

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

---

Ленинградский Гидрометеорологический институт

Ю.М.Георгиевский, С.В.Шаночкин

**ПРОГНОЗЫ СТОКА ГОРНЫХ РЕК**

Ленинградский ордена Ленина  
политехнический институт  
им. М.И.Калинина

Ленинград  
1987

УДК 551.16.06

Георгиевский Ю.М., Шаночкин С.В. Прогнозы стока горных рек  
Текст лекций. - Л., изд. ЛПИ, 1987, с. 55. (ЛГМИ).

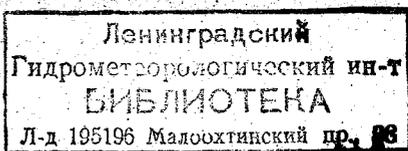
Излагаются современные методы краткосрочных и долгосрочных прогнозов стока горных рек. Рассматриваются особенности формирования стока в бассейнах горных рек, теоретические основы методики прогнозирования. Приводятся примеры прогнозов стока горных рек Средней Азии, Кавказа, Сибири.

Текст лекций предназначен для студентов-гидрологов гидрометеорологических институтов и географических факультетов, а также может быть использован слушателями факультета повышения квалификации и специалистами, работающими в области гидрологии и водного хозяйства.

Рецензенты :

кафедра гидрологии суши Ленинградского государственного университета имени А.А. Жданова ; А.М. Филипов, канд. геогр. наук (Государственный гидрологический институт ).

© Ленинградский гидрометеорологический институт (ЛГМИ) , 1987 г



## В В Е Д Е Н И Е

Практическая необходимость в прогнозах стока горных рек прежде всего возникла для рек Средней Азии и Кавказа, водные ресурсы которых используются для орошения. На основе данных гидрометеорологического прогноза об ожидаемой водности рек планируется режим водопользования, организация поливных работ, перераспределение воды между заинтересованными отраслями народного хозяйства, обеспечение необходимой информацией работы гидростанций, регулирование пусков воды из водохранилищ.

Большое значение имеют также прогнозы-предупреждения о высоких паводках и селеных потоках, представляющих угрозу населенным пунктам, промышленным предприятиям, водозабрам и ирригационным сооружениям.

В настоящее время для удовлетворения потребностей народно-хозяйственных организаций выпускаются следующие виды гидрологических прогнозов:

- краткосрочные прогнозы стока (расходов и уровней);
- долгосрочные прогнозы стока за отдельные месяцы, кварталы; за период весенне-летнего половодья; за вегетационный период;
- долгосрочные прогнозы максимальных расходов (уровней) воды.

Служба гидрологических прогнозов не ограничивается перечисленными видами прогнозов, в каждом конкретном бассейне специфика использования водных ресурсов выдвигает свои запросы.

Большой вклад в развитие гидрологических прогнозов стока горных рек внесли советские гидрологи Т.С.Абольян, А.Н.Важнов, Ю.Б.Виоградов, Ю.М.Денисов, Н.Т.Дмитриева, Г.П.Калинин, В.Д.Комаров, Г.Т.Попов, П.М.Машуков, И.С.Соседов, А.А.Харшан и др.

В основе методов долгосрочного прогнозирования стока горных рек лежит приближенное решение уравнения водного баланса на основе становления (физико-статистических зависимостей стока от основных факторов. При краткосрочном прогнозировании расходов (уровней) воды используются методы, учитывающие закономерности движения воды руслах.

Трудность разработки методики прогноза стока горных рек объясняется ограниченностью и подчас отсутствием необходимых данных наблюдений в высокогорных частях бассейнов рек.

## Глава I. ОСОБЕННОСТИ РЕЖИМА ГОРНЫХ РЕК И ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ПРОГНОЗА ИХ ВОДНОСТИ

### I.1. Водный режим и условия формирования стока горных рек

Источниками питания горных рек являются снег, ледники, жидкие осадки, выпадающие в теплое время года. Главной причиной изменения водности рек из года в год является различие в величинах запасов снега и в количестве выпадающих жидких осадков.

Горный рельеф обуславливает основную особенность речных бассейнов — вертикальную зональность климатических, почвенных и ботанических условий. Эти особенности определяют характер питания и режим стока рек. Поэтому важнейшей характеристикой горного бассейна является распределение его площади по высоте. Питание рек осуществляется в основном за счет запасов сезонного снега и жидких осадков. Роль ледников и вечного снега гораздо меньшая, так как они, как правило, занимают незначительную часть площади всего бассейна.

В горах с увеличением высоты возрастает количество осадков, понижается температура воздуха и, как следствие, увеличивается сто

Характер изменения осадков с высотой отличен не только для отдельных бассейнов, но даже для разных склонов одного и того же водосбора. На величину осадков существенное влияние оказывает ориентировка склонов по отношению к направлению перемещения воздушных масс. Меридионально направленные горные хребты являются препятствием для передвижения воздушных масс в широтном направлении. Поэтому на наветренных и подветренных склонах наблюдается значительная разница в величине осадков.

Осадки в горном бассейне увеличиваются с высотой с разной интенсивностью и до определенной высоты. Наиболее быстро увеличиваются осадки в интервале высот 1000—2500 м, выше 2500 м увеличение количества осадков замедляется или прекращается совсем. В Закавказье на склонах горы Арагац рост осадков отмечен до высоты 3200 м; на Заилийском Алатау — до 3000—3200 м. Резко снижается количество осадков в замкнутых межгорных котловинах.

Внутригодовое распределение осадков в горных областях отличается большим разнообразием. В Средней Азии в предгорной зоне осадки выпадают в основном в зимне-весенний период; в высокогорной зоне центрального Тянь-Шаня и Восточного Памира преобладают летние осадки. В западной оконечности Большого Кавказа максимум

осадков наблюдается зимой.

На значительных высотах, где приток тепла недостаточен для полного стаивания снега, находятся вечные снега и ледники. Нижней границей этих областей является климатическая снеговая линия, высота которой изменяется как по различным горным областям, так и для разных хребтов, склонов, горных цепей. На склонах богатых осадками климатическая снеговая линия располагается ниже, чем во внутренних районах.

Понижение температуры воздуха с высотой оказывает существенное влияние на ряд процессов. Так, в бассейнах горных рек наблюдаются отличная от равнинных бассейнов динамика снеготаяния. Таяние снежного покрова постепенно распространяется от нижней зоны бассейна к верхним. Границей между зоной, освободившейся от снега, и иной, на которой снег залегает, является сезонная снеговая линия. По мере таяния снега сезонная снеговая линия, которая представляет собой не сплошного залегания снежного покрова, перемещается вверх. Выше этой зоны склоны гор полностью покрыты снегом, а ниже снега нет.

На формирование стока горных рек большое влияние оказывает интенсивность снеготаяния и закономерность изменения площадей одновременного таяния. Эти площади ограничены фронтом снеготаяния на условной линии, проходящей через точки начала таяния снега и ледом снеготаяния, т.е. линией, соединяющей точки схода основной массы снега. Площади снеготаяния все время изменяются и смещаются вверх по склонам, изменяется и интенсивность таяния снега, следствием чего и являются резкие колебания стока (пилообразные очертания гидрографа стока горных рек).

Сход снега в горах продолжается несколько месяцев, что и обуславливает растянутость половодья. По материалам аэрофотосъемок 1967 г. в бассейне р. Варзоб снег на высотах до 2200 м сошел в мае, в более высоких зонах сезонные запасы снега стали полностью таять к началу октября.

На интенсивность снеготаяния сказывается крутизна, ориентация склонов, закрытость горизонта в пункте наблюдений. Это создает значительные трудности расчета интенсивности снеготаяния, которая сейчас определяется весьма приблизительно.

При определении продолжительности холодного периода отдельных высотных зон за его начало принимается декада окончательного перехода средней температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$  в сторону отрицательных

значений, за окончание — последняя декада с отрицательной средней температурой воздуха. Продолжительность холодного периода определяет период снеготаяния.

На длительность половодья существенное влияние оказывает распределение площади бассейна по высотным зонам. Чем больше диапазон высот в бассейне и чем выше снеготаяния в высокогорных зонах, тем продолжительнее период снеготаяния и длительнее половодье.

В формировании стока горных рек большую роль имеют жидкие осадки. Они способствуют резким колебаниям стока в период половодья. Роль дождевой составляющей с увеличением высоты бассейна уменьшается.

Преобладание в горах крутых склонов, расчлененность рельефа способствуют быстрому стеканию талых и дождевых вод. Как правило, стекание происходит по водоупорным горизонтам под слоем рыхлых оспей и валунно-галечных отложений со значительными скоростями. Вот почему на горных реках сразу же после начала снеготаяния или выпадения дождя отмечается быстрое возрастание уровней и расходов воды.

Экспедиционные исследования дождевого стока в горах Сихотэ-Алиня показали, что ниже незначительного почвенного горизонта находится рыхлообломочный каменистый или щебенистый слой, залегающий на скальных или глинисто-скелетной толще. Дождевые воды легко просачиваются через горизонт лесных почв. После насыщения рыхлого и перегнойного горизонтов возникает поверхностный сток по ручейкам, тальвегам, ручьям, которые достигают речной сети. Ручейки на отдельных участках поглощаются осыпями, стекая по водоупору со скоростями 0,5-0,7 м/мин.

Потери талого и дождевого стока в горах изучены недостаточно. Предполагается, что они меняются из года в год незначительно и уменьшаются с высотой. По отдельным районам установлены зависимости коэффициента стока от средней высоты бассейна. На эти зависимости оказывают влияние ряд факторов: геологическое строение бассейнов, состав почво-грунтов, характер растительности, положение бассейна.

Особенности формирования стока горных рек сказывается на условиях их водного режима.

Горные реки по характеру весеннего половодья подразделяются на три типа.

1. Реки с весенним половодьем. Сюда относятся реки Кавказа, Средней Азии, Алтая, Западных Саян, бассейны которых расположены

на высотах до 2000 м. Питание этих рек происходит в основном за счет таяния сезонного снежного покрова, дождевых и подземных вод. Доля дождевого стока более существенна для рек Кавказа.

2. Реки с половодьем в теплую часть года. Это реки высокогорных областей Средней Азии и реки, стекающие с наиболее высоких частей северного склона Большого Кавказа. Питание их в основном снеговое, значительно меньшую роль имеет дождевое, подземное и ледниковое. Ледниковый сток составляет 15-20% годового только на малых реках Средней Азии и Кавказа. На реках Дальнего Востока, Яну-Индигирского района и Витимо-Олекминской горной страны летне-осеннее половодье формируется большей частью дождевыми водами.

3. Реки с паводочным режимом. Они отличаются кратковременными паводками в течение года или определенных сезонов. К ним относятся малые реки Черноморского склона Кавказа, Крыма, предгорий северного склона Большого Кавказа, правобережья Днестра. Паводки образуются в основном за счет дождевых и снеговых вод.

### 1.2. Методики прогноза стока

Краткосрочное прогнозирование стока горных рек основано на учете закономерностей движения воды в руслах и учете притока воды на пути движения потока. Прогнозы составляются на основе метода соответственных уровней (расходов) воды.

Прогноз расходов в нижнем створе участка реки сводится к решению соответственных расходов воды вида

$$Q_{Ht} = Q_{Bt-\tau} + \int_0^l q dl \quad (1.1)$$

где  $Q_{Ht}$  - расход воды в нижнем створе в момент времени  $t$ ;  $Q_{Bt-\tau}$  - расход воды в верхнем створе в момент  $t-\tau$ ;  $\tau$  - время добегания воды от верхнего до нижнего створа;  $q$  - боковой (промежуточный) приток воды на участке;  $l$  - длина участка.

Для бесприточных участков реки чаще всего используются связи вида:

$$Q_{Ht} = f(Q_{Bt-\tau}) \quad (1.2)$$

$$H_{Ht} = f(H_{Bt-\tau}) \quad (1.3)$$

здесь  $H_{Ht}$  - уровень воды в нижнем створе участка в момент  $t$ ;  $H_{Bt-\tau}$  - уровень воды в верхнем створе участка в момент  $t-\tau$ .

На длинных участках с большой русло-поверхностной емкостью имеет

место трансформации паводка, для ее учета используют связь

$$Q_{Нt} = f(Q_{Вt-T}, \Delta Q_t) \quad (1.4)$$

где  $\Delta Q_t$  - характеристика трансформации паводочной волны.

При слабой петлеобразной связи соответственных расходов для бесприточного участка реки, имеющей место в условиях значительного изменения расхода воды в верхнем створе за период равный времени добегаания на участке, Р.А.Нежиховский рекомендует использовать линейное уравнение

$$Q_{Нt} = k_1 Q_{Вt-T} + k_2 Q_{Вt} + k_3 Q_{Нt-T} \quad (1.5)$$

где  $Q_{Вt-T}, Q_{Вt}$  - расходы воды в верхнем створе участка реки в начале и конце интервала времени  $T$ ;  $Q_{Нt-T}, Q_{Нt}$  - то же в нижнем створе участка;  $k_1, k_2, k_3$  - коэффициенты, отражающие влияние расходов  $Q_{Вt-T}, Q_{Вt}, Q_{Нt-T}$  на расход в нижнем створе участка  $Q_{Нt}$ .

Интервал времени ( $T$ ) принимается равным времени добегаания воды на участке ( $\tau$ ). При больших колебаниях расходов воды возможно значительное изменение величины  $\tau$ . Рекомендуется выделять несколько диапазонов изменения расхода и для каждого из них назначать интервал времени  $T \approx \tau$ . Если заблаговременность прогноза  $T$  постоянна, то можно допустить  $T \neq \tau$ , но при этом отношение  $\frac{T}{\tau}$  должно быть в пределах 0,7-1,4.

Значение коэффициента  $k_2$  вычисляется по формуле  $k_2 = e^{\frac{2\tau}{T}}$  или определяется по таблице для принятого отношения  $\frac{T}{\tau}$ . Величина  $1-k_3$  равна тангенсу угла наклона линии связи

$$\Delta Q_H - k_2 \Delta Q_B = f(Q_{Вt-T} - Q_{Нt-T}) \quad (1.6)$$

где  $\Delta Q_H = Q_{Нt} - Q_{Нt-T}$ ;  $\Delta Q_B = Q_{Вt} - Q_{Вt-T}$ .

После вычисления значений  $k_2$  и  $k_3$  определяется величина коэффициента  $k_1$ , исходя из того, что сумма коэффициентов равна единице

Если кривые расходов воды в граничных створах отсутствуют, целесообразно строить связи уровней

$$H_{Нt} = f(H_{Вt-T}, H_{Нt-T}) \quad (1.7)$$

На приточном участке реки с одним притоком применяются связи соответственных расходов воды вида

$$Q_{нт} = f(Q_{в,t-\tau_1}; Q_{в,t-\tau_n}) \quad (I.8)$$

где  $Q_{в,t-\tau_1}$  - расход верхнего створа главной реки в момент  $t-\tau_1$ ;  $\tau_1$  - время добегаания от верхнего до нижнего створа главной реки;  $Q_{в,t-\tau_n}$  - расход верхнего створа притока в момент  $t-\tau_n$ ;  $\tau_n$  - время добегаания от верхнего створа притока до нижнего створа главной реки.

Аналогичный вид имеет зависимость при использовании уровневых данных. На участке с несколькими притоками прогноз осуществляется по выражению

$$Q_{нт} = f(Q_{в,t-\tau_1} + Q_{в,t-\tau_2} + \dots + Q_{в,t-\tau_n}) \quad (I.9)$$

где  $n$  - число верхних створов;  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  - время добегаания от верхних створов до нижнего. Остальные обозначения прежние.

С целью учета влияния трансформации (распластывания) паводочной волны в зависимость вида (I.9) вводят еще одну переменную

$$Q_{нт} = f\left(\sum_{i=1}^n Q_{в,t-\tau_i}; \Delta Q_T\right) \quad (I.10)$$

где  $\Delta Q_T$  - характеристика трансформации паводочной волны.

В качестве такой характеристики используется интенсивность изменения расхода воды в верхнем створе за какой-либо промежуток времени; уровень воды в нижнем створе в момент выпуска прогноза; разность между расходами верхнего и нижнего створов главной реки в момент выпуска прогноза.

Прогноз уровней воды на приточном участке реки может быть осуществлен по аналитической зависимости

$$Q_{нт} = aQ_{в,t-\tau_1} + bQ_{в,t-\tau_2} + \dots + d \quad (I.11)$$

$$H_{нт} = a'H_{в,t-\tau_1} + b'H_{в,t-\tau_2} + \dots + d' \quad (I.12)$$

где  $Q_{нт}$  и  $H_{нт}$  - расход и уровень воды в нижнем створе участка в момент  $t$ ;  $Q_{в,t-\tau_1}, Q_{в,t-\tau_2}, H_{в,t-\tau_1}, H_{в,t-\tau_2}$  - расходы и уровни воды в верхних створах в моменты  $t-\tau_1, t-\tau_2$ ;  $a, b, \dots, d; a', b', \dots, d'$  - коэффициенты уравнения.

Коэффициенты уравнений определяются способом множественной регрессии. При больших колебаниях уровней воды устанавливается несколько уравнений для определенных диапазонов высоты уровней.

В уравнение (I.12) вводятся данные по уровням воды нижнего створа и одном-двух промежуточных створах на основной реке в ден выпуск прогноза для учета трансформации паводочной волны.

С целью учета неустановившегося движения речного потока используются линейные модели стока. Простейшей линейной моделью формирования стока с сосредоточенными параметрами является модель основанная на применении генетической формулы стока (интеграла Дюамеля).

Интеграл Дюамеля записывается в виде

$$Q_t = \int_0^t q(\tau) P(t-\tau) d\tau, \quad (I.13)$$

где  $Q_t$  - расход воды в замыкающем створе реки в каждый момент времени;  $\tau$  - время дообегания;  $P(\tau)$  - кривая дообегания, называемая еще функцией влияния или трансформационной функцией;  $q(\tau)$  - приток воды в русловую сеть за единицу времени;

Гидрографы  $q(\tau)$  и  $Q(t)$  называют часто входной и выходной функциями. Функция влияния или мгновенный единичный гидрограф отражает основные аккумулярующие и трансформирующие свойства бассейна.

Прогноз расходов воды для нижнего створа бесприточного участка реки в случае недостаточной тесной связи соответственных расходов производится по выражению

$$Q_{нч} = \int_0^t Q_{в}(t-\tau) P(\tau) d\tau, \quad (I.14)$$

здесь  $Q_{в}$  - расход воды в верхнем створе бесприточного участка в момент времени  $t-\tau$ ;  $P(\tau)$  - кривая дообегания, устанавливаемая подбором из условия наилучшего совпадения наблюдаемых и предвычисленных расходов воды.

Выражение (I.14) на практике часто используется в конечных разностях:

$$Q_t = P_0 Q_t + P_1 Q_{t-1} + P_2 Q_{t-2} + \dots + P_{\tau_{\max}} Q_0, \quad (I.15)$$

где  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{\tau_{\max}}$  - суточные ординаты кривой дообегания  $P(\tau)$  с порядковыми номерами  $0, 1, 2, \dots, \tau_{\max}$ ;  $Q_t, Q_{t-1}, Q_{t-2}, \dots, Q_0$  - средние суточные расходы воды.

Уравнение (I.15) представляет собой генетическую формулу стока.

При использовании выражения (I.13) приток воды  $q(\tau)$  в рус-

ловую сеть бассейна может быть определен по разности осадков и потере стока, по уравнению водного баланса и по стоку небольших (показательных) бассейнов.

Рассмотрим два последних способа.

Расчет притока воды в русловую сеть бассейна по уравнению водного баланса

$$q_t = \left( \frac{Q_t + Q_{t+1}}{2} \right) + \left( \frac{W_{t+1} - W_t}{86400} \right), \quad (I.16)$$

где  $q_t$  - суточный приток воды в русловую сеть бассейна, м<sup>3</sup>/с;  
 $Q_t$  и  $Q_{t+1}$  - расходы воды в замыкающем створе за данные и последующие сутки, м<sup>3</sup>/с;  
 $W_t$  и  $W_{t+1}$  - объемы воды в русловой сети бассейна за данные и последующие сутки, м<sup>3</sup>.

Колебания притока воды отражают закономерности хода водосточа из снежного покрова или хода выпадения жидких осадков.

При определении притока воды по данным о стоке небольших показательных бассейнов используется несколько выражений. Одно из них рекомендуется для определения притока при наличии большого числа малых рек с примерно одинаковыми площадями водосборов:

$$q = \left( \frac{Q_1}{F_1} + \frac{Q_2}{F_2} + \dots + \frac{Q_N}{F_N} \right) \cdot F, \quad (I.17)$$

где  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  - суточные расходы небольших рек;  $F_1, F_2, \dots, F_N$  - площади водосбора небольших рек;  $F$  - общая площадь водосбора расчетной реки;  $1, 2, \dots, N$  - порядковые номера небольших рек.

Более универсален способ вычисления притока воды через средний арифметический модуль расхода небольших рек:

$$q = \frac{1}{N} \left( \frac{Q_1}{F_1} + \frac{Q_2}{F_2} + \dots + \frac{Q_N}{F_N} \right) \cdot F. \quad (I.18)$$

При выборе небольших рек Р.А. Нежиговский предлагает выбирать те, у которых гидрограф стока более всего подобен гидрографу притока ( $q_t$ ), вычисленному по уравнению водного баланса. По тем же данным подсчитываются парные коэффициенты корреляции  $\zeta$  между средними пятнадцатидневными расходами стока и притока и устанавливается графическая связь вида  $\zeta_{q, Q} = f(l)$ , где  $l$  - расстояние между центрами тяжести основного бассейна и бассейна небольшой реки. Отбираются реки, у которых при данном  $l$  самый высокий ко-

эффицент корреляции.

Кривая добегаия для бассейна реки может быть установлена разными способами: единичного гидрографа, изохрон, подбором. На горных реках чаще всего используется способ подбора. Подбор кривой добегаия сравнительно легко осуществляется, если она аппроксимируется в виде двухпараметрической (трансформационной) функции, предложенной Г.П.Калининым и П.И.Милжковым,

$$P(\tau) = \frac{\Delta t}{\tau(n-1)!} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1.19)$$

где  $P(\tau)$  - ординаты кривой руслового добегаия;  $\Delta t$  - расчетный интервал времени;  $\tau$  - время добегаия на характерном участке;  $n$  - число участков.

Кривая добегаия стока  $F(t)$  одномодальна и имеет плавные очертания. Она имеет два параметра  $n$  и  $\tau$ , которые легко подбираются на специальных электронно-моделирующих установках по заданному ходу стока в замыкающем створе и притока воды в русловую сеть бассейна. Определяются те значения параметров  $n$  и  $\tau$ , при которых отмечается наилучшее совпадение наблюдаемых и рассчитанных по выражению (1.13) расходов воды.

Примеры краткосрочных прогнозов стока горных рек приводятся ниже.

Долгосрочные прогнозы стока горных рек осуществляются на основе приближенного решения уравнения водного баланса. Это уравнение для любого интервала времени в пределах года имеет вид

$$Y = Y_r + Y_n + Y_d + Y_{пз} = (X_c - E_c) + (X_n - E_n) + (X_d - E_d) + Y_{пз} + \Delta_{гп} + \Delta_{пз} \quad (1.20)$$

здесь  $Y$  - сток в рассматриваемом створе реки за исследуемый интервал времени;  $Y_r, Y_n, Y_d, Y_{пз}$  - сток талых, ледниковых, дождевых и подземных вод;  $X_c, X_n$  - вода, образовавшаяся за счет таяния сезонного снега и ледников;  $X_d$  - слой жидких осадков;  $E_c, E_n, E_d$  - потери на испарение талой, ледниковой и дождевой воды;  $\Delta_{гп}$  - изменение запасов воды в почвогрунтах;  $\Delta_{пз}$  - изменение запасов подземных вод.

За период половодья уравнение водного баланса речного бассейна может быть представлено в виде [7]

$$Y = Y_r + Y_d + Y_{пз} = \sum_1^n S_i f_i + \sum_1^n X_{ли} f_i + \sum_1^n X_{ли} f_i + (h_r + X_{ли}) \sum_1^n E_{сиф} f_i - \sum E_{пиф} f_i + \Delta_{гп} + \Delta_{пз} \quad (1.21)$$

где  $Y$  - суммарный сток за период половодья;  $Y_T, Y_D, Y_{ПЗ}$  - сток талых, дождевых, подземных вод за тот же период;  $S_i$  - запас воды в снежном покрове в  $i$ -й высотной зоне к началу снеготаяния;  $X_{1i}$  и  $X_{2i}$  - количество осадков, выпавших в каждой высотной зоне бассейна реки за время снеготаяния и за время от схода снега до окончания половодья;  $f_i$  - площади высотных зон в долях от площади бассейна;  $h_T$  и  $X_{1L}$  - соответственно слой стаивания и слой жидких осадков на площади занятой ледниками и вечными снегами ( $f_n$ ) за время снеготаяния;  $E_{ci}$  и  $E_{ni}$  - испарение с поверхности снега и с поверхности почвы; остальные обозначения прежние.

Запасы воды в снежном покрове для каждой высотной зоны должны устанавливаться в разные сроки, так как начало снеготаяния с высотой запаздывает. Неодновременное по высоте начало и окончание снеготаяния предопределяет необходимость определения значений  $X_{1i}, X_{2i}, E_{ci}, E_{ni}$  по каждой высотной зоне за свои периоды времени.

Использование выражения (I.21) не представляется возможным из-за отсутствия данных по ряду составляющих, некоторые из которых необходимо предвычислять. Поэтому на практике применяются приближенные связи стока с основными факторами его обуславливающими.

Общий вид подобных зависимостей для прогноза объема половодья следующий:

$$Y_T + Y_D = Y - Y_{ПЗ} = f[(S + X_1), X_2, W] \quad (I.22)$$

здесь  $Y_{ПЗ}$  - величина подземного базисного стока принимаемая равной значению наименьшего предвесеннего расхода воды;  $W$  - характеристика увлажненности бассейна к началу прогнозного периода.

Использование зависимости (I.22) основано на предпосылке о том, что наибольшей ежегодной изменчивости подвержены запасы воды в снежном покрове и жидкие осадки. Сведения об осадках за период половодья к моменту выпуска прогноза отсутствуют. Если величина осадков из года в год изменяется в небольших пределах, то используют данные о среднегодовых осадках ( $X_1, X_2$ ). В случае же значительного участия жидких осадков в формировании стока половодья они не учитываются.

Уравнение (I.22) не применимо к рекам со значительным ледниковым питанием. На этих реках необходимо предвычислять условия таяния снега и льда по высотным зонам бассейна, что сделать с большой заблаговременностью невозможно.

При установлении зависимостей для прогноза стока горных рек

необходимо иметь гипсографическую кривую бассейна реки, сведения о закономерностях изменения с высотой запасов воды в снежном покрове, осадков, температуры воздуха. С помощью этих данных устанавливается величина снегонакопления по высотным зонам, площади одновременного снеготаяния, высота сезонной снеговой линии.

Рассмотрим способы определения основных характеристик, используемых при анализе формирования стока горных рек и при разработке методики прогноза стока.

Гипсографическая кривая строится на основании карты бассейна в горизонталях, показывая распределение его площади по высоте. Бассейн разбивается на несколько высотных зон с интервалом в 100, 200 или 500 м. Техника построения гипсографической кривой бассейна реки подробно рассматривается в курсе гидрологии.

Гипсографическая кривая используется при определении периодов снегонакопления, запасов снега в бассейне, площадей одновременно-го снеготаяния, средней высоты бассейна. Последняя вычисляется по выражению

$$H_{\text{ср}} = \frac{f_1 H_1 + f_2 H_2 + \dots + f_n H_n}{F}, \quad (1.23)$$

где  $H_i$  - средняя высота  $i$ -й высотной зоны, м;  $f$  - площадь высотной зоны, км<sup>2</sup>;  $F$  - площадь бассейна, км<sup>2</sup>.

Определение температуры воздуха на различных высотах бассейна производится по данным наблюдений метеостанций путем построения графика изменения температуры воздуха по высоте.

В условиях ограниченного числа метеостанций температура воздуха на любой высоте вычисляется с помощью вертикального градиента температуры воздуха. Последний вычисляется по данным наблюдений за температурой воздуха на станциях, расположенных на разной высоте одного и того же горного склона. Предварительно по данным о средних (сутки, декада, месяц) температурах воздуха строят график изменения температур с высотой, пользуясь которым вычисляется вертикальный градиент температуры по формуле

$$\gamma_{\theta} = \frac{\theta_H - \theta_B}{\Delta H} \cdot 100, \quad (1.24)$$

где  $\theta_H$  и  $\theta_B$  - средние температуры воздуха на нижней и верхней станциях;  $\Delta H = H_B - H_H$  - разница в высоте верхней и нижней станции, м.

Устанавливается внутригодовой ход вертикального градиента

температуры. Расчет температуры воздуха при линейном ее изменении по высоте производится по формуле

$$\vartheta_B = \vartheta_H - 0,01 \gamma_{\vartheta} \Delta H. \quad (1.25)$$

Здесь обозначения прежние.

Из формулы (1.25) легко получить выражение для расчета высоты, на которой температура воздуха равна нулю (высота нулевой изотермы). Принимая  $\vartheta_B = 0^{\circ}$  и заменяя  $H_B = H_0^{\circ}$ , получим

$$H_0^{\circ} = 100 \frac{\vartheta_H}{\gamma_{\vartheta}} + H_H, \quad (1.26)$$

где  $H_0^{\circ}$  - высота нулевой изотермы;  $\vartheta_H$  и  $H_H$  - температура воздуха и высотное положение нижней (опорной) станции.

Определение величины снегонакопления в горном бассейне производится по материалам снегосъемок и данным осадкомеров. В связи с крайне неравномерным залеганием снежного покрова в горах, большой изменчивостью величины снеготолщин по высоте и по склонам разной ориентации установить запасы воды в снеге по высотным зонам можно лишь приближенно.

Снегомерные наблюдения в горах проводятся по маршрутам в постоянно закрепленных снегомерных пунктах, отличающихся по высоте не более чем на 150-200 м. Маршруты прокладываются в долинах рек и охватывают несколько высотных зон. В каждом пункте выбирается от двух до пяти площадок с различной ориентировкой, на которых производятся измерения высоты и плотности снега, а затем определяется средняя величина запаса воды в снежном покрове по площадкам и в пункте.

Средний запас воды в снеге для всего бассейна вычисляется по формуле

$$\bar{S} = S_1 f_1 + S_2 f_2 + \dots + S_n f_n, \quad (1.27)$$

где  $S_1, S_2, \dots, S_n$  - средний запас воды в снеге в высотных зонах, мм;  $f_1, f_2, \dots, f_n$  - площади высотных зон в долях от общей площади бассейна.

Снегосъемки проводятся несколько раз за зиму, но наибольший интерес представляют данные измерений перед началом таяния снега в горах (март).

В случае если верхние зоны бассейна недоступны для проведения измерений снеготолщин, устанавливается зависимость запаса

воды в снеге от высоты. По экстраполированной части этой зависимости определяются снеготзапасы в верхней, неосвещенной измерениями, части бассейна горной реки.

Снеготзапасы могут также оцениваться по данным о количестве осадков, выпавших за холодный период. Продолжительность холодного периода устанавливается для каждой высотной зоны.

Для тех высотных зон, на которых отсутствуют метеорологические станции, осадки вычисляются по вертикальному градиенту осадков.

Расчет градиента осадков производится по формуле

$$\gamma_x = \frac{X_B - X_H}{H_B - H_H} \cdot 100 \quad (1.28)$$

здесь  $X_B, X_H$  - сумма осадков на верхней и нижней (опорной) станциях, мм;  $H_B, H_H$  - соответственные высоты станций, м.

Сумма осадков на любой высоте определяется по формуле

$$X_B = X_H + 0,01 \gamma_x (H_B - H_H) \quad (1.29)$$

Обозначения прежние.

Установленная по данным о количестве осадков за холодный период величина снеготнакопления в бассейне также приближена, так как вертикальный градиент осадков изменяется из года в год и от месяца к месяцу. Кроме того, осадкомеры из-за выдувания и испарения не полностью учитывают осадки, и в показания осадкомеров необходимо вводить поправки.

Ограниченность наблюдений за снеготзапасами и осадками в горных бассейнах вынуждает определять относительные величины снеготнакопления или индексы снеготнакопления. Предварительно анализируется характер распределения осадков и снежного покрова по площади бассейна, устанавливаются станции, по которым имеются надежные ряды наблюдений и которые расположены в пределах высотных зон основного формирования стока. При выборе наиболее репрезентативных станций строятся графики изменения модульных коэффициентов осадков или снеготзапасов с высотой. С помощью этих графиков можно установить станции, данные которых в отдельные годы значительно отклоняются от общей закономерности.

Довольно часто при определении индекса снеготнакопления в горных бассейнах используются модульные коэффициенты снеготзапа -

сов или сумм осадков за холодный период:

$$K = K_1 \frac{\bar{S}_1}{\bar{S}} \cdot f_1 + K_2 \frac{\bar{S}_2}{\bar{S}} \cdot f_2 + \dots + K_n \frac{\bar{S}_n}{\bar{S}} \cdot f_n, \quad (I.30)$$

где  $K$  - модульный коэффициент запасов воды в бассейне, являющийся индексом снегонакопления;  $K_1, K_2, \dots, K_n$  - модульные коэффициенты снеготазасов или сумм осадков за холодный период соответствующих высотных зон;  $\bar{S}$  - средние многолетние запасы влаги для всего бассейна;  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$  - средние запасы влаги в высотных зонах;  $f_1, f_2, \dots, f_n$  - относительные площади высотных зон.

Множители  $K_i \frac{\bar{S}_i}{\bar{S}}$  в уравнении (I.30) представляют веса, которыми учитываются запасы воды отдельных зон.

Для рек Сибири при оценке снеготазасов по данным осадкомеров используется следующий индекс снегонакопления ( $\gamma_s$ ):

$$\gamma_s = \sum \chi_1 \frac{\bar{S}_1}{\sum \chi_1} \cdot f_1 + \sum \chi_2 \frac{\bar{S}_2}{\sum \chi_2} \cdot f_2 + \dots + \sum \chi_n \frac{\bar{S}_n}{\sum \chi_n} \cdot f_n, \quad (I.31)$$

где  $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_n$  - норма снеготазасов в 1, 2, ..., n-й зонах;  $\sum \chi_i, \sum \chi_i$  - сумма осадков и их норма за холодный период в i-й зоне.

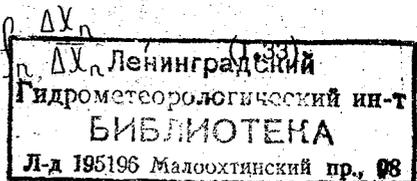
Если данные измерений снеготазасов не позволяют построить за каждый год график изменения запасов воды в снежном покрове с высотой  $S = f(H)$ , то для расчета индекса снегонакопления может быть использована множественная корреляция между стоком и запасом воды в снежном покрове на каждом снегомерном участке. Веса отдельных участков снеготазасовки принимаются пропорционально коэффициентам регрессий, а сумма их равна единице:

$$\gamma = a_1 S_{n1} + a_2 S_{n2} + \dots + a_n S_{nn}, \quad (I.32)$$

здесь  $a_1, a_2, \dots, a_n$  - веса отдельных участков снеготазасовки;  $S_{n1}, S_{n2}, \dots, S_{nn}$  - запасы воды в снежном покрове на участках снеготазасовки.

С целью исключения влияния местоположения станции на ее показания при определении индекса снегонакопления используются относительные значения осадков

$$\gamma_x = f_1 \frac{\Delta \chi_1}{\Delta \chi_1} + f_2 \frac{\Delta \chi_2}{\Delta \chi_2} + \dots + f_n \frac{\Delta \chi_n}{\Delta \chi_n}$$



где  $\Delta X_i$  - отклонение величины осадков (снегозапасов) от нормы;  
 $\Delta \bar{X}_i$  - среднее отклонение от нормы (без учета знака),

$$\Delta \bar{X}_i = \frac{\sum (X_i - \bar{X}_i)}{N}$$

Знание высоты снеговой линии необходимо при установлении размеров площади бассейна покрытой снегом, а так же при определенных площади одновременного таяния.

Высоту снеговой линии можно рассчитать приближенно по данным наблюдений станций, расположенных на разных высотах. По этим данным определяется градиент дат схода снежного покрова как отношение разницы дат схода снега на соответствующих высотах к интервалу высот. Принимая значения градиента ( $\gamma_d$ ) постоянным по высоте, дата схода снега на любой высоте ( $D_H$ ) рассчитывается по выражению

$$D_H = D_{оп} + 0,01 \gamma_d (H - H_{оп}) \quad , \quad (I.34)$$

где  $D_{оп}$  - дата схода снега на станции, расположенной на высоте  $H_{оп}$ ;  $\gamma_d$  - градиент дат схода снежного покрова, в днях на 100 м высоты.

В случае отсутствия наблюдений за сходом снега и отсутствия данных о запасах воды в снежном покрове высота снеговой линии может быть определена по температуре заметного таяния. При этой температуре на реке отмечается отчетливое повышение уровня воды (при отсутствии жидких осадков).

Температура заметного таяния определяется при сопоставлении хода температуры воздуха в районе створа реки с ходом уровней или расходов воды. Установлено, что температура заметного таяния ( $\Theta_{з.т}$ ) равна  $+4^{\circ}C$ . Если после похолодания наблюдается хорошо выраженный подъем уровня, то это указывает на то, что температура заметного таяния достигла зоны покрытой снегом. Определяется дата начала подъема уровня воды, связанная с повышением температуры воздуха. Подобных дат может быть несколько, и на каждую из них вычисляется высота снеговой линии ( $H_{с.л}$ ):

$$H_{с.л} = H_{оп} + \frac{\Theta_{оп} - \Theta_{з.т}}{\gamma_{\Theta}} \cdot 100 \quad , \quad (I.35)$$

где  $H_{оп}$  - высота опорной станции, находящейся вблизи створа реки;  $\Theta_{оп}$  - средняя суточная температура воздуха на опорной станции на дату начала повышения уровня (расхода) воды;  $\Theta_{з.т}$  - темпе-

температура заметного таяния;  $\gamma_{\theta}$  - вертикальный градиент температуры воздуха.

Следует иметь в виду, что начало подъема уровня отстает по сравнению с датой повышения температуры воздуха на величину времени добегаания стока. По полученным данным строят график изменения высоты снеговой линии в бассейне реки в период половодья. Рассмотренный способ неприменим в горных бассейнах со значительными осадками в период таяния снега.

При отсутствии наблюдений за сходом снега высота сезонной снеговой линии может быть определена по данным о стоке и температуре воздуха.

Количество талой воды ( $Y_i$ ), образующейся в отдельных высотных зонах, определяется по формуле

$$Y_i = a f_i [\theta_0 - \gamma_{\theta} (H_i - H_0)] \quad (1.36)$$

где  $a$  - коэффициент стайвания;  $f_i$  - площадь зоны, в пределах которой происходит таяние снега;  $H_i$  - средняя высота  $i$ -й зоны;  $H_0$  - высота станции, на которой измеряется температура воздуха  $\theta_0$ ;  $\gamma_{\theta}$  - вертикальный градиент температуры воздуха.

Расход реки от образовавшейся в бассейне талой воды равен

$$Q_i = K F \eta a \sum_{H_{с.л.}}^{H_2} f_i [\theta_0 - \gamma_{\theta} (H_i - H_0)] \quad (1.37)$$

здесь  $K$  - коэффициент размерности;  $\eta$  - коэффициент стока;  $H_{с.л.}$  - высота снеговой линии;  $H_2$  - верхняя граница снеготаяния, определяемая положением нулевой изотермы;  $F$  - площадь бассейна реки. Итальянские обозначения прежние.

Уравнение (1.37) используется для расчета высоты снеговой линии. Предварительно строится номограмма вида  $Q = f(H, \theta)$ , связывающая расходы воды, среднюю суточную температуру воздуха и высоту нижней границы снега.

С помощью номограммы определяется высота снеговой линии. Для этого выбираются периоды продолжительностью 5 - 12 дней, в течение которых жидкие осадки отсутствовали или были незначительными. Изчисляв среднюю температуру воздуха и средний расход за выбранный период, сдвинутый на время добегаания стока, с номограммы снимают высоту снеговой линии.

По полученным данным строят график изменения снеговой линии

за период таяния снега  $H_{с.л.} = f(T)$ .

## Глава II. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗА СТОКА ГОРНЫХ РЕК

### 2.1. Математическая модель расчета запасов воды в снежном покрове горного бассейна

Рассматриваемая модель для рек Средней Азии предложена Л.Н.Боровиковой и Ю.М.Денисовым. Модель отображает изменение запасов воды в снежном покрове по высоте ( $H$ ) и по времени ( $t$ ) при использовании сведений только о суточных суммах осадков и средней суточной температуре воздуха.

В основе расчета запаса воды в бассейне горной реки лежит использование следующих уравнений.

1) Изменения суточных осадков с высотой и во времени. Предполагается, что осадки возрастают до гребня гор. Возрастание осадков можно рассчитать по зависимости следующего нелинейного вида:

$$X(H,t) = X(H_{оп},t) \left[ 1 + K_2(H - H_{оп}) + K_3(H - H_{оп})^2 \right], \quad (2.1)$$

здесь  $X(H_{оп},t)$  - количество осадков за  $t$ -е сутки на высоте опойной станции;  $X(H,t)$  - величина осадков на высоте  $H$ ;  $K_2$  и  $K_3$  - коэффициенты, определяемые по данным о величинах средних многолетних годовых осадков по станциям, расположенным на разных высотах.

В бассейнах, находящихся в условиях хорошей доступности влагонесущим массам, кривая изменения осадков с высотой имеет выпуклость вверх ( $K_3 < 0$ ). Эта же кривая в бассейнах, ниже зоны которых закрыты высокими хребтами, имеет выпуклость книзу ( $K_3 > 0$ ). При  $K_3 = 0$  зависимость (2.1) линейного вида.

Значения параметров  $K_2$  и  $K_3$  изменяются от месяца к месяцу. Эти изменения устанавливаются по формулам:

$$K_2 = K_{2,0} + A_2 \cos \frac{2\pi}{T}(t - \tau_2), \quad (2.2)$$

$$K_3 = K_{3,0} + A_3 \cos \frac{2\pi}{T}(t - \tau_3), \quad (2.3)$$

где  $K_{2,0}$ ,  $K_{3,0}$  - среднегодовые значения параметров  $K_2$  и  $K_3$ ;  $A_2$  и  $A_3$  - полуамплитуды изменения параметров  $K_2$  и  $K_3$ ;  $\tau_2$  и  $\tau_3$  - константы, учитывающие сдвиг фаз.

2. Изменения средней суточной температуры воздуха с высотой рассчитываются по линейному уравнению:

$$\Theta(H, t) = \Theta(H_{оп}, t) - \gamma_{\Theta} (H - H_{оп}), \quad (2.4)$$

здесь  $\gamma$  - вертикальный градиент температуры воздуха в  $^{\circ}\text{C}/\text{км}$ ; остальные обозначения прежние.

Изменение градиента температуры воздуха в течение года аппроксимируется выражением

$$\gamma_{\Theta} = \gamma_0 + \gamma' \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau_0), \quad (2.5)$$

где  $\gamma_0$  - средний годовой вертикальный градиент температуры воздуха;  $\gamma'$  - половина амплитуды изменения градиента ( $\gamma_0$ ) в течение года;  $T$  - число дней в году;  $t$  - время в сутках, отсчитываемое от выбранного начала отсчета;  $\tau_0$  - параметр, учитывающий сдвиг фаз; при расчетах с 1 января;  $\tau_0 = 200$ ; с 1 октября  $\tau_0 = 290$ .

Величина вертикального градиента температуры воздуха наименьшая в январе  $4^{\circ}\text{C}$  на км и наибольшая в июле  $10^{\circ}\text{C}$  на км.

За начало года на реках Средней Азии принято 1-е октября, так как к этому времени снег прошлой зимы стаял полностью, а накопление нового снега еще не наблюдается.

3. Снегонакопление представлено как сочетание двух процессов накопления влаги в твердом виде и расходование ее вследствие таяния.

Изменения запасов воды в снежном покрове во времени на высоте  $H$  записываются в виде следующего уравнения:

$$\frac{\partial S(H, t)}{\partial t} = \begin{cases} \infty & \text{для } H \geq H_0, \\ x - \alpha \gamma_{\Theta} (H_0 - H) & \text{для } H_0 > H \geq H_2, \\ -\alpha \gamma_{\Theta} (H_0 - H) & \text{для } H < H_2, \end{cases} \quad (2.6)$$

Здесь  $\alpha$  - коэффициент стайания,  $\text{мм}/(^{\circ}\text{C} \cdot \text{сут})$ ;  $H_0$  и  $H_2$  - высота нулевой изотермы и изотермы  $2^{\circ}\text{C}$ .

В основе разделения осадков на твердые и жидкие лежит средне-суточная температура воздуха. На высотах  $H \geq H_0$  осадки выпадают лишь в твердом виде, в этой зоне происходит накопление снега. В области высот между изотермами  $0$  и  $2^{\circ}\text{C}$  ( $H_0 > H \geq H_2$ ) имеет место накопление и расходование снега, а на высотах  $H < H_2$  отмечается только таяние снега.

4. Для расчета запаса влаги в снежном покрове на высоте  $H$  в  $t$  - е сутки предложено уравнение:

$$S(H, t) = \int_{t_0}^t \frac{\partial S}{\partial t} dt \quad (2.7)$$

Интегрирование  $S$  по всем высотам, где  $S \neq 0$ , приводит к выражению для определения объема снегозапасов в момент времени  $t$ :

$$S(t) = \int_{H_{с.л.}}^{H_{max}} S(H, t) \frac{dF(H)}{dH} dH \quad (2.8)$$

где  $H_{с.л.}$  и  $H_{max}$  - высота сезонной снеговой линии и наибольшая высота в бассейне;  $F(H)$  - функция, график которой гипсометрическая кривая.

Рассмотренная модель позволяет рассчитать распределение запасов воды в снеге по высотным зонам, положение снеговой линии, объем воды в снеге бассейна. Расчеты выполняются численными методами на ЭВМ.

## 2.2. Математическая модель формирования половодья горных рек $\neq$ САРНИМИ, ГМЦ $\neq$

Первая модель расчета стока горной реки в период половодья была разработана Л.Н.Борозжовой и Ю.М.Денисовым.

Бассейн горной реки рассматривается как некая динамическая система, преобразующая функцию поступления воды на ее поверхность в функцию гидрографа в замыкающем створе. Основными данными для расчета поступления воды являются сведения о суточных осадках и температурах воздуха. Модель построена в системе координат  $H$  - высота местности;  $t$  - время.

Модель формирования снежного покрова в бассейне горной реки была рассмотрена ранее в 2.1.

Модель поступления воды на поверхность бассейна основана на следующих положениях.

Условно принято, что интенсивность поступления (видостачки) талой воды ( $h_B$ ) на поверхность бассейна равна интенсивности таяния снега ( $h_T$ ), т.е.

$$h_B = h_T = \alpha \chi_{\theta} (H_0 - H) \quad \text{для } H < H_0 \text{ и } S > 0, \quad (2.9)$$

где  $S$  - запасы воды в снежном покрове;  $H_0$  - высота нулевой изотермы;  $\alpha$  - коэффициент стаяния;  $\chi_{\theta}$  - вертикальный градиент

температуры воздуха.

Расход талой воды, поступающей на поверхность бассейна между горизонталями  $H$  и  $H + \Delta H$ , равен

$$dQ_T = h_T \frac{dF(H)}{dH} dH, \quad (2.10)$$

где  $F(H)$  — площадь бассейна, расположенная ниже горизонтали с отметкой  $H$ .

Интегрируя выражение (2.10), получим

$$Q_T = \begin{cases} \int_{H_{с.л.}}^{H_{max}} h_T \frac{dF}{dH} dH & \text{для } H_0^* > H_{max}, \\ \int_{H_{с.л.}}^{H_0^*} h_T \frac{dF}{dH} dH & \text{для } H_{max} > H_0^* > H_{с.}, \\ 0 & \text{для } H_0^* \leq H_{с.}, \end{cases} \quad (2.11)$$

Здесь  $H_{с.л.}$ ,  $H_0^*$  и  $H_{max}$  соответственно, высота снеговой линии, нулевой изотермы, наибольшей отметки бассейна.

Расход дождевой воды определяется интенсивностью выпадающих в каждом виде осадков. Видные осадки выпадают на высотах  $H < H_2^*$ :

$$dQ_A = \chi(H, t) \frac{dF(H)}{dH} dH, \quad (2.12)$$

подставляя в (2.12) значение  $\chi(H, t)$  из (2.1) и интегрируя по всей области выпадения осадков, получим

$$Q_A = \chi(H_{оп}, t) \int_{\lambda} [1 + K_2(H - H_{оп}) + K_3(H - H_{оп})^2] \frac{dF}{dH} dH, \quad (2.13)$$

где  $\lambda$  — область изменения  $H$ , для которой выполняются одновременно следующие условия:

$$\begin{cases} H_{max} \geq H \geq H_{min}, \\ 1 + K_2(H - H_{оп}) + K_3(H - H_{оп})^2 > 0, \\ H < H_2^*. \end{cases} \quad (2.14)$$

Здесь  $H_{min}$  — высота замыкающего створа реки, остальные обозначения прежние.

Из формулы (2.12) путем интегрирования по частям получены выражения для расчета поступающей на поверхность бассейна дождевой воды для двух случаев:  $H_2^* \geq H_{max}$  и  $H_2^* < H_{max}$ .

Общий расход воды

$$Q = Q_T + Q_D \quad (2.15)$$

Вода, поступившая на поверхность бассейна, трансформируется бассейном в сток, регистрируемый в замыкающем створе ( $Q_{30M}$ ).

Бассейн горной реки представляется в виде двух линейных последовательностей - параллельно соединенных емкостей. Сделано это с целью учета различия в движении воды по поверхности бассейна и по водоупору. Модель трансформации предполагает, что часть воды из каждой емкости идет на формирование расхода в замыкающем створе, а часть поступает в нижележащую емкость.

Расходы воды из трансформирующих емкостей, поступающие на сток и в нижележащие емкости, зависят линейно от объема воды в соответствующих емкостях.

Преобразование притока талой и дождевой воды ( $Q$ ) в расход замыкающего створа ( $Q_{30M}$ ) описывается линейным дифференциальным уравнением

$$\alpha_1 \frac{d^2 Q_{30M}}{dt^2} + \frac{dQ_{30M}}{dt} + \alpha_2 Q_{30M} = \beta_1 \frac{dQ}{dt} + \beta_2 Q \quad (2.16)$$

Переходя от дифференциального уравнения 2.16 к конечно-разностному, было получено:

$$Q_{30M}(t) = \alpha_1 Q_{30M}(t-2) + \alpha_2 Q_{30M}(t-1) + \beta_1 \left[ \frac{1}{2} Q(t-2) - 2Q(t-1) \right] + \beta_2 Q(t) \quad (2.17)$$

Параметры конечно-разностного уравнения находились путем оптимизационных процедур из условия наилучшего приближения рассчитанного гидрографа стока к фактическому.

Модель САРНИГМИ (1965 г.) в целом правильно отражала процесс формирования снежного покрова и поступления воды на водосбор, однако не учитывала неравномерное залегание снега и его водоудерживающую способность.

В ГИЦ СССР были проведены исследования по модернизации данной модели. Учет неравномерности залегания снега в модели формирования снежного покрова и поступления воды производился на основе использования типовой кривой распределения запасов воды в снеге в пределах высотной зоны.

Средняя величина запаса воды в снеге зоны  $\bar{S}(h)$  определяется

следующим образом:

$$\bar{S}(h) = \frac{1}{c} e^{-\frac{h}{\bar{S}_p}} \bar{S}_p, \quad (2.18)$$

где  $\bar{S}_p$  - параметр, приближенно равный значению среднего запаса воды в снежном покрове, при котором зона полностью покрыта снегом;  $h$  - переменная, изменяющаяся в границах отрезка  $0 \leq h \leq \bar{S}_p \ln c$ ;  $c$  - параметр (принят равным 100).

Выражение для покрытости зоны снегом (в долях единицы) имеет вид:

$$P_{(0,h)} = e^{-\frac{\bar{S}_p \ln c - h}{\bar{S}_p}} = \frac{1}{c} e^{-\frac{h}{\bar{S}_p}}. \quad (2.19)$$

Тогда,  $\bar{S}_p$  - коэффициент пропорциональности между запасом воды в снеге зоны и ее покрытостью:

$$\bar{S}(h) = P_{(0,h)} \cdot \bar{S}_p. \quad (2.20)$$

Значение параметра  $h$  находится по выражению

$$h = \bar{S}_p \ln \left( c \frac{\bar{S} + X}{\bar{S}_p} \right), \quad (2.21)$$

где  $X$  - градуса, выпавшие на снежный покров с запасом воды  $\bar{S}$ . Запасы воды в снежном покрове по высотным зонам получены Т.С. Абальян:

Высота границ зоны, км	1,0-2,4	2,4-2,8	2,8-3,2	3,2-3,6	3,6-4,5
$\bar{S}_p$ , мм	300	650	1050	1450	1700

В алгоритме расчета поступления воды на поверхность бассейна был учтен процесс постепенного увлажнения снежного покрова и водоотдачи после того, как влажность снега достигла величины  $(\epsilon_n)$  ( $\epsilon_n$  - водоудерживающая способность снега).

При возврате морозов (в том числе в ночные часы) часть талой воды, удерживаемой снегом, замерзает. Для расчета слоя замерзшей воды использовалась зависимость:

$$X_{3i} = 1,55 \sqrt{|0,91 \bar{\theta}_i - 3|}, \quad (2.22)$$

где  $X_{3i}$  - количество замерзшей воды в  $i$ -е сутки (мм),  $\bar{\theta}_i$  - средняя суточная температура воздуха.

При вычислении подачи воды на поверхность бассейна, помимо талого  $Q_T$  и дождевой  $Q_d$  составляющих, может учитываться и ледниковая  $Q_n$  :

$$Q = Q_T + Q_d + Q_n \quad (2.23)$$

Процесс трансформации стока (последний этап) описывается, подобно (2.16), одним дифференциальным уравнением второго порядка, но со свободной старшей производной

$$\frac{d^2 Q_{зам}}{dt^2} + \alpha_1^* \frac{dQ_{зам}}{dt} + \alpha_2^* Q_{зам} = \beta_1^* \frac{dQ}{dt} + \beta_2^* \quad (2.24)$$

Предложено два варианта уравнений, позволяющих вычислять расходы воды в замыкающем створе на  $K$ -е сутки вперед (2.25) и последовательно на первые, вторые, ...,  $K$ -е сутки (2.26) соответственно:

$$Q_{зам}(t+k) = a_1 Q_{зам}(t-1) + a_2 Q_{зам}(t) + b_1 [1/2 Q(t+k-2) - 2Q(t+k-1)] + b_2 Q(t+k) \quad (2.25)$$

$$Q_{зам}(t+k) = a_1^* X + a_2^* Y + b_1 [1/2 Q(t+k-2) - 2Q(t+k-1)] + b_2^* Q(t+k) \quad (2.26)$$

где  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  и  $b_2$  - обобщенные параметры, включающие коэффициенты  $\alpha_1^*$ ,  $\alpha_2^*$ ,  $\beta_1^*$ ,  $\beta_2^*$ , а также величину  $K$ ;  $a_1^*$ ,  $a_2^*$ ,  $b_1$  и  $b_2^*$  - выражаются только через коэффициенты  $\alpha_1^*$ ,  $\alpha_2^*$ ,  $\beta_1^*$  и  $\beta_2^*$ .

Переменные  $X$  и  $Y$  выражаются через измеренные  $Q_{зам}$  или рассчитанные  $\hat{Q}_{зам}$  расходы воды в замыкающем створе.

Параметры выражений (2.25) и (2.26) считаются оптимальными, когда функция (2.27) достигает минимума:

$$f(Q_{зам}, Q, K, a_1, a_2, b_1, b_2) = \sqrt{\frac{\sum_{L=1}^{N(T-K)} (Q_{зам}(L+K) - \hat{Q}_{зам}(L+K))^2}{\sum_{L=1}^{N(T-K)} (Q_{зам}(L) - \hat{Q}_{зам}(L+K))^2}} \quad (2.27)$$

где  $Q_{зам}$  и  $\hat{Q}_{зам}$  - фактический и рассчитанный расходы воды в замыкающем створе;  $T$  и  $N$  - соответственно число дней и лет принятых в расчетах.

## Глава III. ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗОВ СТОКА ГОРНЫХ РЕК

Остроощущающийся дефицит водных ресурсов ставит перед наукой практикой проблему оптимального их использования путем создания автоматизированных систем управления (АСУ) комплексными водоохозяйственными системами. В связи с этим предъявляются и повышенные требования к прогнозам стока горных рек.

Система прогнозов для АСУ должна обладать высокой точностью, объективностью, оперативностью обслуживания. В конечном итоге такая система должна быть представлена алгоритмом, легко реализуемом в ЭМ.

В управлении водными ресурсами нуждается подавляющее число мелких бассейнов, поэтому требуется создание системы прогнозов по юльшим территориям, охватывающим практически всю совокупность физико-географических условий формирования стока.

При эксплуатации АСУ возникает задача непрерывного уточнения прогноза по мере получения новой информации с переходом от долгосрочных (сезонных, квартальных) прогнозов к прогнозам за меньшие интервалы времени (месяц, декада).

Детализация прогноза требует и большей детализации анализа процесса формирования стока.

Таким образом, комплекс прогнозов должен быть увязан в пространстве и во времени.

Нужно отметить, что теория прогнозов стока горных рек отстает от общего уровня гидрологической науки. Соответствующие математические модели формирования стока горных рек и дождевых паводков в практической практике еще не нашли широкого применения. С одной стороны, это объясняется отсутствием надежных метеорологических прогнозов, с другой - редкой сетью пунктов наблюдений за гидрометеорологическими величинами. Использование даже самых совершенных и физически обоснованных моделей прогноза стока в такой ситуации не будет давать хороших результатов. Этим в основном и объясняется столь широкое распространение статистических методов [5].

Методы статистического прогноза предполагают возможность оценки будущего значения процесса по прошлым и текущим данным наблюдений и определяющими его факторами.

Если за используемый интервал времени (30 - 40) лет условия формирования стока существенно не менялись, для оценки связей мо-

жет быть применен один из наиболее простых и распространенных методов - метод множественной линейной регрессии.

Необходимым этапом практической реализации метода множественной регрессии является тщательный анализ рассматриваемого природного явления и определение его основных причинных связей. Этот этап предшествует построению модели и позволяет выделить исходное множество потенциальных предикторов. Сужение их первоначального набора до оптимального требует специальных исследований.

### 3.1. Выбор оптимального состава предсказателей

Для этой цели используются статистические методы и эвристические приемы, основанные на закономерностях пространственной структуры рассматриваемых величин.

К статистическим методам относятся различного рода разложения многомерного вектора данных по системам ортогональных функций. Для реализации регрессионной схемы прогноза удобным является метод разложения на естественные ортогональные составляющие (компонентный анализ).

Детальное изложение этого вопроса можно найти в специальной литературе, поэтому следует остановиться лишь на основных принципах данного разложения.

Исходная матрица наблюдений некоторой величины имеет вид

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

По матрице (3.18) вычисляется корреляционная в случае нормированных переменных матрица  $R$ :

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mm} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Далее решением полной проблемы матрицы  $R$  находятся собственные векторы  $U$ :

$$(R - \lambda E)U = 0 \quad (3.20)$$

где  $E$  - единичная матрица;  $U$  - собственные векторы;  $\lambda$  - собственные значения матрицы  $R$ .

Система собственных векторов получается ортогональной и нормированной, поэтому значения коэффициентов разложения вычисляются по формуле

$$C_{hi} = \sum_{k=1}^m U_{hk} x_{ik}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (3.21)$$

В прогностической схеме коэффициенты  $C_{hi}$  рассматриваются в качестве тест-предикторов.

Оценка качества представления совокупностей исходных данных (степень сходимости разложения) производится по выражению

$$d = \frac{\sum_{h=1}^n \lambda_h}{\sum_{h=1}^m \lambda_h}. \quad (3.22)$$

Это соотношение показывает, какова доля первых компонент в полной вариации переменных. Разложение по естественным ортогональным составляющим, достаточно эффективно, когда уже несколько первых переменных дают значения  $d$ , близкие к единице. В задаче прогностического плана использование этого математического аппарата не преследует цель получить ясную физическую интерпретацию составляющих. Достаточным можно считать тот факт, что с помощью линейного ортогонального преобразования исходной информации удается ее "сжать", а выделенные информативные признаки использовать в регрессионной модели.

В рамках имеющихся в нашем распоряжении выборок обычно используют лишь первые естественные составляющие. Они, как наиболее устойчивые, при переходе на независимый материал сохраняют корреляционную связь приблизительно на том же уровне.

Замена многомерных наблюдений за гидрометеорологическими величинами обобщенными характеристиками, как правило, полностью не решают проблему понижения размерности вектора-предиктора.

Рассмотрим некоторые из способов выбора оптимальной совокупности предсказателей.

Первый способ - метод полного перебора (всех возможных регрессий)  $\sum_{k=1}^p C_m^k$  - чрезвычайно громоздкий, предполагающий построение и анализ  $\sum_{k=1}^p C_m^k$  уравнений ( $p$  - порядок уравнений). Основным недостатком данного метода - формальное конструирование очень боль-

ного числа уравнений, при котором наилучшие оценки могут иметь регрессии неучитывающие "лучший" (наиболее коррелируемый с предиктантом) предсказатель.

Второй способ - метод "просеивания". Здесь вначале фиксируется наиболее информативный предсказатель, а затем из архива тест-предикторов добавляется тот, который даст наибольшее увеличение свободного коэффициента корреляции. Это же условие определяет включение очередного третьего предиктора и т.д. Количество привлекаемых к анализу уравнений уменьшается до  $\frac{R}{R_0} (m-k)$ , причем в каждое из них входит основной предсказатель. Описанная процедура окончательного отбора  $K$ -го предиктора, наилучшим образом связанного с остатками  $\Delta y = y - \hat{y}$ , получаемыми как разность между фактическими значениями предиктанта и рассчитанными по совокупности  $K-1$  предикторов.

Недостатками метода "просеивания" можно считать возможность ошибки в конструировании всей цепочки предикторов при случайном попадании в нее физически необоснованной переменной.

В связи с этим уместно еще раз напомнить о целесообразности предварительного физического анализа последующих подмножеств тест-предикторов.

Описанные методы основываются на оценке  $R_0$ , а эффективность включения предсказателей по выходной или по  $F$  - критерию, один из распространенных элементов которого является шаговым регрессионным методом.

Строго говоря, оценки  $R_0^1$  и  $\frac{R}{R_0}$  справедливы только для выборки, использованной при конструировании уравнения. Переход на независимый материал (собственный прогноз) эти оценки ухудшает.

Уравнение считается устойчивым, если укрупнение показателей качества регрессии находится в допустимых пределах.

В частности, для расчета допустимого снижения  $R_0^2$  применяется выражение

$$\Delta(R_0^2) = \frac{2m}{N - \frac{1}{N}} (1 - R^2) \quad (3.25)$$

где  $N$  - число наблюдений в каждой выборке (зависимой и независимой);  $m$  - количество предикторов;  $R$  - свободный коэффициент корреляции для генеральной совокупности.

Связи считаются неустойчивыми, если разность значений квадратов коэффициентов множественной линейной регрессии, полученных

на заданном и независимом материале, принимает  $\Delta R_0^2$ .

Необходимость иметь при анализе данные выборки одинаковой длины приводит к тому, что тогда уравнение приходится строить порядком в 15 - 20 членов. Это, в свою очередь, часто ограничивает число предикторов до одного, что крайне нежелательно. На практике регрессионные уравнения строятся на данных архива всего имеющегося периода наблюдений.

Однако, со временем число совместных реализаций предикторов и предиктантов возрастает, поэтому целесообразно требовать адаптации прогностических уравнений.

Первый путь адаптации заключается в пересчете параметров уравнений, второй - в ревизии состава совокупности предикторов.

Когда прогностическим рекомендациям предшествует тщательный физико-статистический анализ предсказателей, следует идти по первому пути.

Если  $N$  - исходное, а  $N'$  - дополнительное число наблюдений, то среднее и дисперсия для объема выборки  $N + N'$  имеют вид:

$$\bar{x}_{L,N+N'} = \frac{N}{N+N'} \bar{x}_{L,N} + \frac{1}{N+N'} \sum_{k=N+1}^{N+N'} x_{L,k}; \quad (3.26)$$

$$D_{L,N+N'} = \frac{N-1}{N+N-1} D_{L,N} + \frac{1}{N+N-1} \sum_{k=N+1}^{N+N'} (x_{L,k} - \bar{x}_{L,N})^2 - \frac{1}{(N+N)(N+N-1)} \left[ \sum_{k=N+1}^{N+N'} (x_{L,k} - \bar{x}_{L,N}) \right]^2. \quad (3.27)$$

Более громоздкое выражение будет для вычисления коэффициента корреляции (здесь не приводятся).

В практических расчетах пересчет на каждом шаге осуществляется по рекуррентным соотношениям. Подобная адаптационная схема наиболее употребима, когда размерность вектора-предиктора не более 10.

Для отбора группы репрезентативных предсказателей и построения прогностических зависимостей может быть использован и метод, предложенный в [4]. В отличие от методов полного перебора и "просеивания" - здесь осуществляется не только отбор системы предсказателей, давших наилучший результат для данной выборки, но и производится проверка устойчивости полученного решения.

Обычно в качестве показателя информативности некоторой группы предикторов используется коэффициент множественной корреляции.

Однако, во-первых, он является, по существу, только показателем тесноты аппроксимации и, как показывает практика гидрологических прогнозов, не всегда хорошо отражает точность будущих прогнозов. Во-вторых, известно, что оптимальное число предикторов не может быть выявлено с его помощью, так как с добавлением очередного предиктателя коэффициент множественной корреляции растет.

Вводится понятие коэффициента прогностической информативности (КПИ).

Весь архив исходной информации:

$$\begin{array}{cccc} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} & y_1 & , \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} & y_2 & , \\ & & & & & \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nm} & y_N & \end{array}$$

делится на две группы. В первую (независимую) группу вначале входят первые  $P$  наблюдений. По оставшимся  $N-P$  наблюдениям (зависимая группа) конструируется уравнение множественной линейной регрессии и по нему рассчитываются прогнозируются значения предиктантов

$$\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_P$$

На следующем шаге в независимую группу выделяются очередные  $P$  наблюдений, по  $N-P$  наблюдениям строится новое уравнение и с привлечением предикторов независимой группы вычисляются предиктанты  $\hat{y}_{P+1}, \dots, \hat{y}_{2P}$ . Описанная процедура заканчивается после полного перебора всех  $N$  наблюдений. Таким образом, получается ряд прогностических значений  $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N$ . В большинстве случаев достаточно  $P$  принимать равным 1.

При нормальном или близком к нему законе распределения погрешности прогнозов в качестве показателя информативности группы предикторов можно использовать коэффициент корреляции между фактическими ( $y_i$ ) и спрогнозированными ( $\hat{y}_i$ ) значениями предиктанта, который авторы [ 4 ] и назвали КПИ:

$$\text{КПИ} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{\hat{y}})^2}} \quad (3.31)$$

Такой коэффициент, естественно, будет меньше, чем обычный коэффициент множественной корреляции, но даст возможность судить об

устойчивости связи при переходе на независимый материал, т.е. характеризовать ее прогностические качества.

В отличие от коэффициента множественной корреляции значение КПИ растет лишь до определенного момента, а затем с добавлением очередного предсказателя убывает. Это свойство коэффициента прогностической информативности дает возможность выбрать оптимальное число предикторов. Очевидно, что им будет то количество предсказателей, при котором КПИ достигает максимального значения.

Существует несколько алгоритмов выбора наиболее информативных предикторов с использованием этого показателя. Рассмотрим простейший из них.

Имеется исходная совокупность тест-предикторов  $(x_1, \dots, x_m)$ . Выбирается любой предиктор  $x_1^1$  (например, имеющий коэффициент парной корреляции с предиктантом). Далее для каждой пары предикторов  $(x_1^1, x_i)$ , где  $i$  - индексы оставшихся в первоначальной совокупности предикторов, вычисляется КПИ. Вторым выбираемым предиктором  $x_2^1$  будет тот, для которого выполняется условие

$$\text{КПИ}[y, \tilde{y}(x_1^1, x_2^1)] = \max \text{КПИ}[y, \tilde{y}(x_1^1, x_i)], \quad (3.28)$$

где  $y$  - фактические,  $\tilde{y}(x_1^1, x_i)$  - прогнозные значения предиктантов.

Расчеты повторяются для каждой тройки предикторов  $(x_1^1, x_2^1, x_i)$ . Критерий выбора третьего предиктора  $x_3^1$  имеет вид

$$\text{КПИ}[y, \tilde{y}(x_1^1, x_2^1, x_3^1)] = \max \text{КПИ}[y, \tilde{y}(x_1^1, x_2^1, x_i)]. \quad (3.29)$$

Процесс добавления предикторов заканчивается при условии

$$\text{КПИ}[y, \tilde{y}(x_1^1, \dots, x_p^1)] < \text{КПИ}[y, \tilde{y}(x_1^1, \dots, x_{p-1}^1)], \quad (3.30)$$

т.е. тогда, когда добавление очередного предсказателя приводит к уменьшению КПИ.

На этом отбор  $i$ -й группы предикторов заканчивается. Затем в качестве первого выбираемого предиктора  $x_1^2$  (индекс сверху - принадлежность ко второй отбираемой группе) берется любой, но не тот, который был выбран в первой группе. Расчеты по описанному алгоритму повторяются. Всего таким образом формируется  $m$  групп предикторов.

Сравнительная оценка отобранных групп осуществляется по значе-

ниям КПИ.

### 3.2. Восстановление пропусков, удлинение рядов наблюдений.

Для построения прогностических уравнений выбирают случаи совместных наблюдений по всем пунктам (или элементам). Но в связи с закрытием одних и открытием других станций, отбраковкой ошибочных измерений и т.д., период совместных наблюдений значительно укорачивается. В этой ситуации необходима оценка отсутствующих данных, оценки средних и дисперсий по удлиненному ряду.

Для решения этих задач целесообразно использовать метод линейной регрессии. К восстановлению (удлинению) короткого ряда привлекаются одна или несколько переменных с продолжительным периодом наблюдений.

Качество восстановления зависит от длины совместного периода наблюдений, длины восстанавливаемого отрезка и от тесноты связи переменных.

Без потери общности можно рассмотреть случай с двумя переменными  $X$  и  $Y$ . Пусть период наблюдений за величиной  $Y$  будет равен  $K(Y_1, \dots, Y_K)$ , а за величиной  $X - n(X_1, \dots, X_K, X_{K+1}, \dots, X_n)$ .

Хронологическая последовательность совместных наблюдений может не соблюдаться, а приводимая форма записи просто более удобна для последующего изложения.

Мера надежности выборочных оценок параметров выражается через соответствующие дисперсии:

$$\sigma^2[\bar{y}_{(K)}] = \frac{\sigma_y^2}{K} \quad , \quad (3.32)$$

$$\sigma^2[S^2_{(K)}] = \frac{2\sigma_y^4}{K-1} \quad , \quad (3.33)$$

где  $\bar{y}_{(K)}$  и  $S^2_{(K)}$  - оценки среднего и дисперсии за период  $K$ ;  $\sigma_y^2$  - истинная дисперсия.

Отсюда следует, что надежность выборочных оценок увеличивается с увеличением длины ряда.

В случае увеличения выборки за счет восстановления (а не привлечения дополнительной информации) нужно доказать, что надежность оценок параметров не ухудшается. Выполнение этого условия зависит от тесноты связи  $X$  и  $Y$ .

Корреляционная зависимость за совместный период наблюдений выражается уравнением

$$\tilde{y}_i = \bar{y}_{(k)} + a(x_i - \bar{x}_{(k)}) , \quad (3.34)$$

где  $\tilde{y}_i$  - рассчитанное значение  $y_i$  при  $i = 1, \bar{k}$ .

По уравнению (3.34) определяем оценки наблюдений за период  $n-k$ , формируем последовательность  $(\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_k, \tilde{y}_{k+1}, \dots, \tilde{y}_n)$  и подсчитываем по ней среднее  $\bar{\tilde{y}}$  и дисперсию  $S^2_{\tilde{y}}$ .

Дисперсии этих статистик выражаются через дисперсии статистик короткого ряда, слагаемые, зависящие от  $K$ ,  $n-K$ , и коэффициент корреляции  $\rho$  (генеральное значение):

$$\sigma^2[\bar{\tilde{y}}] = \sigma^2[\bar{y}_{(k)}] \left\{ 1 - \frac{n-k}{n} \frac{[S^2(k-2)-1]}{k-3} \right\} , \quad (3.35)$$

$$\sigma^2[S^2_{\tilde{y}}] = \sigma^2[S^2_{(k)}] \left\{ 1 + \frac{n-k(k-1)}{2n(n-1)^2} \right\} [A\rho^4 + B\rho^2 + C] . \quad (3.36)$$

Коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$  зависят только от  $K$  и  $n-K$ .

Очевидно, что удлинение эффективно лишь при существовании неравенств:

$$\text{и} \quad \sigma^2[\bar{y}_{(k)}] \geq \sigma^2[\bar{\tilde{y}}] \quad (3.37)$$

$$\sigma^2[S^2_{(k)}] \geq \sigma^2[S^2_{\tilde{y}}] \quad (3.38)$$

Опираясь с выборочными оценками коэффициента корреляции  $\hat{\rho}(k)$ , надо иметь в виду, что они должны быть значительно выше  $\rho$ .

Рассмотренный комплекс процедур построения систем прогностических уравнений на практике обычно дополняется некоторыми эвристическими методами снижения размерности многомерного вектора-предиктора.

#### Глава IV. КРАТКОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ СТОКА ГОРНЫХ РЕК

При прогнозе стока горных рек с небольшой заблаговременностью, как уже отмечалось в 1.2, применяют метод соответственных расходов, а также методы, основанные на использовании генетической формулы стока. Часто в основе прогноза по генетической формуле стока лежит учет притока воды в речную сеть по данным о стоке малых рек с дальнейшей его трансформацией с помощью кривых добегаания.

Рассмотрим пример краткосрочного прогноза уровней воды закарпатских рек Латорицы и Тисы. Методика прогнозирования разработана в Украинском региональном научно-исследовательском институте.

Паводки на закарпатских реках формируются вследствие дождей или снеготаяния и в отдельных случаях имеют катастрофический характер. Волна паводка перемещается с горных частей бассейнов рек в нижние равнинные участки со значительными скоростями, вызывая за 24 - 48 часов подъема уровней воды на несколько метров. Столь значительные подъемы воды сопровождаются затоплением территории. Для принятия необходимых мер по предотвращению возможного ущерба необходимы прогнозы уровней воды.

На р. Латорице у г. Чопа при прогнозе уровней воды методом соответственных расходов использовались данные верхнего створа у г. Мукачева и данные притока р. Стары у с. Зянцева. Расстояние от Мукачева до Чопа 53 км, среднее время добегаания 36 часов.

Анализ соответственных уровней воды верхнего и нижнего створов р. Латорицы показал на их слабую связь. На уровень воды у г. Чопа существенное влияние оказывает степень заполнения водой нижнего участка р. Латорицы к началу подъема воды в верхней горной части бассейна. Значительно меньшее влияние имеет приток р. Стары. Степень заполнения водой пойменной емкости косвенно характеризуется уровнем воды у г. Чопа в момент выпуска прогноза.

Была построена зависимость вида

$$H_{ч,t+36} = f(H_{м,t}, H_{ч,t}), \quad (4.1)$$

где  $H_{ч,t+36}$  - уровень воды на р. Латорице у г. Чопа в момент  $t+36$ ;  $H_{м,t}$  и  $H_{ч,t}$  - уровень воды р. Латорицы у Мукачево и Чопа в момент выпуска прогноза.

Аналитическое выражение зависимости (4.1) имеет вид

$$H_{ч,t+36} = 0,5(H_{м,t} + 300) + 0,5H_{ч,t} + 175. \quad (4.2)$$

Сопоставление рассчитанных по уравнению (4.2) и фактических уровней воды позволило выявить неучтенное влияние боковой приточности. Сделано это было путем нанесения на графики связи фактических и предвычисленных уровней воды у точек уровней р. Стари у с. Зянцева в момент выпуска прогноза. Роль приточности наиболее существенна при уровнях р. Латорицы у Чопа не превышающих 470-500 см. При более высоких уровнях р. Стари находится в подпоре от вод р. Латорицы и ее влияние ослабевает. Поэтому учет воздействия боковой приточности осуществляется по-разному в зависимости от уровня воды р. Латорицы у Чопа в момент выпуска прогноза ( $H_{4t}$ ).

При  $H_{4t} \leq 470$  см в выражение (4.2) добавляется величина  $\Delta H$  :

$$\Delta H = 0,33 (H_{3t} - 100) , \quad (4.3)$$

где  $H_{3t}$  - уровень р. Стари у с. Зянцева.

При  $H_{4t} > 470$  см:

$$\Delta H = 0,001(800 - H_{4t})(H_{3t} - 100) . \quad (4.4)$$

Оценка точности прогнозирования выполнялась по отношению  $\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}$ , которое для выражения (4.2) оказалось равным 0,59.

Аналогичный подход был использован и при разработке способа краткосрочного прогноза уровней воды на р. Тисе у г. Чопа. На р. Тисе на участке от верхнего створа ПГТ Вылок до нижнего створа - г. Чопа впадает четыре притока, - правобережный р. Боржава и левобережные рр. Самош, Красная, Тур. Самый крупный приток р. Самош.

Аналитическое выражение для прогноза уровней воды р. Тисы у Чопа имеет вид

$$H'_{4t+48} = 0,75H'_{4t} + 0,17(H'_{Вt} + 150) + 65 , \quad (4.5)$$

где  $H'_{4t+48}$  - уровень воды р. Тисы у Чопа в момент  $t+48$  ;  $H'_{4t}$  и  $H'_{Вt}$  - соответственно воды р. Тисы у Чопа и Вылока в момент выпуска прогноза. Уровень воды  $H'_{4t}$  характеризует влияние русло-пойменной емкости нижней части р. Тисы. На уровни воды р. Тисы существенное влияние оказывает р. Самош. С увеличением уровня р. Самош увеличивается и уровень р. Тисы у г. Чопа. Остальные три притока при высоких уровнях воды в нижней части р. Тисы и выходе ее на пойму находятся в подпоре и практически не влияют на изменение уровня воды у г. Чопа. Более существенно их влияние при низких уровнях воды на р. Тисе. Для учета влияния р. Самош и других притоков р. Тисы предлагаются уравнения, с помощью которых вычислят-

ся соответствующие поправки  $\Delta H$  к основному выражению (4.5).

В УкрНИГМИ разработана методика краткосрочного прогноза дождевого стока на примере р. Тересвы у с. Нересницы (Закарпатье, площадь бассейна 1100 км<sup>2</sup>). На реках рассматриваемого района в летний период довольно часто наблюдаются дождевые паводки значительной высоты и интенсивности. В многоводные годы паводки проходят непрерывно. Нередко на спад волны одного паводка накладывается следующий. В зимне-весенний период наблюдаются паводки смешанного (снего-дождевого) происхождения.

Эксплуатация водохранилищ на горных реках производится с учетом ожидаемого притока воды. В зависимости от его величины устанавливаются диспетчерские графики пусков и режима работ водохранилищ.

Модель прогноза должна учесть неравномерность подачи воды на водосбор с его отдельных частей. Поэтому приток воды в русловую сеть вычисляется по данным о стоке показательных бассейнов, расположенных в верхней и нижней частях водосбора р. Тересвы.

Трансформация стока малых рек в гидрограф стока р. Тересвы у с. Нересницы выполнялась по выражению

$$Y_{t+1} = \alpha_1 \sum_{\tau=1}^{\tau_{1\max}} Y_{1,2} P_1(\tau_1; n_1) + \alpha_2 \sum_{\tau=1}^{\tau_{2\max}} Y_{3,4} P_2(\tau_2; n_2), \quad (4.6)$$

где  $Y_{1,2}$  и  $Y_{3,4}$  - средний суточный сток двух малых рек, расположенных в нижней и верхней частях водосбора;  $P_1$  и  $P_2$  - двухпараметрические трансформационные функции, определяемые подбором с учетом времени руслового дообегания  $\tau$  и числа характерных участков;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  - коэффициенты, учитывавшие долю стока с нижней и верхней частей бассейна. Методом последовательного приближения определены значения коэффициентов  $\alpha_1 = 0,3$  и  $\alpha_2 = 0,7$ .

Величины стока с нижней ( $Y_{t+1,Н}$ ) и верхней ( $Y_{t+1,В}$ ) частей бассейна рассчитывались по формулам:

$$Y_{t+1,Н} = 0,3(0,534 Y_{1,2,t+1} + 0,323 Y_{1,2,t} + 0,090 Y_{1,2,t-1} + 0,033 Y_{1,2,t-2} + 0,020 Y_{1,2,t-3}), \quad (4.7)$$

$$Y_{t+1,В} = 0,7(0,419 Y_{3,4,t+1} + 0,368 Y_{3,4,t} + 0,135 Y_{3,4,t-1} + 0,050 Y_{3,4,t-2} + 0,028 Y_{3,4,t-3}). \quad (4.8)$$

Прогноз с суточной заблаговременностью возможен лишь при исключении первого члена формул (4.7) (4.8). Однако в первый интервал времени (сутки) через замыкающий створ р. Тересвы проходит 53,4 - 41,9 % суточной величины стока малых рек нижней и верхней частей водосбора. Не учитывать столь значительные величины притока воды при прогнозировании дождевого стока нельзя. Это вынуждает прогнозировать сток малых рек на одни сутки ( $t+1$ ).

Прогноз суточного стока малых рек рекомендуется осуществлять по-территориально общей зависимости:

$$y = f(y_{\text{min}}, x) \quad (4.9)$$

где  $y$  - сток малых рек;  $y_{\text{min}}$  - минимальный предпаводочный сток;  $x$  - осадки, формирующие паводок. При использовании качественного прогноза погоды на одни сутки условно принимались следующие количественные значения осадков: слабые - 5 мм, умеренные - 15 мм, нормальные - 30 мм, сильные - 60 мм.

М.Н.Соседко для прогноза расходов дождевых паводков на р. Днестре предложил способ, основанный на учете процессов, происходящих в русловой сети.

Анализ условий формирования паводочного стока показал, что основной зоной их формирования в бассейне р. Днестра являются верхние и средние части бассейнов его правых притоков, находящихся в пределах северо-восточных склонов Карпат. Приток с левобережной части бассейна не превышает 10 % объема стока, формирующегося в горной зоне.

В основе прогноза дождевого стока лежит учет пространственной неравномерности притока в речную сеть с последующим перемещением водных масс по главной реке.

Бассейн Днестра был поделен на четыре участка (Роздол - Галич; Галич - Залещики; Залещики - Жванец; Жванец - Могилев-Подольский). Каждому участку соответствует свой частный бассейн.

Приток воды на участках определялся по данным о стоке входного створа и малых рек, расположенных в пределах частного бассейна.

Трансформация паводочной волны на участке вследствие наполнения и опорожнения русло-пойменной емкости определялась по данным о начальных расходах воды входных створов ( $Q_{\text{вт}}$ ), нижнего створа ( $Q_{\text{нт}}$ ) и промежуточного бокового притока на участке ( $Q_{\text{бт}}$ ). Расход воды в нижнем створе через промежуток времени  $\Delta t$  будет равен  $Q_{\text{нт}+\Delta t}$  и величина его может быть меньше или больше суммы  $Q_{\text{вт}}+Q_{\text{бт}}$ .

В период подъема паводка происходит заполнение русловой и пойменной емкости и расход в нижнем створе меньше суммы начальных расходов входных створов и промежуточного притока. На спаде паводка наоборот расход воды в нижнем створе будет больше суммы  $Q_{Вt} + Q_{Бt}$  за счет сработки накопленного ранее запаса воды в русло-пойменной емкости.

В основу прогноза расхода воды нижнего створа участка положено уравнение

$$Q_{Нt+\tau} = \{ [(Q_{Вt} + Q_{Бt}), Q_{В-Нt}] \}, \quad 4.10$$

здесь  $Q_{Нt+\tau}$  - расход воды в нижнем створе участка;  $\tau$  - среднее время добегания на участке;  $Q_{В-Нt}$  - средняя величина расходов в его граничных створах, характеризует объем воды, накопившейся в пределах участка.

Для каждого расчетного участка были построены графические зависимости вида (4.10), с помощью которых прогнозируются гидрографы у Галича, Залещиков, Жванца и Могилева-Подольского.

Методика основана на использовании срочных наблюдений. Следует иметь в виду, что спрогнозированный расход для нижнего створа участка является в то же время начальным расходом верхнего створа. Исходными данными о стоке малых рек являются наблюдаемые расходы на момент составления прогноза.

Заблаговременность прогноза для указанных створов на р. Днестре изменяется от 16 до 72 ч в период подъема паводка. С наступлением максимума притока остальная часть гидрографа прогнозируется по уравнению кривой спада притока.

Методика краткосрочного прогноза максимальных паводочных уровней воды р. Днестра на участке г. Могилев-Подольский - ПГТ Каменка была разработана в Государственном гидрологическом институте. Эти прогнозы необходимы для предупреждения о затоплении местности и для планирования работы Дубоссарского водохранилища.

На участке от Могилева-Подольского до Каменки большинство паводков проходит транзитом и лишь в отдельных случаях в формировании паводка отмечается значительное участие промежуточного притока. Выпуск прогноза был приурочен к моменту прохождения максимума паводка у г. Галича.

Прогноз основан на учете данных о распределении воды в русловой сети бассейна. Ожидаемый расход в прогнозируемом створе складывается из двух частей:

$$Q_t = Q'_t + Q''_t, \quad (4.11)$$

где  $Q'_t$  - расход воды, обусловленный истощением объема воды, находящейся в русловой сети бассейна в момент выпуска прогноза;  $Q''_t$  - расход воды, обусловленный последующим притоком воды в русловую сеть.

С целью предвычисления расходов  $Q'_t$  крупная русловая сеть от г. Галича до прогнозного створа разделялась на относительно беспри- точные участки. Для каждого участка находилось время добега- ния на участке ( $\Delta\tau$ ), от нижнего створа участка до замыкающего створа ( $\tau$ ) и устанавливалось выражение для определения среднего расхода воды ( $Q_{ср}$ ). По данным о  $\Delta\tau$  и  $\tau$  каждого участка из приложения II работы [3] выписывались координаты частных кривых истощения  $\eta'(t)$ , описывающие закономерность истощения начального объема воды и закономерность трансформации и добега- ния этой воды по пути движения до замыкающего створа.

Расход  $Q'_t$  определялся по выражению

$$Q'_t = \sum_{j=1}^{j=m} Q_{срj} \eta'(t), \quad (4.12)$$

где  $Q_{срj}$  - средние расходы воды на участках в день выпуска прогноза;  $j=1, 2, \dots, m$  - номера участков;  $\eta'(t)$  - координаты частных кривых истощения.

Предсказание хода расходов  $Q''_t$  осуществляется по генетической формуле (интегралу Дюамеля) с использованием данных о притоке  $q_f(t)$  и кривой добега- ния  $P_{q,a}(\tilde{\tau})$ , т.е.

$$Q''_t = \int_0^t q_f(t-\tilde{\tau}) P_{q,a}(\tilde{\tau}) d\tilde{\tau} \quad (4.13)$$

Величины притока воды в крупную русловую сеть вычислялись че- рез средний арифметический модуль расходов малых рек с площадью бассейна до 2000 км<sup>2</sup>. Условно допускалось, что приток в последую- щие дни оставался неизменным. Изменение расходов воды у г. Галича после прохождения максимума устанавливалось по формуле

$$Q_t = Q_{\max} \cdot 0,85^t \quad (4.14)$$

Пересчет притока воды в русловую сеть бассейна в сток реки в замыкающем створе выполнялся с помощью кривых добега- ния [3].

Заблаговременность прогноза  $Q_{max}$  у Каменки 3 - 4 суток после прохождения пика паводка у Галича. Связь характеризуется отношением

$$\frac{S}{\Delta} = 0,19.$$

## Глава V. ДОЛГОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ СТОКА ГОРНЫХ РЕК

### 5.1. Прогноз стока весенне-летнего половодья и вегетационного периода

Разработка методики долгосрочного прогноза стока горных рек сводится к установлению для каждого бассейна на основе имеющихся за многолетний период исходных данных физико-статистических зависимостей стока от главных составляющих водного баланса (I.20). Установление зависимостей осуществляется графически или методами корреляции. Применимость их для выпуска прогноза оценивается по величине отношения  $\frac{S}{\Delta}$ .

При прогнозе стока за период половодья или за вегетационный период устанавливаются связи вида

$$Y - Y_{пз} = f(S, X_d, W) \quad , \quad (5.1)$$

где  $Y - Y_{пз}$  - сток половодья (вегетационного периода) за вычетом устойчивого подземного питания;  $S$  - снеготалы или показатель снеготалы в бассейне;  $X_d$  - жидкие осадки за определенный период;  $W$  - характеристика увлажнения бассейна.

За начало половодья принимается день заметного подъема уровня воды, за окончание - момент схода снега с наиболее высоко расположенной части бассейна. При отсутствии подобных сведений за окончание половодья принимается день, когда нарушается соответствие между ходом температуры воздуха и ходом уровня воды. Эта дата определяется с помощью совмещенного графика колебания ежедневных уровней (расходов) воды, температуры воздуха и осадков.

В связи со сложностью определения окончания половодья часто продолжительность половодья для всех лет принимается одинаковой. За начало половодья принимается первое число месяца, в котором чаще всего отмечаются подъемы уровня воды в реке, а за окончание - последнее число того месяца, в котором заканчивается таяние снега в бассейне. Так, для горных рек Сибири за время прохождения половодья принимался период с апреля по июнь.

Важнейшим фактором, определяющим возможность долгосрочного прогноза стока за периоды разной продолжительности, является пока-

затель снеготаяния в бассейне. В качестве показателя снеготаяния в бассейне могут быть использованы материалы снеговосстановления, данные осадкомеров за определенный период, а также индексы снеготаяния.

Существенное влияние на точность прогнозирования стока оказывают жидкие осадки. Связано это с тем, что осадки за период заблаговременности прогноза, как правило, неизвестны. Необходимо прежде всего выяснить возможность прогнозирования стока без учета жидких осадков. Сделать это можно путем анализа совмещенных графиков хода стока и осадков. Если жидкие осадки дадут небольшой сток, то при построении связей вида (5.1) они не учитываются.

Исследования формирования стока горных рек Сибири, Кавказа показали, что на реках, где снеготаяния составляют более 50 - 60 % суммы снеготаяния и жидких осадков, сток за половодье можно предсказывать только по данным о запасах воды в снежном покрове. На реках, в которых дождевая составляющая стока половодья велика и сильно изменяется по годам, необходимо учитывать осадки по долгосрочному прогнозу. В этом случае величина осадков учитывается приближенно в отклонениях от нормы.

Таким образом, в зависимости от конкретных условий бассейна горной реки сток за определенный период может быть спрогнозирован по зависимостям вида:

$$y = f(S) \quad (5.2)$$

$$y = f(S, X_B) \quad (5.3)$$

$$y = f(S + X_1) \quad (5.4)$$

$$y = f[(S + X_1); X_2] \quad (5.5)$$

здесь  $S$  - показатель снеготаяния в бассейне горной реки;  $X_B$  - количество осадков за период половодья;  $X_1$  - количество осадков за время снеготаяния;  $X_2$  - количество осадков, выпавших на освободившуюся от снега поверхность бассейна.

Влияние предшествующего увлажнения бассейна на сток половодья горных рек, по данным А.Н.Важнова, А.А.Хоршана, относительно невелико. Вот почему этот фактор в прогностических зависимостях (5.2 - 5.5) не используется.

В бассейнах, расположенных в предгорьях с сухим климатом, вследствие значительной изменчивости общей влажности степень осеннего увлажнения почв существенно сказывается на сток половодья. На ряде рек Закавказья в прогностических зависимостях стока половодья учитывается величина предзимних осадков, характеризующая осеннюю увлажненность бассейна.

Рассмотрим примеры зависимостей прогноза стока за период половодья.

Прогноз притока воды в водохранилища Красноярской и Новосибирской ГЭС за половодье ( $Q_{IV-VI}$ ) осуществляется в зависимости от модульного коэффициента осадков за зиму ( $K$ ) в бассейне рек Енисей и Оби. Модульные коэффициенты определяются по данным об осадках IО (бассейн Енисей) и II (бассейн Оби) станций с учетом распределения снегозапасов с высотой.

Прогностическая зависимость имеет вид

$$Q_{IV-VI} = f(K), \quad (5.6)$$

где (для бассейна Енисей до Красноярска)  $K = 0,05K_{350} + 0,12K_{750} + 0,27K_{1250} + 0,33K_{1750} + 0,18K_{2250} + 0,05K_{2750}$ .

Здесь  $K_{350}, K_{750}, \dots, K_{2750}$  - модульные коэффициенты запасов воды в снежном покрове данного года для средней высоты зон.

Прогноз стока половодья р. Дебед у п. Ахтдла (Армения) выполняется по зависимости, учитывающей значительную долю дождевого питания. Наряду с зимними осадками принимались во внимание осадки весеннего периода. Зимние осадки определяются по четырем метеорологическим станциям (Калинино, Степанован, Кировокан, Алаверди) за период с декабря по март и выражаются в модульных коэффициентах. Осадки весеннего периода (апрель - июнь) оцениваются по прогнозу в отклонениях от нормы.

Долгосрочный прогноз стока р. Алазани за период весеннего половодья выпускается по данным о снегозапасах и показателе осеннего увлажнения бассейна реки, т.е.

$$y = f(S, W) \quad (5.7)$$

Снегозапасы определяются по материалам наблюдений на шести станциях, расположенных в различных частях бассейна. В прогностическую зависимость вводятся значения модульных коэффициентов отклонений осадков от нормы. За показатель  $W$  принимается модульный коэффи-

циент осадков, выпавших за месяц до перехода средней месячной температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$ .

При прогнозе стока за вегетационный период на реках Средней Азии принимается за время с апреля по сентябрь включительно. Воднооть рек за этот период характеризуется средним расходом или слоем стока. Кроме того, прогнозируется распределение стока по месяцам в вегетационный период.

Прогноз стока за вегетационный период на реках Средней Азии выпускается в четыре срока: 5 февраля, 5 марта, 5 апреля и 5 мая. В эти же сроки прогнозируется распределение стока по месяцам и уточняются прогнозы на оставшийся вегетационный период.

При разработке методики долгосрочного прогноза среднего вегетационного расхода на реках Средней Азии всех типов питания по исследованиям САННИИ [ основным предиктором является накопление осадков в бассейне с октября по дату выпуска прогноза. Дополнительно могут учитываться характеристики осеннего увлажнения бассейна (осадки или сток октября - ноября), величина грунтового питания (минимальные расходы воды зимнего периода), показатель зимних оттепелей для низких бассейнов (среднезимняя температура воздуха или температура воздуха отдельных месяцев).

Долгосрочные прогнозы стока горных рек часто основаны на использовании линейной множественной регрессии. Рассмотрим примеры прогностических уравнений, (основы конструирования которых изложены в гл. 3) средневегетационных расходов воды для ряда рек Средней Азии.

Таблица I

Прогностические уравнения для средневегетационного расхода воды.

Река-пункт	2-й срок					3-й срок						
	$Q_1$	$X_1$	$Q_2$	$X_2$	$\frac{S}{\Theta}$	$Q_1$	$X_1$	$Q_2$	$X_2$	$Q_3$	$X_3$	$\frac{S}{\Theta}$
Араван-п. устье р. Косачан	-	-	-	-	-	0,43	$X_{x-III}$	0,47	$Q_{III}$	-	-	0,59
Кекемерен-Джумгол	0,71	$X_{x-II}$	0,36	$Q_{x-III}$	0,58	0,78	$X_{x-III}$	0,34	$Q_{x-III}$	-	-	0,49
Кашкадарья-Варганза	0,79	$X_{x-II}$	-	-	0,62	0,59	$X_{x-II}$	0,34	$Q_{III}$	-	-	0,44
Чаткал-Чарвак	0,67	$X_{x-II}$	0,22	$X_{x-II}$	0,61	0,68	$X_{x-II}$	0,26	$X_{III}$	-	-	0,43
Куршаб-Гульча	0,59	$Q_1$	0,33	$X_{x-II}$	0,66	0,45	$Q_1$	0,29	$X_{x-III}$	0,25	-	0,60
Карадарья-Кампыроват	0,55	$X_{x-II}$	0,43	$Q_1$	0,62	0,64	$X_{x-III}$	0,26	$Q_1$	0,16	-	0,47

Условные обозначения:  $Q_1$  - коэффициенты регрессии,  $X$  - предикторы.

По мере изменения сроков выпуска прогноза наряду с показателем накопления зимних осадков ( $X$ ) возрастает роль предшествующих расходов воды ( $Q$ ) и температуры воздуха ( $\Theta$ ).

Таблица 2

Прогностические уравнения для средневегетационного расхода с мая по сентябрь (4-й срок)

Река - пункт	$Q_1$	$X_1$	$Q_2$	$X_2$	$Q_3$	$X_3$	$\frac{S}{\Theta}$
Узунхат-Устасу	0,55	$X_{x-IV}$	0,43	$Q_{IV}$	-	-	0,56
Нарин - Кекерим	0,79	$X_{x-IV}$	0,26	$Q_{III}$	-	-	0,56
Ясы - Узген	0,74	$X_{x-IV}$	0,27	$Q_{IV}$	0,14	$Q_{IV}$	0,46
Покем - Устье	0,70	$X_{x-IV}$	0,23	$Q_{IV}$	0,27	$X_{IV}$	0,34
Ахангаран- 3 км выше плотины	0,86	$X_{x-IV}$	0,27	$Q_{IV}$	0,23	$Q_{III}$	0,36
То же	0,89	$X_{x-IV}$	0,28	$Q_{IV}$	-	-	0,42
Сурхандарья-Шурчи	0,71	$X_{x-IV}$	0,31	$Q_{III-IV}$	0,24	$Q_{IV}$	0,40
Кашкадарья-Варганза	0,62	$X_{x-IV}$	0,31	$Q_{IV}$	-	-	0,41

Условные обозначения см. в табл. I.

Прогноз месячного распределения стока внутри вегетационного периода можно осуществить двумя способами. Первый способ основан на установлении прогностических уравнений регрессий для каждого месяца в отдельности. В этом случае часто предикторы для прогноза месячного стока совпадают с предикторами для прогноза стока средневегетационного периода.

Расходы воды в первую половину вегетационного периода (апрель - июнь) определяются в основном величиной снегонакопления, интенсивностью снеготаяния и жидкими осадками. Во второй половине периода вегетации (июль - сентябрь) расходы воды определяются оставшимися запасами воды в снежном покрове и ледниках, степенью увлажнения почво-грунтов бассейна и жидкими осадками. В качестве предикторов для прогноза месячного стока рекомендуется использовать те же, что и для прогноза среднего стока за период, однако для этих прогнозов возрастает роль предшествующих расходов воды, осадков, температур воздуха (или их изменения).

В бассейнах с повышенным значением ледникового стока прогнозировать месячный сток на основе данных о предшествующих гидрометеорологических условиях не представляется возможным. В этих бассейнах необходимо учитывать и возможные температурные условия в период заблаговременности прогноза.

Второй способ основан на прогнозе среднемесячных расходов воды в зависимости от среднего вегетационного расхода. В этом случае имеем прогноз по прогнозу:

$$Q_i = K_i \bar{Q} \quad (5.8)$$

где  $Q_i$  - среднемесячный расход воды;  $K_i$  - принятая доля для среднемесячного расхода;  $\bar{Q}$  - средний расход за вегетационный период.

Заблаговременность прогноза расхода каждого месяца различна и изменяется от  $n$  месяцев для первого до  $n + 5$  для последнего месяца.

Как видно из нижеприведенных данных (табл. 3), в начальный период вегетации апрель - май по ряду рек связь между  $Q_i$  и  $\bar{Q}$  весьма слабая, в то же время в ряде бассейнов для всех месяцев коэффициенты корреляции между среднемесячными расходами и вегетационным стоком больше 0,80, и можно использовать второй способ для прогноза.

Таблица 3

Коэффициенты корреляции связи между среднемесячными расходами воды и вегетационным стоком.

Река - пункт	IV	V	VI	VI	VIII	IX
Нарын - Кекерим	0,59	0,49	0,88	0,84	0,71	0,67
Кекемерин - Джумгал	0,40	0,43	0,88	0,83	0,78	0,85
Тар - Чалма	0,80	0,80	0,94	0,89	0,86	0,81
Угам - Ходжикент	0,87	0,91	0,93	0,90	0,92	0,91
Шахимардан-Паульган	0,60	0,65	0,83	0,85	0,85	0,80

### 5.2. Прогноз среднеквартальных расходов воды.

На реках Средней Азии среднеквартальные прогнозы выпускаются за 50 и 15 дней до начала квартала.

Меженный сток IV и I кварталов происходит в основном за счет сработки объемов воды, накопившихся в почво-грунтах бассейна. Расходи воды в IV квартале определяются предыдущей водностью, поэтому при прогнозе среднего квартального стока ( $\bar{Q}_{кв}$ ) используется один предиктор - средний расход воды за предшествующий период той или иной длительности ( $\bar{Q}_{пред}$ ):

$$\bar{Q}_{кв} = f(\bar{Q}_{пред}) \quad (5.9)$$

Прогнозирование стока I квартала является более сложной задачей, так как в марте начинается повышение расходов, обусловленное таянием снега, и учесть заблаговременно интенсивность возрастания водности практически невозможно. При прогнозах стока за I квартал учитывается величина снегонакопления, сток предшествующего периода, температура воздуха или разность средних температур также за предшествующий период.

Прогноз среднего стока за II и III кварталы осуществляется с использованием данных об оставшихся запасах воды в снежном покрове и ледниках, расходах воды, температуре воздуха или ее изменениях за определенные предшествующие периоды времени.

На реках бассейнов Иртыша, Оби и Енисея установлена тесная связь между стоком смежных кварталов (III - IV, IV - I), что связано с формированием стока осенне-зимнего периода в основном за счет подземных вод. В инерционных связях, типичных для этих пери-

одов, основным предиктором является показатель водности предшествующего периода.

На р. Енисей в створе Саяно-Шушенской ГЭС при прогнозе среднего расхода воды за IV квартал использовались данные о минимальном расходе воды с I по 25 IX у п. Означенного. Установлена достаточно тесная зависимость стока за первый квартал от расходов воды за предшествующий период, которая использовалась при прогнозе притока воды в водохранилище Красноярской ГЭС. Приток в это же водохранилище за III квартал прогнозировался по данным о запасах воды в русловой сети р. Енисей до Красноярска на 30 июня.

На большинстве рек Армении сток летне-осеннего периода формируется в основном за счет истощения запасов подземных вод. Последние характеризуются данными о предшествующей водности.

Прогностические зависимости имеют вид

$$\bar{Q}_{VII-IX} = f(\bar{Q}_{IV-VI}); \bar{Q}_{VII-IX} = f(\bar{Q}_{VI}); \bar{Q}_{VII-IX} = f(Q_{\text{мин}}). \quad (5.10)$$

На некоторых реках Армянской ССР, сток которых в III квартале зависит от величины снеготаяния и осадков, эти факторы учитываются при прогнозе. Так, приток воды в Апаранское водохранилище ( $\sum Q_{VII-IX}$ ) прогнозируется по данным о снеготаянии, осадках и температуре воздуха за апрель - май  $\left(\frac{S+x}{2Q_{IV-V}}\right)$ .

### 5.3. Прогноз месячного стока

При прогнозах месячного стока учитывается величина снеготаяния, ожидаемый приток тепла к области снеготаяния, а также величина возможных жидких осадков.

По мере развития весенне-летнего половодья в бассейне горной реки меняется зона одновременного таяния снега, динамика запасов сезонного снега. В начальный период половодья при ежегодно значительных снеготаяниях основным показателем стока первых месяцев является приток тепла к основной зоне таяния снега. За показатель притока тепла принимается ожидаемая средняя месячная температура воздуха или ее отклонение от нормы.

В бассейнах с большой изменчивостью величины снеготаяния к началу половодья необходимо учитывать и показатель снеготаяния к моменту выпуска прогноза:

$$\bar{Q}_{IV} = f(S_{III}, \bar{Q}_{IV}), \quad (5.11)$$

здесь  $\bar{Q}_{IV}$  - ожидаемая в апреле среднемесячная температура воздуха;  $S_{III}$  - показатель запаса воды в снежном покрове на конец марта.

На ряде рек Алтая и Саян в качестве предиктора при прогнозе стока за апрель использовалось число юго-западных вхождений циклонов в марте. Эта характеристика атмосферных процессов косвенно определяет возможную температуру воздуха. Прогнозы стока за май часто основаны на использовании зависимости вида (5.11).

В течение мая - июня на большинстве горных рек Сибири происходит интенсивное таяние основных запасов сезонного снега. Приток тепла в этот период обеспечивает полный сход снега в низкорасположенных горных бассейнах. Прогноз стока р. Енисей у Красноярска за май основан на учете показателя максимальных запасов воды в снежном покрове к началу формирования майского стока и аномалии средней месячной температуры воздуха в мае. По мере освобождения нижних зон от снега и уменьшения величины начальных снеготопов в верхних зонах необходимо учитывать оставшиеся в бассейне запасы воды в снежном покрове. Показателем убыли снеготопов может быть отношение стока к температуре воздуха за предшествующий период. Прогноз стока за июнь р. Ахангаран у п. Турк производился по зависимости

$$Q_{VI} = 8,75 K_{IV-V} - 15 \quad , \quad (5.12)$$

где  $K_{IV-V} = \frac{\bar{Q}_{IV-V}}{\bar{Q}_{IV-V}}$  есть отношение среднего расхода воды к средней температуре воздуха за апрель - май. Подобные зависимости используются и при прогнозе стока за июль, август по высокогорным бассейнам.

Летне-осенний сток на реках Сибири формируется за счет истощения ранее накопленных в бассейне запасов влаги. На реках Прибайкалья, бассейна Ангары дождевой сток за летне-осенний период (июль - сентябрь) составляет от 30 до 45 % общего стока. В бассейнах этих рек при прогнозе необходимо учитывать дождевой сток.

При менее значительной роли дождевой составляющей месячный сток прогнозируется в зависимости от характеристики запасов влаги в бассейне к моменту выпуска прогноза. Такой характеристикой могут быть предшествующий минимальный сток или запасы воды в русловой сети бассейна. Так, средний расход воды за июль на р. Енисей в створе Саяно-Шушенской ГЭС определяется величиной русловых запасов на 30 июля.

Прогноз бокового притока в водохранилище Братской ГЭС за август выпускается по данным о русловых запасах на конец июля и ожидаемых осадках в августе.

Прогноз месячного стока рек Армении в осенне-зимний период чаще всего основан на учете предшествующей водности. В качестве аргументов используются данные о минимальных или средних расходах за декаду, месяц.

На реках Сибири сток за осенне-зимний период осуществляется в основном за счет подземных вод. Характеристикой подземного стока могут быть: средний расход воды предшествующего периода, запас воды в русловой сети бассейна к моменту выпуска прогноза, минимальный расход предшествующего месяца, разность между расходом в день выпуска прогноза и минимальным расходом за предшествующий период. Использование данных о запасах воды в русловой сети бассейна целесообразно лишь для больших рек.

#### 5.4. Прогноз максимального стока

Максимальные расходы воды на горных реках отмечаются в период половодья и определяются запасами воды в снежном покрове, условиями снеготаяния и жидкими осадками.

Учесть все эти факторы при прогнозах максимального стока с большой заблаговременностью не представляется возможным.

На реках с преимущественно снеговым питанием максимальный сток прогнозируется в зависимости от величины запасов воды к началу весны или от ожидаемого объема стока за период половодья. Подобная зависимость установлена для р. Енисея в створе Саяно-Шушенской ГЭС:

$$Q_{\max} = f(W_{IV-VI}), \quad (5.13)$$

где  $Q_{\max}$  - максимальный расход воды;  $W_{IV-VI}$  - сток за период половодья.

Прогноз максимального расхода р. Аргичи у с. Геташек (Армения) производился по уравнению регрессии

$$Q_{\max} = 0,17 W_{\text{пол}} - 4,07, \quad (5.14)$$

здесь  $W_{\text{пол}}$  - ожидаемая величина объема стока половодья.

При прогнозе максимальных расходов воды на реках Армении учитывались максимальные осадки, накопленные в основных стокоформирую-

ших частях бассейна.

Уравнение регрессии для прогноза максимального стока р. Ахурян у с. Капс имеет вид

$$Q_{\max} = 0,60 X_{\max} - 32,4, \quad 5.15$$

где  $X_{\max}$  - максимальный запас воды, накопленный за декабрь-март.

На крупных реках Сибири были установлены зависимости между максимальными расходами воды половодья и оставшимися запасами воды в снеге в бассейне реки на 30/IV; 25/V.

Если жидкие осадки имеют существенную роль в формировании половодья, то при прогнозе максимальных расходов необходимо их учитывать.

Прогноз максимального стока р. Дебед у ст. Ахтыла основан на учете суммы осадков за декабрь - март и за апрель - июнь. Последние определялись по долгосрочному прогнозу погоды в отклонениях от нормы.

Для притоков Куры в пределах Ариянской ССР в Закавказском региональном научно-исследовательском институте прогноз максимальных расходов воды производится на основе учета потерь зимних осадков. В зимний период на территории Армении часты оттепели, существенно уменьшающие величину сезонных запасов снега. Поэтому в формировании максимального стока принимает участие не весь запас снега, накопленный за зиму.

В основу прогноза положена зависимость

$$Q_{\max} = f(X_{\text{эф}}), \quad (5.16)$$

где  $X_{\text{эф}}$  - эффективная часть зимних осадков, определяемая из выражения:

$$X_{\text{эф}} = \sum_{\text{XII}}^{\text{III}} X_{\text{ср}} - P_{\text{зим}}. \quad (5.17)$$

Здесь  $\sum X_{\text{ср}}$  - среднее количество осадков в бассейне за декабрь - март;  $P_{\text{зим}}$  - потери зимних осадков.

Потери зимних осадков устанавливаются в зависимости от суммы осадков за декабрь - март и суммы положительных среднесуточных температур воздуха. Прогноз составляется в конце марта, когда все необходимые данные уже известны.

В АРНИИ при прогнозе максимального стока горных рек использовался метод линейной множественной регрессии. Основными предик-

рами для р. Карадарьи являлись осадки с октября по март, а также к притока р. Ясыза март, характеризующий подземную составляющую гока половодья.

Прогноз максимальных расходов на р. Чирчик осуществлялся по уравнению регрессии, в котором помимо накопления осадков, учитывались температура воздуха, расход воды и осадки за месяц предшествующий выпуску прогноза.

Сток горных рек является результатом сложного взаимодействия процессов, происходящих на водосборе и в атмосфере.

Наилучшим образом процесс его формирования может быть формализован в различной сложности математических моделях. Однако отсутствие широкой сети информационных пунктов в горах существенно задерживает развитие методов, основанных на использовании математических моделей.

В настоящее время определенные успехи достигнуты на пути создания автоматизированных систем прогноза, единую методическую основу которых составляют статистические методы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аполлов Б.П., Калинин Г.П., Комаров В.Д. Курс гидрологических прогнозов. - Л.: Гидрометеиздат, 1974. - 419 с.
2. Бефани Н.Ф., Калинин Г.П. Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам. - Л.: Гидрометеиздат, 1983. - 390 с.
3. Пособие по краткосрочным прогнозам паводочного стока рек. - Л. Гидрометеиздат, 1973. - 147 с.
4. Румянцев В.А., Русин С.А. О выборе прогностически информативных предикторов. - Труды ГГИ, 1979, вып. 259. с. 39 - 47.
5. Статистические методы прогноза стока горных рек. - Труды САРНИГМИ, 1977, вып. 51 (132), 85 с.
6. Харшан А.А. Долгосрочные прогнозы стока горных рек Сибири. - Труды Гидрометцентра СССР, 1970, вып. 65, 210 с.
7. Шагинян М.В. Основные закономерности формирования элементов стока Армянской ССР и методика их прогнозирования. - Л.: Гидрометеиздат, 1981. - 176 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	СТР.
Введение .....	3
Глава I. Особенности режима горных рек и основы методики прогноза их водности.....	4
I.1. Водный режим и условия формирования стока горных рек.....	4
I.2. Методики прогноза стока .....	7
Глава II. Математические модели прогноза стока горных рек...	20
2.1. Математическая модель расчета запасов воды в снежном покрове горного бассейна.....	20
2.2. Математическая модель формирования половодья горных рек САРНИГМИ, ГМЦ .....	22
Глава III. Основы статистических методов прогнозов стока горных рек .....	27
3.1. Выбор оптимального состава предсказателей....	28
3.2. Восстановление пропусков, удлинение рядов наблюдений.....	34
Глава IV. Краткосрочные прогнозы стока горных рек .....	36
Глава V. Долгосрочные прогнозы стока горных рек .....	42
5.1. Прогноз стока весенне-летнего половодья и вегетационного периода.....	42
5.2. Прогноз среднеквартальных расходов воды .....	48
5.3. Прогноз месячного стока .....	49
5.4. Прогноз максимального стока.....	51
Литература .....	51

Юрий Михайлович Георгиевский  
Сергей Владимирович Шаночкин

Прогнозы стока горных рек

Текст лекций

Редактор З.Б.Ваксенбург

Подписано в печать 31.12.87. М-20670. Формат 60x90 1/16.  
Бумага тип. № 2. Печать офсетная. Печ.л. 5,4. Уч-изд.390  
Тираж 700 экз. Темплан 1987г., поз. 260. Зак. 75р, цена Южон.  
ЛПИ им. Калинина. 195251, Ленинград, Политехническая ул., 29.

Типография ВВМУШ им. Ленинского комсомола