

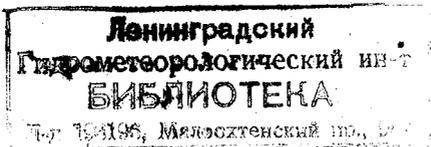
Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Б. Д. ПАНИН

СОГЛАСОВАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Конспект лекций



ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени М. И. КАЛИНИНА

ЛЕНИНГРАД
1979

УДК 551.509.333(075.8)

*Одобрено Ученым советом
Ленинградского гидрометеорологического института*

Рассматриваются вопросы подготовки начальных полей метеорологических элементов для численного прогноза с помощью моделей, основанных на интегрировании полных уравнений. Основное внимание уделяется согласованию и четырехмерному усвоению разнородной по точности синоптической и асиноптической информации.

Конспект лекций предназначен для студентов-метеорологов гидрометеорологических институтов и государственных университетов.

Ответственный редактор проф. *В. И. Воробьев*

© Ленинградский политехнический институт имени М. И. Калинина, 1979 г.

ВВЕДЕНИЕ

Повышение качества численных прогнозов и увеличение их заблаговременности представляют одну из важнейших научных и практических задач современной метеорологии. Вполне очевидно, что повышение точности и увеличение заблаговременности численных прогнозов с помощью любых моделей во многом определяются полнотой сведений об исходном состоянии атмосферы.

Проблема исходных данных приобретает особую актуальность при прогнозе с помощью моделей, основанных на полных-негеострофических уравнениях, так как для этих моделей следует задавать исходные данные не для одного элемента (геопотенциала или функции тока), как для квазигеострофических или квазисоленоидальных моделей, а для всех элементов, фигурирующих в уравнениях. К начальным (исходным) данным должны быть предъявлены определенные требования в смысле их точности, согласованности и пространственного разрешения.

В настоящее время мировая сеть станций, где производятся наземные метеорологические наблюдения, насчитывает несколько десятков тысяч станций и около тысячи станций, осуществляющих температурно-ветровое зондирование атмосферы. Эти наблюдения и измерения приурочены к определенным моментам времени — синоптическим срокам, а поэтому их называют синоптическими. По данным наблюдений и измерений на этих станциях выполняется анализ метеорологических полей, результаты которого используются при задании начальных (исходных) данных для численных прогнозов.

Из-за недостаточной плотности и большой дискретности во времени синоптических наблюдений и измерений на акваториях океанов и в других трудно доступных районах земного шара, анализ начальных полей оказывается неудовлетворительным, что и является одной из причин, снижающих качество численных прогнозов.

Метеорологические спутники, осуществляя глобальный обзор поверхности земного шара, в определенной мере дополняют наземную сеть станций. На метеорологических спутниках наряду с фото-

графированием земной поверхности и облачности в видимом и инфракрасном участках спектра производится регистрация отраженной солнечной радиации и уходящего собственного теплового излучения системы земля — атмосфера, в том числе и их спектрального состава. Помимо самостоятельного значения этой информации для оценок составляющих радиационного баланса, альbedo и температуры подстилающей поверхности, данные о спектральном составе уходящего излучения с помощью специальных методов количественной интерпретации, сводящихся к решению обратных задач атмосферной оптики, позволяют определить вертикальные профили температуры и влажности [1]. Если при этом известно давление на каком-либо опорном уровне или геопотенциал одной из изобарических поверхностей, то с помощью профилей температуры представляется возможность рассчитать также вертикальные профили геопотенциала, а следовательно, построить карты барической топографии.

Кроме указанного подхода к построению полей температуры и геопотенциала, основанного на решении обратных задач, Ш. А. Музаеляном [2] разработаны способы анализа полей геопотенциала, давления и ветра по спутниковым данным об облачности с помощью метода корреляции гармоник. В США разработан и широко используется метод построения полей геопотенциала и температуры, основанный на статистических связях уходящего излучения в спектральных интервалах 15 мкм полосы углекислого газа с температурой и геопотенциалом.

Таким образом, в настоящее время метеорологические спутники поставляют достаточно большой объем весьма важной информации о состоянии атмосферы в глобальных масштабах. Не вызывает сомнений, что возможности получения метеорологической информации с помощью спутников будут расширяться, в частности, за счет практического внедрения методов зондирования атмосферы в микроволновом диапазоне, которые позволяют получать дополнительную информацию о влаге в жидкой фазе, о вертикальных профилях температуры в районах, закрытых облаками, и др. Вся эта информация о состоянии атмосферы может быть получена практически для любого района земного шара.

Однако на путях использования спутниковой информации в схемах анализа и прогноза имеется немало трудностей, которые определяются тем, что она не приурочена к определенным срокам и к одним и тем же точкам на местности, т. е. является асинхронной (несинхронной). Кроме этого, спутниковая информация отличается по точности от стандартных измерений на метеорологических станциях, которые их производят с помощью различных экземпляров однотипных приборов в строго установленные сроки. Спутниковые же измерения осуществляются одним и тем же при-

бором над различными районами непрерывно либо дискретно, но с частотой, значительно превышающей частоту измерений на станциях. Причем сведения о метеорологических элементах извлекаются из спутниковых измерений с помощью косвенных методов. Этим определяются специфика спутниковой информации, ее несинхронность, точность и характер ошибок, присущих этой информации.

Наряду со спутниками интенсивно развиваются и другие новые средства и методы получения метеорологической информации, в частности, с помощью уравновешенных аэростатов, дрейфующих автоматических станций, измерения которых также носят асиноптический характер.

Для численных прогнозов необходимы синхронные начальные данные, отнесенные к определенным срокам, а поэтому указанные свойства асиноптической информации предопределяют необходимость перестройки существующих процедур анализа и подготовки исходных данных для численного прогноза полей метеорологических величин. При объективном анализе такой информации необходимо предусмотреть возможность использования данных, относящихся не только к разным точкам пространства, положение которых заранее неизвестно, но и к произвольным моментам времени, не совпадающим со стандартными сроками наблюдений. Поэтому анализ асиноптической информации должен включать интерполяцию не только в пространстве, но и во времени, т. е. должен быть пространственно-временным. Такой пространственно-временной анализ принято называть четырехмерным анализом метеорологических полей или четырехмерным усвоением.

Вследствие разнородности по точности и пространственному разрешению информации, которая может использоваться в схемах четырехмерного анализа, важнейшим элементом этих схем должно быть согласование различных видов информации с учетом свойств ошибок. При этом следует ориентироваться на следующие основные виды информации: синхронные измерения (на сети станций), прогностические и климатические данные, а также асинхронные (прежде всего спутниковые) измерения.

Четырехмерный анализ может осуществляться двумя принципиально различными методами, которые принято называть динамическими и статистическими. К динамическим относятся методы, в которых пространственно-временная интерполяция и согласование разнородных по точности и несинхронных по времени данных осуществляются с помощью уравнений гидродинамических прогностических моделей. В статистических методах пространственно-временная интерполяция и согласование строятся с учетом сведений о статистической структуре анализируемых полей.

Кроме этих основных методов, четырехмерный анализ можно построить по аналогии с обычным трехмерным численным анали-

зом и с помощью стандартных функций, например степенных полиномов. Такая классификация методов является в определенной мере условной, так как ряд соображений и имеющийся опыт свидетельствуют о том, что они не являются взаимоисключающими и что в ряде случаев целесообразно их комбинировать.

В настоящем конспекте лекций рассматриваются основные вопросы, связанные с подготовкой начальных данных главным образом для прогностических моделей, основанных на полных уравнениях, включая согласование, динамический анализ и четырехмерное усвоение асиноптической информации.

1. НЕОБХОДИМОСТЬ СОГЛАСОВАНИЯ ПОЛЕЙ

Как известно, полные уравнения в квазистатическом приближении описывают не только крупномасштабные волны Россби, но и мезомасштабные возмущения типа гравитационных волн.

В квазигеострофических и квазисоленоидальных моделях при интегрировании прогностических уравнений, приспособленных к описанию только волн Россби, в качестве начальных задаются поля геопотенциала или функции тока. Структура же полных уравнений такова, что для их интегрирования при условии адiabатичности требуется задать начальные поля, по крайней мере, геопотенциала и двух горизонтальных составляющих ветра. Причем ветер и геопотенциал измеряются независимо друг от друга, а затем значения этих элементов в процессе численного анализа интерполируются в узлы регулярных сеток точек (в большинстве схем анализа также независимо друг от друга). Если при этом учесть ошибки измерений и интерполяции, то становится очевидным, что поля элементов, задаваемых в качестве начальных данных в узлах сеточных областей, могут существенно отличаться от истинных. Эти отличия начальных полей от истинных могут быть восприняты прогностической моделью как реальные возмущения, и если прогностическая модель не обладает достаточной вычислительной устойчивостью, то в процессе интегрирования по времени амплитуды этих возмущений будут возрастать, искажая метеорологический смысл искомого решения.

Заметим, что в идеальном случае, если бы имелись абсолютно точные модели и методы интегрирования уравнений, проблема заданий начальных полей сводилась бы только к исключению ошибок. Однако следует учитывать тот факт, что из-за нелинейности уравнений невозможно получить их точные решения, а конечно-разностные методы, широко используемые при интегрировании полных уравнений, обладают конечной разрешающей способностью, определяемой размерами пространственных шагов сетки. Если возмущения (реальные или фиктивные) имеют размер мень-

ний, чем разрешающая способность, то такие возмущения не могут быть правильно описаны и будут восприниматься как ошибки (шумы). Поэтому, помимо ошибок, локальные возмущения, размеры которых меньше разрешающей способности, также должны быть устранены в начальных полях.

В связи со сказанным и возникает вопрос о специальной подготовке исходных данных, которая, с одной стороны, позволяла бы уменьшить влияние ошибок, а с другой стороны, обеспечивала бы фильтрацию реальных мелкомасштабных возмущений. В результате такой подготовки исходные данные должны быть модифицированы так, чтобы они удовлетворяли уравнениям прогностической модели, а следовательно, соответствующим образом были согласованы в пространстве и друг с другом.

Таким образом, в силу того, что любая прогностическая модель не может описывать все мелкие детали атмосферных процессов, так как при построении моделей всегда используются какие-либо упрощения физического и математического характера, при подготовке исходных данных необходима некоторая подгонка, после которой эти данные с лучшим приближением удовлетворяли бы системе уравнений модели. В процессе такой подгонки, которую называют согласованием начальных полей, должны достигаться фильтрация мелкомасштабных возмущений и уменьшение ошибок наблюдений (измерений) и интерполяции.

В работах ряда исследователей, в частности Г. И. Марчука, показано, что с помощью специальной процедуры согласования исходных полей может быть достигнута фильтрация коротковолновых возмущений и ошибок и тем самым обеспечено сохранение правильного баланса между процессами синоптического масштаба.

Различные процедуры согласования исходных данных нашли широкое применение в оперативной практике. Причем применение этих процедур для прогноза с помощью полных уравнений иногда оказывается крайне необходимым, так как в противном случае прогноз получается менее успешным, а в некоторых случаях невозможным из-за появления и быстрого развития ложных волн (шумов), что нарушает соотношения между метеорологически значимыми процессами. Наиболее широкое распространение получили методы согласования, основанные на использовании уравнений прогностических моделей. Основная их особенность заключается в том, что для согласования используется та же система уравнений, с помощью которой решается задача прогноза. Такое согласование принято называть динамическим.

Для разработки методов согласования и четырехмерного анализа необходимы сведения о свойствах тех данных, которые привлекаются для анализа начальных полей, так как только на основе сведений о дискретности измерений (в пространстве и времени)

и о характере ошибок можно оценить ожидаемое повышение точности анализа за счет привлечения тех или иных измерений.

Исходя из этих соображений, приведем некоторые сведения об основных видах информации, которая может быть использована для численного анализа и прогноза метеорологических полей.

II. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

При характеристике метеорологической информации будем исходить из требований, которые приведены в работе «Первый глобальный эксперимент (ПГЭП). Цели и планы». Серия публикаций ПИГАП, № 11.

Основной принцип, положенный в основу требований к наблюдениям, состоит в том, что наблюдения должны содержать информацию, которая может обеспечить правильное описание крупномасштабных механизмов атмосферной циркуляции. Эти требования являются минимальными для тех районов земного шара, где сеть наблюдений с точки зрения пространственного разрешения удовлетворяет этому принципу, и необходимыми для районов с редкой сетью станций. При определении требований к наблюдениям принимается во внимание, что различные параметры, используемые для описания крупномасштабных процессов, являются динамически связанными. Такая точка зрения позволяет выяснить, какие из этих параметров являются более важными, а какие — менее важными или в определенной степени излишними.

Требования к точности наблюдений в средних и высоких широтах отличны от требований, предъявляемых к точности наблюдений в тропиках и экваториальной зоне, так как в тропиках и особенно в экваториальной зоне весьма слаба связь между полями давления и ветра, а также мала дисперсия температуры и существенно отличны другие статистические характеристики метеорологических полей по сравнению с внетропическими широтами. А это означает, что если необходимо иметь одну и ту же ошибку численного анализа по всему земному шару, то должна быть различна плотность измерений. Так, например, в тропиках и в экваториальной зоне плотность станций должна быть больше, чем в высоких и умеренных широтах.

В табл. 1 приведены требования к точности измерений основных метеорологических элементов, предусмотренные ПИГАП*, при одинаковой густоте измерений.

Помимо указанных в табл. 1, для ПИГАП предусматриваются измерения высоты снежного и ледяного покрова, влажности почвы,

* ПИГАП — программа исследований глобальных атмосферных процессов.

Требования к точности измерений

Измеряемые величины	Минимальное расстояние между станциями, км	Периодичность измерений, ч	Вертикальное разрешение, мбар	Точность
Температура воздуха	500	12	200	$\pm 1^\circ$
Приземное давление	500	12	—	± 1 мбар
Ветер	500	12	200	$\pm \frac{3 \text{ м/с}}{2 \text{ м/с}}$
Температура поверхности океана	500	12	—	$\pm 1^\circ$
Относительная влажность	500	12	400	$\pm 30 \%$

Примечание. В графе «точность» для ветра в знаменателе указана требуемая точность в тропиках.

количества облачности, осадков, коротковолновой и длинноволновой радиации, а также океанографические и гидрологические измерения. Предполагается, что не все из этих наблюдений обязательно должны быть синоптическими, т. е. синхронными.

Рассмотрим основные источники получения метеорологических данных с точки зрения требований ПИГАП к точности и дискретности измерений в пространстве и времени. Под ошибками подразумеваются не только ошибки измерений, но и та часть измеренных величин, обусловленных мелкомасштабными возмущениями соответствующих полей, которые имеют меньшие характерные масштабы, чем масштаб интересующих крупномасштабных полей. Вопрос о том, как выявлять и устранять мелкомасштабные возмущения, не тривиален, так как обычно используемая процедура устранения этих возмущений с помощью сглаживания не всегда может быть определена в отношении выбора масштаба осреднения.

2.1. Синоптические наблюдения

Синоптические наблюдения (измерения), осуществляемые на метеорологических и аэрологических станциях, не полностью соответствуют требованиям ПИГАП. Наблюдения на наземных метеорологических станциях и на кораблях погоды соответствуют требованиям ПИГАП по точности, но не во всех районах удовлетворяют им по плотности измерений, т. е. по пространственному разрешению.

нию. Что касается радиозондовых данных, то точность измерений температуры удовлетворительна в тропосфере, но ошибки измерений в 2° в нижней стратосфере и $3-4^\circ$ выше уровня 20 мбар следует считать неприемлемыми. Радиозондовые данные о ветре удовлетворяют требованиям по точности, за исключением случаев измерений сильного ветра на больших расстояниях от станций зондирования, когда наблюдения производятся под малыми углами к горизонту и ошибки могут достигать 10 м/с.

Структура ошибок указанных измерений носит случайный характер, а поэтому численный анализ этих данных (в том числе и четырехмерный) может быть выполнен достаточно точно. Причем в районах с густой сетью метеорологических и аэрологических станций ошибки численного анализа могут быть меньше, чем ошибки наблюдений.

2.2. Космические наблюдения

К космическим наблюдениям (измерениям), осуществляемым в интересах службы погоды, относятся фотографирование земной поверхности и облачности, регистрация интегральных и спектральных характеристик отраженной солнечной радиации и уходящего собственного теплового и микроволнового излучения системы земная поверхность—атмосфера. В настоящее время наибольшее практическое значение с точки зрения численного анализа имеет информация о вертикальных профилях метеоэлементов и прежде всего температуры.

Поэтому здесь будет в основном рассмотрен вопрос о точности вертикальных профилей температуры, получаемых косвенно по данным инфракрасного и микроволнового зондирования со спутников.

При косвенном восстановлении вертикальных профилей температуры по данным спутниковых измерений возникают ошибки, обусловленные следующими главными факторами:

- математической некорректностью обратной задачи;
- недостаточной достоверностью сведений о характеристиках взаимодействия излучения со средой;
- погрешностями измерительной системы, включая и те, которые возникают за счет ее неоптимальности, а также за счет искажающего влияния облачности и второстепенных для выбранного участка спектра компонентов атмосферного воздуха.

Математическая некорректность задачи термического зондирования проявляется в том, что существует достаточно много возможных температурных профилей, удовлетворяющих данному набору спектральных измерений, которые могут быть приняты в качестве решений рассматриваемой обратной задачи. Число этих решений

ограничивается выбором определенной схемы обращения спектров и начальным приближением, которое необходимо задать в большинстве применяемых схем. В качестве начального приближения обычно принимаются климатические профили или профили, получаемые по данным анализа и прогноза. При этом точность восстанавливаемых профилей, как правило, зависит от выбора начального приближения, а ошибки решений и начального приближения коррелируют между собой с коэффициентом корреляции $0,5 \div 0,7$.

Недостаточная достоверность сведений о взаимодействии излучения со средой и погрешности измерительных систем также способствуют пространственной корреляции ошибок.

Ошибки, возникающие за счет искажающего влияния облачности и второстепенных компонентов атмосферного воздуха (водяного пара для задачи термического зондирования в инфракрасном диапазоне), вероятно, можно считать случайными.

Оценивая возможности космических наблюдений для определения вертикальных профилей температуры в инфракрасном диапазоне на основе обобщений результатов последних исследований, можно считать, что при известной температуре поверхности в безоблачных районах при любом разумном выборе первого приближения и оптимальной комбинации измерительных каналов предельная точность не может быть выше, чем $1-2^\circ$. При этом ошибки температурных профилей не являются случайными. Ошибки средней температуры слоев протяженностью по высоте $2-3$ км (200 мбар по давлению) в пределах тропосферы оказываются на $25-50\%$ меньше, чем ошибки в температуре на отдельных уровнях (изобарических поверхностях).

При наличии облачности возможности определения температурных профилей в инфракрасном диапазоне существенно снижаются. Если облачность однослойная и с просветами, то, зная ее количество и высоту верхней границы, удастся получить вертикальные профили с более или менее удовлетворительной точностью. Ошибки в вертикальных профилях температуры, полученные в таких ситуациях, также не носят случайный характер. Практически невозможно получить с удовлетворительной точностью вертикальные профили в подоблачном слое при наличии многослойной плотной облачности.

Таким образом, наиболее серьезным ограничением инфракрасного зондирования, связанным с облачностью, является снижение точности и уменьшение (а подчас и полное исключение) возможностей его применения в районах, закрытых облаками, т. е., по существу, в тех районах, где состояние погоды представляет наибольший интерес.

Положение может быть улучшено за счет применения усовершенствованных схем инфракрасного зондирования, основанных на

измерениях с более высоким пространственным и спектральным разрешением. Однако кардинальное решение проблемы термического зондирования в любом районе земного шара вне зависимости от состояния облачного покрова достигается с помощью методов микроволновой радиометрии.

Результаты экспериментальных восстановлений вертикальных профилей температуры с использованием различных комбинаций измерений инфракрасных и микроволновых спектров позволяют надеяться на уменьшение средней ошибки до $0,5^\circ$ для безоблачных условий. Однако в районах со сплошной облачностью вследствие уменьшения вертикального разрешения (так как используется только микроволновой диапазон) средние ошибки температуры, очевидно, будут лежать в пределах $0,5—1,0^\circ$.

Точность определения температуры водной поверхности составляет $1—2^\circ$ в безоблачных районах. Имея в виду сравнительно малую изменчивость этой величины, можно считать, что трудности с определением температуры водной поверхности возникают лишь в районах, постоянно закрытых облачностью.

Определение вертикальных профилей влажности по спутниковым измерениям сопряжено с преодолением трудностей, подобных тем, которые указывались в связи с задачей термического зондирования. Причем решение этой задачи может быть осуществлено при наличии сведений о профилях температуры, а поэтому точность определения влажности зависит от точности сведений о температуре. По существующим оценкам систематическая ошибка в профиле температуры в $1—2^\circ$ сопровождается ошибкой в значениях относительной влажности в $12—25\%$. Эти оценки справедливы для безоблачных условий, и, как видно из табл. 1, точность сведений об относительной влажности по спутниковым данным удовлетворяет требованиям ПИГАП. В районах, закрытых облачностью, содержание водяного пара можно оценить лишь качественно по данным о характере и распределению облачности.

В заключение еще раз подчеркнем, что специфика спутниковых измерений (одними и теми же приборами), а также методы их интерпретации предопределяют пространственную корреляцию ошибок данных о метеоэлементах, получаемых в результате интерпретации.

III. МЕТОДЫ СОГЛАСОВАНИЯ И ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО АНАЛИЗА ПОЛЕЙ

Как указывалось во введении, под четырехмерным анализом подразумевается согласование разнородной по точности информации в пространстве и во времени с учетом свойств ошибок. Четырехмерный анализ может осуществляться с помощью уравнений прогностических моделей, на основе статистических закономерностей.

стей или формальных подходов. На основе перечисленных методов могут быть построены дискретные и непрерывные схемы четырехмерного анализа.

Дискретные схемы четырехмерного анализа предусматривают построение диагностических полей в стандартные сроки на основе пространственно-временной интерполяции синоптических и асиноптических данных. При этом могут использоваться хорошо известные методы оптимальной и полиномиальной интерполяции, а также методы, основанные на переносе значений анализируемых элементов по траекториям, рассчитываемым с помощью прогностических моделей. Таким образом, в дискретных схемах предусматриваются расчеты и построение полей метеорологических элементов по синоптическим и асиноптическим измерениям для заданных моментов времени (в том числе и для синоптических сроков), к которым тем или иным способом приводятся асиноптические измерения.

Непрерывные схемы четырехмерного анализа строятся на основе уравнений прогностических моделей, в процессе интегрирования которых синоптические и асиноптические измерения вводятся в соответствующие моменты «модельного» времени, непрерывно по мере их поступления. Таким образом, в рамках непрерывных схем четырехмерного анализа объединяются функции численного анализа и прогноза, которые реализуются одновременно в процессе интегрирования уравнений модели во времени.

Статистические методы численного (трехмерного) анализа нашли широкое применение при построении метеорологических полей по данным за синоптические сроки. В этой связи следует прежде всего указать на метод оптимальной интерполяции, разработанный Л. С. Гандиным и широко применяемый в оперативной практике. Идеи этого метода нашли также применение и при разработке различных аспектов четырехмерного анализа, включая пространственно-временную интерполяцию и согласование разнородных по точности синоптических и асиноптических данных. В данном контексте эти методы не рассматриваются. Для ознакомления с ними следует обратиться к работе Л. С. Гандина «Четырехмерный анализ метеорологических полей».

3.1. Формальные методы согласования и четырехмерного анализа

К формальным методам четырехмерного анализа относятся методы, основанные на использовании каких-либо функций, с помощью которых осуществляется согласование и интерполяция в пространстве и времени. Названием «формальные» подчеркивается произвол, допускаемый при выборе функций, используемых для интерполяции. Предположим, что анализ выполняется примени-

тельно к одному скалярному элементу, а именно к геопотенциалу с помощью степенного полинома. Эти упрощения не являются принципиальными, и рассматриваемый подход можно распространить на другие функции и на случай с несколькими элементами, в том числе и с векторными величинами.

Для пространственно-временной интерполяции будем использовать степенной полином от аргументов x, y, ζ, t вида

$$\Phi(x, y, \zeta, t) = \sum_{i+j+k+\tau=0}^N a_{i,j,k,\tau} x^i y^j \zeta^k t^\tau, \quad (1)$$

где N — степень полинома; $\zeta = \frac{P}{P_0}$ — вертикальная координата; $a_{i,j,k,\tau}$ — коэффициенты, определяемые методом наименьших квадратов. После нахождения коэффициентов полинома вида (1) позволяют выполнять пространственно-временную интерполяцию и, следовательно, реализовать четырехмерный анализ по дискретной схеме.

Численные эксперименты по четырехмерному усвоению с помощью полиномов дают основание считать, что при достаточно плотном пространственно-временном распределении исходных данных (прямые измерения, результаты прогноза и асиноптическая информация) использование полиномов представляется вполне обоснованным.

Так, например, учет асинхронных (асиноптических) данных при четырехмерном усвоении в районах с редкой сетью станций позволяет уменьшить ошибку анализа геопотенциала изобарической поверхности 500 мбар на 1—2 дам по сравнению с анализом, выполненным только по синоптическим данным [4].

Применение рассматриваемого подхода к четырехмерному усвоению и согласованию различных элементов, связанных функционально или статистически с анализируемым, сопряжено с необходимостью выбора значений весовых функций. Например, если ставится задача анализа поля геопотенциала по синоптическим и асиноптическим данным о геопотенциале и ветре с использованием геострофического согласования, то коэффициенты полинома находятся из условия минимума для суммарного квадрата ошибки анализа

$$\begin{aligned}
 E = & \sum_{s=1}^S \left\{ \left(\sum_{i+j+k+\tau=0}^N a_{i,j,k,\tau} x_s^i y_s^j \zeta_s^k t^\tau - \Phi_s \right)^2 + \right. \\
 & + q \left[\left(-\frac{q}{l} \frac{\partial}{\partial y} \sum_{i+j+k+\tau=0}^N a_{i,j,k,\tau} x_s^i y_s^j \zeta_s^k t^\tau - u_s \right)^2 + \right. \\
 & \left. \left. + \left(\frac{q}{l} \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i+j+k+\tau=0}^N a_{i,j,k,\tau} x_s^i y_s^j \zeta_s^k t^\tau - v_s \right)^2 \right] \right\} = \min, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где s — индекс, указывающий на принадлежность к определенной точке в пространстве и к определенному времени; q — весовая функция, определяющая «вес» данных о ветре (выбирается из каких-либо дополнительных соображений); Φ — геопотенциал; u и v — составляющие скорости ветра; g — ускорение силы тяжести; l — параметр Кориолиса.

3.2. Динамические методы согласования и четырехмерного анализа

Динамический четырехмерный анализ и согласование осуществляются с помощью уравнений прогностических гидродинамических моделей или моделей общей циркуляции и представляют собой процедуру замены прогностических значений метеозлементов измерениями, включая стандартные синоптические измерения и любые асиноптические данные, в том числе спутниковые, буйковые, самолетные и т. д. Эта процедура в общих чертах может быть представлена следующим образом. По начальным полям, полученным в результате обычного численного анализа синоптических данных или четырехмерного анализа синоптических и асиноптических данных, выполненного по дискретной схеме, с помощью уравнений прогностической модели дается прогноз на момент времени, в который получены измеренные величины соответствующих метеозлементов, рассчитываемых в процессе интегрирования уравнений. Этими величинами заменяются прогностические, а затем интегрирование продолжается до следующего момента получения синоптических или асиноптических данных. Такая процедура повторяется многократно. При этом усваиваются не только данные наблюдений, приуроченные к определенным срокам, но и любые другие, — по мере их поступления. Таким образом, четырехмерный анализ, выполняемый с помощью уравнений гидротермодинамики, обеспечивает непрерывное усвоение любых измерений охватывающих определенную область, и единичных.

При таком способе четырехмерного анализа прогностическая модель выступает в роли системы, усваивающей разнородную синоптическую и асиноптическую информацию. Такое усвоение

должно обеспечивать уточнение анализа и прогноза. Вполне очевидно, что степень уточнения будет зависеть от количества и качества усваиваемой информации и согласованности ее с прогностической информацией. Из-за несогласованности при последующем интегрировании уравнений могут развиваться фиктивные волны.

Как указывалось выше, необходимость в согласовании возникает также при подготовке начальных полей для численных прогнозов. Согласование начальных полей и согласование полей в процессе четырехмерного усвоения могут выполняться с помощью различных методов.

Однако для анализа начальных полей и при динамическом четырехмерном усвоении наиболее естественным представляется использование таких методов согласования, которые бы наиболее полно отвечали особенностям конкретных прогностических моделей. Так, применительно к квазигеострофическим моделям естественно использовать геострофическое согласование геопотенциала и ветра, а применительно к квазисоленоидальным — согласование на основе уравнения баланса.

Геострофическое согласование может выполняться на основе соотношения (2), которое применимо и для согласования начальных полей геопотенциала и ветра, построенных по данным за один и тот же срок. В этом случае не учитывается зависимость коэффициентов от времени.

Для геострофического согласования начальных полей геопотенциала и ветра с помощью уравнения баланса используется вариационный подход, предложенный Сасаки. Результаты исследований по применению этого подхода позволяют надеяться, что вариационное согласование может быть эффективным не только при подготовке начальных полей, но и при четырехмерном усвоении асинхронической информации с помощью квазигеострофических и квазисоленоидальных моделей.

В работах Марчука и ряда других ученых исследовался вопрос о влиянии предварительного согласования начальных полей, обеспечивающего определенную фильтрацию мелкомасштабных возмущений, на сохранение баланса метеорологически значимых (крупномасштабных) процессов. Результаты этих исследований показывают, насколько важно согласование, особенно при прогнозе с помощью полных уравнений гидротермодинамики.

В работах Марчука, Федоровой предложены методы согласования начальных полей для моделей прогноза по полным уравнениям, которые реализуются непосредственно с помощью этих же уравнений. Эти методы, получившие название инициализации или динамического согласования, позволяют осуществлять согласование в рамках конкретных моделей с учетом всех их свойств физиче-

ского и математического характера, что обеспечивает и соответствующую данной модели модификацию согласуемых полей.

Предложенный Нитта и Ховермейлом метод согласования осуществляется путем многократного численного интегрирования полных уравнений попеременно на один шаг вперед, а затем назад, с помощью схем, обеспечивающих селективное подавление мелко-масштабных возмущений. В качестве такой схемы численного интегрирования по времени широко применяется, например, так называемая схема Эйлера с пересчетом, которая позволяет производить определенную фильтрацию коротковолновой части спектра атмосферных возмущений.

Суть динамического согласования можно кратко пояснить следующим образом. При интегрировании уравнений прогностической модели на шагах вперед происходит модификация и взаимное приспособление полей. В процессе приспособления развиваются гравитационные волны, которые схемой численного интегрирования по времени селективно подавляются. На шагах назад осуществляется возврат к исходному моменту времени. При этом крупномасштабные черты полей практически остаются такими же, какими они были в исходный момент времени, а мелко-масштабные возмущения оказываются в значительной степени отфильтрованными.

Многократное повторение процедуры попеременного интегрирования уравнений по схеме «прогноз вперед — назад», которую называют «псевдопрогнозом», приводит к определенному равновесию полей. Эти поля принимаются в качестве согласованных.

Таким образом, динамическое согласование достигается с помощью итерационных процедур, признаком сходимости которых является наступление равновесия согласуемых полей.

Итерационные процедуры могут быть построены так, что в процессе псевдопрогноза меняются все согласуемые поля, т. е. происходит взаимное приспособление полей. Такое согласование называется свободным. Наряду со свободным согласованием псевдопрогноз может осуществляться так, что одно из полей остается неизменным.

Особый интерес представляет динамическое согласование, в процессе которого поле давления (геопотенциала) остается неизменным и тем самым моделируется приспособление поля ветра к полю давления. В таком варианте динамическое согласование используется для расчетов поля ветра по полю давления (геопотенциала). Так как давление (геопотенциал) измеряется более точно, чем ветер, то такой способ получения ветра нашел широкое применение при подготовке начальных полей для прогноза с помощью моделей, основанных на полных уравнениях.

Рассмотрим задачу динамического согласования применительно к баротропной и бароклининой моделям прогноза по полным уравнениям. Запишем соответствующие системы уравнений.

Для согласования в рамках баротропной модели воспользуемся системой уравнений «мелкой воды»:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= -\Phi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Согласование с помощью бароклининой модели рассмотрим на основе квазистатических полных уравнений в системе координат x, y, ζ, t :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial \zeta} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial \zeta} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu, \\ T &= -\frac{\zeta}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \zeta} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{RT}{g} (\gamma_a - \gamma) \frac{\omega}{\zeta} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В системах уравнений (2) и (3) обозначения общепринятые.

Предполагается, что для систем уравнений (2) и (3) заданы соответствующие начальные и граничные условия, необходимые для получения решений. В качестве начальных условий могут быть использованы результаты обычного объективного анализа синоптических данных, если согласуются начальные поля; либо синоптические, прогностические и асиноптические данные, подлежащие согласованию в процессе четырехмерного динамического усвоения. В последнем случае асиноптические данные могут быть приведены к одному времени по дискретной схеме с помощью статистических или формальных методов четырехмерного анализа. Расчеты значений ω , необходимых для интегрирования уравнений (3), выпол-

няются с помощью уравнения неразрывности так же, как это обычно делается при реализации прогностических моделей.

Уравнения систем (2) и (3), содержащие производные по времени, запишем в виде

$$\frac{\partial z}{\partial t} = F, \quad (4)$$

где

$$z = \begin{vmatrix} u \\ v \\ \Phi \\ T \end{vmatrix}; \quad (5)$$

$$F = \begin{vmatrix} -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv \\ -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu \\ -u \frac{\partial \Phi}{\partial x} - v \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \Phi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{vmatrix} \quad \text{— для системы (2);} \quad (6)$$

$$F = \begin{vmatrix} -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - \omega \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv \\ -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - \omega \frac{\partial v}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu \\ -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{RT}{q} (\gamma_a - \gamma) \frac{\omega}{\zeta} \end{vmatrix} \quad \text{— для системы (3).} \quad (7)$$

Итерационный процесс динамического согласования полей с помощью метода Эйлера с пересчетом по схеме численного интегрирования «прогноз вперед—назад» выполняется следующим образом:

$$z_{n+1}^* = z_n^{(v)} + F_n^{(v)} \Delta t; \quad (8)$$

$$z_{n+1}^{(v)} = z_n^{(v)} + F_{n+1}^* \Delta t; \quad (9)$$

$$z_n^* = z_{n+1}^{(v)} - F_{n+1}^{(v)} \Delta t; \quad (10)$$

$$z_n^{(v+1)} = z_{n+1}^{(v)} - F_{n+1}^* \Delta t, \quad (11)$$

где нижние индексы n и $n+1$ означают принадлежность к моментам времени; Δt — шаг по времени; z_{n+1}^* , z_n^* , $z_{n+1}^{(v)}$, $z_n^{(v)}$ — предва-

рительные и окончательные значения z в моменты времени n и $n+1$; $F_n, F_{n+1}^*, F_{n+1}, F_n^*$ — значения функций F , рассчитанные по $z_n, z_{n+1}^*, z_{n+1}, z_n^*$ соответственно; верхние индексы v и $v+1$ обозначают номер итерации, т. е. указывают на то, сколько раз выполняются вычисления по формулам (8) — (11).

По формулам (8), (9) осуществляется прогноз на один шаг по времени вперед, а по формулам (10), (11) — прогноз назад. Как видно из этих формул, для прогноза вперед и назад используется два цикла вычислений, а весь четырехтактный цикл «прогноз вперед—назад» обеспечивает возвращение к начальному моменту времени n .

Заметим, что при динамическом согласовании полей в рамках бароклининой модели на каждом цикле выполняются расчеты вертикальной скорости и геопотенциала с помощью диагностических уравнений (статики и неразрывности) и граничных условий для ω по ζ (при $\zeta=0$ и $\zeta=1$) так же, как это делается при реализации прогностической бароклининой модели на каждом шаге по времени.

Циклы «прогноз вперед—назад» повторяются многократно ($v=1, 2, 3, \dots$) до тех пор, пока поля практически не будут изменяться от цикла к циклу. Это служит признаком сходимости процесса итераций и достижения равновесия между полями. Такие поля считаются согласованными.

Сходимость согласования в процессе итераций достигается в результате отфильтровывания мелкомасштабных возмущений при решении уравнений, используемых для согласования. Поэтому сходимость итераций зависит от свойств применяемой схемы численного интегрирования уравнений.

Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим некоторые результаты исследований сходимости итераций псевдопрогноза по схеме Эйлера с пересчетом и по обычной схеме Эйлера (без пересчета) на основе уравнений линейной баротропной модели [5]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= -N \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где $N = \text{const}$ — среднее значение геопотенциала.

В рассматриваемом случае итерационный процесс строится так, что после каждого четырехтактного цикла поле геопотенциала заменяется исходным.

Разностная аппроксимация уравнений (12) для всех четырех циклов схемы Эйлера с пересчетом (два шага вперед, два шага назад) приводит к следующим разностным уравнениям: на шаге вперед

$$\left. \begin{aligned} u_{*1} &= u_0^{(v)} + \beta v_0^{(v)} - \gamma \nabla_x \Phi_0, \\ v_{*1} &= v_0^{(v)} - \beta u_0^{(v)} - \gamma \nabla_y \Phi_0, \\ \Phi_{*1} &= \Phi_0 - \gamma H(\nabla_x u_0^{(v)} + \nabla_y v_0^{(v)}), \\ u_1^{(v)} &= u_0^{(v)} + \beta v_{*1} - \gamma \nabla_x \Phi_{*1}, \\ v_1^{(v)} &= v_0^{(v)} - \beta u_{*1} - \gamma \nabla_y \Phi_{*1}, \\ \Phi_1^{(v)} &= \Phi_0 - \gamma H(\nabla_x u_{*1} + \nabla_y v_{*1}); \end{aligned} \right\} (13)$$

на шаге назад

$$\left. \begin{aligned} u_{*0} &= u_1^{(v)} - \beta v_1^{(v)} + \gamma \nabla_x \Phi_1^{(v)}, \\ v_{*0} &= v_1^{(v)} + \beta u_1^{(v)} + \gamma \nabla_y \Phi_1^{(v)}, \\ \Phi_{*0} &= \Phi_1^{(v)} + \gamma H(\nabla_x u_1^{(v)} + \nabla_y v_1^{(v)}), \\ u_c^{(v+1)} &= u_1^{(v)} - \beta v_{*0} + \gamma \nabla_x \Phi_{*0}, \\ v_0^{(v+1)} &= v_1^{(v)} + \beta u_{*0} + \gamma \nabla_y \Phi_{*0}, \\ \Phi_0^{(v+1)} &= \Phi_1^{(v)} + \gamma H(\nabla_x u_{*0} + \nabla_y v_{*0}), \end{aligned} \right\} (14)$$

где нижние индексы «0» и «1» указывают на принадлежность функций к моментам времени; u_{*1} , v_{*1} , Φ_{*1} — предварительные значения функций в конце шага по времени (в момент времени 1); верхние индексы (v) и $(v+1)$ обозначают номер итераций; ∇_x , ∇_y — конечно-разностные аналоги производных по x и y ; $\beta = l\Delta t$; $\gamma = \frac{\Delta t}{2\Delta s}$, Δt — шаг по времени, Δs — шаг по координатам x и y ($\Delta x = \Delta y = \Delta s$).

В процессе вычислений по формулам (13) и (14) при переходе от цикла (v) к циклу $(v+1)$ $\Phi_0^{(v+1)}$ заменяется на Φ_0 .

Из уравнений (13) и (14) получим формулы, связывающие значения u и v на двух соседних итерациях. Для этого необходимо задать форму зависимости согласуемых полей от времени и координат x и y . Предположим, что поля заданы в виде

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \bar{\Phi} e^{i(mx + ny + \sigma t)}, \\ u &= \bar{u} e^{i(mx + ny + \sigma t)}, \\ v &= \bar{v} e^{i(mx + ny + \sigma t)}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где m, n — волновые числа ($m = \frac{2\pi}{X}$, $n = \frac{2\pi}{Y}$); $\sigma = \frac{2\pi}{T}$ — частота; X и Y — длины волн; T — период колебаний; $\bar{\Phi}$, \bar{u} , \bar{v} — амплитуды.

Из формул (15) следует, что

$$\begin{aligned} \nabla_x \Phi &= k \bar{\Phi}, \quad \nabla_x u = k \bar{u}, \quad \nabla_x v = k \bar{v}, \quad \nabla_y \Phi = p \bar{\Phi}, \quad \nabla_y u = \\ &= p \bar{u}, \quad \nabla_y v = p \bar{v}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $k = 2i \sin(m \Delta s)$, $p = 2i \sin(n \Delta s)$.

С помощью соотношений (16) и уравнений (13) и (14) находим формулы, связывающие $u_0^{(\nu+1)}$ и $v_0^{(\nu+1)}$ с $u_0^{(\nu)}$, $v_0^{(\nu)}$ и Φ_0 :

$$\left. \begin{aligned} u_0^{(\nu+1)} &= \varepsilon_1 u_0^{(\nu)} + \varepsilon_2 v_0^{(\nu)} + \varepsilon_3 \Phi_0, \\ v_0^{(\nu+1)} &= \eta_1 u_0^{(\nu)} + \eta_2 v_0^{(\nu)} + \eta_3 \Phi_0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 1 - \beta^2 a_1 + \gamma H k^2 a_1; \quad \varepsilon_2 = \gamma^2 H k r a_1; \quad \varepsilon_3 = -\beta \gamma r a_1; \\ \eta_1 &= \gamma^2 H k r a_1; \quad \eta_2 = 1 - \beta^2 a_1 + \gamma^2 H p^2 a_1; \quad \eta_3 = \gamma k \beta a_1, \end{aligned}$$

где $a_1 = 1 - \beta^2 + \gamma^2 H (k^2 + p^2)$.

Коэффициенты ε_1 , ε_2 , ε_3 , η_1 , η_2 , η_3 зависят от Δt , Δs , k , l , p , m , n , т. е.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i(\Delta t, \Delta s, k, l, p, m, n),$$

$$\eta_i = \eta_i(\Delta t, \Delta s, k, l, p, m, n), \quad i = 1, 2, 3.$$

Для случая, когда геопотенциал после каждого четырехтактного цикла заменяется на исходный, формула вида (17), связывающая $\Phi_0^{(\nu+1)}$ и $\Phi_0^{(\nu)}$, не имеет смысла.

Обозначим предельные значения $u_0^{(\nu)}$ и $v_0^{(\nu)}$, соответствующие состоянию равновесия, через

$$u_0 = \lim_{\nu \rightarrow \infty} u_0^{(\nu)}, \quad v_0 = \lim_{\nu \rightarrow \infty} v_0^{(\nu)},$$

а отклонения текущих значений $u_0^{(\nu)}$ и $v_0^{(\nu)}$ от предельных через

$$\Delta u_0^{(\nu)} = u_0 - u_0^{(\nu)}, \quad \Delta v_0^{(\nu)} = v_0 - v_0^{(\nu)}. \quad (18)$$

Если процесс итераций сходится, то в правой и левой частях формул (17) должны стоять предельные значения u_0 и v_0 , т. е.

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \varepsilon_1 u_0 + \varepsilon_2 v_0 + \varepsilon_3 \Phi_0, \\ v_0 &= \eta_1 u_0 + \eta_2 v_0 + \eta_3 \Phi_0. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Тогда для отклонений от предельных значений можно записать уравнения, которые являются следствием уравнений (17), (19) и соотношений (18),

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_0^{(\nu+1)} &= \varepsilon_1 \Delta u_0^{(\nu)} + \varepsilon_2 \Delta v_0^{(\nu)}, \\ \Delta v_0^{(\nu+1)} &= \eta_1 \Delta u_0^{(\nu)} + \eta_2 \Delta v_0^{(\nu)}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Решение уравнений (20) относительно $\Delta u_0^{(\nu)}$ представляется в виде соотношения

$$\Delta u_0^{(\nu)} = x^\nu \sin(mx + ny) \leq x^\nu. \quad (21)$$

С помощью соотношения (21) из уравнения (20) получается решение для x

$$x_{1,2} = \frac{(\varepsilon_1 + \eta_2) \pm \sqrt{(\varepsilon_1 - \eta_2)^2 + 4\varepsilon_2 \eta_2}}{2}. \quad (22)$$

Из соотношения (21) следует, что x можно рассматривать в качестве показателя сходимости итерационного процесса согласования. Действительно, если $|x| \leq 1$, то отклонения $\Delta u_0^{(\nu)}$ убывают с ростом ν и этим обеспечивается установление равновесия, при котором $u_0^{(\nu)} \rightarrow u_0$.

В рассматриваемом случае $|x| < 1$, т. е. процесс сходится при

$$\Delta t < \frac{(\Delta s)^2}{l^2 (\Delta s)^2 + H [\sin^2(m\Delta s) + \sin^2(n\Delta s)]}.$$

Таким образом, схема Эйлера с пересчетом позволяет построить сходящийся процесс согласования, приводящий к установлению равновесия между полями u , v , Φ .

С помощью формул (19) можно получить соотношения для u_0 и v_0 , согласованных с Φ_0 ,

$$u_0 = \frac{\varepsilon_3(1 - \eta_2) + \varepsilon_2 \eta_3}{(1 - \eta_2)(1 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2 \eta_1} \Phi_0, \quad v_0 = \frac{\eta_3(1 - \varepsilon_1) + \eta_1 \varepsilon_3}{(1 - \eta_2)(1 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2 \eta_1} \Phi_0, \quad (23)$$

которые с учетом введенных обозначений для ε_i и η_i записываются в виде геострофических соотношений:

$$u_0 = -\frac{1}{l \cdot 2\Delta s} \cdot \nabla_y \Phi_0, \quad v_0 = \frac{1}{l \cdot 2\Delta s} \cdot \nabla_x \Phi_0. \quad (24)$$

Таким образом, в результате согласования с помощью схемы Эйлера с пересчетом на основе линейной модели при неизменном голе геопотенциала устанавливается геострофическое равновесие, т. е. удается полностью ликвидировать начальное рассогласование полей геопотенциала и ветра. Для рассмотренного варианта линейной модели согласованные значения u_0 и v_0 одновременно являются и стационарным решением системы уравнений (15).

Для сравнения рассмотрим итерационный процесс согласования с неизменным полем геопотенциала на основе линейной модели, но с помощью другой схемы интегрирования по времени, а именно с помощью обычной схемы Эйлера (без пересчета).

В этом варианте система разностных уравнений, аппроксимирующих уравнения системы (12), записывается следующим образом:

на шаге вперед

$$\left. \begin{aligned} u_1^{(\nu)} &= u_0^{(\nu)} + \beta v_0^{(\nu)} - \gamma k \Phi_0, \\ v_1^{(\nu)} &= v_0^{(\nu)} - \beta u_0^{(\nu)} - \gamma p \Phi_0, \\ \Phi_1^{(\nu)} &= \Phi_0 - \gamma H (k u_0^{(\nu)} + p v_0^{(\nu)}); \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

на шаге назад

$$\left. \begin{aligned} u_0^{(\nu+1)} &= u_1^{(\nu)} - \beta v_1^{(\nu)} + \gamma k [\Phi_0 - \gamma H (k u_0^{(\nu)} + p v_0^{(\nu)})], \\ v_0^{(\nu+1)} &= v_1^{(\nu)} + \beta u_1^{(\nu)} + \gamma p [\Phi_0 - \gamma H (k u_0^{(\nu)} + p v_0^{(\nu)})], \\ \Phi_0^{(\nu+1)} &= \Phi_0. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Из уравнений (25) и (26) можно получить формулы (17) с коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= 1 + \beta^2 - \gamma^2 k^2 H, & \epsilon_2 &= -\gamma^2 k p H, & \epsilon_3 &= -\beta \gamma p, \\ \eta_1 &= -\gamma^2 k p H, & \eta_2 &= 1 + \beta^2 - \gamma^2 p^2 H, & \eta_3 &= -\beta \gamma k. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

подстановка которых в решение (22) для κ дает

$$\kappa_1 = 1 + \beta^2, \quad \kappa_2 = 1 + \beta^2 + \gamma^2 H (k^2 + p^2) = 1 + \beta^2 + \gamma^2 H (k_1^2 + p_1^2),$$

где $k_1 = 2 \sin(m \Delta s)$; $p_1 = 2 \sin(n \Delta s)$; $k = 2 i \sin(m \Delta s)$; $p = 2 i \sin(n \Delta s)$.

Так как члены в правой части решений для κ_1 и κ_2 больше единицы, то отклонения $\Delta u_0^{(\nu)}$ будут расти с увеличением ν , а это значит, что данный итерационный процесс согласования будет расхо-

даться. Поэтому обычная схема Эйлера не пригодна для динамического согласования.

Из рассмотрения этого простого примера следует, что только специальным образом построенные схемы численного интегрирования могут использоваться для динамического согласования. Аналогичное исследование итерационного процесса согласования с помощью схемы Эйлера с пересчетом было выполнено также на основе линеаризованной баротропной модели, в которой сохранены члены, описывающие адвекцию вдоль оси x [5].

Исходная система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + lv, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - lu, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + U \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= -H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right),\end{aligned}$$

где $U = \text{const}$.

Расчеты показали, что процесс сходится только при определенном шаге Δt . Причем в этом случае согласованные поля u и v отличаются от геострофических и не являются стационарными.

Теоретическое исследование сходимости итерационных процессов динамического согласования с помощью уравнений нелинейных моделей (2) и (3) представляет чрезвычайно сложную задачу, и поэтому окончательный выбор схем интегрирования для нелинейных уравнений осуществляется на основе численных экспериментов.

Численные эксперименты, выполненные с помощью нелинейных моделей, также показывают, что при использовании схемы Эйлера с пересчетом при определенных значениях шага по времени итерационный процесс сходится. При этом число итераций зависит от степени рассогласованности исходных полей и от того, по какой схеме производится согласование (свободное или с закреплением одного из полей). Так, при согласовании в рамках нелинейной баротропной модели, если геопотенциал после каждого четырехтактного цикла заменяется исходным, а в качестве начального ветра используется геострофический ветер, равновесное состояние (сходимость процесса итераций) наступает после 40—60 циклов. Если же в качестве начального ветра задается ветер, равный половине геострофического, чем обуславливается значительная рассогласованность начальных полей, то для достижения равновесия требуется существенно большее число итераций.

Помимо рассмотренного метода динамического согласования, который основывается на процедуре псевдопрогноза, выполняемого

по схеме Эйлера с пересчетом с данными за один момент времени, существуют и другие варианты динамического согласования. Так, в ряде работ для динамического согласования использовалась процедура, в которой первый цикл выполняется путем интегрирования уравнений модели шагами по времени от начального момента вперед на весь интервал, в течение которого поступает асиноптическая информация (на интервал между соседними сроками аэрологических наблюдений), а второй цикл выполняется путем интегрирования назад до исходного момента. При этом асиноптическая информация вводится по мере ее поступления: либо при интегрировании уравнений шагами по времени вперед, либо и вперед и назад.

Рассматривался также вариант согласования, в процессе которого выполнялся лишь один цикл псевдопрогноза, т. е. на один шаг вперед, а затем на один шаг назад. Пока еще трудно сделать вывод о том, какой именно вариант динамического согласования заслуживает предпочтения.

Общие результаты исследований по четырехмерному динамическому анализу, проведенных до настоящего времени с помощью различных прогностических моделей, во многих отношениях противоречивы. Сначала были получены обнадеживающие результаты численных экспериментов, в которых использовался метод простой замены (без согласования) прогностических величин модельными асиноптическими данными. При этом не было обнаружено признаков появления ложных возмущений, а точность четырехмерного анализа превосходила точность обычного объективного анализа.

Другие эксперименты по динамическому четырехмерному усвоению с помощью баротропной модели, когда прогностические данные заменялись реальными асиноптическими (без согласования), дали неудовлетворительные результаты.

Представляется, что простая замена прогностических величин асиноптическими не оправдана, так как асиноптические (например, спутниковые) данные заведомо отличаются по точности и по пространственному разрешению от прогностических, а поэтому следует не просто заменять одни данные другими, а согласовывать их между собой. При этом следует иметь в виду, что четырехмерное усвоение заведомо некачественной асиноптической информации (с коррелированными ошибками, превышающими ошибки синоптических и прогностических данных) не может способствовать уточнению анализа метеорологических полей.

Необходимы дальнейшие исследования по проблеме четырехмерного усвоения, которые должны позволить произвести оценку истинной информационной ценности различных видов реальных асиноптических данных и на этой основе построить наиболее эффективные модели усвоения и согласования. Такого рода исследования должны охватывать все методы усвоения и согласования,

так как есть основания полагать, что наибольшая эффективность может быть достигнута на путях комплексации различных методов.

IV. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Четырехмерное усвоение асиноптической информации дает положительные результаты, если она отвечает определенным требованиям по точности и пространственному разрешению. Если асиноптическая информация отсутствует или качество ее заведомо низкое, то в рамках четырехмерного анализа усваивается лишь синоптическая информация. В этом случае синоптическая информация согласуется с прогностической, и за счет этого достигается уточнение анализа для малоосвещенных в метеорологическом отношении акваторий океанов и других труднодоступных районов с редкой сетью станций. В таком варианте четырехмерный анализ был предложен Томпсоном и получил название динамического анализа.

Рассмотрим схему динамического анализа, реализованную в рамках баротропной квазигеострофической модели М. С. Фукс-Рабиновичем [6]. В области, для которой дается прогноз, выделяется район A , где станций вообще нет или их весьма мало. Этот район называют «пустой областью». Окружающие ее районы, хорошо освещенные данными синоптических наблюдений, называют областью B . Считается, что поле функции тока ψ известно в любой момент времени в области B . Эти данные получают с помощью баротропной схемы прогноза. Результаты прогноза получают и для «пустой области» A , но они являются неудовлетворительными, так как в этой области начальное поле (в момент времени t_0) задается весьма приближенно.

Начальное поле функции тока в области A может быть получено исходя из предположения, что в момент времени t_0 абсолютный вихрь равен нулю, т. е.

$$\nabla^2 \psi^{t_0} + l = 0 \quad (28)$$

или

$$\nabla^2 \psi^{t_0} + l = c, \quad (29)$$

где l — параметр Кориолиса; ∇^2 — оператор Лапласа, c — постоянная величина, определяемая на основе теоремы Стокса по значениям циркуляции скорости на контуре, стягивающем область A . Решения уравнений (28) и (29) при заданных значениях искомой функции ψ на границах области A в момент времени t_0 используются в качестве начальных полей.

Для баротропной среды абсолютный вихрь $\Omega_a = \nabla^2 \psi + l$ является консервативной величиной, т. е. Ω_a постоянно вдоль траектории каждой частицы, и поэтому

$$\frac{d\Omega_a}{dt} = 0. \quad (30)$$

Считая, что скорость частиц, рассчитываемая по значениям ψ , определяемым на каждом шаге прогноза, не меняется в течение одного шага по времени, строятся траектории для каждого узла сетки в области A и вдоль этих траекторий переносятся значения Ω_a за интервал времени, равный шагу по времени Δt . За счет этого переноса в области A первоначальный вихрь частично заменяется точными значениями из области B . Затем решается уравнение Пуассона

$$\nabla^2 \psi^{t_0 + \Delta t} = c_1, \quad (31)$$

где c_1 определено с учетом точных значений вихря, перенесенных из области B .

Значения $\psi^{t_0 + \Delta t}$ в области A , полученные из решения уравнения (31), являются более точными по сравнению с начальным полем и по сравнению с прогнозом, рассчитанным по начальному полю.

Такая процедура повторяется до следующего срока синоптических наблюдений. После этого прогностические значения функции тока в области B заменяются наблюдаемыми и весь процесс повторяется.

Как показали исследования, ошибка динамического анализа внутри пустой области со временем убывает, а ее нижний предел зависит от площади и периметра пустой области, времени прохождения частиц через всю область, средней скорости течения через границу пустой области и свойств используемой прогностической модели. Уменьшение ошибок достигается за счет поступления информации с освещенной области B , т. е. за счет учета адвекции вихря.

Результаты численных экспериментов по динамическому анализу на основе баротропной модели позволяют считать, что его применение способствует заметному улучшению анализа для районов, плохо освещенных в метеорологическом отношении.

В работах Фукс-Рабиновича метод динамического анализа обобщен на случай бароклининой атмосферы. Для бароклининой квазигеострофической модели атмосферы в качестве консервативной используется функция

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + m^2 \nabla^2 \Phi = f(x, y, \zeta), \quad (32)$$

Здесь $\zeta = \frac{p}{p_0}$ — вертикальная координата; Φ — геопотенциал; $m^2 = \frac{R \bar{T}}{g l^2} (\gamma_a - \gamma)$, где \bar{T} — средняя температура; γ_a , γ — адиабати-

ческий градиент и вертикальный градиент соответственно; R — газовая постоянная; l — параметр Кориолиса.

Процедура динамического анализа с помощью бароклининой квазигеострофической модели в принципе остается такой же, как и в баротропном варианте. В этом случае функция (32) рассчитывается на каждом прогнозируемом уровне и переносится по траекториям со скоростью геострофического ветра. На каждом шаге по времени в области A решается уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \zeta^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} + m^2 \nabla^2 \Phi = f(x, y, \zeta),$$

в котором функция $f(x, y, \zeta)$ уточняется за счет переноса из области B .

Динамический анализ для малоосвещенных в метеорологическом отношении территорий может выполняться и в том случае, когда прогноз осуществляется с помощью моделей, основанных на полных уравнениях. В рамках этих моделей перенос консервативной величины (32) осуществляется непосредственно с использованием прогнозируемых составляющих скорости.

Динамический анализ, кроме поля геопотенциала, может быть применен и для других полей метеорологических величин. Для этого нужно построить соответствующие консервативные характеристики. Такие консервативные характеристики получены, в частности, для динамического анализа поля влажности.

V. КОНТРОЛЬ И УСТРАНЕНИЕ ГРУБЫХ ОШИБОК В АСИНОПТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Остановимся на вопросе о контроле асиноптических — спутниковых данных. Как следует из вышеизложенного, результаты четырехмерного анализа во многом зависят от величины и характера ошибок асиноптических данных.

Ошибки спутниковых данных могут быть следствием несовершенства измерительных систем и методов интерпретации измерений, порождаться сбоями в процессе передачи и регистрации телеметрической информации и результатов интерпретации, а также вноситься человеком при подготовке результатов интерпретации к использованию в схемах анализа, при вводе их в ЭВМ, сбоями при счете и др.

По аналогии с ошибками стандартных измерений среди указанных ошибок можно выделить ошибки, которые принято называть грубыми, а также случайные ошибки. Кроме этого, учитывая специфику спутниковых данных, следует выделить коррелированные ошибки, которые вместе со случайными называют естественными.

По существующим оценкам в процентном отношении грубые ошибки в спутниковых данных составляют около 10% от их общего

числа. Так же как для стандартных синоптических измерений, грубые ошибки спутниковых данных могут быть большими, и неучет этого обстоятельства, безусловно, влияет на результаты анализа. Поэтому вопрос о контроле спутниковых данных на предмет выявления и устранения грубых ошибок имеет первостепенное значение. Можно предполагать, что именно из-за наличия этих ошибок не удается достигнуть ожидаемого уточнения анализа и прогноза при четырехмерном усвоении спутниковых данных.

Для выявления и устранения грубых ошибок спутниковых данных, в принципе, применимы те же способы и приемы, которые используются в объективном анализе стандартных измерений. Предпосылки для успешного выявления и устранения грубых ошибок спутниковых данных определяются их избыточностью, которая является следствием большой плотности этих измерений в пространстве и во времени и наличия функциональных и статистических связей между различными элементами, а также между значениями одного и того же элемента в различных точках пространства и в различные моменты времени.

Не вдаваясь в подробности, перечислим основные приемы и способы контроля и устранения грубых ошибок, которые могут быть применимы к спутниковым данным.

Известно, что наиболее трудно выявить и устранить ошибку единичного или малого числа измерений. Для спутниковых данных, в общем случае, такая ситуация не характерна. Но все же и в этих сравнительно редких случаях можно осуществить контроль с помощью экстремальных значений анализируемого элемента, а также путем сравнения с климатическими или прогностическими величинами. Такой подход позволяет лишь выявить грубые ошибки, но не позволяет исправить ошибочное значение.

Для спутниковых данных типичными являются ситуации, когда имеются достаточно плотные пространственные и временные ряды метеоэлементов. В таких случаях применимы способы контроля и исправления ошибок, основанные на интерполяции, на функциональном или статистическом согласовании измерений одного или нескольких элементов в различных точках пространства и в различные моменты времени с привлечением прогностических величин и данных прямых измерений.

Из всего изложенного следует, что разработка методов четырехмерного анализа метеорологических полей представляет собой сложную, но чрезвычайно важную в научном и практическом отношении проблему. Ее успешное решение требует широких научных исследований, а внедрение в оперативную практику немыслимо без автоматизации всех этапов приема, обработки, контроля и анализа различных видов синоптической и асиноптической информации на базе современной вычислительной техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К. Я., Тимофеев Ю. М. Термическое зондирование атмосферы со спутников. Л., Гидрометеониздат, 1970. 410 с.
2. Мусаелян Ш. А., Белниская Л. В. О восстановлении полей метеорологических элементов по данным наблюдений со спутников. — «Труды ГМЦ», 1968, вып. 30, с. 100—109.
3. Гандин Л. С. Четырехмерный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1977, 61 с.
4. Белов П. Н. Численные методы прогноза погоды. Л., Гидрометеониздат, 1975. 392 с.
5. Федорова Н. Г. О применении динамического согласования полей при расчете ветра для прогностической модели по полным уравнениям гидродинамики. — «Труды ГМИ». 1972, вып. 103, с. 29—41.
6. Фукс-Рабинович М. С. О повышении качества анализа поля геопотенциала над районами, малоосвещенными исходной информацией. — «Метеорология и гидрология», 1964, № 5, с. 28—35.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	стр. 3
I. Необходимость согласования полей	6
II. Основные виды метеорологической информации	8
2.1. Синоптические наблюдения	9
2.2. Космические наблюдения	10
III. Методы согласования и четырехмерного анализа	12
3.1. Формальные методы согласования и четырехмерного анализа	13
3.2. Динамические методы согласования и четырехмерного анализа	15
IV. Динамический анализ	27
V. Контроль и устранение грубых ошибок в асиноптических данных	29
Литература	31

БОРИС ДАНИЛОВИЧ ПАНИН

Согласование начальных полей метеорологических элементов

Конспект лекций

Редактор *З. Б. Ваксенбург*

Корректор *Т. Л. Кувшинская*

М — 26429 Сдано в набор 19/II 1979 г. Подп. к печати 4/IX 1979 г.
Тираж 700 экз. Объем 2,0 п. л. Уч.-изд. л. 2,0 Зак. 99. Тем. план 1979 г.,
поз. 1274. Цена 10 коп.

Издание ЛПИ имени М. И. Калинина. 195251, Ленинград, Политехническая, 29.

Типография ВВМУПП им. Ленинского комсомола