

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РСФСР
ПО ДЕЛАМ НАУКИ И ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В. Н. ПРОКОФЬЕВ

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Утверждено ученым советом института
в качестве учебного пособия

ЛЕНИНГРАД
1991

Прокофьев В. Н. Электрические цепи. Учебное пособие. Л., изд. ЛГМИ, 1991, 101 с.

В пособии рассмотрены элементы и законы функционирования электрических цепей, составляющих основу различных электронных приборов и систем, используемых в гидрометеорологии. Главное внимание уделено физической сущности процессов, протекающих в этих цепях. Приведены сведения о таких перспективных для гидрометеорологии устройствах, как активные фильтры, приборы на поверхностных акустических волнах, цифровые фильтры.

Предназначено для студентов гидрометеорологических специальностей высших учебных заведений.

Ил. 105. Библ. 12.

Рецензенты: Главная геофизическая обсерватория им. А. И. Воейкова, отдел метеорологических измерений. *Б. Н. Пирогов*, канд. техн. наук. (ЛЭИС).

353220

ВВЕДЕНИЕ

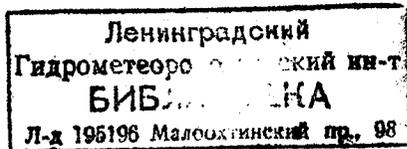
Данное пособие отвечает программе учебной дисциплины „Основы электроники“, изучаемой студентами гидрометеорологических специальностей высших учебных заведений. Его цель — оказать необходимую методическую помощь студентам при освоении указанной дисциплины, дающей подготовку по электронике в том объеме, который обеспечивает понимание основных физических принципов функционирования и методов расчета современных и перспективных электронных устройств и систем, измерительно-вычислительных комплексов, применяемых в гидрометеорологии.

Материал пособия ориентирован и адаптирован для студентов указанных специальностей с учетом того, что для них учебная дисциплина „Основы электроники“ не является профилирующей. Пособие снабжено ссылками и примерами из области использования гидрометеорологических электронных приборов, проведения соответствующих измерений.

При изложении материала используются сведения из курсов физики и высшей математики. Пособие пригодно для самостоятельной работы студентов, в том числе, студентов заочных отделений в процессе изучения ими дисциплины „Основы электроники“.

Наряду с рассмотрением традиционных электрических цепей приводятся также сведения по таким актуальным вопросам, как цифровая обработка сигналов, цифровые фильтры, активные фильтры, устройства на поверхностных акустических волнах. Это отвечает перспективности для гидрометеорологии соответствующих электронных приборов и систем.

Автор выражает признательность преподавателям кафедры измерительно-вычислительных систем ЛГМИ, а также рецензентам пособия; замечания и пожелания тех и других, безусловно, способствовали его улучшению.



1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

1.1. Общие сведения

Современная гидрометеорология характеризуется широким использованием различных измерительных приборов, информационно-измерительных систем, измерительно-вычислительных комплексов, содержащих разнообразные электронные устройства. Эффективная эксплуатация электронной аппаратуры, а также участие в исследованиях и разработке электронных устройств, помогающих решать новые постоянно возникающие в гидрометеорологии научно-технические задачи, требуют от инженера-метеоролога, гидролога, океанолога достаточных познаний в области электроники.

Всякое электронное устройство содержит электрические цепи, состоящие из отдельных элементов. Поэтому принципы функционирования любого такого устройства в значительной степени определяются основными законами электрических цепей. Например, в сравнительно простых и многочисленных гидрометеорологических приборах, таких, как анемометры, анемографы, электротермометры, гигрометры, микробарометры и др. содержится измерительная схема мостового типа — измерительный мост. Для понимания ее работы необходимо знание законов функционирования электрических цепей как на постоянном, так и на переменном токе. Гораздо более сложные устройства и системы, такие, как метеорологические станции, метеорологические радиолокаторы, телеметрические информационно-измерительные системы содержат большое количество разнообразных электронных блоков, использующих различные электрические цепи.

Электрической цепью называется совокупность элементов, предназначенных для прохождения электрического тока и передачи им энергии электрического сигнала от источника (генератора) к приемнику (нагрузке).

Источниками (генераторами) являются генераторы постоянных, синусоидальных, импульсных и других электрических сигналов, а также антенны радиоприемных устройств, отдельные каскады и узлы приемно-усилительного тракта, предшествующие анализируемому каскаду (узлу) и др. Типичными источниками электрической энергии являются, например, гальванические элементы, аккумуляторы, термоэлементы, фотоэлементы, выпрямители, промышленные электрические генераторы. Источниками являются и различные датчики — преобразователи неэлектрических величин (давление, температура, влажность, освещенность, перемещение и т. д.) в электрические напряжение или ток.

Приемниками (нагрузкой) служат, например, различные индикаторные приборы, электрические лампы, электронагревательные приборы, электродвигатели, антенны, излучающие электромагнитную энергию в пространство и др. К нагрузкам относятся также

последующие (по отношению к рассматриваемому) узлы и каскады электронных устройств; элементы электронных схем, воспринимающие те или иные сигналы, которые поступают на них в виде электрического тока или напряжения.

Источники напряжения и тока называют *активными элементами электрических цепей*. Так, транзисторы, микросхемы, электронные лампы относятся к активным элементам электронных устройств.

К пассивным элементам электрических цепей относятся элементы, которые могут либо рассеивать электромагнитную энергию, либо запастись ее в электрическом и магнитном полях. К пассивным элементам относятся резисторы (резистивные сопротивления), емкости (конденсаторы), индуктивности (катушки индуктивности), идеальные трансформаторы и некоторые другие элементы.

Источники, приемники и все другие элементы цепей имеют, как минимум, два вывода, с помощью которых осуществляется их связь (соединения) с другими элементами цепей. Эти выводы называют также *полюсами* („зажимами“) элемента цепи (в особенности — для источников). Элементы с двумя выводами (полюсами, зажимами) называются *двухполюсниками*.

Процессы в электрических цепях описываются на основе понятий об электрическом токе, протекающем через элементы цепей, и напряжении на этих элементах. Напомним, что электрический ток — это направленное перемещение электрических зарядов, носителей (электронов, ионов, «дырок» — в полупроводниках).

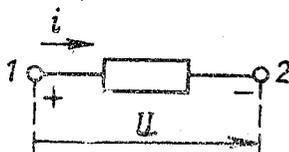


Рис. 1.1

Если q — количество электричества (кулоны), переносимого током i (амперы), то мгновенное значение тока $i = dq/dt$; ток измеряется в амперах (А), миллиамперах (мА), микроамперах (мкА), наноамперах (нА); $1 \text{ мА} = 10^{-3} \text{ А}$; $1 \text{ мкА} = 10^{-6} \text{ А}$; $1 \text{ нА} = 10^{-9} \text{ А}$.

За направление тока принимают перемещение положительных зарядов (оно противоположно направлению движения отрицательных зарядов). На электрических схемах при их анализе положительное направление тока выбирается произвольно; оно указывается стрелкой. На рис. 1.1 показан участок (элемент) электрической цепи с полюсами (зажимами) 1 и 2 и током i в нем.

Разность электрических потенциалов точек 1 и 2 представляет собой напряжение u на данном участке цепи. Напомним, что разность электрических потенциалов определяется работой, затрачиваемой на перенос единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Напряжению, как и току, приписывают знак «плюс» или «минус»; обычно положительное направление напряжения выбирают совпадающим с положительным направлением тока, рис. 1.1. Если потенциал точки 1 выше потенциала точки 2, то напряжение u между этими точками (его иногда обозначают как

u_{12}) считается положительным; при этом полюс 1 может быть обозначен знаком «+», а полюс 2 — знаком «-».

Напряжение измеряется в вольтах (В), киловольтах (кВ), мегавольтах (МВ), а также в милливольтках (мВ), микровольтах (мкВ); $1 \text{ кВ} = 10^3 \text{ В}$; $1 \text{ МВ} = 10^6 \text{ В}$; $1 \text{ мВ} = 10^{-3} \text{ В}$; $1 \text{ мкВ} = 10^{-6} \text{ В}$.

Электрический ток и напряжение могут быть постоянными (неизменяющимися) или переменными, т.е. изменяющимися во времени; в последнем случае обычно пишут $i(t)$ и $u(t)$.

Пусть через участок цепи под воздействием напряжения $u(t)$ проходит электрический заряд $q(t)$. Тогда совершаемая при этом элементарная работа или энергия, поступившая в данный участок цепи, равна

$$dW = u(t) dq = u(t) i(t) dt.$$

Скорость поступления энергии в цепь называется *мгновенной мощностью* $p(t)$:

$$\frac{dW}{dt} = p(t) = u(t) i(t).$$

Мощность измеряется в ваттах (Вт), киловаттах (кВт), мегаваттах (МВт), а также в милливаттах (мВт), микроваттах (мкВт); $1 \text{ кВт} = 10^3 \text{ Вт}$; $1 \text{ МВт} = 10^6 \text{ Вт}$; $1 \text{ мВт} = 10^{-3} \text{ Вт}$; $1 \text{ мкВт} = 10^{-6} \text{ Вт}$.

При положительных значениях $p(t) > 0$ энергия поступает в участок цепи (при этом напряжение и ток однонаправлены), при отрицательных $p(t) < 0$ — энергия возвращается от рассматриваемого участка к источнику. Энергия, поступившая в участок цепи за промежуток времени от t_1 до t_2 , есть

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} u(t) i(t) dt.$$

Энергия измеряется в джоулях (Дж), килоджоулях (кДж), мегаджоулях (МДж), а также в миллиджоулях (мДж), микроджоулях (мкДж); $1 \text{ кДж} = 10^3 \text{ Дж}$; $1 \text{ МДж} = 10^6 \text{ Дж}$; $1 \text{ мДж} = 10^{-3} \text{ Дж}$; $1 \text{ мкДж} = 10^{-6} \text{ Дж}$.

В общем случае электрическая цепь содержит также и другие элементы, носящие вспомогательный характер, такие, как соединительные проводники, физические зажимы, клеммы, гнезда, выключатели и т.п.; здесь они отдельно не рассматриваются.

2. ПАСИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

2.1. Резисторы

Резисторами называют двухполюсные элементы цепей, рис. 2.1, а, основное свойство которых состоит в необратимом преобразовании — рассеивании электрической энергии в тепловую.

Количественно резистор характеризуется сопротивлением, равным отношению напряжения u_R на резисторе к протекающему по нему току i_R :

$$R = u_R / i_R.$$

Сопротивление измеряется в омах; оно равно выраженному в вольтах напряжению на резисторе при протекании через него тока в 1 А. Для измерения сопротивления используются также следующие единицы: килоомы (кОм), мегаомы (МОм); $1 \text{ кОм} = 10^3 \text{ Ом}$; $1 \text{ МОм} = 10^6 \text{ Ом}$.

Записанная формула для сопротивления R выражает широко известный закон Ома (экспериментально установлен Омом в 1826 г.).

В теории линейных цепей с постоянными параметрами полагается, что сопротивление R не меняется во времени и не зависит от частоты и величины приложенного к нему напряжения $u_R = i^R(t)$ или протекающего по нему тока $i_R = i_R(t)$. Зависимость между напряжением u_R и током i_R при этом (вольт-амперная характеристика — ВАХ) линейна, рис. 2.1, б. Постоянные резисторы типичны для электрических цепей.

Мгновенная мощность, рассеиваемая резистором, есть

$$p_R(t) = u_R(t) i_R(t) = R i_R^2(t) = u_R^2(t) / R.$$

Энергия, рассеиваемая в таком элементе за время $t_2 - t_1 = \Delta t$, определяется формулами

$$\begin{aligned} W_R &= \int_{t_1}^{t_2} p_R(t) dt = \\ &= R \int_{t_1}^{t_2} i_R^2(t) dt = \\ &= 1/R \int_{t_1}^{t_2} u_R^2(t) dt. \end{aligned}$$

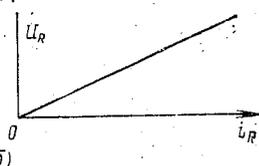
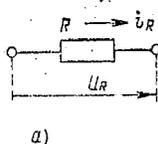


Рис 2.1

Так, при постоянном токе $i_R(t) = I_R = \text{const}$ имеем:

$$P_R = I_R^2 R = U_R^2 / R; \quad W_R = I_R^2 R \Delta t = U_R^2 \Delta t / R; \quad U_R = u_R = \text{const}.$$

Заметим, что если сопротивление R зависит от величины u_R (тока i_R), то данный элемент является нелинейным; его ВАХ уже не является прямой линией.

Наряду с сопротивлением R используется и обратная величина $G = 1/R$, называемая резистивной проводимостью (активной проводимостью); она измеряется в сименсах (См) и производных единицах; $1 \text{ См} = 1 \text{ Ом}^{-1}$.

В схемах современной электронной аппаратуры резисторы составляют до 35% общего количества элементов; они разнообразны по конструктивным и электрическим характеристикам. Так, различают проволочные и непроволочные резисторы (последние особенно распространены); постоянные и переменные; линейные и нелинейные и др. Можно подчеркнуть, что в современных устройствах широко используются полупроводниковые резисторы как линейные, так и нелинейные — терморезисторы, варисторы, фоторезисторы и др.

В гидрометеорологических приборах (анемометрах, гигрометрах, психрометрах и др.) резисторы используются часто в качестве первичных датчиков. Например, анемограф тензометрический М-27С содержит измерительный мост из четырех проволочных тензосопротивлений; электротермометр АМ-2М-1 имеет измерительный мост, три плеча которого образуют постоянные резисторы из манганиновой проволоки, а четвертым служит термосопротивление. Термосопротивления (ТСП-500; ТСМ-ХI; ТСМ-ХII и др.) используются в измерительных блоках гидрометеорологических станций (например, в станциях М-106; ГМ-6; М-49 и др.).

Примеры условных графических обозначений (УГО) резисторов в электрических схемах приведены на рис. 2.2 (ГОСТ 2.710—81); здесь резисторы R1—R5 имеют сопротивления соответственно: 51 ом; 2 килоома; 1,3 мегаома; 330 килоома; 430 ом; их допустимые мощности рассеяния указаны черточками и соответственно для R1—R5 составляют: 0,125 Вт; 0,25 Вт; 0,5 Вт; 1 Вт; 2 Вт; резистор R6—переменный; резистор R7—подстроечный; резисторы RK1, RU1—нелинейные; RK1—терморезистор, RU1—варистор.

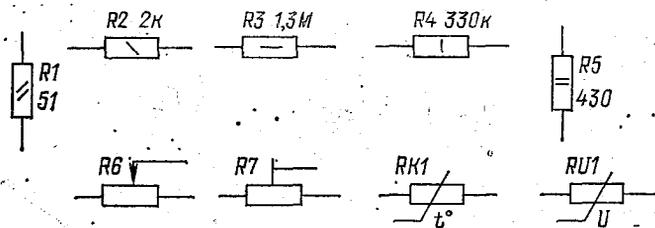


Рис. 2.2

2.2. Электрическая емкость

Электрической емкостью называется идеализированный (без потерь) двухполюсный элемент электрической цепи, в котором накапливается энергия электрического поля и который идеализованно заменяет реальный конденсатор электрических схем.

Емкость C измеряется в фарадах (Ф) и численно равна выраженной в кулонах (К) величине заряда q на емкости при напряжении на ней в 1 В, т. е.

$$C = \frac{q}{u_c},$$

где u_c — напряжение на емкости.

Фарада — очень крупная единица, поэтому на практике емкость измеряется в микрофарадах (мкФ), нанофарадах (нФ), пикофарадах (пФ); $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$; $1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}$; $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$.

В линейных цепях емкость $C = \text{const}$ не зависит от времени, а также от частоты и величины приложенного к ней напряжения. В общем же емкость C может зависеть от приложенного напряжения (вариконд); в этом случае она является нелинейным элементом цепи.

Из записанного выше выражения следует, что ток через емкость и напряжение на ней связаны соотношениями (рис. 2.3):

$$i_C(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}; \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau,$$

где $u_C(0)$ — начальное (в момент $t=0$) напряжение на емкости.

Мгновенная мощность, поступающая в емкость, равна

$$p_C(t) = u_C(t) i_C(t) = C u_C(t) \frac{du_C}{dt};$$

она связана с процессом накопления или убыли электрического заряда в емкости.

Энергия электрического поля в емкости в любой момент времени есть

$$W_C = \int_{-\infty}^t p_C(\tau) d\tau = C \int_0^{u_C} u_C(\tau) du_C = \\ = 0,5 C u_C^2(t).$$

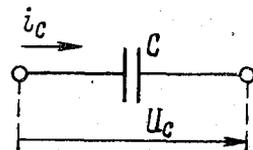


Рис. 2.3

В схемах электронных устройств емкость реализуется в виде конденсаторов того или иного вида. Конденсаторы, как и резисторы, представлены также весьма широко. Они разделяют между собой различные цепи по постоянному току, являются необходимыми элементами колебательных контуров, используются в различных фильтрах, в выпрямителях, для создания частотно-зависимых цепей обратной связи, для генерирования и формирования импульсов в соответствующих импульсных и цифровых устройствах и т. д.

Электрический конденсатор представляет собой систему из двух или более токопроводящих обкладок, разделенных диэлектриком. Бывают постоянные, переменные и полупеременные (подстроечные) конденсаторы. По типу диэлектрика различают следующие виды конденсаторов: с газообразным диэлектриком (воздушные, газонаполненные, вакуумные); с жидким диэлектриком; с твердым неорганическим (керамические, слюдяные, стеклянные, стеклопленочные, стеклоэмалевые); с твердым органическим (бумажные, металобумажные, пленочные, бумажно-пленочные и др.); с оксидным диэлектриком — электролитические (танталовые, ниобиевые, титановые, алюминиевые).

Примеры УГО конденсаторов на электрических схемах приведены на рис. 2.4: конденсаторы С1—С5 имеют соответственно емкость 0,047 мкФ; 8,2 пФ; 750 пФ; 2000 мкФ; 4,7 мкФ; конденсаторы С4 и С5 — оксидные (электролитические), они имеют полярность и допустимое напряжение соответственно 10 В и 50 В; конденса-

тор С6 — переменный с диапазоном значений емкости от 8 до 240 пФ; подстроечный конденсатор С7 имеет диапазон значений емкости 4...15 пФ. Показаны также нелинейные конденсаторы: СУ1 — вариконд, СК1 — варикап.

В гидрометеорологических приборах нелинейные конденсаторы нередко используются в качестве датчиков; например, в конден-

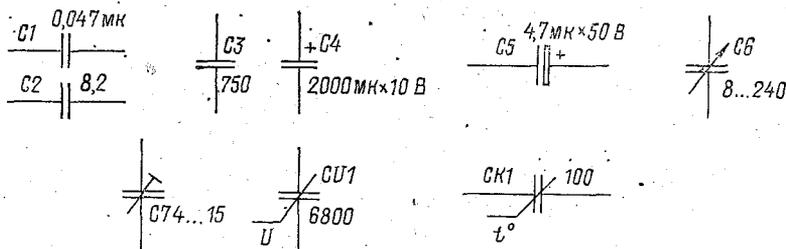


Рис. 2.4

саторных гигрометров применяют конденсаторы (с воздушным диэлектриком), емкость которых зависит от измеряемой влажности.

2.3. Индуктивность

Индуктивностью называется идеализированный (без потерь) двухполюсный элемент электрической цепи, в котором накапливается энергия магнитного поля, связанного с протекающим по индуктивности током; индуктивность заменяет идеализированно катушку индуктивности в реальных электрических цепях.

Индуктивность L измеряется в генри (Гн) и численно равна выраженному в веберах (Вб) потокоцеплению ψ катушки на каждый 1 А протекающего в ней тока:

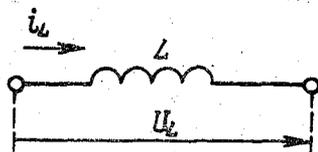


Рис. 2.5

$$L = \psi / i_L,$$

где i_L — ток в индуктивности; *потокоцеплением* называют произведение числа витков катушки на величину магнитного потока (Вб), пронизывающего эти витки.

Индуктивность измеряется также в миллигенри (мГн), микрогенри (мкГн); 1 мГн = 10^{-3} Гн; 1 мкГн = 10^{-6} Гн.

В линейных электрических цепях индуктивность $L = \text{const}$ — не зависит от времени, а также от частоты и величины протекающего по ней тока. Ток i_L , протекающий через индуктивность L (рис. 2.5), связан с напряжением u_L на ней соотношениями:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad i_L = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(\tau) d\tau = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u_L(\tau) d\tau,$$

где $i_L(0)$ — начальный (в момент $t=0$) ток в индуктивности.

В общем случае величина L может зависеть от тока i_L и тогда она является нелинейным элементом цепи.

Мгновенная мощность, поступающая в индуктивность, равна

$$p_L(t) = u_L(t) i_L(t) = L i_L(t) \frac{di_L}{dt};$$

она связана с процессом нарастания или убывания энергии магнитного поля. В произвольный момент времени t энергия магнитного поля есть

$$W_L = \int_{-\infty}^t p_L(\tau) d\tau = L \int_0^{i_L} i_L(\tau) di_L = 0,5 L i_L^2(t).$$

Если часть магнитного потока одной индуктивности связана с другой индуктивностью, то такая магнитная связь двух индуктивных элементов характеризуется параметром M — взаимной индуктивностью (выражаемой также в генри, миллигенри, микрогенри).

В практических схемах индуктивность реализуется в виде катушек индуктивности того или иного вида. Катушки индуктивности применяют в качестве элементов колебательных контуров, фильтров, как дроссели (разделяющие токи резко различных частот), в качестве элементов связи (и согласования) различных электрических цепей, для разделения цепей по постоянному току и в других случаях.

Примеры УГО катушек индуктивности показаны на рис. 2.6; здесь катушки $L1$ и $L2$ имеют индуктивность соответственно 5 мкГн и 10 мГн; катушки $L3$ и $L4$ имеют магнитопроводы (сердечники) из феррита или пермаллоя, причем индуктивность $L4$ подстраивается изменением положения магнитопровода.

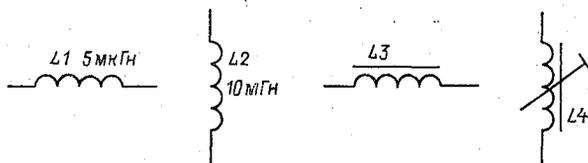


Рис. 2.6

2.4. Трансформатор

Идеальный трансформатор представляет собой четырехполюсный элемент схемы, который не рассеивает энергию (в виде тепла) и не запасает ее в электромагнитном поле, а лишь трансформирует (передает) ее; он идеализирует реальный трансформа-

тор, представляющий собой в простейшем случае две катушки индуктивности, помещенные на общем магнитопроводе и называемые первичной и вторичной обмотками трансформатора, рис. 2.7, а.

Магнитный поток первичной обмотки пронизывает витки вторичной, поэтому э. д. с., наводимые в обмотках, пропорциональны числам их витков. Отношение числа витков вторичной обмотки w_2 к числу витков первичной обмотки w_1 называется коэффициентом трансформации n идеального трансформатора: $n = w_2/w_1$.

В идеальном трансформаторе напряжения $u_1(t)$, $u_2(t)$ и токи $i_1(t)$, $i_2(t)$ первичной и вторичной обмоток связаны между собой следующими соотношениями:

$$u_2(t) = nu_1(t); \quad i_1(t) = ni_2(t).$$

Трансформаторы используют для трансформации (т. е. для передачи) переменных тока и напряжения, а также для трансформа-

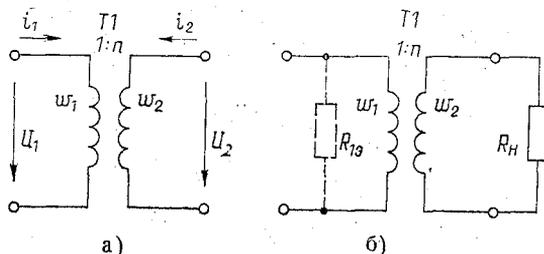


Рис. 2.7

ции (преобразования) сопротивления. С помощью трансформатора сопротивление нагрузки согласуется с выходным (внутренним) сопротивлением источника (транзистора, выхода предыдущего каскада и т. п.). Так, выходные трансформаторы усилителей, приемников используют именно как трансформаторы сопротивления.

Для источника идеальный трансформатор вместе с нагрузкой R_H в его вторичной обмотке представляет собой некоторое эквивалентное сопротивление R_{1a} (рис. 2.7, б), равное $R_{1a} = R_H/n^2$. Отсюда как раз и видна возможность отмеченного выше согласования нагрузки R_H с сопротивлением источника за счет выбора подходящего коэффициента трансформации n .

Конструкция реальных трансформаторов зависит от их назначения и частоты переменного тока той цепи, в которую они включаются. В цепях низкой частоты применяют трансформаторы с сердечниками из ферромагнитных материалов. Трансформаторы высокой частоты могут и не иметь магнитопроводов.

По назначению трансформаторы делятся на сетевые и сигнальные. По числу обмоток различают двух- и многообмоточные трансформаторы, а также автотрансформаторы.

Сетевые трансформаторы служат для питания различных цепей радиоэлектронной аппаратуры, приборов, устройств. Их пер-

вичную обмотку включают в сеть переменного тока; вторичных обмоток может быть несколько (трансформатор Т4, рис. 2.8). У промышленных сетевых трансформаторов первичную обмотку можно переключать (обмотка секционированная) на различные напряжения сети (110; 127; 220 В).

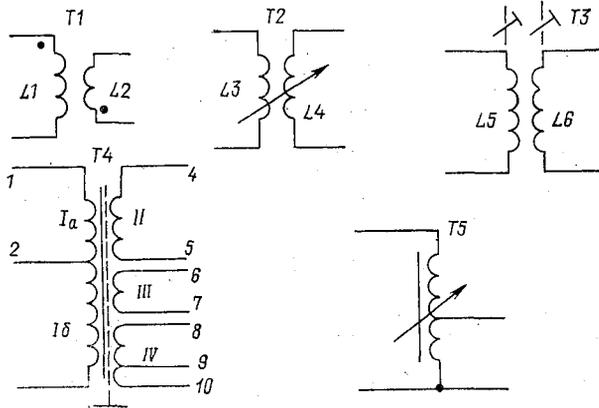


Рис. 2.8

Сигнальные (согласующие) трансформаторы преобразуют электрические сигналы и сопротивления. Примерами их могут служить входные, межкаскадные и выходные трансформаторы усилителей, импульсные трансформаторы, трансформаторы входных цепей приемных устройств и др.

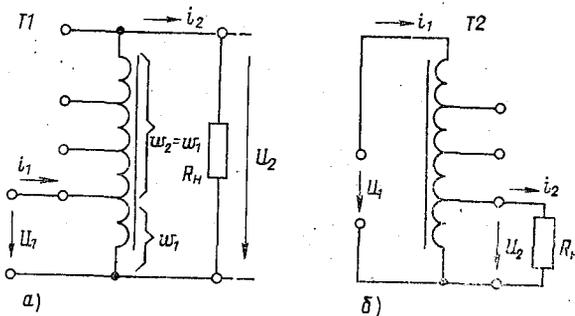


Рис. 2.9

Автотрансформаторы имеют только одну обмотку и их можно включать как повышающие или как понижающие, рис. 2.9, а, б соответственно. В общей части обмотки проходит разность токов i_1 и i_2 , поэтому данную часть обмотки выполняют из провода меньшего сечения. Это дает экономию меди по сравнению с двухобмоточными трансформаторами.

Примеры УГО трансформаторов, используемых в реальных схемах, приведены на рис. 2.8; точкой можно отмечать начало обмотки (L1—L2); регулируемая индуктивная связь показывается знаком регулирования (L3—L4); наличие отдельных магнитопроводов у индуктивностей с возможностью их подстройки изменением положения магнитопровода показывают знаком подстроечного регулирования (L5—L6). Сетевой трансформатор Т4 имеет секционированную первичную обмотку (1а, 1б) и несколько вторичных обмоток (II, III, IV); выводы обмоток пронумерованы; между первичной и вторичной обмотками имеется электростатический экран, служащий для уменьшения помех из сети (пунктир). Автотрансформатор Т5 допускает плавную регулировку снимаемого с него напряжения.

В цепях трехфазного тока для трансформирования электрической энергии переменного тока применяются трехфазные трансформаторы, хотя для этих целей могут быть использованы три однофазных трансформатора. Однако применение трехфазных трансформаторов предпочтительнее, так как они меньше по размерам и дешевле, чем три однофазных трансформатора.

3. АКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Источники напряжения

Помимо рассмотренных выше пассивных элементов электрические цепи содержат также источники электрической энергии: источники напряжения и тока. Для анализа цепей пользуются понятием идеального источника, т. е. такого, который способен отдавать в подсоединяемую к нему цепь бесконечно большую мощность.

Идеальный источник напряжения (источник э. д. с.) — активный элемент с двумя полюсами (зажимами), напряжение на которых не зависит от тока, проходящего через источник. Этим предполагается, что внутри идеального источника отсутствуют какие-либо пассивные элементы и, в частности, внутреннее сопротивление источника $R_{\text{и}}=0$. Поэтому на самом источнике нет никакого падения напряжения при прохождении тока, и напряжение на зажимах такого источника всегда равно его э. д. с. $e(t)$, т. е. $u(t)=e(t)$. Условное обозначение идеального источника напряжения показано на рис. 3.1, а.

Действие идеального источника напряжения можно пояснить еще и таким образом. Ток в пассивной цепи, подключаемой к такому источнику, зависит от величины э. д. с. $e(t)$ и параметров этой цепи. Если идеальный источник замкнут накоротко, то теоретически ток должен стать бесконечно большим. В действительности этого, конечно, не происходит, так как на самом деле любой реальный источник обладает собственным внутренним сопро-

тивлением $R_{и}$ (может содержать также и внутреннюю индуктивность $L_{и}$, собственную емкость $C_{и}$).

Реальный источник напряжения, обладающий конечной мощностью, изображается (рис. 3.1, б) как идеальный источник э. д. с. $e(t) = u(t)$ с последовательно включенным пассивным элементом $R_{и}$, который характеризует конечное внутреннее сопротивление источника и ограничивает мощность, отдаваемую во внешнюю цепь.

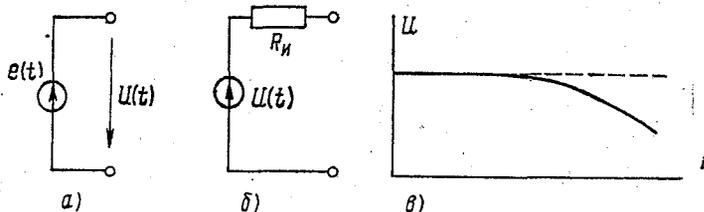


Рис. 3.1

Реальный источник по своим характеристикам может приближаться к идеальному (например, значение $R_{и}$ существенно меньше сопротивления внешней цепи).

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) идеального (пунктир) и реального источников напряжения показаны на рис. 3.1, в.

3.2. Источник тока

Идеальный источник тока — двухполюсный активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах. Этим предполагается, что внутреннее сопротивление такого источника

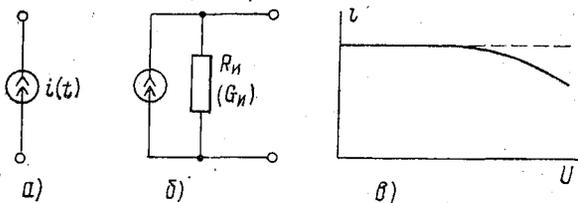


Рис. 3.2

бесконечно велико, поэтому внешняя цепь не может влиять на ток источника. Условное обозначение идеального источника тока показано на рис. 3.2, а.

Действие идеального источника тока можно пояснить так. По мере неограниченного увеличения сопротивления внешней цепи напряжение на зажимах источника, а соответственно, и развиваемая им мощность неограниченно возрастают. Опять-таки это идеа-

лизация; в действительности реальный источник тока обладает конечным внутренним сопротивлением, ограничивающим отдаваемую источником мощность.

Реальный источник тока изображается как идеальный, но с параллельно подключенным к нему сопротивлением $R_{и}$ (или проводимостью $G_{и}=1/R_{и}$), рис. 3.2, б. Реальные источники тока могут по своим параметрам приближаться к идеальным. Например, транзистор, имеющий большое внутреннее сопротивление, часто значительно большее, чем сопротивление внешней цепи, может считаться источником тока. Дополнительными схемными решениями транзисторные источники тока делаются весьма близкими к идеальным в широком диапазоне изменений внешней нагрузки (транзисторные генераторы стабильного тока).

На рис. 3.2, в показаны ВАХ идеального (пунктир) и реального источников тока.

4. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

4.1. Общие сведения

Электрическая цепь, состоящая только из линейных элементов, называется *линейной*. Линейные резистор, индуктивность и емкость характеризовались выше; при этом отмечалась связь между током и напряжением на таких элементах. Идеальные источники напряжения и тока являются линейными.

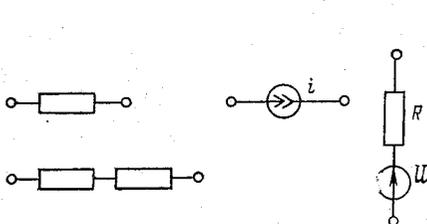


Рис. 4.1

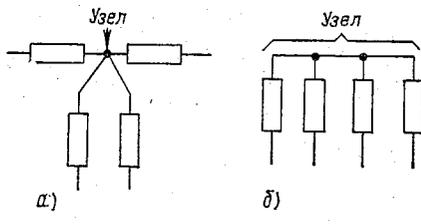


Рис. 4.2

Реальные электрические цепи (их элементы), строго говоря, не являются линейными, но могут считаться таковыми с достаточной для практики точностью в некотором рабочем диапазоне. Анализ и расчет линейных цепей значительно проще, чем нелинейных.

Электрическая схема представляет собой графическое изображение электрической цепи; она показывает, как осуществляется соединение элементов цепи. Схема содержит ветви и узлы.

Ветвь образуется одним или несколькими последовательно соединенными элементами цепи, рис. 4.1. Соединение является по-

следовательным, если через элементы такого соединения проходит один и тот же ток. Если состав ветви неизвестен, она изображается прямоугольником.

Узел — место соединения трех и большего числа ветвей (соединение двух ветвей образует «устраняемый» узел), рис. 4.2. Схемы на рис. 4.2, *a* и *б* электрически эквивалентны, так как они содержат один и тот же узел.

Ветви, присоединенные к одной паре узлов, называются *параллельными*, рис. 4.3.

На рис. 4.4 изображена электрическая схема, содержащая пять ветвей и три узла. В схеме имеются также контуры. *Контуром* называется любой замкнутый путь, проходящий по нескольким

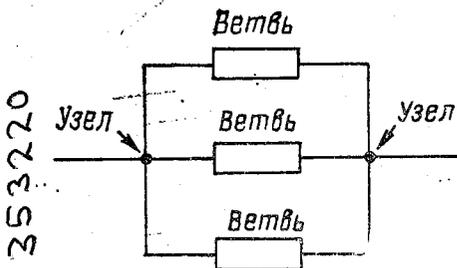


Рис. 4.3

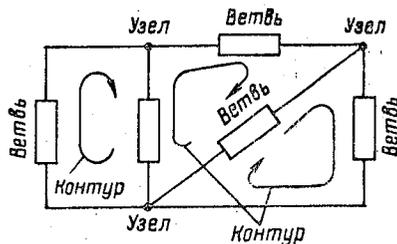


Рис. 4.4

ветвям. Направление обхода указывают стрелкой. Различают одноконтурные и многоконтурные схемы. Замена многоконтурной схемы на эквивалентную одноконтурную упрощает расчеты и поэтому целесообразна на практике.

Электрические схемы цепей постоянного тока в установившемся режиме, при котором токи и напряжения в цепи постоянны (не меняются во времени), содержат в качестве пассивных элементов лишь резисторы. Действительно, в цепи постоянного тока идеальный конденсатор (емкость) представляет собой разрыв цепи — постоянный ток через емкость не проходит; аналитически это следует из того, что при постоянном напряжении $u_C = \text{const}$ производная $du_C/dt = 0$, поэтому и ток $i_C = 0$. Аналогично этому для постоянного тока идеальная катушка индуктивности представляет собой короткое замыкание данного участка цепи и поэтому также исключается из нее; аналитически: при постоянном токе $i_L = \text{const}$ производная $di_L/dt = 0$, т. е. напряжение $u_L = 0$.

Емкости и индуктивности учитываются только в цепях переменного тока и при переходных (неустановившихся) процессах, возникающих в электрических цепях при переходе от одного режима работы к другому.

4.2. Закон токов Кирхгофа

Основными законами цепей наряду с законом Ома являются законы Кирхгофа — законы баланса токов в узлах и баланса напряжений в контурах схемы.

Первый закон Кирхгофа (закон токов) гласит: алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

$$\sum_{(\text{Узел})} i = 0.$$

Суммирование здесь идет по всем ветвям, сходящимся в рассматриваемом узле. Знаки токов при этом берутся с учетом заранее выбранных их положительных направлений: например, всем токам, направленным к узлу, присписывается знак «+», а все токи, направленные от узла, имеют знак «-».

На рис. 4.5 показан узел, в котором сходятся четыре ветви; первый закон Кирхгофа для него имеет вид

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0.$$

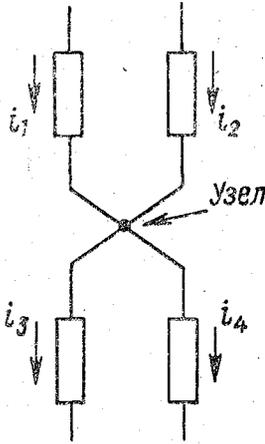


Рис. 4.5

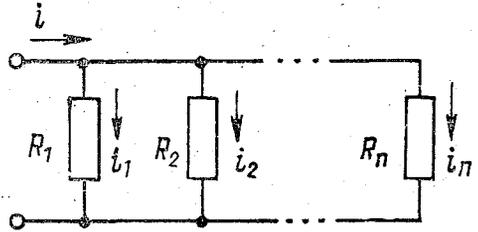


Рис. 4.6

Более компактная и наглядная формулировка данного закона такова: сумма токов, втекающих в любой узел цепи, всегда равна сумме токов, вытекающих из этого узла.

Первый закон Кирхгофа выражает тот факт, что в узле электрический заряд не накапливается и не расходуется: сумма зарядов, приходящих к узлу, равна сумме зарядов, уходящих от узла (за один и тот же промежуток времени).

Из первого закона Кирхгофа следует, что для n параллельно соединенных элементов (рис. 4.6) общий ток i равен сумме токов,

протекающих в этих элементах: $i = \sum_{k=1}^n i_k$. Пусть, например, парал-

лельно соединены резисторы R_1, R_2, \dots, R_n , как показано на рис. 4.6; обозначим соответствующие им проводимости через G_1, G_2, \dots, G_n , а общую проводимость всех параллельных ветвей —

через G ; соответствующее общее сопротивление $R=1/G$. Пусть u — напряжение на ветвях; по закону Ома имеем:

$$i = u/R = uG; \quad i_k = u/R_k = uG_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

Используя теперь закон токов Кирхгофа ($i=i_1+i_2+\dots+i_n$), получим:

$$G = \sum_{k=1}^n G_k; \quad 1/R = \sum_{k=1}^n 1/R_k,$$

т.е. при параллельном соединении резисторов их проводимости складываются. Этот результат, полученный для резисторов, носит общий характер: он верен и для других элементов цепи.

Заметим, что в законе Кирхгофа не делается никаких оговорок относительно типов элементов цепи; они могут быть линейными или нелинейными, пассивными или активными. Важно подчеркнуть также, что данный закон справедлив для цепей как постоянного, так и переменного токов (в общей записи он формулируется для мгновенных значений токов).

4.3. Закон напряжений Кирхгофа

Это второй закон Кирхгофа, который гласит: алгебраическая сумма напряжений на всех элементах цепи, образующих замкнутый контур, равна нулю:

$$\sum_{(\text{Контур})} u = 0.$$

Суммирование по элементам контура здесь идет в произвольно выбранном направлении обхода, например, по ходу часовой стрелки. При этом соблюдается следующее правило знаков для падений напряжения на элементах и для э. д. с. источников, входящих в контур: падения напряжения и э. д. с., совпадающие по направлению с направлением обхода, берутся со знаком «+», а не совпадающие — со знаком «-».

Для схемы на рис. 4.7 имеем

$$-u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 - u_6 = 0.$$

Закон напряжений Кирхгофа может быть сформулирован также следующим образом: при обходе любого замкнутого контура электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжений на пассивных элементах контура равна алгебраической сумме напряжений источников, входящих в контур. При этом положительные

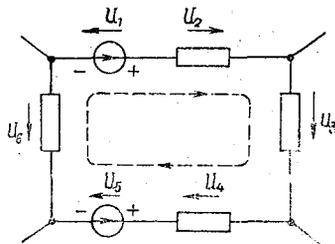


Рис. 4.7

направления источников следует брать относительно подключаемой к их полюсам цепи. Согласно данной формулировке для контура на рис. 4.7 справедливо уравнение

$$u_2 + u_3 + u_4 - u_5 = u_1 - u_5.$$

Из второго закона Кирхгофа следует, что при последовательном соединении элементов (рис. 4.8) общее напряжение u на них равно сумме напряжений на отдельных элементах: $u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Пусть последовательно соединены резисторы R_1, R_2, \dots, R_n (как показано на рис. 4.8); по ним протекает общий

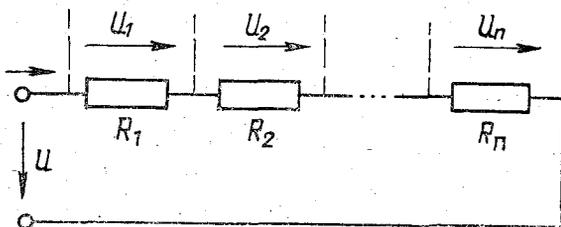


Рис. 4.8

ток i ; пусть R — общее сопротивление всей цепи. По закону Ома имеем

$$u = iR; \quad u_k = iR_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

Используя теперь второй закон Кирхгофа, получаем

$$R = \sum_{k=1}^n R_k,$$

т. е. при последовательном соединении резисторов их общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных резисторов. Данный результат также носит общий характер и верен для других элементов цепи.

Как и первый закон, второй закон Кирхгофа справедлив для цепей и постоянного, и переменного токов (записывается для мгновенных значений напряжений). Он также не делает никаких оговорок относительно типов элементов цепи, которые могут быть как линейными, так и нелинейными.

5. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

5.1. Общие сведения

Переменный ток и напряжение представлены на практике очень широко. Особо важное значение в радиоэлектронике имеют периодические ток и напряжение, для которых мгновенные значения

повторяются через равные промежутки времени. Минимальный интервал времени T , по истечении которого мгновенные значения начинают повторяться, называется *периодом*. Для периодических тока и напряжения справедлива запись

$$i(t) = i(t \pm kT); \quad u(t) = u(t \pm kT); \quad k = 0; 1; 2; \dots$$

Величина, обратная периоду, т. е. показывающая число периодов в единицу времени, называется частотой

$$f = 1/T.$$

Частота измеряется в герцах (Гц), килогерцах (кГц), мегагерцах (МГц), гигагерцах (ГГц); $1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$ (один период за одну секунду); $1 \text{ кГц} = 10^3 \text{ Гц}$; $1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$; $1 \text{ ГГц} = 10^9 \text{ Гц}$.

Преобладающим видом периодических процессов в электрических цепях является синусоидальный режим, при котором токи

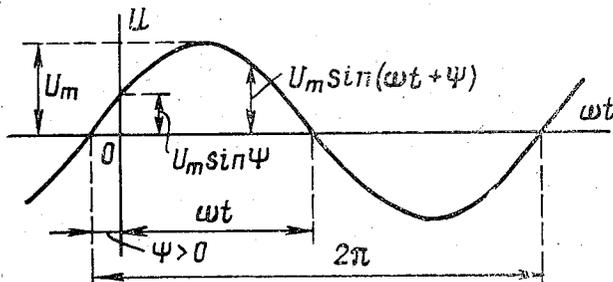


Рис. 5.1

и напряжения являются синусоидальными функциями одной и той же частоты. Как известно из математики, синусоида служит простейшей периодической функцией; всякие другие несинусоидальные периодические функции могут быть представлены в виде ряда Фурье из синусоид, имеющих частоты, кратные по отношению к основной частоте $f = 1/T$.

Для синусоидальной функции определяют также круговую (циклическую, угловую) частоту $\omega = 2\pi f$; так как каждый цикл (круг) изменения функции соответствует 2π радиан, то угловая (круговая) частота ω показывает число радиан в единицу времени (секунду) для функции с частотой f . На рис. 5.1 показано синусоидальное напряжение

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

где U_m — амплитуда колебания (максимальное значение, В); ω — угловая частота (рад/с); ψ — начальная фаза колебания, определяемая величиной смещения синусоиды относительно начала координат; она измеряется абсциссой точки перехода отрицательной полуволны в положительную.

Косинусоида — это тоже синусоида с начальной фазой $\psi = \pi/2$, поэтому обычно не делается разницы между синусоидальными и косинусоидальными функциями.

Аргументом синусоидальной функции может считаться ωt (как на рис. 5.1) или время t ; аргументу ωt соответствует период 2π (в угловых единицах — радианах или в градусах — 360°), а аргументу t — период T .

Аргумент синусоидальной функции $(\omega t + \psi)$ называется *полной фазой* (фазовым углом) *колебания*.

Наиболее распространенный в промышленности способ получения синусоидального тока — применение синхронных генераторов, приводимых во вращение тепловыми, газовыми, гидравлическими или другими двигателями. В СССР и многих странах частота промышленного тока составляет 50 Гц; в США — 60 Гц. В различном оборудовании (например, в бортовой аппаратуре кораблей, самолетов и др.) используются также и повышенные частоты — 400..800 Гц.

Синусоидальные токи высоких частот (до десятков ГГц) генерируются с помощью специальных электронных генераторов.

5.2. Среднее и действующее значения переменного тока

Для любой периодической функции $f(t)$ с периодом T среднее значение — это среднее за период T , оно определяется обычно:

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt.$$

Для синусоидальных функций очевидно, что их среднее значение за период равно 0 (симметрия положительной и отрицательной полуволн). Гораздо чаще здесь используется понятие действующего значения синусоидального тока или напряжения. Чтобы определить его, заметим, что тепловое действие тока (как энергия) пропорционально его квадрату. Так, постоянный ток I за время T выделяет на сопротивлении R тепло, количество которого пропорционально величине RI^2T . Синусоидальный же ток $i(t) = I_m \sin \omega t$ выделяет за такое же время на сопротивлении R тепло, пропорциональное величине

$$R \int_0^T i^2(t) dt = RI_m^2 \int_0^T \sin^2 \left(2\pi \frac{t}{T} \right) dt = 0,5RI_m^2T.$$

Действующим значением I_d синусоидального тока $i(t)$ называется значение эквивалентного постоянного тока, который при прохождении через сопротивление R за период времени T выде-

ляет то же количество тепла, что и данный ток $i(t)$. Согласно этому и предыдущим замечаниям имеем равенство

$$RI_a^2 T = R \int_0^T i^2(t) dt = 0,5 RI_m^2 T.$$

То есть действующее значение

$$I_a = \sqrt{0,5 I_m^2} = I_m / \sqrt{2} \cong 0,707 I_m.$$

Аналогично действующее значение синусоидального напряжения

$$U_a = U_m / \sqrt{2} \cong 0,707 U_m.$$

Номинальные токи и напряжения электротехнических устройств определяются обычно действующими значениями; последние представляют поэтому распространенный электрический параметр. Для измерения действующих значений применяются системы приборов: тепловая, электромагнитная, электродинамическая и др.

5.3. Синусоидальный ток в резисторе

Пусть синусоидальное напряжение $u_R = U_m \sin(\omega t + \psi)$ приложено к резистивному сопротивлению R , рис. 5.2, а. Резистивным сопротивлением наряду с резисторами обладают также нагревательные приборы, лампы накаливания и др. элементы, в которых вся электрическая энергия переходит в конечном счете в тепловую.

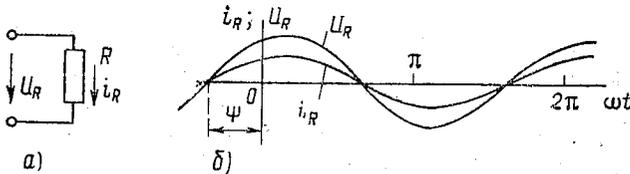


Рис. 5.2

По закону Ома ток через сопротивление R

$$I_R = \frac{u_R}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \psi) = I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Как видно, синусоидальные ток и напряжение на резистивном сопротивлении R имеют одну и ту же начальную фазу — совпадают по фазе: одновременно достигают своих амплитудных значений I_m , U_m , одновременно проходят через нуль, рис. 5.2, б.

Разность начальных фаз двух синусоид с одинаковой частотой называют *фазовым сдвигом*. В данном случае фазовый сдвиг ме-

жду напряжением u_R и током i_R равен нулю: $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$; говорят также, что напряжение и ток здесь синфазны.

Для резистивного сопротивления закон Ома справедлив как для мгновенных значений тока и напряжения, так и для их амплитуд, для действующих значений:

$$U_m = RI_m; \quad U_d = RI_d.$$

Мгновенная мощность в резисторе

$$p_R = u_R i_R = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi) = U_d I_d [1 - \cos 2(\omega t + \psi)];$$

она изменяется с удвоенной частотой 2ω от 0 до $2U_d I_d$.

Средняя за период T мощность называется здесь *активной мощностью*; она равна

$$P_R = \frac{1}{T} \int_0^T p_R(t) dt = U_d I_d = U_d^2 / R = I_d^2 R = 0,5 U_m I_m.$$

В цепях переменного тока резистивное сопротивление R называется также *активным сопротивлением*.

5.4. Синусоидальный ток в индуктивности

Пусть через индуктивность L (рис. 5.3, а) проходит ток $i_L = I_m \sin \omega t$; тогда напряжение на индуктивности $u_L = L di_L / dt = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \pi/2)$, где $U_m = \omega L I_m = X_L I_m$; $X_L = \omega L$. Последнее выражение показывает, что напряжение на индуктив-

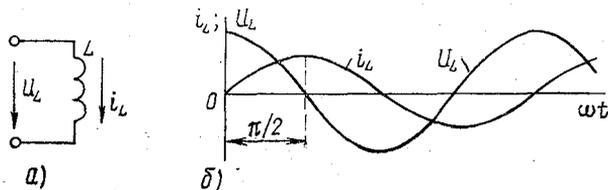


Рис. 5.3

ности опережает ток в ней на угол $\pi/2$: максимум напряжения наступает раньше максимума тока на угол $\pi/2$. В данном случае фазовый сдвиг $\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2$.

Для амплитуд и действующих значений закон Ома имеет обычную простую форму:

$$U_m = \omega L I_m = X_L I_m; \quad U_d = X_L I_d.$$

Величина $X_L = \omega L$, имеющая размерность сопротивления (омы), называется *индуктивным сопротивлением*; обратная величина $b_L = 1/\omega L$ называется индуктивной проводимостью.

Мгновенная мощность в индуктивности $p_L = u_L i_L = U_m I_m \times \sin \omega t \cos \omega t = 0,5 U_m I_m \sin 2\omega t = U_d I_d \sin 2\omega t$. Средняя за период T

(активная) мощность в индуктивности, как видно, равна нулю.

Энергия магнитного поля в индуктивности $W_L = 0,5Li_L^2 = 0,5LI_m^2 \sin^2 \omega t = 0,25LI_m^2 (1 - \cos 2\omega t) = 0,5LI_m^2 (1 - \cos 2\omega t)$. Таким образом, в цепи с индуктивностью происходит колебание энергии между источником и индуктивностью; активная мощность в индуктивности равна нулю.

5.5. Синусоидальный ток в емкости

Пусть напряжение на емкости, рис. 5.4, а, $u_C = U_m \sin \omega t$. Тогда ток через нее $i_C = C du_C/dt = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \pi/2)$. Это выражение показывает, что ток i_C опережает напряжение U_C на угол $\pi/2$, рис. 5.4, б. Нулевым значениям тока соответствуют экстремальные напряжения и наоборот.

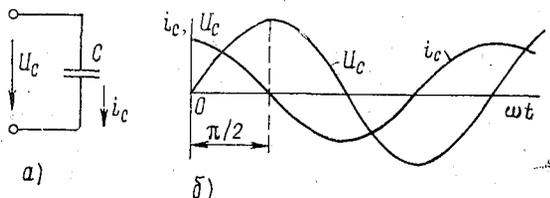


Рис. 5.4

В цепи с емкостью фазовый сдвиг $\varphi = \psi_U - \psi_i = -\pi/2$.

Амплитуды и действующие значения напряжения и тока связаны законом Ома в форме

$$U_m = (1/\omega C) I_m = X_C I_m; \quad U_d = X_C I_d.$$

Величина $X_C = 1/(\omega C)$, имеющая размерность сопротивления (омы), называется емкостным сопротивлением; обратная величина $b_C = \omega C$ называется емкостной проводимостью.

Мгновенная мощность в емкости $p_C = u_C i_C = U_m I_m \sin \omega t \times \sin(\omega t + \pi/2) = U_d I_d \sin 2\omega t$. Средняя (активная) мощность здесь также равна нулю.

Энергия электрического поля в емкости $W_C = 0,5Cu_C^2 = 0,5CU_m^2 \sin^2 \omega t = 0,25CU_m^2 (1 - \cos 2\omega t) = 0,5CU_m^2 (1 - \cos 2\omega t)$. Как и в случае индуктивности, в цепи с емкостью происходит колебание энергии между источником и емкостью.

6. Электрическая цепь с последовательным и параллельным соединением элементов

При прохождении синусоидального тока $i = I_m \sin \omega t$ через цепь с последовательными элементами R, L, C (рис. 6.1) на зажимах этой цепи создается синусоидальное напряжение, равное (по вто-

рому закону Кирхгофа) алгебраической сумме синусоидальных напряжений на отдельных элементах: $u = u_R + u_L + u_C$.

С учетом указанных выше фазовых сдвигов между током $i = I_m \sin \omega t$ и напряжениями u_R , u_L , u_C на элементах R , L , C получаем:

$$u = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t = \\ = RI_m \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \cos \omega t = I_m (R \sin \omega t + X \cos \omega t).$$

Эта запись — тригонометрическая форма второго закона Кирхгофа для мгновенных значений синусоидального напряжения цепи. Величина $R > 0$ — активное сопротивление.

Величина

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

измеряется в омах и называется реактивным сопротивлением цепи, которое может иметь индуктивный ($X > 0$) или емкостный ($X < 0$) характер.

Результирующее напряжение U синусоидально с частотой ω , так как

$$u = I_m |Z| \left(\frac{R}{|Z|} \sin \omega t + \frac{X}{|Z|} \cos \omega t \right) = \\ = I_m |Z| \sin(\omega t + \varphi) = U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

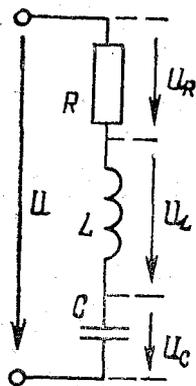


Рис. 6.1

где $|Z| = (R^2 + X^2)^{1/2}$; $\operatorname{tg} \varphi = X/R$; $U_m = I_m |Z|$.

Данная запись показывает, что для цепи переменного тока закон Ома справедлив для амплитуд и действующих значений, если учитывать полное сопротивление $|Z|$. Активное и реактивное сопротивления выражаются через полное сопротивление с помощью формул

$$R = |Z| \cos \varphi; \quad X = |Z| \sin \varphi.$$

Для параллельной цепи (рис. 6.2) с напряжением $u = U_m \sin \omega t$ на ней выполняется первый закон Кирхгофа для мгновенных значений токов: $i = i_R + i_L + i_C$. Эту запись можно также конкретизировать, учтя указанную выше связь между напряжением u и токами в каждом элементе R , L , C : $i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t - \frac{U_m}{\omega L} \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t = U_m (G \sin \omega t - b \cos \omega t)$; $G = 1/R$; $b = 1/(\omega L) - \omega C$. Это и есть тригонометрическая форма записи первого закона

Кирхгофа для мгновенных значений синусоидальных токов. Величина $G > 0$ — активная проводимость; величина $b = b_L - b_C$ называется *реактивной проводимостью цепи*; она может быть индуктивной ($b > 0$) или емкостной ($b < 0$).

Результирующий ток i синусоидален с частотой ω , так как он равен

$$i = U_m |Y| \left(\frac{G}{|Y|} \sin \omega t - \frac{b}{|Y|} \cos \omega t \right) = I_m \sin (\omega t - \varphi),$$

где $I_m = U_m |Y|$; $|Y| = (G^2 + b^2)^{1/2}$; $\operatorname{tg} \varphi = b/G$.

Таким образом, закон Ома для амплитуд и действующих значений записывается через полную проводимость цепи:

$$I_m = U_m |Y|; \quad I_d = U_d |Y|.$$

Активная и реактивная составляющие полной проводимости есть

$$G = |Y| \cos \varphi; \quad b = |Y| \sin \varphi.$$

Мгновенная мощность в цепи с элементами R, L, C , напряжением $u = U_m \sin \omega t$ и током $i = I_m \sin (\omega t - \varphi)$ равна

$$p = U_m I_m \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) = 0,5 U_m I_m [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)];$$

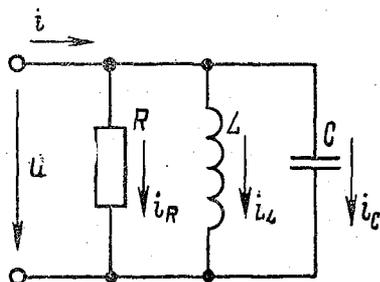


Рис. 6.2

она включает постоянную величину $U_d I_d \cos \varphi$ и синусоидальную с удвоенной частотой 2ω . Поэтому активная мощность в данной цепи (средняя за период) определяется постоянной компонентой и равна

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = U_d I_d \cos \varphi.$$

Множитель « $\cos \varphi$ » называется *коэффициентом мощности*; чем φ ближе к 0, тем большая активная мощность (при неизменных U_d и I_d) поступает в цепь. В повышении коэффициента « $\cos \varphi$ » состоит важная технико-экономическая задача промышленных электроустановок.

Величина $S = U_d I_d$ называется *полной мощностью цепи* и измеряется в вольт-амперах (В·А). Видно, что $\cos \varphi = P/S$. На практике пользуются также понятием реактивной мощности цепи $Q = U_d I_d \sin \varphi$ (мера потребления реактивного тока). Эта мощность выражается в вольт-амперах реактивных (ВАР). Полная мощность $S = (P^2 + Q^2)^{1/2}$.

7. КОМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

7.1. Общие положения

Для сложных электрических цепей рассмотренная выше тригонометрическая форма расчета становится затруднительной из-за множества различных фазовых сдвигов, и необходим более удобный метод. Таковым является метод комплексных амплитуд (комплексный метод), основанный на замене рассмотрения синусои-

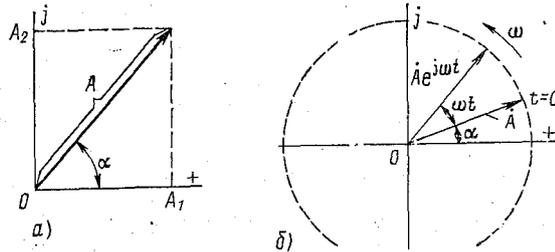


Рис. 7.1

дальных функций рассмотрением вращающихся векторов. При этом расчет цепей переменного тока алгебраически становится эквивалентным расчету как бы на постоянном токе, где нет никаких фазовых сдвигов.

Любая точка комплексной плоскости определяется радиус-вектором, исходящим из начала координат, рис. 7.1, а. Этой точке соответствует комплексное число $\dot{A} = A e^{j\alpha}$, где A — длина вектора (его модуль); α — угол, составленный с вещественной осью (аргумент); $j = \sqrt{-1}$. По формуле Эйлера можно также записать: $\dot{A} = A \cos \alpha + j A \sin \alpha = A_1 + j A_2$; $A_1 = A \cos \alpha$; $A_2 = A \sin \alpha$. Это называют *алгебраической формой комплексного числа*. Видно, что $A^2 = A_1^2 + A_2^2$; $\alpha = \text{arctg } A_2/A_1$.

Так изображается неподвижный радиус-вектор; если же он вращается в положительном направлении (против часовой стрелки) с угловой скоростью ω , рис. 7.1, б, то такой вектор может быть представлен в комплексной записи как $A e^{j(\omega t + \alpha)} = A e^{j\alpha} e^{j\omega t} = \dot{A} e^{j\omega t}$, где \dot{A} — комплексная амплитуда, представляющая данный вектор при $t=0$. Другими словами, комплексная амплитуда \dot{A} — это не зависящая от времени комплексная величина, модуль и аргумент которой отображают соответственно амплитуду и начальную фазу исходной синусоидальной функции. Умножение комплексной амплитуды \dot{A} на множитель $e^{j\omega t}$ определяет изменение

во времени фазы синусоидальной функции, равной $(\omega t + \alpha)$; при вращении со скоростью ω фаза нарастает именно по закону ωt .

В тригонометрической форме вращающийся вектор есть $Ae^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + jA \sin(\omega t + \alpha)$, так что функция $A \sin(\omega t + \alpha)$ — мнимая часть вращающегося радиуса-вектора, т. е. его проекция на мнимую ось: $A \sin(\omega t + \alpha) = \text{Im}(Ae^{j\omega t})$. Аналогично величина $A \cos(\omega t + \alpha)$ есть проекция радиуса-вектора на действительную ось: $A \cos(\omega t + \alpha) = \text{Re}(Ae^{j\omega t})$.

Удобство комплексного представления заключается в следующем. Две (и более) синусоидальные функции с одной и той же частотой отображаются двумя (и более) радиус-векторами, вра-

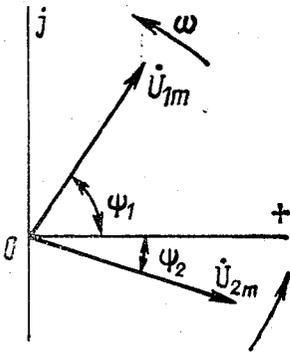


Рис. 7.2

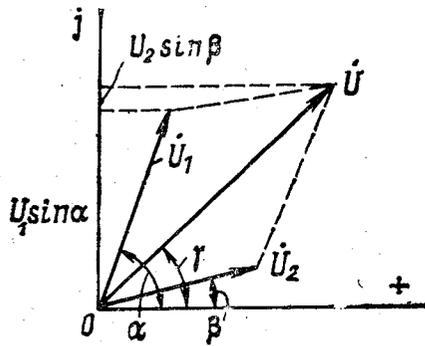


Рис. 7.3

щающимися с одинаковой угловой скоростью, так что углы (фазы) между ними сохраняются неизменными, рис. 7.2. Результирующий вектор вращается с той же скоростью ω ; поэтому все векторы можно рассматривать неподвижными друг относительно друга; частоту ω можно учитывать только в самом конце анализа. Все изменения касаются лишь комплексных амплитуд — радиус-векторов. Так, сложение и вычитание синусоидальных функций с одинаковой частотой в векторном представлении сводится к сложению-вычитанию векторов (в их неподвижном состоянии). На рис. 7.3 показано сложение двух векторов, отвечающих двум синусоидальным функциям с комплексными амплитудами \dot{U}_1 и \dot{U}_2 ; \dot{U} — комплексная амплитуда результирующей синусоидальной функции; γ — ее начальная фаза. Из геометрических соображений можно записать:

$$U = (U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos(\alpha - \beta))^{1/2}; \quad \text{tg } \gamma = \frac{U_1 \sin \alpha + U_2 \sin \beta}{U_1 \cos \alpha + U_2 \cos \beta}.$$

Диаграмма, изображающая совокупность векторов с учетом их взаимной ориентации по фазе, называется *векторной диаграммой*. При равенстве начальных фаз векторов они совпадают по направлению и называются *синфазными*; при фазовом сдвиге на π (180°) векторы диаметрально противоположны — *противофазны*.

Таким образом, векторное представление существенно облегчает анализ электрических цепей на переменном токе.

7.2. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме

При использовании комплексного (символического) метода удобно представляются операции дифференцирования и интегрирования по времени, необходимые при анализе цепей переменного тока. Так, имеем

$$\frac{d}{dt}(\dot{U}e^{j\omega t}) = j\omega(\dot{U}e^{j\omega t}),$$

т. е. дифференцирование комплексной функции сводится просто к ее умножению на множитель $j\omega$. Аналогично

$$\int \dot{U}e^{j\omega t} dt = \frac{\dot{U}}{j\omega} e^{j\omega t},$$

т. е. интегрирование комплексного сигнала сводится к его делению на множитель $j\omega$.

Тем самым в комплексной записи операции дифференцирования и интегрирования (а также умножения на константу) изменяют лишь комплексную амплитуду; множитель вращения $e^{j\omega t}$ сохраняется неизменным и может учитываться лишь в конечных результатах.

Запишем уравнение Кирхгофа для последовательной цепи из элементов R , L , C :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt;$$

пусть задано синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$, а искомым является ток i (в установившемся режиме). Он также имеет синусоидальную форму $i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi)$, где I_m и $(\psi - \varphi)$ — искомые амплитуда и начальная фаза тока.

Перейдем к комплексной записи: напряжение представим как $\dot{U}_m e^{j\omega t}$, где $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi}$; ток запишем как $\dot{I}_m e^{j\omega t}$, где $\dot{I}_m = I_m e^{j(\psi - \varphi)}$. Тогда уравнение Кирхгофа согласно сделанным выше замечаниям примет вид

$$\dot{U}_m e^{j\omega t} = R \dot{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L \dot{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m e^{j\omega t}.$$

Отсюда получаем

$$\dot{U}_m = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \dot{I}_m = Z \dot{I}_m,$$

где комплексное сопротивление

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + jX = |Z| e^{j\varphi}; \quad |Z| = (R^2 + X^2)^{1/2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = X/R.$$

Это демонстрирует переход от интегро-дифференциального уравнения к обычному алгебраическому при использовании комплексного метода. Получается обычная запись закона Ома для

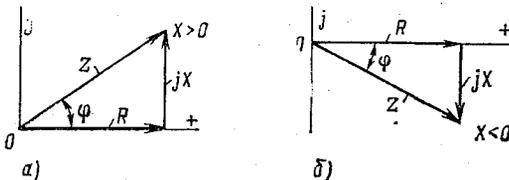


Рис. 7.4

комплексных амплитуд тока и напряжения через комплексное сопротивление. Комплексная амплитуда тока

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{U_m}{|Z|} e^{j(\psi - \varphi)} = I_m e^{j(\psi - \varphi)}; \quad I_m = \frac{U_m}{|Z|}.$$

Учитывая теперь множитель вращения $e^{j\omega t}$, можно записать ток i в обычной тригонометрической форме:

$$i = \operatorname{Im} \{ \dot{I}_m e^{j\omega t} \} = \frac{U_m}{|Z|} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi).$$

Геометрическая интерпретация комплексного сопротивления дана на рис. 7.4, а, б соответственно при индуктивном и емкостном характере реактивного сопротивления ($X > 0$; $X < 0$). Данную интерпретацию называют *треугольником сопротивлений* (активного, реактивного, комплексного).

Аналогичная векторная диаграмма определяет геометрическую интерпретацию закона Ома $\dot{U}_m = Z \dot{I}_m$ в комплексной записи, рис. 7.5. При построении диаграммы индекс « m » для простоты опущен; построение удобно начать с общего вектора тока I , который на активном сопротивлении R создает вектор \dot{U}_R , синфазный

с вектором \dot{I} . Вектор $\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}$ опережает ток \dot{I} на угол $\pi/2$, а вектор $\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$ отстает от него на угол $\pi/2$; направление результирующего реактивного вектора $\dot{U}_L + \dot{U}_C$ определяется характером реактивного сопротивления X (на рис. 7.5 сопротивление $X > 0$). Полный вектор \dot{U} , как видно, есть гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами \dot{U}_R и $(\dot{U}_L + \dot{U}_C)$. Данную диаграмму называют *треугольником напряжений*.

Рассмотрение для случая цепи из параллельных элементов R, L, C производится аналогично. Закон Кирхгофа для комплексных токов приводит к уравнению

$$\dot{I}_m = Y \dot{U}_m,$$

где $Y = G - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = G - jb$ — комплексная проводимость цепи; $G = 1/R$ и $b = \frac{1}{\omega L} - \omega C$ — активная и реактивная проводимости.

В обычной тригонометрической форме ток

$$i = \text{Im} \{ \dot{I}_m e^{j\omega t} \} =$$

$$= |Y| U_m \sin(\omega t + \psi - \varphi),$$

где $|Y| = (G^2 + b^2)^{1/2}$; $\text{tg } \varphi = \frac{b}{G}$.

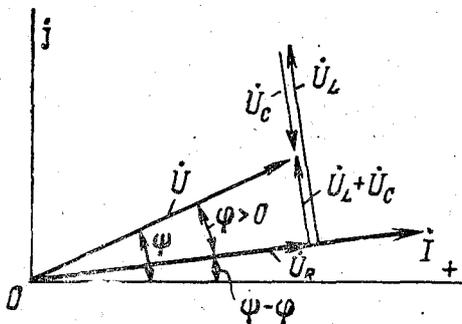


Рис. 7.5

Геометрическая интерпретация закона Ома в комплексной форме для параллельной цепи ($\dot{I}_m = Y \dot{U}_m$) аналогична случаю последовательной цепи и определяется треугольником проводимостей.

Отметим в заключение данного параграфа, что если задано комплексное сопротивление $Z = R + jX$ некоторого участка цепи, то комплексная проводимость этого участка

$$Y = 1/Z = 1/(R + jX) = R/(R^2 + X^2) - jX/(R^2 + X^2) = G - jb.$$

В свою очередь, если задана комплексная проводимость $Y = G - jb$ участка цепи, то комплексное сопротивление этого участка

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G - jb} = \frac{G}{G^2 + b^2} + j \frac{b}{G^2 + b^2} = R + jX.$$

Таким образом, каждая из составляющих (активная и реактивная) комплексной проводимости (сопротивления) участка цепи определяется обеими составляющими комплексного сопротивления (проводимости) этого участка.

8. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СХЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

8.1. Последовательное соединение элементов

При расчете и анализе электрических цепей всегда целесообразно преобразовывать их к эквивалентным более простым (с меньшим числом узлов, контуров, источников). Рассматриваемые ниже приемы эквивалентного преобразования цепей одинаково верны как для цепей постоянного, так и переменного тока. Для общности рассматривается комплексная форма записи основных соотношений.

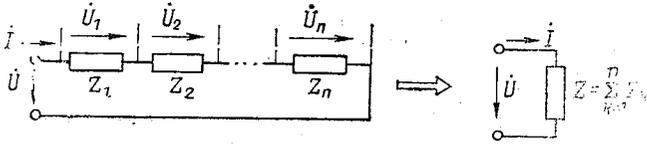


Рис. 8.1

Обычно цепь содержит смешанное соединение элементов, представляющее собой сочетание более простых — последовательного и параллельного соединений, которые рассматриваются в первую очередь.

На рис. 8.1 изображена ветвь цепи с последовательно соединенными комплексными сопротивлениями Z_1, Z_2, \dots, Z_n ; по ветви проходит один и тот же ток I ; напряжения на сопротивлениях есть $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dots, \dot{U}_n$, а общее напряжение — \dot{U} .

Согласно законам Кирхгофа и Ома имеем:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n = iZ_1 + iZ_2 + \dots + iZ_n = iZ,$$

где $Z = \sum_{k=1}^n Z_k$ — эквивалентное комплексное сопротивление.

Пусть, например, все сопротивления $Z_k, k = \overline{1, n}$ имеют индуктивный характер: $Z_k = R_k + j\omega L_k$. Тогда эквивалентное сопротивление

$$Z = R + j\omega L; \quad R = \sum_{k=1}^n R_k; \quad L = \sum_{k=1}^n L_k.$$

Аналогично при емкостных реактивностях имеем: $Z_k = R_k - j \frac{1}{\omega C_k}, k = \overline{1, n}$;

$$Z = R - j \frac{1}{\omega C}; \quad R = \sum_{k=1}^n R_k; \quad 1/C = \sum_{k=1}^n 1/C_k.$$

Напряжение на отдельном элементе цепи равно

$$\dot{U}_k = iZ_k = \frac{\dot{U}}{Z} Z_k = \dot{U} \frac{Z_k}{Z},$$

откуда следует, что напряжения на отдельных участках цепи, соединенных последовательно, относятся как комплексные сопротивления этих участков.

8.2. Параллельное соединение элементов

Схема цепи с параллельно соединенными проводимостями Y_1, Y_2, \dots, Y_n , токами i_1, i_2, \dots, i_n в них и напряжением \dot{U} показана на рис. 8.2.

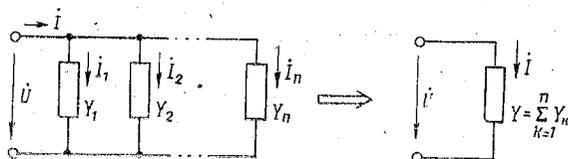


Рис. 8.2

Согласно первому закону Кирхгофа и закону Ома имеем общий ток всех ветвей:

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = Y_1 \dot{U} + Y_2 \dot{U} + \dots + Y_n \dot{U} = Y \dot{U},$$

где $Y = \sum_{k=1}^n Y_k$ — эквивалентная комплексная проводимость.

Пусть все проводимости $Y_k = g_k + j\omega C_k$, $k = \overline{1, n}$; тогда эквивалентная проводимость

$$Y = g + j\omega C; \quad g = \sum_{k=1}^n g_k; \quad C = \sum_{k=1}^n C_k.$$

Аналогично пусть все проводимости $Y_k = g_k - j \frac{1}{\omega L_k}$, $k = \overline{1, n}$; тогда общая проводимость

$$Y = g - j \frac{1}{\omega L}; \quad g = \sum_{k=1}^n g_k; \quad 1/L = \sum_{k=1}^n 1/L_k.$$

Ток в k -й ветви

$$i_k = Y_k \dot{U} = Y_k \frac{i}{Y} = i \frac{Y_k}{Y},$$

то есть токи в отдельных ветвях, относятся как проводимости этих ветвей.

В частном случае двух ветвей ($n = 2$) с проводимостями $Y_1 = 1/Z_1$ и $Y_2 = 1/Z_2$ общая проводимость $Y = Y_1 + Y_2 = (Z_1 + Z_2)/Z_1 Z_2$, а результирующее сопротивление

$$Z = 1/Y = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2).$$

8.3. Смешанное соединение элементов

Схемы со смешанными соединениями преобразуются в более простые эквивалентные путем замены параллельных ветвей одной ветвью и последовательно соединенных участков одним участком. Пример электрической цепи со смешанным соединением показан на рис. 8.3. Эта схема легко приводится к одноконтурной. Сна-

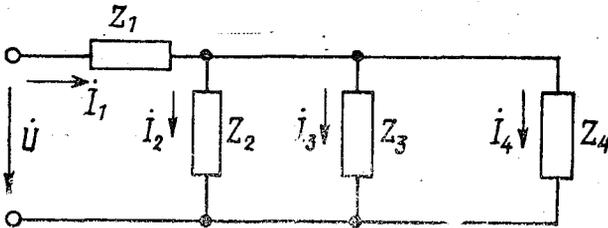


Рис. 8.3

чала вычисляется эквивалентная проводимость трех параллельных ветвей:

$$Y_9 = Y_2 + Y_3 + Y_4 = 1/Z_2 + 1/Z_3 + 1/Z_4.$$

Соответствующее сопротивление $Z_9 = 1/Y_9$; оно включено последовательно с сопротивлением Z_1 , поэтому результирующее комплексное сопротивление всей цепи

$$Z = Z_1 + Z_9 = Z_1 + \frac{1}{Y_9} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3 Z_4}{Z_2 Z_3 + Z_2 Z_4 + Z_3 Z_4}.$$

Общий ток $\dot{I}_1 = \dot{U}/Z$, а распределение токов в ветвях подчиняется указанному выше правилу:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{Y_2}{Y_9}; \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_1 \frac{Y_3}{Y_9}; \quad \dot{I}_4 = \dot{I}_1 \frac{Y_4}{Y_9}.$$

Бывает необходимо участок цепи с последовательным соединением элементов заменить эквивалентной параллельной цепью или наоборот. Два участка цепи с последовательным или параллельным соединениями называются *эквивалентными*, если сопротивле-

ния между их зажимами одинаковы. Необходимо иметь в виду, что условие эквивалентности цепей выполняется в общем случае только для определенной частоты, поскольку от нее зависит реактивное сопротивление, входящее в формулы пересчета.

Так, для схемы с последовательным соединением резистора R_1 и индуктивности L_1 , рис. 8.4, а, имеем

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{R_1 - j\omega L_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} = G - jb,$$

где $G = \frac{R_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$; $b = \frac{\omega L_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$.

Эти величины определяют проводимости эквивалентной цепи; активная ветвь имеет, как видно, сопротивление $R_2 = 1/G = (R_1^2 + \omega^2 L_1^2)/R_1$, а реактивная ветвь имеет индуктивное сопротивление $\omega L_2 = 1/b = (R_1^2 + \omega^2 L_1^2)/(\omega L_1)$,

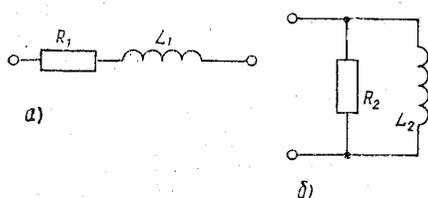


рис. 8.4, б. Эквивалентность обеих цепей для той частоты ω , на которой найдены значения R_2 и L_2 ; для других частот эквивалентности не будет, ибо значения R_2 и L_2 останутся прежними (уже вычисленными), а значения G и b станут другими.

Рис. 8.4

Если исходной является схема на рис. 8.4, б с элементами R_2 , L_2 , то для эквивалентного последовательного соединения на рис. 8.4, а параметры R_1 и L_1 должны находиться аналогичным образом:

$$Y = \frac{1}{R_2} - j \frac{1}{\omega L_2} = G - jb; Z = \frac{G}{G^2 + b^2} + j \frac{b}{G^2 + b^2} = R_1 + j\omega L_1; \text{ то есть}$$

$$R_1 = \frac{G}{G^2 + b^2} = \frac{1/R_2}{1/R_2^2 + 1/(\omega^2 L_2^2)}; \omega L_1 = \frac{1/(\omega L_2)}{1/R_2^2 + 1/(\omega^2 L_2^2)}.$$

8.4. Теорема об эквивалентном генераторе

Эта теорема также существенно упрощает расчеты, сводя сложную схему с произвольным числом источников к схеме с одним источником. Пусть в сложной электрической цепи выделена ветвь ab с сопротивлением Z , рис. 8.5, а; A — прочная часть цепи, которую необходимо представить (заменить) в простой эквивалентной форме.

Теорема об эквивалентном генераторе напряжения гласит: всю часть схемы A можно заменить эквивалентным источником напряжения U_a с эквивалентным внутренним сопротивлением Z_a так, что ток в выделенной ветви ab не изменится; при этом величина U_a

равна напряжению на зажимах ветви ab , когда она разомкнута (при холостом ходе); сопротивление Z_0 равно сопротивлению между зажимами ветви ab , когда она разомкнута, причем в процессе нахождения этого сопротивления источники напряжения в схеме A следует считать короткозамкнутыми, а источники тока — разомкнутыми (идеальные источники).

Два следующие примера поясняют применение данной теоремы.

Пример 1. На рис. 8.6, *а* приведена цепь заряда конденсатора C (подобные цепи рассматриваются при анализе работы импульсных и цифровых схем). Необходимо заменить эту цепь заряда по теореме об эквивалентном генераторе.

Полагаем ветвь ab с конденсатором C разомкнутой, рис. 8.6, *б*; согласно теореме находим напряжение U_0 между зажимами a и b , пользуясь основными законами цепей для схемы на рис. 8.6, *б*:

$$U_0 = IR_1 = \frac{U_{\text{и}}}{R + R_1} R_1.$$

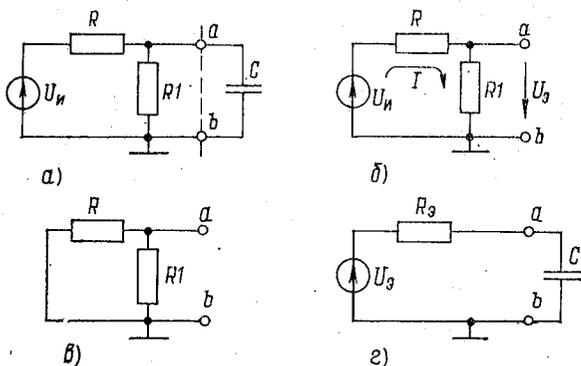


Рис. 8 6

Для нахождения эквивалентного сопротивления R_0 полагаем источник $U_{\text{и}}$ короткозамкнутым, рис. 8.6, *в*; как видно, сопротивление R_0 между зажимами ab равно

$$R_0 = RR_1/(R + R_1).$$

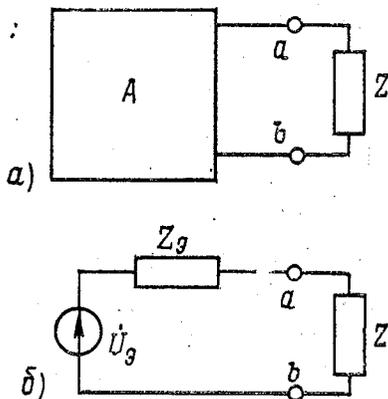


Рис. 8.5

Полученная эквивалентная замена представлена на рис. 8.6, г.
Пример 2. Как отмечалось уже ранее, во многих гидрометеорологических приборах используется измерительный мост, рис. 8.7, а с измерительной диагональю ab . Пользуясь теоремой об эквивалентном источнике напряжения, определить ток в этой диагонали.

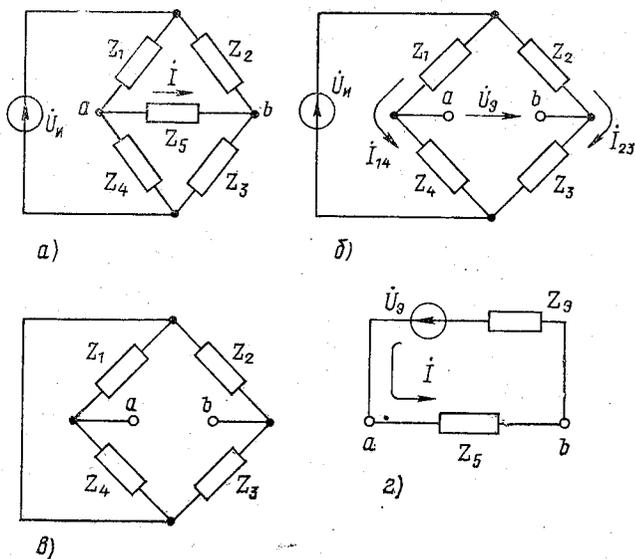


Рис. 8.7

Действуя согласно теореме, размыкаем диагональ ab , рис. 8.7, б; видно, что напряжение \dot{U}_9 можно представить как разность между падениями напряжений на сопротивлениях Z_4 и Z_3 , создаваемых соответственно токами I_{14} и I_{23} : $\dot{U}_9 = I_{14}Z_4 - I_{23}Z_3$. Согласно закону Ома имеем: $I_{14} = \dot{U}_n / (Z_1 + Z_4)$; $I_{23} = \dot{U}_n / (Z_2 + Z_3)$; поэтому эквивалентное напряжение равно

$$\dot{U}_9 = \frac{Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3}{(Z_1 + Z_4)(Z_2 + Z_3)} \dot{U}_n.$$

Согласно теореме эквивалентное сопротивление есть сопротивление между зажимами a и b для схемы на рис. 8.7, в. Как видно, между точками a и b включены две (последовательно) ветви, одна из которых образована параллельным соединением сопротивлений Z_1 и Z_4 , а другая — параллельным соединением сопротивлений Z_2 и Z_3 . Поэтому искомое эквивалентное сопротивление

$$Z_9 = Z_1 Z_4 / (Z_1 + Z_4) + Z_2 Z_3 / (Z_2 + Z_3).$$

Найденная эквивалентная схема показана на рис. 8.7, *г*; из нее непосредственно определяем требуемый ток

$$i = \dot{U}_3 / (Z_5 + Z_3),$$

где величины \dot{U}_3 и Z_3 указаны выше.

Заметим, что условие баланса моста $\dot{I} = 0$ непосредственно следует из условия $\dot{U}_3 = 0$ и заключается, как видно, в выполнении равенства $Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$; в общем случае (работа моста на переменном токе) отсюда следуют условия для модулей сопротивлений плеч моста, а также для фазовых сдвигов в этих плечах.

8.5. Принцип суперпозиции

Для анализа работы линейных электрических цепей очень удобен принцип суперпозиции. Согласно этому принципу напряжение (ток), обусловленное одновременным действием нескольких источников, равно сумме напряжений (токов), обусловленных действием каждого из этих источников в отдельности.

В общей форме данный принцип формулируется так. Пусть воздействие (напряжение) $u_1(t)$ вызывает в электрической цепи (в участке цепи) отклик (напряжение) $Au_1(t)$, а воздействие $u_2(t)$ — отклик $Bu_2(t)$, где A, B — коэффициенты (не зависящие от времени). Тогда суммарное воздействие $u_1(t) + u_2(t)$ вызывает в линейной цепи отклик $Au_1(t) + Bu_2(t)$.

Практическое использование принципа суперпозиции также удобно проиллюстрировать примером.

Пример 1. На рис. 8.8, *а* показана эквивалентная схема цепи заряда времязадающего конденсатора C в формирователе прямоугольных импульсов на интегральной микросхеме. Пользуясь теоремой об эквивалентном генераторе и принципом суперпозиции, изобразить эквивалентную схему этой цепи и найти соответствующие эквивалентные параметры.

Цепь слева от зажимов ab на рис. 8.8, *а* содержит два источника;

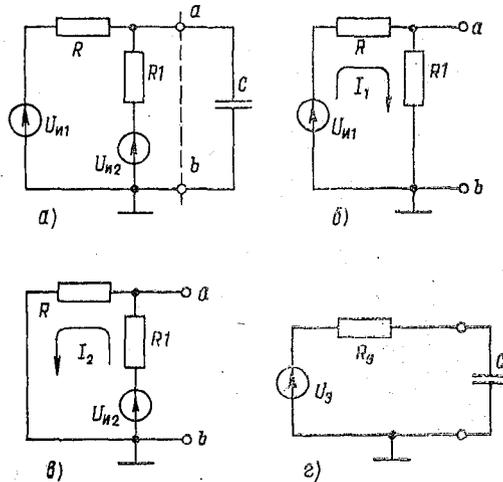


Рис. 8.8

Лейтнёе напряжение U_3 между зажимами a и b может быть найдено как сумма $U_3 = U_{31} + U_{32}$, где напряжения U_{31} и U_{32} определяются каждое действием в отдельности источников $U_{и1}$ и $U_{и2}$. Из соответствующих этому схем на рис. 8.8, b и $в$ следует: $U_{31} = U_{и1}R1/(R+R1)$; $U_{32} = U_{и2}R/(R+R1)$. Таким образом, напряжение

$$U_3 = (U_{и1}R1 + U_{и2}R)/(R + R1).$$

Величина R_3 находится так, как предписывает теорема об эквивалентном генераторе (см. пример 1 в п. 8.4), т.е. $R_3 = RR1/(R+R1)$. Результирующая эквивалентная схема представлена на рис. 8.8, $г$.

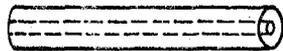
9. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

9.1. Общие сведения

На практике не все электротехнические устройства представляемы в виде электрических цепей с сосредоточенными параметрами R , L , C . Например, в электрических линиях для передачи электрической энергии и сигналов на значительные расстояния магнитное и электрическое поля распределяются по всей длине линии; в частности, превращение электромагнитной энергии в тепло происходит по всей длине линии. Таким образом, линию можно рассматривать как электрическую цепь с распределенными (по длине) параметрами.



a)



б)

Распределенными или первичными параметрами являются погонные активное сопротивление R_0 , индуктивность L_0 и емкость C_0 , т.е. значения сопротивления, индуктивности и емкости, отнесенные к единице длины линии и измеряемые соответственно в Ом/м, Гн/м, Ф/м.

Рис. 9.1

Простейшим примером цепей с распределенными параметрами служит однородная двухпроводная линия, первичные параметры которой постоянны вдоль линии. Она используется в проводной электросвязи, в различных радиотехнических системах; линия выполняется в виде параллельных проводников или коаксиального кабеля, рис. 9.1, a , $б$. На сверхвысоких частотах (СВЧ) длинными линиями являются полосковые линии, волноводы, объемные резонаторы, антенные системы и их элементы, т.е. широкий класс устройств, используемых в различных системах передачи и обработки информации, в том числе, и гидрометеорологической: в те-

леметрических, радио-, гидролокационных, телевизионных и др. системах.

Длинная линия учитывает конечную скорость распространения электромагнитной энергии; при этом токи и напряжения являются функциями не только времени, но и пространственных координат. Для описания происходящих в длинной линии процессов используют систему дифференциальных уравнений в частных производных. Решения этих уравнений, полученные с учетом начальных и граничных условий, определяют зависимость токов и напряжений в цепи как от времени, так и от пространственных координат рассматриваемого участка цепи. Обычно рассматривают одну координату — длину линии; другие координаты считаются пренебрежимо малыми по сравнению с длиной волны распространяющихся колебаний.

На низких частотах и при малой протяженности линии длина волны существенно превосходит размер линии; в этом случае фаза волны практически не зависит от координаты и остается постоянной для всей цепи; токи, напряжения в начале и конце линии практически одинаковы. В этом случае линия с достаточной точностью может рассматриваться как цепь с сосредоточенными параметрами. Таким образом, понятия «длинная» и «короткая» линия существенно зависят от соотношения длины линии и длины волны в ней (рабочей частоты).

9.2. Вторичные параметры длинных линий

С течением времени электромагнитная волна перемещается от начала линии к ее концу; эта волна называется *прямой*, или *падающей*. Уменьшение амплитуды волны на единицу длины линии называется *коэффициентом затухания*, которое обусловлено потерями в линии. Изменение фазы волны на единицу длины линии называется *фазовым коэффициентом* β , характеризующим конечную скорость распространения волны.

Скорость перемещения падающей волны вдоль линии, т. е. скорость перемещения точки с постоянной фазой, называется *фазовой скоростью* v . Она связана с коэффициентом β соотношением $v = \omega / \beta$, где ω — круговая частота распространяющихся колебаний.

Отношение напряжения к току, вычисленное в предположении, что вдоль линии распространяется лишь одна волна напряжения и тока, называется *волновым сопротивлением* линии ρ . В однородных линиях без потерь это сопротивление чисто активно и определяется только погонными (первичными) параметрами линии:

$$\rho = \sqrt{L_0 / C_0};$$

волновое сопротивление ρ измеряется в омах.

Величины ρ , v , β образуют систему вторичных (волновых, характеристических) параметров линии. Их значения определяются конструктивными характеристиками линии.

9.3. Длинные линии с отражением

Если однородная линия без потерь длиной l нагружена сопротивлением Z_H и питается генератором синусоидального напряжения $U_H(t) = U_H \sin \omega t$ с внутренним сопротивлением $R_H = \rho$, то установившийся в линии процесс есть сумма падающей волны с амплитудой $\dot{U}_{\text{пад}}$ и движущейся навстречу ей отраженной (обратной) волны с амплитудой $\dot{U}_{\text{отр}}$. Отражение происходит от нагрузки Z_H ; обе волны имеют модуль фазовой скорости $|v| = 1/\sqrt{L_0 C_0}$.

Комплексным коэффициентом отражения по напряжению $\dot{\gamma}_U$ называется отношение комплексных амплитуд $\dot{U}_{\text{отр}}$ и $\dot{U}_{\text{пад}}$:

$$\dot{\gamma}_U = \dot{U}_{\text{отр}}/\dot{U}_{\text{пад}} = |\dot{\gamma}_U| e^{j\psi} = (Z_H - \rho)/(Z_H + \rho).$$

Модуль $|\dot{\gamma}_U|$ характеризует отношение амплитуд отраженной и падающей волны, а фаза ψ определяет запаздывание отраженной

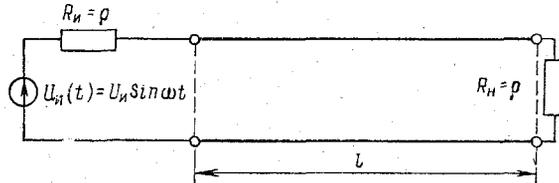


Рис. 9.2

волны относительно падающей. Используют также и коэффициент отражения по току $\dot{\gamma}_I$.

Если $R_H \neq \rho$, то отражение возникает и на входе линии (для пришедшей обратной волны). Отношение входного напряжения к входному току, вычисленное с учетом всех прямых и обратных волн, называется *входным сопротивлением отрезка линии*; это сопротивление равно

$$Z_{\text{вх}} = \frac{Z_H + j\rho \operatorname{tg} \beta l}{1 + j \frac{Z_H}{\rho} \operatorname{tg} \beta l}.$$

Для практики рассматривают ряд предельных случаев для линии, питаемой от генератора с внутренним сопротивлением $R_H = \rho$.

Линия нагружена на активное сопротивление $Z_H = R_H = \rho$. При этом коэффициент $\dot{\gamma}_U = 0$ (и коэффициент $\dot{\gamma}_I = 0$); отраженные волны здесь отсутствуют, имеет место режим согласования, рис. 9.2. В такой линии устанавливается односторонний поток энергии от генератора к нагрузке. Мощность падающей волны целиком рассеивается в нагрузке R_H . Данный режим называют также *режимом бегущей волны*. Входное сопротивление линии (как и сопротивление в любом ее сечении) равно волновому.

Линия короткозамкнута (на конце), рис. 9.3. При этом $Z_H=0$; $\gamma_U=-1$. Энергия не потребляется нагрузкой — от короткозамкнутого конца линии в сторону генератора распространяются обратные волны напряжения и тока, причем их амплитуды совпадают с амплитудами прямых волн. При отражении фаза волны напряжения меняется на противоположную ($\gamma_U=-1$), а фаза волны тока сохраняется неизменной. Поэтому результирующее напряжение на конце линии равно нулю, а амплитуда тока равна удвоенной амплитуде тока падающей волны.

Сечения линии, в которых амплитуда напряжения (тока) максимальна, называются *пучностями напряжения (тока)*, а сечения, где она минимальна (для данного случая — нулевая) — *узлами напряжения (тока)*.

Между двумя смежными узлами фаза оказывается постоянной для всех сечений; при переходе через узел она меняется на π . Волны такого типа называются стоячими, а режим работы линии — режимом стоячих волн.

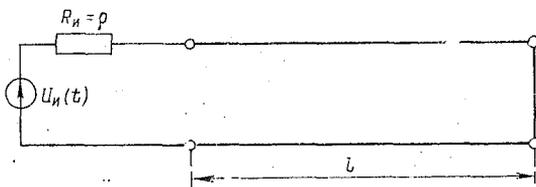


Рис 9.3

Входное сопротивление данной линии является чисто реактивным: $Z_{вх} = j\rho \operatorname{tg} \beta l$. При $l = k(\lambda/2)$ имеем: $Z_{вх} = 0$; при $l = \lambda/4 + k(\lambda/2)$: $|Z_{вх}| = \infty$; при $l = k(\lambda/2) \pm \lambda/8$: $|Z_{вх}| = \rho$.

Разомкнутая линия. В этом случае $|Z_H| = \infty$; $\gamma_U = 1$ ($\gamma_I = -1$). Энергия также не потребляется нагрузкой и имеет место режим стоячих волн. Входное сопротивление линии $Z_{вх} = -j\rho \operatorname{ctg} \beta l$.

Линия нагружена на активное сопротивление $R_H \neq \rho$. Здесь коэффициенты γ_U и γ_I активны и не превышают 1. Энергия падающей волны частично отражается нагрузкой. Наибольшая амплитуда колебаний равна сумме амплитуд падающей и отраженной волн, а наименьшая — их разности.

Отношение наименьшей амплитуды результирующего колебания U_{\min} к наибольшей U_{\max} называется *коэффициентом бегущей волны напряжения* (КБВН), равным $\text{КБВН} = U_{\min}/U_{\max} = (1 - |\gamma_U|)/(1 + |\gamma_U|)$. Верно также, что

$$\text{КБВН} = \begin{cases} \rho/R_H, & \rho < R_H; \\ R_H/\rho, & R_H < \rho. \end{cases}$$

Используют также и обратную величину — коэффициент стоячей волны напряжения (КСВН): $\text{КСВН} = 1/\text{КБВН}$. Данный режим — режим смешанных волн.

В заключение отметим, что, кроме канализации электромагнитной энергии, кроме излучения и приема ее антенными системами, длинные линии применяют и для некоторых специальных целей, например:

- в схемах формирования прямоугольных импульсов;
- в измерительных схемах для измерения различных параметров электрических колебаний на частотах свыше 1 ГГц (измерение длины волны; полных сопротивлений; КБВН);
- в качестве колебательных систем — контуров (в дециметровом диапазоне волн); объемных резонаторов (в сантиметровом и миллиметровом диапазонах);
- в качестве изоляторов (короткозамкнутые четвертьволновые отрезки линии);
- в качестве согласующих элементов — трансформаторов из отрезков линий (на СВЧ).

В импульсной технике находят применение так называемые искусственные длинные линии. Так называют электрические цепи с сосредоточенными параметрами, приближающиеся по своим характеристикам к цепям с распределенными параметрами. Искусственные длинные линии выполняют на базе элементов L и C , образующих те или иные фильтры-звенья.

10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

10.1. Общие сведения

В электроэнергетике наибольшее практическое значение имеют трехфазные цепи и системы. *Трехфазная электрическая цепь* — это совокупность трех однофазных цепей, в которых действуют синусоидальные напряжения (э. д. с.) одной и той же частоты, сдвинутые по фазе относительно друг друга на угол $2\pi/3$ (120°). Эти составные части трехфазной цепи называют *фазами*; ниже им будут приписываться буквенные обозначения A , B , C .

Передача энергии на расстояние по трехфазным цепям более выгодна, чем по однофазным; трехфазные синхронные генераторы и двигатели, асинхронные двигатели и трансформаторы более просты в производстве, экономичны и надежны в эксплуатации. В трехфазных системах достаточно просто получается вращающееся магнитное поле, необходимое для работы электродвигателей.

Источником трехфазного тока является синхронный генератор, в трех обмотках которого, сдвинутых в пространстве относительно друг друга на угол $2\pi/3$ и называемых также фазами, индуцируются три э. д. с., фазы которых также сдвинуты относительно друг друга на угол $2\pi/3$. Схематично такой генератор показан на рис. 10.1. Обмотки, в которых наводятся э. д. с., помещаются в пазах статора. Начала обмоток A , B , C смещены относительно друг

друга на угол $120^\circ/p$, где p — число пар магнитных полюсов генератора; на рис. 10.1 число $p=1$, и угол равен 120° . При вращении ротора его магнитное поле пересекает обмотки, и в них наводятся э. д. с. одинаковой амплитуды и частоты, но их фазы сдвинуты, как отмечалось, относительно друг друга на треть периода. Векторы, изображающие эти э. д. с. \dot{U}_{mA} , \dot{U}_{mB} , \dot{U}_{mC} , показаны на рис. 10.2, а. Мгновенные значения э. д. с., рис. 10.2, б, аналитически записываются в виде

$$u_A = U_m \sin \omega t; \quad u_B = U_m \sin (\omega t - 2\pi/3); \quad u_C = U_m \sin (\omega t + 2\pi/3).$$

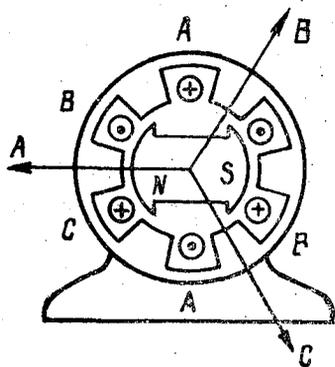


Рис. 10.1

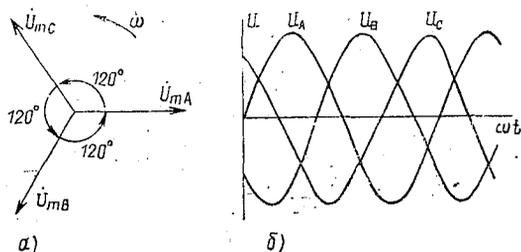


Рис. 10.2

Для такой симметричной трехфазной системы, как видно, справедливо равенство: $u_A + u_B + u_C = 0$, т. е. алгебраическая сумма мгновенных значений э. д. с. симметричной трехфазной системы равна нулю. Из векторной диаграммы на рис. 10.2, а также следует, что и сумма векторов $\dot{U}_{mA} + \dot{U}_{mB} + \dot{U}_{mC} = 0$, т. е. алгебраическая сумма амплитуд и действующих значений равна нулю.

Если ротор генератора вращается в одном направлении, то получается один порядок чередования фаз в обмотках генератора, например, порядок ABC (э. д. с. фазы B отстает от э. д. с. фазы A и т. д.). Если изменить направление вращения ротора, изменится и последовательность чередования фаз.

От последовательности чередования фаз зависит направление вращения трехфазных двигателей. Достаточно поменять местами две любые фазы двигателя, чтобы возникла обратная последовательность чередования фаз, т. е. изменение направления вращения. Последовательность фаз необходимо учитывать также при параллельном включении трехфазных генераторов.

В конце XIX в. русским ученым Доливо — Добровольским были разработаны основные звенья генерирования, передачи, распределения и преобразования трехфазного тока, а именно: генератор, трансформатор, асинхронный двигатель — самый простой и дешевый двигатель переменного тока.

10.2. Соединение трехфазных цепей звездой и треугольником

На рис. 10.3, а показано соединение обмоток трехфазного генератора звездой: концы фазных обмоток соединены в одной общей точке, называемой *нейтральной*; начала фаз А, В, С соединяются с приемниками посредством линейных проводов; это трехфазная система с тремя проводами.

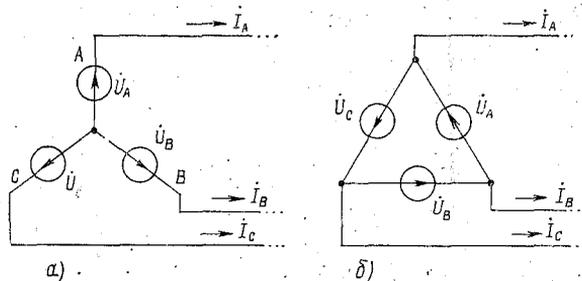


Рис. 10.3

Если генератор соединен треугольником, рис. 10.3, б, то начало одной его фазной обмотки соединяется с концом следующей по порядку обмотки так, что все три обмотки образуют замкнутый треугольник. Сумма э. д. с. по контуру треугольника равна нулю (в идеальном случае) и при отключенной нагрузке никакого тока короткого замыкания в контуре нет.

Нагрузка в трехфазной цепи также может быть соединена звездой или треугольником, рис. 10.4, а, б.

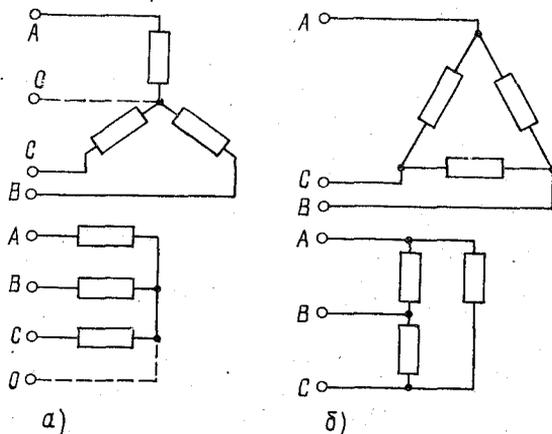


Рис. 10.4

На практике применяются различные комбинации соединений, например: 1) генератор соединен звездой, нагрузка — звездой или треугольником; 2) генератор соединен треугольником, нагрузка — звездой или треугольником.

Соединение генератора и нагрузки звездой, рис. 10.5, без нейтрального (нулевого) провода может применяться только при одинаковой нагрузке всех трех фаз, что на практике не всегда выполняется. Здесь недопустимо включение или отключение одной фазы нагрузки.

В этом отношении соединение нагрузки треугольником имеет преимущество: сопротивления фаз (сторон треугольника) могут быть неодинаковыми; фазы могут включаться или отключаться независимо друг от друга.

Такие же возможности имеются и в случае соединения генератора и нагрузки звездой, если их нейтральные точки соединены нейтральным проводом (через общий корпус). Так, на кораблях, летательных аппаратах нейтральный проводом служит корпус (металлическая обшивка), к которому и присоединяются нейтральные точки генераторов и нагрузок.

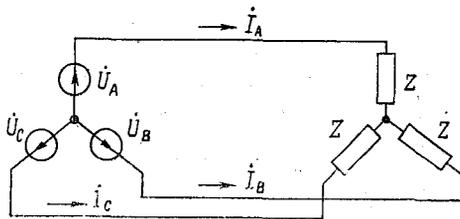


Рис. 10.5

Напряжения на зажимах фаз генератора и нагрузки, токи в фазах называются *фазными напряжениями* и *токами*: U_{ϕ} , I_{ϕ} . Напряжения между линейными проводами и токи в них называются *линейными напряжениями* и *токами*: $U_{л}$, $I_{л}$.

Напряжения на зажимах фаз генератора и нагрузки, токи в фазах называются *фазными напряжениями* и *токами*: U_{ϕ} , I_{ϕ} . Напряжения между линейными проводами и токи в них называются *линейными напряжениями* и *токами*: $U_{л}$, $I_{л}$.

При соединении фаз звездой фазные токи равны линейным: $I_{\phi} = I_{л}$. При соединении фаз треугольником фазное напряжение равно соответствующему линейному: $U_{\phi} = U_{л}$.

Если симметричный источник соединен звездой, то линейное напряжение превышает фазное в $\sqrt{3}$ раз: $U_{л} = \sqrt{3}U_{\phi}$. Так, для низкого напряжения номинальными служат значения $U_{л} = 380$ В и $U_{\phi} = 220$ В, а также $U_{л} = 220$ В и $U_{\phi} = 127$ В.

На практике синхронные генераторы обычно имеют соединение их обмоток звездой, так как реально сумма мгновенных значений э. д. с. обмоток не равна в точности нулю, и при включении их треугольником на холостом ходе в них возник бы ток, вызывающий нагрев обмоток, снижение КПД генератора.

Различают симметричный и несимметричный режимы работы трехфазной цепи. В первом случае сопротивления всех трех фаз одинаковы; в противном случае имеет место несимметричный режим.

10.3. Симметричный режим работы трехфазной цепи

Соответствующая схема соединения звездой приведена на рис. 10.5. Нейтральные точки генератора и нагрузки имеют одинаковый (нулевой) потенциал, поэтому токи во всех трех фазах приемника имеют одинаковые амплитуды; поэтому задача сводится к расчету лишь одной из фаз и аналогична расчету однофазной цепи. Так, фазный ток $I_A = \dot{U}_A / Z$. Нейтральный провод в схеме не нужен, ибо сумма токов в нем $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Фазные и линейные напряжения связаны, как уже отмечалось, соотношением: $U_{л} = \sqrt{3} U_{ф}$, верным для амплитуд и действующих значений.

В случае соединения нагрузки треугольником фазные и линейные напряжения там одинаковы: $U_{ф} = U_{л}$, а токи связаны соотношением: $I_{л} = \sqrt{3} I_{ф}$.

Активная мощность симметричной трехфазной нагрузки равна: $P = 3 U_{ф} I_{ф} \cos \varphi$ (на всех трех фазах). Независимо от вида соединения нагрузки активная мощность выражается через линейные напряжение и ток одинаковым образом: $P = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi$; здесь φ — угол сдвига фазного тока относительно одноименного фазного напряжения; как обычно, этот угол зависит от реактивного X и активного R сопротивления и равен: $\varphi = \arctg(X/R)$.

Для реактивной и полной мощностей имеем выражения: $Q = \sqrt{3} U_{л} \times I_{л} \sin \varphi$; $S = \sqrt{3} U_{л} I_{л}$.

10.4. Несимметричный режим работы трехфазной цепи

Несимметрия схемы может быть вызвана различными причинами: 1) неодинаковым сопротивлением фаз (несимметричная нагрузка); 2) несимметричным коротким замыканием (между двумя фазами; между фазой и нейтралью); 3) размыканием фазы и т. п.

Расчет токов и напряжений при несимметричном режиме работы может производиться теми же методами, которые применяются для расчета однофазных цепей. Так, активная мощность в несимметричной трехфазной цепи равна: $P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$, где φ_A , φ_B , φ_C — сдвиги фаз между токами и напряжениями в соответствующих фазах.

10.5. Вращающееся магнитное поле

Трехфазный ток очень удобен для создания вращающегося магнитного поля в электрических машинах. Если три одинаковые катушки расположить так, чтобы их оси были сдвинуты в пространстве относительно друг друга на угол 120° и подключить их к симметричной трехфазной цепи, то окажется, что результирующий вектор возникшего в катушках магнитного поля имеет постоянный модуль и равномерно вращается с угловой скоростью ω ,

равной частоте переменного тока в катушках. Это и есть вращающееся (круговое) магнитное поле. Для изменения направления его вращения достаточно поменять местами токи в каких-нибудь двух катушках (переключить выводы этих катушек).

В электрических машинах (в частности, в электродвигателях) вращающееся магнитное поле осуществляется с помощью обмоток, размещаемых на статоре. За один период переменного тока, питающего обмотки, вращающееся поле совершает один оборот, за f периодов — f оборотов, за 1 минуту — $60f$ оборотов. Так будет, если обмотка статора содержит всего одну пару магнитных полюсов (простейший случай). Если же эта обмотка многополюсная и содержит p пар полюсов, то скорость вращения поля замедляется и составляет $60f/p$ оборотов/минуту.

11. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

11.1. Основные определения

Часть электрической цепи, рассматриваемой по отношению к двум парам ее зажимов (входных и выходных), называется *четырёхполусником* (ЧП), рис. 11.1. Это понятие привлекают тогда, когда находят токи и напряжения только в двух ветвях или двух парах узлов электрической цепи (пара на входе и пара на выходе). В качестве ЧП могут рассматриваться трансформатор, усилитель, фильтр, согласующее и всякое другое устройство, включенное между источником и приемником, когда надо исследовать токи и напряжения на входных и выходных зажимах ЧП, но не внутри его самого.

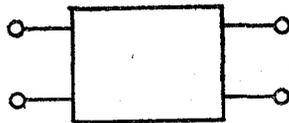


Рис. 11.1

ЧП классифицируют по ряду признаков; прежде всего выделяют линейные и нелинейные ЧП. По характеру внутренних соединений различают Г-образные, Т-образные, П-образные, мостовые ЧП, рис. 11.2, *а, б, в, г* соответственно и др.

ЧП называется активным, если он содержит внутри источники электрической энергии (усилители). В противном случае, а также тогда, когда имеющиеся внутри ЧП источники взаимно компенсируются (на зажимах напряжения равны нулю), он называется *пассивным*. Таковыми являются фильтры, трансформаторы, делители и др.

Различают также ЧП симметричные и несимметричные. ЧП называется *симметричным* в том случае, когда перемена местами его входных и выходных зажимов не изменяет токов и напряжений в цепях, с которыми он соединен. Симметричный ЧП представляет со стороны выходных зажимов такую же цепь, что и со стороны входных. В других случаях ЧП является *несимметричным*.

Основной смысл теории ЧП и ее изучения заключается в том, что, пользуясь некоторыми обобщенными параметрами ЧП, можно находить токи и напряжения на входе и выходе ЧП. Например, так анализируются каскады усилителей, фильтры и др. устройства; результатом является определение таких параметров, как коэффициент усиления, коэффициент передачи, входное и выходное сопротивление и др. параметры, важные для внешних (по отношению к ЧП) цепей.

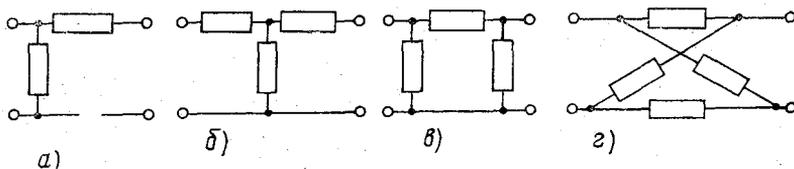


Рис. 11.2

Сложная электрическая цепь (например, канал связи) может рассматриваться как совокупность составных ЧП, соединенных по той или иной схеме. Теория ЧП позволяет найти параметры и такого сложного ЧП по параметрам входящих в него ЧП. Теория ЧП позволяет также решать задачи синтеза, т. е. находить структуру и элементы ЧП по заданным характеристикам.

Активные ЧП при изучении могут заменяться пассивными с вынесенными за их пределы эквивалентными э. д. с.

11.2. Основные уравнения четырехполюсника

Рассмотрим пассивный ЧП, рис. 11.3. Напряжения и токи на его зажимах обусловлены присоединением активных цепей к одной или к обоим парам зажимов.

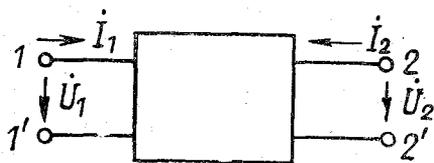


Рис. 11.3

Соотношения между напряжениями и токами на входе и выходе ЧП могут быть записаны в виде шести форм уравнений, из которых отметим наиболее употребительные.

1) форма $\|Y\|$. Здесь токи I_1 и I_2 выражаются в зависимости от заданных напряжений и \dot{U}_1 и \dot{U}_2 :

$$I_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2;$$

$$I_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2.$$

Коэффициенты уравнений называются Y -параметрами и представляют собой входные и передаточные проводимости со стороны за-

жимов 1—1' и 2—2'. Они определяются следующим образом:

$Y_{11} = (I_1/\dot{U}_1)|_{\dot{U}_2=0}$ — входная проводимость со стороны зажимов 1—1' при закороченных зажимах 2—2';

$Y_{22} = (I_2/\dot{U}_2)|_{\dot{U}_1=0}$ — входная проводимость со стороны зажимов 2—2' при закороченных зажимах 1—1';

$Y_{21} = (I_2/\dot{U}_1)|_{\dot{U}_2=0}$ — передаточная проводимость при закороченных зажимах 2—2';

$Y_{12} = (I_1/\dot{U}_2)|_{\dot{U}_1=0}$ — передаточная проводимость при закороченных зажимах 1—1'.

Для симметричного ЧП справедливо: $Y_{11}=Y_{22}$ и $Y_{12}=Y_{21}$. Y -параметры называют также *параметрами короткого замыкания*.

2) форма $\|Z\|$. Здесь напряжения \dot{U}_1 и \dot{U}_2 выражаются через токи I_1 и I_2 :

$$\dot{U}_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2;$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2.$$

Z -параметры можно определить аналогично Y -параметрам, но используя при этом режим холостого хода; их называют поэтому *параметрами холостого хода*. Так, параметр

$Z_{11} = (\dot{U}_1/I_1)|_{I_2=0}$ — входное сопротивление со стороны зажимов 1—1' при разомкнутых зажимах 2—2';

$Z_{22} = (\dot{U}_2/I_2)|_{I_1=0}$ — входное сопротивление со стороны зажимов 2—2' при разомкнутых зажимах 1—1'.

Для симметричного ЧП имеем: $Z_{11} = Z_{22}$ и $Z_{12} = Z_{21}$.

Входными сопротивлениями при холостом ходе называют: $Z_{1x} = Z_{11}$ и $Z_{2x} = Z_{22}$; аналогично входными сопротивлениями при коротком замыкании являются: $Z_{1K} = 1/Y_{11}$; $Z_{2K} = 1/Y_{22}$. Заметим, что чаще всего *входными* называют левые (по схеме) зажимы 1—1'; а правые 2—2' — *выходными*.

3) форма $\|H\|$. Здесь напряжение \dot{U}_1 и ток I_2 выражаются через ток I_1 и напряжение \dot{U}_2 :

$$\dot{U}_1 = H_{11}I_1 + H_{12}\dot{U}_2;$$

$$I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}\dot{U}_2,$$

где $H_{11} = (\dot{U}_1/I_1)|_{\dot{U}_2=0}$ — входное сопротивление при коротком замыкании зажимов 2—2';

$H_{22} = (I_2/\dot{U}_2)|_{I_1=0}$ — выходная проводимость при разомкнутых зажимах 1—1';

$H_{12} = (\dot{U}_1/\dot{U}_2)|_{I_1=0}$ — коэффициент обратной передачи напряжения при разомкнутых зажимах 1—1';

$H_{21} = (I_2/I_1)|_{\dot{U}_2=0}$ — коэффициент прямой передачи тока при коротком замыкании зажимов 2—2'.

11.3. Параметры простейших четырехполюсников

Простейшими по своей внутренней структуре являются ЧП, образованные лишь одним элементом Z или Y (элементарные ЧП). Также простыми являются двухэлементные (Γ -образные) ЧП. Для схемы на рис. 11.4, а непосредственно можно записать:

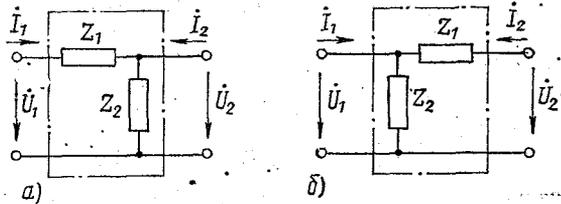


Рис. 11.4

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (Z_1 + Z_2) \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_2 \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2. \end{aligned}$$

Z -параметры данной схемы равны: $Z_{11} = Z_1 + Z_2$; $Z_{12} = Z_2$; $Z_{21} = Z_2$; $Z_{22} = Z_2$.

Аналогично для схемы на рис. 11.4, б получаем:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_2 \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_2 \dot{I}_1 + (Z_1 + Z_2) \dot{I}_2; \end{aligned}$$

здесь Z -параметры равны: $Z_{11} = Z_2$; $Z_{12} = Z_2$; $Z_{21} = Z_2$; $Z_{22} = Z_1 + Z_2$.

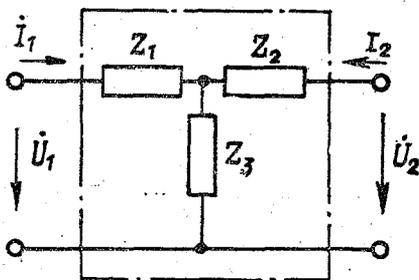


Рис. 11.5

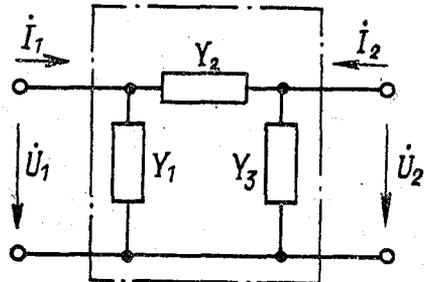


Рис. 11.6

Трехэлементные ЧП чаще всего реализуются в виде T -образной, рис. 11.5 и Π -образной, рис. 11.6, схем. Для T -образного ЧП уравнения в системе Z -параметров имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (Z_1 + Z_3) \dot{I}_1 + Z_3 \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_3 \dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3) \dot{I}_2. \end{aligned}$$

Следовательно, Z -параметры равны: $Z_{11} = Z_1 + Z_3$; $Z_{12} = Z_{21} = Z_3$; $Z_{22} = Z_2 + Z_3$.

Для П-образного ЧП, рис. 11.6, запишем уравнения в системе Y -параметров:

$$i_1 = Y_1 \dot{U}_1 + Y_2 (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) = (Y_1 + Y_2) \dot{U}_1 + (-Y_2) \dot{U}_2;$$

$$i_2 = Y_3 \dot{U}_2 + Y_2 (\dot{U}_2 - \dot{U}_1) = (-Y_2) \dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3) \dot{U}_2.$$

Соответственно получаем Y -параметры: $Y_{11} = Y_1 + Y_2$; $Y_{12} = Y_{21} = -Y_2$; $Y_{22} = Y_2 + Y_3$.

Заметим, что параметры одной системы параметров могут быть пересчитаны в параметры другой системы по соответствующим формулам перехода.

11.4. Передаточная функция четырехполюсника

Передаточной функцией ЧП называется отношение комплексных амплитуд электрических величин на выходе и входе ЧП при заданном режиме передачи. Передаточную функцию называют также коэффициентом передачи или частотной характеристикой, или амплитудно-фазовой характеристикой.

Так, для напряжений и для токов определяются коэффициенты передачи по напряжению и по току соответственно:

$$K_U(j\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1; \quad K_I(j\omega) = i_2 / i_1;$$

в общем случае это комплексные и зависящие от частоты величины. Применительно к усилителям они называются *коэффициентами усиления по напряжению и току*.

Пример. Найдём коэффициенты K_U для схем на рис. 11.7, а, б. Для схемы а) непосредственно получаем:

$$\dot{U}_2 = i_1 R = \dot{U}_1 R / \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) = \dot{U}_1 \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC};$$

поэтому коэффициент передачи

$$K_U(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}.$$

Его модуль

$$|K_U| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(\omega RC)^2}}.$$

Аналогично для схемы на рис. 11.7, б имеем:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_1 X_C = \frac{\dot{I}_1}{j\omega C} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega C \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)} = \dot{U}_1 / (1 + j\omega RC).$$

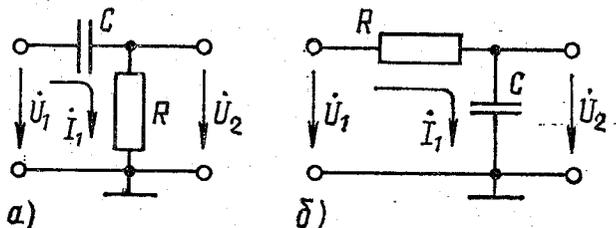


Рис. 11.7

Коэффициент передачи здесь

$$K_U(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}; \quad |K_U| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}.$$

11.5. Обратная связь в электрических цепях

В электрических цепях может иметь место так называемая обратная связь (ОС), при которой часть энергии сигнала с выхода ЧП поступает на его вход и алгебраически складывается с исходным входным сигналом. ОС может возникать по следующим причинам:

1) из-за физических свойств и конструктивных особенностей усилительных приборов (активных элементов) — внутренняя ОС через активные элементы;

2) вследствие паразитных емкостных, индуктивных и других связей, создающих нежелательные пути для обратного прохождения сигнала — паразитные ОС;

3) при использовании специальных цепей для придания всей схеме тех или иных полезных свойств — внешняя (создаваемая) ОС.

Элементы схемы, создающие обратную связь, образуют цепь ОС в виде некоторого ЧП обратной связи; основной ЧП (наиболее часто — усилитель) называют *прямой цепью*; структурно оба ЧП (прямая цепь и цепь ОС) показаны на рис. 11.8. Здесь \dot{K} и \dot{B} — комплексные коэффициенты передачи соответственно прямой цепи и цепи ОС. Все устройство (обведено штрихпунктиром) называют *системой с ОС*; $K_{ОС}$ — ее комплексный коэффициент передачи.

Цепь ОС вместе с прямой цепью (с усилителем) образует замкнутый контур, называемый *петлей ОС*. Цепь ОС можно при-

соединять к выходу и входу прямой цепи разными способами. Так, если цепь ОС присоединена к выходу прямой цепи параллельно ее нагрузке, то напряжение ОС будет пропорционально напряжению на нагрузке, и такую ОС называют *обратной связью по напряжению*. Возможны также ОС по току и комбинированные виды ОС.

Если на входе основного ЧП цепь ОС подключена последовательно с источником сигнала, то ее называют *последовательной*; применяют также параллельную и комбинированную ОС.

Обратную связь называют *положительной*, если ее напряжение находится точно в фазе с напряжением источника и складывается с ним, увеличивая результирующее напряжение сигнала на входе прямой цепи. Если же напряжение ОС находится точно в противофазе с напряжением источника и потому вычитается из него, уменьшая результирующий сигнал на входе основного ЧП, то ОС называют *отрицательной*.

Положительная ОС лежит в основе работы всех автогенераторов — устройств, в которых при наличии небольшого начального «толчка» начинают развиваться и через некоторое время (обычно очень короткое) устанавливаются колебания той или иной формы, например, синусоидальной, импульсной.

Отрицательная ОС широко применяется в усилительных схемах для стабилизации их режима работы, коэффициента усиления, расширения полосы пропускания, снижения уровня нелинейных искажений, повышения входного и уменьшения выходного сопротивлений. Особое место занимает ОС в операционных усилителях.

К недостаткам отрицательной ОС относятся:

- снижение коэффициента усиления схемы, охваченной данной ОС;
- возможность самовозбуждения схемы на отдельных частотах (низких или высоких), где отрицательная (для средних частот) ОС может перейти в положительную.

ОС называют *частотно-зависимой*, если таковым является коэффициент \dot{B} ; в противном случае ОС *частотно-независима*.

При изучении цепей с ОС следует уделять внимание вопросам устойчивости ЧП, т.е. отсутствию его нежелательного самовозбуждения и устойчивости его основных показателей.

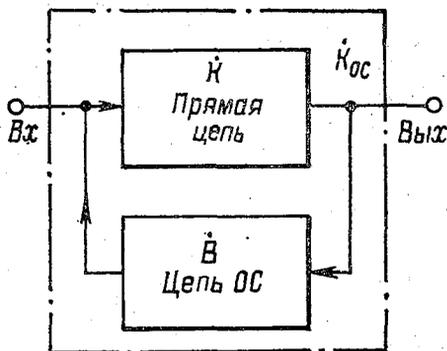


Рис. 11.8

12. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

12.1. Общие сведения

До сих пор рассматривались установившиеся процессы в линейных цепях, т. е. такие процессы, при которых напряжения и токи либо неизменны во времени (цепи постоянного тока), либо являются периодическими функциями времени (цепи переменного тока). Установившиеся режимы при неизменных параметрах цепи полностью определяются только источниками энергии в ней.

Наступлению установившегося (стационарного) режима, отличного от некоторого исходного состояния, предшествует переходный процесс, при котором напряжения и токи меняются непериодически (нестационарно). Переходные процессы возникают при всех изменениях режима работы электрической цепи; при подключении и отключении ее; при возникновении аварийных режимов (обрыв линии, короткое замыкание, удар молнии в линию) и т. п.

Переход от одного режима к другому может быть вызван изменением параметров или схемы цепи, что можно представить в виде тех или иных переключений, которые называются в электротехнике в общем случае коммутацией.

Фактически всякое переключение в электрической цепи происходит не мгновенно, а в течение некоторого времени, хотя обычно и малого. Изучение переходных процессов — важная задача, так как здесь за небольшие временные промежутки могут произойти различного рода нарушения: искажение информации в ЭВМ, прекращение проводимых измерений и передачи телеметрической информации, остановка и разладка производственных процессов (при коротких замыканиях) и т. д. Важно, в частности, знать значения максимальных токов и напряжений, возникающих при аварийном режиме, а также время, за которое они достигаются. С другой стороны, работа различных электронных устройств в системах радиоприема, радиопередачи, автоматического регулирования, контроля, телеметрии, измерительно-вычислительных комплексов и других импульсных и цифровых системах основана именно на переходных процессах.

Во время переходных процессов токи и напряжения определяются не только источниками энергии, но и емкостными, индуктивными элементами цепей, которые обладают способностью накапливать и отдавать энергию магнитного и электрического полей.

Энергия $W_L = \frac{Li_L^2}{2}$ магнитного поля индуктивности L и энергия

$W_C = \frac{Cu_C^2}{2}$ электрического поля емкости C не могут изменяться мгновенно: энергия может изменяться лишь непрерывно, без скачков, так как в противном случае мощность (производная по времени от энергии) оказывалась бы бесконечной, что физически невозможно. Именно поэтому, например, при размыкании ветви с

индуктивностью в месте размыкания неизбежно возникает искра, в которой и расходуется энергия, накопленная в магнитном поле индуктивности. Аналогично при закорачивании заряженного конденсатора энергия его электрического поля рассеивается в закорачивающих проводах и контактах возникшим током короткого замыкания, причем также возможно искрение.

Теоретически переходный процесс занимает бесконечно большое время; однако практически это время весьма мало, т. к. токи и напряжения очень быстро приближаются к установившимся значениям и далее практически неотличимы от них. Чем интенсивнее рассеивается энергия в сопротивлениях, тем быстрее протекает переходный процесс.

Если бы электрическая цепь не содержала индуктивностей и емкостей (состояла бы только из резисторов), то переходный процесс отсутствовал бы (протекал мгновенно). На практике можно ускорять или замедлять переходный процесс, применяя специальные схемы, подбирая параметры цепи (вреязадающие элементы).

12.2. Законы коммутации в электрических цепях

Для расчета переходных процессов в электрических цепях записывают законы Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов. Решение соответствующих линейных дифференциальных уравнений требует задания начальных условий. Независимыми начальными условиями называются значения тока в индуктивности и напряжения на емкости в момент коммутации, который для удобства принимается за 0 — за начало отсчета времени. Непосредственно перед этим моментом ток в индуктивности и напряжение на емкости обозначают $i_L(0_-)$ и $u_C(0_-)$; после же момента коммутации их обозначают просто $i_L(0)$ и $u_C(0)$. Независимые начальные условия характеризуют запасенную в магнитном и электрическом полях энергию к моменту коммутации; для расчета переходного процесса обязательно требуется знание этих начальных условий.

Имеют место следующие два закона коммутации:

1) ток в ветви с индуктивным элементом в начальный момент $t=0$ после коммутации имеет то же самое значение, что и непосредственно перед коммутацией, а затем плавно изменяется (без скачков).

Другими словами, данный закон утверждает, что ток в индуктивности в момент коммутации не может изменить свою величину, т. е.

$$i_L(0_-) = i_L(0).$$

2) напряжение на емкости в начальный момент (непосредственно после коммутации) имеет то же самое значение, какое оно имело непосредственно перед коммутацией, а затем плавно

(без скачков) изменяется. То есть напряжение на емкости в момент коммутации не может изменить свою величину:

$$u_C(0_-) = u_C(0).$$

С другой стороны, напряжения на индуктивностях и сопротивлениях, токи в емкостях и сопротивлениях могут меняться скачками.

При нулевых начальных условиях, т.е. при $i_L(0_-) = 0$ и $u_C(0_-) = 0$, из законов коммутации вытекает: в начальный момент $t = 0$ ток $i_L(0) = 0$, т.е. индуктивность в этот момент времени равносильна разрыву цепи; аналогично $u_C(0) = 0$, т.е. емкость в момент коммутации равносильна короткому замыканию.

При ненулевых начальных условиях, т.е. при $i_L(0) \neq 0$ и $u_C(0) \neq 0$, индуктивность в начальный момент $t = 0$ равносильна источнику тока величиной $i_L(0)$, а емкость равносильна источнику напряжения величиной $u_C(0)$.

12.3. Принужденный и свободный режимы электрической цепи

Рассмотрим электрическую цепь с элементами R , L , C и источником $u(t)$, рис. 12.1. Согласно закону напряжений Кирхгофа

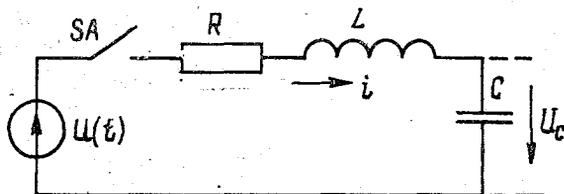


Рис. 12.1

эта цепь описывается следующим интегро-дифференциальным уравнением:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u(t).$$

После дифференцирования получается неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{du}{dt}.$$

Из математики известно, что решение такого уравнения с постоянными коэффициентами представляет собой сумму общего решения соответствующего однородного уравнения (при $u(t) = 0$) и частного решения неоднородного уравнения. Частное решение фи-

этически выражает собой принужденный режим, задаваемый источником $u(t)$. Если функция $u(t)$ постоянна или является периодической, то принужденный ток в цепи будет соответствовать установившемуся току.

Общее решение однородного уравнения определяет поведение цепи в отсутствие внешних источников. Токи и напряжения, определяемые общим решением, называются поэтому свободными составляющими.

Итак, ток переходного режима равен сумме принужденного и свободного токов:

$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t).$$

Аналогично напряжение на любом участке цепи в переходном режиме также состоит из принужденной и свободной составляющих. Основная трудность анализа переходных процессов заключается в определении свободных составляющих токов и напряжений.

В зависимости от порядка дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы, различают цепи первого, второго и более высокого порядков. В цепях первого порядка накопление энергии происходит только в одном элементе — в индуктивности L или емкости C . Одноконтурная цепь с элементами L и C представляет собой цепь второго порядка. Разветвленные цепи могут иметь и более высокий порядок.

12.4. Переходный процесс в цепи с индуктивностью и резистором

Такая RL -цепь, рис. 12.2, при замыкании ключа SA в момент $t=0$ описывается уравнением вида

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u(t).$$

Примером подобной цепи может служить эквивалентная схема реальной катушки индуктивности, если пренебречь в ней межвитковой паразитной емкостью.

Решение указанного уравнения есть

$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t) = i_{\text{пр}}(t) + Ie^{-\frac{R}{L}t}.$$

где ток I определяется начальными условиями.

Если источник представляет собой постоянное напряжение $u(t) = U_0$, то принужденный ток $i_{\text{пр}}(t) = U_0/R$ (соответствует установившемуся режиму); в этом случае

$$i(t) = \frac{U_0}{R} + Ie^{-\frac{R}{L}t}.$$

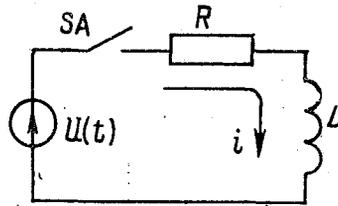


Рис. 12.2

Если до включения (до замыкания ключа SA цепь была обесточена ($i(t=0)=0$), то получаем условие: $0 = \frac{U_0}{R} + I$, т.е. ток $I = -U_0/R$. Следовательно, ток переходного режима при включении в данную цепь источника постоянного напряжения есть

$$i(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-t/\tau}),$$

где величина $\tau = L/R$ имеет размерность времени и называется постоянной времени цепи (определяется только элементами R и L цепи). Чем больше постоянная τ , тем медленнее нарастает ток в цепи, стремясь к установившемуся значению $i_{пр} = U_0/R$, рис. 12.3.

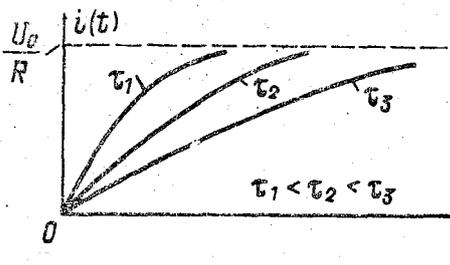


Рис. 12.3

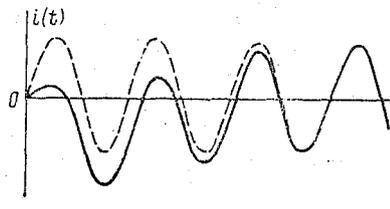


Рис. 12.4

Практически переходный процесс считается завершившимся (установившимся) по истечении времени $\Delta t \sim (3 \dots 5)\tau$. Можно видеть, что постоянная времени τ равна численно тому интервалу времени, в течение которого свободная составляющая тока $i_{св}(t)$ убывает в $e \cong 2,718$ раз.

При включении в данную цепь синусоидального напряжения $u(t) = U_m \cos \omega t$ принужденный ток (установившийся) также будет синусоидальным:

$$i_{пр}(t) = \frac{U_m}{|Z|} \cos(\omega t + \varphi),$$

где $|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$; $\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R}$.

Используя общее исходное уравнение для тока $i(t)$ и нулевые начальные условия ($i(t=0)=0$), находим:

$$i(t) = \frac{U_m}{|Z|} [\cos(\omega t + \varphi) - e^{-t/\tau} \cos \varphi].$$

И здесь постоянная времени τ характеризует скорость установления процесса, т.е. приближения тока в цепи к синусоидальной форме принужденного тока $i_{пр}(t)$, рис. 12.4.

12.5. Переходный процесс в цепи с емкостью и резистором

Такая RC -цепь, рис. 12.5, при замыкании ключа SA описывается уравнением вида

$$iR + u_C = u(t);$$

его удобно переписать, учитывая, что ток $i = C \frac{du_C}{dt}$; тогда получим следующее уравнение для напряжения на емкости:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{1}{\tau} u(t),$$

где постоянная времени $\tau = RC$; ее смысл в точности тот же, как это отмечено выше. Последнее уравнение имеет решение:

$$u_C(t) = u_{св}(t) + u_{пр}(t) = Ue^{-t/\tau} + u_{пр}(t),$$

где величина U определяется начальными условиями, а напряжение $u_{пр}(t)$ — законом изменения напряжения источника $u(t)$.

При включении постоянного напряжения $u(t) = U_0$ принужденное напряжение $u_{пр}(t) = U_0$, поэтому напряжение переходного режима

$$u_C(t) = U_0 + Ue^{-t/\tau}.$$

Если при $t=0$ емкость не была заряжена ($u_C(t=0) = 0$), то значение $U = -U_0$, поэтому напряжение

$$u_C(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau}).$$

Как видно, напряжение на конденсаторе растет по экспоненциальному закону и стремится к установившемуся значению U_0 , рис. 12.6. Скорость этого роста определяется постоянной времени цепи $\tau = RC$.

Рассмотрим также разряд емкости C на резистор R . Пусть предварительно заряженная до напряжения U_0 емкость C подключается к резистору R , рис. 12.7, а. В этом случае уравнение для $u_C(t)$ не содержит принужденной составляющей, так как внешнее воздействие отсутствует; следовательно, имеем: $u_C(t) = Ue^{-t/\tau}$. В момент $t=0$ напряжение $u_C(t=0) = U_0$, поэтому окончательно находим:

$$u_C(t) = U_0 e^{-t/\tau},$$

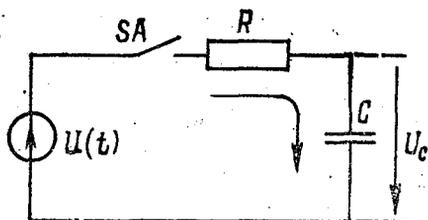


Рис. 12.5

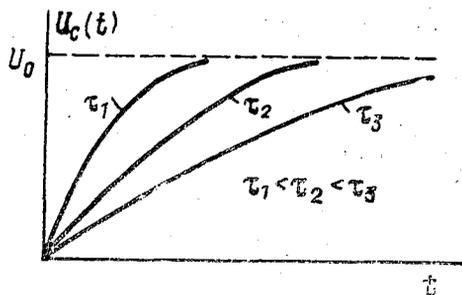


Рис. 12.6

т.е. напряжение на емкости при ее разряде на резистор падает по экспоненциальному закону с постоянной времени τ , рис. 12.7, б.

При подключении внешнего синусоидального напряжения $u(t) = U_m \cos \omega t$ напряжение переходного процесса $u_C(t)$ стремится к установившемуся также синусоидальному напряжению. Закон установления экспоненциальный и характеризуется постоянной времени τ .

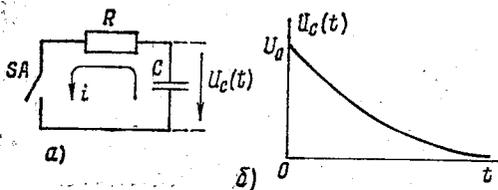


Рис. 12.7

12.6. Переходный процесс в колебательной цепи

При последовательном соединении элементов R, L, C и источника $u(t)$ образуется электрический колебательный контур, рис. 12.8. Закон Кирхгофа для него записывается в виде

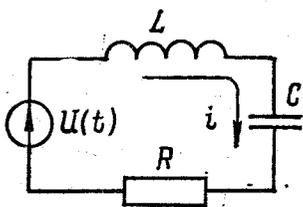


Рис. 12.8

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + Ri = u(t).$$

После дифференцирования получается уравнение

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{1}{L} \frac{du}{dt}.$$

Свободный ток $i_{св}(t)$ определяется из соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\alpha \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0,$$

где $\alpha = \frac{R}{2L}$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Решением данного уравнения является ток

$$i_{св}(t) = e^{-\alpha t} (I_1 e^{\beta t} + I_2 e^{-\beta t}),$$

где $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$, а постоянные I_1 и I_2 определяются начальными условиями.

Общий ток переходного режима

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{пр}(t) = e^{-\alpha t} (I_1 e^{\beta t} + I_2 e^{-\beta t}) + i_{пр}(t),$$

где принужденный ток $i_{пр}(t)$ определяется внешним источником $u(t)$.

Пусть предварительно заряженный до напряжения U_0 конденсатор C в момент $t=0$ отключается от источника и подключается к элементам R и L , рис. 12.9. Возникающий при этом переходный процесс отвечает свободному режиму в цепи из элементов R , L , C без внешнего источника. Ток этого свободного режима равен записанному выше соотношению для свободного тока. При $t=0$ этот ток $i_{св}(t=0)=0$ согласно законам коммутации, поэтому справедливо условие: $0 =$

$$I_1 + I_2, \text{ т. е. } I_1 = -I_2.$$

Кроме того, при $t=0$ напряжение на емкости C равно U_0 и согласно закону

$$\text{Кирхгофа имеем: } L \left. \frac{di_{св}}{dt} \right|_{t=0} =$$

$$= -U_0. \text{ Найдя указанную}$$

производную тока и вычислив ее значение при $t=0$,

получаем условие (с учетом первого условия $I_1 = -I_2$):

$$2\beta L I_2 = U_0, \text{ т. е. постоянные}$$

$$\text{равны } I_2 = -I_1 = U_0 / (2\beta L). \text{ Следовательно, свободный ток}$$

$$i_{св}(t) = -\frac{U_0}{2\beta L} e^{-\alpha t} (e^{\beta t} - e^{-\beta t});$$

знак « $-$ » соответствует разряду емкости C , когда ток $i_{св}(t)$ противоположен исходному току i на рис. 12.8.

Напряжение на индуктивности L равно

$$u_{L\text{св}}(t) = L \frac{di_{св}}{dt} = \frac{U_0}{2\beta} e^{-\alpha t} [(\alpha - \beta) e^{\beta t} - (\alpha + \beta) e^{-\beta t}];$$

напряжение на емкости C в этом свободном режиме есть

$$u_{C\text{св}}(t) = -(u_{L\text{св}} + R i_{св}) = \frac{U_0}{2\beta} e^{-\alpha t} [(\alpha + \beta) e^{\beta t} - (\alpha - \beta) e^{-\beta t}].$$

Важен и интересен случай, когда параметр $\alpha < \omega_0$, т. е. $R < 2\rho$, где $\rho = \sqrt{L/C}$. При этом параметр β есть мнимая величина:

$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = j\omega_c$; $\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{4\rho^2}}$ — частота свободных колебаний; параметр ρ называют *характеристическим сопротивлением контура*. В этом случае ток в контуре и напряжения на его

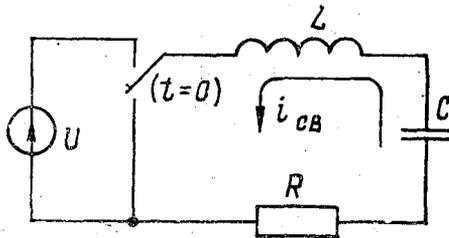


Рис 12.9

элементах имеют синусоидальный характер:

$$i_{CB}(t) = -\frac{U_0}{\omega_C L} e^{-\alpha t} \sin \omega_C t;$$

$$u_{L\ CB}(t) = U_0 \frac{\omega_0}{\omega_C} e^{-\alpha t} \sin(\omega_C t - \varphi);$$

$$u_{C\ CB}(t) = U_0 \frac{\omega_0}{\omega_C} e^{-\alpha t} \sin(\omega_C t + \varphi); \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega_C}{\alpha}.$$

Такую цепь $R-L-C$ называют *электрическим колебательным контуром*, как это упоминалось выше. Колебания в контуре затухают по экспоненциальному закону, рис. 12.10, из-за потерь на резисторе R . Коэффициент $\alpha = \frac{R}{2L}$ характеризует скорость затухания; обратная величина $\tau = 1/\alpha = 2L/R$ является постоянной времени для контура.

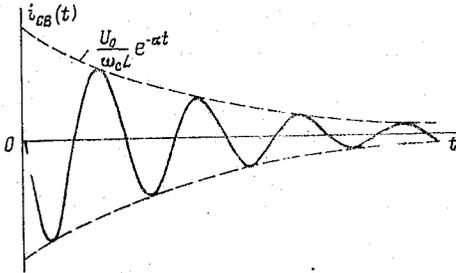


Рис. 12.10

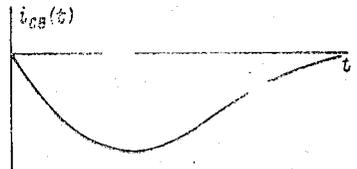


Рис. 12.11

При малом коэффициенте α величина ω_C незначительно отличается от частоты $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — частоты собственных колебаний в контуре без потерь ($R=0$). Характеристическое сопротивление контура часто выражают также через частоту ω_0 : $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$.

Отношение активного сопротивления R к характеристическому ρ называют *затуханием контура* d : $d = R/\rho = R/\sqrt{L/C} = R/(\omega_0 L) = R\omega_0 C$. Обратную величину $Q = 1/d$ называют добротностью контура. Чем больше добротность, тем медленнее затухают колебания в контуре.

На практике в радиотехнических контурах сопротивление R (потери) составляют единицы или десятки ом, а характеристическое сопротивление — сотни ом; поэтому частота

$$\omega_C = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{2\rho}\right)^2} \cong \omega_0 \left(1 - \frac{R^2}{8\rho^2}\right) \cong \omega_0.$$

В различных радиотехнических устройствах колебательный контур используется также и в режиме принужденных колеба-

ний, возникающих под действием внешнего источника. При совпадении частоты внешнего напряжения с частотой ω_0 собственных колебаний контура возникает явление резонанса, на котором основаны многочисленные применения колебательных контуров в радиотехнических устройствах и системах. Виды колебательных контуров и их общие характеристики рассматриваются в следующем параграфе.

При $R > 2\rho$ колебания в контуре не возникают; ток в этом случае

$$i_{св}(t) = -\frac{U_0}{\beta L} e^{-\alpha t} \operatorname{sh}(\beta t);$$

он носит затухающий характер, рис. 12.11. Этот режим называют *апериодическим*, так как периодические колебания здесь отсутствуют.

Случай $R = 2\rho$ называют критическим; зависимость тока $i_{св}(t)$ также носит затухающий характер, аналогичный показанному на рис. 12.11.

13. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ

13.1. Общие сведения

Резонансными, или колебательными цепями называются электрические цепи, в которых могут возникать явления резонанса синусоидальных напряжений или токов. С общих позиций анализа электрических цепей резонанс представляет собой такой режим работы цепи, содержащей индуктивности и емкости, при котором реактивное сопротивление (реактивная проводимость) цепи равно нулю; нулю равна поэтому и реактивная мощность в такой цепи.

В электрической цепи с последовательным соединением индуктивности и емкости (последовательный колебательный контур) наблюдается резонанс напряжений. При этом индуктивное сопротивление одной части цепи компенсируется емкостным сопротивлением другой ее части, последовательно соединенной с первой. В результате, реактивное сопротивление и реактивная мощность на зажимах цепи равны нулю.

В электрической цепи с параллельным соединением индуктивности и емкости (параллельный колебательный контур) наблюдается резонанс токов. При резонансе токов индуктивная проводимость одной из параллельных ветвей компенсируется емкостной проводимостью другой параллельной ветви. В результате общая реактивная проводимость и реактивная мощность на зажимах всей цепи (контура) равны нулю.

Частоты, на которых наблюдается явление резонанса, называются резонансными. Как уже отмечалось, резонансные цепи

(контуры) используются на практике весьма широко; они представляют неотъемлемую часть всякого радиотехнического устройства, применяемого, в том числе, и в гидрометеорологических приборах и системах: в автоматических метеостанциях; телеметрических системах; метеорологических радиолокаторах; измерительно-вычислительных комплексах и т. д. Отметим также, что к резонансным цепям относятся и разнообразные электрические фильтры, рассматриваемые позже.

13.2. Последовательный колебательный контур

Такая электрическая цепь уже была изображена ранее на рис. 12.8. Пусть внутреннее сопротивление источника $u(t)$ равно нулю (идеальный источник напряжения); он создает в цепи комплексный ток $i = \frac{U}{Z}$, где сопротивление последовательного контура

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Резонанс напряжений наступает на частоте ω_0 , такой, что $X_L = X_C$, т. е. $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$; отсюда следует:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}.$$

При резонансе сопротивление контура $Z = R$, т. е. является чисто активным (и на практике может быть небольшим). Ток в контуре при резонансе совпадает по фазе с напряжением источника и имеет максимальную амплитуду $I_0 = U/R$. Амплитуды напряжений на реактивностях L и C также достигают при резонансе наибольших значений $U_{0L} = U_{0C} = U\rho/R = UQ$ (где добротность $Q = \rho/R$). Действительно $U_{0L} = U_{0C} = I_0\omega_0 L = I_0/(\omega_0 C) = I_0\rho = U\rho/R$. Величина UQ может значительно превышать амплитуду U колебаний источника, так как добротность контуров велика и достигает значений $Q = 100 \dots 300$. Это и свидетельствует о резонансе напряжений в последовательном контуре.

При исследовании колебаний в области резонанса пользуются понятиями абсолютной расстройки контура $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, относительной расстройки $\varepsilon = 2\Delta\omega/\omega_0$ и обобщенной расстройки $\xi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \cong 2\varepsilon Q = 2Q\Delta\omega/\omega_0$.

При малых расстройках $\Delta\omega \ll \omega_0$ имеют место следующие зависимости для сопротивлений контура:

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \cong 2\rho \Delta\omega/\omega_0 = \rho\varepsilon;$$

$$Z = R + jX = R(1 + j\xi); \quad |Z| = R\sqrt{1 + \xi^2}; \quad \arg Z = \arctg \xi.$$

Зависимость отношения токов I/I_0 (модули) от отношения $\Delta\omega/\omega_0$ или от обобщенной расстройки ξ вблизи резонанса называется *резонансной характеристикой* (резонансной кривой) контура:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{U}{|Z|} \frac{R}{U} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (2Q \Delta\omega/\omega_0)^2}}$$

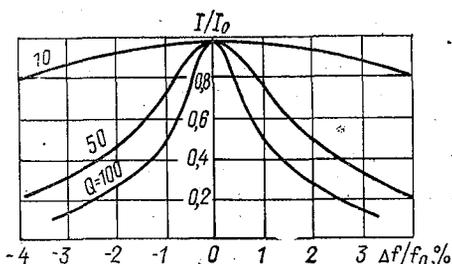


Рис. 13.1

Наличие у реального источника внутреннего сопротивления, а также потери, вносимые в контур при подключении к нему нагрузки, вызывают снижение эквивалентной добротности и соответствующее расширение резонансной кривой, рис. 13.1.

13.3. Параллельный колебательный контур

Параллельный контур образуется при включении источника с внутренним сопротивлением R_i параллельно двум ветвям с реактивностями разного знака, рис. 13.2. Каждая из ветвей, строго говоря, содержит также активные сопротивления R_1 и R_2 (потери), но для радиотехнических контуров с высокой добротностью активные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора значительно меньше их реактивных сопротивлений: $R_1 \ll \omega L$; $R_2 \ll 1/(\omega C)$.

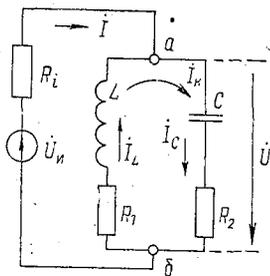


Рис. 13.2

Характер реактивности параллельного контура определяется соотношением токов в параллельных ветвях; амплитуды этих токов равны $I_L \approx U/(\omega L)$, $I_C \approx U\omega C$. При $X_L > X_C$ ($b_L < b_C$) реактивность контура имеет емкостный характер, так как ток в емкостной ветви превышает ток в индуктивной ветви. При $X_L < X_C$ ($b_L > b_C$) реактивность контура является индуктивной. Наконец, при $X_L = X_C$, т. е. на резонансной частоте $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, токи в обеих ветвях контура практически одинаковы по амплитуде и сдвинуты относительно друг друга на угол, близкий к 180° (точно на 180° , если $R_1 = R_2 = 0$ — потери в ветвях отсутствуют); соответствующая векторная диаграмма показана на рис. 13.3. Это позволяет считать, что токи ветвей контура при резонансе образуют как бы единый контурный ток, последовательно

обтекающий реактивные элементы. Амплитуда этого тока $I_R \cong \cong U/\rho = IR_0/\rho$, где I — амплитуда тока генератора; R_0 — сопротивление контура между точками a и b , рис. 13.2, при резонансе. Чтобы найти его, запишем комплексное сопротивление контура между точками a и b :

$$Z = \frac{(R_1 + j\omega L)(R_2 + 1/j\omega C)}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} \cong \frac{L/C}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} \cong \frac{\rho^2}{R(1 + j\xi)};$$

$$R = R_1 + R_2.$$

При резонансе оно становится чисто активным и равным

$$R_0 = \rho^2/R = \rho Q.$$

Характеристическое сопротивление контура обычно составляет $\rho = 100 \dots 500$ Ом, а добротность $Q = 100 \dots 300$, поэтому резонансное сопротивление R_0 параллельного контура имеет порядок нескольких десятков или сотен тысяч ом; в идеальном случае $R_1 = R_2 = 0$ — это сопротивление $R_0 = \infty$, а ток в общей питающей контур цепи $I = 0$.

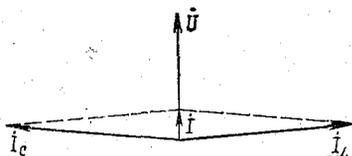


Рис. 13.3

В момент резонанса амплитуда контурного тока $I_R = QI$, т. е. во много раз превышает ток I генератора, поэтому резонанс в параллельном контуре и называют *резонансом токов*.

При малых расстройках модуль сопротивления контура $|Z| = = R_0/\sqrt{1 + \xi^2}$.

Зависимость отношения амплитуд U/U_0 , где U_0 — амплитуда напряжения на контуре при резонансе, от относительной $\Delta\omega/\omega_0$ или обобщенной расстройки ξ называют *резонансной характеристикой* (резонансной кривой) *параллельного контура*.

Если контур питается от идеального источника тока ($R_i = \infty$), т. е. амплитуда питающего тока I постоянна, то напряжение на контуре $\dot{U} = I\dot{Z} = IR_0/(1 + j\xi)$. Поэтому резонансная кривая параллельного контура есть

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \cong \frac{1}{\sqrt{1 + (2Q \Delta\omega/\omega_0)^2}},$$

т. е. не отличается по форме от резонансной кривой последовательного контура.

На практике используют также сложные параллельные контуры. Параллельный контур можно усложнить, включив индуктивность или емкость не в одну, а в обе ветви контура. Контур на

рис. 13.2 называют *контуром I вида*; на рис. 13.4, а, б показаны сложные контуры соответственно вида II и III. Для любого из контуров резонансная частота $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, причем для контура II вида значение $L = L_1 + L_2$, а для контура III вида емкость $C = C_1 \cdot C_2 / (C_1 + C_2)$.

Резонансное сопротивление сложного контура (между точками разветвления) равно $R_0 = p^2 \rho^2 / (R_1 + R_2)$, где $p = L_1 / (L_1 + L_2)$ для контура II вида и $p = C / C_1 = C_2 / (C_1 + C_2)$ для контура III вида; параметр p называется коэффициентом включения контура. Как видно, он позволяет изменять резонансное сопротивление R_0 путем перераспределения индуктивности или емкости между параллельными ветвями без изменения резонансной частоты. Это удобно для обеспечения согласования сопротивлений контура и источника сигнала, а также контура (как источника сигнала) и нагрузки. Такое неполное (частичное) включение контура часто используется в радиотехнических устройствах.

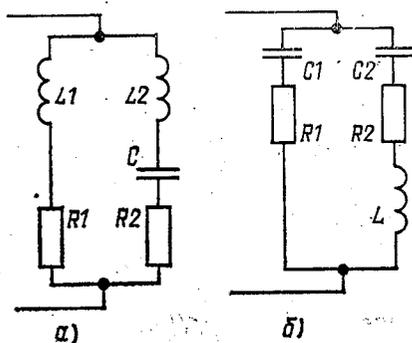


Рис. 13.4

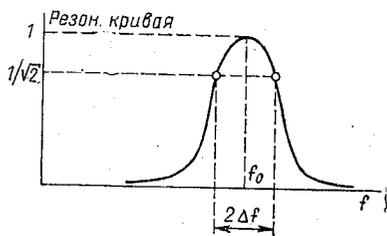


Рис. 13.5

Благодаря острой резонансной кривой колебательного контура (при больших добротностях) можно осуществлять селекцию (отбор) радиосигналов по частоте. Для этого контур настраивается в резонанс с несущей частотой избираемого сигнала, который и получает наибольшее усиление (избирается, селективируется). Сигналы же с другими частотами остаются за пределами резонансной кривой и существенно ослабляются контуром.

Считают, что контур пропускает некоторую область частот, на которых ослабление не превышает $\sqrt{2}$ раз, т. е. резонансная кривая снижается до уровня $1/\sqrt{2} = 0,707$. Эту область называют *полосой пропускания контура* $2\Delta f$, рис. 13.5. Используя выражение для резонансной характеристики и указанное ослабление, легко найти, что полоса пропускания $2\Delta f = f_0 / Q = f_0 d$.

Полоса пропускания тем больше, чем больше затухание контура d , т. е. меньше добротность Q . При расчете полосы пропускания следует использовать в качестве добротности (или затухания) эквивалентную добротность Q_0 (затухание d_0), т. е. учитывать внутреннее сопротивление генератора и другие потери в контуре.

13.4. Связанные колебательные контуры

13.4.1. Виды связи между контурами. Для повышения крутизны спадающих ветвей резонансных характеристик, что необходимо для повышения избирательности (селективности) резонансных систем, в электрических цепях широко применяются двухконтурные резонансные схемы, в которых два контура, настроенных каждый в отдельности на одну и ту же частоту, связываются друг с другом через магнитное или электрическое поле. Изменение электрического состояния в одном контуре вызывает соответствующие из-

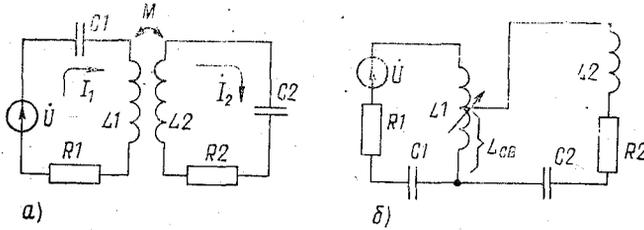


Рис. 13.6

менения в другом контуре. Общий элемент, через который осуществляется взаимовлияние контуров (их взаимосвязь) называется элементом связи.

Степень связи контуров определяется коэффициентом связи $k_{св}$. При трансформаторной (индуктивной) связи, рис. 13.6, а, $k_{св} = M / \sqrt{L_1 L_2}$, где M — взаимная индуктивность, т. е. отношение потокосцепления взаимной индукции в одной цепи к току в другой цепи.

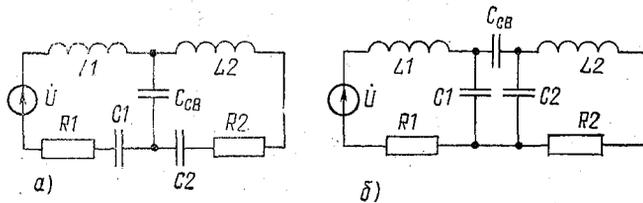


Рис. 13.7

При автотрансформаторной (кондуктивной) связи, рис. 13.6, б, коэффициент связи $k_{св} = L_{св} / \sqrt{L_1 (L_2 + L_{св})}$.

При внутренней емкостной связи, рис. 13.7, а, коэффициент $k_{св} = \sqrt{C_1 C_2} / (C_1 + C_{св}) (C_2 + C_{св})$; при внешнеемкостной связи, рис. 13.7, б, коэффициент $k_{св} = C_{св} / \sqrt{(C_1 + C_{св}) (C_2 + C_{св})}$.

Используется также и сложная комбинированная связь; в этом случае коэффициент связи может зависеть от частоты.

13.4.2. Входное сопротивление связанных контуров. Обобщенная структура предыдущих схем связанных контуров представлена на рис. 13.8, где отмечены собственные сопротивления контуров Z_1 и Z_2 и элемент связи $Z_{св}$. Обозначим $Z_{11} = Z_1 + Z_{св}$, $Z_{22} = Z_2 + Z_{св} = R_{22} + jX_{22}$; полное сопротивление систем двух связанных контуров, называемое их *входным сопротивлением*, равно $Z_{вх} = Z_1 + Z_{св}Z_2 / (Z_{св} + Z_2)$. Подставив сюда значения $Z_1 = Z_{11} - Z_{св}$ и $Z_2 = Z_{22} - Z_{св}$, получим

$$Z_{вх} = Z_{11} - Z_{св}^2 / Z_{22}.$$

Слагаемое $(-Z_{св}^2 / Z_{22})$ выражает электрическое влияние второго контура на первый и называется *вносимым сопротивлением*. Обычно можно полагать, что сопротивление $Z_{св} = jX_{св}$; тогда вносимое сопротивление

$$Z_{вн} = X_{св}^2 / Z_{22} = R_{вн} + jX_{вн},$$

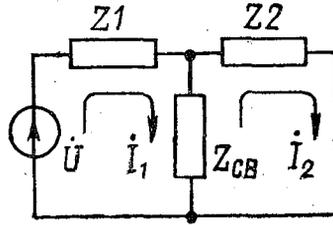


Рис. 13.8

где активная часть вносимого сопротивления $R_{вн} = X_{св}^2 R_{22} / |Z_{22}|$; она увеличивает затухание системы связанных контуров по сравнению с затуханием первого контура за счет потерь во втором контуре. Реактивная часть вносимого сопротивления $X_{вн} = -X_{св}^2 X_{22} / |Z_{22}|$; она изменяет резонансные свойства системы связанных контуров по сравнению с резонансными свойствами первого контура.

13.4.3. Частоты связи; амплитудно-частотная характеристика (АЧХ). Условием резонанса в системе двух связанных контуров является обращение в нуль реактивной составляющей входного сопротивления, т. е. условие

$$X_{11} - \frac{X_{св}^2}{|Z_{22}|^2} X_{22} = 0.$$

Рассмотрим индуктивно связанные контуры, каждый из которых в отдельности имеет частоту настройки ω_0 . При небольших расстройках здесь ($\epsilon \ll 1$) можно получить, что резонансными частотами, помимо частоты ω_0 , являются еще две частоты, равные

$$\omega_{1,2} = \omega_0 / \sqrt{1 \pm \sqrt{k_{св}^2 - d^2}}.$$

Частоты $\omega_{1,2}$ зависят от коэффициента связи и поэтому называются *частотами связи*. При критической связи $k_{св\text{кр}} = d$ эти частоты $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$.

Нормированная АЧХ системы двух индуктивно связанных контуров показана на рис. 13.9 (для сравнения пунктиром показана характеристика одиночного контура). При слабой связи ($k_{св} < k_{св\ кр} = d$) АЧХ имеет один максимум при $\varepsilon = 0$; это же сохраняется и при критической связи $k_{св\ кр} = d$. При сильной связи ($k_{св} > k_{св\ кр}$) возникают два максимума (горба) АЧХ. Физически причинами их возникновения является компенсация собственной реактивности в каждом контуре той реактивностью, которая вносится из соседнего контура. Чем сильнее связь, тем больше значение $|X_{вн}|$ и тем больше собственная реактивность $|X_{11}|$ (или $|X_{22}|$), которая компенсируется вносимой реактивностью. Но собственная реактивность зависит от частоты, что и приводит к увеличению смещения частот связи по отношению к частоте ω_0 по мере увеличения параметра $k_{св}$, рис. 13.9.

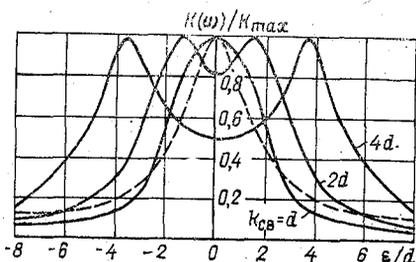


Рис. 13.9

Это создает возможность регулирования полосы пропускания системы связанных контуров путем изменения степени связи между ними; при этом необходимо следить за равномерностью характеристики в пределах полосы пропускания, так как при сильной связи появляется впадина между горбами характеристики. Допустима неравномерность, т.е. снижение характеристики при $\varepsilon = 0$ в $\sqrt{2}$ раз (до уровня $\sim 0,707$); этому соответствует коэффициент связи $k_{св} \cong 2,41d$ и полоса пропускания системы связанных контуров $(2\Delta f)_{св} \cong 3,1(2\Delta f)_{од}$, где $(2\Delta f)_{од}$ — полоса пропускания одиночного контура.

При критической связи ($k_{св} = k_{св\ кр} = d$) полоса пропускания составляет $(2\Delta f)_{св} = \sqrt{2}(2\Delta f)_{од} \cong 1,41(2\Delta f)_{од}$. При слабой связи ($k_{св} < d$) полоса пропускания связанных контуров мало отличается от полосы одиночного контура.

Связанные контуры широко применяются на практике ввиду их следующих преимуществ перед одиночными контурами:

- существенное расширение полосы пропускания;
- более крутые скаты резонансной характеристики (более высокая избирательность);
- возможность регулирования полосы пропускания путем изменения степени связи контуров.

Отметим также, что на практике обычно контуры в паре выбираются одинаковыми по своим параметрам, а связь между ними устанавливается критической.

14. ОСНОВНЫЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В электрических цепях различают следующие основные режимы работы: номинальный; холостого хода; короткого замыкания; согласования; резонансный (рассмотрен в предыдущем параграфе).

Номинальным режимом генератора и потребителя называют режим, на который они рассчитаны при работе в нормальных условиях. Он характеризуется расчетными параметрами: номинальным напряжением, током, мощностью. Так, номинальные напряжения регламентированы стандартом; для силовых цепей переменного тока такими являются, например, напряжения 127 В; 220 В; 380 В. В номинальном режиме генератор должен обеспечивать в большинстве случаев достаточно высокий КПД.

Режимом холостого хода генератора называют его работу при отключенной нагрузке, когда ток генератора равен нулю. Напряжение холостого хода генератора равно его электродвижущей силе, так как нет падения напряжения на внутреннем сопротивлении генератора.

Режим короткого замыкания — для генератора, силового трансформатора, мощного оконечного усилителя — это аварийный режим, возникающий при закорачивании нагрузки. Напряжение на нагрузке оказывается равным нулю, а ток короткого замыкания велик и ограничивается лишь внутренним сопротивлением источника и соединительных проводов. В цепях, где используются источники с очень малым внутренним сопротивлением, ток короткого замыкания может достигать сотен ампер. К таким источникам относятся, например, генераторы, питающие осветительную и силовую сеть, кислотные аккумуляторы, батареи и др. Ток короткого замыкания может вызвать пожар, расплавить провода, вывести из строя сам источник, выходной усилительный каскад. Для предохранения генератора, линий и потребителей от последствий коротких замыканий обязательно предусматривается та или иная защита, в частности, в виде предохранителя, отключающего линию при превышении током допустимой величины.

Важным режимом работы электрической цепи является так называемый согласованный режим, при котором в нагрузке выделяется максимальная мощность сигнала. Это необходимо, например, в мощных выходных каскадах усилительных устройств. Отметим условия, обеспечивающие согласованный режим. Пусть сопротивления источника (генератора) и нагрузки, рис. 14.1, равны соответственно $Z_{\Gamma} = R_{\Gamma} + jX_{\Gamma}$; $Z_{\text{н}} = R_{\text{н}} + jX_{\text{н}}$. Активная мощность, потребляемая нагрузкой, равна

$$P = I^2 R_{\text{н}} = \frac{U_{\Gamma}^2 R_{\text{н}}}{|Z_{\Gamma} + Z_{\text{н}}|^2} = \frac{U_{\Gamma}^2 R_{\text{н}}}{(R_{\Gamma} + R_{\text{н}})^2 + (X_{\Gamma} + X_{\text{н}})^2},$$

где I и U_{Γ} — действующие значения тока нагрузки и напряжения генератора.

Если реактивное сопротивление нагрузки сделать равным $X_H = -X_r$, то мощность в нагрузке возрастает до величины $P = U_r^2 R_H / (R_r + R_H)^2$.

Возможно и дальнейшее увеличение мощности P подбором величины R_H . Вычисляя соответствующую производную dP/dR_H и приравнявая ее нулю, получаем уравнение относительно величины R_H :

$$(R_r + R_H)^2 - 2R_H(R_r + R_H) = 0.$$

Его решением является значение $R_H = R_r$.

Объединяя оба результата (для X_H и R_H), заключаем: условием передачи максимальной активной мощности от источника к приемнику является равенство

$$Z_H = Z_r^*,$$

где звездочка означает комплексное сопряжение.

При выполнении данного условия приемник потребляет мощность

$$P_{\max} = \frac{U_r^2}{4R_r}$$

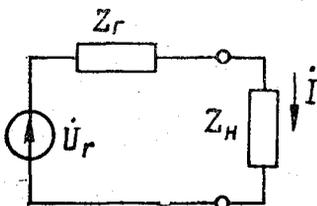


Рис. 14.1

и КПД при этом составляет 0,5, так как на сопротивлениях R_r и R_H поглощается одинаковая активная мощность.

Компенсация реактивного сопротивления генератора осуществляется включением противоположной реактивности (комплексное сопряжение) последовательно или параллельно с нагрузкой.

Заметим, что для цепей постоянного тока все сказанное полностью справедливо с тем упрощением, что в таких цепях никаких реактивностей нет и все величины являются действительными; основное условие согласования принимает вид: $R_H = R_r$. Это же верно и в тех случаях, когда сопротивление источника практически не содержит реактивной составляющей.

Указанные условия согласования на практике обычно обеспечивают в радиоэлектронных цепях; в энергетических же цепях с большими уровнями мощностей необходимо обеспечивать высокий КПД источников, и здесь сопротивления нагрузок значительно превышают сопротивления генераторов.

15. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

15.1. Общие сведения

Выше отмечалось свойство частотной избирательности колебательных контуров, т.е. их способность пропускать электрические колебания только резонансной и близких к ней частот. Определялась также полоса пропускания контуров.

На практике часто возникает необходимость выделения именно полосы частот или даже ряда частотных полос. Это осуществляется с помощью электрических фильтров. Электрический фильтр представляет собой четырехполюсник, пропускающий определенную полосу (или полосы) частот с малым затуханием; вне этой полосы (полос) частот затухание велико (в идеальном случае — бесконечно).

Полоса частот, для которых затухание мало (в идеальном случае — отсутствует) называется *полосой пропускания* (ПП) фильтра, рис. 15.1; остальную область частот должна составлять полоса задерживания (ПЗ), однако фактически между этими частотными областями имеется переходная зона (зоны) фильтра, характеризующая его частотную избирательность (на рис. 15.1 пере-

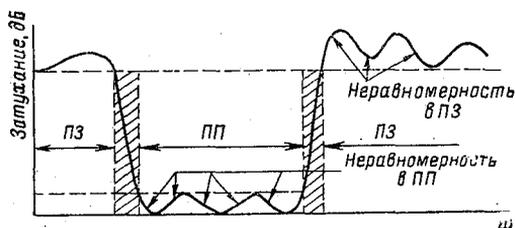


Рис. 15.1

ходные зоны заштрихованы); чем меньше переходная зона, тем выше избирательность. Обычно имеется неравномерность затухания как в ПП, так и в ПЗ, рис. 15.1.

Практическое применение электрических фильтров весьма широко и многообразно. Они применяются по-существу во всех электронных системах радиосвязи, телевидения, радио-, гидролокации, телеметрии, радиоуправления, в автоматике, вычислительной технике, приборостроении, измерительной технике и др.

Электрические фильтры классифицируют по ряду признаков. Прежде всего, исходя из диапазона тех частот, которые они пропускают или подавляют, различают четыре наиболее употребительные типа фильтров:

1) фильтр нижних частот (ФНЧ), который пропускает все сигналы с частотой ниже некоторого заданного значения ω_v и подавляет сигналы более высоких частот, рис. 15.2, а ($K(\omega)$ — коэффициент передачи фильтра);

2) фильтр верхних частот (ФВЧ), который пропускает все сигналы с частотой выше некоторого заданного значения ω_n и подавляет сигналы более низких частот, рис. 15.2, б;

3) полосно-пропускающий (полосовой) фильтр, который пропускает сигналы заданной полосы частот между частотами ω_n и ω_v , рис. 15.2, в;

4) полосно-заграждающий (режекторный) фильтр, который подавляет сигналы определенного диапазона частот между частотами ω_H и ω_B , в то время как сигналы с частотами ниже и выше этого диапазона проходят беспрепятственно, рис. 15.2, з.

В современных системах приема и оптимальной обработки сигналов используются так называемые согласованные фильтры, примером которых служат гребенчатые фильтры, полосы пропускания которых образуют как бы «гребенку», рис. 15.2, д.

По типу используемых в фильтре элементов (материалов) различают:

1) LC- и RC-фильтры, составленные из резисторов, индуктивных катушек и конденсаторов; они изготавливаются для работы на частотах от единиц герц до единиц гигагерц;

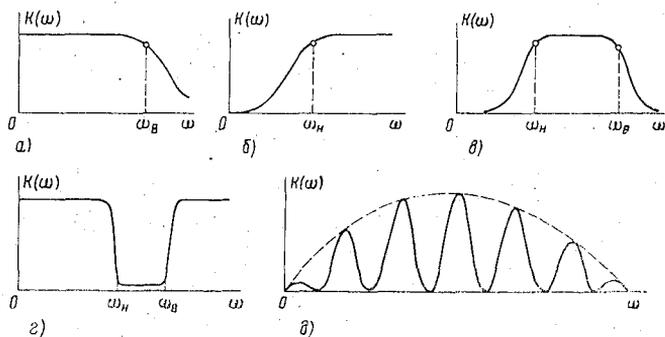


Рис. 15.2

2) электромеханические и магнитострикционные фильтры — на частоты от десятков герц до нескольких сотен килогерц для магнитострикционных фильтров;

3) пьезоэлектрические фильтры, включающие кварцевые фильтры объемных волн (на частоты от единиц килогерц до сотен мегагерц), а также фильтры поверхностных акустических волн — ПАВ-фильтры (на частоты от сотен килогерц до сотен мегагерц);

4) ПЗС-фильтры — фильтры на приборах с зарядовой связью (на частоты до единиц мегагерц).

В настоящее время фильтры делят также на два основных типа — пассивные и активные. Пассивные фильтры содержат только пассивные элементы, активные же имеют в своих схемах усилительные приборы.

Наконец, выделяют аналоговые (непрерывные) фильтры и цифровые; последние получают существенное развитие в настоящее время. В цифровых фильтрах входной сигнал преобразуется в цифровую форму посредством дискретизации и квантования (обычно в АЦП — в аналого-цифровом преобразователе), после чего выполняется алгоритм цифровой фильтрации. Цифровые фильтры рассматриваются в следующем параграфе.

15.2. Пассивные RC-фильтры

Фильтрация сигналов диапазона звуковых частот, сглаживание пульсаций питающих напряжений (в том числе, и в выпрямителях) наиболее просто осуществляется при использовании пассивных RC-фильтров на основе резисторов (R) и конденсаторов (C).

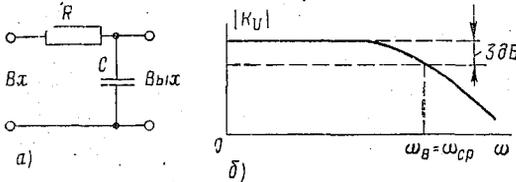


Рис. 15.3

Сигналы высоких частот подавляются цепью, состоящей из последовательно включенного резистора и шунтирующего конденсатора (рис. 15.3, a — ФНЧ), а сигналы низких частот — при перемещении этих элементов местами (рис. 15.4, a — ФВЧ). В ФНЧ выходное напряжение снимается с конденсатора C , реактивное сопротивление которого $X_C = \frac{1}{\omega C}$ падает с увеличением частоты; при

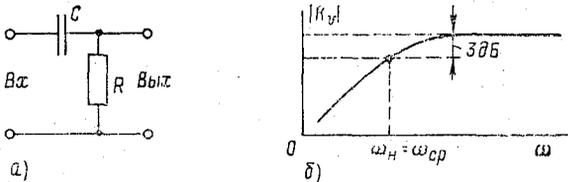


Рис. 15.4

этом уменьшается и выходное напряжение так, что модуль коэффициента передачи данной цепи, как ранее было найдено в (11.4), равен

$$|K_U| = 1/\sqrt{1 + (\omega RC)^2}.$$

В ФВЧ выходное напряжение снимается с резистора; при уменьшении частоты сигнала возрастает значение реактивного сопротивления конденсатора, что приводит к снижению тока в цепи и уменьшению выходного напряжения, создаваемого этим током

на резисторе R . Модуль коэффициента передачи этой цепи также был найден выше (в 11.4); он равен

$$|K_U| = 1/\sqrt{1 + 1/(\omega RC)^2}.$$

В основном RC -фильтры проектируются таким образом, чтобы на выбранной частоте среза $\omega_{\text{ср}}$ коэффициент передачи снижался в $\sqrt{2}$ раз; обычно это снижение (затухание) характеризуют в логарифмических единицах — в децибелах (дБ), определяемых следующим образом. Если мощность на выходе некоторого четырехполюсника в A раз меньше мощности на его входе, то затухание этого четырехполюсника в децибелах составляет $10 \lg A$. Так как мощность пропорциональна квадрату напряжения (или тока), то ее снижение (затухание) в A раз имеет место при снижении на-

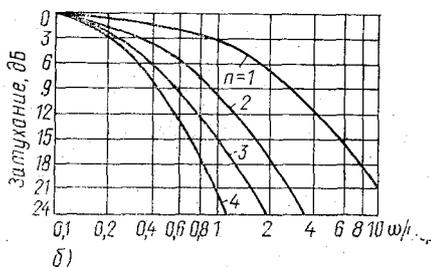
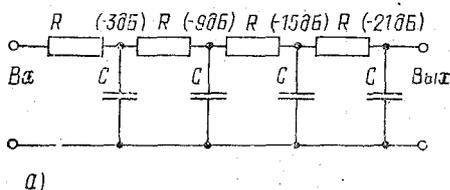


Рис. 15.5

пряжения или коэффициента передачи напряжения в \sqrt{A} раз. Поэтому если задано затухание — снижение коэффициента передачи напряжения (тока) в A_1 раз, то затухание мощности происходит в A_1^2 раз и согласно определению децибела это затухание составляет $10 \lg A_1^2 = 20 \lg A_1$ дБ. Так, отмеченное снижение коэффициента передачи RC -фильтра в $\sqrt{2}$ раз на частоте $\omega_{\text{ср}}$ есть его снижение на $20 \lg \sqrt{2} \approx 3$ дБ.

Для обоих указанных RC -фильтров, как следует из выражений их коэффициентов передачи $|K_U|$ частота среза по уровню затухания 3 дБ равна $\omega_{\text{ср}} = 2\pi f_{\text{ср}} = 1/RC$, т. е. $f_{\text{ср}} = 1/(2\pi RC)$ Гц. Обычно в подобных фильтрах задается частота $f_{\text{ср}}$ и величина резистора R (она определяется заранее из дополнительных требований к схеме), тогда требуемое значение емкости равно $C = 1/(2\pi f_{\text{ср}} R)$.

Одиночный (одноразветвленный) RC -фильтр характеризуется плавным переходом затухания от полосы пропускания к частоте среза и далее, т. е. значительной переходной зоной. Для формирования более крутого спада характеристики можно соединить два или больше простейших звеньев, рис. 15.5, а; при этом увеличивается также затухание в полосе пропускания. Характеристики затухания фильтра с числом звеньев $n=1; 2; 3; 4$ представлены на рис. 15.5, б.

Такой RC -фильтр, так же как и ФВЧ на рис. 15.6, может состоять из любого числа звеньев. Для ориентировки можно указать, что добавление каждого звена приводит к увеличению затухания на заданной частоте среза на 6 дБ.

Соединяя определенным образом схемы ФНЧ и ФВЧ, можно сформировать полосовой фильтр, рис. 15.7. Обычно значение $f_{\text{в}}$ верхней граничной частоты должно по крайней мере быть в 10 раз больше значения $f_{\text{н}}$ нижней граничной частоты; тогда такая поло-

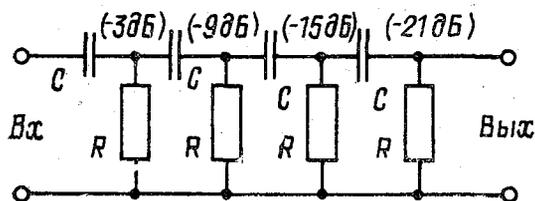


Рис. 15.6

совая цепь будет работать достаточно эффективно. Если отношение $f_{\text{в}}/f_{\text{н}} < 10$, то входящие в состав этой схемы цепочки оказывают значительное влияние друг на друга.

При выполнении указанной рекомендации и при заданных частотах $f_{\text{н}}$, $f_{\text{в}}$ и резисторах R_1 , R_2 емкости C_1 , C_2 можно рассчитывать по следующим формулам:

$$C_1 \cong \frac{R_1 + R_2}{2\pi f_{\text{в}} R_1 R_2}; \quad C_2 \cong \frac{1}{2\pi f_{\text{н}} (R_1 + R_2)}$$

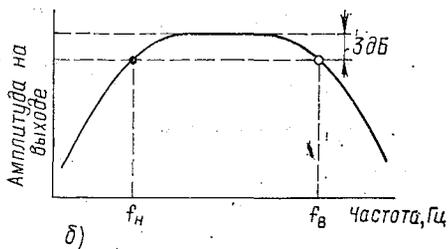
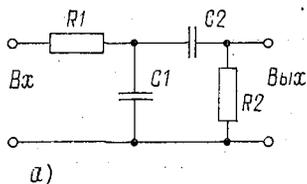


Рис. 15.7

Схема режекторного RC -фильтра приведена на рис. 15.8. Этот фильтр состоит из двух параллельно соединенных Т-образных RC -фильтров, один из которых является ФНЧ, а другой — ФВЧ. Соответствующим подбором параметров элементов (обычно $C_1 =$

$C3; R1=R3$) можно добиться того, что на определенной частоте токи на выходе обеих Т-образных схем будут равны по величине и противоположны по знаку, вследствие чего ток в нагрузке в идеальном случае будет равен нулю. Затухание на этой частоте стремится к бесконечности, что и означает режекцию (заграждение) данной частоты, а также и некоторой полосы частот вокруг нее.

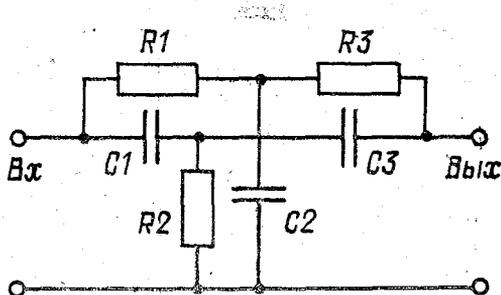


Рис. 15.8

15.3. Схемы LC-фильтров

Большинство фильтров с достаточно хорошими характеристиками реализуются на основе катушек индуктивности и конденсаторов. Такие LC-фильтры могут содержать также и резисторы.

На рис. 15.9, а приведена схема типового LC-фильтра нижних частот в ее наиболее простой форме — Г-образный ФНЧ. При увеличении частоты сигнала реактивное сопротивление емкости $C1$

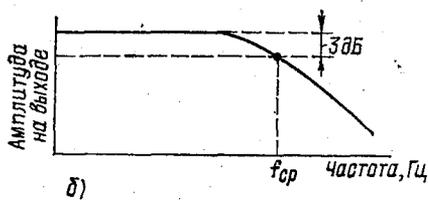
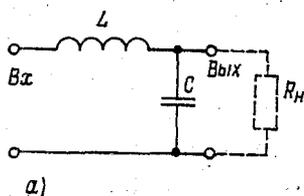


Рис 15.9

падает, а сопротивление индуктивности $L1$ возрастает. Поэтому в такой схеме с увеличением частоты входного сигнала выходной сигнал все более и более ослабляется, рис. 15.9, б.

В большинстве LC-фильтров произведение полных сопротивлений емкости и индуктивности не зависит от частоты (из-за взаимнообратного изменения их реактивных сопротивлений). Такие фильтры называются *фильтрами типа к*.

Нагрузки фильтра R_H (или $|Z_H|$) выбирают из условия $R_H = \sqrt{L/C}$ (условие согласования нагрузки с характеристическим сопротивлением фильтра). Анализ показывает, что частота среза данного фильтра $f_{cp} = 1/(\pi\sqrt{LC})$, поэтому при заданных величинах f_{cp} и R_H имеем: $L = R_H/(\pi f_{cp})$; $C = 1/(\pi f_{cp} R_H)$.

Основной Г-образный фильтр не обеспечивает достаточную крутизну спада частотной характеристики за пределами полосы пропускания. Для увеличения крутизны в основную Г-образную структуру вводят дополнительную катушку индуктивности, рис. 15.10; образуется Т-образный фильтр. В Т-образном фильтре значение емкости C такое же, как в исходной Г-образной структуре, и все расчетные соотношения сохраняются. Обычно каждая из катушек в Т-образном фильтре имеет индуктивность в два раза меньше, чем у исходной катушки: $L_1 = L_2 = L/2$.

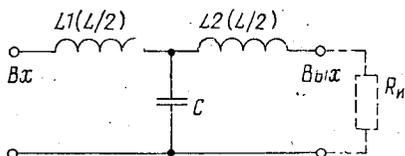


Рис. 15.10

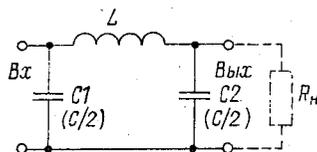


Рис. 15.11

Можно увеличить крутизну переходной области также с помощью дополнительного конденсатора. При этом получается П-образная структура фильтра, рис. 15.11. В таком фильтре не изменяется (по отношению к исходной Г-образной структуре) значение индуктивности, в то время как суммарная емкость конденсаторов C_1 и C_2 должна быть равна емкости одиночного конденсатора в Г-образной структуре. Обычно выбирают значения C_1 и C_2 равными: $C_1 = C_2 = C/2$.

Указанные LC-фильтры нижних частот находят, в частности, широкое применение в выпрямительных устройствах. Катушку индуктивности здесь называют *дресселем фильтра* вследствие того, что он имеет малое сопротивление постоянному (выпрямленному) току — пропускает его — и большое сопротивление пульсирующему с частотой сети току — задерживает пульсации.

На рис. 15.12 приведена схема типового LC-фильтра верхних частот в ее наиболее простой форме — Г-образный ФВЧ. Действие такого фильтра аналогично действию низкочастотного LC-фильтра, только теперь фильтр пропускает высокие частоты и задерживает низкие. Действительно, с увеличением частоты сигнала реактивное сопротивление последовательного конденсатора C_1 уменьшается, а реактивность катушки индуктивности L_1 , наоборот, возрастает, и она оказывает все меньшее шунтирующее действие. На низких же частотах конденсатор C_1 представляет собой большое

сопротивление, а катушка индуктивности — малое, поэтому выходной сигнал претерпевает большое затухание. Большинство LC -фильтров верхних частот являются фильтрами типа k ; их нагрузка R_H (или $|Z_H|$) также выбирается из условия $R_H = \sqrt{L/C}$. Для данного фильтра частота среза $f_{cp} = 1/(4\pi\sqrt{LC})$, поэтому при заданных значениях f_{cp} и R_H имеем: $L = R_H/(4\pi f_{cp})$; $C = 1/(4\pi f_{cp} R_H)$.

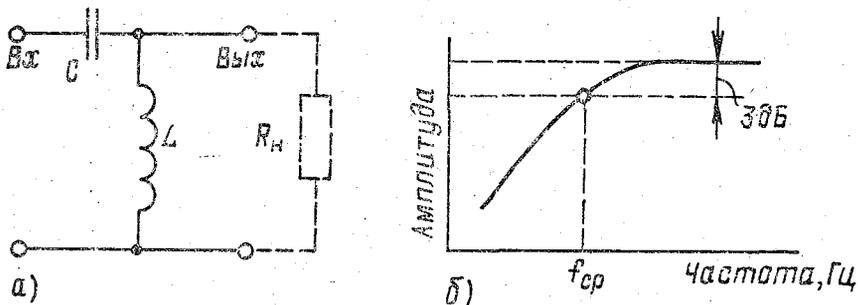


Рис. 15.12

Для увеличения крутизны частотной характеристики вне полосы пропускания в исходную Γ -образную структуру можно включить дополнительный конденсатор, рис. 15.13, а, образуя T -образную структуру. В T -образном фильтре значение $L1$ сохраняется тем же, что и в основной Γ -образной структуре, и все расчетные соотношения остаются прежними. Результирующая емкость последовательных конденсаторов $C1$ и $C2$ должна быть равна емкости C основной структуры; обычно значения $C1$ и $C2$ выбирают одинаковыми и равными $C1 = C2 = = 2C$.

Крутизну частотной характеристики фильтра можно увеличить также путем включения дополнительной катушки индуктивности, рис. 15.13, б. В таком Π -образном LC -фильтре значение емкости C не изменяется, а результирующая индуктивность параллельно включенных катушек $L1$ и $L2$ должна быть равна индуктивности L катушки исходной Γ -образной структуры. Обычно значения $L1$ и $L2$ выбирают одинаковыми и равными $L1 = L2 = 2L$.

В полосовом LC -фильтре имеются последовательная и параллельная резонансные ветви, причем их полные сопротивления имеют различный характер реактивности. Параллельная LC -ветвь на резонансной частоте создает максимальное сопротивление, в то

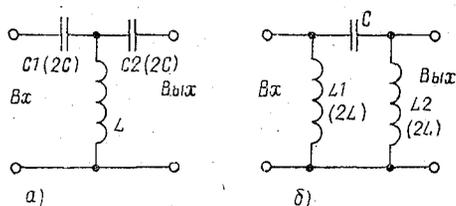


Рис. 15.13

время как у последовательной цепи оно минимально (см. колебательные контуры в параграфе 13). В результате и затухание фильтра здесь минимально.

Основная схема полосового фильтра показана на рис. 15.14, а. Последовательная ветвь $L1 - C1$ обладает на центральной частоте

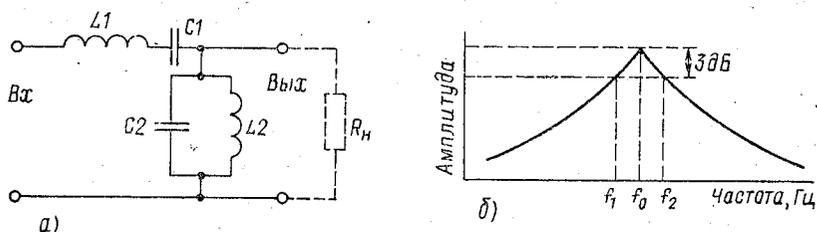


Рис. 15.14

те f_0 требуемого диапазона минимальным полным сопротивлением, которое увеличивается по обе стороны от частоты f_0 . Эта ветвь пропускает сигналы с частотами, лежащими в районе частоты f_0 (между граничными частотами f_1 и f_2 , рис. 15.14, б). Полное сопротивление параллельной ветви $L2 - C2$ максимально на частоте f_0 и уменьшается по обе стороны от нее. Эта ветвь оказывает сильное шунтирующее действие на сигналы с частотами вне диа-

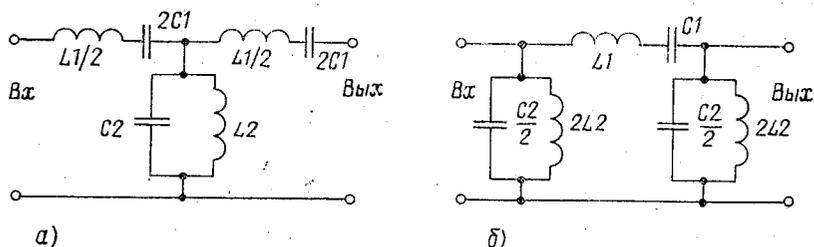


Рис. 15.15

пазона значений $f_1 - f_2$. Таким образом, фильтр обеспечивает прохождение сигналов в диапазоне частот $f_1 - f_2$.

При заданных значениях R_n, f_1, f_2 элементы фильтра можно рассчитать по следующим формулам: $L1 = R_n / [\pi (f_2 - f_1)]$; $L2 = R_n (f_2 - f_1) / (4\pi f_1 f_2)$; $C1 = (f_2 - f_1) / (4\pi R_n f_1 f_2)$; $C2 = 1 / [\pi R_n (f_2 - f_1)]$.

Основная Г-образная структура данного фильтра также может быть заменена на Т- или П-образную, рис. 15.15, а, б.

Если в основной Г-образной структуре, рис. 15.14, а поменять местами последовательную $L1 - C1$ и параллельную $L2 - C2$ цепи, то может быть получен режекторный (полосно-заграждающий) фильтр.

15.4. Активные фильтры

В настоящее время нарастает тенденция исключения *LC*-фильтров из современной электронной аппаратуры, поскольку они не отвечают направлению микроминиатюризации на базе интегральной микросхемотехники, особенно в области низких частот (до 0,1 МГц). *LC*-фильтры заменяются более подходящими активными *RC*-фильтрами, не содержащими индуктивностей.

Под активным фильтром понимается устройство, состоящее из резисторов, конденсаторов и активных (усилительных) элементов, объединенных в единый функциональный узел с фильтровыми характеристиками, сравнимыми или превосходящими аналогичные параметры *LC*-прототипов. В качестве активного элемента в активных фильтрах в настоящее время используется операционный усилитель. Известно много различных способов реализации активных фильтров, различных их схемных решений, использующих частотно-зависимые и частотно-независимые положительные и отрицательные обратные связи. Эти фильтры отличаются малой зависимостью частотных характеристик от изменения параметров усилительных приборов и сравнительно небольшим числом используемых элементов.

Активные фильтры обладают следующими двумя главными достоинствами:

- 1) в них не используются громоздкие (особенно на низких частотах) катушки индуктивности, необходимые при создании *LC*-фильтров;
- 2) активные фильтры позволяют исключить вносимое пассивными фильтрами затухание сигнала.

В активных фильтрах обеспечивается реализация частотных характеристик всех типов: нижних и верхних частот, полосовых, режекторных фильтров и ряда других. Для обеспечения высоких требований к характеристикам фильтра (приближения их к идеальным) широко используют каскадное построение активных фильтров, т. е. каскадное соединение отдельных достаточно простых звеньев второго или третьего порядка; порядок звена фильтра определяется максимальной степенью частоты в выражении его частотной характеристики. Каскадное соединение фильтров-звеньев второго порядка является наиболее распространенным методом создания стабильных активных фильтров, удовлетворяющих достаточно высоким требованиям к их характеристикам.

Для иллюстрации на рис. 15.16, *а* показано наиболее распространенное звено второго порядка ФНЧ со сложной отрицательной обратной связью на базе операционного усилителя *DA1*; на рис. 15.16, *б* — то же для ФВЧ. Заметим, что в первом случае цепочка *R1* — *C1* на входе является пассивным ФНЧ, а во втором — пассивным ФВЧ; однако результирующие частотные характеристики схем определяются не только этими элементами. Характери-

стики фильтров слабо зависят от точности подбора номиналов его элементов, что для практики весьма важно.

Максимальная добротность активных фильтров (характеризующая, как и для колебательных контуров, избирательность фильтра) достигает нескольких сотен на частотах до 1 кГц.

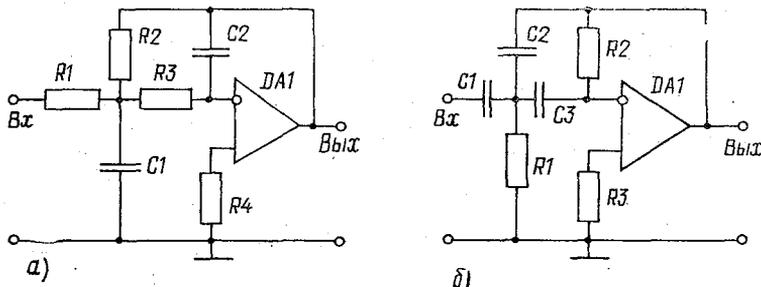


Рис. 15.16

15.5. Фильтры на поверхностных акустических волнах

В настоящее время все более широкое применение в электронных системах находят приборы и устройства, в том числе и фильтры, основанные на использовании так называемых поверхностных акустических волн (ПАВ). Примером могут служить фильтры на ПАВ в усилителях промежуточной частоты телевизионных приемных устройств.

Оказывается, помимо объемных акустических волн, используемых, например, в традиционных ультразвуковых линиях задержки, кварцевых резонаторах, существуют еще и ПАВ, т. е. упругие волны, распространяющиеся вдоль поверхности кристаллов в тонком приповерхностном слое толщиной порядка длины акустической волны $\lambda_0 = v/f_0$, где v — скорость распространения акустической волны по поверхности; f_0 — частота сигнала.

ПАВ обладают низкой скоростью распространения $v \cong 1...5$ км/с, т. е. на пять порядков ниже скорости распространения электромагнитных волн. Кроме того, сравнительно просто осуществляется взаимодействие ПАВ с планарными структурами различного рода на поверхности кристалла — звукопровода; это обеспечивает легко управляемое изменение характеристик устройств на ПАВ.

Отмеченные свойства определяют главные достоинства и перспективность устройств на ПАВ, а именно:

- малые массогабаритные показатели, обеспечивающие сопрягаемость с интегральными микросхемами;
- высокая технологичность изготовления, совместимая со стандартной планарной технологией микросхем;

— высокая температурная стабильность и устойчивость к вибрациям (в противоположность, например, устройствам с объемными акустическими колебаниями).

С помощью ПАВ возможно осуществление различных функциональных операций по обработке сигналов, таких, как: фильтрация; временная задержка и сдвиг фазы; усиление и направленное распространение; суммирование и разделение сигналов; преобразование частоты; свертка сигналов. В результате в настоящее время создаются новые твердотельные многофункциональные устройства обработки сигналов на ПАВ, хорошо сопрягающиеся с микросхемами.

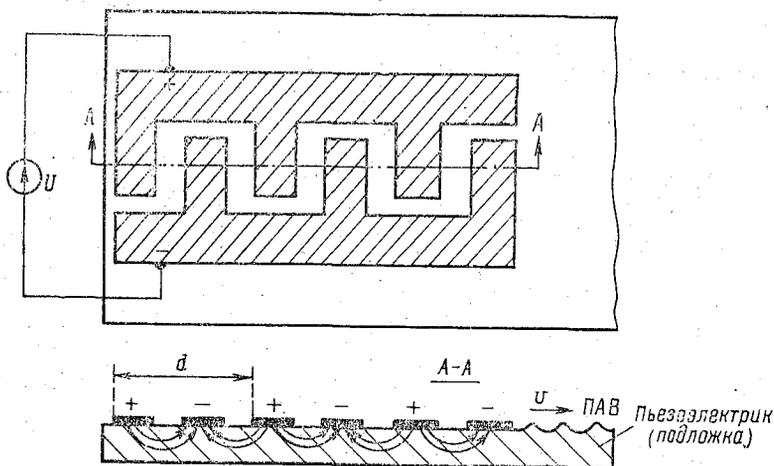


Рис. 15.17

В устройствах на ПАВ используют кристаллы, обладающие пьезоэлектрическим эффектом (пьезокристаллы, пьезоэлектрики), такие, как кварц, ниобат лития, германат висмута, пьезокерамика и др.

Возбуждение и прием ПАВ осуществляются планарными встречно-штыревыми преобразователями (ВШП) за счет пьезоэффекта. Простейший двухфазный ВШП представляет собой периодическую структуру из двух одинаковых как бы вставленных одна в другую решеток металлических (алюминиевых) электродов с чередующейся полярностью, нанесенных методом фотолитографии на полированную поверхность пластины пьезоэлектрика (подложку), рис. 15.17. Переменное напряжение u , приложенное к ВШП, создает электрическое поле; за счет пьезоэффекта возникает ПАВ — электромагнитные колебания преобразуются в акустиче-

ские. Для обратного преобразования (за счет обратного пьезоэффекта) используется аналогичный выходной ВШП.

Эффективность действия ВШП максимальна на частоте электроакустического синхронизма $f_0 = v/\lambda_0$, если структура ВШП удовлетворяет условию $d = \lambda_0$ («шаг» решетки ВШП равен длине акустической волны). Эффективность преобразования, ширина полосы частот и электрическое сопротивление ВШП определяются только его геометрической структурой и параметрами пьезоэлектрика. Так, для простого ВШП в виде равномерной решетки с N парами электродов ширина полосы $\Delta f \cong f_0/N$. То есть такой ВШП является простым полосовым фильтром с указанной полосой и добротностью, равной $f_0/\Delta f = N$ — числу пар его электродов.

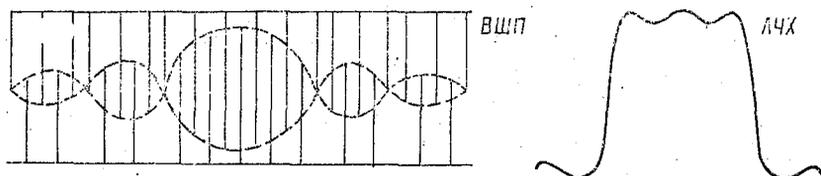


Рис. 15.18

Геометрическая структура решетки ВШП-фильтра определяет его частотную характеристику (и обратно). Для формирования требуемой частотной характеристики в фильтрах на ПАВ используется метод аподизации электродов ВШП (ВШП со взвешиванием). Под *аподизацией электродов* понимается установление того или иного характера (закона) их взаимного перекрытия, либо закона изменения их шага. На рис. 15.18 схематично показан ВШП с аподизацией по закону $\sin x/x$, а также форма амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) такого полосового ПАВ-фильтра.

В настоящее время фильтры на ПАВ успешно конкурируют с LC-фильтрами ввиду отмеченных выше достоинств устройств на ПАВ; дополнительно можно отметить, что фильтры на ПАВ обладают высокой надежностью, не требуют экранировки.

Диапазон рабочих частот ПАВ-фильтров составляет 10 МГц... 1 ГГц (нижний предел определяется размерами пьезокристаллических подложек, а верхний — возможностями изготовления решеток ВШП). Типичны следующие основные параметры фильтров на ПАВ:

- относительная полоса пропускания: $\Delta f/f_0 = 0,1...40\%$;
- уровень вносимого затухания: 6...40 дБ;
- подавление вне полосы пропускания: 30...60 дБ;
- неравномерность АЧХ в полосе пропускания: доли децибел.

16. ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ

16.1. Общие сведения

В настоящее время непрерывно расширяется сфера применения цифровой обработки сигналов при помощи как универсальных ЭВМ, так и специализированных устройств. Можно указать, например, следующие области ее применения:

- цифровые методы телеметрии (в том числе, в гидрометеорологии), радиосвязи, дальней космической связи;
- радио-, гидролокация;
- цифровые методы измерений;
- моделирование систем и процессов на ЭВМ (например, моделирование океанологических средств измерений);
- обработка сигналов в сейсмологии, метеорологии, геолого-разведке, медицине и т. д.;
- обработка звуковых сигналов (запись — воспроизведение — хранение);
- исследование речи.

В самых общих чертах главные преимущества цифровой обработки перед аналоговой таковы:

- идеальная воспроизводимость (повторяемость) результатов, стабильность характеристик;
- гарантированная точность работы (за счет должной разрядности цифровых устройств);
- нарастающее удешевление цифровых устройств.

Все это сильно стимулирует развитие и совершенствование цифровых элементов и систем. Линейная фильтрация и спектральный анализ — главные операции обработки сигналов, которые все больше реализуются в цифровой форме. Эти направления цифровой обработки, их взаимосвязь, приложения показаны на рис. 16.1 (ЦФ — цифровые фильтры; БПФ — быстрое преобразование Фурье). Ниже кратко характеризуется цифровая фильтрация.

Большой интерес к цифровым фильтрам (ЦФ) определяется рядом следующих преимуществ перед аналоговыми (традиционными) фильтрами:

- характеристики ЦФ выполняются с высокой точностью;
- ЦФ программируются в ЦВМ;
- ЦФ легко перестраиваются путем изменения тактовой частоты;
- ЦФ имеют высокую стабильность работы;
- ЦФ не имеют в своей структуре реактивных элементов; не требуют согласования нагрузок;
- ЦФ удобны на сверхнизких частотах (на которых габариты аналоговых устройств недопустимо велики);
- большие совокупности ЦФ могут иметь один общий арифметический блок и устройство управления.

К недостаткам ЦФ относят:

— работа ЦФ сопровождается специфическими шумами квантования, возникающими из-за дискретизации и квантования сигналов, округления чисел при вычислениях, эффектов наложения и др.;

— применение ЦФ зависит от быстродействия вычислительных средств.

Отмеченные ограничения цифровых методов успешно преодолеваются с прогрессом технологии, схмотехники, системотехники.

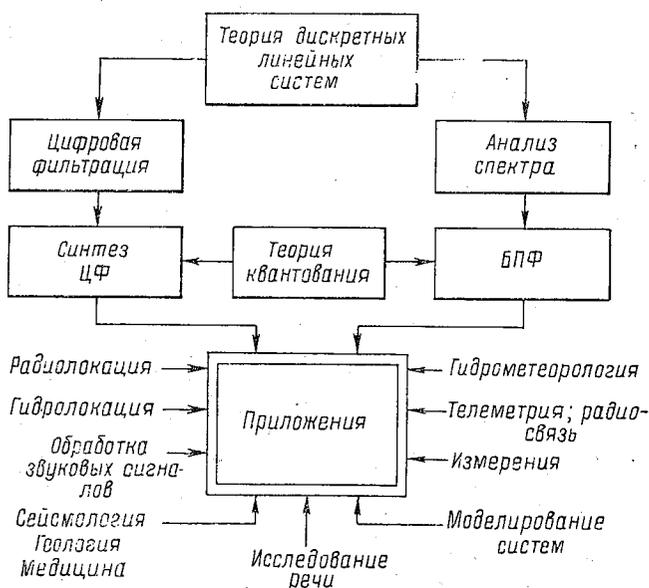


Рис. 16.1

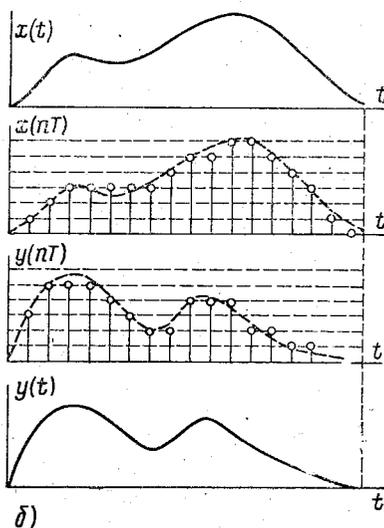
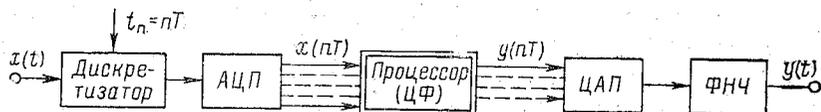
16.2. Принцип цифровой обработки

Общее представление о принципе цифровой обработки входного аналогового сигнала $x(t)$ с выдачей результата $y(t)$ также в аналоговой форме можно получить из рис. 16.2.

Сигнал $x(t)$ подвергается сначала дискретизации (стробированию) с временным шагом T (тактом); затем он поступает на аналого-цифровой преобразователь (АЦП), где квантуется по уровню и превращается в цифровой сигнал — решетчатую функцию $x(nT)$, $n=0, 1, 2, \dots$. В реальных АЦП каждое значение решетчатой функции $x(nT)$ преобразуется в кодовое слово — двоичное число необходимой разрядности.

Двоичные кодовые слова $x(nT)$ поступают на процессор, который в соответствии с алгоритмом своей работы производит над ними математические операции: сложение-вычитание, умножение

на константы, а также задержку на интервалы, кратные шагу T . Такой процессор можно называть ЦФ. На выходе процессора возникают новые двоичные слова, соответствующие обратному (профильтрованному) сигналу, т.е. отсчеты $x(nT)$ преобразуются в отсчеты $y(nT) = \Phi[x(nT)]$ — выходной цифровой сигнал (Φ — алгоритм обработки в процессоре).



В блоке ЦАП (цифро-аналогового преобразователя) этот сигнал преобразуется в аналоговый ступенчатый, который при необходимости сглаживается в фильтре нижних частот (ФНЧ) для получения аналогового выходного сигнала $y(t)$.

При анализе работы собственно ЦФ (процессора) можно не рассматривать ни АЦП, ни ЦАП, поэтому далее под ЦФ понимается только сам процессор, указанный на рис. 16.2, а.

Рис. 16.2

16.3. Линейные цифровые цепи

Цифровые фильтры (ЦФ) строятся на базе линейных цифровых цепей. В таких цепях переменные (т.е. сигналы, напряжения, токи) квантованы и определены в дискретные моменты времени $t_n = nT$ (являются цифровыми), а элементы цепей выполняют следующие операции, рис. 16.3:

- 1) сложение: $u(nT) = \sum_{i=1}^k u_i(nT)$;
- 2) умножение на константу: $u(nT) = \alpha v(nT)$;
- 3) задержку, кратную интервалу дискретизации T ; $u(nT) = v(nT - iT)$. Для краткости далее будем писать $x(nT - iT) = x_{n-i}$, $i = 0, 1, 2, \dots$.

Цифровая цепь, выполняющая указанные операции (сложение, масштабирование, задержка) и содержащая соответствующие элементы (сумматоры, умножители, элементы задержки), называется *линейной цифровой цепью*.

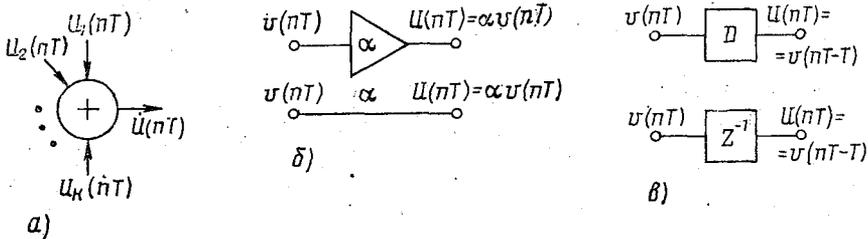


Рис. 16.3

Коротко говоря, любая линейная цифровая цепь — это и есть ЦФ; позже будет дано более развернутое и конкретное его определение.

Рассмотрим как пример простую цифровую цепь на рис. 16.4. Непосредственно видно, что выходной сигнал здесь $y_n = Ky_{n-1} + x_n$. Это уравнение описывает работу данной цепи и называется *линейным разностным уравнением первого порядка* (содержит первую разность вида $y_n - y_{n-1}$); соответственно и цифровая цепь является цепью первого порядка (содержит один элемент задержки на такт).

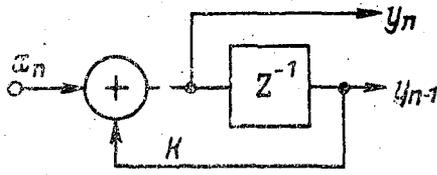


Рис. 16.4

Найдем решение данного уравнения при $|K| < 1$ непосредственно, проследивая формирование выхода y_n по шагам с самого начала:

$$\begin{aligned}
 y_0 &= Ky_{-1} + x_0; \\
 y_1 &= Ky_0 + x_1 = K^2y_{-1} + Kx_0 + x_1; \\
 y_2 &= Ky_1 + x_2 = K^3y_{-1} + K^2x_0 + Kx_1 + x_2; \\
 &\dots \dots \dots \\
 y_n &= K^{n+1}y_{-1} + \sum_{i=0}^n K^i x_{n-i}.
 \end{aligned}$$

Последнее равенство и есть искомое решение; оно задает значение выхода на любом шаге через значения входов и некоторые начальные условия. Для конкретности положим, что на входе действует единичная «ступенька», т.е. $x_n = 1, n = 0, 1, 2, \dots$. Используя формулу для суммы членов геометрической прогрессии, получаем выход

$$y_n = K^{n+1}y_{-1} + (1 - K^{n+1}) / (1 - K).$$

Для больших n ($n \rightarrow \infty$) это решение стремится к установившемуся значению $y_\infty = 1/(1-K)$. Рис. 16.5 показывает поведение y_n при начальном условии $y_{-1} = 0$ для $K = 0,5; 0,8$.

Частотная характеристика данной цепи (передаточная функция) есть

$$H(j\omega) = \frac{y_n}{x_n} = \frac{e^{j\omega T}}{e^{j\omega T} - K},$$

так что ее модуль, т.е. амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) равна

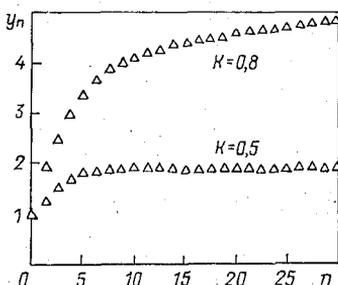


Рис. 16.5

$$|H(j\omega)| = 1/(1 + K^2 - 2K \cos \omega T)^{1/2}.$$

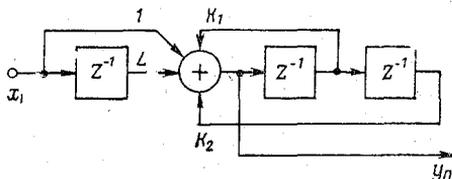


Рис. 16.6

Это равенство выражает частотную избирательность цифровой цепи (она аналогична ФНЧ); как видно, АЧХ периодична по оси частот с периодом $\Omega_d = 2\pi/T$, равным частоте дискретизации исходного сигнала. Поэтому АЧХ достаточно рассматривать в пределах $-\pi/T \leq \omega \leq \pi/T$, либо даже при $0 \leq \omega \leq \pi/T$ в случае симметричных характеристик.

Соотношение между входными и выходными переменными вида

$$y_n = K_1 y_{n-1} + K_2 y_{n-2} + x_n + L x_{n-1}$$

является разностным уравнением второго порядка (наличие второй разности $y_n - y_{n-2}$), описывающим линейную цифровую цепь второго порядка, рис. 16.6.

Можно убедиться, что данная цепь имеет частотную характеристику (передаточную функцию) вида

$$H(j\omega) = \frac{1 + L e^{-j\omega T}}{1 - K_1 e^{-j\omega T} - K_2 e^{-j2\omega T}}.$$

Отсюда следует, что она может обладать резонансными свойствами, так как при определенных соотношениях параметров K_1 и K_2 знаменатель последнего выражения на некоторых частотах может обращаться в нуль. Тем самым, цифровая цепь второго порядка может быть аналогом обычной $R-L-C$ -цепи.

16.4. Цифровые фильтры произвольного порядка

Линейная цифровая цепь, в которой выходная последовательность вычисляется по общей формуле вида

$$y_n = \sum_{k=0}^r L_k x_{n-k} - \sum_{l=1}^m K_l y_{n-l}$$

называется ЦФ, инвариантным во времени при постоянных коэффициентах L_k, K_l (структура инвариантных ЦФ не меняется во времени). Заметим, что знак «—» в формуле употреблен лишь для удобства, ибо он всегда может быть отнесен к коэффициентам K_l (индекс « l » меняется от 1, ибо в n -й момент времени еще нет будущих значений y_{n+1}, y_{n-2}, \dots).

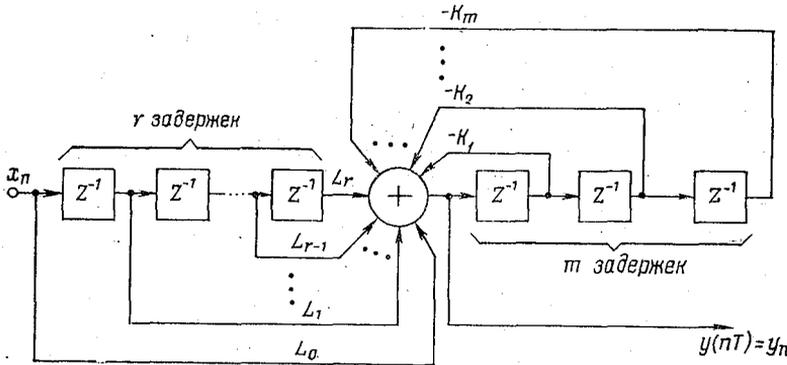


Рис. 16.7

Таким образом, ЦФ есть просто линейная комбинация равноотстоящих отсчетов входного воздействия x_{n-k} , а также вычисленных значений на выходе y_{n-l} . Формула показывает итеративный характер вычислений, производимых в ЦФ: если известны $r+1$ предыдущие входные значения $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-r}$, а также m предыдущих выходных значений $y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-m}$, то новое выходное значение y_n вычисляется по приведенной формуле. Для каждого следующего один за другим моментами n формула сдвигает текущую отсчетную точку вдоль потока входных отсчетов x_{n-k} . Наглядное представление об этой работе ЦФ дает рис. 16.7. Частотная характеристика данного ЦФ имеет вид

$$H(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^r L_k e^{-jk\omega T}}{1 + \sum_{l=1}^m K_l e^{-jl\omega T}}$$

В том случае, когда все коэффициенты K_l для y_{n-l} , $l=1, m$, в общей формуле ЦФ равны нулю, такой ЦФ называется *нерекурсивным*, в противном случае, т.е. когда хотя бы один из коэффициентов K_l , $l=1, m$, отличен от нуля, фильтр называется *рекурсивным*.

Уравнение работы нерекурсивного ЦФ есть $y_n = \sum_{k=0}^r L_k x_{n-k}$; такие фильтры называют *фильтрами с конечной памятью*, ибо они имеют конечную импульсную характеристику — КИХ-фильтры.

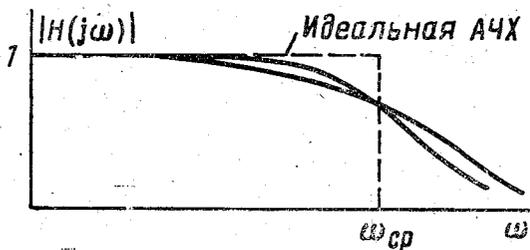
Рекурсивные ЦФ имеют импульсную характеристику бесконечной длины — БИХ-фильтры (фильтры с бесконечной памятью). Рекурсивный фильтр «запоминает» все прошлые данные, ибо значение y_n используется для вычисления отсчета y_{n+1} , значит, и для вычисления отсчета y_{n+2} и т.д.

Опыт показал, что нерекурсивные (КИХ) фильтры удобны для операций сглаживания (т.е. как ФНЧ), интерполяции и экстраполяции. С другой стороны, рекурсивные фильтры обладают повышенной избирательностью (резким переходом от области пропускания к области задерживания).

16.5. Методы расчета коэффициентов ЦФ

В общем случае расчет и синтез (разработка) ЦФ, реализуемого программным путем или в виде специализированного устройства, включает в себя следующие этапы:

1) решение задачи аппроксимации для передаточной функции (частотной характеристики) фильтра $H(j\omega)$;



2) выбор конкретной формы (структуры) цифровой цепи для построения фильтра и квантование найденных при решении аппроксимационной задачи коэффициентов фильтра в соответствии с фиксированной длиной

кодового слова (фиксированной разрядностью чисел);

3) квантование переменных величин фильтра, т.е. выбор длины слова входных, выходных и промежуточных переменных;

4) проверка фильтра моделированием (снятие АЧХ и т.п.).

Аппроксимационная задача в общем случае имеет следующее содержание. Исходно заданной (требуемой) бывает некоторая идеализированная частотная характеристика фильтра. Например, идеальный ФНЧ должен обладать прямоугольной АЧХ, рис. 16.8, но такую идеальную форму реализовать невозможно, и требуется подобрать некоторую «хорошую» в том или ином смысле аппрок-

Рис. 16.8

симацию для реализуемого фильтра. Это и есть аппроксимационная задача, в результате решения которой находятся коэффициенты ЦФ, имеющего требуемую частотную характеристику. Существует значительное число методов и путей ее решения.

Математические методы аппроксимации существенно различаются для нерекурсивных и рекурсивных ЦФ. Так, для нерекурсивных фильтров используют метод ряда Фурье со сглаживанием, различные варианты метода наименьших квадратов, приводящие к машинным алгоритмам (например, алгоритмы чебышевского приближения, итерационный алгоритм Ремеза и др.).

Коэффициенты рекурсивных ЦФ отыскиваются также многими способами, например, по квадрату модуля передаточной функции, методом билинейного z -преобразования и др. Широко используются машинные методы синтеза рекурсивных ЦФ.

16.6. Ошибки квантования в цифровых фильтрах

Реально длительность слова (разрядность чисел) в любом цифровом устройстве конечна. Поэтому выходные характеристики реальных ЦФ неизбежно отличаются от ожидаемых (проектируемых), и это следует учитывать. При цифровой обработке рассматривают в первую очередь три основных вида ошибок квантования:

- 1) квантование входного сигнала — действие АЦП;
- 2) квантование коэффициентов фильтра — представление их конечным числом двоичных разрядов;

3) квантование результатов арифметических операций в цифровом устройстве (сложений и умножений) с регистрами конечной длины;

Графически эти виды ошибок показаны на рис. 16.9. Отмечено также влияние специфических ошибок цифровой обработки — «колебания (пульсации) переполнения» и эффект «мертвой зоны» (колебания предельного цикла низкого уровня).

Влияние указанных ошибок в принципе можно уменьшать, увеличивая длину цифровых слов (длину регистров), что усложняет и удорожает устройство.

В конечном счете целью исследования ошибок (шумов) квантования является разработка соответствующих технических средств или программного обеспечения для мини-ЭВМ, где ограничения на объем памяти и скорость вычислений могут быть жесткими.

Для иллюстрации сказанного отметим влияние шума АЦП на выходной шум ЦФ. Как известно, АЦП квантует входной сигнал

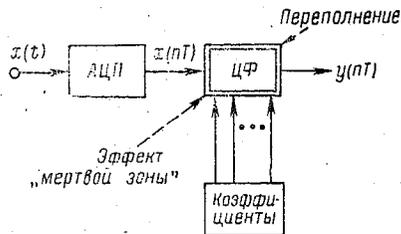


Рис. 16.9

с шагом δ , который выбирается по соображениям динамического диапазона обрабатываемых сигналов, отношения сигнал/шум и т. п. Возникающая при этом ошибка квантования $e = x_{кв} - x$, где x — фактическое значение сигнала; $x_{кв}$ — его значение после квантования, полагается случайной величиной с равномерной плотностью распределения; при округлении в АЦП эта плотность $p(e)$ показана на рис. 16.10. Среднее значение такой ошибки равно нулю, а дисперсия $\delta_e^2 = \delta^2/12$; она и является шумом квантования АЦП, который добавляется к внешнему поступающему шуму и увеличивает его на выходе АЦП.

Шум квантования АЦП при прохождении через ЦФ может существенно возрастать. Так, для отмеченного ранее ЦФ первого порядка с уравнением $y_n = Ky_{n-1} + x_n$ анализ показывает, что шум квантования АЦП с дисперсией $\delta^2/12$ при прохождении через та-

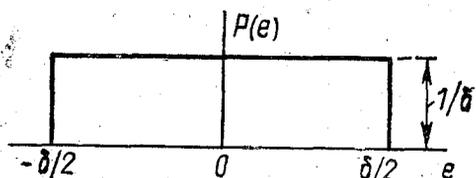


Рис. 16.10

кой ЦФ возрастает и его дисперсия на выходе ЦФ становится равной $\delta_e^2 = \delta^2/[12(1 - K^2)]$, т. е. она может сильно возрастать, если K близко к 1.

Выходной шум δ_e^2 существенно влияет на выбор длины слова для выходных отсчетов y_n (т. е. длины регистра, где хра-

нятся последовательные значения y_n). Пусть $K = 0,99$; тогда $\delta_e^2 \cong 4\delta^2$; $\delta_e \cong 2\delta$. Допустим, что наименьший входной сигнал ЦФ на его выходе должен превышать указанный шум на 40 дБ (в 100 раз по напряжению). Это значит, что выходной регистр ЦФ уже для минимального входного сигнала должен иметь длину не менее $100\delta_e = 100 \cdot 2\delta = 200\delta$, т. е. 8 двоичных разрядов (так как $2^8 = 256 > 200$; шаг δ обеспечивается самым младшим разрядом).

Если еще учесть, что входной сигнал имеет диапазон, например, тоже 40 дБ, то на самом деле выходной регистр должен иметь длину не менее $200\delta \cdot 100 = 2 \times 10^4 \delta$, т. е. 15 двоичных разрядов ($2^{15} = 32768 > 20000$). Отсюда ясно, что эффекты квантования приходится непременно учитывать при расчетах ЦФ, особенно для специализированной цифровой аппаратуры, входящей, в том числе, в состав гидрометеорологических систем, измерительно-вычислительных комплексов и др.

16.7. Реализация цифровых фильтров

Как отмечалось выше, существуют два пути реализации цифровой фильтрации сигналов: программная реализация и техническая (аппаратная) реализация. Первая предполагает использование методов и алгоритмов машинного моделирования ЦФ. При

использовании мини-ЭВМ в прикладных задачах обработки данных следует учитывать ограничения по объему памяти, быстродействию, типу используемых внешних устройств.

При аппаратной реализации ЦФ основными модулями устройства являются: запоминающие устройства («память»); сумматоры и умножители (АЛУ — арифметико-логическое устройство); устройство управления (УУ). Структура аппаратной реализации ЦФ приведена на рис. 16.11. Для выполнения отдельных блоков этой структуры имеются различные возможности; при этом устройства отличаются быстродействием, уровнем интеграции, потреблением мощности и т. д.

Общим и наиболее мощным принципом является мультиплексирование. Так, при высоких требованиях к быстродействию можно использовать несколько АЛУ на основе стандартных БИС со средним быстродействием.

При реализации УУ могут представиться две возможности. Первая заключается в реализации УУ в виде логической схемы, которая генерирует все сигналы для управления процессором; это так называемая жесткая логика. Вторая возможность — использование микропрограммной структуры. Этот метод наиболее гибок, но его быстродействие может оказаться недостаточным.

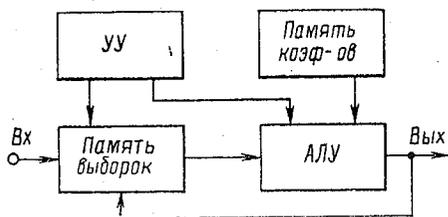


Рис. 16.11

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Быстрые темпы развития современной электроники с неизбежностью вызывают быстрое старение любых учебников в этой области знаний. Однако освоение приведенных в пособии основных понятий, принципов функционирования электрических цепей, методов их анализа позволит читателю самостоятельно и своевременно изучать более сложные, новые, перспективные вопросы и проблемы, освещаемые в соответствующих книгах и периодических изданиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Ч. 1. — М.: Энергия, 1966.
2. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Высшая школа, 1983.
3. Бодилевский В. Г. Справочник молодого радиста. — М.: Высшая школа, 1983.
4. Герасимов В. Г., Князьков О. М., Краснопольский А. Е. Сухоруков В. В. Основы промышленной электроники. — М.: Высшая школа, 1986.
5. Гусев В. Г., Гусев Ю. М. Электроника. — М.: Высшая школа, 1982.
6. Забродин Ю. С. Промышленная электроника. — М.: Высшая школа, 1982.
7. Качурин Л. Г. Методы метеорологических измерений. — Л.: Гидрометеоздат, 1985.
8. Криштафович А. К. Промышленная электроника. — М.: Высшая школа, 1984.
9. Мержеевский А. И., Фокин А. А. Электроника и автоматика в гидрометеорологии. — Л.: Гидрометеоздат, 1977.
10. Морозов А. Г. Электротехника, электроника и импульсная техника. — М.: Высшая школа, 1987.
11. Справочник по гидрометеорологическим приборам и установкам. — Л.: Гидрометеоздат, 1976.
12. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. — М.: Мир, 1982.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	3
1. Электрические цепи	4
1.1. Общие сведения	—
2. Пассивные элементы электрических цепей	6
2.1. Резисторы	—
2.2. Электрическая емкость	8
2.3. Индуктивность	10
2.4. Трансформатор	11
3. Активные элементы электрических цепей	14
3.1. Источники напряжения	—
3.2. Источник тока	15
4. Основные законы линейных электрических цепей	16
4.1. Общие сведения	—
4.2. Закон токов Кирхгофа	18
4.3. Закон напряжений Кирхгофа	19
5. Электрическая цепь синусоидального тока	20
5.1. Общие сведения	—
5.2. Среднее и действующее значения переменного тока	22
5.3. Синусоидальный ток в резисторе	23
5.4. Синусоидальный ток в индуктивности	24
5.5. Синусоидальный ток в емкости	25
6. Электрическая цепь с последовательным и параллельным соединением элементов	25
7. Комплексный метод расчета электрических цепей	28
7.1. Общие положения	—
7.2. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме	30
8. Преобразования схем электрических цепей	33
8.1. Последовательное соединение элементов	—
8.2. Параллельное соединение элементов	34
8.3. Смешанное соединение элементов	35
8.4. Теорема об эквивалентном генераторе	36
8.5. Принцип суперпозиции	39
9. Электрические цепи с распределенными параметрами	40
9.1. Общие сведения	—
9.2. Вторичные параметры длинных линий	41
9.3. Длинные линии с отражением	42
10. Электрические цепи трехфазного тока	44
10.1. Общие сведения	—
10.2. Соединение трехфазных цепей звездой и треугольником	46

10.3. Симметричный режим работы трехфазной цепи	48
10.4. Несимметричный режим работы трехфазной цепи	—
10.5. Вращающееся магнитное поле	—
11. Четырехполюсники	49
11.1. Основные определения	—
11.2. Основные уравнения четырехполюсника	50
11.3. Параметры простейших четырехполюсников	52
11.4. Передаточная функция четырехполюсника	53
11.5. Обратная связь в электрических цепях	54
12. Переходные процессы в электрических цепях	56
12.1. Общие сведения	—
12.2. Законы коммутации в электрических цепях	57
12.3. Принужденный и свободный режимы электрической цепи	58
12.4. Переходный процесс в цепи с индуктивностью и резистором	59
12.5. Переходный процесс в цепи с емкостью и резистором	61
12.6. Переходный процесс в колебательной цепи	62
13. Колебательные контуры	65
13.1. Общие сведения	—
13.2. Последовательный колебательный контур	66
13.3. Параллельный колебательный контур	67
13.4. Связанные колебательные контуры	70
14. Основные режимы работы электрических цепей	73
15. Электрические фильтры	74
15.1. Общие сведения	—
15.2. Пассивные RC -фильтры	77
15.3. Схемы LC -фильтров	80
15.4. Активные фильтры	84
15.5. Фильтры на поверхностных акустических волнах	85
16. Цифровые фильтры	88
16.1. Общие сведения	—
16.2. Принцип цифровой обработки	89
16.3. Линейные цифровые цепи	90
16.4. Цифровые фильтры произвольного порядка	93
16.5. Методы расчета коэффициентов ЦФ	94
16.6. Ошибки квантования в цифровых фильтрах	95
16.7. Реализация цифровых фильтров	96
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	97
ЛИТЕРАТУРА	98