ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

Издание второе переработанное и дополненное

289984



ло..кн. радокий Гидромотеоро..о. ичлакий ин-т БИБ МОТЕНА л-д 19996 Мансохимсаий пр. 98

ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ - ЛЕНИНГРАД - 1976

Н. К. ВИННИЧЕНКО, Н. З. ПИНУС, С. М. ШМЕТЕР, Г. Н. ШУР

В монографии описываются методы и аппаратура для измерения пульсаций скорости и температуры воздушных потоков, а также приемы статистической обработки данных.

Основное внимание уделено результатам экспериментальных исследований процессов возникновения и эволюции турбулентности в тропосфере и стратосфере, статистическим характеристикам горизонтальных и вертикальных пульсаций скорости ветра, влиянию турбулентности на полеты летательных аппаратов. Рассмотрены связи турбулентности с мезомасштабными возмущениями воздушных потоков. Отдельно изложены данные о турбулентности в облаках, зонах атмосферных волн, струйных течениях, в тропопаузе и т. д.

атмосферных волн, струиных техниях, в тропонаузе и т. д. Книга рассчитана на специалистов по физике атмосферы и аэрогидродинамике, конструкторов летательных аппаратов, а также на лиц, занимающихся метеорологическим обслуживанием авиации.

In this monograph methods and instruments for measuring velocity and temperature fluctuations of air flows as well as methods of statistical data processing are described.

Main attention is given to the results of experimental investigations, which are concerned with: generation and evolution of turbulence in the troposphere and stratosphere; statistical characteristics of horizontal and vertical wind fluctuation, effects of turbulence on vehicles in the flight.

The monograph deals with relations between turbulence and mesoscale perturbations of air flows.

Several chapters are devoted to discussion of turbulence in clouds and zones of atmospheric waves, in jet streams and near the tropopause.

This monograph is intended for specialists in the field of physics and aerohydrodynamics, as well as for the persons involved in meteorological service for aviation.

© Гидрометеоиздат, 1976 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Турбулентность — хаотически неупорядоченное движение объемов воздуха самых различных масштабов — является одним из характерных свойств атмосферных воздушных течений; изучение ее необходимо для решения ряда теоретических и прикладных задач. До последнего времени исследования турбулентности из-за экспериментальных трудностей проводились главным образом в нижней половине тропосферы. Естественно, что и теоретические исследования в основном базировались на этих данных.

Быстрое развитие высотной авиации и случаи попадания самолетов в опасные турбулентные зоны заставили резко усилить исследования турбулентности в слое атмосферы до 10—12 км, а в дальнейшем и на бо́лыших высотах. Вначале такие исследования ограничивались получением характеристик повторяемости порывов разной скорости, зависимости ее от высоты, географических условий, времени суток и года и т. д. С конца 50-х годов, после разработки необходимой измерительной аппаратуры и методики эксперимента, стало возможным изучение полных статистических характеристик турбулентности: спектральных плотностей пульсаций скорости воздушных потоков, структурных функций и пр. Эти данные стимулировали дальнейшее развитие теории с учетом специфических условий свободной атмосферы.

Первое издание настоящей монографии вышло в свет в 1968 г. В основном она содержала изложение результатов экспериментальных исследований. Поскольку теории атмосферной турбулентности посвящена фундаментальная двухтомная монография А. С. Монина и А. М. Яглома «Статистическая-гидромеханика» (изд. «Наука», 1965 и 1967 гг.), авторы сочли целесообразным осветить лишь те вопросы теории, без которых затруднялся физический анализ приводимых данных. В книге приведено также краткое описание приборов для измерения различных параметров турбулентности в свободной атмосфере. Из-за того, что большинство приборов, используемых в научно-исследовательских работах, быстро модифицируется, было принято решение не описывать их конструкции детально, а ограничиться изложеные физических принципов работы аппаратуры. В специальной главе изложены методика и погрешности статистической обработки результатов измерений.

Подробно были рассмотрены происхождение турбулентности в свободной атмосфере, зависимость ее структуры от стратификации атмосферы, а также связь турбулентности с волнами и конвекцией. Значительное внимание, уделенное этим мезомасштабным движениям, обусловлено тем, что они важны не только как один из источников энергии турбулентности, но и сами по себе, в частности в связи с их воздействием на летательные аппараты. Наряду с общими характеристиками турбулентности в монографии описаны особенности ее структуры в облаках, струйных течениях, тропопаузе и т. д. Отдельная глава была посвящена воздействию турбулентности на самолеты.

Естественно, что особое внимание в монографии было уделено тем аспектам проблемы, с которыми связаны научные интересы и опыт научно-исследовательской работы авторов, а с наибольшей полнотой освещены результаты, которые были получены ими самими в основном в ходе многочисленных летных экспедиций, проведенных Центральной аэрологической обсерваторией совместно с Государственным научно-исследовательским институтом гражданской авиации. В книге не рассматривалась микромасштабная турбулентность, влияющая на распространение радиоволн, света и звука в атмосфере.

За годы, прошедшие со времени выхода первого издания, в СССР и в ряде других стран выполнены большие экспериментальные исследования турбулентности в облаках и в ясном небе. В связи с этим пришлось существенно переработать предыдущее издание, дополнив почти все главы новыми материалами, а также несколько изменить структуру книги.

В главе 2, посвященной методам экспериментальных исследований турбулентности в свободной атмосфере, расширен раздел, касающийся радиолокационных и лазерных методов исследования турбулентности в атмосфере, и, кроме того, дано описание самолетного измерителя гурбулентных пульсаций температуры.

Отдельная (4-я) глава посвящена структуре гурбулентности в термически стратифицированной атмосфере. В ней приведены результаты экспериментальных исследований в СССР и за рубежом и рассмотрены различные геории, учитывающие влияние сил плавучести на спектральную структуру поля скоростей и температурных неоднородностей.

Глава 5, в которой рассмотрены результаты исследований турбулентности в нижней половине тропосферы при ясном небе, по сравнению с первым изданием дополнена описанием способов определения коэффициента турбулентной вязкости; в ней приведены данные о величинах этого коэффициента, рассмотрена диссипация турбулентной энергии в тепло и связанное с этим нагревание атмосферы.

Коренным образом переработаны и дополнены главы 6-8, касающиеся атмосферной конвекции, термической турбулентности, турбулентности в облаках, а также волн и атмосферной турбулентности. Так, в главе 6 новый раздел посвящен статистическим характеристикам термической турбулентности. Заново написаны разделы, посвященные роторным движениям (п. 4, глава 7) и вертикальным движениям и турбулентности в конвективных облаках (пп. 2 и 3, глава 8). І лава 9, посвященная турбулентности, влияющей на полет самолетов, дополнена новыми экспериментальными данными о турбулентности в тропосфере и стратосфере; в ней приводятся параметры атмосферы, которые являются основой физической модели турбулентности при ясном небе. Изложены методы диагноза и прогноза турбулентности, вызывающей болтанку самолетов.

Глава 10 дополнена данными о статистическом распределении спектральной плотности пульсаций скорости ветра для различных волновых чисел, о зависимости энергии гурбулентных движений различных масштабов от высоты и о балансе энергии в турбулентных зонах при ясном небе.

В конце монографии помещен библиографический список, содержащий статьи, опубликованные после 1961 г. Монографические источники приведены независимо от времени их издания.

Монография написана коллективом авторов в составе: Н. К. Винниченко (п. 4 главы 2, глава 3), Н. 3. Пинус (глава 1 совместно с Г. Н. Шуром, главы 5, 9 и 10), С. М. Шметер (главы 6, 7 и 8), Г. Н. Шур (главы 2 и 4).

Авторы считают приятным долгом выразить глубокую признательность научному редактору первого издания и рецензенту второго Л. С. Гандину за ценные критические замечания и советы, а также В. Д. Литвиновой, В. И. Силаевой и другим сотрудникам лаборатории динамики атмосферы ЦАО, оказавшим большую помощь при подготовке второго издания книги.

Глава 1

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

1. Природа атмосферной турбулентности

Большинство процессов в атмосфере, гакие, как перенос водяного пара и атмосферной пыли, теплообмен, образование облаков и осадков, самым тесным образом связано с турбулентным характером движений в атмосфере. Атмосферная гурбулентность оказывает существенное влияние на распространение звука, света и радиоволн, а также на условия полетов летательных аппаратов.

Турбулентное движение вязкой жидкости, в отличие от ламинарного, характеризуется непостоянством поля скоростей, наличием неоднородностей, или так называемых турбулентных вихрей, приводящих к перемешиванию струй. Под турбулентным вихрем понимается элемент турбулентного течения с некоторым характерным размером (масштаб вихря).

Мгновенное значение скорости в турбулентном потоке u можно представить как результат наложения малых колебаний на среднее движение. Если обозначить среднее значение скорости через \bar{u} , го $u = \bar{u} + u'$, где u' так называемая пульсационная, или вихревая, скорость. Если u' = 0, движение является ламинарным.

Если через L обозначить характерный размер потока вязкой жидкости, а через U – характерную скорость течения, то из L, U и v (v - кинематическая вязкость жидкости) можно составить безразмерную комбинацию, известную как число Рейнольдса:

$$Re = \frac{UL}{v}.$$
 (1.1)

Ламинарное движение становится турбулентным лишь в том случае, когда число Рейнольдса превышает некоторое критическое значение Re_{ко}, т. е.

$$\frac{UL}{v} > \operatorname{Re}_{\kappa p}. \tag{1.2}$$

Физический смысл Re_{кр} состоит в следующем. Силы инерции приводят к сближению первоначально удаленных друг от друга объемов жидкости, обладающих разной скоростью движения, и тем самым способствуют тому, что в близких точках резко изменяются скорости. Силы же вязкости, напротив, приводят к выравниванию скоростей в близких точках, т. е. к сглаживанию мелких неоднородностей течения. При малых значениях Re, когда силы вязкости преобладают над силами инерции, течение имеет ламинарный характер.

По мере увеличения Re сглаживающее действие сил вязкости ослабляется, течение турбулизируется, т. е. в нем появляются беспорядочные пульсации скорости; Re_{кр} как раз соответствует условиям, когда силы инерции становятся настолько большими по сравнению с силами вязкости, что формируется устойчивый турбулентный режим.

Экспериментальные исследования в трубах показали, что ламинарное течение переходит в турбулентное при Re, равном 2500-5000.

Применительно к атмосфере число Рейнольдса становится в значительной степени неопределенным из-за трудности определения масштаба потока в целом. Неопределенная геометрия атмосферных течений заставляет вводить новые понятия; так, например, в качестве характерного размера берут иногда расстояние от поверхности земли до уровня максимальной скорости ветра или высоту тропопаузы.

Если формально подсчитать значение Re для атмосферы, то оказывается, что оно во много раз превышает критическое и, следовательно, движение в атмосфере всегда турбулентно. Действительно, если для измерения скорости ветра воспользоваться достаточно чувствительным и малоинерционным прибором, то всегда можно обнаружить беспорядочные флуктуации скорости около устойчивого среднего значения. Однако в некоторых случаях эти флуктуации бывают настолько малы, что можно считать движение в атмосфере квазиламинарным.

Основными причинами турбулизации воздушных течений в атмосфере являются возникающие по тем или иным причинам контрасты в полях температуры и скорости ветра. К атмосферным процессам, формирующим эти контрасты, относятся:

 а) трение воздушного потока о поверхность земли и образование в нижней его части профиля скорости ветра с большими вертикальными градиентами;
 б) неодинаковое нагревание различных участков подстилающей поверхности земли и связанное с этим развитие термической конвекции;

в) процессы облакообразования, при которых происходит выделение тепла конденсации и кристаллизации и изменение характера поля температуры и скорости ветра;

г) сближение и взаимодействие масс воздуха с различными характеристиками вблизи атмосферных фронтов и высотных фронтальных зон, где велики горизонтальные контрасты температуры и скорости ветра;

д) потеря устойчивости волнами, образующимися в инверсионных слоях, на тропопаузе и вблизи других атмосферных поверхностей раздела;

е) деформация воздушных течений горными препятствиями и возникновение волновых возмущений и роторных движений на подветренной их стороне.

Указанные процессы могут действовать одновременно, усиливая или ослабляя друг друга, а тем самым и турбулизацию воздушного потока.

Вязкость воздуха обусловливает непрерывное преобразование кинетической энергии турбулентных воздушных потоков в тепло. Очевидно, что если отсутствует внешний источник энергии, необходимый для непрерывного возбуждения турбулентного движения, то это движение рано или поздно вырождается.

Основным свойством турбулентного движения является неупорядоченность поля скоростей во времени и пространстве, поэтому классическая задача гидромеханики об отыскании положения всех частиц жидкости в любой момент времени t по заданному положению и скоростям частиц в начальный момент времени t_0 и граничным условиям для турбулентного движения теряет свой смысл.

При турбулентном течении даже при постоянстве поля внешних сил и граничных условий скорость в заданной точке претерпевает значительные изменения во времени. Это обстоятельство обусловливает необходимость применения статистических методов исследования турбулентных течений. Как уже указывалось, развитие атмосферной турбулентности обусловлено действием не только динамических, но и термических факторов, вследствие чего число Re для описания ее возникновения оказывается недостаточным даже в тех случаях, когда можно оценить масштаб течения.

Этот вопрос был рассмотрен Ричардсоном, который на основе анализа уравнения баланса турбулентной энергии дал критерий возрастания и убывания кинетической энергии турбулентных движений в термически стратифицированной среде.

2. Баланс турбулентной энергии. Коэффициент турбулентной вязкости

Количество турбулентной энергии в данной точке воздушного потока может изменяться вследствие превращения части энергии осредненного движения в турбулентную энергию (или обратного превращения части турбулентной энергии в энергию осредненного движения), работы пульсаций внешних сил, диффузии турбулентной энергии, диссипации турбулентной энергии под действием вязкости. Роль каждого из этих факторов становится очевидной при анализе уравнения баланса турбулентной энергии.

Уравнение баланса для случая, когда поток является горизонтальным, не стратифицированным по плотности и турбулентность однородна в горизонтальной плоскости, т. е. зависит только от высоты, можно записать в следующем виде [75]:

$$\frac{\partial E_{x}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{u'^{2} w'} - \nu \frac{\partial E_{x}}{\partial z} \right) = -\overline{p'} \frac{\partial w'}{\partial z} - \overline{p'} \frac{\partial v'}{\partial y} - \rho \overline{\varepsilon}_{x} - \rho \overline{u' w'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z},$$

$$\frac{\partial E_{y}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{v'^{2} w'} - \nu \frac{\partial E_{y}}{\partial z} \right) = \overline{p'} \frac{\partial v'}{\partial y} - \rho \overline{\varepsilon}_{y},$$

$$\frac{\partial E_{z}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{w'^{3}} + \overline{p' w'} - \nu \frac{\partial E_{z}}{\partial z} \right) = \overline{p'} \frac{\partial w'}{\partial z} - \rho \overline{\varepsilon}_{z}.$$
(1.3)

В (1.3) $E_x = \frac{1}{2} \overline{u'^2}$; $E_y = \frac{1}{2} \overline{v'^2}$; $E_z = \frac{1}{2} \overline{w'^2}$; p' – пульсации сил давления; ε_x , ε_y , ε_z – компоненты скорости диссипации турбулентной энергии; ρ – плотность воздуха; v' и w' – поперечная и вертикальная компоненты скорости.

Из анализа этих уравнений вытекает следующее:

1. Турбулентная энергия возникает за счет энергии осредненного движения в результате работы напряжений Рейнольдса против градиента средней скорости.

2. Энергия осредненного движения передается непосредственно только продольным пульсациям и определяется величиной

$$A = -\rho \overline{u'w'} \ \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}.$$

3. Поперечные пульсации скорости получают энергию от продольных пульсаций благодаря работе пульсаций сил давления и определяются величинами

$$\overline{p' \frac{\partial v'}{\partial y}}$$
 и $\overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}}$.

4. В турбулентном потоке происходит перераспределение энергии между компонентами, но общая энергия всех трех компонент диссипирует. Для стационарного случая уравнения (1.3) упрощаются:

$$\rho \overline{u'w'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} = -\left(p' \frac{\partial v'}{\partial y} + p' \frac{\partial w'}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{u'^2 w'} - \nu \frac{\partial E_x}{\partial z}\right) - \rho \overline{\epsilon}_x,$$

$$\overline{p' \frac{\partial v'}{\partial y}} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{v'^2 w'} - \nu \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \rho \overline{\epsilon}_y,$$

$$\overline{p' \frac{\partial w'}{\partial z}} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{w'^3} + \overline{p' w'} - \nu \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) + \rho \overline{\epsilon}_z.$$
(1.4)

Исходя из представлений о спектральной природе турбулентных движений и вводя коэффициент турбулентной вязкости *К* в формулу для турбулентного касательного напряжения

$$\overline{u'w'} = -K \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}, \qquad (1.5)$$

можно величину генерации турбулентной энергии E_r в единице массы воздуха за счет энергии осредненного движения в диапазоне частот $0 < f < \infty$ выразить следующим образом:

$$E_{\rm r} = \int_{0}^{\infty} E(f) df = -K(f) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)^2, \qquad (1.6)$$

где K(f) – спектральный коэффициент турбулентной вязкости.

Величину *E*_г можно одновременно интерпретировать как диссипацию энергии основного движения под действием турбулентной вязкости. Таким образом, знание величины коэффициента турбулентной вязкости как характеристики поля турбулентности имеет большое теоретическое и практическое значение.

По своему физическому смыслу коэффициент турбулентной вязкости определяется так же, как и коэффициент молекулярной вязкости (или теплопроводности) для жидкостей и газов. Однако при рассмотрении турбулентного потока речь идет о переносе молей (объемов) жидкостей и газов.

3. Критерий устойчивости Ричардсона

Под стратификацией атмосферы понимают, как известно, изменение плотности воздуха по вертикальному направлению, по которому действует сила тяжести. При вертикальном смещении частиц в атмосфере от положения их равновесия возникает архимедова сила плавучести ($\rho - \rho_0$) g, где ρ – плотность частиц, ρ_0 – плотность окружающей среды, g – ускорение силы тяжести. Работа

архимедовой силы создает обмен между потенциальной энергией стратифицированной жидкости в поле тяжести и кинетической энергией движений. Ричардсон предположил, что потеря турбулентной энергии вследствие работы против устойчивой стратификации значительно превышает ее потери из-за молекулярной вязкости, которая преобразует турбулентную кинетическую энергию в тепло, и диффузии при наличии градиента турбулентной энергии. В этом случае уравнение баланса турбулентной энергии можно представить в виде

$$\frac{dE}{dt} = K \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 - K_{\rm T} \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz}, \qquad (1.7)$$

где K — коэффициент турбулентного обмена количеством движения; $K_{\rm T}$ — коэффициент турбулентного теплообмена; θ — потенциальная температура¹. Величина

$$\mathbf{Ri} = \frac{g}{\theta} \frac{\frac{d\theta}{dz}}{\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2} \tag{1.8}$$

называется числом Ричардсона. Так как

$$\frac{1}{\theta}\frac{d\theta}{dz}=\frac{1}{T}(\gamma_a-\gamma),$$

то выражение (1.8) можно записать в виде

$$\operatorname{Ri} = \frac{g}{T} \frac{(\gamma_a - \gamma)}{\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2} \tag{1.9}$$

где γ_a – адиабатический, а γ – действительный вертикальный градиент температуры.

Величина

$$Rf = \alpha \frac{g}{T} \frac{(\gamma_a - \gamma)}{\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2}$$
(1.10)

называется динамическим числом Ричардсона. В (1.10) $\alpha = \frac{K_r}{K}$. Из (1.9) и (1.10) следует, что

$$Ri = \frac{1}{\alpha} Rf.$$
(1.11)

Динамическое число Ричардсона определяет роль термической конвекции в порождении турбулентной энергии по сравнению с динамическими факторами, обусловливающими передачу энергии турбулентности от осредненного движения,

¹ Потенциальная температура $\theta = T\left(\frac{1000}{p}\right)^{0,288}$ — это температура, которую принимает воздушная частица, если она сухоадиабатически перемещается от уровня с давлением *p* до уровня, где *p* = 1000 мб. тогда как величина Ri может быть интерпретирована как отношение архимедовой силы к силам инерции.

Из (1.7) и (1.10) следует, что

$$\frac{dE'}{dt} = K \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 (1 - \alpha \operatorname{Ri})$$
(1.12)

и, следовательно, стационарная (незатухающая) турбулентность возможна лишь при Rf = 1, а с учетом диссипации энергии турбулентности – при Rf < 1.

Воздействие архимедовой силы на турбулентный режим зависит от вертикального градиента потенциальной температуры. При положительном значении $d\theta$

 $\frac{d\sigma}{dz}$ (устойчивая термическая стратификация) архимедова сила противодействует развитию турбулентности; часть турбулентной энергии затрачивается на преодоление действия архимедовой силы. При отрицательных значениях $\frac{d\theta}{dz}$ (неустойчи-

вая термическая стратификация, благоприятствующая развитию конвекции) архимедова сила способствует возникновению и развитию турбулентности. Термическая неустойчивость имеет существенное значение в облаках, а также на малых высотах в безоблачной тропосфере. В средней и верхней тропосфере вне облаков главную роль в возбуждении турбулентности играет, по-видимому, вертикальный сдвиг средней скорости ветра. В безоблачные дни с сильным прогревом подстилающей поверхности наблюдаются сверхадиабатические градиенты температуры от поверхности земли до 500—1000 м, а иногда и выше. На больших высотах такие градиенты температуры могут наблюдаться только в очень тонких слоях, толщиной в несколько десятков или сотен метров.

Наконец, при значениях $\frac{d\theta}{dz}$, близких к нулю (безразличная термическая стратификация), архимедова сила не влияет на турбулентный режим.

Турбулизирующее действие вертикального градиента средней скорости ветра в атмосфере в значительной степени компенсируется стабилизирующей его термической стратификацией.

В общем случае турбулентность в термически неоднородной атмосфере может развиваться тогда, когда число Ri меньше некоторого критического значения, которое, как это следует из (1.12), должно быть меньше $\alpha_1 = \frac{K}{K_{\rm T}}$. Критическое значение числа Ричардсона характеризует условия развития и затухания турбулентности в термически стратифицированной атмосфере. Тенденция к возрастанию турбулентности при Ri < Ri_{кр} должна, по-видимому, проявляться более или менее резко, так же как и в случае возбуждения турбулентности в зависимости от числа Re в условиях, когда отсутствует влияние архимедовой силы.

Значение критического числа Ричардсона оценивалось многими исследователями главным образом на основании теоретических соображений. Величина Ri_{kp} зависит, как следует из (1.12), от соотношения, принимаемого для K и K_{r} . В классической теории турбулентности, как известно, постулируется, что переносимая субстанция пассивна, т. е. примесь ее к воздуху не влияет на режим турбулентности. Из этого вытекает, что величина коэффициента турбулентности не зависит от рода субстанции и, следовательно, $K = K_{r}$, а значит, $Ri_{kp} = 1$.

В действительности, обмен количеством движения между двумя массами воздуха может происходить благодаря динамическому взаимодействию без существенного перемениивания этих масс, т. е. с нарушением постулата о неуничтожаемости. Далее, характер распределения температуры может влиять таким образом, что нарушается постулат о пассивности. Например, в изотермическом слое атмосферы, в котором может наблюдаться вертикальный градиент скорости ветра, по-видимому, $K \neq K_{\rm T}$. В термически устойчивой атмосфере обмен количеством движения происходит быстрее, чем количеством тепла. Поэтому нет основания утверждать, что для условий свободной атмосфере $Ri_{\rm kp} = 1$.

В метеорологической литературе часто используется предположение, что коэффициенты турбулентности для разных субстанций (для тепла и количества движений) пропорциональны друг другу и их отношение является величинои постоянной. Между тем лабораторные исследования, а также исследования в приземном слое атмосферы [75] показали, что α существенно зависит от термической и ветровой стратификации. В частности, с уменьшением Ri увеличивается значение α , особенно резко в области значений Ri < 1. В конвективных условиях $\alpha > 1$, а при инверсии температуры $\alpha < 1$. При $4 < \text{Ri} < 10 \ \alpha = 0,3 \div 0,05$. Заметим, что динамическое число Ричардсона Rf для этих условий существенно меньше единицы. Таким образом, турбулентность может возбуждаться и при сравнительно больших числах Ri. Это необходимо иметь в виду при изучении турбулентности, особенно в верхней тропосфере и в стратосфере, где господствует устойчивая термическая стратификация.

Рассмотрим теперь роль диффузии турбулентной энергии. Можно считать, что величина диффузионного переноса турбулентной энергии D зависит от коэффициента турбулентности K и градиента вихревой энергии $\frac{dE'}{dr}$. Если учесть размерность этих величин, то диффузионный расход турбулентной энергии может быть определен с точностью до постоянного множителя следующим выражением:

$$D = K^{i} f^{s} \left[\frac{dE'}{dr} \right]^{4/s}.$$
 (1.13)

Таким образом, *D* в меньшей степени зависит от коэффициента турбулентности *K* и в значительной мере определяется степенью неоднородности поля турбулентности.

С учетом (1.10), а также полагая, что $K_{\rm T} = K$, получим

$$\operatorname{Ri}_{\mathrm{kp}} = 1 \pm \frac{\left[\frac{dE'}{dr}\right]^{4/3}}{K^{2/3} \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^{2}}.$$
(1.14)

Из (1.14) следует, что критическое число Ричардсона при прочих равных условиях зависит от степени неоднородности поля турбулентности, т. е. $\frac{dE'}{dr}$, зависящей в свою очередь от условий турбулизации потока. Из (1.14) вытекает также, что для неоднородного поля турбулентности критическое число Ri не может быть величиной постоянной.

Число Ричардсона характеризует условия трансформации кинетической энергии среднего движения и энергии неустойчивости в кинетическую энергию турбулентных движений, но оно не дает возможности оценить такие важные

характеристики гурбулентности, как величину пульсационных скоростей и толцину турбулизированного слоя атмосферы.

Интенсивность гурбулентности зависит не голько от числа Ri, хотя и является функцией этого числа. Если Ri < Ri_{кр}, это может служить голько качественным указанием на го, что, во-первых, происходит развитие турбулентности и что, во-вторых, чем меньше Ri, гем большее количество накопленной турбулентной энергии может наблюдаться при установившихся условиях.

4. Структура и энергетика турбулентного потока

Из гидродинамики известно, что по мере увеличения числа Рейнольдса сначала появляются крупномасштабные пульсации. При очень больших числах Рейнольдса в турбулентном потоке присутствуют пульсации с масштабами, сравнимыми с характеристическими длинами, определяющими размеры потока в целом, и с масштабами, при которых турбулентная энергия диссипирует в тепло благодаря молекулярной вязкости. По Колмогорову, турбулентное движение в атмосфере можно представить следующим образом. Поскольку в атмосфере числа Рейнольдса очень велики, осредненное течение неустойчиво и в нем возникают возмущения «турбулентные вихри первого порядка», характеризующиеся беспорядочным перемещением относительно друг друга отдельных объемов жидкости с диаметрами порядка характерных размеров потока. Скорость этих относительных перемещений меньше средней скорости потока. Поскольку для вихрей первого порядка числа Рейнольдса еще очень велики и такие вихри также неустойчивы, возникают «вихри второго порядка» уже с меньшими характерными размерами и скоростями.

Процесс последовательного измельчения турбулентных вихрей будет продолжаться до тех пор, пока для вихрей какого-либо достаточно большого порядка *n* число Рейнольдса

$$Re^{(n)} = \frac{U^{(n)}L^{(n)}}{v}$$
(1.15)

не окажется достаточно малым, чтобы влияние вязкости на вихри порядка *n* было уже ощутимо и предупреждало образование вихрей (*n* + 1)-го порядка.

Особого внимания заслуживает вопрос об энергетических характеристиках турбулентного движения.

Современная гидродинамика дает следующее представление о диссипации энергии при гурбулентном движении.

От вихрей с большими масштабами, черпающих свою энергию из основного потока, энергия переходит к вихрям с меньшими масштабами, практически не диссипируясь при этом. Таким образом, кинетическая энергия турбулентности непрерывно переходит от крупных вихрей к мелким, т. е. от малых частот к большим. Этот поток энергии диссипирует в тепло в самых мелкомасштабных вихрях.

Поскольку передача энергии от крупномасштабных к мелкомасштабным вихрям происходит без потерь, количество энергии, диссипирующееся под действием вязкости в гепло, может быть определено (по порядку величин) с помощью характеристик основного потока. Для поддержания «стационарного» состояния необходимы внешние источники, непрерывно передающие энергию основному крупномасштабному движению. И наоборот, если внешний источник энергии перестает действовать, турбулентные движения затухают.

Очевидно, что в атмосфере наряду с постоянно или достаточно долго действующими стационарными источниками гурбулентной энергии могут встретиться и сравнительно кратковременные ее источники.

При исследовании энергетических свойств турбулентного потока прежде всего необходимо выяснить, каким образом поддерживаются турбулентные вихревые движения в воздушном потоке, откуда берется энергия флуктуационных движений и на что она расходуется. Ниже будет показано, что в свободной атмосфере заметная доля кинетической энергии турбулентных движений может тратиться на увеличение потенциальной энергии.

Как указывалось ранее, турбулентные движения имеют очень широкий спектр масштабов от первичных вихрей, которые могут иметь сотни и даже пысячи километров в диаметре, до вихрей, в которых уже сказывается молекулярная вязкость.

В настоящий момент достаточно хорошо теоретически изучены свойства гурбулентности, масштабы которой много меньше основного масштаба и в то же время много больше тех масштабов, где происходит диссипация турбулентной энергии в тепло. В этой области масштабов, получившей название инерционного интервала, турбулентности приписывается свойство изотропности, т. е. независимости свойств гурбулентного движения от выбранного направления.

Теория локально изотропной турбулентности, разработанная Колмогоровым, позволяет получить ценные сведения о локальных свойствах гурбулентности. в инерционном интервале непосредственно из соображений размерности.

Локальные свойства турбулентности не могут определяться вязкостью, так как ее влияние существенно лишь в самых мелкомасштабных движениях. Характерный размер и скорость движения в целом также не могут влиять на свойства турбулентности в инерционном интервале. Согласно гипотезе Колмогорова, существует непрерывный поток энергии от самых больших (первичных) вихрей до самых малых. В инерционном интервале энергия передается от вихря к вихрю без потерь и, следовательно, скорость переноса энергии должна быть численно равна скорости диссипации є.

Изменения скорости гурбулентного движения u_l на расстоянии порядка l должны определяться голько ε и самой величиной l. Воспользовавшись георией размерностей, Колмогоров получил выражение

$$u_l \sim (\varepsilon l)^{i_l j_3}, \tag{1.16}$$

т. е. изменение скорости на протяжении расстояния / пропорционально кубическому корню из этого расстояния. Одновременно к тому же результату, но другим путем пришел Обухов.

Величину u_l можно качественно рассматривать и как скорость турбулентного вихря, имеющего характерный масштаб порядка *l*. Так как в инерционном интервале $\varepsilon = \text{const}$, то из (1.16) прямо следует вывод об автомодельности турбулентных вихрей. Это означает, что в развитом турбулентном потоке существуют вихри всех масштабов, входящих в инерционный интервал. Каждый вихрь, распадаясь, порождает вихри себе подобные, т. е. также подчиняющиеся (1.16), но имеющие меньшие размеры.

5. Статистическое описание поля турбулентности

Несмотря на сложность и неупорядоченность поля скоростей в турбулентном потоке, турбулентные движения должны подчиняться основным уравнениям гидродинамики:

уравнению Навье-Стокса

$$\frac{d\mathbf{\tilde{u}}}{dt} + \mathbf{\tilde{u}}\,\nabla\mathbf{\tilde{u}} = -\frac{1}{\rho}\nabla\,p + \nu\Delta\mathbf{\tilde{u}}\,,\tag{1.17}$$

уравнению неразрывности

$$\nabla \vec{u} = 0. \tag{1.18}$$

Уравнение неразрывности записано для несжимаемой жидкости, что верно при условии

$$\frac{(\bar{u})^2}{a^2} \ll 1 \tag{1.19}$$

(а – скорость звука), поскольку в этом случае, как известно, можно пренебречь пульсациями плотности.

Система уравнений (1.17) и (1.18) достаточна для определения й как функции от \vec{x} и *t*, если заданы начальные и граничные условия. Так, например, в случае однородной турбулентности граничные условия по \vec{x} определяются наличием статистической однородности в пространстве. Начальные условия заключаются в том, что в некоторый момент времени t_0 скорость есть случайная функция точки и заданы характеризующие эту функцию вероятностные законы.

Очевидно, что если начальные условия даны в вероятностной форме, то и в последующие моменты времени поле скорости может быть определено лишь в вероятностной форме. Одной из основных характеристик случайной величины является ее функция распределения $P(\vec{u})$. Интерпретация *и* как случайной величины относится к каждой точке \vec{x} , *t*. При этом, вообще говоря, должна существовать статистическая связь между случайными значениями в различных точках пространства — времени. Характеристикой этой статистической связи может служить функция совместного распределения вероятностей для величин \vec{u} в нескольких заданных точках пространства — времени.

Бесконечно простирающееся поле турбулентности статистически определяется полным набором совместных распределений вероятностей для значений вектора скорости $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$ в любых *n* точках пространства — времени. При этом надо учесть, что статистические характеристики поля турбулентности при различных значениях *t* однозначно связаны друг с другом уравнениями гидродинамики (1.17) и (1.18).

Обычно при описании поля турбулентности ограничиваются средними величинами, которые соответствуют малым *n*. Из этих средних величин с малым *n* особое значение в теории турбулентности имеют корреляционный тензор поля скоростей (т. е. двухточечный момент второго порядка) и тензор, получающийся из него в результате преобразования Фурье.

Корреляционный тензор поля скоростей для двух точек, соединенных вектором f, имеет вид

 $R_{jk}(\mathbf{\dot{r}}) = \overline{u_j(\mathbf{\dot{x}}) \cdot u_k(\mathbf{\dot{x}} + \mathbf{\dot{r}})}; \qquad (1.20)$

 $u(\vec{x})$ является непрерывной функцией от \vec{x} в силу того, что разрывы под действием вязких сил не могут сохраняться во времени. Из этого следует, что $R_{jk}(\vec{r})$ непрерывно при всех значениях \vec{r} . При j = k имеем

$$R_{jj}(\mathbf{\hat{r}}) \leqslant R_{jj}(0).$$
 (1.21)

Для целого класса случайных процессов, называемых стационарными, существует теория, разработанная Хинчиным. Случайный процесс, определяемый совокупностью переменных Y_k(t), называется стационарным в том случае, если законы распределения вероятности двух групп значений этих переменных

$$[Y(t_1), Y(t_2), \ldots, Y(t_n)]$$
 и $[Y(t_1 + \tau), Y(t_2 + \tau), \ldots, Y(t_n + \tau)]$

тождественны друг другу, причем *n*, *t* и т могут быть выбраны совершенно произвольно.

Крамер, исходя из теории Хинчина, пришел к следующему выводу. Для того чтобы тензор $R_{jk}(\hat{\mathbf{r}})$ был корреляционным тензором непрерывного стационарного случайного процесса, необходимо и достаточно, чтобы этот тензор допускал представление в виде

$$R_{jk}(\mathbf{\tilde{r}}) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{jk}(\mathbf{\tilde{\Omega}}) e^{i\mathbf{\tilde{\Omega}}\mathbf{r}} d\mathbf{\tilde{\Omega}}$$
(1.22)

 $(\hat{\Omega} -$ волновой вектор, а $i = \sqrt{-1}$) при условии, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{jk}(\dot{\Omega}) \, d\dot{\Omega} < \infty \,. \tag{1.23}$$

Из преобразования Фурье, обратного (1.22), следует также, что

$$S_{jk}(\vec{\Omega}) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} R_{jk}(\vec{r}) e^{-i\vec{\Omega}\vec{r}} d\vec{r} .$$
(1.24)

При ř = 0 формула (1.23) принимает вид

$$R_{jk}(0) = \overline{u_j(\mathbf{x}) \cdot u_k(\mathbf{x})} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{jk}(\mathbf{\Omega}) \, d\mathbf{\Omega} \,. \tag{1.25}$$

Из формулы (1.25) видно, что $S_{jk}(\vec{\Omega})$ представляет собой плотность величины $u_i u_k$ в волновом пространстве.

Тензор $u_j(\tilde{x}) \cdot u_k(\tilde{x})$ определяет энергию на единицу массы жидкости и называется тензором энергии.

Тензор $S_{jk}(\Omega)$ описывает распределение энергии по различным волновым числам в разложении поля скоростей на гармонические составляющие и называется спектральным тензором энергии.

Благодаря своему ясному физическому смыслу тензор $R_{jk}(\tilde{\mathbf{r}})$, а также тензор $S_{jk}(\tilde{\mathbf{\Omega}})$, связанный с ним преобразованием Фурье, являются важнейшими величинами, описывающими поле турбулентности.

Спектральный и корреляционный тензоры являются функциями векторных аргументов. В реальном эксперименте чаще всего измеряется лишь одна из компонент скорости. Корреляционная и спектральная функции, зависящие от одного скалярного аргумента, могут быть получены осреднением $R_{jk}(\hat{\mathbf{f}})$ и $S_{jk}(\hat{\mathbf{Q}})$ по всем направлениям векторных аргументов $\hat{\mathbf{r}}$ и $\hat{\Omega}$. В случае изотропной турбулентности эти тензорные функции от модуля вектора играют важную роль.

Кроме корреляционной и спектральной функций, для характеристики внутренних свойств локально изотропного и однородного турбулентного потока применяются структурные функции, введенные Колмогоровым:

$$D_j(r) = \left[u_j(x_1 + r_1, x_2 + r_2, x_3 + r_3, t) - u_j(x_1, x_2, x_3, t) \right]^2,$$
(1.26)

где u_j – составляющая скорости в направлении *j*.

Таким образом, D(r) — средний квадрат разности значений u_j в двух точках находящихся на расстоянии r:

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2}$$

Именно в терминах структурных функций зависимость скорости флуктуационных движений от масштабов флуктуации приобрела широкую известность как «закон двух третей» Колмогорова—Обухова:

$$D_{i}(r) = A(\delta_{i}) \varepsilon^{2/3} r^{2/3}, \qquad (1.27)$$

где A (б_j) – безразмерный коэффициент, зависящий от угла между x_j и ř.

Если изучаемый случайный процесс удовлетворяет условию стационарности, то характеризующие этот процесс статистические характеристики оказываются однозначно связанными между собой:

$$D(r) = 2[R(0) - R(r)], \qquad (1.28)$$

и так как $R(\infty) = 0$, а следовательно, $D(\infty) = 2R(0)$, то

$$R(r) = \frac{1}{2} [D(\infty) - D(r)].$$
 (1.29)

Корреляционная функция может быть выражена следующим образом исходя из (1.22):

$$R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\Omega) e^{i\Omega r} d\Omega. \qquad (1.30)$$

Из определения однородности R(r) = R(-r), следовательно,

$$R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\Omega) \cos(\Omega r) \, d\Omega \,. \tag{1.31}$$

Из (1.30) можно получить выражение для спектральной функции

$$S(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(r) e^{-i\Omega r} dr. \qquad (1.32)$$

16

Спектральная функция $S(\Omega)$ представляет собой спектральную плотность энергии единицы массы. В литературе по турбулентности $S(\Omega)$ часто называют энергетическим спектром турбулентности. Структурная функция и энергетический спектр связаны между собой соотношением

$$D(r) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} (1 - e^{i\Omega r}) S(\Omega) d\Omega. \qquad (1.33)$$

Эта связь справедлива и тогда, когда случайный процесс имеет линейно изменяющееся среднее значение [107].

Выше уже указывалось, что в реальном эксперименте измеряется, как правило, лишь одна компонента скорости, поэтому статистические характеристики, получающиеся в результате обработки экспериментальных данных, описывают совокупность проекций вектора скорости на выбранное направление.

Получение энергетического спектра турбулентности по экспериментальным дайным часто затрудняется невозможностью реализовать достаточно продолжительный ряд независимых измерений, а также аппаратурными трудностями. В этом случае приходится ограничиваться более простыми статистическими характеристиками турбулентности, такими, как дисперсия скорости u'^2 и среднее квадратическое значение скорости $\sigma_u = \sqrt{u'^2}$. Последняя величина часто используется для количественной оценки интегральной интенсивности турбулентности. Для количественного описания относительной интенсивности турбулентности в литературе по турбулентности используется отношение

$$\psi = \frac{\sigma_u}{\bar{u}},$$

30

ð

которое иногда называется порывистостью скорости. Величины u'^2 и σ_u могут быть получены, в частности, из энергетического спектра, причем в этом случае будут заданы интервалы масштабов (частот), для которых вычислены соответствующие характеристики. Так, например, дисперсия скорости определяется как

$$\overline{u_{\Omega_{1-2}}^{\prime^2}} = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} S(\Omega') \, d\Omega' \, .$$

Полученная в результате такого вычисления величина характеризует интенсивность флуктуаций, имеющих вполне определенные масштабы. Знание интервала масштабов, для которых определены те или иные интегральные характеристики интенсивности турбулентности, необходимо при сравнении данных, полученных различными исследователями. Как будет показано в главе 2, каждый экспериментальный метод исследования позволяет измерять лишь ограниченный участок спектра турбулентности. Для сравнения интенсивности турбулентности в области различных масштабов удобнее пользоваться не интегралыными характеристиками, а скоростью переноса энергии в спектре турбулентности. Этот вопрос будет рассмотрен ниже.

Существенной особенностью экспериментальных исследований структуры поля турбулентности в атмосфере является то, что либо измерения производятся в одной точке пространства в течение длительного времени, либо измерительный прибор движется в пространстве со <u>сравнительно</u> большой скоростью.

Если используется один измерительный прибор, то результатом эксперимента всегда является реализация случайного процесса, измеренная в течение какого-то промежутка времени, однако этот промежуток времени имеет совершенно разный смысл для каждого случая. В первом случае это время протекания изучаемого процесса, во втором — время «мгновенного» измерения по какому-то направлению.

В первом случае измеритель движется относительно потока со средней скоростью потока. Для перехода от временных представлений к пространственным можно воспользоваться гипотезой Тейлора о так называемой «замороженной» турбулентности, т. е. гипотезой о сохраняемости формы возмущений без существенных видоизменений при их движении вместе с воздушным потоком со средней скоростью потока. Эта гипотеза, базирующаяся на предположении, что средняя скорость потока достаточно велика по сравнению с флуктуациями скорости, экспериментально подтверждена для турбулентных возмущений от сравнительно малых масштабов до масштабов в несколько километров. Для возмущений бо́льших масштабов она не проверялась. Можно предположить, что для масштабов, близких к синоптическим, гипотеза Тейлора о замороженной турбулентности может не выполняться. В частности, существенные ошибки могут быть допущены в случае применения этой гипотезы к турбулентным движениям, когда энергия турбулентных пульсаций соизмерима с энергией осредненного движения.

Таким образом, не во всех случаях возможен численный переход от временных представлений к пространственным. По мнению Монина, однако, такой переход на основе гипотезы о замороженной турбулентности допустим для колебаний с периодом до 4 сут.

К более подробному рассмотрению затронутых вопросов мы возвратимся позднее в соответствующих разделах книги:

Если измерительный прибор перемещается со скоростью, во много раз большей, чем средняя скорость потока, для перехода от временных характеристик к пространственным уже не требуется выполнения гипотезы о замороженности, а достаточно знать лишь скорость движения прибора. Следует только отметить, что для того, чтобы иметь право рассматривать полученную таким способом реализацию как стационарный случайный процесс и использовать приведенные выше соотношения, необходимо, чтобы поле турбулентности в направлении движения прибора удовлетворяло условию однородности.

6. Энергетический спектр турбулентности

Как было сказано в п. 5, энергетический снектр представляет собой разложение кинетической энергии в интеграл Фурье по волновым числам $\Omega = \frac{2\pi}{L}$. Иными словами, $S(\Omega) d\Omega$ – это количество кинетической энергии, рассчитанное на единицу массы, содержащееся или переносимое вихрями с размерами, характеризуемыми волновыми числами от Ω до $\Omega + d\Omega$.

Таким образом,

$$S\left(\Omega\right) = \frac{1}{2} \frac{dV_{\Omega}^2}{d\Omega}.$$
 (1.34)

Наиболее просто получить выражение для энергетического спектра турбулентности в той области волновых чисел, где турбулентность удовлетворяет условию однородности и локальной изотропии. По определению Колмогорова, в той области волновых чисел, которая получила название инерционного интервала, скорость V_{Ω} зависит от волнового числа Ω и от скорости диссипации є. Аналитическое выражение для спектра вектора скорости в инерционном интервале может быть получено из соображений размерности:

$$S(\Omega) = c \varepsilon^2 I^3 \Omega^{-s} I^3 . \tag{1.35}$$

В инерционном интервале трехмерный спектр турбулентности и соответственно одномерные спектры компонент *и* (вдоль основного потока), *v* и *w* (поперек основного потока) описываются формулами

$$S_{u}(\Omega) = c_{1} \varepsilon^{2} \Omega^{-5/3},$$

$$S_{v}(\Omega) = S_{w}(\Omega) = c_{1}' \varepsilon^{2/3} \Omega^{-5/3}.$$
(1.36)

Для коэффициентов *c*, *c*₁ и *c*₁', имеющих характер универсальных постоянных, выполняются следующие соотношения:

$$c = \frac{55}{18}c_1,$$

$$c'_1 = \frac{4}{3}c_1.$$
(1.37)

Между универсальными постоянными A для структурных функций пульсаций компонент скорости ветра u, v и w в выражении (1.27) и универсальными постоянными для спектра выполняются соотношения: $A_1 = 4c_1$ и $A'_1 = \frac{4}{3}A_1$. По современным данным [75], $A_1 \approx 1.9$, а $c_1 \approx 0.48$, если Ω измеряется в радианах на единицу длины, и $c_1 = 0.48 : (2\pi)^{2/3} = 0.14$, если Ω измеряется в обратных единицах длины.

Соотношение (1.35) может быть получено также из закона «двух третей» для структурной функции. Оно получило название колмогоровского спектра или «спектрального закона минус пять третей». Закон «минус пять третей» справедлив лишь для инерционного интервала, т. е. для области волновых чисел, бо́лыших, чем те, в которых энергия основного потока за счет неустойчивости поступает в спектр турбулентности, и меньших, чем те, где действует «потребитель» турбулентной энергии – диссипация в тепло под действием молекулярной вязкости. Внутри инерционного интервала существует лишь один механизм передачи энергии – инерционная передача от вихрей с меньшими Ω к вихрям с большими Ω. Именно исходя из этих соображений, Колмогоров и Обухов приравняли скорость переноса энергии через точку Ω в спектре к скорости диссипации ε.

Таким образом, спектр поля скорости ветра в инерционном интервале однозначно определяется величиной є и одной-единственной универсальной постоянной с. Величина є может быть вычислена на основании (1.36), если известна спектральная плотность для какого-либо волнового числа, принадлежащего инерционному интервалу.

Гейзенберг, основываясь на идее о том, что процесс передачи энергии от больших к малым вихрям подобен процессу превращения механической энергии в теплоту под действием молекулярных движений, ввел в уравнение для энергии, кроме члена, описывающего молекулярную диссипацию, член, описывающий переход энергии от движений больших масштабов к движениям меньших масштабов:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_{0}^{\Omega} S(\Omega)' d\Omega' = 2v \int_{0}^{\Omega} S(\Omega') {\Omega'}^{2} d\Omega' +$$
$$+ 2a \int_{\Omega}^{\infty} [S(\Omega')]^{1/2} {\Omega'}^{-3/2} d\Omega' \int_{0}^{\Omega} S(\Omega'') {\Omega''}^{2} d\Omega''.$$
(1.38)

Левая часть уравнения представляет собой полную диссипацию кинетической энергии в единице массы на единицу времени в движениях с масштабами, бо́лышими $L = \frac{2\pi}{\Omega}$, а правая часть содержит члены, описывающие различные механизмы диссипации и преобразования энергии.

Член 2v $\int_{0}^{M} S(\Omega') {\Omega'}^2 d\Omega'$ определяет диссипацию кинетической энергии непосредственно в тепловую энергию вследствие молекулярной вязкости. Член $2a \int_{\Omega}^{\infty} [S(\Omega')]^{1/2} {\Omega'}^{-3/2} d\Omega' \int_{0}^{\Omega} S(\Omega'') {\Omega''}^2 d\Omega'' (a - абсолютная постоянная порядка единицы) описывает переход кинетической энергии от движений больших масшта$ бов к движениям меньших масштабов. Этот переход и является, собственно, характерной особенностью турбулентности.

Так как вязкость v с точностью до численного множителя равна произведению длины свободного пробега на скорость молекул, то по аналогии и турбулентная вязкость должна представлять собой также произведение длины пробега $L = \frac{2\pi}{\Omega}$ малых вихрей на их скорость:

$$v_{\Omega} \sim \sqrt{S(\Omega)} d\Omega$$

Передача энергии от движений с масштабами, бо́льшими L, к движениям с меньшими масштабами осуществляется, как предположил Гейзенберг, всеми вихрями с масштабами, меньшими L. Поэтому турбулентная вязкость определяется выражением

$$a_{\text{typ6}} = a \int_{\Omega}^{\infty} \left[S\left(\Omega'\right) \right]^{1/2} \Omega'^{-3/2} d\Omega'.$$
(1.39)

Решение уравнения Гейзенберга (см. [137]) имеет вид

ν

$$S(\Omega) = \left(\frac{8\varepsilon}{9a}\right)^{2/3} \Omega^{-5/3} \left[1 + \frac{.8v^3}{3a^2\varepsilon} \Omega^4\right]^{-4/3}$$
(1.40)

При $\Omega \ll \left(\frac{3a^2\epsilon}{8v^3}\right)^{1/4}$, т. е. на сравнительно малых Ω , где вязкость еще не сказывается, выражение (1.40) переходит в спектральный закон «минус пять тре-

тей». При $\Omega > \left(\frac{3a^2\epsilon}{8v^3}\right)^{1/4}$, когда заметную роль играет молекулярная диссипация, выражение для энергетического спектра получает в пределе вид

$$S(\Omega) \sim \Omega^{-7}$$
 (1.41)

Физическая идея, лежащая в основе формулы Гейзенберга, пригодна скорее для случая обмена энергией между далекими волновыми числами, чем для более важного случая обмена энергией между волновыми числами одного и того же порядка величины. Экспериментальные данные не подтверждают зависимость (1.41), однако на основании этой зависимости можно сделать некоторые качественные выводы. В частности, введение на больших Ω дополнительного «потребителя» энергии – диссипации в тепло – приводит к увеличению модуля показателя степени при Ω, если энергети-

ческий спектр выражается степенной функцией от Ω вида $S(\Omega) \sim \Omega^{-n}$

Из изложенных представлений следует, что турбулентный поток представляет собой суперпозицию вихрей различных размеров — от некоторого минимального размера l_0 до размера L_0 , сравнимого с масштабом потока в целом. Благодаря влиянию вязкости размер вихрей не может уменьшаться неограниченно. Вообще





говоря, чем меньше вихрь, тем больше градиент скорости поперек вихря, т. е. тем больше вязкие напряжения сдвига, которые противодействуют вихревому движению. Таким образом, в любом турбулентном потоке должен существовать статистический нижний предел размера наименьшего вихря. В области масштабов гурбулентности, где $l \leq l_0$, происходит диссипация кинетической энергии турбулентности непосредственно в тепло.

На рис. 1.1 представлена кривая спектральной плотности турбулентной энергии (энергетический спектр) для потока, в котором можно пренебречь влиянием силы тяжести. В реальной атмосфере это соответствует случаю безразличной термической стратификации. Область а на рис. 1.1 является областью больших (анизотропных) вихрей, в которой происходит поступление энергии турбулентности от энергии основного движения, а также переход энергии от больших вихрей к малым. Область б является областью диссипации энергии турбулентности благодаря вязкости; это так называемый вязкий интервал. Промежуточная область в — так называемый инерционный интервал. В этой области возникновение и диссипация энергии турбулентности малы по сравнению с поступлением и расходом энергии, связанным с переносом энергии по спектру при «дроблении» вихрей. Нижней высокочастотной границей инерционного интервала является область, где спектр определяется скоростью диссипации энергии є и величиной кинематической вязкости v. Из этих величин можно на основании соображений размерности составить линейный масштаб турбулентности, в области которого осуществляется диссипация турбулентной энергии:

$$l_0 = \left(\frac{v^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}.$$
 (1.42)

Вблизи масштаба l_0 , называемого микромасштабом Колмогорова, диссипация является наибольшей. В области масштабов меныцих, чем l_0 , кривая спектральной плотности круто спадает вследствие вязкого вырождения вихрей. В качестве нижней границы инерционного интервала (т. е. границы со стороны высоких частот) принимают величину l'_0 , примерно на порядок бо́лышую, чем колмогоровский микромасштаб l_0 . Уже в области l'_0 влияние вязкости становится существенным. Величина l'_0 в приземном слое атмосферы, как показали экспериментальные исследования, равна примерно 4 мм. В области же масштабов $l'_0 \ll l \ll L_0$ главным фактором является инерционный перенос турбулентной энергии по спектру без потерь.

Следует отметить, что в свободной атмосфере, для которой, как уже указывалось, характерны большие числа Re инерционный интервал достаточно велик. Это подтверждается экспериментальными данными.

Все сказанное выше относится к случаю развитой турбулентности, когда источник турбулентной энергии действует непрерывно, компенсируя потерю энергии за счет диссипации в тепло и других факторов. Если источник энергии перестает действовать, турбулентность вырождается. При этом вырождение турбулентности можно разбить на три стадии: начальную, переходную и конечную.

Если не учитывать термическую стратификацию, то изменение кинетической энергии в нейтрально стратифицированной атмосфере описывается выражением (1.38). В начальной стадии вырождения турбулентности рассеяние энергии под действием вязкости компенсируется притоком энергии со стороны меньших волновых чисел, создаваемым турбулентным перемешиванием. Однако так как источник турбулентной энергии уже не действует, то в конце концов наступает момент, когда поддержание заметного потока энергии от одних волновых чисся исся корутим, сравнимого по величине со скоростью диссипации, становится невозможным. В этой конечной стадии вырождения процессами перераспределения энергии по спектру турбулентности можно уже пренебречь по сравнению с процессами диссипации.

Поток уже перестает быть турбулентным в обычном понимании этого слова: в нем прекращается турбулентное переменивание и имеет место лишь спокойное, «ламинарное» затухание отдельных крупномасштабных возмущений, сохранившихся с того времени, когда в потоке имелась развитая турбулентность [75].

В спектральной теории турбулентности, разработанной для течений в трубах [112], энергетический спектр в конечной стадии вырождения определяется выражением

$$S(\Omega, t) \sim \Omega^4 e^{-2\nu\Omega^2 t}. \tag{1.43}$$

При этом закон вырождения интенсивности турбулентности выражается соотношением

$$u'^2 \propto t^{-s/2}.$$
 (1.44)

Хотя применимость соотношений (1.43) и (1.44) к атмосфере нуждается в теоретической и экспериментальной проверке, очевидно, что в атмосфере в стадии вырождения вихри малых масштабов будут затухать быстро, в то время как крупные вихри, лишенные возможности передавать свою энергию более мелким вихрям, могут существовать сравнительно длительное время.

7. Взаимодействие осредненных и турбулентных полей температуры и скорости ветра

Как уже указывалось, основным источником турбулентной энергии является энергия основного движения. Интенсивность турбулентности и турбулентный перенос количества движения или каких-либо консервативных примесей в атмосфере определяются не только градиентами скорости основного движения (завих-

ренностью)¹, но и характером взаимодействия завихренности $\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)$ основного потока с завихренностью турбулентных движений $\left(\frac{d\bar{u}'}{dz}\right)$.

Чен различает случай, когда завихренность основного движения мала по сравнению с завихренностью турбулептности в рассматриваемом диапазоне частот (или масштабов), и случай, когда опи сравнимы между собой. В первом случае должно наблюдаться едва заметное взаимодействие и завихренность основного движения выполняет только функцию «перекачки» кинетической энертии среднего движения в энергию турбулептности. Если же завихренность основного движения и завихренность турбулептности. Если же завихренность основного движения и завихренность турбулептного движения сравнимы между собой, то между ними возможно весьма сильное взаимодействие. При определенных условиях это взаимодействие, согласно Чепу, может привести к сильному резонансу.

Заметим, что сильное взаимодействие может наблюдаться в области изломов вертикального профиля скорости вегра. В реальной атмосфере эффект взаимодействия (слабого или сильного) определяется не только вертикальными градиентами средней скорости ветра, по и вертикальными градиентами температуры воздуха.

Рассмотрим спектральные характеристики турбулентности с учетом влияния степени взаимодействия завихренности основного и турбулентных движений. Для определения спектральных характеристик турбулентности используем, следуя в основном работе [34], спектральное уравнение, полученное из уравнений движения и неразрывности с помощью осреднения и разложения в интегралы Фурье.

Это уравнение для равновесной области спектра $\Omega \gg L_0^{-1}$ в предположении локальной однородности турбулентности имеет следующий вид:

$$\varepsilon = 2\nu \int_{0}^{\Omega} \Omega^{2} S(\Omega') d\Omega' - \frac{d\bar{u}}{dz} \int_{\Omega}^{\infty} \tau(\Omega') d\Omega' + F(\Omega) + \beta \int_{\Omega}^{\infty} H(\Omega') d\Omega', \qquad (1.45)$$

где т (Ω') — спектр турбулентного напряжения трения; $F(\Omega)$ — функция, характеризующая перенос энергии турбулентности в диапазоне волновых чисел от нуля

¹ Строго говоря, завихренность гоt \vec{V} (се составляющая вдоль горизонтальной оси у, перпендикулярной основному потоку) определяется формулой гоt $\vec{V} = \frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx}$ Но, поскольку второй член значительно меньше первого, градиент скорости $\frac{du}{dz}$ (сдвиг ветра) часто называют завихренностью. до Ω , т. е. к пульсациям с более высокими волновыми числами; $H(\Omega')$ – спектр вертикального потока тепла; $\beta = \frac{g}{T}$ – параметр плавучести.

Следуя Гейзенбергу, можно принять

$$F(\Omega) = K(\Omega) \cdot 2 \int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^{2} S(\Omega') d\Omega', \qquad (1.46)$$

где

$$K(\Omega) = a \int_{\Omega}^{\infty} \left[S(\Omega') \right]^{1/2} \Omega'^{-3/2} d\Omega'$$
(1.47)

- коэффициент турбулентной вязкости; а - числовой коэффициент.

В случае слабого взаимодействия основного и турбулентного движения в области волновых чисел $\Omega\gg L_0^{-1}$

$$\int_{\Omega}^{\infty} \tau(\Omega') \, d\Omega' = -K(\Omega) \, \frac{d\bar{u}}{dz}, \qquad (1.48)$$

a

$$\int_{\Omega}^{\infty} H(\Omega') d\Omega' = -\alpha K(\Omega) \frac{dT}{dz},$$
(1.49)

где сде а — отношение коэффициентов турбулентного перемешивания для тепла и количества движения.

В случае же сильного взаимодействия основного и турбулентного движения

$$\int_{\Omega}^{\infty} \tau(\Omega') d\Omega' = -K(\Omega) \left[2 \int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^2 S(\Omega') d\Omega' \right]^{1/2}, \qquad (1.50)$$

a

$$\int_{\Omega}^{\infty} H(\Omega') d\Omega' = -\alpha K(\Omega) \left[\int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^2 S_{\tau}(\Omega') d\Omega' \right]^{1/2}, \qquad (1.51)$$

где $S_{_{\rm T}}(\Omega)$ — спектр температурных пульсаций.

Подставив в (1.45) выражения (1.46), (1.48) и (1.49), получим спектральное уравнение для случая слабого взаимодействия основного и турбулентного движения:

$$\varepsilon = 2\left(v + K\left(\Omega\right)\right) \int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^2 S\left(\Omega'\right) d\Omega' + a_1 K\left(\Omega\right), \qquad (1.52)$$

где

$$a_1 = \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 - \alpha\beta \ \frac{dT}{dz}.$$

Решение (1.52) с учетом выражения (1.47) дает

$$S(\Omega) = \left(\frac{8}{9a}\right)^{2/3} (\varepsilon + a_1 \nu)^{2/3} \Omega^{-5/3} \left[1 + \frac{8\nu^3 \Omega^4}{3a^2 (\varepsilon + a_1 \nu)}\right]^{-4/3}$$
(1.53)

Как видим, в случае слабого взаимодействия характер энергетического спектра описывается законом «минус пять третей». Влияние неоднородностей полей средней температуры и средней скорости ветра, определяемое величиной a_1v , проявляется в изменении величины диссипации энергии турбулентности. Градиенты температуры и средней скорости ветра создают дополнительный источник энергии.

Сильное взаимодействие основного и турбулентного движения может наблюдаться только в области масштабов турбулентности, соизмеримых с масштабами изменений средних полей температуры и скорости ветра или бо́лыших. Поэтому можно ограничиться рассмотрением интервала волновых чисел $L_0^{-1} \ll \Omega \ll l_0^{-1}$

Для этого интервала волновых чисел можно пренебречь влиянием вязкости. Подставив в (1.45) выражения (1.46), (1.50) и (1.51), получим

$$\varepsilon = K(\Omega) \cdot 2 \int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^{2} S(\Omega') \, d\Omega' + \frac{d\bar{u}}{dz} K(\Omega) \left[2 \int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^{2} S(\Omega') \, d\Omega' \right]^{1/2} - - \alpha \beta K(\Omega) \left[\int_{0}^{\Omega} {\Omega'}^{2} S_{\tau}(\Omega') \, d\Omega' \right]^{1/2}.$$
(1.54)

Предположив, что в указанной выше области волновых чисел взаимодействие между основным и турбулентным движением играет бо́льшую роль, чем взаимодействие между вихрями разных масштабов, можно пренебречь функцией $F(\Omega)$. Решение (1.54) при указанных предположениях и с учетом (1.47) дает следующее выражение для энергетического спектра:

$$S(\Omega) = \frac{\varepsilon}{a \frac{d\bar{u}}{dz}} \left(1 + \frac{\beta N}{\varepsilon \frac{dT}{dz}}\right) \Omega^{-1}.$$
 (1.55)

где N – скорость выравнивания температурных неоднородностей. Сделанное предположение выполняется для волновых чисел

$$\Omega \ll \frac{d\bar{u}}{dz} \left[\frac{\varepsilon}{a \frac{d\bar{u}}{dz}} \left(1 + \frac{\beta N}{\varepsilon \frac{dT}{dz}} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$
(1.56)

Из (1.55) следует, что сильное взаимодействие основных и турбулентных полей температуры и скорости встра приводит к изменению формы энергетического спектра по сравнению с формой спектра для условий, когда выполняется закон «минус пять третей».

Заметим, что сделанное выше предположение о локальной однородности в принципе применимо и в случае, когда вертикальные градиенты скорости ветра меняются с высотой.

Панчев и Сираков [197], развивая идеи о роли взаимодействия осредненных и турбулентных полей температуры и скорости ветра в формировании спектров пульсаций, показали, что форма спектра зависит от знака и величины безразмерного параметра

$m = \beta N / \epsilon \gamma$.

(1.57)

В случае положительного значения вертикального градиента температуры γ , когда m > 0, модуль показателя степени в спектральном законе для инерционного интервала, в который включен интервал плавучести, больше 5/3 и возрастает с увеличением m, достигая значения 3 для m > 10. Более подробно вопрос о влиянии устойчивой термической стратификации на форму спектра рассмотрен в главе 4.

В случае отрицательного значения γ , когда m < 0, в спектре образуется своего рода «ступенька» с последующим (для области меньших волновых чисел) переходом к наклону спектра с показателем степени в спектральном законе, равным $-\frac{5}{3}$. «Ступеньки» в спектре, как показали расчеты Панчева и Сиракова, особенно резко выражены в спектре пульсаций температуры.

Глава 2

МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

1. Самолет как средство исследования атмосферной турбулентности

Характерной особенностью методов исследования турбулентности в приземном слое является то, что измерительные приборы устанавливаются на специальных сооружениях (вышках, мачтах и т. п.), неподвижных относительно земли.

Движения воздуха, измеренные такими приборами, в системе координат, связанной с землей, являются абсолютными. Для измерения скорости воздуха на больших высотах используются шары-зонды, хорошо увлекаемые воздушным потоком. Измеряя с земли скорость перемещения шаров радиолокационным или другими методами, можно определить скорость самого воздушного потока.

Самолет как устройство, измеряющее движения в атмосфере, занимает некоторое промежуточное положение: с одной стороны, его можно использовать как «платформу» для размещения измерительных приборов, с другой стороны, самолет увлекается воздушным потоком и в этом смысле сам является измерительным прибором.

Очевидно, что самолет тем лучше увлекается атмосферными движениями, чем больше масштаб этих движений; и наоборот, для очень мелкомасштабных движений самолет является как бы неподвижной или, что одно и то же, движущейся с постоянной скоростью «платформой».

Атмосферная турбулентность характеризуется наличием неупорядоченных движений самых различных масштабов, одни из которых хорошо увлекают самолет, другие практически не воздействуют на самолет как целое.

Большинство экспериментальных данных о турбулентности в свободной атмосфере получено с помощью специально оборудованных летающих лабораторий.

Для измерения средних значений основных метеорологических параметров самолеты — летающие лаборатории оборудуются электрометеорографами, приборами, позволяющими получить количественные термодинамические характеристики той среды, в которой существуют турбулентные движения.

В следующих параграфах рассмотрены самолетные методы измерения характеристик собственно турбулентности.

Аппаратура, реализующая эти методы измерения характеристик, как правило, не является серийной.

При изложении самолетных методов исследования турбулентности используется принятая в аэродинамике система координат, связанная с центром тяжести самолета.

Ось х совпадает с направлением полета и называется продольной осью самолета, ось у для горизонтально летящего самолета направлена вертикально вверх, а ось z (поперечная) перпендикулярна плоскости xoy.

2. Метод, использующий реакцию самолета на атмосферный порыв (перегрузочный метод)

Самолет, попадая в зону с развитой турбулентностью, испытывает воздействия со стороны возмущенного потока и начинает колебаться, испытывая перегрузки (болтанку)¹. Сам факт возникновения болтанки при полете самолета в возмущенном потоке привел к мысли об использовании данных об ее интенсивности для оценки интенсивности атмосферной турбулентности. Величина перегрузок измеряется в этом случае специальными приборами — акселерометрами.

Простейший однокомпонентный акселерометр, изображенный на рис. 2.1, представляет собой инертную массу *m*, подвешенную на пружине *П* к корпусу



прибора. Акселерометр снабжен демпфером Д, который противодействует перемещению массы *m* относительно корпуса прибора с силой, пропорциональной скорости этого перемещения. Уравнение свободного движения акселерометра имеет вид

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + D\frac{dx}{dt} + kx = 0, \qquad (2.1)$$

где D — коэффициент демпфирования; k — жесткость пружины; x — смещение нижнего конца пружины от положения, соответствующего m = 0. Характер затухающих колебаний изменяется в зависимости от степени демпфирования. В критически задемпфированной системе при $D_{\rm kp} = 2 \sqrt{mk}$ затухание будет апериодическим, при D = 0 возникнут незатухающие колебания с частотой $\omega_0 = \left| \frac{k}{m} \right|$. Как правило,

Рис. 2.1. Схема акселерометра.

у акселерометров $0 < D < D_{\rm kp}$. В состоянии покоя на пружину акселерометра с вертикальной рабочей осью действует сила F = mg, поэтому

$$x_0 = \frac{m}{k}g. \tag{2.2}$$

При движении акселерометра вертикально с постоянным ускорением и имеем

х

$$x = x_0 + \Delta x = \frac{m}{k}(g+a),$$
 (2.3)

откуда

$$\Delta x = \frac{m}{k}a. \tag{2.4}$$

При воздействии на акселерометр периодической внешней силы в нем возникают вынужденные колебания с частотой, равной частоте воздействия. Частот-

¹ Перегрузкой самолета называется отношение $n = \frac{A}{G}$, где A – подъемная сила, G – вес самолета. Очевидно, что в спокойном горизонтальном полете с постоянной скоростью n = 1. Обычно перегрузки измеряются в долях ускорения силы тяжести g.

28

ная характеристика акселерометра равномерна на частотах от нуля до ω₀, а затем спадает. Акселерометр «заваливает» частоты бо́льшие, чем частота его собственных колебаний.

У современных самолетных акселерометров собственные частоты лежат в пределах 8-14 Гц.

Кроме механических, существуют акселерометры, использующие пьезоэлектрический эффект. Пьезоэлектрические акселерометры имеют более высокую собственную частоту и обладают хорошей чувствительностью.

Изучение атмосферной турбулентности с помощью самолета можно вести в различных планах. Во-первых, можно изучать пространственные характеристики зон, при полете в которых самолет испытывает болтанку, длительность существования этих зон, их связь с полями осредненных метеорологических параметров и т. д. При таком «макроскопическом» подходе к изучению турбулентности ее интенсивность принимается равной интенсивности болтанки, а последняя оценивается по балловой системе, подразделяясь на слабую, умеренную, сильную и очень сильную. Естественно, что такие оценки являются в основном качественными и в них, в частности, не учитываются различия реакции самолета на порывы разной формы.

Во-вторых, можно изучать микроструктуру турбулентности. При этом предметом изучения являются уже количественные характеристики турбулентных пульсаций в атмосфере и, следовательно, необходимо осуществлять возможно более строгий переход от реакции самолета на гурбулентный порыв к параметрам самого порыва, иными словами, самолет в этом случае становится уже измерителем турбулентности.

Строго говоря, прибором для измерения турбулентности служит система самолет – акселерометр. Этот прибор имеет вполне определенную полосу пропускания по масштабам воздействий. Самолет воспринимает воздействия возмущений различных масштабов, как воздействия различных частот. Частота воздействий определяется масштабом возмущений и скоростью полета самолета.

Турбулентность в атмосфере имеет очень широкий спектр масштабов. Поэтому, говоря о самолете как измерителе турбулентности, надо помнить, что с помощью этого измерителя можно изучать хотя и довольно широкий, но все же ограниченный участок спектра.

Перегрузки, испытываемые самолетом в возмущенном воздушном потоке, существенно зависят от типа самолета и от режима его полета. Для того чтобы судить по перегрузкам самолета об истинных величинах скоростей турбулентных порывов ветра, необходимо иметь какие-то пути перехода от перегрузок центра тяжести или другой точки конструкции самолета, где установлен измерительный прибор, к скорости порыва, т. е. получить расчетным или опытным путем аналитическую, графическую или табличную зависимость, связывающую эти две величины.

Наиболее строгим аналитическим путем перехода от реакции самолета на порыв к характеристикам самого порыва является использование уравнений динамики самолета, с помощью которых можно связать показания установленного на самолете измерительного прибора (акселерометра) с воздействующим на самолет турбулентным порывом. При этом, конечно, в систему динамических уравнений должно входить и уравнение акселерометра.

Используя метод малых возмущений, можно описать поведение самолета линейными (точнее, линеаризированными) дифференциальными уравнениями.

Известно, что если какая-либо динамическая система может быть описана дифференциальным уравнением, а также если воздействие на систему может быть записано аналитически, то, решая это уравнение, правая часть которого описывает воздействие, мы получим полную картину поведения системы. Однако аналитическое решение такого уравнения не всегда возможно. Если даже система описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами и с простой правой частью, решение такого уравнения связано со значительными трудностями при порядке выше четвертого, так как при этом корни характеристического уравнения уже не выражаются в радикалах.

В теории гармонического анализа существуют методы, позволяющие судить о поведении системы, не решая дифференциального уравнения. Функция, связывающая реакцию линейной динамической системы на воздействие с самим воздействием, называется передаточной и может быть определена как отношение преобразования Лапласа X(s) для величины на выходе системы к преобразованию Лапласа F(s) для воздействия f(t) на ее входе. При замене оператора Лапласа s на $j\omega$ определение сохраняет силу. В этом случае передаточная функция $\Phi(j\omega)$, или, как ее иначе называют, комплексный коэффициент усиления, приобретает вполне определенный самостоятельный физический смысл. Ее модуль не что иное, как коэффициент усиления по амплитуде для каждой отдельной. гармонической составляющей.

Определение передаточных функций систем с большим числом степеней свободы требует очень громоздких вычислений и стало возможным лишь при использовании электронных вычислительных машин. Применяя методы гармонического анализа, можно решить и обратную задачу, т. е., зная реакцию системы на какое-либо воздействие, найти само воздействие.

При исследовании атмосферной турбулентности задача ставится именно таким образом, однако в этом случае воздействие турбулентных порывов на самолет, а следовательно, и реакция самолета на порыв (перегрузка) являются случайными функциями времени.

На эти случайные функции можно наложить некоторые ограничивающие предположения. Будем считать, что исследуемый процесс (атмосферная турбулентность) является квазистационарным случайным процессом, иными словами, что вид функции распределения вероятности не зависит от смещения начала отсчета вдоль оси времени.

Спектральная теория стационарных случайных процессов, разработанная Хинчиным, позволяет распространить методы гармонического анализа на изучение случайных процессов. При этом предметом изучения является не индивидуальный, вполне определенный колебательный процесс, а закон распределения вероятности различных вариантов протекания такого процесса.

Результаты экспериментальных исследований атмосферной турбулентности для решения многих как теоретических, так и прикладных задач удобнее всего представить в виде корреляционных и структурных функций или энергетических спектров (см. главу 1).

Если на линейную динамическую систему воздействует стационарный случайный процесс f(t), то, зная энергетический спектр этого процесса $S_{\text{вх}}(\omega)$ и передаточную функцию системы $\Phi(j\omega)$, можно вычислить энергетический спектр реакции системы на воздействия $S_{\text{вкл}}(\omega)$:

$$S_{\text{Bbix}}(\omega) = S_{\text{Bx}}(\omega) |\Phi(j\omega)|^2.$$
(2.5)

Для решения обратной задачи, т. е. для определения спектральной плотности (энергетического спектра) воздействия, можно записать

$$S_{\rm BX}(\omega) = S_{\rm BLIX}(\omega) |\Phi(j\omega)|^{-2}.$$
(2.6)

Этот очень важный вывод теории стационарных случайных процессов и был положен в основу метода получения энергетического спектра турбулентности с помощью самолета. Величина $|\Phi(j\omega)|^{-2}$ для каждой конкретной частоты ω_i представляет собой числовой множитель k_{ω_i} ; следовательно,

$$S_{\text{BX}}(\omega_i) = S_{\text{BLIX}}(\omega_i) k_{\omega_i}.$$
(2.7)

Вычисление передаточной функции такой сложной системы, как самолет, производится при определенных ограничивающих допущениях. Первым из них является допущение о малости колебаний самолета около устойчивого режима горизонтального полета, что позволяет решать линейную задачу.

Если не учитывать упругих свойств самолета, то для вычисления передаточной функции можно воспользоваться выведенной Юдиным [133] системой уравнений, описывающей колебания самолета в турбулентной атмосфере.

При выводе уравнений предполагалось, что полет происходит без вмешательства летчика в управление самолетом и что невозмущенный режим полета является горизонтальным.

Передаточная функция для упругого самолета была вычислена на ЭЦВМ по программе, составленной Кузнецовым. Основные идеи этой программы заклюяаются в следующем. Колебания самолета, моделируемого системой упругих балок, разлагаются в ряд по системе ортогональных функций, которые являются формами собственных колебаний самолета в пустоте; по данным формам, пользуясь гипотезой стационарности, определяются аэродинамические силы и коэффициенты уравнений движения самолета. Движение самолета рассматривается при воздействии вертикального порыва ветра, интенсивность которого изменяется в пространстве по синусоиде с длиной волны, равной *L*. Частота воздействия ю такого порыва на самолет, летящий со скоростью *v*, определяется как

$$\omega = \frac{2\pi v}{L}.$$
 (2.8)

При воздействии порыва заданной частоты с фиксированной амплитудой определяется установившееся движение самолета; при этом определяются максимальные амплитуды перегрузок. На рис. 2.2 представлены передаточные функции для перегрузок в различных сечениях фюзеляжа упругого самолета. Соответствующие сечения показаны на контуре самолета.

Из рис. 2.2 отчетливо видно, что самолет по-разному реагирует на порывы различных частот (масштабов). Самолет, как известно, хорошо увлекается движениями больших масштабов и, следовательно, не реагирует на эти движения сколько-нибудь заметной перегрузкой. В пределе при полете в потоке с вертикальной составляющей скорости нулевой частоты самолет приобретет соответствующую вертикальную составляющую скорости и не будет испытывать никакой перегрузки. Передаточная функция $\Phi(0)$ будет поэтому равна нулю. По мере увеличения частоты воздействия самолет все лучше и лучше реагирует на порыв перегрузкой, что соответствует плавному нарастанию значений передаточной функции в интервале частот от нуля до ω_1 . В области высоких частот передаточная функция жесткого самолета практически не меняется.

2) турбулентность «заморожена», и поэтому можно, считая скорость самолета V во время измерительного режима постоянной, перейти от масштаба времени к масштабу длины (от частоты ω рад/с к волновому числу Ω рад/м = $= \frac{\omega \text{ рад/с}}{V \text{ м/с}}$;

3) самолет с установленным на нем акселерометром является линейной системой, и поэтому применимо соотношение

$$S_w(\Omega) = |\Phi(j\Omega)|^{-2} S_u(\Omega), \qquad (2.10)$$

которое легко получить из формулы (2.6).

Аппаратура, реализующая метод, подразделяется на два комплекта: бортовой и наземный. Вся обработка ведется на земле в стационарных условиях.



Рис. 2.3. Функциональная схема метода получения энергетического спектра атмосферной турбулентности.

На рис. 2.3 представлена функциональная схема метода.

Сущность метода заключается в следующем. Перегрузки, испытываемые самолетом, измеряются прибором, имеющим электрический выход, кодируются частотно-импульсным модулятором и записываются на магнитную ленту. При обработте (на земле) запись воспроизводится, декодируется в дешифраторе импульсов и подается на вход спектрального анализатора. В схему спектрального прибора включается электрическая модель величины, обратной квадрату модуля передаточной функции системы самолет – акселерометр. Напряжение на выходе каждого фильтра умножается на коэффициент

$$k_{\omega_i} = |\Phi(j\omega_i)|^{-2} \,. \tag{2.11}$$

Затем выходы всех каналов коммутируются в определенной последовательности на электронный индикатор. Использование системы магнитной памяти позволяет изменять масштаб времени и совмещать полосы частот исследуемого процесса и спектрального прибора. Описанный выше метод является по самой своей природе статистическим, поэтому для его применения требуется статистически устойчивый ряд измерений, т. е. достаточно длительная реализация в условиях, когда применима гипотеза стационарности. При этом индивидуальные (в частности, экстремальные) значения скорости порывов не могут быть выявлены из конечного результата.

Как следует из приведенного выше описания метода, сигнал, содержащий информацию о перегрузке, подвергается многочисленным преобразованиям и

34

спектральной обработке; кроме того, в схему вычислений вводится умножение на величину, обратную квадрату модуля передаточной функции, определенной аналитически с некоторыми допущениями. Поэтому основными источниками ошибок метода являются:

во-первых, все блоки измерительной, преобразовательной и обрабатывающей аппаратуры;

во-вторых, сам переход от перегрузки к порыву, т. е. передаточная функция системы самолет – акселерометр.

Кроме того, так как передаточная функция вычислена для горизонтального полета без вмешательства летчика в управление самолетом, само это вмешательство, если оно имеет место, является дополнительным источником ошибок.

Средняя квадратическая относительная ошибка измерения амплитуды вертикальной перегрузки равна ±0,01.

Частотные искажения, вносимые измерителем перегрузок, носят систематический характер и учитываются передаточной функцией системы самолет – акселерометр.

Система магнитной памяти, состоящая из частотно-импульсного модулятора, записывающего магнитографа, воспроизводящего магнитографа и демодулятора, вносит относительную среднюю квадратическую ошибку, равную ±0,06, причем в основном эта ошибка определяется неравномерностью движения магнитной ленты в магнитографах (так называемой детонацией).

Спектральная аппаратура, применяемая для статистической обработки, — спектрометр инфразвуковых частот (СИЧ) — состоит из блоков, производящих с аналоговым сигналом ряд последовательных операций: усиление, разложение на гармоники, квадратическое детектирование и осреднение. Время осреднения одинаково для всех каналов, однако если считать амплитуду каждого выделенного фильтром колебания за независимое измерение, то оказывается, что осреднение по количеству этих измерений зависит от средней частоты пропускания соответствующего фильтра. Поэтому средняя квадратическая погрешность для спектра с учетом ошибок, вносимых измерителем перегрузок и системой магнитной памяти, является функцией частоты. Для наименьшей частоты она будет равна ± 0.08 , а для максимальной частоты ± 0.01 .

Ошибки в определении передаточной функции обусловлены тем, что передаточная функция для самолета вычисляется теоретически при определенных упрощающих предположениях. Естественно, что передаточная функция реального самолета отличается от теоретически вычисленной. Для проверки правильности определения передаточной функции и оценки получающейся ошибки, измерения на самолете производились в двух точках конструкции, причем были выбраны такие точки, для которых вычисленные аналитические передаточные функции существенно различаются. Спектры перегрузок, полученные экспериментально, как и следовало ожидать, сильно отличаются друг от друга, однако после введения в расчет передаточных функций соответствующих точек конструкции полученные спектры вертикальных порывов хорошо согласуются между собой. Относительная разность полученных значений не превышает ± (0,2 ÷ 0,3).

Ошибки, вызванные вмешательством летчика в управление самолетом, не поддаются аналитическому определению, поэтому измерения проводятся, как правило, с зажатыми рулями управления. Если все же летчик при полете в турбулентном потоке был вынужден вмешаться в управление самолетом, при обработке данных измерений исключались участки записей, во время которых,

по данным установленных на самолете приборов, отклонение руля высоты превышало 1°.

Измерения на самолетах позволяют найти наряду со статистическими характеристиками турбулентности также и скорости индивидуальных порывов воздуха. .При расчетах используются соотношения между скоростью порыва и реакцией на него самолета, которые находятся из уравнений динамики полета. Так, Дубов [41] с помощью системы уравнений Юдина получил следующую формулу для определения скорости вертикального порыва w (м/с):

$$w = \frac{2G/S\,\Delta n}{c_y^{\alpha}\rho_{II}v_i} + g\int_{i_0}^{i}\Delta n\,dt - \frac{v_i \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_H}}}{205,2}\Delta\theta.$$
(2.12)

Здесь G — полетный вес самолета (кг); S — площадь крыльев (м²); $\Delta n = n - 1$ — прирашение перегрузок в долях ускорения силы тяжести g; $c_y^{\alpha} = \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}$ — производная коэффициента подъемной силы \dot{c}_y по углу атаки α ; ρ_0 и ρ_H — плотность воздуха на уровне 760 мм рт. ст. и на высоте полета H соответственно; v_i — индикаторная (т. е. приведенная к давлению 760 мм рт. ст.) скорость (км/ч); $\Delta \theta$ — отклонение угла тангажа (°). Второе слагаемое в формуле (2.12) равно вертикальной скорости, приобретаемой самолетом в результате увлечения его порывом.

Как показал Дубов, формула (2.12) может быть использована и в тех случаях, когда пилот вмешивается в управление самолетом. Это делает ее очень удобной, поскольку в зоне сильной болганки проводить полет с зажатым управлением невозможно.

При выводе формулы (2.12) был сделан ряд упрощающих предположений, а именно было принято, что горизонтальные порывы ветра отсутствуют, самолет является абсолютно жестким и, наконец, что аэродинамические коэффициенты, входящие в (2.12), во время полета в зоне, где есть вертикальные потоки, не меняются.

Наибольшие погрешности вносит пренебрежение горизонтальными порывами ветра.

Оценим приближенно эти погрешности, предполагая самолет жестким.

Подъемная сила самолета

$$A = c_y \frac{\rho v^2}{2} S,$$
 (2.13)

а перегрузка самолета

$$n = \frac{A}{G} = c_y \frac{S}{G} \frac{\rho v^2}{2}.$$
 (2.14)

Поскольку *п* является функцией только α и *v*, изменение перегрузки опишется выражением

36

$$\Delta n = \frac{1}{2} \rho \frac{S}{G} \left(v^2 c_y^{\alpha} \Delta \alpha + 2c_y v \Delta v \right).$$
(2.15)

Очевидно, что формула (2.15) верна лишь в предположении, что внутри порыва воздуха самолет не успевает приобрести заметную скорость в направлении порыва. Поскольку в этом случае $\frac{w}{v} = \Delta \alpha$, то

$$\Delta n = \frac{1}{2} \rho \, \frac{Sv}{G} \left(w c_y^{\alpha} + 2c_y \, \Delta v \right). \tag{2.16}$$

Первое слагаемое в формуле (2.16) соответствует перегрузке, возникающей из-за воздействия вертикального порыва *w*, а второе — перегрузке, возникающей вследствие изменения воздушной скорости Δv , которое, например, может быть вызвано горизонтальным порывом воздуха. Отношение перегрузки за счет гори-



Рис. 2.4. Функциональная схема прибора для получения w по формуле Дубова.

зонтального порыва со скоростью Δv (Δn_r) к перегрузке в вертикальном порыве со скоростью w (Δn_n) равно

$$\frac{\Delta n_{\rm r}}{\Delta n_{\rm n}} = \frac{2c_y \,\Delta v}{c_y^{\rm ew}} \tag{2.17}$$

 $\Delta n_{\rm B}$ $C_{\rm y}^{2W}$ Величина $\frac{\Delta n_{\rm r}}{\Delta n_{\rm B}}$ обычно составляет от 5 до 25%.

Аппаратура, реализующая метод вычисления скоростей турбулентных порывов по формуле Дубова, значительно проще, чем аппаратура для получения спектра турбулентности, и устанавливается непосредственно на самолете. Как видно из формулы (2.17), наряду с измерением Δn_y для получения вертикальной скорости воздуха необходим учет увлечения самолета порывом, т. е. нужно проинтегрировать вертикальную перегрузку по времени:

$$v_{y} = g \int_{0}^{t} \Delta n \, dt + c \,. \tag{2.18}$$

Будем считать c = 0, т. е. до начала воздействия порыва на самолет последний летел горизонтально. Это соответствует заданию нулевых начальных условий.

Принципы и устройства для интегрирования электрических сигналов широко известны и основаны на интегрирующих свойствах некоторых цепей. Электронный интегратор перегрузок на усилителе с обратной связью по производной был применен авторами при исследованиях турбулентности в горных районах. Специальное устройство, моделирующее формулу Дубова, было впервые использовано при изучении турбулентности во фронтальных зонах. Функциональная схема этого прибора представлена на рис, 2.4. Перегрузка центра тяжести самолета измеряется и преобразуется в электрический сигнал электрическим акселерометром (на схеме — штриховой прямоугольник). Затем напряжение, пропорциональное перегрузке, поступает на интегратор и блок умножения на коэффициент *b*. Коэффициент *b* устанавливается вручную в соответствии с показаниями индикаторных приборов, измеряющих высоту и скорость полета, а также полетный вес (расход топлива).

Поскольку, согласно формуле (2.12), для расчета *w* необходимо учитывать также и колебания угла тангажа, в комплект самолетной так называемой перегрузочной аппаратуры был включен гироскопический датчик отклонений углов тангажа и крена (гировертикаль).

Широкое распространение при расчетах самолетов на прочность получила простая формула, известная под названием формулы норм прочности:

$$_{\rm b} = \frac{2\Delta n \frac{G}{S} \Delta}{k \rho_0 c_{\rm w}^{\alpha} v_i},$$

(2.19)

где $\Delta = \frac{\rho_H}{\rho_0}$ – относительное уменьшение плотности на высоте полета; k –

коэффициент, характеризующий плавность нарастания скорости в порыве.

W₂₀

Формула (2.19) применима для оценки скоростей так называемых эффективных порывов, причем порыву априори приписывается вполне определенная конфигурация, чаще всего трапеция. При этом считается, что самолет воспринимает атмосферный порыв как воздействие внешней силы, но не успевает приобрести заметную скорость в направлении действия силы за то время, пока она действует на него. Формула (2.19) дает заниженные скорости в тех случаях, когда самолет увлекается порывом. Об этом следует помнить при использовании многочисленных данных об эффективных порывах для изучения атмосферной турбулентности.

3. Метод, использующий измерения абсолютной и относительной скорости самолета (допплеровский метод)

Летящий самолет перемещается в воздушном потоке, который сам движется относительно земли. При изучении атмосферной турбулентности для определения скорости ветра и флуктуаций горизонтальной составляющей турбулентных пульсаций необходимо знать мгновенные значения скорости и направления движения самолета относительно земли и скорости перемещения самолета относительно окружающего воздуха.

Для измерения вектора скорости самолета в системе координат, связанной с землей, применяются приборы, использующие эффект Допплера. Эффектом Допплера называется явление изменения частоты колебаний, излученных некоторым источником и воспринимаемых приемником, наблюдающееся при взаимном относительном перемещении источника и приемника. Эффект Допплера наблюдается и в том случае, когда источник и приемник расположены в одном и том же месте, но приемник воспринимает не прямой, а отраженный сигнал. При этом эффект Допплера наблюдается при взаимном относительном перемещении приемопередатчика и отражающего объекта. Самолетные допплеровские станции излучают колебания узким направленным лучом в сторону земли,

38
и по изменению частоты отраженного сигнала определяют скорость перемещения самолета относительно земли.

В системе координат, связанной с землей, эта скорость является абсолютной скоростью самолета. Если бы направление на отражающий объект (землю) совпадало с направлением полета самолета, то частота колебаний f_a , принимаемых приемником, определялась бы соотношением

$$f_{a} = f_{0} \left(1 + \frac{2v_{a}}{c} \right) = f_{0} + F_{\pi}.$$
 (2.20)

Здесь f_0 — частота излучаемых колебаний; v_a — скорость полета самолета (абсолютная); c — скорость света; F_a — допилеровская частота, равная

$$F_{\mu} = \frac{2v_{a}}{c} f_{0} = \frac{2v_{a}}{\lambda}, \qquad (2.21)$$

где λ – длина волны передатчика.

В действительности направление луча составляет с направлением полета самолета некоторый угол у; следовательно,

$$F_{\mu} = \frac{2v_{a}}{\lambda} \cos \gamma \,. \tag{2.22}$$

Формула (2.22) не учитывает того факта, что воздушная среда, в которой перемещается самолет, сама движется относительно земли. В общем случае направление полета самолета не совпадает с направлением смещения воздушной массы. Это приводит к тому, что направление абсолютного движения самолета не совпадает с его продольной осью и отличается на некоторый угол β , называемый углом сноса. Для того чтобы определить β , надо иметь возможность изменять направление луча, точнее сказать, направление его проекции в горизонтальной плоскости. Когда горизонтальная проекция луча совпадет с направлением абсолютного движения самолета, допплеровская частота F_{μ} будет максимальной. Выражение (2.22) правильнее представить в виде

$$F_{\mu,\max} = \frac{2v_{\rm a}}{\lambda} \cos\gamma.$$
 (2.23)

Угол между горизонтальной проекцией луча и продольной осью самолета и будет равен углу сноса β. Зная направление продольной оси самолета в какойлибо, например географической, системе координат, можно полностью определить вектор абсолютной скорости самолета в этой системе координат.

На рис. 2.5 представлена функциональная схема однолучевого допплеровского измерителя путевой скорости и угла сноса самолета (ДИСС). Передатчик генерирует синусоидальные колебания частотой f_0 , которые через антенный переключатель поступают в антенну и излучаются ею по направлению к земле. Отраженные от шероховатостей земной поверхности колебания, имеющие допплеровский сдвиг по частоте, воспринимаются антенной и через антенный переключатель поступают на смеситель приемника. На смеситель через антенный переключатель поступают также ослабленные прямые колебания передатчика с частотой f_0 . В результате взаимодействия этих колебаний на выходе смесителя образуется напряжение разностной, т. е. допплеровской, частоты F_{a} , которое затем усиливается усилителем.

Усиленный сигнал допплеровской частоты поступает на специальную следящую систему, которая воздействует на систему поворота антенны таким образом, чтобы луч повернулся в горизонтальной плоскости по направлению вектора путевой скорости. При этом допплеровская частота $F_{\rm A}$ будет максимальной; измеритель частоты преобразует $F_{\rm A, max}$ в сигнал, пропорциональный путевой скорости $v_{\rm a}$, а измеритель угла поворота луча выдает сигнал, пропорциональный углу между горизонтальной проекцией луча и продольной осью самолета углу сноса β .

Описанный выше принцип измерения v_a и β с помощью одного поворачивающегося луча не нашел практического применения из-за малой точности изме-



с. 2.5. Функциональная схема однолучевого допплеровского измерителя путевой скорости и угла сноса (ДИСС).

рения путевой скорости и угла сноса. В настоящее время применяются многолучевые допплеровские измерители скорости и сноса (ДИСС). Принцип действия многолучевых ДИСС основан на том, что определяются составляющие вектора путевой скорости в линейной системе координат, связанной с самолетом, и по ним автоматически вычисляется модуль вектора путевой скорости v_a и угол сноса β. Подробное описание принципа действия и устройства допплеровских измерителей скорости и сноса дано в работе [43].

В авиации допплеровские измерители скорости и сноса, как правило, используются в комплексе с навигационными вычислителями и курсовыми системами, образуя допплеровские навигационные системы (ДНС). Основной задачей ДНС является счисление пройденного самолетом пути.

В настоящее время разработано большое число типов ДИСС и ДНС, отличающихся друг от друга числом лучей, их формой, режимами излучения, методами измерения допплеровских частот и т. д. В табл. 2.1 приведены некоторые основные характеристики ряда зарубежных допплеровских измерителей и допплеровских навигационных систем.

Интерес представляют приведенные в этой таблице данные о точности определения путевой скорости самолета (для некоторых систем — составляющих вектора полной скорости) и угла сноса. Для современных, достаточно совершенных Таблица 2.1

	Характерист	Число лучей ан системы (шт	Установка ан системы	Частота перед (МГц)	Режим излучен	Длительность пульсов (мкс	Частота повт импульсов (к	Пределы изм скорости (км	Пределы изм вертикальноі ставляющей ста (м/с)	Ошибіка опре, скорости (в 1 тах от макс ного показани лы; результа реднены на равном 18,5 к
ł	аки	тенной .)	тенной	а́тчика	КИ	-ми (орений Гц)	(рсния /ч)	скоро-	целения процен- жималь- ия шка- лы ос- этапе, см)
Основные данные зарубежных /	AN/APN 66, AN/APN-81	4	Поворотная. Устано- влена на стабилизи- рованной плат- форме	- 0088	Импульсный	6,0	50 при модуляции ±2,4	130—1300, путевая скоростъ	Не измеряет	±0,2, путевая скорость
	AN/APN-78	3	Фиксиро- ванная	6616	Квазиим-: пульсный		15,6-125	92-55, продольная составляю- щая ско-	рости ± 15	±0,7, про- дольная со- ставляющая скорости
	AN/APN-79	ŝ	Фиксиро- ванная	13 500	Непрерыв- ный	1	l	185—2200, продольная составляю- щая скоро-	сти Не измеряет	±0,7, про- дольная со- ставляющая скорости
дисс и днс	AN/APN-96	4	Поворотная. Установлена на стабили- зированной платформе	8800	Квазиим- пульсный	1,25-3	83-200	140—1400, путевая скорость	Не измеряет	±0,1, путе- вая скорость
	AN/APN-67	7	Фиксиро- ванная	13 500	Непрерыв- ный		I	148 — 1480, путевая скорость	Не измеряет	+0,25, путе- вая скорость
	AN/APN-105	ŝ	Фиксиро- ванная	6626	Квазиим- пульсный	1	4 - 125	185—2780, продольная составляю- щая скоро-	сти ± 250	±0,7, про- дольная со- ставляющая скорости
	AD-2000	4	Поворотная, нестабилизи- рованная	8800	Импульсный	0,45	50	185 — 1300, путевая скорость	Не измеряет	+0,1, осред- ненная на этапе, равном 185 км, путевая скорость

ение табл. 2.1	AD-2000	± 20	0,1		21 000 120	24	108,5
Продолж	AN/APN-105	Измеряет поперечную составляю- щую скоро- сти		±0,5 при точности за- дания курса 0,25 ⁵	24 000 0	850	29,3
	AN/APN-67	+ 40		±0,5 при точности за- дания курса 0,1°	21 000 0	006	82
	AN/APN-96	± 30	±0,15	1	21 000 60	400	78,8
	AN/APN-79	Измеряет поперечную составляю- шую скоро- сти	Точность из- мерения по- перечной со- ставляющей скорости ±0,7%	±0,5 при точности за- дания курса 0,25°	21 000 0	8.50	76,5
	AN/APN-78	Измеряет поперечную составляю- щую скоро- сти	Точность из- мерения по- перечной со- ставляющей скорости ±0,7%	0,4 при точ- ности зада- ния курса 0,25°	7500 0	600	45
	AN/APN-66, AN/APN-81	1+ 1+	±0,15	1 – гиромагнитным компасом, 0,5 – аст- рокомпасом (для AN/APN-66)	21 000 150	AN/APN-66: по по- стоянному току 91- 205 Вт, по перемен- ному току 2620- 205 В.А; АN/APN-81: по постоянному току 67-95 Вт, по пере- менному току 1660- 1760 В.А	AN/APN-66: 338; AN/APN-81: 173
	Характеристики	Пределы измерения угла сноса (°)	Точность измерения угла сноса (°)	Ошибка определения места самолета (в процентах от прой- денного расстоя- ния) Предельные высоты	(м): максимальная минимальная	Потребляемая мощ- ность (Вт)	Bec (Kr)
•				42			

ДИСС вероятная относительная оппибка определения путевой скорости при полете над сушей может составлять ±0,002 максимального значения. Ошибки определения угла сноса самолета лежат в пределах ±0,15°.

Для исследования горизонтальной компоненты атмосферной турбулентности необходимо иметь возможность измерить мгновенные значения вектора ветра. Для этого, кроме путевой скорости и угла сноса самолета, нужно измерять воздушную скорость самолета v и направление продольной оси самолета в гео-





графической системе координат. Для измерения воздушной скорости самолета применяются манометрические датчики скорости, использующие зависимость между скоростью перемещения самолета относительно воздуха и возникающим при этом динамическим скоростным напором:

$$\Delta p = \rho \, \frac{v^2}{2},\tag{2.24}$$

где Δp – скоростной напор, т. е. разность между динамическим и статическим давлением; р – плотность воздуха на уровне полета самолета; *v* – относительная (воздушная) скорость полета самолета.

Современные измерители воздушной скорости производят вычисление зависимости

1

$$\rho = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\Delta pRT}{p_{cT}}}.$$
(2.25)

Для этого в измеритель воздушной скорости вводится, кроме информации о скоростном напоре Δp , информация о статическом давлении $p_{\rm cr}$ и температуре наружного воздуха *Т*. Выдаваемая измерителем (датчиком) воздушной



скорости величина v численно равна скорости смещения самолета относительно воздуха и направлена вдоль продольной оси самолета.

На рис. 2.6 изображен векторный треугольник скоростей. Элементами этого треугольника, который иногда называют навигационным, являются: *v* — воздушная скорость самолета, ψ — курсовой угол, *u* — скорость ветра, δ — направление ветра, δ_ψ — курсовой угол ветра, *v*_a — путевая скорость самолета, β — утол сноса. Основные зависимости между элементами навигационного треугольника

выражаются соотношениями:

$$(v_a \cos \beta - v)^2 + v_a^2 \sin^2 \beta = u^2, \qquad (2.26)$$

$$\delta = \psi + \delta_{\psi}, \qquad (2.27)$$

$$\delta_{\psi} = \arctan \frac{v_{\rm a} \sin \beta}{v_{\rm a} \cos \beta - v}, \qquad (2.28)$$

$$\delta = \frac{\pi}{2} + \varphi, \qquad (2.29)$$

где

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{v_a \cos\left(\psi + \beta\right) - v \cos\psi}{v_a \sin\left(\psi + \beta\right) - v \sin\psi},$$
(2.30)

$$u = [v_a \sin(\psi + \beta) - v \sin\psi] \cos\varphi + [v_a \cos(\psi + \beta) - v \cos\psi] \sin\varphi. \quad (2.31)$$

Как указывалось выше, допплеровский измеритель скорости и сноса (ДИСС) и датчик воздушной скорости (ДВС) в сочетании с гироскопической курсовой системой позволяют непрерывно определять v_a , β , v и ψ . Знание этих величин дает возможность решить навигационный треугольник относительно параметров вектора ветра u и δ . При создании аппаратуры, автоматически решающей эту задачу, оказалось удобнее преобразовать выражения (2.26) – (2.31) к виду, удобному для выполнения вычислений с помощью автоматических устройств:

$$u = v_{\rm a} \left| \sqrt{1 + \left(\frac{v}{v_{\rm a}}\right)^2 - 2 \frac{v}{v_{\rm a}} \cos \beta} \right|,$$
 (2.32)

$$\delta = \psi + \arctan \frac{v_a \sin \beta}{v_a \cos \beta - v}$$
(2.33)

$$u_z \sin \varphi - u_x \cos \varphi = 0, \qquad (2.34)$$

$$u_z \cos \varphi + u_x \sin \varphi = u, \qquad (2.35)$$

$$u_{x} = v_{a}\cos\left(\psi + \beta\right) - v\cos\psi, \qquad (2.36)$$

$$u_z = v_a \sin(\psi + \beta) - v \sin\psi. \qquad (2.37)$$

На рис. 2.7 представлена функциональная схема одного из вариантов устройства, непрерывно измеряющего текущие значения вектора ветра. В основу

принципа действия устройства положены уравнения (2.36), (2.37), (2.34), (2.35) и (2.29). Решение уравнений (2.26) и (2.27) не нуждается в пояснениях, так как все входящие величины задаются соответствующими датчиками. Эти уравнения являются независимыми, и решение каждого из них заключается в последовательном выполнении входящих в них операций. Как видно из функциональной схемы, эти операции выполняются при помощи функциональных узлов, производящих сложение (вычитание) и синусно-косинусное преобразование. Такого рода функциональные узлы являются типовыми и используются в аналоговых вычислительных устройствах.

Уравнения (2.34) и (2.35) взаимосвязаны, и их следует решать совместно. Для определения *и* и б необходимо задать величину ф. Эта величина вырабатывается узлом 13.

Для пояснения работы схемы предположим, что *ф* задано произвольно. При этом

$$u_z \sin \varphi - u_x \cos \varphi \neq 0, \qquad (2.38)$$

т. е. на выходе узла 12 появится величина, отличная от нуля. Назначение узла 13 состоит в том, чтобы изменять ф до тех пор, пока сигнал на выходе узла 12 не станет равным нулю, т. е. пока не будет решено уравнение (2.34). Решение уравнений (2.35) и (2.29) ясно из функциональной схемы без дополнительных пояснений.

Таким образом, описанный выше метод позволяет измерить вектор скорости ветра и его флуктуации, используя измерения векторов абсолютной и относительной скорости самолета. Следует также добавить, что на практике применяются несколько более сложные системы, которые, кроме вектора ветра, позволяют получать его составляющие в самолетной системе координат. Последнее необходимо при сопоставлении с данными о флуктуациях горизонтальной составляющей воздушной скорости самолета, измеряемых методами, принципиально выделяющими продольную (в самолетной системе координат) составляющую.

4. Метод, использующий измерения пульсаций скорости набегающего потока (термоанемометрический метод)

Принципиальное отличие этого метода от описанного выше состоит в том, что в нем самолет используется не как датчик, а лишь как «платформа» для установки аппаратуры. Конечно, и в этом случае необходимо тщательно учитывать собственное поведение самолета в турбулентной атмосфере, однако теперь оно превращается из объекта изучения в некоторый мешающий фактор.

Одним из методов, использующих самолет в качестве измерительной платформы, является термоанемометрический метод. Термоанемометр давно стал наиболее широко применяемым прибором при проведении исследований в аэродинамических трубах [112] и в приземном слое атмосферы. В работе [46] описана методика применения термоанемометров при исследовании турбулентности в приземном слое атмосферы, а также приведены основные результаты, полученные с их помощью. В качестве самолетного этот метод начал применяться совсем недавно [18, 19]. Принцип действия термоанемометра основан на зависимости теплоотдачи нагретой нити, помещенной в поток жидкости или газа перпендикулярно его направлению, от скорости потока (так называемый закон Кинга):

$$Q = l(T_w - T_0)(K + 1/2\pi K \rho dc_p v), \qquad (2.39)$$

где Q — потеря тепла нитью в единицу времени; l — длина нити; d — се диаметр; T_w — температура нити; T_0 — температура потока; K — коэффициент теплопроводности потока; ρ — плотность среды; c_p — теплоемкость среды; v — скорость потока. Во всех практических схемах термоанемометров нить нагревается электрическим током, и поэтому, связывая теплоотдачу нити Q с током силой i или напряжением U, приложенным к нити, можно переписать закон Кинга в виде

$$U^2 = A + B \left| \sqrt{v} \right| \tag{2.40}$$

где коэффициенты A и B определяются параметрами нити (ее длиной, диаметром, материалом) и являются, кроме того, функциями температуры T_0 и плотности ρ воздуха.

При исследованиях турбулентности атмосферы самолетный термоанемометр используется для измерения мелкомасштабных пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра (продольной относительно направления полета). В отличие от экспериментов в трубах, где нить, как правило, неподвижна, самолетный термоанемометр движется, вообще говоря, произвольно относительно направления ветра на данной высоте полета, причем средняя скорость набегающего на нить потока определяется лишь режимом полета и никак не связана со средней скоростью ветра. Поэтому самолетный термоанемометр в принципе не может измерять среднюю скорость ветра (эта задача решается описанными выше методами), а измеряет лишь среднюю воздушную скорость самолета и ее пульсации (предполагается, что нить расположена перпендикулярно продольной оси самолета).

Можно, однако, показать, что в определенной области масштабов пульсации воздушной скорости самолета целиком обусловливаются пульсациями горизонтальной компоненты скорости ветра. Действительно, из анализа уравнений, описывающих продольное движение самолета [133], вытекает, что крушномасштабные пульсации ветра увлекают самолет, меняя его путевую скорость (скорость относительно земли), тогда как воздушная скорость остается постоянной. Наоборот, мелкомасштабные пульсации ветра не могут увлекать самолет в силу его инерционности и создают поэтому пульсации воздушной скорости полета. Самолет, таким образом, характеризуется некоторой функцией, которая показывает реакцию самолета на воздействие горизонтальных пульсаций ветра в зависимости от их масштабов. Пример такой функции, называемой продольной передаточной функцией самолета, показан на рис. 2.8, где Δv – пульсации воздушной скорости, Δu – продольные пульсации скорости ветра, а L- пространственный масштаб пульсаций. Очевидно, что самолетный термоанемометр может без искажений измерять горизонтальные пульсации скорости ветра с масштабами от нуля до некоторого значения L_{гр} (так, для самолета ТУ-104 $L_{\rm rp} \approx 1 \div 2$ km).

В турбулентной атмосфере существуют пульсации скорости ветра всех направлений. Покажем, что самолетный термоанемометр измеряет лишь пульсации, продольные относительно направления полета. Свяжем с центром тяжести

самолета систему координат xyz так, чтобы ось x совпадала с направлением полета, ось y – с направлением силы тяжести, а ось z была перпендикулярна плоскости xoy. Пусть нить термоанемометра будет расположена параллельно оси z. Тогда термоанемометр будет измерять величину любого вектора скорости v, расположенного в плоскости xoy, т. е. перпендикулярного нити. Очевидно, что составляющая v_x вектора v есть мгновенная воздушная скорость самолета, а v_y соответствует вертикальным порывам ветра. (Здесь предполагается, что самолет находится в установившемся, горизонтальном режиме полета.) Поэтому \bar{v}_x равно средней воздушной скорости, а \bar{v}_y равно, вообще говоря, нулю.

Допустим, что на самолет воздействовал продольный (по оси x) порыв с амплитудой $+\Delta v_x$. Тогда прибор измерит величину скорости, равную $\bar{v}_x + \Delta v_x$.



Рис 2.8 Продольная передаточная функция самолета.

Если же самолет встретился с вертикальным порывом величиной $\Delta v_y = \Delta v_x$, то будет измерена скорость, равная

$$\left[(\bar{v}_x)^2 + (\Delta v_y)^2 \right]^{1/2}. \tag{2.41}$$

Величина измеренной пульсации скорости в первом случае равна, очевидно, Δv_x , тогда как во втором случае она равна

$$\{ \left[(v_x)^2 + (\Delta v_y)^2 \right]^{1/2} - \bar{v}_x \}$$
(2.42)

и стремится к нулю при $\bar{v}_x/\Delta v_x \to \infty$. Таким образом, при достаточно большой средней воздушной скорости \bar{v}_x термоанемометр практически измеряет лишь продольные пульсации Δv_x и почти не реагирует на вертикальные порывы Δv_y . Например, при $\bar{v}_x = 200$ м/с, что соответствует скоростям самолетов типа TV-104, вертикальный порыв ветра с амплитудой 5 м/с будет зарегистрирован как пульсация величиной 0,05 м/с. Заметим еще, что если приведенное рассуждение справедливо для нити, расположенной параллельно оси *y*, то практически следует располагать нить именно вдоль оси *z*, так как в этом случае собственные движения самолета в плоскости тангажа (*хоу*) не сказываются на качестве измерения.

Практические схемы термоанемометров можно разделить на два основных типа: схема постоянного тока и схема постоянной температуры. В первом случае нить нагревается током, величина которого не зависит от скорости, а измеряется температура нити, вернее, сопротивление нити. Во втором случае именно температура (или сопротивление) остается постоянной, тогда как нагревающий

48

ток для поддержания постоянства температуры нити изменяется в зависимости от скорости. Термоанемометр постоянной температуры обладает целым рядом преимуществ по сравнению со схемой постоянного тока, и главным из них является гораздо лучщая частотная характеристика, что особенно важно при исследовании потоков с большими скоростями. Так как термоанемометр, установленный на современном самолете, всегда будет работать в скоростном потоке ($\bar{v} \ge 100$ м/с), то лучше использовать схему постоянной температуры. На рис. 2.9 показана блок-схема такого прибора.



Рис. 2.9. Блок-схема термоанемометра постоянной температуры.

Принцип действия термоанемометра постоянной температуры состоит в следующем. Пусть при некоторой постоянной скорости потока измерительный мост M (состоящий из сопротивления R нити термоанемометра, регулируемого сопротивления R_p и постоянных сопротивлений R_1 и R_2) находится в балансе. Это означает, что напряжение U, питающее мост M, обеспечивает такую величину тока через нить, при которой ее сопротивление $R = \frac{R_1 R_2}{R_p}$ и между точками a

и б моста нет разности напряжений. При изменении скорости v сопротивление нити R изменится, и на входе регулирующего усилителя постоянного тока УПТ появится напряжение «ошибки», так как мост M разбалансируется и между точками a и б появится разность напряжений. Это повлечет за собой изменение выходного напряжения U усилителя УПТ, а следовательно и тока, протекающего через нить. Нить изменит свою температуру, значит и сопротивление, как раз настолько, чтобы восстановить баланс моста. Регулируемое сопротивление $R_{\rm p}$ служит для того, чтобы задавать нужную температуру (сопротивление) нити, которая автоматически поддерживается прибором в течение всего эксперимента.

Одной из главных особенностей использования термоанемометра на самолете является непостоянство термодинамических характеристик исследуемого потока. При изменении высоты полета от нуля до 10–12 км температура и плотность воздуха существенно меняются, и это нужно учитывать, проводя измерения. Вообще говоря, можно, протарировав данную нить на земле при постоянных температуре T_0 и плотности воздуха ρ и различных значениях v, определить коэффициенты A и B в формуле (2.40), а затем, зная зависимость этих коэффициентов от T_0 и ρ [18], вычислить поправки к A и B по измеренным T и ρ на данной высоте полета. Такая методика представляется очень заманчивой, поскольку прибор становится абсолютным, а средняя воздушная скорость

самолета измеряется независимым методом. Однако в настоящее время эта методика практически неприменима. Во-первых, функциональная зависимость A и B от T_0 и ρ достаточно сложна, и поэтому введение поправок без использования автоматических решающих устройств очень трудоемко. Во-вторых, точность современных самолетных методов измерения T_0 и ρ совершенно недостаточна для корректного вычисления поправок. И в-третьих, нить термоанемометра обычно настолько недолговечна, что время наземной тарировки часто превышает время ее «жизни». Поэтому при использовании термоанемометра на самолете приходится применять следующий прием. Заметим прежде всего, что сама по себе величина средней воздушной скорости \bar{v} нужна лишь для определения «рабочей точки» на характеристике термоанемометра (2.40) и является в этом смысле величиной вспомогательной. Для изучения пульсаций необходимо знать лишь чувствительность прибора, определяемую выражением

$$\alpha = \left(\frac{dU}{dv}\right)_{\bar{r}},\tag{2.43}$$

которое дает тангенс угла наклона характеристики прибора в рабочей точке \bar{v} . Дифференцируя (2.40) по v, найдем

$$\alpha = \frac{dU}{dv} = \frac{B}{4U/v}.$$
(2.44)

В то же время из (2.40) следует, что $B = \frac{U^2 - A}{\sqrt{v}}$. Заметим, что A равно, во-

обще говоря, некоторому U_{0}^{2} , если положим в (2.40) v = 0. Окончательно имеем

$$\alpha = \frac{dU}{dv} = \frac{U^2 - U_0^2}{4Uv}.$$
 (2.45)

Таким образом, для определения α необходимо знать напряжение питания нити U при данной средней скорости полета \bar{v} , напряжение питания нити U₀ при нулевой воздушной скорости и величину \bar{v} . Величина U как раз и измеряется термоанемометром, а \bar{v} достаточно точно определяется с помощью стандартных самолетных приборов. Сложнее обстоит дело с величиной U₀, так как невозможно, конечно, получить нулевую воздушную скорость самолета. Поэтому необходимо при установке термоанемометра на самолете размещать нить в специальной стойке [18], которая позволяет по команде экспериментатора убирать нить из рабочего положения в защитный кожух, изготовленный таким образом, чтобы скорость воздуха в нем равнялась нулю. Описанная методика позволяет прямо в воздухе на данной высоте (и следовательно, при данных T_0 и ρ) проводить своеобразную тарировку прибора, что очень удобно.

Необходимо подчеркнуть, что самолетный термоанемометр может быть использован лишь для исследования турбулентности в ясном небе, так как механическая прочность применяемых нитей не позволяет проводить измерения в облаках. Несмотря на это серьезное ограничение, термоанемометр позволяет получить ценную информацию о микроструктуре поля ветра благодаря хорошей частотной характеристике и высокой разрешающей способности по масштабам. Он существенно расширяет спектр изучаемых горизонтальных пульсаций скорости ветра. Использование термоанемометра необходимо при измерении пульсаций температуры на скоростных самолетах.

Когда в набегающем на нить потоке существуют пульсации температуры, для поддержания температуры нити постоянной прибор вырабатывает пульсирующий ток и, следовательно, «выдает» ложные пульсации воздушной скорости. В то же время при измерениях самих температурных пульсаций, особенно на скоростных самолетах, пульсации скорости потока создают пульсации температуры торможения. Наличие двух приборов — термоанемометра и пульсационного термометра — позволяет внести в их показания взаимные коррективы. Подробнее этот вопрос рассмотрен ниже при описании метода измерения пульсаций температуры.

Самолетный термоанемометр, разработанный Винниченко [18], имеет следующие основные характеристики: датчиком является платиновая проволока диаметром 20 мкм (или из платинированного вольфрама, диаметр 18 мкм); длина нити около 2 мм; рабочая температура нити 250–400° С. Датчик работает при скоростях полета до 200 м/с на высотах от нуля до 20000 м в ясном небе. Масштабы измеряемых пульсаций от 10 м до 1–2 км. Чувствительность (в диапазоне скоростей полета 100–200 м/с) 50–70 мВ м⁻¹ · с. Точность измерения пульсаций скорости (при использовании стандартных самолетных датчиков для измерения средней воздушной скорости) 10%. Прибор снабжен автоматической стойкой для размещения датчика, которая может быть установлена на любом герметичном дозвуковом самолете.

5. Метод, использующий измерения давления в различных точках обтекаемого потоком тела

Для измерения скорости перемещения самолета в воздухе (воздушной скорости) используются манометрические измерители в сочетании с трубкой Пито. Как известно, трубка Пито имеет отверстие, направленное параллельно продольной оси самолета навстречу набегающему воздушному потоку. Другое отверстие (или система отверстий) расположено сбоку трубки, там, где давление равно статическому. Разность динамического и статического давления пропорциональна квадрату скорости набегающего потока. С помощью трубки Пито измеряют проекцию скорости на направление полета. Для измерения вектора скорости в аэродинамических трубах используются анемоклинометры – сферические насадки с системой динамических отверстий в той полусфере, которая направлена навстречу основному потоку.

Пахомов [79] использовал анемоклинометр при измерениях вектора воздушной скорости на самолете в облаках. Подобную аппаратуру применила Бёрнс [147] при исследованиях турбулентности в ясном небе на высотах до 300 м над Великобританией и Северной Африкой.

Чувствительный элемент самолетного анемоклинометра также представляет собой сферический насадок с системой отверстий на полусфере, направленной навстречу набегающему потоку.

Самолетный анемоклинометр имеет две пары отверстий, расположенных в вертикальной и горизонтальной плоскости симметрично относительно центрального отверстия, воспринимающего, подобно динамическому отверстию трубки Пито, давление полного скоростного напора. На рис. 2.10 схематически показан разрез насадка в плоскости *хоу* (*x* – продольная ось самолета, *y* – вертикальная). Давление *p* на входе отверстия определяется выражением

$$p = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \left[1 - \frac{9}{4}\sin^2(\varphi_0 + \Delta \varphi) \right], \qquad (2.46)$$

где p_0 — статическое давление; ρ — плотность воздуха; v — скорость набегающего потока; $\phi_0 + \Delta \phi$ — угол между радиусом-вектором, соединяющим центр отверстия с центром сферы, и вектором скорости набегающего потока. Продольная



Рис. 2.10. Схематический разрез насадка анемоклинометра в плоскости хоу.

составляющая воздушной скорости измеряется обычным способом как разность полного напора, воспринимаемого центральным отверстием, и статическим давлением. Если воспользоваться формулой (2.46), подставив в нее $\phi_0 = 0$ и $\Delta \phi = 0$, то получится известное соотношение

$$\Delta p = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \tag{2.47}$$

Для того чтобы выполнялось условие $\Delta \varphi = 0$, весь насадок перед началом измерения ориентируется по направлению скорости набегающего потока. Можно показать, что при средней скорости набегающего потока, равной 200 м/с, что соответствует воздушной скорости самолета ТУ-104, перпендикулярный этой скорости порыв величиной 10 м/с отклонит мгновенный вектор воздушной скорости на угол, меньший 3°. Опибка в определении продольной составляющей воздушной скорости не превысит 0,5%. Как показано в работе [79], разность давлений на входе вертикальной и горизонтальной пары отверстий пропорциональна соответственно вертикальной и поперечной составляющим вектора воздушной скорости. Для измерения разности давлений используются дифференциальные

манометры с электрическим выходом. Самолетный анемоклинометр может быть снабжен счетно-решающим устройством, вводящим поправки на плотность воздуха, изменение угла тангажа и увлечение самолета воздушным порывом. На выходе счетно-решающего устройства получаются истинные величины составляющих вектора воздушной скорости. Результаты измерений регистрируются оптическим самописцем. Инструментальная точность измерения продольных и вертикальных пульсаций скорости ветра составляет около 10% [147]. Из-за собственных поперечных колебаний самолета типа «голландский шаг» измерения поперечных пульсаций скорости ветра с помощью анемоклинометра невозможны.

6. Метод, использующий измерения угла атаки (метод флюгера)

Для измерения пульсаций вертикальной составляющей скорости ветра на самолете иногда используется флюгер угла атаки. Сущность метода состоит в том, что вертикальные пульсации скорости ветра приводят к пульсациям угла атаки самолета.

Для измерения мгновенных значений угла атаки используется специальный флюгер, устанавливаемый на выносной штанге впереди носа самолета на расстоянии 1,5–2,0 м. Благодаря малой инерционности флюгер реагирует на сравнительно мелкомасштабные порывы, амплитуды которых настолько малы, что их воздействие не приводит к «болтанке» самолета.

Очевидно, что для вычисления скорости вертикальных порывов по показаниям флюгера α необходимо принять во внимание движение самого самолета в вертикальной плоскости. Во-первых, необходимо учесть мгновенное положение самолета, т. е. его угол тангажа θ . Во-вторых, нужно исправить показания флюгера на вертикальную скорость самолета v_y , если он будет увлекаться порывом. В-третьих, необходимо учесть возможное вращение самолета вокруг поперечной оси, которое будет приводить к появлению фиктивной скорости порыва.

Окончательно для вычисления пульсаций вертикальной составляющей скорости ветра *u*, можно пользоваться формулой

$$u_{y} = (\alpha - \theta) v - v_{y} - l\theta', \qquad (2.48)$$

где v — истинная средняя воздушная скорость; l — расстояние от центра тяжести самолета до флюгера; θ' — скорость изменения угла тангажа (угловая скорость вращения самолета).

Величина v_{y} определяется интегрированием вертикальной перегрузки самолета (см. п. 2 настоящей главы). Для получения θ и θ' используют обычный и дифференциальный гироскопы. Очевидно, что приведенная формула учитывает и все поправки на любые действия пилота по управлению самолетом. Это особенно существенно, так как при попадании в интенсивную болтанку пилот обычно энергично влияет на поведение самолета.

Следует отметить, что практическое применение описанного метода может быть успешным лишь при автоматизации процесса вычисления u_y , поскольку в противном случае обработка становится недопустимо громоздкой.

Точность измерения вертикальных пульсаций скорости ветра с помощью флюгера угла атаки составляет по Ридланду 10%.

7. Метод, использующий измерения скорости звука (акустический метод)

Для самолетных исследований тонкой структуры атмосферной турбулентности используется также акустический метод. Известно, что скорость распространения звука в потоке жидкости или газа зависит от его скорости. Этот физический закон положен в основу приборов, называемых ультразвуковыми (или акустическими) анемометрами. С помощью акустических анемометров были получены фундаментальные результаты, касающиеся природы турбулентности в приземном слое атмосферы [75]. Сравнительно недавно удалось использовать акустический анемометр для изучения пульсаций скорости ветра на самолете [59].

Датчик самолетного акустического анемометра состоит из всенаправленного излучателя ультразвуковых колебаний и двух пар микрофонов, расположенных симметрично относительно излучателя вдоль вертикальной у и поперечной z осей самолета. Измеряя пульсации скорости распространения звука от излучателя к микрофонам, можно определить пульсации скорости ветра по соответствующим осям.

В системе координат *хуг* (в центре системы находится излучатель, ось *х* соответствует продольной оси самолета, ось *y* – вертикальной, а ось *z* – поперечной) вектор скорости набегающего на самолет потока может быть разложен на составляющие v_x , v_y и v_z . Величина v_x есть мгновенная воздушная скорость самолета, а v_y и v_z – вертикальная и поперечная пульсации скорости ветра соответственно. Обозначим координаты приемных микрофонов через (0, *l*, 0) и (0, *-l*, 0) для пары, расположенной вдоль вертикальной оси, и через (0, *o*, *l*) и (0, 0, *-l*) для пары, расположенной вдоль горизонтальной оси *z*. Время распространения звука от излучателя к микрофону (0, *l*, 0) равно

$$t_1 = \frac{l[(c^2 - v_n^2)^{1/2} - v_y]}{c^2 - v^2},$$
(2.49)

где $v_n^2 = v_x^2 - v_z^2$, а $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$; *с* – скорость звука.

Аналогично время распространения звуковой волны до симметричного микрофона (0, -l, 0) равно

$$t_2 = \frac{l\left[\left(c^2 - v_n^2\right)^{1/2} + v_y\right]}{c^2 - v^2}.$$
 (2.50)

Разность $t_1 - t_2$ и будет, очевидно, характеризовать вертикальные пульсации скорости ветра (по оси у), так как

$$_{1} - t_{2} = -\frac{2lv_{y}}{c^{2} - v^{2}},$$
(2.51)

откуда

$$v_{y} = (t_{2} - t_{1}) \frac{c^{2} - v^{2}}{2l}.$$
 (2.52)

Такое же соотношение справедливо и для пары микрофонов, расположенных вдоль поперечной оси *z*, которые, следовательно, измеряют поперечные пульсации скорости встра. К сожалению, акустический анемометр, установленный на самолете, не позволяет измерять продольные пульсации скорости встра, так как микрофон, расположенный впереди излучателя (по оси *x*) «затеняет» его.

54

а турбулентный шум, возникающий в следе за микрофоном и излучателем, мещает работе второго микрофона.

Акустический анемометр успешно применяется на самолетах типа ЛИ-2 и ИЛ-14 для исследования турбулентности на высотах от 50 до 4000 м. Прибор включает устройство, автоматически вводящее поправки на колебания самолета в плоскости тангажа (*хоу*) и на увлечение самолета вертикальными порывами.

Пока еще нет опыта использования акустических анемометров на скоростных высотных самолетах и неясно, какие тут могут возникнуть технические и методические трудности.

Прибор обладает следующими характеристиками: несущая ультразвуковая частота 100 кГц; верхний предел частотной характеристики 0,5 кГц; масштабы измеряемых пульсаций от 100 см до 1 км (для самолетов типа ИЛ-14). Точность измерения вертикальных пульсаций скорости ветра около 10%. Поперечные пульсации ветра не могут быть корректно измерены акустическим методом из-за сильного искажающего влияния рыскания самолета (см. п. 5 настоящей главы).

8. Гироскопические приборы для определения положения самолета в пространстве

Все методы исследования атмосферной турбулентности с помощью самолета требуют пцательного учета собственного положения самолета в пространстве и его колебаний около этого среднего положения. В одних случаях, когда самолет используется как «датчик», эти данные являются полезным «сигналом», несущим информацию о состоянии атмосферы (перегрузочный метод), а в других случаях, когда самолет играет роль «платформы» для прибора, его собственные колебания становятся «мещающим» фактором, искажающим измерения (термоанемометр, анемоклинометр, флюгер угла атаки).

Под положением самолета в пространстве понимается относительное угловое расположение системы координат, жестко связанной с самолетом, и системы координат, связанной с землей, т. е. из рассмотрения исключается относительное движение центров систем координат. Угловое расположение самолетной системы координат относительно системы координат, связанной с землей, можно задать с помощью трех углов. тангажа θ , крена ϕ и курса ψ ; θ – угол между продольной осью самолета и плоскостью истинного горизонта, ϕ – угол между поперечной осью самолета и горизонтом, ψ – угол между вертикальной плоскостью, проходящей через продольную ось самолета, и меридиональной плоскостью.

Эти углы определяются на самолете с помощью гироскопических датчиков. Курсовой угол ψ измеряется также с помощью магнитных компасов и астрокомпасов. Как правило, основное внимание при исследовании атмосферной турбулентности обращается на измерение углов тангажа θ и крена φ и их пульсаций. Эти величины измеряются с помощью гироскопического прибора, называемого гировертикалью (рис. 2.11). Гировертикаль регистрирует отклонения продольной *x* и поперечной *z* осей самолета от плоскости истинного горизонта. Работа прибора основана на свойстве свободного гироскопа сохранять неизменным положение оси собственного вращения (расположенной вертикально по оси *y*) относительно мирового пространства. Гироскопом называется быстро вращающийся вокруг своей оси симметрии ротор *1*, подвешенный в двух карданных рамах: внутренней 2 (рама тангажа) и наружной 3 (рама крена). Ось 4 связывает раму 3 с корпусом гироскопа 5, который жестко связан с самолетом. Такой гироскоп имеет три степени свободы, так как ротор может поворачиваться около трех взаимно перпендикулярных осей x, y, z. Карданный подвес 2, 3 позволяет оси ротора сохранять вертикальное положение в пространстве при любых углах тангажа θ и крена φ . Для передачи данных об углах θ и φ на корпусе гироскопа 5 укрепляют потенциометры (или статорные обмотки сельсинов), а на карданном подвесе 2, 3 – движки потенциометров (или роторные обмотки сельсинов). Если самолет изменяет углы тангажа и крена, то соответственно изменяется относительное положение корпуса гироскопа и кардан-



Рис. 2.11. Схема гировертикали.

ных рам, что в свою очередь приводит к изменению выходных напряжений на потенциометрах (или сельсинах) тангажа и крена.

Если для подавляющего болышинства самолетных приборов наиболее существенны показания гиродатчиков тангажа и крена, то для вычислителей вектора ветра необходимы также точные измерения курса ψ , чтобы вычислить истинное направление ветра. Гироскопические приборы, в которых ось вращения гироскопа расположена горизонтально в меридиональной плоскости, называются курсовыми.

В п. 3 настоящей главы приведены формулы для вычисления вектора ветра, в которые входит курсовой угол ψ , измеренный курсовым гироскопом.

В тех случаях, когда угловые перемещения самолета являются «мешающими», иногда оказывается целесообразным помещать измерительные приборы на специальную платформу, положение которой в пространстве стабилизируется с помощью гироскопических систем и не зависит, таким образом, от эволюций самолета. Наиболее распространены платформы, стабилизированные лишь по углам тангажа и крена, т. е. платформы, остающиеся параллельными плоскости истинного горизонта. Такие платформы используются в некоторых допплеровских навигационных системах для стабилизации положения системы (см. п. 3 настоящей главы).

Современные самолетные гировертикали обеспечивают точность измерения углов крена и тангажа, равную $\pm 0,5^{\circ}$, чувствительность не хуже $0,1^{\circ}$ и позволяют следить за угловыми перемещениями самолета, происходящими со скоростями до 360° в секунду.

9. Измерение пульсаций температуры на самолете

Знание структуры температурного поля турбулентности позволяет решать целый ряд теоретических и прикладных задач. Одновременные измерения пульсаций скорости ветра и температуры позволяют определять турбулентные потоки тепла, которые являются важным фактором в энергетическом балансе атмосферы.

Пульсационные термометры широко применяются при исследованиях полей температуры в приземном и приводном слоях. Существуют различные типы пульсационных термометров. В одних датчиками являются термометры сопротивления [5], другие (акустические) используют зависимость скорости распро-

странения звука от температуры среды. Измерения пульсаций температуры на самолете имеют свою особенность, заключающуюся в том, что средняя температура воздуха, относительно которой измеряются пульсации, изменяется с высотой. Поэтому перед началом каждого измерения прибор необходимо выводить на новую рабочую точку [129].

На рис. 2.12 представлена блок-схема одного из вариантов самолетного пульсационного термометра [5]. Проволочный термометр сопротивления R_{τ} , вынесенный в поток за пределы пограничного слоя само-

дова пограни пого слоя само лета, является одним из плеч измерительной мостовой схемы. В диагональ моста включен усилитель Y, усиливающий напряжение разбаланса. Для вывода системы на рабочую точку используется следящая система, состоящая из усилителя мощности YM, мотора M, редуктора P и балансировочного потенциометра R_{per} . Переключатель Π замыкает цепь отработки до начала измерений. Следящая система таким образом следит за средней температурой набегающего потока. Перед началом измерений на горизонтальном участке полета переключатель Π размыкает цепь обратной связи, и с выхода усилителя Y снимается сигнал, пропорциональный отклонению температуры от отработанного среднего значения.

Термометр сопротивления, если не учитывать его нагрев током, измеряет температуру воздуха, находящегося в непосредственном контакте с нитью. Так как измерение происходит при значительной относительной скорости и коэффициент торможения датчика отличен от нуля, в показания прибора следует вводить динамическую поправку на температуру торможения.

При измерениях пульсаций температуры на скоростных самолетах ошибки могут быть значительными. Так, в температурно однородном поле при средней скорости полета 720 км/ч пульсация воздушной скорости в 1 м/с приведет к ложной пульсации температуры в 0,2° С. Наличие на борту термоанемометра позволяет ввести соответствующие поправки.



Рис. 2.12. Блок-схема самолетного пульсационного термометра.

Лабораторные и летные исследования пульсационного термометра и термоанемометра, выполненные Беляевым и Дмитриевым, позволили получить истинные значения пульсации температуры ($\Delta T_{ист}$) и скорости ($\Delta u_{ист}$) при одновременном использовании показаний обоих приборов:

$$\Delta T_{\rm HCT} = \frac{\Delta T_{\rm H3M} - k_1 \Delta u_{\rm H3M}}{1 + k_1 k_2}, \quad \Delta u_{\rm HCT} = \frac{\Delta u_{\rm H3M} + k_2 \Delta T_{\rm H3M}}{1 + k_1 k_2}, \quad (2.53)$$

где $\Delta T_{_{\rm H3M}}$ и $\Delta u_{_{\rm H3M}}$ — измеренные значения пульсации температуры и скорости соответственно; k_1 и k_2 — коэффициенты, определяемые по показаниям приборов для каждой измерительной «площадки».

Вычисление истинных значений ΔT_{uct} и Δu_{uct} производится на ЭВМ совместным решением системы уравнений (2.53).

10. Сводная таблица самолетных методов исследования турбулентности

Рассмотренные выше методы предназначены для измерения турбулентных пульсаций скорости ветра и температуры. В турбулизированном потоке нерав-

Таблица 2.2

					and the second se		
Метод	Изме- ряемый пара- метр ¹	Частотный диапазон (Гп)	Разре- шающая способ- ность по масшта- бам (м)	Чувстви- тельность (м/с)	Диапазон масштабов измеряемых пульсаций (м)	Точ- ность (%)	Ограничения к применению
Перегру-	v	0-(~5)	50	0,5	50 - 5000	15	Нет
Доппле- ровский	x, z	0-(~0,2)	1000	1,0	1000	5	Штилевая водная по-
Термоане- мометри-	x	0,05-(~1000)	5	0,05	10 - 1000	10	верхность Облака, пыль
Анемокли- нометри-	x, y, z	$0 - (\sim 20)$	10	0,2	10 1000	10	Обледене- ние
ческий Флюгера угла	у	0-(~20)	10	0,2	10-1000	10	То же
Акусти- ческий ²	y, z	0-(~10000)	0,1		10-1000	10	Высокоча- стотный
Термомет- рический	T	0,05-(~1000)	5	0,05° C	10-1000	0,5	Нет

Самолетные методы исследования турбулентности

¹ Обозначения даны в самолетной системе координат: ось *x* – продольная, ось *y* – вертикальная, ось *z* – поперечная. ² Характеристики даны применительно к самолетам с воздушной скоростью

² Характеристики даны применительно к самолетам с воздушной скоростью 50-70 м/с. Характеристики остальных методов даны применительно к самолетам с воздушной скоростью 120-200 м/с. номерными являются также поля давления, плотности, влажности и т. д. При наличии в атмосфере консервативной примеси ее распределение во многом определяется структурой поля турбулентности. Движение облачных частиц (как капель, так и кристаллов) в развитом турбулентном потоке также обусловливается турбулентным полем скоростей. Существуют разнообразные методы измерения таких параметров, как пульсации коэффициента диэлектрической проницаемости воздуха, пульсации плотности консервативных примесей и взвесей и т. д., с помощью которых можно изучать структуру турбулентности.

Разработаны и применяются при исследованиях турбулентности самолетные радиорефрактометры. Данные, полученные с их помощью, имеют особую ценность при решении прикладных задач, связанных с распространением электромагнитных волн в турбулентной атмосфере.

В настоящей книге, однако, мы ограничились рассмотрением методов, позволяющих измерить скорости турбулентных движений, и одного из методов измерения пульсаций температуры. В табл. 2.2 приведены сравнительные характеристики самолетных методов, с помощью которых получено большинство результатов, рассмотренных в последующих главах книги.

11. Самолеты – летающие лаборатории

Развитие самолетных методов исследования атмосферы привело к созданию специальных летающих лабораторий, оснащенных измерительной, вычислительной и регистрирующей аппаратурой. Самолеты — летающие лаборатории делятся на комплексные и специализированные. Первые предназначены для изучения динамики и термодинамики атмосферы, ее оптических и электрических характеристик, облаков и атмосферной пыли и т. д., вторые — для изучения определенных атмосферных процессов и явлений.

При проведении самолетных исследований атмосферы приходится преодолевать значительные трудности технического и организационного порядка.

Прежде всего не существует стандартной самолетной аппаратуры для исследований атмосферы. Приходится либо приспосабливать существующие аэронавигационные приборы, либо создавать макеты новых измерительных приборов, либо, наконец, строить комплексы, в которые входят как существующие стандартные приборы, так и макеты, разработанные для проведения серии определенных измерений.

Часть приборов имеет датчики, которые должны выноситься наружу в невозмущенный поток. Для оптимального выбора мест установки наружных датчиков динамические модели летающих лабораторий продуваются в аэродинамических трубах.

Некоторые датчики должны быть определенным образом ориентированы в пространстве. Для этих целей употребляются системы гиростабилизации.

Аппаратура, предназначенная для преобразования сигналов, поступающих от наружных датчиков, а также приборы, не содержащие наружных датчиков, разрабатываются, как правило, самими экспериментаторами. Сравнение результатов экспериментов часто бывает затруднено различиями в характеристиках приборов.

Проблема регистрации и обработки данных тоже еще далека от полного решения. В настоящее время уже широко применяются различные бортовые накопители информации, осциллографические и магнитные. Обработка,

в особенности статистическая, ведется с помощью ЭВМ, однако существенные различия в методах регистрации и подготовки к машинной обработке, отсутствие унифицированных программ для ЭВМ различных типов создают сложности при сопоставлении результатов экспериментов.

Организация летного эксперимента, особенно с использованием нескольких самолетов одновременно, очень сложна. Интенсивное движение самолетов, их эшелонирование ограничивают маневры летающих лабораторий, которым зачастую необходимо в интересах эксперимента пересекать трассы, изменять высоту и скорость полета, совершать полеты в сложных метеорологических условиях. Организация таких полетов требует четкого взаимодействия экипажа и наземных служб.

12. Радиолокационные и оптические методы исследования атмосферной турбулентности

Для исследования турбулентности в атмосфере используются методы радиолокационного прослеживания за поднимающимися или опускающимися объектами. Одним из методов, с помощью которого проводятся исследования тонкой структуры вертикального профиля скорости ветра, является применяемый в СШАметод радиолокационного измерения скорости так называемых «джим-сфер». Джим-сфера представляет собой шар постоянного объема, на поверхности которого расположены специальные отростки, препятствующие его вращению. Радиолокационная система FPS-16 обеспечивает изменение скорости ветра через каждые 25 м высоты.

Метод джим-сфер позволяет обнаруживать слои с большими градиентами скорости, в которых возможно возникновение динамической турбулентности. Однако метод джим-сфер еще не является методом измерения собственно турбулентных движений в атмосфере.

Радиолокационные устройства начали применять для измерения движений в атмосфере сравнительно недавно, и полученные результаты относятся в основном к пограничному слою атмосферы. Однако перспективность радиолокационных методов весьма велика, и в будущем эти методы позволят получать данные о структуре турбулентности и в свободной атмосфере.

Основное отличие радиолокационных методов от самолетных состоит в том, что самолет как измерительный прибор находится непосредственно в потоке, тогда как радиолокатор находится на земле, а в турбулентном потоке располагаются объекты, отражающие радиолокационный сигнал. При исследовании турбулентности в облаках и осадках обычно используются их элементы, при ясном небе рассеиватели вносятся искусственно.

Существует несколько методов измерения движений рассеивателей, основанных на анализе характеристик сигнала, отраженного от некоторого объема, заполненного рассеивателями, хорошо увлекаемыми потоком воздуха.

Первый метод – это метод поимпульсного анализа [35].

Передатчик импульсной некогерентной станции излучает электромагнитные волны узким лучом, который пронизывает облако рассеивателей. Отраженные рассеивателями радиоволны улавливаются антенной станции, однако приемник радиолокатора включается лишь на короткий период времени — в промежутке между посылками зондирующих импульсов. Объем, выделяемый при наблюдении, ограничен диаметром луча и длительностью включения приемника. За время между очередными зондирующими импульсами взаимное расположение рассеивателей внутри выделенного объема изменяется. В связи с этим меняются фазовые соотношения в принятом сигнале и, следовательно, его величина на выходе приемника. Флуктуации амплитуды выходного сигнала определяются относительными скоростями движения рассеивателей внутри выделенного объема, причем с увеличением относительных скоростей растет частота флуктуаций выходного сигнала.

Выделив огибающую выходного сигнала, можно по числу максимумов n за время наблюдения Δt приближенно определить скорость относительного движения рассеивателей

$$u_{\rm S} = \frac{n\lambda}{2\Delta t},\tag{2.54}$$

где λ – длина волны передатчика. При этом требуется, чтобы частота передатчика была достаточно стабильной. Если рассеиватели настолько хорошо увлекаются потоком, что скоростью их гравитационного падения можно пренебречь, то спектр флуктуаций интенсивности радиолокационного сигнала определяется соотношением

$$G(F) = \bar{A}^2 P_T \left(\frac{\lambda F}{2}\right), \qquad (2.55)$$

где F – частота флуктуаций интенсивности сигнала на выходе приемника радиолокатора; \overline{A} – средняя мощность сигнала, отраженного от совокупности рассеивателей; $P_T(u_S) = P_T\left(\frac{\lambda F}{2}\right)$ – распределение проекций относительных скоростей рассеивателей на направление луча.

С помощью импульсного допплеровского локатора можно измерять как среднюю скорость ветра (по средней допплеровской частоте), так и ее флуктуации (по характеру спектра сигнала на выходе фазового детектора допплеровской радиолокационной станции) [68]. Конечно, все это справедливо лишь в том случае, когда рассеиватели хорошо увлекаются потоком. Спектр допплеровских частот связан с распределением проекций абсолютных скоростей рассеивателей на направление луча соотношением

$$G_{\pi}(F) = AP_{T}(F), \qquad (2.56)$$

где $F = \frac{2}{\Lambda} u$.

Сравнение спектров горизонтальной компоненты турбулентности при развитой конвекции, полученных по данным самолетного термоанемометра и импульсно-когерентной радиолокационной станции при использовании дипольных отражателей, показало хорошее согласие полученных результатов [125].

Дальнейшее развитие радиолокационных методов связано с увеличением потенциала станции, что позволит исследовать структуру поля ветра в ясном небе без выпуска шаров или внесения искусственных отражателей до больших высот.

Одним из перспективных методов измерения турбулентности в ясном небе является метод оптической локации с использованием лидаров — лазерных

локаторов. Лидар предназначен для дистанционного исследования атмосферы путем изучения отраженных от различных объектов когерентных оптических сигналов. Объектами для изучения турбулентности в ясном небе являются аэрозоли и мельчайшие частицы пыли, взвешенные в атмосфере. В принципе возможно использование обратного рассеяния от некоторых газов, входящих в состав атмосферы, в частности от углекислого газа CO₂ и водяного пара. При создании методов изучения структуры поля ветра в ясном небе с помощью лидаров можно будет использовать опыт, накопленный при разработке радиолокационных методов. Известно, например, что разрабатывается метод непосредственного измерения градиента скорости движения воздуха по величине допплеровского смещения частоты отраженного сигнала лазера.

Наряду с методами изучения поля скоростей в турбулентной атмосфере в последнее время большое внимание уделяется развитию методов дистанционного обнаружения турбулентных зон в атмосфере с помощью как радиолокационных, так и оптических устройств.

Для обнаружения зон турбулентности в облаках и осадках, т. е. в среде с болышим количеством естественных рассеивателей, используются и некогерентные [35], и допплеровские радиолокаторы [68].

В ясном небе в результате турбулентного перемешивания возникают неоднородности, которые удается обнаружить с помощью импульсных некогерентных станций с высоким потенциалом и с рабочими волнами 3,2 и 10,7 см.

Зоны и слои интенсивной турбулентности удавалось обнаружить в ясном небе с помощью наземных лидаров [150].

При исследованиях турбулентности в ясном небе была установлена тесная связь зон интенсивной турбулентности с горизонтальными неоднородностями в поле температуры. Как показано в работе [101], при горизонтальных градиентах температуры более 6° С на 100 км повторяемость болтанки самолета достигает 85%. Именно с целью заблаговременного обнаружения турбулентных зон в ясном небе в ряде стран ведутся работы по созданию самолетного инфракрасного радиометра.

Методы измерения радиационной температуры физических объектов основаны на использовании законов излучения.

Так как атмосфера является смесью различных газов, то изучаемый объект надо искать среди них. Известно, что излучение газов очень мало, за исключением некоторых спектральных областей (полос поглощения), где газ может считаться практически абсолютно черным телом. В частности, на длине волны 15 мкм углекислый газ СО2 излучает как черное тело. Углекислый газ присутствует в атмосфере на всех высотах, причем концентрация его составляет около 0,03%. Монохроматический инфракрасный (ИК) радиометр на длине волны 15 мкм измеряет радиационную температуру СО2 в непосредственной близости от измерителя. Монохроматический ИК радиометр, настроенный на край полосы поглощения СО2, измеряет среднюю температуру объема воздуха, заключенного в телесном угле оптической системы прибора, с линейной протяженностью тем большей, чем дальше от центра полосы поглощения смещена полоса пропускания фильтра прибора. Измеряя разность радиационных температур в центре полосы поглощения CO2 и на ее крае, можно измерить горизонтальный градиент температуры впереди по курсу самолета. Значение этого прибора для экспериментальных исследований такого сложного явления, как турбулентность в ясном небе очень велико.

Глава 3

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗМЕРЕНИЙ

В последние годы статистический анализ все чаще используется для обработки материалов наблюдений. Статистический характер многих явлений в атмосфере делает такой анализ необходимым, а появление разнообразной вычислительной техники (аналоговой и цифровой) создает реальную возможность для его проведения. Поэтому необходимо хотя бы кратко остановиться на методах статистического анализа и, что не менее важно, на точности получаемых результатов. Нужно отметить, что если сами методы статистического анализа сравнительно хорошо известны, то вопрос о точности получаемых статистических характеристик освещен в метеорологической литературе сравнительно слабо. Это в свою очередь затрудняет (а зачастую делает просто невозможным) сравнение разнородных экспериментальных данных и, кроме того, может приводить к опшибочным выводам о характере явления. Чаще всего в результате статистической обработки получают дисперсии, структурные и корреляционные функции, а также спектральные плотности, которые являются простыми и в то же время наиболее важными характеристиками метеорологических полей.

В настоящей главе изложены методы вычисления спектров метеорологических параметров, а также указаны погрешности, возникающие при этих расчетах. Предпочтение, которое авторы отдают спектрам, объясняется легкостью физической интерпретации спектральных характеристик и сравнительной простотой спектральных преобразований, что особенно важно для практических приложений.

Отметим также, что объем этой книги не позволяет нам останавливаться на выводах большинства приведенных ниже формул. Читатели могут найти их в специальных монографиях [38, 139].

1. Вычисление спектров по непрерывным записям конечной длины

а. Некоторые определения. Хотя основные понятия о статистических характеристиках, описывающих поле случайных скоростей в турбулентном потоке, сформулированы в главе 1, полезно новторить здесь некоторые из них, отвлекаясь, вообще говоря, от связи этих характеристик с турбулентностью.

Функция u(t) называется случайной функцией времени, если ее значение в любой момент времени является случайной величиной, характеризующейся некоторым распределением вероятности. Почти везде в дальнейшем мы будем считать, что случайный процесс, породивший u(t), является гауссовым, т. е. для любого набора t_1, t_2, \ldots, t_n совместное распределение вероятности $u(t_1), u(t_2), \ldots$ $\ldots, u(t_n)$ есть *n*-мерное гауссово (нормальное) распределение. Каждое такое распределение полностью определяется средними значениями $u(t_i)$ и ковариациями

$$R_{ij} = \{ [u(t_i) - u(t_i)] [u(t_j) - u(t_j)] \}.$$

Черта сверху означает осреднение по статистическому ансамблю, т. е. по бесконечному набору функций u(t), каждая из которых является частным проявлением единого случайного процесса. Для удобства положим, что все $\overline{u(t_i)} \equiv 0$. Кроме того, везде далее будем предполагать, что процесс стационарный (т. е. однородный по времени). Тогда

$$R_{ij} = u(t_i) u(t_j) = R(t_i - t_j)$$

Таким образом, стационарный случайный процесс полностью определяется единственной функцией одного переменного $\tau = t_i - t_j$.

Очевидно, однако, что при экспериментальном изучении случайных процессов в атмосфере чаще всего приходится иметь дело с единственной функцией времени, а не с ансамблем функций. Именно поэтому чрезвычайно важно, что осреднение по ансамблю эквивалентно осреднению по времени (так называемая эргодичность) при условии, что процесс является стационарным, гауссовым и имеет нулевое среднее значение и непрерывный энергетический спектр. Иначе говоря, можно записать

$$R(\tau) = \overline{u(t)u(t+\tau)} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u(t)u(t+\tau) dt$$

Хинчин показал, что $R(\tau)$ можно представить в виде Фурье-преобразования¹ от некоторой функции S(f):

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{i2\pi f\tau} df, \qquad (3.1)$$

где

$$S(f) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{+T/2} u(t) e^{-i2\pi f t} dt \right|^2 .$$

Здесь и далее в этой главе $f = \omega/2\pi$. Функция частоты S(f) называется энергетическим спектром рассматриваемого стационарного случайного процесса. Величина S(f)df есть вклад в дисперсию процесса от частот между f и (f + df). Кроме (3.1), существует и обратное преобразование Фурье, которое позволяет выразить энергетический спектр через автокорреляционную функцию

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau.$$
(3.2)

Так как $R(\tau)$ и S(f) являются четными функциями, то (3.1) и (3.2) можно записать в виде:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cos 2\pi f \tau \, df, \qquad (3.3)$$

¹ Под термином «Фурье-преобразование» понимается функция, получающаяся в результате преобразования Фурье.

64

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) \cos 2\pi f \tau \, d\tau$$

или проще

$$R(\tau) = 2 \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\pi f \tau df, \qquad (3.5)$$

$$S(f) = 2 \int_{0}^{\infty} R(\tau) \cos 2\pi f \tau \, d\tau \,. \tag{3.6}$$

б. Методика расчетов. В реальном эксперименте можно получить лишь ограниченное число реализаций функции u(t), каждая из которых имеет конечную длину. Поэтому из имеющихся данных можно получить лишь оценки (т. е. приближенные значения) автокорреляционной функции и энергетического спектра.

Действительно, имея непрерывную запись конечной длины, нельзя оценить значение $R(\tau)$ для τ больших, чем длина записи. Более гого, как будет показано в дальнейшем, обычно нежелательно использовать τ большие, чем 5-10% длины записи.

Таким образом, вместо

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u(t) u(t+\tau) dt,$$

где $R(\tau)$ имеет смысл для всех τ , нужно записать

$$R_{00}(\tau) = \frac{1}{T_n - \tau} \int_{\frac{T_n - \tau}{2}}^{\frac{\tau}{2} - \tau} u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) dt, \qquad (3.7)$$

причем $R_{00}(t)$ имеет смысл только для $|\tau| \leq \tau_m < T_n$ (τ_m – максимальный сдвиг по времени, который желательно использовать); T_n – длина записи.

В силу того что экспериментальная функция $R_{00}(\tau)$ известна лишь для $|\tau| \leq \tau_m$, то, вообще говоря, применить одну из формул (3.2), (3.4) или (3.6) для вычисления S(f) не представляется возможным, так как эти формулы требуют знания $R(\tau)$ для всех τ . В этом случае наиболее естественно считать, что при $|\tau| > \tau_m R_{00}(\tau) = 0$, г. е. задать некоторую функцию $R_i(\tau)$, такую, что

$$R_{i}(\tau) = \begin{cases} R_{00}(\tau) & \text{при} \quad |\tau| \leq \tau_{m}, \\ 0 & \text{при} \quad |\tau| > \tau_{m}. \end{cases}$$
(3.8)

Индекс *i* поставлен для того, чтобы не спутать полученную автокорреляционную функцию ни с истинной $R(\tau)$, ни с экспериментальной $R_{00}(\tau)$.

Функция $R_i(\tau)$ называется модифицированной экспериментальной автокорреляционной функцией. Переход от $R_{00}(\tau)$ к $R_i(\tau)$ осуществляется весьма просто,

3 Зак. 1872

(3.4)

однако, как будет показано в дальнейшем, он довольно сложным образом отражается на виде энергетического спектра, получаемого из $R_i(\tau)$ с помощью преобразования Фурье.

Действительно, формула (3.8) эквивалентна записи

$$R_{i}(\tau) = D_{i}(\tau) R_{00}(\tau), \qquad (3.9)$$

где

$$D_{i}(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad |\tau| \leq \tau_{m}, \\ 0 & \text{при} \quad |\tau| > \tau_{m}. \end{cases}$$
(3.10)

Так как $R_i(\tau)$ известно для всех τ , то можно выполнить преобразование Фурье и получить

$$S_i(f) = Q_i(f) * S_{00}(f), \qquad (3.11)$$

где $Q_i(f) - \Phi$ урье-преобразование от $D_i(\tau)$; $S_{00}(f) - \Phi$ урье-преобразование от $R_{00}(\tau)$, а звездочка означает математическую операцию свертки.¹

Несмотря на то что $S_{00}(f)$ не определено (так как $R_{00}(\tau)$ известно лишь для $|\tau| \leq \tau_m$), можно записать (в силу эргодичности)

$$\mathcal{R}_{i}(\tau) = D_{i}(\tau) R(\tau), \qquad (3.12)$$

где R(т) – истинная автокорреляционная функция. Из (3.12) сразу следует, что

$$\overline{S_i(f)} = \mathcal{Q}_i(f) * S(f), \qquad (3.13)$$

где S(f) - теперь уже истинный энергетический спектр. Расшифровывая символику свертки, можно переписать (3.13) в виде

$$\overline{S_i(f_1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} Q_i(f_1 - f) S(f) df.$$

Как видно из (3.13), среднее значение $S_i(f_1)$ получается с помощью сглаживания (осреднения по частотам) истинного энергетического спектра вблизи f_1 с весами, пропорциональными $Q_i(f_1 - f)$. Естественно поэтому назвать $Q_i(f)$ спектральным окном, а функцию $D_i(\tau)$ – временным окном.

Ясно, что качество оценок энергетического спектра, получаемых с помощью (3.13), в большой степени зависит от вида весовой функции (или спектрального окна) $Q_i(f)$, а следовательно, от выбора временного окна $D_i(\tau)$. Необходимо, таким образом, стремиться не к «простоте» $D_i(\tau)$, а к тому, чтобы Фурье-преобразование от некоторого специально подобранного $D_i(\tau)$ было сконцентрировано вблизи f = 0 и имело малые боковые максимумы (по сравнению с максимумом на частоте f = 0).

' Если заданы функции ϕ_1 и ϕ_2 , то операция свертки этих функций записывается в виде

$$\varphi_1 * \varphi_2 = \Psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(x - y)\varphi_2(y)dy.$$
66

Рассмотрим несколько конкретных примеров функций $D_i(\tau)$ и соответствующих им $Q_i(f)$. Пусть временное окно задано формулой (3.10):

$$D_{1}(\tau) = \begin{cases} 1, & |\tau| \leq \tau_{m}, \\ 0, & |\tau| > \tau_{m}. \end{cases}$$
(3.14)

Индекс і заменен здесь на 1, чтобы показать; что рассматривается первая пара окон.

Тогда

۰.

$$Q_{1}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} D_{1}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau = 2\tau_{m} \frac{\sin 2\pi f \tau_{m}}{2\pi f \tau_{m}}.$$
 (3.15)

Графики функций $D_1(\tau)$ и $Q_1(f)$ показаны на рис. 3.1. Из рис. 3.1 видно, что, казалось бы, простой и естественный выбор $D_1(\tau)$ приводит к сравнительно сложной функции $Q_1(f)$, у которой к тому же первый боковой экстремум отрицателен и составляет почти $\frac{1}{5}$ высоты основного максимума.

Разными авторами предложено несколько типов временных окон $D_i(\tau)$, которые имеют удовлетворительное для практических целей Фурье-преобразование $Q_i(f)$.

Остановимся на двух общепринятых формах задания $D_i(\tau)$. Временное окно $D_2(\tau)$, предложенное фон Ханном, имеет следующий вид:

$$D_{2}(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi \tau}{\tau_{m}} \right), & |\tau| \leq \tau_{m}, \\ 0, & |\tau| > \tau_{m}. \end{cases}$$
(3.16)

Тогда соответствующее спектральное окно $Q_2(f)$ запишется так:

$$Q_2(f) = \tau_m \, \frac{\sin 2\pi f \tau_m}{2\pi f \tau_m} \, \frac{\pi^2}{\pi^2 - (2\pi f \tau_m)^2}.$$
(3.17)

И наконец, предложенное Хаммингом временное окно

$$D_{3}(\tau) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos \frac{\pi \tau}{\tau_{m}}, |\tau| \leq \tau_{m}, \\ 0, |\tau| > \tau_{m} \end{cases}$$
(3.18)

имеет спектральное окно вида

3*

$$Q_3(f) = 1,08\tau_m \frac{\sin 2\pi f \tau_m}{2\pi f \tau_m} \frac{\pi^2 - 0,08 (2\pi f \tau_m)^2}{\pi^2 - (2\pi f \tau_m)^2}.$$
(3.19)

Графики функций D_2 , D_3 и Q_2 , Q_3 показаны на рис. 3.2. Сравнивая графики Q_2 и Q_3 с графиком Q_1 (см. рис. 3.1), отметим прежде всего, что боковые максимумы у Q_2 и Q_3 намного меньше, чем у Q_1 . Величина этих максимумов не превышает 2% высоты основного максимума, тогда как у Q_1 первый боковой максимум почти в 10 раз больше, чем на рис. 3.2.

67



Различия между Q_2 и Q_3 менее заметны и не столь существенны. Укажем лишь, что высота боковых максимумов у Q_2 убывает быстрее, чем у Q_3 . В дальнейшем при расчетах энергетических спектров использованы именно пары (D_2, Q_2) и (D_3, Q_3) . Необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство. В результате умножения экспериментальной автокорреляционной функции R_{00} (τ) на подходящую четную функцию (скажем, на D_2 или D_3) была получена модифицированная экспериментальная автокорреляционная функция $R_i(\tau)$, которая, конечно, далека от истинной автокорреляционной функции. Однако Фурье-преобразование от этой модифицированной функции дает весьма удовлетворительную оценку сглаженных значений истинного энергетического спектра.

в. Устойчивость оценок энергетического спектра. Выше в общих чертах был рассмотрен метод расчета энергетических спектров и приведены формулы, позволяющие получить по экспериментальным данным средние (сглаженные) значения энергетического спектра. Так как число экспериментальных данных ограничено, полученные оценки будут, вообще говоря, отличаться от истинных значений энергетического спектра на некоторую величину, называемую выборочной флуктуацией. Необходимо поэтому знать величину этих флуктуаций, т. е. устойчивость экспериментального спектра. В конечном счете точность полученных результатов можно оценить, зная пределы, в которых с определенной вероятностью будет находиться энергетический спектр.

Прежде чем перейти к количественному анализу устойчивости оценок энергетического спектра, заметим, что все, что было и будет сказано о средних значениях энергетического спектра, справедливо, если изучаемый процесс стационарен, и не зависит от того, является ли он гауссовым или нет. Оценки же устойчивости, строго говоря, справедливы лишь для гауссовых процессов, хотя они приближенно верны и для процессов, не являющихся в точности гауссовыми.

Устойчивость некоторой флуктуирующей величины (например, $S_i(f_1)$) проще всего определяется отношением ее дисперсии σ^2 к квадрату среднего значения.

Можно показать, что устойчивость спектральной оценки определяется формулой

$$\frac{\sigma^2 \left[S_i(f_1) \right]}{\left[\overline{S_i(f_1)} \right]^2} = \frac{1}{T_a W_{\scriptscriptstyle 3KB}},$$
(3.20)

где $T'_n = (T_n - \frac{1}{3}\tau_m) -$ так называемая эффективная длина записи, а

$$W_{_{3KB}} = \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} Q_i(f_1 \ f) S(f) df\right]^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} [Q_i(f_1 \ f) S(f)]^2 df}$$
(3.21)

называется эквивалентной шириной функции $Q_i(f_1 - f)S(f)$. Формула (3.20) выведена в предположении, что истинный спектр изменяется медленно по сравнению с $1/T'_n$.

Формула (3.21) имеет простой смысл. Предположим, что S(f) = const. Тогда, очевидно, $W_{3\kappa B}$ будет представлять собой эквивалентную ширину спектрального окна $Q_i(f)$. В частности:

1) если Q_i является прямоугольником шириной W_i , то $W_{_{3KB}} = W_i$;

2) если Q_i есть треугольник с основанием W, то $W_{_{3KB}} = 0.75W$;

3) если $Q_i = Q_1$ [см. формулу (3.10)], то $W_{_{3KB}} = 0,5W$, где W – ширина главного максимума;

4) при $Q_i = Q_2$ [см. формулу (3.16)] $W_{_{3KB}} = 0,67W_i$ где W- ширина главного максимума (при $f_1 \ge 1/\tau_m$);

5) если $Q_i = Q_3$ [см. формулу (3.18)], то $W_{_{3KB}} = 0,63W$, где W- ширина главного максимума (при $f_1 \ge 1/\tau_m$).

Величины $W_{_{3KB}}$ для спектральных окон Q_1 , Q_2 и Q_3 приведены на рис. 3.1 и 3.2.

Формула (3.20) показывает, таким образом, что, чем больше длина записи T'_n и эквивалентная ширина спектрального окна, тем устойчивее оценка энергетического спектра. Следует помнить, однако, что увеличение $W_{\rm xb}$ приводит к тому, что полученная оценка относится к широкой полосе частот.

Очевидно, что, не зная истинной формы S(f), нельзя точно определить значение $W_{_{3KB}}$ по формуле (3.21). Однако, предполагая, что S(f) изменяется медленно вдоль $Q_i(f)$, можно, не делая большой ошибки, положить

$$W_{\rm 3KB} \approx \frac{1}{\tau_{\rm srr}}$$
. (3.22)

Тогда (3.20) перепишется в следующем виде:

$$\frac{\sigma^2 [S_i(f_1)]}{[\overline{S_i(f_1)}]^2} \cong \frac{\tau_m}{T'_n}.$$
(3.23)

Таким образом, если, например, требуется, чтобы среднее квадратическое отклонение о значения энергетического спектра составляло не более 1/3 его средней величины, нужно, чтобы τ_m/T'_n было меньше 1/9.

Следовательно, чтобы обеспечить устойчивость оценок энергетического спектра в пределах $\pm (30 \div 40)\%$ среднего значения, необходимо получать экспериментальную автокорреляционную функцию до величин τ_m , составляющих не более 10% всей длины записи T'_n .

В дальнейшем будет удобно рассматривать устойчивость спектральных оценок исходя из предположения, что распределение значений энергетического спектра следует так называемому χ^2 -распределению. Известно [111], что если y_1, y_2, \ldots, y_k являются независимыми нормально распределенными случайными величинами с нулевыми средними и единичной дисперсией, то тогда величина

$$\chi_k^2 = y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_k^2,$$

которая очевидно положительна, следует, по определению, χ^2 -распределению с k степенями свободы. Устойчивость величины χ^2_k , определяемая как отношение ее дисперсии к квадрату ее среднего значения, равна 2/k. Таким образом, при увеличении числа степеней свободы k величина χ^2_k становится относительно более устойчивой, так как уменьщается ее разброс относительно среднего значения. Это утверждение справедливо и для любого кратного от χ^2_k .

Удобно поэтому рассматривать устойчивость оценки любой положительной величины (а энергетический спектр является положительным по своей физической сути) в терминах эквивалентного числа степеней свободы. Под этим понимается число степеней свободы такого χ^2_k -распределения, некое кратное от которого совпадает с интересующей нас оценкой (по своему среднему значению и дисперсии). Эквивалентное число степеней свободы легко найти исходя из его определения и формулы (3.20):

$$k = 2T'_n W_{\rm 3KB}, \qquad (3.24)$$

или, учитывая (3.23), получим

$$k \approx \frac{2T'_n}{\tau_m}.$$
(3.25)

По табл. 3.1, зная число степеней свободы, можно определить с некоторой заданной надежностью устойчивость спектральной оценки, т. е. найти те границы, в которых с заданной вероятностью будет лежать наша оценка величины энергетического спектра. Пользоваться табл. 3.1 довольно просто. Приведем несколько примеров.

Таблица 3.1

Устойчивость (разброс) спектральных оценок в зависимости от эквивалентного числа степеней свободы и надежности определения границ устойчивости

	90% над	цежности	80% надежности		
Степени свободы	95% всех значений превышают данное	5% всех значений превышают данное	90% всех значений превышают данное	10% всех значений превышают данное	
1 5 10 15 20 25 30 40 50 70	0,0039 0,23 0,39 0,48 0,55 0,59 0,62 0,66* 0,69* 0,74* 0,74*	3,8 2,2 1,83 1,66 1,57 1,50 1,46 1,41* 1,36* 1,29*	0,016 0,32 0,49 0,57 0,62 0,66 0,69 0,73 0,75 0,80 0,82	2,7 1,85 1,60 1,49 1,42 1,38 1,34 1,30 1,26 1,20	

Примечание. Значения, отмеченные звездочкой, получены нами путем экстраполяции стандартных табличных данных (см., например, [111]).

Пример 1. Если среднее за большое время значение энергетического спектра пуль-саций скорости ветра получилось равным 10 м³/c², то среди оценок с 15 степенями свободы 5% значений будут меньше 4,8 м³/c², а 5% значений будут превышать 16,6 м³/c². Таким образом, с надежностью 90% индивидуальные значения энергетиче-ского спектра будут лежать в пределах 4,8–16,6 м³/c². Если уменьшить надежность определения границ устойчивости до 80%, то индивидуальные значения уже будут ле-жать в более узких пределах – от 5,7 до 14,9 м³/c² Пример 2. Если индивидуальное значение энергетического спектра, обладающее 30 степенями свободы, получилось равным 5 м³/c², то можно с надежностью 90% сказать, что истинное среднее значение будет лежать в пределах от 5:1,46 = 3,42 м³/c² до 5:0,62 = 8,07 м³/c². Если уменьшить надежность до 80%, то истинное среднее зна-чение будет теперь лежать в пределах от 5:1,34 = 3,74 м³/c² до 5:0,69 = 7,25 м³/c².

Пример 3. Цопустим, что имеется непрерывная запись пульсаций скорости ветра продолжительностью 10 мин. Необходимо рассчитать значения энергетического спектра, причем желательно получить достаточно устойчивые оценки, которые с надежностью 80%, лежали бы в пределах ±25% истинного значения. По табл. 3.1 находим, что для получения такой устойчивости необходимо иметь оценки по крайней мере с 50 степенями свободы. Отсюда по формуле (3.25) можно определить максимальный сдвиг т_т, до которого необходимо рассчитать автокорреляционную функцию пульсаций ветра:

$$n = \frac{2T'_n}{k} \approx \frac{2 \cdot 600 \text{ c}}{50} = 24 \text{ c}.$$

Здесь для простоты считается, что $T'_n = T_n$. Таким образом, в данном случае τ_m оставляет всего 4% всей длины записи.

Важным свойством χ^2 -распределения является то, что если имеется величина χ_k^2 с k степенями свободы и величина χ_p^2 с p степенями свободы, то их сумма ($\chi_k^2 + \chi_p^2$) будет обладать (k + p) степенями свободы. Необходимо помнить это свойство при расчетах устойчивости осредненного энергетического спектра, когда в осреднение входит несколько индивидуальных оценок, обладающих различным числом степеней свободы.

2. Вычисление спектров по дискретным записям конечной длины

Все, что выше сказано о приемах вычисления энергетических спектров по непрерывным конечным записям, может быть практически осуществлено лишь с помощью соответствующей аналоговой вычислительной техники (коррелометров и спектроанализаторов). Однако в метеорологии лишь очень немногие измерения обрабатываются с помощью аналоговых устройств. Во-первых, в подавляющем большинстве случаев стандартные метеорологические измерения являются «точечными», а не непрерывными. Во-вторых, даже при проведении непрерывных измерений мы обычно имеем дело с весьма низкочастотными процессами, что позволяет аккуратно проводить преобразование аналог - код и обрабатывать информацию в цифровом виде с помощью электронных цифровых вычислительных машин (ЭЦВМ). Поэтому целесообразно специально остановиться на методике вычисления спектров по записям, представляющим собой серии дискретных, равноотстоящих друг от друга (эквидистантных) точек. Хотя все формулы, приведенные в п. 1 для непрерывных записей, имеют свои дискретные аналоги, однако цифровой расчет энергетических спектров по точечным записям обладает рядом специфических особенностей, которые требуют специального рассмотрения.

а. «Подмена» частот. Пусть случайный процесс u(t) представляется не непрерывной функцией времени, а набором дискретных эквидистантных значений, расположенных по оси времени в точках

$$t = 0, \pm \Delta t, \pm 2\Delta t, \ldots, \pm n\Delta t$$

так, что R (т) может быть вычислена лишь для значений

$$|\tau| = 0, \quad \Delta t, \ 2\Delta t, \ \dots, \ n \Delta t$$

Отвлекаясь на время от конечности записи (т. е. считая $n = \infty$), можно записать дискретный аналог Фурьс-преобразования [ср. с (3.2)]:

$$S_A(f) = \sum_{r=-\infty}^{r=+\infty} R(r\Delta t) e^{-i2\pi f r\Delta t} \Delta t, \qquad (3.26)$$

где

$r = 0, \pm 1, \pm 2.$

Прежде всего, полагая в (3.26) $f = 1/\Delta t$, можно убедиться, что $S_A(f)$ имеет период Δt , а так как спектр симметричен, то главная его часть заключена в полосе частот от f = 0 до $f_N = \frac{1}{2\Delta t}$, далее же значения спектра просто повторяются



Рис. 3.3. Периодичность спектра $S_A(f)$.

с частотой $f = 1/\Delta t$ (рис. 3.3). Таким образом, наивысшая частота (так называемая частота Найквиста), на которой можно получить оценку энергетического спектра при выборке с интервалами Δt , равна $fN = 1/2\Delta t$.

Чрезвычайно важно, кроме того, знать, имеются ли в истинном спектре $S_A(f)$ реального процесса частоты, бо́лышие f_N . Если имеются, то возникает проблема «подмены» частот. Она состоит в том, что если частоты в полосе $[0, f_N]$ легко отличимы одна от другой, то любая частота, бо́лышая f_N , уже неотличима от некоторой частоты в полосе $[0, f_N]$. А это приводит к тому, что вычисленный энергетический спектр $S_A(f)$ будет иметь опцибки во всех своих значениях тем бо́лышие, чем болыше энергия процесса на частотах выше f_N . Природу этого явления [которого, к сожалению, нельзя избежать, если $S(f > f_N) \neq 0$] можно пояснить с помощью рис. 3.4.

Так, например, из рис. 3.4 видно, что при интервале разбиения $\Delta t = 0,2$ с нельзя с определенностью сказать, из синусоиды какой частоты в действительности произведена выборка: 1, 4 или 6 Гц. Естественно поэтому, что если нужно рассчитать значение S_A (1 Гц), а истинный спектр процесса простирается, например, до 10 Гц, то при выборке с интервалом $\Delta t = 0,2$ с энергия процесса на частотах 4, 6 и 9 Гц добавится к истинной величине S (1 Гц) и будет получено ложное представление о виде энергетического спектра. Приведенный рисунок указывает и на происхождение термина «подмена»: частоты, бо́лышие f_N , как бы подменяют собой частоты в полосе [0, f_N]. Аналитически явление подмены частот записывается в виде [139]

$$S_A(f) = S(f) + S(2f_N - f) + S(2f_N + f) + S(4f_N - f) + S(4f_N + f) + \dots,$$
(3.27)

где $S_A(f)$ – вычисленный по дискретной записи спектр процесса, а S(f) – истинный спектр.



Рис. 3.4. Эквидистантная выборка из синусоид различной частоты.

Для примера, показанного на рис. 3.4, формула (3.27) дает

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{1}{2 \cdot 0,2} = 2,5 \ \Gamma \mu,$$

$S_A(1 \Gamma n) = S(1 \Gamma n) + S(4 \Gamma n) + S(6 \Gamma n) + S(9 \Gamma n) + S(11 \Gamma n) + \dots$

Частота Найквиста f_N часто называется также частотой «складывания», так как из формулы (3.27) следует, что истинный спектр S(f) как бы сложен гармошкой сам на себя кратно f_N . Рисунок 3.5 показывает, как складывается истинный спектр при переходе к $S_A(f)$ с заданной f_N . На том же рисунке показан и вычисленный спектр $S_A(f)$. Видно, что при дискретности выборки, равной $\Delta t = 0.2$ с, и заданном S(f) будут получены значения $S_A(f)$, завышенные на 30-50% относительно истинного спектра. Ясно, что для корректного расчета спектра $S_A(f)$ в случае, показанном на рис. 3.5, необходимо задать $f_N = 7.5$ Гп, что соответствует интервалу выборки $\Delta t = 1/2f_N \approx 0.07$ с. Сказанное выше заставляет обращать самое серьезное внимание на явление подмены частот при расчетах энергстических спектров по дискретным записям. Для уменыпения (или полного устранения) влияния подмены необходимо на самых ранних стадиях эксперимента (измерение, запись) отфильтровать все высокие частоты, возможно существующие в процессе, которые не будут почему-либо интересовать исследователя при дальнейших расчетах.

б. Расчетная схема и устойчивость спектральных оценок. Обозначим для удобства полученные значения случайного процесса через u_0, u_1, \ldots, u_n , что соответствует $u(0), u(\Delta t), \ldots, u(n \Delta t)$. Следуя далее схеме, описанной в п. 1, нужно
рассчитать значения экспериментальных коэффициентов автокорреляции (а не непрерывную экспериментальную функцию R_{00} (т)), модифицировать эти значения и затем провести преобразование Фурье для получения спектра. Очевидно, что невозможно рассчитать экспериментальные коэффициенты автокорреляции для сдвигов по времени, отличных от 0, Δt , ..., $n \Delta t$. Поэтому удобно писать R_0, R_1, \ldots, R_{ni} вместо R_{00} (0), R_{00} (Δt), ..., R_{00} ($m \Delta t$). Здесь n – количество имеющихся значений случайного процесса, соответствующее T_n из п. 1, а m – коли-



Рис. 3.5. «Складывание» истинного спектра S(f) кратно f_N .

чество сдвигов по времени на величину Δt , для которых рассчитываются коэффициенты автокорреляции. Это количество сдвигов соответствует τ_m из п. 1.

Если выполнить теперь преобразование Фурье всех коэффициентов автокорреляции (количество которых равно m + 1), то можно получить сглаженные оценки энергетического спектра для любой частоты между нулем и $f_N = 1/2\Delta t$. Можно показать, однако, что для извлечения всей информации, заключенной в процессе, достаточно рассчитать лишь m + 1 значений энергетического спектра, т. е. одно значение спектра для каждого R_r (r = 0, 1, ..., m). Вычисленные значения энергетического спектра будут равномерно расположены на оси частот в полосе $0 \le f \le f_N$ с интервалами $f_N/m = 1/2m\Delta t$.

При непрерывных записях приходилось вначале модифицировать экспериментальную автокорреляционную функцию $R_{00}(\tau)$ с помощью некоторого временно́го окна $D_i(\tau)$ и затем уже проводить преобразование Фурье модифицированной функции $R_i(\tau)$. Таким образом, получались оценки сглаженных значений энергетического спектра как результата прохождения истинного спектра процесса S(f)через некоторое спектральное окно $Q_i(f)$ [см. (3.14)]. При переходе к дискретным записям оказывается, что проше вначале провести преобразование Фурье и лишь затем модифицировать полученные значения энергетического спектра, Действительно, так как D_2 и D_3 представляют собой конечные суммы косинусов, то их Фурье-преобразования будут просто суммами дельта-функций, и поэтому свертка в формуле (3.14) сведется к сглаживанию с весами: 0,25; 0,5; 0,25 для D_2 , 0,23; 0,54; 0,23 для D_3 . Окончательно складывается следующая расчетная схема:

1) вычисление экспериментальных автокорреляционных коэффициентов по формуле [ср. с (3.7)]

$$R_r = \frac{1}{n-r} \sum_{q=0}^{q=n-r} u_q u_{q+r}, \qquad (3.28)$$

где $r = 0, 1, ..., m \quad (m \le n);$

2) вычисление Фурье-преобразования от R, по формуле [ср. с (3.6)]

$$P_{r} = \Delta t \left[R_{0} + 2 \sum_{q=1}^{q=m-1} R_{q} \cos \frac{qr\pi}{m} + R_{m} \cos r\pi \right]; \qquad (3.29)$$

3) сглаживание значений *P*, для получения оценок энергетического спектра по формулам

$$S_{0} = 0.5P_{0} + 0.5P_{1},$$

$$S_{r} = 0.25P_{r-1} + 0.5P_{r} + 0.25P_{r+1}, \qquad 1 \le r < m-1,$$

$$S_{m} = 0.5P_{m-1} + 0.5P_{m}$$
(3.30)

при применении временного окна D2 или

$$S_{0} = 0.54P_{0} + 0.54P_{1};, S_{r} = 0.23P_{r-1} + 0.54P_{r} + 0.23P_{r+1}, \quad 1 \le r \le m-1, S_{m} = 0.54P_{m-1} + 0.54P_{m}$$

$$(3.31)$$

при применении временно́го окна D_3 . Полученные значения относятся к частогам $f_r = r/2m \Delta t$, причем $0 \leq f_r \leq f_N = 1/2\Delta t$.

Расстояние (на оси частот) между соседними оценками энергетического спектра равно $1/2m\Delta t$. Анализ устойчивости полученных спектральных оценок ничем не отличается от описанного в п. 1 и опять-таки основан на вычислении эквивалентного числа степеней свободы. Аналог формулы (3.25) для вычисления эквивалентного числа степеней свободы k запишется в виде

$$k = \frac{2n'}{m}; \tag{3.32}$$

n' = n - 1/3m называется эквивалентным числом точек. Зная k и воспользовавниись далее табл. 3.1, можно с заданной надежностью определить устойчивость полученных значений S_r энергетического спектра.

в. Предварительное «убеление» истинного спектра. Выше были описаны общие приемы вычисления энергетических спектров по эквидистантным записям. Теперь необходимо остановиться на некоторых специальных проблемах, которые возникают не всегда, но, возникнув, требуют к себе самого пристального внимания.

Допустим, что истинный энергетический спектр резко спадает при увеличении частоты. Тогда может сложиться ситуация, которая поясняется рис. 3.6. Если истинный спектр S(f) имеет вид, изображенный на рис. 3.6 *a*, то оказывается, что при оценке значения спектра на частоте f_1 с использованием спектрального окна $Q_2(f)$ (рис. 3.6 *b*) влияние боко-

вых максимумов, находящихся слева от f_1 , недопустимо возрастает (рис. 3.6 e). В конечном счете может получиться так, что вычисленное значение спектральной оценки $S_A(f_1)$ будет скорее относиться к некоторой более низкой частоте, чем к собственно f_1 .

Из сказанного следует, что желательно иметь дело со спектром, величина которого мало меняется с частотой, чтобы избежать серьезных искажений. Для получения такого спектра необходимо, очевидно, на некоторой стадии эксперимента ввести операцию, которая приводила бы к подчеркиванию высоких частот и к ослаблению низких. Естественно назвать такую операцию «убелением», так как в итоге желательно получить равномерный энергетический спектр, называемый обычно спектром «белого» шума. Удобнее всего ввести операцию убеления на самых ранних стадиях эксперимента (измерение, за пись) путем соответствующего подбора частотных характеристик используемой аппаратуры. Однако по разным причинам это не всегда удается сделать, и поэтому приходится убелять спектр уже после получения экспериментальных данных.

Одним из способов убеления спектра после получения фактических данных является составление некоторой линейной скользящей комбина-



Рис. 3.6. К проблеме «убеления» истинного спектра.

a — крутоспадающий истинный спектр S(f); b — спектральное окно $Q_i(f)$; a — результат прохождения S(f), через окно $Q_i(f)$.

ции, частотная характеристика которой такова, что результирующий спектр становится более равномерным, чем исходный. Действительно, если имеется серия эквидистантных значений процесса $u_l = u_0, u_1, ..., u_n$, то можно составить скользящую линейную комбинацию типа

$$\tilde{u}_{l} = u_{l} - \alpha u_{l-1} - \beta u_{l-2} - \gamma u_{l-3}.$$
(3.33)

Можно показать [139], что энергетический спектр $\bar{S}_A(f)$ получившегося

процесса \tilde{u}_l связан с энергетическим спектром $S_A(f)$ исходного процесса u_l соотношением

$$\frac{S_A(f)}{S_A(f)} = \frac{S(f)}{S(f)} = \left| 1 - \alpha e^{-i\omega \Delta t} - \beta e^{-i2\omega \Delta t} - \gamma e^{-i3\omega \Delta t} \right|^2, \quad (3.34)$$

где $\omega = 2\pi f$, а Δt – интервал между последовательными значениями процесса. Выражение (3.34) представляет собой неотрицательный полином третьей степени от $\cos \omega \Delta t$. Соответствующим подбором коэффициентов α , β , γ можно



Рис. 3.7. Влияние операции «убеления» (3.35) на постоянную составляющую (а) и на высокочастотную компоненту (б) процесса.

получить желаемую частотную зависимость, приводящую к убелению истинного спектра.

Для иллюстрации приведем простейшую операцию убеления с помощью линейной комбинации вида

$$\tilde{u}_l = u_l - 0,6u_{l-1},$$
 (3.35)

причем положим $\Delta t = 1$. Заметим, что в (3.35) значения 1 начинаются с единицы, а не с нуля. Покажем для наглядности графически, что операция (3.35) действительно приводит к ослаблению низких частот и к усилению высоких. Для этого возьмем два крайних случая: нулевую частоту и наивысшую частоту, равную, очевидно, частоте Найквиста f_N . На рис. 3.7 *а* показаны значения и_l, которые все равны +1 м/с (т. е. речь идет о нулевой частоте исходного процесса), и значения, полученные по (3.35) и равные +0,4 м/с.

Очевидно, что на нулевой частоте произощло ослабление, равное $\tilde{S}_A(0)/S_A(0) = 0,4^2/(1)^2 = 0,16$, т. е. более чем в 6 раз. На рис. 3.7 б показаны значения u_l , равные ± 1 м/с (т. е. пульсации скорости с частотой $f_N = 1/2\Delta t = 0,5$), и значения, полученные по (3.35) и равные носледовательно $\pm 1,6$ м/с.

Видно, что на частоте f_N произоппло усиление, равное $\tilde{S}_A(f_N)/S_A(f_N) = = \frac{(1,6)^2}{(1)^2} = 2,56$, т. е. более чем в 2,5 раза. Формула (3.34) дает для линейной комбинации (3.35) зависимость

$$\frac{\tilde{S}_A(f)}{S_A(f)} = |1 - 0.6e^{-j\omega}|^2 = 1.36 - 1.20\cos 2\pi f, \qquad (3.36)$$

график которой приведен на рис. 3.8.

Таким образом, можно рекомендовать при исследовании процессов с резко спадающими спектрами (а именно с такого рода процессами приходится чаще

всего сталкиваться метеорологам) применять ту или иную процедуру убеления реального спектра, что приведет к гораздо более надежным окончательным результатам.

г. Исключение нулевых частот. При цифровой обработке эквидистантных записей возникает еще одна проблема, которой обычно не существует при аналоговой обработке непрерывных записей. Как правило, аналоговые вычислительные устройства автоматически отфильтровывают очень низкие частоты, что позволяет рассматривать обрабатываемый процесс как имеющий нулевое среднее значение. Когда же обрабатываются

дискретные данные, то приходится иметь дело со всеми частотами, вплоть до нулевых. В этом случае очень важно применять меры к отфильтровыванию нулевых частот, 2,56 чтобы не получить искаженные значения энергетического спектра.

На примере, приведенном Блэкманом и Тьюки [139], легко видеть, как возникают подобные искажения, 1,36 и оценить порядок их величины. Допустим, что большинство (скажем, 999 из 1000) значений процесса в некотором эксперименте изменяется от -100 до +100 (условных единиц). Тогда, по-видимому, среднее квадратическое отклонение $\sigma = 30$, а дисперсия $\sigma^2 = 900$. Если среднее значение равно 5 или даже 10, то довольно трудно определить визуально, что оно на самом деле не равно



Рис. 3.8. Частотная характеристика операции «убеления» (3.35).

нулю. Предположим далее, что эти экспериментальные данные были получены за период T = 15 мин с интервалом выборки $\Delta t = 1$ с. Таким образом, всего имеется 900 точек. Частота Найквиста $f_N = \frac{1}{2\Delta t} = 0,5$ Гц, а расстояние (по частоте) между соседними значениями спектра равно $\Delta f = \frac{1}{2T_n} = 5 \cdot 10^{-4}$ Гц, т. е. полоса $[0, f_N]$ будет разбита на 900 элементарных частотных полос.

Общая мощность, заключенная в процессе, равна сумме квадрата среднего

значения (так называемая мощность постоянной составляющей) и дисперсии. В данном примере $P_{\text{общ}} = 5^2 + 900 = 925$ или $P_{\text{общ}} = 10^2 + 900 = 1000$. Ясно, что мощность постоянной составляющей содержится в самой низкочастотной элементарной полосе (т. е. в первой, примыкающей к нулю). А это 100 приводит к значению энергетического спектра в этой полосе, равному $=\frac{100}{5\cdot 10^{-4}}=2\cdot 10^5$ 1/Гц, тогда как среднее значение энергетического спектра $\frac{100}{f_N} = \frac{900}{0.5} = 2 \cdot 10^3 \, 1/\Gamma$ ц. элементарных полос равно всего лишь

Таким образом, значение спектра в «нуле» будет почти в 100 раз больше, чем среднее на более высоких частотах.

Этот пример наглядно показывает, к чему могут приводить неотфильтрованные нулевые частоты. Когда говорят о нулевых частотах, то обычно имеют в виду не только процессы с постоянной составляющей (т. е. с постоянным, но не нулевым средним), но и процессы, у которых наблюдаются медленные «уходы» среднего значения (так называемый тренд). В метеорологии чаще всего и приходится иметь дело с такими процессами, когда быстрые флуктуации наложены на гораздо более медленные пульсации, играющие роль тренда. Как правило, интересуются именно быстрыми флуктуациями, а тренд желательно



Рис. 3.9. Спектр S(f) с полным или частным (штриховая кривая) провалом между высокочастотной (BЧ) и низкочастотной (НЧ) компонентами.

отфильтровать, чтобы его влияние не сказывалось на статистических свойствах высокочастотной компоненты процесса.

Такая задача полностью разрешима, однако лишь в том случае, когда низкочастотная (НЧ) и высокочастотная (ВЧ) компоненты лежат в существенно различных, неперекрывающихся частотных диапазонах (рис. 3.9). Действительно, если спектр НЧ лежит слева от некоторой граничной частоты f_1 , а спектр ВЧ лежит справа от некоторой граничной частоты f_2 , то, построив фильтр, пропускающий все частоты выше некоторой f_* и гасящий все частоты ниже f_* , причем $f_1 \leq f_* \leq f_2$, можно полностью избавиться от тренда, не исказив высокочастотной компоненты. Однако такие идеальные случаи практически почти не встречаются в метеорологии. Лучшее, на что можно рассчитывать, – это наличие большего или меньшего провала между максимумами НЧ и ВЧ спектров (штриховая кривая на рис. 3.9). Чаще всего и это условие не выполняется. Поэтому в каждом отдельном случае при экспериментальном исследовании того или иного явления в атмосфере необходимо вырабатывать специфические способы борьбы с искажающим влиянием нулевых частот [62].

Здесь будет указан лишь общий (и обязательный) способ устранения постоянной составляющей. Проще всего это сделать, вычитая из каждого значения экспериментальной автокорреляционной функции квадрат среднего значения исследуемой величины. Тогда формула (3.28) для вычисления R, заменится на

$$R'_{r} = \frac{1}{n-r} \sum_{0}^{n-r} u_{q} u_{q+r} - \left[\frac{1}{n} \sum_{0}^{n} u_{q} \right]^{2}$$
(3.37)

д. Итоговая расчетная схема. Расчетная схема, предлагаемая ниже, не является единственной и универсальной. Однако она хорошо иллюстрирует основные идеи метода и полезна во многих практических случаях.

Пусть имеется набор значений процесса u_q (q = 0, 1, ..., n) и интервал разбиения $\Delta t = 1$. В этом случае следует:

1) полагая $\Delta t = 1$, удостовериться, что истинный спектр процесса S(f) уменьшается практически до нуля при изменении частоты от нуля до $f_N = 0.5$. В противном случае нужно уменьшить Δt , чтобы не столкнуться с искажающим влиянием подмены частот;

2) провести предварительное убеление реального спектра с помощью операции [см. (3.35)]

$$\tilde{u}_q = u_q - 0.6u_{q-1} \tag{3.38}$$

(индекс q изменяется от единицы, а не от нуля);

3) вычислить экспериментальные коэффициенты автокорреляции убеленного процесса с одновременным отфильтровыванием постоянной составляющей [см. (3.37)]

$$R'_{r} = \frac{1}{n-r} \sum_{l}^{n-r} \tilde{u}_{q} \tilde{u}_{q+r} - \left[\frac{1}{n-1} \sum_{l}^{n} \tilde{u}_{q} \right]^{2}$$
(3.39)

для r = 0, 1, ..., m ($m \le n$). В случае наличия тренда необходимо использовать более сложные фильтры. [139];

4) выполнить преобразование Фурье от R' по формуле

$$P'_{r} = \left[R'_{0} + 2 \sum_{l=1}^{m-1} R'_{l} \cos \frac{lr\pi}{m} + R'_{m} \cos r\pi \right];$$
(3.40)

5) сгладить полученные значения P'_r с помощью спектрального окна Q (0,25; 0,5; 0,25) для получения предварительных оценок энергетического спектра:

$$S'_{0} = 0,5P'_{0} + 0,5P'_{1},$$

$$S'_{r} = 0,25P_{r-1} + 0,5P'_{r} + 0,25P_{r+1}, \quad 1 \le r \le m-1,$$

$$S'_{m} = 0,5P'_{m-1} + 0,5P'_{m};$$
(3.41)

6) учесть операции убеления и отфильтровывания постоянной составляющей для получения окончательных оценок энергетического спектра [см. (3.36)]:

$$S_{0} = \frac{n}{n-m} \frac{1}{1,36-1,20 \cos \frac{2\pi}{6m}} S_{0}',$$

$$S_{r} = \frac{1}{1,36-1,20 \cos \frac{2\pi r}{2m}} S_{r}', \quad 1 \le r \le m-1,$$

$$S_{m} = \frac{1}{1,36-1,20 \cos \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6m}\right) 2\pi} S_{m}'.$$
(3.42)

Оценка величины энергетического спектра S_0 относится к частоте, несколько большей нуля (здесь принято $f_0 = 1/6m$), оценки S_r относятся к частотам r/2m, а оценка $S_m - \kappa$ частоте, несколько меньшей $f_N = 0.5$ (здесь принято $f_m = f_N - 1/6m$). Все вычисленные оценки имеют устойчивость не большую, чем χ^2 -распределение с 2n/m степенями свободы (см. табл. 3.1).

3. Быстрое преобразование Фурье

В последнее время при вычислении энергетических спектров все шире используется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ), предложенный Кули и Тьюки в 1965 г. [149].

Интересно отметить, что аналогичный метод применялся при исследовании рассеяния ренттеновских лучей начиная с 1942 г., но через 23 года он был открыт фактически заново [155].

Быстрое преобразование Фурье является чрезвычайно эффективным способом расчета коэффициентов Фурье по дискретным записям конечной длины. В основе этого метода лежит тот факт, что коэффициенты Фурье можно вычислять итерационным способом, в результате чего существенно сокращается расчетное время. Поскольку упомянутый факт трудно предвидеть интуигивно, то неудивительно, что этот подход не был замечен в течение столь долгого времени.

Экономия расчетного времени при использовании БПФ заключается в том, что если дискретный временной ряд состоит из $N = 2^p$ значений, то расчет всех коэффициентов Фурье этого ряда методом БПФ потребует $2pN = 2N \log_2 N$ арифметических операций, тогда как при использовании прямого преобразования Фурье (см. п. 2) надо около N^2 операций.

Разница в количестве необходимых операций при использовании прямого метода и БПФ чрезвычайно быстро растет при увеличении длины анализируемых рядов. Так, при $N = 8192 = 2^{13}$ число арифметических операций, необходимых для расчета коэффициентов Фурье методом БПФ, чуть меныше 213 тысяч, тогда как при использовании прямого преобразования Фурье необходимо проделать более 67 миллионов операций. Очевидно, что использование БПФ позволяет не только серьезно экономить машинное время, но и проводить спектральный анализ временных рядов столь большой длины, что подобный анализ был принципиально невозможен до появления БПФ.

Важно отметить, что использование БПФ не только уменьшает необходимое машинное время, но и существенно сокращает чисто счетные ошибки: как машинное время, так и ошибки счета уменьшаются на величину, равную $(\log_2 N)/N$.

Поскольку алгоритмы БПФ подробно описаны [38, 149], мы остановимся здесь лишь на принципиальных соотношениях, поясняющих сущность метода.

Пусть имеется такой набор из N значений u_q , который может быть разбит на два поднабора y_q и z_q , каждый из которых содержит N/2 значений процесса. Причем y_q содержит только четные значения ($u_0, u_2, u_4 \dots$), а z_q – только нечетные ($u_1, u_3, u_5 \dots$), т. е. можно формально записать, что

$$\left. \begin{array}{c} y_q = u_{2q} \\ z_q = u_{2q+1} \end{array} \right\}$$
 при $q = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1.$ (3.43)

Очевидно, что y_q и z_q имеют дискретные преобразования Фурье, которые записываются в виде:

$$B_{v} = \sum_{q=0}^{N-1} \dot{y}_{q} \exp\left(-4\pi i v q/N\right),$$

$$C_{v} = \sum_{q=0}^{N-1} z_{q} \exp\left(-4\pi i v q/N\right) \qquad (3.44)$$

при $v = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1.$

Поскольку мы заинтересованы в получении преобразования Фурье A_v процесса u_q (с тем, чтобы, используя (3.1), найти его энергетический спектр), то необходимо показать, что A_v выражается через B_v и C_v , а именно:

$$A_{\nu} = \sum_{q=0}^{\frac{N}{2}-1} \left\{ y_q \exp\left(-4\pi i \nu q/N\right) + z_q \exp\left(-\frac{2\pi i \nu}{N} [2q+1]\right) \right\}$$
(3.45)

при $\nu = 0, 1, 2, ..., N - 1$ или

$$A_{v} = \sum_{q=0}^{\frac{N}{2}-1} y_{q} \exp\left(-4\pi i v q/N\right) + \exp\left(-2\pi i v/N\right) \sum_{q=0}^{\frac{N}{2}-1} z_{q} \exp\left(-4\pi i v q/N\right).$$
(3.46)

Используя (3.44), можно переписать (3.46) в виде

$$A_{\nu} = B_{\nu} + \exp(-2\pi i \nu/N) C_{\nu}$$
(3.47)

при $0 \le \nu < N/2$.

Для значений v больших, чем N/2, B_{ν} и C_{ν} периодически повторяют значения, взятые при $\nu < N/2$. Таким образом, подставляя $\nu + N/2$ вместо v в формулу (3.47), получим

$$A_{\nu \pm N/2} = B_{\nu} + \exp\left(-2\pi i \left[\nu + \frac{N}{2}\right]/N\right) C_{\nu} = B_{\nu} - \exp\left(-2\pi i \nu/N\right) C_{\nu} \qquad (3.48)$$

при $0 \le v < N/2$.

Следовательно, из (3.47) и (3.48) можно получить преобразование Фурье исходного ряда u_q , причем для этого необходимо провести $2(N/2)^2$ операций в соответствии с (3.44), а также N операций сложения согласно (3.47) и (3.48). Если в свою очередь наборы значений y_q и z_q допускают разбиение на под-

наборы, содержащие каждый (N/4) значений, то все рассуждение повторяется, а необходимое число операций становится равным $4\left(\frac{N}{4}\right)^2 + N$.

Очевидно, имея $N = 2^p$, можно продолжать операцию последовательного разбиения до того момента, когда поднаборы будут содержать всего одно значение первоначального набора u_q . В этом случае преобразование Фурье такого «одноточечного» поднабора совпадает с ним самим.

Поскольку использование БПФ дает возможность непосредственно вычислять энергетический спектр процесса, минуя стадию получения автокорреляционной функции, то для вычисления $R(\tau)$ необходимо вновь применить БПФ к уже вычисленному энергетическому спектру S(f).

4. Предварительный анализ характера спектра

Процедура предварительного убеления истинного спектра, описанная в п. 2В, требует хотя бы приблизительного знания характера спектра для того, чтобы необходимым образом подобрать параметры убеления [формулы (3.33) и (3.34)].

В этом разделе будет показано, как с помощью ЭЦВМ можно осуществить операции, аналогичные радиотехнической фильтрации, и получить некую предварительную оценку характеристик исследуемого спектра.

В общем виде операция фильтрации может быть записана следующим образом:

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(t - t') u(t') dt', \qquad (3.49)$$

где u(t') и v(t) – процессы на входе и выходе фильтров, а $h_p(t-t')$ – так называемая переходная, или весовая, функция фильтра. Индекс p обозначает конкретный вид функции h(t).

Связь между энергетическим спектром исходного процесса S_u и спектром процесса на выходе фильтра S_v дается выражением

$$S_v = |\Phi_p(f)|^2 S_u, (3.50)$$

где $\Phi_p(f)$ – передаточная функция фильтра, связанная с $h_p(t)$ соотношением

$$\Phi_p(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(t) e^{-i2\pi f t} dt.$$
(3.51)

Пусть функцию $h_p(t)$ удалось подобрать так, что $|\Phi_p(f)|^2$ имеет вид, показанный на рис. 3.10. Тогда, очевидно, процесс v(t) на выходе такого фильтра будет содержать лишь частоты в полосе $[f_1, f_2]$, а энергия процесса в этой полосе будет равна



$$\sigma_v^2 = \left[\overline{v(t)}\right]^2 = \int_{f_1}^{f_2} S_v(f) df = \int_{f_1}^{f_2} |\Phi_p(f)|^2 S_u(f) df = S_u(f_*)(f_2 - f_1).$$
(3.52)

Отсюда спектральная плотность энергии исходного процесса u(t) равна

$$S_u(f_*) = \frac{\sigma_v^2}{f_2 - f_1},\tag{3.53}$$

где f_* заключена между f_1 и f_2 . Если S_u изменяется медленно в полосе $[f_1, f_2]$, то можно положить $f_* = \frac{f_1 + f_2}{2}$.

Фильтр, показанный на рис. 3.10, называется полосовым, так как он пропускает лишь некоторую полосу частот исходного процесса. Подобного же эффекта можно добиться, последовательно применяя более простые фильтры низких или высоких частот. Действительно, пусть имеется фильтр $|\Phi_p(f_1)|^2$, пропускающий все частоты выпие некоторой граничной частоты f_1 и не пропускающий более низкие частоты (рис. 3.11 *a*). Такой фильтр называется фильтром высоких частот. Энергия процесса $v_1(t)$ на выходе такого фильтра равна

$$\sigma_1^2 = |\overline{v_1(t)}|^2 = \int_{f_1}^{\infty} |\Phi_p(f_1)|^2 S_u(f) df.$$
(3.54)

Если теперь пропустить исходный процесс u(t) через аналогичный фильтр $|\Phi_p(f_2)|^2$, имеющий граничную частоту $f_2 > f_1$ (рис. 3.11 б), то для процесса $v_2(t)$ будем иметь

$$\sigma_2^2 = \left[\overline{v_2(t)}\right]^2 = \int_{f_2}^{\infty} |\Phi_p(f_2)|^2 S_u(f) df.$$
(3.55)

Очевидно, что разность энергий ($\sigma_1^2 - \sigma_2^2$) представляет собой энергию исходного процесса u(t) в полосе частот [f_1 , f_2], так как из (3.54) и (3.55) следует, что

$$\sigma_1^2 - \sigma_2^2 = \int_{f_1}^{f_2} \left\{ |\Phi_p(f_1)|^2 - |\Phi_p(f_2)|^2 \right\} S_u(f) df = S_u(f_*)(f_2 - f_1).$$
(3.56)

Отсюда

$$S_{\mu}(f_{*}) = \frac{\sigma_{1}^{2} - \sigma_{2}^{2}}{f_{2} - f_{1}},$$
(3.57)

что аналогично формуле (3.53) для полосового фильтра. Такое совпадение естественно, поскольку разность двух фильтров высокой частоты с различными граничными частотами и дает эффект полосового фильтра (рис. 3.11 *в*). Очевидно, что полосовой фильтр может быть получен и как разность двух фильтров низких частот. Как правило, однако, используются именно фильтры высоких частот, так как они позволяют избежать влияния нулевых частот на результаты расчетов. Методика вычисления энергетических спектров, основанная на применении последовательных фильтров высоких частот, может быть реализована с помощью ЭЦВМ.

а. Математические фильтры высоких частот. Рассмотрим теперь две пары функций $h_p(t)$, $\Phi_p(f)$, которые наиболее часто применяются при расчетах энергетических спектров. Простейшая переходная функция $h_p(t)$ представляет собой обычное скользящее среднее:

$$h_{1}(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} & \text{при} & -\frac{T}{2} \le t \le +\frac{T}{2}, \\ 0 & \text{при} & |t| > \frac{T}{2}. \end{cases}$$
(3.58)

Соответствующая передаточная функция $|\Phi_1(f)|^2$ имеет вид

$$|\Phi_1(f)|^2 = \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}\right)^2.$$
(3.59)

Функции $h_1(t)$ и $|\Phi_1(f)|^2$ показаны на рис. 3.12. Из рисунка видно, что $|\Phi_1(t)|^2$ представляет собой фильтр низких частот с граничной частотой $f_{\rm rp} = 1/T$ (кривая 2). Очевидно, что передаточная функция, равная $\{1 - |\Phi_1(f)|^2\}$, будет уже фильтром высоких частот с той же граничной частотой (кривая 1).

Форма этого фильтра далека от идеальной (ср. с рис. 3.11 *a*). Во-первых, неравномерно пропускаются частоты выше $f_{\rm rp}$ и, во-вторых, не полностью гасятся частоты ниже $f_{\rm rp}$. Очевидно, что и полосовой фильтр, получающийся как разность двух фильтров $\{1 - |\Phi_1(f)|^2\}$ с равной частотой $f_{\rm rp}$, будет иметь довольно сложную форму. Заметим, что фильтры $\{1 - |\Phi_1(f)|^2\}$ с разными $f_{\rm rp}$ соответствуют просто различным временам осреднения в формуле (3.58).

Гораздо лучшими свойствами обладает переходная функция $h_2(t)$, называемая сглаженным скользящим средним [77]:

$$h_{2}(t) = \begin{cases} \frac{1+\cos\frac{2\pi}{T}t}{T} & \text{при} & -\frac{T}{2} \le t \le +\frac{T}{2}, \\ 0 & \text{при} & |t| > \frac{T}{2}. \end{cases}$$
(3.60)



Соответствующая передаточная функция $|\Phi_2(f)|^2$ имеет вид

$$|\Phi_{2}(f)|^{2} = \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}\right)^{2} \frac{\pi^{4}}{\left[\pi^{2} - (\pi f T)^{2}\right]^{2}} = |\Phi_{1}(f)|^{2} \frac{\pi^{4}}{\left[\pi^{2} - (\pi f T)^{2}\right]^{2}}.$$
 (3.61)

Функции $h_2(t)$, $|\Phi_2(f)|^2$ (кривая 2) и $\{1 - |\Phi_2(f)|^2\}$ (кривая 1) показаны на рис. 3.13. Фильтр $\{1 - |\Phi_2(f)|^2$ представляет собой фильтр высоких частот с граничной частотой $f_{\rm rp} = 2/T$, причем его основное отличие и преимущество перед $\{1 - |\Phi_1(f)|^2\}$ состоит в том, что он имеет гораздо меньшие боковые максимумы.

В дальнейших расчетах энергетического спектра будут использоваться полосовые фильтры, являющиеся разностью фильтров $\{1 - |\Phi_2(f)|^2\}$ с различными $f_{\rm rp}$. Прежде чем перейти к изложению расчетной схемы, укажем, что отличие предлагаемых фильтров от идеальных приводит к необходимости несколько видоизменить формулу (3.57).

Дело в том, что граничные частоты фильтров $|\Phi_1|^2$ и $|\Phi_2|^2$, указанные выше и равные 1/T и 2/T соответственно, определены формально как частоты, на которых фильтры достигают первого нуля (см. рис. 3.12 и 3.13). А формула (3.57) Записана для идеального полосового фильтра, показанного на

рис. 3.11 в. Поэтому при использовании реального фильтра необходимо найти некоторую эквивалентную граничную частоту, которая определяется как граничная частота эквивалентного идеального фильтра, площадь которого равна площади реального фильтра. Таким образом, для нахождения эквивалентной гра-



Рис. 3.13. Сглаженное «скользящее» среднее (а) и его передаточная функция (б).

1 — фильтр низких частот, 2 — фильтр высоких частот.

Пусть имеется набор значений процесса u_q , q = 0, 1, ..., n, причем интервал разбиения равен Δt . Длина записи $T_n = n \Delta t$.

1. Определяем набор времен осреднения T_l , входящих в формулу для h_2^l . Запись h_2^l означает, что будет использоваться передаточная функция h_2 [см. формулу (3.60)], у которой $T \equiv T_l$, $T_l = 2l \Delta t$ (l = 1, 2, ..., m). Очевидно, что в осреднение с заданным T будет каждый раз попадать (2l + 1) значение исходного процесса. Максимальное время осреднения $T_m = 2m\Delta t$ не должно, как правило, превышать 10-15% времени записи T_n для обеспечения приемлемой устойчивости получаемых оценок спектра.

2. Значения *T_i* однозначно определяют набор частотных полос, для которых будут получены оценки спектра:

$$\Delta f_{l} = f_{l}^{3 \text{KB}} - f_{l+1}^{3 \text{KB}} = \frac{3}{4T_{l}} - \frac{3}{4T_{l+1}}$$

88

фильтра можно записать формулу $f_{ip}^{_{3KB}} = \int_{0}^{\infty} |\Phi_{p}(f)|^{2} df,$ (3.62)

ничной частоты реального

которая даст $f_{rp}^{3\kappa_B} = \frac{1}{2T} =$ = $\frac{1}{2} f_{rp}$ для фильтра $|\Phi_1|^2$ и $f_{rp}^{3\kappa_B} = \frac{3}{4T} = \frac{3}{8} f_{rp}$ для фильтра $|\Phi_2|^2$.

Формула (3.57) перепишется тогда в виде

$$S_{\mu}(f_{*}) = \frac{\sigma_{1}^{2} - \sigma_{2}^{2}}{f_{2}^{\gamma_{KB}} - f_{1}^{\gamma_{KB}}}, \qquad (3.63)$$

где

$$f_* = \frac{f_2^{\text{OKB}} + f_1^{\text{OKB}}}{2}.$$

б. Расчетная схема. Все формулы, которые приведены выше, относятся к случаю непрерывной записи, поскольку в таком виде ими проще оперировать. В приводимой ниже расчетной схеме даны дискретные аналоги этих формул применительно к обработке гочечных эквидистантных записей. Всего будет m значений Δf_l .

3. Вычисляем значения v_s^l на выходе каждого заданного фильтра h_2^l по формуле

$$u_{s}^{t} = \sum_{l=-1}^{r=+1} u_{s-l} \frac{1 + \cos \frac{\pi}{l}t}{2l}$$
(3.64)

Здесь *l* фиксировано для каждого h_2^l (или, что то же самое, для каждого T_l), а *s* пробегает значения *l*, l + 1, ..., n - l. Таким образом, для каждого T_l получится (n - 2l) значений v_s^l , т. е. при увеличении времени осреднения количество значений v_s на выходе фильтра будет уменьшаться.

Значения v_s^l получаются на выходе фильтра низких частот $|\Phi_2^l|^2$. Чтобы получить значения процесса на выходе фильтра высоких частот $\{1 - |\Phi_2^l|^2\}$, необходимо, очевидно. вычислить величины $u_s - v_s^l$.

4. Находим энергию исходного процесса u_q в полосе частот $[f_l^{3KB}, f_N]$:

$$\sigma_l^2 = \frac{1}{n-2l} \sum_{s=l}^{s=n-l} [u_s - v_s^l]^2, \qquad (3.65)$$

где f_N – частота Найквиста.

5. Вычисляем значения оценок энергетического спектра исходного процесса u_q по формуле [см. формулу (3.63)]

$$S_{l}(f_{*}) = \frac{\sigma_{l}^{2} + \sigma_{l+1}^{2}}{f_{l+1}^{\gamma_{KB}} - f_{1}^{\gamma_{KB}}}$$
(3.66)

Вычисления *т* значений S₁ относятся к частотам

ŗ

$$f_* = \frac{f_{l}^{3KB} + f_{l+1}^{3KB}}{2}$$

Получив таким образом предварительные оценки энергетического спектра, желательно знать их статистическую устойчивость. Можно показать, что если S(f)изменяется медленно в полосе частот $[f_{l}^{3\kappa_{B}}, f_{l+1}^{3\kappa_{B}}]$, то эквивалентная ширина применяемого фильтра

$$W_{\rm {\tiny JKB}} \approx \frac{1}{T_l} \,. \tag{3.67}$$

Следовательно, эквивалентное число степеней свободы в соответствии с формулой (3.24) равно

$$k \approx \frac{2T_n}{T_l},\tag{3.68}$$

и оценку устойчивости можно провести с помощью табл. 3.1. Заметим, что, в отличие от метода, описанного в пп. 1 и 2, здесь число степеней свободы является величиной переменной, и поэтому устойчивость предварительных оценок спектра зависит от частоты, так как в формуле (3.68) k зависит от T_1 .

В тех случаях, когда число исходных значений процесса *n* невелико (не превышает нескольких сотен) и в особенности если *n* представимо в виде 2^{*p*} (*p* — целое число), предварительный грубый анализ формы спектра может быть сделан с помощью обычной настольной вычислительной машины [38, 139].

Предварительный анализ характера спектра с помощью метода математических фильтров является весьма полезным. Опыт показывает, что в целом ряде случаев полученные этим методом оценки энергетических спектров вполне пригодны для дальнейшего научного анализа.

Глава 4

СПЕКТР ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ТЕРМИЧЕСКИ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ

1. Спектр турбулентности в устойчиво стратифицированной атмосфере

Экспериментальные спектры атмосферной турбулентности были получены в зонах струйных течений в верхней тропосфере, в среде, устойчиво стратифицированной по плотности, но со значительными градиентами скорости ветра [128].

На рис. 4.1 представлена типичная кривая спектральной плотности (энергетический спектр) пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра в зоне струйного течения. Как видно из рисунка, кривая, построенная в логарифмическом масштабе, может быть аппроксимирована двумя прямолинейными отрезками. Каждый из этих отрезков соответствует степенному закону $S(\Omega) \sim \hat{\Omega}^{-n}$. Участок *БВ* может быть аппроксимирован степенным законом $S(\Omega) \sim \Omega^{-5/3}$. т. е. соответствует инерционному интервалу спектра, для которого выполняется постулат Колмогорова - Обухова об автомодельности и переносе энергии от масштаба к масштабу без потерь. Линия АГ на рисунке проведена из точки А с наклоном $-\frac{5}{3}$. Если бы спектр пошел по $A\Gamma$, это означало бы, что вся энергия, получаемая турбулентными пульсациями, характеризуемыми волновым числом Ω_A , передаваясь без потерь турбулентным образованиям с большими Ω_A в конце концов диссипирует в тепло. Кривая АБВ идет ниже АГ, следовательно, в единицу времени в тепло переходит меньше энергии, чем поступает в точке А. Подобные случаи характерны для верхней тропосферы. На рис. 4.2 представлены нормированные по дисперсиям энергетические спектры, полученные при полетах в ясном небе, в зоне слабовыраженного струйного течения.

Перегрузочный метод, с помощью которого получены спектры, приведенные выше, дает надежные результаты лишь в тех случаях, когда интенсивность турбулентности превышает некоторое пороговое значение в той области волновых чисел, к которым чувствителен самолет. Однако потери энергии на масштабах, соответствующих участку *АБ*, могут быть настолько значительными, что флуктуации скорости с масштабами, соответствующими участку *БВ* (см. рис. 4.1), уже не будут восприниматься самолетом как измерителем перегрузок. Очевидно, что в тех случаях, когда самолет в целом уже не реагирует на эти флуктуации скорости, можно, используя его как платформу, измерить флуктуации скорости более чувствительной аппаратурой. Такие измерения, в частности, пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра были выполнены самолетным термоанемометром. Одновременно самолетный вычислитель вектора ветра регистрировал флуктуации скорости ветра больших масштабов. Сочетание двух методов позволило получить спектр горизонтальной компоненты скорости ветра в широком диапазоне волновых чисел.

На рис. 4.3 представлен энергетический спектр пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра, полученный в ясном небе в зоне струйного течения [19]. Из сравнения рис. 4.3 с рис. 4.1 видно, что спектр горизонтальной компоненты имеет тот же характер, что и спектр вертикальной компоненты. В то же

время величины спектральной плотности на этих рисунках отличаются почти на два порядка. В случае, которому соответствует рис. 4.3, самолет не испытывал заметных перегрузок и лишь использование чувствительной аппаратуры позволило получить данные о спектре турбулентности. На рис. 4.4 приведены спектры горизонтальной компоненты, полученные при полетах в ясном небе





[19] и подобные по характеру спектру на рис. 4.3. Экспериментальные данные указывают на то, что должен существовать какой-то механизм поглощения кинетической энергии турбулентности, присущий свободной атмосфере. Этот механизм может быть, например, связан с особенностями среды, а именно либо с «отсутствием твердой стенки», либо с температурной стратификацией. Впервые на особенности структуры турбулентного потока в термически стратифицированной среде указал Обухов.

В работе Шура [128] «утечка» части энергии турбулентных пульсаций в устойчиво стратифицированной атмосфере объясняется потерей ее на работу против архимедовой силы. Предложенная им физическая гипотеза может быть сформулирована следующим образом. В свободной атмосфере при на-

личии устойчивой стратификации по плотности кинетическая энергия вихря, очевидно, не будет без потерь передаваться вихрям меньшего масштаба. Вихрю за время его жизни приходится совершать работу против архимедовой силы устойчивой стратификации. Часть энергии вихря пойдет на увеличение потенциальной энергии потока, т. е. на уменьшение запаса устойчивости. Очевидно также, что для вихрей малых размеров потеря энергии на работу против архимедовой силы пренебрежимо мала, тогда как вихри большого масштаба могут потерять значительную часть своей кинетической энергии. Процесс перехода кинетической энергии турбулентных пульсаций в потенциальную должен протекать до тех пор, пока стратификация будет оставаться устойчивой.

В некоторых случаях, как показано ниже, практически вся энергия турбулентности может затрачиваться на работу против сил стратификации и спектр турбулентности может быть ограничен со стороны больших волновых чисел (малых масштабов).

Рассмотрим некоторые количественные соотношения, исходя из общепринятого предположения, что в турбулентном потоке энергия передается от вихрей бо́льших масштабов к вихрям меныших масштабов.





Обозначим потерю энергии на работу против архимедовой силы за единицу dE'

времени через $\frac{dE'}{dt}$:

$$\frac{dE'}{dt} = gv\,\Delta\rho = gv\frac{\Delta\theta}{\theta}\rho\,,\tag{4.1}$$

где *g* – ускорение силы тяжести; *v* – скорость вихря; ρ – плотность; θ – потенциальная температура.



Рис. 4.3. Энергетический спектр пульсаций горизонтальной компоненты турбулентности в ясном небе в зоне струйного течения.



Рис. 4.4. Примеры энергетических спектров турбулентности в ясном небе (горизонтальная компонента).

(4.2)

На единицу массы имеем

$$\frac{dE'_{\rho}}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dE'}{dt} = v \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} l,$$

где $\frac{\partial \theta}{\partial z} \approx (\gamma_a - \gamma)$ – градиент потенциальной температуры; l – характерный размер вихря.

Предположим далее, что в области малых *l* (в свободной атмосфере до масштабов, меньших нескольких сотен метров), как это и подтверждается многочисленными экспериментами, закон Колмогорова — Обухова достаточно хо-

рошо выполняется, и проследим тенденцию изменения спектрального закона «минус пять третей» при переходе к большим *l* с учетом рассматриваемого эффекта. Имеем

$$v_l \approx (\varepsilon l)^{1/3} \,. \tag{4.3}$$

Подставляя (4.3) в (4.2), получим

$$\frac{dE_{\rho}}{dt} \approx \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \varepsilon^{1/3} l^{4/3}.$$
(4.4)

Выражение (4.4) определяет скорость перехода кинетической энергии турбулентности в потенциальную энергию потока, т. е. скорость потери кинетической энергии турбулентности в единице массы и характеризует устойчивую стратификацию потока как некий потребитель турбулентной энергии. Чем больше запас устойчивости, тем большее количество турбулентной энергии «отсасывается» из спектра. При неустойчивой стратификации, как это следует из (4.4), $\frac{dE_{\rm p}}{dt}$ меняет знак, и в этом случае неустойчиво стратифицированный поток

может рассматриваться как некий источник турбулентной энергии.

Полная скорость переноса турбулентной энергии ε_l складывается из скорости инерционного переноса, численно равной скорости диссипации ε , и скорости потери турбулентной энергии $\frac{dE_{\rho}}{dt}$:

$$\varepsilon_{l} = \varepsilon + \frac{dE_{\rho}}{dt} = \varepsilon \left(1 + \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \varepsilon^{-2/3} l^{4/3} \right).$$
(4.5)

Заменим потенциальную температуру в средней температурой турбулизированного слоя Т и обозначим

$$b = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \varepsilon^{-2/3} = \frac{g}{T} (\gamma_a - \gamma) \varepsilon^{-2/3}.$$
(4.6)

Выражение (4.3) теперь перепишется в виде

$$v_l \sim \varepsilon^{1/3} l^{1/3} (1 + b l^{4/3})^{1/3}$$
 (4.7)

Возведя в квадрат, получим

$$v_l^2 \sim \varepsilon^{2/3} l^{2/3} \left(1 + b l^{4/3}\right)^{2/3} . \tag{4.8}$$

Для масштабов, близких к тем, для которых справедливо (4.3), имеем

$$bl^{4/3} \ll 1.$$

Следовательно,

$$v_l^2 \sim \varepsilon^{2/3} l^{2/3} (1 + 2/3 b l^{4/3}).$$
(4.9)

Выражая масштаб *l* через волновое число $\Omega = \frac{2\pi}{l}$, получим

$$v_{\Omega}^{2} \sim \epsilon^{2/3} \Omega^{-2/3} \left[1 + \frac{2}{3} (2\pi)^{4/3} b \Omega^{-4/3} \right].$$
 (4.10)

Дифференцируя (4.10) по Ω, после несложных преобразований получим

$$S(\Omega) \circ \varepsilon^{2/3} \Omega^{-5/3} (1 + b_1 \Omega^{-4/3}),$$

где

$$b_{1} = \frac{4}{3} (2\pi)^{4/3} \frac{g}{T} (\gamma_{a} - \gamma) \varepsilon^{-2/3}.$$

Выкладки, с помощью которых получено выражение (4.11), не являются строгими, однако вытекающий из (4.11) вывод об увеличении модуля показателя степени при Ω в той области волновых чисел, где сказывается влияние устойчивой стратификации, хорошо согласуется c результатами экспериментов [129, 130].

Ламли [188] более строго решил задачу о спектре турбулентности в устойчиво стратифицированной атмосфере. Он также исходил из предположения, что скорость переноса энергии в спектре является функцией волнового числа Ω и зависит от степени термической устойчивости атмосферы. Для спектра турбулентности в устойчиво стратифицированной атмосфере Ламли получил выражение

$$S(\Omega) = \alpha \varepsilon^{2/3} \Omega^{-5/3} \left[1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_A} \right)^{-4/3} \right], \qquad (4.12)$$

(4.11)

где Ω_A — волновое число, характеризующее область влияния архимедовой силы. Очевидно, что (4.12) переходит в (4.11) при условии

$$\Omega_{A}^{4/3} = b_{1} = c \, \frac{g}{T} (\gamma_{a} - \gamma) \, \varepsilon^{-^{2}/_{3}} \,. \tag{4.13}$$

Болджиано [140] на основании анализа результатов экспериментов по изучению распространения радиоволн в турбулентной атмосфере предложил другую модель энергетического спектра для устойчиво стратифицированной атмосферы. Он предположил, что в определенном интервале волновых чисел существенное влияние на форму спектра оказывает скорость диссипации флуктуаций удельной силы плавучести. Интервал волновых чисел, в котором форма спектра определяется термической стратификацией, Болджиано назвал подобластью плавучести.

Следует отметить, что подобласть плавучести, если она существует, включает в себя масштабы, которые при безразличной температурной стратификации входят в инерционный интервал.

Поэтому подобласть плавучести — это участок инерционного интервала, в котором, кроме переноса энергии турбулентных образований (вихрей), часть энергии переходит в потенциальную.

Болджиано получил для спектра в подобласти плавучести выражение

$$S(\Omega) \sim \Omega^{-1} \ell_s \tag{4.14}$$

К такому же результату пришел и Монин [73]. Он предположил, что в подобласти плавучести в случае очень сильной устойчивости структура турбулентного потока уже не зависит от скорости диссипации энергии, а определяется лишь

двумя параметрами: параметром плавучести $\frac{g}{T}$ и средней скоростью выравнивания температурных неоднородностей N;

$$N = v_{\tau} \sum_{j=1}^{3} \left(\frac{dT}{dx_i} \right)^2, \qquad (4.15)$$

где v_т - коэффициент молекулярной температуропроводности.

Из соображений размерности Монин получил

$$S(\Omega) \sim \left(\frac{g}{T}\right)^{r_{\rm s}} N^{2r_{\rm s}} \Omega^{-11r_{\rm s}}. \tag{4.16}$$

Из трех параметров $\frac{g}{T}$, N и є на основании соображений размерности можно составить масштаб длины L_* :

$$L_{*} = e^{-\frac{s}{4}} N^{-\frac{3}{4}} \left(\frac{g}{T}\right)^{-\frac{s}{2}}, \tag{4.17}$$

получивший название масштаба Болджиано – Обухова. Для неоднородностей, масштаб которых $L < L_*$, архимедова сила не оказывает влияния на турбулентные движения. Для $L > L_*$ режим турбулентных движений в инерционном интервале зависит, как видно из (4.17), от $\frac{g}{T}$ и N.

Выражение для спектра турбулентности в термически стратифицированной атмосфере можно получить также, воспользовавшись теорией взаимолействия.

атмосфере можно получить также, воспользовавшись теорией взаимодействия, развитой Ченом, основные положения которой изложены в главе 1.

В работе [34] рассмотрено влияние термической стратификации на характер энергетического спектра как эффект сильного взаимодействия полей температуры при слабом взаимодействии осредненных и турбулентных полей скорости ветра. Из уравнений движения и неразрывности с помощью осреднения и разложения в интегралы Фурье получено спектральное уравнение баланса энергии, учитывающее влияние плавучести. Для решения этого уравнения используется довольно распространенный прием. Из параметров, входящих в спектральное уравнение, составлено на основании соображений размерности несколько масштабов длины, для которых и искались частные решения. Для масштабов, соответствующих подобласти плавучести, получено выражение, совпадающее с формулой Болджиано.

Таким образом, можно считать экспериментально и теоретически установленным наличие в спектре развитой турбулентности при устойчивой стратификации атмосферы подобласти плавучести, которая характеризуется наклоном спектральной кривой, превышающим 5/3. В области болыних волновых чиссл и формула Шура – Ламли, и формула Болджиано – Монина переходят, как и следовало ожидать, в спектральный закон «минус пять третей». Сама же зависимость $S(\Omega) = f(\Omega)$ в подобласти плавучести получается различной, причем если для спектра энергии трудно, аппроксимируя результаты эксперимента, отдать предпочтение той или другой форме представления, то, как это следует из работ [73, 140, 188], для спектров температурных пульсаций различие становится весьма существенным. Сравнительный анализ двух теорий, описывающих

4 Зак. 1872

спектр турбулентности в устойчиво стратифицированной атмосфере, дан в работах Монина [74] и Филлипса [201].

Филлипс показал, что оба выражения для спектра могут быть получены из спектрального уравнения баланса турбулентной энергии. Окончательный вид выражения для спектра в подобласти плавучести зависит от некоторых начальных гипотез. Если предположить, что величина спектра турбулентности $S(\Omega_1)$ определяется скоростью переноса энергии в окрестности Ω₁ и что плотность энергии, расходуемой на преодоление архимедовой силы, пропорциональна средэнергии, расходусмои на продолжит $\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{g}{T} (\gamma_a - \gamma) \right]$, то можно получить выраже-

ние, совпадающее с формулой Шура – Ламли.

Если же предположить, что структура турбулентности устойчиво стратифицированного потока определяется скоростью диссипации флуктуаций сил плавучести за счет молекулярной диффузии, то получается выражение, совпадающее с формулой Болджиано – Монина.

2. Зависимость формы спектральной кривой от термической стратификации атмосферы

Аналитические выражения (4.11) и (4.16) пригодны для описания энергетического спектра турбулентности в устойчиво стратифицированной атмосфере. При безразличной стратификации силы плавучести равны нулю и эти выражения асимптотически переходят в спектральный закон «минус пять третей». При неустойчивой же стратификации атмосферы выражения (4.11) и (4.16) уже не имеют физического смысла.

Однако можно на основании простых физических представлений показать. что неустойчивая стратификация должна привести к возрастанию энергии турбулентности.

Термическая неустойчивость, так же как и термическая устойчивость, может действовать в определенном интервале волновых чисел (масштабов). Если потеря энергии за счет работы против архимедовой силы приводит к увеличению модуля показателя степени (если представить спектр показательной функцией вида $S(\Omega) \sim \Omega^{-n}$), то приток энергии за счет термической неустойчивости приведет к уменьшению |n|, а в случае сильной неустойчивости и к смене знака n.

Хорошей иллюстрацией зависимости энергетического спектра турбулентности от термической стратификации атмосферы может служить эксперимент, проведенный на самолете ИЛ-18 в районе Ташкента [22]. Этот пример типичен для случая термической стратификации, неустойчивой в нижней половине тропосферы и устойчивой на больших высотах, а также для малых вертикальных градиентов средней скорости ветра.

Во время летного эксперимента, проведенного в сентябре 1964 г., погода была безоблачной, скорость ветра возрастала от 20 км/ч на высоте 1 км до 70 км/ч на высоте 9 км, а затем убывала; до высоты 2.0-2.5 км атмосфера была стратифицирована неустойчиво, на высоте 3,0 км – безразлично, выше 3 км – устойчиво. Кривые спектральной плотности пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра для высот 1, 3, 6 и 9 км представлены на рис. 4.5. Низкочастотные участки (АБ) кривой S_u(Ω) построены по данным самолетного измерителя вектора ветра, а высокочастотные ($B\Gamma$) – по данным термоанемо-







метра. Пунктирной линией произведена стыковка участков, полученных разными методами.

На рис. 4.5 a (H = 1 км) видно, что на участке кривой AE хорошо заметно насыщение в области малых Ω . Штриховой линией участок AE продолжен в область болыших частот по закону «минус пять третей». Экспериментальная кривая спектральной плотности (BI) лежит выше этой линии с наклоном около $-\frac{5}{3}$. Такое расположение участка кривой спектральной плотности $B\Gamma$ можно объяснить тем, что в области масштабов от 1 до 3 км имел место приток



термической устойчивости (по Мэропу [194]).

энергии за счет термической неустойчивости атмосферы. Этот эффект, хорошо выраженный на высоте 1 км, удалось проследить почти до высоты 3 км.

На высоте 3 км, т. е. там, где стратификация была близкой к безразличной, вся кривая AEBI соответствует, как это видно из рисунка, закону «минус пять третей». Для высоты 6 км, где стратификация уже была устойчивой, хорошо заметно увеличение наклона кривой $S_u(\Omega)$, что говорит о потере турбулентной энергии на работу турбулентных возмущений против архимедовой силы. Наконеп, спектральная плотность пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра на высоте 9 км (рис. 4.5 г) имеет такой же характер, как и $S_u(\Omega)$ для высоты 6 км (рис. 4.5 в), но наклон кривой $S_u(\Omega)$ на этой высоте еще больше, что связано с большей термической устойчивостью атмосферы на этом уровне. В работе [129] указывалось, что архимедова сила, хотя и направлена по вертикали, должна влиять и на вертикальные и на горизонтальные движения,

причем аналогичным образом, что связано, по-видимому, с трехмерностью турбулентных вихрей. Описанный выше эксперимент подтверждает это предположение.

Специальный эксперимент по изучению зависимости формы спектра турбулентности от степени термической устойчивости атмосферы был проведен Мэропом [194]. Были исследованы пульсации горизонтальной и вертикальной компонент скорости ветра над высохшим озером в пустыне Северной Калифорнии (США). Измерения выполнялись на самолете, оборудованном измерителем пульсаций горизонтальной скорости с трубкой Пито в качестве чувствительного элемента и флюгером угла атаки для измерения скоростей вертикальных порывов. Полеты проводились на высоте 300 м угром 25 июня 1966 г. при типичной для этого района и времени года метеорологической ситуации. В ранние утренние часы над ложем высохшего озера существует мощная инверсия до высоты около 600 м. По мере прогрева за счет интенсивной конвекции стратификация из устойчивой переходит в безразличную. На рис. 4.6 а представлены энергетические спектры пульсаний горизонтальной компоненты скорости ветра, измеренные в 6 ч 55 мин по местному времени (кривая 1) и в 9 ч 10 мин (кривая 2). Наклон кривой 1 близок к -3; наклон кривой 2 практически совпадает с $-\frac{5}{3}$.

На рис. 4.6 б представлены спектры вертикальной компоненты скорости ветра, измеренные в 7 ч 03 мин (кривая 3) и в 8 ч 49 мин (кривая 4). Наклон кривой 3 в области частот $< 10^{\circ}$ с⁻¹ заключен между -3 и $-11/_{5}$; наклон кривой 4 близок к $-5/_{3}$. Измерения сопровождались учащенными радиозондовыми и шаропилотными наблюдениями. Средняя скорость ветра на уровне полета около 300 м над поверхностью озера не превышала 3 м/с. Скорость полета самолета во время измерений составляла 69 м/с.

По данным радиозондирования, перестройка стратификации на уровне полета от устойчивой к безразличной произоппла между 8 ч 00 мин и 8 ч 30 мин. В работе [194] проведено также исследование временного ряда спектральных плотностей на фиксированных частотах.

3. Перенос энергии в спектре и обобщенный спектр турбулентности свободной атмосферы

В инерционном интервале спектры отличаются один от другого только уровнем турбулентной энергии, который определяется величиной скорости диссипации

$$\varepsilon = c^{-2/3} S(\Omega)^{3/2} \Omega^{5/2} . \tag{4.18}$$

Будем полагать, что в турбулизированной атмосфере, даже если не накладывать никаких ограничений на пространственную структуру турбулентных образований (т. е. так же, как в случае анизотропной и неоднородной турбулентности), имеет место передача энергии от возмущений больших масштабов к менышим. В спектральных терминах это означает, что поток энергии направлен в сторону больших волновых чисел. Отсюда вытекает возможность определения скорости переноса энергии в спектре ε_{Ω} как функции волнового числа Ω . Для инерционного интервала

$$\varepsilon_{\Omega} = \text{const} = \varepsilon.$$
 (4.19)

При этом внутри инерционного интервала энергия не поступает и не расходуется, а лишь передается от одних движений (бо́льших масштабов) к другим (меньших масштабов).

На рис. 4.7 *а* в координатах $S(\Omega)$ и Ω изображены линии $\varepsilon = \text{const}$, причем $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \ldots < \varepsilon_n$. Если функция спектральной плотности $S(\Omega)$ идет параллельно этим линиям, то скорость переноса энергии в спектре постоянна, другими словами, в интервале волновых чисел $\Omega_6 - \Omega_8$ отсутствуют источники и стоки





гурбулентной энергии. Отрезок БВ спектра идет параллельно изолиниям є. На отрезке АБ спектральная кривая по мере увеличения волнового числа пересекает изолинии є, переходя на уровни все больших и больших энергий. В этом интервале волновых чисел энергия поступает в спектр, т. е. в области $\Omega_A - \Omega_B$ действует источник турбулентной энергии. На отрезке ВГ спектральная кривая пересекает изолинии є в направлении от больших є к меньшим. Это означает, что в интервале волновых чисел $\Omega_B - \Omega_\Gamma$ кинетическая энергия турбулентных пульсаций переходит от масштаба к масштабу не полностью, а с потерями, т. е. что в области $\Omega_B - \Omega_\Gamma$ действует потребитель турбулентной энергии.

Очень удобной формой представления экспериментальных данных в тех случаях, когда мы хотим проследить за переносом энергии в спектре турбулентности, является график функции $\varepsilon_{\Omega} = f(\Omega)$, представленный на рис. 4.7 б. На таком графике можно отегливо выделить как области,

где энергия поступает в спектр, так и области, где энергия «отсасывается» из спектра.

Разность между скоростью поступления энергии в спектр $\varepsilon_{\rm r}$ и скоростью диссипации энергии є может быть довольно значительной, а знак этой разности зависит от типа стратификации. Будем считать разность $\varepsilon_{\rm r}$ — є положительной в случае, когда энергия поступает в спектр за счет термической неустойчивости, и, наоборот, отрицательной в том случае, когда энергия турбулентности расходуется на преодоление сил отрицательной плавучести. На рис. 4.8 представлены кривые $\varepsilon_{\rm r}$ и є, вычисленные из спектров, представленных на рис. 4.5. Так как на участках *АБ* рис. 4.5 спектры довольно хорошо следуют закону «минус пять третей», хотя на этих масштабах трудно ожидать изотропии и локальной однородности, величина $\varepsilon_{\rm r}$ была вычислена из спектра на участках *АБ* по формуле (4.18). Скорость диссипации є была рассчитана по спектру на участках *ВГ* по той же формуле.

Как видно из рис. 4.8, є резко падает с высотой, в то время как ε_r начиная с 3 км практически остается постоянным. В зоне до 3 км ($\varepsilon - \varepsilon_r$) > 0, что показано на рисунке знаком «+». На бо́лыших высотах ($\varepsilon - \varepsilon_r$) < 0: знак «-». Экспериментальные данные о величине ε_r приведенные в работах [35, 48, 68], относятся в основном к нижнему 500-метровому слою атмосферы, поэтому для сравнения с данными, представленными на рис. 4.8, на рис. 4.9 приведен гра-



Рис. 4.8. Зависимость скорости генерации _{в г}и скорости диссипации в турбулентной энергии от высоты (из спектров, приведенных на рис. 4.5).

фик $\varepsilon = f(H)$ по Боллу [130], на который нанесены значения ε на высотах 1, 3, 6 и 9 км (черные ромбы) [22]. Как видно из рисунка, те и другие данные в общем не противоречат друг другу, если учесть, что на малых высотах в эксперименте наблюдалась развитая конвекция.

Уменьшение є с высотой не означает, однако, что интенсивность турбулентности резко падает с высотой. Как видно из рисунков 4.5 и 4.8, на малых волновых числах (больших масштабах) интенсивность турбулентности с высотой изменяется незначительно.

Интенсивность турбулентности, как указывалось выше, может быть охарактеризована величиной ε_Ω, причем эта величина, поскольку она относится

к определенному волновому числу, может быть использована для характеристики интенсивности турбулентности и вне инерционного интервала.

На рис. 4.10 представлены кривые $\varepsilon_{\Omega} = f(\Omega)$, полученные по результатам самолетных экспериментов в ясном небе при устойчивой стратификации атмосферы [130]. Кривые 1 и 2 построены для горизонтальной компоненты, кривая 3 – для вертикальной. Кривая 3 лежит значительно выше кривых 1 и 2, так как она соответствует интенсивной болтанке самолета, т. е. значительно более высокой энергии турбулентности. На всех кривых отчетливо видна область





уменьшения є (подобласть плавучести). Интересно отметить, что для больших интенсивностей турбулентности подобласть плавучести смещается в сторону больших волновых чисел.

Экспериментальные данные о спектральной структуре турбулентности свободной атмосферы получены самыми различными методами. Каждый метод позволяет получить спектр турбулентности в определенном интервале масштабов. Однако можно построить схему некоторого обобщенного спектра турбулентности в свободной атмосфере, имеющей, как правило, устойчивую термическую стратификацию, в широком диапазоне масштабов. Для этого воспользуемся сформулированным выше понятием о скорости переноса энергии в спектре. На рис. 4.11 представлен график функции $\varepsilon_{\Omega} = f(\Omega)$.

Область I на рисунке — это область волновых чисел, на которых происходит генерация турбулентной энергии за счет неустойчивости среднего потока. Часть энергии основного потока при этом идет на образование флуктуаций. Область I характеризуется возрастанием ε_{Ω} . Увеличение ε_{Ω} не означает, что в области I энергия турбулентности только поступает, но позволяет сделать вывод о том,

что поступление в спектр идет быстрее, чем отток (потребление) этой энергии, так как на всех масштабах существует перенос энергии в спектре, направленный в сторону больших волновых чисел.

Область ІІ характеризуется некоторым квазиравновесием между поступлением энергии в спектр и потерей этой энергии. Под потерей не следует понимать перенос энергии по спектру. Природа этих потерь энергии нуждается в изучении. Наличие области квазиравновесия подтверждено многочисленными экспериментальными данными. Скорость переноса энергии в области ІІ остается почти постоянной, хотя здесь заведо-

мо не выполняются условия локальной изотропии.

Область III - область волновых чисел, где в устойчиво стратифицированной атмосфере действует потребитель турбулентной энергии - архимедова сила устойчивой стратификации. Энергия турбулентности переходит в потенциальную 101 энергию стратификации, в товремя как поступления энергии в снектре в области волновых чисел $\Omega_3 - \Omega_4$ уже практически нет. Из-за потери энергии на работу против сил отрицательной плавучести скорость переноса энергии є падает с увеличением Ω.

Область IV - классический инерционный интервал. Здесь

нет ни притока, ни потерь

энергии. Скорость переноса энергии по спектру в инерционном интервале постоянна и равна скорости, с которой энергия турбулентности переходит на правой границе в тепловую, - скорости диссипации є.

Область V - вязкий интервал, где энергия турбулентности переходит в тепло за счет вязкости. В этой области ε_Ω падает от ε до нуля.

В соответствии с изменениями скорости переноса энергии в различных участках спектра изменяется и вид спектральной кривой. На том же рис. 4.11 представлен обобщенный спектр для устойчиво стратифицированной атмосферы.

В инерционном интервале спектр описывается законом «минус пять третей». Инерционный интервал ограничен справа волновым числом Ω_5 , соответствующим так называемому микромасштабу Колмогорова. Левая его граница Ω_4 , как показали эксперименты, соответствует в свободной атмосфере масштабам около 1000 м.

Если в инерционном интервале, по определению, нет источников и потребителей турбулентной энергии, а имеет место лишь инерционный перенос энергии по спектру от больших масштабов к меньшим, то в интервале квазиравновесия -действуют как источники, так и стоки энергии.



Рис. 4.10. Экспериментальные функции $\varepsilon_{\Omega} =$ $= f(\Omega)$ для турбулентности в ясном небе.

Однако поскольку в этом интервале εо≈const, то и спектр будет описываться выражением

$$S(\Omega) \sim \Omega^{-5/3}$$
.

Выражение для спектра в вязком интервале может быть теоретически получено из известного уравнения Гейзенберга (см. главу 1) и имеет вид.

$$S(\Omega) \circ \Omega^{-7}$$
. (4.21)

Эксперименты, проведенные в трубах, не подтверждают такой зависимости.



Рис. 4.11. Обобщенный энергетический спектр развитой турбулентности в свободной атмосфере и соответствующая функция $\varepsilon_{\Omega} = f(\Omega)$. женный на рис. 4.11, вытекает из

Однако при любой аппроксимации спектр в вязком интервале спадал круче, чем в инерционном. Для подобласти плавучести, поскольку ε_{Ω} уменьшается с ростом Ω , спектр будет идти круче, чем в инерционном интервале.

(4.20)

Экспериментальные спектры могут быть анпроксимированы степенной зависимостью $S(\Omega) \sim$ $\sim \Omega^{-n}$, где |n| колеблется от 2,2 до 3,1. Следует указать, что наклон спектральной кривой в подобласти плавучести является функцией волнового числа.

Вид спектра в области генерации турбулентной энергии, изобраобщефизических представлений и является прямым следствием воз-

растания є. Надежных экспериментальных данных, относящихся к этой области спектра для свободной атмосферы, пока явно недостаточно для построения хотя бы эмпирической формулы, описывающей спектр в этой области. Изображенный на рис. 4.11 спектр турбулентности является некоторой общей схемой для развитой турбулентности в свободной атмосфере. В такой развитой турбулентности присутствуют движения всех масштабов. Спектр включает в себя и подобласть плавучести. В некоторых случаях, например когда температурная стратификация близка к безразличной, подобласть плавучести в спектре турбулентности может отсутствовать.

В работе Панчева и Сиракова [197] приведены результаты численного решения спектральных уравнений при различных значениях безразмерного параметра взаимодействия *m*, определяемого по формуле (1.57); при этом в случае устойчивой термической стратификации (m > 0) в спектре существует подобласть плавучести.

Расчетные спектры, приведенные в [197], по форме совпадают с соответствующим участком спектра, изображенного на рис. 4.11. Поскольку наклон спектра в интервале плавучести переменный, на различных участках он аппро-ксимируется степенными зависимостями $-{}^{11}/_5$ и -3. Тем самым, по мнению авторов, устраняется противоречие между теориями Болджиано - Монина и Шура – Ламли.





Возможны также случаи, когда энергия поступает в спектр не только за счет неустойчивости среднего потока, но и из дополнительных локальных источников турбулентной энергии. В устойчиво стратифицированной атмосфере таким источником турбулентной энергии могут быть разрушающиеся гравитационносдвиговые волны [205]. В этом случае на волновых числах, соответствующих длинам разрушающихся гравитационно-сдвиговых волн, в слектре турбулентности появятся вторичные максимумы. Другим локальным источником турбулентной энергии могут быть разрушающиеся горные волны. Подробно о механизме образования таких волн и об условиях, при которых они теряют устойчивость, сказано ниже.

На рис. 4.12 представлены два спектра вертикальной компоненты скорости ветра, полученные при экспериментах в районе Кавказского хребта [132]. Кривая 1 относится к зоне турбулентности в ясном небе на высоте 15 км. Приращения перегрузки самолета достигали ±1,0g. Кривая 2 представляет собой спектр вертикальной компоненты скорости ветра в ясном небе над горами на высоте 9,3 км при наличии струйного течения, ось которого располагалась на высоте 13 км. Приращения перегрузки в этом полете достигали ±1,2g.

На этом же рисунке для сопоставления представлены спектры, полученные над равнинной местностью в ясном небе. Кривая 3 соответствует турбулентности в зоне струйного течения на высоте 8 км с приращениями перегрузки до $\pm 0.5g$, а кривая 4 — слабой турбулентности вблизи оси струи на высоте 10 км с приращением перегрузки около $\pm 0.1g$.

Как видно из рис. 4.12, спектральные кривые над горами имеют характерные изломы, в отличие от более монотонных спектров над равнинной местностью.

При экспериментальных исследованиях турбулентности в различных районах и при различных аэросиноптических условиях далеко не всегда удается обнаружить турбулентные образования на волновых числах, обычно входящих в инерционный интервал. Это означает, что соответствующие этим волновым числам пульсации либо лежат ниже порога чувствительности аппаратуры, либо отсутствуют вовсе.

Такие спектры, с ограниченной полосой волновых чисел, представляют определенный интерес и будут рассмотрены отдельно.

4. Некоторые особенности экспериментальных спектров турбулентности в ясном небе

Экспериментальные результаты и теоретические соображения, касающиеся вида обобщенного спектра турбулентности в свободной атмосфере, относятся, вообще говоря, к случаям развитой турбулентности со сплошным спектром, содержащим измеримые флуктуации всех масштабов, включая инерционный интервал. В качестве частного случая в предложенную схему укладывается и спектр при сильной устойчивости атмосферы, в котором практически вся энергия, поступающая в спектр в области генерации, переходит в потенциальную энергию стратификации в подобласти плавучести. Рассмотрим, как может видо-изменяться обобщенный спектр турбулентности в устойчивости и мощности источников, генерирующих турбулентность. Отметим, что термическая стратификация является лишь одной из причин искажения формы спектральной кривой.

При сильной термической устойчивости атмосферы, что, как правило, всегда имеет место в стратосфере, для потока турбулизации необходимы большие градиенты скорости ветра.

Сам факт возникновения и развития турбулентности в такой среде свидетельствует о том, что это условие выполняется.

Однако, хотя запаса термической устойчивости оказывается недостаточно, чтобы не допустить зарождения турбулентности, силы плавучести интенсивно противодействуют каскадной передаче энергии по спектру. При этом возможны три случая, соответствующие трем кривым на рис. 4.13.

1. При очень сильной термической устойчивости среды спектр турбулентных возмущений может быть локализован в узкой полосе волновых чисел. В этом

случае спектр, полученный при обработке реализации конечной длины, практически не будет отличаться от спектра чисто гармонического колебания, если использовать существующие методы машинной статистической обработки. Такие «квазиволновые» возмущения отличаются от «чисто волновых» тем, что в них происходит передача энергия от бо́лыших масштабов к меньшим, а затем вся энергия тратится на работу против сил плавучести.

2. При несколько меньшей термической устойчивости атмосферы или при большей ее динамической неустойчивости, а также в тех случаях, когда источник турбулентной энергии расположен в области волновых чисел, далеких от подобласти плавучести, спектр турбулентности получается значительно шире и



Рис. 4.13. Формы энергетических спектров для устойчиво стратифицированной атмосферы.

уже существенно отличается от спектра чисто гармонических колебаний. Однако и в этом случае силы плавучести поглощают всю кинетическую энергию турбулентных пульсаций.

3. Часто встречающийся случай, когда существует сплошной спектр турбулентности, в котором кинетическая энергия передается от большего масштаба к меньшим. Часть энергии переходит в потенциальную, а затем на масштабах, где силы плавучести уже не играют существенной роли, имеет место инерционный перенос в соответствии с законом «минус пять гретей». В конечном итоге оставшаяся в спектре кинетическая энергия переходит в тепло в вязком интервале.

Различные варианты спектров, приведенные на рис. 4.13, являются частными случаями общей схемы, представленной на рис. 4.11, и характеризуют распределение энергии в спектре развитой турбулентности.

Наконец, при наличии источников турбулентной энергии, действующих на определенных масштабах на спектре турбулентности в области соответствующих волновых чисел, появляются локальные максимумы. Примером сплощных спектров с локальными максимумами энергии могут служить спектры 1 и 2 на рис. 4.12.



Рис. 4.14. Кривые спектральной плотности температурных пульсаций по данным самолетных измерений.

Измерения производились на самолетах — летающих лабораториях на высотах от 200—300 м, где изучалась термическая турбулентность при развитой конвекции, до 19—20 км, где исследовалось поле температуры развитой турбулентности динамического происхождения.

Следует отметить, что при развитой конвекции из-за сильного перемениивания термическая стратификация в нижней тропосфере бывает, как правило, слабонеустойчивой или безразличной. При этом пульсации температуры нередко оказываются малыми, несмотря на то что самолет испытывает заметную бол-
танку. На этот кажущийся парадокс указывал Монин [74], предсказавший усиление температурных пульсаций при переходе от безразличной стратификации к устойчивой.

При наличии конвективных струй и пузырей на фоне слабых пульсаций фиксируются отдельные выбросы одного знака.

На рис. 4.14 представлены кривые спектральной плотности пульсаций температуры, построенные по данным самолетных измерений. Кривые на рисунке разбиты на три группы.

В первую группу (рис. 4.14 *a*) объединены спектры температурных пульсаций в пограничном слое атмосферы при развитой конвекции. Наклон спектров близок к $-5/_3$, что соответствует колмогоровскому механизму турбулентности, в котором роль кинематической вязкости играет молекулярная температуропроводность.

Локальные максимумы на отдельных кривых, относящихся к малым высотам, могут указывать на наличие восходящих струй или пузырей.

Вторая группа спектров (рис. 4.14 б) относится к развитой конвекции, но вне пограничного слоя, на высотах от 1680 до 3130 м. Характер спектральных кривых зависит от степени термической устойчивости; по данным самолетных и радиозондовых измерений температурный градиент менялся с высотой от примерно сухоадиабатического на высоте 1680 м до 0,4° C/100 м на высоте 3130 м.

Третья группа кривых (рис. 4.14 *в*) относится к тропопаузе и стратосфере (высоты от 10 000 до 17 600 м). Спектры температурных пульсаций, относящиеся к стратосфере, напоминают по форме спектры вертикальных пульсаций скорости ветра.

Такое подобие спектров не является неожиданным. Если в устойчиво стратифицированном потоке возникает динамическая турбулентность, то вертикальные перемещения воздуха будут сопровождаться соответствующими адиабатическими изменениями его температуры. Чем больше скорость вертикального перемещения, тем большее расстояние по вертикали пройдет в термически устойчивой среде соответствующий элемент турбулентности и, следовательно, тем большей будет разность между его температурой и температурой окружающей среды.

Исследования спектральной структуры поля температуры, выполненные на самолетах — летающих лабораториях, позволили сделать следующие выводы:

1) средний наклон спектральных кривых $S_T(\Omega) = f(\Omega)$ для слабонеустойчивой и безразличной стратификации близок к $-{}^5/_3$, однако в тех случаях, когда можно было ожидать наличия конвективных струй или пузырей, кривые спектров температурных пульсаций оказывались более изломанными, с резкими максимумами для отдельных волновых чисел;

2) при устойчивой стратификации атмосферы в зонах интенсивной турбулентности наблюдаются существенные пульсации температуры; эти пульсации вызываются вертикальным перемешиванием при наличии градиента потенциальной температуры;

3) кривые спектральной плотности температурных пульсаций в термически устойчивом слое атмосферы имеют наклон, превышающий $-5/_3$, а в некоторых случаях близкий к -3, что хорошо согласуется с видом температурного спектра, предсказанного Ламли [188].

Глава 5

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В НИЖНЕЙ И СРЕДНЕЙ ТРОПОСФЕРЕ ПРИ ЯСНОМ НЕБЕ

1. Некоторые экспериментальные данные об интенсивности турбулентности

Экспериментальные исследования пульсаций продольной и вертикальной компонент скорости ветра, проведенные на привязных и свободных аэростатах, самолетах и с помощью радиолокационных средств, позволили найти зависимость интенсивности турбулентности от различных параметров атмосферы, высоты над поверхностью Земли и т. д.

В первую очередь следует отметить наличие зависимости между относительной интенсивностью турбулентности ψ и средней скоростью ветра \bar{u} . Данные радиолокационных измерений пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в области масштабов от 100 м и до 2–3 км показали, что с ростом средней скорости ветра отпосительная интенсивность турбулентности уменьшается; начиная же со скорости примерно 5–6 м/с она уже не зависит от увеличения средней скорости ветра и в среднем составляет 0,02.

Аналогичной является зависимость $\psi = f(\bar{u})$, полученная из данных самолетных измерений с помощью допплеровской навигационной системы, относящихся к масштабам от нескольких киломстров до 50–60 км; паиболышие значения ψ наблюдаются при скоростях ветра, меньших 50–60 км/ч. При скоростях ветра, бо́льших 60–70 км/ч, в среднем $\psi \approx 0,1$.

Связь между ψ и средней скоростью ветра может быть использована для ориентировочной оценки величипы пульсаций скорости ветра по данным измерений средней скорости ветра.

Радиолокационные [35] и аэростатные [27, 96] наблюдения позволили также выявить зависимость ψ от высоты. Хотя в каждом отдельном случае вертикальный профиль ψ имеет сложный слоистый характер, связанный с особенностями вертикальных профилей температуры воздуха и средней скорости ветра, в среднем ψ уменьшается с высотой.

Представление об этих изменениях дает табл. 5.1.

Таблица 5.1

Зависимость интенсивности турбулентности от высоты но данным аэростатных измерений [96]

	Высота (м)							
	100 - 500	500 - 1000	1000 1500	1500-2000	2000-2500	2500-3500		
σ_u	99	53	86	55	63	47		
ψ%	9,6	5,9	9,2	4,5	5,5	3,2		

Для масштабов движений, близких к масштабам радиолокационных измерений, изменение ψ с высотой с достаточной точностью можно аппроксимировать выражением

$$\psi(H) = kH^{-0.5}, \tag{5.1}$$

где *H* — высота в километрах, а *k* — постоянная, зависящая от местных условий; для равнинной местности ее величина заключена в пределах 5—15.

На рис. 5.1 приведен график зависимости ψ от H по данным радиолокационных измерений. Наиболее

ционных измерении. Наиболее резко ψ убывает с высотой в нижнем 500-метровом слое атмосферы; в средней тропосфере ψ в среднем равно 2%; в верхней тропосфере прослеживается увеличение ψ с высотой. Заметим, что возрастание ψ с высотой в верхней тропосфере подтверждается также данными самолетных допплеровских измерений [84]:





$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	11 ± 0.5 8,2 0,110
--	------------------------------

Подробные данные об интенсивности турбулентности и пульсациях компонент скорости ветра в слое до высоты 300 м приведены в монографии Воронцова [27].

Представляют интерес пульсации направления ветра. Экспериментальные исследования [44] показали, что в утренние и вечерние часы в слое атмосферы до высоты 1,0–1,5 км среднее квадратическое значение пульсации направления ветра σ_{ϕ} относительно среднего направления за двухчасовой период невелико, с высотой изменяется мало и в среднем равно 8–10°. В полуденные часы σ_{ϕ} увеличивается в 1,5–2,0 раза, главным образом в нижнем 500-метровом слое атмосферы. Величина σ_{ϕ} зависит от средней скорости ветра: при увеличении скорости ветра σ_{ϕ} уменышается и при скоростях, превышающих 12–13 м/с, практически остается постоянной, равной приблизительно 6°. Представление об этой зависимости дают следующие данные:

Рассмотрим теперь интенсивность турбулентности по данным о флуктуациях вертикальной компоненты скорости ветра *w*, измеренных во время полетов свободных аэростатов. За единичное измерение условно принималась скорость, осредненная за 6–10 с. Исследования, проведенные в ясном небе или вне облаков, показали, что распределение *w* по высоте имеет, как правило, слоистый характер.

Кроме того, средние скорости восходящих движений (\bar{w}_+) не всегда равны средним скоростям нисходящих движений (\bar{w}_-). В табл. 5.2 в качестве примера приведены результаты измерений, выполненных во время двух полетов свободных аэростатов.

Таблица 5.2

Высота	2°C/100 M		- ₩_	Высота	м ^и С/100 м	ŵ+	ŵ
(км)	Y C/100 M	CM	и/с	(км)	у С/100 м	см/	c
	12 мая 1949	r.			31 мая 1949	г.	
0,0 0,4 1,0 1,8 2,0 2,15	0,88 1,24 0,68 0,70 0,13	$ \begin{array}{c c} - \\ 110 \\ 103 \\ 46 \\ 46 \\ - \\ - \\ \end{array} $	- 37 34 43 45 -	0,0 0,26 0,57 1,00 1,50 2,00		$ \begin{array}{c} - \\ 10 \\ 14 \\ 25 \\ 24 \\ 23 \end{array} $	

Характеристика компонент \bar{w}_+ и \bar{w}_- вертикальных движений воздуха

Первый полет был проведен при наличии кучевой облачности. В слое до 1000 м преобладали восходящие движения. Их средняя скорость превышала 1 м/с, а максимальная достигала 2 м/с. В слое атмосферы выше 1000 м средние скорости восходящих и нисходящих движений были почти одинаковыми; максимальные значения и здесь достигали 1-2 м/с. Второй полет был проведен в безоблачную погоду при наличии подынверсионной густой дымки до высоты 2,0-2,5 км. На верхней границе слоя температурной инверсии средние скорости восходящих и нисходящих движений были меньше 10 см/с, даже максимальные значения не превышали 18 см/с. На бо́лыших высотах максимальные скорости достигали 50-80 см/с.

В этих полетах, как и во многих других, усиление или ослабление вертикальных движений имело вспышкообразный характер. В некоторые моменты времени скорости восходящих и нисходящих движений достигали больших значений.

С другой стороны, в течение длительного времени, как, например, 31 мая, скорости были ниже начальной чувствительности измерительной аппаратуры (около 1 см/с).

Во многих полетах свободных аэростатов скорости вертикальных движений воздуха достигали 2,5-3,0 м/с, но в среднем составляли 30-50 см/с в дневные часы и 2-15 см/с в ночные часы. Изменения знака (направления) скорости в основном имели неупорядоченный характер и лишь иногда – периодический, с широким диапазоном периодов; в 80% случаев они не превышали 120 с. Замечено также, что большие скорости дольше сохраняют свой знак (направление).

На рис. 5.2 приведена повторяемость скоростей вертикальных движений для развитой турбулентности на высотах 1-3 км, измеренных во время полета двух свободных аэростатов 25-26 июля 1949 г. Кривые распределения для w₊ и w₋ имеют в общем симметричный характер. Аналогичные распределения получены

и в других полетах, хотя довольно часто наблюдались асимметричные распределения w_+ и w_- . Степень асимметрии определяется, как показали исследования, величиной и повторяемостью максимальных значений восходящих и нисходящих порывов воздуха. Величина и знак (направление) максимальных порывов в подавляющем большинстве случаев определяют также соотношение между средними значениями \bar{w}_+ и \bar{w}_- .

В табл. 5.3 приведены данные о средних скоростях восходящих и нисходящих вертикальных движений, полученные по материалам 38 полетов свободных аэростатов и субстратостатов, а также средние квадратические значения скорости σ_w *w_ 100* на различных высотах.



Из табл. 5.3 видно, что в нижнем Рис. 5.2. Повторяемость w_+ и w_- по слое атмосферы в среднем $\bar{w}_+ > \bar{w}_-$. аэростатным данным. Особенно резко это различие выражено в слое от поверхности Земли до высоты 500-600 м. В слое 1200-2000 м

w
 w ₊ ≈ w
 w ₋.
 Анализ экспериментальных данных показал, что σ
 w возрастает с увеличением
 вертикальных градиентов температуры и средней скорости ветра и хорошо коррелируется с числом Ричардсона Ri. По данным Верле, коэффициент корреляции между σ
 w и Ri равен 0,8.

T-6	- 6	· •
гартин	ר וכי	•
Taoma	u .	

Распределение	по	высоте	скорости	вертикальных	движений
B	озд	уха при	безоблач	ной погоде	

Высота	<i>w</i> +	ŵ_	ŵ+	σ _w см/с	
(M)	CI	м/с	Ŵ_		
$\begin{array}{c} 200-600\\ 600-1200\\ 1200-1600\\ 1600-2000\\ 2000-2500\\ 2500-3000\\ 3000-4000\\ 4000-5000\\ 5000-6000\\ 6000-7000\\ 7000-8000\\ 8000-9000 \end{array}$	49,3 25,4 24,0 36,3 27,5 26,0 - - - - -	22,2 22,0 24,0 36,0 35,5 27,0 	2,22 1,15 1,00 1,00 0,78 0,96 	45,0 29,6 31,0 45,1 40,0 33,1 30,5 34,5 29,5 37,0 36,0 27,0	

2. Структура турбулентного слоя атмосферы. Перемежаемость турбулентности

При ясном небе в атмосфере сравнительно редко встречаются зоны интенсивной турбулентности, имеющие большую протяженность. Как правило, удается обнаружить лишь отдельные, локализованные в пространстве зоны турбулентности, которые перемещаются вместе со средним потоком, причем такие локальные зоны могут возникать спонтанно в виде «вспышек». Вспышки турбулентности могут приобрести сравнительно большую повторяемость, увеличиться в своих размерах и слиться друг с другом по мере продвижения вдоль по течению. Постепенно вдоль течения образуются турбулентные зоны в виде пятен, так что наблюдается чередование квазиламинарного и турбулентного режимов. В фиксированной точке пространства, над которым перемещается воздушный поток, в начале описанного процесса преобладает квазиламинарный режим, а впоследствии — турбулентный.

Спонтанный характер возникновения микротурбулентности в свободной атмосфере впервые был обнаружен Обуховым, Пинусом и Кречмером во время исследований турбулентности атмосферы на свободных аэростатах.

В лабораторных условиях методом теневой фотографии можно визуализировать области турбулентных движений, в атмосфере же это сделать невозможно. В какой-то мере описать геометрию турбулизированных слоев, в частности, на малых высотах можно по степени заполненности турбулентными пульсациями пространства; пересекаемого самолетом при горизонтальном полете. При этом наиболее корректное описание может быть сделано, если провести одновременные измерения пульсаций скорости ветра на разных уровнях. Практически же летные эксперименты проводятся, как правило, на одном самолете, и поэтому вертикальный разрез атмосферы можно получить только путем «склейки» данных измерений за время нескольких горизонтальных полетов на разных уровнях между фиксированными точками на поверхности земли. Кроме того, при оценке экспериментальных данных о наличии или отсутствии турбулентности в потоке воздуха необходимо учитывать частотные характеристики и начальную чувствительность приборов.

Суточный ход турбулентности над равнинной местностью показан на рис. 5.3, построенном по данным летного эксперимента, осуществленного 29 сентября 1946 г. Горизонтальные полеты самолета ПО-2 проводились на уровнях 100, 300, 500, 1000, 1500 и 2000 м. На рис. 5.3 прочерчены участки, на которых наблюдались перегрузки самолета. Отметим, что начальная чувствительность акселерографа около 0,05g. Во время первого полета, проведенного через 15 мин после восхода солнца, «сплошная турбулентность» наблюдалась на высоте 100 м, а на больших высотах турбулентность была отмечена только местами в виде вспышек; отдельные вспышки турбулентности отмечены на высотах 1000 и даже 1500 м. Аналогичная картина наблюдалась и во время второго полета. В дальнейшем, как это видно из рисунка, турбулентность развивалась интенсивно и охватила к 11-12 ч слой атмосферы до 500 м и к 12-13 ч до 1000 м. Наибольшей интенсивности она достигла к 14 ч. Последний полет был проведен в 16 ч 25 мин, т. е. за 1-2 ч до захода солнца. Турбулентность на высотах была слабой, и возмущенные участки потока имели характер перемежающихся пятен с горизонтальными размерами от нескольких десятков до нескольких сотен метров.



. .

Таким образом, в стадиях развития и затухания турбулентность имеет перемежающийся характер.

Экспериментальные исследования показали, что турбулентные слои в атмосфере обычно имеют довольно четкие границы, вне которых турбулентность отсутствует. Граница между турбулизированной и ламинарной частями воздушного потока имеет неправильные очертания, которые беспорядочно меняются во времени и пространстве. Это обусловлено тем, что воздух может свободно втекать из квазиламинарной области в турбулентную, в то время как турбулентные пульсации могут проникать в квазиламинарную область течения только со значительным ослаблением на пути проникновения. Согласно Ландау и Лиф-





ницу [63], затухание амплитуды пульсаций скорости при их проникновении в квазиламинарную область потока в первом приближении описывается формулой

$$A_H = A_0 e^{-\Omega H}, \tag{5.2}$$

где A_0 – начальная амплитуда пульсационной скорости; Ω – волновое число, обратно пропорциональное пространственному масштабу турбулентных пульсаций; H – координата вдоль нормали к турбулизированному слою. Из (5.2) вытекает, что, чем меньше масштаб турбулентных пульсаций, тем на меньшем удалении от турбулизированного слоя они затухают. Поэтому проникать далеко в глубь квазиламинарной области течения могут только сравнительно крупно-масштабные турбулентных пульсации. Эти пульсации и создают нерегулярные искривления границы и чередование турбулентных и квазиламинарных режимов течения. На рис. 5.4 приведен в качестве примера вертикальный разрез турбулизированного пограничного слоя атмосферы. Этот разрез построен методом склейки по данным измерений перегрузок самолета при полетах над равнинной местностью.

Степень перемежаемости оценивается по величине коэффициента перемежаемости, т. е. по величине отношения (α) суммарной горизонтальной протяженности турбулизированных участков потока к общей длине потока, пересеченного самолетом или протекающего через заданную точку. Распределение коэффициента перемежаемости α по высоте зависит от характера вертикального распределения температуры воздуха и средней скорости вегра, а в пограничном слое, кроме того, и от расстояния от поверхности земли. На рис. 5.5 приведены в качестве примера три в общем достаточно типичных вертикальных профиля величины α [87]. Первый тип (кривая 1) соответствует условиям разрушающейся в утренние часы приземной инверсии температуры, второй

(кривая 2) — условиям малых вертикальных градиентов температуры, но больших вертикальных градиентов средней скорости ветра, а третий тип (кривая 3) — развитой конвекции. Из сравнения профилей видно, что вертикальные распределения α в верхней части турбулизированных слоев виолне подобны и они могут быть описаны нормальным законом распределения. С физической точки зрения такое распределение является следствием статистического характера изменений высоты вспучин и порядка следования их друг за другом. Количе-

> Таблица 5.4 Параметры турбулизированных пограничных слоев атмосферы

· ·
свойств для турбулизированных
пограничных слоев приведены в
табл. 5.4, откуда видно, что тол-
щина слоя атмосферы, в котором
наблюдается перемежающаяся тур-
булентность, обусловленная зату-
ханием мелкомасштабных пульса-
ций, проникающих в квазилами-
нарную область потока, может до-
стигать половины толщины мате-

ственные характеристики этих

	Толщина слоев (м)								
Профиль	погранич-	материн-	перемежающейся						
	ного	ского	части						
1	600	100	500						
2	1000	650	350						
3	2000	1300	700						

ринского слоя, т. е. основной части турбулизированного пограничного слоя, а при определенных условиях в несколько раз превышать ее. Далее, кривые 2 и 3 на рис. 5.5 показывают, что значительные вертикальные градиенты средней скорости ветра и особенно температуры воздуха приводят к увеличению толщины турбулизированного пограничного слоя и обусловливают изломы на вертикальном профиле α , создавая и усиливая перемежаемость турбулентности внутри пограничного слоя.



Рис. 5.6. Теневая фотография турбулентного следа за пролетевшей пулей.

Лабораторные исследования в свободных турбулентных течениях показали, что в них зона перемежающейся турбулентности оказывается значительно более глубокой, чем в пограничных слоях. Если в пограничных слоях (термически не стратифицированных) ее глубина может составлять 0,4–1,2 толщины пограничного слоя, то в своболных турбулентных течениях она может достигать 3,2 поперечного размера турбулизированной области течения. На рис. 5.6 приведена теневая фотография турбулентного следа за пролетающей в воздухе пулей [75]. Как видим, перемежающаяся область выражена очень резко и четко.

3. Экспериментальные данные о коэффициенте турбулентной вязкости

Величина кожфициента турбулентности, входящая в уравнения движения вязкой жидкости, часто используется для характеристики интенсивности турбулентности. Расчет этого кожфициента для свободной атмосферы проводится по формулам, учитывающим способы получения эмпирических данных о пульсациях компонент скорости ветра. Укажем, в частности, на расчетную формулу Ляпина – Дубова, уточненную Германом [33], которая позволяет вычислить кожфициент турбулентности по данным о приращениях перегрузок самолета Δn при полете в турбулентной атмосфере:

$$K = \frac{b\bar{\tau} |\Delta n|}{2\Delta\eta} \tag{5.3}$$

Здесь b – коэффициент, зависящий от летно-технических данных и скорости самолета; τ – среднее время сохранения знака приращения перегрузки; $\Delta = -\rho_z/\rho_0$ – отношение плотности воздуха на высоте полета $z(\rho_z)$ к плотности у поверхности земли (ρ_0).

Реакция самолета на турбулентные возмущения, как указывалось в главе 2, зависит от характеристик самолета и описывается передаточной функцией самолета. Поправочный множитель η в выражении (5.3) учитывает передаточную функцию для возмущений различных частот, воздействующих на самолет. Заметим, что при выводе формулы (5.3) предполагалось, что пульсации вертикальной компоненты w' равны пульсациям горизонтальной компоненты u' скорости. Между тем, как показывают наблюдения, это не всегда имеет место; в термически неустойчивой атмосфере (при конвекции) w' > u', а в устойчивой атмосфере и при сильном ветре u' > w'. В первом случае вычисленные значения K оказываются заниженными, а во втором – завышенными. В среднем ошибка определения K по указанной причине может достигать 20–25% [27].

Если пульсации вертикальной компоненты скорости ветра измерены при полетах на свободных аэростатах, то для расчета коэффициента турбулентности используется формула Гессельберга

$$K = \sigma_w^2 \bar{\tau} \,, \tag{5.4}$$

где σ_w – средняя квадратическая скорость вертикального порыва; $\tilde{\tau}$ – среднее время сохранения знака (направления) пульсационной скорости.

Заметим, что значения K, получаемые по данным о перегрузках самолетов, как правило, больше значений K, рассчитанных по измерениям пульсаций скорости на свободных аэростатах. Это связано с тем, что начальная чувствительность системы аэростатат – прибор больше, чем системы самолет – прибор, и значения K по самолетным дапным получаются для условий, когда наблюдается болтанка самолета, т. е. для условий уже достаточно интенсивной турбулентности.

Перейдем теперь к рассмотрению эмпирических данных о коэффициенте турбулентности. В [45] приведены полученные рядом авторов вертикальные профили для нижнего километрового слоя атмосферы. Разброс кривых свидетельствует о большой изменчивости величины *K* и формы вертикального профиля в рассматриваемом слое атмосферы. В частности, даже в слое 200-500 м, где

в большинстве случаев наблюдаются максимальные значения, величина K лежит в пределах $10^{-2} - 10^2 \text{ м}^2/\text{с}$; т. е. в нределах четырех порядков.

Как показали экспериментальные исследования [27, 87], не только вертикальное, но в целом и пространственное распределение К имеет весьма слож-

ный характер. Поле коэффициента турбулентности неоднородно и состоит из локальных очагов (ядер) с усиленной турбулентностью, рядом с которыми расположены зоны со слабой турбулентностью. Размеры таких очагов меняются от 50–100 до 300– 500 м по вертикали и от 1–2 до 4–5 км по горизонтали.

Вертикальные разрезы поля коэффициента турбулентности позволяют сделать заключение о механизме распространения турбулентности по высоте и особенностях очаговой структуры этого ноля. На рис. 5.7 приведен вертикальный разрез поля турбулентности в атмосфере, построенный по данным измерений на самолете ЛИ-2, проведенных над равнинной местностью 21 апреля 1962 г. в период между 8 и 11 ч [87]. Погода была безоблачной. В приземном слое наблюдалась инверсия температуры. но к 11 ч градиенты температуры. были уже близки к адиабатическим.

Рисунок 5.7 позволяет сделать вывод, что турбулентность распространяется по вертикали не сразу во всем пространстве, а путем «прорыва» вверх отдельных «ядер» со сравнительно высокой интенсивностью турбулентности в них. Эти «ядра», проникая на бо́льшие высоты, в квазиламинарную часть атмосферы, могут играть здесь, по-видимому, роль так называемой начальной турбулентности, способствующей общему развитию турбулентности на этих более высоких уровнях.

Для иллюстрации приведем еще один-разрез поля коэффициента турбулентности (рис. 5.8) для условий безоблачной погоды и довольно значительных вертикальных градиентов температуры в слое до высоты



121

Σ



примерно 1200 м. В этом летном эксперименте наблюдалось взаимодействие обычного турбулизированного пограничного слоя с турбулизированным слоем термического происхождения. До высоты примерно 500 м распределение *К* довольно пестрое, а на высотах 600-700 м горизонтальное распределение достаточно однородное. Главное, однако, состоит в том, что вертикальные профили *K* над различными участками района, где проводились исследования.

Таблица 5.5

Высота	Европейская	территория С	CCP	Центральная Европа					
(км)	количество случаев	A	Ā	количество случаев	A ·	Ā			
$ \begin{array}{r} 0-1 \\ 1-2 \\ 2-3 \\ 3-4 \end{array} $	52 38 6 16	$5 - 180 \\ 12 - 104 \\ 47 - 57 \\ 2 - 47$	39 33 49 15	26 18 11 5	$ \begin{array}{r} 1 - 142 \\ 2 - 356 \\ 11 - 134 \\ 3 - 57 \end{array} $	35 48 51 25			

Распределение величины А (г · см-1 · с-1) по высоте

существенно отличаются друг от друга. Это видно на рис. 5.9, на котором приведены профили *K*, снятые с рис. 5.8, для расстояний 5, 9 и 19 км от начала «площадки», над которой проводился летный эксперимент. Особенно велики различия в слое атмосферы до высоты 400-500 м.

Локальность (во времени и пространстве) вертикальных профилей *К* усложняет выбор такой аппроксимации профиля *K*, которая наиболее близко отражала бы при теоретических расчетах турбулентный режим пограничного слоя для конкретных случаев прикладного значения. Это подтверждается также работами Воронцова [27] и Минервина [72], в которых предложено несколько типов профилей *К* в зависимости от количества максимумов на профиле и их высоты, а также от вертикального распределения температуры (для неустойчивого, устойчивого и шверсионного) и скорости ветра

Заметим, что коэффициент турбулентности в суточном ходе имеет максимальные значения в полуденные часы, особенно в безоблачную погоду летом [64]. Наиболее резкое возрастание К наблюдается между 11 и 13 ч; суточные изменения К проникают до высоты 1200—1300 м.

Не только самолетные, но и аэростатные наблюдения показали, что коэффициент турбулентного обмена $A = \rho K$ (ρ – плотность воздуха) изменяется в весьма широких пределах и существенно зависит от особенностей вертикального профиля температуры и средней скорости ветра. В табл. 5.5 приведены данные о величине A, полученные по материалам полетов свободных аэростатов над Европейской территорией СССР (ЦАО) и над Центральной Европой.

4. Спектральные характеристики турбулентности

Особый интерес представляют энергетические характеристики турбулентности. Выше уже приводились данные о величинах ψ , характеризующих интегральную интенсивность турбулентности. Очевидно также, что энергия турбулентного движения $\sigma_{\mu,w}^2$ представляет собой сумму энергий, приходящихся на турбулентные

вихри, образующие спектр атмосферной турбулентности. Рассмотрим особенности этого распределения.

а. Снектральные характернстики нульсаций горизонтальной компоненты скорости встра. В настоящее время наибольшее количество экспериментальных данных о пульсациях горизонтальной компоненты скорости встра имеется для нижней тропосферы.

Экспериментальные автокорреляционные функции пульсаций скорости ветра, полученные многими исследователями, имеют, как правило, экспоненциальный





или экспоненциально-колебательный характер. Это показывает, что пульсации скорости вегра на высотах складываются часто из пульсаций турбулентного характера и периодических колебаний.

Исследования показали, что в нижней половине тропосферы спектры пульсаций продольной компоненты скорости ветра зависят от термической стратификации атмосферы и характера границ турбулизированных слоев атмосферы [96]. Функции спектральной плотности в логарифмических координатах являются линейными, т. е. описываются степенным законом.

Зависимость энергетических спектров пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра от термической и ветровой стратификации атмосферы показана на типичных примерах, представленных на рис. 5.10 и 5.11.

Кривая 1 на рис. 5.10 характеризует зависимость $S(\Omega)$ от Ω для высоты 500 м над поверхностью земли при безразличной термической стратификации и весьма малом вертикальном градиенте средней скорости ветра. Как видим, для масщтабов от нескольких сотен до нескольких десятков метров показатель степени при Ω равен $-{}^{5}/_{3}$, т. е. теоретическому значению для инерционного интервала. Второй тип спектра наблюдается при сверхадиабатических градиентах температуры, когда имеет место приток энергии на определенных масштабах за



Рис. 5.11. Типичные кривые спектральной плотности пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра.

счет термической неустойчивости атмосферы. Кривая 2 на рис. 5.10 характеризует $S(\Omega)$ для высоты 10 м, когда вертикальный градиент температуры в нижнем стометровом слое атмосферы был сверхадиабатическим, а вертикальный градиент средней скорости ветра был равен нулю. Как видим, закону «минус пять третей» соответствует левая (низкочастотная) и правая (высокочастотная) части кривой $S(\Omega)$. Однако правая часть этой кривой находится в области более высоких значений спектральной плотности.

Кривая 1 на рис. 5.11, соответствующая третьему типу $S(\Omega) = f(\Omega)$, характеризует функцию $S(\Omega)$ для высоты 1000 м в условиях устойчивой термической стратификации и малого вертикального градиента скорости ветра. Эту кривую можно, как видим, аппроксимировать двумя прямолинейными участками, описываемыми степенным законом. До масштабов, равных примерно 300 м, модуль показателя степени равен 2,83, а для меньших масштабов он соответствует закону «минус пять третей».

Кривая 2 на рис. 5.11 характеризует $S(\Omega)$ на высоте 80 м при очень устойчивой термической стратификации и значительном вертикальном градиенте средней скорости ветра. При масштабах от нескольких сотен метров до примерно 150 м имеются всплески на кривой $S(\Omega)$, связанные, по-видимому, с влиянием короткопериодических колебаний скорости ветра, обусловленных большим значением вертикального градиента средней скорости ветра в устойчиво стратифицированной атмосфере. Теоретическое объяснение физической природы описанных спектров было дано выше (см. главу 4).

Заметим, что, как показали исследования, наличие повышенных значений вертикального градиента средней скорости ветра не меняет характера кривой $S(\Omega)$ в устойчиво стратифицированной атмосфере, но сдвигает ее в область более высоких значений спектральной плотности.

Для условий устойчивого состояния атмосферы показатель степени может изменяться в широких пределах. Это видно из данных, приведенных в табл. 5.6.

Jubie	awioerb 1		neur n upn s	2 OI BBICOI	D1 .
Высота (м)	Число спектров	γ [°] С∕100 м	βм/с на 100 м	Диапазон значений <i>п</i>	ñ
$\begin{array}{r} 400 - 700 \\ 700 - 1200 \\ 1200 - 1700 \\ 1700 - 2500 \\ 2500 - 3500 \\ 3500 - 4500 \end{array}$	9 17 6 6 1 9	0,65 0,61 0,76 0,46 0,72	1,84 0,78 0,86 0,45 	2,0-2,92,0-3,52,2-3,52,3-3,32,82,7-3,5	2,43 2,50 2,83 2,70 3,10

Зависимость показателя степени n при Ω от высоты

Таблица 56

Кроме того, с высотой величина модуля показателя степени *n* в среднем возрастает.

Изменение формы спектра пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в зависимости от суточного хода термической стратификации иллострируется кривыми на рис. 5.12, заимствованном из работы [193]. Измерения пульсаций скорости ветра проводились на высоте 330 м над поверхностью земли. В 7 ч 25 мин атмосфера была стратифицирована устойчиво, а к 8 ч 59 мин стратификация стала безразличной. На этом рисунке видно, что изменение наклона кривой $S_{\mu}(\Omega)$ с изменением термической стратификации, в частности при переходе от устойчивой к безразличной, начинается со стороны более высоких частот. Кроме того, по мере увеличения вертикального градиента температуры функции $S(\Omega)$ постепенно переходят в область более высоких энергий.

Возвратимся к рассмотрению рис. 5.11. Из выражения (5.2) вытекает, что в перемежающихся турбулентных частях потока временами может присутствовать, а временами отсутствовать мелкомасштабная турбулентность. Вследствие этого функция спектральной плотности для указанных областей течения должна отличаться очень малыми значениями спектральной плотности для области мелкомасштабной турбулентности. Экспериментальная кривая 3 на рис. 5.11 является примером, характеризующим четвертый тип функций спектральной плотности S (Ω). Она построена для случая, когда на высоте 2000 м над поверхностью земли турбулентность была перемежающейся, термическая стратификация была устойчивой (0,68° С/100 м), а вертикальный градиент средней скорости ветра мал (0,20 м/с на 100 м). Левая часть кривой спектральной плотности имеет угол наклона, характерный для условий устойчивой термической стратификации с малым вертикальным градиентом средней скорости ветра. Правая же часть кривой $S(\Omega)$ имеет очень крутой наклон с очень малой величиной спектральной плотности для мелкомасштабной турбулентности. Спектры, имеющие такие же





В скобках дано количество спектров, вошедших в осреднение.

характерные черты, как и спектры на рис. 5.11, были получены Винниченко [19] на гораздо бо́льших высотах (до 10 км).

Следует отметить, что четвертый тип кривой $S(\Omega)$, изображенный на рис. 5.11, может характеризовать также и особенности спектра вырождающейся турбулентности в конечном периоде вырождения (см. главу 1). Чем больше волновое число Ω , тем с большей скоростью в процессе вырождения турбулентности уменьшается спектральная плотность $S(\Omega)$. Поэтому для свободной атмосферы очень усложняется физическая интерпретация четвертого типа спектров пульсаций компонент скорости потоков, так как при безоблачном небе практически невозможно определить характер границ турбулентных зон.

б. Снектральные характеристики пульсаций вертикальной компоненты скорости встра. На пульсации вертикальной компоненты скорости ветра существенное влияние оказывает расстояние от поверхности земли. В частности, предельный вертикальный масштаб возмущений ограничивается этим расстоянием. На частоте, соответствующей предельному масштабу, кривая распределения турбулентной энергии по спектру должна имсть максимум. Этот максимум $S_w(\Omega)$ при прочих равных условиях с высотой должен сдвигаться в область бо́лыших масштабов (меньших частот). Отметим, что, кроме того, на пульсации вертикальной компоненты скорости ветра влияние архимедовой силы должно сказываться сильнее, чем на пульсации горизонтальной скорости ветра:

В статье Копрова [58] приведены данные о спектрах пульсации вертикальной компоненты скорости ветра, полученных для области масштабов от нескольких мстров до 2–3 км. Пульсации измерялись на высотах 50, 100, 200, 500, 1000 и 2000 м в дни с развитой конвекцией над равнинной местностью. Измерения проводились на самолете с помощью акустического анемометра. На рис. 5.13 изображены спектры, которые получены в экспериментах, проведенных с 11 ч 06 мин до 14 ч 17 мин 31 августа 1963 г. До высоты примерно 1000 м спектры хороно согласуются с законом «минус пять третей». На больших высотах, где атмосфера была стратифицирована устойчиво, тангенс угла наклона спектра, построенного в логарифмических координатах для масштабов возмущений, превыпнающих 100–200 м, больше ⁵/₃ (по модулю).

Бёрнс [147] опубликовала данные о спектрах пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра, измеренных на самолсте «Канберра» при полетах на малых высотах над разными подстилающими поверхностями в Англии и Северной Африке. Пульсации скорости измерялись с помощью анемоклинометра, установленного на штанге впереди носа самолета. Спектры пульсаций охватывают масштабы пульсации примерно от 15 до 2500 м. Некоторые характеристики этих спектров приведены в табл. 5.7.

Таблица 5.7

Высота (м)	Количество спектров	Область изменений <i>п</i>	ā	σ,	б⊮ мс
60	14	1,20-2,03	1,58	$\pm 0,32 \\ \pm 0,23 \\ \pm 0,16$	0,96
150	7	1,27-1,92	1,68		1,19
300	4	1,53-1,18	1,65		1,05

Зависимость характеристик $S_w(\Omega)$ от высоты

Из табл. 5.7 видно, что значения модуля показателя степени *n* имеют сравнительно большой разброс, особенно на высотах 60-150 м, но в среднем значения |n| близки к ${}^{5}/_{3}$.

В настоящее время имеется очень мало данных о спектральной плотности для масштабов турбулентности, превышающих 2,5-3,0 км. Это связано с тем, что для получения надежных данных о спектральной плотности пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра таких больших масштабов необходимо иметь измерения на участке пути горизонтального полета, не меньшем 90-100 км. Между тем горизонтальная протяженность турбулентных зон, как правило, меньше 100 км. Кроме того, трудно предположить, что на участке такой длины сохраняются условия хотя бы относительной однородности, для которых имеют смысл расчеты спектральной плотности.





1) 2000 м, 2) 1000 м, 3) 500 м, 4) 200 м, 5) 100 м, 6) 50 м.

5 Зак. 1872

Определенный интерес представляют результаты исследований влияния характера подстилающей поверхности на спектр. По экспериментальным данным Бёрнс [147], над холмистой местностью спектральная плотность во всем диапазоне масштабов больше, чем над гладкой поверхностью. Это различие возрастает с увеличением масштаба возмущений начиная примерно с масштабов порядка 100 м.

Спектры, полученные Бёрнс при полетах по потоку (ветру) и против него, мало отличаются друг от друга. Это различие особенно мало́, если для перехода от временны́х спектров к пространственным использовать не воздушную скорость самолета, а путевую. Это указывает на то, что на малых высотах $S(\Omega)$ для вертикальной компоненты скорости ветра зависит от расстояния между орографическими неоднородностями. Спектры, полученные при полете поперек потока, отличаются от спектров, полученных при полетах по потоку или против него. Это различие особенно сказывается в области малых масштабов турбулентности.

С высотой изменяется не только интенсивность турбулентности, но в определенной степени и характер спектра. В частности, при безразличной или неустойчивой стратификации и малых вертикальных градиентах средней скорости ветра с увеличением высоты возрастает спектральная плотность сравнительно больших масштабов возмущений, а спектральная плотность малых масштабов возмущений, напротив, убывает. Пересечение кривых $S(\Omega)$ для разных высот происходит при масштабах порядка 600 м.

в. Соотношения между спектрами пульсаций вертикальной и горизонтальной компонент скорости ветра. В главе 1 было показано, что продольные пульсации скорости ветра получают энергию непосредственно от среднего течения, а поперечные пульсации — от продольных. Поэтому естественно ожидать, что $\sigma_u > \sigma_w$. Нарушение этого соотношения может быть вызвано разного рода внешними факторами, влияющими на баланс турбулентной энергии. В частности, в термически неустойчивом потоке с вертикальным градиентом скорости ветра вертикальные пульсации могут получать энергию не столько за счет энергии продольных пульсации, сколько за счет генерации кинетической энергии благодаря работе сил плавучести.

Как показывают экспериментальные исследования, величины вертикальной и продольной компонент пульсационной скорости зависят от высоты над поверхностью земли и от термической и ветровой стратификации атмосферы. Поэтому они подвержены суточному и годовому ходу. В табл. 5.8 приведены экспериментальные данные Воронцова [27], характеризующие эту зависимость для равнинной местности умеренных широт.

Из табл. 5.8 видно, что летом и в дневные часы независимо от времени года средние квадратические значения пульсаций компонент скорости ветра σ_w и σ_u больше, чем зимой и в вечерние и ночные часы. Кроме того, в нижнем 100-метровом слое атмосферы σ_u в теплое время года, а σ_w в течение всего года с высотой возрастают, а на больших высотах, напротив, с высотой убывают. Аналогичным образом с высотой изменяются суточные амплитуды σ_w и σ_u . В холодное же время года во всем слое с высотой убывают не только значения σ_u и σ_w , но и их суточные амплитуды (табл. 5.9).

В табл. 5.8 приведено также отношение σ_w/σ_u , характеризующее анизотропию пульсаций компонент скорости ветра. Из этой таблицы, в которую вошли данные о пульсациях скорости ветра без учета величины вертикального градиента

Высота	(M)		100 100 7	300 300		300 ^{100 7}		300 ⁷⁰ 300 ⁷⁰		300 ⁷⁰ 300 ⁷⁰		500 ⁻⁷															
	6		0,45	0,71		0,26 0,41 0,39 0,30	-	0,58 0,62 0,60 0,42	• •	- 0,0,0	· <u>-</u>	1,2 0,4															
	13	Геплый	0,84	0,81		0,61 0,98 0,81 0,60		0,72 0,76 0,75 0,74				1,2															
	11	период	0,51	0,70 0,61		0,34 0,40 0,29 0,29		0,65 0,56 0,48 0,47	- ' .	- 0 9,0 8,0	· · .	1,2 0,2															
	21	года	0,58	0,41		0,10 0,18 0,14 0,12		0,36 0,32 0,31 0,27		- 1,3 0,1 0,4		3,3 1,1															
	-		ο,16 0,48 0,48	0,31	ש	0,05 0,18 0,10 0,07	. D	0,32 0,30	. γ°C	0,2	β м/с	- 3,6 1,4															
Время	5	:	, M/c 0,21 0,25	0,35	, M/C	0,00 0,00 0,10 0,12	'∕⊙.	0,29 0,35 0,34 0,35	/100 м	0,5 - 0,5	на 100 м	- 3,1 0,5															
cyros (4)	6		0,86 0,71	0,46		0,20 0,30 0,26 0,21		0,23 0,42 0,46 0,42		0,0 - 0,3 - 0,3		2,6 0,9															
	13	КоХ	1,00	0,72		0,34 0,60 0,26 0,26		0,31 0,49 0,52 0,52		- 0,2 0,2 0,2		- 1,9 0,5															
-	- 17	одныйи	0,65	0,50		0,21 0,29 0,09 0,09		0,28 0,44 0,38 0,39		- 0,4 - 0,0		- 2,5 1,9															
	21	гоидэг	0,51	0,29					4			4									0,08 0,12 0,09 0,07		0,29 0,32 0,32		- 1,1 - 0,3 - 0,1		- 4,9 1,3
	-	года	0,37	0,31		0,10 0,12 0,09 0,09		0,30 0,31 0,36 0,37		0,8 - 0,5		- 4,8 1,5															
	s		0,32	0,22		0,10 0,16 0,09 0,07		0,30 0,42 0,38 0,40		2,0 - 1,1 - 0,7		- 43 12															

5*

Таблица 5.9

(ratio)

		Высота (м)								
Время года	2	100	200	300	2	100	200	300		
		σ _u				Q ⁿ				
Теплое Холодное	0,68 0,70	1,10 0,68	0,95 0,50	0,56 0,26	0,56 0,26	0,89 0,48	0,71 0,32	0,53 0,19		

средней скорости ветра, видно, что даже при безразличном или термически неустойчивом состоянии атмосферы дисперсия пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра в среднем меньше дисперсии пульсаций продольной компоненты. Анизотропия пульсаций компонент скорости ветра особенно резко



Рис. 5.14. Кривые спектральной плотности для вертикальной (1) и горизонтальной (2) компонент скорости ветра на высотах 60 м (a), 150 м (б), 300 м (в).

выражена зимой, а также в вечерние и ночные часы летом, когда в рассматриваемом слое атмосферы очень часто наблюдаются инверсии гемпературы при сравнительно больших вертикальных градиентах средней скорости ветра Если в полдень летом коэффициент анизотропии о_w/о_u составляет в среднем 0,72 – 0,76. а в полночь 0,30–0,36. то зимои в это время суток он равен соответственно 0,31–0,52 и 0,29–0,32,

Обобщение результатов измерений векторного сдвига встра в слое 10-40 м над поверхностью земли, выполненных в разных странах, показало, что медиане в эмпирической кривой распределения соответствует вертикальный сдвиг ветра, равный 5,1 · 10⁻² c⁻¹, 98%-ной накопленной вероятности 1,41 · 10⁻¹ c⁻¹, а 99,6%ной накопленной вероятности 1,72 · 10⁻¹ с⁻¹.

Векторные сдвиги ветра, превышающие 1,41 10⁻¹ с⁻¹, наблюдались в ночные часы при устойчивой термической стратификации под инверсионными слоями, связанными со струйными течениями на небольшой высоте в пограничном слое атмосферы, или при неустойчивой термической стратификации при ясном небе в дневные часы.

Необходимо иметь в виду, что при слабых ветрах и малых вертикальных градиентах средней скорости ветра, когда могут осуществляться условия свободной конвекции, коэффициент анизотропии σ_w/σ_u может существенно отличаться от его средних значений, представленных в табл. 5.8.

Рассмотрим более подробно соотношения между от и от с учетом особенностей функций спектральной плотности для пульсаций вертикальной и продольной компонент скорости ветра. Как уже говорилось, спектры пульсаций скорости ветра зависят от характера термической стратификации атмосферы, но спектры пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра на малых высотах зависят еще, кроме того, от расстояния над поверхностью земли. С увеличением расстояния от поверхности земли наблюдаемый излом кривой S_w(Ω) сдвигается, как это видно из рис. 5.14, в область больших масштабов (меньших Ω). Кроме того, как показали исследования Бёрнс, в области малых масштабов спектральная плотность с высотой в общем убывает, а в области больших масштабов после начала излома кривой S_w (Ω), напротив, увеличивается. Таким образом, увеличение с высотой общей энергии пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра происходит за счет длинноволновой части спектра. Между тем спектр для пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра имеет один и тот же наклон для широкого диапазона масштабов, и при этом спектральная плотность убывает с высотой. Для этих условий соотношение между от и от на малых высотах имеет характерный вертикальный профиль: до высот 50-70 м $\sigma_w < \sigma_u$, а на бо́льших высотах $\sigma_w > \sigma_u$.

Следует отметить, что радиолокационные исследования структурных характеристик пульсаций продольной и поперечной компонент скорости ветра, выполненные Мельничуком [68], показали, что при горизонтальных масштабах вихрей, меньших высоты наблюдений, структурные функции этих компонент почти совпадают. Начиная с масштабов, близких по своей величине к величине высоты наблюдений, структурная функция поперечных пульсаций достигает насыщения, а структурная функция продоль-

Таблица 5.10

Соотношение между о, в о, для зоны холодного атмосферного фронта

Исследования Райдера и др. [207], про- веденные на самолете «Мираж» в условиях	Высота (м)
очень сильной болтанки ($\Delta n = \pm 2,5g$) в зоне холодного фронта, показали, что в длинно- волновой части энергетического спектра $S_u(\Omega) \gg S_u(\Omega)$. Это видно из данных табл. 5.10	910 960 1160

ных пульсаций продолжает расти. Это сви-

детельствует о том, что анизотропия горизон-

тальных пульсаций сдвигается с высотой в об-

ласть больших масштабов возмущений.

BLICOTA (M)	σ.,	¢.,	G (G	
DBICOTA (M)	м	0,00		
910	9,8	6,9	1,42	
960	12,8	9,2	1,39	
1160	12,2	10,0	1,32	

В настоящее время отсутствуют надежные данные о характере анизотропии для больших высот. Можно, однако, предположить, что на больших высотах, особенно где стратификация начинает становиться устойчивой, $\sigma_w < \sigma_u$.

г. Превращение кинетической энергии турбулентности в тепло. В атмосфере происходит превращение кинетической энергии осредненного движения в турбулентную энергию, а затем в тепло. Величина турбулентной энергии, превращающейся в единице массы воздуха в тепло, равна скорости диссипации є. Экспериментальные исследования показали, что наибольшие значения є наблюдаются непосредственно вблизи поверхности земли; с высотой є убывает. В нижнем километровом слое атмосферы убывание є с высотой в среднем обратно пропорционально высоте:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_0 z^{-1} ; \qquad (5.5)$$

 $\varepsilon_0 = 10^3 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-3}$ на высоте z = 1 м. Нагревание воздуха (в °С/ч) благодаря диссипации турбулентной энергии можно вычислить по формуле

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 3.6 \cdot 10^{-4} \,\varepsilon \,, \tag{5.6}$$

где є в см² · с ³. Легко подсчитать, что турбулентная энергия, расходуемая в турбулизированном приземном слое воздуха на высоте 1 м, может нагревать воздух примерно на 0.36° С/ч.

В каждом конкретном случае изменение є с высотой зависит от особенностей вертикальных профилей температуры и скорости ветра. В частности, согласно [202], в подынверсионных слоях, отличающихся большими вертикальными градиентами скорости ветра, є увеличивается с высотой и максимальное значение є достигается на нижней границе инверсии. Вертикальный градиент є в подынверсионном слое атмосферы может превышать 10^{-3} см · с⁻³ В самом инверсионным слое є резко убывает к его верхней границе, и непосредственно над инверсионным слоем $\varepsilon \ll 1 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-3}$ Как известно, инверсии температуры – довольно частое явление в нижней тропосфере. Следует также отметить наличие суточного хода є в слое до высоты 1-2 км, особенно хорощо выраженного в теплое время года, с максимумом в полуденные часы.

Глава 6

АТМОСФЕРНАЯ КОНВЕКЦИЯ И ТЕРМИЧЕСКАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Одним из наиболее широких классов турбулентных движений является так называемая термическая турбулентность, представляющая собой пульсации вертикальной скорости воздуха, обусловленные силами плавучести (силой Архимеда), действующими на частицы воздуха. Термическая турбулентность, таким образом, является следствием развития атмосферной конвекции, т. е. вертикальных перемещений отдельных порций воздуха, обусловленных отличием их плотности от плотности окружающего воздуха.

Конвекция порождается либо неустойчивой стратификацией атмосферы, либо неоднородным нагревом подстилающей поверхности. В первом случае термическая турбулентность обусловливается спонтанной (самопроизвольной) конвекцией, во втором — контактной. Естественно, что спонтанная конвекция в принципе может возникать на любой высоте, тогда как контактная — только у поверхности земли.

В пограничном слое обычно одновременно действуют оба указанных механизма, и термическая турбулентность может наблюдаться как при неустойчивой, так и при безразличной или даже слабоустойчивой стратификации. В последнем случае турбулентность вызывается лишь контактной конвекцией, а значит, ее интенсивность растет с увеличением пестроты поля температуры подстилающей поверхности.

Укажем, наконец, что в развитии термической турбулентности роль «спускового крючка» обычно играет механическая турбулентность, причем особенно велико ее значение в развитии спонтанной конвекции.

Различают упорядоченную и неупорядоченную пространственные формы конвекции. К первой относятся различные формы ячейковой циркуляции, при которой происходит разбиение потока на «правильные», т. е. имеющие приблизительно одинаковые размеры и структуру, циркуляционные ячейки. Эти ячейки иногда являются замкнутыми (например, ячейки Бенара), а иногда имеют форму параллельных друг другу полос восходящих и нисходящих потоков, ориентированных вдоль вектора сдвига ветра или под углом к нему. При упорядоченной конвекции поток ламинарен, и поэтому она не может быть непосредственно отождествлена с термической турбулентностью. Однако при разрушении элементов упорядоченной конвекции из-за потери потоком термодинамической устойчивости ьозникает турбулентное течение.

При неупорядоченной конвекции пространственное расположение отдельных конвективных потоков (элементов) носит более или менее хаотический характер. Вне облаков элементы конвекции (элементы термической турбулентности) имеют линейные размеры от нескольких сантиметров до сотен метров, а наиболее мощные конвективные потоки внутри кучевых и особенно кучево-дождевых облаков иногда достигают в поперечнике нескольких километров.

При конвекции в облаках основным источником энергии конвекции является реализация скрытой теплоты при фазовых переходах. Поэтому в данном случае параметры вертикальных движений сильно зависят от последней. Конденсация

приводит к росту скорости восходящего потока и высоты его подъема. Испарение капель, наоборот, тормозит восходящие, но интенсифицирует нисходящие потоки.

1. Неупорядоченная атмосферная конвекция

а. Структура элементов конвекции. Элементы неупорядоченной конвекции, так называемые термики, по-видимому, могут иметь две формы. Первая форма — это отдельные, изолированные друг от друга массы воздуха, пузыри. Вторая форма — приблизительно вертикальные воздушные струи. Фактически наблю-



Рис. 6.1. Строение «пузыря».

а — схема пузыря, А — нагретая масса воздуха, Б — кильватерноя зона, В — слой эрозии; б — линии тока в поднимающемся пузыре (по Левину), А — кольцевой вихрь.

даемая форма термика, вероятно, зависит от термодинамических условий в атмосфере и характера подстилающей поверхности.

Предположение о том, что первичными элементами конвекции являются изолированчые объемы воздуха, впервые было высказано Молчановым и Селезневой, отождествившими термики с крупными вихрями, возникающими днем в верхней части приземного слоя. Позднее близкая гипотеза была предложена и развита Ладламом, Скорером и другими исследователями (см. в [125]).

Передняя часть пузыря имеет форму полусферы, а задняя представляет собой шлейф относительно холодного воздуха (рис. 6.1 *а*). Представление элементов конвекции в виде пузырей является обобщением «метода частицы» в термодинамике атмосферы, но, в отличие от него, здесь учитывается взаимодействие поднимающегося объема воздуха с окружающей средой, нарушающее адиабатичность процесса. Это взаимодействие проявляется в наличии турбулентного обмена количеством движения и другими характеристиками между пузырем и окружающим воздухом. Такой процесс наиболее активен в передней части пузыря. Турбулентность «разъедает» пузырь, и в процессе подъема его пограничный слой смывается потоком в кильватерную зону позади термика.

Важным свойством пузырей является, согласно лабораторным и теоретическим исследованиям (см., например [187]), наличие внутри них передней части квазистационарной циркуляции типа кольцевого вихря Хилла¹ (рис. 6.1 б). Эта циркуляция играет стабилизирующую роль, препятствуя перемешиванию пузыря с окружающим воздухом.

Пузыри чаще всего имеют размеры от нескольких до десятков метров. Наиболее крупные из них образуются в результате слияния нескольких мелких пузырей. Ему способствует локальное понижение давления в кильватере пузырей, благодаря которому термики втягиваются в след ранее поднявшегося (так называемого материнского) пузыря с площади, во много раз большей площади его сечения.

Ускорение подъема пузыря приближенно можно описать уравнением

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{\theta_v - \theta_{0v}}{\theta_{0v}} - \frac{3}{8} \left(\frac{3}{2} K^* + c_d \right) \frac{w^2}{R},$$
(6.1)

где θ_v и θ_{0v} – виртуальные потенциальные температуры² термика и окружающей среды; К* - доля массы термика, участвующая в обмене с окружающей атмосферой в течение полуцикла (K* < 1); c_d - коэффициент сопротивления; R - радиус пузыря.

Пристли [34] показал, что если $\frac{dT_e}{dz}$ = const (индексом *e* обозначены значения метеорологических элементов вне термика) и w_e = 0, то, пренебрегая квадратичным членом, который очень мал, можно получить для w уравнение

$$\frac{d^2w}{dt^2} + (K_1 + K_2)\frac{dw}{dt} + \left[\frac{g}{T_e}\left(\frac{\partial T_e}{\partial z} + \gamma_a\right) + K_1K_2\right]w = 0.$$
(6.2)

Здесь

$$K_1 = \frac{c_1 v}{r_0^2},$$
$$K_2 = \frac{c_2 a^2}{r_0^2},$$

где c₁ и c₂ – числовые множители, зависящие от формы частицы (для шара $c_1 \approx c_2 \approx 8$); v — коэффициент турбулентной вязкости; a^2 — коэффициент температуропроводности; r₀ - характерный размер поднимающейся частицы.

(Т и

лась плотности влажного воздуха. Потенциальная температура $\theta = 7$

¹ Подробнее о вихре Хилла см. в книге Ламба «Гидродинамика», М. – Л., Гостехиздат, 1947 г.

Виртуальной температурой называется гипотетическая температура, которую должен иметь сухой воздух для того, чтобы его плотность при том же давлении равня-(.1000 \^{0,28\$}

р – температура и давление на исходном уровне) – температура, которую принимает воздушная частица, если она сухоадиабатически перемещается с исходного уровня до уровня, где p = 1000 мб (см. [67]).

Анализ уравнения (6.2) показывает, что пока термик находится внутри неустойчиво стратифицированного слоя, его высота должна расти экспоненциально. Если же термик поднимается в устойчивом слое, его вертикальная скорость постепенно уменьшается и около уровня равновесия возникают затухающие гармонические колебания с так называемой частотой Брента — Вайсала. Период таких колебаний равен

$$\tau = 2\pi \left| \frac{g}{T_e} \left(\frac{\partial T_e}{\partial z} + \gamma_a \right) - \frac{(K_1 - K_2)^2}{4} \right|^{-1/2}.$$
(6.3)

В тропосфере т обычно составляет 10-20 мин.

Решение уравнения (6.2) позволяет найти наибольшее расстояние L_{nn} , которое при данных $\frac{\partial T_e}{\partial z}$, K_1 , K_2 , T_0' и w_0 может пройти по вертикали «перегретая» частица воздуха:

$$L_{nn} = \frac{\left|g \frac{T_0'}{T_e} + K_2 w_0\right|}{\frac{g}{T_e} \left(\frac{\partial T_e}{\partial z} + \gamma_a\right) + K_1 K_2},$$
(6.4)

где T'_0 и w_0 – начальный перегрев и начальная скорость подъема термика. Поскольку K_1 и K_2 пропорциональны $\frac{1}{r_0^2}$, из формулы (6.4) следует, что при прочих равных условиях чем больше размеры элемента конвекции, тем до большей высоты он может подняться внутри устойчиво стратифицированного слоя.

Конвективные пузыри можно отнести к категории свободно плавающих термиков, поскольку их перемещение в атмосфере не связано непосредственно с местом, над которым они образовались. При этом во многих случаях уровень зарождения пузырей расположен не у самой земли, а где-то внутри неустойчиво стратифицированной части приземного слоя атмосферы, причем ниже этого уровня стратификация может быть даже устойчивой.

Наряду с описанным выше типом конвективных элементов в атмосфере наблюдаются также и конвективные струи, вертикальный размер которых может более чем в 10 раз превышать горизонтальный. Хотя такие струи типичны главным образом для внутренней части кучевообразных облаков (см. главу 8), они могут образовываться и ниже уровня конденсации. Такой вывод вытекает, например, из данных синхронных измерений вертикальных скоростей воздуха (w) на различных уровнях на высотных метеорологических башнях. Оказалось, что пульсации w в широком диапазоне высот скоррелированы друг с другом, что доказывает струеобразный характер конвективных элементов. Над сильно нагретыми участками подстилающей поверхности, если скорость ветра у земли мала, основание струй как бы привязано к источнику тепла, над которым образуется «конвективная труба». Такие трубы, иногда заметные визуально (внутри струи воздух более мутный), часто наблюдаются над нагретыми скалами, лесными пожарами, вулканами и т. д. Вертикальные размеры «привязанных» струй могут достигать сотен и даже тысяч метров. Если в слое конвекции неустойчивость велика, конвективные струи зачастую вращаются около вертикальной оси по часовой стрелке или против. Примером вращающихся конвективных струй могут



служить пыльные или песчаные вихри, часто наблюдаемые летом в пустынных и степных районах.

Если ветер вблизи земли усиливается, то конвективные струи вначале наклоняются в его направлении, а затем отрываются от земли, превращаясь в свободно плавающие термики. После отрыва термика поднявшийся нагретый воздух замещается более холодным, пришедшим сверху и с боков. Через некоторый промежуток времени этот «новый» воздух опять нагревается и процесс эволюции термика начинается сначала.

Таким образом, если нет штиля, конвективные элементы в приземном слое раныше или позже приобретают форму пузырей, даже если до этого они и являлись струями.

Схема образования и эволюции термиков показана на рис. 6.2.

б. Экспериментальные данные о неупорядоченной атмосферной конвекции. Термическая турбулентность (неупорядоченная конвекция) имеет четко выраженный суточный ход. Над сушей он характеризуется максимумом в околополуденные часы и минимумом ночью. Над крупными водоемами суточный ход обратный из-за того, что здесь стратификация в нижней части пограничного слоя наименее устойчива в темное время суток. В дальнейшем мы не будем касаться характеристик термической турбулентности над водными пространствами.

Чаще всего конвекция развивается летом при малооблачной погоде. Рано утром в приземных 200-300 м обычно наблюдается инверсия, иногда довольно глубокая.

Разрушение приземной инверсии происходит утром снизу. К 8–9 ч вблизи земли стратификация становится неустойчивой и развивается конвекция, тогда как на некоторой высоте инверсия еще сохраняется. До тех пор пока такой задерживающий слой существует, воздух под ним благодаря радиационному нагреванию от земли становится все более теплым, выше же инверсии продолжает охлаждаться вследствие излучения. В результате указанных процессов резко увеличивается неустойчивость и раньше или позже начинается очень быстрое («взрывное») увеличение мощности конвективного слоя. К 10 ч вся нижняя половина пограничного слоя становится неустойчивой, а в верхней устанавливается стратификация, близкая к безразличной. В околополуденные часы отдельные термики (элементы так называемой «проникающей» конвекции) обнаруживаются до высоты в несколько километров. После 16–17 ч конвекция обычно ослабление на различных высотах происходит с неодинаковой скоростью.

Этим объясняется то, что согласно наблюдениям пилотов, при полетах в пограничном слое в вечернее время обычно наблюдается несколько тонких слоев с болтанкой.

Скворцов предложил так называемую ярусную схему развития конвекции. Вначале (обычно утром) мелкомасштабная турбулентность переносит водяной пар и тепло от земли до высоты 50–100 м. Позднее на этой высоте образуются вихри (термики) более крупного масштаба, переносящие тепло и влагу до больших высот.

Экспериментальные данные говорят о том, что в зависимости от того, где начинается неустойчивый слой (т. е. слой, в котором $\gamma > \gamma_a$), нижняя граница конвективного слоя может располагаться либо у поверхности земли, либо на некоторой высоте над ней.

В табл. 6.1 приведены эмпирические данные о градиентах температуры при активном развитии конвекции, о чем свидетельствовало наличие в дневное время Си.

Таблица 6.1

Время (ч)	Слой (мб)									
	земля – 950	950900	900-850	850-800	800 - 700	700 600	600 500			
4	-0,34	0,57	0,61	0,74	0,59	0,52	0,64			
10	0,91	0,75	0,71	0,68	0,56	0,53	0,62			
- 13	0,99	0,94	0,90	0,73	0,55	0,53	0,64			
16	1,01	1,00	0,95	0,81	0,59	0,53	0,63			
а все сроки	0,64	0.83	0,79	0,74	0,57	0,53	0,64			

Средние вертикальные градиенты температуры у (° С/100 м) над ЕТС в дни с кучевыми облаками

Как видно из табл. 6.1, иногда в период конвекции в нижней части пограничного слоя термическая стратификация атмосферы устойчива ($\gamma < \gamma_a$). Анализ индивидуальных зондирований показывает, что в дни с развитой конвекцией в нижних 100 м может изредка наблюдаться даже изотермическое или инверсионное распределение температуры. Такая ситуация чаще наблюдается утром, но изредка встречается и около полудня.

Приведенные данные свидетельствуют о том, что условия, наиболее благоприятные для развития конвекции, иногда могут возникать не у поверхности земли, а несколько выше. Конвекция в этом случае развивается в приподнятом (начинающемся от земли) термически неустойчивом слое и в основном имеет спонтанный характер. Возникновение ее обусловливается динамической турбулентностью, создающей начальные вертикальные смещения воздушных частиц, следствием которых является рост кинетической энергии вертикальных движений за счет потенциальной энергии стратификации плотности.

Наряду с элементами спонтанной конвекции внутрь приподнятого конвективного слоя могут проникать и термики, которые образуются у поверхности земли над относительно теплыми ее участками. Это происходит в тех случаях, когда «перегрев» частиц воздуха (ΔT) и их размеры достаточно велики для того, чтобы характерный масштаб плавучести $L_{n,n}$ [см. (6.4)] был больше толщины приземного устойчивого слоя.

Согласно [124], внутри конвективных слоев бо́льшая часть крупных термиков ($r_0 > 100$ м) имеет неспонтанное происхождение. Наоборот, как показали исследования Вульфсона [29], мелкомасштабная фракция элементов термической конвекции подчиняется законам спонтанной конвекции.

Причиной развития конвекции в свободной атмосфере может служить и наличие локальных зон повышенной влажности воздуха, г. е. участков атмосферы с относительно низкой плотностью ¹, Роль влажности в возникновении конвекции наиболее велика над водоемами.

¹ Плотность влажного воздуха $\rho_w = \frac{p}{RT(1+0.378 \ e/p)}$, где p – давление, R – газовая постоянная, T – температура, e – упругость водяного пара. Очевидно, что, чем больше e, тем меньше величина ρ_w .

Отметим, наконец, что на условия развития конвекции большое влияние оказывают величины вертикальных сдвигов (градиентов) ветра $U'_z \equiv \frac{\partial U}{\partial z}$ в конвективном слое. Они играют двойственную роль. С одной стороны, с ростом U'_z увеличивается интенсивность турбулентности, а значит, и вероятность появления крупных «турбулентных тел», могущих вызвать начало конвекции. С другой стороны, рост U'_z подавляет развитие уже имеющихся элементов конвекции [125]. Таким образом, в каждом конкретном случае фактическое развитие конвекции определяется соотношением указанных эффектов вертикального сдвига встра.

По данным Эйтса, исследовавшего термики с помощью планеров, над участками нагретой почвы площадью около 2 км² за каждые 5–15 мин образуется



Рис. 6.3. Распределение конвективных потоков по размерам.

1 — «пузыри», 2 — струи.

один термик (чаще всего в форме пузыря). Частота возникновения термиков зависит от рельефа местности, скорости ветра, теплофизических характеристик почвы и т. д. Особенно часто термики образуются над участками, где характеристики подстилающей поверхности резко меняются.

К физическим характеристикам элементов атмосферной конвекции относятся их размеры, распределение температуры и вертикальной скорости воздуха внутри термика и т. п.

Исследования структуры полей метеорологических элементов при конвекции показали, что в приземном слое голщиной 25-50 м пульсации имеют хаотический характер, а размеры конвективных элементов не превышают

100–200 м [49]. По мере дальнейшего подъема над землей максимальные «диаметры» термиков увеличиваются и выше 50 м обычно превышают 1 км. С гакими крупными термиками связаны наибольшие значения ΔT и w. Кроме гого, в них наблюдается тесная корреляция как между знаком, так и между амплитудами пульсаций метеоэлементов на смежных по вертикали уровнях. Создается внечатление, что эти термики имеют вытянутую струеобразную форму.

Крупномасштабные пульсации выражены тем отчетливее, чем меньше скорость ветра.

На рис. 6.3 показаны плотности распределения вероятностей горизонтальных размеров термиков по данным Вульфсона [29], полученным при измерениях ΔT на самолете. Поскольку при полетах на одном самолете определить форму термиков было нельзя, расчет велся в двух вариантах – для пузырей (эллипсоидов вращения) и струй. Измерения показали, что горизонтальные размеры термиков меняются в широких пределах. «Диаметры» термиков чаще всего находятся в диапазоне от 30–40 до 70–80 м, но в отдельных случаях могут в 10 15 раз превышать указанные величины.

Относительная площадь или относительный объем восходящих потоков приблизительно равны 0,21, поэтому если предположить, что нисходящие компенсационные потоки расположены вне зон восходящих движений равномерно во всем пространстве, то их скорость должна быть в среднем в 3,5-4 раза меньше скорости восходящих течений. В слое от 10 до 50 м средние размеры термиков довольно быстро растут с высотой, а выше остаются практически неизменными. Концентрация термиков падает с высотой сравнительно быстро. В слое от поверхности земли до уровня 1 км концентрация термиков может уменьшиться в 10 раз и более. Соответственно меняется и относительная площадь, занятая термиками.

В табл. 6.2 приведены данные о превышении температуры в центре термиков (т. е. средние максимальные значения $\Delta \overline{T}$) над температурой вне их. Расчет выполнен применительно к двум формам термиков – для струй и пузырей.

Таблица 6.2

Средние превышения температуры $\Delta \overline{T}$ (° C) в центрах термиков на различных высотах

Форма	Высота (м)								
термиков	10 .	30	50	100	. 300	500	1000	2000	3000
Струи Пузыри	0,64 0,54	0,23 0,18	0,23 0,19	0,23 0,18	0,15 0,14	0,12 0,11	0,12 0,10	0,10 0,09	0,19 0,17

Включенные в табл. 6.2 данные рассчитывались по результатам как дневных, так и утренних и вечерних измерений. Поэтому значения $\Delta \overline{T}$, приведенные в ней, несколько занижены по сравнению с максимальными, так как ΔT максимально в околополуденное время.

Интересно, что восходящие потоки не только более теплые, но и более влажные, чем окружающий воздух. Этим, по-видимому, объясняется то, что размеры зон неоднородностей коэффициента преломления атмосферы и превышений температуры меняются с высотой приблизительно параллельно.

Результаты измерений позволили Вульфсону определить зависимость ΔT (° C) и w (м/с) в струе радиусом R (м) от высоты над поверхностью земли z (м) и расстояния от оси термика r (м):

 $\Delta T \approx 1.1 z^{-1/3} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{1/2}, \tag{6.5}$

$$w \approx 0.2 z^{1/3} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{1/2}$$
 (6.6)

Вид формул (6.5) и (6.6) хорошо согласуется с законами w = f(z, r) и $\Delta T = \varphi(z, r)$ по теоретическим моделям спонтанных турбулентных струй [76].

Значительное количество исследований наиболее крупных конвективных потоков было выполнено на планерах. К сожалению, эти исследования, как правило, ограничивались качественными оценками ширины и (реже) вертикальной скорости термиков, внутри которых поднимался планер. К числу немногих инструментальных исследований относится работа Чернова [115].

Было произведено свыше 200 пересечений термиков на планере, оборудованном приборами, позволявшими определять скорость и температуру вертикальных потоков. Пересечения их осуществлялись при неподвижных органах управления в одной из плоскостей симметрии термика (гипотеза об осесимметричности восходящих течений была принята в качестве рабочей). Наведение планера-лаборатории на центр термика производилось с помощью другого планера того же типа. Для определения центра потока на концах крыльев были установлены термометры и регистрировалась разность их температур ΔT^* . Очевидно, что при прохождении планера через центр потока $\Delta T^* = 0$.

Исследование связи между максимальной вертикальной скоростью w_{max} и диаметром термика *D* показало, что с ростом *D* в общем растет и *w*.

Максимальные скорости наблюдались в центре потоков, причем рядом с восходящим потоком обычно обнаруживался широкий шлейф нисходящих движений.



Рис. 6.4. Накопленные повторяемости восходящих и нисходящих воздушных потоков на 1 ч полета и на 100 км маршрута по данным эксперимента 1963 г. по сравнению с результатами исследований 1962 г.

1 — повторяемость потоков на 100 км пути H_{L} (данные экспериментов 1963 г. на базе 2546 км расчетного маршрута); 2 — повторяемость потоков на 1 ч полета H_{L} (данные экспериментов 1963 г. в объеме 54,5 ч); 3 — то же (данные эксперимента 1962 г. в объеме 45,0 ч).

В 79% случаев вместо острого максимума *w* на оси термика наблюдалась зона приблизительно постоянных вертикальных скоростей. В узких потоках она занимала 10% поперечника термиков, а в широких – 32%.

На рис. 6.4 показаны накопленные повторяемости максимальных скоростей восходящих (*w*^{в max}) и нисходящих (*w*^{в max}) потоков на 1 ч полета и 100 км маршрута. Большая повторяемость восходящих потоков, заметная по материалам 1962 г., является, по словам автора, следствием того, что в этом году полеты велись более квалифицированными планеристами, которые умели лучше выбирать участки с *w* > 0.

В статьях [6, 124] приведены результаты измерений на самолете характеристик 130 термиков, диаметры которых превышали 100 м. Полеты велись над степью, в 72% случаев — на высотах меньше 1 км. В слое 0-200 м стратификация в среднем была сухонеустойчивой, в слое 201-400 м — безразличной, а выше $\gamma = 0.7 \div 0.9^{\circ}$ С/100 м. Скорость ветра у поверхности земли обычно

не превышала 5 м/с, а резко выраженные фронты в районе полета отсутствовали. Облачность была кучевообразной с высотой нижней границы более 1,5 км. Данные об основных характеристиках термиков приведены в табл. 6.3. В графах 1, 2, 4 и 6 даны абсолютные максимумы w, ΔT , $\frac{\partial \Delta T}{\partial x}$ и $\frac{\partial v}{\partial x}$ (v – скорость ветра). В графах 3, 5 и 7 помещены средние максимальные значения тех же характеристик (средние из абсолютных максимумов для отдельных термиков).

Таблица 6.3

			1.7			
w _{max} M/C	ΔT _{max} °C	Δ <i>Ť</i> _{max} °C	$\left(\frac{\partial \Delta T}{\partial x}\right)_{\rm max} °C/M$	$\left(\frac{\partial\Delta\overline{T}}{\partial x}\right)_{\max}$ °C/M	$\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{\max} e^{-1}$	$\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)_{\max} c^{-1}$
1	2	3	4	5	6	7
От +7,2 до -4,1	1,49	0,49	5,3 · 10 ⁻²	1,8 · 10 ⁻²	2,1 · 10 ⁻¹	$6 \cdot 10^{-2}$

Характеристики крупных термиков

Выборочная обработка данных о $\frac{\partial w}{\partial x}$ показала, что они имеют тот же по-

рядок, что и $\frac{\partial v}{\partial x}$. Скорости восходящих потоков достигают 7 м/с, а нисходящих — 4 м/с. $S_{\Delta T}(^{\circ}C)^2 M$

Сочетание больших градиентов температуры и скорости вегра (что особенно характерно для участка у границ термиков) должно приводить здесь к сильному турбулентному перемешиванию с окружающим воздухом.

Вместе с тем результаты измерений пульсаций ветра показали, что в зоне термика более чем в половине случаев наблюдалась и упорядоченная циркуляция. В слое, где $\frac{\partial w}{\partial z} > 0$, наружный воздух втекал в термик, а там, где $\frac{\partial w}{\partial z} < 0$ (г. с. в раруцей ности

 $\frac{\partial w}{\partial z} < 0$ (т. е. в верхней части

термика), вытекал из него.

Скорости втекания (вытекания) воздуха не превышали 0,2-0,5 м/с, т. е. были приблизительно в 10 раз меньше максимальных вертикальных скоростей воздуха внутри термика.



Рис. 6.5. Спектральная плотность пульсаций температуры $S_{\Delta T}$ (K) в конвективном слое. Кривой Рог, 10 июня 1969 г., H=350 м.

Время измерений: 1) 15 ч 38 мин — 15 ч 42 мин; 2) 15 ч 43 мин — 15 ч 48 мин; 3) 15 ч 48 мин — 15 ч 53 мин.



в. Статистические характеристики термической турбулентности. На рис. 6.5 и 6.6 приведены типичные кривые спектральной плотности пульсаций температуры и ветра в диапазоне масштабов от 70 м до 1,5 км. Хорошо видно, что

как горизонтальные (рис. 6.6 *a*), так и вертикальные пульсации ветра (рис. 6.6 *б*), равно как и пульсации температуры (рис. 6.5), хорошо подчиняются закону «минус пять третей». Эта закономерность выполняется для всего конвективного слоя, причем вне приземного слоя величины $S_u(K)$ и $S_w(K)$ вплоть до верхней границы конвективного слоя от высоты зависят мало [6, 27, 147].

Результаты исследований (см. [124]) показали также, что внутри конвективного слоя, т. е. до высоты 400-500 м над ровной подстилающей поверхностью, условия квазистационарности и однородности выполняются для периодов времени 20-30 мин и на расстояниях 40-50 км достаточно строго. Это видно и из рис. 6.5 и 6.6, так как на них приведены кривые спектральной плотности горизонтальных порывов, рассчитанные по результатам серии последовательных измерительных режимов, отстоящих друг от друга на расстояние до 40 км, а по времени – до 24 мин.

Рис. 6.6. Спектральная плотность пульсаций ветра в конвективном слое.

а — горизантальная компонента (и). Кривой Рог, 27 июля 1968 г., H=160÷190 н. Время измерений: 1) 12 ч 57 мин — 13 ч 00 мин;
д) 12 ч 51 мин — 12 ч 55 мин; 3) 12 ч 46 мин — 12 ч 39 мин — 12 ч 44 мин; 5) 12 ч 35 мин – 12 ч 37 мин.
б — вертикальная компонента (w). Кривой Рог, 21 июля 1968 г., H=800 м. Время измерений: 1) 11 ч 49 мин — 11 ч 57 мин;
д) 12 ч 2 мин — 12 ч 6 мин; 3) 12 ч 7 мин — 12 ч 12 мин — 12 ч 14 мин – 12 ч 20 мин;
В табл. 6.4 приведены средние квадратические значения пульсаций ветра в конвективном слое, найденные по полным реализациям, т. е. для всех масштабов, а также отдельно для характерных масштабов неоднородностей *L*, равных 300, 1000 и 2000 м.

Как видно из табл. 6.4, основной вклад в величину о вносится крупномасштабными пульсациями. Величины о в отдельных реализациях колеблются для всех компонент ветра в пределах 0,6–2,4 м/с, а амплитуды индивидуальных пульсаций по данным измерений достигали 7–8 м/с.

Для оценки линейных масштабов пуль-

для оценки линеиных масштаююв пульсаций можно воспользоваться интегральным масштабом турбулентности L_n , определяемым расстоянием, на котором начальная корреляция скоростей убывает в *е* раз. Как показали Тейлор и др. [215], если энергетический спектр пульсаций построен в координатах KF(K), lg K, то в первом приближении $L_n K_{max} = 0,216$, где K_{max} волновое число в циклах на метр, которому соответствует максимум кинетической энергии турбулентности. Отметим, что ве-

Осредненные средние квадратические пульсации ветра $\bar{\sigma}$ (м/с) при

Таблица 6.4

- • P										
	D	Lм								
0	все масштабы	300	1000	2000						
σ̄ _u σ̄ _v σ̄ _w	1,25 1,13 1,13	0,36 0,39	0,56	0,73 0,82						

термической турбулентности

личина L_n обычно используется в численных моделях спектров турбулентности в качестве определяющего параметра.

Величины $\overline{L_n}$ для продольной ($\overline{L_{n,u}}$) и поперечной ($L_{n,v}$) компонент пульсаций, согласно [124], близки друг к другу и в 67% случаев не превышают 400 м. В среднем $\frac{L_{n,u}}{L_{n,v}} = 1,2$, т. е. размеры индивидуальных возмущений ветра максимальны в направлении основного потока. Надежных экспериментальных данных о значениях $L_{n,w}$ пока нет.

Многие из физических характеристик пульсаций, имеющих разные масштабы, неодинаковы. Так, относительно крупным возмущениям присуци длительный период существования, высокая степень скоррелированности пульсаций температуры и ветра (в частности, его вертикальной компоненты). Такая закономерность прослеживается не только в среднем, но и для индивидуальных возмущений.

В результате увеличения с ростом L коэффициентов корреляции между флуктуациями компонент ветра (u', v', w) друг с другом и с пульсациями температуры вертикальные потоки количества движения $p\overline{u'w}$, $p\overline{v'w}$ и тепла $pw\Delta T$ (u'w, v'w) и др. – автокорреляционные функции) также растуг с увеличением L.

Различие в степени скоррелированности пульсаций метеорологических элементов в возмущениях разных масштабов является следствием того, что статистический режим мелкомасштабной фракции пульсаций близок к изотропному и, следовательно, величины u'w, v'w в данном случае мало отличаются от нуля, тогда как крупные возмущения анизотропны, что обеспечивает относительно высокую корреляцию u, v', w, ΔT друг с другом.

В заключение отметим, что из-за зависимости степени скоррелированности w с T' от масштабов пульсаций коэффициент корреляции w с T' в среднем для конвективных элементов с размерами 10 < L < 1000 м. т. е. для масштабов возмущений, ответственных за болтанку самолетов, обычно не превышает 0,3-0,4

Поэтому (во всяком случае, в тропосфере) не могут быть особенно успешными попытки разработать метод предупреждения экипажа об интенсивности ожидаемой болганки на маршруте по данным о величинах *T*' перед самолетом, измеренных, например, с помощью самолетного лидара или радиометра.

2. Ячейковая (целлюлярная) конвекция

Фотографии облачных полей, сделанные с самолетов и особенно с искусственных спутников Земли, показали, что пространственное расположение облаков в ряде случаев имеет «правильный» (упорядоченный) характер. Облака (чаще всего кучевые) либо образуют отделенные друг от друга ячейки, расстояние между которыми во всех направлениях почти одинаково, либо выстраиваются в параллельные гряды (валы), определенным образом ориентированные по отношению к ветру. Процессом, упорядочивающим пространственное расположение облаков, является ячейковая конвекция. Следует отметить, что она наряду с гравитационно-сдвиговыми волнами (см. главу 7) является одной из тех форм квазиупорядоченных мезомасштабных атмосферных движений, потеря устойчивости которых сопровождается интенсивной генерацией турбулентности. Отметим также, что при пересечении зоны ячейковой конвекции летательные аппараты могут испытывать знакопеременные циклические приращения перегрузок, влияние которых на управляемость и прочность самолетов и вертолетов в некоторых случаях может превосходить влияние «обычной» турбулентности.

Хотя ячейковая конвекция выше пограничного слоя атмосферы¹ развивается довольно часто, экспериментальных данных о ней накоплено еще не достаточно. Это в основном связано с трудностью нахождения конвективных зон, если только в них отсутствует облачность.

Кроме гого, даже в тех случаях, когда есть облака, практически невозможно по внешним признакам различать гравитационно-сдвиговые волны и так называемые двумерные ячейки, характеризуемые вытянутыми по направлению вектора сдвига ветра или под углом к нему полосами восходящих и нисходящих потоков.

Основные данные о физических закономерностях, характеризующих ячейковую конвекцию, были получены с помощью лабораторных экспериментов и по наблюдениям за ячеистыми формами облаков. Оказалось, что (см. [110]):

 для существования ячейковой конвекции необходимо, чтобы в конвективном слое вертикальный градиент температуры превышал некоторую критическую величину, зависящую в основном от толщины слоя и интенсивности турбулентности в нем;

2) форма и ориентация образующихся ячеек, их размеры, направление вертикальных движений в разных частях и другие характеристики циркуляции зависят от толщины конвективного слоя и физических свойств жидкости (газа); существенную роль играет также вертикальное распределение температуры и ветра в конвективном слое;

¹ У поверхности земли упорядоченная конвекция чаще всего не может развиваться из-за возмущающего влияния подстилающей поверхности и сильного развития здесь динамической турбулентности [29]. 3) время от возникновения целлюлярной конвекции до достижения ею наибольшего развития, а также горизонтальные размеры ячеек зависят от скорости нагревания нижней или охлаждения верхней границы конвективного слоя (β в °С/с). При этом, согласно Фостеру [169], время перехода ламинарного режима в режим развитой конвекции пропорционально $\beta^{2/s}$, а длина ячеек – $\beta^{1/s}$

В теории ячейковой конвекции обычно рассматривается тонкий слой несжимаемой вязкой жидкости, ограниченный сверху и снизу свободными или жесткими граничными поверхностями. Под свободными граничными поверхностями подразумеваются поверхности, на которых отсутствует вязкое тангенциальное трение. Жесткими граничными поверхностями называются поверхности, вдоль которых нет скольжения. На граничных поверхностях обычно предполагают также отсутствие вертикальных скоростей и возмущений температуры (9).

Граничные условия для свободных поверхностей имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = w = 0, \quad \vartheta = 0, \quad (6.7)$$

а для жестких

$$u = v = w = 0, \quad \vartheta = 0.$$
 (6.8)

Используется система уравнений гидротермодинамики атмосферы с учетом упрощений теории свободной конвекции, сущность которых заключается в предположении, что флуктуации плотности являются следствием изменений температуры, а не атмосферного давления.

Кроме того, предполагается, что:

1) скорости конвективных движений малы по сравнению со скоростью основного потока, а значит, их высшими степенями можно пренебречь;

2) вертикальные размеры конвективного слоя меньше общего масштаба высоты Δz , за который можно взять высоту однородной атмосферы, равную примерно 8 км.

С учетом сформулированных предположений уравнение для вертикальной скорости можно записать в виде

$$\left(\frac{1}{\Pr} \ \frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right) \nabla^2 w - \operatorname{Ra} \nabla_1^2 w = 0, \qquad (6.9)$$

где $\Pr = \frac{v}{\kappa}$ – число Прандтля (v – коэффициент турбулентной вязкости, κ – коэффициент температуропроводности);

$$\nabla^2 = \vec{i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \vec{j} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \vec{k} \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \nabla_1^2 = \nabla^2 - \vec{k} \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$
$$Ra = g \frac{(\gamma - \gamma_a)^4}{v \kappa T}$$

– число Рэлея.

Поскольку уравнение (6.9) шестого порядка, для его решения необходимо задать шесть граничных условий по высоте.

Если толщина конвективного слоя равна *h*, а граничные поверхности свободные, эти условия имеют вид

$$w|_{z=0} = w|_{z=h} = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right|_{z=h} = \left. \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} \right|_{z=h}.$$
 (6.10)

Уравнение (6.9) при граничных условиях (6.10) позволяет найти w = f(x, y, z)в ячейках различной формы. Так, например, для прямоугольных (в плане) ячеек

$$w = w_0 \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \cos\left(\Omega_x x\right) \cos\left(\Omega_y y\right) \exp\left(nt\right), \qquad (6.11)$$

где $\Omega_x = \frac{2\pi}{L_x}$, $\Omega_y = \frac{2\pi}{L_y}$ – волновые числа вдоль осей ох и оу $(L_x, L_y - \text{рас$ $стояния между центрами ячеек); <math>w_0$ – скорость в центре ячеек. Подставив (6.11) в уравнение (6.9), получим квадратное уравнение для собственных значений *n*:

$$n^{2} + (\Pr + 1)(a^{2} + \pi^{2})n + \Pr\left[(a^{2} + \pi^{2})^{2} - \frac{a^{2} \operatorname{Ra}}{a^{2} + \pi^{2}}\right] = 0, \qquad (6.12)$$

где

 $a^2 = \Omega_x^2 + \Omega_y^2 \, .$

Из теории гидродинамической устойчивости известно, что решение (6.11) будет устойчивым по отношению к малым колебаниям, если все собственные значения имеют отрицательные вещественные части. Согласно уравнению (6.12), так называемое граничное движение, соответствующее n = 0 и разделяющее области устойчивых и неустойчивых возмущений, возможно, если

$$(a^2 + \pi^2)^3 = a^2 \operatorname{Ra}. \tag{6.13}$$

При фиксированных h, \varkappa , ν и \overline{T} с помощью уравнения (6.13) можно однозначно определить расстояние между центрами ячеек и минимальный градиент температуры $\gamma_{\rm kp}$, при достижении которого поток разделяется на ячейки. Для определения величины $\gamma_{\rm kp}$ воспользуемся тем, что $\gamma_{\rm kp}$ соответствует минимуму Ra, а значит, в соответствии с уравнением (6.13) условию $\frac{d Ra}{d (a^2)} = 0$, откуда в на-

шем случае $\operatorname{Ra}_{\kappa p} = \frac{27}{4} \pi^4 \approx 657,5$. Следовательно,

$$\gamma_{\rm xp} = \gamma_a + \frac{27}{4} \pi^4 \frac{\nu_{\rm x} \bar{T}}{gh^4} \approx \gamma_a + 657.5 \frac{\nu_{\rm x} \bar{T}}{gh^4} \tag{6.14}$$

Таким образом, при наличии двух свободных границ ячейковая циркуляция возможна при

$$\Delta \gamma = \gamma - \gamma_a > 657.5 \frac{\nu \varkappa \bar{T}}{g h^4} \tag{6.15}$$

Если, например, $\vec{T} = 250$ K, h = 100 м, $v = \varkappa = 10^4$ см²/с, то $\gamma_{\rm kp} - \gamma_a = 0,02^{\circ}$ С/100 м. При $h \to 0$ критерий (6.5) теряет физический смысл.

При стационарном режиме (а значит, и Ra_{кр} = const) каждая ячейка представляет собой изолированную область с замкнутой циркуляцией. Так, например, в гексагональных ячейках (ячейках Бенара) горизонтальное распределение w описывается уравнением

$$w = \frac{w_0}{3} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \left[2\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda\sqrt{3}}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{3\lambda}y\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3\lambda}y\right) \right], \quad (6.16)$$

где $\frac{\lambda}{2}$ – длина стороны правильного шестиугольника¹.

В круглых (цилиндрических) ячейках

$$w = w_0 \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) J_0\left(\frac{a\lambda}{2h}\right),\tag{6.17}$$

где λ – диаметр круга; J_0 – цилиндрическая функция нулевого порядка.

Вследствие линеаризации исходной системы уравнений и неопределенности связи между Ω_x и Ω_y классическая теория ячейковой конвекции не позволяет однозначно определить одновременно форму образующихся ячеек и величину и знак w_0 . Судя по лабораторным экспериментам, чаще всего образуются шестиугольные (гексагональные) и круглые ячейки, причем направление вертикальных движений в середине ячейки зависит от среды. В жидкостях в центре ячеек воздух поднимается («закрытые» ячейки), а в газах оседает («открытые» ячейки).

Значения $Ra_{\kappa p}$ определяются исключительно характером граничных поверхностях ностей и не зависят от геометрии ячеек. При двух свободных поверхностях $Ra_{\kappa p} = 657,5$, при одной свободной и одной жесткой границах $Ra_{\kappa p} = 1100,7$ и, наконец, при двух жестких граничных поверхностях $Ra_{\kappa p} = 1707,8$. Из формулы (6.14) следует, что соответственно с изменениями числа $Ra_{\kappa p}$ меняется и пропорциональная ему величина $\Delta \gamma$.

При двух свободных граничных поверхностях длина волны гексагональных ячеек $\lambda = 3,77h$, круглых $\lambda = 2,16h$ (в первом случае λ – удвоенная длина стороны шестиугольника, а во втором – диаметр круга).

Судя по данным наблюдений за облаками, образующимися в зонах ячейковой конвекции, горизонтальные размеры атмосферных ячеек обычно составляют несколько километров², а отношение $\lambda/h \approx 3$. Обычно ячейки в плане имеют округлую форму, причем в центре их воздух поднимается, а по краям опускается. Своеобразные ячейковые облака, Си mammatus, могут наблюдаться на нижней поверхности кучево-дождевых облаков. Они имеют вымеобразную форму с нисходящим потоком в центре ячейки.

Выше мы рассмотрели характеристики конвекции для случая, когда в конвективном слое нет ветра или его скорость и направление не меняются с высотой. Такая ситуация в атмосферных слоях с $h \ge 500 \div 1000$ м встречается довольно редко. Гандин указывает³, что если в конвективном слое направление ветра

¹ Формула (6.16) получена для n = 1, что соответствует основному тону колебаний, который возбуждается при минимальном $\operatorname{Ra}_{\mathrm{kp}}$. В этом случае возникает один конвективный слой, на границах которого w = 0.

² Мы не касаемся здесь крупномасштабной ячейковой конвекции, элементы которой, как видно из фотографий облачного покрова с искусственных спутников Земли, имеют горизонтальные размеры в несколько десятков километров.

горизонтальные размеры в несколько десятков километров. ³ Строгого доказательства своих выводов Гандин не приводит, ограничиваясь качественными соображениями.

остается неизменным (или меняется мало), а скорость его зависит от высоты, то образуются двумерные ячейки, представляющие собой продольные полосы восходящих и нисходящих движений, вытянутые вдоль ветра. Если в слое конвекции резко меняются с высотой и скорость и направление ветра, то ячейковая циркуляция, по-видимому, возникнуть не может.

По расчетам Воробьевой и Трубникова [26], двумерные ячейки могут располагаться под углом к ветру, вытягиваясь по направлению той его компоненты, кривизна профиля которой (U''_z) не равна нулю.

Согласно эмпирическим данным [125], в атмосфере поперечные двумерные ячейки чаще всего связаны со сдвигом средней величины, а продольные – с большими сдвигами. Образованию ячеек, составляющих с направлением вегра большие углы (в пределе — прямой угол), благоприятствует также значительное вращение ветра с высотой.

Лабораторные эксперименты Кимура и др. [181] позволили четко выделить три типа ячейковой конвекции: 1) «чисто ячейковая» конвекция, развивающаяся при больших числах Ra и малых вертикальных сдвигах ветра; 2) продольные полосы восходящих движений, наблюдаемые при малых Ra и больших сдвигах; 3) форма конвекции, промежуточная между указанными. Критическое значение сдвига ветра, отделяющее продольные полосы от изолированных ячеек, растет с увеличением Ra. Образование поперечных конвективных полос в упомянутом эксперименте не исследовалось.

В заключение укажем, что, по-видимому, при потере ячейками устойчивости энергия ячейковой циркуляции может служить источником турбулентной энергии. Поскольку ячейковую циркуляцию можно рассматривать как результат интерференции нескольких стоячих гравитационных волн, то, вероятно, критерии устойчивости, разработанные для этих волн (см. главу 7), в первом приближении верны и для нее. Это, в частности, означает, что чем короче волны (т. е. размер ячеек), тем они менее устойчивы.

Из уравнения (6.13) следует, что при граничном движении размер ячеек (a^2) однозначно определяется $\operatorname{Ra}_{\mathrm{xp}}$. Иная картина должна наблюдаться, если $\operatorname{Ra} > \operatorname{Ra}_{\mathrm{xp}}$, т. е. $\gamma > \gamma_{\mathrm{xp}}$. В этом случае наступает сверхкритический режим, при котором каждому значению Ra соответствуют две системы ячеек, одна из которых имеет меньшую длину волны λ , чем при граничном режиме. В данном случае облегчается переход от ячейковой циркуляции к мелкомасштабным турбулентным пульсациям *w*. Это предположение нуждается в экспериментальной проверке.

Глава 7

ВОЛНЫ И АТМОСФЕРНАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Периодические движения, к которым, в частности, относятся волны и целлюлярная конвекция, являются одной из наиболее распространенных форм мезомасштабных атмосферных потоков. Они представляют значительный интерес не только сами по себе, но и в связи с тем, что потеря ими устойчивости приводит к возникновению турбулентных вихревых образований. Сравнительно мелкие вихри, обусловливающие болтанку самолетов, возникают главным образом вследствие разрушения коротких волн, длина которых не превышает нескольких километров и на динамику которых отклоняющая сила вращения Земли практически не влияет.

Если не рассматривать звуковые волны, возникновение которых обусловливается сжимаемостью воздуха, то атмосферные короткие волны можно подразделить на гравитационные и гравитационно-сдвиговые. Первые возникают под действием силы тяжести и развиваются за счет потенциальной энергии положения частиц воздуха, если последние по той или иной причине выводятся из состояния равновесия. Что же касается гравитационно-сдвиговых волн (так называемых волн Гельмгольца), то они образуются, если около поверхности раздела наряду с резким изменением (в пределе – скачком) плотности воздуха наблюдается тангенциальный разрыв скорости ветра¹.

Наиболее распространенным типом гравитационных волн являются волны, образующиеся при обтекании гор, — горные волны или волны препятствий. В свободной атмосфере разрыв плотности чаще всего наблюдается в зонах, где одновременно резко меняется и скорость ветра, что типично, например, для атмосферных фронтов, слоя тропопаузы, надоблачных инверсий и т. д. Поэтому здесь возникают часто не гравитационные, а гравитационно-сдвиговые волны, на описании которых мы и остановимся.

1. Гравитационно-сдвиговые волны

а. Основные характеристики стационарных волн. Нас интересуют как характеристики стационарных волн, так и их устойчивость, т. е. непосредственная связь между волновыми и турбулентными движениями. Остановимся вначале на связи основных характеристик волн: их длины (λ), периода (T), фазовой скорости (c) и амплитуды (A) — со скачками температуры или плотности атмосферы, а также со скачком скорости ветра около поверхности раздела. При этом мы ограничимся рассмотрением внутренних волн, поскольку волны на свободной поверхности для атмосферы нетипичны.

При теоретических исследованиях гравитационно-сдвиговых волн чаще всего предполагается, что волны развиваются в результате наложения на основной

¹ Волны могут возникать и при одном только разрыве скорости ветра (так называемые сдвиговые волны). Однако, как показано ниже, они неустойчивы, т. е. не могут наблюдаться в стационарном состоянии.

горизонтальный поток идеальной жидкости малых волновых возмущений. При рассмотрении коротких волн отклоняющая сила вращения Земли при составлении уравнений движения не учитывается ¹. Кроме того, процесс считается адиабатическим.

Если предположить, что основное движение стационарно и, кроме того, его характеристики не зависят от горизонтальных координат, меняясь только с высотой *z*, то уравнения малых колебаний можно записать в виде:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial u'}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{p}}\frac{\partial p'}{\partial x},$$
$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial v'}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial v'}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial v'}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{p}}\frac{\partial p'}{\partial y},$$
$$\frac{\partial w'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial w'}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial w'}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{p}}\frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{g}{\bar{p}}\rho',$$
$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \rho'}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \rho'}{\partial y} + w'\frac{d\bar{p}}{dz} + \bar{p}\left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}\right) = 0,$$
$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \bar{v}\frac{\partial p'}{\partial y} + w'\frac{d\bar{p}}{dz} - \varkappa\frac{\bar{p}}{\bar{p}}\left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \rho'}{\partial x} + \bar{v}\frac{d\bar{p}}{\partial y}\right) = 0. (7.1)$$

Первые три уравнения системы (7.1) получены из уравнений движения, четвертое и пятое – из уравнений неразрывности и притока тепла соответственно. Здесь *u*, *v*, *w* – компоненты движения, *t* – время, ρ – плотность воздуха, *p* – давление, $\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$ – отношение теплоемкостей, *g* – ускорение силы тяжести. С черточками сверху даны характеристики основного движения, со штрихами – характеристики малых возмущений. Отметим, что система (7.1) состоит из линейных уравнений относительно неизвестных *u'*, *v'*, *w'*, *p'* и т. д.²

При решении системы (7.1) обычно используются следующие краевые условия. Во-первых, предполагается, что компоненты скорости по нормали к поверхности раздела с обеих сторон от последней одинаковы, т. е. здесь отсутствует переменшвание. Во-вторых, на поверхности раздела давление предполагается непрерывным. Кроме этих условий, все функции должны быть ограничены на бесконечности.

Лайхтман определил характеристики плоских волн для случая, когда по обе стороны от поверхности раздела основной поток направлен вдоль оси ox, а потенциальная температура θ линейно изменяется с высотой. На поверхности раздела (z = 0) терпят разрыв скорость ветра, температура и градиент потенциальной температуры.

¹ Такое предположение, в частности, означает, что поверхность раздела в невозмущенном состоянии должна быть горизонтальной.

² В последние годы наряду с линейной теорией атмосферных волн стали решаться и нелинейные задачи (см. в обзоре [117]). В них предположение о малости волновых возмущений не используется.

Характеристики волн искались в форме:

$$u' = u_{1}(z) \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

$$w' = w_{1}(z) \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

$$p' = p_{1}(z) \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

$$\rho' = \rho_{1}(z) \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

$$f' = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

(7.2)

где т – период; λ – длина волны; A – амплитуда колебаний.

Подставляя (7.2) в систему (7.1) и пренебрегая бесконечно малыми высшего порядка, можно получить обыкновенное дифференциальное уравнение для количества движения $\tilde{w} = \rho w$:

$$\frac{d^2\tilde{w}}{dz^2} + \beta \frac{d\tilde{w}}{dz} + \tilde{w} \left[-k^2 + \frac{g\beta}{(c-\bar{u})^2} \right] = 0, \qquad (7.3)$$

где $\beta = \frac{d \ln \theta}{dz}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; $c = \frac{\lambda}{t}$ – фазовая скорость. Используя краевые условия, из (7.3) можно найти, что

$$\tilde{w}_{\rm H}(z) = A \exp\left\{ \left[-\frac{\beta_{\rm H}}{2} + \sqrt{\frac{\beta_{\rm H}^2}{4} + k^2 - \frac{g\beta_{\rm H}}{(c - u_{\rm H})^2}} \right] z \right\} k\bar{p}_{\rm H}(0) (c - u_{\rm H}),$$
$$\tilde{w}_{\rm B}(z) = A \exp\left\{ \left[-\frac{\beta_{\rm B}}{2} - \sqrt{\frac{\beta_{\rm B}^2}{4} + k^2 - \frac{g\beta_{\rm B}}{(c - u_{\rm B})^2}} \right] z \right\} k\bar{p}_{\rm B}(0) (c - u_{\rm B}).$$
(7.4)

Индексы «н» и «в» относятся к слоям, расположенным ниже и выше поверхности раздела. Связь между с и k определяется дисперсионным уравнением

$$\bar{\rho}_{\rm H}(0) \left(c - u_{\rm H}\right)^2 \left[\frac{\beta_{\rm H}}{2} + \sqrt{\frac{\beta_{\rm H}^2}{4} + k^2} - \frac{g\beta_{\rm H}}{(c - u_{\rm H})^2} \right] - \bar{\rho}_{\rm B}(0) \left(c - u_{\rm B}\right)^2 \left[\frac{\beta_{\rm B}}{2} - \sqrt{\frac{\beta_{\rm B}^2}{4} + k^2} - \frac{g\beta_{\rm B}}{(c - u_{\rm B})^2} \right] = g \left[\bar{\rho}_{\rm H}(0) - \bar{\rho}_{\rm B}(0) \right].$$
(7.5)

Из уравнений (7.4) и (7.5) видно, что вертикальные скорости у поверхности раздела, фазовая скорость распространения волн и длина волны при прочих равных условиях зависят от скоростей потока и плотности воздуха по обе стороны от поверхности раздела и от устойчивости стратификации атмосферы. В частном случае¹, когда $\beta_{\mu} = \beta_{\mu} = 0$, т. е. по обе стороны от поверхности раздела атмосфера стратифицирована безразлично, из (7.5) следует, что

= (0) = = = = (0)

$$\hat{w}_{\rm H}(z) = Ak\bar{\rho}_{\rm H}(0)(c - u_{\rm H})e^{kz}, \qquad (7.6)$$
$$\hat{w}_{\rm B}(z) = Ak\bar{\rho}_{\rm B}(0)(c - u_{\rm B})e^{-kz},$$

a

$$c = \frac{\rho_{\rm H}(0) u_{\rm H} + \rho_{\rm B}(0) u_{\rm B}}{\bar{\rho}_{\rm H}(0) + \bar{\rho}_{\rm B}(0)} \pm \frac{1}{k} + \frac{1}{k} \frac{1}{k} \frac{\rho_{\rm H}(0) - \bar{\rho}_{\rm B}(0)}{\bar{\rho}_{\rm H}(0) + \bar{\rho}_{\rm B}(0)} - \frac{\rho_{\rm H}(0) \bar{\rho}_{\rm B}(0) (u_{\rm H} - u_{\rm B})^2}{[\bar{\rho}_{\rm H}(0) + \bar{\rho}_{\rm B}(0)]^2}$$
(7.7)

Согласно формуле (7.6), вертикальные скорости, связанные с волнами, экспоненциально убывают по мере удаления от поверхности раздела.

В формуле (7.7), определяющей величину фазовой скорости, первое слагаемое равно средней взвешенной скорости потока в целом, а второе описывает, как влияют на значение *с* величины разрывов плотности воздуха и скорости ветра при переходе через поверхность раздела. Видно, что фазовая скорость увеличивается с уменышением k, т. е. с ростом λ . Можно показать, что при значениях λ , не превышающих нескольких километров, фазовая скорость не превышает нескольких метров в секунду.

Очевидно, что при некотором соотношении k и скачков плотности и скорости ($\Delta \rho$ и Δu) у поверхности раздела подкоренное выражение становится отрицательным, а значит, c – комплексной величиной. В этом случае движение становится неустойчивым и волны должны разрушаться. В дальнейщем мы остановимся на устойчивости волн более подробно.

Если c = 0, т. е. рассматриваются стоячие волны, то, как видно из формул (7.2), вблизи поверхности раздела наблюдается чередование зон восходящих и нисходящих потоков, причем расположение этих зон не меняется со временем. Если $\beta_n = \beta_n = \beta$, то длина таких волн

$$\lambda_{\rm cran} = \frac{2\pi}{g} (\Delta u)^2 \frac{T_0}{\left| \sqrt{4 (\Delta T)^2 + \frac{(\Delta u)^2 \beta T_0^2}{g^2} \left[4g - \frac{1}{4} \beta (\Delta u)^2 \right]}} .$$
 (7.8)

Здесь $\Delta u = u_{\rm B} - u_{\rm H}$, $\Delta T = T_{\rm B} - T_{\rm H}$, T_0 – температура на поверхности раздела, а

$$\beta = \frac{d \ln \theta}{dz} = \frac{2\gamma_a - \gamma}{T_a + T_a}$$

Из формулы (7.8) видно, что длина волны растет с увеличением скачка ветра Δu и с уменьшением скачка температуры ΔT Кроме того, поскольку $\beta (\Delta u)^2 \ll g$ ($\beta \approx 1.3 \cdot 10^{-5}$ м⁻¹, $\Delta u \simeq 1$ м/с), увеличение термической устойчивости приводит к уменьшению $\lambda_{\rm cran}$. В реальных условиях $\lambda_{\rm cran}$ может меняться от сотен метров до нескольких километров.

¹ В более общем случае, когда $\beta_{\rm B} = \beta_{\rm B} = \beta \neq 0$, уравнение (7.5) можно решить относительно *c*, воспользовавшись тем, что $\frac{\beta}{k} \ll 1$.

Наито рассчитал фазовую скорость и амплитуды плоских гравитационносдвиговых волн для двух- и трехслойной модели атмосферы в предположении, что внутри каждого из этих слоев плотность воздуха и скорость ветра не меняются. Предположение о независимости плотности воздуха в том или ином слое от высоты, т. е. условие квазинесжимаемости воздуха, является весьма грубым, но, если слои не очень толстые, количественные результаты расчетов по квазинесжимаемой модели не содержат существенных ошибок.

Расчеты показали, что амплитуды возмущений максимальны у поверхностей раздела, причем чем меньше λ, тем быстрее они убывают по мере удаления от последних. Это объясняет известный из наблюдений факт, что вблизи поверхности земли короткие гравитационно-сдвиговые волны наблюдаются очень редко.

У поверхности раздела развивается упорядоченная циркуляция, состоящая из замкнутых циркуляционных ячеек, переносящихся в горизонтальном направлении вместе с потоком, имеющимся в зоне поверхности разрыва.

Согласно расчетам, чем короче волна, тем больше величина отношения $\frac{A}{\lambda}$; это отношение растет также с увеличением u' При уменьшении λ растет крутизна фронта волны. Так, при $\lambda = 100$ м и u' = 1 м/с переход от гребня к долине волны происходит на расстоянии 50 м $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ приблизительно за 30 с

 $\left(\frac{c}{2}\right)$ и сопровождается перепадом высоты в 60 м (двойная амплитуда). Естественно, что при больших и' крутизна фронта волны еще больше. Благодаря этому гребни волн даже в тех случаях, когда с вещественно и, таким образом, волны устойчивы, имеют тенденцию к периодическому опрокидыванию (подобно морским волнам) и образованию изолированных валов с горизонтальной осью, переносимых общим потоком, – так называемых роторов. Общий поток, пока с вещественно, остается ламинарным. Естественно, что описанный процесс чаще должен наблюдаться в тех атмосферных слоях, где «фоновая» турбулентность понижена.

В рассмотренных выше моделях рассматривались плоские волны, а возмуцениями вдоль оси *оу* авторы пренебрегали. Поэтому гребни волн располагались перпендикулярно направлению общего переноса (поперечные волны). Наблюдения, однако, показали, что полосы облаков, обусловленных восходящими движениями в гребнях волн, чаще всего ориентированы под острым углом к ветру или даже параллельны ему. Для объяснения этих эмпирических данных нужно решать пространственную, а не плоскую задачу. В этом случае возмущения в поле ветра задаются в форме

$$u'_{i} = \bar{u}_{i} \exp i \left(kx + ly - mt \right), \tag{7.9}$$

где $u'_i - i$ -тая компонента возмущения скорости потока, $k = \frac{2\pi}{L_x}$, $l = \frac{2\pi}{L_y}$ (L_x и L_y – масштабы длины в направлении осей ох и оу); m – частота

Исследования трехмерных волн выполнены в работах [7, 161] и др Согласно Секера, если вместо поверхности разрыва рассматривать тонкий переходный слой, внутри которого скорость ветра меняется непрерывно, то из системы (7.1), используя (7.9), можно определить необходимые условия существования волн, если только в каждом из слоев вертикальный сдвиг ветра не меняется с высотой. Для этого требуется, чтобы

$$2\overline{T}(U_z')^2 \left[g\left(1 + \frac{l^2}{k^2}\right) \right]^{-1} \leq \gamma - \gamma_a, \qquad (7.10)$$

где $U'_z = \frac{\partial U}{\partial z}$ – вертикальный градиент (сдвиг) ветра. Таким образом, вблизи уровня, где скорость ветра равна скорости волны¹, необходимо, чтобы стратификация атмосферы была по крайней мере безразличной. Этот вывод согласуется с эмпирическими данными, согласно которым полосы облаков, параллельных ветру, обычно наблюдаются, когда непосредственно под инверсионным слоем $\gamma \ge \gamma_a$

Поскольку $L_x = \frac{2\pi}{k}$, $L_v = \frac{2\pi}{l}$ (L_x и L_v - длины волн), из формулы (7.10)

вытекает, что пространственное расположение волны при заданных у определяется величиной U'_z Очевидно, что для образования поперечных волн необходимо наличие малых сдвигов ветра, а для образования продольных волн – больших сдвигов ветра.

Верхний предел значений $\gamma_a - \gamma$ должен давать в формуле (7.10) условия, при которых упорядоченность циркуляции исчезает и начинается спонтанное развитие турбулентности. Следует отметить, что, по-видимому, диапазон значений γ_a γ , лежащих между нижним и верхним пределами, невелик, и поэтому даже незначительное изменение внешних параметров, например U'_{z} или *T*, может приводить к разрушению упорядоченной циркуляции. Этим, в частности, вероятно, объясняется относительная редкость волнистых облаков и кратковременность их жизни.

б. Эмпирические данные о гравитационно-сдвиговых волнах в атмосфере. Из-за гого, что исследования волн в ясном небе, г. е. когда визуальные признаки их существования отсутствуют, чрезвычайно затруднены, материалов о таких волнах пока мало.

Госсар и Мунк измерили параметры гравитационно-сдвиговых волн в ясном небе над побережьем Калифорнии. Использовались синхронные записи высокочувствительных наземных микробарографов, баровариографов и анеморумбографов, установленных вдоль побережья, а также материалы вертикального гемпературно-ветрового зондирования атмосферы.

Пример записи флуктуаций ветра и атмосферного давления для одного из случаев приведен на рис. 7.1.

В период, когда наблюдались волны, над районом наблюдений располагался инверсионный слой, а скорость ветра была сравнительно небольшой. Параметры волн и характеристики инверсионного слоя приведены в табл. 7.1. За направление перемещения волн принят азимут гочки, от которой двигались волны.

Анализ экспериментальных данных показал, что фазовые скорости волн были близки к 10 м/с, т. е. значительно превышали скорость ветра. Характерно, что и величина пульсаций ветра, вызываемых волнами, тоже была очень значительной, особенно 27 июля, 2 и 16 октября и 12 мая. Длины волн колебались от 4 до 10 км, причем гребни волн ориентировались приблизительно перпендикулярно вектору сдвига ветра.

1 Формула (7.10) выведена Секера в этом предположении.

Таблица 7.1

Лата	Погола	Ско- рость	Hanpa-	Ампл пульсац	Амплитуда ульсаций ветра		Часто	Высота инверсии (м)		Изменение потенциаль-	
		ветра (м/с)	ветра	м/с	0	баний (мин)	та (с-1)	нижняя граница	верхняя граница	туры в инвер- сии (°С)	
4 IV 1952 г.	Туман	1,4	CC3	1,0	200	14.0	0.0075	170	600	15.0	
27 VII	Я́сно	0,9	CB	1,3	78	7,5	0,014	170	670	14,0	
4 VIII	Туман	2,9	3	1,2	175	6,5	0,016	300	1190	20,0	
4 IX	Ясно	2,2	С	0,5	318	5,5	0,019	260	740	10,5	
2X	Туман	1,2	3Ю3	3,2	240	8,5	0,012	210	1000	11,5	
16X	.»	0,8	CCB	1,4	268	7.5	0,014	180	670	17,5	
	»	0,9	C3	0,9	282	7,5	0,014	180	670	17,5	
12 V 1953 r.	Ясно	0,7	BCB	1,6	280	11,0	0,0095	100	400	6,0	

Параметры волн, наблюдавшихся над побережьем Калифорнии

Примечание. 16 октября 1952 г. волны были зарегистрированы дважды.

Отметим, что величины c_i и λ_i , полученные в исследованиях Госсара и Мунка, хорошо согласуются с данными расчета Наито.

Георгии, исследовав с помощью планеров вертикальные движения в гравитационно-сдвиговых волнах, образующихся вблизи инверсионных слоев в нижней половине тропосферы, нашел, что $\lambda = 500$ м, $w_{max} = \pm (1 \div 2)$ м/с. Васильченко и Ледохович [15] по данным о горизонтальном распределении температуры воздуха над инверсионным слоем на высоте 500 м обнаружили периодические пульсации температуры с $\lambda = 1,0 \div 1,2$ км и с колебаниями температуры до $1,2^{\circ}$ С.

Исследования волн в ясном небе проводились также и путем прослеживания переноса и деформации струй дыма, выпускаемых в атмосферу ракетными трассерами или другими способами. В качестве примера можно привести данные Кука, в опыте которого, хотя в целом вертикальная струя дыма перемещалась



Рис. 7.1. Изменения атмосферного давления, скорости и направления ветра при гравитационных волнах 16 октября 1952 г. (по Госсару и Мунку). 1 — направление ветра, 2 — давление, 3 — скорость ветра.

со средней скоростью ветра, отдельные ее части двигались быстрее или медленнее воздуха.

Наибольшее количество эмпирических данных получено для тех случаев, когда в гребнях волн наблюдались облака. Особенно много таких материалов накоплено с помощью наблюдений с самолетов и по фотографиям с метеорологических искусственных спутников Земли (МИСЗ) [7, 189 и др.]. Отметим, что фотографии с МИСЗ из-за их недостаточной разрешающей способности в основном дают информацию о сравнительно длинных волнах с λ в несколько километров.

Анализ фотографий облачного неба со спутников «Тайрос» показал, что геометрически правильные облачные структурные образования, связанные с волнами, наблюдаются в 13% случаев.

2. Критерии устойчивости внутренних гравитационно-сдвиговых волн и связь турбулентности с разрушающимися волнами

Как видно из формул (7.7) и (7.8), при определенных значениях ΔT , $\Delta U = u_{\rm B} - u_{\rm H}$ и β подкоренное выражение становится отрицательным, т. е. c – комплексной величиной. Тогда размер возмущений безгранично возрастает во времени, т. е. устойчивое движение исчезает. В частном случае, когда $\beta_{\rm H} = \beta_{\rm B} = \beta \neq 0$, неустойчивы все волны, длина которых $\lambda < \lambda_{\rm xp}$, где

$$\lambda_{\rm xp} = \frac{2\pi \, (\Delta U)^2 \, \overline{T}}{g \, \Delta T + \left| \sqrt{(g \, \Delta T)^2 + \frac{g \overline{\beta} \overline{T^2} \, (\Delta U)^2}{8}} \right|}.$$
(7.11)

Из формулы (7.11) видно, что область неустойчивости тем шире (т. е. $\lambda_{\rm kp}$ тем больше), чем больше ΔU и чем меньше ΔT .

Гандин предложил для оценки устойчивости волн безразмерный параметр Г, определяемый формулой

$$\Gamma = -\frac{\overline{T}^2}{g} \overline{\beta} \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)^2.$$
(7.12)

Этот параметр описывает влияние статической устойчивости атмосферы на динамическую устойчивость потоков у поверхности раздела. Критическая длина волны $\lambda_{\text{кр}}$ выражается через Г следующим образом:

$$\lambda_{\rm kp} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\Gamma+1}},\tag{7.13}$$

где

$$\lambda_0 = \frac{\pi \bar{T}}{g} \frac{(\Delta U)^2}{\Delta T}.$$
(7.14)

Как видно из формуны (7.11), _{Λ0} есть критическая длина волны для случая безразличной стратификании (β = 0).

Согласно (7.13), с ростом Γ критическая длина волны уменышается, т. е. зона неустойчивости сужается. Поскольку $\Gamma > 0$ соответствует $\beta > 0$, это означает, что с увеличением статической устойчивости растет и динамическая устойчивость. При $\Gamma \leq -1$ имеет место абсолютная динамическая неустойчивость, т. е. неустойчивость возмущений всех длин волн. То же наблюдается, если $\Delta T \leq 0$.

Гандин определил зависимость устойчивости волн от направления их распространения в рамках двухслойной модели, в которой плотность воздуха $\rho_{\rm H}$ и $\rho_{\rm B}$ и горизонтальные составляющие скорости $u_{\rm H}$, $v_{\rm H}$ и $u_{\rm B}$, $v_{\rm B}$ в каждом из слоев постоянны.

Положим $u_{\rm H} = w_{\rm H} \cos \varphi_{\rm H}$, $u_{\rm B} = w_{\rm B} \cos \varphi_{\rm B}$, $v_{\rm H} = w_{\rm H} \sin \varphi_{\rm H}$, $v_{\rm B} = w_{\rm B} \sin \varphi_{\rm B}$, где $\varphi_{\rm H}$ и $\varphi_{\rm B} -$ углы между вектором и осью *ох* в каждом из слоев.

В рассматриваемом случае фазовая скорость

$$c = \frac{\rho_{\rm H} w_{\rm H} \cos \left(\phi_{\rm H} - \alpha\right) + \rho_{\rm B} w_{\rm B} \cos \left(\phi_{\rm B} - \alpha\right)}{\rho_{\rm H} + \rho_{\rm B}} \pm \frac{1}{2\pi} \frac{\rho_{\rm H} - \rho_{\rm B}}{\rho_{\rm H} + \rho_{\rm B}} - \frac{\rho_{\rm H} \rho_{\rm B}}{\left(\rho_{\rm H} + \rho_{\rm B}\right)^2} \left[w_{\rm H} \cos \left(\phi_{\rm H} - \alpha\right) - w_{\rm B} \cos \left(\phi_{\rm B} - \alpha\right)\right]^2, \quad (7.15)$$

где α — угол между осью *ох* и направлением распространения волны.

Из формулы (7.15) видно, что

$$\lambda_{\rm sp} = \frac{2\pi\rho_{\rm B}\rho_{\rm H}}{\rho_{\rm H}^2 - \rho_{\rm B}^2} [w_{\rm H}\cos{(\phi_{\rm H} - \alpha)} - w_{\rm B}\cos{(\phi_{\rm B} - \alpha)}]^2, \qquad (7.16)$$

т. е. устойчивость волны заданной длины Зависит от направления ее распространения. Если ξ — угол отклонения направления потоков от среднего направления, а ϕ^* — угол между этим средним направлением и направлением распространения волны, то

$$\lambda_{\rm kp} = \frac{2\pi\rho_{\rm B}\rho_{\rm B}}{\rho_{\rm H}^2 - \rho_{\rm B}^2} [w_{\rm H}\cos{(\phi^* + \xi)} - w^{\rm B}\cos{(\phi^* - \xi)}]^2.$$
(7.17)

Формула (7.17) показывает, что если основные потоки коллинеарны, т. е. $\xi = 0$, то наименее устойчивы волны, распространяющиеся вдоль этих потоков, а волны, распространяющиеся в перпендикулярном направлении, всегда устойчивы ($\lambda_{\rm kp} = 0$). Если же совпадают скорости основных потоков, а $\xi \neq 0$, то волны, распространяющиеся в направлении биссектрисы угла между направлениями основных потоков, всегда устойчивы, а в направлении, перпендикулярном ей, наиболее неустойчивы.

Хотя приведенные выше формулы (7.13), (7.17) и др. были получены для строго горизонтальных поверхностей раздела, они могут быть использованы и для приближенной оценки устойчивости волн на фронтах и тропопаузе. Это связано с тем, что наклон этих поверхностей раздела невелик и не оказывает существенного влияния на динамику коротких волн. При рассмотрении устойчивости последних на фронтах Γ и λ_0 можно выразить через угол наклона фронта α_{ϕ} и параметр Кориолиса l:

$$\Gamma = \frac{\beta g}{l^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_{\phi}, \quad \lambda_0 = \frac{\pi g}{l^2} \frac{\Delta T}{\overline{T}} \operatorname{tg}^2 \alpha_{\phi}.$$
(7.18)

6 Зак. 1872

Отметим, что перпендикулярная к фронту составляющая скорости ветра испытывает сравнительно небольшой разрыв, вследствие чего направление вектора разности скоростей ветра по обе стороны фронта близко к его направлению. Поэтому проявление неустойчивости наибольшее у волн, распространяющихся вдоль фронта, а значит, наибольшую амплитуду должны иметь порывы ветра в этом направлении.

Выше указывалось, что потеря атмосферными волнами устойчивости сопровождается генерацией мелкомасштабной турбулентности.

Различают зоны «первичной» и «вторичной» неустойчивости. К зонам первичной неустойчивости относятся области, где числа Ричардсона Ri < Ri_{кр}.



Амплитуды возмущений, попадающих в такой слой, быстро увеличиваются, и турбулентность, возникающая при разрушении волн, должна охватывать всю область неустойчивости. Зоны вторичной неустойчивости формируются в гребнях волн с достаточно большой (для опрокидывания) амплитудой внутри зон, где в среднем стратификация устойчива. Согласно теоретическим исследованиям Коган, формирование турбулентных областей в зонах вторичной неустойчивости легче всего происхо-

Рис. 7.2. Спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра. H = 5400 м, $\overline{U} = 99$ км/ч.

1) 16 ч 46 мин 00 с — 17 ч 01 мин 30 с, спокой-ный полет; 2) 17 ч 01 мин 30 с — 17 ч 11 мин 00 с, слабая болтанка, наличие волнового движения.

дит в слоях с резкими изменениями $\frac{dT}{dz}$. Этим, возможно, объясняется повышенная вероятность турбулентности под тропопаузой, где, как правило, со-

четаются струеобразный профиль ветра и быстрые изменения с высотой вертикальных градиентов температуры. Как показали теоретические [117] и экспериментальные (в основном радио-

локационные) исследования [136, 175, 206], разрушение волн происходит следующим образом. Вначале наблюдается быстрый рост их амплитуды, приводящий к «захлестыванию» (опрокидыванию) гребней волн. В результате этого волны преобразуются в систему крупных вихрей (роторов) с горизонтальными осями. В свою очередь роторы постепенно разбиваются на все более мелкие вихри с произвольно ориентированными осями. Волны преобразуются в систему роторов довольно быстро (по оценке Коган и Шакиной [54], менее чем за 30 мин),

если только во всем потоке или по крайней мере на участках, прилегающих к гребням, Ri < 1/4.

Интересный пример процесса перехода от волновых движений к турбулентным приведен в статье Винниченко [19], который использовал для исследований высокочувствительный термоанемометр (см. главу 2), установленный на самолете-лаборатории.

Полет проходил на высоте 5400 м в зоне малоподвижного вторичного фронта с волнами под осью струйного течения, ориентированного с юго-запада на северо-восток. Средняя скорость ветра на уровне полета составляла около 28 м/с. Вблизи уровня полета $\frac{\partial U}{\partial z} = 0,61$ м/с на 100 м, изменение направления ветра с высотой $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 3,4^{\circ}/100$ м, $\gamma = 0,63^{\circ}$ С/100 м. Местами отмечалась слабая болтанка с $|\Delta n| \leq 0,2g$.

На рис. 7.2 изображены спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра для спокойного и возмущенного участка. На рис. 7.3 приведена часть записи термоанемометра, соответствующая концу спокойного и началу турбулентного участка полета. Видно, как с некоторого момента волны исчезают и пульсации скорости ветра приобретают турбулентный харакгер. Рисунок 7.3 показывает, что на масштабах, близких к 2 км, на кривой спектральной плотности имеется резкий локальный максимум, по-видимому обязанный своим появлением разрушению атмосферных волн.

3. Горные волны

При обтекании гор структура воздушного потока резко меняется. Это в первую очередь вызывается искривлением линий тока вследствие подъема воздуха с наветренной стороны препятствия и опускания его на подветренной стороне. На такую «упорядоченную» картину может накладываться специфическая горно-долинная циркуляция, являющаяся одной из форм конвективных движений, и так называемые горные волны. Последние образуются при определенных условиях, причем чаще всего с подветренной стороны хребта. Иногда (хотя и значительно реже) волны наблюдаются над хребтом и даже с его наветренной



6*

стороны. Наряду с перечисленными мезомасштабными движениями, характерные размеры которых составляют от нескольких до десятков километров, в зоне гор обычно сильно развита турбулентность, возникающая как при потере устойчивости мезомасштабных движений, так и вследствие динамической деформации потока при его взаимодействии с подстилающей поверхностью.

Наличие и интенсивность всех типов возмущений в поле ветра в горных районах зависят от скорости ветра, термической стратификации атмосферы, высоты и формы хребта, его ориентировки относительно потока и т. д. Изменение хотя бы одного из этих факторов может заметно изменить общий характер обтекания.

а. Характеристики горных волн и их связь с атмосферными условиями. Горные волны – это частный вид гравитационных волн, образующихся (рис. 7.4), когда ветер дует поперек или под большим углом к препятствию. Длина λ этих волн может меняться от 2–3 до 40–45 км, но чаще всего она близка к 10 км.

Вертикальные колебания воздуха происходят около уровня равновесия невозмущенной части потока. Источником возмущений служит гора, а роль восстанавливающей силы играет статическая устойчивость атмосферы. Наличие ветра приводит к тому, что смещенная горой вверх воздушная частица не только колеблется в вертикальной плоскости (при устойчивой стратификации), но и перемещается по горизонтали, оказываясь в последовательные моменты времени над разными точками земной поверхности. Так образуется воздушная волна, длина которой определяется скоростью ветра (дальностью горизонтального сноса частиц воздуха в единицу времени) и термической устойчивостью, которой определяется период (частота) колебаний.

Благодаря чечевицеобразным (Sc и Ac lenticularis) и волнистым (Sc и Ac undulatus) облакам, образующимся в гребнях горных волн из-за подъема в них воздуха, горные волны иногда заметны визуально.



Амплитуды *А* горных волн близки к высоте обтекаемого потоком препятствия и таким образом значительно превышают амплитуды, типичные для внутренних атмосферных гравитационно-сдвиговых волн. Даже над сравнительно низкими горами, такими, как Карпаты и Татры, величина *А* иногда больше 1 км Над высокими хребтами (Алыпы, Скалистые горы и т. д.) *А* может достигать 2–3 км [76, 80].

Вертикальные скорости w в гребнях и долинах горных волн достигают 10-25 м/с [76, 80, 185]. И А, и w чаще всего максимальны в средней тропосфере.

Наряду с вертикальными движениями воздуха наличие горных волн приводит к большим горизонтальным флуктуациям скорости ветра, которые имеют амплитуды, иногда в 3-4 раза превышающие значения w.

Теория горных волн разработана довольно полно. В работах Дородницына, Лира и др. исследовано стационарное обтекание сжимаемой (бароклинной) идеальной жидкостью препятствий различных размеров и формы. Исходная система уравнений включала в себя уравнения движения, неразрывности и притока тепла. Система этих уравнений линеаризировалась в предположении малости возмущений, вносимых неровностью рельефа, относительно натекающего потока. Решение выполнялось методом коротких волн, ¹ сила Кориолиса не учитывалась. Согласно Дородницыну, линейная теория пригодна, если высота горы меньше

характерной длины $\xi = \frac{U}{g} \left| \frac{T}{\gamma_a - \gamma} \right|$, которая соответствует «собственной

частоте» потока. В реальных условиях обычно $\xi \leq 2$ км. Однако экспериментальные данные подтверждают правильность основных выводов из линейной теории и для более высоких препятствий.

Влияние бароклинности атмосферы на характеристики горных волн приводит к тому, что λ и *А* зависят от параметра Дородницына

$$D^2 = \frac{g}{U^2 T} (\gamma_a - \gamma), \qquad (7.19)$$

причем

 $\lambda_{i} = \frac{2\pi}{\sqrt{D^{2} - \frac{n_{i}\pi^{2}}{H^{2}}}},$ (7.20)

где H — толщина потока, а n_i — количество волн, образующихся за хребтем. Значение n_i зависит от скорости ветра и устойчивости стратификации. Чаще всего $n_i = 1, 2, 3,$ т. е. за хребтом образуется система из трех волн различной длины.

Амплитуды волн увеличиваются с уменьшением γ , т. е. с ростом D^2 . Кроме того, A быстро уменьшается с увеличением номера волны *i*. Поэтому картина течения качественно почти полностью определяется первой ($n_i = 1$) волновой системой, а остальные волны влияют лишь на количественные характеристики.

¹ Кибель исследовал свойства воздушных течений над горами методом длинных волн, что позволило ему свести задачу к обыкновенному (хотя и нелинейному) дифференциальному уравнению.

Из формулы (7.20) следует, что волны могут существовать только при $D^2 > 0$, т. е. $\gamma < \gamma_a$, а значит, стратификация атмосферы устойчивая. Ниже мы покажем, что такой вывод правилен лишь в том случае, когда скорость ветра или ее градиент не меняется с высотой.

Работы Дородницына, Лира, Скорера и др. выявили два чрезвычайно важных, в дальнейшем подтвержденных экспериментальными исследованиями свойства потоков над горами — обращение линий тока и наличие своеобразного резонанса.

Первое из этих свойств заключается в том, что линии тока не на всех высотах параллельны друг другу.¹ Выше и ниже так называемых узловых поверхностей (уровней обращения) формы линий тока являются зеркальным отображением друг друга, в результате чего над областями восходящих токов располагаются зоны нисходящих движений, и наоборот (рис. 7.5). Следствием обращения линий тока является то, что геометрическое место ложбин и гребней волн не вертикально, а наклонено по потоку или навстречу ему, что можно видеть, если наблюдаются многоярусные чечевицеобразные облака.

Согласно [76], вертикальная скорость воздуха над горой может быть описана уравнением

$$w(z) = \bar{U}\left(1 - \frac{\gamma}{T_0}z\right)^{\frac{\varkappa R(\gamma_0 - \gamma) + g}{2\varkappa R\gamma}} \frac{\sin D(H - z)}{\sin DH} \frac{d\zeta}{dx},$$
(7.21)

где \overline{U} – средняя скорость ветра; $z = \zeta(x)$ – уравнение поверхности обтекаемого препятствия; $\varkappa = \frac{c_p}{c_v} = 1,41$ (c_p и c_v – теплоемкости при постоянном давлении и объеме); H – высота тропопаузы, причем на ней *w* полагается равным нулю.

Очевидно, что там, где sin D(H-z) > 0, знаки вертикальной скорости w(z) и $\frac{d\zeta}{dx}$ одинаковы, т. е. линии тока повторяют форму профиля горы. Над уровнем, где sin D(H-z) = 0, т. е. выше узловой поверхности, sin D(H-z) < 0, а значит, происходит обращение линий тока, которые приобретают конфигурацию, обратную той, которую они имели под поверхностью w = 0. В пределах тропосферы sin D(H-z) может иметь несколько нулей, т. е. здесь может наблюдаться несколько узловых поверхностей, определяемых уравнением

$$x_{0n} = H - \frac{n\pi}{D} , \qquad (7.22)$$

где $n_i = 0, 1, 2 \dots$ Видно, что $z_{0n} = f(D)$.

Толщина слоев между смежными узловыми поверхностями, т. е. зон восходящих и нисходящих токов, определяется соотношением

$$\delta = \pi U \left| \sqrt{\frac{\overline{T}}{g(\gamma_a - \gamma)}} \right|.$$
(7.23)

Для типичных условий в тропосфере $\delta = 2 \div 4$ км.

¹ Обращение линий тока имеет место и в волновой зоне, и в осредненном потоке, соответствующем «основной» картине обтекания препятствия.



Если стратификация атмосферы не является безразличной (γ ≠ γ_a), то вертикальные токи, порождаемые горами, вызывают изменения температуры Δ*T*.



При адиабатическом подъеме и опускании воздуха

$$\Delta T \equiv T - T_{co} = -\gamma_{c} \zeta(x, z), \qquad (7.24)$$

где ζ – вертикальное смещение воздуха (линий тока).

Поскольку в зоне горных волн термическая стратификация, как правило, устойчива ($\gamma < \gamma_a$), знак возмущений температуры обратен знаку *w*, т. е. подъем воздуха (w > 0) сопровождается понижением температуры ($\Delta T < 0$), и наоборот. Если вместо обычной температуры использовать данные о потенциальной температуре θ , то, зная пространственное распределение $\theta(x, z)$, можно приближенно

найти распределение w(x, z), если воспользоваться условием сохранения потенциальной температуры в процессе перемещения воздуха

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x} + w\frac{\partial\theta}{\partial z} = 0, \qquad (7.25)$$

согласно которому

$$w = -u - \frac{\frac{\partial \theta}{\partial x}}{\frac{\partial \theta}{\partial z}}.$$
 (7.26)

Измерения T (а следовательно, и определение θ) осуществляются значительно точнее и проще, чем w, в результате чего в ряде статей (особенно американских) вместо линий тока в зоне волн приводятся изолинии потенциальной температуры — изэнтропы (рис. 7.6).

Явление резонанса заключается в том, что если длина волны близка к пир рине горы, то амплитуда вертикальных движений при прочих равных условиях максимальна и даже может превышать высоту препятствия. Поэтому волны с большими амплитудами могут наблюдаться даже над не очень высокими горами.

Одним из основных упрощений, использованных Дородницыным при решении задач о горных волнах, было предположение о неизменности с высотой скорости ветра. Роль вертикального сдвига ветра была выяснена в работе Скорера [207].

Хотя позднее задача об обтекании гор воздушным потоком решалась в гораздо более полном виде, мы остановимся только на результатах Скорера, так как они особенно наглядно показывают связь характеристик волн с термодинамическими условиями в атмосфере.

Скорер рассмотрел ламинарное изэнтропическое обтекание препятствия, описываемого формулой

$$\zeta = \frac{hb^2}{b^2 + x^2},$$
(7.27)

где h – высота хребта; 2b – его ширина; х – расстояние от хребта до данной точки. Влияние вращения Земли не учитывалось.

После ряда упрощений было получено следующее уравнение для функции тока ψ :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \left(\frac{g}{c_s^2} + \beta\right) \frac{\partial \psi}{\partial z} + \left(\frac{g\beta}{U^2} - k^2 - \frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right) \psi = 0, \qquad (7.28)$$

где с_s – скорость звука; $\beta = \frac{1}{T}(\gamma_a - \gamma); \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число в разложении функции (7.27) в ряд Фурье. Величина

$$l^2 \equiv \frac{g\beta}{U^2} - \frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$
(7.29)

называется параметром Скорера. Поскольку¹

$$\frac{1}{U}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\ll \frac{g\beta}{U^2},$$

то обычно $l^2 \approx D^2$.

а

Пренебрегая в (7.28) слагаемым с $\frac{\partial \psi}{\partial z}$, которое отражает влияние сжимаемости воздуха на амплитуду и становится существенным лишь на больших высотах, получаем

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} + (l^2 - k^2)\Psi = 0.$$
(7.30)

Для выявления влияния изменений U с z на характеристики волн Скорер рассмотрел обтекание хребта потоком, состоящим из двух слоев, в каждом из которых $l_i^2 = \text{const}$, но $l_1^2 \neq l_2^2$ (индексы 1 и 2 относятся к нижнему и верхнему слоям соответственно).

Решение показало, что для существования волн необходимо, чтобы параметр l² был положительным и уменьшался с высотой. Последнее чаще всего вызывается ростом U с z, поскольку диапазон изменений β в атмосфере гораздо уже, чем диапазон изменений U.

Из формулы (7.29) следует, что в потоке, где $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \neq 0$, волны принципи-

27T

ально возможны и при неустойчивой стратификации, если только

$$\frac{\partial}{\partial z^2} < 0,$$

$$\frac{1}{U} \left| \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right| > g \left| \frac{\gamma_a - \gamma}{T U^2} \right|.$$

Эмпирические данные подтвердили правильность теоретических выводов о роли термической стратификации в образовании волн. Так, оказалось, что чаще всего волны образуются при устойчивой стратификации, особенно если над горой есть слои с изотермическим или инверсионным распределением температуры. Однако иногда волны наблюдались и при неустойчивой стратификации в нижней части тропосферы. Их амплитуды были, как правило, очень малы, а длина сравнительно велика.

Согласно Скореру, длина волны λ заключена между максимальным и минимальным значениями $\frac{2\pi}{l}$. Как видно из формулы (7.29), это означает, что λ прямо пропорционально скорости ветра и обратно пропорционально устойчивости стратификации. Из теории Скорера нетрудно получить формулу, позволяющую оценить длину горной волны (в километрах):

$$\lambda = 6.3U \sqrt{\frac{T}{10(\gamma_a - \gamma)}} \cdot 10^2 . \tag{7.31}$$

¹ Согласно [11], в пограничном слое слагаемые в (7.29) иногда близки по величине. Аналогичные данные для струйных течений приведены в [168]

Корби и Веллингтон показали, что отклонение линий тока ζ_z на высоте z от их равновесного положения в невозмущенной части потока определяется формулой

$$\zeta_{z} = -2\pi h b e^{-kb} \left(\frac{U_{1}}{U_{z}}\right) \psi_{z, k} \left(\frac{\partial \psi_{1, k}}{\partial k}\right) \sin kx, \qquad (7.32)$$

где U_1 , U_z – скорость ветра у земли и на уровне z; $\psi_{1,k}$, $\psi_{z,k}$ – функции тока для соответствующего уровня, удовлетворяющие уравнению (7.30). Максимальная вертикальная скорость в волне w_{max} соответствует точке перегиба ζ_z :

$$w_{\max} = \left[U_z \frac{\partial \zeta_z}{\partial x} \right]_{\max} = -2\pi h b e^{-kb} U_1 a_n k , \qquad (7.33)$$

где

$$a_n = \psi_{z,k} \left(\frac{\partial \psi_{1,k}}{\partial k} \right)^{-1}.$$

Поскольку ψ и k являются функциями l^2 , амплитуды волн зависят от вертикального распределения ветра в атмосфере, т. е. от его скорости на разных высотах. При одинаковом профиле l^2 наибольшие амплитуды будут в тех случаях, когда U_1 наибольшее, т. е. сильные ветры у земли способствуют образованию интенсивных волн. Эмпирические данные показывают, что возникновение волн обычно наблюдается только в тех случаях, когда скорость ветра на уровне хребта превышает некоторую критическую величину $U_{1, \text{кр}}$. Над не очень высокими горами (горы в Англии, Крымские горы, Французские Альпы и т. д.) $U_{1, \text{кр}} \approx 8 \div 10$ м/с. Над более высокими хребтами, такими, как, например, Кордильеры, $U_{1, \text{кр}} \gtrsim 12$ м/с. Множитель hbe^{-kb} описывает влияние высоты и ширины хребта на ампли-

Множитель hbe^{-kb} описывает влияние высоты и ширины хребта на амплитуду смещений линий тока. Чем выше гора, т. е. чем больше h, тем больше амплитуда. Кроме того, величина be^{-kb} максимальна, если $b = k^{-1}$.

Описанные характеристики горных волн получены для случая, когда движение можно считать плоским. Это предположение, строго говоря, применимо лишь для волн, развивающихся за длинными хребтами, высота которых от точки к точке меняется незначительно. Если ширина хребта мало отличается от его высоты, необходимо рассматривать трехмерные волны. Их теория была развита в работах [76, 81, 82] и др. Оказалось, что около коротких хребтов и особенно у отдельно стоящих гор волны должны образовываться не только в вертикальной, но и в горизонтальной плоскости, распространяясь в стороны от горы и вниз по потоку. В поле горизонтальных волн также существуют узловые поверхности, на которых величина возмущений ветра равна нулю. В отличие от случая плоского обтекания, при пространственном обтекании волны (особенно в непосредственной близости к горе) образуются не только по потоку, но и поперек его.

Специфика процесса пространственного обтекания является следствием того, что в этом случае набегающий поток частично перетекает через препятствие, а частично обтекает его с боков. Как показали численные расчеты Пекелиса [81, 82], при раздвоении потока возмущения за горой интерферируют и местами усиливают, а местами погашают друг друга. Частичное обтекание горы с боков, т. е. уменьшение массы воздуха, переваливающей через нее, приводит к уменьшению амплитуд волн и сравнительно быстрому их затуханию вниз по потоку. Этот процесс интенсифицируется с ростом l². Наибольшие амплитуды должны наблюдаться над подветренным склоном. Они увеличиваются с ростом высоты препятствия, причем еще быстрее, чем последняя.

Эмпирические данные показали, что около не очень высоких гор повторяемость и амплитуды горных волн подвержены суточному и годовому ходу, в основном определяемому соответствующими изменениями параметра l^2 и его вертикального градиента. Максимальные амплитуды обычно наблюдаются утром и вечером. Дневной минимум связан главным образом с тем, что в это время устойчивость стратификации вблизи поверхности горы падает настолько сильно, что, несмотря на одновременно происходящее здесь усиление ветра, l^2 резко уменьшается. Одновременно уменьшается $\frac{\partial l^2}{\partial z}$ так, что l^2 иногда начинает даже

расти с высотой, а значит, волны вообще существовать не могут. Ночной минимум повторяемости волн связан с резким ослаблением в это время ветра у поверхности земли, в результате чего скорость его иногда становится меньше критической.

Над высокими горами волны обычно не имеют четкого суточного хода, Изменение их интенсивности в основном связано с процессами синоптического масштаба. Ими же определяется главным образом и годовой ход повторяемости горных волн над горами любой высоты.

Согласно теоретическим оценкам Трубникова [108], определенное влияние на суточный ход горных волн должен оказывать также суточный ход разности между температурами поверхности горы и окружающего воздуха. Если гора теплее окружающего воздуха, что типично для скальных вершин в дневное время, то амплитуда волн уменьшается. Над скальными вершинами ночью, а над снежными днем волны, наоборот, усиливаются из-за того, что гора в это время холоднее окружающего воздуха. Указанные закономерности подтверждаются суточным ходом чечевицеобразных облаков, расположенных в гребнях волн.

Пространственная протяженность волновой зоны может быть охарактеризована следующими данными. Вниз по потоку за хребтом амплитуды волн быстро убывают; как теоретические оценки, так и экспериментальные данные показывают, что амплитуды третьей-четвертой волны пренебрежимо малы. Высота распространения волн даже над невысокими горами очень велика. Так, в Северных Альпах планеры поднимались в горных волнах до высоты 9-10 км, над Сьеррой-Невадой (США) – до 13-14 км.

Горные волны наблюдаются не только в тропосфере, но и в стратосфере. В 1970 г. в Колорадо (США) была выполнена серия полетов шести самолетовлабораторий и планера в волновых зонах. В районе полетов среднее превышение верхней кромки хребта над его основанием составляло около 2 км. В период исследовательских полетов ветер на уровне 500 мб ($H \approx 5,5$ км) дул перпендикулярно хребту. В шести случаях волны наблюдались вплоть до уровня тропопаузы (высота около 12 км), а в одном случае достигали высоты 15,5 км. Лишь в четырех случаях высота проникновения горных волн не превышала 8 км. Исследования, проведенные в том же районе зимой 1968 г. [185], дали близкие результаты.

Приведенные высоты не являются предельными. Так, над Скандинавией и Аляской, где высота гор не превышает 2,5 км, перламутровые облака, напоминающие по форме горные, наблюдались на высотах более 22 км.

Теоретическая оценка высоты, на которой волны затухают, крайне затруднительна, ибо ее результаты сильно зависят от принятых в задаче граничных условий по оси *оz*, метода учета наличия стратосферы и т. д.

Пэлм [196], Трубников [109] и др. показали, что распространение гравитационных волн в зоне атмосферных поверхностей раздела приближенно подчиняется законам геометрической оптики. В частности, при определенных значениях параметра l^2 по обе стороны от поверхности раздела (например, тропопаузы) волны могут частично отражаться от последней.

Коэффициент «прозрачности» для тропопаузы

μ

$$=\frac{2\cos\vartheta}{\cos\vartheta+\left|\left/\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2-\sin^2\vartheta\right|},$$
(7.34)

где 9 — угол падения волны на тропопаузу, а индексы 1 и 2 относятся к тропосфере и стратосфере соответственно. Величина $\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2$ суть «коэффициент преломления» тропопаузы. В соответствии с (7.34) вертикальная скорость воздуха над тропопаузой может быть оценена с помощью соотношения

$$w_2 = A\mu e^{ixl_1\sin\vartheta + iz\sqrt{l_2^2 - l_1^2\sin^2\vartheta}},$$
(7.35)

где z отсчитывается от тропопаузы. Расчеты показывают, что при типичных условиях через тропопаузу проходит 75% энергии гравитационных волн, падающих на нее перпендикулярно. Таким образом, хотя горные волны и ослабевают при переходе в стратосферу, все же тропопауза для них, как правило, не является «абсолютно непрозрачной».

4. Роторные движения и турбулентность в зоне горных волн

а. Роторы и их образование. Горные волны могут сопровождаться турбулентностью, иногда даже очень значительной. Характерно, что сильная турбулентность подчас наблюдается и над волновой зоной (рис. 7.6). В случае, иллюстрируемом рис. 7.6, подветренный участок нижней стратосферы на высотах 14—17 км был турбулизирован, причем вблизи уровня 16 км болтанка была очень сильной. Характерно, что в зоне последней наблюдались очень большие горизонтальные градиенты температуры и ветра.

В нижней части волновой зоны во многих случаях присутствуют «роторы», с которыми обычно связаны чрезвычайно сильные горизонтальные и вертикальные порывы воздуха. Роторы представляют собой квазиупорядоченные цилиндрические вихри с приблизительно горизонтальной осью. Они наблюдаются, даже если основной волновой поток практически ламинарен. Наиболее крупные роторы (диаметром до 0,5–1,0 км) образуются у подветренного склона хребта.¹ Ро-

¹ Согласно Фьорхготту, такие роторы обтекаются основным потоком аналогично твердому препятствию. Естественно, что в этом случае «эффективная» ширина горы увеличивается.

торы периодически «отрываются» и, уплывая вместе с потоком, турбулизируют воздух вдали от гор. На их месте возникают новые роторы. Характерно, что вблизи «основных» роторов обычно образуются крупные (хотя и менышие, чем сами роторы) вихри, вращение внутри которых уже не обязательно идет около горизонтальной оси.





1 — слабая болтанка, 2 — унеренная, 3 — сильная. Наклонной штриховкой показан вертикальный профиль местности.

Следует отметить, что подветренные роторы у поверхности земли возникают не всегда. Так, над Скалистыми горами (США) наблюдались случаи, когда в нижнем слое толщиной 2–2,5 км изэнтропы, а значит, и поток следовали профилю местности, т. е. волновые движения и роторы не наблюдались. Выше же описанного слоя существовали хорошо развитые волны с $\lambda \approx 10$ км.

Причины возникновения подветренных роторов еще не установлены окончательно. Согласно одной из гипотез, они образуются из волн под воздействием происходящего вблизи земли гидравлического скачка, аналогичного ударной волне в сверхзвуковом потоке.

Иной механизм образования роторов разработан Лонгом, который предположил, что они возникают, если

$$\frac{\partial \zeta_z}{\partial z} > 1$$
 или $\frac{\partial \zeta_z}{\partial z} < -1$, (7.36)



обычно создаются вблизи гребней и ложбин волн, причем чаще всего вблизи подстилающей поверхности. В отдельных случаях, как это видно из рис. 7.8, роторы возникают и в свободной атмосфере.



Заштрихованные на рис. 7.8 участки соответствуют зоне статически неустойчивой стратификации воздуха. Видно, что, если роторы образуются не у поверхности земли или узловой поверхности, область статической неустойчивости рас-

> Рис. 7.9. Подветренные волны и турбулентность. 1 — возмущенный слой. Слева приведены вертикальные профили ветра.

полагается вне замкнутой роторной циркуляции. Неустойчиво стратифицированный воздух может переноситься вниз по потоку и приводить к турбулизации течения.

Над приземной роторной зоной турбулентность чаще всего ослабевает, хотя и здесь, как это видно, например, из рис. 7.6, она может быть значительной. Так, в 20 из 66 полетов в зоне волн, которые провел над Англией Пилсбери,

была зарегистрирована турбулентность. Она, вероятно, порождается здесь сдвигами ветра, вызываемыми волновыми движениями в горизонтальной плоскости, которые налагаются на невозмущенный профиль ветра.

Беранже и Жербье по данным наблюдений над Французскими Альпами установили, что если в волновой области на некоторой высоте имеется тонкий слой, в котором встер резко ослабевает или направление потока меняется на обратное, то внутри него волны распадаются на крупные вихри, причем этот слой становится верхней границей распространения волн. Турбулентность возникает также и в слоях, где нормальная к хребту компонента скорости ветра резко возрастает. На рис. 7.9 показаны схемы подветренных волн при различных формах вертикального профиля ветра.

Из сравнения рис. 7.9 с рис. 7.8 видно, что экспериментальные данные неплохо согласуются с предсказаниями теории.

Часто волновое движение переходит в турбулентное очень быстро. Такой переход связан с потерей волнами устойчивости, о чем косвенно свидетельствует то, что он чаще всего наблюдается в случаях, когда волны очень короткие (обычно $\lambda < 2$ км), т. е. наименее устойчивы.

Общеизвестное локальное усиление турбулентности вблизи тропопаузы в горных районах (по крайней мере, частично) может вызываться эффектом отражения волн от тропопаузы. Интерференция прямой волны с отраженной может приводить к резкому увеличению амплитуды колебаний, а в отдельных случаях и к потере устойчивости «суммарной» волны.

б. Турбулентность за подветренной стороной гор. Выше была рассмотрена турбулентность, возникающая из-за потери устойчивости горными волнами. Однако значительно чаще турбулентность над горами вызывается другими причинами. Основной из них является образование вихрей из-за динамического взаимодействия потока с рельефом (а летом — термическая турбулентность). Интенсивность динамической турбулентности увеличивается с усилением ветра и ростом крутизны склонов. Это связано с тем, что оба эти фактора способствуют конвергенции ветра (росту U) над хребтом, уменьшая величину Ri и повышая тем самым вероятность турбулизации набегающего на хребет потока. Даже над таким сравнительно пологим хребтом, как Сурамский, возникающие в слое конвергенции вертикальные сдвиги ветра могут превышать, по данным Хргиана, 5 м/с на 100 м.

Если поток натекает не на отдельную возвышенность, а на препятствие, состоящее из большого их количества, то горы образуют подобие турбулизирующей решетки. Генерация энергии турбулентности в этом случае в основном происходит в слое от некоторого среднего уровня до вершины, а выше турбулентность обусловливается диффузией вихрей снизу. При устойчивой стратификации по мере диффузии вверх энергия турбулентности убывает вследствие ее затраты на работу против сил плавучести и диссипации в тепло.

Исходя из соображений размерности, Лайхтман и Бютнер [60] нашли, что на высоте z над не очень высокими горами средняя квадратическая порывистость потока

$$\bar{U'}^2 = U^2 \Phi\left(\frac{z}{L}, \frac{L}{\lambda^*}\right),\tag{7.37}$$

где $\Phi\left(\frac{z}{L}, \frac{L}{\lambda^*}\right)$ – некоторая функция, определяемая из эксперимента, причем

L— характерный масштаб вихрей, зависящий от размеров горы, а λ^* – параметр, имеющий размерность длины и равный

$$u^* = \frac{U}{R \frac{g}{\rho c_p T}}$$
(7.38)

Здесь R — радиационный баланс.

Из формулы (7.37) видно, что на данной высоте интенсивность турбулентности зависит от скорости ветра, масштаба вихрей и радиационного баланса. Зависимость от последнего является следствием того, что с ним связана стратификация атмосферы, а значит и интенсивность термической турбулентности, вклад которой особенно велик при слабых ветрах. Чем термическая устойчивость меньше, тем до большей высоты могут подниматься вихри, диффундирующие сюда снизу.

Толщина зон орографической турбулентности может превышать высоту препятствия в 3-4 раза, а горизонтальные размеры турбулентных областей даже за горами высотой 1-2 км достигают десятков километров. Это связано с тем, что перенос ветром вихрей, возникших вблизи хребта, может сопровождаться нарушением устойчивости потока на значительном удалении от горного массива. Если поток находится на грани неустойчивого равновесия, что особенно часто наблюдается в жаркие летние дни, такие вихри начинают играть роль «начальной турбулентности», приводя к возникновению турбулентных движений, которые уже нельзя считать полностью орографическими.

Некоторое представление о дистанции, на которой сказывается возмущающее влияние высоких гор на воздушные потоки, можно получить по данным о болтанке самолетов над г. Ереваном. Они показывают, что здесь при сильных юго-западных ветрах на высотах до 4–5 км, как правило, наблюдается болтанка. Можно предположить, что она вызывается деформацией потока над горами Большой Арарат (5156 м) и Малый Арарат (3914 м), расположенными на расстоянии около 50 км к юго-юго-западу от города.

На рис. 7.10 приведен пример типичной структуры турбулентной зоны над горами. Над подветренным склоном хорошо видна область весьма интенсивной турбулентности с $w \ge 5$ м/с. Вверх и в стороны от нее значения w постепенно уменьшаются. «Спокойные» прослойки, наблюдаемые в турбулентных зонах над равниной, над горами часто отсутствуют.

Области орографической турбулентности вытягиваются в направлении ветра, располагаясь в основном над подветренной стороной горы, где образуется своего рода «гурбулентный флаг», аналогичный широко известным «облачным флагам».

Описанная структура турбулентных зон характерна для изолированных гор или участков хребта, на которых его высота и форма мало меняются. Если структура горной системы более сложная, то происходит взаимное наложение возмущений, порожденных отдельными возвышенностями. В этом случае толщина турбулентной зоны и интенсивность турбулентности чаще всего увеличиваются.

Интересные данные о структуре турбулентности над побережьем Черного моря на подветренной стороне Кавказского хребта во время новороссийской боры 31 октября — 2 ноября 1963 г. приведены Рециковой [102]. В разгар боры весь слой от поверхности моря до высоты 1500 м был охвачен турбулентностью.

Сопоставление характеристик турбулентных зон с профилем Кавказского хребта в районе полетов (на участке Геленджик – Бетта) показало, что лишь на небольшом участке турбулентная зона простиралась выше хребта, в основном же верхняя граница зоны располагалась на уровне вершины хребта или ниже.





Изолинии и в метрах в секунду. Справа показаны профили температуры и ветра.

Таблица 7.2

Высота над уровнем	Относи протяже	тельная енность	Средний Максимальный Максималь коэффициент коэффициент псрегрузк		иальная рузка	Пло с	тность интенси	пер ег рузки вностью				
моря (м)	участко	ов (%)	сти (м ² /с)	сти ((M ² /C)	в дој	іях <i>g</i>	> 0),2g	> 0,	5g
	31 X	1 XI	31 X	1 XI	31 X	1 XI	31 X	1 XI	31 X	1 XI	31 X	1 XI
400	31	_	61		128	-	$0,48 \\ -0,60$	1	-		1	_
750-800	10	`7	51	51	87	67	0,64	$\frac{0,48}{-0,52}$	400	582	5	1
900	·	25	_	36.	_	56	-	$\frac{0,38}{-0,44}$	_	380	1	-
1000	35	-	49		69		$\frac{0,38}{-0,35}$	-	211	-	_	
1230	· ·	38	-	30		41	-	$\frac{0,31}{-0,38}$	_	70	. —	·
1500	100	52	_	28		36	-	$\frac{0,24}{-0,25}$	—	30	_	

Данные о турбулентности при новороссийской боре на участке Геленджик – Бетта

Примечание. Приращение перегрузки $\Delta n = 0.1g$ соответствует w = 1 м/с. Плотность перегрузки — количество пиков перегрузок, приходящееся на 1 ч полета.

В табл. 7.2 приведены характеристики турбулентности по данным измерений 31 октября и 1 ноября. Обращает на себя внимание малая изменчивость коэффициента турбулентности К не только по высоте, но и по горизонтали. Так, максимальные для всего участка полета значения К почти не отличались от средней его величины К. Лишь один раз (31 октября 1963 г.) на H = 400 м $K_{\rm max} \approx 2K$. Возможно, это было следствием того, что при уменьшении Δn в несколько раз во столько же раз возрастали линейные размеры порывов.

Остановимся теперь на зависимости интенсивности орографической турбулентности от общих термодинамических условий в атмосфере. Такие исследования в основном проводились около горных хребтов, высота которых не превышала 2-3 км [11, 27, 28 и др.].

Несмотря на некоторые специфические особенности развития турбулентности над различными горными системами, удалось выявить ряд закономерностей, общих для всех географических районов. Оказалось, что движения над хребтом и особенно за его подветренным склоном определяются характеристиками полей ветра и температуры в невозмущенной (наветренной) части потока. К этим характеристикам относятся величина перпендикулярной хребту составляющей скорости ветра на уровне вершины (U_H) и вертикальные градиенты температуры $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{H}$ и ветра $\left(\frac{\partial U_{H}}{\partial z}\right)_{H}$ в слое от вершины до уровня, превышающего гору на несколько сотен метров.

При $\frac{\partial T}{\partial z} < \gamma_a$ и слабом ветре (для большинства исследованных районов при

 $U_{H} \leqslant 5$ м/с) турбулентность развита мало, линии тока над горой приблизительно параллельны профилю препятствия, причем амплитуда их отклонений от горизонтального положения быстро уменьшается с высотой.

При умеренном и сильном ветре (обычно при $U_H > 10$ м/с) характер потока

сильно зависит от $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{H}$ и $\left(\frac{\partial U_{H}}{\partial z}\right)_{H}$. Если $\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{H} < \gamma_{a}$, а $\left(\frac{\partial U_{H}}{\partial z}\right)_{H} \ge 0$,¹ то над хребтом и позади него образуются подветренные волны, а под ними – система роторов, в зоне которых наблюдается очень сильная турбулентность.

При $\left(\frac{\partial U_H}{\partial z}\right)_H < 0$ поток теряет устойчивость и развивается турбулентность, усиливающаяся приблизительно параллельно росту U_H. Толщина турбулентного слоя может значительно превышать высоту хребта, особенно если над ним $\gamma \ge \gamma_a$. Однако при сильных ветрах орографическая турбулентность развивается также при устойчивой термической стратификации и даже при наличии над горами изотермических и инверсионных слоев.

Турбулентность орографического происхождения может усиливаться термической турбулентностью. Летом над скальными и лесистыми горами при небольших скоростях ветра последняя подчас даже преобладает. Термическая турбулентность возникает утром и, развиваясь к полудню, постепенно захватывает

¹ При $\frac{\partial U}{\partial z} > 0$ скорость ветра растет с высотой.

все более и более мощный слой атмосферы. Ее развитие начинается над склонами гор, обращенными к солнцу, и лишь несколько позже – над равнинами.

Верхняя граница слоя термической турбулентности прилоднимается над вернинами, опускаясь над долинами. Под влиянием ветра зоны термической турбулентности, возникшие над горами, несколько сдвигаются в направлении потока. Вечернее затухание турбулентности начинается от поверхности земли. Одновременно на высотах возникают слои, в которых турбулентность резко ослабевает. Обычно они располагаются там, где малы градиенты температуры.

В заключение отметим, что обтекание гор является основным фактором, турбулизирующим нижнюю стратосферу. Так, измерения на высотных самолетахзондировшиках U-2, выполненные в 1964—1971 гг. над Европой, Северной Америкой и Австралией, показали, что в нижней половине стратосферы суммарная вероятность болтанки над горами в 3,6 раза больше, чем над океанами и равнинами. 90% случаев с сильной болтанкой на высотах H > 11 км было зарегистрировано над горными хребтами, превышение которых над окружающей местностью было больше 2 км.

Глава 8

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И ВЕРТИКАЛЬНЫЕ ПОТОКИ В ОБЛАКАХ

Внутри облаков всех типов турбулентность обычно развита сильнее, чем в окружающем воздухе. Это в основном связано с тем, что в облаках, особенно кучевообразных, часто наблюдается безразличная или даже неустойчивая температурная стратификация. В заметной степени усиливает турбулентность и большая горизонтальная неоднородность полей температуры и плотности воздуха в облаках.

Непосредственно у верхней кромки облаков турбулентность интенсифицируется резким локальным увеличением вертикальных градиентов температуры вследствие происходящего здесь выхолаживания воздуха, вызываемого испарением облачных элементов, а ночью еще и излучением. Кроме того, в этом слое иногда происходит сильное вращение ветра с высотой, способствующее увеличению динамической неустойчивости потока.

Наконец, следует учитывать, что сама турбулентность является одним из облакообразующих факторов и облака чаще всего развиваются в зонах, где общий «турбулентный фон» повышен.

1. Турбулентность в слоистообразных облаках

До настоящего времени интенсивность турбулентности в слоистообразных облаках определялась в основном по данным об интенсивности болтанки самолетов. В табл. 8.1 приведены обобщенные данные о повторяемости болтанки

Таблица 8.1

скоростных самолетов в различных облаках. Повторяемость болтанки в Сі и Сs примерно в 10 раз больше, чем в безоблачном небе на тех же высотах. При полетах около верхней кромки Сs 65-70% времени отмечается болтанка (чаще всего слабая).

Максимальные скорости вертикальных порывов воздуха в слоистообразных облаках в 90% случаев не превышают 5 м/с. Лишь в облаках над горами и в интенсивных струйных течениях могут наблю-

самолетов в облаках различных форм								
Φα	Без							
St fr., St, Sc	Ns — As	Ac	Ci, Cs, Cc	уточ- нения формы				
34	30	29	34	40				

Повторяемость (%) болтанки

даться отдельные порывы со скоростью, достигающей 15-20 м/с. Наиболее интенсивна турбулентность около границ облачного слоя, особенно если эти границы неровные. Внутри облачного слоя интенсивность турбулентности зависит от структуры облака. В однородных по плотности облаках она обычно невелика. Если облака неоднородны, т. е. в них более плотные участки чередуются с менее плотными, то интенсивность турбулентности может быть значительной. В очень разреженных облаках турбулентность обычно та же, что и в окружающем безоблачном воздухе. Систематизированные данные о повторяемости порывов различной величины в слоистообразных облаках нижнего и среднего ярусов до сих пор не публиковались. В табл. 8.2 приведены такие данные для облаков верхнего яруса, полученные С. М. Шметером при летных исследованиях в 1959—1964 гг.

Длина участков, внутри которых w > 4 м/с, не превышает 10 км. Участки с $w \leq 2$ м/с могут иметь длину до нескольких десятков километров. Иногда размер возмущенных зон близок к размеру всего облачного поля, но обычно это наблюдается лишь около верхней кромки сильно всхолмленных Cs.

Таблица 8.2

Таблица 8.3

Скорость вертикальных порывов *w* в турбулентных зонах внутри Сі и Сs

w м/с Повторяемость (%).	< 1 42	$1-2 \\ 38$	2,1-4 16	4,1-6	> 6 1

В табл. 8.3 приведены данные об относительной протяженности возмущенных зон в облаках.

Форма облаков	Общий налет в облаках (км)	Налет с болтанкой (км/%)	Наибольшие перегрузки в долях g
Ас, Аs, сплошные	900	7,37 9,3	±0,25
Ас, Аѕ, расслоенные	700	<u>21,0</u> <u>30,0</u>	±0,56
Ci, Cc	180	<u>28,8</u> 16,0	±0,22
Cu, Sc	860	<u>395,6</u> 46	±0,82
-		10 A	

Относительная протяженность участков с болтанкой внутри облаков

а. Коэффициент турбулентного обмена в слоистообразных облаках. При исследовании турбулентности в слоистообразных облаках нижнего яруса значительное внимание уделялось определению в них коэффициента турбулентности *K*, поскольку знание его величины необходимо для теоретического расчета процесса облакообразования.

Чуринова рассчитала К по данным шаропилотных наблюдений, воспользовавшись формулой Д. Л. Лайхтмана

$$K = \frac{2(\lg e)^2 l}{\frac{d}{dz} \lg \left[(U_g - u)^2 + v^2 \right]^2},$$
(8.1)

где l — параметр Кориолиса; e — основание натурального логарифма; U_g — скорость геострофического ветра; u и v — компоненты скорости фактического ветра.
Таблица 8.4

Средние значения коэффициента турбулентности К в слое трения

Форма облаков	Сезон	<i>К</i> м²/с	Ug	Число случаев
Sc	Лето	28,2	10,0	25
St	Зима	21,2	13,0	- 28
SC Ne	· »	20,9	13,0	111
Безоблачно	»	17.8	13.5	45 56

Результаты расчетов приведены в табл. 8.4.

Как видно из табл. 8.4, коэффициент турбулентности внутри облаков приблизительно на 20% больше, чем при безоблачном небе.

Матвеевым, а также Германом [32, 33] были определены значения К в облаках различных форм по данным о перегрузках самолета [см. формулу (5.3)]. Результаты выполненных расчетов приведены в табл. 8.5 и 8.6.

Литвинова и Силаева рассчитали значения К по данным измерений пульсаций вертикальной скорости воздуха на свободных аэростатах с помощью формулы Гессельберга (5.4). Полученные ими для St – Sc значения К заключены в интервале 2-10 м²/с.

Таким образом, величины К в слоистообразных облаках нижнего яруса, приводимые различными авторами, не совпадают друг с другом. Главной причиной этого является многомасштабность атмосферной турбулентности, из-за которой в обмене участвуют вихри различных размеров (L), причем их удельный вклад в этот процесс неодинаков. Поскольку при различных методах измерений и получаются данные, относящиеся к разным участкам турбулентного

Таблица 8.5

	-	Коэффі	ициент тур	булентност	и (м²/с)			Ι.
≤10	10,1 20,0	20,1 30,0	30,1- 40,0	40,1- 50,0	50,1- 75,0	75,1 100,0	100,1- 125,0	

Повторяемость (%) различных значений коэффициента

<i>a</i> .	Козфрански турсуленности (м. с.)								** 1	
Форма облаков	≤10	10,1 20,0	20,1 30,0	30,1- 40,0	40,1- 50,0	50,1 <i>—</i> 75,0	75,1- 100,0	100,1- 125,0	число случаев	
	Теплое полугодие									
Cs Ac As Ns Sc	- - 1,9 -	30,8 6,2 10,0 7,7 -	33,2 6,3 10,0 9,6 7,4	11,9 12,5 5,0 19,3 11,0	11,9 12,5 20,0 25,0 37,1	7,1 25,0 15,0 25,0 37,1	2,4 25,0 40,0 11,5 7,4	2,4 12,5 - - -	42 16 20 52 27	
			Холод	ное п	олуго	дие				
Ac As Ns Sc		15,3 	5,3 13,7 10,0	15,8 63,7 31,8 20,0	15,8 27,2 22,7 33,3	42,0 9,1 9,1 20,0	5,3 		19 11 22 30	

Таблица 8.6

	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Ţ	В облаках			Вне облаков на высоте (км)			Автор	
		Cs	Ac	As	Ns	Sc	≤2	2-8	8-12	Твгор
			Ťеп	лое	полу	годи	e	_	· · · · ·	
•'	Средние Максимальные	31 101	68 109	58 89	46 92	51 88	24 35	22 42	18 34	Герман Герман
			Холо	дное	е пол	угод	ие			
	Средние Максимальные Средние		46 79 55	43 62 27	34 66 56	40 35 59	$\left \begin{array}{c} 22\\ 38\\ -\end{array}\right $	20 55 —	6 14 -	Герман Герман Матвеев

Средние и максимальные значения K(м²/c) в облаках и вне их

спектра, значения K, вычисленные с их помощью, не обязательно должны совпадать. Следует учитывать также и различие в методике измерений. Так, при шаропилотном методе измерения ведутся на подъеме, т. е. приблизительно по вертикали. Измерения на свободных аэростатах производятся все время в одном и том же объеме воздуха, т. е. определяются не пространственные, а временные флуктуации K, и т. д.

При анализе значений *K*, вычисленных по перегрузкам самолета, следует учитывать, что перегрузки вызываются лишь сравнительно крупными вихрями, размер которых сравним с размером самолета. Кроме того, низкая пороговая



чувствительность акселерографов приводит к отфильтровыванию порывов с w ≤ 0,3 ÷ 0,5 м/с. Наконец, поскольку перегрузки самолета возникают только в зонах с интенсивной турбулентностью, полученные по ним значения К характеризуют не уровень турбулентности в среднем для всего облака, а ее интенсивность в турбулентных зонах внутри него. Выше говорилось, что протяженность таких зон в слоистообразных облаках во всяком случае меньше половины их длины, а значит, средний для всего облака коэффициент турбулентности должен быть меньше значений К, приведенных в табл. 8.5 и 8.6.

Рис. 8.1. Вертикальные профили коэффициента турбулентности К. a) Sc. 20 февраля 1961 г.; б) Ns — As, 24 января 1958 г.; e) Ac, 23 января 1958 г.; a) St. 3 марта 1961 г.

Рассмотрим теперь изменения *К* внутри облаков по вертикали. Примеры распределения *К* в слоистообразных облаках нижнего яруса приведены на рис. 8.1. На рисунке видно, что внутри облаков величина *К* сравнительно быстро меняется с высотой, причем она наибольшая у границ облака. Особенно большие значения *К* встречаются у верхней границы облаков с всхолмленной верхней кромкой. Если наблюдается расслоенная облачность, то в безоблачных промежутках *К* резко уменьшается. Такая картина типична и для внутримассовых,



Рис. 8.2. Вертикальные профили спектральных плотностей турбулентности в Sc и Ac. 1) L = 250 м, 2) L = 500 м, 3) L = 750 м. 4) L = 1000 м.

и для фронтальных облачных систем. Вертикальное распределение интенсивности турбулентного обмена в слоистообразных облаках можно проиллюстрировать также вертикальными профилями спектральных плотностей турбулентности. Примеры таких профилей приведены на рис. 8.2 [42].

Величины K быстро меняются также и в горизонтальном направлении. Это прослеживается по структуре зон болтанки, характеризующейся тем, что внутри облаков возмущенные и невозмущенные участки все время чередуются друг с другом, причем переход от зон болтанки к участкам спокойного полета происходит очень резко. Измерения показали, что, например, вблизи границ облаков $\frac{\partial K}{\partial z}$ и $\frac{\partial K}{\partial s}$ (s – горизонтальная координата) могут превышать 0,2–0,3 м/с.

2. Вертикальные движения в конвективных облаках

Внутри кучевых облаков всех форм¹ наблюдаются вертикальные движения с горизонтальными масштабами *L* от сантиметров до десятков или сотен

¹ Все многообразие кучевых облаков – Ситиlus (Си) – в порядке увеличения вертикальных размеров подразделяется на следующие основные разновидности: Си humilis (Си hum.) – кучевые облака хорошей погоды, Си mediocris (Си med.) – средние кучевые облака, Си congestus (Си cong.) – мощные кучевые облака (см. [113]).

метров. В мощных кучевых облаках (Cu cong.) экваториально-тропической зоны L может достигать 1-2 км.

Внутриоблачные вертикальные движения можно подразделить на два класса. К первому относятся так называемые потоки, т. е. квазиупорядоченные движения, направление и скорость которых на протяжении нескольких минут меняются мало. Второй класс включает чисто турбулентные движения



Рис. 8.3. Векторные скорости пульсаций ветра внутри Си при осреднении по интервалам Δt , равным 0,2 или 0,4 с [220].

а — пересечение сделано при превышении над основанием облака 1590 м, б — 280 м, в — 140 м. 1 — горизонтальный профиль вертикальной скорости w, 2 — размеры облака. Толщина облака менялась от 1340 м (при пересечении в) до 1740 м (при пересечении а). Длина стрелок пропорциональна модулю скорости. Слева приведен масштаб пульсаций горизонтальной и вертикальной скоростей (у и w).

(часто их называют порывами [125, 148]), характеризующиеся быстро меняющимися скоростями и направлением.

Следует подчеркнуть, что фактические вертикальные движения в Си являются результатом суперпозиции квазиупорядоченных потоков с турбулентными порывами. Это отчетливо видно из формы горизонтальных профилей *w* в Cu, пример которых приведен на рис. 8.3.

Подавляющее большинство данных о вертикальных движениях в Си получено на самолетах-лабораториях. Поскольку скорость полета в десятки или даже сотни раз превышает характерные значения скорости движения воздуха в облаках, можно считать, что измерения w при пересечении облака дают «мпновенную фотографию» движений воздуха. Вместе с этим именно из-за своей мповенности данные таких измерений не позволяют определить изменения w со временем, вследствие чего они принципиально не пригодны (при использовании одного самолета) для однозначного разделения движений на потоки и турбулентные пульсации. Поэтому такая сепарация требует некоторых априорных предположений.

Чаще всего к порывам относят либо мелкомасштабную фракцию пульсаций, либо ту ее часть, которая вызывает резкие перегрузки самолета.¹ Движения с горизонтальными масштабами $L > L_{\rm kp}$ обычно относят к потокам, а с $L < < L_{\rm kp} -$ к турбулентности. Значение критического масштаба $L_{\rm kp}$ в работах разных исследователей неодинаково, но чаще оно заключено в пределах от 100–200 до 400–500 м. Отметим, что, поскольку самолет пересекает зоны вертикальных движений не обязательно по их центру, повторяемость мелкомасштабной фракции пульсаций обычно завышается. Степень занижения величин L может быть весьма значительной.

При статистических разработках разделение всего многообразия движений в Си на квазиупорядоченные и турбулентные часто вообще не производится и они рассматриваются совместно.

а. Квазиупорядоченные вертикальные движения в кучевых облаках. Характеристики вертикальных движений в Си изучены довольно хорошо (см., например [24, 125, 221]).

В нижних двух третях растущих Cu hum. – Cu med. восходящие движения занимают 70-80% объема облаков и лишь у их боковых границ воздух оседает. Внутри Cu cong. доля объема облаков, занятого восходящими потоками, составляет около 40%.

Внутри верхней трети всех разновидностей Си восходящие потоки имеют меньшие скорости и обычно занимают не более 30-40% объема облака. Остальная часть внутриоблачного воздуха чаще всего находится в сильно турбулизированном состоянии, и поэтому здесь определить преобладающее направление потоков нельзя. В отдельных участках вершины зачастую наблюдаются квазиупорядоченные нисходящие движения.

Отметим, что внутри крупных Cu (Cu med. и особенно Cu cong.) может быть несколько восходящих потоков, что хорошо видно по многокупольной структуре этих облаков. Чем больше горизонтальные размеры вертикальных потоков, тем относительно реже они встречаются. По оценкам, приведенным

¹ Такое предположение не всегда оправдано, поскольку перегрузки могут вызываться не только турбулентностью, но и, например, пересечением боковых границ даже очень крупных вертикальных потоков.

в [114], вероятность встречи вертикальных потоков экспоненциально убывает с увеличением L. Так, потоки с L > 400 м наблюдаются лишь в 2% случаев.

Как показали измерения w в Cu над Украиной, Северным Кавказом и другими районами СССР [24, 50, 114], приблизительно в 80% случаев величины w внутри кучевых облаков всех форм не превышают 3-5 м/с. Повторяемость значений w > 15 м/с составляет 0,5-1,0%. Максимальные скорости вертикальных потоков в мощных кучевых облаках, по-видимому, могут достигать 20 м/с.









Многочисленные измерения w в Си были сделаны в субтропических зонах Тихого и Атлантического океанов [189, 221]. В качестве примера можно привести результаты измерений над восточным побережьем Австралии [220, 221]. Измерения, произведенные в 21 зрелом кучевом облаке при 68 пересечениях, показали, что медианные (50%), 75 и 90%-ные квантили для скоростей восходящих и нисходящих потоков соответственно равны 4,9; 6,8; 10,0 и 3,5; 5,0; 7,5 м/с. Максимальные скорости восходящих потоков были равны 12,7 м/с, а нисходящих 9,2 м/с. Был отмечен рост средних квадратических скоростей воздуха внутри облаков с падением устойчивости в окружающей атмосфере.

На рис. 8.4 приведена кривая распределения величин w в Cu (безотносительно от горизонтальных размеров вертикальных потоков) в слое от основания облака до высоты в несколько сотен метров над ним [220]. В общем значения w удовлетворительно согласуются с законом нормального распределения, поскольку в вероятностных координатах точки ложатся на прямую. Накопленная вероятность встречи вертикальных порывов внутри Cu, имеющих эффективные скорости $w_{3\phi}$, превышающие 5–6 м/с, по измерениям над юго-западом CША [212, 213] в $10^2 - 10^3$ раз больше, чем в ясном небе (рис. 8.5). Эта раз-

ница растет с увеличением w_{эф}.¹ Средние квадратические скорости вертикальных порывов воздуха в Си, согласно [212], колеблются от 1,1 до 3,1 м/с.

б. Изменение скоростей и горизонтальных размеров восходящих движений с высотой. На рис. 8.6 изображены средние вертикальные профили w в кучевообразных облаках над СССР. Таблица 8.7 иллюстрирует вертикальное распределение средних квадратических вертикальных скоростей воздуха σ_w в Си над Австралией. Величины σ_w в среднем возрастали на 0,7 м/с на 1 км.



Средние квадратические скорости вертикальных движений в Си

Таблица 8.7

при разных превышениях z над основанием облака

ZM	'σ _w м/с	Число случаев								
0- 300	1,35	8								
300 600	1,61	3								
600- 900	1,98	6								
900-1200	2,15	5								
1200	2,25	3								
1500-1800	2,83	4								
>1800	2,27	1								

Рис. 8.6. Распределение осредненной вертикальной скорости восходящего потока по высоте в Cu med. (1) и Cu cong. и Cb (2).

По данным [221], коэффициент корреляции между σ_w и z близок к 0,6, причем в слое активной конвекции (т. е. там, где $\frac{\partial w}{\partial z} > 0$)

$$\sigma_{\rm w} = A + Bz \,, \tag{8.2}$$

где $A = 1,1 \div 1,3$, а $B = 0,7 \div 0,8$.

Хорошо видный из табл. 8.7 рост σ_w с *z* в слое активной конвекции, повидимому, в среднем наблюдается ² (хотя, может быть, с разными величинами $\frac{\partial \sigma_w}{\partial z}$) и в «порывах», и в «потоках». Например, по эмпирическим данным [29],

¹ Следует подчеркнуть, что широко используемые в прикладной аэродинамике графики типа приведенного на рис. 8.6 не всегда дают истинное распределение вероятностей значений w. Это связано с тем, что они строятся по пикам (локальным максимумам) на записях изменений w со временем или расстоянием.

² В индивидуальных облаках монотонного изменения w с z обычно нет и вертикальный профиль w имеет несколько локальных максимумов и минимумов. Изрезанность вертикального профиля w обычно тем больше, чем мощнее облако [50]. для восходящих движений, средний размер которых близок к 100 м, верно соотношение

$$w = 0.02z^{3/4} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/2},$$
(8.3)

где R — радиус возмущения, а r — расстояние от его центра (все величины в метрах). В [105] для потоков внутри Cu cong. приведены эмпирические соотношения:

для нижней части облака ($z \leq z_{max}$)

$$w(z) = w_0 + (w_{\max} - w_0) \frac{z}{z_{\max}},$$
(8.4a)

для верхней части облака ($z \ge z_{max}$)

$$w(z) = w_0 \left(1 - \frac{z - z_{\max}}{z_B - z_{\max}} \right).$$
(8.46)

Здесь w_0 – скорость восходящего потока у основания Cu (z = 0); w_{max} – максимальная скорость восходящего потока (на уровне $z = z_{max}$); $z_{\rm B}$ – высота, на которой w = 0.

Зависимость горизонтальных размеров («диаметра») участков с восходящими движениями от высоты изучена мало. По данным [29], для сравнительно мелкомасштабных (с $L \le 100$ м) восходящих движений справедлива зависимость

$$R = 27 + 0.015z, \tag{8.5}$$

где «радиус» потока R и высота z даны в метрах.

в. Вертикальные движения в окрестности кучевых облаков. Квазиупорядоченные вертикальные потоки наблюдаются не только внутри Сu, но и в их окрестности. Измерения показали, что в 60-80% случаев сбоку от Cu воздух (в среднем) оседает. В остальных случаях упорядоченные вертикальные движения не обнаруживаются.

Нисходящие потоки около Си имеют компенсационную природу и поддерживают баланс масс в зоне конвекции. Рядом с распадающимися Си, внутри которых восходящие движения деградируют, нисходящие компенсационные движения либо отсутствуют, либо очень слабы.

Ширина зоны околооблачных нисходящих потоков, по-видимому, может меняться от 0,5 до 2,0*D* (*D* – диаметр облака). Однако из-за взаимного наложения циркуляционных потоков около индивидуальных облаков, вызываемого одновременным существованием целых полей Си, уверенных данных о «радиусе действия» облака на поле вертикальных движений еще нет. Характерно также, что и ширина зоны оседания воздуха рядом с одним и тем же облаком меняется от уровня к уровню, причем на некоторых высотах такие движения вообще могут отсутствовать.

Отношение площади нисходящих движений около Cu cong. к площади горизонтального сечения облака на данной высоте меньше, чем у менее мощных Cu [29]. Это, видимо, объясняется тем, что Cu hum. (а часто и Cu med.) растут как единое целое, а Cu cong. – «по частям», вследствие чего зона компенсационных нисходящих потоков окружает не все облако одновременно.

В среднем скорости нисходящих околооблачных движений составляют 0,3-0,5 м/с, но на отдельных участках они иногда достигают 2-3 м/с. Особенно велики скорости оседания воздуха непосредственно у боковых границ Cu, где на компенсационное оседание накладывается опускание воздуха, непрерывно охлаждаемого здесь вследствие испарения облачных элементов.

Оседание воздуха наблюдается и сбоку от подоблачной зоны. Опускается воздух также над вершинами Си, где нисходящие потоки являются следствием компенсационных процессов, сопровождающих горизонтальное растекание верхушки внутриоблачного конвективного потока.

г. Вертикальные движения внутри кучево-дождевых облаков. В кучево-дождевых облаках. (Cb), так же как и внутри Cu, существуют и квазиупорядоченные, и турбулентные вертикальные и горизонтальные движения. Первые имеют горизонтальные размеры, достигающие 10–12 км, что дает многим исследователям основание называть их мезомасштабными.

Такие движения являются ветвями конвективной циркуляции, и от их интенсивности и пространственной структуры зависят все характеристики облака его размеры, водность, характер осадков и т. д. Бо́лыцую часть объема растуцих облаков занимают восходящие движения, а диссипирующих — нисходящие [121]. В зрелых Сb подчас наблюдается только одна, причем замкнутая циркуляционная ячейка, состоящая из восходящего и нисходящего потоков. В образовании такой «организован-

ной» циркуляции важную роль играют вертикальные сдвиги ветра в окружающей атмосфере.

Наиболее подробные данные о вертикальных движениях в Сь были получены в 1946-1949 гг. в США при исследованиях по проекту «Гроза» [148]. Измерения вертикальных скоростей воздуха внутри облаков производились на самолетах-лабораториях, снабженных акселерометрической аппаратурой и высокочувствительными регистраторами высоты полета. При полете внутри облака вмешательство пилота в управление самолетом было минимальным.

Результаты измерений при пересечениях 747 восходящих и 339 нисходящих потоков показали, что наибольшие значения *w* чаще всего наблюдаются в средней и верхней частях Cb.

Приблизительно в 50% случаев *w* ≤ 6 м/с. Максимальная зарегистрированная скорость восходящих движений



Рис. 8.7. Гистограммы максимальных скоростей восходящих и нисходящих потоков в Сb [171].



Рис. 8.8. Гистограмма горизонтальных размеров восходящих и нисходящих потоков в Cb [171].

равнялась 25 м/с. Скорость нисходящих потоков в большинстве случаев не превышала 4,5 м/с, а максимальная ее величина составляла 24 м/с.

Средний «диаметр» восходящих потоков в Cb $D \approx 1,5$ км, а нисходящих — 1,2 км. Максимальный диаметр равнялся 11,5 км для восходящего потока и 6 км для нисходящего. Четкая зависимость величины D от высоты не была обнаружена.

В 1957—1958 гг. [171] в США была выполнена большая серия измерений вертикальных скоростей воздуха внутри Сb, связанных с ураганами. На рис. 8.7 и 8.8 приведены данные о повторяемостях скоростей и размеров вертикальных потоков в Cb, а в табл. 8.8 — средние максимальные скорости (\bar{w}_{max}) и размеры (\bar{D}) потоков на высотах 4—5 км, измеренные как при полетах по проекту «Гроза», так и в облаках ураганов.

Таблица 8.8

Характеристики вертикальных потоков в кучево-дождевых облаках

Характер потоков		Ураганы		Проект «Гроза»			
	число случаев 1	ŵ _{max} м∕с	Ďм	число случаев	w̃ _{max} м/с	Ďм	
Восходящие Нисходящие	155 158	3,9 3,6	2,4 2,8	206 95	4,2 3,6	2,4 1,8	

¹ Автор [171] указывает, что в число случаев с вертикальными потоками при измерениях в облачных системах ураганов вошло некоторое (неопределенное) количество измерений, относящихся не к Cb, а к другим формам облаков.

Из табл. 8.8 видно, что данные о \bar{w}_{max} и *D*, полученные во внутримассовых кучево-дождевых облаках (проект «Гроза») и в облаках ураганов, близки друг к другу. Удовлетворительно согласуются с результатами исследований вертикальных скоростей воздуха по проекту «Гроза» и другие данные о *w*, полученные в последние годы как в США, так и в СССР [50, 105, 106, 122, 126, 212, 213].

Наибольшие значения w_{max} в восходящих потоках значительно превышают величины, приведенные выше, достигая в особо мощных Cb 63 м/с [212, 213]. Однако наиболее типичные для Cb величины w_{max} по данным всех исследователей чаще всего близки к 30–40 м/с (в зрелых, т. е. вполне развитых облаках). Значения \bar{w} , осредненные по горизонтальному сечению облака, обычно на всех уровнях не превышают нескольких метров в секунду.

Вертикальный профиль *w* и пространственное распределение восходящих и нисходящих потоков внутри Cb изучены плохо. Синхронные измерения *w* на различных уровнях внутри облака с помощью нескольких самолетов-лабораторий никем не проводились. Данные таких измерений, полученные с помощью допплеровских радиолокаторов¹, пока еще не систематизированы, а их точность

¹ Поскольку время измерений *w* допплеровским методом на каждом из уровней мало́ по сравнению с характерным временем жизни облака, такие измерения на разных уровнях (слоях) Сb в первом приближении можно считать синхронными.

(и сравнимость друг с другом), по-видимому, не очень велика в первую очередь из-за незнания спектра размеров отражателей (облачных элементов, включая частицы осадков), а значит, и спектра скоростей их гравитационного оседания внутри облаков, в которых измерялось w.

Согласно измерениям w, проведенным с помощью радиолокационного прослеживания шаров-зондов с уголковыми отражателями [105, 106], внутри Св в среднем скорости восходящих течений увеличиваются с высотой от основания облака вплоть до уровня, расположенного в его средней части или несколько

выше ее. Уровень, на котором $w = w_{max}$, был близок к верхней границе влажнонеустойчивого слоя тропосферы.

Иногда уровень с $w = w_{\text{max}}$ располага- 10 ется в наковальне Сb [125], что, вероятно, связано с появлением здесь дополнительной архимедовой силы, вызываемой выделением 8 скрытой теплоты кристаллизации облачных капель. Хотя общий рост w по мере подъема воздуха от основания облака к его центру или к верхней половине установлен надежно, детальный ход изменений w с высотой еще не известен. По-види- 4 мому, изменение w с высотой происходит не монотонно, так что в облаке на разных высотах может быть несколько локальных максимумов w [50, 125].

Восходящие потоки в Сb, вероятно, имеют форму струй. Об этом, например, говорит уникальный эксперимент, проведенный Воннегатом. Он сопоставил данные о натяжении троса привязного аэростата, Рис. 8.9. Кинематическая схема Сь помещенного внутри Св на 500 м выше основания облака, со скоростью роста 1—17 августа 1967 г., 2—21 апреля 1968 г., 3— предполагаеное вращение. лагалась на 3-7 км выше основания Cb,



[173].

оказалось, что при росте облака с $w \ge 2$ м/с скорость подъема вершины была тесно скоррелирована с натяжением троса. Это легко объяснить, если предположить, что и аэростат и вершина Сь находились внутри одной и той же струи, пронизывающей все облако.

На рис. 8.9 приведена стилизованная схема потоков внутри Сb, построенная. по материалам, полученным в США с помощью запусков внутрь облаков шаров-зондов с радиолокационными ответчиками [173]. Согласно этим данным, восходящий поток зарождается на расстоянии около 40 км перед облаком.

Внутри него он имеет характер квазистационарной ламинарной струи, центральный участок которой циклонически вращается около вертикальной оси. Малая турбулизированность потока внутри мезомасштабных струй в Св отмечалась и в [105, 137].

Короткопериодические флуктуации и внутри мезомасштабных вертикальных струй в Сь обычно не превышают 5-10% средней величины вертикальной

7 Зак. 1872

скорости. Косвенные сведения о сравнительно малых короткопериодических флуктуациях *w* во внутриоблачных мезомасштабных струях дали наблюдения за скоростью роста вершин Cb. Они показали, что скорость роста Cb, а значит, и вертикальная скорость воздуха у верхней кромки облака испытывают значительные низкочастотные колсбания с периодом $T \approx 12$ мин [125].

Мезомаснитабные нисходящие потоки в Cb, начиная со стадии зрелости¹ облака, обнаруживаются на всех высотах, но скорости их максимальны в зоне осадков [122]. В крупных квазистационарных Cb наиболее мощный нисходящий поток локализуется в нижних двух третях облака. Радиолокационные исследования движений в Cb, и в частности наблюдения за траекториями дипольных отражателей, выброшенных в окрестностях этих облаков, дают основание предполагать, что основной нисходящий поток формируется из относительно сухого и имеющего пизкие потенциальные температуры воздуха, попадающего из средней тропосферы внутрь тыловой части Cb. Его проникновению сюда должны способствовать болыпие относительные скорости воздуха, окружающего среднюю и верхнюю части Cb, т. е. так называемый эффект «продувания» облака [119, 121].

В дальнейшем из-за дополнительного охлаждения этого воздуха, вызываемого испарением в нем частиц осадков, и увлечения его падающими кашлями скорости нисходящих движений растут.

Отметим, однако, что зоны осадков не всегда полностью совпадают с областями наиболее интенсивного оседания воздуха. Это говорит о наличии и других механизмов образования нисходящих движений, важнейшим из которых, по-видимому, является спонтанное (самопроизвольное) оседание воздуха, обусловленное неустойчивостью стратификации в облаке. В верхней части облака роль начального толчка может играть, например, локальное охлаждение воздуха внутри вершины Cb, вызываемое вовлечением сюда сухого надоблачного воздуха.

д. Мезомасштабные вертикальные потоки в окрестностях Сb. Согласно [122], рядом с Cb практически всегда существуют общирные зоны опускания или подъема воздуха, поперечник которых может превышать «диаметр» облака. Скорости вертикальных потоков $|w| \le 1 \div 2$ м/с, а повторяемости восходящих и нисходящих потоков почти одинаковы. Однако, поскольку горизонтальные размеры нисходящих потоков обычно большие, в целом воздух здесь опускается. Рядом со зрелыми Cb почти в трети случаев ширина нисходящих потоков превышает 11 км.

На рис. 8.10 показана осредненная пространственная структура вертикальных потоков с разных сторон Cb по отношению к ветру. При объединении индивидуальных измерений за единицу расстояния бралась 0,1 поперечника Cb на уровне полета. Видно, что перед наветренным краем облака располагается зона сравнительно сильных ($\bar{w} \approx 1$ м/с) восходящих движений. За подветренным краем хорошо заметны знакопеременные вертикальные скорости с длиной волны, близкой к поперечнику облака, и амплитудой, затухающей по мере удаления от него. Рядом с флангами облака наблюдается узкая зона нисходящих движений, скорость которых быстро убывает по мере удаления от Cb. Повторяемость скоростей воздушных потоков над Cb приведена в табл. 8.9.

¹ Внутри «молодых» быстро растущих Сb преобладают восходящие движения [118].



Рис. 8.10. Осредненные вертикальные скорости в зоне кучеводождевых облаков.

а — над Сb, б — сбоку от вершины и внутри нее. 1 — денаркационные линии, отделяющие участки с й разного знака; 2 - облако; 3 — направление переноса Cb; 4 — участки. для которых нет надежных данных. Цифрани указаны величины и в м/с.

Общая структура поля *w* рядом с Сb напоминает распределение вертикальных движений при обтекании гор, характеризуемое подъемом воздуха по наветренному склону и системой волн вниз по потоку [122, 125]. Предположение о наличии такого обтекания было впервые высказано Ч. Ньютоном (см., например, [195]). Нисходящие потоки, локализованные у самых границ Cb и зачастую имеющие скорости более 1 м/с, вероятно, порождаются охлаждением здесь воздуха из-за испарения облачных элементов.

·7*

Таблица 8.9

Повторяемость	(%)	скоростей мезомасштабных вертикальных п	отоков
-		в слое 0-500 м над Cb	

Облака	w M/c								
	-10,0, -8,0	-7,9, -6,0	-5,9, -4,0	-3,9, -2,0	-1,9, 0,0	0,0-1,9	2,0-3,9	4,0-6,0	
Растущие Зрелые	2	1	.3 3	19 16	33 38	36 34	8 5	2	

Обтекание облаков сверху¹ чаще всего происходит в случаях, когда атмосфера над их вершинами стратифицирована не очень устойчиво, а, следовательно, подъем и опускание воздуха не требуют больших затрат энергии. Если же облако расположено под изотермическим или инверсионным (т. е. очень устойчивым) слоем, то бо́льшая часть потока обтекает его с флангов, обусловливая рядом с ними резкий рост скорости ветра.

В последние годы наличие волн над конвективными облаками было подтверждено наблюдениями при полетах планеров. Брэдбери [142] предложил при описании структуры потока над полями облаков Сu cong. – Сb пользоваться термином «термические волны». По результатам его исследований разрушение термических волн из-за потери ими устойчивости может привести к интенсивному развитию турбулентности и болтанке самолетов над облаками.

Из табл. 8.9 видно, что над Cb, так же как и рядом с ними, скорости вертикальных движений редко превышают ± 2 м/с, причем распределение величин w над растущими и зрелыми облаками почти одинаково. Вместе с этим над зрелыми Cb средняя ширина нисходящих потоков гораздо больше, чем восходящих, а над растущими облаками, наоборот, поперечные размеры восходящих потоков несколько больше, чем нисходящих (табл. 8.10). Поэтому в целом перенос воздуха над зрелыми облаками направлен сверху вниз, а над растущими снизу вверх.

Таблица 8.10

Повторяемость (%) горизонтальных размеров мезомасштабных вертикальных потоков над Сb

Oficer	<i>L</i> км								
Облака	<1,0	1,0-3,0	3,1-5,0	5,1 - 7,0	7,1-9,0	9,i-11,0	>11,0		
	•		Bocxo	дящие г	тотоки				
Растущие Зрелые	20 19	42 29	20 29	10 15	4 -	$\frac{1}{2}$	4 6		
			Нисхо	дящие в	потоки				
Растущие Зрелые	39 6	25 19	14 25	14 15	4 10	4 6	 19		
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·									

¹ Обтекание может наблюдаться не только около вершин Cb, но и у вершин Cu cong.

Над раступцими облаками наибольшие скорости нисходящих потоков локализуются над периферией вершины, а наименьшие — над ее центром.

Над зрелыми же облаками наибольшие скорости нисходящих движений наблюдаются над центром Cb, наименьшие — над краями вершины. Можно предположить, что при переходе облака к стадии зрелости нисходящий поток прежде всего возникает над осевой частью Cb, и поэтому подавление восходящих потоков происходит вначале именно здесь. При удалении в стороны от вершины рядом как с растущими, так и зрелыми Cb наблюдаются нисходящие потоки.

Перейдем теперь к характеристикам вертикальных движений непосредственно под нижней кромкой Сb. Измерения показали (см. [125]), что подоблачная зона характеризуется наличием сильных нисходящих потоков, причем, в отличие от всех других участков зоны Cb, скорости нисходящих потоков здесь иногда значительно превышают скорость подъема воздуха. Кроме того, средняя ширина нисходящих потоков больше, чем восходящих.

Нисходящие движения в основном локализуются в области, внутри которой выпадают осадки. По мере приближения к земле скорость нисходящих движений растет вплоть до уровня, где опускающийся из облака воздух начинает растекаться в стороны, что тормозит оседание. Динамическое взаимодействие мощного нисходящего потока с подстилающей поверхностью, играющей для него роль препятствия, приводит к резкому усилению здесь ветра, образованию шквалов, локальному росту давления (так называемый грозовой антициклон) и т. д.

Восходящие движения под основанием облака главным образом обусловлены конвекцией, т. е. основным источником возникновения облака. Частично они вызываются и динамическим подъемом воздуха перед смещающимся Сb и связанным с ним куполом холодного подоблачного воздуха.

Наиболее подробные исследования восходящих подоблачных потоков были выполнены Ауэром и Сэндом [138], которые в 1964—1965 гг. провели 229 измерений w внутри восходящих потоков под Си и Св. За одно измерение условно принималась вертикальная скорость воздуха, осредненная за интервал времени, равный 1 мин, что соответствовало расстоянию около 3 км.

В табл. 8.11 приведены средние максимальные значения *w* под облаками различного типа, отдельно под левой и правой частью переднего сектора облака. Секторы облака брались по отношению к направлению смещения центра радиоэхо от облака. Типизация облаков проводилась в соответствии с интенсивностью выпадающих из них осадков.

Таблица 8.11

KONE	Без ос	Без осадков Слабые осадки Умеренные осадки Сильные осадки						
Часть сектора	число случаев	<i>ѿ_{тах} м/с</i>	число случаев	₩ _{тах} м/с	число случаев	$ar{w}_{ m max}$ м/с	число случаев	₩ _{max} M/C
Левая Правая	4 6	1,3 1,8	1 7	3,0 2,0	6 11	3,0 4,0	$\overline{\overline{11}}$	6,2

Средние максимальные скорости восходящих потоков под передним сектором конвективных облаков, дающих осадки различной интенсивности

Как видно из табл. 8.11, с ростом интенсивности осадков величина w_{max} также увеличивалась. Наибольшие максимальные скорости наблюдались под правой частью переднего сектора облака. Та же закономерность прослеживалась (причем еще более четко) и по данным о средних вертикальных скоростях \bar{w} , приведенным в табл. 8.12. В последней графе этой таблицы указан диапазон величин вертикальных скоростей воздуха.

Таблица 8.12

Средние	скорости	вертикальных	потоков	под	передним
-	сектор	ом конвективн	ых облав	ов	²

T	Число случаев		Диапазон (м/с)		
Тилизация		W M/C	от	до	
Без осадков	71 42 48 58	0,8 1,0 2,5 3,8	-1,5 -1,5 -3,0 -1,0	5,0 5,0 9,5 11,5	

При измерениях было зарегистрировано два случая (не вошедшие в табл. 8.12) экстремально больших скоростей восходящих движений: 17,5 и 22,5 м/с. В обоих случаях ширина потока, внутри которого наблюдались эти значения w, не превышала 800 м. Чем крупнее Cb, тем шире были восходящие потоки под ними. Под облаками, из которых выпадали умеренные и сильные осадки, ширина зоны восходящих движений колебалась от 8 до 23 км. Характерно, что турбулентность отмечалась лишь вблизи границ этих потоков, тогда как сами они были весьма спокойными.

Кроме того, измерения *w* при повторных пересечениях крупных восходящих потоков обычно давали очень близкие результаты, что дает основание считать такие потоки квазистационарными.

3. Турбулентность в кучевых и кучево-дождевых облаках

а. Статистические характеристики турбулентности внутри кучевых облаков. В настоящее время статистические исследования флуктуаций скорости ветра в зоне Cu – Cb только начаты. Преобладающее большинство их относится к вертикальным движениям, по данным о которых получено несколько индивидуальных кривых спектральной плотности $S_w(\Omega)$, с помощью которых определены средние квадратические величины пульсаций вертикальной скорости (σ_w) и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности (ε). Отметим, что вычисление $S_w(\Omega)$ для не очень мощных кучевых облаков наталкивается на серьезные затруднения, связанные с двумя факторами:

1) незначительной длиной участков измерений w (ширина Cu cong. обычно не превышает нескольких километров, а ширина Cu hum. сплошь и рядом меньше 1 км);

2) существенной нестационарностью динамических процессов в кучевообразных облаках, особенно в период их роста.

Первое из этих обстоятельств препятствует получению статистически надежных спектров в достаточно широком интервале масштабов, ибо (см. главу 2) максимальное значение L, до которого спектр статистически надежен, равно $\frac{1}{5}-\frac{1}{10}$ длины реализации.

Нестационарность Си-конвекции приводит к недостаточной репрезентативности индивидуальных спектров.

Для увеличения «эффективной» длины реализаций и повышения статистической устойчивости (обеспеченности) спектральных оценок иногда прибегают к тем или иным искусственным приемам. Так, иногда «склеивают» несколько реачизаций, относящихся к однородным по своим характеристикам облакам, или сдваивают единичную реализацию.

б. Спектры пульсаций вертикальных скоростей. Сведений о спектрах w в Си пока еще мало.

Данные о $S_w(\Omega)$ в Си, полученные по измерениям над центральной частью Украинской ССР [24], показали, что при L < 500 м $S_w(\Omega) \sim \Omega^{-5/3}$, а при дальнейшем увеличении L наклон кривой спектральной плотности уменьшается. «Насыщение» спектра [$\Omega \cdot S_w(\Omega)$] при $L \approx 500$ м, возможно, является следствием





Режины 1—4 выполнены на высотах 2,74; 2,13; 1,52 и 1,06 км соответственно; средние квадратические вертикальные скорости на этих режимах равнялись 1,32; 1,95; 1,38 и 1,04 м/с.



Рис. 8.12. Спектральное распределение кинетической энергии вертикальных движений в Си [221].

того, что энергонесущие возмущения («упорядоченные» вертикальные конвективные потоки) имеют приблизительно такие линейные размеры. Эти оценки в общем подтверждаются и данными статьи [221], в которой приведены спектральные плотности вертикальных порывов воздуха и спектры их кинетической энергии в кучевых облаках, наблюдавшихся над побережьем Австралии. Расчеты были сделаны по материалам 16 пересечений семи кучевых облаков. Определение величин $S_w(\Omega)$ производилось через автокорреляционную функцию. Расчеты велись вплоть до $L \approx 0.2L^*$ (L^* — длина реализации); интервал дискретности был равен 0.1 с.

На рис. 8.11 приведены примеры кривых спектральной плотности порывов $S_w(N)$ на разных высотах над основанием облаков. Видно, что в диапазоне длин волн от десятков метров до 1-2 км эти кривые наклонены в соответствии с законом

$$S_w(N) \sim N^{-\alpha}$$
,

(8.6)

где $\alpha = 2.04 \pm 0.15$, а N – частота колебаний в герцах.

Спектральное распределение кинетической энергии вертикальных порывов на различных длинах волн (частотах) приведено на рис. 8.12, где нанесены значения $N \cdot S_w(N)$ для разных N. На рис. 8.12 а помещены средние спектры для трех пересечений Cu на уровнях, отстоящих от основания облака на 300 м вверх (кривая 1) и от верхней кромки Cu на 300 м вниз (кривая 2). На рис. 8.12 б изображен спектр, полученный осреднением обоих спектров, показанных на рис. 8.12 а (кривая 3), и средние спектры для слоев, отстоящих от основания или вершины облака на 300-600 м (кривая 4) и 600-900 м (кривая 5). Из рис. 8.12 видно, что наиболышие запасы кинетической энергии сосредоточены на левом (длинноволновом) участке спектра. Обращает на себя внимание также локальный максимум энергетического спектра при $L \approx 500 \div 600$ м (в слоях 600—900 и 300—600 м) и около $L \approx 200$ м (в слое 0—300 м от верхней кромки или основания Cu).

в. Коэффициент турбулентности в кучевых облаках. Интенсивность вертикального турбулентного обмена в Си можно оценивать с помощью коэффициента турбулентности K, вычисляемого по формуле (5.7). Естественно, что при таких расчетах учитываются порывы только тех масштабов, которые измеряются используемой аппаратурой. В табл. 8.13 приведены значения K в Cu над Украиной.

Видно, что в верхней части Си К быстро растет с увеличением мощности облака. Внутри нижней части облака этот рост продолжается до $\Delta z \approx 2,5$ км, а при дальнейшем увеличении Δz , по-видимому, уменьшается. Возможно, что это уменьшение является на самом деле следствием того, что самолеты входили в нижнюю часть мощных Си лишь тогда, когда эти облака уже дисси-

Габлица 8	3.13
-----------	------

Значения коэффициента турбулентности К (м²/с) внутри. Си

	Толщина облака Δz (км)							
часть облака	< 2,0	2,0-2,5	2,5-3,0					
Верхняя Нижняя	178 148	198 165	356 124					

пировали (пересечения обычно начинались с более высоких уровней и постепенно делались все ниже и ниже).

г. Турбулентность в окрестностях Си. Турбулентность становится повышенной (по сравнению с фоновой) уже на расстоянии $(0,5 \div 1,0)D$ от облака, причем, чем ближе к облаку, тем интенсивность ее больше. Непосредственно у боковых границ Си она становится довольно интенсивной (особенно усиливаются горизонтальные пульсации) и может вызывать умеренную болтанку самолетов. Зависимость длины и локализации возмущенных участков от ветра изучена лишь для кучевых облаков пассатной зоны. Исследования показали, что турбулентная зона чаще всего асимметрична и вытянута вдоль вектора вертикального сдвига ветра. Так, при 379 пересечениях 78 облаков симметричная возмущенная зона наблюдалась лишь в 27% случаев.

По данным Аккерман турбулентность сильнее всего развита перед облаком, тогда как согласно Малкус она более развита позади облака (относительно направления вектора сдвига ветра). Такое расхождение, возможно, объясняется тем, что Малкус получила свои выводы для умеренной и сильной турбулентности, тогда как Аккерман рассматривала турбулентность вне зависимости от ее интенсивности.

Исследования Аккерман показали также, что по мере «старения» облаков размеры их турбулентной зоны все время увеличиваются (особенно позади Сu). Даже после того, как облако полностью диссипирует, участок атмосферы, где оно до этого находилось, остается более возмущенным, чем окружающий воздух, т. е. турбулентные зоны живут дольше, чем облака, с которыми они связаны.

д. Турбулентность внутри Сb. Внутри Cb интенсивность турбулентности чрезвычайно велика, и в $^{1}/_{4}$ всех внутриоблачных турбулентных зон вертикальная скорость порывов $w_{\rm T} \ge 3$ м/с [160]. Средние квадратические значения $w_{\rm T}$ (σ_w) как в нижней, так и в верхней половине облака равны, по данным

различных исследований, 2-5 м/с, максимальные, по-видимому, превыпнают 15 м/с [122, 126, 148, 160]. Характерно, что величины пульсаций поперечной и продольной составляющих скорости потока обычно отличаются друг от друга и от w_r не более чем на 20-25% [212, 213].¹

Чаще всего величины $w_{\rm T}$ максимальны или в центральной (по высоте), или в предвершинной части облака. Возможно также, что существует локальный максимум $w_{\rm T}$ вблизи уровня нулевой изотермы. Его появление здесь может быть вызвано потерей устойчивости стратификации из-за охлаждения воздуха при таянии ледяных частиц. Согласно результатам измерений $w_{\rm T}$ внутри Cb в районе Великих озер (США), интенсивность турбулентности в общем усиливается от основания облака до уровня, отстоящего от его верхней кромки на 1,5–2 км [170].

Горизонтальное распределение w_т внутри Cb зависит от мезоструктуры облака. В облаках, состоящих из одной конвективной ячейки, наибольшие значения w_т наблюдаются вблизи осевой части Сb. В многоячейковых облаках горизонтальное распределение w_т имеет несколько частных максимумов, располагающихся у границ или внутри мезомасштабных вертикальных потоков. Основной максимум обычно связан с ячейкой, внутри которой мезомасштабные вертикальные скорости наибольшие. Таким образом, между мезомасштабными и турбулентными вертикальными движениями внутри Сb имеется определенная связь. По данным Байерса и Брейама [148], коэффициент корреляции между скоростями тех и других равен примерно 0,42 ± 0,02. Наличие такой зависимости, вероятно, связано с тем, что турбулентные вихри зарождаются вблизи границ мезомасштабных струй, т. е. там, где особенно велики горизонтальные градиенты вертикальной скорости воздуха. В дальнейшем благодаря «собственным» горизонтальным скоростям вихри могут перемещаться в другие части облака. Характерно, что внутри распадающихся облаков связь мезомасштабных и турбулентных вертикальных движений ослабевает. Более того, турбулентность в них остается повышенной и тогда, когда мезомасштабная конвекция полностью прекращается.

е. Статистические характеристики турбулентности в кучево-дождевых облаках. Данные о статистической структуре турбулентности в Сb приведены в [122, 123, 212, 213, 216]. Наиболее подробная информация содержится в работах [212, 213], которые основываются на результатах измерений и и и при 28 пересечениях Cb самолетами-лабораториями на высотах от 7,5 до 12 км над Оклахомой (США).

На рис. 8.13 приведены спектральные плотности скоростей вертикальных и горизонтальных порывов в Cb по измерениям при пяти последовательных пересечениях зрелого облака на высоте 11,7 км. Здесь же даны средние квадратические скорости порывов с (м/с) для каждого из пересечений. Обращает на себя внимание малая временная изменчивость спектральных характеристик турбулентности и то, что они (так же как и средние квадратические скорости) оказались для вертикальных и горизонтальных порывов почти одинаковыми. Аналогичная картина наблюдалась при всех пересечениях Cb.

¹ В [170] приведены данные из не опубликованных в периодической печати работ, не согласующиеся с изложенными результатами исследований. Указывается, что на «средних» высотах в Сb горизонтальные порывы якобы встречаются чаще вертикальных, а величины w_T существенно превышают скорости горизонтальных порывов.

Фактическая изменчивость $S_u(\Omega)$, $S_w(\Omega)$, σ_u и σ_w естественно должна быть даже меньше получившейся, ибо последовательные пересечения Сb отстояли друг от друга на несколько минут и, кроме того, самолет не мог пролетать каждый раз по одному и тому же пути, а следовательно, на результатах измерений сказывалась пространственно-временная изменчивость u и w в Cb.





Малая временная изменчивость статистических характеристик турбулентности внутри зрелых Cb позволяет считать последнюю для отрезков времени в несколько минут квазистационарной.

На рис. 8.14 приведены осредненные кривые спектральной плотности вертикальных турбулентных порывов в разных частях зоны Сb по результатам измерений над территорией СССР [122, 123]. В 1-ю группу включены спектры, рассчитанные по измерениям во время пересечений Cb на 2 км и более ниже их верхней кромки, а во 2-ю группу – при полетах внутри вершин Cb на расстоянии от нескольких десятков до сотен метров под верхней границей облака.

Полеты над Cb (3-я группа) производились в слое 0-200 м выше Cb, а под облаком (5-я группа) – в осадках вблизи основания облака. В 4-ю группу включены спектры для участков, отстоящих на 0-500 м в сторону от боковой поверхности верхней половины Cb.

Из рис. 8.14 и табл. 8.14 видно, что величины $S_w(\Omega)$ и их зависимость от Ω (или L) в разных частях зоны Cb неодинаковы. Спектральная плотность вертикальных порывов внутри центральной части Cb более чем в 10 раз превынает значения $S_w(\Omega)$ на других участках. Расхождения в значениях $S_w(\Omega)$ между всеми другими участками невелики. Видно также, что различия в величинах $S_w(\Omega)$ увеличиваются с ростом L.



Наклон кривых спектральной плотности в целом близок к $-\frac{5}{3}$, однако имеются и отклонения от «закона минус пять третей», особенно заметные при L > 600 м. Отметим, что данные о $S_u(\Omega)$ и $S_w(\Omega)$, приведенные в [212, 213], также свидетельствуют о том, что ход кривых спектральной плотности удовлетворительно согласуется с «законом минус пять третей».

ж. Коэффициент турбулентности в кучево-дождевых облаках. Ниже приведены величины среднего коэффициента турбулентности в различных частях Cb:

				Внутри вершины	На верхней кромке	На боковой кромке
\bar{K} м ² /с . : Число случаев	•	•	•	215 13	146 13	95 4

Величина K максимальна в зрелых Cb, где она может превышать 500 м²/с, и минимальна в конце стадии распада облака, когда обычно $K < 150 \text{ м}^2/c$.

Анализ результатов расчетов K в индивидуальных облаках показал, что в крупных многоячейковых Cb поле K имеет также ячейковую структуру, причем в разных ячейках величины K неодинаковы. Иногда ячейки с $K = K_{\max}$ располагаются не в центральной, а в периферийной части облака.

3. Турбулентность в окрестностях Cb. В табл. 8.15 дана характеристика вертикальных турбулентных порывов над Cb по материалам 263 серий измерений. По мере подъема над облаком скорость порывов довольно быстро убывает, так что при превышении, большем 200 м, вероятность встречи $|w_{\rm r}| > 2$ м/с меньше 4%, а вероятность $|w_{\rm r}| > 5$ м/с составляет примерно 1%.

Таблица 8.15

Повторяемость (%) различных значений скорости вертикальных турбулентных порывов |_{w_T}| над Cb

lun laufo	Превышение над Сь (м)									
¦₩ _Т м/С	0-10	11-100	101-200	201-300	301-400	> 400				
< 0,5 0,5-2,0 2,1-5,0 > 5,0	34 44 21 1	55 27 18 0	66 34 0 0	83 13 0 4	100 0 0 0	86 10 4 0				

Некоторый рост величин |w_r | при превышениях над облаком, бо́льших 400 м, по-видимому, был связан не с влиянием Cb, а с усилением турбулентности под тропопаузой.

Скорости порывов наибольшие над растущими облаками. В зрелой стадии Сb над их купольной частью характеристики турбулентности остаются аналогичными наблюдаемым при росте облака, но над отрогами наковальни турбулентность заметно ослабевает. Над диссипирующими облаками обычно $|w_{\rm T}| < 2$ м/с, но зато толщина турбулентной зоны остается той же, что и над зрелыми Cb, а иногда даже несколько увеличивается.

Турбулентные участки в слое 0-200 м над Сb вытянуты в направлении ветра, причем как повторяемость турбулентности, так и длины возмущенных участков наибольшие за подветренным краем вершины. Такая конфигурация турбулентных зон, скорее всего, обусловлена обтеканием облака ветром, о чем говорилось выше.

В 1965 г. в Оклахоме (США) было проведено пять полетов над вершинами грозовых Сb на высотах 12–13,5 км. Превышения уровня полетов над облаком колебались от нуля до 300 м. Измерения показали [160], что относительная протяженность турбулентных зон составляет 11,4% общей длины пути, который пролетел самолет над Cb (4100 км). Горизонтальные размеры турбулентных участков менялись от 1,8 до 55 км; в 33% случаев они составляли 5–9 км. Скорости вертикальных порывов достигали 6 м/с, превышая в 25% случаев 3 м/с. Характерно, что, в отличие от результатов исследований в СССР [122], эти измерения не указали на наличие связи между превышением над облаком и интенсивностью турбулентности. Не была обнаружена связь и между длиной возмущенной зоны и интенсивностью турбулентности внутри нее.

Следует, однако, учитывать, что выводы Дитца [160] базируются на сравнительно небольшом количестве эмпирических данных.

В табл. 8.16 приведены повторяемости вертикальных скоростей турбулентных порывов на расстоянии от боковых границ, не превышающем 1 км.

Таблица 8.16

*				wT	м/с.			
	<0,5	0,5-2,0	2,1-5,0	> 5,0	<0,5	0,5-2,0	2, i 5,0	> 5,0
	Ниж	сняя по	оловин	ra Cb	Bep	сняя п	оловин	ia Cb
Наветренная сто-	77	14	6	• 3	60	31	. 9	—
Подветренная сторона	88	9	3	·	53	35	10	2
Фланги	89	6	4	1	67	26	6	1

Повторяемость (%) различных значений | w_T | сбоку от Cb

Из табл. 8.16 видно, что повторяемость и интенсивность турбулентности рядом с верхней половиной Сb больше, чем рядом с нижней. Скорости турбулентных порывов на всех высотах максимальны за подветренной стороной облака.

Скорости вертикальных и горизонтальных порывов сбоку от Cb быстро уменьшаются по мере удаления от облака, и уже на расстоянии в несколько десятков (реже сотен) метров от него средние квадратические скорости σ_u , σ_v и σ_w не превышают 2–3 м/с. Судя по некоторым экспериментальным данным [216], при приближении к Cb вначале появляются заметные горизонтальные пульсации и лишь потом — вертикальные.

Глава 9

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ, ВЛИЯЮЩАЯ НА ПОЛЕТ САМОЛЕТОВ

Полет самолета в турбулентной зоне сопровождается пульсациями его скорости, угла атаки, крена и других характеристик движения. Это приводит к возникновению дополнительных знакопеременных перегрузок, проявляющихся в так называемой болтанке самолета.

При исследованиях влияния атмосферной турбулентности на летательные аппараты (самолеты, ракеты и т. д.) обычно пользуются двумя моделями последней:

а) представляют турбулентность в форме совокупности отдельных (дискретных), независимых друг от друга порывов воздуха;

б) считают турбулентность статистической совокупностью случайных порывов.

1. Методы оценки интенсивности турбулентности, влияющей на полет самолета

Как показано в главе 2, самолет реагирует не на любые турбулентные порывы, а лишь на сравнительно узкий участок спектра турбулентности. При попадании в длиннопериодические возмущения самолет приспосабливается к движениям воздуха и переносится вместе с ними вверх или вниз, не испытывая дополнительных нагрузок. С другой стороны, высокочастотные возмущения приводят к столь малым перегрузкам, что они практически не заметны. Чем больше скорость полета, тем более длиннопериодические порывы воздуха могут вызвать значительные перегрузки данного самолета. Так, например, если на движение самолета с дозвуковыми скоростями полета оказывают влияние возмущения с длиной от 10–20 м до 3–4 км (для тяжелых самолетов до 6–7 км), то на движении сверхзвуковых самолетов, летающих на высотах 20 км и выше, сказывается влияние возмущений с длиной до 15–20 км.

Из сказанного ясно, что, говоря об интенсивности турбулентности, вызывающей болтанку, следует иметь в виду не интенсивность турбулентности вообще, а интенсивность той части ее спектра, которая влияет на условия полета.

Другими словами, в данном случае мерой интенсивности турбулентности может служить интенсивность болганки самолета. Отметим, что такой подход характерен для первой из перечисленных выше моделей турбулентности.

а. Оценка интенсивности болганки. Эффективная скорость дискретного вертикального порыва. Интенсивность болганки, которая обычно определяется величиной приращений перегрузок самолета, зависит не только от величины турбулентных пульсаций компонент скорости ветра и масштабов порывов, но и от аэродинамических характеристик самолета. Это видно, например, из следующей формулы, позволяющей приблизительно оценить величину приращения перегрузки горизонтально летящего неупругого самолета при встрече с изолированным вертикальным порывом воздуха, характеризуемым эффективной скоростью w_{зф}:

$$\Delta n = n - 1 = \pm \frac{\rho v w_{3\Phi} c_y^{\alpha}}{2G/S}.$$
(9.1)

Здесь ρ – плотность воздуха; v – скорость полета; c_y^{α} – производная коэффициента подъемной силы по углу атаки α ; G – полетный вес самолета; S – несущая поверхность крыла; n – перегрузка самолета, равная отношению его подъемной силы к весу. При спокойном горизонтальном полете n = 1. О соотношениях между $w_{3\phi}$ и истинной скоростью порыва мы уже говорили в главе 2.



Рис. 9.1. Схемы дискретных порывов. а — прямоугольная, б — «единица нинус косинус». Интенсивность болтанки самолетов как по данным инструментальных измерений, так и «по физиологическому ощущению» экипажа принято оценивать по четырехбалльной шкале, приведенной в табл. 9.1.

В авиационных расчетах используются главным образом данные о величине и повторяемости эффективной скорости вертикальных порывов воздуха $w_{3\phi}$. Следует отметить, что представление о дискретности порывов воздуха, как это было видно в предыдущих главах, в общем не соответствует физической картине атмосферной турбулентности, которая, как правило, является непрерывным случайным процессом.

Величина $w_{3\phi}$ в модели дискретного порыва практически определяется компонентой скорости w, расстоянием в направлении движения самолета x, на котором скорость порыва нарастает от нуля до w_{max} , и условной формой порыва. В советских исследованиях принимается, что эффективная скорость вертикального порыва $w_{3\phi}$ нарастает по линейному закону

(рис. 9.1) на длине x = h (градиентное расстояние); в отличие от (9.1), она вычисляется по формуле

$$w_{\rm sep} = \frac{2\Delta n G/S}{k\rho_0 c_y^{\alpha} v}.$$
(9.2)

Здесь k – так называемый коэффициент демпфирования порыва, равный

$$k = 0.8 \frac{1 - e^{-\lambda}}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{c_y^{\alpha}g\rho_H h}{2}$$

Градиентное расстояние *h* нарастания порыва принимается равным 30 м.

В США, а также в ряде других зарубежных стран коэффициент демпфирования для расчетов эффективной скорости порыва, обозначаемый в этих странах через k_g , вычисляется в предположении, что скорость порыва нарастает по так называемому закону «единица минус косинус» (рис. 9.1 б) с градиентным расстоянием h = 12,5b (b – средняя геометрическая хорда крыла самолета).

Таблица 9.1

CAMORETOR TAVAL čy vi опенки Шкапа ппя

			Turner			
Мнтенсивность болтации		Л розначения	диапазон перегрузок	Характеристика поведения самолета в болтание	Рекомендации по ти тотилованию	Характеристика
OULLI AHKN	отечест- венные	ИКАО	и их приращении в долях g	CAMOJICIA B COJITATIA		комфорта пассажиров
Слабая	Q(1)	\sim	$0,8 \leqslant n \leqslant 1,2$ $\Delta n = \pm 0,2$	Отдельные легкие вэдрагивания самолета	Полет выполняется на автопилоте	При длительном действии вь вает неприятное ощущение у дельных пассажиров
Умеренная	6(2)	$\left\{ \right.$	$0.5 \le n \le 1.5$ $\Delta n = \pm 0.5$	Частые толчки, связанные с покачиванием само- леста и изменением высоты, не вызывающие за- труднений в пилотировании самолетом. Наблю- даются заметные колобания стрелок вариометра и указатыя скорости. Установившийся режим полета самолета сохраннется	Пилотирование допу- скается на автопилоте	Вызывает неприятные ощуще у значительной части пасса ров и затрудняет ходьбу в молете
Сильная	(j)	«	$\frac{0 \leqslant n \leqslant 2,0}{\Delta n = \pm 1,0}$	Режие вздрагивания и отдельные броски само- лега, сопровождающиеся большими частыми кренами и рысканьом. Изменение высоты, ча- стые и режие перегрузии затрулиятот исполь- зование автоплиога. Отмечается неустойчивая работа вариометра и указателя скорости. Уста- ноталийска режим польтих отрицательных пере- грузках опучщается невесомость, а при поло- жительных, наоборот, – сильное прижатие к	Пилотирование выпол- няется в соответствии с руковыством по летной эксплуатации в условиях болтании а ция каждого типа са- молета	Незакрепленные предметы и нают смещаться. Хождение самолету может вызывать у бы пассажиров. Необход притетивание пассажиров, нями. Тажело переносится б шинстюм пассажиров, выз лият экцпаж
Штормовая илп очень сильная	(9)9		$-0,1 < n < 2,1$ $\Delta n \ge \pm 1,1$	мусть у исключительно резкие броски самолета, сопро- воклающиеся больщими перегрузамы, сильно при- жимающими к креслу или отрывающими от него. Полет происходит с большими отклоне- ниями по высоте и куру, нарушается устано- ниями по высоте и куру, нарушается устано- и указателя скорости сильно искажаются. По- ложение самолета в пространстве определяется средним положением планки авиагоризонта. Ухудшается управляемость самолета, и непра- вильным действием планки авиагоризонта. Укудшается управляемость самолета, и непра- вильным по скоростя, опасный для прочности	Пилоткрование самоле- та выполизется в стро- гом соответствии с ру- ководством по летной эксплуатации в усло- виях болганки	Вызывает отделение от кресс зависание на ремнях, а при ложительных перегрузках – тяжное прижатие к крес. При непристепчутых рен пла непристепчути. С ные ушибы головы и тра Резкие и большие перегрузка зыватот у подавляющего б шинства пассажиров болез ные явления

Примечание. Выдерживание режимов скорости полета и контроль за показанизми приборов производится в соответствии с руководствами по летной эксплуатации для каждого типа самолета.

ļ

В этом случае коэффициент демпфирования

$$k_g = \frac{0.88\mu_g}{5.3 + \mu_g},$$
$$\mu_g = \frac{2G/S}{\rho_0 c_v^\alpha \rho_H \bar{b}}.$$

где

При сопоставлении советских и зарубежных данных об эффективных скоростях вертикальных порывов значения u_{dE} пересчитываются в значения w_{ab} по формуле

$$w_{\Im\Phi} = \frac{k_g}{k} u_{dE} \,. \tag{9.3}$$



В настоящее время накоплен значительный материал об эффективных скоростях вертикальных порывов в тропосфере, но данных для стратосферы еще

не достаточно. На рис. 9.2 приведены построенные Архангельским, Башинским и Ершовым [2] кривые интегральной повторяемости порывов со скоростью w_{эф} на 1 км пути в зависимости от высоты. Сплошные линии соответствуют обобщенным экспериментальным данным советских и зарубежных исследований, штриховые - экстраполяции. Как видим, с высотой уменьшается повторяемость больших значений w_{эф}; исключение составляют высоты 8-12 км, где имеется максимум. Это слой атмосферы, где часто наблюдается тропопауза и уровень тропосферного максимума скорости ветра.

б. Энергетический спектр атмосферной турбулентности, вызывающей болтанку самолета. Для ряда практических задач необходим учет влияния на полет не только скорости порывов, но и их частотных характеристик. В этом случае приходится прибегать к статистическому представлению турбулентности (вторая модель) 20 Н км и в качестве меры интенсивности турбулентности использовать снек-

ных порывов.

Рис. 9.2. Интегральная повторяемость w_{эф} тральную плотность турбулентв зависимости от высоты.

Заметим, что пульсационная скорость ветра является случайной функцией времени и коорлинат. Если рассматривать быстролетящий самолет в качестве индикатора турбулентности и иметь в виду, что компоненты пульсационной скорости ветра u'(x) малы по сравнению со скоростью его полета v, то можно считать, что пульсационная скорость в любой точке траектории полета самолета существенно не изменится, пока самолет пролетает окрестность точки, где велика корреляционная связь между флуктуациями скорости ветра. В этом случае поле пульсационных скоростей вектора ветра для летящего самолета можно рассматривать как стационарное однородное случайное поле. Для такого поля между горизонтальной координатой x и временем t существует однозначная связь через скорость полета самолета: x = vt. Далее можно предположить, что пульсационная скорость ветра одинакова для всех точек самолета, т. е. в пределах размеров самолета можно не учитывать зависимость флуктуаций скорости ветра от координат у и z. Это предположение, по-видимому, тем справедливей, чем меньше размер самолета. Сделанные допущения позволяют рассматривать данные о пульсациях скорости ветра, получаемых при помощи самолета, как функцию только одной переменной - координаты х или времени $t = \frac{x}{--}$

Если турбулентность атмосферы статистически однородна и изотропна, то для ее описания достаточно знать две корреляционные функции: $R_{\mu}(\Delta x)$ и $R_{w}(\Delta x); R_{u}(\Delta x)$ – корреляционная функция пульсаций продольной компоненты скорости ветра, а $R_{w}(\Delta x)$ – корреляционная функция поперечной компоненты. В аэродинамических расчетах предполагается, что

$$R_u(\Delta x) = \sigma_u^2 e^{-\frac{\Delta x}{L}}, \qquad (9.4)$$

где L- некий средний размер турбулентных возмущений, определяемый как расстояние, на котором корреляционная функция уменьшается в определенное число раз, чаще всего до величины, вдвое меньшей ее значения при $\Delta x = 0$.

Из уравнения неразрывности вытекает [60], что для трехмерного векторного поля связь между корреляционными функциями для продольной и поперечной компонент пульсации скорости ветра имеет вид

$$R_{w}(\Delta x) = R_{u}(\Delta x) + \frac{\Delta x}{2} R'_{u}(\Delta x), \qquad (9.5)$$

поэтому

$$R_{w}(\Delta x) = \sigma_{w}^{2} \left[1 - \frac{\Delta x}{L} \right] e^{-\frac{\Delta x}{L}}.$$
(9.6)

Корреляционным функциям (9.4) и (9.6) соответствуют спектральные плотности

$$S_u(\Omega) = \sigma_u^2 \frac{L}{\pi (1 + \Omega^2 L^2)}, \qquad (9.7)$$

$$S_{w}(\Omega) = \sigma_{w}^{2} \frac{L(1+3\Omega^{2}L^{2})}{\pi(1+\Omega^{2}L^{2})^{2}},$$
(9.8)

где Ω – волновое число.

Если предположить, что турбулентность изотропна, то, строго говоря, продольная корреляционная функция описывается выражением

$$R_u(\Delta x) = \sigma_u^2 \left[1 - \frac{A}{2} (\Delta x)^{2/3}\right],$$

а не выражением (9.4). Здесь $A = \frac{c \varepsilon^{2/3}}{\sigma_u^2}$, где ε – скорость диссипации турбу-

лентной энергии, а *с* — универсальная и безразмерная постоянная, имеющая порядок единицы. Однако сделанное выше предположение, что продольная корреляционная функция является экспоненциальной, с практической точки зрения довольно часто удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные корреляционные функции, полученные с самолета.

При использовании формулы (9.8) для описания энергетического спектра пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра в различного рода авиационных расчетах масштаб турбулентности L определяется как

$$L_{\mu} = \int_{0}^{\infty} R_{\mu}(\Delta x) d(\Delta x)$$
(9.9)

или с учетом (9.5)

$$L_{u} = 2 \int_{0}^{\infty} R_{w}(\Delta x) d(\Delta x) = 2L_{w}; \qquad (9.10)$$

 L_u и L_w характеризуют линейные размеры области, внутри которой существует высокая корреляция пульсаций скорости потока, и называются продольными и поперечными интегральными масштабами этой турбулентной области. Заметим, что если корреляционная функция является экспоненциальной, то интегральный масштаб турбулентности L численно равен удвоенному значению Δx , на котором корреляция уменьшается до 0,6.

Наряду с простой зависимостью вида (9.4) для практического использования данных о турбулентности атмосферы при решении некоторых авиационных задач необходимо знать функциональный вид автокорреляционных функций. Булин (см. [214]) предложил следующую функциональную форму для семейства нормированных автокорреляционных функций:

$$R_{u}(\Delta x) = \left[\left(\frac{\Delta x}{a} \right)^{n} / 2^{n-1} (n-1)! \right] K_{n}\left(\frac{\Delta x}{a} \right), \qquad (9.11)$$

где a и n – параметры, определяющие форму и масштаб; K_n – функция Бесселя мнимого аргумента второго рода; (n-1)! – гамма-функция, когда n не является целым положительным числом.

Подставив (9.11) в (9.9) и (9.5), получим выражение для интегрального масштаба турбулентности

$$L = \frac{\sqrt{\pi} \left(n - \frac{1}{2}\right)!}{(n-1)!} a$$
(9.12)
212

и выражение для поперечной автокорреляционной функции

$$R_{w}(\Delta x) = \frac{\left(\frac{\Delta x}{a}\right)^{n}}{2^{n}(n-1)!} \left[2K_{n}\left(\frac{\Delta x}{a}\right) - \frac{\Delta x}{a}K_{n-1}\left(\frac{\Delta x}{a}\right)\right].$$
 (9.13)

Зная $R_u(\Delta x)$ и $R_w(\Delta x)$, можно с помощью преобразования Фурье найти выражения для функций слектральной плотности:

$$S_u(\Omega) = \frac{4\sigma_u^2 L}{(1 + 4\pi a^2 \Omega^2)^{n+1/2}},$$
(9.14)

$$S_{w}(\Omega) = \frac{2\sigma_{w}^{2}L[1 + 8\pi^{2}a^{2}\Omega^{2}(n+1)]}{(1 + 4\pi^{2}a^{2}\Omega^{2})^{n+3/2}},$$
(9.15)

где і

$$a = \frac{L(n+1)!}{\sqrt{\pi} (n-1/2)!}.$$
(9.16)

Таким образом, спектр турбулентности определяется только двумя величинами – масштабом L и параметром a. В аэродинамике рассматриваются две модели семейств автокорреляционных функций и функций спектральной плотности: модель Драйдена, для которой n = 1/2, и модель Кармана, для которой n = 1/3.

Для первой модели

$$L=a, (9.17)$$

$$S_u(\Omega) = \frac{4\sigma_u^2 L}{1 + (2\pi\Omega L)^2},\tag{9.18}$$

$$S_{w}(\Omega) = \frac{2\sigma_{w}^{2}L[1+3(2\pi\Omega L)^{2}]}{[1+(2\pi\Omega L)^{2}]^{2}}.$$
(9.19)

Для второй модели, для которой

$$a = L \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)!}{\sqrt{\pi} \left(-\frac{1}{6}\right)!} = 1,339L,$$

$$L = 0,747a,$$

$$= 0,747a$$
, (9.20)

$$S_{u}(\Omega) = \frac{4\sigma_{u}^{2}L}{\left[1 + \left\{2\pi \left(1,339L\right)\Omega\right\}^{2}\right]^{5/6}},$$
(9.21)

$$S_{w}(\Omega) = \frac{2\sigma_{w}^{2}L\left[1 + \frac{3}{8}\left\{2\pi\left(1,339L\right)\Omega\right\}^{2}\right]}{\left[1 + \left\{2\pi\left(1,339L\right)\Omega\right\}^{2}\right]^{11/6}}.$$
(9.22)

Следует отметить, что модели Драйдена соответствуют автокорреляционные функции, описываемые формулами (9.4) и (9.6). Модель Кармана, для которой $n = 1/_3$, совпадает с моделью, для которой справедлив закон «минус пять третей». Поэтому формулы (9.21) и (9.22) удовлетворительно описывают турбулентные движения для условий безразличной термической стратификации атмосферы.

Формулы (9.17)-(9.22) широко используются в аэродинамических расчетах и рекомендуются для стандартной модели турбулентной атмосферы [1]. Следует, однако, подчеркнуть, что они, конечно, являются приближенными и не могут полностью заменить фактические спектры атмосферной турбулентности.

Для использования в различных прикладных задачах выражения (9.22), описывающего спектральную плотность пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра, нужно знать характерную величину масштаба турбулентности L. Эта величина определялась многими исследователями путем аппроксимации эмпирических функций спектральной плотности выражением (9.22) и подбора для каждой кривой $S_w(\Omega)$ соответствующего значения L.

Как показали исследования, масштаб L для пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра в слое атмосферы до высоты 300—500 м в общем возрастает с высотой. Над гладкой поверхностью и в условиях безразличной или неустойчивой термической стратификации масштаб L приблизительно равен высоте над поверхностью, а над всхолмленной поверхностью — примерно удвоенной высоте; в обоих случаях среднее квадратическое отклонение составляет около 25—30% средней величины L. Эту зависимость L от высоты над поверхностью Земли нельзя экстранолировать, как показывают экспериментальные данные, на высо́ты, превышающие 300—500 м. На бо́лыших высотах масштаб Lизменяется в широких пределах и уже сложным образом зависит от термической и ветровой стратификации атмосферы.

В табл. 9.2 приведены экспериментальные данные о продольном интегральном масштабе турбулентности L_u, определенном как интеграл от нормированной корреляционной функции для пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра.

Таблица 9.2

Распределение по высотам интегрального масштаба турбулентности L_и для пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра

<i>Н</i> км							. 1-3	3-7	7-10	10 - 12	12 - 15	15-18
\overline{L}_u KM						•	. 0,464	0,40	0,54	0,63	1,21	0,992
$L_{u\max}$ км	•	•	·	•	٠	•	. 0,9	0,6	1,5	1,9	2,7	2,6
$L_{u\min}$ км		•	•	•	•	•	. 0,1	0,1	0,2	0,1	0,3	0,3
Число случаев	•		•	•	•	•	. 11	8	34	23	26	25

Величина L_u растет от 0,40 км в слое 3–7 км до 1,0–1,2 км в слое 12–18 км, а $L_{u \max}$ – от 0,6 до 2,6–2,7 км. Из таблицы видно, что $L_{u \max} \approx 3 \bar{L}_u$. В первом приближении согласно (9.10) можно пользоваться соотношением

 $L_w = \frac{1}{2}L_u.$

Заметим, что, по данным американских исследователей [157], в нижней стратосфере (13,5-21,0 км) над США масштаб турбулентности для пульсаций

вертикальной компоненты скорости ветра, вычисленный по спектральной плотности с использованием выражения Кармана, составляет примерно 600 м.

В главе 5 уже приводились некоторые эмпирические данные о величине пульсаций скорости ветра, полученных с помощью привязных аэростатов и радиолокационных наблюдений. В табл. 9.3 приведены характеристики пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в тропосфере и стратосфере для пространственных масштабов от нескольких десятков метров до 1–2 км.

Таблица 9.3

Зависимость средних квадратических скоростей горизонтальных пульсаций ветра о_и от высоты

Нкм б. м/с	<1 1.33	1-3 0.89	3-7 0.46	7-10 0.51	10-12 0.59	$12 - 15 \\ 0.76$	15-18 0.86
σ _{и max} м/с	2,20	2,7	2,0	1,24	1,00	1,40	1,69
Число случаев	13	20	38	54	27	28	_26

Данные табл. 9.3 показывают, что, как и следовало ожидать, в нижней половине тропосферы $\bar{\sigma}_u$ с высотой уменьшается, а на больших высотах возрастает. Средняя квадратическая скорость увеличивается от 0,46 м/с в слое 3–7 км до 0,59 м/с в слое 10–12 км и до 0,76–0,86 м/с в слое 12–18 км в основном над горами. Максимальные значения σ_u достигали 1–2 м/с и более.

Анализ экспериментальных материалов показал, что распределение пульсаций скорости ветра можно вполне удовлетворительно описать нормальным законом распределения. Это подтверждается и в работе [40]. Можно поэтому предположить, что максимальная скорость пульсаций (порывов) может достигать величины $3\sigma_{u\,max}$.

Заметим, что возрастание $\bar{\sigma}_u$ с высотой в нижней стратосфере связано с тем, что бо́лышая часть материалов, использованных нами для расчетов, относится к полетам над горами. Забегая вперед, укажем, что зависимость дисперсии пульсаций компонент скорости ветра от характера подстилающей поверхности и орографии подтверждается результатами летных исследований турбулентности, выполненных американскими учеными по программе HICAT¹ [186а]. Полеты проводились при ясном небе на высотах 14–21 км. Данные о средних квадратических величинах пульсаций продольной (σ_u), поперечной (σ_v) и вертикальной (σ_w) компонент скорости ветра, полученные ими при полетах над различной подстилающей поверхностью и различной орографией, приведены в табл. 9.4а.

Таблица 9.4а

Средние квадратические величины пульсаций компонент скорости ветра (м/с) на высотах 14-21 км

Характер поверхности.		σ"	σ,	• 0 _w
Водная поверхность	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	0,354 0,348 0,396 0,442	0,381 0,375 0,424 0,469	0,274 0,268 0,317 0,363

¹ HICAT – *High altitude clear air turbulence* (Турбулентность при ясном небс на больших высотах).

Дисперсии пульсации вычислены для возмущений с пространственными масштабами $\lambda \leq 610$ м. Величина h в таблице означает превышение над уровнем моря.

Данные табл. 9.4а показывают, что над высокими горами средние квадратические величины пульсаций компонент скорости ветра на 25-30% больше средних квадратических значений пульсаций этих же компонент над равнинной местностью.

Особый интерес для авиации представляют данные для малых высот. Экспериментальные исследования, выполненные американскими учеными по программе LO-LOCAT в нижнем 300-метровом слое атмосферы над пустыней, равнинной местностью, с подветренной стороны низких и высоких гор, показали, что величина *u'*, *v'* и *w'* при ясном небе зависит от характера подстилающей поверхности и термической стратификации атмосферы. Экстремальные значения *u'*, *v'* и *w'* хорошо описываются логарифмически-нормальным законом распределения. В табл. 9.4 приведены медианы экстремальных пульсаций всех трех компонент

Таблица 9.4

Статистические	xapa	ктеристики	экстремал	пьных	значений
пульса	аций	компонент	скорости	ветра	

Подстилающая	<i>u</i> ′ м/с			·	v′м/с	÷.,	w′ м/с		
поверхность	медиана	99,0%	99,9%	медиана	99,0%	99,9%	медиана	99,0%	99,9%
Пустыня	1,5	5,9	9,2	1,8	4,8	6,7	1,7	4,8	6,7
Равнина	1,8	6,4	9,8	2,1	6,2	8,9	2,1	5,7	7,9
Низкие горы	2,6	7,9	11,4	2,9	8,6	12,2	2,6	7,1	9,7
Высокие горы	3,0	8,7	12,4	3,3	9,7	13,9	3,2	8,8	12,3
Пустыня	2,5	7,3	10,3	2,9	7,9	10,4	3,0	7,5	10,1
Равнина	2,9	7,6	10,4	3,5	8,0	10,4	3,3	7,6	10,0
Низкие горы	3,8	9,1	13,0	4,3	10,1	13,4	4,1	9,3	12,4
Высокие горы	4,1	11,4	16,0	4,6	11,4	15,3	4,4	10,6	14,1
Пустыня	3,0	6,7	8,6	3,7	7,6	9,6	3,4	6,9	8,7
Равнина	3,6	7,7	9,8	4,1	9,1	11,7	3,7	7,3	9,1
Низкие горы	4,4	9,9	12,9	5,2	11,9	15,7	4,7	10,1	13,0
Высокие горы	4,3	10,6	14,3	5,2	11,3	14,5	5,1	12,6	16,9
Пустыня	4,2	7,7	9,4	4,6	9,3	11,7	4,6	7,5	8,8
Равнина	3,5	7,5	9,6	3,8	8,4	10,9	3,6	8,3	10,7
Низкие горы	4,9	9,2	11,3	5,5	9,8	11,9	5,2	11,2	14,3
Высокие горы	4,9	10,9	14,2	5,7	12,2	15,7	5,5	10,0	12,1
	Подстилающая поверхность Пустыня Равнина Низкие горы Высокие горы Пустыня Равнина Низкие горы Пустыня Равнина Низкие горы Высокие горы Пустыня Равнина Низкие горы Высокие горы	Полстананощая поверхность медиана Пустыня Равнина 1,5 Низкие горы 2,6 Высокие горы 3,0 Пустыня Равнина 2,5 Равнина 2,9 Низкие горы 3,8 Высокие горы 3,8 Пустыня Равнина 2,5 Равнина 2,9 Низкие горы 3,8 Пустыня Равнина 3,0 Равнина 3,6 Низкие горы 4,4 Высокие горы 4,4 Высокие горы 4,4 Высокие горы 4,9 Высокие горы 4,9	Иодстилающая поверхность. и' м/с Меднана 99,0% Пустыня Низкие горы 1,5 5,9 Равнина 1,8 6,4 Низкие горы 2,6 7,9 Высокие горы 3,0 8,7 Пустыня Равнина 2,5 7,3 Равнина 2,9 7,6 Низкие горы 3,8 9,1 Высокие горы 4,1 11,4 Пустыня Высокие горы 3,0 6,7 Равнина 3,6 7,7 Низкие горы 4,1 11,4 Пустыня Высокие горы 4,4 9,9 Высокие горы 4,3 10,6 Пустыня Высокие горы 3,5 7,5 Низкие горы Высокие горы 4,9 9,2 Высокие горы Высокие горы 4,9 10,9	Иолегилающая поверхность и' м/с Пустыня Равнина 1,5 5,9 9,9,% Пустыня Равнина 1,8 6,4 9,8 Низкие горы 2,6 7,9 11,4 Высокие горы 3,0 8,7 12,4 Пустыня Высокие горы 2,5 7,3 10,3 Равнина 2,9 7,6 10,4 Низкие горы 3,8 9,1 13,0 Высокие горы 4,1 11,4 16,0 Пустыня 3,0 6,7 8,6 Равнина 3,6 7,7 9,8 Низкие горы 4,4 9,9 12,9 Высокие горы 4,3 10,6 14,3 Пустыня 3,5 7,5 9,6 Низкие горы 4,9 9,2 11,3 Высокие горы <	и' м/с и' м/с поверхность. медиана 99,0% 99,9% медиана Пустыня 1,5 5,9 9,2 1,8 Равнина 1,8 6,4 9,8 2,1 Низкие горы 2,6 7,9 11,4 2,9 Высокие горы 3,0 8,7 12,4 3,3 Пустыня 2,5 7,3 10,3 2,9 Равнина 2,9 7,6 10,4 3,5 Низкие горы 3,8 9,1 13,0 4,3 Высокие горы 3,6 7,7 9,8 4,1 Низкие горы 3,6 7,7 9,8 4,1 Низкие горы 4,3 10,6 14,3 5,2 Высокие горы 4,4 9,9 12,9 5,2 Высокие горы 4,3 10,6 14,3 5,2 Высокие горы 4,4 9,9 12,9 5,2 Высокие горы 4,4 9,9 12,9	Иолегилающая поверхность и' м/с v' м/с Подерхность медиана 99,0% 99,9% медиана 99,0% Пустыня Равнина 1,5 5,9 9,2 1,8 4,8 Низкие горы 2,6 7,9 11,4 2,9 8,6 Высокие горы 3,0 8,7 12,4 3,3 9,7 Пустыня 2,5 7,3 10,3 2,9 7,9 Равнина 2,9 7,6 10,4 3,5 8,0 Низкие горы 3,8 9,1 13,0 4,3 10,1 Высокие горы 4,1 11,4 16,0 4,6 11,4 Пустыня 3,0 6,7 8,6 3,7 7,6 Равнина 3,6 7,7 9,8 4,1 9,1 Низкие горы 4,4 9,9 12,9 5,2 11,9 Высокие горы 4,3 10,6 14,3 5,2 11,3 Пустыня 3,5 7,5	Полстанающая поверхностьи' м/сv' м/смедиана99,0%99,9%медиана99,0%99,9%Пустыня Равнина1,55,99,21,84,86,7Равнина Высокие горы2,67,911,42,98,612,2Высокие горы3,08,712,43,39,713,9Пустыня Равнина2,57,310,32,97,910,4Низкие горы3,89,113,04,310,113,4Высокие горы4,111,416,04,611,415,3Пустыня Равнина3,06,78,63,77,69,6Равнина Высокие горы4,111,416,04,611,415,3Пустыня Равнина 3,57,79,84,19,111,7Низкие горы Высокие горы4,27,79,44,69,311,7Равнина Высокие горы4,99,211,35,59,811,9Высокие горы4,99,211,35,59,811,9Высокие горы4,99,211,35,59,811,9Высокие горы4,99,211,35,59,811,9Высокие горы4,99,211,35,59,811,9Высокие горы4,99,211,35,59,811,9Высокие горы4,910,914,25,712,215,7	Полстилающая поверхностьи' м/сv' м/смедиана99,0%99,9%медиана99,0%99,9%Медиана1,55,99,21,84,86,71,7Равнина1,86,49,82,16,28,92,1Низкие горы2,67,911,42,98,612,22,6Высокие горы3,08,712,43,39,713,93,2Пустыня2,57,310,32,97,910,43,0Равнина2,97,610,43,58,010,43,3Низкие горы3,89,113,04,310,113,44,1Высокие горы4,111,416,04,611,415,34,4Пустыня3,06,78,63,77,69,63,4Равнина3,67,79,84,19,111,73,7Низкие горы4,310,614,35,211,314,55,1Пустыня3,57,59,63,88,410,93,6Низкие горы4,99,211,35,59,811,95,2Высокие горы4,99,211,35,59,811,95,2Высокие горы4,99,211,35,59,811,95,2Высокие горы4,99,211,35,59,811,95,2Высокие горы4,99,2<	Иодствивающая поверхность.и' м/су' м/су' м/сПодствивающая поверхность.99,0%99,9%медиана99,0%99,0%99,9%медиана99,0%99,9%медиана99,0%99,9%медиана99,0%99,0%99,9%медиана99,0%99,0%99,9%медиана99,0%99,0%17,74,84,86,71,74,81,11,42,98,810,113,44,19,39,31,41,410,61,41,5,34,410,61,41,5,34,410,61,41,5,34,410,61,11,41,5,43,07,51,2,61,1,1,73,77,31,3,61,4,41,31,2,61,41,5,55,112,61

скорости ветра и их значения для накопленной вероятности 99,0 и 99,9%. Из таблицы видно, что в общем медианы экстремальных пульсаций поперечной компоненты несколько больше медианы экстремальных пульсаций двух других компонент. Однако различия в кривых распределения экстремальных значений пульсаций всех трех компонент скорости ветра существенно меныше различий, обусловленных термической стратификацией атмосферы и характером подстилающей поверхности. Из метеорологических условий именно термическая стратификация является наиболее существенным фактором, определяющим интенсивность турбулентности в ясном небе на малых высотах. Экспериментальные исследования турбулентности на самолетах ТУ-104 и ИЛ-18 позволили установить ориентировочные интервалы спектральной плотности, соответствующие болтанке самолетов различной интенсивности в градациях, указанных в табл. 9.1. Эти интервалы $S(\omega)$ установлены для той высокочастотной части спектра, в которой,

по-видимому, всегда осуществляется закон «минус пять третей», т. е. для

области волновых чисел $\omega \ge 2 \times 10^{-3}$ м⁻¹. В этом случае для оценки болтанки самолетов достаточно указать интервалы значений спектральной плотности для какогонибудь одного волнового числа, в частности для $\omega = 2 \cdot 10^{-3}$ м⁻¹

(табл. 9.5).

Таблица 9.5

Зависимость интенсивности болтанки самолета от $S(\omega)$ для $\omega = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

Интенсивность болтанки самолета	<i>S</i> (ω) m ³ /c ²
Слабая, $\delta^{(1)}$ Умеренная, $\delta^{(2)}$ Сильная, $\delta^{(3)}$ Очень сильная, $\delta^{(4)}$	$\begin{array}{ c c c c c } &\sim 10^2 - 5 \cdot 10^2 \\ & 5 \cdot 10^2 - 10^3 \\ & 10^3 - 3 \cdot 10^3 \\ & \geqslant 3 \cdot 10^3 \end{array}$

2. Характеристики турбулентности в тропосфере и нижней стратосфере

В последние годы в СССР, США, Великобритании, Канаде и других странах уделяется большое внимание изучению турбулентности, влияющей на полет самолетов. В свою очередь с помощью самолетов как индикаторов турбулентности удается наиболее подробно исследовать неупорядоченные движения воздуха в атмосфере.

Наибольшую ценность имеют, конечно, инструментальные наблюдения, особенно при непрерывной регистрации результатов измерений. Главным недостатком визуальных наблюдений является субъективность в оценке интенсивности турбулентности, зависящая от физиологических особенностей и летного опыта. экипажа самолета. Это видно из табл. 9.6, в которой приведены приращения

Таблица 9.6

Связь между читенсивностью турбулентности по оценке пилотов и перегрузками самолета

Приращения перегрузок в долях g	Интенсивность турбулентности по оценке пилотов		
	слабая, б ⁽¹⁾	умеренная, б ⁽²⁾	сильная, б ⁽³⁾
<0,2 0,2 0,2-0,5	71 53 -	24 40 78	5 7 22
≥0,5	-	-	100

перегрузок, зарегистрированные акселерографами, и повторяемость (в процентах) визуальных оценок экипажем интенсивности болтанки.

При приращениях перегрузок самолетов, не превышающих 0,2g, т. е. при слабой болтанке (см. табл. 9.1), пилоты часто оценивают турбулентность как умеренную (24% случаев) или даже как сильную. Турбулентность атмосферы при приращениях перегрузок 0,2-0,5g, т. е. умеренную, пилоты в 22% случаев оценивают как сильную. Визуальные наблюдения, как правило, приводят к завышению повторяемости умеренной и сильной турбулептности. Аналогичные результаты получены в работе [163] на основе сравнения визуальных (субъективных) и инструментальных данных о турбулентности в сгратосфере при полетах на сверхзвуковом самолете XB-70: пилоты сообщали о более интенсивной турбулентности, чем показывал прибор, установленный на самолете.

Рассмотрим теперь особенности вертикального распределения турбулентности и некоторые нараметры турбулентных зон.

а. Повторяемость турбулентности на высотах. По характеру турбулентности, ее повторяемости и т. д. тропосферу можно разделить на три слоя: нижний (0-2 км), средний (2-6 км) и верхний (6-10 км). Можно также по





1 — СССР, южные широты; 2 — СССР, унеренные широты; 3 — Европейская территория СССР и Западная Сибирь; 4 — США (данные У=2); 5 — США; 6 — трассы Лондон — Дальний Восток, Лондон — Северная Африка; 7 — Северная Атлантика.

ческая устойчивость самолета несколько меньше, чем при горизонтальных полетах. Так, по данным Барахтина [4], повторяемость болганки рейсовых самолетов ТУ-104 оказалась в 2–3 раза больше при наборе высоты и особенно при снижении, чем на участках горизонтального полета.

отдельности рассматривать тропосферу и стратосферу.

Из рис. 9.3, построенного по данным самолетных измерений, видно, что повторяемость турбулентности максимальна в нижнем слое тропосферы и минимальна в средней тропосфере. Далее она возрастает по мере приближения к тропопаузе или к уровню с максимальной скоростью ветра. Максимальная повторяемость болтанки приходится на высоты 8–12 км, где она достигает 5–20%.

Следует отметить, что результаты определения повторяемости болтанки самолетов зависят от характера полетов. Так, например, самолеты, используемые на коротких трассах и летающие на сравнительно малых высотах, чаще попадают в условия болтанки, чем самолеты, летающие на дальних авиалиниях и больших высотах.

Транспортные самолеты на высоте 5 км испытывают приращения перегрузок, превышающие 0,5g, примерно в 10 раз реже, чем самолеты, летающие на высотах 1-2 км.

Горизонтальная протяженность турбулентных зон во много раз болыпе их толщины. Поэтому попадание самолета в турбулентную зону при горизонтальном полете менее вероятно, чем при вертикальном зондировании атмосферы (в том числе при наборе высоты рейсовым самолетом или при спуске для приземления). Кроме того, следует учитывать, что при наборе высоты и снижении динами-
Возвратимся к рассмотрению рис. 9.3. Кривая 1, построенная по данным вертикального зондирования атмосферы, характеризует повторяемость турбулентности в южных широтах СССР. В умеренных широтах СССР повторяемость турбулентности на высотах 8–12 км составила в среднем 11,7% [94]. Она меньше повторяемости турбулентности на тех же высотах в южных районах СССР, которая в среднем равна 16–18%. Такая оценка близка к данным Хайда для трасс Лондон—Северная Африка, Лондон—Дальний Восток, проходящих через Рим, Каир, Карачи и Дели. Обращает на себя внимание малая повторяемость болтанки самолетов на высотах 2–8 км над Северной Атлантикой, полученная Кроссли по данным свыше 15000 донесений экипажей транспортных самолетов: на высотах 3–4 км в январе она в среднем равна 4,7%, в июле 2,1%, а на высотах 7–8 км соответственно 3,1 и 1,0%.

Следует заметить, что кривая 1 на. рис. 9.3 построена в основном по летным наблюдениям. Распределение по высоте повторяемости турбулентности для зимы может отличаться от этой кривой вследствие сезонных различий профилей температуры и ветра. В связи с этим большой интерес представляют данные Барахтина [4] о сезонном ходе повторяемости болтанки на трассе Москва—Хабаровск, полученные по акселерограммам более 10 000 полетов самолетов ТУ-104 (табл. 9.7). В расчеты вошли только измерения на горизонтальных участках полетов.

Таблица 9.7

Повторяемость (%) турбулентности в зависимости от времени года на трассе Москва – Хабаровск

Участок трассы	Зима	Весна	Лето	Осень	В среднем
Москва – Омск	3,2	2,1	7,6	4,1	4,2
Омск – Иркутск	2,4	3,8	8,5	4,0	4,7
Иркутск – Хабаровск	5,2	3,1	12,4	7,6	3,3

Из табл. 9.7 видно, что на всей трассе максимум повторяемости приходится на лето, минимум — на зиму, за исключением участка Москва—Омск, на котором минимум приходится на весну. В верхней тропосфере, где главным образом проходили полеты, повторяемость болтанки самолетов летом в 2,4–3,6 раза больше, чем зимой.

Важное значение для полетов сверхзвуковых пассажирских самолетов имеют сведения о турбулентности в стратосфере. Пока такие данные немногочисленны и весьма противоречивы. Это видно из табл. 9.8, в которой приведена повторяемость болтанки самолетов над территорией СССР (ЕТС и Западной Сибирью, Главным Кавказским хребтом) и США. В среднем в слое 11–20 км повторяемость составляет около 1%. Однако в некоторых экспериментах, особенно над горами, встречаемость турбулентности была в несколько раз больше.

Большое различие в повторяемости турбулентности над США, особенно по данным [211] и [184], связано не только с условиями погоды, но еще и с тем, что результаты, приведенные в [211], получены по материалам полетов дозвукового самолета У-2 с приборами, имеющими начальную (пороговую) чувствительность 0,1*g*, тогда как результаты, приведенные в [184], получены по

Таблица 9.8

Высота полета	Высота Общий полета налет (км) (тыс. км)	Полет в т ных з	урбулент- онах	Источ-	Высота полета	Общий налет	Полет в т ных з	урбулент- онах	Источ-
(км)		тыс. км	%	ник	(км)	(тыс. км)	тыс. км	%	ник
		CCCP	· ·				США		
11-20 11-20 9-18	3,128 3,768 26	24,97 20,76 1,84	0,8 0,6 7,0	[103] [104] [90]	$12 - 23 \\ 13 - 21 \\ 12 - 23 \\ 13 - 20$	1,248 664 192 198	11,83 30,00 7,78 0,79	0,95 4,51 6,4 0,4	[211] [157] [184] [192]

Повторяемость турбулентности в нижней стратосфере

материалам полетов сверхзвукового самолета XB-70 с приборами, имеющими начальную чувствительность 0,06*g*. Кроме того, самолет XB-70 чувствителен к возмущениям бо́льших масштабов, чем самолет У-2.

Кривые 1, 3, 4, 5 на рис. 9.3 дают представление о повторяемости турбулентности на различных высотах в нижней стратосфере. Как видим, повторяемость турбулентности в нижней стратосфере с высотой довольно быстро убывает: на высотах 14–15 км над югом СССР она не превышает 3-4%, а по данным полетов самолетов V-2 над США она составляет около 2,5%, убывая затем до 0,5–0,1% на высотах 18–23 км [211]. По данным полетов сверх-звукового самолета XB-70 повторяемость турбулентности на высотах 14–20 км составила 7,1–7,4% и только на больших высотах убывала с высотой. Над ЕТС и Западной Сибирью [104] повторяемость турбулентности в общем убывает с высотой – от 8,9% на высоте 10 км до 0,6% на высоте 20 км; небольшой максимум повторяемости наблюдается на высотах 16–18 км. Такой же максимум отмечается примерно на этих же высотах над США [157].

Измерения, проведенные в СССР и США, показали, что в стратосфере турбулентность наиболее вероятна зимой.

6. Интенсивность турбулентности. Интенсивность турбулентности приближенно оценивается по величине испытываемых самолстом приращений перегрузок (т. е. по величине эффективной скорости вертикальных порывов). Вне грозовых облаков приращения перегрузок редко превышают 0,9*g*. Однако Хислоп в одном из полетов на самолете «Комета» в безоблачной турбулентной зоне наблюдал приращения перегрузок, достигавшие $\pm 1,5g$. Биндон описал случай экспериментального полета в безоблачной турбулентной зоне над Канадой на высоте 7,3 км, когда $\Delta n \approx 3g$. В этом полете были выведены из строя многие измерительные приборы. В США зарегистрирован случай, когда у самолета «Боинг-В-52», попавшего в турбулентную зону в безоблачном небе над горным районом, были повреждены киль и руль высоты.

Встреча самолетов с интенсивной турбулентностью в ясном небе сопровождается обычно очень быстрой потерей высоты полета. Анализ таких случаев показал, что летчики не всегда могут перевести штурвал на себя и вывести самолет из пикирования. На рис. 9.4 приведена для примера осциллограмма полета самолета «Боинг-720В» в турбулентной зоне в ясном небе над Западом США [146]. Самолет находился в турбулентной зоне около 4 мин, в том числе примерно 30 с в условиях очень сильной турбулентности, когда приращения перегрузок достигали +2,0, -2,8g, воздушная скорость изменялась в пределах 505-575 км/ч. При этом самолет потерял в высоте около 2 км. На высотах 8-12 км в умеренных широтах СССР не было отмечено случаев, когда величина Δn при полетах самолета ТУ-104 в безоблачной атмосфере была бы больше $\pm 1g$ [94]. Даже приращения перегрузок, достигавшие $\pm 1g$, наблюдались только в единичных случаях.



Рис. 9.4. Осциллограмма полета самолета «Боинг-720В» в турбулентной зоне при ясном небе.

По рекомендации Международной организации гражданской авиации (МОГА) и Всемирной Метеорологической Организации (ВМО) в 1964—1965 гг. во многих странах произведен сбор информации от летного состава рейсовых самолетов о турбулентности на высотах от 6-7 до 10-12 км. Сбор сведений осуществлен в течение следующих периодов: 9–13 декабря 1964 г., 10–14 марта, 9–13 июня, 8–12 сентября 1965 г. Собранная информация об условиях полетов самолетов обрабатывалась по единой методике, что позволяет сравнивать результаты исследований, выполненных в разных странах.

В табл. 9.9 приведены данные о повторяемости турбулентности различной интенсивности в верхней тропосфере над различными географическими районами

Таблица 9.9

Повторяемость (%) турбулентности различной интенсивности в разных географических районах

60	Гренландия, США		Атла	нтика	Западная	СССР, уме-	Ground	
	Канада		25—45° с. ш.	45—70° с. ш.	Европа	· роты		
6 ⁽⁰⁾	84,0	69,0	81,0	88,0	92,0	88,3	53,0	
$\delta^{(1)}$	10,4	21,3	12,0	7,5	5,0	5,7	34,5	
6 ⁽²⁾	, 5,2 04	9,3 0,4	0.0	4,3	0.3	5,6	11,8	
б ⁽⁴⁾	-		-			-	0,1	

[94, 144, 152, 167]. Из таблицы видно, что наибольшая повторяемость турбулентности, в том числе умеренной, сильной, даже очень сильной, наблюдается над Японией и прилегающими морями. При этом максимальная вероятность турбулентности приходится на верхнюю тропосферу в зоне 15–45° с. ш. Это связано с тем, что именно здесь наиболее часто наблюдаются интенсивные струйные течения. Умеренная и сильная турбулентность чаще всего регистрируется на высотах 9–13 км в еще более узкой полосе: 15–30° с. ш.

Анализ данных, собранных в Европе и Америке, показал, что повторяемость турбулентности над континентами сильно зависит от характера и высоты рельефа: над горными районами повторяемость турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, существенно болыпе, чем над равнинными районами (табл. 9.10). Особенно велики различия в повторяемости умеренной и сильной болтанки самолетов.

Таблица 9.10

Высота полета (км)	һм								
	<1000		_: ≥1	000	≥2000				
	$\sum_{1}^{3} \delta^{(i)}$	$\sum_{2}^{3} \delta^{(i)}$	$\sum_{1}^{3} 6^{(0)}$	$\sum_{2}^{3} \delta^{(i)}$	$\sum_{1}^{3} 6^{(0)}$	$\sum_{2}^{3} \delta^{(i)}$			
6-9 9-11	9,2 7,8	3,2 2,5	9,4 6,8	3,9 2,7	10,5 9,1	4,9 3,5			

Зависимость повторяемости (%) турбулентности от высоты рельефа *h* на юге Европы [144]

Материалы полетов самолета У-2, проведенных в США по программе исследований турбулентности в ясном небе на больших высотах [157], показали, что и в стратосфере повторяемость и интенсивность турбулентности макси-

Таблица 9.11

Повторяемость (%) турбулентности различной интенсивности

<i>ح</i> (i)	Над водной	Над континентом			
	ностью	h<750 м	һ>750 м		
б ⁽¹⁾	80,0	67,0	49,0		
б ⁽²⁾	20,0	31,0	38,0		
$\delta^{(3)}$	0,0	2,0	19,0		
	•		` •		

мальны над горными районами. Результаты этих исследований приведены в табл. 9.11.

Данные табл. 9.11 получены по 50 полетам самолета У-2 в турбулентных зонах над водной поверхностью, по 176 полетам над равнинной местностью и по 207 полетам в турбулентных зонах над горными районами. Как видим, наиболее спокойными были полеты над водными пространствами, где ни разу не наблюдалась сильная болтанка. При полетах над равнинной местностью в трети случаев болтанка была умеренной и иногда сильной, а при полетах

над горными районами болтанка самолета часто была не только умеренной, но и сильной.

Эти результаты подтверждаются данными исследований на высотном самолете-зондировщике, проведенных над равниной и отрогами Главного Кавказского хребта [23]. В табл. 9.12 приведены средние максимальные положительные (в числителе) и отрицательные (в знаменателе) приращения перегрузок и абсолютные максимальные приращения, полученные летом и осенью над горными (1966 г.) и равнинными (1967 г.) районами. Интенсивность турбулентности зависит не только от высоты, характера подстилающей поверхности и рельефа, но и, конечно, от условий погоды.

Таблица 9.12

Высота	Над равниной		Над горами		Высота	Над равниной		Над горами	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\Delta n_{\rm mas}$	(км)	$\overline{\Delta n}$	Δn_{mas}	$\overline{\Delta n}$	Δn _{max}			
912	0,09 0,25	0,10 0,29	0,36 0,43	<u>1,25</u> 1,14	1416	0,09 0,16	0,18 0,38	0,24 0,36	0,81 1,08
1214	0,07 0,09	<u>0,16</u> 0,14	0,33 0,44	0,54 0,85	16-18	0,03 0,09	0,07 0,14	0,31 0,48	0,97 1,23

Интенсивность (в долях *g*) турбулентности в нижней стратосфере

в. Пространственные размеры турбулентных зон. Турбулентные слои атмосферы, в которых отмечается болтанка самолета, имеют сравнительно резкие границы. Это можно объяснить, по-видимому, тем, что на границах возмущенных слоев мала турбулентная проводимость [30], что характерно для невозмущенных или почти не возмущенных областей, окружающих турбулентную зону с болтанкой самолетов. Наличие резких границ позволяет с достаточной точностью определять на акселерограммах вертикальную и горизонтальную протяженность турбулентных зон в атмосфере. Наиболышее количество данных о пространственных размерах турбулентных зон относится к средней и верхней тропосфере.





1 -- южные широты, 2, 4 -- умеренные широты, 3 -- северные широты.

На рис. 9.5 приведены кривые интегральной повторяемости толщины турбулентных зон для различных широт территории Советского Союза. Видно, что с уменьшением широты возрастает повторяемость относительно больших толщин турбулентных слоев. Если в южных районах СССР толщина меньше 1000 м наблюдалась примерно в 70% случаев, то в средних и высоких широтах – в 85–90% случаев. Кривая 4 на рис. 9.5 характеризует интегральную повторяемость толщины турбулентных слоев, наблюдавшихся на высотах 11–20 км над Европейской территорией Советского Союза и Западной Сибирью [103]. Она получена по результатам определения 429 зон с болтанкой высотных самолетов.

Как видим, в 80% случаев толщина турбулентных слоев была здесь меньше 300-350 м.

Заметим, что по американским данным толщина турбулентных слоев в ясном небе на высотах 3–15 км, как правило, меныше 300 м. Более поздние исследования, проведенные на самолете У-2, установили, что в стратосфере над США



Рис. 9.6. Интегральная повторяемость горизонтальных размеров ∆L турбулентных зон. 1—США (верхняя тропосфера), 2—США (стратосфера), 3—СССР (верхняя тропосфера, умеренные широты), 4— СССР (верхняя тропосфера, умеренные широты), 5—СССР (стратосфера, умеренные широты) толщина турбулентных слоев в среднем составляет 500— 1000 м. Сравнение кривых на рис. 9.5 показывает, что в среднем толщина турбулентных зон в нижней стратосфере меньше, чем в верхней тропосфере.

Определение горизонтальной протяженности турбулентных зон в ясном небе связано с известными трудностями, так как самолет может пересекать их в различных направлениях и на произвольных расстояниях от центра горизонтального сечения этих зон. Кроме того, до сих пор неизвестно, какую форму имеет горизонтальное сечение турбулентных зон. Некоторые авторы указывают на то, что в струйных течениях

турбулентные зоны вытянуты в направлении воздушных течений: их длина больше их ширины.

На рис. 9.6 приведена интегральная повторяемость горизонтальной протяженности турбулентных зон. Видно, что в верхней тропосфере длина турбулентных зон изменяется от нескольких километров до 400-500 км и более, хотя чаще всего не превышает 60-80 км. В умеренных широтах СССР длина турбулентных зон была меньше 100 км примерно в 72% случаев и больше 400 км в 4% случаев, а в южных широтах — соответственно в 68 и 10% случаев. Таким образом, горизонтальная протяженность, как и толщина турбулентных зон, возрастает с уменьшением широты.

Колсон [152] изучал зависимость времени полета в турбулентных зонах от интенсивности болтанки самолетов. Если принять среднее время полета с сильной болганкой самолета за единицу, то среднее относительное время полета с умеренной болтанкой равно 1,7, а со слабой 2,4.

Кроме того, время полета с сильной болтанкой отличается сравнительно малой дисперсией ($\sigma_t/t = 0.58$).

Кинг [182] подробно изучил 36 полетов при ясном небе в верхней тропосфере при сильной и очень сильной турбулентности. Максимальные значения Δn в этих полетах составляли:

 $\Delta n \ g$ 0,75-0,8 0,8-0,9 0,9-1,0 1,0-1,1 1,1-1,2 1,2-1,45 Количество случаев 8 12 7 5 3 1

Продолжительность полета в таких условиях, как правило, не превышала 15-30 с, только в отдельных случаях она достигала 2-3 мин. По мнению Кинга, малая горизонтальная протяженность зон является важной особенностью интенсивной турбулентности.

Горизонтальные размеры зон, наблюдаемых в нижней стратосфере, в среднем меныше, чем в верхней тропосфере; в умеренных широтах Советского Союза в 80% случаев горизонтальные размеры этих зон были меныше 80 км. Для сравнения укажем, что в нижней стратосфере над США в 80% случаев горизонтальные размеры турбулентных зон меньше 40 км, а в верхней тропосфере меньше 85 км.

Зависимость горизонтальных размеров турбулентных зон от высоты подтверждается данными полетов высотного самолета – летающей лаборатории над отрогами Главного Кавказского хребта [90]. На высотах 10-12 км в 80% случаев ΔL меньше 35 км, а на высотах 16-18 км в 80% случаев меньше 18 км. Такая





«измельченность» турбулентных зон является, по-видимому, специфической особенностью турбулентности над горными районами.

Для иллюстрации вышесказанного на рис. 9.7 приведена траектория полета

Таблица 9.13 Характеристики турбулентных зон, встреченных самолетом ХВ-70 11 октября 1967 г.

№ турбу- лентной зоны	Время по Гринвичу (ч мин)	Высота полета (км)	Ди _{тах} (в долях <i>g</i>)	∆ <i>L</i> км
1	16 38	15,76	0,127	63,9
2	16 43	13,40	0,095	23,0
3	16 48	16,61	0,111	3,4
4	16 49	16,76	0,127	15,4
5	16 50	16,76	0,095	6,8
6	16 52 ·	16,89	0,254	9,5
7	16 56	16,95	0,095	10,9
8	16 57	16,83	0,095	26.2
9	16 58	16,95	0,127	19,5
10	17 02	16,89	0,143	8,2
11	17 20	15,48	0,111	8,7
12	17 24	13,11	0,127	12,4

8 3ak. 1872

сверхзвукового самолета XB-70 в стратосфере над Западом США. На траектории отмечены положения турбулентных зон, встреченных самолетом. Данные о горизонтальных размерах ΔL турбулентных зон и максимальных приращениях перегрузок Δn_{max} самолета приведены в табл. 9.13.

Таким образом, турбулентные зоны в ясном небе имеют вид плоских образований («блинов») со значительной пространственной анизотропией. Коэффициент пространственной анизотропии (отношение толщины турбулентной зоны к ее горизонтальной

протяженности), вычисленный по 80%-ной интегральной повторяемости, для верхней тропосферы умеренных широт равен 7 · 10⁻³, а для нижней стратосферы 4 · 10⁻³.

г. Некоторые особенности структуры турбулентных зон. Анализ акселерограмм показал, что в свободной атмосфере встречаются два типа турбулентных зон — сплошные и прерывистые. Последние состоят из нескольких сплощных турбулентных участков, между которыми полеты проходят спокойно. На высотах 8—12 км количество локальных турбулентных участков колеблется от двух до семи, но в 79,5% случаев оно не превышает трех. В 86,6% случаев протяженность этих зон меныше 60 км и только в 6,6% случаев больше 100 км. Размеры спокойных участков в прерывистых турбулентных зонах в 80% случаев меныше 100 км. Таким образом, спокойные участки чаще всего имеют несколько бо́лышие размеры, чем турбулентные.

Заметим, что в умеренных широтах повторяемость прерывистых турбулентных зон примерно в 2 раза меньше, чем сплошных.

Наличие двух типов турбулентных зон подтверждается результатами исследований японских ученых [167]. Причем, как это видно из табл. 9.14, интен-

Таблица 9.14

. Повторяемость (%) турбулентности различной интенсивности в прерывистых и сплошных турбулентных зонах

	Интенсивность							
Тип зоны	δ ⁽¹⁾	0 ⁽²⁾	6 ⁽³⁾	б ⁽⁴⁾				
Прерывистая Сплошная	78,6 71,8	21,0 26,6	0,4 1,3					

сивность турбулентности в сплошных зонах, как правило, больше, чем в прерывистых.

Условия возникновения прерывистых турбулентных зон еще не ясны. Возможно, эти зоны связаны с потерей устойчивости атмосферных волн или, что, по-видимому, более вероятно, отражают перемежаемость или вырождение турбулентности в турбулентных зонах.

В стратосфере, как видно на рис. 9.6, протяженность турбулентных зон меныпе, чем в верхней тропосфере. Материалы 814 полетов в турбулентных зонах в стратосфере [104] показали, что непрерывные зоны имели место в 38% случаев, прерывистые — только в 2% случаев. В 60% случаев турбулентность проявлялась в виде отдельных резких толчков (бросков) самолета.

Анализ акселерограмм позволил также выявить в верхней тропосфере две формы нарастания интенсивности турбулентности (болтанки самолетов) у границ турбулентных зон [94]:

1) когда интенсивность болтанки на границе зоны не меньше, чем умеренная;

2) когда интенсивность болтанки от границы в глубь зоны более или менее плавно возрастает от очень слабой до слабой или до умеренной.

В первом случае вход самолета в зону атмосферной турбулентности в безоблачном небе является не только неожиданным, но и резким и экипаж должен быстро принять решение о мерах, обеспечивающих безопасность полета; во вто-

ром случае экипаж самолета имеет больше времени для подготовки к встрече с умеренной или сильной турбулентностью.

В умеренных широтах повторяемость внезапного входа в турбулентную зону с умеренной или сильной турбулентностью на границе равна 3,6%; в отдельпых районах она достигает 5-6%.

д. О сохраниемости турбулентных зон. Важной характеристикой турбулентных зон является продолжительность их существования. Экспериментальные исследования сроков «жизни» этих зон требуют непрерывного прослеживания эволюции турбулентности внутри них. Такое прослеживание затрудняется тем, что турбулентные зоны вне облаков неразличимы визуально и, кроме того, они переменцаются вместе с потоком.





Для определения продолжительности существования турбулентных зон [94] проводились многократные полеты между контрольными географическими пунктами. Это позволило определить время сохранения турбулентности в потоке воздуха между пунктами, которое, по-видимому, зависит как от изменчивости турбулентности, так и от размеров турбулентных участков. Эти данные весьма полезны для оценки применимости инерционного прогноза турбулентности по сообщениям разведки погоды.

На рис. 9.8 приведены результаты наблюдений за турбулентностью атмосферы, проведенных 14 мая 1960 г. между Нижнетамбовским и Елабугой на Дальнем Востоке. Направление ветра было почти перпендикулярно линии, соединяющей указапные пункты. Наблюдения на высоте 7200 м велись в течение 1 ч 40 мин. Поскольку скорость ветра на этой высоте составляла 85 км/ч, то за время наблюдений между пунктами прошел поток «длиной» 145 км. За

8*

это время, как видно из рис. 9.8, характер турбулентности и распределение ее между контрольными пунктами почти не изменились. Наблюдения на высоте 8300 м были проведены с разрывом во времени, равным 2 ч 49 мин. Средняя скорость ветра на высоте 8300 м равнялась 120 км/ч; следовательно, между контрольными пунктами прошел поток «длиной» 366 км. Как видим, характер турбулентности сильно изменился.

По экспериментальным данным Барахтина [3], на высотах 8-10 км турбулентный режим иногда сохранялся в течение суток и более.

Представление о сохраняемости турбулентности над пунктами дают наблюдения с помощью радиозондов, снабженных перегрузочными приставками. Беляев и др. провели несколько серий выпусков радиозондов с промежутками времени между выпусками от 1 до 3 ч. Оказалось, что сохранение турбулентного состояния атмосферы в течение часа в слое 8-12 км имеет вероятность 80-90%. В средней и верхней тропосфере вероятность сохранения турбулентного режима в течение 1,5-6,0 ч равна 60-75%, на бо́лыших высотах (12-20 км) она не превышает 50%. Для промежутков времени, бо́лыших 6 ч, почти на всех высотах эта вероятность также не превышает 50%. Вблизи тропопаузы и уровня тропосферного максимума скорости ветра вероятность сохраняемости состояния атмосферы оказалась равной 70%.

Приведенные данные показывают, что в качестве характерного масштаба времени сохранения турбулентного режима для верхней тропосферы, имеющего обеспеченность около 75%, можно принять $t_c = 5$ ч.

3. Турбулентность в струйных течениях и в зоне тропопаузы

Если исключить из рассмотрения полеты в облаках, в верхней тропосфере наибольшая повторяемость болтанки и максимальные перегрузки наблюдаются в струйных течениях и вблизи тропопаузы. Именно здесь чаще всего наблюдается так называемая турбулентность в ясном небе, встреча с которой из-за неожиданности для летчика наиболее опасна.

Остановимся вначале на болтанке в струйных течениях. Поскольку она различна в разных секторах последних, вкратце изложим современные представления об аэрологической структуре струйного течения.

а. Фронтальная структура струйных течений. Результаты исследований аэрологической структуры струйных течений, выполненных в основном на материалах стандартных аэрологических наблюдений, были обобщены Воробьёвым [25], Рейтером [203], Джорджио и Петренко [39].

В ряде стран осуществлены специальные летные исследования струйных течений. Основные результаты их изложены в работах Эндлича и Маклина [165], Брандиджа и Клодмана [145], Пинуса и Шметера [94], Бригса и Роуча [143]. В частности, в США по проекту «Струйные течения» были проведены экспериментальные исследования на двух самолетах, оснащенных приборами, регистрирующими температуру и давление воздуха, перегрузки самолетов, а также допплеровскими установками для измерения скорости и направления ветра.

Согласно экспериментальным данным, в разных широтах струйные течения имеют фронтальную структуру. Фронт в верхней тропосфере, названный фронтом струйных течений, отделяет теплый воздух от более холодного. Он хорошо прослеживается вниз от тропопаузы до высоты 5–3 км. Ось струйного течения

расположена в теплом воздухе, в секторе между фронтальной поверхностью и тропической тропопаузой.

Горизонтальные и вертикальные градиенты скорости ветра с холодной (циклонической) стороны струйного течения больше, чем с теплой. В частности, горизонтальные градиенты скорости ветра здесь примерно в 1,5 раза больше, чем на теплой (антициклонической) стороне течения. Они уменьшаются по мере удаления от сердцевины струйного течения.



1 — ось течения, 2 — изотермы (°С), 3 — относительные изотахи (%).

Широкий комплекс экспериментальных исследований струйных течений был проведен в СССР [94] на самолетах ТУ-104 и ИЛ-18, оснащенных приборами, регистрирующими скорость и направление ветра (допплеровским методом), температуру и давление воздуха, перегрузки самолета, углы тангажа и крена.

Полеты производились над Европейской территорией Советского Союза, Дальним Востоком и в Средней Азии. Чаще всего они выполнялись поперек струйного течения, причем в каждом эксперименте осуществлялось четыре—шесть горизонтальных пересечений струйного течения, каждое протяженностью от 300 до 500 км.

Исследования показали, что для умеренных широт типичны две модели струйных течений. Первая описывает струйное течение, которое связано с фронтальной деятельностью, охватывающей всю толщу тропосферы, т. е. от тропопаузы до поверхности земли. Вторая модель отличается от первой тем, что в ней струйное течение связано с фронтальной деятельностью, отчетливо выраженной только в верхней половине тропосферы. В верхней тропосфере на Дальнем Востоке переходная зона между теплой и холодной воздушными массами воздуха представляет собой фронт, четко выраженный благодаря большим горизонтальным и малым вертикальным градиентам температуры. Верхняя часть этого фронта примыкает к тропопаузе в зоне разрыва или крутого наклона последней, а нижняя часть обычно прослеживается до уровня 400-500 мб. Фронт, связанный со струйным течением, соответствующим второй модели, может быть наклонен к горизонту под разными углами. На Дальнем Востоке фронты струйных течений имеют наклон к горизонту от 1/225 до 1/150. Интересно, что при малых углах наклона фронт вытягивается так, что его нижняя часть образует почти горизонтальный слой с инверсией температуры.

На рис. 9.9 приведен осредненный вертикальный поперечный разрез струйного течения. Видно, что даже в среднем горизонтальные контрасты температуры в зоне фронта, связанного со струйным течением, достигают 2,5° С на 100 км. Изолинии относительной скорости, как это видно из рис. 9.9, также наиболее сгущены в зоне фронта. Скорость ветра убывает примерно на 50% в слое 3-4 км над осью струйного течения. Горизонтальные контрасты скоростей ветра на холодной стороне струйного течения больше, чем на теплой, где они в общем не велики.

Эмпирические данные показали, что изменения скорости ветра с высотой под уровнем максимальной скорости ветра и над ним могут быть описаны экспоненциальной функцией

$$u_z = u_0 e^{-\alpha [z - z_0]}, (9.23)$$

где z_0 — высота уровня с максимальной скоростью ветра u_0 . Аналогично можно описать изменение скорости ветра в горизонтальной плоскости относительно оси струйных течений:

$$u_y = u_0 e^{-\beta |\Delta y|}. \tag{9.24}$$

Следует отметить, что часто, особенно с антициклонической стороны струйных течений, скорость ветра по мере удаления от оси или уровня с максимальной скоростью убывает приближенно линейно. Однако это не нарушает общности аппроксимации, так как выражение (9.24) можно записать в виде

$$u_{y} = u_{0} \left(1 - \beta \left| \Delta y \right| \right), \tag{9.25}$$

если ограничиваться первыми двумя членами разложения в ряд величины $\exp(-\beta |\Delta y|)$. Такое приближение вносит ошибку, в среднем не превышающую 10% при $|\Delta y|$, не превышающем 500 км. Величины α и β приведены в табл. 9.15.

Таблица 9.15

Осредненные	значения α и β	3
	a m	t

Область течения	ά κm ^{−1}	β км ^{−1}
Под осью струи	0,1314	_
Над осью струи	0,2388	-
С пиклонической стороны струи		0,0015
С антициклонической стороны струм		0,0000

Величина β зависит от высоты, возрастая при приближении к оси струи снизу и убывая над струйным течением.

Струйные течения, наблюдавшиеся на Дальнем Востоке, близки к модели, построенной Эндличем и Маклином [165].

В низких широтах очень часто наблюдаются двойные струйные течения. Фронты, связанные с этими струями, хорошо выражены в поле температуры. Такого рода комплексы струйных течений, часто наблюдающиеся над Средней Азией, подробно изучены Джорлжио. 6. Экспериментальные данные о турбулентности, вызывающей болтанку самолетов в области струйного течения. Исследование повторяемости и средней интенсивности турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, проведено Пинусом и Шметером [94] с учетом моделей поперечного сечения струйного течения. Повторяемость турбулентности рассчитывалась как отношение пути в турбу-





лентных зонах к общему пути, пройденному самолетом на данном уровне, а средняя интенсивность турбулентности в возмущенных зонах определялась по формуле

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^{4} n_i \delta^{(i)}}{\sum_{i=1}^{4} n_i},$$
(9.26)

где $6^{(i)}$ – интенсивность болтанки самолета в баллах; n_i – число случаев болтанки данной интенсивности; $6^{(1)}$ принималось равным единице, $6^{(2)}$ – двум и т. д.

Рисунок 9.10 иллюстрирует распределение повторяемости турбулентности в различных частях струйного течения. Изолиния повторяемости, соответствующая 50%, охватывает в холодной части струйного течения зону между фронтом и полярной тропопаузой. Быстрее всего повторяемость турбулентности убывает на теплой стороне струйного течения: уже на расстоянии 200-300 км от фронта она не превышает 15%. Над фронтом в теплой части струи наблюдается повышенная повторяемость турбулентности (до 30% и болыше).

Участок наиболее интенсивной турбулентности располагается ниже оси струйного течения вблизи фронта, где $\vec{b} = 1, 6 \div 1, 8$. Следует отметить, что в теплой части струйного течения интенсивность турбулентности по горизонтали убывает менее резко, чем повторяемость. Это означает, что хотя в целом повторяемость турбулентности в теплой части струйного течения невелика, но здесь может наблюдаться турбулентность значительной интенсивности. По данным самолетных исследований Бригса, над Англией наибольшее относительное количество случаев с сильной болтанкой самолета отмечалось ниже оси в циклонической части струйного течения и выше оси в антициклонической части. Аналогичные результаты получены Барахтиным для Сибири и Дальнего Востока [4].

Согласно исследованиям Бэннона, Джонса и Хемберса, болтанка самолетов в 75% случаев наблюдалась преимущественно на холодной стороне струйного течения.

Давыдов указывает, что значительная турбулентность встречается в области наибольших вертикальных градиентов средней скорости ветра под тропопаузой и над фронтом на северной периферии струи.

Описанное распределение повторяемости и средней интенсивности турбулентности в различных частях поперечного сечения струйного течения может нарушаться под влиянием горного рельефа. По данным Гельмгольца [31], над Казахстаном наиболее турбулизирована та часть струйных течений, которая располагается над горами.

Анализ распределения турбулентности в струйных течениях, когда теплая их часть находилась над горами, а холодная — над равниной, установил наличие повышенной турбулентности в теплой части струйного течения, но все же менее интенсивной, чем на холодной его стороне.

Очевидно, что в нижней стратосфере на уровнях выше оси струйного течения, где антициклоническая часть струи является одновременно ее холодной частью, следует ожидать противоположного характера распределения турбулентности.

в. Турбулентность в области тропопаузы и около уровня максимальной скорости встра. Рассмотрим сначала особенности распределения повторяемости и средней интенсивности турбулентности в зоне тропопаузы. Наличие или отсутствие турбулентности, а также интенсивность турбулентности определялись отдельно для слоев, расположенных под и над полярной и тропической тропопаузой на горизонтальных участках длиной 25 км в слоях 0–500, 500–1000 и 1000–1500 м под и над тропопаузой. На рис. 9.11 показано распределение повторяемости и средней интенсивности турбулентности в области полярной и тропической тропопаузы по данным экспериментальных исследований на Дальнем Востоке [94]. Кривые распределения для этих типов тропопаузы неодинаковы.

Повторяемость турбулентности в слое 1500–1000 м под полярной тропопаузой равна 78%, в слое 1000–500 м 67%, а в слое 500–0 м 69%. Над нижней границей полярной тропопаузы в слое 0–500 м повторяемость убывает до 57%, в слое 500–1000 м – до 20%, а затем появляется тенденция к возрастанию, и в слое 1000–1500 м повторяемость равна 50%. Средняя интенсивность турбулентности под тропопаузой максимальна в слое 500–0 м, где $\bar{\delta} = 1,45$; над нижней границей полярной тропопаузы в слое 0–500 м интенсивность турбулентности равна 1,0, а в слое 500–1000 м она возрастает до 1,5 с последующим уменьшением до 1,0 в слое 1000–1500 м. Примерно такое же распределение турбулентности относительно полярной тропопаузы получено Рещиковой [101] для Европейской территории СССР.

Остановимся теперь на повторяемости турбулентности в области тропической тропопаузы. Из рис. 9.11 видно, что в слое 1500–0 м под тропопаузой повторяемость турбулентности не меняется и равна 38%. Над нижней границей тропопаузы она убывает до 17% в слое 500–1000 м, а затем несколько возрастает. Средняя интенсивность турбулентности под тропопаузой равна 1,2–1,3, а над ее нижней границей $\overline{b} = 1,0$.



Рис. 9.11. Распределение повторяемости (а) и средней интенсивности (б) турбулентности в зоне полярной (1) и тропической (2) тропопаузы.

Над Казахстаном в полярной тропопаузе турбулентность в общем убывает с высотой. В тропической тропопаузе турбулентность резко ослаблена. На ее нижней границе и примерно на расстоянии 500 м над и под ней имеются максимумы повторяемости и интенсивности турбулентности [31]. Как станет ясно из дальнейшего, такое различие в распределении повторяемости и средней интенсивности турбулентности для полярной и тропической тропопаузы можно связать с особенностями вертикального распределения температуры и средней скорости ветра, в частности с различием в соотношениях между высотой тропопаузы и высотой уровня максимальной скорости ветра в умеренных и тропических широтах.

Рассмотрим теперь распределение турбулентности относительно уровня максимальной скорости ветра. Распределение ее для района Дальнего Востока показано на рис. 9.12. Кривая 1 на этом рисунке характеризует повторяемость турбулентности, вызвавшей болтанку самолетов, кривая 2 — среднюю интенсивность турбулентности с учетом повторяемости спокойных полетов, вычисленную по формуле

$$\bar{\vec{o}}_{1} = \frac{\sum_{i=0}^{4} n_{i} \vec{o}^{(i)}}{\sum_{0}^{4} n_{i}}.$$
(9.27)

Здесь $\delta^{(0)}$ — спокойный полет; n_i — число полетов. Кривая 3 характеризует среднюю интенсивность турбулентности \tilde{b} . Как видим, намечаются два слоя атмосферы (один под уровнем максимальной скорости ветра, а другой над ним), в которых турбулентность имеет наибольшую повторяемость и наибольшую среднюю интенсивность. Если предположить, что на условия полетов заметно влияет лишь турбулентность с интенсивностью $\bar{b}_1 \ge 1,0$, то можно оценить среднюю толщину турбулентного слоя, которую можно назвать эффективной толщиной, под уровнем максимального ветра и над ним. Из рис. 9.12 видно, что для района Дальнего Востока эффек



Рис. 9.12. Распределение повторяемости (1) и средней интенсивности (2 и 3) турбулентности в зоне максимальной скорости ветра. тивная толщина под уровнем максимального встра равна примерно 1,0 км.

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные позволили более или менее детально изучить турбулентность лишь в слое, расположенном под уровнем максимальной скорости ветра. Экспериментальных данных о турбулентности над этим уровнем накоплено еще не достаточно. Данные показывают, что турбулентность над уровнем максимального ветра иногда может быть весьма интенсивной.

Исследования турбулентности в нижней стратосфере, проведенные на высотном зондировщике, оборудованном специальной измерительной апшаратурой, установили, что уровень минимальной

скорости ветра играет такую же роль в формировании турбулентных зон, как и уровень тропосферного максимума скорости ветра [23]. На рис. 9.13 в качестве примера приведены данные полета в районе Главного Кавказ-



Рис. 9.13. Распределение турбулентных зон относительно уровней максимального (1) и минимального (2) ветра, а также тропопаузы (3). 14 сентября 1966 г., 15 ч 30 мин — 17 ч 10 мин.

В числителе указаны положительные значения ∆л, в знаменателе—отрицательные.

ского хребта, когда под тропопаузой наблюдался уровень с максимальной скоростью ветра, а над тропопаузой скорость ветра после достижения минимума резко возрастала с высотой. На высоте 18 км отмечены две короткие турбулентные зоны. В одной зоне наблюдалась слабая болтанка самолета ($\Delta n = 0.07 \div 0.15g$), а в другой зоне, располагавшейся примерно в 20 км от первой, отмечалась сильная и даже очень сильная болтанка ($\Delta n = 0.97 \div 1.23g$). Интересно, что аналогичное распределение турбулентных зон наблюдалось в полете, проходившем на 2,5 ч раньше.

На основании данных о распределе-

нии повторяемости и средней интенсивности турбулентности в области тропопаузы и уровня с максимальной скоростью ветра можно построить три модели распределения турбулентности: однослойную, двухслойную и трехслойную (рис. 9.14).

Однослойная модель распределения повторяемости турбулентности типична для случаев слабых ветров в области тропопаузы, когда почти не выражен тропосферный максимум скорости ветра. При этом слой с максимумом повторяемости и интенсивности турбулентности наблюдается только под тропопаузой (рис. 9.14 *a*).





Двухслойная модель характеризует ситуацию, при которой высоты тропопаузы (1) и уровня максимального ветра (2) (рис. 9.146) почти совпадают или тропопауза расположена выше уровня максимального ветра (рис. 9.146). В первом случае может наблюдаться один турбулентный слой под тропопаузой, усиленный влиянием струйного течения, и второй — в слое тропопаузы, обусловленный влиянием струйного течения.

Во втором случае (рис. 9.14 в) турбулентный слой непосредственно под тропопаузой усиливается влиянием струйного течения.

Трехслойная модель распределения турбулентности в зоне тропопаузы типична для случаев, когда уровень максимального ветра расположен над тропопаузой (рис. 9.14 г). При этом два турбулентных слоя располагаются над тропопаузой, один — под ней. Оба верхних слоя обусловливаются влиянием струйного течения.

Представляют поэтому интерес статистические данные о разности высот Δz тропопаузы и уровня максимальной скорости ветра. На рис. 9.15 приведены кривые интегральной повторяемости величин Δz для Москвы, Ленинграда и Тбилиси. Из этого рисунка видно, что в районе Москвы весной, летом и осенью преобладают случаи, когда тропопауза расположена выше уровня максимальной скорости ветра, а зимой, наоборот, — ниже этого уровня. Некоторые численные характеристики приведены в табл. 9.16. Над Москвой тропопауза расположена ниже уровня максимального ветра весной и летом в 33-34% случаев, осенью в 39%, зимой в 54% случаев, т. е. осенью и особенно зимой над Москвой часто наблюдается распределение, соответствующее трехслойной модели.

Таблица 9.16

Повторяемость (%) разности между высотой тропопаузы и высотой уровня максимальной скорости ветра. Москва

Время года	$\Delta z > 0$	$\Delta z < 0$	0<∆z≼3 км	-3 км≼∆z<0	−3 км≼∆z≼3 км
Весна	67	33	54	20	74
Лето	66	34	53	29	82
Осень	61	39	48	28	76
Зима	46	54	36	18	54

Согласно [25], над Ленинградом уровень максимальной скорости ветра в среднем за год расположен под тропопаузой в 68% случаев, в 10% случаев они совпадают, а в 22% случаев тропопауза находится ниже уровня макси-



высотой тропопаузы и высотой уровня максимального ветра.

Москва: 1— лето, 2— осень, 3— зима, 4— весна; Ленинград: 5— средняя годовая; Тбилиси: 6— лето, 7— зима.

мальной скорости ветра. Таким образом, повторяемость случаев, когда уровень максимальной скорости ветра ниже тропопаузы, для Москвы близка к аналогичным данным для Ленинграда во все сезоны, кроме зимы.

В тех случаях, когда уровень максимальной скорости ветра расположен под тропопаузой, разность их высот для района Москвы весной, летом и осенью не превышает 3 км в 48-54% случаев, а когда этот уровень расположен над тропопаузой – только в 20-29%. В среднем же уровень максимального ветра летом и в переходные сезоны расположен в слое ± 3 км относительно высоты тропопаузы в 74-82%, а зимой – в 54% случаев. Согласно [25], над Ленинградом в 83% случаев уровень максимальной скорости ветра расположен в слое от 2 км под тропопаузой до 1 км над ней.

Над Тбилиси зимой уровень максимального ветра в 47% случаев расположен выше нижней траницы тропопаузы, а летом — только в 10% случаев [51]. Причем летом разность высот больше 3 км отмечается в 67% случаев, а зимой — в 16% случаев.

Приведенные данные о знаке и величине Δz для разных географических районов позволяют составить представление о повторяемости различных моделей вертикального распределения турбулентности.

4. Связь турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, с термическими и динамическими условиями в атмосфере

а. Возможность использования числа Ричардсона в качестве критерия турбулентности, вызывающей болтанку самолетов. В последние голы появилось много работ, посвященных изучению зависимости турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, от различных характеристик полей температуры и скорости ветра. В частности, выяснялась зависимость болтанки самолетов от вертикальных и горизонтальных градиентов средней скорости ветра, вращения вектора ветра с высотой, горизонтальных градиентов температуры, числа Ричардсона и др. По данным Хислопа, болтанка наблюдалась при вертикальных градиентах средней скорости ветра, превышающих 2 м/с на 100 м высоты, и горизонтальных градиентах температуры, бо́льших 5° С на 100 км. Аналогичные результаты получены Клеминым и Пинусом [71]. Что касается горизонтальных градиентов скорости вегра, то, по данным Хислопа, турбулентность наблюдалась при градиенте 5 м/с и больше на 100 км, по данным Джонсона – при 8-12 м/с и больше на 100 км. По данным Рещиковой [101], при градиентах, больших 17 м/с на 100 км, повторяемость болтанки самолетов достигает 75%, тогда как при меньших градиентах она резко убывает и составляет всего лишь около 5%.

Во многих работах для оценки турбулентности атмосферы, которая обусловливает болтанку самолетов, используется число Ричардсона Ri. Клемин и Пинус получили, что слабая болтанка самолетов наблюдается при 0.5 < Ri < 4, умеренная и сильная — при Ri ≤ 0.5 . Примерно к аналогичным критериям пришли многие зарубежные исследователи.

Бригс исследовал 105 случаев сильной турбулентности в ясном небе в верхней тропосфере над Англией и получил, что в 70% случаев турбулентность была зарегистрирована при Ri < 0,5. В 80% случаев сильной турбулентности наряду со столь малыми значениями Ri наблюдались горизонтальные градиенты средней скорости ветра, превышающие 8 м/с на 100 км. Исследования Эндлиха и Манкуса показали, что вертикальный градиент средней скорости ветра и число Ri являются наилучшими индикаторами турбулентности, вызывающей болтанку самолета. Оба эти параметра как индикаторы турбулентности дают примерно одинаковые результаты при сравнении с данными наблюдений за болтанкой самолетов.

Это можно, по-видимому, объяснить тем, что при отсутствии облаков в верхней тропосфере вертикальный градиент температуры изменяется в сравнительно узких пределах, и поэтому изменения числа Ri определяются главным образом вертикальным сдвигом скорости ветра. На удовлетворительную связь между турбулентностью в ясном небе и значениями числа Ri и вертикальных градиентов средней скорости ветра указывают Колсон [151] и Васильев [12, 13]. Радиолокационные и одновременно с ними проведенные самолетные измерения Бочера и др. [144] выявили, что турбулентность в ясном небе на высотах 6-9 км наблюдается в устойчиво стратифицированных слоях при вертикальных градиентах средней скорости ветра, превышающих $2 \cdot 10^{-2}$ с⁻¹.

С другой стороны, некоторые исследователи не нашли удовлетворительной корреляции между числом Ri и турбулентностью, вызывающей болтанку самолетов, особенно для верхней тропосферы при безоблачном небе.

Главной причиной расхождений в оценке роли числа Ri является, вероятно, то, что турбулентность, как показано в главе 1, не связана однозначно с этим числом. Кроме того, при вычислении Ri по сетевым аэрологическим данным допускаются большие погрепности, связанные с погрепностями измерений скорости и направления ветра, особенно в верхней тропосфере и нижней стратосфере.

Теоретические исследования показали, что локальное критическое значение числа Ri равно 0,25. Обнаружение таких значений Ri в свободной атмосфере очень затруднено. Методика радиоветровых наблюдений не позволяет получать данные о ветре на фиксированных уровнях; скорость ветра оказывается осредненной по слоям толщиной в несколько сотен метров и условно относится к середине слоя, что приводит к сильному осреднению вертикальных градиентов скорости ветра. Для исследования турбулентности и использования Ri для оценки условий турбулизации необходимо измерять ветер с большим разрешением по высоте, хотя бы для слоев толщиной не более 50 м.

По мнению Роуча [209], значения Ri сильно завышаются за счет искусственного занижения вертикального градиента средней скорости ветра. Он предложил для расчетов Ri определять градиент ветра не по модулю разности векторов скорости ветра на границах рассматриваемого слоя, а по интегральной длине годографа вектора ветра в этом слое, так как внутри слоя вертикальный профиль ветра может отличаться изломами (пиками) с максимумами и минимумами скорости.

Очень часто к опшбочным значениям Ri приводит неправильный выбор толщин слоев, для которых вычисляются вертикальные градиенты температуры и средней скорости ветра. Кроме того, при оценке результатов исследований зависимости повторяемости и интенсивности болтанки от Ri следует также учитывать, что исследователи не всегда имеют синхронные аэрологические наблюдения и наблюдения за болтанкой самолетов.

На результаты расчета Ri очень заметно влияет пространственно-временн ая изменчивость температуры и ветра. Это сильно сказывается даже в тех «идеальных» случаях, когда турбулентность, температура и ветер измеряются на одном и том же самолете. В данном случае несинхронными оказываются измерения T и u на различных высотах.

Пинус и Шметер [94] сопоставили осредненные данные о болтанке самолетов в струйных течениях со средними значениями числа Ri. Для безоблачных слоев в расчетах использовался сухоадиабатический, а для облачных слоев – влажноадиабатический вертикальный градиент температуры. В большинстве расчетов вместо вертикального градиента средней скорости вегра использовался горизонтальный градиент температуры. Для области тропопаузы числа Ri не вычислялись.

На рис. 9.16 приведено распределение осредненных значений числа Ri на поперечном вертикальном разрезе струйного течения. Из этого рисунка и рис. 9.10 видно, что в зоне, где $\delta \ge 1.8$, т. е. в среднем интенсивность болтанки

самолета была близка к умеренной, число $Ri \leq 1$. В холодной части струйного течения, где $\overline{\delta} < 1,8$, 1 < Ri < 5. Правее оси струйного течения, где $\overline{\delta} < 1,4$, значения Ri довольно быстро возрастают.

Рисунок 9.16 показывает, что с помощью числа Ri можно получить фон распределения турбулентности в зоне струйного течения, но не детали ее расниределения, хорошо видные на рис. 9.10.





Летные исследования установили наличие в общем высокой корреляции между турбулентностью в ясном небе и горизонтальными изменениями температуры в турбулизированной зоне атмосферы. В принципе это согласуется с высокой корреляцией турбулентности с вертикальными градиентами средней скорости ветра, так как в свободной атмосфере горизонтальные градиенты температуры и вертикальные градиенты ветра связаны между собой. Ниже приведены данные, полученные по материалам специальных полетов в верхней тропосфере [101]:

Горизонтальный						
градиент темпера-						
туры (°С/100 км) 0-2	2 - 4	4-6	6-8	8 - 10	10 - 12	>12
Повторяемость (%) 9,0	46,8	65,0	87,5	75,0	100,0	80,0

Как видим, при горизонтальных градиентах температуры, превышающих 6-8° С/100 км, вероятность турбулентности больше 75%, хотя в ряде случаев и при градиентах, бо́льших даже 12° С/100 км, болтанка самолета не наблюдалась. Исследования Макферсона и Морисса [192] показали, что в стратосфере горизонтальные изменения температуры в турбулентных зонах, как правило, превышали 2,5° С за 30 с полета. Наиболее высокая корреляция была получена по материалам полетов на подветренной стороне высоких гор, ориентированных по нормали к сильным тропосферным струйным течениям.

Связь между турбулентностью при ясном небе и горизонтальными контрастами температуры подтверждается данными полетов сверхзвукового пассажирского самолета «Конкорд» [161а]. В качестве примера приведем результаты одного из экспериментальных полетов этого самолета на высоте 15,5 км над югом Атлантики. Во время этого полета тропопауза располагалась на высоте около 12 км (температура -58°С), а уровень максимального ветра со скоростью 58 м/с – на высоте около 13 км. На трассе протяженностью 2350 км было зарегистрировано 14 приращений перегрузок в пределах 0,05–0,15*g*, девять – в пределах 0,15–0,25*g* и одно приращение 0,35*g*. Представление о характере изменений перегрузок самолета «Конкорд» в зоне больших изменений температуры воздуха на высоте 15,5 км дает рис. 9 16а.





Наибольшее приращение перегрузки (0,35g) самолета наблюдалось на участке полета, где происходило наиболее резкое изменение температуры воздуха.

Булдовский [8, 9] по данным самолетных измерений турбулентности в нижней стратосфере до высот 18-20 км изучил роль различных параметров атмосферы, которые могут дать указание на наличие турбулентности, вызывающей болганку самолетов. Им установлено, что для стратосферы наилучшими параметрами являются число Ричардсона и величина вертикального градиента средней скорости ветра.

Эти параметры имеют одинаковую обеспеченность при диагнозе болтанки самолета. Для стратосферы это можно объяснить малой изменчивостью вертикального градиента температуры [97], входящего в первой степени в чи-

сло Ri. Диагноз улучшается, если учитывать изменение с высотой термической стратификации. Булдовский предложил критерий, учитывающий оба указанных параметра:

$$k = \frac{1}{\beta} - 8q^2 \begin{vmatrix} < 1,2 -$$
наличие болтанки,
> 1,2 - отсутствие болтанки. (9.28)

Здесь β – вертикальный градиент скорости ветра; q – разность вертикальных градиентов температуры в ниже- и вышележащем слое. Критическими являются значения $\beta = 8 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ и $q = 0.4 \cdot 10^{-2} \text{ °C/M}$.

Колсон и Пановский [153] предложили оценивать турбулентность в ясном небе с помощью особого индекса турбулентности. Основной количественной характеристикой интенсивности турбулентности они считали величину энергии

пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра $E' = \frac{\overline{w'}^2}{2}$. Выражение для

E' находится из соображений размерности в предположении, что E' однозначно определяется вертикальным масштабом вихрей λ и скоростью поступления энергии

$$\Phi_* = K \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 + \alpha K_{\rm T} \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz}, \qquad (9.29)$$

где α – величина, несколько бо́лышая единицы, характеризующая то обстоятельство, что гидростатические силы сказываются на пульсациях вертикальной компоненты скорости ветра непосредственно, тогда как сдвиг порождает пульсации продольной компоненты скорости ветра, энергия которых затем перераспределяется между всеми компонентами.

Далее предполагается, что $K \approx K_{\rm T} \approx \lambda \sqrt{E'}$. В качестве λ используется толщина турбулентного слоя Δz , а $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ заменяется отношением конечных разностей. В результате авторы получили выражение

$$I \equiv (\Delta u)^2 \left(1 - \frac{\mathrm{Ri}}{\mathrm{Ri}_{\mathrm{kp}}} \right) \approx E', \qquad (9.30)$$

где Δu – разность скорости ветра в слое.

На основе оценки эмпирических данных принимается, что

$$\operatorname{Ri}_{\mathrm{kp}} = \frac{1}{\alpha \frac{K}{K_{\mathrm{r}}}} \approx 0.5$$

Величина $I \equiv E'$ принимается в качестве индекса турбулентности в ясном небе. Колсоном и Пановским найдены характерные значения I для турбулентности разной интенсивности над территорией США, удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными данными о повторяемости болтанки самолетов.

Лайхтман и Альтер-Залик [61] разработали способ использования аэрологических данных для оценки турбулентности, вызывающей болтанку самолетов в свободной атмосфере. Они предположили, что турбулентный поток стационарен и однороден по горизонтали. Средний пространственный масштаб турбулентности оценивался по величине «пути перемешивания» в смысле ПрандтляКармана, а роль термической стратификации атмосферы считалась аналогичной роли вертикального градиента скорости ветра. Тогда можно обобщить известную формулу Кармана для масштаба турбулентности

$$l \approx 2\varkappa \left| \frac{\left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2}{\frac{d}{dz} \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2} \right|, \qquad (9.31)$$

где и $\approx 0,4$ — постоянная Кармана, на случай термически стратифицированной атмосферы путем замены $\left(\frac{d\tilde{u}}{dz}\right)^2$ в (9.31) функцией

$$\Phi = \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2 - \alpha \frac{g}{\theta} \frac{d\bar{\theta}}{dz}.$$
(9.32)

Здесь α — величина, равная отношению коэффициентов турбулентного переменивания для тепла и количества движения.

Если пренебречь диффузией турбулентности, то связь между кинетической энергией турбулентности, средним масштабом турбулентности и вертикальным распределением скорости ветра и температуры воздуха описывается следующими уравнениями:

$$K\Phi - \varepsilon = 0, \qquad (9.33)$$

$$K = l(E')^{1/2}, (9.34)$$

$$\varepsilon = c \left(E' \right)^{3/2} l^{-1},$$
 (9.35)

$$l = -\tilde{\varkappa} \left[\frac{d}{dz} \ln \Phi \right]^{-1}, \qquad (9.36)$$

где K — коэффициент турбулентного перемешивания; E' — кинетическая энергия турбулентности; ε — скорость диссипации турбулентной энергии в тепло; c и $\tilde{\varkappa}$ — безразмерные константы, равные соответственно 0,046 и 0,37. Константа $\tilde{\varkappa}$ связана с постоянной Кармана соотношением $\tilde{\varkappa} = 2\kappa c^{1/4}$.

Если вертикальное распределение температуры и средней скорости ветра известно, то можно получить основные характеристики турбулентности:

$$E' = 0,75 \operatorname{ctg}^2 \varphi \,, \tag{9.37}$$

 $l = 0,185\Phi \operatorname{ctg} \varphi \,,$

где

$$\operatorname{ctg} \varphi = \left[\frac{d}{dz} \Phi^{1/2} \right]^{-1}. \tag{9.38}$$

Расчеты по формулам (9.37) подтверждаются данными экспериментальных исследований.

Шнайдман [127], используя уравнения движения, баланса кинетической энергии турбулентности, полуэмпирические соотношения для коэффициента турбулентности и характерного размера вихрей, построил замкнутую систему уравнений, решение которой позволяет по вертикальным профилям геострофического вегра (или горизонтального градиента температуры) и температуры рассчитать характеристики турбулизированных слоев в свободной атмосфере.

Система уравнений гидродинамики записывалась следующим образом:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} + \frac{2\omega_z}{K} \psi = 2\omega_z \left(v_g - v_a \right), \qquad (9.39)$$

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} - \frac{2\omega_z}{K}\phi = -2\omega_z \left(u_g - u_a\right),\tag{9.40}$$

$$\varphi^2 + \psi^2 - \alpha_T K^2 \frac{g}{T} \left(\gamma_a + \frac{dT}{dz} \right) + \alpha_b K \frac{d}{dz} K \frac{db}{dz} - \alpha_s b^2 = 0, \qquad (9.41)$$

$$l = mz \left[1 - \frac{g}{T} \frac{K^2 \left(\gamma_a + \frac{dT}{dz} \right)}{(\phi^2 + \psi^2) \operatorname{Ri}_{\kappa p}} \right] \left(1 - \frac{z}{2h} \right), \qquad (9.42)$$

$$K = b^{1/2}l.$$
 (9.43)

Здесь $\varphi = K \frac{\partial u}{\partial z}$ и $\psi = K \frac{\partial v}{\partial z}$ – компоненты вектора тангенциальных напряжений турбулентного трения; u_a и v_a – нелинейные члены в уравнениях движения (считаются известными и определяются с помощью геострофического приближения); K и b – коэффициент турбулентности и интенсивность турбулентности; l – характерный размер вихря; 2h – толщина турбулизированного слоя; u_g и v_g – составляющие геострофического ветра. Константы, входящие в уравнение, приняты равными: $\alpha_T = 1$, $\alpha_b = 0.73$, $\alpha_c = 0.046$, m = 0.185.

Задача решалась численно методом последовательных приближений совместно с матричной и обыкновенной прогонкой в предположении, что на границах турбулизированного слоя происходит обращение в нуль компонент вектора тангепциального касательного напряжения и интенсивности турбулентности. Шнайдманом были просчитаны два варианта:

1) задавались вертикальные профили скорости ветра и температуры и определялись интенсивность турбулентности, коэффициент турбулентности и характерный размер вихря;

2) задавалось поле геопотенциала и температуры на изобарических поверхпостях 500, 300 и 200 мб и решалась полная система уравнений.

Расчеты по нервому варианту показали, что характерный размер вихрей в среднем составляет 70 м и не превышает 200 м, коэффициент турбулентности может достигать для случаев сильной болтанки самолетов нескольких сотен м²/с, а средние квадратические скорости пульсаций – до 10 м/с.

Во втором варианте задача решалась только для случая безразличной стратификации. Оказалось, что при толщине турбулизированного слоя около 2 км и горизонтальном градиенте температуры 5° С/100 км коэффициент турбулентности достигает 200 м²/с, а интенсивность турбулентности — примерно 5 м²/с². Эти результаты следует рассматривать как максимальные оценки для турбулизированных слоев свободной атмосферы. Далее, для поддержания интенсивности турбулентного перемешивания необходимы достаточно большие горизонтальные градиенты температуры (5-10° С/100 км). Такие градиенты могут существовать в локальных областях небольших горизонтальных размеров.

6. Связь между турбулентностью и дивергенцией горизонтальной скорости ветра. При теоретическом рассмотрении турбулентности в свободной атмосфере обычно предполагается, что по горизонталы поток однороден. Между тем, как мы видели, в струйном течении горизонтальные градиенты скорости ветра значительны и весьма изменчивы. Пренебрежение многими исследователями роли горизонтальных градиентов скорости ветра основывается на том, что последние по меньшей мере на порядок меньше вертикальных градиентов средней скорости ветра.

Као и Сайзоо [177] исследовали зависимость повторяемости турбулентности разной интенсивности от знака и модуля дивергенции горизонтальной скорости ветра (так называемая плоская дивергенция).

Для расчетов плоской дивергенции использовалось выражение

$$\nabla_z \cdot \vec{\mathbf{v}} = \frac{\Delta v_s}{\Delta s} + \frac{\Delta v_n}{\Delta n}, \qquad (9.44)$$

где z – высота; v_s – скорость ветра, параллельная оси струи; v_n – скорость ветра, нормальная к оси струи.

Величина Δv_n была получена по данным самолетной допплеровской навигационной системы, так как полеты выполнялись поперек оси струйного течения; Δv_s рассчитана по данным сетевых радиоветровых наблюдений; Δs и Δn приняты равными 555 и 111 км соответственно.

Оказалось, что повторяемость турбулентности (Р%) в зависимости от плоской дивергенции скорости ветра можно описать экспоненциальной функцией

$$P = ae^{-b\nabla_z \cdot \mathbf{v}}.\tag{9.45}$$

Параметры а и b существенно зависят от интенсивности турбулентности (табл. 9.17).

Таблица 9.17

Зависимость параметров a и b и диапазона изменения величины плоской дивергенции $\nabla_z \cdot \tilde{v}$ от интенсивности турбулентности

Интенсивность		ha	$\nabla_z \cdot \vec{v} \cdot 10^{-5} c$			
турбулентности	, u	00	от	до		
Слабая Умеренная Сильная	8,00 6,83 2,05	$2,16 \cdot 10^{3} \\ 7,70 \cdot 10^{3} \\ 1,20 \cdot 10^{4}$		+28 + 8 + 10		
В среднем	19,00	4,33 · 10 ³	-30	+28		

С увеличением интенсивности турбулентности параметр *a* уменьшается, а параметр *b*, напротив, возрастает. Кроме того, с увеличением конвергенции скорости ветра ($\nabla_z \cdot \vec{v} < 0$) возрастает интенсивность турбулентности, влияющей на полет самолетов.

в. Некоторые синоптические условия, благоприятствующие развитию турбулентности, влияющей на полет самолетов. Для выявления особенностей поля давления или поля скорости ветра, при которых наиболее вероятно развитие турбулентности, используются карты барической топографии различных уровней. При этом по данным о болтанке самолетов, поступающим от экипажей, выявляются те области, в которых болтанка самолетов наблюдалась наиболее часто.

Пчелко [99] считает, что благоприятные условия для развития турбулентности в верхней тропосфере наблюдаются в циклонической части струйного течения и главным образом слева от оси струи, где, по его мнению, доминирующую роль играют горизонтальные сдвиги ветра поперек потока, а также в зоне дивергенции линий тока, сопровождающейся антициклонической кривизной линий тока, где горизонтальные сдвиги ветра направлены по потоку. Умеренная и сильная турбулентность наблюдается, если горизонтальный градиент средней скорости ветра на коротких участках больше 50 км/ч на 100 км.

Согласно [102], в циклонической части струйных течений умеренная и сильная турбулентность наблюдается чаще всего при сравнительно малых горизонтальных сдвигах ветра (меньше 10 м/с на 100 км), но при сравнительно больших вертикальных сдвигах (больше 0,8 м/с на 100 м) и значительно реже при больших горизонтальных сдвигах (больше 10 м/с на 100 км) и малых вертикальных сдвигах (меньше 0,8 м/с на 100 м). Согласно [100], в антициклонической части струйных течений умеренная и сильная турбулентность наблюдается при малых сдвигах (меньше 0,8 м/с на 100 м). Согласно [100], в антициклонической части струйных течений умеренная и сильная турбулентность наблюдается при малых горизонтальных и вертикальных сдвигах ветра (менее 10 м/с на 100 км и 0,8 м/с на 100 м соответственно). Между тем, по данным Рещиковой [101], повторяемость турбулентности при сдвигах ветра, меньших 17 м/с на 100 км, не превышает 9-13%, тогда как при больших значениях сдвига она достигает 75%.

Следует отметить противоречивость данных многих исследователей о зависимости повторяемости турбулентности, влияющей на полет самолетов, от кривизны изогипс и вергенции линии тока в струйных течениях, а также о характерной величине горизонтального сдвига ветра. В значительной мере это связано с различиями в методике анализа карт барической топографии и сопоставления с данными о болтанке самолетов. Кроме того, одни авторы используют данные о ветре, получаемые на сравнительно редкой аэрологической сети, вследствие чего велико осреднение при расчетах горизонтального сдвига ветра, тогда как другие авторы используют данные самолетных измерений, позволяющие вычислить сдвиг ветра для сравнительно коротких расстояний, сравнимых с горизонтальными масштабами турбулентных зон.

г. Характерные значения параметров турбулентности в ясном небе. Обобщим теперь количественные значения физических характеристик турбулентности в ясном небе, которые могут быть полезными для различного рода теоретических и прикладных расчетов. В [90] приведены величины параметров турбулентности, характерные для верхней тропосферы и нижней стратосферы умеренных широт. В этой работе нет данных для меныших высот, так как турбулентность в ясном небе, в частности, в нижней половине тропосферы сильно зависит от характера подстилающей поверхности и часто наблюдающейся здесь термической неустойчивости атмосферы [87]. К тому же в настоящее время для нижней и средней тропосферы имеется очень мало сведений о пространственных размерах и структуре турбулентных зон в ясном небе.

Количественные значения физических характеристик турбулентности в ясном небе для верхней тропосферы и нижней стратосферы приведены в табл. 9.18.

Таблица 9.18

Параметры	атмосферной	турбулентности	в	ясном	небе	[90]	
-----------	-------------	----------------	---	-------	------	------	--

Физические характеристики турбулентности в ясном небе	Высота (км)	Характерные числовые значения
Встречаемость (относительно общего налета в кило- метрах), % Горизонтальная протяженность турбулентных зон (по 80%-ной накопленной повторяемости), км Вертикальная протяженность (толщина) турбулентных зон (по 80%-ной накопленной повторяемости), км Коэффициент пространственной анизотропии Характерное время сохранения турбулентной зоны, ч	$\begin{array}{c} 7-10\\ 10-20\\ 7-10\\ 10-20\\ 7-10\\ 10-20\\ 7-10\\ 10-20\\ 7-10\\ 10-20\\ 7-10\\ \end{array}$	$ \begin{array}{r} 10\\ 1\\ 140\\ 80\\ 0.9\\ 0.3\\ 7 \cdot 10^{-3}\\ 4 \cdot 10^{-3}\\ 5 \end{array} $
Гидродинамические и термодинамиче	ские хар	актеристики
Вертикальный градиент средней скорости ветра, с ⁻¹ Горизонтальный градиент средней скорости ветра, с ⁻¹ Горизонтальный градиент температуры, °С/м Междуслойные различия вертикального градиента температуры, °С/м Спектральная плотность пульсаций компонент скоро- сти ветра S (ω), м ³ /с ² :	7-20	$ \begin{array}{c} \ge 8 \cdot 10^{-3} \\ \ge 10^{-4} \\ \ge 6 \cdot 10^{-5} \\ \ge 4 \cdot 10^{-3} \end{array} $
$\omega \ge 10^{-3} M^{-1}$ $\omega < 10^{-3} M^{-1}$		$\sim \omega^{-3/3}$ $\sim \omega^{-2,7}$
$S(\omega)$ для $\omega = 2 \cdot 10^{-3}$ м ⁻¹ : слабая турбулентность, $\delta^{(1)}$ умеренная турбулентность, $\delta^{(2)}$ сильная турбулентность, $\delta^{(3)}$ очень сильная (штормовая), турбулентность, $\delta^{(4)}$		$\begin{array}{c} \sim 10^2 - 5 \cdot 10^2 \\ 5 \cdot 10^2 - 10^3 \\ 10^3 - 3 \cdot 10^3 \\ \geqslant 3 \cdot 10^3 \end{array}$

Для решения многих прикладных задач представляют интерес не только осредненные спектры пульсаций компонент скорости ветра, но и данные о статистическом распределении спектров с различным уровнем турбулентной энергии [93]. На рис. 9.17 приведены (сплошные линии) функции S (ω) пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра для слоя атмосферы 7–18 км, построенные для 50, 80 и 95%-ной накопленной повторяемости значений спектральной плотности. Для расчетов использованы результаты летных исследований лаборатории динамики атмосферы ЦАО, проведенных в разное время года и в различных географических районах Советского Союза. Спектры для высот 12–18 км получены главным образом по материалам полетов над горными районами [23, 91]. Представление о количестве индивидуальных спектров пульсаций скорости ветра, вошедних в статистику, дают следующие данные:

Высота (км)				7 - 10	10-12	12-18	7 - 18
Количество спектров	•	•		274	110	128	512

В качестве модельных для верхней тропосферы и нижней стратосферы можно принять функции $S(\omega)$ с накопленной повторяемостью 50, 80 и 95%, полученные для слоя атмосферы от 7 до 20 км. На рис. 9.17 на фоне модельных спектров

штриховыми линиями изображены спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра для таких же накопленных повторяемостей для слоев атмосферы 7–10 км (*a*), 10–12 км (*б*) и 12–20 км (*в*).

атмосферы 7-10 км (a), 10-12 км (б) и 12-20 км (в). В табл. 9.19 приведены средние квадратические значения пульсаций скорости ветра для области волновых чисел 10⁻³ - 2 · 10⁻⁵ м⁻¹ и промежуточных



Рис. 9.17. Кривые спектральной плотности пульсаций скорости ветра.

Таблица 9.19

Значения σ_и (м/с) для накопленной вероятности 50, 80, 95% в функции высоты и различных областей волновых чисел

		7-10 км	ı		10—12 км	4		12—18 км	л			
$\Delta \omega \ m^{-1}$		Накопленная вероятность (%)										
1	50	80	95	50	80	95	50,	80	95			
$10^{-3} - 5 \cdot 10^{-4}$ $5 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-4}$ $2 \cdot 10^{-4} - 10^{-4}$ $10^{-4} - 5 \cdot 10^{-5}$ $5 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5}$ $10^{-3} - 10^{-4}$ $10^{-3} - 2 \cdot 10^{-5}$	0,24 0,57 0,87 1,13 1,44 1,06 2,10	0,28 0,93 1,52 2,00 2,40 1,80 3,60	0,62 1,40 2,30 3,91 5,00 2,72 6,72	.0,25 0,70 1,10 1,34 1,64 1,33 2,50	0,38 1,31 2,05 2,58 2,80 2,46 4,53	1,45 2,86 3,27 4,77 5,89 4,54 8,86	0,23 0,66 1,04 1,52 2,21 1,25 2,97	0,37 1,10 1,95 3,10 4,20 2,26 5,66	1,34 2,33 2,91 4,95 6,70 3,96 9,20			

интервалов в зависимости от высоты и накопленной вероятности. Так как расчет спектральных плотностей, приведенных на рис. 9.17, велся по формуле

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} R(r) e^{-i\omega r} dr$$

где R(r) – корреляционная функция пульсаций, то дисперсия рассчитывалась по данным $S(\omega)$ по формуле

$$\sigma_{u}^{2}=2\int_{\omega_{1}}^{\omega_{2}}S(\omega)\,d\omega\,.$$

Из табл. 9.19 видно, что для области волновых чисел $10^{-3} - 2 \cdot 10^{-5}$ м⁻¹ в 95% случаях средняя квадратическая скорость пульсаций σ_u не превышает 6,72 м/с в слое 7–10 км, 8,86 м/с в слое 10–12 км и 9,2 м/с в слое 12–18 км. Для авиационных приложений важны главным образом данные для области волновых чисел $10^{-3} - 10^{-4}$ м⁻¹, для которой σ_u в 95% случаев не превышает 2,72 м/с в слое 7–10 км, 4,54 м/с в слое 10–12 км и 3,96 м/с в слое 12 км.

5. Прогнозирование турбулентности в ясном небе

В настоящее время еще нет надежных методов прогнозирования турбулентности атмосферы в ясном небе. Главной причиной этого является отсутствие разработанной теории рассматриваемого атмосферного явления. Используемые на практике, чаще всего в опытном порядке, способы прогнозирования турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, основываются, как правило, на



Рис. 9.18. Схема синоптической обстановки, характеризующая расположение зон, наиболее благоприятных для возникновения турбулентности в ясном небе (по Пчелко).

эмпирически установленных статистических связях между наличием турбулентности в ясном небе по донесениям экипажей самолетов и некоторыми параметрами атмосферы.

В болышинстве прогностических органов Советского Союза и зарубежных стран прогнозы турбулентности, вызывающей болтанку самолетов, составляются главным образом на основе синоптического метода, учитывающего барическое поле на высотах, поле скорости встра, вертикальные профили скорости ветра и температуры. На рис. 9.18 представлена предложенная Пчелко [72] унифицированная схема, характеризующая синоптические условия, наиболее благоприятные для развития в верхней тропосфере турбулентности, вызывающей болтанку самолетов. На этом рисунке обведены штриховыми линиями и обозначены римскими цифрами области, где турбулентность наиболее вероятна. В рассматриваемой схеме большое значение в формировании турбулентных зон придается, как видим, дивергенции высотных воздушных течений при антициклонической кривизне линий тока. При составлении прогноза турбулентности учитывается также вертикальный сдвиг ветра или число Ri как наилучшие критерии турбулентности, вызывающей болтанку самолетов.

Давыдовым и др. [37] предложен синоптико-статистический метод диагноза и прогноза турбулентности в ясном небе. При разработке этого метода использованы сообщения о болтанке самолетов, полученные от пилотов рейсовых самолетов за период уже упоминавшихся четырех пятидневных серий наблюдений, проведенных в 1964—1965 гг. в соответствии с программой МОГА и ВМО. Вся информация о наличии или отсутствии болтанки самолетов для равнинной территории Советского Союза была распределена по квадратам с размерами на местности 300 × 300 км. При статистической обработке наблюдавшиеся случаи болтанки самолетов были разбиты на две группы: в первую группу вощли все случаи болтанки, независимо от интенсивности, во вторую группу включены только случаи умеренной и сильной болтанки самолетов. В среднем вероятность появления болтанки в квадрате для первой группы (I) оказалась

Таблица 9.20

Номер	Наименование признака с	I	п	
признака і		P(6/s _i)		
	А. Для скоростей с ≥ 90 км/ч	0,54	0,26	
1	Циклоническая часть струи	0,61	0,33	
2	Антициклоническая часть струи	0,51	0,23	
3	Осевая часть струи	0,28	0,07	
- 4	Гребень в струе	0,75	0,41	
5	Ложбина в струе	0,51	0,26	
6	Прямолинейная струя	0,50	0,23	
	Б. Для скоростей с < 90 км/ч	0,35	0.12	
7	Гребень	0,39	0.11	
8	Ложбина	0,43	0.20	
9	Прямолинейный поток	0,31	0,10	
	В. Для всех скоростей	0,41	0,16	
10	Сходимость или расходимость изогипс	0,51	0,21	
11	Отсутствие сходимости или расходимости изогипс	0,37	0,15	

Вероятность болтанки самолетов в зависимости от признака s_i

равной 0,41, для второй (II) 0,16. В табл. 9.20 приведены данные о вероятности болтанки самолетов в зависимости от некоторых синоптических признаков s_i, выбранных авторами [37] для поля изогипс на уровнях 400 и 300 мб.

Из таблицы видно, что характеристики для первой и второй групп ведут себя одинаково как для случаев струйных течений (c > 90 км/ч), так и для случаев не струйных течений (c < 90 км/ч), но для струйных течений они более надежно определяют вероятность болганки самолета.

Вероятность болтанки самолетов наибольшая на циклонической стороне струи и в ее гребне; она равна 50-51% в антициклонической части струи, в ложбине и прямолинейной части струи, в области конвергенции и дивергенции изогипс.

Данные табл. 9.20 использованы при разработке вероятностного метода прогноза болтанки самолетов. Сущность метода состоит в следующем. Информация об исходной ситуации задается с помощью *n*-мерного вектора-предиктора *D*_i с компонентами-признаками s_i:

$$D_i = (s_1, s_2, \dots, s_{i_2}, \dots, s_n), \quad j = 1, N.$$
 (9.46)

Каждый вектор-предиктор только с некоторой вероятностью приводит к болтанке (6) или к ее отсутствию (6⁽⁰⁾). Предполагая, что признаки s_i в совокупности независимы, условную вероятность болтанки самолета на основании формулы вероятности гипотез (формула Байеса) можно записать после нормирования в виде

$$P(6/D_j) = \frac{P(6)k_1 \dots k_n}{P(6)k_1 \dots k_n + P(6^{(0)})\bar{k_1} \dots \bar{k_n}},$$
(9.47)

Таблица 9.21

где

$$k_i = \frac{P(s_i/\delta)}{P(s_i)}, \qquad \bar{k}_i = \frac{P(s_i/\delta^{(0)})}{P(s_i)}$$

Числовая мера каждого прогностического признака оценивается, таким образом, величиной k_i , называемой коэффициентом совместимости.

Данные табл. 9.20 позволили получить комплексы признаков D_j (табл. 9.21) и избрать в качестве предикторов те, которые имеют наибольшую вероятность.

	I		11	II		1		Ш	
J	Dj	<i>Р(б/D_j</i>)	Dj	$P(6/D_j)$,	Dj	$P(\theta/D_j)$	Dj	P(6/D _j)
1	1, 4, 10	90	1, 4, 10	71	13	2, 5, 11	54	3, 4, 10	28
2	2, 4, 10	87	1, 4, 11	62	14	8, 10	53	8, 10	25
3	1, 4, 11	85	2, 4, 10	59	15	2, 6, 11	49	3, 5, 10	23
4	2, 4, 11	79	1, 5, 10	58	16	7, 10	48	3, 4, 11	20
5	1, 5, 10	77	1, 6, 10	51	17	3, 6, 10	45	8, 11	17
6	1, 6, 10	77	2, 4, 11	50	18	3, 5, 10	41	7, 10	15
7	3, 4, 10	72	1, 5, 11	49	19	9, 10	41	3, 5, 11	15
8	2, 5, 10	69	2, 5, 10	48	20	8, 11	37	3, 6, 10	14
9	2, 6, 10	69	1, 6, 11	41	21	7, 11	34	9, 10	13
0	1. 5. 11	67	2, 5, 11	40	22	3, 5, 11	33	7, 11	10
1	1. 5. 11	66	2, 6, 10	39	23	3, 6, 11	32	9, 11	9
2	3, 4, 11	59	2, 6, 11	30	24	9, 11	27	3, 6, 11	9

Вероятность (%) болтанки самолетов в зависимости от D_i

Как видим, комплексы D_j из признаков s_i , соответствующих значениям i = 1, 4, 10; 2, 4, 10; 1, 4, 11, имеют обеспеченность, превышающую 80% для первой группы (болтанка без детализации по интенсивности) и 60-70% для второй группы (умеренная и сильная болтанка самолетов).

Ломоносов и Лунин [65] также использовали формулу Байеса в предположении независимости прогностических признаков для диагноза и прогноза турбулентных зон, в которых может наблюдаться болтанка самолетов. В качестве простых признаков *s_i* ими отобраны гидродинамические факторы, значения которых могут быть получены из карт барической топографии с помощью ЭВМ. Авторами [65] было отобрано 14 признаков *s_i*, описываемых в табл. 9.22. В этой таблице *u_т* и *v_т* – компоненты скорости термического ветра.

Трансформация M_1 , M_2 и M_3 рассчитывалась при $\mu_T = 1$. Основой для расчетов признаков s_i служат, как видим, значения z, $\frac{\partial z}{\partial t}$ и T. В [65] исходные расчетные данные взяты для изобарических поверхностей 400 и 300 мб; шаг сетки для расчетов на ЭВМ составил 300 км. Диапазон значений признаков s_i разбивался затем на восемь одинаковых интервалов (m = 1, 2, ..., 8). Для каждого интервала были вычислены следующие характеристики:

а) вероятность появления градации во всем диапазоне значений признака s_i

$$P_m(s_i) = \frac{N_i(m)}{N};$$

б) условная вероятность появления градации при наличии болганки

$$P_m(s_i/6) = \frac{L_i^{(m)}}{L};$$

в) коэффициент совместимости для *i*-той градации

$$k_{i}^{(m)} = \frac{P_{m}(s_{i}/\delta)}{P_{m}(s_{i})} = \frac{1}{P(\delta)} \frac{L_{i}^{(m)}}{N_{i}^{(m)}}$$

Здесь N — общее число рассматриваемых квадратов; L — число квадратов с болтанкой; P = L/N — априорная вероятность появления болтанки.

В качестве критерия успешности прогноза используется коэффициент оправдываемости альтернативных прогнозов, предложенный Обуховым:

$$Q = 1 - (\alpha + \beta), \qquad (9.48)$$

где α — ошибка первого ряда, характеризующая относительное число неудачных прогнозов отсутствия болтанки; β — ошибка второго ряда, характеризующая относительное число неудачных прогнозов болтанки. Мерой полезности признака s_i является величина Q_i в слое:

$$Q_i = P(s_i/\delta) - P(s_i/\delta^{(0)}).$$
(9.49)

Если $Q_i > 0$, то при ожидании s_i можно ожидать болтанку самолета в соответствующем квадрате.

Для оценки роли признаков s_i в [65] использованы материалы донесений экипажей рейсовых самолетов за периоды в 1964—1965 гг., рекомендованные

i	Признаки s _i	Аналитическое выражение для признака
1	Число Ричардсона Ri	$\frac{g}{T} - \frac{\gamma_a - \gamma}{\left(\frac{\partial c}{\partial z}\right)^2}$
2.1 		
2	Изменение числа Ri в горизонтальной плоскости	$\sqrt{\left(\frac{\partial \operatorname{Ri}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \operatorname{Ri}}{\partial y}\right)^2}$
		$\Gamma(a_{\rm H})^2$ $(a_{\rm H})^2$
3 , 1	Трансформация кинетической энергии среднего движения в турбулентную энергию M_1	$\mu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]$
4	Трансформация M ₂	$\mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial v}\right)^2$
		(UN UY)
5	Трансформация M_3	$2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]$
6	Трансформация $M_2 + M_3$	
7	Скорость ветра с	∂c
8	Горизонтальный градиент скорости ветра по нор- мали к потоку	dn
9	Горизонтальный градиент скорости ветра вдоль потока	$\frac{\partial c}{\partial s}$
10	Вертикальная составляющая вихря скорости $\Omega+l$	$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + l$
11	Скорость термического ветра $c_{\rm T}$	$\sqrt{u_{\rm T}^2 + v_{\rm T}^2}$
12	Вертикальная составляющая вихря скорости термического ветра	$\frac{\partial v_{\mathrm{T}}}{\partial x} - \frac{\partial u_{\mathrm{T}}}{\partial y}$
	(∂T)	$\partial T \partial T$
13	Адвекция температуры $\left(\frac{-2}{\partial t}\right)_a$	$-u\frac{\partial u}{\partial x}-v\frac{\partial u}{\partial y}$
14	Модуль тенденции высоты изобарической поверх- ности z	$\left \frac{\partial z}{\partial t} \right $
•	2. 12. 12. 12. 12. 12. 12. 12. 12. 12. 1	

МОГА и ВМО, т. е. те же материалы, которые были использованы Давыдовым и др. в [37]. В табл. 9.23 приведены данные о показателе успешности диагноза болтанки самолетов Q_i для признаков s_i .

Таблица 9.23

Значения $Q_i \cdot 10^2$ для признаков s_i

s _i	Зима	Весна и осень	Лето	Si	Зима	Весна и осень	Лето
1	8,5	6,9	8,6	8	8,2	9,1	5,5
2	3,1	6,3	4,7	9	17,2	9,4	4,9
3	8,9	7,2	6,4	10	10,7	8,7	6,8
4	9,3	2,4	2,8	11	3,3	8,3	7,1
5	3,3	4,0	1,5	12	5,4	7,2	5,3
6	10,5	4,9	6,3	13	6,6	7,4	4,4
7	8,0	12,6	13,6	14	8,2	13,4	9,5

Как видим, значения Q_i существенно зависят от времени года. Максимальные и наиболее устойчивые в течение года значения Q_i получены для признаков s_i с номерами 1, 3, 7, 10 и 14, т. е. число Ri, вертикальный градиент скорости ветра, скорость ветра, вертикальная составляющая вихря скорости и модуль тенденции высоты изобарической поверхности. В табл. 9.24 приведены

Таблица 9.24

Значения Q для комплексов признаков s_i

Зима		Весна и осень	
комплексы s _i	$Q \cdot 10^2$	комплексы s _i	$Q \cdot 10^2$
9 9, 6 9, 6, 14 9, 6, 14, 3 9, 6, 14, 3, 1 9, 6, 14, 3, 1 9, 6, 14, 3, 1, 13 9, 6, 14, 3, 1, 13, 12 9, 6, 14, 3, 1, 13, 12, 2	17,2 22,2 25,6 28,5 29,9 31,7 32,6 33,0	14 14, 7 14, 7, 3 14, 7, 3, 8 14, 7, 3, 8, 9 14, 7, 3, 8, 9, 12 14, 7, 3, 8, 9, 12 14, 7, 3, 8, 9, 12, 10 14, 7, 3, 8, 9, 12, 10, 13 14, 7, 3, 8, 9, 12, 10, 13 14, 7, 3, 8, 9, 12, 10, 13, 2	13,4 19,1 22,0 22,6 24,2 26,1 26,8 27,1 27,9
		Лето	
		комплексы s _i	$Q \cdot 10^2$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	5, 6 5, 6, 14 5, 6, 14, 11 5, 6, 14, 11, 4 5, 6, 14, 11, 4, 13	13,6 18,3 20,8 21,4 22,5 24,7 25,7 25,8 26,0 26,6 26,6 26,8 27,5 27,6

показатели успешности Q для комплексов s_i . Эта таблица показывает, что летом для получения $Q = 0,28 \div 0,33$ необходимо использовать до 13–14 признаков s_i , тогда как в остальные сезоны достаточно иметь комплексы из семи признаков.

Для диагноза (прогноза) болтанки самолетов из табл. 9.23 выбирается наиболее значимый признак. Он поочередно «умножается» на оставшиеся, затем выбирается та пара признаков s_i, которая обеспечивает наибольшее суммарное значение Q. К этой паре признаков s_i поочередно присоединяются оставшиеся признаки, и из полученного набора уже трехмерных векторов выбирается вектор с наибольшим значением Q. Формирование на ЭВМ *n*-мерного вектора-предиктора продолжается до тех пор, пока суммарная мера успешности Q возрастает.

Таблица 9.25 Средние сезонные значения

параметров

Параметр	Зима	Весна и осень	Лето
α	0,30	0,38	0,30
β	0,37	0,34	0,42
P	0,33	0,28	0,28
P	0,62	0,46	0,39

Признаки, соответствующие максимальному значению Q, используются для прогноза вероятности болтанки самолетов.

Возможная средняя сезонная мера успешности численного метода прогноза вероятности болтанки самолетов иллюстрируется данными табл. 9.25, которые еще раз показывают, что векторы-предикторы для разных сезонов имеют различную значимость.

Мы подробно остановились на работах [37, 65], так как в первой из них рассматриваются главным образом синоптические признаки, а во вто-

рой – гидродинамические, в том числе Ri. Предложенные методы диагноза и прогноза болтанки самолетов проверены на одном и том же материале о болтанке самолетов, поступившем от летного состава Аэрофлота СССР. Главное, как нам представляется, состоит в том, что статистические данные, приведенные в работах [37] и [65], дают представление о роли тех или иных признаков и их комплексов как возможных предикторов турбулентности, вызывающей болтанку самолетов.

В принципе такой же метод диагноза и прогноза турбулентности в стратосфере предложен Яворской [134]. В качестве основных предикторов используются вертикальный градиент средней скорости ветра и его изменения с высотой, а также вертикальный градиент температуры.
Глава 10

МЕЗОСТРУКТУРА ПОЛЯ СКОРОСТИ ВЕТРА

1. Мезонеоднородности поля скорости ветра

Экспериментальные исследования мезоструктуры поля ветра показали, что на фоне общего переноса воздуха с некоторой средней скоростью в воздушном потоке наблюдаются локальные максимумы скорости ветра. Эти локальные зоны представляют собой сплюснутые струйки различных размеров. В ряде случаев локальные зоны, окаймленные общей изотахой в горизонтальном плане или на вертикальном разрезе атмосферы, в свою очередь состоят из серии мелких зон с максимумами скорости ветра (рис. 10.1). При пересечении этих неоднородностей обычно наблюдается болтанка самолетов.

Следует отметить, что локальные пространственные изменения скорости ветра не всегда коррелируют с пространственными изменениями температуры воздуха и что, следовательно, возникновение возмущений в поле ветра, имеющих масштаб в несколько десятков километров, не всегда удается объяснить с помощью представлений о термическом ветре.

Летные эксперименты показали, что такие неоднородности в поле ветра наблюдаются чаще всего в области дивергенции воздушных течений и в мало-градиентных полях давления.

Как известно из аэродинамики, даже незначительное сужение потока действует на него стабилизирующе и при прочих равных условиях критическое число Рейнольдса Re_{кр} оказывается бо́льшим, чем для несужающегося течения. Наоборот, при слабо расширяющихся стенках турбулентное течение возникает при меньшем Re_{кр}.

При увеличении угла раствора стенок аэродинамической трубы возникает возвратное течение и происходит отрыв от стенок, но не с обеих сторон одновременно, а всегда только с одной.

Лабораторные исследования показали, что неустойчивость диффузорного течения тем больше, чем меньше шероховатость поверхности стенок диффузора. Применительно к свободной атмосфере это означает, что участки с дивергенцией потока могут иметь несколько чередующихся максимумов и минимумов скорости на вертикальном и горизонтальном профилях ветра. Наличие перегибов в профиле скорости ветра является важным фактором, вызывающим нарушение устойчивости потока и турбулизацию последнего.

2. Энергетические спектры мезомасштабной турбулентности

Измерения скорости и направления ветра на высотах в свободной атмосфере с помощью допплеровских навигационных систем позволили обнаружить мезонеоднородности поля скорости ветра, имеющие турбулентный характер, и получить данные о статистических характеристиках мезомасштабной турбулентности [83, 84]. Такие исследования пока удалось провести только в верхней тропосфере и нижней стратосфере.



Рис. 10.1. Вертикальный разрез поля скорости ветра (км/ч). а-в зоне дивергенции, б-в зоне конвергенции воздушных течений, б⁽¹⁾ – спабая, б⁽²⁾ – унеренная болтанка санолета ТУ-104. 1 – уровень максинального ветра.

В [83, 84] эмпирические структурные функции пульсаций скорости ветра рассчитывались по данным измерений скорости ветра на горизонтальных площадках длиной около 200—300 км. Такая длина площадок позволила получить количество замеров скорости ветра, досгаточное для статистических расчетов при минимальном времени летного эксперимента, для которого можно с известным приближением считать поле скоростей стационарным.

Кривые структурных функций показали, что с увеличением масштаба Δx происходит увеличение $\sigma_{\Delta u}^2$. Полученные при этом значения показателя степени



ис. 10.2. Интегральная повторяемость показателя степени структурной функции. 1—1960 г., 2—1962 г.

структурной функции [при аппроксимации эмпирических данных выражением $\sigma_{\Delta u}^2 = A (\Delta x)^n$] имели большой разброс – от 0,2 до 1,5. На рис. 10.2 приведены кривые интегральной повторяемости значений показателя степени *n* по материалам наблюдений над районами Европейской территории СССР и Дальнего Востока. Примерно в 25% случаев *n* было меньше 0,5, т. е. рост $\sigma_{\Delta u}^2$ с увеличением Δx был сравнительно медленным, а в 20–30% случаев *n* было больше 0,8. В среднем, как это видно из табл. 10.1, в которой приведены средние значения \bar{n} на высотах, зависимость $\sigma_{\Delta u}^2$ от Δx близка к закону «двух третей».

Таблица 10.1 Параметры структурных функций флуктуаций горизонтальной компоненты скорости ветра 8+0.5 9 ± 0.5 *Н* км . . 10 + 0.5 $11 \pm 0,5$ 7 ± 0.5 0,646 0,611 *n*.... 0,611 0,685 0,646 $(\overline{\Delta_1 x})_{xap}$ KM 16,9 17,4 18,3 19.2 18,6

Возрастание $\sigma_{\Delta u}^2$ с увеличением Δx происходит, как правило телько до определенного характерного значения (Δx)_{хар}. При $\Delta x > (\Delta x)_{xap}$ величина $\sigma_{\Delta u}^2$ либо не растет, либо ее рост замедляется и она колеблется около некоторого среднего

9 Зак. 1872

значения $\sigma_{\Delta u}^2$. На рис. 10.3 приведена кривая интегральной повторяемости $(\Delta_1 x)_{xap}$, а средние значения $(\Delta_1 x)_{xap}$ на высотах даны в табл. 10.1. Из рис. 10.3 видно, что примерно в 70% случаев характерное расстояние было меньше 20 км, в том числе в 47% случаев меньше 15 км; в отдельных случаях $(\overline{\Delta_1 x})_{xap}$ достигало 45–50 км.

Интересно сравнить характерный масштаб для пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра с характерным масштабом $\Delta_2 x$ для вертикальной



компоненты. Для этого на рис. 10.3 нанесена кривая интегральной повторяемости ($\Delta_2 x$)_{хар}, полученная Юргенсоном из перегрузок самолета при полетах в турбулентной атмосфере. Видно, что ход кривых интегральной повторяемости ($\Delta_1 x$)_{хар} и ($\Delta_2 x$)_{хар} идентичен, но ($\Delta_2 x$)_{хар} на порядок меньше ($\Delta_1 x$)_{хар}.

То, что показатель степени эмпирической структурной функции в среднем соответствует закону «двух третей», служит свидетельством того, что в среднем спектральная плотность описывается законом «минус пять третей». Как показали исследования [86], отклонения от этого закона связаны с характером термической и ветровой стратификации атмосферы. Теоретическому рассмотрению зависимости пульсационного поля ветра от термической стратификации посвящена работа Панчева [78]. Указанные структурные функции должны, естественно, найти отражение и в функциях спектральной плотности пульсаций скорости ветра.

Экспериментальные энергетические спектры, построенные в логарифмических координатах, могут иметь изломы, приводящие к разной крутизне наклона спектра. Эти изломы указывают (см. главу 4) на наличие стока турбулентной энергии в определенной области масштабов турбулентных движений (скажем, на преодоление отрицательных сил плавучести) или на приток энергии от каких-то внешних источников. Если на малых высотах источником турбулентной энергии, например, в области высоких частот является возмущающее влияние

на поток подстилающей поверхности земли и неустойчивая термическая стратификация, то в свободной атмосфере главным источником является потеря устойчивости волновых движений и эффекты нелинейных взаимодействий турбулентных движений различных масштабов, а также турбулентных движений со средним потоком. В связи с этим в последнее время наряду с термином ТЯН (САТ) употребляется термин ТВВ (WIT), обозначающий турбулентность в ясном небе, возбуждаемую волнами.



Рис. 10.4. Кривые спектральной плотности пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра. 1) 0.5-1.0 км; 2) 1-3 км; 3) 3-7 км; 4) 7-10 км.

На рис. 10.4 приведены в логарифмических координатах осредненные кривые спектральной плотности $S(\omega)$ пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в тропосфере [92]. В осреднение вошли спектры, полученные в разное время года и в различных географических районах. Для высот 0,5–1,0 км в осреднение включено 11 индивидуальных спектров, для 1–3 км – 21, для 3–7 км – 51, для высот 7–10 км – 194 спектра. На рисунке для сравнения приведены линии, соответствующие плотности $S(\omega)$, пропорциональной ω^{-3} . На спектре для слоя атмосферы 0,5–1,0 км имеются два излома,

образующие своего рода площадки, благодаря которым участки спектра для больших частот оказываются в области более высоких энергий, чем если бы спектр, исходя из гипотезы о каскадной передаче энергии по спектру, был линейно проэкстраполирован в области тех же более высоких частот. Характерные линейные размеры возмущений, в области которых происходит вток внешней турбулентной энергии, соответственно равны примерно 2–5 и 10–20 км.

На рис. 10.4 видно также, что на спектрах для слоев атмосферы 1-3, 3-7 и 7-10 км имеются площадки для масштабов турбулентности от 10 до 20 км. Таким образом, в свободной атмосфере спектры турбулентности мезо- и микромасштабов могут содержать по крайней мере два-три различных инерционных интервала с разными значениями скорости диссипации турбулентной энергии. Теоретические исследования [53] устойчиво стратифицированных струйных течений, характерных для верхней тропосферы, в линейном приближении показали, что волновые возмущения с длинами примерно 8-30 км неустойчивы зали, что волновые возмущения с при очень малых числах $Ri\left(Ri < \frac{1}{4}\right)$. Физически это означает, что в движущемся потоке, стратификация которого гидродинамически неустойчива $\left(\text{Ri} < \frac{1}{4} \right)$, возникают нарастающие по амплитуде волны, которые в какой-то момент обрушиваются, после чего происходит переход к турбулентности. Применительно к верхней тропосфере с характерным для нее значением вертикального градиента температуры $\gamma = 0,007^{\circ}$ С/м это означает, что существует некоторое критическое значение вертикального градиента средней скорости ветра В, при котором волны определенной длины неустойчивы. С увеличением β расширяется интервал длин (или частот) неустойчивых волн (в сторону более коротких и в сторону более длинных). Эта зависимость иллюстрируется рис. 10.5; заштрихованная область характеризует интервал гидродинамически неустойчивых волновых возмущений. Согласно рис. 10.5, при $\beta = 3.2 \cdot 10^{-2}$ c⁻¹ (Ri = 0.1) волны длиной 8,5-16,0 км неустойчивы. Энергия этих возмущений может преобразовываться в энергию турбулентности и формировать (или усиливать) турбулентный режим. Сплошная кривая, ограничивающая область неустойчивости на рис. 10.5, соответствует нейтральным волнам (не возрастающим и не затухающим по амплитуде).

Рисунок 10.5, построенный на основе линейной теории, позволяет определить условия потери неустойчивости волновых возмущений, но не позволяет описать возникновение и тем более развитие турбулентности, так как сама по себе потеря устойчивости еще не является переходом волнового режима к турбулентному. Теоретическое описание такого перехода возможно после учета нелинейного взаимодействия возмущения и основного потока, а также волновых возмущений различных длин. Некоторые результаты исследований нелинейных эффектов мезомасштабных возмущений и механизма турбулентности в струйном течении изложены в [183]. Оказалось, что взаимодействие внутренних гравитационных волн (при Ri < $\frac{1}{4}$) зависит от формы вертикального профиля температуры. При линейном профиле взаимодействие слабое, при искривленном профиле температуры (тропопауза, инверсионные слои) взаимодействие оказывается значительным. Расчеты показали, что волны длиной 10–30 и 1–5 км существенно нелинейны; нелинейное взаимодействие таких волн приводит к турбулизации потока, а энергия пульсационного движения при этом сравнима с энергия пульсационного движения при этом сравнима с энергия пульсационных при этом сравнима с энергия пульсационного движения приводит к турбулизации потока, а энергия пульсационного на струмения при этом сравнима с энергия пульсационного на сама технования с энергия пульсационного на сама технования приводит к турбулизации потока, а энергия пульсационного на сама технования приводит с энергия пульсационного на сама технования при этом сравнима с энергия пульсационного на сама по сама на сама

гией, наблюдающейся в условиях болтанки самолетов. В промежуточной области длин волн (5-10 км) эффект нелинейного взаимодействия выражен значительно слабее.

Исследования Као и Вудса [176], проведенные на материалах американского научно-исследовательского проекта «Струйное течение», показали, что по форме энергетические спектры для продольной и поперечной компонент скорости ветра весьма близки друг к другу и что $S(\omega) \approx \omega^{-2,0}$. Величина дисперсии пульсаций





скорости ветра оказалась зависящей от угла между господствующим направлением воздушного потока и направлением полета, вдоль которого проводились измерения. Эти различия видны из табл. 10.2. Дисперсия пульсационной скорости больше при полетах поперек течения, чем при полетах вдоль течения, и она больше для поперечной составляющей, чем для продольной, при полетах параллельно течению.

Таблица 10.2

Направление	Средняя ск	орость ветра и/с)	Дисперсия пульсационной скорости (м ² /с)		
nonera	иродольная	поперечная	продольная	понеречная	
	компонента	, компонента	компонента	компонента	
Вдоль потока	59,0	6,1	1,0	1,1	
	62,3	6,9	2,6	2,03	

Характеристики пульсаций скорости ветра по [176]

При исследованиях турбулентности используется гипотеза о локально-нормальной структуре турбулентности, т. е. гипотеза о совокупности турбулентных зон, в каждой из которых изменение компонент скорости пульсаций со временем есть стационарный нормальный процесс с дисперсией, изменяющейся от зоны к зоне. В принципе для области масштабов турбулентности, в которых происходит вток или сток турбулентности под влиянием внешних факторов, эта гипотеза неприемлема. Для выявления указанных эффектов можно воспользоваться данными о распределении спектральной плотности $S(\omega)$ для некоторых фиксированных масштабов турбулентности. Распределение $S(\omega)$ позволяет также выявить не только втоки внешней энергии в спектр, но и стоки турбулентной энергии. Распределение $S(\omega)$ для ряда волновых чисел представлено на рис. 10.6, а числовые характеристики этих распределений приведены в табл. 10.3.

Таблица 10.3

Параметры статистических распределений S(w)

			Мода S	(ω) м ³ /c ²	Мода (%)		
ω M ⁻¹	L км	S (ω) M ³ /c ²	основная	вторичная	основ- ная	вторич- ная	
$2 \cdot 10^{-3}$	0,5	$5 \cdot 10^{-1} - 10^3$	$10^{1} - 5 \cdot 10^{1}$	$\frac{10^{0}-5\cdot10^{0}}{10^{2}-5\cdot10^{2}}$	40,0	18,0 12,4	
10 ³	1,0	$10^{0} - 5 \cdot 10^{3}$	$10^{1} - 5 \cdot 10^{1}$	$10^2 - 5 \cdot 10^2$	54,8	18.6	
$5 \cdot 10^{-4}$	2,0	$10^{1} - 5 \cdot 10^{4}$	$10^2 - 5 \cdot 10^2$		55,0		
$2 \cdot 10^{-4}$	5,0	$2 \cdot 10^{2} - 10^{3}$ $10^{3} - 4 \cdot 10^{5}$	$10^{\circ} - 5 \cdot 10^{\circ}$ 8 · 10 ³ - 2 · 10 ⁴	_	200		
5.10-5	20.0	$10^{-4.10}$ $10^{3}-2.10^{6}$	$2 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^4$	$10^{5} - 4 \cdot 10^{5}$	35.0	18.0	
$2 \cdot 10^{-5}$	50,0	$4 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^6$	$10^{5} - 4 \cdot 10^{5}$	$2 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^4$	42,0	20,5	





10⁵

 M^3/c^2

10⁶

ж)

10³ 10⁴









Рис. 10.6. Кривые распределения спектральной плотности S(ω) для различных волновых чиселω.

a) 2.10^{-3} M⁻¹, b) 10^{-3} , e) 5.10^{-4} , e) 2.10^{-4} , d) 10^{-4} , e) 5.10^{-5} , m) 2.10^{-5} M⁻¹

Распределение S (ω) для масштаба 0,5 км является трехмодальным, для масштабов 1, 20 и 50 км — двухмодальным, а для 2, 5 и 10 км — одномодальным. Наибольшей дисперсией отличается распределение S (ω) для $\omega = 10^{-4}$ м⁻¹. Вторичные максимумы повторяемости S (ω) для масштабов 0,5, 1 и 20 км указывают на сравнительно большую вероятность появления этих возмущений, отличающихся высокими энергиями, и можно думать, что их появление связано с притоком энергии в спектр турбулентности. Напротив, вторичные максимумы повторяемости S (ω) для масштабов 0,5 (левый вторичные максимум) и 50 км отражают не вток, а потерю энергии в спектре турбулентности.

3. Вертикальные распределения норывов ветра и их спектры

Выще были рассмотрены статистические характеристики пульсаций скорости ветра и их изменения в горизонтальной плоскости. Не меныший интерес представляет вертикальное распределение пульсаций скорости ветра. Имея достаточно детальные данные о вертикальном распределении таких пульсаций, можно по ним получить корреляционные и спектральные функции, подобно тому как это делается для горизонтальных и временных распределений. Хотя такое вертикальное распределение пульсаций скорости ветра можно лишь условно считать реализацией случайного процесса, однако спектральное разложение имеет вполне определенный физический смысл, что позволяет выявить вертикальные масштабы пульсаций скорости ветра и спектральное распределение энергии этих пульсаций.

В дальнейшем мы будем называть подобные спектры энергетическими по аналогии со спектрами реальных случайных процессов, вкладывая в это название указанный выше смысл.

В работе [55] приведены автокорреляционные функции мелкомасштабных (от нескольких метров до сотен метров) пульсаций скорости ветра, вычисленные по данным измерений пульсаций скорости ветра при подъемах автоматических стратостатов, оснащенных специальной аппаратурой. Такие функции получены для высот от поверхности земли до 10–12 км по слоям толщиной 1 км. Анализ показал, что лучшей аппроксимацией для этих эмпирических автокорреляционных функции является выражение

$$R(\Delta z) = e^{-\alpha \Delta z} \cos \varphi \, \Delta z \,, \tag{10.1}$$

которому соответствует спектральная плотность

$$S(\omega) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \phi^2}{(\omega^2 - \phi^2 - \alpha^2)^2 - 4\alpha^2 \omega^2}.$$
 (10.2)

Вертикальные масштабы возмущений $\Delta_0 z$, определяемые радиусом корреляции, соответствующим $R(\Delta z) = 0$, изменяются от 10 до 350 м. В 62% случаев они были меньше 100 м, в 16% случаев больше 200 м. В широких пределах изменяется также величина α – от 0,005 до 0,15 м⁻¹, но в 89% случаев она составляла 0,005—0,05 м⁻¹. Оказалось также, что интенсивность турбулентности $\overline{u'}^2$ и масштабы возмущений $\Delta_0 z$ возрастают с уменьшением числа Ri. Убывание относительной интенсивности турбулентности ψ с высотой в среднем обратно пропорционально корню квадратному от высоты.

В США в течение нескольких лет проводятся измерения скорости и направления ветра с помощью системы, состоящей из высокоточной радиолокационной станции FRS-16 и жесткой майларовой металлизированной сферы, наполняемой гелием, с шипообразной поверхностью. Пространственные координаты сферы, поднимающейся со скоростью примерно 5 м/с, определяются через 0,1 с. Эти данные автоматически осредняются по 50-метровым интервалам высоты. Средняя квадратическая оппибка определения скорости ветра около 0,5 м/с. Полученный вертикальный профиль скорости ветра затем осредняется примерно по 600-метровым слоям, и тогда он становится близким к профилю ветра, получаемому при обычном радиоветровом зондировании атмосферы. Разность между начальным и осредненным вертикальными профилями ветра дает вертикальный профиль пульсационной компоненты скорости ветра. По данным гакого профиля вычисляется функция спектральной плотности.

В [158] приведены осредненные спектры пульсаций скорости ветра по 210 вертикальным профилям, полученным на мысе Канаверал для слоя атмосферы 2-16 км. Эти спектры хорошо описываются степенным законом с показателем степени, равным 2,47 для зональной, 2,70 для меридиональной компонент скорости ветра и 2,46 для модуля скорости ветра. Для примера укажем, что спектральная плотность пульсаций модуля вектора ветра для волнового числа $\omega = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ в 99% случаев была меньше $1,2 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{c}^2$, а в 50% случаев меньше $4.8 \cdot 10^3$ м³/c².

Као и Сендс [178] получили спектры пульсаций скорости ветра для слоя атмосферы от поверхности земли до высоты 50 км по данным 210 ракетных экспериментов, сопровождавшихся измерениями скорости ветра. Спектры для масштабов от 2,5 до 50 км были вычислены ими для каждого вертикального профиля скорости ветра. Расчеты велись отдельно для зональной и меридиональной компонент скорости ветра. Индивидуальные спектры были затем осреднены по сезонам года.

Таблица	10.4
· ·	

Сезонные значения спектральной плотности пульсации скорости ветра												
@ mu ⁻¹	T me	Зима		Ве	сна	Ле	Лето		Осень		од	
O KM	L KM	S _u (ω)	S _v (ω)	$S_u(\omega)$	$S_v(\omega)$	S _u (ω)	$S_v(\omega)$	S _u (ω)	S _v (ω)	S _u (ω)	S _ν (ω)	
0,02	50	145,36	75,44	82,80	31,60	24,88	36,00	21,72	46,84	68,69	47,47	
0,025	40	132,60	69,40	94,52	33,32	29,88	32,84	42,36	41,80	74,84	44,34	
0,030	33,3	110,80	59,64	98,64	35,36	35,04	28,56	62,12	36,52	76,65	40,02	
0,035	28,5	86,84	49,56	96,88	37,88	39,80	24,72	77,84	33,00	75,34	36,29	
0,040	25,0	65,16	41,16	89,96	40,76	43,52	22,48	86,92	32,44	71,39	34,21	
0,050	20,0	38,48	32,96	64,32	46,16	46,36	25,26	79,68	40,92	57,21	36,40	
0,060	16,6	35,04	33,60	36,52	47,48	42,72	38,12	47,32	53,16	40,40	39,09	
0,070	14,3	35,96	32,20	24,36	40,84	36,44	49,72	21,60	51,24	29,59	43,50	
0,080	12,5	24,84	24,68	25,48	28,92	31,76	47,80	21,52	33,24	25,90	33,66	
0,090	11,1	11,00	18,96	21,16	19,12	28,12	33,80	26,80	18,72	21,77	22,65	
0,10	10,0	7,08	18,00	8,60	14,64	23,56	19,28	17,84	17,08	14,27	17,25	
0,12	8,3	6,88	10,00	3,80	11,76	13,56	10,28	2,00	11,44	6,56	10,87	
0,14	7,1	3,64	10,04	3,64	6,08	3,36	11,68	6,88	5,36	5,13	8,29	
0,16	6,3	4,32	8,32	3,12	7,16	8,72	9,16	1,32	11,44	4,37	9,02	
0,20	5,0	3,52	7,64	1,68	4,04	4,24	6,92	1,52	7,48	2,74	-6,52	
0,25	4,0	0,72	2,52	2,08	4,84	2,44	3,24	2,12	2,72	1,84	3,33	
0,30	3,3	0,92	3,00	0,64	4,52	3,68	3,24	2,48	1,64	1,93	3,10	
0,35	2,8	1,24	3,36	0,16	2,60	1,20	0,64	0,52	1,24	0,78	1,96	
0,40	2,5	1,40	2,56	0,96	1,60	1,28	0,60	0,40	1,48	1,01	1.56	

В табл. 10.4 приведены значения нормированной спектральной плотности для различных волновых чисел ω, а в табл. 10.5 величина дисперсии зональной и меридиональной компонент скорости ветра для разных сезонов. Кроме того, на рис. 10.7 представлены кривые нормированных средних годовых значений S(ω). Как видим, кривые спектральной плотности пульсаций Таблица 10.5

.2 .2

Сезонные значения и и и										
Время года	и ² м ² /с ²	$\overline{v'^2} M^2/C^2$	u' ² /v' ²							
Зима Весна Лето Осень Год	73,62 56,61 23,06 48,68 50,49	29,57 20,96 18,67 24,09 23,32	0,39 0,37 0,83 0,49 0,46							



Рис. 10.7. Нормированная спектральная плотность пульсаций зональной (1) и меридиональной (2) компонент скорости ветра.

зональной и меридиональной компонент скорости ветра имеют примерно одинаковую форму и могут быть описаны степенным законом $S(\omega) \approx \omega^{-n}$. По оценке Као и Сендса, спектральная плотность обратно пропорциональна квадрату волнового числа ω .

4. О мезометеорологическом минимуме энергии в спектре турбулентности

В главе 1 было показано, что величина спектральной плотности возрастает с уменьшением частоты. В инерционном интервале эта зависимость описывается законом «минус пять третей». Область спектра, примыкающая к инерционному интервалу со стороны низких частот, содержит основную долю кинетической

энергии турбулентных движений. В этой части спектра располагается максимум энергии, соответствующий некоторому интервалу масштабов турбулентных возмущений, — так называемый энергонесущий диапазон спектра атмосферной турбулентности. В настоящее время отсутствуют теоретические оценки вида функции спектральной плотности в этой области спектра. Еще в меньшей степени изучена область низких частот, примыкающая к максимуму энергетического спектра со стороны более низких частот и существенно зависящая от условий возникновения турбулентного режима в потоке.

а. Энергетический спектр пульсаций скорости ветра на малых высотах. Попытка вычислить спектр для малых высот над поверхностью земли в широком диапазоне частот была сделана в работах Ван-дер-Ховена, Колесниковой и Монина [56].



Рис. 10.8. Энергетический спектр пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра (по Ван-дер-Ховену).

На рис. 10.8 представлен энергетический спектр [в координатах $fS_u(f)$, f] пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в интервале частот от 10^3 до 10^{-3} ч⁻¹, построенный Ван-дер-Ховеном по данным измерений на 125метровой метеорологической мачте в Брукхейвене (США). Высокочастотная часть спектра получена по измерениям в период сильных ветров.

Из рис. 10.8 видно, что этот спектр имеет два максимума: основной максимум, приходящийся на частоту $f \approx 10^{-2} \text{ y}^{-1}$, вторичный максимум, соответствующий $f \approx 10^{-1} \text{ y}^{-1}$. Максимум в так называемой синоптической области $(f \approx 10^{-2} \text{ y}^{-1})$ обусловлен прохождением крупномасштабных барических систем, а максимум в микромстеорологической области $(f \approx 6 \cdot 10^1 \text{ y}^{-1})$ – мелкомасштабной турбулентностью динамического происхождения. Наиболее существенной особенностью рассматриваемого спектра является глубокий минимум (провал) в мезометеорологической области $(f \approx 2 \cdot 10^{-1} \div 10^1 \text{ y}^{-1})$.

По данным Ван-дер-Ховена, эта особенность типична для многих серий измерений.

В настоящее время еще нет теоретического объяснения возникновения мезометеорологического минимума в спектре. Остановимся на качественном объяснении этого явления. Исследования статистических характеристик атмосферной турбулентности опираются на представления о том, что атмосфера является динамической неустойчивой системой и что в ней постоянно существуют периодические волновые движения. Если эти движения в свою очередь становятся

неустойчивыми, то возникают движения турбулентного характера. Следовательно, турбулентные движения представляют собой результат так называемой вторичной неустойчивости атмосферы.

Синоптический максимум обусловливается вторичной неустойчивостью крупномасштабных динамических процессов в атмосфере, связанных с различием нагрева Солнцем полярных и тропических зон, а также с различием характера подстилающей поверхности (материки, океаны). От этого максимума в процессе «дробления» вихрей происходит передача турбулентной энергии по спектру от больших масштабов к малым вплоть до тех, энергия турбулентных движений в которых диссипирует в тепло. На мелкомасштабном участке спектра турбулентности может происходить генерация турбулентной энергии вследствие гидродинамической неустойчивости в поле ветра, особенно в планетарном пограничном слое атмосферы, а также благодаря термической неустойчивости атмосферы и распаду коротких гравитационных волн при потере ими устойчивости. Эти локальные притоки турбулентной энергии могут формировать второй максимум в энергетическом спектре.

Масштабы турбулентности, на которые приходится второй максимум турбулентной энергии, зависят не только от характера вертикальных профилей скорости ветра и температуры воздуха, но и от расстояния от поверхности земли. Как показали наблюдения, второй максимум в энергетическом спектре типичен для пограничного и особенно приземного слоя атмосферы. Далее, поскольку вертикальный масштаб турбулентных возмущений, обусловленный термической неустойчивостью атмосферы, с высотой возрастает, с высотой происходит и сдвиг максимума турбулентной энергии в область более низких частот. С другой стороны, так как в тропосфере термическая устойчивость воздуха с высотой в среднем увеличивается, роль термических факторов, обусловливающих появление второго максимума, ослабевает. В средней и верхней тропосфере, кроме зоны тропопаузы, струйных течений и атмосферных фронтов, нет динамических условий для непосредственной генерации турбулентности в области микромасштабов.

Поэтому можно предположить, что в свободной атмосфере не обязательно наличие максимума турбулентной энергии на микромасштабах и связанного с этим явлением мезометеорологического минимума энергии в энергетическом спектре атмосферной турбулентности.

б. Энергетические спектры пульсаций скорости ветра в тропосфере и стратосфере. Болышинство опубликованных работ содержит результаты экспериментальных исследований турбулентности в пограничном слое атмосферы, тогда как о турбулентности в свободной атмосфере данных значительно меньше. Кроме того, эти данные касаются только отдельных участков спектра атмосферной турбулентности. Например, Ван-Чен-Чи исследовал временные энергетические спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра на уровнях от 700 до 50 мб для двух пунктов территории США. Он использовал материалы радиоветровых наблюдений, проводившихся в течение года один раз в сутки. Этими исследованиями хорошо уловлен синоптический максимум энергии в спектре пульсаций скорости ветра.

Спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра, полученные Као и Вудсом [176] для области струйных течений, дают представление об особенностях энергетических спектров только для мезомасштабной турбулентности.

Пинус [88] исследовал спектры от синоптических масштабов до масштабов в несколько десятков метров. Им были использованы радиоветровые наблюдения, а также самолетные измерения с помощью допплеровской навигационной системы и термоанемометра. Самолетные измерения позволили получить одномерные пространственные спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра, а радиоветровые — временные спектры. При сопоставлении этих спектров была использована гипотеза о «замороженной» турбулентности.

Исследования Пинуса показали, что в тропосфере могут наблюдаться максимумы энергии в области микромасштабов. Однако чаще всего, особенно в верхней тропосфере и нижней стратосфере, в микромасштабной турбулентной области спектра появляется эффект потери энергии турбулентности на работу против отрицательных сил плавучести, и поэтому наклон кривой спектральной плотности на этом отрезке масштабов турбулентности по модулю превышает ⁵/₃.

Некоторые представления о возможной повторяемости спектров со вторым максимумом энергии дают данные о повторяемости болтанки самолетов (см. главу 9). Повторяемость болтанки в верхней тропосфере средних широт СССР составляет около 12%, в том числе умеренной и сильной болтанки примерно 6%, а в стратосфере на высотах 10—20 км (без разделения по интенсивности) — около 1%. Следует отметить одно очень важное обстоятельство, заключающееся в том, что в свободной атмосфере энергия в области микрометеорологического максимума в десятки раз меньше, чем в области так называемого синоптического максимума [88]. Это подтверждается энергетическим спектром для высот 3—20 км для США, полученным Винниченко [223]. Между тем, по данным Ван-дер-Ховена, на высоте около 100 м (см. рис. 10.8) энергия в микрометеорологическом и синоптическом максимумах почти одинакова.

5. Зависимость энергии турбулентных движений различных масштабов от высоты

Кинетическая энергия турбулентных движений зависит от высоты и времени года. Важным является вопрос о роли в этой зависимости турбулентных движений различных масштабов.

В 1966—1967 гг. Центральной аэрологической обсерваторией были проведены две серии экспериментов (летом и зимой) в районе Харькова. Каждая серия продолжалась один месяц (июль и январь), в течение которого проводились учащенные выпуски радиозондов с интервалами между пусками 2 ч. В том же районе и в то же самое время осуществлялись полеты на самолете ИЛ-18, оборудованном допплеровской навигационной системой, термоанемометром и другой научной аппаратурой. За месяц выполнялось 8—10 полетов на высотах от 0,5 до 10 км с горизонтальными площадками протяженностью 200—250 км.

По данным самолетных и радиозондовых измерений были вычислены функции спектральной плотности пульсаций скорости ветра. Индивидуальные спектры для высот 1–3 км приведены в [88], а для высот 5–18 км – в [22]. Спектры пульсаций скорости ветра по радиозондовым измерениям и осредненные спектры по самолетным измерениям позволили выявить ряд особенностей распределения турбулентной энергии в зависимости от ω и высоты [92]. Энергия по волновым

числам оценивалась в [92] величиной $E_{\omega} = \frac{1}{2} \omega F(\omega)$.

Эти исследования показали, что распределение E_{ω} в нижнем километровом слое атмосферы отличается значительной неоднородностью, особенно летом. На некоторых масштабах наблюдаются повышенные значения кинетической энергии турбулентных движений. В целом на всех масштабах наибольшие значения E_{ω} отмечаются на малых высотах; с высотой E_{ω} уменьшается и достигает минимума на некотором уровне. Высота этого уровня существенно зависит от масштаба возмущений. Для возмущений с $L \approx 0,5 \div 2,0$ км уровень минимальных значения E_{ω} летом расположен на высоте примерно 6,0–6,5 км. С увеличением масштаба возмущений этот уровень понижается и для масштабов возмущений $L \approx 10^3$ км располагается на высоте около 1,0–1,5 км. Такой высотный ход уровня минимальных значений E_{ω} объясняется следующим образом: чем больше масштаб турбулентного образования, тем оно более плоское и тем в большей степени уменьшается его влияние с высотой.

Над уровнем минимальных значений E_{ω} энергия турбулентных движений с высотой увеличивается (особенно резко в области крупномасштабной турбулентности), достигая максимума на высотах 8-10 км. Этот максимум E_{ω} хорошо прослеживается для масштабов турбулентности $L \ge 50$ км. Преимущественно этими масштабами возмущений определяется суммарная энергия турбулентных движений, отмеченная исследователями под уровнем тропосферного максимума скорости ветра [89, 176, 186].

Зимой уровень минимальной энергии для турбулентности малых пространственных масштабов расположен на высоте 2-3 км; под этим уровнем энергия уменьшается с высотой более резко, чем летом. В области больших масштабов сначала отмечается увеличение энергии с высотой (максимум E_{∞} расположен на высоте около 1 км), а затем – убывание до высоты примерно 3 км. Максимум турбулентной энергии в верхней тропосфере зимой выражен более резко, чем летом.

Таким образом, в тропосфере наблюдаются два типа вертикальных профилей E_{ω} . На вертикальных профилях E_{ω} для $\omega < 10^{-4}$ м⁻¹ летом и зимой имеются два максимума: первый на высотах 0,5–2,0 км, второй в слое 8–10 км. Первый максимум связан с влиянием турбулентного трения в планетарном пограничном слое, второй – с бароклинностью атмосферы и большими вертикальными градиентами средней скорости ветра в верхней тропосфере.

Вертикальные профили E_{ω} для $\omega > 10^{-4}$ м⁻¹ отличаются, как правило, тем, что наибольшие значения E_{ω} наблюдаются на малых высотах, а наименьшие значения — на высотах 3-6 км с незначительным неупорядоченным увеличением с высотой в верхней тропосфере.

В каждом конкретном случае распределение E_{ω} по высоте зависит от характера вертикальных профилей температуры воздуха и средней скорости ветра. На рис. 10.9 в качестве примера приведены результаты летного эксперимента, выполненного 26 мая 1972 г. в районе Алма-Аты. Справа на этом рисунке показаны вертикальные профили температуры T и скорости ветра u по данным температурно-ветрового зондирования над Алма-Атой, слева — слои и зоны, в которых наблюдалась болтанка самолета (в числителе дано максимальное положительное, а в знаменателе — максимальное отрицательное приращение перегрузки самолета в долях g).

В районе летных исследований наблюдалось струйное течение. Ось этого течения, ориентированная на северо-восток, располагалась над Алма-Атой на высоте 12 км. Злесь скорость ветра составляла около 50 м/с. К северо-западу от Алма-Аты скорость ветра резко убывала. На высоте 12 км разность температур над Алма-Атой и Балхашом равнялась 3,5° С. Над Алма-Атой наблюдалось понижение температуры с высотой в слое 15–19 км, а над этим слоем – сильная инверсия температуры. В верхней тропосфере, где были зафиксированы слабые ветры, величина E_{ω} была мала; небольшой максимум ($E_{\omega} > 2 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2/\text{c}^2$) приходился на масштабы 10–20 км. Выше 10 км E_{ω} возрастало с высотой,





и максимум наблюдался на высоте около 13 км, где E_{ω} для $\omega = 10^{-4}$ м⁻¹ было равно 2 м²/с², а для $\omega = 2 \cdot 10^{-5}$ м⁻¹ 2,6 · 10¹ м²/с². Минимальные значения E_{ω} отмечались на высоте около 17 км с последующим увеличением E_{ω} с высотой, особенно для $\omega > 5 \cdot 10^{-5}$ м⁻¹.

6. Баланс энергии в турбулентных зонах в ясном небе

Как мы видели, пространственно-временные изменения структуры воздушного потока, а вместе с ней и атмосферной турбулентности имеют довольно сложный характер. Наиболее полно механизм формирования атмосферной турбулентности удается выяснить путем анализа уравнения баланса энергии и его отдельных составляющих (см. главу 1). Знание числовых значений составляющих баланса энергии турбулентности имеет большое научное и прикладное значение. Современные самолетные исследования позволяют получать данные о пульсациях температуры (T') и компонент скорости ветра (u', v', w'). В экспериментальном плане наибольшие трудности вызывают измерения пульсаций плотности воздуха и корректное определение компонент вертикального градиента средней скорости ветра. Методика летных экспериментов в турбулентных зонах и возможные способы вычисления компонент вертикального градиента средней скорости ветра описаны в [162, 191].

Эмпирические данные о величинах u', v', T' и $\frac{d\bar{u}}{dz}$, $\frac{d\bar{v}}{dz}$ позволяют вычислить составляющие баланса

$$-\overline{u'w'}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, -\overline{v'w'}\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}, \frac{g}{T}\overline{w'T'}, \frac{\partial}{\partial z}\overline{w'E},$$

где

$$E = \frac{1}{2} (\overline{u'^{2}} + \overline{v'^{2}} + \overline{w'^{2}}).$$

Скорость диссипации турбулентной энергии є обычно вычисляется по спектральной плотности пульсаций компонент скорости ветра для высокочастотной части спектра, где справедлив закон «минус пять третей».

Экспериментальных данных, позволяющих вычислить отдельные составляющие баланса турбулентной энергии при ясном небе, опубликовано очень мало. Остановимся в качестве примера на результатах расчетов баланса турбулентной энергии, приведенных в [162, 191], для турбулентных зон, в которых наблюдалась болтанка самолетов.

В табл. 10.6 помещены данные о балансе турбулентной энергии для двух турбулентных зон: одна из них находится в верхней тропосфере [191], другая — в стратосфере [162].

Таблица 10.6

Высота (км)	Тип самолета	ര്ന	Е м²/с²	$-\overline{u'w'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$	$-\overline{v'w'}\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}$	$\frac{g}{T}w'T'$	٤.	.Δ				
				см²/с³								
9,45	T-33	б ⁽²⁾	0,78	27,7	31,6	-11,6	-45,5	-2,2				
19,00	У-2	б ⁽³⁾	10,30	28,5 ^{100%} 478,0		19,6% 176,0	76,8% 367,0	3,6% +36,5				
	ŀ		1	100%		32,4%	67,6%	7,2%				

Составляющие баланса турбулентной энергии в ясном небе

Величина ∆ характеризует либо неточность определения элементов баланса турбулентной энергии, либо эффекты горизонтальной неоднородности турбулентной зоны. Следует также заметить, что пульсации *u'*, *v'* и *w'* относятся к пространственным масштабам турбулентности от нескольких десятков метров до 3–4 км.

В [159] приведены данные о балансе турбулентной энергии для пяти турбулентных зон при ясном небе, в которых наблюдалась болтанка самолета V-2, с учетом генерации турбулентной энергии благодаря горизонтальным градиентам скорости ветра (табл. 10.7). Из таблицы следует, что для четырех из пяти турбулентных зон величина этой составляющей генерации не превышала нескольких процентов величины генерации турбулентной энергии благодаря вертикальным сдвигам скорости ветра.

Из табл. 10.7, кроме того, вытекает, что остаток Δ составил 4-18% величины общей генерации турбулентной энергии.

Таблица 10.7

Высота (км)	6 ⁽ⁱ⁾	Е м ² /с ²	$-\frac{\overline{u'w'}}{\partial z}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}-\frac{\overline{v'w'}}{\partial z}\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}$	$-\overline{u'^2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}-\overline{u'r'}\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}$	$\frac{g}{T}\overline{w'T'}$	8	Δ
				cm ² /c ³			
18,7	б ⁽²⁾	4,9	223	72	6	-246 81,7%	55 18%
; 18,7	б ⁽¹⁻²⁾	3,2	148	-12	11	-158 107,5%	-11 7,5%
18,7	б ⁽²⁻³⁾	2,3	89	4	0	85 90%	8 8,6%
.18,6	б ⁽¹⁻²⁾	4,2	151	12	59 .36,2%	-97 60,0%	7 4,5%
18,4	б ⁽¹⁾	2,6	129	2	-72 55,0%	-67 51,0%	8 6,1%

Баланс турбулентной энергии в турбулентных зонах при ясном небе

Анализ спектров пульсаций компонент скорости ветра показал, что спектральная плотность $S_u(\omega)$, $S_v(\omega)$ и $S_w(\omega)$ примерно одинакова для $\omega \ge 10^{-3}$ м⁻¹. Для меньших волновых чисел $S_u(\omega)$ и $S_v(\omega)$ существенно больше, чем $S_w(\omega)$. Для стратосферного турбулентного слоя (см. табл. 10.6) $\omega S_u(\omega)$ и $\omega S_v(\omega)$ возрастали, а $\omega S_w(\omega)$ уменьшалось с уменьшением ω после $\omega \approx 10^{-3}$ м⁻¹. Эти обстоятельства отразились на распределении энергии между компонентами пульсаций скорости ветра.

В табл. 10.8 представлены данные [191] о распределении турбулентной энергии между компонентами вектора ветра в турбулентной зоне на высоте 9,45 км, в которой наблюдалась умеренная болтанка самолета Т-33. В этой же таблице приведены составляющие турбулентной энергии, осредненные для девяти турбулентных зон в нижней стратосфере, в которых наблюдалась болтанка самолета V-2 [180].

Таблица 10.8

Распределение турбулентной энергии между компонентами скорости ветра

Высота (км)	Для интервала частот (м(м ⁻¹)	Для интервала E $\overline{u'}^2$								
(КМ)	interest in (in)	M ² /c ²								
9,45	$10^{-2} - 3 \cdot 10^{-3}$	0,780	0,667	0,652	0,241					
15,7-18,2	$10^{-3} - 6 \cdot 10^{-5}$	99,05	42,7/0 27,3	41,0/0 165,1 92.29/	5,7					
			14,3%	83,3%	2,4%					

Как видим, на высоте 9,45 км при умеренной болтанке самолета Т-33 энергия пульсаций продольной и поперечной компонент скорости ветра была почти в 3 раза больше энергии пульсаций вертикальной компоненты. В нижней стратосфере энергия пульсаций поперечной компоненты скорости ветра, в частности на мезомасштабах, оказалась определяющей (83,3%).

Исследования других авторов также показывают, что, например, в стратосфере пульсации поперечной компоненты скорости ветра больше пульсаций вертикальной компоненты и что с увеличением масштаба увеличивается анизотропия турбулентности.

Можно предположить, что такое своего рода подавление пульсаций вертикальной компоненты скорости ветра является результатом высокой термической устойчивости, свойственной особенно стратосфере.

Если считать, что скорость диссипации турбулентной энергии стала неизменной и приток турбулентной энергии прекратился, то можно вычислить время диссипации $t_{\varepsilon} = \frac{E}{\varepsilon}$. Расчеты показывают, что время диссипации турбулентности в ясном небе составляет несколько минут. В частности, для случаев, приведенных в табл. 10.6, $t_{\varepsilon} = 172 \div 343$ с. Так как турбулентные зоны в ясном небе могут существовать иногда в течение многих часов (см. главу 9), то из этого следует, что потеря турбулентной энергии возмещается генерацией благодаря неустойчивости атмосферных процессов мезомасштабов. С достаточной уверенностью можно также заключить, что турбулентные зоны в течение короткого времени, исчисляемого минутами, полностью диссипируют после прекращения генерации турбулентной энергии.

Возвратимся к рассмотрению табл. 10.6 и 10.7. Из этих таблиц видно, что до 20-30% генерируемой турбулентной энергии благодаря напряжениям Рейнольдса и вертикальным градиентам скорости ветра (при умеренной и сильной турбулентности) расходуется на преодоление действия сил плавучести, а до 70-80% – на диссипацию турбулентной энергии в тепло. Высокий уровень диссипации турбулентной энергии в тепло. Высокий уровень диссипации турбулентной энергии в тепло. Высокий уровень диссипации турбулентной энергии может существенно влиять на характер поля средней температуры в свободной атмосфере и сказываться не только на локальных мезомасштабных процессах, но и (по совокупности турбулентных зон) на процессах планетарного масштаба.

Действительно, в турбулентной зоне, в которой наблюдалась сильная болтанка самолета У-2 и скорость диссипации турбулентной энергии в тепло была равна 367 см²/с³, нагревание воздуха могло достигать примерно 0,13° С/ч, т. е. величины, вполне сравнимой с нагреванием за счет лучистого притока тепла [113]. Как было показано выше, спектральная плотность $S(\omega)$ для $\omega = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ относится, как правило, к инерционному интервалу спектра турбулентности. Поэтому данные о статистическом распределении $S(\omega)$ для указанного волнового числа могут быть использованы для вычисления величины и повторяемости є, а также скорости нагревания воздуха $\Delta T/\Delta t$ в тропосфере и нижней стратосфере при ясном небе.

Представление об этом дает табл. 10.9, в которой приведены значения $F(\omega) = 2S(\omega)$ и є, соответствующие встречавшимся значениям для $\omega = 2 \times 10^{-3}$ м⁻¹. Основной максимум повторяемости (36,6%) приходится на значения $F(\omega) = 10 \div 50$ м³/с², $\varepsilon = 0.96 \div 11.0$ см²/с³ и $\Delta T/\Delta t = 3.5 \cdot 10^{-4} \div 4 \cdot 10^{-30}$ С/ч. Примерно в 3% случаев $F(\omega) = 5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^3$ м³/с², $\varepsilon = 340 \div 2700$ см²/с³, а $\Delta T/\Delta t = 0.12 \div 0.97^{\circ}$ С/ч.

Таблица 10.9

Повторяемость $F(\omega)$ для $\omega = 2 \cdot 10^{-3}$ м⁻¹, ε и $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ в турбулентных зонах

при ясном небе. СССР, умеренные широты

<i>F</i> (ω)	$10^{\circ} - 5 \cdot 10^{\circ}$	$5 \cdot 10^{\circ} - 10^{1}$	$10^{1} - 5 \cdot 10^{1}$	$5 \cdot 10^1 - 10^2$
є см²/с³	$3 \cdot 10^{-2} - 3,4 \cdot 10^{-1}$	3,4.10-1-9,6.10-1	$9,6 \cdot 10^{-1} - 1,1 \cdot 10^{1}$	$1,1\cdot 10^{1} - 3\cdot 10^{1}$
$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ °C/ч	1,1.10 ⁻⁵ -1,2.10 ⁻⁴	1,2.10-4-3,5.10-4	3,5.10-4-4.10-3	$4 \cdot 10^{-3} - 1,1 \cdot 10^{-2}$
<i>P</i> %	11,0	10,4	36,6	18,5
ΣP_{0}^{n}	11,0	21,4	58,0	76,5
Γ(ω)	$10^2 - 5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2 - 10^3$	$10^3 - 2 \cdot 10^3$	
ε см ² /с ³	$3 \cdot 10^1 - 3, 4 \cdot 10^2$	$3.4 \cdot 10^2 - 9.6 \cdot 10^2$	9,6 · 10 ² - 2,7 · 10 ³	
$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ ° C/4	1,1.10 ⁻² -1,2.10 ⁻¹	$1,2 \cdot 10^{-1} - 3,5 \cdot 10^{-1}$	3,5.10 ⁻¹ -9.7.10 ⁻¹	
<i>P</i> %	20.5	2,5	0,5	
$\Sigma P_{\infty}^{\prime\prime}$	97,0	99,5	100,0	

В работе [217] приведены данные о диссипации турбулентной энергии в слое 7,6—12,2 км над США. Приняв следующие средние значения $\bar{\epsilon}$ для оценки интенсивности болтанки самолетов:

б(i) .								١.	б ⁽⁰⁾	$\delta^{(1)}$	$\delta^{(2)}$	б ⁽³⁾
ā	см ²	/c ³	•			•	•	•		1,5	30	85	675

авторы [217] использовали сведения о повторяемости болтанки самолетов на различных высотах над США, опубликованные в работе [152], и вычислили интегральную диссипацию турбулентной энергии для верхней тропосферы. Результаты расчетов $\bar{\epsilon}$ даны в табл. 10.10.

Таблица 10.10

Диссипация	турбулентной	энергии в	верхней тропос	фере
<i>Η</i> км	6-9,1	9,1-10,4	10,4-12,2	7,6–12,2
ё Вт/м ²	0,59	0,36	0,37	1,32

Диссипация в слое 7,6-12,2 км несколько больше 1 Вт/м², т. е. является величиной почти того же порядка, что и диссипация в пограничном слое [186].

Для решения вопроса о роли турбулентности при ясном небе в крупномасштабных атмосферных процессах необходимы дальнейшие экспериментальные исследования, позволяющие получить данные для расчета всех составляющих баланса турбулентной энергии. Необходимо, кроме того, знать примерный объем атмосферы в планетарном масштабе, одновременно занимаемый турбулентностью в ясном небе.

SUMMARY

Turbulence is one of the major features of the atmosphere. Therefore the data on its characteristics are important for many theoretical and practical purposes. As an example we can point out that turbulence is responsible for horizontal and, what is much more important, for vertical exchange of heat, moisture and mass in the atmosphere. Turbulent fluctuations of temperature and humidity strongly influence EM propagation. The last but not the least turbulence affects aircraft causing discomfort and, in some extreme cases, leading to the loss of vehicle.

Turbulent spectrum is very broad and in this monograph we mainly discuss turbulent fluctuations of those scales which affect aircraft. In doing so the attention is given to the relations of turbulence with macro- and mesometeorological conditions, specifically, with vertical distributions of wind and temperature. Detailed description is presented of the turbulence in the lower troposphere, near the tropopause and jet streams, in the vicinity of atmospheric waves and clouds. Along with experimental data some theoretical aspects of turbulence are discussed to give a background for physical interpretation of the results.

Proper attention is given to methods and equipment for measuring wind and temperature fluctuations in flight as well as to the statistical analysis of data.

List of references covers related papers published after 1962.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архангельский В. Н., Пинус Н. З. Основные положения для разработки модели атмосферной турбулентности. - «Тр. ЦАГИ», 1971, вып. 1342, c. 3-9.

с. 3-9.
2. Архангельский В. Н., Башинский А. В., Ершов А. М. Исследование эффективных скоростей вертикальных порывов в рейсовых полетах. – «Тр. ЦАГИ», 1971, вып. 1342, с. 10-21.
3. Барахтин В. Н. Некоторые особенности зон болтанки самолетов на высотах 8-10 км. – «Метеорология и гидрология», 1963, № 5, с. 3-8.
4. Барахтин В. Н. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верх. 4. Барахтин В. Н. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верх. 4. Барахтин В. Н. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верх.

4. Барахтин В. Н. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верхней тропосфере и нижней стратосфере над Азиатской территорией СССР. – «Тр. ЦИП», 1966, вып. 157, с. 17-23.
5. Беляев В. П. Самолетный измеритель средних значений и пульсаций температуры воздуха. – «Тр. ЦАО», 1969, вып. 84, с. 19-27.
6. Беляев В. П., Силаева В. И., Шметер С. М. Омикроструктуре поля ветра при конвекции. – «Тр. ЦАО», 1970, вып. 97, с. 39-52.
7. Боровиков А. М., Мазин И. П. Об ориентации облачных гряд. – «Тр. ЦАО», 1967, вып. 79, с. 90-95.
8. Булдовский Г. С. Зависимость болтанки самолетов в стратосфере от горизонтального распрележния температуры и ветра. – «Тр. Гидрометцентра

горизонтального распределения температуры и ветра. – «Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 70, с. 93-103. 9. Булдовский Г С. Связь турбулентности в стратосфере, вызывающей

болтанку самолетов, с вертикальным распределением метеорологических парамет-ров. – «Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 70, с. 79–93. 10. Бэтчелор Дж. Теория однородной турбулентности. М., Изд. иностр.

лит., 1955, 198 с.

2. 11. Васильев А. А. Распределение ветра над Крымскими горами и осо-Васильев А. А. гаспродоление встра над крымскими горази и сос-бенности болтанки вертолетов при различных синоптических положениях. – «Тр. ГГО», 1965, вып. 171, с. 51-62.
 Васильев А. А. Анализ турбулентности при ясном небе по данным радиозондирования. – «Тр. Гидрометцентра СССР», 1968, вып. 35, с. 13-28.
 Васильев А. А. Оценка эффективности синоптических критериев суще-тородоти слования. – «Тр. Гидрометцентра СССР», 1968, вып. 35, с. 13-28.

13. Васильев А. А. Оденка эффективности синоптических критериев существования турбулентности при ясном небе. – «Тр. Гидрометцентра СССР», 1968, вып. 35, с. 29–35.
14. Васильев А. А. [и др.]. Турбулентность в ясном небе. – «Техн. зап. ВМО», 1969, вып. 227, с. 256–268.
15. Васильченко И. В., Ледохович А. А. Некоторые результаты самолетного зондирования в Голодной степи. – «Тр. ГГО», 1962, вып. 135, с. 26.

c. 55-59.

Вельтищев Н. Ф. К вопросу об интерпретации мезоструктуры поля облачности. — «Тр. ММЦ», 1965, вып. 8, с. 45—54.
 Верле Е. К., Жабунина В. П. Некоторые данные об атмосферной

турбулентности в верхней тропосфере и нижней стратосфере. – «Тр. ДВНИГМИ», 1963, вып. 15, с. 83–112.

18. Винниченко Н. К. Опыт применения термоанемометра на самолете. –
 «Тр. ЦАО», 1964, вып. 54, с. 85–99.
 19. Винниченко Н. К. Турбулентность в ясном небе на высотах 6–

12 км. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1968, т. 2, № 11, c. 1135-1141.

20. Винниченко Н. К., Шур Г. Н. Система магнитной записи медленно меняющихся метеорологических параметров. - «Тр. ЦАО», 1962, вып. 42, c. 147-154.

с. 147-154.
21. Винниченко Н. К., Шур Г. Н. Многоканальный бортовой кодирую-щий преобразователь. – «Тр. ЦАО», 1965, вып. 63, с. 96-104.
22. Винниченко Н. К., Пинус Н. З., Шур Г. Н. Некоторые резуль-таты экспериментальных исследований турбулентности в тропосфере. – В кн.: Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. М., «Наука», 1967, c. 65 - 75.

23. Винниченко Н. К., Пинус Н. З., Шур Г. Н. Исследования турбулентности ясного неба в стратосфере. – «Труды ЦАО», 1970, вып. 100, c. 86-98.

24. Войт Ф. Я., Корниенко Е. Е., Хусид С. Б. О статистических характеристиках структуры вертикальных движений в кучевых облаках. – «Изв.

Ана СССР. Физика атмосферы и океана», 1971, т. 7, № 11, с. 1206-1208. 25. Воробьев В. И. Струйные течения в умеренных и высоких широтах. Л., Гидрометеоиздат, 1960, 236 с. 26. Воробьева Е. Ф., Трубников Б. Н. Ячейковая конвекция при анизотропной турбулентности и наличии поля относительного вихря. – «Тр. UAON 1067 руд 76 - 20 50. ЦАО», 1967, вып. 75, с. 39-50.

27. Воронцов П. А. Турбулентность и вертикальные токи в пограничном слое атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1966, 296 с.

28. Воронцов П. А., Васильев А. А. Вопросы метеорологического обеспечения полетов на вертолетных трассах в горных районах. – «Тр. ГГО», 1965, вып. 171, с. 122-129.

29. Вульфсон Н. И. Исследование конвективных движений в свободной атмосфере. М., Изд. АН СССР, 1961, 252 с. 30. Гандин Л. С. [и др.]. Основы динамической метеорологии. Л., Гидро-

метеоиздат, 1955, 646 с.

31. Гельмгольц Н. Ф. Атмосферная турбулентность и спокойствие поле-тов в зоне тропопаузы и струйных течений. — «Тр. КазНИГМИ», 1963, вып. 19, c. 3-30.

32. Герман М. А. О турбулентном обмене в облаках. – «Метеорология и гидрология», 1963, № 10, с. 15-22.

33. Герман М. А. Некоторые результаты экспериментального исследования структурно-энергетических характеристик турбулентности в облаках. – «Тр. ГГО», 1964, вып. 154, с. 46–57. 34. Гисина Ф. А. О влиянии градиентов средней скорости и температуры

на спектральные характеристики турбулентности. – «Изв. АН СССР Физика ат-мосферы и океана», 1966, т. 2, № 8, с. 804-814. 35. Горелик А. Г., Черников А. А. Некоторые результаты радиоло-

35. Горелик А. Г., Черников А. А. некоторые результаты радиоло-кационного исследования структуры поля ветра на высоте 50-700 м. – «Тр. ЦАО», 1964, вып. 57, с. 3-19.
 36. Горелик А. Г., Костарев В. В., Черников А. А. Координатно-допплеровский метод ветровых наблюдений и некоторые результаты исследо-

вания неоднородностей поля ветра в атмосфере. - «Метеорология и гидрология»,

Вания неоднородностей поля ветра в атмосфере. — «метеорология и гидрология», 1965, № 10, с. 12-20. 37. Давыдов Н. И., Ломоносов Е. Г., Черникова И. А. Синол-тико-статистический метод диагноза и прогноза турбулентности при ясном небе. — «Метеорология и гидрология», 1968, № 12, с. 45-54. 38. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Ч. 1. М., «Мир», 1971, 316 с. Ч. 2. М., «Мир», 1972, 288 с. 39. Джорджио В. А., Петренко Н. А. Струйные течения в атмосфе-

ре. - В кн.: Руководство по краткосрочным прогнозам погоды. Ч. 2. Л., Гидрометеоиздат, 1965, с. 252-309.

40. Доброленский Ю. П. Динамика полета в неспокойной атмосфере. М., «Машиностроение», 1969, 255 с. 41. Дубов А. С. Определение вертикальных порывов ветра по колебаниям

самолета в полете с учетом влияния летчика на рычаги управления. – «Тр. ГГО», 1961, вып. 121, с. 109–124. V 42. Дубов А. С., Герман М. А. О спектральной плотности вертикаль-ных порывов ветра в облаках. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана»,

15 v

Ных порывов ветра в облаках. – «изв. Ан сост. тибима спистур. – с 1965, т. 1, № 7, с. 670-676. 43. Дудко Г. К., Резников Г. Б. Допплеровские измерители скорости и угла сноса самолета. М., «Советское радио», 1964, 344 с. 44. Зайцев А. С. Пульсации направления ветра в пограничном слое атмо-сферы. – «Тр. ГГО», 1971, вып. 254, с. 70-76.

45. Зилитинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1967, т. 3, № 1, с. 297–333.

46. Зубковский С. Л. Частотные спектры пульсаций горизонтальной компоненты скорости ветра в приземном слое воздуха. – «Изв. АН СССР, сер. гео-физ.», 1962, № 10, с. 1425–1433. 47. Зубковский С. Л. Экспериментальные исследования спектров пульса-

ций вертикальной компоненты скорости ветра в свободной атмосфере. – «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1963, № 8, с. 1285–1295.

48. Иванов В. Н. Турбулентная энергия и ее диссипация. – «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1964, № 9, с. 1405–1413. 49. Иванов В. Н., Орданович А. Е. Структура пограничного слоя атмосферы при неустойчивой стратификации. Вып. 3. Обнинск, изд. отдела научнотехн. информации Гидрометцентра СССР, 1969, 91 с. 50. Карцивадзе А. И., Махарадзе Г. М., Орджоникидзе А. А.

Экспериментальное исследование скоростей вертикальных движений в конвективных облаках. - «Тр. Ин-та геофизики АН ГрузССР», 1972, т. 28, с. 196-309.

51. Кварцхелия И. Ф. О закономерностях взаимного расположения уровней тропопаузы и максимальной скорости ветра. — Сб. работ Тбилисской гидро-метеорол. обсерватории, 1969, с. 125—132.

52. Кибель И. А. Некоторые виды волновых движений в свободной атмо-сфере. – «Труды ММЦ», 1965, вып. 6, с. 3–7.
 53. Коган З. Н. Неустойчивость внутренних волн в стратифицированных вода.

53. Коган 3. Н. неустоичивость внутренних воли в стратифицированных струйных течениях. – «Метеорология и гидрология», 1972, № 5, с. 12–21. 54. Коган 3. Н., Шакина Н. П. Неустойчивость возмущений конечной амплитуды в струйном течении. – «Тр. ЦАО», 1973, вып. 112, с, 49–59. 55. Козлов В. Н., Пинус Н. З., Щербакова Л. В. Некоторые ста-тистические характеристики флуктуаций скорости ветра в тропосфере. – «Тр. ЦАО», 1965. руш. 63. 37. 46.

1965, вып. 63, с. 37-46. 56. Колесникова В. К., Монин А. С. О спектрах колебаний метеоро-логических полей. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 7, с. 653-670. 57. Кондратьев К. Я., Борисенков Е. П., Морозкин А. А. Прак-

тическое использование данных метеорологических спутников. Л., Гидрометеоиздат, 1966, 376 с. 58. Копров Б. М. Спектры турбулентных пульсаций вертикальной компо-

ненты скорости ветра в пограничном слое в условиях развитой конвекции. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 11, с. 1151-1160.

59. Копров Б. М., Цванг Л. Р. Прямые измерения турбулентного потока тепла с борта самолета. - «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 5, т. 1, № 6, с. 643-648. 60. Лайхтман Д. Л., Бютнер Э. К. Основные критерии, определяющие 1965.

интенсивность турбулентности в горном районе. — «Тр. ГГО», 1965, вып. 171, c. 32-37

61. Лайхтман Д. Л., Альтер-Залик Ю. Ж. Об использовании аэрологических данных для определения болтанки самолетов в свободной атмосфере.

«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1966, т. 2, № 5, с. 534-536. 62. Ламли Дж. Л., Пановский Г. А. Структура атмосферной тур-булентности. М., «Мир», 1966, 264 с.

63. Ландау Л. В., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гос-

техиздат, 1953. 64. Литвинова В. Д. О суточном ходе коэффициента турбулентности над

равнинной местностью. – «Тр. ЦАО», 1967, вып. 78, с. 57–62. 65. Ломоносов Е. Г., Лукин Ю. Н. Определение зон турбулентности в ясном небе с помощью ЭВМ. – «Метеорология и гидрология», 1969, № 4, c. 41 - 47

66. Макаров В. Ф., Шур Г. Н. Некоторые особенности структуры тур-

66. Макаров Б. Ф., шур г. п. некоторые особенности структуры тур-булентности в горных районах. — «Тр. ЦАО», 1973, вып. 112, с. 91—97.
67. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1965, 875 с.
68. Мельничук Ю. В. Измерение турбулентности в осадках с помощью

допплеровской радиолокационной станции. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1966, т. 2, № 7, с. 695–704.

69. Мельничук Ю. В., Черников А. А. Радиолокационные измерения дивергенции и вертикальных потоков в атмосфере. — «Тр. ЦАО», 1973, вып. 110, c. 36-46.

с. 36-46.
70. Мельничук Ю. В., Черников А. А. Измерения ветра и турбулентности по радиолокационным отражениям от ясного неба. – «Тр. ЦАО», 1973, вып. 110, с. 22-35.
71. Мельничук Ю. В., Черников А. А. Оперативный метод обнаружения турбулентности в облаках и осадках. – «Тр. ЦАО», 1973, вып. 110, с. 3-11.
72. Минеррии В. Е. Турбунентность в имистрании спос атмосферии и в области.

туроулентности в облаках и осадках. – «тр. цАО», 19/3, вып. 410, с. 3–11.
 72. Минервин В. Е Турбулентность в нижнем слое атмосферы и в облаках нижнего яруса. – «Тр. цАО», 1966, вып. 71, с. 76–92.
 73. Монин А. С О спектре турбулентности в температурно-неоднородной атмосфере. – «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1962, № 3, с. 397–407.
 74. Монин С. О спектре турбулентности в температурно-неоднородной атмосфере. – «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1962, № 3, с. 397–407.

атмосфере. — «Изв. Ап СССР, сер. геофиз.», 1962, № 3, с. 397—407. 74. Монин А. С. О влиянии температурной стратификации среды на тур-булентность. — В кн.. Международный коллоквиум по тонкой структуре атмо-сферы. М., «Наука», 1967, с. 113—127. 75. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965. Ч. 2. М., «Наука», 1967. 76. Мусаелян Ш. А. Волны препятствий в атмосфере. Л., Гидрометеоиз-

дат, 1962, 142 с. 77. Озмидов Р. В. Некоторые данные о крупномасштабных характеристи-

ках поля горизонтальных компонент скорости в океане. - «Изв. АН СССР, сер.

иля пола горязонтальных компонент скорости в океане. – «изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1964, № 11, с. 1708–1719. 78. Панчев Ст. К вопросу о статистической структуре поля скорости ветра в свободной атмосфере. – «Метеорология и гидрология», 1963, № 7, с. 25–28. 79. Пахомов Л. А. Самолетная аппаратура для измерений вектора ветра. –

«Тр. ЦАО», 1962, вып. 41, с. 91–105. 80. Пацаева В. А. Исследование орографических возмущений атмосферы с помощью уравновешенных шаров-зондов. – «Тр. ЦАО», 1964, вып. 59, с. 84–92. 81. Пекелис Е. М. Численный способ решения нелинейной задачи обте-

кания неровностей земли воздушным потоком. - «Тр. ММЦ», 1965, вып. 6, c. 57-64.

82. Пекелис Е. М. Обтекание изолированного препятствия воздушным потоком (нелинейная задача). – «Метеорология и гидрология», 1966, № 10, с. 24–30.

83. Пинус Н. З. Структура поля скорости ветра в верхней атмосфере и нижней стратосфере. – «Метеорология и гидрология», 1962, № 4, с. 7–13.
84. Пинус Н. З. Статистические характеристики горизонтальной компоненты скорости ветра на высотах 6–12 км. – «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1963, № 1, с. 177—188. 85. Пинус Н. З. Вертикальные дьижения в трозовых облаках. – «ДАН

СССР», 1963, т. 150, № 4, с. 788-790. 86. Пинус Н. 3. Некоторые результаты исследований мезо- и микрострук-

туры поля ветра на высотах 6-12 км. - «Тр. ЦАО», 1964, вып. 53, с. 4-21.

87. Пинус Н. З. Некоторые особенности развития турбулентности над равнинной местностью. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 3, стр. 266-274. 88. Пинус Н. 3. Энергетические спектры пульсаций скорости ветра в сво-

88. Пинус н. 3. Энергетические спектры пульсации скорости ветра в свободной атмосфере. – «Метеорология и гидрология», 1966, № 4, с. 3–11.
89. Пинус Н. 3. Энергия макротурбулентных движений в атмосфере. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1968, т. 4, № 8, с. 803–811.
90. Пинус Н. 3. Физическая модель турбулентности ясного неба. – «Метеорология и гидрология», 1971, № 6, с. 56–66.
91. Пинус Н. 3. О физической модели турбулентности при ясном небе. –

В кн.: Труды Всесоюзной конференции по вопросам метеорологического обслуживания сверхзвуковой авиации. Изд. ЛГМИ, 1971, с. 131-140.

живания сверхзвуковой авиации. Изд. ЛЛ МИ, 1971, с. 131-140. 92. Пинус Н. 3. Об энергетике турбулентных движений в тропосфере. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1972, т. 8, № 8, с. 810-817. 93. Пинус Н. 3. Статистические характеристики спектров пульсаций ско-рости ветра в верхней тропосфере и нижней стратосфере. – «Метеорология и гидрология», 1974, № 1, с. 82-84. 94. Пинус Н. 3., Шметер С. М. Атмосферная турбулентность, влияю-

щая на полет самолетов. М., Гидрометеоиздат, 1962, 168 с.

95. Пинус Н. 3. [и др.]. Основные принципы автоматизации обработки самолетной метеоинформации. – «Метеорология и гидрология», 1964, № 9, с. 3–9. 96. Пинус Н. 3., Щербакова Л. В. О структуре поля скорости ветра в термически стратифицированной атмосфере. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1966, т. 2, № 11, с. 1126–1134.
97. Пинус Н. 3., Шуманская Е. Ф. Статистические свойства термической стратификации тропосферы и нижней стратосферы. – «Метеорология и гид-ополгия», 1970, № 5, с. 3–13.
98. ПристлиБ. С. Х. Турбулентный перенос в приземном слое атмосферы. П. Билрометеоизал. 1964, 124 с.

Л., Гидрометеоиздат, 1964, 124 с. 99. Пчелко И. Г. Аэросиноптические условия болтанки самолетов в верхних слоях тропосферы и нижней стратосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1962, 96 с.

100. Пчелко И. Г. Турбулентность при ясном небе. - «Метеорология и

100. Пчелко и. 1. Турбуленность при ясном несе. – «метебрология и гидрология», 1966, № 12, с. 10-18.
101. Рецикова А. А. О турбулентности в струйных течениях при ясном небе. – «Тр. ЦАО», 1964, вып. 54, с. 53-65.
102. Рецикова А. А. Пространственное распределение орографических турбулентных зон на участке Адлер – Новороссийск во время боры. – «Тр. ЦАО», 1965.

1965, вып. 63, с. 56-70. 103. Солонин С. В., Богаткин О. Г. Атмосферная турбулентность,

103. Солонин С. В., Богаткин О. Г. Атмосферная турбулентность, вызывающая болтанку сверхзвуковых самолетов в стратосфере, и вопросы ее прогноза. – «Тр. ЛГМИ», 1968, вып. 34, с. 71–83.
104. Солонин С. В., Богаткин О. Г., Толстоброва Л. И. Аэросиноптические условия и прогноз болтанки сверхзвуковых самолетов в стратосфере. – В кн.: Труды Всесоюзной конференции по вопросам метеорологического обеспечения сверхзвуковой авиации. Изд. ЛГМИ, 1971, с. 150–159.
105. Сулаквелидзе Г. К. Ливневые осадки и град. Л., Гидромстеоиздат, 1967.

1967, 412 c.

106. Сулаквелидзе Г. К., Бибилашвили А. Ш., Лапчева В. Ф. Образование осадков и воздействие на градовые процессы. Л., Гидрометеоиздат, 1965, 266 c.

107. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967, 548 с.

108. Трубников Б. Н. Исследования воздушных потоков над горными 108. Грубников Б. Н. Исследования воздушных потоков над горными районами с учетом термической неоднородности подстилающей поверхности. – «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1964, № 2, с. 150–160. 109. Трубников Б. Н. О переносе мезомасштабных тропосферных возмущений в верхние слои атмосферы. – «Тр. ЦАО», 1966, вып. 69, с. 36–43. 110. Трубников Б. Н. Некоторые вопросы теории свободной (ячейковой) и вынужденной конвекции. – «Тр. ЦАО», 1967, вып. 75, с. 3–39. 111. Фишер Р. А. Статистические методы для исследователя. М., Госстатизлат 1958.

статиздат, 1958. 112. Хинце И. О. Турбулентность, ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963, 680 c.

V

113. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1969, 647 с. 114. Хусид С. Б. Результаты экспериментальных исследований характеристик вертикальных порывов в кучевых облаках. – «Тр. УкрНИГМИ», 1970, вып. 86, c. 121-126.

115. Чернов Ю. В. Исследование восходящих потоков с помощью планеров. – «Тр. ЦАО», 1965, вып. 63, с. 70–76. 116. Черныш В. И. Самолетный цифровой накопитель метеорологической

информации. – «Тр. ЦАО», 1965, вып. 63, с. 85–96. 117. Шакина Н. П. Внутренние волны и возникновение турбулентности в свободной атмосфере. – «Тр. ЦАО», 1973, вып. 112, с. 28–48. 118. Шишкин Н. С. Облака, осадки, грозовое электричество. М., Гостех-

издат, 1964, 280 с.

119. Шметер С. М. Особенности поля ветра в окрестностях кучево-дожде-вых облаков. – «Метеорология и гидрология», 1962, № 11, с. 20-27. 120. Шметер С. М. Стадии развития кучево-дождевых облаков и осо-

бенности распределения метеорологических параметров в их зоне. - «Тр. ЦАО», 1964, вып. 53, с. 54-79.

121. Шметер С. М. Взаимодействие кучево-дождевых облаков с полем ветра. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1966, т. 2, № 10, с. 1026 – 1032. 122. Шметер С. М. Структура полей метеорологических элементов в зоне кучево-дождевых облаков. – «Тр. ЦАО», 1969, вып. 88, с. 120.

123. Шметер С. М. Спектральная структура турбулентности в зоне мощных конвективных облаков. - В книге: Турбулентные течения. М., «Наука», 1971, c. 223-228

124. Шметер С. М. Структура термической турбулентности, вызывающей болтанку самолетов. – В кн.: Труды Всесоюзной конференции по вопросам метеорологического обеспечения сверхзвуковой авиации. Изд. ЛГМИ, 1971, с. 168-177. 125. Шметер С. М. Физика конвективных облаков. Л., Гидрометеоиздат,

1972, 231 с. 126. Шметер С. М., Силаева В. И. Вертикальные потоки внутри кучево-дождевых облаков. – «Метеорология и гидрология», 1966, № 10, с. 7–13. 127. Шнайдман В. А. О вертикальном распределении характеристик

127. Ш на и д ма н В. А. О вертикальном распределении характеристик пульсационной скорости ветра в верхней тропосфере. – «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1969, т. 5, № 4, с. 200-212.
 128. Ш у р Г. Н. Экспериментальные исследования энергетического спектра атмосферной турбулентности. – «Тр. ЦАО», 1962, вып. 43, с. 79-91.
 129. Ш у р Г. Н. Универсальный самобалансирующийся мост для самолетного термометра сопротивления. – «Тр. ЦАО», 1965, вып. 63, с. 104-108.
 130. Ш у р Г. Н. Окактеристики учестического спектра сопротивления. – «Тр. ЦАО», 1965, вып. 63, с. 104-108.

130. Шур Г. Н. Спектр турбулентности устойчиво стратифицированной атмосферы. – «Тр. ЦАО», 1967, вып. 78, с. 100–108.

131. Шур Г. Н. Перенос энергии по спектру турбулентности свободной атмосферы. – В кн.: Турбулентные течения. М., «Наука», 1970, с. 228–233. ↓ 132. Шур Г. Н. Самолетные исследования турбулентности в тропосфере и стратосфере при ясном небе. – В кн.: Труды Всесоюзной конференции по метеорологическому обеспечению сверхзвуковой авиации. Изд. ЛГМИ, 1971, c. 141-149.

133. Юдин М. И. Вопросы теории турбулентности и структуры ветра с приложением к задаче о колебаниях самолета. — «Тр. НИУ ГУГМС, сер. 1», 1946, вып. 35, 99 с.

dov

1940, вып. 55, 99 с. V 134. Я ворская Л. Ю. Атмосферная турбулентность в стратосфере и вопросы диагноза и прогноза болтанки СТС. Автореф. дисс., ЛГМИ, 1974, 30 с. 135. As the imer R. W. The remote detection of clear air turbulence by infrared radiation. Clear air turbulence and its detection. N. Y., 1968, p. 436-448.

infrared radiation. Clear air turbulence and its detection. N. Y., 1968; p. 436-448.
136. Atlas D. [et al.]. The birth of CAT and microscale turbulence. -Journ. Atm. Sci., 1970, vol. 27, No 6, p. 903-913.
137. Auer A., Marwitz J. Estimates of air and moisture flux into hailstorms on the High Plains. - Journ. Appl. Met., 1968, vol. 7, No 2, p. 196-198.
138. Auer A. H., Sand W. Updraft measurements beneath the base of Ucumulus and cumulonimbus clouds. - Journ. Appl. Met., 1966, vol. 5, No 4, p. 461-466.
✓ 139. Blackman R. B., Tukey J. M. The measurement of power spectra. Dover Publ Inc. 1958 Dover Publ. Inc., 1958.

140. Bolgiano R. Structure of turbulence in stratified media. - Journ. Geophys.

Res., 1962, vol. 67, No 8, p. 3015-3023. 141. Boucher R. J., Glover K. R. Radar, aircraft and meteorological observations on shear-induced turbulence. - In: Proc. Int. conf. atm. turbulence,

observations on snear-induced turbulence. - In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18-21 May, London, 1971, p. 655-657.
142. Bradbury A. M. Glider flight in the Lower stratosphere above cumulonimbus clouds. - Met. Mag., 1973, vol. 102, No 1209, p. 110-120.
143. Briggs J., Roach W. T. Aircraft observations near jet-streams. - Quart. Journ. Roy. Met. Soc., 1963, vol. 89, No 5, p. 225-247.
144. Brochet P., Gland H. Contribution à l'etude statistique de la turbulence en air clair, zone Europe-Mediterranee. Ministere des Travaux publics et des Travaux publics et des Transports, 1968, 38 p. 145. Brundidge K. G., Clodman L. J. Model cross-sections across

 142. Drundruge R. G., Crouman L. S. model element actions actions actions actions actions actions at the jet-streams. – Journ. Appl. Met., 1962, vol. 3, p. 303–317.
 146. Brunstein A. J. Lessons to be learned from accidents attributed to turbulence. – In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18–21 May, London, 1971, p. 12.

147. Burns A. Power spectra of low level atmospheric turbulence measured from an aircraft. L., Ministry of Aviation, 1964, C. P. 733, 111 p. 148. Byers H. R., Braham R. R. Thunderstorm. Wash., 1949, 287 p. 149. Cochran W. T. [et al.]. What is the Fast Fourier Transform? - IEEE, Trans., 1967, vol. AU-15, No 2, p. 45-56.

150. Collis R. T. Lidar detection of CAT. – Astronautic and aeronautic, 1964, vol. 2. No 12, p. 52–54.

vol. 2, No 12, p. 52-54.
151. Colson D. Analysis of clear-air turbulence for March 1962. - Monthly Weather Rev., 1963, vol. 91, No 2, p. 73-82.
152. Colson D. Clear-air turbulence and upper level meteorological patterns. CAT and its detection. N. Y., Plenum Press, 1969, p. 337-360.
153. Colson D., Panofsky H. A. An index of clear-air turbulence. - Quart. Journ. Met. Soc., 1965, vol. 91, p. 390.
154. Cone C. D. Thermal soaring of birds. - Amer. Scientist, 1962, No 50, p. 180.

p. 180-209.

155. Cooley J. W. [et al.]. Historical notes on the Fast Fourier Transform. –
IEEE, Trans., 1967, vol. AU-15, No 2, p. 76-79.
156. Cooke T. H. A smoke-trail technique for measuring wind (Plate III). –

Quart. Journ. Roy. Met. Soc., 1962, vol. 88, No 375, p. 83-88. 157. Crooks W. [et al.]. Project HICAT. High altitude clear-air turbulence

measurements and meteorological correlations. - Techn. rep., 1968, AEFDL-TR-68-127. 158. Daniels G. S., Scoggins J. R., Smith O. E. Terrestrial environ-ment (climatic) criteria for use in space vehicle development, 1966 revision. NASA,

TN 53328, 1966, 30 p. 159. Delay R. D., Dutton J. A. An analysis of conditions associated with an occurence of stratospheric CAT. – Journ. Atm. Sci., 1971, vol. 28, p. 1272–1279. 160. Dietz H. Turbulenz im wolkenfreien Raum in der Nähe von Gewittern.–

Berl. Wetterkarte, 1968, Nr 88, S. 5.
Berl. Wetterkarte, 1968, Nr 88, S. 5.
I61. Doi K. Formation and movement of precipitation clouds. – Geophys.
Mag., 1962, vol. 31, No 2, p. 313-330.
I61a. Dousset C., Joatton R., Stuckelberger P. Vol Stratosphérique
I61a. Dousset C., Joatton R., Stuckelberger P. Vol Stratosphérique

et metéorologie Premiéres donnérs Concorde. - L'Aéronautique et l'Astronautique. 1972, N 38, p. 81-87.

162. Dutton J. A. An energy budget for a layer of stratospheric CAT. – Radio Sci., 1969, vol. 4, No 12, p. 1137–1142. \checkmark 163. A hernberger L. J., Wilson R. J. Subjective evaluation of the XB-70 airplane response to turbulence and controlled inputs. – In: Proc. Int. conf. atm.

turbulence, 18-21 May, London, 1971, p. 18. 164. Endlich R. M. The detailed structure of the atmosphere in regions of clear-air turbulence. Final Rep., Contr. CWB-10324, Stanford Res. Inst., Cal., 1963.

165. Endlich R. M., McLean C. S. Jet-stream structure over the central United States determined from aircraft observations. - Journ. Appl. Met., 1965, vol. 4, No 1, p. 83-90.

166. Fiedler F., Panofsky H. A. Atmospheric scales and spectral gaps. –
Bull. Amer. Met. Soc., 1970, vol. 51, No 12, p. 1114–1120.
167. Final report of analysis in the ICAO short-term high level turbulence

report. Aviation Weather Service Japan Met. Agency, Nov. 1967, 53 p. 168. Foltz H. P. Prediction of clear-air turbulence. Dept. Atm. Sci., 1967, Fort Collins, 106, Colorado State Univ., p. 158. 169. Foster Th. D. Onset of manifest convection in a layer of fluid with

a time-dependent surface temperature. - Phys. Fluids, 1969, vol. 12, No 12, pt 1, p. 2482-2487.

170. Garrison J. N. An assessment of atmospheric turbulence data for aeronautical applications. – In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18–21 May, London,

1971, p. 18. 171. Gray W. Calculation of cumulus draft velocities in hurricanes from aircraft observations. – Journ. Appl. Met., vol. 4, No 4, p. 463–474. 172. Haman K. On some causes of clear-air turbulence. – Acta Geophys.

Polonica, 1962, vol. 10, No 4, p. 335-357.

173. Hart H. E., Cooper L. W. Thunderstorm airflow studies using radar transponders and superpressure balloons. - In: Proc. XIII radar met. conf., 20-23 August, 1968.

174. Hesse W. Handbuch der Aerologie. Leipzig, 1961, 897 S.

174. Hesse W. Handbuch der Aerologie. Leipzig, 1961, 897 S.
175. Hicks J., Angell E. Radar observations of breaking gravitational waves in visually clear atmosphere. – Journ. Appl. Met., 1968, vol. 7, No 1, p. 114–121.
176. Kao S. K., Woods H. D. Energy spectra of mesoscale turbulence along and across the jet-stream. – Journ. Atm. Sci., 1964, vol. 21, p. 513–519.
177. Kao S. K., Sizoo A. H. Analysis of clear-air turbulence near the jet-stream. – Journ. Geophys. Res., 1966, vol. 71, No 16, p. 3799–3805.
178. Kao S. K., Sands E. E. Energy spectrums, mean and eddy kinetic energies of the atmosphere between surface und 50 kilometers. – Journ. Geophys. Res., 1966, vol. 71, No 22, p. 5213–5220.
179. Kao S. K., Globhard J. B. An analysis heat-, momentum-transport, and spectra for clear-air turbulence in mid stratosphere. – Pure and Appl. Geophys., 1971, vol. 88, No 5, p. 180–185.

1971, vol. 88, No 5, p. 180–185. 181. Kimura Ryuiji, Tsu Hiroji, Yagihashi Akiko. Convective patterns in a plane Cuette flow. – J. Met. Soc. Jap., 1971, vol. 49, No 4, p. 249–260. 182. King G. E. Some characteristics of severe turbulence. CAADRP, Techn. rep. No 13, 1969.

183. Kogan Z. N., Shakina N. R. Numerical investigations of internal waves in jet-streams including nonlinear effects. - Boundary-Layer Met., 1973, No 5, p. 79-93.

184. Kordes E. E., Love B. J. Preliminary evaluation of XB-70 air-plane

184. Kordes E. E., Love B. J. Preliminary evaluation of XB-/0 air-plane encounters with high altitude turbulence. NASA, TND-4209, 1967.
185. Kuettner J. P., Lilly D. K. Lee waves in the Colorado Rockies. – Weatherwise, 1968, vol. 21, No 5, p. 180–186.
186. Kung E. C. Kinetic energy generation and dissipation in the large-scale atmospheric circulation. – Monthly Weather Rev., 1966, vol. 94, No 2, p. 67–82.
186a. Lilly D. K., Waco D. E., Adelfang S. J. Stratospheric mixing estimated from high-altitude turbulence measurements. – J. Applied Meteorol., 1974, v. 13 p. 488–493 v. 13, p. 488-493. 187. Ludlam G. H. Severe local storms: a review. – Met. Monogr., 1962,

vol. 5, No 27, p. 1-32. 188. Lumley J. L. The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid. - Journ. Atm. Sci., 1964, vol. 21, No 1, p. 99-102.

189. Malcus J. S., Riehi H. Cloud structure and distributions over the tropical Pacific Ocean. Berkeley, 1964, 229 p.
 190. Mantis H. The structure of winds of the upper troposphere at me-

soscale. – Journ. Atm. Sci., 1963, vol. 20, No 1, p. 94-106. \checkmark 191. Mather G. K. Flight studies of severe clear-air turbulence – the current

20 ~ 191. Mather G. K. Flight studies of severe clear-air turbulence – the current position and further research needs. – In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18-21 May, London, 1971, p. 12.
192. MacPherson J. J., Morrissey E. G. Stratospheric turbulence and temperature change measurements from the COLDSCAN project. – In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18-21 May, London, 1971, p. 12.
193. Myrup L. O. Atmospheric measurements of the buoyant subrange of turbulence. – Journ. Atm. Sci., 1968, vol, 25, p. 1160-1164.
194. Myrup L. O. Turbulence spectra in stable and convective layers in the free atmosphere. – Tellus, 1969, vol. 21, No 3, p. 341-354.
195. Newton Ch. W. Dynamics of severe convectiv storms. – Met. Monogr., 1963, vol. 5, No 27, p. 33-58.

195. Newton Ch. W. Dynamics of severe convectiv storms. - Met. Monogr.,
1963, vol. 5, No 27, p. 33-58.
196. Palm E. Two-dimensional and three-dimensional waves. - Geophys. Publ.,
Norv., 1958, vol. 20, No 3, p. 25.
197. Panchev S., Syrakov D. Spectra of thermally stratified turbulent
flow with no shear. - Tellus, 1971 vol. 23, No 6, p. 500-505.
198. Panofsky H. A. Spectra of atmospheric variables in the boundary
layer. - Radio Sci., 1969, vol. 4, No 12, p. 1101-1105.

Penn S. Investigation of the mesoscale atmospheric structure relative 199 to the life cycle of clear-air turbulence. - In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, -21 May, London, 1971, p. 14. 18

200. Penn S., Pisinsku T. A. Mesoscale structure of the atmosphere in regions of clear-air turbulence. AFCRL-67-0115, 1965, 85 p.

201. Phillips O. M. On the Bolgiano and Lumley-Shur theories of the buoyancy subrange. – В кн.: Атмосферная турбулентность и распространение радио-волн. М., «Наука», 1967, с. 121–129. 202. Readings C. J., Rayment D. R. The high-frequency fluctuation of

the wind in the first kilometer of the atmosphere. - Radio Sci., 1969, vol. 4, No 12.

p. 1127–1131. 203. Reiter E. R. Meteorologie der Strahlströme (Jet-Streams). Vienna, Springe-Verlag, 1961, 884 S.

204. Reiter E. R., Burns A. Atmospheric structure and clear-air turbulence. - В кн.: Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн. М., «Наука», 1967, с. 53-64.

«Hayka», 1967, c. 53-64.
205. Reiter E. R., Burns A. The structure of clear-air turbulence derived from «Topcat» aircraft measurements. - Journ. Atm. Sci., 1966, vol. 23, p. 206-212.
206. Richter J. H. High resolution tropospheric radar sounding. - Radio Sci., 1969, vol. 4, No 12, p. 1261-1268.
207. Rider C., Thomson M. R., Verinder F. E. Measurement of extreme mechanical turbulence during low level flights by Mirage A3-76. - In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18-21 May, London, 1971, p. 18.
208. Roach W. T. Some aircraft reports of high-level turbulence. - Met. Mag., 1969, vol. 98, No 1160, p. 65-68.
209. Roach W. T. On the influence of synoptic development on the production of high level turbulence. - In: Proc. Int. conf. atm. turbulence, 18-21 May, London, 1971, p. 18.

London, 1971, p. 18.

210. Scorer R. S. Causes and consequences of standing waves. - In: Proc. Symp. on mountain meteorology. Colorado, 1967, p. 75-101.
211. Steiner R. A. Review of NASA high-altitude clear-air turbulence.
Sampling Programs. - Journ. Aircraft, 1966, vol. 3, No 1, p. 48-52.
212. Steiner R., Rhyne R. H. Some measured characteristics of severe storm turbulence. Nat. Severe Storm Project, Rep. No 10, 1962, p. 17.
213. Steiner R. B. Physe R. H. Atmospheria turbulence and circlence response.

213. Steiner R., Rhyne R. H. Atmospheric turbulence and airplane response: convective-type clouds. – Journ. Aircraft, 1964, vol. 1, No 1, p. 13–15.

214. Taylor J. Manual on aircraft loads. Pergamon Press, 1965. 215. Taylor R. J., Warner J., Bacon N. E. Scale length in atmo-spheric turbulence as measured from an aircraft. – Quart. Jaurn. Roy. Met. Soc., 1970, vol. 96, p. 750–755.

216. Treddenick D. S. Turbulence measurements in and near thunderstorms.

216. Treddenick D. S. Turbulence measurements in and near thunderstorms.
Aeronautical Rep. LR-534, Ottawa, 1970, 20 p.
217. Trout D., Panofsky H. R. Energy dissipation near tropopause. –
Tellus, 1969, vol. 21, p. 355–358.
218. Tsuchiya K., Fujita T. A satellite meteorological study of evaporation and cloud formation over western Pacific under the influence of the winter monsoon. – Journ. Met. Soc. Japan, 1967, vol. 45, p. 232–250.
219. Van Thullenar C. F. [et. al.]. Severe storm detection and circumnavigation. Final Rep., Federal Aviation Agency, Contr. ARDS-A-176, U. S. Weather Bureau Wash 1963.

Bureau, Wash., 1963.

220. Warner J. The microstructure of cumulus cloud. Pt 1. – Journ. Atm. Sci., 1969, vol. 26, No 5, p. 1049–1059. 221. Warner J. The microstructure of cumulus cloud. Pt 3. The nature of

the updraft. – Journ. Atm. Sci., 1970, vol. 27, No 4, p. 682–688. 222. Wilson R. J., Love B. Y., Larson R. R. Evaluation of effects

of high-altitude turbulence encounters on the XB-70 airplane. NASA, TN D-6457,

1971, 35 p.
223. Winnichenko N. K. The kinetic energy spectrum in the free atmosphere - 1 second to 5 years. - Tellus, 1970, vol. 22, p. 158-166.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Автокорреляции коэффициенты, истинные 75 – экспериментальные 75, 81 Автокорреляционная функция, истинная 65, 66, 69 – модифицированная экспериментальная 65, 69 – экспериментальная 65, 69 Акустический анемометр 54, 55 Акселерометр 28, 29 Анемоклипометр 51–53 Баланс турбулентной энергии 7, 8, 270–274 Болтанки самолетов интенсивность (шкала для оценки) 209 Брента – Вайсала частота 138 Быстрое преобразование Фурье 82–84 Вертикальные потоки в облаках – короткопериодические (турбулентные) 181–185, 198–206 Автокорреляции коэффициенты, истинные 75 198-206 – мезомасштабные 185-198 Взаимодействие осредненных и турбулентных полей температуры и скорости ветра 23-26 Волны атмосферные 153-172 – горные 163-172 – гравитационно-сдвиговые 153-160 - гравитационно-сдвиговые 153-160 - как источник турбулентности 160-163, 172-177 Волн атмосферных - амплитуда 156-159, 165, 170-171 - длина 156-159, 164, 165, 169 - длина критическая 160, 161 - устойчивость 160-163 Вычислитель вектора вегра 45; 46 Гировертикаль 55, 56 Гировертикаль 55, 56 Дискретные вертикальные порывы (форма) 208 Диссипации турбулентной энергии скорость 13, 134 Допплеровская навигационная система (ДНС) 40-42 Допллеровская измеритель скорости и сноса (ДИСС) 39-42 Доролницына параметр 165 39-42 Дородницына параметр 165 Замороженная турбулентность 18 Инерционный интервал 19 Инеріционный интервал 19 Каскадный механизм турбулентности 12 Колмогорова микромасштаб 22 Конвекция элементы (см. *Терлики*) Конвекция ячупорядоченная 136–148 – целлюлярная (см. *Коневския*, ччейковая) Конвекция ячейковая 148–152 – связь с турбулентностью 152 – условия возникновения 148, 149 – характеристики 148, 149 – характеристики 148, 149 Корелянионная функция пульсаций скорости ветра 16, 211–213 Корреляционная тервор поля скорости 14, 15 16, 211-213 Корреляционный тензор поля скорости 14, 15 Коэффициент турбулентного обмена (коэффициент турбулентности) - в облаках 182-185, 201, 204 - в ясном небе 120-123 - при боре 178 Лазерные методы исследования турбулентности 61, 62 62 Масштаб Болджиано-Обухова – интегральный 211-214 Математические фильтры 84-90 Мезометеорологический минимум в спектре турбу-лептности 285 Мезонеоднородности в поле ветра 255 Метод автоматического получения энергетического спектра вертикальной компоненты скорости 33-36 36 Методы измерений пульсаний скорости ветра – акустический 54, 55 – анемоклинометром 51–53 – допплеровский 38–46 – перегрузочный 28–38 – термоанемометрический 46–51 – флюгером 53 Модель турбулентности Драйдена, Кармана 213 Найквиста частота 73, 74

Навигационный треугольник 45 Навиганиюнный треугольнык 45 Неустойчивость воли вторичная 162 Окно временное 66-69 - спектральное 66-70 Оптические методы обнаружения турбулентности в ясном небе 62 Параметр плавучеста 24, 97 Передаточная функция - динамической системы 30 - самолета 31-33 Подмена частот при расчете спектров 72-74 Превращение турбулентной энергии в тепло 134, 273 Пульсании компонент скорости ветра при ясном небе - средние квадратические 115, 130-133, 147 - экотремальные 216 средние квадратические 115, 130-133, 147
 экстремальные 216
 Пульсации компонент скорости ветра в облаках 185-187, 198-201, 202-204
 Радиолокационные методы исследования турбулентности 60, 61
 Рейнольдса число 5, 6
 Ричардсона число 8-12
 аспользование в прогнозе 237-239
 Роторы 172-176
 Рэля число 149
 клитическое 150 Рэлея число 149 – критическое 150 Скорера число (см. Дородницына параметр) Спектральные характеристики пульсаний (энергети-ческий спектр турбулентности) 123–134 – вертикальные компоненты скорости ветра 128– 130, 145–147 – в облаках 185, 199–201, 202–204 вертикальные компоненты скорости ветра 128-130, 145-147
в облаках 185, 199-201, 202-204
горизонтальной компоненты скорости ветра 124-130, 145-147
зависимость от стратификации атмосферы 98-101
Спектр по Ван-дер-Ховену 266
Степени свободы 70-72
Структурная функция 16
Суточный ход пульсаций горизонтального и вертикального компонент ветра 116, 117, 130-132
Температуры пульсации горизонтального и вертикального компонент ветра 116, 117, 130-132
Температуры пульсации 145
Термики 136-145
Термики 136-145
термоанемометр 46-51
Турбулентность, определение 3
природа 5-7
перемежаемость 118, 119
вырождение 22, 127, 226
масштаб 212, 214
Турбулентность ясного неба
повторяемость на высотах 210, 218-220
прогноз 248-254
интенсивность 220-223
толщина турбулентных зон 223
сурочный ход 116, 117, 130-132
характерные значения параметров 245-248
Турбулентных зан характеристики
над горами 176-180
в облаках 181-185, 198-206
в облаках 181-185, 198-206
в облаках 181-185, 198-206
в облаках 181-185, 198-206
в облаках 181-185, 54
Уравнение баланса энергии турбулентности 7, 8
Характерные обланса знергии турбулентности 7, 8
Характерныетов хасного ветра 234
Турбулентных от 28, 59
Ширина спектрального ветра 234
Турбулентные баланса энергии турбулентности 7, 8
Характерные скамолетных методов исследования турбулентных от 58, 59
Ширина спектрального отна зквивалентная 69, 70
Энергетический сцектр (методика расчетов) 65-69, 81
по эквилистантным точечным записям 72-74
чустой мирост. 74, 74 81 - исключение нулевых частот 79, 80 - по эквидистантным точечным записям 72-74 - устойчивость 74-76 Эффективная скорость порывов 208-210 Эффективная толщина турбулентного слоя 234 Ячейки Бенара 151 - конвективные 151, 152

оглавление

Предисловие	3
Глава 1. Некоторые вопросы теории атмосферной турбулентности	5
 Природа атмосферной турбулентности	- 7 8 12 14 18 23
Глава 2. Методы экспериментального исследования турбулентности в свободной атмосфере	27
 Самолет как средство исследования атмосферной турбулентно- сти Метод, использующий реакцию самолета на атмосферный порыв (перегрузочный метод) Метод, использующий измерения абсолютной и относительной скорости самолета (допплеровский метод) Метод, использующий измерения пульсаций скорости набегаю- щего потока (термоанемометрический метод) Метод, использующий измерения давления в различных точках обтекаемого потоком тела Метод, использующий измерения угла атаки (метод флю- гера) Метод, использующий измерения скорости звука (акустический метод) Сводная таблица самолетных методов исследования турбулент- ности Самолеты – летающие лаборатории Радиолокационные и оптические методы исследования атмосфер- ной турбулентности 	28 38 46 51 53 54 55 57 58 59 60
Глава 3. Статистический анализ измерений	63
 Вычисление спектров по непрерывным записям конечной длины Вычисление спектров по дискретным записям конечной длины Быстрое преобразование Фурье Предварительный анализ характера спектра 	72 82 84
Глава 4. Спектр турбулентности в термически стратифицированной атмо- сфере	91
 снектр туроулитисти в устоичиво стратифицированной атмо- сфере Зависимость формы спектральной кривой от термической стра- тификации атмосферы Перенос энергии в слектре и обобщенный спектр турбулентности свободной атмосферы 	

 некоторые особенности экспериментальных спектров туроулент- ности в ясном небе. Спектры пульсаций температуры в термически сгратифицирован- из странарования. 	108
	110
Глава 5. Турбулентность в нижней и средней тропосфере при ясном небе	112
1. Некоторые экспериментальные данные об интенсивности турбу- лентности	
 Структура турбулентного слоя атмосферы. Перемежаемость турбулентности 	116
3. Экспериментальные данные о коэффициенте туроулентной вязко- сти	120
4. Спектральные характеристики туроулентности	125
I лава 6. Атмосферная конвекция и термическая турбулентность	135
1. Неупорядоченная атмосферная конвекция	148
Глава 7. Волны и атмосферная турбулентность	153
1. Гравитационно-сдвиговые волны	
волн и связь турбулентности с разрушающимися волнами.	160
3. Горные волны	163 172
ч. готорные движения и туроулентность в зоне горных воли	1 1 44
Глава 8. Турбулентность и вертикальные потоки в облаках	181
1. Турбулентность в слоистообразных облаках	185
3. Турбулентность в кучевых и кучево-дождевых облаках.	198
Глава 9. Турбулентность, влияющая на полет самолетов	207
1. Методы оценки интенсивности турбулентности, влияющей на полет самолета	_
 Характеристики турбулентности в тропосфере и нижней страто- сфере 	217
3. Турбулентность в струйных течениях и в зоне тропопаузы	228
 Связь туроулентности, вызывающей болтанку самолетов, с тер- мическими и линамическими усповиями в атмосфере 	237
5. Прогнозирование турбулентности при ясном небе	248
Глава 10. Мезоструктура поля скорости ветра	255
1. Мезонеоднородности поля скорости ветра	
 Энергетические спектры мезомасштаюной туроулентности. Вертикальные распределения порывов ветра и их спектры. 	263
4. О мезометеорологическом минимуме энергии в спектре турбу-	265
лентности . 5. Зависимость энергии турбулентных движений различных масшта-	205
бов от высоты	268 270
о. Баланс энергии в туроулентных зонах при ясном несе	270
Summary	275
Список литературы	276
Предметный указатель	285

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Издательство просит отзывы и замечания по содержанию книги, ее художественному оформлению и полиграфическому исполнению направлять по адресу:

199053, Ленинград, 2-я линия, д. 23, Гидрометеоиздат.

Николай Константинович Винниченко, Наум Зиновьевич Пинус, Соломон Моисеевич Шметер, Генрих Наумович Шур

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В свободной атмосфере

Редактор Г. Я. Русакова Художник И. В. Тюльпанов. Художественный редактор В. А. Денисовский Технический редактор В. И. Семенова. Корректор Т. Н. Черненко

Набор текста и формул впервые выполнен на фотонаборной системе «Монофото-600»

Сдано в набор 28/VIII 1974 г. Подписано к печати 27/I 1976 г. М-19528. Формат 60 × 90/16. Бумага тип. № 1. Печ. л. 18. Уч.-изд. л. 22,22. Тираж 1500 экз. Индекс МЛ-22. Заказ 1872. Цена 1 р. 63 к.

Гидрометеоиздат. 199053, Ленинград, 2-я линия, 23.

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Гатчинская ул., 26.