффициент турбулентности равен 5 м^2/с.

7.74. В некоторый момент времени одна и та же фаза суточных колебаний в двух средах достигается на высотах z_1 и z_2. Определить отношение коэффициентов турбулентности в обеих средах.

7.75. Эмпирические данные показали, что амплитуды суточных колебаний температуры у поверхности земли и на высоте 800 м равны соответственно 15 и 2 °С. Чему равен в этом случае средний коэффициент турбулентности? На какой высоте амплитуда уменьшится по сравнению с приземной в 20 раз?

7.76. На некоторой высоте одна и та же фаза колебаний температуры в двух средах достигается в моменты t_1 и t_2. Отношение коэффициентов турбулентности в обеих средах $\frac{k_1}{k_2} = n$. Найти значение каждого из коэффициентов.

7.77. Найти амплитуды суточных колебаний температуры поверхности почвы при различной степени ее увлажненности (принять, что над сухой почвой $f_0 = 0$, над слабо увлажненной $f_0 = 0{,}7$, над хорошо увлажненной $f_0 = 0{,}9$ и над избыточно увлажненной $f_0 = 1$). Средняя суточная температура воздуха 20 °С, амплитуда радиационного баланса 279,2 Вт/м² и коэффициент турбулентности 0,5 м²/с. Воспользоваться приложением 24.

7.78. Определить коэффициент турбулентной температуропроводности, если при амплитуде радиационного баланса 209,4 Вт/м², максимальная температура поверхности слабо увлажненной почвы равна 39 °С. Относительная влажность воздуха вблизи поверхности 30 %, средняя суточная температура 28 °С.

7.79. На сколько градусов и как изменится амплитуда суточного хода температуры воздуха на уровне 2 м после орошения, если в результате этого мероприятия относительная влажность вблизи поверхности увеличилась от 20 до 100 %? Амплитуда радиационного баланса 558,4 Вт/м², коэффициент турбулентности 1,5 м²/с, $\bar{T} = 298$ К.

7.80. Оценить амплитуду радиационного баланса, если при относительной влажности воздуха 60 % и коэффициенте турбулентности 2 м²/с максимальное значение температуры в будке равно 28 °С, а средняя суточная температура 15 °С. Почва хорошо увлажнена.

7.81. При каком значении коэффициента турбулентной температуропроводности максимальная температура поверхности сухой почвы равна 45 °С, если ее средняя суточная температура 30 °С, а максимальное отклонение радиационного баланса от среднего суточного значения составляет 314 Вт/м²?

Ночное понижение температуры. Понижение температуры, связанное с радиационным выхолаживанием деятельной поверхности, можно рассчитать по формуле Брента:

$$\tau_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} E_{эф} \frac{\sqrt{t}}{\rho_1 c_1 \sqrt{a}}, \qquad (7.21)$$

где τ_0 — понижение температуры поверхности почвы за время t, отсчитываемое от момента вечерней изотермии (или от момента захода Солнца); $E_{эф}$ — эффективное излучение, которое можно принять постоянным в течение ночи, $\rho_1 c_1$ — объемная теплоем-

кость, значения которой для разного состояния почвы приводятся в приложении 24.

Значение эффективного излучения при ясном небе может быть определено с помощью номограммы, представленной в приложении 15 (радиационный график Ковалевой). В случае если небо покрыто облаками, найденное значение надо умножить на коэффициент

$$N = 1 - n\,(c_н n_н + c_с n_с + c_в n_в),$$

где n — общее количество облаков в долях единицы; $n_н$, $n_с$, $n_в$ — количество облаков соответственно нижнего, среднего и верхнего ярусов; $c_н$, $c_с$, $c_в$ — коэффициенты, определяющие степень влияния облаков каждого яруса (они равны соответственно 0,80, 0,65, 0,25).

Формула Брента не учитывает влияния турбулентного обмена на ночное понижение температуры и потому дает несколько завышенное значение.

Задачи

7.82. Используя теорию размерностей вывести формулу Брента.

7.83. Исходя из формулы Брента для ночного понижения температуры поверхности почвы получить формулу, позволяющую определить температуру по заданным значениям температуры в момент захода Солнца и через 1 ч после захода.

7.84. Рассчитать и построить кривые ночного хода температуры поверхности хорошо увлажненной почвы, если в момент захода Солнца температура и парциальное давление водяного пара вблизи поверхности были равны соответственно 10 °С и 5 гПа.

В течение ночи 0,6 площади неба было покрыто облаками а) нижнего, б) верхнего ярусов. Сравнить и объяснить различие кривых для случаев «а» и «б». Расчеты выполнить для $t = 2$, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 ч.

7.85. Построить график зависимости ночного понижения температуры от времени и понижения ее в первый час. Для построения выбрать шкалу времени, при которой зависимость изображается прямыми линиями.

7.86. Определить минимальную температуру поверхности сильно увлажненной почвы при безоблачном небе, если в момент захода Солнца температура воздуха при изотермическом распределении была 12 °С, а массовая доля водяного пара 6 ‰. Продолжительность ночи 10 ч.

7.87. Определить эффективное излучение, если температура слабо увлажненной поверхности почвы понизилась за 6 ч на 10 °С. Небо безоблачно.

7.88. Следует ли ожидать заморозки на хорошо увлажненной почве при безоблачном небе, если в момент захода Солнца

температура была 10 °С, а относительная влажность воздуха 65 %? Продолжительность ночи 7 ч.

7.89. За какое время температура поверхности почвы понизится до 1 °С, если в момент захода Солнца она была 10 °С, парциальное давление водяного пара 7 гПа? Расчеты выполнить для сухой, слабо увлажненной и сильно увлажненной почвы и сравнить результаты.

7.90. Определить, через какой интервал времени после захода Солнца при безоблачном небе начнется образование радиационного тумана, если в момент захода Солнца температура и массовая доля водяного пара по измерениям в будке соответственно равны 10 °С и 6,7 ‰. Предполагается, что массовая доля водяного пара не изменяется. Почва хорошо увлажнена. Как изменится этот результат, если почва будет слабо увлажнена?

7.91. Будет ли радиационный туман, если в момент захода Солнца температура воздуха 15 °С, а парциальное давление водяного пара 10 гПа? Почва хорошо увлажнена. В течение ночи все небо покрыто облаками верхнего яруса. Продолжительность ночи 10 ч.

7.5. Трансформация полей температуры и влажности

Известно, что при переходе воздушной массы с одной (старой) подстилающей поверхности на другую (новую), если свойства этих поверхностей существенно различаются, изменяются профили метеорологических величин. Это обусловлено турбулентным обменом между подстилающей поверхностью и воздухом. Слой, в котором такие изменения наблюдаются, называют внутренним пограничным слоем.

Если изменение ветра и коэффициента турбулентности с высотой аппроксимировать степенными законами

$$k = k_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^{1-\varepsilon} \text{ и } u = u_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^{\varepsilon}, \tag{7.22}$$

то установившиеся по времени профили температуры и массовой доли водяного пара (или плотности водяного пара) внутри трансформированного слоя над новой поверхностью можно вычислить по формуле

$$S(x, z) = S_1(z) - (S_0 - S_0') P(\chi^2, n). \tag{7.23}$$

Для определения вертикального турбулентного потока свойства S (температуры или характеристик влажности) в рассматриваемом случае получается следующее выражение:

$$\Pi_S = -k\rho \frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z=0} =$$

$$= -\rho \frac{k_1}{z_1^{1-\varepsilon}} \frac{S_0 - S_0'}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left[\frac{1+2\varepsilon}{\left(\frac{k_1 x}{u_1 z_1^{1-2\varepsilon}}\right)^{\varepsilon}}\right]^{\frac{1}{1+2\varepsilon}}. \tag{7.24}$$

В формулах (7.22)—(7.24) обозначено: k_1 и u_1 — коэффициент турбулентности и скорость ветра на $z = 1$ м; ε — параметр стратификации, равный 0,25 при инверсионных условиях, 0,14 при безразличном равновесии и 0,10 при сверхадиабатических градиентах; S — температура или массовая доля водяного пара, или плотность водяного пара; $S_1(z)$ — распределение соответствующей величины над старой подстилающей поверхностью; S_0 и S_0' — значения соответствующих величин при $z = 0$ над старой и новой подстилающими поверхностями; x — расстояние, которое прошел воздух над новой подстилающей поверхностью; $\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)$ — гамма-функция (интеграл Эйлера 1-го рода), для определения которой может быть использовано приложение 22; $P(\chi^2, n)$ — функция, которая учитывает влияние интенсивности турбулентного обмена, скорости ветра и координат точки на изменение профиля метеорологических величин и выражается через неполную Г-функцию;

$$\chi^2 = \frac{(z/z_1)^{1+2\varepsilon}\, u_1 z_1^2}{(1+2\varepsilon)^2 k_1 x}, \quad n = \frac{2\varepsilon}{1+2\varepsilon}.$$

Для определения функции $P(\chi^2, n)$ может быть использовано приложение 25. Функция $P(\chi^2, n) \to 0$ при $\chi^2 \to \infty$. Это дает возможность определить высоту внутреннего пограничного слоя как уровень, на котором значение χ^2 становится достаточно большим.

Задачи

7.92.[1] Воздушная масса, температура которой над сушей изменялась по закону $t(z) = 4 - 0{,}3z^{0{,}1}$, переходит на водную поверхность, имеющую температуру 10 °С. Как изменится температура на высоте 10 м после того, как воздушная масса пройдет 50 км от берега, если $k_1/u_1 = 0{,}05$ м?

7.93. Распределение плотности водяного пара над морем описывается уравнением $\rho_{п,1}(z) = \rho_п(0) - 0{,}8z^{0{,}14}$. Какой станет плотность на уровне будки на станции, расположенной на расстоянии 20 км от берега, если воздух станет поступать с моря на сушу со скоростью $u_1 = 7$ м/с? Коэффициент турбулентности на высоте 1 м равен 0,5 м²/с. Увлажненность поверхности суши пренебрежимо мала. Температура поверхности моря 8 °С.

7.94. В воздушной массе на континенте следующее распределение температуры и влажности по вертикали: $t_1(z) = 15 - 0{,}2z^{0{,}14}$, $\rho_{п,1}(z) = 11{,}2 - 1{,}2z^{0{,}14}$. Как изменится ее температура и плотность водяного пара на высоте 20 м, если температура воды 5 °С? Воздушная масса прошла путь над водной поверхностью, равный 50 км. Принять $k_1/u_1 = 0{,}05$ м.

---

[1] Здесь и далее в п. 7.5 приведены: z — в метрах, t — в градусах Цельсия, q — в промилле, $\rho_п$ — в граммах на кубический метр.

7.95. Воздушная масса перемещается с суши на море на высоте 1 м со скоростью 5 м/с. Можно ли ожидать образования тумана на уровне 2 м на расстоянии 10 км от берега над морем, температура поверхности которого 15 °С, если над сушей распределения температуры воздуха и массовой доли водяного пара по вертикали подчинялись уравнениям $t_1(z) = -1 + 0{,}3z^{0{,}25}$, $q_1(z) = 3{,}3 - 0{,}2z^{0{,}25}$? Коэффициент турбулентности на высоте 1 м равен 0,2 м²/с.

7.96. Как изменится относительная влажность на высоте 6 м в воздушной массе после того, как она пройдет 50 км над морем, если на берегу распределения температуры и массовой доли водяного пара в ней описывались следующими уравнениями: $t_1(z) = 5 - 0{,}4z^{0{,}14}$, $q_1(z) = 4 - 0{,}5z^{0{,}14}$, а скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте 1 м равнялись соответственно 8 м/с и 0,5 м²/с? Температура поверхности моря 12 °С.

7.97. Воздушная масса, в которой распределение температуры и плотности водяного пара по высоте описывалось уравнениями $t_1(z) = 10 - 0{,}2z^{0{,}14}$, $\rho_{п,1}(z) = 9{,}4 - 0{,}3z^{0{,}14}$, переходит с моря на сушу.

Может ли образоваться туман на высоте 10 и 50 м в районе аэропорта, расположенного на расстоянии 5 км от берега, если температура поверхности суши —5 °С, массовая доля водяного пара вблизи поверхности 2,3 ‰. Скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте 1 м соответственно равны 6 м/с и 0,2 м²/с. Принять плотность воздуха 1,3 кг/м³.

7.98. Определить вертикальную мощность тумана, который образуется над морем на расстоянии 15 км от берега при переходе воздуха с суши на море, если над сушей имело место следующее распределение температуры и массовой доли водяного пара по высоте $t_1(z) = -12 + 0{,}2z^{0{,}25}$, $q_1(z) = q_1(0) - 0{,}1z^{0{,}25}$, а относительная влажность у поверхности составляла 90 %. Отношение скорости ветра к коэффициенту турбулентности на высоте 1 м составляет 20 м$^{-1}$. Температура поверхности моря 5 °С. Для ответа на поставленный вопрос построить профили фактической и максимальной массовой доли водяного пара.

7.99. Температура поверхности суши изменяется от —5 до —15 °С. Относительная влажность воздуха 90 %. Изменение температуры и массовой доли водяного пара с высотой подчиняется закону: $t_1(z) = t_1(0) + 0{,}2z^{0{,}25}$, $q_1(z) = q_1(0) - 0{,}1z^{0{,}25}$.

При каком значении $t_1(0)$ может образоваться туман на высоте 2 м над уровнем моря, температура поверхности которого 3 °С, на расстоянии 15 км от берега, если ветер дует с суши на море на высоте 1 м со скоростью 5 м/с? Принять $k_1 = 0{,}02$ м²/с.

7.100. Вывести формулу для высоты верхней границы трансформированного слоя, полагая, что на этой высоте

$$\frac{S(z) - S_1(z)}{S(0) - S_1(0)} = \varepsilon \ll 1.$$

7.101. До какой высоты трансформируется воздух над сушей на расстоянии 20 км от берега при неустойчивой стратификации, если скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте 1 м равны соответственно 5 м/с и 0,4 м²/с? (За такую высоту принять уровень, на котором $P(\chi^2, n) = 0{,}1$.)

7.102. Определить относительное изменение высоты внутреннего пограничного слоя, если при прочих равных условиях скорость ветра на высоте 2 м увеличится в 2 раза при устойчивой и неустойчивой стратификациях.

7.103. Построить графики изменения высоты внутреннего пограничного слоя с удалением от границы раздела двух поверхностей при равновесной и неустойчивой стратификациях, принимая за такую высоту уровень, на котором $P(\chi^2, n) = 0{,}1$. Вычисления выполнить для расстояний $x = 5$, 10, 20 и 50 км. Принять $k_1/u_1 = 0{,}05$.

7.104. Определить верхнюю границу трансформированного слоя, приняв за нее уровень, на котором

$$\frac{T(z) - T_1(z)}{T_0 - T_1(0)} = 0{,}05,$$

на расстояниях 5 и 15 км от берега при неустойчивой стратификации, если коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м соответственно равны 0,25 м²/с и 7,5 м/с (воспользоваться приложением 25).

7.105 Определить турбулентный поток тепла на поверхности моря с температурой 15 °С на расстоянии 20 км от берега при переходе воздушной массы с суши на море, если температура поверхности суши равна 7 °С, коэффициент турбулентности и скорость ветра на уровне 1 м соответственно равны 0,5 м²/с и 5 м/с. Термическая стратификация неустойчивая.

7.106. Как изменится скорость испарения (при прочих равных условиях), если скорость ветра увеличится вдвое: 1) при равновесных, 2) при инверсионных и 3) при конвективных условиях?

7.107. Как изменится скорость испарения, если при прочих равных условиях коэффициент турбулентности уменьшится в 2 раза: 1) при равновесных условиях и 2) при сверхадиабатическом температурном градиенте?

7.108. На сколько меньше скорость испарения на расстоянии 300 м от наветренного берега, чем на расстоянии 50 м от него: 1) при инверсионных, 2) при равновесных и 3) при конвективных условиях?

7.109. В процессе суточного хода от утра к дню коэффициент турбулентности увеличился в 3 раза, а скорость ветра — в 2 раза. Как изменится от утра к дню скорость испарения, если термическая стратификация и утром и днем неустойчивая?

7.110. Получить общую формулу для скорости испарения с полосы длиной l в направлении ветра и единичной ширины.

7.111. Получить общую формулу для скорости испарения с прямоугольного бассейна площадью la, если ветер дует перпендикулярно к стороне длиной a.

7.112. Получить общую формулу для скорости испарения с кругового бассейна радиусом R. Для выполнения получающейся квадратуры воспользоваться интегралами Эйлера.

7.113. Найти отношение скоростей испарения с прямоугольного бассейна с отношением сторон 10 : 1 при ветре, дующем вдоль: а) большой и б) малой его сторон. Условия равновесные. Объяснить полученный результат.

7.114. Получить формулу для скорости испарения с бассейна в виде прямоугольного равнобедренного треугольника при ветре, дующем вдоль одного из катетов. Длину катета обозначить через a.

7.115. Ветер дует в одном случае вдоль стороны квадратного бассейна, в другом — вдоль его диагонали. В каком случае испарение с бассейна будет больше? Дать физическое объяснение результата.

7.116. Найти скорость испарения с квадратного бассейна длиной 1 км при ветре, дующем вдоль его стороны. Температура поверхности бассейна 7 °С, $k_1 = 0{,}07$ м²/с, $u_1 = 2$ м/с. Условия равновесные. Влажностью набегающего потока пренебречь.

7.117. Найти скорость испарения с кругового бассейна площадью 1 км² при температуре поверхности воды 17 °С. Относительная влажность набегающего потока составляет 65 %, $k_1 = 0{,}2$ м²/с, $u_1 = 2{,}5$ м/с. Условия конвективные.

7.118. Определить турбулентный поток тепла на поверхности суши, имеющей температуру —10 °С, на расстоянии 25 км от берега, если температура поверхности моря, с которого поступает воздух, 2 °С. Скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте 1 м соответственно равны 10 м/с и 0,15 м²/с. Термическая стратификация устойчивая.

7.119. Получить выражение, позволяющее определить, куда (вверх или вниз) направлен суммарный поток тепла (турбулентный поток тепла плюс затрата тепла на испарение), если известны температура и влажность поступающего воздуха и температура водной поверхности, на которую он поступает.

7.120. Куда направлен суммарный поток тепла, если температура испаряющей водной поверхности 7 °С, температура поступающего воздуха 15 °С, а абсолютная влажность 5 г/м³?

7.121. Рассчитать, какое количество воды испаряется в сутки с прямоугольного бассейна со сторонами 1,5 и 0,8 км при ветре, скорость которого на высоте 1 м равна 7 м/с, а направление совпадает с направлением большой стороны бассейна, если температура поверхности водоема 15 °С, а температура и относительная влажность вблизи поверхности суши соответственно равны 20 °С и 60 %. На высоте 1 м коэффициент турбулентности 0,6 м²/с. Стратификация атмосферы устойчивая.

7.122. На сколько уменьшится за 1 ч уровень воды в круглом испарителе диаметром 10 м при температуре воды 13 °С и относи-

тельной влажности воздуха 20 %. Принять $k_1 = 0{,}25$ м²/с, $u_1 = 1{,}3$ м/с. Условия конвективные.

7.123. Рассчитать, сколько воды испаряется за 1 ч с прямоугольного бассейна 0,8·1,0 км при ветре, дующем вдоль большей стороны, если температура поверхности воды 15 °С, а температура и относительная влажность воздуха вблизи поверхности над сушей соответственно равны 25 °С и 40 %. Скорость ветра и коэффициент турбулентности на высоте 1 м составляют 8 м/с и 0,4 м²/с. Стратификация атмосферы неустойчивая.

7.6. Турбулентная диффузия примесей и загрязнение атмосферы

Один из методов расчета объемной концентрации $q(x, y, z)$ примесей, поступающих в воздух из непрерывного точечного источника, основан на формуле

$$q(x, y, z) = \frac{e^{-y^2/2\sigma_y^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} S(x, z), \tag{7.25}$$

где $S(x, z)$ — плоская (или двумерная) концентрация примесей, которая находится в результате численного решения уравнения турбулентной диффузии,

$$u \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial S}{\partial z} \tag{7.26}$$

при следующих граничных условиях:

$$S(x, z)|_{x \to 0} = \frac{M}{u(h)} \delta(z - h),$$

$$k \frac{\partial S}{\partial z}\Big|_{z \to z_0} = 0,$$

$$S(x, z)|_{z \to \infty} = 0;$$

σ_y^2 — горизонтальная дисперсия частиц примеси, которая зависит от расстояния x до источника и метеорологических условий, M — мощность источника, h — высота источника.

Скорость ветра u и коэффициент турбулентности k, входящие в уравнение турбулентной диффузии, зависят от высоты и метеорологических условий. Они находятся в результате численного решения системы уравнений, описывающих структуру пограничного слоя атмосферы.

Таблица 7.1

Таблица для определения характеристик диффузии примеси от точечного источника (коэффициенты α, β и γ для $z_0=10$ см)

Коэффициент	$\mu_\phi=-50$				$\mu_\phi=0$				$\mu_\phi=+50$			
	x м											
	50	100	150	200	50	100	150	200	50	100	150	200
					$c_g=5$ м/с							
$\alpha \cdot 10^7$	8,44	11,84	2,21	3,89	65,40	4,17	0,22	2,13	77,64	1,20	0,01	—
$\beta \cdot 10^2$	5,55	10,87	20,12	2,56	8,00	22,10	43,76	5,37	4,02	34,97	76,06	—
$\gamma \cdot 10^5$	13,87	9,88	8,05	0,57	11,44	7,37	5,15	0,26	3,35	5,83	3,90	—
					$c_g=10$ м/с							
$\alpha \cdot 10^7$	62,48	6,13	1,55	0,60	42,53	3,85	0,51	0,01	40,44	2,05	0,18	0,01
$\beta \cdot 10^5$	0,32	1,05	1,63	2,06	0,66	1,70	3,00	4,57	0,86	2,42	4,02	6,84
$\gamma \cdot 10^1$	16,01	11,70	9,61	8,24	13,20	9,46	7,50	6,09	12,25	8,08	5,74	4,72
					$c_g=15$ м/с							
$\alpha \cdot 10^7$	—	5,29	1,16	0,33	45,73	3,90	0,56	0,12	31,67	2,58	0,22	0,03
$\beta \cdot 10^5$	—	0,89	1,59	2,41	0,28	1,37	2,61	3,50	0,63	1,76	3,52	4,98
$\gamma \cdot 10^1$	—	12,69	10,59	9,65	14,27	10,56	8,72	6,99	12,69	8,80	7,05	5,54

Результаты численного расчета приземной объемной концентрации на оси струи $q(x, 0, 0)$ могут быть апроксимированы в диапазоне расстояний 0,5—20 км следующей формулой:

$$\frac{q(x, 0, 0)}{M} = \alpha x^{\beta} e^{-\gamma x}.$$

Коэффициенты α, β и γ зависят от высоты источника h, стратификации атмосферы, характеризуемой параметром μ_0, скорости ветра c_g и параметра шероховатости z_0. В табл. 7.1 приведены значения α, β и γ в зависимости от указанных параметров. Значения коэффициентов α, β и γ выбраны таким образом, что x задается в метрах, а величина q/M получается в с/м^3.

Задачи

7.124. Получить формулу для расстояния (x_{max}), на котором приземная концентрация на оси струи имеет максимальное значение.

7.125. Пользуясь результатом решения предыдущей задачи, рассчитать x_{max} при разных скоростях ветра (5, 10 и 15 м/с) для источника высотой 100 м равновесно стратифицированной атмосферы ($\mu_0 = 0$) $z_0 = 10$ см. Объяснить зависимость x_{max} от скорости ветра.

7.126. Рассчитать расстояние, на котором наземная объемная концентрация на оси струи имеет максимальное значение, для разных высот источника (50, 100, 150 и 200 м) и фиксированных остальных параметрах: $c_g = 10$ м/с, $\mu_0 = 0$, $z_0 = 10$ см. Проанализировать и объяснить зависимость x_{max} от высоты источника.

7.127. Рассчитать x_{max} для разных типов стратификации атмосферы: неустойчивой ($\mu_0 = -50$), равновесной ($\mu = 0$) и устойчивой ($\mu_0 = +50$) при фиксированных остальных параметрах: $h = 100$ м, $c_g = 10$ м/с, $z_0 = 10$ см. Проанализировать и объяснить зависимость x_{max} от стратификации атмосферы.

7.128. Получить формулу для максимальной наземной концентрации на оси струи q_{max}/M.

7.129. Используя формулу для q_{max}/M, полученную в предыдущей задаче, рассчитать q_{max}/M для разных скоростей ветра (5, 10 и 15 м/с) при фиксированных остальных параметрах: $\mu_0 = 0$, $h = 100$ м, $z_0 = 10$ см. Объяснить зависимость q_{max} от скорости ветра.

7.130. Рассчитать q_{max}/M для разных высот источника при фиксированых остальных параметрах: $\mu_0 = 0$, $c_g = 10$ м/с, $z_0 = 10$ см. Объяснить полученную зависимость q_{max}/M от высоты источника.

7.131. Рассчитать q_{max}/M для разных типов стратификации атмосферы ($\mu_0 = -50$, $\mu_0 = 0$, $\mu_0 = +50$) при фиксированных остальных параметрах: $h = 100$ м, $c_g = 10$ м/с и $z_0 = 10$ см. Проанализировать зависимость q_{max}/M от стратификации атмосферы.

7.132. Написать формулу для наземной концентрации на оси струи в безразмерном виде, используя в качестве масштабов $q_0 = q_{\max}$ и $x_0 = x_{\max}$ (см. задачу 7.124).

7.133. Используя результаты предыдущей задачи, рассчитать значения безразмерной концентрации q_n на разных расстояниях x_n от источника:

а) для разных типов стратификации атмосферы ($\mu_0 = -50$, $\mu_0 = 0$, $\mu_0 = +50$) при фиксированных остальных параметрах: $h = 100$ м, $c_g = 10$ м/с, $z_0 = 10$ см;

б) при разных скоростях ветра (5, 10 и 15 м/с) и фиксированных остальных параметрах: $\mu_0 = 0$, $h = 100$ м, $z_0 = 10$ см;

в) для разных высот источника (50, 100, 150 и 200 м) при фиксированных остальных параметрах: $\mu_0 = 0$, $c_g = 10$ м/с и $z_0 = 10$ см.

Проанализировать зависимость распределения $q_n(x_n)$ от стратификации, скорости ветра и высоты источника.

8. Энергетика атмосферы и циркуляции

8.1. Энергетика атмосферы

Гравитационная потенциальная энергия столба атмосферы с единичным поперечным сечением

$$E_{\text{п}} = \int_h^H \rho(z)\, g(z)\, z\, dz,$$

внутренняя энергия того же столба равна

$$E_{\text{в}} = \frac{c_v}{A} \int_h^H T\rho(z)\, dz,$$

а кинетическая

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{2} \int_h^H (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)\, \rho\, dz.$$

Для всего воздушного столба

$$\frac{E_{\text{п}}}{E_{\text{в}}} = 0{,}41.$$

При политропическом распределении температуры $\left(\frac{\partial T}{\partial z} = -\gamma = \text{const}\right)$ в слое (h, H)

$$E_{\text{п}} + E_{\text{в}} = -Hp_H + hp_h + \frac{c_p}{A}\frac{T_h p_h - T_H p_H}{g + R\gamma};$$

для всего столба

$$E_{\text{п}} + E_{\text{в}} = \frac{c_p}{A}\int_0^\infty T\rho\, dz.$$

При адиабатических перемещениях в стационарном поле давления состояния движущейся частицы связаны соотношением

$$\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz + \frac{c_v T}{A} = \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{c_0^2}{2} + gz_0 + \frac{c_v T_0}{A}.$$

За единицу времени в единичном столбе превращается в энергию турбулентности следующее количество кинетической энергии упорядоченных движений:

$$\frac{dE}{dt} = \int_0^\infty k\left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right)^2\right]\rho\, dz.$$

Задачи

8.1. Вывести формулы для потенциальной, внутренней и кинетической энергии 1 г воздуха, который адиабатически переместился с уровня $z_1(p_1)$ на уровень $z_2(p_2)$.

8.2. Вывести формулу для кинетической энергии D, которая превращается в энергию турбулентности, в столбе с единичным поперечным сечением за единицу времени. Коэффициент турбулентной вязкости от высоты не зависит.

8.3. Вывести формулу для потенциальной и внутренней энергии единичного столба, расположенного между изобарическими поверхностями p_0 и p_h. Указанный столб находится в безразличном равновесии, а на промежуточном уровне p_1 $(p_0 > p_1 > p_h)$ имеет место скачок температуры ΔT.

8.4. Полагая в предыдущей задаче в слое (p_0, p_1) потенциальную температуру большей, чем в слое (p_1, p_h), вывести формулу для максимальной скорости, которая возникает в такой ситуации.

8.5. Вычислить изменение потенциальной и внутренней энергии, которое произойдет в столбе атмосферы с единичным поперечным сечением высотой 1000 м. В начальном состоянии $p_0 = 1000$ гПа, $T_0 = 300$ К, $\gamma = 1{,}2$ °С/100 м, в конечном состоянии $\gamma = 1$ °С/100 м (T_0 неизменно). Работой расширения пренебречь.

8.6. Для условий предыдущей задачи вычислить работу расширения.

8.7. Как меняется запас потенциальной и внутренней энергии всего столба атмосферы при изменении вертикального градиента температуры?

8.8. Получить выражение для суточных колебаний запасов потенциальной и внутренней энергии единичного столба атмосферы, обусловленных суточными колебаниями температуры, если температура может быть представлена следующей формулой:

$$T(z, t) = T_0 A e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\, z} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}}\, z\right),$$

где ω — угловая скорость вращения земли, k — коэффициент температуропроводности, A — суточная амплитуда колебаний температуры. Плотность меняется по следующему закону $\rho = \rho_0 e^{-z/8000}$.

Определить время достижения максимальных запасов потенциальной и внутренней энергии.

8.9. Найти время, за которое диссипация кинетической энергии будет составлять 10 % начального значения кинетической энергии. Для расчетов воспользоваться формулой Экмана.

8.10. Вычислить работу, затрачиваемую против сил Архимеда в столбе атмосферы с единичным поперечным сечением $\left(\frac{\partial T}{\partial z} = \right.$ $\left. = 0{,}6\,^\circ\text{C}/100\text{ м}\right)$.

8.2. Теорема о циркуляции

Циркуляция скорости Γ равна

$$\Gamma = \oint v_s\, dl = \bar{v}_s l,$$

где l — замкнутый контур, v_s — составляющая скорости по его направлению, $\bar{v}_s$ — среднее значение v_s по контуру.

Изменение циркуляции скорости по движущемуся контуру со временем под влиянием бароклинности может быть описано формулой

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\oint \frac{dp}{\rho}$$

при любом контуре l или

$$\left|\frac{d\Gamma}{dt}\right| = R\,\Delta T \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Приближенно при $\frac{p_1 - p_2}{p_1} \ll 1$

$$\left|\frac{d\Gamma}{dt}\right| = R\frac{\Delta T}{p}\Delta p,$$

если контур образован двумя изотермами (с разностью температур ΔT) и двумя изобарами (с давлением p_1 и p_2, разностью давлений Δp и средним давлением p). Направление $\frac{d\Gamma}{dt}$ совпадает с направлением кратчайшего поворота от $\mathrm{grad}\, p$ к $\mathrm{grad}\, T$.

Задачи

8.11. Определить среднюю скорость бризовой циркуляции по контуру через 2 ч после ее возникновения, если циркуляция распространилась на слой от $p_1 = 1000$ гПа до $p_2 = 985$ гПа по вертикали и на расстояние 50 км по горизонтали. Средний горизонтальный градиент равен 1 °С/10 км.

8.12. Определить протяженность района, охватываемого бризовой циркуляцией, если циркуляция действует в слое от $p_1 = 1000$ гПа до $p_2 = 950$ гПа, а средняя скорость по контуру через 2 ч после возникновения разности температур $\Delta T = 6$ °С составила 8 м/с.

8.13. Определить, когда бризовая циркуляция в слое между $p_1 = 1010$ гПа и $p_2 = 990$ гПа изменит направление, если в 23 ч 30 мин средняя скорость бриза была направлена с моря на сушу (в нижней его части) и равна 3 м/с, а средняя температура воды была больше температуры почвы на 6 °С. Воздух принимает температуру подстилающей поверхности на расстоянии 20 км от берега.

8.14. На сколько процентов изменится циркуляция скорости за 2 ч, если по контуру, образованному двумя изобарами ($p_1 = 1000$ гПа и $p_2 = 950$ гПа) и двумя изотермами ($t_1 = 10$ °С и $t_2 = 15$ °С), средняя скорость равна 6 м/с, а среднее расстояние между единичными изотермами 25 км?

8.15. Каким должно быть расстояние между изотермами $t_1 = 6$ °С и $t_2 = -2$ °С, чтобы в результате изменения циркуляции по контуру, образованному ими и двумя изобарами $p_1 = 990$ гПа и $p_2 = 970$ гПа, средняя по контуру скорость уменьшилась бы за 2 ч на 30 %? Начальное значение скорости равно 3 м/с.

8.16. Получить формулу для изменения циркуляции со временем по контуру, образованному двумя изобарами и двумя вертикалями. Выразить $\frac{d\Gamma}{dt}$ через относительный геопотенциал. Вывести правило для направления изменения циркуляции по такому контуру.

8.17. С помощью решения предыдущей задачи найти среднюю скорость циркуляции между точками A и B через 30 мин после того, как относительный геопотенциал H^{900}_{1000} стал на 150 гп. дам больше в точке A, чем в точке B, отстоящей от нее на 300 км.

8.18. Считая, что кольцо общей циркуляции простирается от полюса к экватору, температура которых различается на 40 °С, а по вертикали оно простирается до уровня 200 гПа, найти среднюю скорость общей циркуляции через сутки и через месяц после ее «возникновения». Объяснить причины абсурдности получаемого результата.

8.19. Определить среднюю скорость ветра вдоль контура в случае бризовой циркуляции через 1 ч после появления разности температур, если последняя составляет 6 °С в слое с давлением 1000 гПа у земли и на высоте 200 м с давлением 980 гПа. Циркуляция охватывает район по 20 км в глубь моря и суши от береговой линии.

8.20. Вычислить ускорение циркуляции по контуру, образованному двумя изобарами с давлением 1000 и 990 гПа и двумя вертикалями, если средняя температура выделенного слоя над первой точкой равна 15 °С, а над второй точкой 10 °С.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Единицы физических величин Международной системы ГОСТ 8.417—81 (Стандарт СЭВ 1052—78)

Величина	Единица			Размерность величины
	Наименование	Обозначение		
		русское	международное	
Основные единицы				
Длина	метр	м	m	L
Масса	килограмм	кг	kg	M
Время	секунда	с	s	T
Сила электрического тока	ампер	А	A	I
Термодинамическая температура	кельвин	К	K	Θ
Сила света	кандела	кд	cd	J
Дополнительные единицы				
Плоский угол	радиан	рад	rad	
Телесный угол	стерадиан	ср	sr	
Производные единицы				
Площадь	квадратный метр	$м^2$	m^2	L^2
Объем	кубический метр	$м^3$	m^3	L^3
Частота	герц	Гц	Hz	T^{-1}
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	kg/m^3	$L^{-3}M$
Скорость	метр в **секунду**	м/с	m/s	LT^{-1}
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	rad/s	T^{-1}
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$	m/s^2	LT^2
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	$рад/с^2$	rad/s^2	T^{-2}
Сила	ньютон	Н	N	LMT^{-2}
Давление	паскаль	Па	Pa	$L^{-1}MT^{-2}$
Динамическая вязкость	паскаль-секунда	Па · с	Pa · s	$L^{-1}MT^{-1}$
Кинематическая вязкость	квадратный метр на секунду	$м^2/с$	m^2/s	L^2T^{-1}
Работа, энергия, количество теплоты	джоуль	Дж	J	$L^2T^{-2}M$
Мощность, поток энергии	ватт	Вт	W	L^2MT^{-3}
Количество движения	ньютон-секунда	Н · с	N · s	LMT^{-1}
Момент силы	ньютон-метр	Н · м	N · m	L^2MT^{-2}
Импульс момента силы	ньютон-метр-секунда	Н · м · с	N · m · s	L^2MT^{-1}
Момент инерции (динамический)	килограмм-метр в квадрате	$кг · м^2$	$kg · m^2$	L^2M
Момент количества движения	джоуль-секунда	Дж · с	J · s	L^2MT^{-1}

Величина	Единица			Размерность величины
	Наименование	Обозначение		
		русское	международное	
Удельное количество теплоты	джоуль на килограмм	Дж/кг	J/kg	L^2T^{-2}
Коэффициент расширения	—	$К^{-1}$	K^{-1}	Θ^{-1}
Удельная теплоемкость, удельная энтропия	джоуль на килограмм-Кельвин	Дж/(кг·К)	J/(kg · K)	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$
Поверхностная плотность потока энергии	ватт на квадратный метр	Вт/м²	W/m^2	MT^{-3}
Коэффициент теплоотдачи	ватт на квадратный метр-Кельвин	Вт/(м²·К)	$W/(m^2 \cdot K)$	$MT^{-3}\Theta^{-1}$
Градиент температуры	Кельвин на метр	К/м	K/m	ΘL^{-1}
Коэффициент теплопроводности	ватт на метр-Кельвин	Вт/(м·К)	W/(m · K)	$LMT^{-3}\Theta^{-1}$
Световой поток	люмен	лм	lm	J
Яркость	кандела на квадратный метр	кд/м²	cd/m^2	$L^{-2}J$
Освещенность	люкс	лк	lx	$L^{-2}J$
Коэффициент температуропроводности	квадратный метр на секунду	м²/с	m^2/s	L^2T^{-1}
Интенсивность излучения	ватт на квадратный метр	Вт/м²	W/m^2	MT^{-3}
Поглощенная доза излучения	грей	Гр	Gy	L^2T^{-2}
Мощность поглощенной дозы	грей в секунду	Гр/с	Gy/s	L^2T^{-3}

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Соотношение тепловых единиц, основанных на калориях, с единицами Международной системы

Величина	Единица	
	обозначение	соотношение с единицей СИ
Количество теплоты	кал	4,1868 Дж
Удельная теплота	кал/г	$4{,}1868 \cdot 10^3$ Дж/кг
Теплоемкость	кал/К	4,1868 Дж/К
Удельная теплоемкость	кал/(г·К)	$4{,}1868 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Энтропия	кал/К	4,1868 Дж/К
Удельная энтропия	кал/(г·К)	$4{,}1868 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К)
Тепловой поток	кал/с	4,1868 Вт
Поверхностная плотность теплового потока	кал/(с·см²)	$4{,}1868 \cdot 10^4$ Вт/м²
Коэффициент теплообмена	кал/(с·см²·К)	$4{,}1868 \cdot 10^4$ Вт/(м²·К)
Коэффициент теплопроводности	кал/(с·см·К)	$4{,}1868 \cdot 10^2$ Вт/(м·К)
Коэффициент температуропроводности	м²/ч	$2{,}7778 \cdot 10^{-4}$ м²/с

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Численное значение
Нормальное ускорение свободного падения	9,81 м/с^2
Постоянная Стефана-Больцмана	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$К^4)
Универсальная газовая постоянная	8,32 Дж/(моль·К)
Удельная газовая постоянная сухого воздуха	286,8 Дж/(кг·К)
Удельная газовая постоянная водяного пара	460 Дж/(кг·К)
Удельная теплоемкость воздуха при p=const	1007 Дж/(кг·К)
Удельная теплоемкость воздуха при v=const	720 Дж/(кг·К)
Скрытая теплота испарения воды при t=0 °С	$2{,}491 \cdot 10^6$ Дж/кг
Теплота плавления льда при t=0 °С	$3{,}334 \cdot 10^5$ Дж/кг
Вязкость воздуха при 0 °С	$1{,}72 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с)
Нормальное давление p_0	1013 гПа=$1{,}013 \cdot 10^5$ Н/м^2
Плотность воздуха при t=0 °С, f=0 %, p=1000 гПа	1,293 кг/м^3
Плотность воды	$1 \cdot 10^3$ кг/м^3
Солнечная постоянная	1376 Вт/м^2
Угловая скорость вращения Земли	$7{,}29 \cdot 10^{-5}$ рад/с
Средний радиус Земли	$6{,}3675 \cdot 10^6$ м

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Значения скрытой теплоты парообразования L при разных температурах

t °С	0	5	10	15	20	25	30
$L \cdot 10^{-6}$ Дж/кг	2,50	2,59	2,48	2,46	2,45	2,44	2,43

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Порядок значений метеорологических величин и их производных (по Фридману и Гессельбергу)

Величина	Значение	$\partial/\partial s$	$\partial/\partial z$	$\partial/\partial t$	$\partial^2/\partial s^2$
v_s	10^0—10^1	10^{-5}—10^{-4}	10^{-3}—10^{-2}	10^{-4}—10^{-3}	10^{-10}—10^{-9}
w	10^{-2}—10^{-1}	10^{-7}—10^{-6}*	10^{-5}—10^{-4}	10^{-6}—10^{-5}*	10^{-10}—10^{-9}*
p	10^2	10^{-7}—10^{-6}	10^{-2}	10^{-5}—10^{-4}	10^{-12}—10^{-11}
α	10^3	10^{-5}—10^{-4}	10^{-1}	10^{-4}—10^{-3}	10^{-10}—10^{-9}
T	10^2	10^{-5}—10^{-4}	10^{-3}—10^{-2}	10^{-4}—10^{-3}	10^{-10}—10^{-9}

Величина	Значение	$\partial^2/\partial z^2$	$\partial^2/\partial s\,\partial z$	$\partial^2/\partial t^2$	$\partial^2/\partial s\,\partial t$	$\partial^2/\partial z\,\partial t$
v_s	10^0—10^1	10^{-5}—10^{-4}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-7}—10^{-6}
w	10^{-2}—10^{-1}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-10}—10^{-9}*	10^{-10}—10^{-9}*	10^{-11}—10^{-10}*	10^{-9}—10^{-8}
p	10^2	10^{-6}	10^{-10}—10^{-9}	10^{-9}—10^{-8}	10^{-10}—10^{-9}	10^{-9}—10^{-8}
α	10^3	10^{-5}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-9}—10^{-8}	10^{-7}—10^{-6}
T	10^2	10^{-5}—10^{-4}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-8}—10^{-7}	10^{-9}—10^{-8}	10^{-7}—10^{-6}

Примечания: 1. $\partial/\partial s$ — производная по горизонтали.
2. Звездочка означает, что ниже 500 м величина на один-два порядка меньше.

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Характерные значения конечно-разностных производных метеорологических величин в слое от подстилающей поверхности до 5 км (по Юдину). Интервал времени 12 ч. Шаг по горизонтали 500 км, шаг по вертикали 2,5 км (система: метр-тонна-секунда-градус Цельсия)

Величина	$\partial/\partial s$	$\partial/\partial t$	$\partial/\partial z$	$\partial^2/\partial s^2$
u, v	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-11}$
p	$8 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-6}$	10^{-3} (10^{-2})	$1{,}5 \cdot 10^{-12}$
T	$7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-5}$	10^{-3} ($6 \cdot 10^{-3}$)	$2 \cdot 10^{-11}$
ρ	$3 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{-10}$	10^{-8} (10^{-7})	$8 \cdot 10^{-17}$
w	$2 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-6}$	
Ω_z	$4 \cdot 10^{-11}$	$4 \cdot 10^{-10}$	$7 \cdot 10^{-9}$	

Величина	$\partial^2/\partial s\,\partial t$	$\partial^2/\partial s\,\partial z$	$\partial^2/\partial t^2$	$\partial^2/\partial t\,\partial z$	$\partial^2/\partial z^2$
u, v	$3 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$1{,}2 \cdot 10^{-6}$
p	$1{,}5 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-9}$	10^{-7} (10^{-6})
T	$2 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$7 \cdot 10^{-7}$
ρ	$8 \cdot 10^{-16}$	$6 \cdot 10^{-15}$	10^{-14}	$6 \cdot 10^{-14}$	10^{-12}
w					(10^{-11})
Ω_z					

Примечание. Числа в скобках — средние значения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Таблица Балларда для вычисления потенциальной температуры $\left[\text{значения } \left(\frac{1000}{p}\right)^{0,288}\right]$

p гПа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	2,5270	2,5091	2,4917	2,4749	2,4586	2,4428	2,4273	2,4124	2,3977	2,3834
50	2,3697	2,3562	2,3431	2,3303	2,3178	2,3056	2,2936	2,2820	2,2706	2,2594
60	2,2485	2,2378	2,2274	2,2171	2,2071	2,1973	2,1876	2,1782	2,1689	2,1598
70	2,1509	2,1421	2,1335	2,1250	2,1167	2,1086	2,1005	2,0926	2,0549	2,0772
80	2,0697	2,0623	2,0550	2,0479	2,0408	2,0339	2,0271	2,0205	2,0137	2,0071
90	2,0007	1,9943	1,9880	1,9819	1,9758	1,9698	1,9638	1,9580	1,9522	1,9465
100	1,9409	1,9354	1,9298	1,9244	1,9191	1,9138	1,9086	1,9034	1,8983	1,8933
110	1,8883	1,8834	1,8786	1,8738	1,8690	1,8643	1,8597	1,8551	1,8505	1,8460
120	1,8416	1,8372	1,8328	1,8285	1,8243	1,8201	1,8159	1,8118	1,8077	1,8036
130	1,7996	1,7956	1,7917	1,7878	1,7840	1,7802	1,7764	1,7726	1,7689	1,7652
140	1,7616	1,7580	1,7545	1,7509	1,7474	1,7439	1,7405	1,7370	1,7336	1,7303
150	1,7270	1,7237	1,7204	1,7171	1,7139	1,7107	1,7076	1,7044	1,7013	1,6982
160	1,6952	1,6921	1,6891	1,6861	1,6831	1,6802	1,6773	1,6744	1,6715	1,6686
170	1,6658	1,6630	1,6602	1,6574	1,6547	1,6520	1,6493	1,6466	1,6439	1,6412
180	1,6386	1,6360	1,6334	1,6308	1,6283	1,6257	1,6232	1,6207	1,6182	1,6157
190	1,6133	1,6109	1,6085	1,6061	1,6037	1,6013	1,5989	1,5966	1,5943	1,5919
200	1,5896	1,5874	1,5851	1,5829	1,5806	1,5784	1,5762	1,5740	1,5718	1,5696
210	1,5675	1,5653	1,5632	1,5611	1,5590	1,5569	1,5548	1,5527	1,5507	1,5487

p гПа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
220	1,5466	1,5446	1,5426	1,5406	1,5386	1,5367	1,5347	1,5327	1,5307	1,5288
230	1,5269	1,5250	1,5231	1,5212	1,5194	1,5175	1,5157	1,5138	1,5120	1,5102
240	1,5083	1,5065	1,5047	1,5029	1,5012	1,4994	1,4977	1,4959	1,4942	1,4924
250	1,4907	1,4890	1,4873	1,4856	1,4839	1,4822	1,4805	1,4789	1,4773	1,4756
260	1,4740	1,4724	1,4707	1,4691	1,4675	1,4659	1,4643	1,4627	1,4612	1,4596
270	1,4580	1,4564	1,4549	1,4534	1,4519	1,4504	1,4488	1,4473	1,4458	1,4443
280	1,4428	1,4414	1,4399	1,4384	1,4369	1,4355	1,4340	1,4326	1,4312	1,4298
290	1,4283	1,4269	1,4255	1,4241	1,4227	1,4213	1,4199	1,4186	1,4172	1,4158
300	1,4144	1,4130	1,4117	1,4104	1,4091	1,4077	1,4064	1,4051	1,4038	1,4025
310	1,4012	1,3999	1,3986	1,3973	1,3960	1,3947	1,3934	1,3921	1,3909	1,3897
320	1,3884	1,3871	1,3859	1,3847	1,3835	1,3822	1,3810	1,3798	1,3786	1,3774
330	1,3762	1,3750	1,3738	1,3726	1,3714	1,3702	1,3690	1,3678	1,3667	1,3655
340	1,3644	1,3632	1,3621	1,3609	1,3598	1,3586	1,3575	1,3564	1,3553	1,3541
350	1,3530	1,3519	1,3508	1,3497	1,3486	1,3475	1,3464	1,3453	1,3443	1,3432
360	1,3421	1,3410	1,3400	1,3389	1,3378	1,3367	1,3357	1,3346	1,3336	1,3325
370	1,3315	1,3305	1,3295	1,3284	1,3274	1,3264	1,3254	1,3244	1,3234	1,3224
380	1,3214	1,3204	1,3194	1,3184	1,3174	1,3164	1,3154	1,3144	1,3135	1,3125
390	1,3115	1,3105	1,3096	1,3086	1,3077	1,3067	1,3058	1,3048	1,3039	1,3029
400	1,3020	1,3010	1,3001	1,2992	1,2983	1,2973	1,2964	1,2955	1,2946	1,2937
410	1,2928	1,2919	1,2909	1,2900	1,2892	1,2883	1,2874	1,2865	1,2856	1,2847
420	1,2838	1,2829	1,2821	1,2812	1,2803	1,2794	1,2786	1,2777	1,2769	1,2760
430	1,2751	1,2743	1,2735	1,2726	1,2717	1,2709	1,2701	1,2692	1,2684	1,2675

p гПа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
440	1,2667	1,2659	1,2651	1,2642	1,2634	1,2626	1,2618	1,2610	1,2602	1,2594
450	1,2586	1,2578	1,2570	1,2562	1,2554	1,2546	1,2538	1,2530	1,2522	1,2514
460	1,2506	1,2498	1,2491	1,2483	1,2475	1,2467	1,2460	1,2452	1,2444	1,2436
470	1,2429	1,2421	1,2414	1,2406	1,2399	1,2391	1,2384	1,2376	1,2369	1,2361
480	1,2354	1,2346	1,2339	1,2331	1,2324	1,2317	1,2310	1,2302	1,2295	1,2288
490	1,2281	1,2273	1,2266	1,2259	1,2252	1,2245	1,2238	1,2231	1,2224	1,2216
500	1,2209	1,2202	1,2195	1,2188	1,2181	1,2174	1,2168	1,2161	1,2154	1,2147
510	1,2140	1,2133	1,2127	1,2120	1,2113	1,2106	1,2099	1,2093	1,2086	1,2079
520	1,2072	1,2066	1,2059	1,2052	1,2045	1,2039	1,2032	1,2026	1,2019	1,2013
530	1,2006	1,2000	1,1993	1,1987	1,1980	1,1974	1,1967	1,1961	1,1955	1,1948
540	1,1942	1,1935	1,1929	1,1923	1,1917	1,1910	1,1904	1,1898	1,1891	1,1885
550	1,1879	1,1872	1,1866	1,1860	1,1854	1,1848	1,1842	1,1836	1,1830	1,1823
560	1,1817	1,1811	1,1805	1,1799	1,1793	1,1787	1,1781	1,1775	1,1769	1,1763
570	1,1757	1,1751	1,1745	1,1739	1,1735	1,1728	1,1722	1,1716	1,1710	1,1704
580	1,1699	1,1693	1,1687	1,1681	1,1675	1,1669	1,1664	1,1658	1,1653	1,1647
590	1,1641	1,1635	1,1630	1,1624	1,1618	1,1613	1,1607	1,1602	1,1596	1,1591
600	1,1585	1,1579	1,1574	1,1568	1,1563	1,1557	1,1552	1,1546	1,1541	1,1535
610	1,1530	1,1524	1,1519	1,1513	1,1508	1,1502	1,1497	1,1492	1,1487	1,1482
620	1,1476	1,1471	1,1465	1,1460	1,1455	1,1449	1,1444	1,1439	1,1434	1,1428
630	1,1423	1,1418	1,1413	1,1408	1,1403	1,1398	1,1393	1,1387	1,1382	1,1377
640	1,1372	1,1366	1,1361	1,1356	1,1351	1,1346	1,1341	1,1336	1,1331	1,1326
650	1,1321	1,1316	1,1311	1,1306	1,1301	1,1296	1,1291	1,1286	1,1281	1,1276

p гПа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
660	1,1271	1,1266	1,1261	1,1256	1,1252	1,1247	1,1242	1,1237	1,1232	1,1228
670	1,1223	1,1218	1,1213	1,1208	1,1203	1,1198	1,1194	1,1189	1,1184	1,1180
680	1,1175	1,1170	1,1165	1,1160	1,1156	1,1151	1,1146	1,1142	1,1137	1,1133
690	1,1128	1,1123	1,1118	1,1114	1,1109	1,1105	1,1100	1,1096	1,1091	1,1087
700	1,1082	1,1078	1,1073	1,1069	1,1064	1,1060	1,1055	1,1051	1,1046	1,1042
710	1,1037	1,1033	1,1028	1,1023	1,1019	1,1014	1,1010	1,1005	1,1001	1,0996
720	1,0992	1,0988	1,0983	1,0979	1,0975	1,0970	1,0966	1,0962	1,0957	1,0953
730	1,0949	1,0944	1,0940	1,0935	1,0931	1,0927	1,0923	1,0918	1,0914	1,0910
740	1,0906	1,0901	1,0897	1,0893	1,0889	1,0884	1,0880	1,0876	1,0872	1,0868
750	1,0864	1,0859	1,0855	1,0851	1,0847	1,0843	1,0839	1,0834	1,0830	1,0826
760	1,0822	1,0818	1,0814	1,0810	1,0806	1,0802	1,0798	1,0794	1,0790	1,0786
770	1,0782	1,0778	1,0774	1,0770	1,0766	1,0762	1,0758	1,0754	1,0750	1,0746
780	1,0742	1,0738	1,0734	1,0730	1,0726	1,0722	1,0718	1,0714	1,0710	1,0706
790	1,0702	1,0698	1,0695	1,0691	1,0687	1,0683	1,0679	1,0675	1,0671	1,0668
800	1,0664	1,0660	1,0656	1,0652	1,0648	1,0644	1,0641	1,0637	1,0633	1,0629
810	1,0626	1,0622	1,0618	1,0615	1,0611	1,0607	1,0603	1,0599	1,0596	1,0592
820	1,0588	1,0584	1,0581	1,0577	1,0573	1,0570	1,0566	1,0563	1,0559	1,0555
830	1,0551	1,0548	1,0544	1,0541	1,0537	1,0533	1,0529	1,0526	1,0522	1,0519
840	1,0515	1,0512	1,0508	1,0505	1,0501	1,0497	1,0493	1,0490	1,0486	1,0483
850	1,0479	1,0476	1,0472	1,0469	1,0465	1,0462	1,0458	1,0455	1,0451	1,0448
860	1,0444	1,0441	1,0437	1,0433	1,0430	1,0427	1,0423	1,0420	1,0416	1,0413
870	1,0409	1,0406	1,0402	1,0399	1,0396	1,0392	1,0389	1,0385	1,0382	1,0378

p гПа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
880	1,0375	1,0372	1,0368	1,0365	1,0362	1,0358	1,0355	1,0351	1,0348	1,0344
890	1,0341	1,0338	1,0334	1,0331	1,0327	1,0324	1,0321	1,0318	1,0315	1,0311
900	1,0308	1,0305	1,0302	1,0298	1,0295	1,0292	1,0288	1,0285	1,0282	1,0279
910	1,0275	1,0272	1,0269	1,0266	1,0262	1,0259	1,0256	1,0253	1,0249	1,0246
920	1,0243	1,0240	1,0236	1,0233	1,0230	1,0227	1,0224	1,0221	1,0218	1,0214
930	1,0211	1,0208	1,0205	1,0202	1,0198	1,0195	1,0192	1,0189	1,0186	1,0183
940	1,0180	1,0177	1,0173	1,0170	1,0167	1,0164	1,0161	1,0158	1,0155	1,0152
950	1,0149	1,0146	1,0143	1,0140	1,0137	1,0133	1,0130	1,0127	1,0124	1,0121
960	1,0118	1,0115	1,0112	1,0109	1,0106	1,0103	1,0100	1,0097	1,0094	1,0091
970	1,0088	1,0085	1,0082	1,0079	1,0076	1,0073	1,0070	1,0067	1,0064	1,0061
980	1,0058	1,0055	1,0052	1,0049	1,0047	1,0044	1,0041	1,0038	1,0035	1,0032
990	1,0029	1,0026	1,0023	1,0020	1,0017	1,0014	1,0012	1,0009	1,0006	1,0003
1000	1,0000	0,9997	0,9994	0,9991	0,9989	0,9986	0,9983	0,9980	0,9977	0,9974
1010	0,9971	0,9969	0,9966	0,9963	0,9960	0,9957	0,9954	0,9952	0,9949	0,9946
1020	0,9943	0,9940	0,9938	0,9935	0,9932	0,9929	0,9926	0,9924	0,9921	0,9918
1030	0,9915	0,9912	0,9910	0,9907	0,9904	0,9901	0,9899	0,9896	0,9893	0,9890
1040	0,9888	0,9885	0,9882	0,9879	0,9877	0,9874	0,9871	0,9869	0,9866	0,9863

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

Характеристики состояния при стандартном давлении ($p=1000$ гПа)

t °C	Сухой воздух ρ г/м³	Насыщенный влажный воздух				
		E гПа	$\rho_п$ г/м³	q ‰	r ‰	(T_v-T) К
—60	1637	0,009	0,010	0,006		0,00
—55	1599	0,020	0,020	0,012		0,00
—50	1563	0,039	0,038	0,024		0,00
—45	1529	0,069	0,066	0,043		0,01
—40	1496	0,124	0,116	0,077		0,01
—35	1464	0,223	0,203	0,139		0,02
—30	1434	0,373	0,334	0,232		0,03
—25	1405	0,628	0,550	0,391		0,06
—20	1377	1,27	1,08	0,79		0,12
—19	1372	1,37	1,17	0,86		0,13
—18	1367	1,49	1,27	0,93		0,14
—17	1361	1,62	1,38	1,01		0,16
—16	1356	1,76	1,49	1,10		0,17
—15	1351	1,91	1,60	1,19		0,19
—14	1345	2,07	1,73	1,29		0,20
—13	1340	2,24	1,87	1,40		0,22
—12	1335	2,43	2,02	1,51		0,24
—11	1330	2,63	2,18	1,64		0,26
—10	1325	2,85	2,35	1,78	1,78	0,3
—9	1320	3,09	2,54	1,92	1,93	0,3
—8	1315	3,35	2,74	2,08	2,09	0,3
—7	1310	3,62	2,95	2,25	2,26	0,4
—6	1305	3,91	3,17	2,43	2,44	0,4
—5	1300	4,22	3,41	2,62	2,63	0,4
—4	1295	4,55	3,66	2,82	2,83	0,5
—3	1290	4,90	3,93	3,04	3,05	0,5
—2	1286	5,27	4,22	3,28	3,29	0,5
—1	1281	5,67	4,53	3,54	3,55	0,6
0	1276	6,10	4,86	3,81	3,83	0,6
1	1272	6,56	5,21	4,10	4,12	0,7
2	1267	7,05	5,57	4,40	4,43	0,7
3	1262	7,58	5,96	4,73	4,76	0,8
4	1258	8,14	6,37	5,08	5,11	0,8
5	1253	8,73	6,81	5,45	5,48	0,9
6	1249	9,35	7,27	5,84	5,87	1,0
7	1244	10,01	7,76	6,26	6,29	1,1
8	1240	10,71	8,28	6,70	6,74	1,1
9	1235	11,46	8,83	7,17	7,22	1,2
10	1231	12,26	9,41	7,67	7,73	1,3
11	1227	13,11	10,02	8,21	8,27	1,4
12	1222	14,01	10,66	8,77	8,84	1,5
13	1218	14,96	11,34	9,37	9,45	1,6
14	1214	15,97	12,07	10,01	10,10	1,7
15	1210	17,04	12,84	10,69	10,79	1,9
16	1205	18,17	13,65	11,4	11,5	2,0
17	1201	19,37	14,50	12,2	12,3	2,1
18	1197	20,64	15,39	13,0	13,1	2,3
19	1193	21,97	16,33	13,8	14,0	2,4
20	1189	23,38	17,32	14,7	14,9	2,6
21	1185	24,87	18,36	15,6	15,9	2,8

t °C	Сухой воздух ρ г/м³	Насыщенный влажный воздух				
		E гПа	$\rho_п$ г/м³	q ‰	r ‰	$(T_v - T)$ К
22	1181	26,44	19,45	16,6	16,9	3,0
23	1177	28,09	20,59	17,7	18,0	3,2
24	1173	29,84	21,79	18,8	19,2	3,4
25	1169	31,68	23,06	20,0	20,4	3,6
26	1165	33,62	24,39	21,2	21,7	3,8
27	1161	35,66	25,79	22,5	23,0	4,1
28	1157	37,80	27,25	23,9	24,5	4,3
29	1153	40,05	28,78	25,3	26,0	4,6
30	1150	42,42	30,38	26,9	27,2	4,9
31	1146	44,92	32,06	28,5	29,3	5,2
32	1142	47,54	33,82	30,2	31,1	5,5
33	1138	50,30	35,67	31,9	33,0	5,9
34	1134	53,19	37,60	33,8	35,0	6,2
35	1131	56,23	39,62	35,8	37,1	6,6
40	1113	73,7	51,1	47,3	49,6	8,9
45	1095	95,8	65,4	61,9	66,0	11,9

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Альбедо различных подстилающих поверхностей

Подстилающая поверхность	Интегральное альбедо	Видимая область спектра	Близкая инфракрасная область спектра
Песок белый (речной)	0,45	0,38	0,53
Чернозем	0,08	0,04	0,12
Зеленая растительность	0,23	0,05	0,43
Снег свежевыпавший, сухой	0,85	0,89	0,81
Снег мокрый	0,57	0,66	0,47
Гладкая водная поверхность при угле падения радиации			
⩽30°	0,02	0,02	0,02
50°	0,03	0,03	0,03
60°	0,06	0,06	0,06
70°	0,13	0,13	0,13
80°	0,35	0,35	0,35
100°	1,00	1,00	1,00

ПРИЛОЖЕНИЕ 10

Радиационные характеристики облачности в коротковолновой области спектра

Область спектра	Доля радиации	Облака			
		Ci	As	St	Ns, Cb
Видимая	Пропущенная	0,79	0,46	0,34	0,24
	Отраженная	0,21	0,54	0,66	0,76
Близкая инфракрасная	Пропущенная	0,77	0,34	0,20	0,10
	Отраженная	0,19	0,46	0,50	0,60
	Поглощенная	0,04	0,20	0,30	0,30

ПРИЛОЖЕНИЕ 11

Функция пропускания для инфракрасной части солнечной радиации в зависимости от массы водяного пара на пути луча

m кг/м²	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,000	0,512	0,510	0,509	0,508	0,508	0,507	0,507	0,506	0,506	0,505

m	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,512	0,505	0,502	0,500	0,499	0,497	0,496	0,495	0,494	0,493
0,10	0,492	0,491	0,490	0,489	0,489	0,488	0,487	0,487	0,486	0,485
0,20	0,485	0,484	0,484	0,483	0,483	0,482	0,482	0,481	0,481	0,480
0,30	0,480	0,479	0,479	0,478	0,478	0,478	0,477	0,477	0,477	0,476
0,40	0,476	0,476	0,475	0,475	0,474	0,474	0,474	0,474	0,473	0,473
0,50	0,473	0,472	0,472	0,472	0,471	0,471	0,471	0,471	0,470	0,470
0,60	0,470	0,469	0,469	0,469	0,469	0,468	0,468	0,468	0,468	0,468
0,70	0,467	0,467	0,467	0,467	0,466	0,466	0,466	0,466	0,465	0,465
0,80	0,465	0,465	0,465	0,464	0,464	0,464	0,464	0,464	0,463	0,463
0,90	0,463	0,463	0,463	0,462	0,462	0,462	0,462	0,462	0,462	0,461

m	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0, 9
1,0	0,461	0,459	0,458	0,456	0,455	0,454	0,452	0,451	0,450	0,449
2,0	0,448	0,447	0,446	0,445	0,444	0,444	0,443	0,442	0,441	0,440
3,0	0,440	0,439	0,438	0,438	0,437	0,437	0,436	0,436	0,435	0,434
4,0	0,434	0,433	0,433	0,432	0,432	0,431	0,431	0,430	0,430	0,430
5,0	0,429	0,429	0,428	0,428	0,427	0,427	0,427	0,426	0,426	0,425
6,0	0,425	0,425	0,424	0,424	0,424	0,423	0,423	0,423	0,422	0,422
7,0	0,422	0,421	0,421	0,421	0,420	0,420	0,420	0,420	0,419	0,419
8,0	0,419	0,418	0,418	0,418	0,418	0,417	0,417	0,417	0,416	0,416
9,0	0,416	0,416	0,415	0,415	0,415	0,415	0,414	0,414	0,414	0,414

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0,413	0,411	0,409	0,407	0,405	0,404	0,402	0,400	0,399	0,397
20	0,396	0,395	0,393	0,392	0,391	0,390	0,388	0,387	0,386	0,385
30	0,384	0,383	0,382	0,381	0,380	0,379	0,378	0,377	0,376	0,375
40	0,374	0,374	0,373	0,372	0,371	0,370	0,369	0,369	0,368	0,367
50	0,366	0,366	0,365	0,364	0,363	0,363	0,362	0,361	0,360	0,360
60	0,359	0,358	0,358	0,357	0,356	0,356	0,355	0,354	0,354	0,353
70	0,353	0,352	0,351	0,351	0,350	0,350	0,349	0,348	0,348	0,347
80	0,347	0,346	0,346	0,345	0,344	0,344	0,343	0,343	0,342	0,342
90	0,341	0,341	0,340	0,340	0,339	0,339	0,338	0,338	0,337	0,337

m	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	0,336	0,331	0,327	0,323	0,319	0,315	0,311	0,308	0,304	0,301
200	0,298	0,295	0,292	0,289	0,286	0,284	0,281	0,279	0,276	0,274
300	0,272	0,269	0,267	0,265	0,263	0,261	0,259	0,257	0,255	0,253
400	0,251	0,249	0,248	0,246	0,244	0,242	0,241	0,239	0,238	0,236
500	0,234	0,233	0,231	0,230	0,229	0,227	0,226	0,224	0,223	0,222

ПРИЛОЖЕНИЕ 12

Функция пропускания для длинноволновой радиации в зависимости от массы водяного пара

m кг/м²	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,000	1,000	0,957	0,940	0,927	0,916	0,907	0,899	0,892	0,885	0,879

m	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	1,000	0,873	0,828	0,797	0,772	0,751	0,733	0,718	0,704	0,691
0,10	0,679	0,669	0,659	0,650	0,641	0,633	0,626	0,618	0,612	0,605
0,20	0,599	0,593	0,588	0,583	0,578	0,573	0,568	0,564	0,559	0,555
0,30	0,551	0,547	0,543	0,540	0,536	0,533	0,529	0,526	0,523	0,520
0,40	0,517	0,514	0,512	0,509	0,506	0,504	0,501	0,499	0,496	0,494
0,50	0,492	0,490	0,487	0,485	0,483	0,481	0,479	0,477	0,475	0,473
0,60	0,472	0,470	0,468	0,466	0,465	0,463	0,461	0,460	0,458	0,457
0,70	0,455	0,454	0,452	0,451	0,449	0,448	0,446	0,445	0,444	0,442
0,80	0,441	0,440	0,439	0,437	0,436	0,435	0,434	0,433	0,432	0,430
0,90	0,429	0,428	0,427	0,426	0,425	0,424	0,423	0,422	0,421	0,420
1,00	0,419	0,418	0,417	0,416	0,415	0,414	0,413	0,412	0,412	0,411

m	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1,0	0,419	0,410	0,402	0,395	0,388	0,382	0,376	0,371	0,366	0,362
2,0	0,358	0,354	0,350	0,347	0,343	0,340	0,337	0,334	0,332	0,329
3,0	0,326	0,324	0,322	0,319	0,317	0,315	0,313	0,311	0,309	0,307
4,0	0,305	0,303	0,301	0,300	0,298	0,296	0,295	0,293	0,292	0,290
5,0	0,288	0,287	0,286	0,284	0,283	0,281	0,280	0,279	0,277	0,276
6,0	0,275	0,274	0,272	0,271	0,270	0,269	0,268	0,266	0,265	0,264
7,0	0,263	0,262	0,261	0,260	0,259	0,258	0,257	0,256	0,255	0,254
8,0	0,253	0,252	0,251	0,250	0,249	0,248	0,247	0,246	0,245	0,244
9,0	0,244	0,243	0,242	0,241	0,240	0,239	0,238	0,238	0,237	0,236
10,0	0,235	0,234	0,234	0,233	0,232	0,231	0,230	0,230	0,229	0,228

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0,235	0,228	0,220	0,214	0,208	0,202	0,197	0,191	0,187	0,182
20	0,178	0,174	0,170	0,166	0,162	0,159	0,155	0,152	0,149	0,146
30	0,143	0,141	0,138	0,134	0,133	0,131	0,128	0,126	0,124	0,122
40	0,120	0,118	0,116	0,114	0,112	0,110	0,109	0,107	0,105	0,104
50	0,1021	0,1006	0,0991	0,0977	0,0963	0,0949	0,0935	0,0922	0,0909	0,0897
60	0,0884	0,0872	0,0861	0,0849	0,0838	0,0827	0,0816	0,0805	0,0795	0,0785
70	0,0775	0,0765	0,0756	0,0746	0,0737	0,0728	0,0719	0,0710	0,0702	0,0693

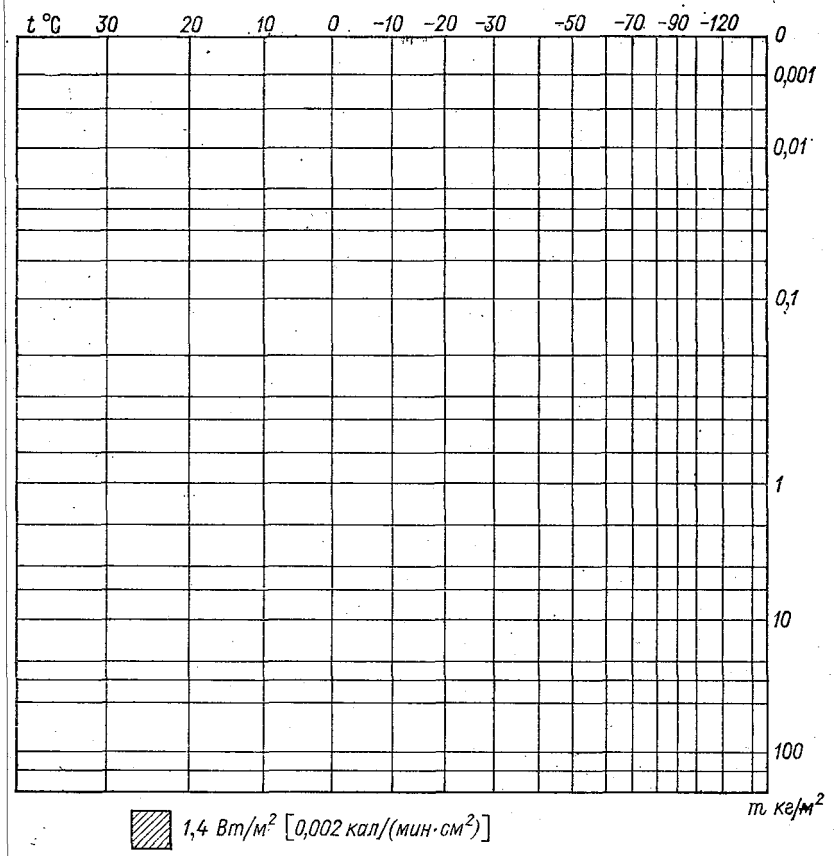
ПРИЛОЖЕНИЕ 13

Поток излучения абсолютно черного тела σT^4 (Вт/м^2)
[$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$К^4)]

T К	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
180	60	61	62	64	65	66	68	69	71	72
190	74	75	77	79	80	82	84	85	87	89
200	91	92	94	96	98	100	102	104	106	108
210	110	112	115	117	119	121	123	126	128	130
220	133	135	138	140	143	145	148	151	153	156
230	159	161	164	167	170	173	176	179	182	185
240	188	191	194	198	201	204	208	211	214	218
250	221	225	229	232	236	240	243	247	251	255
260	259	263	267	271	275	280	284	288	292	297
270	301	306	310	315	320	324	329	334	338	343
280	348	353	358	364	369	374	379	385	390	395
290	401	406	412	418	424	429	435	441	447	453
300	459	465	472	478	484	490	497	504	510	517
310	524	530	537	544	551	558	565	572	580	587
320	594	602	609	617	624	632	640	648	656	664

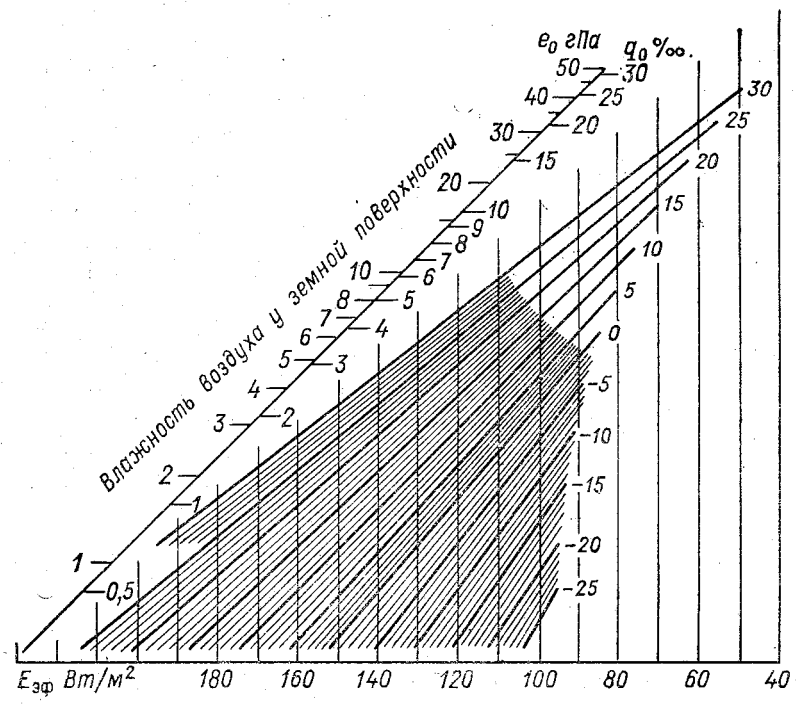
ПРИЛОЖЕНИЕ 14

Образец радиационной диаграммы
(при практическом использовании масштаб увеличить в 2 раза)



ПРИЛОЖЕНИЕ 15

График для расчета эффективного излучения



ПРИЛОЖЕНИЕ 16

Стандартная атмосфера

p гПа	z м	t °С	p гПа	z м	t °С
1080	—543	18,5	580	4 460	—14,0
1070	—463	18,0	570	4 590	—14,9
1060	—334	17,5	560	4 730	—15,7
1050	—302	17,0	550	4 860	—16,6
1040	—220	16,4	540	5 000	—17,5
1030	—140	15,9	530	5 140	—18,4
1020	—60	15,4	520	5 280	—19,3
1013,3	0	15,0	510	5 430	—20,3
1010	30	14,8	500	5 570	—21,2
1000	110	14,3	490	5 720	—22,2
990	200	13,7	480	5 870	—23,2
980	280	13,2	470	6 030	—24,2
970	370	12,6	460	6 180	—25,2
960	450	12,1	450	6 340	—26,2
950	540	11,5	440	6 500	—27,3
940	630	10,9	430	6 670	—28,3
930	720	10,3	420	6 840	—29,4
920	810	9,8	410	7 010	—30,5
910	900	9,2	400	7 180	—31,7
900	990	8,6	390	7 360	—32,8
890	1080	8,0	380	7 540	—34,0
880	1170	7,4	370	7 730	—35,2
870	1270	6,8	360	7 920	—36,5
860	1360	6,2	350	8 110	—37,7
850	1460	5,5	340	8 310	—39,0
840	1550	4,9	330	8 520	—40,4
830	1650	4,3	320	8 730	—41,7
820	1750	3,6	310	8 940	—43,1
810	1850	3,0	300	9 160	—44,5
800	1950	2,3	290	9 390	—46,0
790	2050	1,7	280	9 690	—47,5
780	2150	1,0	270	9 860	—49,1
770	2250	0,3	260	10 100	—50,7
760	2360	—0,3	250	10 360	—52,3
750	2460	—1,0	240	10 620	—54,0
740	2570	—1,7	234	10 719	—55,0
730	2680	—2,4	230	10 890	—55
720	2790	—3,1	220	11 180	—55
710	2900	—3,8	210	11 470	—55
700	3010	—4,6	200	11 790	—55
690	3120	—5,3	190	12 110	—55
680	3240	—6,0	180	12 460	—55
670	3350	—6,8	170	12 820	—55
660	3470	—7,6	160	13 210	—55
650	3590	—8,3	150	13 620	—55
640	3710	—9,1	140	14 060	—55
630	3830	—9,9	130	14 530	—55
620	3950	—10,7	120	15 040	—55
610	4080	—11,5	110	15 600	—55
600	4200	—12,3	100	16 210	—55
590	4330	—13,2			

ПРИЛОЖЕНИЕ 17

Безразмерные универсальные функции приземного слоя атмосферы (При $|z_n|<0{,}004$ $u_n=1{,}49+\ln|z_n|$)

y	u_n	z_n	y	u_n	z_n
0,05	$+\infty$	38,666	0,55	3,405	2,192
0,06	33,333	32,000	0,56	3,327	2,121
0,07	28,570	27,238	0,58	3,174	1,985
0,08	24,999	23,666	0,60	3,028	1,856
0,09	22,221	20,888	0,62	2,886	1,734
0,10	19,999	18,666	0,64	2,747	1,617
0,11	18,180	16,848	0,66	2,611	1,505
0,12	16,664	15,332	0,68	2,477	1,398
0,13	15,382	14,050	0,70	2,344	1,295
0,14	14,282	12,950	0,72	2,210	1,196
0,15	13,329	11,998	0,74	2,076	1,099
0,16	12,494	11,164	0,76	1,939	1,006
0,17	11,758	10,428	0,78	1,798	0,914
0,18	11,103	9,774	0,800	1,652	0,825
0,19	10,517	9,188	0,806	1,607	0,799
0,20	9,989	8,661	0,811	1,569	0,777
0,21	9,511	8,184	0,816	1,530	0,755
0,22	9,077	7,750	0,821	1,491	0,734
0,23	8,679	7,354	0,826	1,451	0,712
0,24	8,315	6,991	0,831	1,411	0,691
0,25	7,979	6,656	0,836	1,369	0,669
0,26	7,669	6,347	0,841	1,327	0,648
0,27	7,381	6,061	0,846	1,284	0,627
0,28	7,114	5,795	0,851	1,241	0,606
0,29	6,864	5,547	0,856	1,196	0,585
0,30	6,630	5,315	0,861	1,150	0,564
0,31	6,412	5,098	0,866	1,103	0,543
0,32	6,206	4,895	0,871	1,055	0,522
0,33	6,012	4,703	0,876	1,005	0,502
0,34	5,830	4,523	0,879	0,975	0,489
0,35	5,657	4,352	0,882	0,944	0,477
0,36	5,493	4,191	0,885	0,912	0,464
0,37	5,337	4,038	0,888	0,880	0,452
0,38	5,189	3,893	0,891	0,847	0,440
0,39	5,048	3,755	0,894	0,813	0,427
0,40	4,914	3,624	0,897	0,779	0,415
0,41	4,785	3,499	0,900	0,743	0,403
0,42	4,662	3,379	0,903	0,707	0,391
0,43	4,544	3,265	0,906	0,670	0,378
0,44	4,430	3,155	0,909	0,632	0,366
0,45	4,321	3,050	0,912	0,593	0,354
0,46	4,215	2,950	0,915	0,553	0,342
0,47	4,114	2,853	0,918	0,512	0,330
0,48	4,016	2,760	0,921	0,469	0,317
0,49	3,921	2,670	0,924	0,425	0,305
0,50	3,829	2,583	0,927	0,379	0,293
0,51	3,739	2,500	0,930	0,332	0,281
0,52	3,652	2,419	0,933	0,283	0,269
0,53	3,568	2,341	0,936	0,232	0,257
0,54	3,486	2,265	0,939	0,179	0,245

y	u_n	z_n	y	u_n	z_n
0,942	0,123	0,232	1,016	—1,281	—0,064
0,945	0,065	0,220	1,017	—1,222	—0,068
0,948	0,004	0,208	1,018	—1,166	—0,072
0,951	—0,061	0,196	1,019	—1,114	—0,076
0,954	—0,129	0,184	1,020	—1,064	—0,080
0,957	—0,201	0,172	1,022	—0,971	—0,088
0,960	—0,278	0,160	1,024	—0,887	—0,096
0,962	—0,333	0,152	1,026	—0,810	—0,104
0,964	—0,390	0,144	1,028	—0,739	—0,112
0,966	—0,451	0,136	1,030	—0,672	—0,120
0,968	—0,515	0,128	1,032	—0,611	—0,128
0,970	—0,582	0,120	1,034	—0,553	—0,136
0,972	—0,665	0,112	1,036	—0,498	—0,144
0,974	—0,732	0,104	1,038	—0,447	—0,152
0,976	—0,815	0,096	1,040	—0,399	—0,160
0,978	—0,905	0,088	1,043	—0,330	—0,172
0,980	—1,004	0,080	1,046	—0,267	—0,184
0,981	—1,056	0,076	1,049	—0,208	—0,196
0,982	—1,112	0,072	1,052	—0,153	—0,208
0,983	—1,171	0,068	1,055	—0,101	—0,220
0,984	—1,233	0,064	1,058	—0,052	—0,232
0,985	—1,299	0,060	1,061	—0,005	—0,244
0,986	—1,370	0,056	1,064	0,039	—0,257
0,987	—1,445	0,052	1,067	0,081	—0,269
0,988	—1,527	0,048	1,070	0,121	—0,281
0,989	—1,616	0,044	1,073	0,158	—0,293
0,990	—1,712	0,040	1,076	0,195	—0,305
0,991	—1,819	0,036	1,079	0,230	—0,317
0,992	—1,938	0,032	1,082	0,264	—0,329
0,993	—2,074	0,028	1,085	0,296	—0,342
0,994	—2,229	0,024	1,088	0,327	—0,354
0,995	—2,413	0,020	1,091	0,356	—0,366
0,996	—2,638	0,016	1,094	0,385	—0,378
0,997	—2,927	0,012	1,097	0,413	—0,390
0,998	—3,334	0,008	1,100	0,440	—0,402
0,999	—4,027	0,004	1,103	0,466	—0,415
1,000	—18,204	0	1,106	0,490	—0,427
0,001	—4,032	—0,004	1,109	0,515	—0,439
1,002	—3,340	—0,008	1,112	0,538	—0,451
1,003	—2,936	—0,012	1,115	0,561	—0,464
1,004	—2,650	—0,016	1,118	0,583	—0,476
1,005	—2,428	—0,020	1,121	0,605	—0,488
1,006	—2,247	—0,024	1,124	0,626	—0,501
1,007	—2,095	—0,028	1,129	0,660	—0,521
1,008	—1,962	—0,032	1,134	0,692	—0,542
1,009	—1,846	—0,036	1,139	0,723	—0,562
1,010	—1,742	—0,040	1,144	0,752	—0,583
1,011	—1,648	—0,044	1,149	0,781	—0,604
1,012	—1,563	—0,048	1,154	0,808	—0,625
1,013	—1,484	—0,052	1,159	0,835	—0,646
1,014	—1,412	—0,056	1,164	0,860	—0,666
1,015	—1,344	—0,060	1,169	0,885	—0,687

y	u_n	z_n	y	u_n	z_n
1,174	0,909	—0,708	2,14	2,189	—6,932
1,179	0,932	—0,729	2,16	2,198	—7,126
1,184	0,954	—0,751	2,18	2,208	—7,322
1,189	0,975	—0,772	2,20	2,216	—7,523
1,194	0,997	—0,793	2,22	2,226	—7,726
1,200	1,021	—0,819	2,24	2,234	—7,933
1,22	1,096	—0,904	2,26	2,243	—8,144
1,24	1,164	—0,992	2,28	2,251	—8,358
1,26	1,225	—1,080	2,30	2,259	—8,575
1,28	1,280	—1,169	2,32	2,267	—8,796
1,30	1,332	—1,260	2,34	2,275	—9,020
1,32	1,379	—1,351	2,36	2,283	—9,249
1,34	1,423	—1,445	2,38	2,290	—9,480
1,36	1,464	—1,540	2,40	2,298	—9,716
1,38	1,502	—1,636	2,42	2,305	—9,955
1,40	1,538	—1,734	2,44	2,312	—10,198
1,42	1,572	—1,834	2,48	2,326	—10,696
1,44	1,604	—1,935	2,52	2,340	—11,208
1,46	1,634	—2,038	2,56	2,353	—11,737
1,48	1,662	—2,143	2,60	2,366	—12,281
1,50	1,689	—2,250	2,64	2,378	—12,842
1,52	1,715	—2,359	2,68	2,389	—13,420
1,54	1,740	—2,469	2,72	2,401	—14,014
1,56	1,764	—2,582	2,76	2,412	—14,625
1,58	1,786	—2,697	2,80	2,423	—15,254
1,60	1,808	—2,814	2,84	2,433	—15,900
1,62	1,829	—2,933	2,88	2,443	—16,564
1,64	1,849	—3,054	2,92	2,453	—17,246
1,66	1,868	—3,178	2,96	2,462	—17,947
1,68	1,887	—3,304	3,00	2,472	—18,667
1,70	1,905	—3,432	3,04	2,480	—19,405
1,72	1,922	—3,563	3,08	2,489	—20,163
1,74	1,939	—3,696	3,18	2,510	—22,143
1,76	1,955	—3,831	3,28	2,530	—24,249
1,78	1,970	—3,970	3,38	2,548	—26,484
1,80	1,986	—4,110	3,48	2,565	—28,855
1,82	2,000	—4,253	3,58	2,582	—31,363
1,84	2,015	—4,399	3,68	2,597	—34,014
1,86	2,029	—4,548	3,78	2,611	—36,811
1,88	2,042	—4,699	3,88	2,625	—39,759
1,90	2,055	—4,853	3,98	2,638	—42,861
1,92	2,068	—5,010	4,08	2,651	—46,121
1,94	2,080	—5,170	4,18	2,662	—49,545
1,96	2,092	—5,333	4,28	2,674	—53,134
1,98	2,104	—5,498	4,38	2,684	—56,895
2,00	2,116	—5,667	4,48	2,695	—60,830
2,02	2,127	—5,838	4,58	2,704	—64,944
2,04	2,138	—6,013	4,68	2,714	—69,241
2,06	2,148	—6,190	4,78	2,723	—73,725
2,08	2,159	—6,371	4,88	2,731	—78,400
2,10	2,169	—6,555	4,98	2,740	—83,269
2,12	2,179	—6,742			

ПРИЛОЖЕНИЕ 18

Зависимость Θ_n от z_n

$$\left(\text{При } z_n < |4 \cdot 10^{-4}|\ \Theta_n = \frac{1}{0{,}82} \ln \left| \frac{z_n}{4} \right| \right)$$

y	z_n	Θ_n	y	z_n	Θ_n
0,80	0,8253	—1,08	0,987	0,0520	—5,17
0,81	0,7815	—1,18	0,988	0,0480	—5,28
0,82	0,7381	—1,29	0,989	0,0440	—5,39
0,83	0,6951	—1,39	0,990	0,0400	—5,51
0,84	0,6525	—1,50	0,991	0,0360	—5,65
0,85	0,6102	—1,62	0,992	0,0320	—5,80
0,86	0,5682	—1,74	0,993	0,0280	—5,97
0,87	0,5265	—1,87	0,994	0,0240	—6,17
0,88	0,4851	—2,00	0,995	0,0200	—6,40
0,89	0,4439	—2,14	0,996	0,0160	—6,68
0,90	0,4029	—2,29	0,9962	0,0150	—6,75
0,91	0,3621	—2,46	0,9964	0,0144	—6,82
0,92	0,3214	—2,64	0,9966	0,0136	—6,89
0,93	0,2810	—2,84	0,9968	0,0128	—6,96
0,94	0,2406	—3,07	0,9970	0,0120	—7,04
0,95	0,2004	—3,34	0,9972	0,0112	—7,13
0,96	0,1602	—3,66	0,9974	0,0104	—7,22
0,97	0,1201	—4,06	0,9976	0,0096	—7,33
0,971	0,1161	—4,08	0,9978	0,0088	—7,43
0,972	0,1121	—4,13	0,9980	0,0080	—7,55
0,973	0,1080	—4,18	0,9982	0,0072	—7,68
0,974	0,1040	—4,24	0,9984	0,0064	—7,83
0,975	0,1000	—4,29	0,9986	0,0056	—8,00
0,976	0,0960	—4,35	0,9988	0,0048	—8,19
0,977	0,0920	—4,41	0,9990	0,0040	—8,41
0,978	0,0880	—4,47	0,9991	0,0036	—8,54
0,979	0,0840	—4,53	0,9992	0,0032	—8,69
0,980	0,0800	—4,60	0,9993	0,0028	—8,85
0,981	0,0760	—4,67	0,9994	0,0024	—9,04
0,982	0,0720	—4,74	0,9995	0,0020	—9,26
0,983	0,0680	—4,82	0,9996	0,0016	—9,54
0,984	0,0640	—4,90	0,9997	0,0012	—9,89
0,985	0,0600	—4,98	0,9998	0,0008	—10,38
0,986	0,0560	—5,07	0,9999	0,0004	—11,23

y	z_n	Θ_n	y	z_n	Θ_n
1	0		1,015	—0,0600	—5,46
1,0001	—0,0004	—11,23	1,016	—0,0640	—5,41
1,0002	—0,0008	—10,39	1,017	—0,0680	—5,36
1,0003	—0,0012	—9,90	1,018	—0,0720	—5,31
1,0004	—0,0016	—9,55	1,019	—0,0760	—5,27
1,0005	—0,0020	—9,28	1,020	—0,0800	—5,24
1,0006	—0,0024	—9,06	1,021	—0,0840	—5,30
1,0007	—0,0028	—8,87	1,022	—0,0880	—5,17
1,0008	—0,0032	—8,71	1,023	—0,0920	—5,14
1,0009	—0,0036	—8,57	1,024	—0,0960	—5,10
1,0010	—0,0040	—8,44	1,025	—0,1000	—5,08
1,0012	—0,0048	—8,22	1,026	—0,1040	—5,05
1,0014	—0,0056	—8,04	1,027	—0,1080	—5,03
1,0016	—0,0064	—7,89	1,028	—0,1121	—5,00
1,0018	—0,0072	—7,74	1,029	—0,1161	—4,98
1,0020	—0,0080	—7,61	1,030	—0,1201	—4,96
1,0022	—0,0088	—7,50	1,040	—0,1602	—4,77
1,0024	—0,0096	—7,40	1,050	—0,2003	—4,65
1,0026	—0,0104	—7,31	1,060	—0,2406	—4,57
1,0028	—0,0112	—7,22	1,070	—0,2809	—4,50
1,0030	—0,0120	—7,14	1,080	—0,3213	—4,44
1,0032	—0,0128	—7,06	1,090	—0,3618	—4,40
1,0034	—0,0136	—6,99	1,10	—0,4025	—4,36
1,0036	—0,0144	—6,93	1,11	—0,4433	—4,33
1,0038	—0,0152	—6,87	1,12	—0,4842	—4,30
1,0040	—0,0160	—6,81	1,13	—0,5254	—4,27
1,0050	—0,0200	—6,56	1,14	—0,5666	—4,24
1,0060	—0,0240	—6,36	1,15	—0,6081	—4,22
1,0070	—0,0280	—6,19	1,16	—0,6498	—4,20
1,0080	—0,0320	—6,05	1,17	—0,6917	—4,18
1,0090	—0,0360	—5,93	1,18	—0,7338	—4,17
1,010	—0,0400	—5,83	1,19	—0,7761	—4,15
1,011	—0,0440	—5,74	1,20	—0,8187	—4,14
1,012	—0,0480	—5,66	1,25	—1,0354	—3,93
1,013	—0,0520	—5,55	1,30	—1,2595	—3,88
1,014	—0,0560	—5,52	1,35	—1,4921	—3,84

y	z_n	Θ_n	y	z_n	Θ_n
1,40	—1,7341	—3,81	3,2	—22,5537	—3,18
1,45	—1,9864	—3,78	3,3	—24,6852	—3,18
1,50	—2,2500	—3,76	3,4	—26,9478	—3,17
1,55	—2,5256	—3,74	3,5	—29,3452	—3,17
1,60	—2,8140	—3,72	3,6	—31,8818	—3,16
1,70	—3,4322	—3,39	3,7	—34,5615	—3,16
1,80	—4,1102	—3,36	3,8	—37,3884	—3,15
1,90	—4,8534	—3,34	3,9	—40,3665	—3,15
2,0	—5,6667	—3,32	4,0	—43,5000	—3,14
2,1	—6,5550	—3,30	4,1	—46,7929	—3,14
2,2	—7,5229	—3,29	4,2	—50,2491	—3,13
2,3	—8,5751	—3,27	4,3	—53,8729	—3,13
2,4	—9,7160	—3,26	4,4	—57,6681	—3,13
2,5	—10,9500	—3,25	4,5	—61,6389	—3,12
2,6	—12,2814	—3,24	4,6	—65,7892	—3,12
2,7	—13,7146	—3,23	4,7	—70,1231	—3,12
2,8	—15,2537	—3,22	4,8	—74,6447	—3,11
2,9	—16,9030	—3,21	4,9	—79,3578	—3,11
3,0	—18,6667	—3,20	5,0	—84,2667	—3,11
3,1	—20,5488	—3,19			

ПРИЛОЖЕНИЕ 19

Характерные значения параметра шероховатости для различных поверхностей (u_2 — скорость ветра на высоте 2 м)

Поверхность	z_0 см
Очень гладкая снежная или ледяная поверхность	0,001
Гладкий снег на невысокой траве	0,005
Пустыня (Пакистан)	0,03
Снежная поверхность при наличии кустарника	0,1
Скошенная трава	
высотой 1,5 см	0,2
высотой 3,0 см	0,7
высотой 4,5 см	
u_2=2 м/с	2,4
u_2 = 6—8 м/с	1,7
Трава высотой 60—70 см	
u_2=1,5 м/с	9,0
u_2=3,5 м/с	6,1
u_2=6,2 м/с	3,7
Неоднородная поверхность с чередующимися участками, покрытыми травой, кустарником и деревьями	10
Парк	50
Город с высокими зданиями	100

ПРИЛОЖЕНИЕ 20

Структура пограничного слоя атмосферы

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
				$Ro=10^5$, $\mu=-50$, $\Gamma=400$				
0,494	0,547	0,356	0,398	2,068	0,4218	—0,4431	0,0074	1,379
0,663	0,693	0,451	0,444	2,072	0,3700	—0,3909	0,0069	1,380
0,889	0,867	0,563	0,505	2,079	0,3173	—0,3378	0,0066	1,382
1,194	1,069	0,695	0,588	2,088	0,2660	—0,2863	0,0063	1,384
1,602	1,299	0,844	0,701	2,102	0,2181	—0,2383	0,0061	1,388
2,151	1,556	1,010	0,853	2,121	0,1751	—0,1953	0,0060	1,393
2,886	1,836	1,191	1,060	2,147	0,1378	—0,1580	0,0060	1,400
3,873	2,135	1,383	1,341	2,182	0,1066	—0,1268	0,0059	1,409
5,198	2,449	1,584	1,728	2,230	0,0810	—0,1012	0,0057	1,422
6,975	2,773	1,791	2,260	2,293	0,0607	—0,0807	0,0053	1,437
9,361	3,103	2,001	2,998	2,375	0,0448	—0,0644	0,0047	1,457
12,561	3,433	2,210	4,028	2,430	0,0448	—0,0644	0,0047	1,480
16,856	3,761	2,415	5,468	2,478	0,0326	—0,0516	0,0039	1,506
22,619	4,082	2,613	7,487	2,602	0,0235	—0,0416	0,0028	1,530
30,353	4,395	2,804	10,306	2,746	0,0167	—0,0336	0,0014	1,547
40,730	4,697	2,986	14,201	2,899	0,0118	—0,0272	—0,0001	1,546
54,656	4,988	3,158	19,484	3,047	0,0083	—0,0219	—0,0016	1,514
73,342	5,270	3,320	26,441	3,164	0,0058	—0,0174	—0,0028	1,435
98,417	5,546	3,473	35,196	3,212	0,0041	—0,0135	—0,0035	1,289
132,064	5,820	3,619	45,448	3,145	0,0029	—0,0100	—0,0035	1,065
177,215	6,098	3,760	56,014	2,908	0,0021	—0,0069	—0,0027	0,758
237,803	6,391	3,898	64,139	2,455	0,0015	—0,0043	—0,0011	0,393
319,104	6,721	4,038	64,798	1,173	0,0011	—0,0022	0,0007	0,039
428,201	7,140	4,189	51,305	0,945	0,0009	—0,0008	0,0017	—0,181
574,597	7,838	4,369	23,503	0,252	0,0009	—0,0001	0,0008	—0,155
771,043	9,386	4,524	7,412	0,033	0,0007	—0,0000	0,0000	—0,066
1034,652	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	—0,000

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
			$Ro=10^7$, $\mu=-50$, $\Gamma=400$					
0,494	3,645	1,257	0,080	0,735	0,3028	—0,3099	0,0018	0,490
0,663	3,912	3,348	0,107	0,738	0,2259	—0,2329	0,0019	0,491
0,889	4,180	1,440	0,144	0,741	0,1681	—0,1751	0,0019	0,492
1,194	4,447	1,531	0,194	0,745	0,1248	—0,1318	0,0020	0,493
1,602	4,713	1,622	0,261	0,752	0,6924	—0,0995	0,0020	0,496
2,151	4,978	1,711	0,353	0,760	0,0682	—0,0753	0,0020	0,498
2,886	5,240	1,799	0,479	0,772	0,0501	—0,0572	0,0021	0,502
3,873	5,498	1,886	0,652	0,788	0,0366	—0,0438	0,0020	0,507
5,198	5,752	1,970	0,891	0,809	0,0266	—0,0337	0,0019	0,514
6,975	6,000	2,051	1,225	0,836	0,0192	—0,0262	0,0018	0,522
9,361	6,240	2,128	1,693	0,871	0,0138	—0,0206	0,0015	0,531
12,561	6,472	2,202	2,350	0,914	0,0098	—0,0163	0,0011	0,540
16,856	6,695	2,271	3,271	0,964	0,0069	—0,0131	0,0007	0,547
22,619	6,908	2,335	4,549	1,019	0,0048	—0,0105	0,0001	0,549
30,353	7,112	2,394	6,296	1,073	0,0034	—0,0084	—0,0004	0,541
40,730	7,307	2,448	8,620	1,119	0,0024	—0,0067	—0,0009	0,518
54,656	7,496	2,496	11,589	1,144	0,0017	—0,0052	—0,0012	0,473
73,342	7,682	2,540	15,150	1,133	0,0012	—0,0039	—0,0013	0,400
98,417	7,868	2,578	18,983	1,067	0,0008	—0,0028	—0,0011	0,298
132,064	8,062	2,611	22,284	0,927	0,0006	—0,0018	—0,0006	0,112
177,215	8,274	2,635	23,300	0,705	0,0005	—0,0010	0,0001	0,042
237,803	8,533	2,643	20,366	0,419	0,0004	—0,0004	0,0006	—0,054
319,104	8,921	2,606	11,806	0,150	0,0004	—0,0001	0,0004	—0,070
428,201	9,690	2,348	4,839	0,030	0,0004	0,0000	0,0000	—0,041
574,597	10,742	1,418	1,634	0,004	0,0002	0,0000	0,0000	—0,017
771,043	10,003	0,016	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	—0,000
			$Ro=10^9$, $\mu=-50$, $\Gamma=400$					
0,494	5,536	1,390	0,059	0,413	0,1293	—0,1331	0,0011	0,277
0,663	5,745	1,442	0,080	0,415	0,0959	—0,0997	0,0011	0,278
0,889	5,952	1,493	0,107	0,418	0,0710	—0,0749	0,0011	0,279

Продолжение приложения 20

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
1,194	6,158	1,544	0,145	0,422	0,0525	—0,0564	0,0011	0,280
1,602	6,363	1,594	0,196	0,426	0,0387	—0,0426	0,0012	0,281
2,151	6,565	1,643	0,266	0,433	0,0284	—0,0324	0,0012	0,284
2,886	6,764	1,691	0,363	0,442	0,0207	—0,0248	0,0012	0,287
3,873	6,959	1,737	0,497	0,454	0,0151	—0,0191	0,0011	0,290
5,198	7,150	1,782	0,684	0,470	0,0109	—0,0148	0,0010	0,295
6,975	7,334	1,824	0,945	0,489	0,0078	—0,0117	0,0009	0,300
9,361	7,513	1,864	1,313	0,514	0,0055	—0,0092	0,0007	0,305
12,561	7,683	1,902	1,828	0,542	0,0039	—0,0074	0,0004	0,310
16,856	7,846	1,936	2,544	0,573	0,0027	—0,0059	0,0001	0,311
22,619	8,002	1,966	3,524	0,605	0,0019	—0,0048	—0,0002	0,307
30,353	8,151	1,994	4,830	0,631	0,0013	—0,0038	—0,0005	0,294
40,730	8,296	2,018	6,500	0,646	0,0009	—0,0030	—0,0007	0,269
54,656	8,437	2,039	8,508	0,641	0,0007	—0,0022	—0,0007	0,229
73,342	8,573	2,056	10,680	0,605	0,0005	—0,0016	—0,0006	0,171
98,417	8,724	2,067	12,570	0,528	0,0003	—0,0010	—0,0003	0,100
132,064	8,883	2,072	13,312	0,403	0,0003	—0,0006	0,0000	0,026
177,215	9,075	2,062	11,618	0,242	0,0002	—0,0002	0,0003	—0,029
237,803	9,357	2,012	6,813	0,088	0,0002	—0,0001	0,0002	—0,040
319,104	9,906	1,779	2,760	0,018	0,0002	0,0000	0,0000	—0,013
428,201	10,638	1,037	0,945	0,002	0,0001	0,0000	0,0000	—0,010
574,597	10,004	0,025	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
				$Ro=10^5$, $\mu=0$, $\Gamma=400$				
0,494	0,408	0,321	0,309	1,245	0,2324	—0,2311	—0,0013	—0,002
0,663	0,518	0,407	0,344	1,245	0,2086	—0,2075	—0,0011	—0,002
0,889	0,648	0,510	0,390	1,244	0,1834	—0,1824	—0,0011	—0,003
1,194	0,800	0,629	0,452	1,242	0,1577	—0,1568	—0,0009	—0,004
1,602	0,975	0,765	0,536	1,240	0,1328	—0,1320	—0,0009	—0,005
2,151	1,170	0,918	0,648	1,237	0,1095	—0,1087	—0,0009	—0,007

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
2,886	1,384	1,084	0,797	1,233	0,0886	—0,0878	—0,0009	—0,009
3,873	1,616	1,264	0,996	1,228	0,0705	—0,0696	—0,0009	—0,012
5,198	1,863	1,455	1,261	1,221	0,0553	—0,0543	—0,0009	—0,017
6,975	2,123	1,654	1,613	1,211	0,0428	—0,0418	—0,0009	—0,022
9,361	2,395	1,859	2,077	1,197	0,0329	—0,0317	—0,0009	—0,029
12,561	2,676	2,070	2,686	2,178	0,0250	—0,0238	—0,0009	—0,039
16,856	2,966	2,285	3,476	1,152	0,0189	—0,0176	—0,0009	—0,051
22,619	3,265	2,503	4,488	1,116	0,0142	—0,0128	—0,0008	—0,067
30,353	3,575	2,723	5,757	1,067	0,0107	—0,0091	—0,0008	—0,087
40,730	3,896	2,946	7,295	1,001	0,0080	—0,0063	—0,0006	—0,111
54,656	4,234	3,171	9,067	0,913	0,0060	—0,0042	—0,0004	—0,139
73,342	4,594	3,400	10,938	0,800	0,0046	—0,0027	—0,0002	—0,169
98,417	4,987	3,636	12,608	0,659	0,0035	—0,0016	0,0000	—0,195
132,064	5,434	3,882	13,563	0,495	0,0027	—0,0008	0,0002	—0,210
177,215	5,969	4,147	13,148	0,323	0,0021	—0,0004	0,0003	—0,204
237,803	6,657	4,435	10,979	0,172	0,0016	—0,0001	0,0002	—0,171
319,104	7,599	4,740	7,390	0,067	0,0011	—0,0000	0,0001	—0,115
428,201	8,893	5,002	3,567	0,016	0,0006	—0,0000	0,0000	—0,056
574,597	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
			$Ro=10^7$, $\mu=0$, $\Gamma=400$					
0,494	3,050	1,238	0,068	0,527	0,1885	—0,1887	—0,0003	—0,001
0,663	3,275	1,329	0,090	0,526	0,1409	—0,1410	—0,0003	—0,001
0,889	3,502	1,420	0,121	0,525	0,1052	—0,1052	—0,0003	—0,002
1,194	3,729	1,512	0,161	0,524	0,0785	—0,0784	—0,0003	—0,002
1,602	3,957	1,602	0,216	0,523	0,0585	—0,0583	—0,0003	—0,003
2,151	4,186	1,693	0,288	0,521	0,0436	—0,0434	—0,0003	—0,004
2,886	4,415	1,783	0,385	0,519	0,0325	—0,0322	—0,0003	—0,006
3,873	4,645	1,872	0,514	0,515	0,0242	—0,0238	—0,0003	—0,008
5,198	4,876	1,961	0,684	0,511	0,0180	—0,0173	—0,0004	—0,011

Продолжение приложения 20

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
6,975	5,108	2,049	0,909	0,505	0,0134	—0,0129	—0,0004	—0,014
9,361	5,342	2,135	1,204	0,496	0,0099	—0,0094	—0,0004	—0,019
12,561	5,578	2,220	1,585	0,484	0,0074	—0,0068	—0,0004	—0,025
16,856	5,818	2,303	2,071	0,468	0,0055	—0,0049	—0,0003	—0,032
22,619	6,064	2,384	2,673	0,445	0,0041	—0,0034	—0,0003	—0,042
30,353	6,317	2,462	3,395	0,414	0,0031	—0,0023	—0,0002	—0,053
40,730	6,581	2,536	4,207	0,373	0,0023	—0,0015	—0,0001	—0,066
54,656	6,864	2,606	5,033	0,321	0,0018	—0,0009	—0,0000	—0,079
73,342	7,175	2,668	5,715	0,258	0,0014	—0,0005	0,0001	—0,089
98,417	7,531	2,719	6,018	0,188	0,0011	—0,0003	0,0001	—0,094
132,064	7,964	2,746	5,718	0,119	0,0009	—0,0001	0,0001	—0,089
177,215	8,520	2,719	4,826	0,063	0,0007	—0,0000	0,0001	—0,075
237,803	9,251	2,564	3,635	0,027	0,0006	—0,0000	0,0000	—0,057
319,104	10,161	2,129	2,204	0,009	0,0003	—0,0000	0,0000	—0,034
428,201	10,095	1,164	1,075	0,002	0,0002	—0,0000	0,0000	—0,017
574,597	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	—0,000
			$Ro=10^9$, $\mu=0$, $\Gamma=400$					
0,494	4,799	1,518	0,052	0,321	0,0917	—0,0914	—0,0002	—0,000
0,663	4,984	1,575	0,070	0,321	0,0683	—0,0680	—0,0002	—0,000
0,889	5,168	1,633	0,093	0,320	0,0508	—0,0506	—0,0002	—0,001
1,194	5,535	1,690	0,125	0,320	0,0379	—0,0376	—0,0002	—0,002
1,602	5,538	1,747	0,167	0,319	0,0282	—0,0279	—0,0002	—0,003
2,151	5,723	1,803	0,224	0,317	0,0210	—0,0207	—0,0002	—0,003
2,886	5,909	1,859	0,299	0,315	0,0156	—0,0153	—0,0002	—0,005
3,873	6,095	1,914	0,399	0,313	0,0116	—0,0113	—0,0002	—0,006
5,198	6,282	1,968	0,530	0,309	0,0086	—0,0083	—0,0002	—0,008
6,975	6,740	2,021	0,702	0,304	0,0064	—0,0061	—0,0002	—0,011
9,361	6,659	2,073	0,926	0,297	0,0048	—0,0044	—0,0002	—0,014
12,561	6,851	2,123	1,211	0,287	0,0035	—0,0031	—0,0002	—0,019

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
16,856	7,047	2,171	1,565	0,274	0,0026	—0,0022	—0,0002	—0,024
22,619	7,248	2,216	1,992	0,256	0,0020	—0,0015	—0,0002	—0,031
30,353	7,457	2,258	2,477	0,231	0,0015	—0,0010	—0,0001	—0,039
40,730	7,678	2,296	2,978	0,200	0,0011	—0,0006	—0,0000	—0,047
54,656	7,920	2,327	3,406	0,163	0,0009	—0,0004	0,0000	—0,053
73,342	8,193	2,346	3,624	0,120	0,0007	—0,0002	0,0001	—0,057
98,417	8,519	2,345	3,486	0,077	0,0006	—0,0001	0,0001	—0,054
132,064	8,932	2,298	2,968	0,041	0,0004	—0,0000	0,0000	—0,046
177,215	9,467	2,149	2,239	0,018	0,0003	—0,0000	0,0000	—0,035
237,803	10,117	1,776	1,426	0,006	0,0002	—0,0000	0,0000	—0,022
319,104	10,700	0,960	0,671	0,001	0,0001	—0,0000	0,0000	—0,010
428,201	10,307	0,288	0,000	0,000	0,0001	—0,0000	0,0000	—0,000
574,597	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	—0,000
			$Ro=10^5$, $\mu=50$, $\Gamma=400$					
0,494	0,361	0,279	0,263	0,905	0,1531	—0,1435	—0,0035	—0,611
0,663	0,457	0,354	0,292	0,903	0,1377	—0,1285	—0,0030	—0,610
0,889	0,573	0,444	0,331	0,900	0,1213	—0,1126	—0,0026	—0,609
1,194	0,709	0,548	0,382	0,985	0,1048	—0,1048	—0,0023	—0,607
1,602	0,865	0,668	0,451	0,889	0,0887	—0,0806	—0,0020	—0,605
2,151	1,040	0,802	0,542	0,880	0,0736	—0,0658	—0,0018	—0,602
2,886	1,235	0,951	0,661	0,868	0,0601	—0,0525	—0,0016	—0,597
3,873	1,448	1,112	0,818	0,853	0,0484	—0,0410	—0,0014	—0,592
5,198	1,677	1,285	1,022	0,834	0,0384	—0,0313	—0,0013	—0,585
6,975	1,922	1,467	1,285	0,809	0,0303	—0,0234	—0,0011	—0,576
9,361	2,183	1,659	1,621	0,777	0,0237	—0,0171	—0,0009	—0,565
12,561	2,459	1,860	2,042	0,738	0,0184	—0,0123	—0,0007	—0,551
16,856	2,753	2,069	2,559	0,689	0,0143	—0,0085	—0,0005	—0,534
22,619	3,068	2,287	3,175	0,632	0,0112	—0,0058	—0,0003	—0,513
30,353	3,407	2,513	3,880	0,563	0,0087	—0,0038	—0,0001	—0,488

Продолжение приложения 20

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
40,730	3,778	2,751	4,639	0,486	0,0068	—0,0023	0,0001	—0,456
54,656	4,191	3,000	5,385	0,401	0,0054	—0,0014	0,0002	—0,418
73,342	4,662	3,264	6,009	0,312	0,0043	—0,0007	0,0002	—0,313
98,417	5,214	3,542	6,369	0,225	0,0034	—0,0004	0,0002	—0,311
132,064	5,881	3,833	6,322	0,147	0,0027	—0,0002	0,0001	—0,263
177,215	6,711	4,125	5,744	0,084	0,0020	—0,0001	0,0001	—0,201
237,803	7,761	4,384	4,546	0,039	0,0014	—0,0000	0,0000	—0,137
319,104	9,113	4,541	2,192	0,010	0,0006	—0,0000	0,0000	—0,058
428,201	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	—0,0000	0,0000	—0,000
			$Ro = 10^7$,	$\mu = 50$,	$\Gamma = 400$			
0,494	2,716	1,227	0,061	0,426	0,1417	—0,1373	—0,0011	—0,289
0,663	2,920	1,318	0,081	0,424	0,1064	—0,1022	—0,0011	—0,288
0,889	3,125	1,410	0,108	0,421	0,0799	—0,0758	—0,0010	—0,287
1,194	3,332	1,502	0,143	0,417	0,0600	—0,0560	—0,0010	—0,285
1,602	3,541	1,594	0,190	0,412	0,0450	—0,0412	—0,0009	—0,284
2,151	3,753	1,687	0,251	0,406	0,0338	—0,0301	—0,0008	—0,281
2,886	3,967	1,780	0,332	0,398	0,0255	—0,0219	—0,0007	—0,278
3,873	4,185	1,874	0,436	0,387	0,0192	—0,0158	—0,0006	—0,275
5,198	4,407	1,967	0,570	0,374	0,0145	—0,0113	—0,0005	—0,270
6,975	4,635	2,062	0,740	0,357	0,0110	—0,0079	—0,0004	—0,264
9,361	4,870	2,156	0,951	0,337	0,0084	—0,0055	—0,0003	—0,257
12,561	5,116	2,252	1,208	0,313	0,0064	—0,0037	—0,0002	—0,248
16,856	5,374	2,347	1,511	0,284	0,0049	—0,0025	—0,0001	—0,237
22,619	5,649	2,443	1,852	0,251	0,0038	—0,0016	0,0000	—0,224
30,353	5,948	2,537	2,213	0,213	0,0030	—0,0011	0,0000	—0,208
40,730	6,279	2,630	2,559	0,173	0,0023	—0,0005	0,0001	—0,190
54,656	6,655	2,716	2,838	0,132	0,0019	—0,0003	0,0001	—0,168
73,342	7,094	2,790	2,991	0,094	0,0015	—0,0001	0,0001	—0,144
98,417	7,621	2,833	2,968	0,061	0,0012	—0,0001	0,0000	—0,118
132,064	8,263	2,814	2,739	0,035	0,0009	—0,0000	0,0000	—0,092

$z_n \cdot 10^5$	$u_n \cdot 10$	$v_n \cdot 10$	$k_n \cdot 10^6$	$b_n \cdot 10^2$	E_{1n}	E_{3n}	E_{4n}	E_{2n}
177,215	9,043	2,665	2,293	0,017	0,0007	0,0000	0,0000	—0,067
237,803	9,952	2,264	1,693	0,007	0,0004	0,0000	0,0000	—0,043
319,104	10,874	1,402	0,690	0,001	0,0002	0,0000	0,0000	—0,016
428,201	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	—0,000
			Ro = 10^9,	μ = 50,	Γ = 400			
0,494	4,386	1,567	0,047	0,272	0,0740	—0,0715	—0,0007	—0,185
0,663	4,557	1,628	0,063	0,270	0,0533	—0,0528	—0,0006	—0,184
0,889	4,730	1,688	0,085	0,268	0,0414	—0,0389	—0,0006	—0,183
1,194	4,903	1,749	0,113	0,265	0,0310	—0,0286	—0,0006	—0,182
1,602	5,078	1,809	0,150	0,261	0,0232	—0,0209	—0,0005	—0,181
2,151	5,255	1,870	0,198	0,256	0,0175	—0,0152	—0,0005	—0,179
2,886	5,434	1,930	0,261	0,249	0,0132	—0,0110	—0,0004	—0,177
3,873	5,617	1,991	0,342	0,241	0,0099	—0,0079	—0,0003	—0,174
5,198	5,804	2,051	0,444	0,232	0,0075	—0,0055	—0,0003	—0,170
6,975	5,996	2,112	0,573	0,219	0,0057	—0,0039	—0,0002	—0,166
9,361	6,196	2,172	0,730	0,204	0,0044	—0,0026	—0,0001	—0,161
12,561	6,406	2,232	0,918	0,187	0,0034	—0,0017	—0,0001	—0,154
16,856	6,629	2,290	1,131	0,166	0,0026	—0,0011	—0,0000	—0,146
22,619	6,869	2,348	1,360	0,142	0,0020	—0,0007	0,0000	—0,136
30,353	7,132	2,401	1,584	0,117	0,0016	—0,0004	0,0000	—0,125
40,730	7,429	2,449	1,772	0,091	0,0013	—0,0002	0,0001	—0,111
54,656	7,771	2,483	1,885	0,065	0,0010	—0,0001	0,0000	—0,095
73,342	8,177	2,493	1,889	0,043	0,0008	—0,0000	0,0000	—0,079
98,417	8,664	2,453	1,763	0,025	0,0006	—0,0000	0,0000	—0,062
132,064	9,251	2,314	1,499	0,013	0,0004	—0,0000	0,0000	—0,045
177,215	9,927	1,983	1,106	0,005	0,0003	—0,0000	0,0000	—0,019
237,803	10,579	1,292	0,604	0,001	0,0001	—0,0000	0,0000	—0,014
319,104	10,702	0,108	0,224	0,000	0,0000	—0,0000	0,0000	—0,005
428,201	10,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0000	—0,000

ПРИЛОЖЕНИЕ 21

Угол полного поворота ветра в пределах пограничного слоя атмосферы (α) и касательное напряжение на уровне шероховатости (τ_n) в зависимости от Ro и μ ($\Gamma=400$)

Ro	μ	$\alpha°$	$\tau_n \cdot 10^2$
10^5	—50	33,1	0,434
	0	38,2	0,269
	50	37,8	0,201
10^7	—50	19,1	0,157
	0	22,1	0,114
	50	24,4	0,093
10^9	—50	14,1	0,088
	0	17,6	0,069
	50	19,7	0,060

ПРИЛОЖЕНИЕ 22

Значения функции $\Gamma(\eta)=\int_0^\infty e^{-\sigma}\sigma^{\eta-1}d\sigma$

η	0	1	2	3	4
1,0	1	0,99433	0,98884	0,98385	0,97844
1,1	0,95135	0,94740	0,94359	0,93993	0,93642
1,2	0,91817	0,91558	0,91311	0,91075	0,90852
1,3	0,89747	0,89600	0,89464	0,89338	0,89222
1,4	0,88726	0,88676	0,88636	0,88604	0,88581
1,5	0,88623	0,88659	0,88704	0,88757	0,88818
1,6	0,89352	0,89468	0,89592	0,89724	0,89864
1,7	0,90864	0,91057	0,91258	0,91467	0,91683
1,8	0,93138	0,93408	0,93685	0,93969	0,94261
1,9	0,96177	0,96523	0,96877	0,97240	0,97610

η	5	6	7	8	9
1,0	0,97350	0,96874	0,96415	0,95973	0,95546
1,1	0,93304	0,92980	0,92670	0,92373	0,92089
1,2	0,90640	0,90440	0,90250	0,90072	0,89904
1,3	0,89115	0,89018	0,88931	0,88854	0,88785
1,4	0,88566	0,88560	0,88563	0,88575	0,88595
1,5	0,88887	0,88964	0,89049	0,89142	0,89243
1,6	0,90012	0,90167	0,90330	0,90500	0,90678
1,7	0,91906	0,92137	0,92376	0,92623	0,92877
1,8	0,94561	0,94869	0,95184	0,95507	0,95838
1,9	0,97988	0,98374	0,98768	0,99171	0,99581

ПРИЛОЖЕНИЕ 23

Значения функции cth x

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0		100,0	50,01	33,34	24,56	20,02	16,69	14,31	12,53	11,14
0,1	10,033	9,128	8,373	7,736	7,189	6,717	6,303	5,939	5,615	5,326
0,2	5,066	4,832	4,619	4,424	4,246	4,084	3,932	3,793	3,664	3,544
0,3	3,433	3,328	3,231	3,140	3,054	2,973	2,897	2,825	2,757	2,693
0,4	2,632	2,574	2,519	2,467	2,418	2,370	2,325	2,282	2,241	2,209
0,5	2,164	2,128	2,093	2,060	2,028	1,998	1,969	1,940	1,913	1,887
0,6	1,862	1,838	1,814	1,792	1,770	1,749	1,729	1,710	1,691	1,672
0,7	1,655	1,638	1,621	1,605	1,589	1,574	1,560	1,546	1,532	1,519
0,8	1,506	1,493	1,481	1,470	1,458	1,447	1,436	1,426	1,415	1,406
0,9	1,396	1,387	1,378	1,369	1,360	1,352	1,344	1,336	1,328	1,320
1,0	1,313	1,306	1,299	1,292	1,286	1,279	1,273	1,267	1,261	1,255
1,1	1,249	1,244	1,238	1,233	1,228	1,223	1,218	1,213	1,209	1,204
1,2	1,200	1,195	1,191	1,187	1,183	1,179	1,175	1,171	1,168	1,164
1,3	1,160	1,157	1,154	1,151	1,147	1,144	1,141	1,138	1,135	1,132
1,4	1,130	1,127	1,124	1,121	1,119	1,116	1,114	1,112	1,109	1,107
1,5	1,105	1,103	1,101	1,098	1,096	1,094	1,092	1,090	1,089	1,087
1,6	1,085	1,083	1,081	1,080	1,078	1,077	1,075	1,074	1,072	1,071
1,7	1,069	1,068	1,066	1,065	1,064	1,062	1,061	1,060	1,059	1,057
1,8	1,056	1,055	1,054	1,053	1,052	1,051	1,050	1,049	1,048	1,047
1,9	1,046	1,045	1,044	1,043	1,042	1,041	1,040	1,040	1,039	1,038
2,0	1,037	1,037	1,036	1,035	1,034	1,034	1,033	1,032	1,032	1,031
2,1	1,030	1,030	1,029	1,029	1,028	1,028	1,027	1,026	1,026	1,025
2,2	1,025	1,024	1,024	1,023	1,023	1,022	1,022	1,022	1,021	1,021
2,3	1,020	1,020	1,020	1,019	1,019	1,018	1,018	1,018	1,017	1,017
2,4	1,016	1,016	1,016	1,015	1,015	1,014	1,014	1,014	1,013	1,013
2,5	1,012	1,012	1,012	1,011	1,011	1,010	1,010	1,010	1,009	1,009

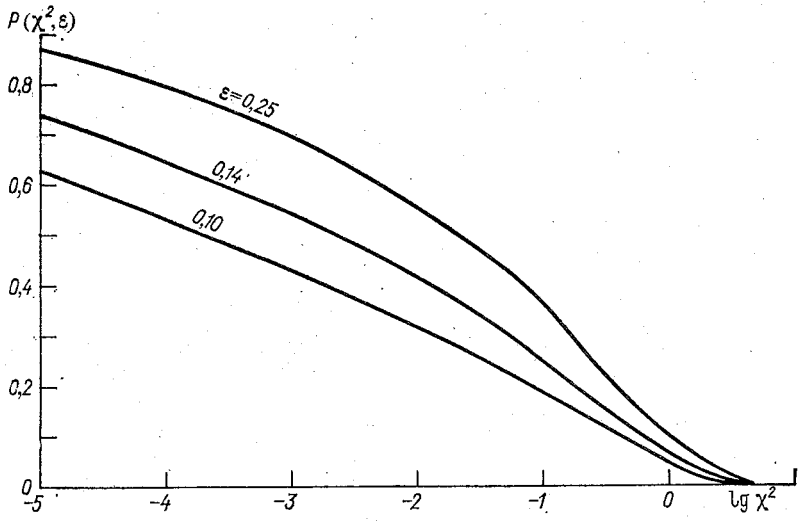
ПРИЛОЖЕНИЕ 24

Теплофизические характеристики почв

Степень увлажнения почвы	Объемная теплоемкость $(c_1\rho_1)\cdot 10^{-6}$ Дж/(К·м³)	Коэффициент температуропроводности $a\cdot 10^6$, м²/с	$\lambda = a\rho_1 c_1$ Дж/(К·м·с)
Сухая	1,34	0,17	0,21
Слабо увлажненная	1,59	0,28	0,46
Хорошо увлажненная	1,92	0,43	0,84
Сильно увлажненная	2,43	0,60	1,47

ПРИЛОЖЕНИЕ 25

График для определения функции $P(\chi^2, \varepsilon)$



Ответы на задачи

К главе 1

1.1. $\frac{1}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}r$, $\frac{1}{6}\frac{\partial^3 p}{\partial r^3}r^2$

1.2. 5,8 гПа, северо-северо-восток

1.3. $1{,}6\cdot10^{-4}$ гПа/км^2

1.4. 2,3 гПа, востоко-юго-восток

1.5. 37″

1.6. 2′39″

1.7. $\frac{\partial p}{\partial x}=-0{,}4$ гПа/100 км, $\frac{\partial p}{\partial y}=-0{,}1$ гПа/100 км,
$\nabla^2 p=1{,}24\cdot10^{-4}$ гПа/км^2

1.8. $\delta\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\leqslant 0{,}02$ гПа/100 км, $\delta(\nabla^2 p)\leqslant 0{,}032\cdot10^{-4}$ гПа/км^2

1.9. $\nabla^2 p=-1\cdot10^{-4}$ гПа/км^2, гребень антициклона

1.10. $\delta(\nabla^2 p)=0$, $\delta\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_{\text{ц.р}}=0$,
$\delta\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_{\text{о.р}}=1{,}5\cdot10^{-2}$ гПа/км

1.11. $5\cdot10^{-6}$ 1/с

1.12. 0; $-4\cdot10^{-5}$ 1/с

1.13. $3\cdot10^{-5}$ 1/с

1.14. $-4\cdot10^{-5}$ 1/с

1.15. $2\cdot10^{-5}$ 1/с, $0{,}97\cdot10^{-5}$ 1/с

1.16. $0{,}68\cdot10^{-5}$ 1/с, $2{,}23\cdot10^{-5}$ 1/с

1.17. —1,2 °С

1.18. 1,6 °С

1.19. 26 м/с

1.20. 20,4 км

1.21. 20,1 м/с, северо-северо-восток

1.22. 0,46 °С

1.23. 0,3 °С/ч

1.24. 145°

1.25. 2 ч

1.26. 1,2 см

1.27. 0,32 °С

1.28. 5,1 °С

1.29. 7,6 °С

1.30. 5,9 °С

1.31. а) $[F]=LMT^{-2}$, $[W]=L^2MT^{-2}$;
б) $[m]=L^{-1}FT$, $[A]=LF$

1.32. а) 3—x, p, t либо u, ρ, ω_z;
б) 5—H, ρ, t, c_p, β либо H, ρ, ω_z, c_p, P_0

1.33. $F_{\text{ц}}=c\dfrac{mu^2}{r}$

1.34. $W_{\text{п}}=cmgh$

1.35. $W\approx\dfrac{g}{\theta}\dfrac{d\theta}{dz}\xi^2$

1.36. $V_g\approx\dfrac{1}{\rho\omega_z}\dfrac{\partial p}{\partial n}$

1.37. $V_r=V_g\Phi\left(\dfrac{V_g}{R\omega_z}\right)_{R\to\infty}=V_g\left(1+\alpha\dfrac{V_g}{R\omega_z}\right)$

1.38. $H\approx\dfrac{V_g}{\omega_z}f\left(\dfrac{V_g}{z_0\omega_z}\right)$

1.39. $H=\dfrac{v_*}{\omega_z}\varphi\left(\dfrac{g}{T}\dfrac{\Gamma}{\omega_z^2}\right)_{\gamma\to 0}\approx\dfrac{v_*}{\omega_z}\left(1+\alpha\dfrac{g}{T}\dfrac{\Gamma}{\omega_z^2}\right)$

1.40. а) $k=m\dfrac{V_g^2}{\omega_z}\left(1+\alpha_1\dfrac{g}{T}\dfrac{P_0}{\rho c_p\omega_z V_g^2}\right)$;

б) $k=m\dfrac{V_g^2}{\omega_z}\left(1+\alpha_2\dfrac{g}{T}\dfrac{\Gamma}{\omega_z^2}\right)$

1.41. $k\sim l_{\text{т}}\sqrt{b}$, $\varepsilon\sim\dfrac{b^{3/2}}{l_{\text{т}}}$

1.42. $\Delta T\sim\dfrac{\sqrt{t}}{\rho_1 c_1\sqrt{a}}E_{\text{эф}}$

1.43. $k\sim v_*z\left(1-\beta\dfrac{z}{v_*^3\Big/\dfrac{g}{T}\dfrac{P_0}{\rho c_p}}\right)\to v_*z$ при $P_0\to 0$

1.44. $k\sim z^{4/3}\left(\dfrac{g}{T}\dfrac{P_0}{\rho c_p}\right)^{1/3}$

1.45. $k\sim v_*^4\Big/\dfrac{g}{T}\dfrac{P_0}{\rho c_p}$

1.46. $S\sim Nx^{-4/3}\left(\dfrac{\rho c_p\theta_0}{P_0 g}\right)^{1/3}\Phi\left[v_*\left(\dfrac{\rho c_p\theta_0}{P_0 gx}\right)^{1/3}\right]$

1.47. $\dfrac{z_0 g}{v_*^2}=F\left(\dfrac{\nu g}{v_*^4\tilde{\rho}},\ \dfrac{xg}{v_*^2},\ \dfrac{tg}{v_*},\ \dfrac{\rho}{\tilde{\rho}}\right)$

1.48. $\dfrac{V_g}{\omega_z z_0}$, $\dfrac{z}{V_g/\omega_z}$, $\dfrac{g}{T}\dfrac{P_0/\rho c_p}{\omega_z V_g^2}$, $\dfrac{g}{T}\dfrac{\gamma}{\omega_z^2}$

1.49. $\Theta - \Theta_0 = (\Theta_1 - \Theta_0)\,\Phi\left(\frac{uz^2}{kx}\right)$;

$h \sim \left(\frac{kx}{u}\right)^{1/2}$, $P_0 \sim \rho c_p (\Theta_1 - \Theta_0)\left(\frac{ku}{x}\right)^{1/2}$

1.50. $\omega \sim \left(\frac{g\Gamma}{T_0}\right)^{1/2}$

1.51. $t = \frac{k}{V_g^2} f\left(\frac{\omega_z k}{V_g^2}\right)$

1.52. $c \sim \lambda^2\beta$

1.53. $p \sim c_p \rho T \cdot \Phi\left(\frac{c_p}{c_v}\right)$

1.54. $H \sim \sqrt{\frac{k}{\omega_0}}$; $\Delta t \sim \frac{\Delta z}{\sqrt{\omega_0 k}}$

1.55. $c_\Phi \sim \sqrt{\frac{g}{T}\Delta T \lambda}$

К главе 2

2.1. 0,57 °С

2.2. $59{,}64 \cdot 10^3$ Дж

2.3. $c_{зв} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} RT} = 348{,}6$ м/с

2.5. $\frac{dT}{dz} = \frac{1}{c_p}\frac{dQ}{dz} - \gamma_a$, $\frac{dT}{dz} = -\gamma_a = -0{,}978$ °С/100 м

2.6. 0,1 Дж/(г·100 м)

2.7. $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\overline{T}}{\overline{T}_0}\right)^{\gamma_a/\gamma}$

2.8. 273,6 К; —0,4 К

2.9. 230 Дж/(кг·100 м); 3180 Дж/(кг·100 м)

2.10. Уменьшится на 7,3 °С

2.11. $\frac{d\Theta}{dz} = \frac{\Theta}{T}\left(\frac{dT}{dz} + \gamma_a\right)$

2.12. 1,0 Дж/(г·100 м)

2.13. $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dz} = -\frac{gc_v}{c_p R\overline{T}}$

2.14. —0,83 %/100 м

2.15. —1,22 %/100 м

2.16. —3,42 °С/100 м, —2,42 Дж/(г·100 м)

2.17. Уменьшается на 0,82 %/100 м

2.18. $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p}} e^{\int_{p_0,T_0}^{p,T} \frac{dQ}{c_p T}}$, $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p - c}}$, $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p}}$

2.19. $\frac{T}{T_0}=\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{R}{c_v}} e^{\int\limits_{v_0,T_0}^{v,T}\frac{dQ}{c_vT}}$, $\frac{T}{T_0}=\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{R}{c_v-c}}$,

$\frac{T}{T_0}=\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{R}{c_v}}$

2.20. $n=\frac{c_p-c}{c_v-c}$, $n=\frac{c_p}{c_v}$

2.21. $\frac{c_p}{c_v}$, 1, 0, ∞

2.22. Частица отдает тепло при $n>1{,}42$; совершает положительную внешнюю работу при $n>0$

2.23. 0,14 °C/100 м

2.24. 1,075; 0,742 Дж/(г·100 м)

2.25. 0,76; 1,10 °C/100 м

2.26. $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dz}=-\frac{g}{R\bar{T}}\left(\frac{c-c_v}{c-c_p}\right)$;

1) уменьшается на 0,3 %/100 м, 2) уменьшается на 1,7 %/100 м

2.27. 69°10′

2.28. Уменьшится на 3,2 °C за сутки

2.29. 0,40 Дж/(г·100 м)

2.30. Состояние устойчивое; $n=1{,}55$

2.31. Состояние неустойчивое; $n=1{,}22$

2.32. Уменьшается

2.33. Состояние устойчивое; $\frac{dQ}{dz}=0{,}25$ Дж/(г · 100 м)

2.34. 5,3 км

2.35. 1,3 км

2.36. —5,9 Дж/г

2.37. —1,1 °C/100 м, $\Delta Q=-10$ Дж/г

2.38. ±526 м, ±1 °C

2.39. $z_к(\alpha)=\frac{1}{\alpha}\ln\left[1+\alpha z_к(0)\right]$

2.40. $z(\alpha)=\frac{1}{\alpha}\ln\left[1+\alpha z(0)\right]$

2.41. $z_{max}(\alpha)=\frac{1}{\alpha}\ln\left[\frac{1+2\frac{\alpha(T_0-\bar{T}_0)}{\gamma_a-\bar{\gamma}}}{1+\frac{\alpha(T_0-\bar{T}_0)}{\gamma_a-\bar{\gamma}}}\right]$

2.42. $\frac{\beta(\gamma_a-\gamma)}{2}\ \frac{z_к^2(0)}{1+2\alpha z_к(0)}\ \left(z_к(0)=\frac{T_0-\overline{T}_0}{\gamma_a-\overline{\gamma}}\right)$

2.43. $\alpha=0{,}35$ км$^{-1}$

2.44. 405,4 м; 10,5 м/с

2.45. $v_{кр}=3b=5{,}09$ см^3/г; $T_{кр}=\frac{8}{27}\frac{a}{bR^2}=639$ К;

$p_{кр}=\frac{a}{27b^2}=2{,}2\cdot10^5$ гПа

2.46. $\left(p_n+\frac{3}{v_n^2}\right)\left(v_n-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{3}T_n$

2.48. $B\rho=-5{,}6\cdot10^{-5}$ при $T=273$ К и $B\rho=-1{,}9\cdot10^{-4}$ при $T=293$ К; вклад остальных членов разложения существенно меньше

2.49. 0,006 %

2.50. $E=E_0e^{-L/R_пT}$, $E_0=3\cdot10^9$ гПа

2.51. $E=c_1T^{\frac{c}{R_п}}e^{-\frac{L_0}{R_пT}}$

2.52. Важнее предсказывать изменение температуры

2.53. —0,55 %

2.54.

p гПа	T К	E гПа	e гПа	f %	t_d °С
1000	283,0	12,26	8,58	70	4,7
980	281,7	11,24	8,41	75	4,5
960	280,4	10,29	8,24	80	4,2
940	279,1	9,42	8,06	86	3,9
920	277,8	8,61	7,90	92	3,6
900	276,4	7,80	7,72	99	3,2
880	275,0	7,05	7,55	107	2,9

Уровень конденсации находится в слое 880—900 гПа

2.55. $\frac{df}{dz}=-\frac{f}{RT}\left(g+\frac{L}{1{,}6T}\frac{dT}{dz}\right)$

2.56. 0,794 Дж/(г·100 м), —0,188 °С/100 м

2.57. 7,3 %/100 м, 6,1 %/100 м

2.58. —3,42 °С/100 м, —20,8 %/100 м, 19,7 %/100 м

2.59. —0,91 °С/100 м, —6,2 %/100 м, 0,08 Дж/(г·100 м)

2.61. 10 гПа

2.62. 61 %, 19 °С

2.63. 7,2 %

2.64. 55 %

2.65. 86 %

2.67. —0,98 °С/100 м, —0,96 °С/100 м, —0,44 °С/100 м

2.68. —0,22 ‰/100 м

2.69. $\frac{dT_v}{dz}=(1+0{,}605q)\frac{dT}{dz}+0{,}605T\frac{dq}{dz}$

2.70. —0,48 °С/100 м

2.71. При $f = 90\%$ $\frac{dT_v}{dz} = -0{,}97$ °С/100 м,

при $f = 100\%$ $\frac{dT_v}{dz} = -0{,}48$ °С/100 м.

$\frac{d\overline{T}_v}{dz} = -1{,}01$ °С/100 м. В обоих случаях состояние неустойчивое

2.72. $\left|\frac{dQ_{вн}}{dz}\right| < 1{,}13$ Дж/(г · 100 м) и $\left|\frac{dQ_{вн}}{dz}\right| < 1{,}44$ Дж/(г · 100 м)

2.73. —0,19 °С/100 м и 0,80 Дж/(г·100 м)

2.74. —0,91 °С/100 м, —6,2 %/100 м, —0,87 Дж/(г·100 м)

2.75. 0,256 ‰/100 м и 1,6 Дж/(г·100 м)

2.76. —5,7 %/100 м, —4,5 %/100 м и —2,5 Дж/(г·100 м)

2.77. —4,2 ‰/100 м, —12,8 Дж/(г·100 м)

2.79. —1,1 г/м³ и —3,2 Дж/г

2.80. 4,6 Дж/г и 1,4 °С

2.81. —0,87 г/м³ и —1,84 Дж/г

2.82. 10 °С и 552 м

2.83. $\frac{dT}{dz} = \frac{1}{1 + \frac{L^2 q_s}{c_p R_п T^2}} \left\{ \alpha (\overline{T} - T) - \gamma_a \left(1 + \frac{L q_s}{RT}\right) \right\}$

2.84. При $\alpha = 10^{-7}$ см$^{-1}$ основную роль играет эффект расширения, а при $\alpha = 10^{-5}$ см$^{-1}$ эффекты вовлечения и расширения играют примерно одинаковую роль.

К главе 3

3.1. 344 Вт/м²

3.2. 246 К, 272 К, 187 К

3.3. —95 Вт/м², —17 К, —19 К, —13 К

3.4. Значения m_z (кг/м²)

φ°	*p* гПа						
	100	200	300	400	500	550	600
10	$1 \cdot 10^{-4}$	0,0054	0,062	0,379	1,257	2,00	3,05
60	$1 \cdot 10^{-4}$	0,0031	0,026	0,128	0,465	0,783	1,250

φ°	*p* гПа							
	650	700	750	800	850	900	950	1000
10	4,48	6,39	8,92	12,22	16,47	21,78	28,25	36,05
60	1,918	2,84	4,07	5,65	7,64	10,08	13,02	16,54

3.5. Значения S' и $D^{\uparrow}$ (Вт/м²)

$\vartheta_{\odot}$°	Величина	p гПа					
		0	200	400	600	800	1000
0	S'	1376	1335	1293	1243	1200	1157
	$D^{\uparrow}$	174	174	174	174	174	174
50	S'	886	859	825	790	760	730
	$D^{\uparrow}$	110	110	110	110	110	110

3.6. Значения $\frac{\partial T}{\partial t}$ (К/сут)

$\vartheta_{\odot}$°	Слой, гПа					
	0—200	200—400	400—600	600—800	800—1000	0—1000
0	1,7	1,8	2,1	1,8	1,8	1,8
50	1,1	1,4	1,5	1,3	1,3	1,3

3.7. Значения S', $D^{\downarrow}$ и $D^{\uparrow}$ (Вт/м²)

p гПа	S'	$D^{\downarrow}$	$D^{\uparrow}$
	$\varphi = 10°$		
0	886	0	431
550	800	0	431
600	0	318	30
1000	0	297	30
	$\varphi = 60°$		
0	886	0	440
550	816	0	440
600	0	323	31
1000	0	305	31

3.8. Значения $\frac{\partial T}{\partial t}$ (К/сут)

φ °	Слой, гПа			
	0—550	550—600	600—1000	0—1000
10	1,3	13,6	0,4	1,6
60	1,1	14,2	0,4	1,5

3.9.

p гПа	0	200	400	600	800	1000
$F^{\uparrow}$ Вт/м² . . .	269	274	318	366	417	455
$F^{\downarrow}$ Вт/м² . . .	0	10	97	210	298	387

3.10.

Слой, гПа	0—200	200—400	400—600	600—800	800—1000	0—1000
$\frac{\partial T}{\partial t}$ К/сут	—0,2	—1,8	—2,7	—1,6	—2,1	—1,7

3.11. Значения R (Вт/м²)

φ° ⊙	p гПа					
	0	200	400	600	800	1000
0	933	897	898	913	907	915
50	507	485	494	524	531	552

Значения $\frac{\partial T}{\partial t}$ (К/сут)

φ° ⊙	Слой, гПа					
	0—200	200—400	400—600	600—800	800—1000	0—1000
0	1,5	—0,04	—0,6	0,3	—0,3	0,2
50	0,9	—0,4	—1,3	—0,3	—0,9	—0,4

3.12. Значения F (Вт/м²)

p гПа	$F^{\uparrow}$	$F^{\downarrow}$	$F^{\uparrow}$	$F^{\downarrow}$
	φ=10°		φ=60°	
0	233	0	225	0
550	307	187	260	137
600	366	325	314	276
1000	455	429	375	349

3.13. Значения $\frac{\partial T}{\partial t}$ (К/сут)

φ°	Слой, гПа			
	0—550	550—600	600—1000	0—1000
10	—1,7	—13,3	—0,3	—1,7
60	—1,6	—14,3	—0,2	—1,7

3.14. Значения R (Вт/м²)

φ°	p гПа			
	0	550	600	1000
10	222	249	247	241
60	221	253	254	248

Значения $\frac{\partial T}{\partial t}$ (К/сут)

φ°	Слой, гПа			
	0—550	550—600	600—1000	0—1000
10	—0,4	0,3	0,1	—0,2
60	—0,5	—0,2	0,1	—0,2

3.15.

$S^{\downarrow}+D^{\downarrow}$ при $z=0$	$D^{\uparrow}$ при $z\to\infty$	Радиационное нагревание		
		атмосферы	подстилающей поверхности	системы земная поверхность—атмосфера
а. Увеличится	Увеличится	Увеличится	Увеличится	Увеличится
б. Уменьшится	Уменьшится	Увеличится	Уменьшится	Увеличится, так как уменьшится уходящее излучение
в. Уменьшится	Увеличится	Уменьшится при облаках верхнего яруса, увеличится при низких облаках	Уменьшится	Уменьшится
г. Незначительно увеличится за счет многократного рассеяния	Увеличится	Незначительно увеличится за счет поглощения отраженной радиации	Уменьшится	Уменьшится

3.16.

$F^{\uparrow}$ при $z\to\infty$	$F^{\downarrow}$ при $z=0$	Радиационное выхолаживание		
		атмосферы	подстилающей поверхности	системы земная поверхность—атмосфера
а. Увеличится	Увеличится	Увеличится (при неизменном вертикальном градиенте температуры)	Увеличится	Увеличится
б. Увеличится, так как основной вклад в $F\uparrow$ вносит излучение атмосферы	Увеличится	Увеличится	Уменьшится	Увеличится, так как увеличится уходящее излучение
в. Уменьшится	Увеличится	Уменьшится при высоких облаках, увеличится при низких	Уменьшится	Уменьшится, так как уменьшится уходящее излучение

3.17. Появление облачности уменьшает как приход коротковолновой радиации, так и потерю тепла вследствие собственного излучения. При положительном радиационном балансе это приводит к похолоданию, а при отрицательном — к потеплению.

3.18. Способ расчета	$E_{эф}$ Вт/м²	$F\downarrow(0)$ Вт/м²
График Ковалевой	56	397
Формула Брента	84	370
Данные задачи 3.9	68	387

К главе 4

4.1. $\left(\frac{p_2}{1000}\right)^{R/c_p} = \left(\frac{p_1}{1000}\right)^{R/c_p} - \frac{\gamma_a (z_2 - z_1)}{\bar{\theta}}$

4.2. В общем виде

$$\frac{1}{p_2}\frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{1}{p_1}\frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{g(z_2 - z_1)}{RT_m^2}\frac{\partial T_m}{\partial t};$$

в изотермической атмосфере

$$\frac{1}{p_2}\frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{1}{p_1}\frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{g(z_2 - z_1)}{RT_1^2}\frac{\partial T_1}{\partial t};$$

в политропной атмосфере

$$\frac{1}{p_2}\frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{1}{p_1}\frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{g(z_2 - z_1)}{RT_1T_2}\frac{\partial T_1}{\partial t}$$

4.3. $5{,}3 \cdot 10^{15}$ т, 49,4 %, 9,9 %

4.4. $\overline{T} = T_1 - \frac{\gamma h}{2}$, $T_m = -\frac{\gamma h}{\ln\left(1 - \frac{\gamma h}{T_1}\right)}$

4.5. $\overline{T_1}$=270 К и $\overline{T_{10}}$=243 К; T_{m1}=270 К и T_{m10}=241,8 К

4.6. Уменьшится на 10 гПа

4.7. $H_п$=54,6 км;

z км	1	3	5	7	10
$p_{(4.5)}$ гПа	881	679	518	391	251
$p_{(4.3)}$ гПа	881	680	519	392	252

4.8. а) 2 гПа, б) —2 гПа

4.9. а) 2,6 °С/100 км, б) 4,2 °С/100 км. В обоих случаях направление градиента температуры совпадает с направлением градиента давления на высоте 3 км

4.10. 1,6 гПа/100 км, направлен на юго-восток

4.11. 4,3 °С/100 км

4.12. z=1,10 км;

Положение точки	Юг	Восток	Север	Запад
$\partial p/\partial n$ гПа/100 км	1,0	0,75	0	0,75
Направление градиента	Юг	Юго-восток	—	Юго-запад

4.13. 5′

4.14. z=3,08 км;

Положение точки	Центр	Юг	Восток	Север	Запад
p гПа	704	706	699	692	699
$\partial p/\partial n$ гПа/100 км	0,92	0	1,3	1,8	1,3
Направление градиента	Юг	—	Юго-запад	Юг	Юго-восток

4.15. 1,49 км

4.16. 828 гПа

4.17. $\Phi \cong g_0 z\left(1-\frac{z}{R_З}\right)$,

где g_0 — ускорение свободного падения на уровне моря, $R_З$ — радиус Земли, z — высота над уровнем моря.

4.18.

z км	10	30	50
H гп. дам	998	2986	4961

4.19. 10 020 и 9968 м

4.20. На полюсе: 528 гп. дам, 5261 м, 139 гп. дам, 1384 м; на экваторе: 528 гп. дам, 5288 м,139 гп. дам, 1391 м

4.21. а) $\overline{T}=T_1-\frac{9{,}8\gamma}{2g}H_{p_1}^{p_2}$,

б) $\overline{T}=T_2+\frac{9{,}8\gamma}{2g}H_{p_1}^{p_2}$

4.22. а) $H_{p_1}^{p_2}=\frac{RT_1\ln\frac{p_1}{p_2}}{9{,}8\left(1+\frac{R\gamma}{2g}\ln\frac{p_1}{p_2}\right)}$, $H_{p_1}=\frac{RT_0\ln\frac{p_0}{p_1}}{9{,}8\left(1+\frac{R\gamma}{2g}\ln\frac{p_0}{p_1}\right)}$;

б) $H_{p_1}^{p_2}=\frac{RT_2\ln\frac{p_1}{p_2}}{9{,}8\left(1-\frac{R\gamma}{2g}\ln\frac{p_1}{p_2}\right)}$, $H_{p_1}=\frac{RT_1\ln\frac{p_0}{p_1}}{9{,}8\left(1-\frac{R\gamma}{2g}\ln\frac{p_0}{p_1}\right)}$

4.23. Значения H (гп. дам)

γ	Формула	p гПа		
		900	500	100
g/R	Точная	87,8	439	791
	Прибл.	87,9	452	940
0,6 К/100 м	Точная	91,7	573	1664
	Прибл.	91,7	574	1683

4.24. $4{,}9\cdot10^6$ км

4.25. 454 гп. дам

4.26. $H_{900}=$ 88 гп. дам, $H_{1000}^{900}=$ 88 гп. дам

$H_{500}=$ 548 гп. дам, $H_{900}^{500}=460$ гп. дам

$H_{300}=$ 907 гп. дам, $H_{500}^{300}=359$ гп. дам

$H_{100}=1628$ гп. дам, $H_{300}^{100}=721$ гп. дам

4.27. Больше в слое влажного воздуха

4.28. 139,4 и 140,8 гп. дам

4.29. 254, 262 и 246 К

4.30. По точной формуле 274,9 и 243,4 К; по приближенной формуле: 274,5 и 243,2 К

4.31. 0,72 °С/100 м

4.32. 0,72 °С/100 м; 280, 260, 242 К

4.33. 2,7 гПа

4.34. —4,0 гПа

4.35. 0,75 °С

4.36. 8,3 гп. дам

4.37. 5,0 гПа

4.38. 0,07 °С/100 м

4.39. 1) $\delta H_{700}/H_{700} = -14\ \%$, $\delta H_{200}/H_{200} = -3\ \%$;

2) $\delta H_{700}/H_{700} = \delta H_{200}/H_{200} = -5\ \%$.

4.40. Температура изменится больше на нижней поверхности;

$$\delta T_1 = \frac{9{,}8\,\delta H_{p_1}^{p_2}}{R \ln \frac{p_1}{p_2}}\left(1 + \frac{R\gamma}{g} \ln \frac{p_1}{p_2}\right), \quad \delta T_2 = \frac{9{,}8\,\delta H_{p_1}^{p_2}}{R \ln \frac{p_1}{p_2}}\left(1 - \frac{R\gamma}{g} \ln \frac{p_1}{p_2}\right).$$

4.41. При $\gamma = 0{,}5$ °С/100 м: $\delta T_{1000} = 7{,}8$ К, $\delta T_{500} = 7{,}0$ К при $\gamma = 1$ °С/100 м: $\delta T_{1000} = 8{,}1$ К, $\delta T_{500} = 6{,}6$ К

4.42. $\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{p}{RT}\frac{\partial \Phi_p}{\partial t}$, $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p}{RT}\frac{\partial \Phi_p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p}{RT}\frac{\partial \Phi_p}{\partial y}$

4.43. 2,2 гп. дам/100 км

4.44. 1,1 гПа/100 км

4.45. $\frac{\partial p_0}{\partial n}$ (гПа/100 км) $= c \frac{\partial H_{1000}}{\partial n}$ (гп. дам/100 км);

t °С	0	15	27
c	1,25	1,18	1,14

К главе 5

5.1. $u_g = -\frac{1}{l}\frac{\partial \Phi_p}{\partial y}$, $v_g = \frac{1}{l}\frac{\partial \Phi_p}{\partial x}$

5.2. $c_g = \frac{5{,}4}{\sin \varphi}\frac{\partial p}{\partial n}$, $c_g = \frac{3{,}6}{\sin \varphi}\frac{\partial p}{\partial n}$

5.3. 90°

5.4. $C_g = \frac{3{,}36}{\sin \varphi}\frac{\partial H_p}{\partial n}$, $C_g = \frac{4{,}48}{\sin \varphi}\frac{\partial H_p}{\partial n}$

5.5. 16,6 м/с, юго-восточный (118°)

5.7. 10,3 м/с

5.8. 11 м/с, северный

5.9. 15,6 м/с, северо-восточный

5.10. 12,2 м/с, западный

5.11. 11,1 м/с, 59°

5.12. 1,8 гПа/100 км

5.13. 32°

5.14. 5,8 м/с

5.15. 3,5 м/с

5.16. 55°

5.17. 1,18 гПа/100 км, 20°

5.18. 1,68 гПа/100 км, 55°
5.19. 1,5 гПа/100 км, 213°
5.20. 7,0 м/с, 9,3 м/с
5.21. —1,1 гп. дам/100 км
5.22. 2,2 см
5.23. 248°
5.24. 1,72 гп.дам/100 км, —29°
5.25. 13,2 м/с, юго-восточный

5.26. $u_{0,\max} = \frac{lr}{2}, \quad \Delta r_{\min} = \frac{4\Delta p}{\rho r l^2}$

5.27. $u_0 = \frac{1}{l\rho}\frac{\partial p}{\partial r}\left(1 - \frac{1}{\rho r l^2}\frac{\partial p}{\partial r}\right)$

5.28. 8,2 м/с
5.29. —8,6 м/с

5.30. $\frac{u_0}{c_g} = -\frac{1}{2\varkappa}(1 - \sqrt{1+2\varkappa})$

5.31. 244 км
5.32. 2,64 гПа/100 км
5.33. 1,44 гПа/100 км
5.34. 850 км
5.35. 270 км в циклоне, 357 км в антициклоне

5.36. $u_0 = -\frac{lr}{2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{39{,}2}{rl^2}\frac{\partial H_p}{\partial r}}\right)$

5.37. 24,4 м/с
5.38. 30 м/с, 1,07 см карты
5.39. 823 км
5.40. 1190 км

5.41. $c_т = \frac{g}{lT}\frac{\partial T}{\partial n}\Delta z$

5.42. $c_т = \frac{2{,}46}{\sin\varphi}\frac{\partial T}{\partial n}\Delta z, \quad c_т = \frac{1{,}64}{\sin\varphi}\frac{\partial T}{\partial n}\Delta z$

5.43. 11,6 м/с
5.44. 12,8 м/с, 56°
5.45. На широте 30°
5.46. 15,7 м/с, 12°
5.47. 9,8 м/с, 6,1 км
5.48. 11,4 м/с, 5,25 км

5.49. $z_{об} = z_0 + \frac{T}{\rho g}\frac{\partial p/\partial n}{\partial T/\partial n_1}$

5.50. 3,2 К/100 км
5.51. 6,1 км
5.52. 4,3 м/с, северо-восточный

5.53. 0,67 К/100 км, с северо-востока на юго-запад

5.54. 1,32 К/100 км

5.55. 1,55 км

5.56. 0,7 К/100 км, растет к западу

5.57. $c_т = \frac{g}{l} \frac{\partial H_{p_1}^{p_2}}{\partial n} \frac{\Delta z}{H_{p_1}^{p_2}}$

5.58. $c_т = \frac{4{,}48}{\sin \varphi} \frac{\partial H_{p_1}^{p_2}}{\partial n} \frac{\Delta z}{H_{p_1}^{p_2}}$, $c_т = \frac{3{,}36}{\sin \varphi} \frac{\partial H_{p_1}^{p_2}}{\partial n} \frac{\Delta z}{H_{p_1}^{p_2}}$

5.59. 13,3 м/с

5.60. 6,4 м/с, 0,28 гп. дам/100 км

5.61. 1,5 м/с

5.62. 10,2 м/с, 0,81 гп. дам/100 км

5.63. 3,3 км, 6,4 м/с

5.64. 5248 гп·м

5.65. 1 гп. дам/100 км, на север

5.66. 2 см карты

5.67. 15,2 м/с, южный

5.68. $\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho l} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1} \sin \left(\widehat{\frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1}} \right)$

5.69. $\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{Rl \ln 2} \frac{\partial \Phi_{700}}{\partial n} \frac{\partial \Phi_{1000}^{500}}{\partial n_1} \sin \left(\frac{\partial \Phi_{700}}{\partial n} \frac{\partial \Phi_{1000}^{500}}{\partial n_1} \right)$

5.70. $\frac{\partial T}{\partial t} = -0{,}19 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1} \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}$

$\frac{\partial T}{\partial t} = -0{,}08 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1} \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}$

5.71. $\frac{\partial T}{\partial t} = -0{,}24 \frac{\partial H_p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1} \frac{\sin \alpha'}{\sin \varphi}$

$\frac{\partial T}{\partial t} = -0{,}11 \frac{\partial H_p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n_1} \frac{\sin \alpha'}{\sin \varphi}$

5.72. $\frac{\partial T}{\partial t} = -0{,}12 \frac{\partial H_{700}}{\partial n} \frac{\partial H_{1000}^{500}}{\partial n_1} \frac{\sin \beta}{\sin \varphi}$

5.73. —0,17 °С/ч

5.74. 0,13 °С/ч

5.75. —0,36 °С/ч

5.76. ±0,21 °С/ч

5.77. 0,5 °С/100 км

5.78. —0,44 °С/ч

5.79. —32°

5.80. 0,18 °С/ч

5.81. 6,68 гп. дам/12 ч

5.82. 523,5 гп. дам

5.83. Отклоняется на 67° от направления ветра

5.84. На 6,5 °С

5.85. 23,6 м/с

5.86. $\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{lT}{g} c_g^2 \frac{\partial \delta}{\partial z}$,

где δ — угол, отсчитываемый против часовой стрелки

5.87. $\dfrac{\partial T}{\partial t} = -0{,}94 \cdot 10^{-3} T c_g^2 \sin\varphi \dfrac{\partial \delta}{\partial z}$

5.88. $\dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{lp}{R} c_g^2 \dfrac{\partial \delta}{\partial p}$

5.89. $\dfrac{\partial T}{\partial t} = 0{,}32 \cdot 10^{-4} \sin\varphi p c_g^2 \dfrac{\partial \delta}{\partial p}$

5.90. —2,1 °C/ч

5.91. а) положительный, б) отрицательный

5.92. 0,16 °C/ч

5.93. 2 °C/ч

5.94. 4,5 °/100 гПа, влево

5.95. 1,3 °C/ч

5.96. —0,5 °C/ч

5.97. 1,2 °C/ч

5.99. 0,4 °C/ч

5.100. 2ч

5.101. $u_1 = \alpha \dfrac{4p_{01}}{u_0 \rho (b^2 - 4)} \sin 2\theta$; $v_1 = -\alpha \dfrac{2bp_{01}}{u_0 \rho (b^2 - 4)} \cdot \cos 2\theta$,

где $b = \sqrt{MN}$

5.102. $\Delta w_1 = \alpha \dfrac{16 p_{01} \cdot \Delta z}{r^2 l \rho (b^2 - 4)\left(1 - \sqrt{1 + \dfrac{8a}{l^2 \rho}}\right)} \cos 2\theta$

5.103. Значения r (10^2 км)

p гПа	θ°						
	0	30	60	90	120	150	180
995	5,0	4,0	4,0	5,0	5,8	5,8	5,0
1000	7,1	6,4	6,4	7,1	7,7	7,7	7,1
1005	8,8	8,1	8,1	8,7	9,1	9,1	8,7

5.104. Значения u_1 и v_2 (м/с)

r км	Составляющая	θ°						
		0	30	60	90	120	150	180
200	u_1	0	0,42	0,42	0	—0,42	—0,42	0
	v_1	—2,0	—1,0	1,0	2,0	1,0	—1,0	—2,0
300	u_1	0	0,28	0,28	0	—0,28	—0,28	0
	v_1	—1,30	—0,66	0,66	1,30	0,66	—0,66	—1,30
500	u_1	0	0,18	0,18	0	—0,18	—0,18	0
	v_1	—0,8	—0,4	0,4	0,8	0,4	—0,4	—0,8
700	u_1	0	0,12	0,12	0	—0,12	—0,12	0
	v_1	—0,56	—0,28	0,28	0,56	0,28	—0,28	—0,56

5.105. Значения w_1 (см/с)

r км	$\theta°$									
	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
200	—0,48	—0,38	—0,08	0,24	0,46	0,36	0,24	—0,08	—0,38	—0,48
300	—0,22	—0,16	—0,04	0,1	0,2	0,2	0,1	—0,04	—0,16	—0,22
500	—0,08	—0,06	—0,01	0,04	0,08	0,08	0,04	—0,01	—0,06	—0,08
700	—0,04	—0,04	—0,01	0,02	0,04	0,04	0,02	—0,01	—0,04	—0,04

5.106. На 5 % больше, на 18°

5.107. 4,1 м/с, отклонен вправо на 102°

5.108. 2,3 м/с, северный

5.109. 2,0 м/с за 1 ч; отклонен вправо от направления ветра на 150°

5.110. 9,6 м/с, отклонен на 41° вправо от геострофического ветра

5.111. Увеличится на 16 %

5.112. Увеличится на 2 м/с и повернет вправо на 10°

5.113. 2,72 м/с за 1 ч и 2,36 м/с за 1 ч

5.114. $H = \pi \sqrt{k}/2\sqrt{\omega_z}$

5.115. Значения v (м/с)

Соотношение высот	$z-h$			
	±50	±100	±200	±500
$z>h$	14,0	14,3	14,7	15,5
$z<h$	13,6	13,3	12,9	12,1

5.116. 2,1 м²/с

5.117. Увеличится до 9 м²/с

5.118. Увеличится до 6,8 м²/с

5.119. $w = \dfrac{\Delta c_g}{2} e^{\mp a(z-h)} \sin a(z-h) \dfrac{\partial h}{\partial y}$

5.120.

$z-h$ м	±25	±50	±75	±100
w_1 см/с	0,6	1,0	1,3	1,6

5.121. $(z-h)_{\max} = \pi \sqrt{k}/4\sqrt{\omega_z}$

5.122. 4,5 см/с

5.123. 49 м²/с

5.124. 940 м

5.125. Увеличится на 20 %

5.126. Уменьшится на 6 %

5.127. $-0{,}8 \cdot 10^{-2}$ м/с

5.128. $0{,}63 \cdot 10^{-2}$ м/с

5.129. 1 см/с, —0,4 см/с

5.130. 2,56 см/с

5.131. 3,37 см/с

5.132. 3,4 см/с

5.133. 0,77 см/с

5.134. —2,9 см/с

5.135. 1,1 см/с

5.136. 2,87 см/с

К главе 6

6.1. $\operatorname{tg}\alpha = 4{,}06\ (1+\beta\overline{T})\sin\varphi\ \dfrac{[u_g]}{[T]},\quad \beta = \dfrac{1}{273}$

6.2. $1{,}23\cdot10^{-3}$

6.3. $2{,}49\cdot10^{-3}$

6.4. $1{,}62\cdot10^{-3}$

6.5. 106 м/ч

6.6. Увеличится на 530 м

6.7. $7{,}5\cdot10^{-3}$

6.8. $5{,}4\cdot10^{-3}$, 6 м/с

6.9. $9{,}6\cdot10^{-3}$

6.10. $4{,}45\cdot10^{-3}$

6.11. $v_{-}=5{,}4$ м/с, $\operatorname{tg}\alpha=5{,}3\cdot10^{-3}$, $v_{\Phi}=3{,}8$ м/с

6.12. Вдоль широты на восток, $v_{\Phi}=6$ м/с, $\operatorname{tg}\alpha=10^{-2}$

6.13. 30° от направления меридиана, 4 %, в направлении востоко-юго-восток

6.14. 0,2 см/с

6.15. 0,2 см/с

6.16. $h/\lambda<0{,}09$, $h/\lambda>0{,}25$

6.17. $\Delta c\approx1{,}1$ м/с

6.18. $1{,}3\cdot10^{-3}$

6.19. 54,2 м и 5,42 м/с

6.20. Уменьшится в 1,41 раза

6.21. 12,6 м

6.22. $H/\lambda>0{,}19$

6.23. 488 м

6.24. 103 с и 2,9 м/с

6.25. 1) 13,1 м и 22,9 м/с;
2) 17,5 с и 17,1 м/с

6.26. 5,2 и 8,2 м/с

6.27. В 20 раз

6.28. $c = u_n \pm \sqrt{\dfrac{g\lambda}{4\pi}\dfrac{\Delta T}{\overline{T}}}$

6.29. 5,66 м/с

6.30. 449 с

6.31. 1158 м

6.32. 11,5 °С

6.33. 1575 м

6.35. 51,5 м

6.36. $c' = u' - \dfrac{\lambda'^2\cos^2\varphi}{180}$

6.37. 8,27 °/сут

6.38. 39,2 °/сут

6.39. 39°

6.40. 77,5°;
при $\varphi>77{,}5°$ v км/ч$<v$ °/сут,
при $\varphi<77{,}5°$ v км/ч$>v$ °/сут

6.41. 13,0 °/сут, 2,3 сут

6.42. $c_{\Gamma} = u + \dfrac{\beta\lambda^2}{4\pi^2}$

6.43. $c_{\Gamma} = 2u$

6.44. $c_{\Phi}=10$ °/сут, $c_{\Gamma}=30$ °/сут

6.45. $\lambda\geqslant51°$, $c_{\Gamma}\geqslant12$ °/сут

6.46. $c_1'=10$ °/сут (прямые волны), $c_2'=-20$ °/сут (обратные волны)

6.47. 7 сут 20 ч

6.48. 3 сут, $c_{\Phi}'=10$ °/сут, $c_{\Gamma}'=15$ °/сут

6.49. 28,7°

6.50. 3 сут 8 ч

К главе 7

7.1. $k=\varkappa v_* z$, $u=\frac{v_*}{\varkappa}\ln\frac{z}{z_0}$, $u=u_1\frac{\ln z/z_0}{\ln z_1/z_0}$,

$q=q_*\ln\frac{z}{z_0}$, $q_*=-\frac{E_0}{\rho\varkappa v_*}$, $q=q_1\frac{\ln z/z_0}{\ln z_1/z_0}$

7.2. $z_0=z_1\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{\frac{u_1}{u_1-u_2}}$

7.3. $\Delta z/z_0=110$ %

7.4. $\frac{\Delta k}{k}=\frac{1}{\ln\frac{z}{z_0}}\frac{\Delta z_0}{z_0}$, $\frac{\Delta k}{k}=21$ %

7.5. 1,67 м²/с

7.6. $E_0=\frac{0{,}622\rho k}{p}\frac{e_1-e_2}{z}\ln\frac{z_2}{z_1}$, 0,08 мм/ч

7.7. $z_0=1{,}1\cdot10^{-3}$ м, $\tau=0{,}089$ Н/м², $E_0=0{,}087$ мм/ч, $LE_0=60{,}5$ Вт/м², $B=44{,}2$ Вт/м²

7.8.

z_0 м	10^{-3}	$3\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^{-3}$	$7\cdot10^{-3}$	10^{-2}	$3\cdot10^{-2}$
$v_*/u_{10}\cdot10^2$	4,34	4,93	5,26	5,51	5,80	6,88
$C_D\cdot10^3$	1,88	2,43	2,77	3,04	3,36	4,73
z_0 м	$5\cdot10^{-2}$	$7\cdot10^{-2}$	10^{-1}	$3\cdot10^{-1}$	$5\cdot10^{-1}$	
$v_*/u_{10}\cdot10^2$	7,55	8,06	8,70	11,40	13,33	
$C_D\cdot10^3$	5,70	6,50	7,56	12,99	17,78	

7.9. $h=\frac{1{,}98\cdot10^2}{c_g}$

7.10. $k=\varkappa v_* z\left(1-\beta\frac{z}{L}\right)$, $u=\frac{v_*}{\varkappa}\left(\ln\frac{z}{z_0}+\beta\frac{z}{L}\right)$,

$T=T_0-\gamma_a z+T_*\left(\ln\frac{z}{z_0}+\beta\frac{z}{L}\right)$, $T_*=-\frac{P_0}{\rho c_p\varkappa v_*}$,

$q=q_0+q_*\left(\ln\frac{z}{z_0}+\beta\frac{z}{L}\right)$, $q_*=-\frac{E_0}{\rho\varkappa v_*}$

7.11. Значения u, t и q

P_0 Вт/м²	Величина	z м					
		0,5	1	2	4	6	10
209,4	u м/с	4,00	4,85	5,68	6,45	6,86	7,32
	t °C	12,44	11,89	11,35	10,83	10,55	10,21
	q ‰	6,98	6,76	6,55	6,35	6,25	6,13
—209,4	u м/с	4,05	4,92	5,85	6,80	7,39	8,20
	t °C	17,59	18,14	18,72	19,31	19,67	20,15
	q ‰	6,97	6,74	6,51	6,26	6,12	5,91

7.12. Значения $\bar{k}$ (м²/с)

P_0 Вт/м²	z м					
	0,5	1	2	4	6	10
209,4	0,10	0,21	0,43	0,91	1,45	2,70
—209,4	0,10	0,19	0,37	0,69	0,95	1,30

7.13. $P_0=179$ Вт/м², $E_0=0{,}543$ мм/ч, $k=1{,}52$ м²/с

7.14. $P_0=28$ Вт/м², $E_0=0{,}216$ мм/ч, $k=1{,}48$ м²/с

7.15. $u=8{,}37$ м/с, $t=23{,}84$ °С, $q=15{,}98$ ‰

7.16. $u=8{,}05$ и 7,32 м/с, $t=17{,}7$ и 16,8 °С, $q=9{,}44$ и 9,83 ‰

7.17.

z м	$P_0=104{,}7$ Вт/м²			$P_0=-104{,}7$ Вт/м²		
	du/dz	$d\Theta/dz$	dq/dz	du/dz	$d\Theta/dz$	dq/dz
0,5	1,445	—1,295	—1,927	1,562	1,400	—1,490
1	0,696	—0,623	—0,663	0,813	0,729	—0,775
2	0,324	—0,291	—0,309	0,444	0,398	—0,423
4	0,143	—0,128	—0,136	0,272	0,244	—0,260
6	0,085	—0,076	—0,081	0,235	0,210	—0,224
8	0,058	—0,052	—0,055	—	—	—
10	0,042	—0,038	—0,040	—	—	—
15	0,023	—0,021	—0,022	—	—	—
20	0,015	—0,013	—0,014	—	—	—

7.18. $$L=-\frac{v_*^3}{\varkappa\frac{g}{T}\frac{p_0}{\rho c_p}},\quad T_*=-\frac{P_0}{\rho c_p \varkappa v_*},\quad q_*=-\frac{E_0}{\rho \varkappa v_*},$$

$$k_0=\varkappa v_* L,\quad b_0=c^{-1/2}v_*^2,\quad l_0=c^{1/4}\varkappa L$$

7.19.

L м	20	40	60	100	150	200	300
$\Delta\Theta/\Delta u^2$	0,990	0,455	0,294	0,160	0,120	0,090	0,061
L м	—5	—10	—20	—40	—60	—100	—200
$\Delta\Theta/\Delta u^2$	—1,230	—0,485	—0,280	—0,217	—0,131	—0,101	—0,072

7.20. $L=-12{,}6$ м

7.21.

L м	20	40	60	100	150	200	—5	—10
$\Delta\Theta/\Delta u^2$	0,178	0,097	0,060	0,036	0,024	0,018	—0,603	—0,303
L м	—20	—40	—60	—80	—100	—150	—200	
$\Delta\Theta/\Delta u^2$	—0,154	—0,079	—0,054	—0,041	—0,033	—0,023	—0,017	

7.22. $L=-120{,}2$ м, $\tilde{L}=-95{,}2$ м

7.26.

Величина	z м							
	25	50	100	200	400	600	800	1200
u м/с	0,89	1,76	3,43	6,28	9,64	10,63	10,55	10,06
v м/с	0,81	1,48	2,44	3,20	2,38	1,01	0,17	—0,36
c м/с	1,20	2,30	4,21	7,05	9,93	10,68	10,55	10,07
α°	42,3	40,0	35,4	27,0	13,9	5,4	0,9	—2,0
$F_{кx}10^{-3}$	0,102	0,186	0,307	0,403	0,300	0,127	0,021	—0,045
$F_{ку}10^{-3}$	—0,141	—0,221	—0,432	—0,791	—1,214	—1,338	—1,329	—1,267
$F_к10^{-3}$	0,172	0,289	0,530	0,888	1,250	1,344	1,329	1,267
β°	—54,1	—49,9	—54,6	—63,0	—76,1	—84,6	—89,1	88,0
$F_{тx}10^{-3}$	—0,102	—0,186	—0,307	—0,403	—0,300	—0,127	—0,021	0,045
$F_{ту}10^{-3}$	—1,120	—1,040	—0,830	—0,470	—0,050	0,080	0,070	0,010
$F_т10^{-3}$	1,120	1,060	0,880	0,620	0,300	0,130	0,070	0,040
γ°	84,8	79,9	69,7	49,4	9,5	—32,2	—73	12,5

$F_{py} = 1{,}26 \cdot 10^{-3}$ м/с², $F_{px} = 0$

7.27.

z_n	0,213	0,427	0,854	1,708	2,561	3,415	5,123	6,830	8,538
u_n	0,211	0,407	0,720	1,025	1,064	1,032	0,998	0,999	1,000
v_n	0,171	0,270	0,321	0,179	0,042	—0,009	—0,005	0,000	0,000

$u_{200} = 4{,}2$ м/с, $v_{200} = 2{,}4$ м/с

7.28. $$u_1 = \frac{c_g}{\alpha^2+\beta^2}\left\{\frac{s-1}{2}e^{a_1(z-h)}[\alpha\cos a_1(z-h)+\beta\sin a_1(z-h)] - \right.$$
$$\left. -\frac{s+1}{2}e^{-a_1(z-h)}[\alpha\cos a_1(z-h)-\beta\sin a_1(z-h)]\right\}+c_g;$$

$$v_1 = \frac{c_g}{\alpha^2+\beta^2}\left\{\frac{s-1}{2}e^{a_1(z-h)}[\alpha\sin a_1(z-h)-\beta\cos a_1(z-h)]+\right.$$
$$\left.+\frac{s+1}{2}e^{-a_1(z-h)}[\alpha\sin a_1(z-h)+\beta\cos a_1(z-h)]\right\};$$

$$u_2 = -\frac{c_g}{\alpha^2+\beta^2}e^{-a_2(z-h)}[\alpha\cos a_2(z-h)-\beta\sin a_2(z-h)]+c_g;$$

$$v_2 = \frac{c_g}{\alpha^2+\beta^2}e^{-a_2(z-h)}[\alpha\sin a_2(z-h)+\beta\cos a_2(z-h)];$$

$$\alpha = \cos a_1 h\,(s\cdot\operatorname{sh} a_1 h+\operatorname{ch} a_1 h);$$

$$\beta = \sin a_1 h\,(s\cdot\operatorname{ch} a_1 h+\operatorname{sh} a_1 h);$$

$$s = \frac{k_2}{k_1}\frac{a_2}{a_1} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}.$$

7.29. а)

z м	25	50	100	200	400	600	800	1200
u м/с	3,64	4,90	6,15	8,13	10,18	10,59	10,40	10,02
v м/с	1,94	2,46	2,78	2,77	1,64	0,56	—0,02	—0,06

б)

z м	20	50	100	200	400	600	800	1200
u м/с	1,37	2,64	5,04	7,39	9,97	10,62	10,47	10,04
v м/с	0,99	1,79	2,70	2,99	1,96	0,75	0,08	—0,11

7.30. $u = c_{g0}(1 - e^{-az}\cos az) - \alpha z$,

$v = c_{g0}e^{-az}\sin az + \beta z$

7.31. Значения u и v (м/с)

Величина	Вариант	z м							
		25	50	100	200	400	600	800	1200
u_0	в	0,63	1,25	2,46	4,70	8,04	9,86	10,57	10,49
u	а, б, д	0,56	1,11	2,18	4,13	6,90	8,16	8,30	7,08
	г	0,70	1,39	2,54	5,27	9,18	11,56	12,84	13,90
v_0	б	0,59	1,10	1,93	2,91	3,09	2,21	1,21	0,06
v	а, в, г	0,66	1,24	2,21	3,48	4,23	3,91	3,48	3,47
	д	0,52	0,96	1,65	2,34	1,95	0,51	—1,06	—3,35

7.32. а) $aH_1 = \pi$, $H_1 = \dfrac{\pi}{a} = \pi\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$;

б) $aH_2 = 1{,}46$, $H_2 = 1{,}46\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$;

в) $aH_3 = 2{,}28$, $H_3 = 2{,}28\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$;

г) $aH_4 = -\dfrac{1}{2}\ln\varepsilon$, $H_4 = -\dfrac{1}{2}\ln\varepsilon\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$:

при $\varepsilon = 0{,}01$ $H_4' = 2{,}30\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$,

при $\varepsilon = 0{,}05$ $H_4'' = 1{,}50\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$,

при $\varepsilon = 0{,}10$ $H_4''' = 1{,}15\sqrt{\dfrac{\bar{k}}{\omega_z}}$

7.33. $H_1 = 1250$ м, $H_2 = 581$ м, $H_3 = 907$ м;

$H_4' = 916$ м, $H_4'' = 597$ м, $H_4''' = 458$ м

7.34. Значения t (°C) и q (‰)

Величина	z м							
	25	50	100	200	400	600	800	1200
				$\bar{k}=5$ м²/с				
$t_{P_0=0}$	16,2	16,0	15,5	14,5	12,5	10,5	8,5	—
$t_{P_0>0}$	21,0	20,4	19,2	17,0	13,3	10,5	8,8	—
$t_{P_0<0}$	11,4	11,6	11,8	12,0	11,7	10,5	8,2	—
$q_{E_0>0}$	14,35	13,86	12,92	11,29	9,00	8,04	—	—
$q_{E_0<0}$	1,65	2,14	3,08	4,71	7,00	7,96	—	—
				$\bar{k}=10$ м²/с				
$t_{P_0=0}$	18,90	18,65	18,15	17,15	15,15	13,15	11,15	7,15
$t_{P_0>0}$	22,36	21,90	21,05	19,38	16,31	13,58	11,21	7,50
$t_{P_0<0}$	15,44	15,40	15,25	14,92	14,00	12,72	11,09	6,80
$q_{E_0>0}$	12,59	12,33	11,84	10,96	9,53	8,57	8,08	—
$q_{E_0<0}$	3,41	3,67	4,16	5,04	6,47	7,43	7,92	—

7.35. $z_* = H + \dfrac{\gamma_a H \alpha_T \rho c_p \bar{k}}{P_0}$, $z_* = 204$ м

7.36. $\bar{k} = \dfrac{4\omega_z}{\left\{\dfrac{d}{dz}\ln[(u-c_g)^2+v^2]\right\}^2}$

7.37. $\overline{\bar{k}}=9{,}36$ м²/с

7.38.

P_0 Вт/м²	$\bar{k}$ м²/с	H м
0,0	79,24	2578
69,8	106,88	2993
—69,8	51,58	2079

7.39.

P_0 Вт/м²	$\overline{b}$ м²/с³	$\bar{\varepsilon}$ м²/с³
0,0	0,67	$2{,}74\cdot10^{-3}$
69,8	0,90	$3{,}70\cdot10^{-3}$
—69,8	0,44	$1{,}78\cdot10^{-3}$

7.40.

P_0 Вт/м²	$\dfrac{\bar{k}}{H}\int_0^H\left[\left(\dfrac{du}{dz}\right)^2+\left(\dfrac{dv}{dz}\right)^2\right]dz$	$\dfrac{-g}{\overline{T}}\alpha_T\dfrac{\bar{k}}{\overline{H}}\int_0^H\left(\dfrac{d\overline{T}}{dz}+\gamma_a\right)dz$
0,0	$2{,}74\cdot10^{-3}$	0,0
69,8	$2{,}74\cdot10^{-3}$	$0{,}957\cdot10^{-3}$
—69,8	$2{,}74\cdot10^{-3}$	$-0{,}957\cdot10^{-3}$

7.41. $\overline{\bar{k}}=29{,}9$ м²/с, $\overline{\text{diss}}=1{,}04\cdot10^{-3}$ м²/с³

7.42. $\bar{k}_1=20{,}6$ м²/с, $H_1=1816$ м; $\bar{k}_2=11{,}8$ м²/с, $H_2=1365$ м

7.43. Значения u и v (м/с), t (°С), q (‰)

Величина	z м									
	25	50	100	200	400	600	800	1200	1600	2000
					P_0=0,0 Вт/м²					
u	0,22	0,45	0,89	1,76	3,44	4,96	6,30	8,36	9,66	10,36
v	0,22	0,43	0,82	1,48	2,44	2,99	3,20	3,01	2,38	1,64
t	25,53	25,28	24,78	23,78	21,78	19,78	17,78	13,78	9,78	5,78
q_1	5,70	5,67	5,61	5,48	5,24	5,03	4,82	4,50	4,26	4,09
q_2	2,30	2,33	2,39	2,52	2,76	2,97	3,18	3,50	3,76	3,91
					P_0=69,8 Вт/м²					
u	0,19	0,39	0,77	1,52	2,99	4,35	5,58	7,59	9,02	9,93
v	0,19	0,37	0,71	1,31	2,22	2,80	3,12	3,17	2,75	2,15
t	30,41	30,15	29,63	28,58	26,49	24,41	22,33	18,20	14,09	9,94
q_1	5,47	5,45	5,40	5,30	5,12	4,96	4,80	4,54	4,32	4,16
q_2	2,53	2,55	2,60	2,70	2,88	3,04	3,20	3,46	3,68	3,84
					P_0=—69,8 Вт/м²					
u	0,28	0,56	1,10	2,20	4,21	5,97	7,41	9,38	10,34	10,66
v	0,27	0,52	0,98	1,76	2,75	3,17	3,19	2,57	1,65	0,87
t	19,50	19,27	18,82	17,91	16,09	14,24	12,39	8,59	4,73	0,79
q_1	6,09	6,05	5,95	5,76	5,41	5,10	4,81	4,39	4,12	4,00
q_2	1,91	1,95	2,05	2,24	2,59	2,90	3,19	3,61	3,88	4,00

$q_1 = q\ (E_0 > 0)$, $q_2 = q\ (E_0 < 0)$

7.44. Значения u и v (м/с)

μ_0	Компонента ветра	z_n/z										
		0,66 / 0,5	1,60 / 1,3	2,89 / 2,3	5,20 / 4,1	12,56 / 9,9	30,35 / 24,0	54,65 / 43,3	132,1 / 104,6	237,8 / 188,3	574,6 / 455,1	1034,6 / 819,4
—50	u	3,91	4,71	5,24	5,75	6,47	7,11	7,50	8,06	8,53	10,74	10,00
	v	1,35	1,62	1,80	1,97	2,20	2,39	2,50	2,61	2,64	1,42	0,00
0	u	3,28	3,96	4,42	4,88	5,58	6,32	6,86	7,96	9,25	10,00	10,00
	v	1,33	1,60	1,78	1,96	2,22	2,46	2,61	2,75	2,56	0,00	0,00
50	u	2,92	3,54	3,97	4,41	5,12	5,95	6,66	8,26	9,95	10,00	10,00
	v	1,32	1,59	1,78	1,97	2,25	2,54	2,72	2,81	2,26	0,00	0,00

7.45. Значения t (°C) и q (‰)

Величина	z м							
	25	50	100	200	400	600	800	1200
$t_{P_0<0}$	22,95	23,36	23,61	23,57	22,91	22,04	21,07	19,00
$t_{P_0>0}$	6,75	6,04	5,19	4,03	2,29	0,76	−0,67	−3,40
$q_{E_0<0}$	14,23	14,43	14,53	14,44	13,92	13,29	12,62	11,19
$q_{E_0>0}$	5,57	5,17	4,67	3,98	2,88	1,91	0,98	—

$$z_* = -\frac{P_0/\rho c_p}{\varkappa v_* \gamma_p}$$

7.46. $L_1 = \dfrac{\varkappa v_*}{2\omega_z}$, $k_0 = \varkappa v_* L_1$

7.47. Значения отношения c_{10}/c_g

Ro	μ_0	$\frac{2\omega_z}{c_g} 10^5$									
		0,089	0,119	0,160	0,215	0,289	0,520	0,936	1,686	2,262	3,035
10^5	−50	0,103	0,128	0,155	0,186	0,219	0,292	0,369	0,447	0,485	0,521
	0	0,082	0,102	0,124	0,149	0,176	0,236	0,303	0,374	0,411	0,449
	50	0,072	0,090	0,109	0,131	0,156	0,211	0,274	0,344	0,383	0,423
10^7	−50	0,442	0,470	0,498	0,526	0,554	0,608	0,659	0,707	0,729	0,750
	0	0,378	0,402	0,427	0,452	0,476	0,526	0,575	0,626	0,652	0,678
	50	0,343	0,365	0,388	0,411	0,435	0,483	0,533	0,586	0,615	0,647
10^9	−50	0,614	0,635	0,656	0,677	0,697	0,737	0,774	0,808	0,824	0,839
	0	0,542	0,561	0,581	0,600	0,619	0,658	0,698	0,737	0,758	0,779
	50	0,502	0,521	0,539	0,558	0,577	0,616	0,657	0,701	0,726	0,753

7.48.

μ_0	z м					
	25	50	100	200	400	600
	k м²/с					
−50	5,0	11,7	17,6	15,5	2,5	0
0	2,7	4,5	4,5	2,8	0,4	0
50	1,8	2,3	2,1	1,2	0,2	0
	b м²/с²					
−50	1,07	1,12	0,94	0,40	0	0
0	0,41	0,27	0,13	0,02	0	0
50	0,21	0,10	0,04	0,00	0	0

$\varphi = 60°$, $c_g = 10$ м/с

7.49.

μ_0	E_i	z м				
		25	50	100	200	400
−50	E_1	0,0016	0,0008	0,0004	0,0002	0
	E_2	−0,0047	−0,0027	−0,0007	−0,0001	0
	E_3	−0,0006	−0,0008	−0,0001	0,0002	0
	E_4	0,0037	0,0025	0,0005	−0,0005	0
0	E_1	0,0019	0,0011	0,0005	0,0002	0
	E_2	−0,0013	−0,0005	−0	−0	0
	E_3	−0,0001	0,0001	0	0	0
	E_4	−0,0005	−0,0007	−0,0006	−0,0003	0
50	E_1	0,0020	0,0012	0,0005	0,0001	0
	E_2	−0,0005	−0,0001	0	0	0
	E_3	0	0	0	0	0
	E_4	−0,0016	−0,0011	−0,0006	−0,0002	0

7.50. −0,4 см/с

7.51. 947 км

7.52. −0,41 см/с

7.53. $w_\tau = \dfrac{m^{1/2}}{2\omega_z \rho} \dfrac{\partial p}{\partial n} \left[\dfrac{\Delta p}{(2\omega_z)^2 \rho} + \dfrac{\beta}{(2\omega_z)^3 \rho} \dfrac{\partial p}{\partial n} \right]$

7.54. $w_\tau = \sqrt{\dfrac{k}{4\omega_z}}\, \Omega_g = \dfrac{H}{2\pi}\, \Omega_g$

7.55. $w_\beta = \dfrac{\beta}{2\omega_z} \dfrac{H}{2\pi} [v_g (2\pi - 1) + u_g] = m^{1/2} \dfrac{2}{2\omega_z} c_g [v_g (2\pi - 1) + u_g]$

7.56. $\mathrm{rot}_z \mathbf{a} = \dfrac{\partial a_\varphi}{\partial r} + \dfrac{a_\varphi}{r} - \dfrac{\partial a_\tau}{\partial \varphi}$

7.57. 1,21, 1,21, 0,87 и 1,56 см/с

7.58. 0,56 см/с

7.59. $w = m^{1/2} \dfrac{c_g}{(2\omega_z)^2 \rho} \left[\Delta p + (2\pi - 1) \dfrac{\beta}{2\omega_z} \dfrac{\partial p}{\partial x} \right]$, −0,65 см/с

7.60. 0,43 см/с

7.61. 2,6 см/с

7.62. 0,8 см/с

7.63. 0,17 см/с

7.64. 15 ч

7.65. $t_z - t_0 = \dfrac{z}{\sqrt{2\omega k}}$

7.66. 5,4 и 2,4 °С

7.67. t ч 2 4 6 8 10 12

а) $T(0)$ °C 45,3 45,3 41,3 34,4 26,6 19,7

$T(z)$ °C 39,4 40,2 37,5 31,9 24,9 18,4

б) $T(0)$ °C 42,5 42,5 39,3 33,7 27,3 21,7

$T(z)$ °C 37,5 38,0 35,5 30,7 24,8 19,5

7.68. 4 мин и 3,2 ч

7.69. В 0,58 раза

7.70. 0,013 см²/с

7.71. t ч 2 4 6 8 10 12

$T_1(z, t)$ °C . . . . . 37,3 37,3 29,4 15,8 0,2 —13,4

$T_2(z, t)$ °C 30,0 30,0 24,1 13,9 2,1 8,1

7.72. $H_T = \sqrt{\frac{2k}{\omega}} \ln n$

7.73. 600 м

7.74. $\frac{k_2}{k_1} = \frac{z_2^2}{z_1^2}$

7.75. 11,7 м²/с, 1200 м

7.76. $k_1 = \frac{z^2 (1 - \sqrt{n})^2}{2\omega (t_1 - t_2)^2}$; $k_2 = \frac{z^2 (1 - \sqrt{n})^2}{2\omega n (t_1 - t_2)^2}$

7.77. 22,3, 10,2, 8,0 и 6,7 °С

7.78. 1,6 м²/с

7.79. Уменьшится на 11,3 °С

7.80. 567 Вт/м²

7.81. 2,2 м²/с

7.82. $\tau_0 = AE_{эф} \frac{\sqrt{t}}{\rho_1 c_1 \sqrt{a}}$

7.83. $T(t) = T(0) + [T(t_1) - T(0)] \sqrt{\frac{t}{t_1}}$

7.84. t ч 2 3 4 5 6 7 8

а) $T_0(t)$ °C . . . . . 4,4 3,0 2,0 1,0 0,0 —0,6 —1,4

б) $T_0(t)$ °C . . . . . 3,3 1,7 0,4 —0,7 —2,0 —2,6 —3,5

7.85. $\frac{\tau}{\tau_1} = f\left(\frac{t}{t_1}\right)$

7.86. 2,7 °С

7.87. 49 Вт/м²

7.88. Да (—1,9 °С)

7.89. 0,7, 1,5 и 8,6 ч

7.90. Через 0,75 ч; уменьшится до 0,5 ч

7.91. Будет

7.92. Увеличится на 2,2 °С

7.93. 2,9 г/м³

7.94. Уменьшится на 4 °С; на 1,8 г/м³

7.95. Да

7.96. Увеличится на 22 %

7.97. Да — на $z=10$ м, нет — на $z=50$

7.98. Около 35 м

7.99. —7° и ниже

7.100. $h=\left[\dfrac{z_1^{1+2\varepsilon}(1+2\varepsilon)^2 k_1 x}{u_1 z_1^2}\chi^2\right]^{\frac{1}{1+2\varepsilon}}$

7.101. 294 м

7.102. Уменьшится на 83 % при устойчивой стратификации, на 56 % при неустойчивой стратификации

7.103. Значения h (м)

Стратификация	x км			
	5	10	20	50
Равновесная	38	65	111	227
Неустойчивая	35	62	111	232

7.104. 96 и 240 м

7.105. 280 Вт/м²

7.106. Увеличится на: 1) 8 %, 2) 12 %, 3) 6 %

7.107. Уменьшится на: 1) 46 % и 2) 47 %

7.108. 1) 35 %, 2) 22 % и 3) 16 %

7.109. Увеличится в 2,9 раза

7.110. $E_l=-\rho\dfrac{k_1(q_0-q_0')}{z_1^{1-\varepsilon}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\dfrac{(1+2\varepsilon)^{\frac{2+2\varepsilon}{1+2\varepsilon}}}{(1+\varepsilon)}\left(\dfrac{u_1 z_1^{1-2\varepsilon}}{k_1}\right)^{\frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}} l^{\frac{1+\varepsilon}{1+2\varepsilon}}$

7.111. $E_{la}=aE_l$

7.112. $E=-\rho\dfrac{k_1(q_0-q_0')}{z_1^{1-\varepsilon}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}2^{\frac{3+4\varepsilon}{1+2\varepsilon}}\dfrac{(1+2\varepsilon)^{\frac{2+2\varepsilon}{1+2\varepsilon}}}{(1+\varepsilon)}\dfrac{\left[\Gamma\left(\frac{2+5\varepsilon}{2+4\varepsilon}\right)\right]^2}{\Gamma\left(\frac{3+5\varepsilon}{1+2\varepsilon}\right)}\times$

$\times\left(\dfrac{u_1}{k_1}\right)^{\frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}} R^{\frac{2+3\varepsilon}{1+2\varepsilon}}$

7.113. 0,78

7.114. $E=-\rho\dfrac{k_1(q_0-q_0')}{z_1^{1-\varepsilon}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\dfrac{(1+2\varepsilon)^{\frac{3+4\varepsilon}{1+2\varepsilon}}}{(1+\varepsilon)(2+3\varepsilon)}\left(\dfrac{u_1}{k_1}\right)^{\frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}} a^{\frac{2+3\varepsilon}{1+2\varepsilon}}$

7.115. Испарение больше, если ветер направлен вдоль диагонали

7.116. 60,3 кг/с (0,22 мм/ч)

7.117. 83,9 кг/с (0,3 мм/ч)

7.118. —210 Вт/м²

7.119. Суммарный поток направлен вверх, т. е.

$$(P_0 + LE_0) > 0,$$

если

$$\left[c_p\left(t_0' - t_0\right) + L\left(q_0' - q_0\right)\right] > 0$$

7.120. Вниз

7.121. $1{,}94 \cdot 10^4$ т

7.122. На 0,9 мм

7.123. 324 т/ч

7.124. $x_{\max} = \beta/\gamma$

7.125.

c_g м/с	5	10	15
$x_{\max}$ м	2999	1797	1300

7.126.

h м	50	100	150	200
$x_{\max}$ м	500	1797	4000	7504

7.127.

μ_0	—50	0	+50
$x_{\max}$ м	897	1797	2995

7.128. $\frac{q_{\max}}{M} = \alpha\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{\beta} e^{-\beta}$

7.129.

c_g м/с	5	10	15
$\frac{q_{\max}}{M} \cdot 10^6$ с/м³	4,26	1,16	0,91

7.130.

h м	50	100	150	200
$\frac{q_{\max}}{M} \cdot 10^6$ с/м³	6,00	1,19	0,46	0,02

7.131.

μ_0	—50	0	+50
$\frac{q_{\max}}{M} \cdot 10^6$ с/м³	1,13	1,16	1,12

7.132. $q_n = x_n^{\beta} e^{\beta\,(1 - x_n)}$

К главе 8

8.1. $E_{\text{п}}'' - E_{\text{п}}' = g\,(z_2 - z_1)$,

$$E_{\text{в}}'' - E_{\text{в}}' = \frac{c_v}{A} T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{AR}{c_p}} - 1\right],$$

$$E_{\text{к}}'' - E_{\text{к}}' = g\,(z_1 - z_2).$$

8.2. $D = u_{g0}^2 \sqrt{k\omega_z}$

8.3. $E_п + E_в = -hp_h + \frac{c_p}{A} \frac{T_0 p_0 + \Delta T p_1 - T_h p_h}{g + R\gamma_a}$

8.4. $v = \sqrt{\frac{2g}{p_0 - p_h} [(E_п + E_в)_1 - (E_п + E_в)_2]}$

8.5. $\Delta (E_п + E_в) = -0{,}6 \cdot 10^8$ Дж

8.6. Работа расширения $(p_h h)_2 - (p_h h)_1 = 0$

8.8. $E_п + E_в = \frac{c_p T_0 p_0}{Ag} + \frac{c_p A' p_0}{A} \left[\frac{\sin \omega t + \cos \omega t}{1 + \sqrt{\frac{\omega}{2k}}} \right]$

8.9. $4\frac{3}{4}$ ч

8.10. 14,8 Дж/с

8.11. Примерно 1,6 м/с

8.12. Примерно 40 км

8.13. В 0 ч 30 мин

8.14. На 75 %

8.15. Примерно 85 км

8.16. $\frac{d\Gamma}{dt} = 9{,}8 \left[H_p^{p-\delta p} (AB) - H^{p-\delta p} (CD) \right] = 9{,}8 [(H_B - H_A) - (H_C - H_D)]$

8.17. Примерно 4,4 м/с

8.18. $\bar{v} = 32$ м/с, 960 м/с

8.19. Примерно 3,0 м/с

8.20. 149 м/с^2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

1. Основные характеристики метеорологических полей 4

1.1. Вычисление дифференциальных характеристик метеорологических полей . . . . . —
1.2. Связь между индивидуальной и локальной производными по времени 7
1.3. Основы анализа размерностей 9

2. Термодинамические процессы в атмосфере 14

2.1. Термодинамические процессы в сухом воздухе . . . . . —
2.2. Термодинамические процессы во влажном воздухе 20

3. Лучистая энергия 27

4. Статика 36

5. Динамика свободной атмосферы 42

5.1. Геострофический ветер . . . . . —
5.2. Градиентный ветер 45
5.3. Изменение геострофического ветра с высотой 48
5.4. Геострофическая адвекция температуры 51
5.5. Отклонения ветра от градиентного или геострофического . . . 54
5.6. Турбулентность в свободной атмосфере 57
5.7. Вертикальная составляющая скорости в свободной атмосфере 59

6. Поверхности раздела и волновые движения в атмосфере 63

6.1. Поверхности раздела . . . . . —
6.2. Гравитационные волны 66
6.3. Волны, связанные с вращением Земли 69

7. Пограничный слой атмосферы 71

7.1. Приземный слой атмосферы . . . . . —
7.2. Пограничный слой атмосферы при стандартных условиях . . 76
7.3. Вертикальная составляющая скорости на верхней границе пограничного слоя 81
7.4. Нестационарные процессы в пограничном слое 84
7.5. Трансформация полей температуры и влажности 88
7.6. Турбулентная диффузия примесей и загрязнение атмосферы . . 93

8. Энергетика атмосферы и циркуляции 96

8.1. Энергетика атмосферы . . . . . —
8.2. Теорема о циркуляции 98

Приложения

1. Единицы физических величин Международной системы ГОСТ 8.417—81 (Стандарт СЭВ 1052—78) 101
2. Соотношение тепловых единиц, основанных на калориях, с единицами Международной системы 102
3. Некоторые физические постоянные 103

4. Значения скрытой теплоты парообразования L при разных температурах 103
5. Порядок значений метеорологических величин и их производных (по Фридману и Гессельбергу) . . . . . —
6. Характерные значения конечно-разностных производных метеорологических величин в слое от подстилающей поверхности до 5 км (по Юдину). Интервал времени 12 ч. Шаг по горизонтали 500 км, шаг по вертикали 2,5 км (система: метр-тонна-секунда-градус Цельсия) 104
7. Таблица Балларда для вычисления потенциальной температуры $\left[\text{значения } \left(\frac{1000}{p}\right)^{0,288}\right]$ 105
8. Характеристики состояния при стандартном давлении ($p=1000$ гПа) 110
9. Альбедо различных подстилающих поверхностей 111
10. Радиационные характеристики облачности в коротковолновой области спектра . . . . . —
11. Функция пропускания для инфракрасной части солнечной радиации в зависимости от массы водяного пара на пути луча 112
12. Функция пропускания для длинноволновой радиации в зависимости от массы водяного пара 113
13. Поток излучения абсолютно черного тела σT^4 (Вт/м^2) [$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)] 114
14. Образец радиационной диаграммы (при практическом использовании масштаб увеличить в 2 раза) 115
15. График для расчета эффективного излучения 116
16. Стандартная атмосфера 117
17. Безразмерные универсальные функции приземного слоя атмосферы (при $|z_n|<0{,}004$ $u_n = 1{,}49 + \ln|z_n|$ 118
18. Зависимость Θ_n от z_n $\left(\text{при } z_n < |4\cdot 10^{-4}| \ \Theta_n = \frac{1}{0{,}82}\ln\left|\frac{z_n}{4}\right|\right)$ . . . 121
19. Характерные значения параметра шероховатости для различных поверхностей (u_2 — скорость ветра на высоте 2 м) 123
20. Структура пограничного слоя атмосферы 124
21. Угол полного поворота ветра в пределах пограничного слоя атмосферы (α) и касательное напряжение на уровне шероховатости (τ_n) в зависимости от Ro и μ ($\Gamma=400$) 132
22. Значения функции $\Gamma(\eta) = \int_0^\infty e^{-\sigma}\sigma^{\eta-1}\,d\sigma$ . . . . . —
23. Значения функции $\operatorname{cth} x$ 133
24. Теплофизические характеристики почв . . . . . —
25. График для определения функции $P(\chi^2, \varepsilon)$ 134

Александр Сергеевич Гаврилов
Абрам Моисеевич Данович
Кирилл Данилович Егоров
Ия Илларионовна Мельникова
Эльга Лазаревна Подольская
Виталий Михайлович Радикевич

Задачник по динамической метеорологии

Редактор Л. И. Штанникова. Художник Л. М. Глоцер. Художественный редактор В. В. Быков. Технический редактор Е. А. Ступненкова. Корректор А. В. Хюркес
ИБ № 1595
Сдано в набор 19.01.84. Подписано в печать 23.05.84. М-16452. Формат 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 10,5. Кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л. 11,17. Тираж 2900 экз. Индекс МОЛ-32. Заказ 109. Цена 80 коп. Гидрометеоиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23.
Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, г. Ленинград, Прачечный переулок, 6.