

Ш. А. Мусаелян

Проблемы
предсказуемости
состояния
атмосферы
и гидродинамический
долгосрочный
прогноз погоды



Ленинград Гидрометеопиздат 1984

М91

Рецензенты:
д-р физ.-мат. наук, проф. Е. П. Борисенков,
д-р геогр. наук, проф. М. А. Петросянц

Научный редактор Е. П. Борисенков

Монография является логическим продолжением ранее опубликованной книги автора «О природе некоторых сверхдлительных атмосферных процессов» (Л.: Гидрометеоздат, 1978).

В основу исследования положена гипотеза о том, что долгосрочный прогноз метеорологических полей может быть построен на базе заранее предвычисленных, на независимой основе, аномалий интегрального неадиабатического притока тепла. Если это удастся сделать хотя бы в грубом приближении, то задачу долгосрочного прогноза метеорологических полей можно поставить так, чтобы не возникала проблема предсказуемости состояния атмосферы в ее традиционной трактовке.

Книга рассчитана как на специалистов по гидродинамическому долгосрочному прогнозу погоды и моделированию колебаний климата, так и на метеорологов широкого профиля.

The monograph Sh. A. Musaelyan "The atmospheric predictability problem and hydrodynamical long-range weather forecasting" is a logical continuation of the book by the same author "On Nature of Certain Super-long Atmospheric Processes" published earlier (Leningrad, Gidrometeoizdat, 1978).

The research is based on the hypothesis that makes it possible to develop a method of long-range forecasts of meteorological fields using independently pre-calculated integral diabatic heating anomalies.

If we manage to obtain these anomalies even in a rough approximation we shall be able to solve the task in such a way as to avoid the atmospheric predictability problem in its traditional interpretation.

The book is of interest both to specialists engaged in hydrodynamical long-range weather forecast and in modelling of climatic variations, as well as to meteorologists at large.

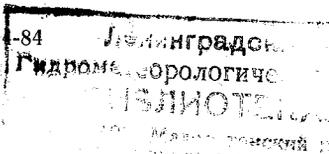
Шабо Асланович Мусаелян

**ПРОБЛЕМЫ ПРЕДСКАЗУЕМОСТИ СОСТОЯНИЯ АТМОСФЕРЫ
И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ПОГОДЫ**

Редактор В. И. Кузьменко. Художник И. Г. Архипов. Художественный редактор В. В. Быков. Технический редактор Г. В. Ивкова. Корректор Т. В. Алексеева. ИБ № 1574. Сдано в набор 18.11.83. Подписано в печать 12.03.84. М-16357. Формат 60×90^{1/16}. Бум. тип. № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 11,5. Кр.-отт. 11,63. Уч.-изд. л. 13,01. Тираж 1060 экз. Индекс МОЛ-40. Заказ № 4. Цена 2 р. 10 к.

Гидрометеоздат. 190053. Ленинград, 2-я линия, д. 23. Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, г. Ленинград. Прачечный переулок, 6.

М 1903040000-050
069(02)-84



© Гидрометеоздат, 1984.

324924

Предисловие научного редактора

В последние годы достигнут безусловный успех в интегрировании моделей общей циркуляции атмосферы малыми шагами по времени на срок до нескольких лет. При этом неплохо воспроизводится климат и внутригодовая изменчивость.

Тем не менее вопрос адекватности погоды, воспроизводимой этими моделями, реальной погоде будущих месяцев и сезонов остается открытым. И хотя сценарии будущего климата, особенно в тех случаях, когда оценивается роль антропогенных факторов, основываются на интегрировании именно таких моделей, в практической службе месячных, сезонных метеорологических прогнозов модели общей циркуляции как оперативные не используются. Объясняется это тем, что получаемые прогностические поля еще далеки от желаемых. Последнее связано с рядом причин, но прежде всего с тем, что в процессе интегрирования уравнений динамики малыми шагами по времени приходится сталкиваться, по крайней мере, с двумя непреодолимыми трудностями.

Первая из них это появление так называемой нелинейной неустойчивости, в принципе присущей системам нелинейных уравнений и приводящей, в частности, к тому, что ошибки начальных данных со временем возрастают по экспоненте и уже через 1—2 недели существенно искажают картину. В результате возникает проблема предсказуемости и предела предсказуемости атмосферных процессов в терминах погоды.

Предел предсказуемости погоды оказывается ограниченным. Теоретически он не превышает, по-видимому, 2—3 недель, а практически достигнутый предел — не более 1—1,5 недели. В связи с этим за пределами предсказуемости надежный прогноз погоды вряд ли возможен.

Вторая трудность связана с тем, что с увеличением заблаговременности прогноза уменьшается роль начальных данных, но одновременно возрастает роль неадиабатических притоков тепла, расчет которых может быть осуществлен лишь приближенно. При интегрировании модели шагами по времени притоки тепла на каждом новом шаге вычисляются на основе величин, генерируемых этой же моделью, и не могут поэтому не содержать ошибок. Модель их будет воспринимать точно так же, как ею воспринимаются и ошибки начальных данных. Поэтому даже в случае полноты начальных данных и отсутствия в них ошибок проблема предсказуемости не снимается.

В предлагаемой читателю книге известного специалиста в области гидродинамических прогнозов погоды профессора Ш. А. Музаеляна на современном уровне и, пожалуй, впервые с такой полнотой излагается проблема предсказуемости. В книге далее развивается новый и принципиально иной подход к решению задачи долгосрочного прогноза, позволяющий обойти указанные выше трудности.

Суть нового подхода в том, чтобы каким-то независимым способом хотя бы приближенно спрогнозировать основные неадиабатические притоки тепла, а затем решать задачу на установление, т. е. задачу приспособления атмосферы к заданным притокам тепла. В этом случае на заключительном этапе задача долгосрочного прогноза формируется не как начально-краевая, а как краевая задача, предусматривающая решение диагностических уравнений. Тогда сильно упрощаются требования к численной реализации модели, требования к некоторым видам начальных данных и резко снижаются требования к возможностям вычислительной техники. Проблема предсказуемости в такой постановке не возникает так остро, как при интегрировании уравнений шагами по времени.

Предложенный автором один из возможных методов прогноза неадиабатических притоков тепла, по-видимому, не единственный и не во всем пока совершенен, что признает и сам автор. Тем не менее он правильно акцентирует внимание на необходимости учета в первую очередь главных неадиабатических факторов, связанных с тепловой инерцией океана и облачностью.

Автор иллюстрирует принципиальную возможность прогноза неадиабатических притоков тепла, и, безусловно, эти методы должны совершенствоваться. Главным в книге все же является развитаемый автором принципиально иной подход к самой постановке и решению задачи долгосрочного метеорологического прогноза методами гидродинамики.

Книга наводит на серьезные размышления и это важно прежде всего. Она, безусловно, найдет и заинтересованного читателя и последователей.

Профессор Е. П. Борисенков

Предисловие

Обычно под термином «долгосрочный прогноз погоды» подразумевается прогноз на месяц и сезон с различной заблаговременностью. Однако этот термин в его классическом смысле неточный. Обычно речь идет о долгосрочном прогнозе двух-трех метеорологических элементов, а не о погоде в целом в строгом смысле этого понятия. Чаще всего это прогноз барического и температурного полей, а также распределения количества осадков. Как правило, речь идет о прогнозе не самой температуры или самих осадков, а о прогнозе аномалий этих метеорологических элементов. Таким образом, под упомянутым выше термином подразумевается долгосрочный прогноз крупномасштабных аномалий полей некоторых метеорологических элементов. Под словом «аномалия» понимается отклонение значения метеорологического элемента от некоторого его многолетнего значения, которое принимается за климатическую норму.

Из сказанного следует, что при долгосрочном прогнозе погоды на самом деле речь идет о прогнозе полей аномалий метеорологических элементов или, что одно и то же, о прогнозе колебаний климатических полей метеорологических элементов, или о прогнозе колебаний климата с временными масштабами 1—3 месяца и различной заблаговременностью.

Следует отметить, что вопрос о точности термина «долгосрочный прогноз погоды» не нов и не раз обсуждался в научной литературе. Так, Е. П. Борисенков и его коллеги в своих публикациях неоднократно высказывались о необходимости заменить упомянутый термин более правильным [12—14]. В частности, они предлагают употреблять термин «прогноз погоды» только для краткосрочных и среднесрочных прогнозов, сверхдолгосрочные и долгосрочные прогнозы в смысловом и терминологическом отношении называть не прогнозами погоды, а сверхдолгосрочными (долгосрочными) метеорологическими прогнозами. Это следует сделать в интересах потребителя и самих прогнозистов, которые не в состоянии давать прогноз погоды (в прямом смысле понятия) большой заблаговременности.

В последние годы в научной литературе и официальных документах часто встречается термин «короткопериодные колебания климата», под которым понимается формирование аномалии метеорологических элементов с очень широким диапазоном временных масштабов — от нескольких недель до нескольких десятилетий. Если принять этот термин, то, очевидно, он охватит также понятие долгосрочного прогноза крупномасштабных аномалий метеорологических полей на месяц и сезон с различной заблаговременностью.

Отметим, что нередко вместо слов «долгосрочный прогноз погоды на месяц и сезон» употребляется термин «краткосрочный (месячный и сезонный) прогноз климата».

Несмотря на все сказанное, в названии книги все же используется термин «долгосрочный прогноз погоды», так как этот тер-

мин является пока наиболее распространенным и общепринятым в научной литературе, а также в практической работе специалистов. В тексте книги в подавляющем большинстве случаев используется термин «долгосрочный прогноз аномалий метеорологических полей» (или аномалии того или иного метеорологического элемента) и лишь очень редко для удобства изложения, а также для краткости употребляется термин «долгосрочный прогноз погоды». Полагая, что данная книга не является подходящим местом для широкого обсуждения вопросов, касающихся научной терминологии, считаем достаточным ограничиться приведенными выше замечаниями.

Как известно, проблема прогноза погоды связана с рядом трудностей, носящих нередко принципиальный характер. Так, при гидродинамическом прогнозе погоды с помощью существующих моделей общей циркуляции атмосферы главная трудность связана прежде всего с проблемой детерминистской предсказуемости состояния атмосферы, из-за которой предел предсказуемости является резко ограниченным и, по мнению большинства специалистов, составляет примерно одну-две недели.

Когда же речь идет о долгосрочном прогнозе погоды, особую важность приобретают вопросы, касающиеся вкладов начальных данных и внешних по отношению к атмосфере источников энергии в формирование и эволюцию крупномасштабных атмосферных процессов в течение длительных промежутков времени.

В начале 1980 г. в Женеве (Швейцария) Всемирной метеорологической организацией было проведено неофициальное совещание экспертов ВМО по долгосрочному прогнозу погоды. Совещание отметило, в частности, что с помощью существующих моделей общей циркуляции получен ряд интересных и важных результатов. Вместе с тем было указано также на то, что по проблеме гидродинамического долгосрочного прогноза погоды пока еще не получено существенных и практически значимых результатов, однако настало время, когда наряду с развитием работ на базе существующих моделей общей циркуляции необходимо формулировать новую стратегию и развивать новые направления исследований по проблеме гидродинамического долгосрочного прогноза погоды [132]. То же самое показала работа Исследовательской конференции ВМО/МСНС по физическим основам предсказания климата с временными масштабами сезон, год и десятилетие, которая проходила в Ленинграде с 13 по 17 сентября 1982 г.

Данная книга является логическим продолжением ранее опубликованной книги автора «О природе некоторых сверхдлительных атмосферных процессов» [46], в которой были рассмотрены вопросы, касающиеся связей между аномалиями облачного покрова океана и температурного поля атмосферы, а также приложения полученных результатов к статистическому долгосрочному прогнозу погоды и чисто теоретически к динамико-статистическому прогнозу на долгие сроки аномалий неадиабатических притоков тепла.

Главная цель данного исследования — сформулировать проблему долгосрочного прогноза метеорологических полей так, чтобы не возникала проблема предсказуемости атмосферы в ее классической трактовке.

Первые четыре главы книги являются вспомогательными: в них изложены следующие вопросы: 1) состояние проблемы гидродинамического долгосрочного прогноза погоды; 2) оценка вкладов начальных данных и неадиабатических притоков тепла в формировании крупномасштабных прогностических полей; 3) некоторые сведения по проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы; 4) некоторые новые факты, подтверждающие существование асинхронных связей между летними аномалиями облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на Европейской территории СССР.

Основными в книге являются главы 5—7. В них соответственно излагаются следующие вопросы:

1) динамико-статистический долгосрочный прогноз аномалий неадиабатических притоков тепла, основанный на использовании асинхронных связей между отклонениями от нормы летнего облачного покрова океана и зимнего температурного поля атмосферы на континенте;

2) приложение спрогнозированных притоков тепла к задаче предвычисления полей аномалии температуры воздуха на долгие сроки с использованием климатических значений горизонтальных составляющих скорости (основная и сопряженная задачи);

3) новая постановка проблемы долгосрочного прогноза полей функций тока на разных уровнях на основе интегрирования диагностического уравнения динамики атмосферы с использованием заранее предвычисленных неадиабатических притоков тепла. При этом проблема предсказуемости атмосферы в ее классической трактовке не возникает.

Все три рассмотренных вопроса и полученные здесь результаты, по мнению автора, следует рассматривать как первый этап. Тем не менее следует отметить, что численные эксперименты, выполненные на базе архива исторических данных ограниченного объема, результаты которых частично изложены в главах 5—7, дали обнадеживающие результаты.

Вопросы, рассматриваемые в данной книге, обсуждались с докторами физ.-мат. наук Е. П. Борисенковым, В. П. Садоковым, д-ром геогр. наук М. А. Петросянцем, чл.-кор. АН УзССР А. Н. Филатовым и канд. физ.-мат. наук Д. Б. Штейнбоком. Кроме того, при выполнении численных экспериментов, результаты которых приведены в главах 5 и 6, неоценимую помощь оказали Д. Б. Штейнбок и А. Д. Тавадян.

Параграфы 6.1 и 6.3 написаны совместно с Д. Б. Штейнбоком и А. Д. Тавадяном, а параграф 7.3 — совместно с Д. Б. Штейнбоком и А. Г. Михайлу.

Всем перечисленным лицам автор выражает свою глубокую признательность.

Состояние и некоторые перспективы проблемы гидродинамического долгосрочного прогноза погоды (кратко)

По-видимому, Бьеркнес первым в начале нашего столетия (1904) сформулировал проблему прогноза метеорологических полей как начально-краевую задачу математической физики [17]. Через несколько лет он указал, какие при этом следует рассматривать дифференциальные уравнения [72, 73].

Как известно, первая попытка использования системы уравнений гидродинамики в прогностических целях была предпринята в 1922 г. Ричардсоном [117]. Однако эта попытка оказалась неудачной главным образом по следующим причинам: во-первых, в те годы еще не было систематических ежедневных аэрологических наблюдений; во-вторых, рекомендованный Ричардсоном метод обработки данных наблюдений был нереалистичным; в-третьих, не существовало эффективных методов и вычислительных средств для решения используемой им системы дифференциальных уравнений гидротермодинамики, которая к тому же не была надлежащим образом упрощена применительно к крупномасштабным атмосферным процессам.

В самом начале 40-х годов И. А. Кибель на базе некоторых фундаментальных свойств реальной атмосферы надлежащим образом упростил уравнения гидродинамики и на этой основе создал первую гидродинамическую модель краткосрочного прогноза метеорологических полей, которая впоследствии, после ряда усовершенствований, была внедрена в оперативную практику прогнозирования погоды [25, 26]. В дальнейшем численные гидродинамические методы краткосрочных прогнозов погоды были разработаны в ряде стран и получили значительное развитие и практическое применение в связи с существенным расширением информационной базы (главным образом аэрологической информации), появлением мощных быстродействующих вычислительных средств — электронно-вычислительных машин — и развитием методов вычислительной математики.

Таким образом, если 1940 г. считать началом создания первого практически значимого гидродинамического метода краткосрочного прогноза погоды, то на существенное развитие исследований этого направления и их внедрение в оперативную практику прогнозирования, по крайней мере в экспериментальном порядке, потребовалось 15—20 лет.

Как известно, в настоящее время численные краткосрочные прогнозы некоторых метеорологических полей составляют основу практического оперативного прогнозирования погоды на 3—5 сут во всех странах с развитой техникой и экономикой. Они же явились основой развития среднесрочных методов прогноза погоды (до 7—10 сут).

Иначе обстоит дело с исследованиями в области гидродинамических методов долгосрочного прогноза погоды. Ряд теоретических работ, выполненных в 30-е годы, имел важное значение для дальнейшего развития исследований по динамике атмосферных процессов планетарного масштаба. Это прежде всего работы Кочина, Россби и Гаурвица.

Так, в 1933 г. Н. Е. Кочин использовал уравнения гидродинамики сжимаемой вязкой жидкости в сферических координатах для построения модели зональной стационарной циркуляции атмосферы [27]. Эту систему в 1936 г. он написал в полном виде для случая общей циркуляции атмосферы [28] и в том же году — для модели зональной циркуляции атмосферы [29].

В 1939 г. Россби опубликовал свою работу, где исследовалась связь между колебаниями интенсивности зональной циркуляции и смещениями квазистационарных центров действия атмосферы [119].

В 1940 г. вышла в свет работа Гаурвица об атмосферных возмущениях на сферической Земле [84].

Результаты, полученные в работах [27—29, 84 и 119], в той или иной форме были использованы во многих исследованиях по динамике атмосферных процессов планетарного масштаба и особенно в моделях со сферической геометрией. Перечисленные работы, а также ряд других, не упомянутых здесь, послужили основой не только для дальнейшего развития теоретических исследований по динамике крупномасштабных атмосферных процессов, но и создали условия для постановки задачи о гидродинамическом долгосрочном прогнозе метеорологических полей.

По-видимому, в настоящее время в исследованиях по гидродинамическим долгосрочным прогнозам погоды можно выделить три главных направления.

Первое направление берет начало с 1943 г., когда вышла в свет работа Е. Н. Блиновой по гидродинамической теории долгосрочного прогноза функций тока, давления и температуры на среднем уровне атмосферы [4], где были использованы идеи Гаурвица. В этой работе Блиновой были теоретическим путем получены исландский и алеутский минимумы, азорский, тихоокеанский, сибирский и канадский максимумы, а также построены прогностические формулы для незональных нестационарных частей давления, функций тока и температуры. В последующие годы на базе цитированной работы был проведен ряд численных экспериментов по предвычислению полей высот изобарической поверхности 500 гПа сначала на несколько дней, а после ряда усовершенствований и на несколько недель.

В развитие своих идей Блинова в 1951 г. опубликовала работу по долгосрочному прогнозу аномалий температуры воздуха на уровне моря [5]. В этом исследовании в уравнении притока тепла были учтены члены, описывающие макротурбулентный обмен по горизонтали и по вертикали.

В качестве нижнего краевого условия было использовано условие баланса потоков тепла на поверхности Земли. Таким образом в рассматриваемой модели был учтен ряд теплофизических характеристик подстилающей поверхности. В дальнейшем эта модель была существенно усовершенствована посредством более полного учета ряда неадиабатических факторов. По указанной модели в течение ряда лет систематически в оперативном порядке предвычисляются карты среднемесячных аномалий приземной температуры воздуха и высот изобарической поверхности 500 гПа, которые используются в отделе месячных прогнозов погоды Гидрометцентра СССР при составлении официальных долгосрочных прогнозов аномалий температуры воздуха. Начиная с 1957 г. указанные прогнозы рассчитываются на ЭВМ в Гидрометцентре [45 и др.].

В течение последних 15—20 лет Блинова и ее ученики и последователи большое внимание уделяли учету бароклинности и решению нелинейных задач по динамике крупномасштабных атмосферных процессов [6—11, 16, 18, 20, 41, 45, 75, 76 и др.].

Из числа исследований по проблеме долгосрочного прогноза погоды наиболее близко примыкают к рассмотренному направлению работы Адема [70 и др.].

Второе направление исследований берет свое начало в 1956 г., когда вышла в свет известная работа Филлипса [116], вместе с появлением которой возродились усиленные разработки численных моделей общей циркуляции атмосферы, начатые Кочиным еще в середине 30-х годов [27—29]. После появления цитированной работы Филлипса в США, СССР и некоторых других странах был разработан ряд моделей общей циркуляции атмосферы (иногда совместно с океаном), нередко глобальных и очень сложных, с параметризацией основных физических процессов.

В результате экспериментов, выполненных на базе этих моделей с использованием как обычных метеорологических и океанографических данных, так и с привлечением данных специально организованных крупных натуральных экспериментов, получен ряд результатов, имеющих очень важное значение для понимания физических и других механизмов, управляющих крупномасштабными долгопериодными атмосферными процессами. Это относится, в частности, к проблемам предсказуемости атмосферы и усвоения данных наблюдений, параметризации основных физических процессов и др.

Особенно следует отметить крупный успех, достигнутый в области разработки численных методов краткосрочных прогнозов погоды и наметившийся прогресс в деле разработки моделей, направленных на среднесрочные прогнозы.

Все сказанное говорит о важности результатов, полученных к настоящему времени с помощью существующих моделей общей циркуляции атмосферы, которые трудно переоценить. Вместе с тем с сожалением приходится констатировать, что с помощью этих моделей до сих пор не удалось получить существенных и практически значимых результатов по долгосрочному прогнозу метеорологических полей.

Одновременно с выходом в свет известной работы Г. И. Марчука [36] (1974) зародилось новое направление исследований по гидродинамической теории долгосрочного прогноза метеорологических полей. В этой работе предложена новая теория долгосрочного прогноза погоды, основанная на интегрировании сопряженных уравнений гидротермодинамики с учетом процессов взаимодействия атмосферы и океана, особенно в его энергоактивных зонах. Хотя эта теория еще очень молода, она уже сейчас имеет большое количество приверженцев и к настоящему времени получен ряд важных научных и некоторых практических результатов в этом направлении [37—40, 50, 51, 61, 62, 89 и др.].

В своей теории Марчук исходит из того, что для решения проблемы сезонного прогноза погоды необходимо создать такой математический аппарат, который позволил бы на основе решения задач динамики атмосферы и океана, использования априорной информации о климатическом режиме атмосферы и океана, а также фактической информации об отклонениях от нормы наиболее существенных входных данных модели, таких как распределение облачности, поле излучения, ледяной и снежный покров и т. д., дать прогноз аномалий температуры в заданных районах земного шара. Особое внимание в теории Марчука уделяется процессу взаимодействия в системе океан—атмосфера.

Численные эксперименты, выполненные по одному из упрощенных вариантов модели Марчука, позволили сделать ряд важных выводов [106, 107]. Анализ результатов этих численных экспериментов показал, в частности, что в процессах формирования крупных аномалий погоды ответственны в первую очередь энергоактивные зоны Мирового океана. Таким образом, возникла необходимость изучения энергетики океана и процессов взаимодействия в системе океан—атмосфера именно в этих областях. Именно в результате этих исследований возникла программа «Разрезы». В течение нескольких лет программа неоднократно рассматривалась как в СССР, так и на различных международных совещаниях и еще на ранней стадии этих обсуждений была признана ее научная обоснованность и целесообразность реализации.

Направление исследований по теории и практике долгосрочного прогнозирования погоды на основе вышеупомянутых идей и разработок Марчука в настоящее время развивается в ряде научно-исследовательских институтов СССР (см., например, [50, 51, 61, 62, 64, 67, 68, 89 и др.]). В гл. 6 мы еще вернемся к этому вопросу.

В настоящее время исследования по разработке методов гидродинамических долгосрочных прогнозов погоды проводятся во многих странах и уже получены некоторые впечатляющие теоретические результаты. Однако, как известно, сколь-либо надежного численного метода для практического предвычисления метеорологических полей на долгие сроки еще нигде не существует. Экспериментальные долгосрочные прогнозы, предвычисляемые с помощью существующих численных моделей, пока, как правило, по качеству уступают синоптическим и статистическим прогнозам, которые сами в свою очередь далеко не полностью удовлетворяют нуждам народного хозяйства.

Таким образом, если 1943 г. считать началом исследований по созданию гидродинамических методов долгосрочных прогнозов метеорологических полей, то за прошедшие 40 лет в этой области в отличие от краткосрочных прогнозов погоды, не достигнут сколь-либо существенный практический результат.

Ниже речь будет идти о проблеме долгосрочного прогноза метеорологических полей, базирующейся на интегрировании основных уравнений гидротермодинамики. К сопряженной задаче мы обратимся лишь в главе шестой при изложении результатов выполненных численных экспериментов по предвычислению полей метеорологических элементов на долгие сроки.

В течение последних 10 лет в Гидрометцентре СССР была сформулирована некоторая феноменологическая трактовка процессов взаимодействия океана и атмосферы, основанная на предположении о том, что главным регулирующим фактором притока лучистой энергии Солнца к поверхности Земли является ее облачный покров. В результате этих исследований было показано, что между аномалиями общего количества облаков над Северной Атлантикой в теплую половину года и отклонениями от нормы приземной температуры воздуха над Европейской территорией СССР в последующее холодное полугодие существует тесная отрицательная асинхронная связь со значительными сдвигами по времени [46, 47]. На базе этих связей был разработан физико-статистический метод долгосрочного прогноза осредненных по времени аномалий приземной температуры воздуха с большой заблаговременностью, который показал обнадеживающие результаты (см., например, табл. 4.1). Кроме того, на основе упомянутых связей был сформулирован некоторый динамико-статистический подход к проблеме параметризации тепловой памяти океана [46, 47]. Конечно, здесь имеется в виду лишь грубое приближение. Эти исследования привели к разработке динамико-статистического метода долгосрочного прогноза основных крупномасштабных особенностей распределения аномалий неадиабатических притоков тепла. (Совершенно ясно, что здесь также речь идет лишь о грубом приближении.) Тем самым был намечен путь использования упомянутых выше асинхронных связей в целях долгосрочного прогноза метеорологических полей методами гидродинамики.

Предвычисленные поля аномалий неадиабатических притоков тепла сначала были оценены посредством их сравнения с соответствующими диагностическими полями. Кроме того, на их основе был выполнен ряд численных экспериментов по долгосрочному прогнозу средней двухмесячной аномалии средней температуры воздуха нижнего 5-километрового слоя атмосферы. При этом были использованы климатические значения горизонтальных составляющих скорости. Указанные поля аномалий неадиабатических притоков тепла были использованы также для предвычисления на долгий срок поля аномалий геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа. Сравнение с соответствующими фактическими данными показало, что предвычисленные поля в общем являются реалистичными.

В данном исследовании вовсе не ставится цель разработать законченный, готовый для оперативного использования метод долгосрочного прогноза погоды или соответствующий алгоритм его реализации. Это дело будущего. В частности, предлагаемую в гл. 6 модель, строго говоря, нельзя считать прогностической в собственном смысле этого слова, так как в ней в качестве паллиативной меры используются климатические значения горизонтальных составляющих скорости, в то время как они также должны предвычисляться. Другое дело, что даже в этой предварительной форме модель как будто генерирует полезную прогностическую информацию. И если это подтвердится в ходе выполнения дальнейших численных экспериментов, то встанет вопрос об оценке практической значимости указанной прогностической модели.

Если оставаться в рамках классической постановки проблемы прогноза погоды как начально-краевой задачи, базирующейся на интегрировании основных уравнений гидротермодинамики, то в настоящее время имеется ряд серьезных трудностей на пути создания надежного метода численных долгосрочных прогнозов погоды. По-видимому, из них можно выделить следующие две, которые представляются главными.

1. Проблема предсказуемости атмосферы, в классической трактовке которой предел дальности предсказуемости атмосферы резко ограничивается 1—2 неделями (по некоторым ранним оценкам, 2—3 неделями). Это обусловлено фундаментальными свойствами и характером уравнений гидротермодинамики, являющимися математическим выражением основных законов физики атмосферы. Если это так, то, оставаясь в рамках классической постановки проблемы прогноза погоды, продление предела предсказуемости за указанные выше пределы принципиально невозможно. Это главная трудность.

2. Проблема расчета неадиабатических притоков тепла, которые при классической постановке задачи о прогнозе метеорологических полей так же, как и горизонтальная адвекция, многократно вычисляются в процессе интегрирования с помощью генерируемых моделью величин. Как показано в гл. 3, этот фактор

является очень существенным, когда речь идет о долгосрочном прогнозе погоды.

Совершенно ясно, что пока эти трудности не будут преодолены, никакой речи не может быть о том, чтобы на базе интегрирования основных уравнений гидротермодинамики получить долгосрочный прогноз погоды.

Таким образом, назрела острая необходимость в формулировке новой стратегии для приближенного решения проблемы долгосрочных прогнозов погоды на базе ее новой постановки в рамках основных уравнений гидротермодинамики. Представляется, что один из возможных путей выхода из создавшегося положения заключается в следующем.

Долгосрочный прогноз погоды на заданный срок с определенной заблаговременностью может быть построен на базе долгосрочного же прогноза аномалий неадиабатических притоков тепла на тот же срок, с той же (или большей) заблаговременностью. Иными словами, прежде чем приступить к предвычислению поля аномалии метеорологического элемента на долгие сроки, необходимо уметь предвычислять распределение аномалий основных неадиабатических притоков тепла на те же сроки. Если этого удастся достигнуть хотя бы в грубом приближении, то проблему долгосрочного прогноза полей аномалии метеорологических элементов можно рассматривать не как начально-краевую задачу, а как задачу краевую, основанную на интегрировании диагностических уравнений динамики атмосферы, в правую часть которых входят заранее предвычисленные неадиабатические притоки тепла.

Эта проблема рассматривается в последней главе, где приводится также решение линеаризованного варианта задачи и дан пример долгосрочного прогноза поля геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа.

Таким образом, проблема предвычисления поля функции тока сводится к решению одного из диагностических уравнений динамики атмосферы по заданному распределению неадиабатических притоков тепла. При решении этого уравнения ставятся только граничные условия и нет никакой надобности задавать начальное условие, т. е. исключается сама возможность роста ошибок, неизбежно содержащихся в начальных данных, в процессе интегрирования модели. Для каждого конкретного случая задача решается лишь один раз (а не посредством многократного интегрирования шагами по времени, в процессе которого происходит рост ошибок, возникающих при расчете неадиабатических факторов и горизонтальной адвекции с помощью генерируемых моделью величин).

Представляется, что описанным образом можно преодолеть указанные выше две главные трудности, предопределяющие существование резко ограниченных пределов детерминистской предсказуемости состояния атмосферы. Автор надеется, что если это удастся сделать даже в грубом приближении, то тем самым, воз-

можно, будет найден новый, наряду с существующими, путь для приближенного решения проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей.

Глава 2

Оценка вкладов начальных данных, неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции

Как известно, при краткосрочном прогнозе погоды можно считать, что атмосфера в грубом приближении является изолированной средой, а процессы, в ней происходящие,— адиабатическими. Это означает, что задачу краткосрочного прогноза полей метеорологических элементов, опять-таки в первом приближении, можно рассматривать как классическую задачу Коши. Поэтому для краткосрочных прогнозов погоды очень важно иметь тщательно проанализированные поля начальных данных.

Когда же речь идет о долгосрочном прогнозе погоды, атмосферу категорически нельзя рассматривать как изолированную среду, а процессы, в ней происходящие,— как адиабатические. Здесь Землю и атмосферу следует рассматривать как единую энергетическую систему, для которой источником энергии является Солнце. В этой системе атмосфера является сугубо неадиабатической средой, в которой происходят сложные процессы преобразования энергии различных видов. Однако важность указанных выше факторов — начального состояния атмосферы и неадиабатических притоков тепла — для развития атмосферных процессов различных временных масштабов сугубо различна.

По-видимому, Нейман первым обратил внимание на то, что атмосферные движения качественно можно разделить на три категории в зависимости от рассматриваемых временных масштабов прогнозирования [114].

К первой категории относятся атмосферные движения, которые в основном определяются начальными условиями задачи. Для этих категорий атмосферных движений к проявляющимся в их начальных условиях тенденциям применима процедура временной экстраполяции в течение некоторого периода времени.

Ко второй категории относятся атмосферные движения такого временного масштаба прогнозирования, которые практически не зависят от начальных условий задачи. Следовательно, для таких

атмосферных движений процедура временной экстраполяции вперед на длительный промежуток времени не может быть применима к проявляющимся в начальных условиях тенденциям главным образом ввиду того, что эта категория движений просто не зависит от начального состояния. В этом случае мы находимся слишком далеко от начального момента, а следовательно, и от начального состояния атмосферы. Очевидно, для этой категории речь может идти о прогнозе лишь некоторых общих характеристик крупномасштабных особенностей рассматриваемых атмосферных движений.

Наконец, между двумя указанными экстремальными категориями имеется третья категория атмосферных движений. Однако и здесь мы еще далеки от начального момента, поэтому даже главные детали начального состояния могут не проявляться достаточно четко в предвычисленных метеорологических полях.

Таким образом, согласно современной терминологии, рассмотренные неймановские первая, вторая и третья категории атмосферных движений имеют непосредственное отношение соответственно к краткосрочному, долгосрочному и среднесрочному прогнозам погоды.

Так, в п. 2.3 в соответствии с результатами, полученными в работе [47], на основании анализа решения уравнения притока тепла предлагается некоторая классификация прогнозов. (Этот вопрос более подробно рассмотрен в п. 2.5.) Предлагаемая классификация в сочетании с временными масштабами действия прогнозов, конечно, условна. Очевидно, можно предложить и другие классификации. Однако если объединить, например, второй и третий (или третий и четвертый) классы, то получится классификация, аналогичная той, о которой пишет Нейман в цитированной выше работе.

В 1963 г. А. С. Монин на основании теории А. М. Обухова [55] сформулировал вывод о том, что время затухания синоптических процессов составляет около недели [42]. В цитированной работе и в своей книге [43] А. С. Монин обсуждает также вопросы, касающиеся роли начальных данных и вкладов притоков тепла в прогноз погоды.

В данной главе делается попытка на основании качественного анализа решения уравнения притока тепла исследовать вклады указанных выше факторов в формирование и развитие крупномасштабных атмосферных процессов с различными временными масштабами.

Естественно, в данном исследовании проблема расчета неадиабатических притоков тепла нас интересует прежде всего. Эта проблема неоднократно обсуждалась в прошлом, широко обсуждается в настоящее время и, по-видимому, будет обсуждаться еще очень долго во всех последующих работах, посвященных моделированию короткопериодных колебаний климата и разработке методов долгосрочных прогнозов крупномасштабных аномалий метеорологических полей.

2.1. Уравнение первого начала термодинамики

Во всех наших дальнейших рассмотрении широко известное уравнение первого начала термодинамики, или, как его часто называют, уравнение притока тепла, будет играть важную роль, так как в последующем чаще всего речь будет идти о температурном поле атмосферы. В данном случае это уравнение удобно взять в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{v_{\theta}}{a} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{v_{\lambda}}{a \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T = \\ = \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial T}{\partial z} + E(\theta, \lambda, z, t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь $T(\theta, \lambda, z, t)$ — температура воздуха; t — время; λ — географическая долгота; $\theta = \pi/2 - \varphi$; φ — географическая широта; z — вертикальная координата; $v_{\theta}(\theta, \lambda, z, t)$, $v_{\lambda}(\theta, \lambda, z, t)$ и $v_z(\theta, \lambda, z, t)$ — составляющие скорости по осям θ , λ и z соответственно; a — средний радиус Земли; k и v — коэффициенты макротурбулентной теплопроводности по горизонтали и вертикали соответственно; Δ — оператор Лапласа в сферических координатах

$$\Delta \equiv \frac{1}{\sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right];$$

$$E = \varepsilon(\theta, \lambda, z, t) - (\gamma_a - \gamma) v_z;$$

γ — действительный вертикальный градиент температуры; γ_a — адиабатический градиент; ε — радиационные притоки тепла.

Слагаемое

$$\frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial T}{\partial z}$$

описывает вклад турбулентных потоков тепла от подстилающей поверхности и, в частности, от океана к атмосфере и является очень важным фактором при моделировании короткопериодных колебаний климата или при разработке методов долгосрочных прогнозов крупномасштабных аномалий метеорологических полей, особенно для холодной половины года.

Величина

$$Q_0 = v \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

пропорциональна разности температур подстилающей поверхности и воздуха (рис. 2.1), т. е. описывает процесс охлаждения по закону Ньютона. Эта величина часто используется при формулировке нижнего граничного условия.

В качестве иллюстрации на рис. 2.1 представлены среднемесячные значения разности температур воды и воздуха T_{s-0} для

судов погоды I (59°00' с. ш., 19°00' з. д.), J (52°30' с. ш., 20°00' з. д.), K (45°00' с. ш., 19°00' з. д.) и M (66°00' с. ш., 2°00' в. д.) за период с января 1973 г. по июнь 1975 г. (отсутствуют данные для судов I за декабрь 1974 г., январь и февраль 1975 г.; J — за ноябрь 1974 г.; M — за апрель 1975 г.). На рис. 2.2 представлены средняя для четырех судов погоды разность темпе-

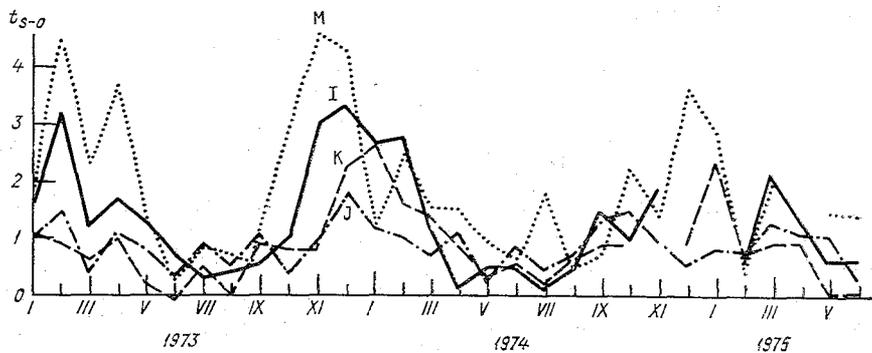


Рис. 2.1. Среднемесячные значения разности температур воды и воздуха за период с января 1973 г. по июнь 1975 г. для судов погоды I, J, K и M.

ратур воды и воздуха T_{s-a} (кривая *a*) и скользящее среднее по трем месяцам (кривая *б*). Известно, что T_{s-a} представляет собой величину, пропорциональную турбулентному потоку тепла от океана к атмосфере. На указанных выше рисунках четко виден сезонный ход теплоотдачи от океана к атмосфере. Естественно,

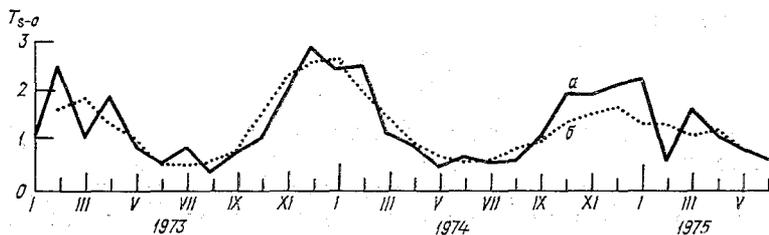


Рис. 2.2.

a — средняя для четырех судов погоды разность температур воды и воздуха, по данным рис. 2.1; *б* — скользящие по трем месяцам средние значения разности температур воды и воздуха, по данным кривой *a*.

в среднем эта теплоотдача достигает наибольших значений в холодное полугодие.

Нередко при параметризации потоков тепла от океана в атмосферу предполагается, что температура морской воды во всем деятельном слое океана постоянна и равна ее температуре на поверхности моря (ТВП). Безусловно, ТВП является очень важной термодинамической характеристикой состояния океана. Однако

можно привести много примеров, когда ТВП не характеризует теплосодержание деятельного слоя океана. Приведем следующие три примера.

1. В областях апвеллинга ТВП вообще не может характеризовать теплосодержание деятельного слоя океана, так как в этих случаях под поверхностными слоями холодной, но менее соленой воды всегда лежат слои более теплой, но и более соленой воды. Очевидно, такие слои могут обладать значительным теплосодержанием. Пример апвеллинга для прибрежного района Северо-Западной Африки приведен на рис. 2.3.¹

2. Океанологам хорошо известно, что иногда огромные океанические акватории, составляющие по площади, например, для северной части Тихого океана примерно $\frac{1}{3}$ его поверхности, заняты холодной водой. Эти так называемые «холодные бассейны», которые могут сохраняться в течение месяца, сезона и даже более, медленно мигрируют по течению. Данные наблюдений

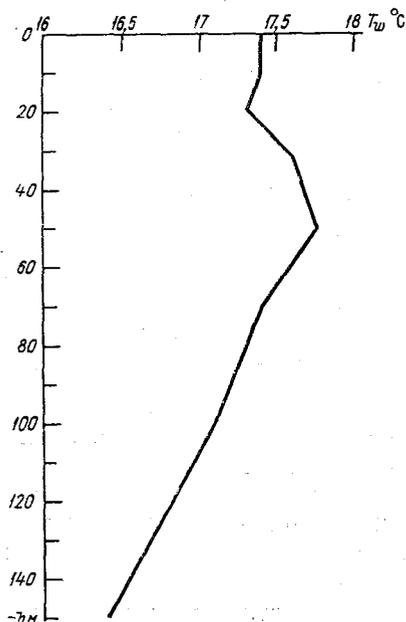


Рис. 2.3. Пример апвеллинга. НИС «Звезда», 21 февраля, 31 марта 1966 г. Мыс Кап-Блан, Северо-западная Африка. Станция № 299, координаты 20° с. ш., 21° з. д.

показывают, что под холодными слоями воды обычно залегают более теплые водные массы.

3. Натурные эксперименты, проведенные по программе NORPAX в акватории северной части Тихого океана, позволили открыть ряд интересных с точки зрения научной и важных с прикладной точки зрения явлений и процессов, имеющих первостепенное значение для изучения процесса взаимодействия в системе океан—атмосфера. В частности, в северных и экваториальных областях Тихого океана обнаружены крупные «линзы» воды, температура которых примерно на 1—1,5°С отличается от температуры окружающих их водных масс. Толщина этих образований доходит до 300 м, а горизонтальная протяженность — до 1500 км. Такие линзы могут существовать до 2,5 лет. Очевидно, что в областях океана, содержащих линзы, не может быть и речи о постоянном значении температуры воды по высоте.

¹ Этот пример любезно представил автору А. Д. Киричек.

Из вышеизложенного следует, что хотя вычисленное по температуре воды на поверхности теплосодержание деятельного слоя океана может быть использовано в различных качественных исследованиях, однако в ряде случаев такие данные могут привести к существенным ошибкам при проведении количественных расчетов.

2.2. Линеаризация уравнения притока тепла. Оценка вкладов начальных данных и постоянных во времени притоков тепла

Для линеаризации уравнения (2.1) применим метод малых возмущений, предполагая, что

$$\left. \begin{aligned} T(\theta, \lambda, z, t) &= \bar{T}(\theta, z) + T'(\theta, \lambda, z) + T''(\theta, \lambda, z, t), \\ E(\theta, \lambda, z, t) &= \bar{E}(\theta, z) + E'(\theta, \lambda, z) + E''(\theta, \lambda, z, t), \\ v_{\theta}(\theta, \lambda, z, t) &= v'_{\theta}(\theta, \lambda, z) + v''_{\theta}(\theta, \lambda, z, t), \\ v_{\lambda}(\theta, \lambda, z, t) &= \bar{v}_{\lambda}(\theta, z) + v'_{\lambda}(\theta, \lambda, z) + v''_{\lambda}(\theta, \lambda, z, t), \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

где \bar{T} , \bar{E} , \bar{v}_{λ} — зональные стационарные климатические части; T' , E' , v'_{θ} , v'_{λ} — незональные стационарные климатические части; T'' , E'' , v''_{θ} , v''_{λ} — суть незональные нестационарные отклонения рассматриваемых метеорологических характеристик от их климатических значений.

С помощью (2.1) и (2.2) методом малых возмущений легко получить следующее линейное уравнение для незональных нестационарных частей температуры:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T''}{\partial t} + \frac{\bar{v}_{\lambda}}{a \sin \theta} \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' - \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial T''}{\partial z} = \\ = - \frac{v''_{\theta}}{a} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + E''. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Принимая во внимание, что в соответствии с [4, 84]

$$\bar{v}_{\lambda}(\theta, z) = \alpha(z) a \sin \theta,$$

перепишем последнее уравнение в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial T''}{\partial t} + \alpha(z) \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' - \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial T''}{\partial z} = \\ = E''(\theta, \lambda, z, t) + \Phi''(\theta, \lambda, z, t), \end{aligned} \quad (2.4)$$

где

$$\Phi''(\theta, \lambda, z, t) = - \frac{v''_{\theta}}{a} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta}.$$

Одной из наших главных целей является оценка вклада фактора теплового воздействия океана на атмосферу в процессах формирования крупномасштабных аномалий температурного поля атмосферы для холодного полугодия. Очевидно, это тепловое воздействие не может распространяться по высоте бесконечно далеко. Поэтому естественно предположить, что тепловое воздействие океана на атмосферу имеет существенное значение лишь до некоторой высоты h , выше которой вкладом этого фактора можно пренебречь.

Таким образом, пусть

$$v \frac{\partial T''}{\partial z} = \begin{cases} 0, & \text{при } z = h, \\ Q_0(\theta, \lambda, t) = v \frac{\partial T''}{\partial z} \Big|_{z=0}. \end{cases} \quad (2.5)$$

Теперь для простоты изложения предположим, что $\alpha(z)$ является линейной функцией от z , т. е. пусть $\alpha(z) = \alpha_0 z$. Тогда, проинтегрировав все члены уравнения (2.4) по высоте от $z = 0$ до $z = h$ и принимая во внимание равенства (2.5), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}''}{\partial t} + \bar{\alpha} \frac{\partial \tilde{T}''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta \tilde{T}'' = -v \frac{\partial T''}{\partial z} \Big|_{z=0} + \\ + \tilde{E}''(\theta, \lambda, t) + \tilde{\Phi}''(\theta, \lambda, t), \end{aligned} \quad (2.6)$$

где

$$\tilde{\varphi} = \frac{1}{h} \int_0^h \varphi dz, \quad \varphi = \begin{bmatrix} T'' \\ E'' \\ \Phi'' \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha_0 h}{2}.$$

Введем для удобства обозначения

$$\tilde{F}''(\theta, \lambda, t) = -v \frac{\partial T''}{\partial z} \Big|_{z=0} + \tilde{E}''(\theta, \lambda, t) \quad (2.7)$$

и, отбросив для простоты значок « \sim » (тильда), перепишем уравнение (2.6) следующим образом:

$$\frac{\partial T''}{\partial t} + \bar{\alpha} \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' = F''(\theta, \lambda, t) + \Phi''(\theta, \lambda, t). \quad (2.8)$$

Очевидно, функция $F''(\theta, \lambda, t)$, определенная с помощью равенства (2.7), интегрально описывает все указанные выше потоки тепла, в которых применительно к холодному полугодью и для умеренных широт преобладающим, по-видимому, все же является компонент

$$-v \frac{\partial T''}{\partial z} \Big|_{z=0}.$$

Рассмотрим теперь следующую задачу. Пусть требуется построить решение уравнения (2.8), периодическое по λ , ограничен-

ное на полюсе, симметричное относительно экватора и удовлетворяющее следующему начальному условию:

$$T''(\theta, \lambda, t)|_{t=0} = T_0''(\theta, \lambda). \quad (2.9)$$

Для этого представим в виде рядов по сферическим функциям как заданные, так и искомую функции:

$$F''(\theta, \lambda, t) = \operatorname{Re} \sum_n \sum_m \bar{F}_n^m(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta),$$

$$\Phi''(\theta, \lambda, t) = \operatorname{Re} \sum_n \sum_m \bar{\Phi}_n^m(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta),$$

$$T_0''(\theta, \lambda) = \operatorname{Re} \sum_n \sum_m \bar{T}_{0n}^m e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta),$$

$$T''(\theta, \lambda, t) = \operatorname{Re} \sum_n \sum_m \bar{T}_n^m(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta),$$

где

$$\bar{F}_n^m(t) = F_n^m(t) + iF_n^{\prime m}(t),$$

$$\bar{\Phi}_n^m(t) = \Phi_n^m(t) + i\Phi_n^{\prime m}(t),$$

$$\bar{T}_{0n}^m = T_{0n}^m + iT_{0n}^{\prime m},$$

$$\bar{T}_n^m(t) = T_n^m(t) + T_n^{\prime m}(t).$$

Очевидно, что спектральная проблема, соответствующая уравнениям (2.8)–(2.9), формулируется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{T}_n^m}{dt} - \beta_n^m \bar{T}_n^m &= \bar{F}_n^m(t) + \bar{\Phi}_n^m(t), \\ T_n^m(t)|_{t=0} &= T_{0n}^m, \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta_n^m &= -\rho_n + i\bar{\alpha}m, \\ \rho_n &= \frac{k}{a^2} n(n+1). \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Из предпоследней формулы видно, что решение задачи (2.10) имеет волновой характер, при этом амплитуды волн существенным образом зависят от коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена k . Между тем этот параметр может колебаться в довольно широких пределах и нередко берется такое его значение, которое при прочих равных обстоятельствах приводит к наиболее разумным результатам. В п. 2.3 мы еще вернемся к этому вопросу.

Приближенное решение задачи (2.10) можно записать в виде

$$\bar{T}_n^m(t) = -\frac{\widetilde{F}_n^m + \widetilde{\Phi}_n^m}{\beta_n^m} (1 - e^{\beta_n^m t}) + \bar{T}_{0n}^m e^{\beta_n^m t}, \quad (2.12)$$

где \widetilde{F}_n^m и $\widetilde{\Phi}_n^m$ суть осредненные по рассматриваемому интервалу времени значения функций F_n^m и Φ_n^m , или, отделяя действительную и мнимую части,

$$\left. \begin{aligned} T_n^m(t) &= \frac{1}{\rho_n^2 + \alpha^2 m^2} \left[R_{1n}^m (1 - e^{-\rho_n t} \cos amt) + R_{2n}^m e^{-\rho_n t} \sin amt \right] + \\ &\quad + e^{-\rho_n t} (T_{0n}^m \cos amt - T'_{0n}{}^m \sin amt), \\ T_n^{\prime m}(t) &= \frac{1}{\rho_n^2 + \alpha^2 m^2} \left[R_{2n}^m (1 - e^{-\rho_n t} \cos amt) - R_{1n}^m e^{-\rho_n t} \sin amt \right] + \\ &\quad + e^{-\rho_n t} (T'_{0n}{}^m \sin amt + T_{0n}^m \cos amt), \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

где

$$R_{1n}^m = \rho_n Q_{1n}^m - \alpha m Q_{2n}^m, \quad R_{2n}^m = \alpha m Q_{1n}^m + \rho_n Q_{2n}^m,$$

$$Q_{1n}^m = \widetilde{F}_n^m + \widetilde{\Phi}_n^m, \quad Q_{2n}^m = \widetilde{F}_n^{\prime m} + \widetilde{\Phi}_n^{\prime m}.$$

Формулы (2.13) являются прогностическими. Из их качественного анализа следует, что вклад в прогноз начальных данных, имеющий в исходной стадии определяющее значение, со временем постепенно уменьшается по экспоненциальному закону и через 1—2 недели делается пренебрежимо малым.¹ Одновременно вклад неадиабатических притоков тепла в пределах рассматриваемого временного интервала растет пропорционально величине

$$1 - \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right] \cos amt, \quad (2.13a)$$

постепенно приобретая более важное значение и делаясь более ответственным за формирование и развитие крупномасштабных долгопериодных атмосферных процессов.

Решение (2.13) задачи (2.8)—(2.9) является асимптотически устойчивым. Такова рассматриваемая выше модель атмосферы.

Вернемся снова к формуле (2.13) и в качестве примера рассмотрим следующее

$$v_{1n}^m(t) = T_{0n}^m e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \cos amt. \quad (2.14)$$

¹ В п. 6.3 будет показано, что если учесть гармоники $m=n=0$, то при $t \rightarrow \infty$ вклад начальных данных стремится к константе, равной осредненной по всей сфере аномалии температуры.

Очевидно, для каждой пары фиксированных значений волновых чисел m и n и для конкретно заданной величины k функция $\tau_{1n}^m(t)$ описывает затухающий во времени колебательный процесс. Частота этих колебаний (αm) зависит от индекса зональной циркуляции атмосферы α (угловой скорости движения воздуха относительно Земли), характеризующего скорость зонального потока, и от зонального волнового числа m . Амплитуда

$$T_{0n}^m \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right]$$

колебательных движений затухает в зависимости от k , n и t . Этому результату можно дать следующую физически легко обозримую интерпретацию. По мере увеличения коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена k усиливается эффект турбулентной диссипации, что приводит к увеличению скорости убывания во времени вклада начальных данных. Кроме того, из формулы (2.14) видно, что вклад высокочастотных составляющих начального поля убывает значительно быстрее, чем вклад низкочастотных гармоник. Для целей данного исследования особенно важен тот факт, что при прогнозе температуры воздуха с помощью уравнения притока тепла вклад начальных данных убывает во времени по экспоненциальному закону пропорционально

$$\exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right],$$

будучи подавленным эффектом турбулентной диссипации.

Таким образом, в системе океан—атмосфера информация о начальном состоянии атмосферы быстро забывается, в то время как информация о состоянии деятельного слоя океана сохраняется долго в памяти среды.

Геометрически функция (2.14) представляет собой колеблющуюся около оси t кривую, асимптотически к ней приближающуюся (рис. 2.4). Огибающими для этой кривой являются две экспоненциальные кривые:

$$\tau_n^m(t) = \pm T_{0n}^m e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t}. \quad (2.15)$$

Логарифмический декремент затухания δ_n^m колебательного процесса, описываемого формулой (2.14), равен

$$\delta_n^m = \frac{kn(n+1)}{a^2 \alpha m} \pi. \quad (2.16)$$

Очевидно, чем больше δ_n^m , тем интенсивнее происходит затухание рассматриваемого колебательного процесса. Из последней формулы явствует, что, как и следовало ожидать, чем больше ко-

эффицент горизонтального макротурбулентного обмена k и волновое число n , тем интенсивнее происходит затухание.

Формула (2.16) показывает также, что процесс затухания вклада начальных полей тем интенсивнее, чем меньше m и α . Отсюда, в частности, следует, что вклады начальных полей с более сильно выраженной зональностью во времени убывают медленнее, чем вклады аналогичных полей со слабой зональностью, т. е., зональные процессы более устойчивы, чем меридиональные. А это означает, что главные крупномасштабные особенности глобальных метеорологических полей тем дольше сохраняются в памяти атмосферы, тем более устойчивы во времени, чем сильнее в них выражена зональность. Этот вывод нуждается в тщательной проверке с помощью надлежащего анализа данных наблюдений.

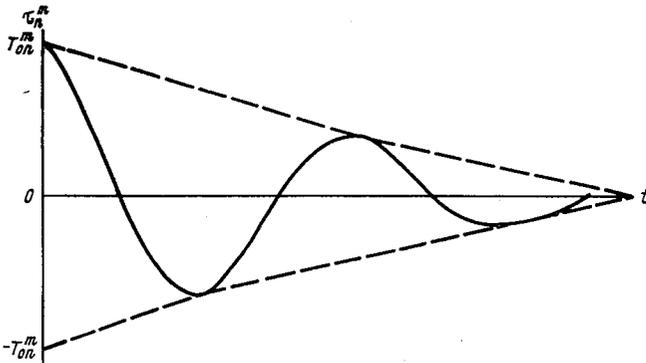


Рис. 2.4. График функции $\tau_{ln}^m(t) = T_{0n}^m e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \cos \alpha t$ (сплошная кривая) и ее огибающих (штриховые кривые) для значений $n=5$, $k=10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

Приведем некоторые количественные оценки.

Если в формуле (2.16) положить $k = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $a = 6,37 \times 10^6 \text{ м}$, $\alpha = 3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ (это значение α соответствует среднему многолетнему значению индекса зональной циркуляции атмосферы для декабря: $\alpha/\omega = 0,043$ [10]), то для волновых чисел $m = n = 5$ получим значение логарифмического декремента затухания $\delta_n^m \approx \approx \pi/10$.

Промежуток времени τ_{10} , в течение которого вклад начальных данных уменьшается более чем в 10 раз, очевидно, можно определить из уравнения

$$\exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1) \tau_{10} \right] = 0,10026.$$

Отсюда

$$\tau_{10} = 2,3a^2/kn(n+1).$$

В табл. 2.1 приводятся значения τ_{10} (с округлением до целого) в зависимости от значения волнового числа n .

Таблица 2.1

Значения τ_{10} и τ_2 для различных волновых чисел n при $k=2 \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$,
 $a=6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ_{10} сут . . .	270	90	45	26	18	12	9	7	6	4
τ_2 сут	80	27	13	8	5	3	2	2	1	1

Для сравнения приведены также промежутки времени τ_2 , в течение которых вклад начальных данных убывает более чем в 2 раза в зависимости от волнового числа n .

Данные табл. 2.1 показывают, что вклад высокочастотных компонент начального поля при прогнозе аномалии температуры воздуха очень быстро убывает и буквально через несколько дней делается ничтожно малым. Вклад компонент начального поля аномалии температуры, описываемых с помощью волновых чисел 5 и 6 (волны синоптического масштаба), почти полностью исчезает лишь примерно через две недели. Что касается вклада низкочастотных компонент начального поля температуры, то он, как видно из тех же данных, убывает во времени очень медленно. Так, компоненты начального поля температуры, описываемые волновыми числами 1, 2, 3 (так называемые ультрадлинные волны), сохраняются в памяти атмосферы очень долго, и лишь через несколько месяцев их вклад уменьшается на порядок. Этот вывод представляется важным с точки зрения прикладной и нуждается в тщательной проверке с помощью детального спектрального анализа большого количества данных наблюдений. Если вывод подтвердится и окажется в достаточной мере согласованным с материалами наблюдений, то он может найти важное прогностическое применение, основанное на использовании свойства консервативности указанных выше глобальных компонент температурного поля атмосферы и на возможности экстраполяции во времени этих компонент.

Вернемся вновь к задаче (2.10) и предположим, что функции $F_n^m(t)$ и $\Phi_n^m(t)$ на рассматриваемом интервале времени можно аппроксимировать многочленами некоторой степени. Пусть

$$\left. \begin{aligned} F_n^m(t) &= \sum_{\nu=0}^M f_{n,\nu}^m \nu t^\nu, \\ \Phi_n^m(t) &= \sum_{\nu=0}^N \varphi_{n,\nu}^m \nu t^\nu, \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

где $0 < M < M_0$, $0 < N < N_0$, M_0 и N_0 — ограниченные целые положительные числа. Тогда решение задачи (2.10) запишется в следующем виде:

$$T_n^m(t) = e^{\beta_n^m t} \left\{ -\frac{1}{\beta_n^m} \int_0^t \left(\sum_{\nu=0}^M f_{n,\nu}^m \nu t^\nu + \sum_{\nu=0}^N \varphi_{n,\nu}^m \nu t^\nu \right) e^{-\beta_n^m t} dt + T_{0n}^m \right\}. \quad (2.18)$$

Интегралы, входящие в правую часть последней формулы, легко берутся методом интегрирования по частям.

В частном случае, когда $\nu=0$, формула (2.18) принимает вид, аналогичный (2.12). Очевидно, что выводы, следующие из обеих указанных формул, являются аналогичными.

2.3. Исследование вкладов линейно меняющихся во времени неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции

Рассмотрим теперь осредненное по толще атмосферы до высоты h , где тепловое воздействие океана на атмосферу делается пренебрежимо малым, уравнение (2.1) и запишем его в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\alpha^2} \Delta T = F(\theta, \lambda, t) + \Phi(\theta, \lambda, t). \quad (2.19)$$

Здесь $F(\theta, \lambda, t)$ есть интегральный неадиабатический приток тепла, а

$$\Phi(\theta, \lambda, t) = -\frac{1}{\alpha} \left(v_{\theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{v_{\lambda}}{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right).$$

Все рассматриваемые величины осреднены по высоте от 0 до h , а обозначения ради простоты изложения оставлены прежние. Дифференциальные операторы уравнений (2.8) и (2.19) будут идентичными, если в (2.8) положить $\alpha=0$.

Пусть требуется построить периодическое по λ , симметричное относительно экватора и ограниченное на полюсе решение уравнения (2.19), удовлетворяющее начальному условию

$$T(\theta, \lambda, t)|_{t=0} = T_0(\theta, \lambda). \quad (2.20)$$

Функция $T_0(\theta, \lambda)$, как всегда, считается заданной.

Нашей целью является рассмотрение некоторых принципиальных вопросов долгопериодной крупномасштабной динамики атмосферы. В частности, мы хотим попытаться понять и смоделировать хотя бы в первом грубом приближении механизм развития во времени некоторых сверхдлительных метеорологических процессов.

Поэтому можно предположить, что исследование ведется в рамках некоторой обучающей выборки архивных данных наблюдений за предыдущие сроки и, следовательно, считаются известными все реальные исторические данные наблюдений, в том числе и данные о горизонтальных составляющих скорости. Это предположение не нарушает общности рассматриваемых вопросов, поскольку горизонтальные составляющие скорости, как известно, а также как будет показано в гл. 7, можно определить самостоятельно.

Таким образом, строго говоря, модель (2.19) — (2.20) не предназначена для целей прогноза температуры воздуха в реальных оперативных условиях. Она предназначена для изучения механизма формирования крупномасштабных сверхдлительных атмо-

сферных процессов при заданных составляющих скорости. И в этом смысле иногда для удобства изложения некоторые формулы будут называться «прогностическими» (хотя они на самом деле не являются таковыми, ибо горизонтальные составляющие скорости все время будут считаться заданными).

Представим все заданные и искомую функции в виде рядов по сферическим гармоникам. Спектральную задачу, соответствующую (2.19) — (2.20), по аналогии с (2.10) запишем в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{T}_n^m}{dt} + \frac{k}{a^2} n(n+1) \bar{T}_n^m &= \bar{F}_n^m(t) + \bar{\Phi}_n^m(t), \\ \bar{T}_n^m(t) \Big|_{t=0} &= \bar{T}_{0n}^m, \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

где $\bar{F}_n^m(t)$, $\bar{\Phi}_n^m(t)$, \bar{T}_{0n}^m и $\bar{T}_n^m(t)$ суть комплексные величины.

Аналогичная задача была ранее рассмотрена в работе [47], где вместо функций $\bar{F}_n^m(t)$ и $\bar{\Phi}_n^m(t)$ были введены в рассмотрение некоторые их средние значения $\widetilde{\bar{F}}_n^m$ и $\widetilde{\bar{\Phi}}_n^m$, осредненные по рассматриваемому временному интервалу. При этом решение для $\bar{T}_n^m(t)$ было выписано в виде

$$\begin{aligned} \bar{T}_n^m(t) &= \frac{a^2 (\widetilde{\bar{F}}_n^m + \widetilde{\bar{\Phi}}_n^m)}{kn(n+1)} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right] \right\} + \\ &+ \bar{T}_{0n}^m \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Естественно, если в решении (2.12) положить $\alpha = 0$, то получим формулу (2.22), которая является прогностической. Второй член в правой части формулы (2.22) показывает, что при прогнозе температуры роль начальных данных со временем действительно убывает (убывание происходит по экспоненциальному закону). Первый же член в правой части (2.22) показывает, что вклад источников энергии растет пропорционально

$$1 - \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right]. \quad (2.23)$$

Выражение (2.23) получается, если в (2.13а) положить $\alpha = 0$. В соответствии с законом сохранения полной энергии атмосферы этот рост должен быть ограниченным. В частности, внутренняя энергия атмосферы не может принимать произвольно большие и малые значения. Это относится также к аномалии температуры воздуха. Как для каждой отдельно взятой метеорологической станции, так и для всего земного шара существуют два физически возможных экстремальных значения аномалии температуры воздуха (положительная и отрицательная). В атмосфере не мо-

гут наблюдаться аномалии за пределами этих экстремальных значений. Так, например, в формуле (2.22) слагаемое

$$\frac{a^2 \tilde{F}_n^m}{kn(n+1)} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right] \right\}$$

может во времени меняться лишь в таких пределах, чтобы не была нарушена указанная выше установленная самой природой закономерность.

Совершенно очевидно, что оба процесса (убывание со временем начальных данных и возрастание вклада источников энергии) происходят по-разному для различных волновых чисел n . Кроме того, интенсивность обоих этих процессов существенно зависит от значения коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена k , который, как известно, колеблется в довольно широких пределах.

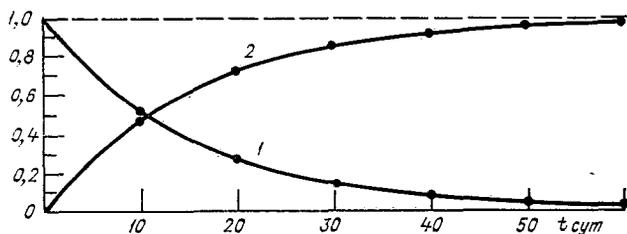


Рис. 2.5. Схематическое изображение изменения во времени вкладов начальных данных (1) и неадиабатических притоков тепла (2) для значений $n=5$, $k=10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

Для волн масштаба циклонов средних широт $n=5$ и для значения $k=10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ вклады упомянутых выше процессов схематически представлены на рис. 2.5.

На этом рисунке по вертикальной оси отложены $\exp(-\rho_n t)$ и множитель, определяемый (2.23).

На основании анализа рис. 2.5 можно сделать следующие выводы.

1. На интервале времени $0 \text{ сут} < t < 5 \text{ сут}$ успешность прогноза определяется главным образом качеством анализа начального поля, а вклад источников энергии является второстепенным. В этом случае задачу о прогнозе в первом приближении можно рассматривать как классическую задачу с начальными данными. По принятой в настоящее время терминологии прогнозы на сроки до 5 сут называются краткосрочными.

2. На интервале времени примерно от одной до двух недель роль указанных выше факторов приблизительно одинаково важна, т. е. успешность прогноза в равной мере определяется как качеством анализа начального поля, так и вкладом источников энергии. В этом случае задачу о прогнозе следует рассматривать как

начально-краевую задачу с источником, причем оба указанных фактора одинаково важны. Это случай прогноза на средние сроки.

3. На интервале времени от двух недель до одного-двух месяцев продолжается убывание роли начальных данных и увеличивается вклад внешних по отношению к атмосфере источников энергии. В этом случае задача о прогнозе, по-видимому, представляет собой начально-краевую задачу с источником, но главную роль все же играют источники энергии. Это случай долгосрочных прогнозов на месяц или сезон с нулевой заблаговременностью.

4. Наконец, на интервале времени от одного-двух месяцев и более роль начальных данных делается пренебрежимо малой, и все (или почти все) определяется внешними по отношению к атмосфере источниками энергии. Проблему прогноза метеорологических полей тогда, по-видимому, следует рассматривать как краевую задачу с источником. Это случай сверхдолгосрочного (месячного и сезонного прогноза с большой заблаговременностью) или климатического прогноза.

Существуют также другие классификации. В п. 2.5 мы вернемся к этому вопросу.

Обратимся снова к формуле (2.22). Легко показать, что время τ_0 , по истечении которого темп убывания роли начальных данных делается равным темпу роста вклада источников энергии, определяется по приближенной формуле

$$\tau_0 = 0,7a^2/kn(n+1).$$

Ниже представлены значения τ_0 для различных волновых чисел n при $k = 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ_0 сут . .	162	54	27	16	11	8	6	5	4	3

Приведенные данные показывают, что ультрадлинные компоненты начальных полей ($n = 1, 2, 3$) очень долго сохраняются в памяти атмосферы, и лишь через один или несколько месяцев их роль делается меньше вклада источников энергии. Волны же синоптического масштаба ($n = 4 \dots 9$) в памяти атмосферы сохраняются примерно лишь около 1—2 недель, после чего роль неадиабатических факторов делается преобладающей. При среднесрочном прогнозе, например, циклонов средних широт вклад начальных данных все еще может быть очень большим, хотя неадиабатические притоки тепла также приобретают важную роль. Этот вывод находится в полном соответствии с выводом, сформулированным в пункте 2 данного параграфа.

Наконец, приведенные выше значения τ_0 показывают, что роль высокочастотных компонент начальных полей очень быстро убывает и буквально через несколько суток определяющим фактором становятся внешние источники энергии.

Структура прогностической формулы (2.22) такова, что, располагая даже точными начальными данными, строго говоря, невозможно точно предвычислить предсказуемое поле даже на один сутки. Если же, кроме этого, уметь в процессе интегрирования шаг за шагом точно рассчитывать горизонтальную адвекцию и неадиабатические притоки тепла, то по этой формуле можно предвычислять поле температуры на любой срок с точностью, с которой интегрируется уравнение (2.19). Однако, как известно, начальное поле может задаваться только весьма приближенно и то лишь на части земного шара, составляющей около 20 % всей его поверхности. Уже хотя бы вследствие этого горизонтальную адвекцию принципиально невозможно точно рассчитывать в процессе интегрирования с помощью генерируемых моделью величин. Что же касается источников энергии, то, судя по всему, наши представления о них вообще весьма смутны. Поэтому когда речь идет о долгосрочном прогнозе погоды, главной является проблема выделения и разумной параметризации наиболее важных внешних по отношению к атмосфере крупномасштабных источников энергии, управляющих процессами, происходящими в системе Земля—атмосфера в течение длительных промежутков времени.

Введем теперь в рассмотрение климатическую температуру $T^k(\theta, \lambda, \bar{t})$ и предположим, что она слабо зависит от времени (каковой она является на самом деле), так что $\partial T^k / \partial t \approx 0$. Тогда, если обозначить коэффициенты разложения $T^k(\theta, \lambda, \bar{t})$ по сферическим функциям через \bar{T}_n^{km} легко показать, что

$$\bar{T}_n^{km} = a^2 (\bar{F}_n^m + \bar{\Phi}_n^m) / kn(n+1). \quad (2.24)$$

С другой стороны, на основании (2.22) легко получить

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{T}_n^m(t) = a^2 (\bar{F}_n^m + \bar{\Phi}_n^m) / kn(n+1). \quad (2.25)$$

Сравнивая (2.24) и (2.25), имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{T}_n^m(t) = \bar{T}_n^{km}.$$

В соответствии с последней формулой современный климат представляет собой некоторое асимптотическое состояние реальной атмосферы, к которому она стремится и приспособливается в течение длительных промежутков времени под воздействием реальных граничных условий и внешних по отношению к атмосфере источников энергии. Это время приспособления, по-видимому, составляет несколько десятилетий.

Рассмотренная выше классификация основывается на очень важном факторе: начальные данные о состоянии атмосферы рано или поздно «забываются» и факторами, управляющими поведением атмосферы в течение длительных промежутков времени, становятся внешние источники энергии.

Обратимся снова к формуле (2.22). Из этой формулы следует, что при прогнозе аномалии температуры воздуха характер убывания роли начальных данных и роста вкладов неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции существенным образом зависит от коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена.

Между тем известно, что значение этого важного параметра может колебаться в довольно широких пределах. В частности, Сасамори и Юнгблат [120], исследуя вопросы, касающиеся устойчивости атмосферных процессов и диссипации барических образований за январь 1963 г., когда аляскинский гребень и европейская ложбина были особенно хорошо выражены, получили интересные результаты о географическом распределении величины k . В табл. 2.2 приведены полученные авторами значения эффектив-

Таблица 2.2

Значения коэффициентов турбулентной диффузии для различных районов Земли

Долгота, ...	Широта, ...	Район	$k \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$
130 з.	50 с.	Западное побережье Канады	1,1
90 з.	60 с.	Центральная Канада	3,3
0	45 с.	Западная Канада	2,6
90 в.	45 с.	Центр ЕТС	1,6

ного коэффициента турбулентной диффузии для различных районов земного шара.

Таким образом, даже для одной конкретной среднемесячной метеорологической ситуации (январь 1963 г.) коэффициенты турбулентной диффузии в различных районах Земли могут друг от друга отличаться более чем в 2—3 раза.

При выборе коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена были учтены приведенные выше результаты Сасамори и Юнгבלата, а также то обстоятельство, что именно при $k = (1 \dots 2) \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ некоторые наши выводы приблизительно согласуются с результатами других авторов, в частности с результатами А. С. Монины [42].

Может быть при моделировании короткопериодных колебаний климата с вполне определенными временными масштабами или при конструировании моделей для долгосрочного прогноза крупномасштабных полей аномалий метеорологических элементов с различной заблаговременностью придется брать различные значения коэффициента k . (Ведь по мере уменьшения значения k в памяти модели дольше сохраняется вклад начальных данных и медленнее растет роль неадиабатических факторов!) Все это может быть и так, однако, говоря об этом, следует давать себе ясный отчет в том, что при моделировании упомянутых выше дол-

гопериодных атмосферных процессов, при изучении их формирования и эволюции первичными, определяющими сначала являются все же генерирующие факторы (внешние по отношению к атмосфере источники энергии). Диссипирующие факторы становятся важными, по-видимому, в стадиях ослабления и исчезновения указанных процессов.

Вместе с тем из формулы (2.13) или (2.22) следует, что для развития атмосферных процессов между генерирующими и диссипирующими факторами в среднем должна существовать некоторая естественная согласованность. В противном случае в атмосфере должны существовать ситуации чрезмерного возрастания ее, например, кинетической энергии (в случае длительного преобладания генерирующих факторов над диссипирующими) или же, наоборот, чрезмерного убывания этой энергии (в случае длительного преобладания диссипирующих факторов над генерирующими). К счастью, в реальных атмосферных условиях этого не происходит.

В реальной атмосфере аномалии притока тепла распределены сильно неравномерно, меняя от места к месту не только свое абсолютное значение, но и свой знак. Пятнистость полей притоков тепла в общих чертах примерно такая же, что и пятнистость, скажем, крупномасштабных полей аномалии облачности или изменения во времени аномалии температуры воздуха. Но в соответствии с исследованиями Сасамори и Юнгблата [120], как уже отмечалось, в реальных условиях диссипирующие факторы в атмосфере над северным полушарием также распределены неравномерно (см. табл. 2.2). Очевидно, что развитие атмосферных процессов над фиксированным районом Земли определяется тем, каково соотношение между генерирующими и диссипирующими факторами.

Таким образом, процессы формирования и развития крупных возмущений в барическом поле атмосферы (циклоны, антициклоны, ложбины, гребни) над тем или иным районом поверхности Земли, возможно, являются результатом определенного дисбаланса генерирующих и диссипирующих факторов в областях их образования и в течение всего времени их развития. По-видимому, это относится также к перманентным и сезонным центрам действия атмосферы. Однако когда речь идет о возмущении барического поля атмосферы вообще, то могут существовать и другие генерирующие факторы, например орографические.

Так, исландская депрессия имеет не только термическое, но и орографическое происхождение. Впервые это было показано в работе [48], где на базе интегрирования уравнения вихря скорости решалась задача об определении стационарных возмущений, порождаемых планетарной орографией в западном потоке. Одним из основных выводов этой работы было то, что при определенной интенсивности зональной циркуляции атмосферы в результате орографического влияния в районе Исландии в поле геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа образуется циклон.

Результаты выполненных численных экспериментов, приведенные в цитированной работе, показали, что по мере стремления к нулю высоты препятствия указанный циклон постепенно исчезает. Эти численные эксперименты показали также, что давление в центре упомянутой орографической депрессии существенным образом зависит от значения индекса зональной циркуляции атмосферы. Именно по мере роста индекса зональной циркуляции, что обычно имеет место в холодное полугодие, давление в ее центре падает. И наоборот, вместе с уменьшением индекса зональной циркуляции, что обычно наблюдается в теплое полугодие, давление в ее центре растет. Эти результаты согласуются с данными наблюдений.

Таким образом теоретически был получен годовой ход интенсивности исландского орографического циклона, в центре которого, как известно, давление зимой значительно ниже по сравнению с летним сезоном.

Можно привести и другие примеры подобного рода. Однако эта проблема выходит за рамки данной книги и заслуживает специального рассмотрения.

Вернемся снова к задаче (2.21) и предположим, что в течение некоторого промежутка времени неадиабатические притоки тепла и горизонтальная адвекция меняются по линейному закону, т. е., пусть

$$\left. \begin{aligned} F_{1n}^m(t) &= F_n^m t + F_n^{\prime m}, \\ \Phi_{1n}^m(t) &= \Phi_n^m t + \Phi_n^{\prime m}, \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

где $F_{1n}^m(t)$ и $\Phi_{1n}^m(t)$ — действительные части $\bar{F}_n^m(t)$ и $\bar{\Phi}_n^m(t)$, а F_n^m и Φ_n^m для простоты предполагаются положительными числами. Тогда решение задачи (2.21) для действительной части запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} T_n^m(t) &= \frac{a^2}{kn(n+1)} \left\{ (F_n^m + \Phi_n^m) t + \right. \\ &+ \left[F_n^{\prime m} + \Phi_n^{\prime m} - \frac{a^2}{kn(n+1)} (F_n^m + \Phi_n^m) \right] \} \times \\ &\times \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right] \right\} + T_{0n}^m \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right], \end{aligned} \quad (2.27)$$

где $T_n^m(t)$ и T_{0n}^m суть действительные части $\bar{T}_n^m(t)$ и \bar{T}_{0n}^m . Эта формула является прогностической. Она показывает, что в рассматриваемой постановке задачи и в пределах выбранного промежутка времени прогноз температуры определяется вкладом трех факторов:

1) вклад начальных данных

$$I_{d, n}^m(t) = T_{0n}^m \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right],$$

который так же, как и в формуле (2.22), убывает во времени по экспоненциальному закону;

2) вклад членов, описывающих неадиабатические притоки тепла,

$$F_{s, n}^m(t) = \frac{a^2}{kn(n+1)} \left\langle F_n^m \left\{ t - \frac{a^2}{kn(n+1)} \left[1 - e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \right] \right\} + F_n^{\prime m} \left[1 - e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \right] \right\rangle,$$

возрастает во времени;

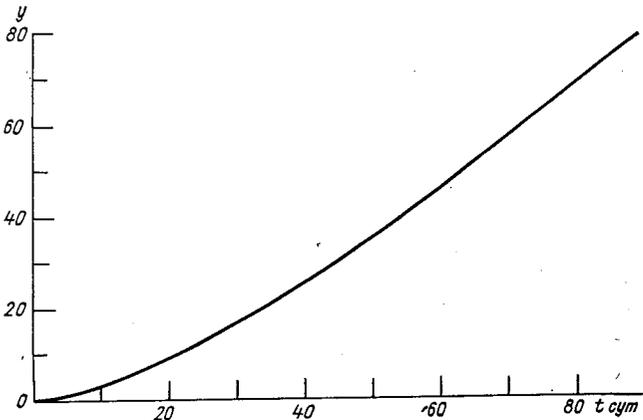


Рис. 2.6. График функции y при $n=5$, $k=10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

3) вклад горизонтальной адвекции температуры

$$\Phi_{a, n}^m(t) = \frac{a^2}{kn(n+1)} \left\langle \Phi_n^m \left\{ t - \frac{a^2}{kn(n+1)} \left[1 - e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \right] \right\} + \Phi_n^{\prime m} \left[1 - e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \right] \right\rangle,$$

характер роста во времени которого такой же, как и у $F_{s, n}^m(t)$.

Указанный в пунктах 2 и 3 рост температуры может продолжаться лишь до тех пор, пока растет приток тепла ($F_n^m > 0$) и пока растет горизонтальная адвекция ($\Phi_n^m > 0$).

Характер роста функции

$$y = t - \frac{a^2}{kn(n+1)} \left[1 - e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \right]$$

для этого случая и при $k=10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $n=5$ представлен на рис. 2.6.

2.4. Оценка вкладов начальных данных и неадиабатических притоков тепла методом пошагового интегрирования

Как уже отмечалось, природа атмосферно-океанических процессов такова, что океан в теплую половину года поглощает лучистую энергию Солнца, трансформирует ее в тепловую и «запоминает», т. е. аккумулирует ее в своих глубинах. В холодную по-

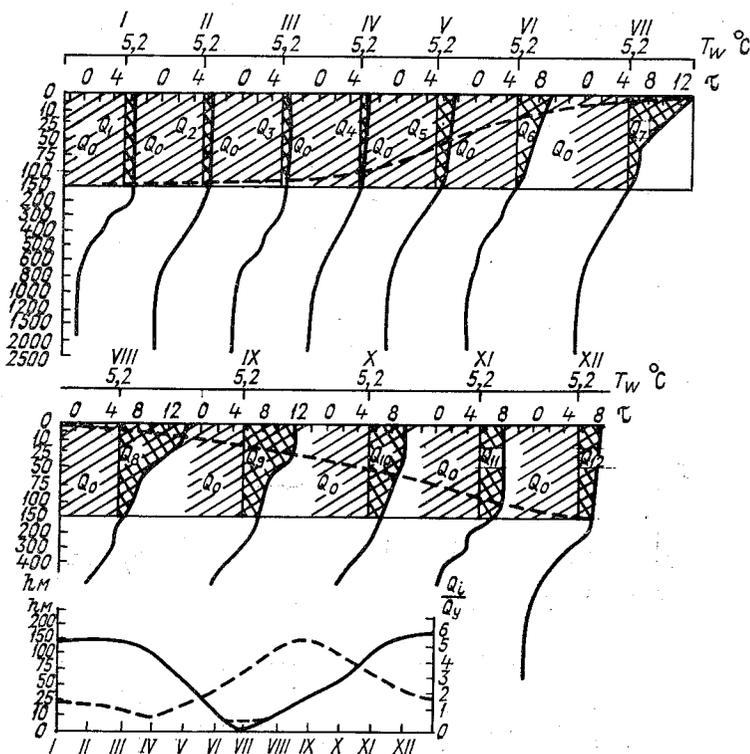


Рис. 2.7. Вертикальные профили среднемесячной температуры воды по данным корабля погоды М за 1953 г.

ловину года с помощью различных процессов теплообмена океан передает это тепло атмосфере.

Чтобы проследить этот процесс, обратимся к рис. 2.7, где по данным корабля погоды М ($66^{\circ}00'$ с. ш., $02^{\circ}00'$ в. д.) представлены среднемесячные вертикальные профили температуры воды за 1953 г. Буквой Q_0 обозначена величина теплосодержания слоя океана толщиной 150 м с постоянной по высоте температурой, равной $5,2^{\circ}\text{C}$. Буквой Q_i ($i=1, 2, \dots, 12$) обозначены месячные отклонения теплосодержания упомянутого слоя от величины Q_0 (двойная штриховка) для каждого месяца 1953 г.

Анализ этого рисунка показывает, что теплосодержание деятельного слоя океана формируется и растет в теплую половину года, достигая наибольшего значения осенью; в холодное полугодие накопленное тепло передается атмосфере, и достигает наименьшего значения весной. Это особенно хорошо видно на врезке к рис. 2.7, где сплошной кривой изображена приближенная глубина однородного слоя океана, а пунктиром — отношение Q_i/Q_y .

В табл. 2.3 приведены взятые из рис. 2.7 значения температуры воды T_s на поверхности моря, нормированные относительно января значения теплосодержания 100-метрового слоя Q_{ni} ($i = 1, 2, \dots, 12$), изменения от месяца к месяцу этой величины (ΔQ_{ni}).

Таблица 2.3

Нормированные значения теплосодержания

Месяц . . .	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
T_s , °C . . .	6,3	6,7	6,0	6,6	7,8	8,8	10,2	10,9	9,6	8,4	7,7	6,8
Q_{ni}	1,00	1,50	1,00	1,25	3,00	3,87	6,00	7,25	7,62	7,75	5,62	2,75
ΔQ_{ni}		0,50	-1,50	1,25	1,75	0,87	2,13	1,25	-0,37	-0,87	-1,13	-2,87

Очевидно, изменения от месяца к месяцу теплосодержания рассматриваемого слоя океана есть количество теплоты, которое океан в теплое полугодие накапливает в своих глубинах и которое частично диссипируется, а частично отдается атмосфере в холод-

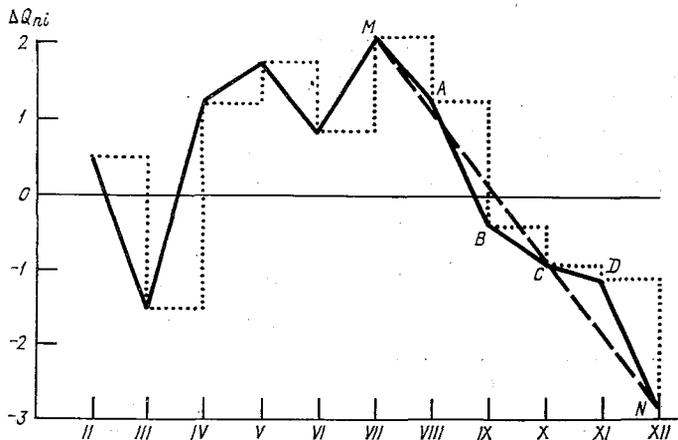


Рис. 2.8. Годовой ход теплосодержания слоя океана толщиной в 150 м, рассчитанный по данным рис. 2.7.

ное полугодие. Для наглядности эти величины приведены на рис. 2.8, который показывает, что величины ΔQ_{ni} в своем годовом ходе претерпевают существенные изменения. Возможно, для периода июль—декабрь ломаную $MABCDN$ можно приближенно аппроксимировать прямой MN . Тогда весь рассматриваемый промежуток времени может быть разбит на ряд участков, на каждом

показывает, что вклад начальных данных во времени быстро убывает по экспоненциальному закону. В табл. 2.4 приведены значения дроби $e_{-p}/e_{-1} = \exp(-p\rho_n \delta t) / \exp(-\rho_n \delta t)$, характеризующей относительное уменьшение вклада начальных данных.

Таблица 2.4

Значение дроби e_{-p}/e_{-1} в зависимости от времени t

t сут . . .	10	20	30	60	90	120	150
e_{-p}/e_{-1} . .	1,8	3,4	6,7	45,7	319,8	2380,9	15 617,8

Данные этой таблицы показывают, что вклад начальных данных через 10 сут уменьшается в 1,8 раза, через 20 сут — в 3,4 раза, а через 30 сут — в 6,7 раза. В дальнейшем этот вклад делается ничтожным.

С другой стороны, начальные данные содержатся в рассчитываемой на каждом шаге горизонтальной адвекции температуры, которая описывается членами, содержащими Φ_{pn}^m . Но в данном случае начальные данные участвуют в процессе формирования полей горизонтальной адвекции температуры сложным образом. Для того чтобы это показать наглядно, обозначим отнесенные к κ_n вклады адвекции температуры на последовательных временных шагах через

$$A_{1n}^m, A_{2n}^m, A_{3n}^m, \dots, A_{rn}^m.$$

Имеем

$$\begin{aligned} A_{1n}^m &= \bar{\Phi}_{1n}^m, \\ A_{2n}^m &= \bar{\Phi}_{1n}^m \exp(-\rho_n \delta t) + \bar{\Phi}_{2n}^m, \\ A_{3n}^m &= \bar{\Phi}_{1n}^m \exp(-2\rho_n \delta t) + \bar{\Phi}_{2n}^m \exp(-\rho_n \delta t) + \bar{\Phi}_{3n}^m, \\ &\dots \\ A_{rn}^m &= \sum_{p=1}^r \bar{\Phi}_{pn}^m \exp[-(r-p)\rho_n \delta t], \end{aligned}$$

или, что одно и то же,

$$\begin{aligned} A_{2n}^m &= A_{1n}^m \exp(-\rho_n \delta t) + \bar{\Phi}_{2n}^m, \\ A_{3n}^m &= A_{2n}^m \exp(-\rho_n \delta t) + \bar{\Phi}_{3n}^m, \\ &\dots \\ A_{rn}^m &= A_{r-1, n}^m \exp(-\rho_n \delta t) + \bar{\Phi}_{rn}^m. \end{aligned}$$

Таким образом, для того чтобы получить отнесенный к κ_n вклад горизонтальной адвекции температуры на любом p -м шаге, необходимо ее вклад на $(p-1)$ -м шаге умножить на $\exp(-\rho_n \delta t)$ и прибавить Φ_{pn}^m .

Совершенно аналогичным образом можно показать, что для того чтобы получить вклад неадиабатических притоков тепла

в прогноз температуры на p -м шаге, необходимо их вклад на $(p-1)$ -м шаге умножить на $\exp(-\rho_n \delta t)$ и прибавить F_{pn}^m .

В табл. 2.5 представлены данные по уменьшению вкладов начальных данных, а также значения функции

$$1 - \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right],$$

пропорционально которой в пределах рассматриваемого промежутка времени растет вклад неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции в зависимости от заблаговременности прогноза температуры воздуха.

Таблица 2.5

Значения функции $\exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)\delta t\right]$,
 процент уменьшения вклада начальных данных
 и значения функции $1 - \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)\delta t\right]$
 при $n=5$, $k=10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ и для различных значений δt

Число суток	Значения $\exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right]$	% уменьшения вклада начальных данных	Значения $1 - \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right]$
1	0,937 07	6,29	0,062 93
2	0,878 10	12,19	0,121 90
3	0,823 66	17,63	0,176 34
4	0,771 82	22,88	0,228 18
5	0,723 25	27,67	0,276 75
10	0,523 09	47,69	0,476 91
15	0,378 33	62,17	0,631 67
20	0,273 62	72,64	0,726 38
30	0,143 13	85,69	0,856 87
60	0,020 49	97,95	0,979 51
90	0,002 93	99,71	0,997 07
120	0,000 42	99,96	0,999 58
150	0,000 06	99,99	0,999 94

Из этой таблицы видно, что если вклад начального поля в прогноз при $t=0$ формально принять за 100 %, то этот вклад за 10 сут уменьшается почти на 50 %, а за 30 сут — почти на 85 %. При дальнейшем увеличении заблаговременности прогноза температуры вклад начальных данных делается ничтожно малым. В то же время вклады неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции продолжают расти во времени, достигая на 30-е сутки значения, почти в 2 раза превосходящего их вклад в прогноз на 10-е сутки. Однако, как уже отмечалось, этот рост не может быть безграничным и в пределах рассматриваемого промежутка времени (июль—декабрь 1953 г.) должен быть строго ограниченным.

Данные табл. 2.5 лишний раз подтверждают вывод о том, что для долгосрочного прогноза с большой заблаговременностью вклады неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции являются определяющими. Темпы убывания роли начальных данных и роста вкладов неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции делаются равными примерно через 10—12 сут, т. е. для прогнозов на средние сроки одинаково важны как эффект начальных данных, так и вкладов неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции. Это означает, что гидродинамические методы таких прогнозов, направленные на повышение их успешности, по-видимому, нельзя разрабатывать на базе адиабатических моделей атмосфер.

2.5. О классификации прогнозов полей метеорологических элементов

На основании результатов, полученных в предыдущем параграфе, прогнозы полей метеорологических элементов можно разделить на ряд категорий, согласующихся с существующими.

Как уже отмечалось, развитие атмосферных процессов неотрывно связано с действием факторов двух типов — генерирующих и диссипирующих. В результате влияния этих факторов произвольно выбранное начальное поле претерпевает более или менее интенсивные изменения во времени и пространстве. Характер этих изменений зависит от мощности, пространственного распределения и времени действия указанных факторов.

Обратимся теперь к уравнению (2.19), которое является прогностическим и описывает процесс изменения температуры воздуха в пространстве и во времени. Перепишем его в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = F(\theta, \lambda, t) + \Phi(\theta, \lambda, t), \quad (2.28)$$

где временно F включает в себя также член $\frac{k}{a^2} \Delta T$.

Очевидно, решение для температуры применительно к некоторому, не слишком отдаленному от начального t_0 , моменту времени $t_0 + \delta t$ можно приближенно записать в виде

$$T^{t_0 + \delta t} \approx T^{t_0} + \delta t (F^{t_0} + \Phi^{t_0}). \quad (2.29)$$

Отметим, что те из существующих методов прогноза температуры воздуха, которые основываются на способе интегрирования шагами по времени уравнений атмосферных моделей с помощью явных схем, по существу представляют собой многократное применение аппроксимации, аналогичной последней.

Таким образом, если придерживаться классической постановки задачи о прогнозе полей метеорологических элементов как задачи с начальными данными, то в соответствии с формулой (2.29) любой прогноз представляет собой временную экстраполяцию

погодообразующих факторов, т. е. начальных данных, горизонтальной адвекции и неадиабатических притоков тепла, которые включают в себя также диссипативные факторы. Однако в процессе такой экстраполяции в зависимости от заблаговременности прогноза различные погодообразующие факторы вносят совершенно разные вклады в прогнозируемые поля, от пренебрежимо малого до определяющего.

В свете сказанного, прогнозы полей метеорологических элементов можно разделить на следующие пять классов.

1. В соответствии с формулой (2.29), при краткосрочном прогнозе (до 5 сут) предвычисленное поле температуры воздуха формируется в результате временной экстраполяции начального поля (слагаемое T^{t_0}) и вкладов горизонтальной адвекции температуры (слагаемое $\Phi^{t_0} \delta t$) и неадиабатических притоков тепла (слагаемое $F^{t_0} \delta t$).

Однако, как уже отмечалось, в соответствии с формулой (2.22) и рис. 2.5 в течение первых суток действия прогноза роль начальных данных очень велика, в то время как вклад неадиабатических факторов еще очень мал и, естественно, они не могут сыграть сколь-либо существенную роль в процессах формирования предвычисляемого поля, т. е. в данном случае все или почти все определяется вкладом начальных данных. Это означает, что при плохих начальных данных может быть получен только плохой прогноз и невозможно получение хорошего прогноза. Совершенно ясно, что здесь речь идет не об отдельном случайно оправдавшемся прогнозе, а о сути явления. Случайно может оказаться справедливым и наугад высказанное, «взятое с потолка» суждение о прогнозе, однако вероятность повторного осуществления этого события ничтожно мала.

Таким образом, для краткосрочного прогноза температуры воздуха можно написать следующее схематическое соотношение, описывающее процедуру временной экстраполяции начального поля:

$$\underline{\underline{T^{t_0}}} + \underline{\underline{\Phi^{t_0} \delta t}} + \underline{F^{t_0} \delta t} \rightarrow T^{t_0 + \delta t}, \quad (2.30)$$

где самый важный для данного случая фактор T^{t_0} подчеркнут тремя черточками, важный фактор $\Phi^{t_0} \delta t$ — двумя черточками, а фактор, который в рассматриваемом случае может сыграть хоть какую-нибудь, пусть даже незначительную роль $F^{t_0} \delta t$, подчеркнут одной черточкой; стрелкой обозначена процедура экстраполяции.

2. Как было показано выше, в соответствии с формулой (2.22) и рис. 2.5 вклады начальных данных, неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции примерно через 10—12 сут делаются приблизительно равными. Тогда при прогнозе на средние сроки процедуру экстраполяции можно записать с помощью соотношения

$$\underline{\underline{T^{t_0}}} + \underline{\underline{\Phi^{t_0} \delta t}} + \underline{\underline{F^{t_0} \delta t}} \rightarrow T^{t_0 + \delta t}. \quad (2.31)$$

Соотношение (2.31) описывает процедуру временной экстраполяции начального поля с учетом горизонтальной адвекции температуры и неадиабатических притоков тепла при прогнозе температуры воздуха на средние сроки. При этом вклады всех трех указанных факторов примерно одинаково важны.

Из сказанного следует, что гидродинамические прогнозы на средние сроки могут оказаться самыми трудными ввиду того, что для этого случая одинаково важны как вклад неадиабатических притоков тепла, так и влияние начальных данных. Это означает, что для прогнозов погоды на средние сроки проблема предсказуемости атмосферы стоит особенно остро.

3. При прогнозе на 3—4 недели вклад начальных данных хотя и мал, но все же еще может сыграть некоторую роль в процессах формирования предвычисляемого поля температуры. Это видно из формулы (2.22) и рис. 2.5. Кроме того, численные эксперименты В. П. Садокова и Д. Б. Штейнбока [61] также показали, что для прогнозов среднемесячной аномалии температуры воздуха с нулевой заблаговременностью вклад начальных данных играет определенную роль. Это объясняется тем, что в первые две недели действия прогноза и особенно в его начале вклад начальных данных весьма существен. При месячном осреднении этот эффект, естественно, сказывается. Выполненные численные эксперименты по прогнозу двухмесячной аномалии температуры с нулевой заблаговременностью, результаты которых изложены в гл. 6, показали, что начальные данные могут вносить очень малый по сравнению с месячным прогнозом вклад. Следовательно, для этого случая процедуру временной экстраполяции начальных данных можно записать с помощью следующего схематического соотношения:

$$\underline{\underline{F^{t_0} \delta t}} + \underline{\underline{\Phi^{t_0} \delta t}} + \underline{T^{t_0}} \rightarrow T^{t_0 + \delta t}. \quad (2.32)$$

Таким образом, последнее соотношение описывает процедуру временной экстраполяции начальных данных с учетом горизонтальной адвекции температуры и неадиабатических притоков тепла при прогнозе аномалии температуры воздуха на месяц с нулевой заблаговременностью. При этом важную роль играет горизонтальная адвекция и очень важную роль — неадиабатические притоки тепла.

4. В соответствии с результатами, полученными в предыдущем параграфе, прогноз ежедневных аномалий температуры воздуха на месяц, по-видимому, не представляет собой проблему с начальными данными. Процедура прогнозирования для этого случая может быть схематически записана в виде

$$\underline{\underline{F^{t_0} \delta t}} + \underline{\underline{\Phi^{t_0} \delta t}} \rightarrow T^{t_0 + \delta t}, \quad (2.33)$$

т. е. долгосрочный прогноз ежедневных аномалий температуры воздуха почти не зависит от начального состояния атмосферы

и определяется главным образом неадиабатическими притоками тепла и горизонтальной адвекцией температуры.

5. Наконец, при месячном или сезонном прогнозе аномалии температуры воздуха с большой заблаговременностью, как было указано в предыдущем параграфе, вклад начальных данных пренебрежимо мал, вклад горизонтальной адвекции остается очень важным, а вклады неадиабатических прогнозов тепла приобретают критическую важность. В этом случае предвычисляемое поле делается независимым от начального состояния атмосферы и, следовательно, прогноз не представляет собой временную экстраполяцию начальных данных.

Процедуру прогнозирования для таких случаев можно в отличие от (2.30), (2.31), (2.32) и аналогично (2.33) в схематической форме записать следующим образом:

$$\underline{\underline{(F + \Phi)^{t_0} \delta t}} \rightarrow T^{t_0 + \delta t}.$$

Следует отметить, что сформулированные в предыдущих и данном параграфе выводы о вкладах начальных данных и неадиабатических факторов в долгосрочный прогноз крупномасштабных полей аномалий температуры воздуха носят чисто качественный характер. В гл. 6 представлены результаты выполненных численных экспериментов и приводятся количественные оценки вкладов указанных факторов при долгосрочном прогнозе двухмесячной аномалии температуры с большой заблаговременностью, которые подтверждают полученные качественные выводы.

Для удобства дальнейшего изложения перепишем формулу (2.29) в следующей схематической форме:

$$T^{t_0 + \delta t} = \varepsilon_i T^{t_0} + \varepsilon_a \Phi \delta t + \varepsilon_f F \delta t,$$

где любая из констант ε_i , ε_a и ε_f приближенно равна либо нулю, либо единице.

Теперь всю вышеизложенную классификацию прогнозов можно коротко сформулировать следующим образом:

- 1) для краткосрочных прогнозов температуры

$$\varepsilon_i \approx \varepsilon_a \approx 1, \quad \varepsilon_f \approx 0;$$

- 2) при прогнозах температуры на средние сроки

$$\varepsilon_i \approx \varepsilon_a \approx \varepsilon_f \approx 1;$$

- 3) при прогнозе ежедневных аномалий температуры на месяц

$$\varepsilon_i \approx 0, \quad \varepsilon_a \approx \varepsilon_f \approx 1;$$

- 4) при прогнозе среднемесячной аномалии температуры

$$\varepsilon_i \ll 1, \quad \varepsilon_a \approx \varepsilon_f \approx 1;$$

5) при месячном и сезонном прогнозе аномалий температуры с большой заблаговременностью

$$\varepsilon_i = 0, \quad \varepsilon_a \approx \varepsilon_f \approx 1.$$

Естественно, предлагаемая классификация прогнозов находится в полном соответствии с классификацией, коротко рассмотренной в п. 2.3.

Из всего сказанного следует, что в рамках существующих моделей общей циркуляции атмосферы, по-видимому, принципиально невозможно построение универсальной прогностической модели, пригодной для предвычисления примерно с одинаковой успешностью полей метеорологических элементов с различной заблаговременностью.

Таким образом, по-видимому, в настоящее время назрела необходимость построения иерархии прогностических моделей так, чтобы каждая из них была бы предназначена для вполне определенной, конкретно заданной категории прогнозов погоды: краткосрочного, среднесрочного, долгосрочного, сверхдолгосрочного или прогноза короткопериодных колебаний климата. Каждая из этих моделей должна обладать своими собственными математическими и физическими особенностями, характерными именно для данной категории прогноза.

Глава 3

О проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы

В настоящее время в мире существует несколько прогностических моделей, с помощью которых регулярно, в оперативном порядке и довольно успешно предвычисляются на 3—5 сут вперед поля геопотенциала некоторых стандартных изобарических поверхностей. В течение последних лет достигнуты существенные успехи в деле повышения качества этих прогнозов. Особенно это касается прогнозов до 3 сут, успешность которых можно считать вполне удовлетворительной. Имеется также тенденция к улучшению качества прогнозов на 4—5 сут. (Хотя в ряде случаев некоторые существенные особенности барических полей, имеющие важное прогностическое значение, предвычисляются все еще неудовлетворительно. Это относится, прежде всего, к прогнозу перестройки барических полей на 5-е сутки.)

Несмотря на безусловные успехи в настоящее время в вопросе о возможностях численного прогнозирования погоды на большие

сроки, мнения специалистов расходятся. Одни считают, что в будущем может наступить день, когда погода будет предвычисляться с той точностью, с которой в настоящее время предсказываются солнечные затмения. Другие, наоборот, уверены в том, что природа и характер известных в настоящее время законов физики атмосферы таковы, что всегда будут существовать определенные ограничения, носящие принципиальный характер, которые всегда будут предопределять и резко ограничивать допустимые границы заблаговременности и точности прогнозов погоды.

Опыт составления и анализа оправдываемости численных краткосрочных прогнозов метеорологических полей и прогнозов на средние сроки показывает, что их успешность быстро ухудшается по мере удаления от начального состояния. Естественно, наступает момент, когда предвычисленное метеорологическое поле теряет сходство с соответствующим фактическим полем. Они различаются между собой как два наугад взятых случайных поля, а нередко результаты расчета просто абсурдны, теряют всякий физический смысл, т. е. наступает момент, когда продолжение счета делается бессмысленным, так как начиная с этого времени предвычисленные метеорологические поля не несут никакой полезной прогностической информации. Это возможно тогда, когда, начиная с какого-то момента, успешность генерируемых моделью прогностических полей метеорологических элементов становится ниже успешности, например, соответствующих так называемых климатических или инерционных прогнозов. Если для какой-либо конкретной модели это имеет место систематически, то можно говорить о пределе прогностических возможностей данной модели.

Указанное выше предельное время, после которого генерируемые гидродинамической моделью метеорологические поля не несут никакой полезной прогностической информации, получило название предела детерминистской предсказуемости состояния атмосферы, или коротко предела предсказуемости атмосферы.

По мнению А. С. Мониной, «прогноз индивидуальных процессов будет давать дополнительную информацию сверх той, которая дает их статистическое (климатическое) описание, лишь до тех пор, пока ошибки прогноза не превысят средних климатических вариаций прогнозируемых величин. Соответствующий срок можно назвать пределом предсказуемости рассматриваемых процессов» [43].

Аналогичный критерий для определения предела полезной предсказуемости краткосрочных и среднесрочных прогнозов барических полей предлагается в работе Холлингсворса и его соавторов [85] с добавлением дополнительного требования о том, чтобы коэффициент корреляции между предвычисленными и фактическими полями был не меньше 0,6. Начиная с 60-х годов и по сей день указанный выше предел предсказуемости различными авторами неоднократно пересматривался, к настоящему времени подавляющее большинство специалистов определяют его между 4—5 сут и 1—2 неделями. Обсуждение этой проблемы продолжается

и в настоящее время и, по-видимому, будет продолжаться еще долго.

По мнению ряда авторов, объективно существует некоторая максимально возможная верхняя граница предела детерминистской предсказуемости атмосферы L_p^M (например, 2 недели), которую принципиально невозможно преодолеть с помощью даже самой совершенной гидродинамической модели. В рамках этой верхней границы пределы предсказуемости L_p для различных моделей, естественно, могут быть самые разнообразные в зависимости от степени их совершенства ($0 < L_p < L_p^M$).

Предметом проблемы детерминистской предсказуемости состояния атмосферы является исследование механизмов, создающих непредсказуемость атмосферы на большие сроки и предопределяющих объективно существующие причины, обуславливающие резкую ограниченность пределов предсказуемости. Одной из наиболее важных целей проблемы предсказуемости является определение практически достижимых, полезных и максимально допустимых, но принципиально недостижимых пределов предсказуемости состояния атмосферы.

Ниже излагаются краткий обзор исследований по проблеме предсказуемости атмосферы и другие вопросы, касающиеся этой проблемы.

3.1. Краткий обзор исследований по проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы

По-видимому, Томпсон первым показал, что при решении прогностических уравнений гидродинамики возникает проблема предсказуемости атмосферы, порождаемая неопределенностями, всегда и неизбежно существующими в начальных данных [129].

За истекший 25-летний период по указанной проблеме было опубликовано большое количество работ других авторов: Лоренца [34, 96—104], Смагоринского [123], Минца [108], Лейтса [91—95], Моница [43], Вийн-Нильсена [19], Сомервилля [124], Холлингсворса с соавторами [85] и др. В этих работах, а также в некоторых других, не указанных здесь, получен ряд важных результатов по рассматриваемой проблеме.

В 1963 г. Лоренц, чьи идеи и результаты исследований занимают центральное место в проблеме предсказуемости атмосферы, опубликовал свою первую работу на рассматриваемую тему [96]. В этой работе был сформулирован вывод о том, что ошибки различного происхождения, неизбежно существующие в начальных данных, являются главной причиной, порождающей детерминистскую непредсказуемость атмосферы.

В другой работе [34] Лоренц, обсуждая проблему предсказуемости атмосферы, отмечает, что «большая часть метеорологических временных рядов может быть представлена в виде суммы периодической и непериодической слагающих. Периодические

компоненты включают обычный суточный и годовой ход и их обертоны, а возможно, и другие, более слабые флуктуации. Если исключить все известные периодичности, то остается чисто аperiодический сигнал. Было установлено [96], что в силу невозможности безупречных измерений предсказуемость любого непериодического временного ряда или непериодической слагающей любого временного ряда уменьшается до нуля по мере неограниченного увеличения срока прогнозов. Этот результат не зависит от используемого способа прогноза. Периодическая компонента, конечно, в высшей степени предсказуема чисто экстраполяционными методами».

Там же, говоря о причинах непредсказуемости атмосферы на большие сроки, Лоренц подчеркивает, что «непериодичность хотя и служит прекрасным указателем на непредсказуемость, является не причиной ее, а следствием. Непосредственной причиной непредсказуемости атмосферы является ее неустойчивость по отношению к малым возмущениям. Это означает, что два или больше почти идентичных состояния, повинувшись одним и тем же атмосферным законам, фактически с течением времени превращаются в существенно различные состояния». И далее: «Теория, убеждающая нас в уменьшении предсказуемости атмосферы с увеличением срока прогноза, ничего не говорит о скорости, с которой это уменьшение происходит. Наши первые представления об этой скорости основывались на опытах численного интегрирования очень простых моделей [96, 98]. Хорошо еще, что эти модели, хотя и очень упрощенные, вполне удовлетворительно описывали физический процесс, который, по-видимому, наиболее важен для создания непредсказуемости, а именно адвекции».

Следует отметить, что более четверти века назад А. М. Обухов указывал на исключительно важную роль горизонтальной адвекции в численных методах прогноза погоды [57]. При этом было показано, что успешность гидродинамического прогноза метеорологического поля в высшей степени зависит от точности конечно-разностной аппроксимации и вычисления горизонтальной адвекции.

Как известно, атмосфера управляется комплексом физических законов, которые сформулированы так, что ее будущее состояние выражается в терминах ее настоящего состояния. Принимая это во внимание, Лоренц в своей основополагающей работе [100] указывает на следующие три причины, вследствие которых безупречный прогноз погоды на неопределенно долгий срок невозможен. Во-первых, система управляющих атмосферными процессами законов не является строго детерминистской. Во-вторых, даже если эти законы были бы детерминистскими, безупречный прогноз не был бы возможен из-за того, что сами законы не безупречно выполняются в реальной атмосфере и окружающей ее среде. Наконец, даже если указанные законы были бы безупречно известны, все равно безупречный прогноз погоды не может быть достигнут из-за того, что текущее состояние атмосферы и окружающей ее

среды не может быть измерено безупречно. В последнем случае важную роль играет то обстоятельство, что уравнения гидротермодинамики не обладают таким свойством, чтобы два отдельных решения, отличающиеся незначительно в некоторый начальный момент времени, будут продолжать отличаться друг от друга незначительно и в будущем. Это означает, что хорошие прогнозы погоды на достаточно долгий срок недостижимы, если начальное состояние атмосферы известно безупречно.

Предположим теперь, что когда-либо люди научатся определять состояние атмосферы без ошибок и в то же время уравнения гидротермодинамики атмосферы навсегда сохранят некоторые свои несовершенства. Это приведет к тому, что в процессе численного интегрирования модели вскоре после начального момента состояние генерируемой моделью атмосферы сделается точно таким, как если бы ее начальное состояние было безупречным из-за несовершенств наблюдательной системы. Так как в этом случае отдельные решения уравнений неизбежно будут разбегаться, то тем самым делается невозможным хороший прогноз на долгие сроки.

В цитированной работе Лоренца [100] обсуждаются три подхода к исследованию атмосферной предсказуемости: эмпирический, динамико-эмпирический и динамический.

Эмпирический подход исследования проблемы предсказуемости атмосферы основывается на методе аналогов, т. е. на факте существования в реальной атмосфере приближенно похожих, аналогичных метеорологических ситуаций.

Динамико-эмпирический метод основан на использовании уравнений для ошибки. Только этот метод трактует мелкомасштабные особенности метеорологических полей. Именно мелкомасштабные ошибки растут очень быстро и порождают ошибки большего масштаба, которые удваиваются уже на 2-е или 3-е сутки.

Динамический подход к исследованию предсказуемости атмосферы основан на интегрировании системы уравнений гидротермодинамики. Посредством численного интегрирования этих уравнений строятся два (или более) их решения, удовлетворяющие слабо отличающимся друг от друга начальным условиям. После этого исследуется скорость роста разностей между двумя выбранными решениями.

По Лоренцу [100], в ранней стадии планирования ПИГАП с помощью численных экспериментов было установлено, что существующая для малых ошибок тенденция к росту может резко ограничить пределы практической предсказуемости, а слишком большая скорость роста этих ошибок может сделать выполнение некоторых целей вышеупомянутой программы недостижимыми. Таким образом, возникла острая необходимость установления разумной оценки скорости роста указанной ошибки.

К этому времени в США уже существовали три до некоторой степени большие по тем временам математические модели общей

циркуляции атмосферы, которые были разработаны Смагоринским [122], Минцем [108] и Лейтсом [91]. Каждая из этих моделей обладала своими отличительными особенностями. Общее для всех моделей было то, что в каждой из них состояние атмосферы представляется с помощью нескольких тысяч чисел.

С помощью указанных моделей их авторами были проведены численные эксперименты с целью изучения скорости роста малых ошибок, существующих в начальных полях. Все три результата оказались различными. Минц пришел к выводу, что после начального периода приспособления малые ошибки стремятся к удвоению в смысле средней квадратической ошибки. Результаты Смагоринского показали значительно меньшую скорость роста, в то время как Лейтс вообще не получил систематического роста малых ошибок начального поля. В моделях Смагоринского и Минца скорость роста начинала убывать, как только ошибки делались большими. Замедленный рост уже возросших ошибок продолжался лишь до тех пор, пока они не делались примерно такими, как разность между двумя наугад выбранными случайными полями метеорологических элементов. В последующем этот вывод был подтвержден в работах других авторов (см., например, [100]).

В своей работе относительно возможностей создания глобальной наблюдательной системы Чарни и др. [79] заключили, что разумной оценкой времени удвоения малых ошибок являются 5 сут. По мнению Лоренца, если согласиться с этим выводом, то вполне разумно надеяться на то, что хорошие суточные прогнозы от дня ко дню вплоть до 2 недель вперед, возможно, могут быть произведены. Такое достижение потребует лучшей наблюдательной системы по сравнению с существующей. Однако если когда-либо в будущем такое и будет достигнуто, то это еще не означает, что, идя вперед тем же путем, непременно можно достигнуть хорошего уровня успешности суточных прогнозов с месячной заблаговременностью. Последующие численные эксперименты, выполненные с помощью все более и более детализированных моделей общей циркуляции атмосферы, как будто подтверждают, что время удвоения малых ошибок начального поля значительно меньше недели.

Анализируя результаты исследований с помощью трех рассмотренных выше подходов, Лоренц приходит к выводу о том, что, по-видимому, все три подхода показывают один и тот же результат, а именно: малые средние квадратические ошибки в масштабах разрешения обычных счетных сеток должны удваиваться менее чем за 3 сут. При достижении умеренных размеров ошибки растут менее быстро. При очень малых масштабах, которые появляются в обычном анализе, ошибки могут расти очень быстро. Эти результаты должны обескураживать тех, кто питает надежду на то, что двухнедельный прогноз на каждый день, иногда отмечаемый в связи с программой ПИГАП, может быть на самом деле продвинут вперед ближе к месяцу. Они не предвещают ободряющей перспективы даже для прогнозирования положений движущихся циклонов и антициклонов на две недели.

В некоторых своих работах Лоренц очень осторожно высказывает мысль о возможности продления предела предсказуемости атмосферы за уже достигнутый в настоящее время. Так, в работе [102], где речь идет о существовании долгосрочной предсказуемости атмосферы, Лоренц ставит перед собой цель — доказать существование частной предсказуемости для типов мгновенных состояний атмосферы хотя бы до 12 сут. С этой целью были подвергнуты статистической обработке ежедневные данные за пять лет, с 1963 по 1967 г., о значениях высот изобарических поверхностей 850, 500 и 200 гПа. Основным выводом сводится к тому, что на этот период возможна некоторая предсказуемость мгновенных состояний погоды, хотя и незначительная.

Численные эксперименты, ранее проведенные как самим Лоренцем, так и другими авторами, показали, что указанные ошибки прогноза, обусловленные неопределенностями начальных данных, удваиваются примерно через 2—3 сут. Очень важным является вывод о том, что при нелинейных процессах в результате взаимодействия волн различных масштабов мелкомасштабные ошибки переходят в крупномасштабные. По-видимому, даже не столь важно, какова точность начальных данных и прогностических уравнений. Важно то, что всегда существующие в этих данных мелкомасштабные ошибки из-за нелинейного взаимодействия сами постепенно порождают крупномасштабные ошибки и, таким образом, резко ограничивают предел практической предсказуемости. Вместе с тем следует отметить, что существуют разумные физические предпосылки, которые вселяют некоторый оптимизм в отношении долгосрочного прогноза средних состояний атмосферы. В частности, некоторые медленно меняющиеся параметры, такие как температуры воды поверхности океанов, границы морского льда и др., вроде бы, дают ключ к проблеме долгосрочного прогнозирования погоды. Однако в данном случае возникает проблема прогнозирования этих медленно меняющихся параметров. По мнению автора, численные прогнозы метеорологических полей на 1—1,5 сут оправдываются достаточно хорошо, на 2—3 сут они умеренно удачны, но на неделю — не более чем приближены.

В своих работах [124 и др.] Сомервилль указывает, что для малых вязкостей и достаточно больших временных масштабов турбулентные течения приближаются к марковскому процессу, в котором распределение вероятностей не зависит от предыстории течения — начальные условия забываются. Таким образом, имеется некоторое время, по истечении которого проблема начальных данных является бессмысленной и прогноз делается невозможным.

При исследовании пределов практической предсказуемости атмосферы возникает ряд вопросов первостепенной важности, к числу которых относятся следующие: какая необходима информация, чтобы удлинить существующие сроки прогноза погоды? Как действует на срок прогноза вероятно-детерминистская природа прогнозов? Что является подходящей мерой качества прогноза

(проблема оценки прогноза)? Существуют ли средние или другие статистики, для которых предел предсказуемости можно продлить за детерминистский предел? Все эти и ряд других вопросов автор объединяет в одно слово: метаяпредсказуемость.

Виллиамсон, исследуя влияние различных факторов на предел предсказуемости атмосферы, показал, в частности, что наиболее существенный вклад в прогноз зонального ветра вносят разрешающая способность пространственной счетной сетки и адиабатическое нагревание [131].

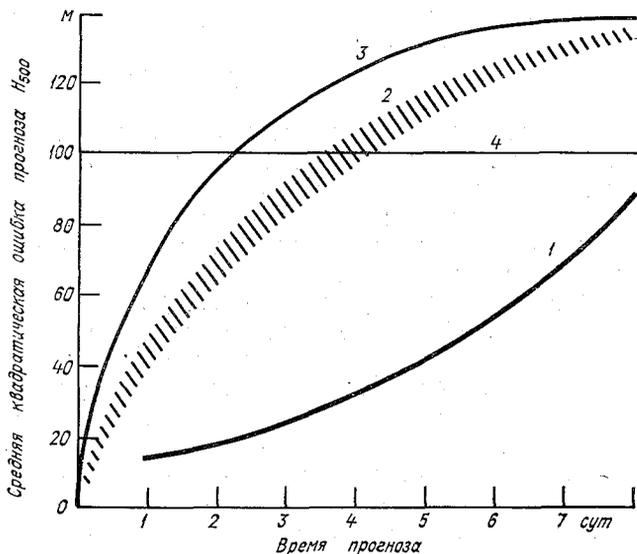


Рис. 3.1. Схематическое сравнение успешности прогнозов, полученных с помощью совершенной модели (исследование предсказуемости) (1) и существующих моделей общей циркуляции атмосферы (2) с прогнозами инерционными (3) и климатическим (4) [94].

Обобщая результаты численных экспериментов, выполненных различными авторами с помощью моделей общей циркуляции атмосферы, Лейтс [95] получил качественную картину процессов роста ошибок краткосрочных прогнозов и прогнозов на средние сроки поля геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа, даваемых различными способами. На рис. 3.1 представлены результаты этих исследований. Здесь дается схематическое сравнение успешности четырех способов прогнозирования: 1) прогноз с помощью «совершенной модели» (теоретическое исследование предсказуемости с помощью численных экспериментов по способу «идентичных близнецов»); 2) прогноз с помощью существующих моделей; 3) инерционный прогноз и 4) климатологический прогноз.

Конечно, представленные на указанном рисунке кривые описывают только качественную картину. Они показывают, что между ошибками существующих моделей и совершенных моделей имеются значительные расхождения. Качество прогноза с помощью существующих моделей постепенно ухудшается и всего лишь через 4 сут достигает уровня климатологического прогноза. На большие сроки эти прогнозы по качеству делаются хуже климатологических. В то же время качество прогноза с помощью совершенной модели достигает уровня климатологического прогноза лишь спустя 8 сут. Это означает, что в соответствии с определением, данным в начале данной главы, пределы детерминистской предсказуемости для существующих моделей значительно ниже теоретического предела предсказуемости.

Рисунок 3.1 показывает относительное преимущество прогнозов, предвычисленных с помощью современных моделей, над инерционными и климатологическими прогнозами.

Весьма интересные численные эксперименты провели Холлингсворс и др. в Европейском центре прогнозов на средние сроки [85]. С помощью моделей общей циркуляции атмосферы Лаборатории геофизической гидродинамики (Принстон, США) 1965 года (модель G65) и Европейского центра прогнозов на средние сроки (Рединг, Англия) 1978 года (модель E78) были просчитаны семь 10-суточных прогнозов полей метеорологических элементов с исходными данными за 00 ч среднего времени по Гринвичу 3, 6, 9, 12, 15, 18 и 22 февраля 1976 г. Исходные поля содержали данные о ветре и геопотенциале на изобарических поверхностях 1000, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100, 70, 50 и 10 гПа, об относительной влажности на поверхностях 1000, 850, 700, 500, 400 и 300 гПа, а также о температуре на уровне 1000 гПа. Указанные модели отличаются друг от друга только параметризациями основных физических процессов. Один комплект параметризаций был разработан в Лаборатории геофизической гидродинамики (Принстон, США) несколько лет тому назад [109], а другой комплект был недавно создан в Европейском центре прогнозов на средние сроки [130].

Различия в параметризациях обеих моделей касаются таких важных физических процессов, как крупномасштабная конденсация, потоки тепла через подстилающую поверхность, потоки выше приземного слоя, влажная конвекция, радиация, температура подстилающей поверхности, горизонтальные турбулентные потоки.

Главной целью эксперимента было исследование вкладов двух различных параметризаций основных физических факторов в процессах формирования генерируемых обеими моделями прогностических метеорологических полей. Кроме того, что не менее важно, авторы получили возможность оценить степень прогностической ценности обеих моделей.

Для определения понятия предела полезной предсказуемости авторы вводят два критерия. Предел полезной предсказуемости есть время, по истечении которого:

1) средняя квадратическая ошибка предвычисленного метеорологического поля достигает уровня климатической дисперсии;

2) коэффициент корреляции между аномалиями прогностического и фактического полей достигает значения 0,6.

В предыдущих исследованиях было показано, что достижение этих пределов при прогнозах на средние сроки происходит приближенно тогда, когда развитие синоптических процессов показывает, что предвычисленные поля потеряли сходство с соответствующими фактическими полями и прогноз уже не содержит никакой полезной прогностической информации [85, 111].

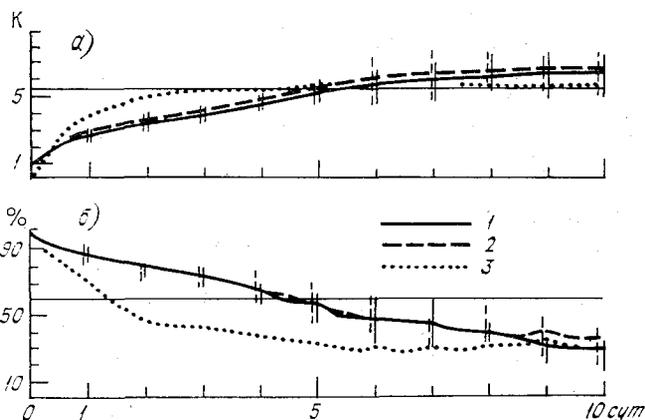


Рис. 3.2. Осредненные по горизонтали и вертикали средние квадратические отклонения (а) и коэффициенты корреляции аномалий высот изобарических поверхностей (б) для семи февральских случаев по области 20° — $82^{\circ}30'$ с. ш. и для уровней 1000—200 гПа [85].

1 — прогноз по модели E78, 2 — прогноз по модели G65, 3 — инерционный прогноз.

Как показал анализ данных выполненных численных экспериментов, оба указанных выше комплекта параметризаций основных физических процессов дают похожие результаты в терминах качества предвычисленных полей метеорологических элементов и в общем-то согласуются с результатами других авторов, что предел предсказуемости больше 4 сут и, вероятно, меньше 10 сут, т. е. $4 \text{ сут} < L_p < 10 \text{ сут}$ [85].

Приведем некоторые результаты выполненных А. Холлингсворсом с соавторами численных экспериментов.

На рис. 3.2 представлены стандартные отклонения и коэффициенты корреляции между полями аномалий высот изобарических поверхностей для упомянутых выше семи февральских случаев. Тонкие сплошные горизонтальные прямые соответствуют норме для стандартных отклонений и коэффициенту корреляции аномалии, вертикальные черточки показывают пределы изменчивости

успешности этих характеристик (сплошные — для модели E78, штриховые — для модели G65).

Из рисунков видно, что кривые успешности прогнозов для обеих моделей по существу совпадают вплоть до 7,5 сут, а после этого лишь незначительно отличаются. Для обеих моделей предел полезной предсказуемости составляет около 5 сут. Качество прогнозов, предвычисленных с помощью обеих моделей, выше качества инерционных прогнозов.

Аналогичные оценки получены в результате предвычисления с помощью обеих моделей полей аномалий температуры воздуха. В качестве примера на рис. 3.3 приведем результаты оценок про-

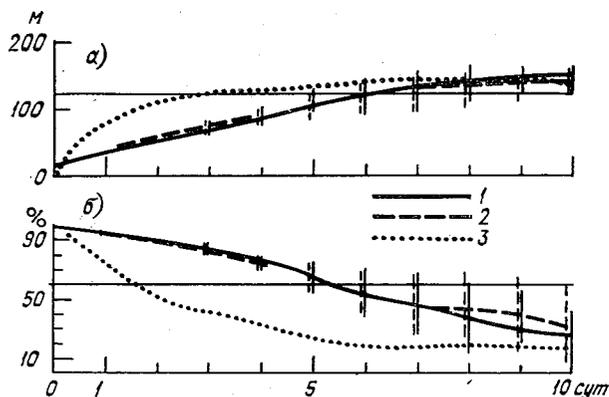
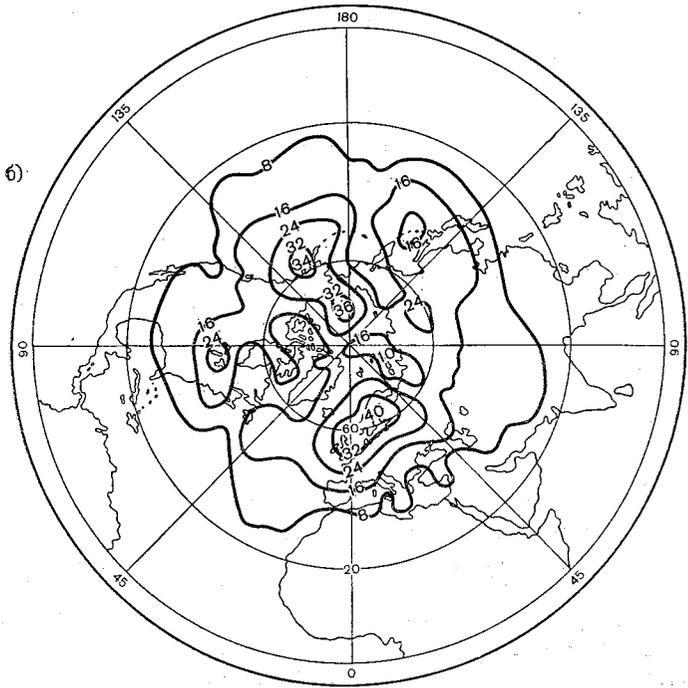
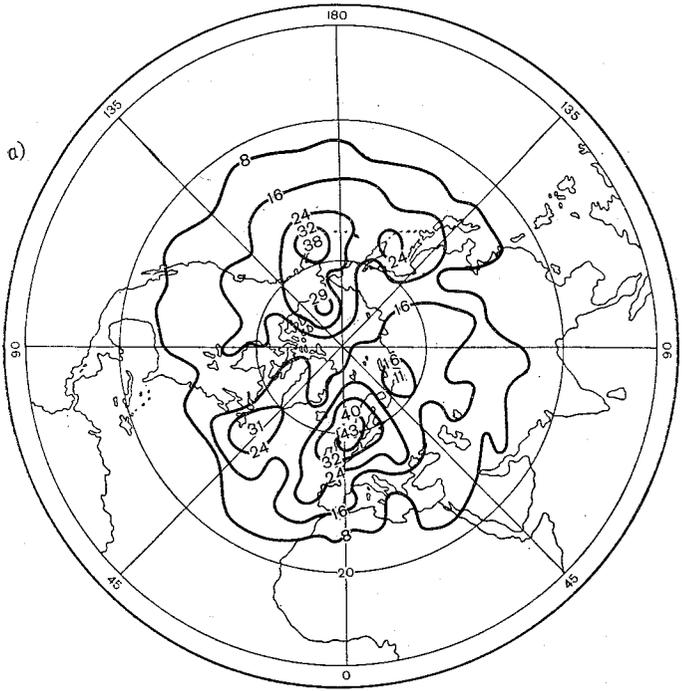


Рис. 3.3. Осредненные по горизонтали средние квадратические отклонения (а) и коэффициенты корреляции полей аномалии температуры воздуха (б) на изобарической поверхности 850 гПа для семи февральских случаев по области 20—82°30' с. ш. [85].

Усл. обозначения см. рис. 3.2.

гнозов температуры на изобарической поверхности 850 гПа при упомянутых выше семи февральских ситуациях. В данном случае кривые оправдываемости обеих моделей также почти совпадают. Предел полезной предсказуемости составляет 5—5,5 сут. Качество прогнозов, вычисленных с помощью обеих моделей, выше качества инерционных прогнозов.

Наконец, приведем результаты исследования систематических ошибок моделей, полученные авторами. Предполагается существование трех вероятных источников этих ошибок — сверхинтенсивные бароклинные процессы, генерируемые моделью длинные волны и ошибки в трактовке некоторых особенностей атмосферных циркуляций в тропиках. Имеется основание надеяться, что эти ошибки, которые являются существенными компонентами полных ошибок прогностических полей, могут быть уменьшены в результате дальнейших усовершенствований моделей. Предварительные исследования показывают, что исключение указанных ошибок



может принести почти 20 %-ный выигрыш в пределе предсказуемости. Такой выигрыш может быть существенным прогрессом и в удлинении срока практической предсказуемости.

На рис. 3.4 приведено распределение средней квадратической ошибки поля геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа для северного полушария в среднем для семи прогнозов на 10-е сутки по двум моделям. В обоих случаях распределение ошибок примерно одно и то же. Главные очаги ошибок приближенно совпадают как по величине, так и по местоположению.

Аналогичная картина имеет место для прогнозов поля геопотенциала изобарической поверхности 1000 гПа (рис. 3.5).

Таким образом, оставаясь в рамках описанных выше численных экспериментов, можно сформулировать следующие два основных вывода.

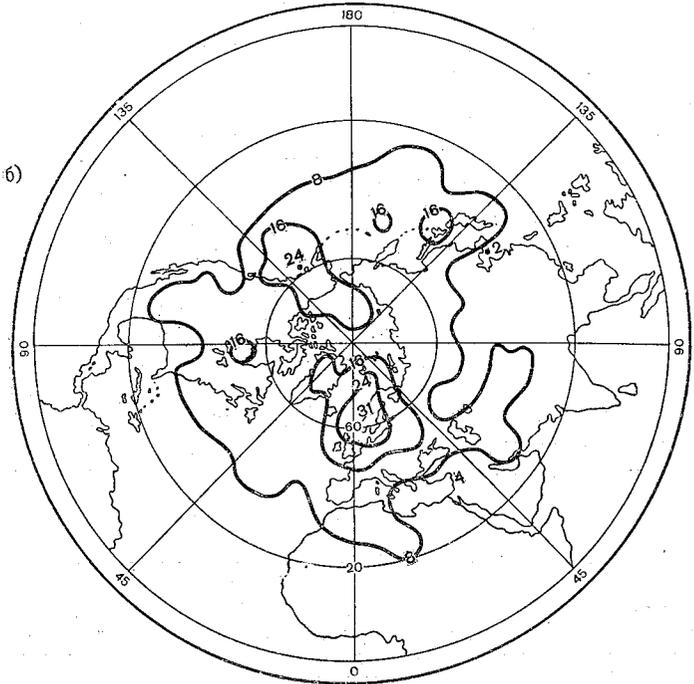
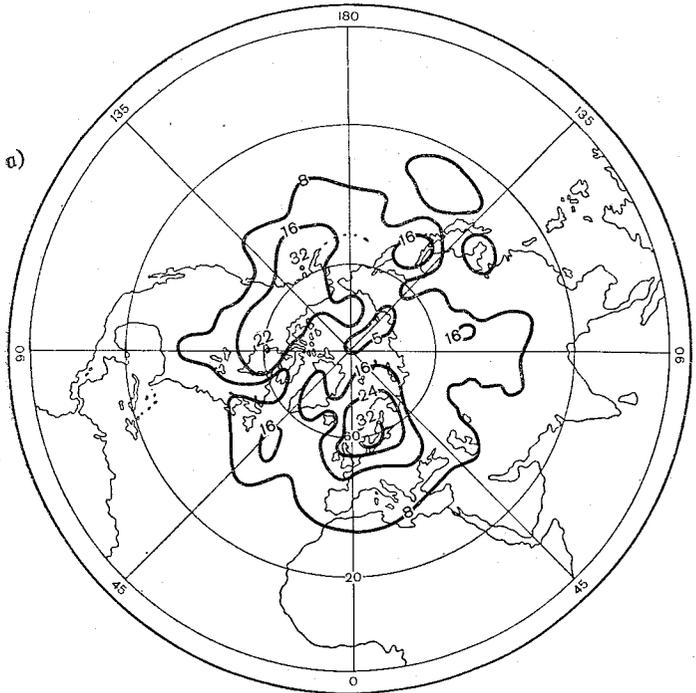
1. Для моделей G65 и E78 предел полезной предсказуемости для холодного полугодия не превышает 5—6 сут.

2. Вплоть до момента, когда обе модели одновременно теряют способность предсказывать, имеется лишь незначительная разница между качеством полученных с их помощью прогнозов. Это означает, что обе модели в рамках выполненных численных экспериментов мало чувствительны к используемым параметризациям основных физических процессов. Из сказанного вовсе не следует, что упомянутые модели вообще не чувствительны к используемым параметризациям основных физических процессов. Слишком мало время интегрирования каждой из моделей — всего лишь 10 сут. Вклады главных физических процессов в начале интегрирования модели должны быть малыми. Лишь недели через две они становятся существенными. Этот вопрос подробно обсуждается в гл. 2.

Для более категорических выводов о чувствительности рассматриваемых выше моделей к параметризациям физических процессов необходимы численные эксперименты на более длительные сроки, скажем на месяц. На рис. 3.2 и 3.3 (а также на рис. 6 и 7 статьи [85]) на 9-е или 10-е сутки как будто уже начинает появляться различие в качестве прогнозов, предвычисленных с помощью обеих моделей. Представляется, что при продлении времени интегрирования это различие, по-видимому, может увеличиваться. Тогда и выводы о чувствительности моделей G65 и E78 к параметризациям основных физических процессов могут быть иными.

Совершенно ясно, что в настоящее время успешность прогнозов погоды страдает от несовершенства моделей и неадекватности данных наблюдений. Однако, как хорошо известно, даже

Рис. 3.4. Распределение средней квадратической ошибки поля геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа для северного полушария (семь прогнозов) на 10-е сутки по модели E78 (а) и по модели G65 (б) [85]. (Некоторые детали опущены.)



совершенная модель, которая была бы способна точно представить динамику реальной атмосферы и которая имела бы начальное согласование с данными мыслимо наилучшей наблюдательной сети, не может дать точные прогнозы на сколь угодно большие сроки. Неизбежно существует какой-то резко ограниченный предел детерминистской предсказуемости. Этот предел обусловлен неизбежностью существования малых ошибок в начальных полях, неизбежно увеличивающихся в процессе интегрирования нелинейных уравнений модели по мере увеличения срока прогноза.

Указанный выше рост ошибок представляет собой фундаментальное нелинейное свойство турбулентных потоков [34]. Их значения могут быть оценены посредством выполнения двухкратного интегрирования уравнений модели атмосферы с незначительно различающимися начальными условиями. Такие численные эксперименты были выполнены с некоторыми моделями общей циркуляции атмосферы, и наиболее распространенный вывод заключается в том, что малые ошибки удваиваются примерно через 2—3 сут и что максимально возможный срок прогноза составляет несколько недель [102].

Как показал Лейтс [94], эти результаты согласуются со статистической теорией турбулентности.

Существующая достижимая успешность долгосрочных прогнозов полей метеорологических элементов исследована в работе Миякоды и др. [109] для модели общей циркуляции атмосферы Лаборатории геофизической гидродинамики (Принстон, США), а также в работе Драяна и др. [82] для модели Годдардского космического центра НАСА (США). Указанные модели описаны Манабе и др. [105], Сомервиллем и др. [127]. С помощью обеих моделей были рассчитаны несколько серий экспериментальных прогнозов и проверены на реальных данных. В частности, с помощью модели Годдардского космического центра НАСА было выполнено шесть экспериментов по численному прогнозу полей метеорологических элементов для декабря и января. Результаты этих экспериментов были тщательно проанализированы с целью определения способности указанной глобальной модели общей циркуляции атмосферы предвычислять двухнедельные прогнозы полей ветра, давления, температуры и осадков.

Было установлено, что успешность прогнозов с помощью обеих моделей быстро уменьшается в первые несколько суток действия прогноза и становится неудовлетворительной по истечении 7—10 сут.

Рис. 3.5. Распределение средней квадратической ошибки поля геопотенциала изобарической поверхности 1000 гПа для северного полушария (семь прогнозов) на 10-е сутки по модели E78 (а) и по модели G65 (б) [85]. (Некоторые детали опущены.)

Авторы считают, что наряду с усовершенствованием моделей и улучшением качества данных необходимо также развитие таких эмпирических процедур, которые позволили бы извлечь максимально возможную полезную информацию из прогностических моделей.

Недавние эксперименты Миякоды и его соавторов [112] как будто показали, что среднемесячные барические поля с некоторой достоверностью можно предвычислять с нулевой заблаговременностью. Однако следует иметь в виду, что успешность таких прогнозов в значительной степени определяется непрерывной, но ослабевающей во времени зависимостью решения от начальных данных. Поэтому даже удовлетворительная успешность отдельных прогнозов ни в коей мере не может говорить о принципиальной возможности описания современными моделями долгопериодных колебаний свойств атмосферы, ответственных за формирование прогностических среднемесячных метеорологических полей. Совершенно ясно, что такой подход не имеет никакого отношения к проблеме преодоления предела детерминистской предсказуемости атмосферы до месяца.

Недавно Лоренц с целью изучения скорости роста ошибок проанализировал данные об оправдываемости 10-суточных прогнозов поля высот изобарической поверхности 500 гПа, предвычисленных по пятнадцатилетней глобальной модели Европейского центра прогнозов на средние сроки [104]. Он показал, что для малых ошибок (не более 2,5 дам) средняя квадратическая ошибка во времени растет приблизительно по закону гиперболического тангенса и удваивается примерно через 3,5 сут. Для этой ошибки автор построил следующее уравнение с квадратичной нелинейностью

$$dE/dt = aE - bE^2.$$

Здесь a описывает скорость роста малых ошибок, а квадратичный член должен быть отрицательным до тех пор, пока не прекратится рост. Если E нормировать так, что $E|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 1$, то $b = a$. В результате задача о росте ошибок формулируется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} dE/dt &= aE(1 - E), \\ E|_{t=t_0} &= 1/2. \end{aligned} \right\}$$

Решение этой задачи можно записать в виде

$$E = 1/2 \{1 + \text{th}[1/2 a (t - t_0)]\}.$$

Анализ последнего решения показал, что малые ошибки удваиваются примерно через 2,5 сут, что полностью согласуется с результатами предыдущих исследований.

Автор считает, что полученные результаты нельзя считать окончательными по ряду причин (исследованы только данные изобарической поверхности 500 гПа, используемый объективный

анализ далеко не был безупречным и др.). Тем не менее Лоренц полагает, что успешные прогнозы мгновенных состояний атмосферы на 7 сут вперед кажутся возможными.

Приведенный выше краткий обзор исследований показывает, что по проблеме предсказуемости состояния атмосферы мнения различных авторов расходятся лишь в деталях. Главный вывод, который следует из анализа приведенных работ, заключается в следующем: начальные поля метеорологических элементов неизбежно содержат ошибки различного происхождения, которые определяют существование резко ограниченных пределов детерминистской предсказуемости атмосферы. Рост ошибок представляет собой фундаментальное свойство нелинейных уравнений гидродинамики и поэтому не может быть устранен никакими средствами.

3.2. Простейшее уравнение для ошибок и качественный анализ его решения

Один из наиболее эффективных методов исследования проблемы предсказуемости атмосферы заключается в том, что строится уравнение для ошибки и изучается поведение соответствующего решения. В этом направлении выполнен ряд исследований первостепенной важности и получены интересные результаты. Это в первую очередь касается работ Томпсона [129] и др.

В данном разделе ставится значительно более скромная цель — построить простейшее уравнение для ошибок и на основании анализа его решения сформулировать некоторые качественные выводы, которые, как мы надеемся, могут оказаться полезными при обсуждении проблемы предсказуемости атмосферы. С этой целью вернемся к задаче (2.19) — (2.20).

Можно предположить, что для всех заданных и искомых функций мы умеем разделить точные их части и ошибки, в них содержащиеся:

$$\left. \begin{aligned} T_0(\theta, \lambda) &= \tilde{T}_0(\theta, \lambda) + \tau_0(\theta, \lambda), \\ F(\theta, \lambda, t) &= \tilde{F}(\theta, \lambda, t) + f(\theta, \lambda, t), \\ \Phi(\theta, \lambda, t) &= \tilde{\Phi}(\theta, \lambda, t) + \varphi(\theta, \lambda, t), \\ T(\theta, \lambda, t) &= \tilde{T}(\theta, \lambda, t) + \tau(\theta, \lambda, t). \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь \tilde{T}_0 , \tilde{F} , $\tilde{\Phi}$ и \tilde{T} суть соответственно точные значения функций T_0 , F , Φ и T , а τ_0 , f , φ и τ — ошибки.

Очевидно, предел предсказуемости температурного поля атмосферы предопределяется функцией $\tau_0(\theta, \lambda)$, которая описывает ошибки начального поля температуры воздуха, и тем вкладом, который вносит в решение рассматриваемой задачи ошибки расчета

горизонтальной адвекции. Оба эти эффекта предопределяют характер поведения во времени функции $\tau(\theta, \lambda, t)$, т. е. ошибки прогноза.

Формально говоря, задачу (2.19) — (2.20) можно расчлнить на две следующие:

задача для точных функций

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} - \frac{k}{a^2} \Delta \tilde{T} &= \tilde{F} + \tilde{\Phi}, \\ \tilde{T}(\theta, \lambda, t) \Big|_{t=0} &= \tilde{T}_0(\theta, \lambda); \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

задача для ошибок

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{k}{a^2} \Delta \tau &= f(\theta, \lambda, t) + \varphi(\theta, \lambda, t), \\ \tau(\theta, \lambda, t) \Big|_{t=0} &= \tau_0(\theta, \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Очевидно, для целей данного параграфа представляет интерес только задача (3.3). Будем считать, что функция $\tau(\theta, \lambda, t)$ удовлетворяет тем же граничным условиям, что и функция $T(\theta, \lambda, t)$.

С помощью решения задачи (3.3) определяется зависящая от времени ошибка прогноза.

Если простейшую задачу для ошибок можно сформулировать в форме (3.3), то, используя процедуру, описанную в п. 2.2, соответствующую спектральную задачу можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tau_n^m}{dt} + \frac{k}{a^2} n(n+1) \tau_n^m &= f_n^m(t) + \varphi_n^m(t), \\ \tau_n^m(t) \Big|_{t=0} &= \tau_{0n}^m. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

В последней системе уравнений $\tau_n^m(t)$, $f_n^m(t)$, $\varphi_n^m(t)$ и τ_{0n}^m суть коэффициенты разложений по сферическим гармоникам функций $\tau(\theta, \lambda, t)$, $f(\theta, \lambda, t)$, $\varphi(\theta, \lambda, t)$ и $\tau_0(\theta, \lambda)$ соответственно.

Выпишем теперь решение задачи (3.4) для ошибок в квадратах в следующем виде:

$$\tau_n^m(t) = e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \left\{ \int_0^t [f_n^m(t') + \varphi_n^m(t')] e^{\frac{k}{a^2} n(n+1)t'} dt' + \tau_{0n}^m \right\}. \quad (3.5)$$

Функции $f_n^m(t)$ и $\varphi_n^m(t)$ имеют очень важное предопределяющее значение в процессах создания непредсказуемости атмосферы на большие сроки и при определении предела ее предсказуемости. Как видно из прогностической формулы (3.5), на самом деле ошибки краткосрочного прогноза или прогноза на средние сроки, а следовательно, и предел предсказуемости в основном определя-

ются функцией $\varphi_n^m(t)$, т. е. зависящей от времени ошибкой расчета горизонтальной адвекции — физического процесса, который, по словам Лоренца, «по-видимому, наиболее важен для создания непредсказуемости...» [34]. При этом следует подчеркнуть, что, как уже не раз отмечалось выше, функция $\varphi_n^m(t)$, входящая в формулу (3.5), сама по себе растет во времени в процессе интегрирования модели, удваиваясь каждые 2—4 сут из-за нелинейности прогностических уравнений гидродинамики. В сущности, вопрос о роли функции $\varphi_n^m(t)$ при определении предела предсказуемости занимает центральное место во всех работах по проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы, проведенных ранее и ведущихся в настоящее время.

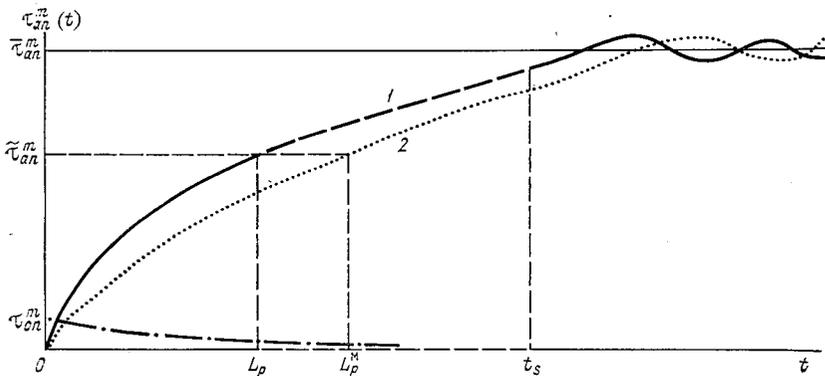


Рис. 3.6. Изменение во времени ошибки прогноза температуры воздуха, порождаемой ошибками расчета горизонтальной адвекции. (Качественная картина без сохранения масштабов.)

Вернемся снова к решению (3.5). Сначала вместо функций $f_n^m(t)$ и $\varphi_n^m(t)$ введем в рассмотрение осредненные по рассматриваемому промежутку времени их значения \bar{f}_n^m и $\bar{\varphi}_n^m$. Тогда решение (3.5) можно записать в виде

$$\tau_n^m(t) = \frac{a^2 (\bar{f}_n^m + \bar{\varphi}_n^m)}{kn(n+1)} \left[1 - e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t} \right] + \tau_{0n}^m e^{-\frac{k}{a^2} n(n+1)t}. \quad (3.6)$$

Эта формула показывает, что ошибки начального поля $\tau_0(\theta, \lambda)$ непосредственно содержатся в двух слагаемых решения (3.6) рассматриваемой задачи. Во-первых, эти ошибки входят в член

$$\tau_{0n}^m \exp \left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t \right],$$

который по времени убывает по экспоненциальному закону (на рис. 3.6 штрихпунктирная линия). Во-вторых, ошибки начального

поля $\tau_0(\theta, \lambda)$ через осредненные по времени ошибки расчета горизонтальной адвекции содержатся в слагаемом

$$\tau_{an}^m(t) = \frac{a^2}{kn(n+1)} \bar{\varphi}_n^m \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right] \right\}. \quad (3.7)$$

Эта формула показывает, что даже в том случае, когда ошибка расчета горизонтальной адвекции предполагается постоянной на всем рассматриваемом временном интервале прогнозирования, порождаемая ею ошибка прогноза аномалии температуры растет пропорционально величине, определяемой (2.23). Как уже отмечалось, этот рост ошибки прогноза не может продолжаться неограниченно и должен постепенно прекратиться по мере приближения к экстремально возможным значениям аномалии температуры.

График функции (3.7) представлен на рис. 3.6 кривой 1.

Этот график показывает, что ошибка $\tau_{an}^m(t)$ прогноза аномалии температуры, порождаемая ошибкой расчета горизонтальной адвекции, растет во времени пропорционально величине, определяемой в (2.23), до момента $t = L_p$ (сплошной участок кривой 1 на интервале $0 < t < L_p$), где L_p есть уже достигнутый в современных моделях предел полезной предсказуемости. При этом $\tau_{an}^m(t) = \tilde{\tau}_{an}^m$ есть максимально возможная ошибка прогноза, который несет полезную прогностическую информацию.

Далее, на участке $L_p < t < t_s$ продолжается, по-видимому, замедляющийся рост ошибки прогноза (кривая 1, штриховой участок) в пределах возможных экстремальных значений аномалии температуры. Этот рост продолжается, по-видимому, до тех пор пока предвычисленное и фактическое поля не станут отличаться друг от друга как два, взятых наугад, случайных поля температуры.

Наконец, при $t > t_s$ решение выходит на колебательный режим с малой амплитуды около некоторого квазистационарного состояния

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tau_{an}^m(t) = \bar{\tau}_{an}^m = \frac{a^2}{kn(n+1)} \bar{\varphi}_n^m. \quad (3.8)$$

Для продления предела полезной предсказуемости необходимо задачу поставить так, чтобы ошибка прогноза росла не согласно кривой 1, а в соответствии с некоторой кривой 2, описывающей меньшую скорость роста указанной ошибки (см. рис. 3.6). Тогда при некотором пределе предсказуемости $L_p^M > L_p$ ошибка составит $\tau_{an}^m(t) = \tilde{\tau}_{an}^m$, а сам прогноз будет нести полезную прогностическую информацию. Проблема заключается в том, чтобы определить, в какой степени это возможно.

Отметим, что кривая роста ошибки $\tau_{an}^m(t)$ на участке $(0, L_p)$ положительной полуоси времен (сплошная линия) приближенно напоминает график гиперболического тангенса. Это находится в соответствии с результатом, полученным экспериментальным путем Лоренцом и описанным в п. 3.1.

3.3. Построение решения простейшего уравнения для ошибок методом пошагового интегрирования

Вернемся снова к задаче (3.4) и будем ее решать шагами по времени, как и в п. 2.4, разбив весь рассматриваемый интервал времени $[0, r\delta t]$ на r последовательных временных подынтервалов:

$$[0, \delta t], [\delta t, 2\delta t], \dots, [(p-1)\delta t, p\delta t], \dots, [(r-1)\delta t, r\delta t], \quad (3.9)$$

где по-прежнему шаг по времени δt равен одним суткам.

Выше уже отмечалось, что наиболее важным фактором, резко ограничивающим предсказуемость атмосферы, являются ошибки расчета горизонтальной адвекции. Поэтому в данном параграфе, решая задачу (3.4), в правой части уравнения для ошибки учитывается лишь слагаемое $\varphi_n^m(t)$.

Для интервалов (3.9) введем следующие обозначения функций $\varphi_n^m(t)$ и $\tau_n^m(t)$ соответственно:

$$\left. \begin{aligned} &\varphi_{1n}^m(t), \varphi_{2n}^m(t), \dots, \varphi_{pn}^m(t), \dots, \varphi_{rn}^m(t), \\ &\tau_{1n}^m(t), \tau_{2n}^m(t), \dots, \tau_{pn}^m(t), \dots, \tau_{rn}^m(t). \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Для простоты рассмотрим случай, когда значения функции $\varphi_n^m(t)$ предполагаются постоянными в пределах каждого из интервалов (3.7), но различными для различных отрезков времени т. е. пусть

$$\varphi_{pn}^m(t) = \varphi_{pn}^m = \text{const},$$

где по-прежнему $p = 1, 2, \dots, r$.

Рассмотрим теперь применительно к интервалу $[(p-1)\delta t, p\delta t]$ следующую задачу

$$\left. \begin{aligned} &\frac{d\tau_n^m}{dt} + \rho_n \tau_n^m = \varphi_{pn}^m, \\ &\tau_n^m(t)|_{t=(p-1)\delta t} = \tau_{p-1, n}^m. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Очевидно, что решение этой задачи можно записать в виде

$$\tau_{pn}^m = \kappa_n \varphi_{pn}^m + \tau_{p-1, n}^m e^{-\rho_n \delta t}. \quad (3.12)$$

1) из ошибок, обусловленных непосредственно неопределенностями начальных данных, которые описываются членом

$$\tau_{0n}^m \exp \left[-r \frac{k}{a^2} n(n+1) \delta t \right];$$

2) из ошибок, порождаемых ошибками начальных данных при вычислении горизонтальной адвекции $\varphi_n^m(t)$.

В соответствии с формулой (3.13) с увеличением числа временных шагов ошибки прогноза, порождаемые непосредственно ошибками начального поля, как и следовало ожидать, убывают по времени. Как было отмечено, это убывание происходит пропорционально функции

$$\exp \left[-p \frac{k}{a^2} n(n+1) \delta t \right],$$

значения которой в зависимости от временных шагов приведены в табл. 2.5.

Данные этой таблицы показывают, что непосредственно вклад ошибок начального поля уменьшается во времени по экспоненциальному закону через 5 сут примерно на 30 %, а через 10 сут — почти на 50 %.

Ошибки начальных данных о температуре, наряду с ошибками в данных о горизонтальных составляющих скорости, вносят существенный вклад в формирование ошибок, возникающих при вычислении полей горизонтальной адвекции температуры и в конечном счете в ошибку прогноза. Этот процесс в формуле (3.13) описывается слагаемыми, содержащими φ_{pn}^m . В результате ошибки прогноза растут во времени, тем самым резко ограничивая предел предсказуемости атмосферы. То есть при постановке задачи прогноза полей метеорологических элементов как начально-краевой задачи и при ее решении способом пошагового интегрирования по времени, в процессе которого горизонтальная адвекция рассчитывается с помощью генерируемых моделью величин, предел детерминистской предсказуемости атмосферы всегда и неизбежно будет резко ограниченным. Такое поведение решения уравнений гидродинамики исправить невозможно, а следовательно, и невозможно продление на неопределенно долгое время предела предсказуемости атмосферы. Этот вывод остается в силе даже в том случае, если допустить невозможное — предположить, что неадиабатические притоки тепла мы умеем рассчитывать точно.

3.4. Проблема детерминистской предсказуемости атмосферы как проблема существования и единственности решения дифференциальных уравнений

Как было отмечено выше, несмотря на то что во многих странах в течение ряда десятилетий проводятся значительные исследования по гидродинамическим долгосрочным прогнозам метеорологических полей, до сих пор никому не удалось получить

сколь-либо практически значимого результата по этой проблеме. Этот вывод прежде всего относится к существующим моделям общей циркуляции атмосферы, на которые возлагалось столько надежд в деле разработки новых, более совершенных по сравнению с имеющимися методов долгосрочных прогнозов погоды.

Более того, в результате почти четвертьвекового направленного на прогноз численного экспериментирования, а также теоретических исследований, подавляющее большинство специалистов пришло к выводу о том, что в рамках существующих моделей общей циркуляции принципиально невозможно получить долгосрочный прогноз погоды. В качестве причины неспособности существующих моделей описывать поведение атмосферы в течение длительных промежутков времени обычно называют следующие:

— проблему детерминистской предсказуемости состояния атмосферы. Эта причина является главной, определяющей;

— проблему чувствительности существующих моделей к параметризациям основных физических процессов. В рамках существующих моделей эта причина является важной, но не главной.

Однако, забегаая вперед, следует отметить, что когда речь идет о проблеме долгосрочного прогноза метеорологических полей и когда она трактуется так, как это предлагается в гл. 6 и особенно в гл. 7, то проблема надлежащей параметризации основных управляющих физических процессов становится главной, определяющей.

Проблема детерминистской предсказуемости некоторой системы функций многих переменных, поведение которых во времени описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных, при надлежащем образом заданных начальных и граничных условиях в своей основе является проблемой математической. При этом характеры поведения во времени и пределы предсказуемости указанных функций полностью определяются фундаментальными свойствами описывающей их поведение системы уравнений и соответствующих начальных и граничных условий. То же самое можно сказать и о пределе предсказуемости отдельно взятой функции одной переменной, поведение которой во времени описывается обыкновенным дифференциальным уравнением и соответствующим начальным условием. Даже в этом сравнительно простом случае нередко предел предсказуемости рассматриваемой функции или «время жизни» решения, описывающего ее поведение во времени дифференциального уравнения, оказывается резко ограниченным, будучи сильно зависящим как от структуры самого уравнения, так и от начального условия.

Проблема детерминистской предсказуемости состояния атмосферы, по-видимому, тесно связана с проблемами существования и единственности решений уравнений Эйлера и Навье—Стокса. В соответствии с результатами и кратким обзором, изложенным Ю. С. Ильяшенко в статье [22], ниже рассматриваются некоторые математические вопросы, непосредственно связанные с указанными выше проблемами.

Для целей данного исследования особую важность приобретает так называемая проблема коллапса, которую можно сформулировать следующим образом: дают ли уравнения Эйлера и Навье—Стокса адекватное описание течения идеальной и вязкой жидкости соответственно? Применительно к проблеме прогноза погоды проблему коллапса можно сформулировать следующим образом: описывают ли адекватно поведение атмосферы во времени существующие численные модели общей циркуляции, базирующиеся на интегрировании уравнений гидротермодинамики?

Совершенно очевидно, что в данном случае речь идет об одной из важнейших среди всех наиболее важных проблем современной гидродинамической теории прогноза погоды.

Известно, что время жизни решения обыкновенного дифференциального уравнения может быть конечным и зависит от начального условия. По-видимому, такой эффект имеет место также для уравнений Навье—Стокса.

Так, для случая трехмерных течений вязкой жидкости О. А. Ладыженская доказала существование обобщенных решений на всей положительной полуоси времен [33]. Однако для обобщенных решений не удается доказать теорему единственности, ввиду того что они обладают весьма малой гладкостью. Теореме единственности удастся доказать в том случае, если потребовать сравнительно высокую гладкость решений, но тогда теорема существования гладких решений становится лишь локальной: установлено существование решений на конечном интервале времени, зависящем от начального условия [22].

Представляется, что приведенные математические выводы в какой-то мере подтверждаются результатами большого количества направленных на прогноз погоды численных экспериментов, выполненных с помощью существующих моделей общей циркуляции атмосферы, базирующихся на интегрировании системы уравнений гидротермодинамики, основной частью которой является уравнение Навье—Стокса.

Проблема коллапса применительно к уравнениям гидродинамики исследовалась многими авторами.

Так, выполненные численные эксперименты, результаты которых изложены в работе [128], наводят на мысль о возможности коллапса в трехмерном уравнении Эйлера [22]. Аналогичное мнение существует также относительно трехмерного уравнения Навье—Стокса [66]. Однако эти выводы нельзя считать строго доказанными, а следовательно, они еще не являются категоричными утверждениями.

Приведенные краткие выводы, а также свойство неустойчивости решения нелинейного уравнения к малым возмущениям в начальных данных ниже иллюстрируются на примерах двух уравнений с квадратичной нелинейностью. Первый пример приведен в [24], а также рекомендован Ю. С. Ильяшенко в качестве простейшего обыкновенного дифференциального уравнения, время жизни которого является конечным и зависит от начального

условия [22]. Второй пример, подробно исследованный Лоренцем [103], представляет собой решение некоторого алгебраического уравнения также с квадратичной нелинейностью, записанное в виде рекуррентной формулы.

Первый пример. Рассмотрим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение

$$d\varphi/dt = \varphi^2. \quad (3.15)$$

Пусть требуется построить решение последнего уравнения, удовлетворяющее начальному условию

$$\varphi(t)|_{t=0} = \varphi_0, \quad (3.16)$$

где для простоты предполагается, что $\varphi_0 > 0$.

Легко показать, что искомое решение имеет вид

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_0}{1 - \varphi_0 t}. \quad (3.17)$$

Это решение показывает, что при $t = \varphi_0^{-1}$ в уравнении (3.15) происходит коллапс. Поэтому на положительной полуоси значений времени решение задачи (3.15) — (3.16), адекватно описывающее поведение во времени функции $\varphi(t)$, существует лишь на полуинтервале

$$0 \leq t < \varphi_0^{-1}, \quad (3.18)$$

которое полностью определяется начальным условием.

Таким образом, максимально возможный предел L_p^M детерминистской предсказуемости функции $\varphi(t)$ резко ограничен и также зависит от начального условия:

$$L_p^M < \varphi_0^{-1}. \quad (3.19)$$

Рассмотренный пример показывает, что даже в том случае, когда задачу можно решить точно при точном задании начального условия, может возникнуть порождаемая проблемой коллапса проблема предсказуемости искомой функции $\varphi(t)$. Эта категория проблемы предсказуемости отличается от ее традиционной трактовки, сложившейся в метеорологии.

Рассмотрим теперь, как изменится решение задачи (3.15) — (3.16), если начальное значение искомой функции задано не точно, а с некоторой малой ошибкой ε_0 ? При этом ради простоты предположим, что

$$0 < \varepsilon_0 \ll \varphi_0.$$

Для того чтобы ответить на поставленный вопрос, перепишем начальное условие (3.16) в виде

$$\varphi(t)|_{t=0} = \varphi_0 + \varepsilon_0 \quad (3.20)$$

и проследим за характером поведения во времени решения задачи (3.15) — (3.16).

Ясно, что ошибка ε_0 начального условия породит некоторую ошибку $\varepsilon(t)$ в решении рассматриваемой задачи, т. е. вместо искомой функции $\varphi(t)$ теперь будем иметь некоторую другую функцию, которую обозначим через $\bar{\varphi}(t)$.

Решение задачи (3.15) — (3.20) записывается в виде

$$\bar{\varphi}(t) = \frac{\varphi_0 + \varepsilon_0}{1 - (\varphi_0 + \varepsilon_0)t}. \quad (3.21)$$

Из последней формулы следует, что из-за наличия ошибки ε_0 в начальном условии в уравнении (3.15) коллапс происходит не при $t = \varphi_0^{-1}$, а при

$$t = \frac{1}{\varphi_0 + \varepsilon_0},$$

причем областью существования решения является полуинтервал

$$0 \leq t < \frac{1}{\varphi_0 + \varepsilon_0}, \quad (3.22)$$

т. е. по сравнению с (3.18) происходит сужение области существования решения. Далее из-за наличия ошибки ε_0 в начальном условии максимально возможный предел детерминистской предсказуемости решения задачи (3.15) — (3.20) по сравнению с (3.19) является ограниченным еще в большей степени, а именно

$$L_p^M < \frac{1}{\varphi_0 + \varepsilon_0}. \quad (3.23)$$

Перепишем теперь формулу (3.21) в следующем виде:

$$\bar{\varphi}(t) = \varphi(t) + \varepsilon(t),$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{\varphi_0}{1 - \varphi_0 t} \approx \frac{\varphi_0}{1 - (\varphi_0 + \varepsilon_0)t}, \\ \varepsilon(t) &= \frac{\varepsilon_0}{1 - (\varphi_0 + \varepsilon_0)t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Последняя формула описывает характер поведения во времени ошибки $\varepsilon(t)$ решения, порождаемой ошибкой ε_0 начального условия. Анализ этой формулы показывает, что в пределах полуинтервала (3.22) ошибка решения растет во времени, достигая значения $\varepsilon = \varphi_0$ при

$$t = \frac{\varphi_0 - \varepsilon_0}{\varphi_0(\varphi_0 + \varepsilon_0)}.$$

В дальнейшем рост ошибки решения делается неограниченным:

$$\varepsilon(t) \Big|_{t \rightarrow (\varphi_0 + \varepsilon_0)^{-1}} \rightarrow \infty.$$

Обратимся теперь к начальным условиям (3.16) и (3.20), а также к соответствующим решениям (3.17) и (3.21) рассматриваемой задачи.

Как известно, указанные начальные условия мало отличаются друг от друга. Нас интересует вопрос, насколько же отличаются друг от друга соответствующие решения и как меняется во времени их разность. Очевидно, разность решений (3.17) и (3.21) равна дроби

$$\varphi(t) - \tilde{\varphi}(t) = \frac{\varepsilon_0}{[1 - (\varphi_0 + \varepsilon_0)t][1 - \varphi_0 t]}, \quad (3.25)$$

значение которой неограниченно растет при $t \rightarrow (\varphi_0 + \varepsilon_0)^{-1}$.

Полученные результаты убедительно показывают, что два почти одинаковых начальных значения (3.16) и (3.20) искомой функции $\varphi(t)$, повинувшись одному и тому же управляющему дифференциальному уравнению (3.15), с течением времени фактически превращаются в существенно различные функции (3.17) и (3.21).

Этот вывод является фундаментальным и имеет критически важное значение при исследовании детерминистской предсказуемости функции $\varphi(t)$.

Легко видеть, что при $\varepsilon_0 = 0$ в соответствии с формулой (3.24) имеем $\varepsilon(t) \equiv 0$. При этом формула (3.21) переходит в (3.17), а неравенство (3.23) в (3.19) соответственно.

Из вышеизложенного следует, что решение задачи (3.15) — (3.16) неустойчиво к малым возмущениям начальных данных. Малая ошибка, введенная в начальное условие, порождает неограниченно растущую во времени ошибку решения задачи. А это означает, что решение задачи (3.15) — (3.20) может адекватно описывать (конечно, в определенном приближении) поведение функции $\varphi(t)$ лишь в некоторой, по-видимому, малой окрестности точки задания начального условия. То есть, в рамках полуинтервала (3.22) и в соответствии с неравенством (3.23) предел предсказуемости функции $\varphi(t)$ является резко ограниченным и, по-видимому, не выходит за указанную малую окрестность точки задания начального условия.

С точки зрения формальной, природа рассмотренной только что проблемы предсказуемости функции $\varphi(t)$ аналогична природе ставшей традиционной в метеорологии проблемы детерминистской предсказуемости состояния атмосферы.

Эта аналогия находится в полном соответствии с уже отмеченным выше существующим мнением о том, что решения уравнений гидродинамики неустойчивы к малым возмущениям начальных данных. Если это так, то генерируемая существующими моделями общей циркуляции атмосфера (т. е. гидродинамический прогноз погоды) также неустойчива к малым возмущениям. Это означает, что ошибки различного происхождения, неизбежно существующие в начальных данных в процессе интегрирования модели, неиз-

бежно растут во времени и тем самым резко ограничивают предел детерминистской предсказуемости атмосферы.

Очевидно, рост во времени ошибки гидродинамического прогноза не может продолжаться безгранично. Это гарантируется тем, что существующие модели общей циркуляции сконструированы в соответствии с законом сохранения полной энергии. Следовательно, в процессе интегрирования моделей в течение даже очень длительных временных интервалов (порядка нескольких сотен суток), ни одна из предвычисляемых характеристик состояния атмосферы не может расти безгранично. Поэтому в численных экспериментах на очень длительные сроки ошибки начальных полей растут лишь до тех пор, пока предвычисляемое и соответствующее фактическое поля не делаются отличающимися друг от друга как два случайных, наугад взятых поля. После этого, как было отмечено в п. 3.2 и показано на рис. 3.6, рост ошибки прогноза замедляется и далее решение выходит на колебательный режим с малыми амплитудами около некоторого квазистационарного состояния.

Второй пример. Исследуя предел детерминистской предсказуемости атмосферы, Лоренц связывает этот вопрос с фундаментальными свойствами нелинейных уравнений гидродинамики. Природа непредсказуемости состояния атмосферы на долгие сроки кроется в характере решения самой системы нелинейных прогностических уравнений, в неустойчивости решения к малым возмущениям начальных данных. Эта идея довольно наглядно иллюстрируется автором с помощью простого нелинейного алгебраического уравнения, не имеющего ничего общего с уравнениями гидродинамики. Используемое прогностическое уравнение имеет вид [103]

$$\varphi_n = a\varphi_{n-1} - \varphi_{n-1}^2, \quad (3.26)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$. В качестве начального условия для искомой величины φ_n взято ее значение при $n = 0$:

$$\varphi_0 = 1,500. \quad (3.27)$$

Если известно значение параметра a , то с помощью задачи (3.26)—(3.27) легко определяются прогностические значения величины φ_n для любых последовательностей временных шагов. Для указанного параметра задается значение $a = 3,750$. Тогда последовательность прогностических значений $\{\varphi_n\}$ является непериодической, но ограниченной: $0 < \varphi_n < 3,750$. Другие значения a при решении задачи (3.26)—(3.27) могут давать [97] периодические или неограниченные последовательности $\{\varphi_n\}$.

С помощью решения уравнения (3.26) автор моделирует процесс роста ошибок, происходящих от: 1) неточности начальных данных; 2) неточности прогностического уравнения и 3) степени несовершенства вычислительного алгоритма.

В табл. 3.1, заимствованной из работы [103], приведены результаты выполненных численных экспериментов по реализации

Таблица 3.1

Результаты численных экспериментов

Шаг сетки	$A \cdot 10^3$ $a = 3,750$	$B \cdot 10^3$ $a = 3,750$	$C \cdot 10^3$ $a = 3,751$	$D \cdot 10^4$ $a = 3,7500$
0	1500	× 1501	1500	15 000
1	3375	3376	× 3377	33 750
2	1266	1263	1263	12 656
3	3145	3141	3142	31 443
4	1903	○ 1913	○ 1913	× 19 045
5	3515	3514	3516	35 148
6	826	829	826	8 267
7	2415	2422	2416	24 167
8	3224	3216	3225	32 222
9	1696	1717	1696	17 007
10	3484	3491	3485	34 352
11	927	904	927	9 229
12	2617	2573	2618	26 091
13	2695	3028	2966	○ 29 767
14	2328	□ 2186	2328	23 019
15	3310	3419	3313	33 334
16	1456	1132	1451	13 887
17	3340	2964	3337	32 791
18	1369	2330	1382	□ 15 441
19	3260	3309	3274	34 061
20	1597	1459	1562	11 714
21	3438	3342	3419	30 206
22	1073	1361	1135	× 22 032
23	2872	3251	2129	34 079
24	2522	1622	□ 2322	11 658
25	3097	3452	3318	30 127
26	2022	1029	1437	22 213
27	3494	2890	3325	33 957
28	894	× 2660	1416	12 031
29	2553	2899	3306	39 642
30	3056	2467	× 1471	21 014
31	2121	3165	3354	34 644
32	3455	1852	1332	9 894
33	1019	3515	3222	27 313
34	2783	826	1784	27 824
35	2691	2415	3488	26 923

задачи (3.26) — (3.27). В столбце А этой таблицы приведены значения φ_n для 35 временных шагов. Этот вариант можно назвать контрольным. С целью моделирования ошибки, содержащейся в начальных данных, внесено изменение в величину φ_0 . Вместо прежнего ее значения взято $\varphi_0 = 1,501$. Прогностические значения φ_n для того случая приведены в столбце В указанной таблицы. Для моделирования несовершенств прогностического уравнения введены изменения в значение параметра a и взято его значение 3,751. Полученные для этого случая прогностические значения величины φ_n приведены в столбце С. Наконец, для того чтобы смоделировать несовершенства вычислительного алгоритма, вносится изменение в процедуру округления: вместо трех знача-

щих знаков после запятой берется четыре. Соответствующие прогностические значения величины φ_n представлены в столбце D.

Для удобства анализа данных указанной таблицы введем следующие обозначения: пусть E есть любая из букв B, C или D, а φ_A^m и φ_E^m — значения предвычисляемой величины φ_n для всех четырех вариантов, соответственно приведенных в табл. 3.1, применительно к m -му шагу. В указанной таблице значками \times , \circ , \square и \otimes обозначены случаи, когда абсолютная разность $|\varphi_E^m - \varphi_A^m|$ больше, чем 0,001; 0,01; 0,1 и 1,0 соответственно.

Данные табл. 3.1 показывают, как быстрый рост ошибки прогноза, обусловленный каждым из указанных в столбцах B, C, D факторов, резко ограничивает пределы детерминистской предсказуемости величины φ_n .

Анализ данных этой таблицы показывает, кроме того, что, если даже прогностическое уравнение является точным, а вычислительная процедура совершенной, все равно происходит рост во времени ошибки прогноза, порождаемый неточностью начального условия (столбец B). Аналогичное происходит также в том случае, если прогностическое уравнение является приближенным, а начальное условие и вычислительный алгоритм — точными (столбец C). Наконец, когда начальное условие и прогностическое уравнение являются точными, модель (3.26) — (3.27) все равно не может генерировать точные значения предвычисляемой величины φ_n . В этом случае ошибки прогноза растут во времени и даже быстрее, чем в двух предыдущих случаях, из-за несовершенства вычислительной процедуры.

Таким образом, наличие даже одного из трех указанных в столбцах B, C, D факторов достаточно, чтобы резко ограничить предел детерминистской предсказуемости величины φ_n . На самом же деле в любой прогностической модели, аналогичной (3.26) — (3.27), могут одновременно присутствовать все три фактора, обуславливающих непредсказуемость величины φ_n . В этом случае генерируемая моделью (3.26) — (3.27) совокупность величин $\{\varphi_n\}$ всегда является неустойчивой к малым возмущениям, имеющимся как в начальных данных, так и возникающих при реализации рассматриваемой задачи. Это означает, что в рамках задачи (3.26) — (3.27) всегда существуют непреодолимые никакими средствами причины, резко ограничивающие предел детерминистской предсказуемости совокупности величин $\{\varphi_n\}$.

Переходя к атмосферным моделям, следует подчеркнуть, что хотя, как уже отмечалось, уравнение (3.26) не имеет никакого отношения к прогностическим уравнениям гидродинамики, однако трудности, возникающие при интегрировании прогностических моделей атмосферы, аналогичны тем, которые были отмечены при анализе решения задачи (3.26) — (3.27). В данном случае также определяющую роль играют три указанных в столбцах B, C, D фактора: неточность системы прогностических уравнений, несовершенство алгоритма ее решения и ошибки, неизбежно существующие

в начальных данных. Каждый из этих факторов сам по себе резко ограничивает предел детерминистской предсказуемости атмосферы. На самом же деле при интегрировании направленных на прогноз моделей атмосферы одновременно влияют все три указанных фактора, обуславливающих непредсказуемость атмосферы на большие сроки: начальное состояние атмосферы никогда не может быть установлено точно, уравнения модели применительно к реальным атмосферным условиям и алгоритм ее реализации всегда являются лишь приближенными. А это означает, что генерируемая системой уравнений гидротермодинамики атмосфера всегда будет неустойчивой к малым возмущениям, имеющимся как в начальных данных, так и возникающих в процессе интегрирования используемой модели. Если это так, то из сказанного следует, что, оставаясь в рамках классической постановки проблемы, суточные гидродинамические прогнозы на каждый день никогда не могут быть получены на неопределенно долгое время — всегда будет существовать резко ограниченный предел детерминистской предсказуемости состояния атмосферы.

Из приведенного выше краткого и далеко не полного обзора и анализа результатов исследований по проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы можно сделать следующее заключение.

В рамках существующих моделей общей циркуляции атмосферы проблема прогноза погоды трактуется как начально-краевая задача, базирующаяся на использовании системы основных уравнений гидротермодинамики, в процессе интегрирования которой горизонтальная адвекция и вклады параметризованных физических процессов рассчитываются с помощью генерируемых моделью величин. Такую трактовку проблемы прогноза погоды можно назвать классической.

В сущности, любой гидродинамический прогноз погоды представляет собой состояние генерируемой моделью атмосферы. Однако природа системы нелинейных уравнений гидротермодинамики такова, что генерируемая построенными на их основе современными моделями атмосфера является неустойчивой к малым возмущениям. Малые возмущения, содержащиеся в начальном состоянии атмосферы (или возникающие в процессе решения задачи), неизбежно растут во времени в процессе интегрирования модели. По-видимому, это является одним из фундаментальных свойств системы уравнений гидротермодинамики.

Свойство неустойчивости генерируемой гидродинамической моделью атмосферы к малым возмущениям представляет собой самую суть детерминистской непредсказуемости атмосферы на долгие сроки. Иными словами, при гидродинамическом прогнозе погоды ошибки, неизбежно содержащиеся в начальных данных в процессе интегрирования модели, неизбежно растут до тех пор, пока предвычисленное и соответствующее фактическое метеорологические поля не станут отличающимися друг от друга как два наугад взятых случайных поля. Поэтому, оставаясь в рамках

классической постановки задачи прогноза погоды, указанный выше рост ошибки начальных данных, резко ограничивающий предел детерминистской предсказуемости атмосферы, не может быть устранил никакими средствами. А это означает, что в рамках классической трактовки проблемы прогноза погоды невозможно ставить задачу гидродинамического долгосрочного прогноза метеорологических полей как начально-краевую задачу математической физики, базирующуюся на использовании системы основных уравнений гидротермодинамики.

Из сказанного вовсе не следует, что на базе интегрирования основных уравнений гидротермодинамики невозможно построить модель (или теорию) численного долгосрочного прогноза метеорологических полей. Отнюдь нет! Научно обоснованная модель (или теория) долгосрочного прогноза метеорологических полей может быть построена только на законах физики атмосферы, математическим выражением которых являются уравнения гидротермодинамики.

Из вышесказанного следует лишь то, что наступило время, когда наряду с развитием исследований по прогнозу погоды на базе существующих моделей общей циркуляции стало настоящей необходимостью сформулировать новую стратегию по проблеме предвычисления метеорологических полей на долгие сроки, с учетом современных представлений о резкой ограниченности пределов детерминистской предсказуемости атмосферы. Это означает, что в настоящее время назрела острая необходимость разработки новых гидродинамических моделей атмосферы, направленных на долгосрочный прогноз метеорологических полей и на моделирование короткопериодных колебаний климата. Эти модели должны базироваться на новых физических и математических принципах.

Задача долгосрочного прогноза метеорологических полей, базирующаяся на интегрировании основных уравнений гидротермодинамики, должна быть поставлена так, чтобы в процессе ее интегрирования не возникала проблема детерминистской предсказуемости состояния атмосферы в ее традиционной трактовке и чтобы в качестве возмущающих факторов были учтены хотя бы в грубом приближении главные внешние по отношению к атмосфере источники энергии.

Ниже излагается некоторая новая стратегия для приближенного решения проблемы долгосрочного прогноза крупномасштабных аномалий полей аномалий метеорологических элементов, основанная на предварительном предвычислении неадиабатических притоков тепла. То есть, предполагается, что долгосрочному прогнозу метеорологических полей с фиксированной заблаговременностью должен предшествовать долгосрочный же прогноз неадиабатических притоков тепла, по крайней мере с той же заблаговременностью. В случае успеха отпадает один из главных факторов (f_n^m), предопределяющих весьма жесткие пределы детерминистской предсказуемости атмосферы, ибо в этом случае

отпадет необходимость рассчитывать в процессе интегрирования модели притоки тепла, ошибки которых растут во времени. Для долгосрочных прогнозов неадиабатических факторов могут быть использованы, например, некоторые феноменологические закономерности в системе Земля—атмосфера, так называемые атмосферные телесвязи и т. д. Совершенно очевидно, что в указанных случаях речь может идти лишь о некотором грубом приближении, лишь о прогнозе некоторых общих характеристик особенностей распределения крупномасштабных притоков тепла.

Предлагаемый ниже метод долгосрочного прогноза неадиабатических притоков тепла основан на некоторой феноменологической трактовке проблемы взаимодействия океана и атмосферы, в которой предполагается, что облачность является главным регулятором притока лучистой энергии Солнца к водной среде. Прогноз аномалий неадиабатических притоков тепла является критически важным моментом в предлагаемой стратегии. В случае успеха проблема долгосрочного прогноза полей аномалии метеорологических элементов может быть сформулирована по-новому, используя в качестве прогностического уравнения диагностическое уравнение динамики атмосферы. Но так как это уравнение не содержит временных производных от искомым функций, то отпадет и второй из главных факторов — (φ_{an}^m) , предопределяющих пределы детерминистской предсказуемости атмосферы.

Последующие параграфы посвящены обсуждению этих вопросов.

Глава 4

О некоторых фундаментальных свойствах процессов, происходящих в системе океан—атмосфера

Как известно, процессы, происходящие в системе Земля—атмосфера, обладают рядом замечательных свойств, обнаруженных в результате эмпирического и статистического анализа данных метеорологических наблюдений. К их числу относятся некоторые феноменологические особенности этих процессов, различные типы сопряженности структур крупномасштабных метеорологических полей в отдаленных друг от друга районах земного шара, которые в иностранной научной литературе получили название атмосферных телесвязей и пр. Совершенно ясно, что в целях разработки моделей общей циркуляции, климата или долгосрочного прогноза погоды, адекватно описывающих крупномасштабные атмосферные

процессы, эти явления должны быть как-то учтены, для чего, очевидно, должны быть изучены механизмы, управляющие указанными явлениями.

В данном исследовании мы не будем специально рассматривать эту проблему в целом и ограничимся лишь изложением некоторых сведений об асинхронных связях между летними аномалиями облачности над океаном и отклонениями от нормы зимних температур воздуха на континенте.

В течение последних лет в Гидрометцентре СССР была сформулирована некоторая феноменологическая трактовка процессов, происходящих в системе океан—атмосфера, основанная на гипотезе о том, что облачный покров океана является главным регулирующим фактором притока лучистой энергии Солнца к поверхности гидросферы Земли. Исследования показали, что между аномалиями облачного покрова Северной Атлантики и отклонениями от нормы приземной температуры воздуха на Европейском континенте существует достаточно тесная асинхронная связь со значительными сдвигами по времени. Эти исследования были проведены на базе использования и всестороннего анализа всей доступной информации об облачном покрове океана, получаемой как с метеорологических спутников в течение последних 15 лет (1966—1980), так и с девяти судов погоды, функционировавших в течение 23 лет (с 1953 по 1975 г.) в акватории Северной Атлантики. На основе обнаруженных и исследованных связей был разработан физико-статистический метод долгосрочного прогноза осредненных по двум и трем месяцам аномалий температуры воздуха с большой заблаговременностью для ЕТС.

Данная глава посвящена изложению этих вопросов. В ней приводятся новые доказательства действительного существования в реальных природных условиях упомянутых асинхронных связей и исследуются их некоторые, ранее не изученные, но весьма важные особенности.

4.1. Об асинхронных связях между облачным покровом океана и температурным полем атмосферы

Теперь мы перейдем к изложению некоторых сведений об асинхронных связях между аномалиями летней облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы зимней приземной температуры воздуха на Европейском континенте.

Все изложенные ниже вопросы, касающиеся моделирования короткопериодных колебаний климата и долгосрочных прогнозов крупномасштабных полей аномалий метеорологических величин, основываются именно на этих связях.

Как известно, в теплую половину года океан поглощает в огромных количествах лучистую энергию Солнца, трансформирует ее в тепловую и аккумулирует в своих недрах. В холодное полугодие это тепло океан отдает атмосфере с помощью различных

процессов теплообмена и тем самым во многом определяет ее термическое состояние, особенно в умеренных широтах.

Однако дошедшая до Земли лучистая энергия Солнца распределяется на земной поверхности, в частности и на поверхности океана, сугубо неравномерно вследствие, главным образом, неравномерности распределения облачности, которая в этом процессе является регулятором с обратной связью. Отсюда следует, что между летними аномалиями облачности над океаном и отклонениями от нормы зимних температур воздуха на континенте должна существовать связь. Конечно, такие связи следует исследовать в масштабе хотя бы северного полушария. Однако до настоящего времени трудности, связанные с приобретением данных об облачном покрове океанов северного полушария, получаемых с метеорологических спутников, для нас оказались непреодолимыми. В связи с тем что в настоящее время под эгидой ВМО предпринимаются усилия для создания банка данных об облачности, появилась надежда исследовать рассматриваемые связи применительно к условиям северного полушария.

В данной работе указанные связи были исследованы на примере акватории Северной Атлантики, ограниченной 40 и 65° с. ш. Был поставлен вопрос об исследовании связей между аномалиями облачности над этими районами океана и отклонениями от нормы приземной температуры воздуха для каждой из 30 станций, равномерно распределенных на ЕТС, и некоторых районов Европы (3 станции).

Основная трудность таких исследований заключается в том, что информация об облачном покрове над океанами, получаемая с метеорологических спутников, только лишь с 1965 г. является единственной в своем роде. Правда, имеется еще архив данных об облачности за 23 года (с 1953 по 1975 г.), полученных в свое время от девяти судов погоды, большая часть которых несколько лет тому назад, к сожалению, прекратила функционирование.

Карта сети использованных метеорологических станций и судов погоды представлена на рис. 4.1.

Таким образом, связи между аномалиями облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы приземной температуры воздуха на континенте были исследованы с помощью указанных двух видов информации. Физический и корреляционный анализы, проведенные с использованием данных за 10 лет, показали, что между аномалиями летней облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха над районами Европы имеется физически обусловленная статистическая связь. Ввиду того, что характер этой связи для обоих видов данных об облачности был один и тот же, а коэффициенты корреляции для случая использования спутниковой облачности были все же несколько больше и в связи с резким сокращением, начиная с 1975 г., числа судов погоды — традиционных источников информации об облачном покрове океана — дальней-

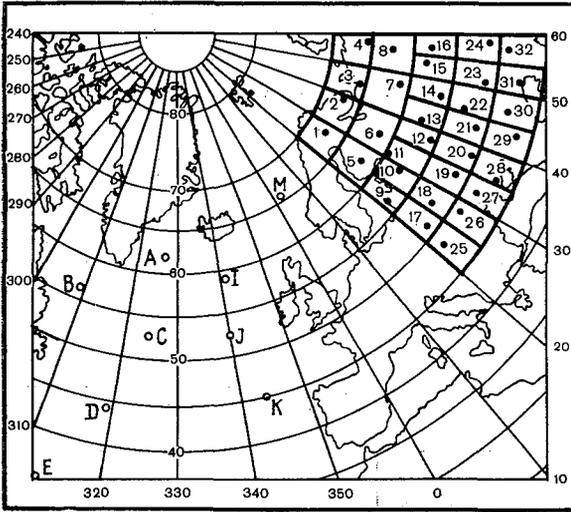


Рис. 4.1. Сеть использованных метеорологических станций и судов погоды.

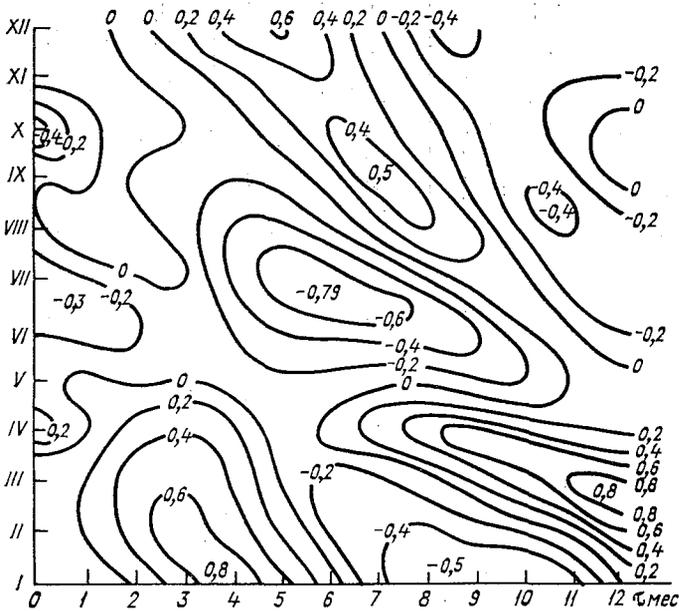


Рис. 4.2. Корреляционная матрица для станции Кострома, рассчитанная по скользящим трехмесячным данным об аномалиях облачности и приземной температуры.

шие исследования велись с использованием только спутниковых данных.

Исследования показали, что связи между аномалиями летней облачности над океаном и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на континенте являются отрицательными и асинхронными. Сдвиг по времени и особенно значения коэффициентов корреляции зависят от масштабов временного осреднения. С увеличением временного масштаба связь делается теснее, значения коэффициента корреляции достигают 0,6—0,8 при двух- и трехмесячном осреднении. Сдвиг по времени при двухмесячном осреднении колеблется до 7 мес (табл. 4.1). В качестве иллюстрации

Таблица 4.1

Оправдываемости (%) прогнозов знаков двухмесячной аномалии приземной температуры воздуха по ЕТС. 1975—1979 гг.

Месяцы		Заблаговременность	Год				
предикторы	прогнозируемые		1975	1976	1977	1978	1979
IV—V	I—II	7	42,0	63,5	72,5	50,0	
VIII—IX		3	—	—	—	—	70,0
VIII—IX	II—III	4	100	80,0	60,5	69,0	85,5
IX—X	III—IV	4	93,5	96,0	93,5	88,5	61,5
IX—X	IV—V	5	68,5	69,5	65,5	15,0	93,0
II—III	V—VI	1	64,5	70,0	70,5	69,0	92,5
II—III	VI—VII	2	52,0	56,5	64,5	84,0	53,5
I—II	VII—VIII	4	53,0	63,0	40,0	86,5	43,0
VI—VII	VIII—IX	0	85,0	86,0	67,5	43,0	75,0
IV—V	IX—X	3	92,5	57,0	93,0	59,5	76,5
VI—VII	X—XI	2	74,0	56,5	45,0	82,0	53,5
V—VI	XI—XII	4	73,5	79,0	85,5	25,0	92,5
VII—VIII	XII—I	3	64,0	56,0	39,5	37,0	66,5
Среднее		4	72,0	69,5	66,0	59,0	72,0

на рис. 4.2 приведена корреляционная матрица для станции Кострома, вычисленная с помощью данных наблюдений, осредненных по трехмесячному интервалу времени. На этом рисунке по горизонтальной оси отложен сдвиг по времени в месяцах, а по вертикальной оси — средние месяцы рассматриваемых трехмесячных интервалов времени. Такие корреляционные матрицы были рассчитаны для всех рассматриваемых станций как для трехмесячного, так и для двухмесячного временного осреднения. В результате такого корреляционного анализа были определены наиболее информативные двух- и трехмесячные интервалы времени, за которые надо брать аномалии летней облачности для прогноза

средних двух- и трехмесячных аномалий зимней температуры воздуха. В табл. 4.1 приведены наиболее информативные месяцы-предикторы. На этой основе был разработан физико-статистический метод долгосрочного прогноза двухмесячной аномалии приземной температуры воздуха для ЕТС.

В первых трех столбцах таблицы приведены соответственно сведения об исходных месяцах, которые берутся в качестве предиктора облачности над Северной Атлантикой, о месяцах, на которые предвычисляется прогнозируемое температурное поле и заблаговременность. В остальных столбцах приведена оправдываемость прогноза знака двухмесячной аномалии приземной температуры воздуха на ЕТС для соответствующих годов [23]. Оценки прогнозов, учитывая их большую заблаговременность, следует считать удовлетворительными.

Асинхронные связи между аномалиями облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы температуры воздуха на ЕТС позволили пролить свет, пусть в первом грубом приближении, на природу одного очень важного и в свое время сильно на шумевшего сверхдлительного атмосферного процесса [46].

Специалистам хорошо известно, что начиная с сентября 1974 г. по март 1975 г. на больших пространствах Евразии непрерывно сохранялась исключительно теплая погода. (Она сохранялась и дольше — весной и летом, переходя в засуху лета 1975 года. Однако эта очень важная часть указанного сверхдлительного атмосферного процесса в работе [46] не рассматривалась, так же как не рассматривается и в данном исследовании, ибо как тогда, так и сейчас автор ставил целью понять природу крупномасштабных и долгопериодных атмосферных процессов именно холодного полугодия.)

Если принять во внимание суммарно сверхдлительную продолжительность, исключительно обширные площади охвата и значения положительных аномалий температуры воздуха, то этот процесс аномального потепления не имеет своего аналога за весь период с 1881 г. до наших дней. Детальные исследования атмосферных процессов осени 1974 г. и зимы 1975 г. показали, что сверхдлительные положительные экстремальные аномалии температуры воздуха над обширными районами Европы в течение осени и зимы 1974—1975 гг. были обусловлены в значительной мере облачным покровом Северной Атлантики за лето 1974 г. и характером циркуляции атмосферы осенью и зимой 1974—1975 гг. Именно в указанные сезоны были соответственно аномалия облачности отрицательной, а атмосферная циркуляция четко выраженной зональной. Подробные сведения об упомянутых связях читатель может найти в книге автора [46].

Ниже приводимый дополнительный анализ фактического материала наблюдений не только лишний раз подтверждает существование тесных асинхронных связей между облачным покровом океана и температурным полем атмосферы, но и вскрывает новую важную особенность этих связей.

4.2. Дополнительные факты об асинхронных связях

В основу всех наших рассуждений в данном параграфе кладутся данные наблюдений за 15 лет о двухмесячных аномалиях приземной температуры воздуха для 30 равномерно распределенных по ЕТС метеорологических станций за январь—февраль 1965—1980 гг. (составленных по среднемесячным аномалиям, хранившимся в отделе месячных прогнозов погоды Гидрометцентра СССР), а также соответствующих аномалий средней за июль и август облачности, по данным с метеорологических спутников, осредненной по акватории Северной Атлантики между 40 и 65° с. ш. за 1965—1979 гг. (см. табл. 4.3).

Забегая вперед, отметим, что в соответствии с данными табл. 4.3 в 1965—1968 гг. общее количество облачности над рассматриваемой акваторией Северной Атлантики было выше нормы, но начиная с 1969 г. и все последующие годы в течение 11 лет количество облачности было ниже нормы. Это продолжается и в настоящее время.

Совершенно очевидно, что это могло произойти только в результате каких-то очень серьезных причин, возникших, по крайней мере, не позже чем в первой половине 1969 г. и приведших к коренным изменениям в характере процессов взаимодействия в системе Земля—атмосфера. Если это так, то указанные причины могут являться очень важными факторами, управляющими поведением атмосферы в течение длительных промежутков времени и потому имеющими исключительно важное значение при моделировании короткопериодных колебаний климата, а также при разработке методов долгосрочных прогнозов погоды.

Представляется, что исследование механизмов, управляющих только что рассмотренной феноменальной особенностью в процессах эволюции во времени облачного покрова океана является очень важной самостоятельной темой.

В результате сравнения данных об аномалиях облачности, приведенных в табл. 4.3, с данными об аномалиях температуры для каждой из всех рассматриваемых станций соответствующих годов можно определить, в какой степени средние аномалии температуры за январь и февраль любого года противоположны по знаку со средними аномалиями облачности за июль и август предыдущего года. С этой целью рассмотрим следующие четыре варианта:

а) учитываются все данные об аномалиях температуры и облачности;

б) принимаются в расчет только те случаи, для которых $|T''| \geq 1^\circ\text{C}$;

в) принимаются в расчет только те случаи, для которых $|T''| \geq 2^\circ\text{C}$;

г) принимаются в расчет только те случаи, для которых $|T''| \geq 3^\circ\text{C}$.

Результаты этих сравнений для каждого года 15-летнего периода и для всех упомянутых только что четырех вариантов приведены в табл. 4.2. В строках $T'' > 0$ и $T'' < 0$ указывается число случаев соответственно отрицательных и положительных аномалий, а в строке λ_3 — число случаев в процентах, когда аномалии температуры и облачности противоположны по знаку.

С учетом всех данных (вариант «а») для 1967, 1968 и 1969 гг. между аномалиями облачности над океаном за июль—август и отклонениями температуры от нормы за январь—февраль существует очень тесная отрицательная асинхронная связь со сдвигом по времени, составляющим 4 мес; в подавляющем большинстве случаев указанные характеристики состояния атмосферы противоположны по знаку. Слабые связи для варианта «а» с той же асинхронностью существуют и для данных за 1966 и 1970 гг.

Однако указанные связи между аномалиями облачности и температуры были обнаружены давно, около 10 лет тому назад. Новый и, как нам представляется, важный вывод, который следует из анализа указанной таблицы, заключается в том, что для 1966—1969 гг. эти связи в общем тем теснее, чем больше по абсолютному значению аномалии температуры воздуха. То есть связи для варианта «б» теснее, чем для варианта «а», для варианта «в» теснее, чем для варианта «б», а для варианта «г» теснее (или, во всяком случае, не слабее), чем для варианта «в». Этим свойством не обладают данные 1970 г., для которых указанная выше асинхронная связь очень слабая или не существует вовсе.

Для 1971, 1973—1975 гг. между знаками аномалий облачности за июль—август над океаном и отклонениями температуры от нормы за январь—февраль существует очень тесная отрицательная асинхронная связь. Для этих случаев указанные связи тем теснее, чем больше по абсолютному значению аномалии температуры. Что касается данных 1972 г., то для них указанная асинхронная связь просто отсутствует.

Для 1977—1979 гг. между аномалией облачности над океаном за июль—август и отклонениями от нормы температуры воздуха за январь—февраль существует достаточно тесная отрицательная связь. Для этих случаев указанные связи тем теснее, чем больше по абсолютному значению аномалии температуры воздуха. Что касается данных за 1975 и 1980 гг., то для них указанные асинхронные связи отсутствуют.

Таким образом, анализ данных наблюдений за 15 лет показал, что если исключить из рассмотрения 1970, 1972, 1976 и 1980 гг. (данные этих лет будут рассмотрены особо), то для остальных 11 лет между аномалиями облачности над океаном за июль—август и отклонениями от нормы температуры воздуха на континенте за январь—февраль существует достаточно тесная отрицательная асинхронная связь со сдвигом по времени, составляющим 4 мес. Это означает, что для рассматриваемого ряда данных наблюдений сформулированная выше гипотеза о связи между аномалиями летней облачности над океаном и зимней температурой

Таблица 4.2

Число случаев, когда аномалии температуры за январь—февраль и облачности за июль—август предыдущего года противоположны по знаку. 1966—1980 гг.

Год	Вариант			
	а	б $ T'' \geq 1 \text{ } ^\circ\text{C}$	в $ T'' \geq 2 \text{ } ^\circ\text{C}$	г $ T'' \geq 3 \text{ } ^\circ\text{C}$
1966	$T'' < 0$	14	13	13
	$T'' > 0$	16	12	9
	π_3 %	46,7	52,0	59,1
1967	$T'' < 0$	24	18	6
	$T'' > 0$	6	1	0
	π_3 %	80,0	94,7	100
1968	$T'' < 0$	20	16	12
	$T'' > 0$	10	6	1
	π_3 %	66,7	72,7	92,3
1969	$T'' < 0$	29	29	28
	$T'' > 0$	1	0	0
	π_3 %	96,6	100	100
1970	$T'' < 0$	15	11	11
	$T'' > 0$	15	7	4
	π_3 %	50,0	38,9	26,7
1971	$T'' < 0$	3	2	1
	$T'' > 0$	27	24	15
	π_3 %	90,0	92,3	93,8
1972	$T'' < 0$	27	21	17
	$T'' > 0$	3	1	—
	π_3 %	10,0	4,5	0
1973	$T'' < 0$	4	2	1
	$T'' > 0$	26	19	13
	π_3 %	86,7	90,5	92,9
1974	$T'' < 0$	8	7	3
	$T'' > 0$	22	21	16
	π_3 %	73,3	75,0	84,2
1975	$T'' < 0$	1	0	0
	$T'' > 0$	29	29	26
	π_3 %	96,7	100	100
1976	$T'' < 0$	25	22	15
	$T'' > 0$	5	1	0
	π_3 %	16,7	4,3	0
1977	$T'' < 0$	4	1	0
	$T'' > 0$	25	20	17
	π_3 %	86,2	95,2	100
1978	$T'' < 0$	8	6	2
	$T'' > 0$	22	18	13
	π_3 %	73,3	75,0	86,7
1979	$T'' < 0$	8	5	0
	$T'' > 0$	22	14	10
	π_3 %	73,3	73,7	100
1980	$T'' < 0$	21	13	6
	$T'' > 0$	9	2	0
	π_3 %	30,0	13,3	0

воздуха на континенте в среднем выполняется в 73,3 % случаев. Такую оправдываемость следует считать вполне удовлетворительной.

Аналогичные связи между аномалиями облачности над океаном и отклонениями от нормы температуры воздуха на континенте существуют и для других месяцев теплого и холодного полугодий.

Следует подчеркнуть еще раз, что новым выводом, следующим из анализа указанных выше данных наблюдений, является то, что упомянутые асинхронные связи тем теснее, чем больше по абсолютному значению аномалия температуры воздуха. Этот вывод представляется важным потому, что, по-видимому, появляется некоторая надежда прогнозирования по данным об облачном покрове океана не только знака аномалии температуры воздуха, но и значения аномалии.

В качестве примера приведем данные наблюдений и рассмотрим связь между аномалиями летней облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на станции Москва за 1966—1980 гг. Значения двухмесячных аномалий температуры воздуха T''_{I-II} на этой станции, осредненные по данным января и февраля за рассматриваемые годы, а также соответствующие значения двухмесячных аномалий облачности $S''_{VII-VIII}$ над Северной Атлантикой, осредненные по данным июля и августа предыдущего года для каждого из 15 лет, приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Значения $S''_{VII-VIII}$ и T''_{I-II} для станции Москва. 1966—1980 гг.

Год	$S''_{VII-VIII}$ за предыдущий год	T''_{I-II}	Год	$S''_{VII-VIII}$ за предыдущий год	T''_{I-II}
1966	0,35	0,6	1974	-0,20	4,0
1967	0,35	-3,4	1975	-0,25	4,8
1968	0,45	-2,2	1976	-0,60	0,3
1969	0,10	-4,7	1977	-1,15	3,0
1970	-0,15	0,6	1978	-0,43	2,6
1971	-0,10	3,2	1979	-0,23	2,2
1972	-0,40	-1,1	1980	-0,35	0,4
1973	-0,30	2,2			

Данные таблицы показывают, что из всех рассматриваемых случаев лишь в двух случаях (1966 и 1972 гг.) знаки аномалии облачности и температуры были одинаковыми, а в остальных случаях знаки были противоположными. Это означает, что применительно к варианту «а» (учитываются все данные) гипотеза о противоположности знаков аномалий температуры за январь—февраль на станции Москва и облачности за июль—август над Северной Атлантикой оказывается справедливой для 13 случаев из 15, что составляет 86,7 %.

Согласно табл. 4.3, для вариантов «б» ($|T''| \geq 1^\circ\text{C}$), «в» ($|T''| \geq 2^\circ\text{C}$) и «г» ($|T''| \geq 3^\circ\text{C}$) эта гипотеза оправдывается для 10 (из общего числа 11), 10 (из общего числа 10) и 5 (из общего числа 5) случаев, что составляет 90,9, 100 и 100 % соответственно.

Значения коэффициента корреляции между данными $S''_{\text{VII-VIII}}$ и $T''_{\text{I-II}}$ для вариантов «а» и «б» составляют $-0,92$ и $0,96$ соответственно, а для каждого из вариантов «в» и «г» они равны -1 .

Таким образом, вновь подтверждается вывод о том, что между облачным покровом Северной Атлантики и температурным полем атмосферы на ЕТС существует тесная отрицательная корреляция. Эта связь тем теснее, чем больше по абсолютному значению аномалия температуры, т. е. сформулированная выше гипотеза оправдывается тем лучше, чем крупнее аномалия температуры.

Эти выводы согласуются с выводами, полученными выше при анализе данных табл. 4.2.

Вернемся теперь к данным наблюдений за 1970, 1972, 1976 и 1980 гг. из табл. 4.2.

Как уже отмечалось, эти данные очень слабо согласуются (1970 г.) или вовсе не согласуются (1972, 1976, 1980 гг.) со сформулированной выше гипотезой о связи между аномалиями летней облачности над океаном и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на ЕТС. Гипотеза в среднем верна в той степени, в какой в нижнем 5-километровом слое атмосферы преобладает зональная циркуляция. В каждом конкретном случае указанная гипотеза тем справедливее, чем ближе атмосферная циркуляция к зональной. В отдельные периоды атмосфера может быть сильно возмущена в результате возникновения резко выраженной меридиональности. Тогда в средних широтах образуются чередующиеся высотные ложбины и гребни, а на уровне моря — циклоны и антициклоны. Сильные возмущения зональной циркуляции атмосферы обычно коренным образом нарушают характер процесса переноса отданного океаном (например, Северной Атлантикой) атмосфере тепла на восток (например, на Европу). Это является причиной того, что при резко выраженной меридиональной циркуляции упомянутая выше гипотеза просто неверна. Гипотеза тем лучше оправдывается, чем больше временной масштаб осреднения рассматриваемых характеристик состояния атмосферы, ибо в этих случаях, как правило, резче выражена зональность и слабее — меридиональность [46]. Поэтому корреляция между аномалиями облачности над океаном и отклонениями от нормы температуры воздуха на ЕТС теснее при трехмесячном осреднении указанных метеорологических элементов, чем при двухмесячном осреднении, а при двухмесячном осреднении эти связи теснее, чем при месячном масштабе осреднения.

Обратимся теперь к рис. 4.3—4.10, на которых представлены карты AT_{500} за январь и февраль 1970, 1972, 1976 и 1980 гг., отображающие характер атмосферной циркуляции в средней тропосфере.

Рисунок 4.3 показывает, что в январе 1970 г. над северной половиной Европы, включая и районы ЕТС, в нижней половине тропосферы господствовали северо-западные воздушные потоки. В южной половине этой территории преобладали зональные потоки.

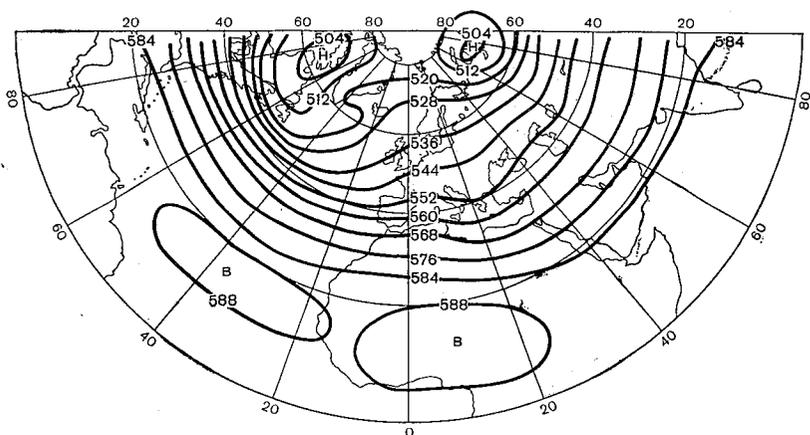


Рис. 4.3. Карта AT_{500} за январь 1970 г.

В феврале 1970 г. (см. рис. 4.4) над западной частью рассматриваемых территорий господствовали северо-западные воздушные потоки, а над восточной — юго-западные. Таким образом, в ян-

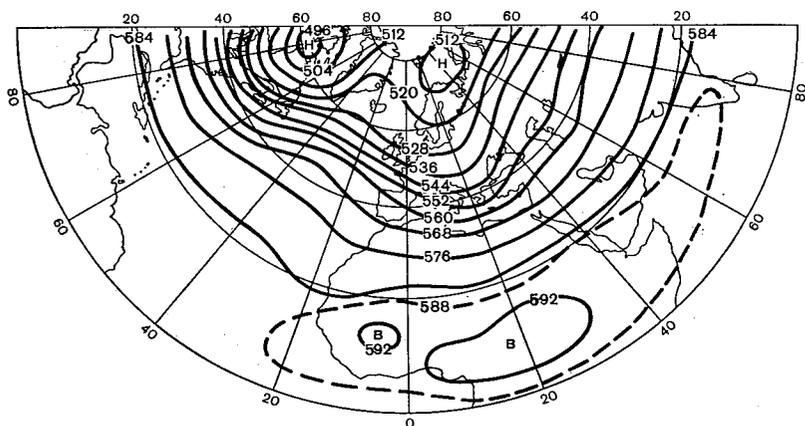


Рис. 4.4. Карта AT_{500} за февраль 1970 г.

варе и феврале 1970 г. над Европой зональная циркуляция атмосферы в нижней половине тропосферы была сильно возмущена меридиональными компонентами воздушных потоков.

Проанализируем теперь характер атмосферной циркуляции в нижней половине тропосферы в январе и феврале 1972 г. В со-

ответствии с рис. 4.5, в январе над Северной Европой господствовал блокирующий антициклон с центром северо-западнее Ленинграда. В результате блокирующего действия этого антициклона в нижней половине тропосферы над Западной Европой господ-

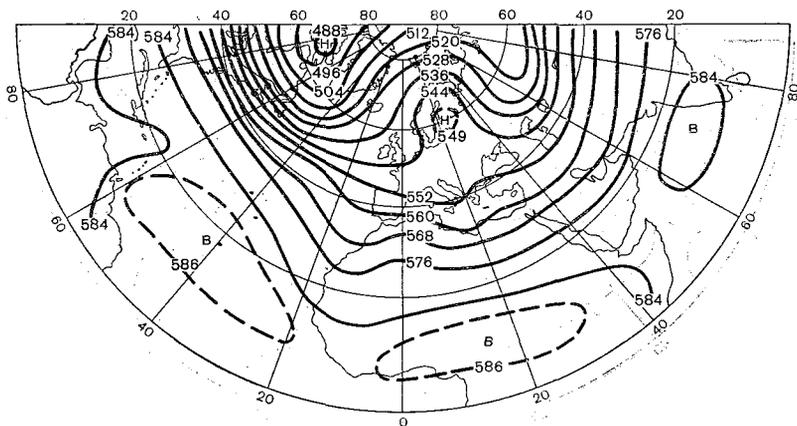


Рис. 4.5. Карта AT_{500} за январь 1972 г.

ствовали южные воздушные потоки, а над ЕТС — сильные северные. Что касается характера атмосферной циркуляции над рассматриваемыми районами в феврале 1972 г., то она аналогична

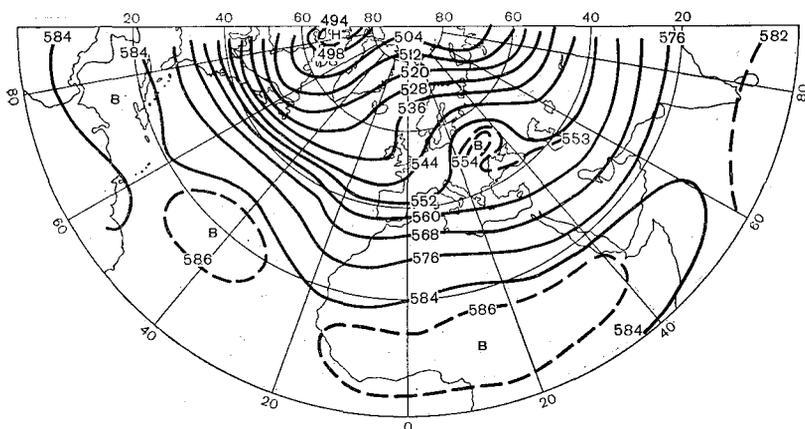


Рис. 4.6. Карта AT_{500} за февраль 1972 г.

январской с той лишь разницей, что на карте AT_{500} , представленной на рис. 4.6, центр антициклона находится примерно над Киевом. Из сказанного следует, что над районами Европы в нижней половине тропосферы в январе—феврале 1972 г. зональная

циркуляция была сильно возмущена юго-западными и северо-западными воздушными потоками соответственно над западными и восточными районами рассматриваемой области.

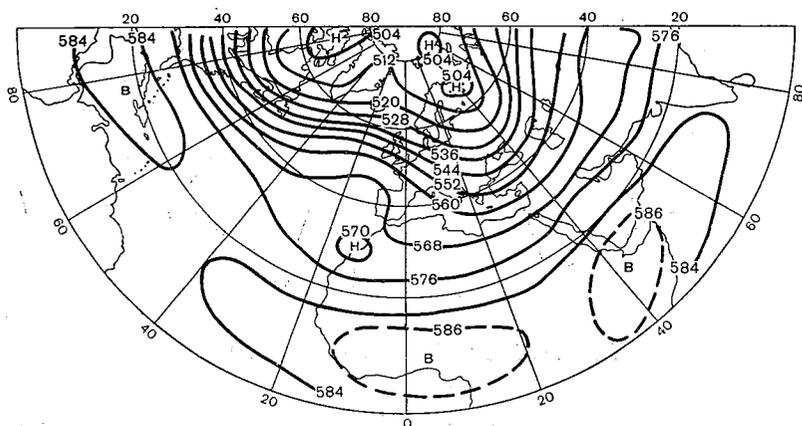


Рис. 4.7. Карта AT_{500} за январь 1976 г.

Наконец, анализ карт AT_{500} для января и февраля 1976 и 1980 гг. (см. рис. 4.7—4.10) показывает, что в эти месяцы зональная циркуляция атмосферы в нижней половине тропосферы

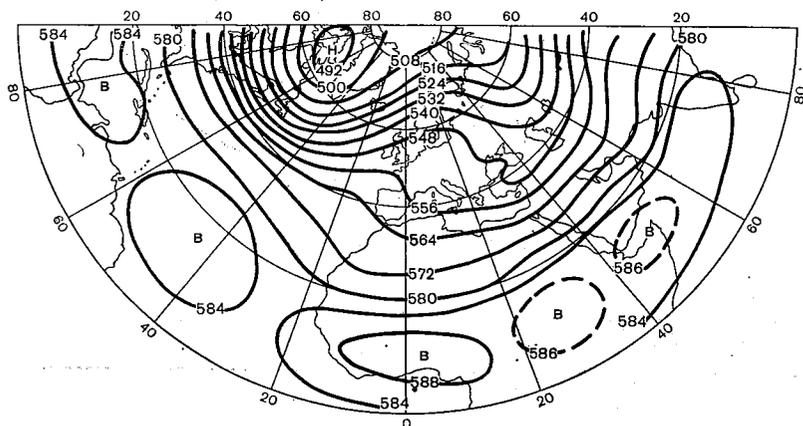


Рис. 4.8. Карта AT_{500} за февраль 1976 г.

была сильно возмущена меридиональными компонентами воздушных потоков (за исключением, быть может, февраля 1980 г., когда эти возмущения были слабыми).

Таким образом, анализ карт абсолютной топографии AT_{500} , представленных на рис. 4.3—4.10, показывает, что в те периоды

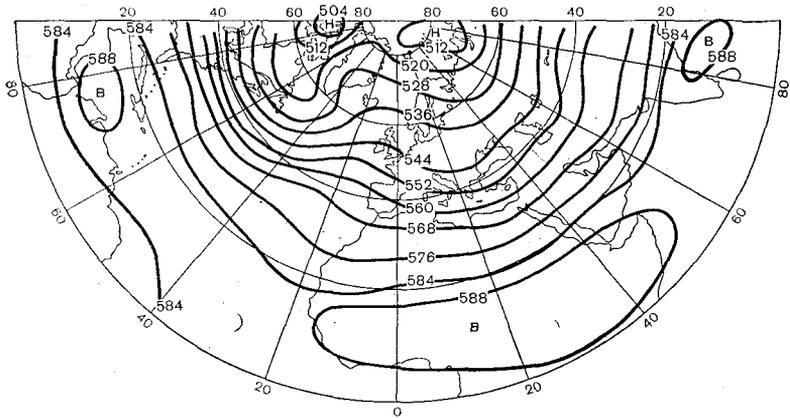


Рис. 4.9. Карта AT_{500} за январь 1980 г.

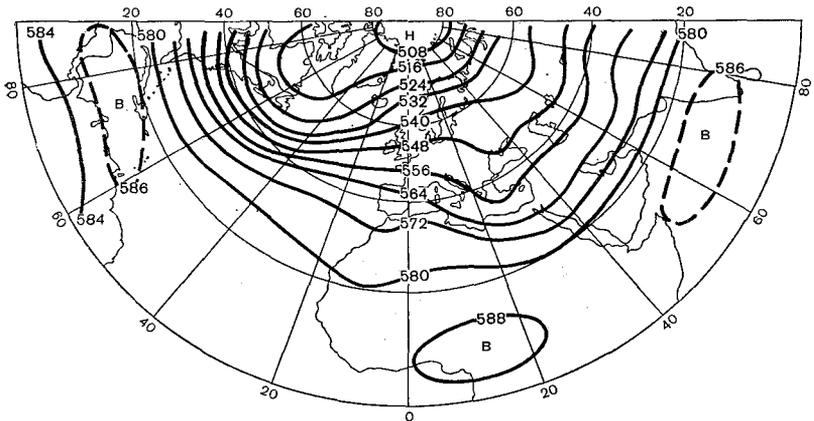


Рис. 4.10. Карта AT_{500} за февраль 1980 г.

Таблица 4.4

Значения λ_3 (%), осредненные за 1966—1969; 1971, 1973—1975; 1977—1979 гг. и осредненные за 11 лет

Годы	Вариант			
	а	$ T'' \geq 1 \text{ } ^\circ\text{C}$	$ T'' \geq 2 \text{ } ^\circ\text{C}$	$ T'' \geq 3 \text{ } ^\circ\text{C}$
1966—1969	72,5	79,9	86,6	87,3
1971, 1973—1975	86,7	89,4	92,7	96,9
1977—1979	77,6	81,2	95,6	93,3
Среднее	79,0	83,7	91,3	92,4

времени, когда в соответствии с данными табл. 4.2—4.4 связь между аномалиями летней облачности над океаном и зимней температуры воздуха на континенте отсутствовала (т. е. в январе—феврале 1970, 1972, 1976 и 1980 гг.), над районами Европы атмосферная циркуляция в нижней половине тропосферы была сильно возмущена меридиональными компонентами воздушных потоков. В этом случае асинхронные связи между аномалиями летней облачности над Северной Атлантикой и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на Европейском континенте вообще не должны существовать по простым физическим соображениям.

В свете сказанного представляет интерес рассмотреть значения λ_3 , вычисленные по всем данным табл. 4.2, с исключением случаев 1970, 1972, 1976 и 1980 гг., когда в нижней половине тропосферы преобладала резко выраженная меридиональная циркуляция. Такие данные приведены в табл. 4.4, где из первого 5-летнего периода исключены из рассмотрения данные за 1970 г., из второго—данные за 1972 г., из третьего—данные за 1976 и 1980 гг.

Данные этой таблицы показывают, что для случаев, когда в нижней тропосфере преобладает зональная циркуляция, между аномалиями летней облачности над океаном и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на континенте имеется достаточно тесная асинхронная связь. Данные этой таблицы были бы тривиальными, если бы речь шла о связи между суточными аномалиями температуры воздуха и турбулентных потоков тепла от океана к атмосфере. При этом асинхронность была бы очень мала, всего лишь 1—2 сут. Здесь же речь идет о связи между аномалиями летней облачности над океаном и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на континенте, т. е. сдвиги по времени весьма значительны.

Таким образом, детальные исследования связей между облачным покровом Северной Атлантики и температурным полем атмосферы на ЕТС с привлечением всего имеющегося и доступного фактического материала наблюдений, опубликованные в работах [46, 47], и также приведенный выше краткий анализ данных табл. 4.2—4.4 позволяют сформулировать следующее утверждение.

Между осредненными по двух- и трехмесячным интервалам времени аномалиями летней облачности над Северной Атлантикой и соответствующими отклонениями от нормы зимней приземной температуры воздуха на ЕТС существуют асинхронные связи, которые тем теснее, чем в среднем ближе к зональной атмосферной циркуляции в нижней половине тропосферы и чем больше по абсолютному значению наблюдавшиеся аномалии температуры воздуха. Эти связи отрицательные, с абсолютными значениями коэффициента корреляции около 0,6—0,8 и со сдвигами по времени (6 ± 4) мес.

По-видимому, в этом заключается одно из фундаментальных свойств процессов взаимодействия в системе океан—атмосфера.

Долгосрочный прогноз аномалий неадиабатических притоков тепла (феноменологические аспекты проблемы)

Известно, что состояние системы Земля—атмосфера зависит от очень многих факторов и процессов, происходящих как в пределах самой системы, так и вне ее. Если бы все эти факторы и процессы вносили равноценный вклад в изменение состояния указанной системы, то занятие долгосрочным прогнозом метеорологических полей, по-видимому, было бы делом почти безнадежным. К счастью, это не так: вклады различных факторов, ответственных за состояние системы Земля—атмосфера, существенно различны. Это оставляет надежду на возможность выделения главных из них и изучения их с помощью физического и математического анализа.

При разработке методов долгосрочных прогнозов погоды особенно важными представляются выделение и параметризация наиболее существенных процессов поглощения Мировым океаном лучистой энергии Солнца, ее трансформации в тепловую и накопления в деятельном слое в теплую половину года с последующей отдачей аккумулированного тепла атмосфере в холодное полугодие.

По проблеме влияния океана на климат и погоду выполнено большое количество исследований. Среди них особое место занимают работы академика В. В. Шулейкина, в которых получен ряд первых и важных результатов, некоторые из этих результатов стали классическими. В своих выступлениях и публикациях Шулейкин неоднократно и настоятельно доказывал, что при моделировании климата и при разработке методов долгосрочного прогноза метеорологических полей абсолютно необходимо учитывать эффект теплового воздействия океана на атмосферу [69].

Нашей целью является предельно упростить метод происходящих в системе Земля—атмосфера процессов и попытаться на этом простом варианте изучить в первом грубом приближении механизмы, управляющие поведением крупномасштабных и долгопериодных атмосферно-океанических процессов. Для этого делаются следующие упрощающие суть явлений и процессов предположения:

1) в системе Земля—атмосфера единственным источником энергии является Солнце;

2) главным аккумулятором лучистой энергии Солнца в форме тепловой является Мировой океан, который в первых приближениях считается неподвижным;

3) главным регулятором притока лучистой энергии Солнца к поверхности океана является облачный покров Земли;

4) главным источником тепла, поступающего в атмосферу умеренных широт северного полушария в холодное полугодие, является деятельный слой океана;

5) в холодное полугодие океан с помощью различных процессов теплообмена (главным образом турбулентного, а также лучистого) отдает атмосфере накопленное за летние месяцы тепло, которое преобладающими в нижней половине тропосферы западными воздушными течениями переносится на восток и определяет главные характерные особенности температурного поля (а следовательно, и полей других метеорологических элементов — давления, составляющих скорости и т. д.) атмосферы на ЕТС.

В настоящее время самым распространенным и, по-видимому, наиболее перспективным (с далекой перспективой) методом использования облачности при вычислении неадиабатических притоков тепла в моделях общей циркуляции атмосферы является использование генерированной самой моделью облачности. К сожалению, существующие модели общей циркуляции не способны предвычислять облачность с более или менее приемлемой точностью не только на несколько суток, но иногда даже на несколько часов. А ведь при моделировании короткопериодных колебаний климата, для расчета главных климатообразующих факторов необходимо предвычислять облачность с приемлемой точностью на период от нескольких недель до нескольких месяцев (иногда до нескольких лет или даже до десятилетий). Можно лишь надеяться, что если когда-либо окажется возможной разработка моделей, адекватно описывающих крупномасштабные долгопериодные процессы, происходящие в системе Земля—атмосфера, тогда, возможно, проблема предвычисления полей облачности на долгие сроки будет решена.

Нередко при моделировании крупномасштабных атмосферных процессов используется так называемая климатическая облачность в предположении, что она не меняется во времени¹. Конечно, такую облачность можно использовать для изучения различных процессов, происходящих в системе Земля—атмосфера, для понимания тех или иных физических механизмов, управляющих этими процессами. Однако осредненная по времени за прошедшие сроки облачность не может быть с надеждой на успех использована в численных схемах прогноза метеорологических полей или в направленных на прогноз моделях общей циркуляции атмосферы при параметризации неадиабатических факторов и процессов. Если придерживаться классической трактовки проблемы прогноза погоды, то необходимо, чтобы используемая модель

¹ В настоящее время вряд ли возможно сказать со всей определенностью, какую облачность считать климатической. Существуют лишь данные об облачности, осредненные за 10, 15, 30 лет наблюдений и более (см., например, [3]). Какие из этих данных можно назвать климатическими — не ясно. По данному вопросу в настоящее время не существует единого мнения.

была способна генерировать облачность с приемлемой точностью для всего периода прогнозирования метеорологических полей.

Интересный метод настройки гидродинамической модели на базе диагностических расчетов предложил Г. П. Курбаткин. На основании использования архивных данных наблюдений, относящихся к надлежащим образом выбранным периодам времени за ряд лет, были вычислены некоторые параметры для расчета эффекта нагревания и турбулентного трения. Далее эти полученные величины были использованы при интегрировании прогностической модели с реальными начальными данными. Численные эксперименты показали, что таким путем удается заметно повысить точность прогнозов планетарных барических волн на средние сроки [30—32].

Представляется, что для рассматриваемых нами долгопериодных метеорологических процессов со значительными временными масштабами исключительно важную роль играет та часть лучистой энергии Солнца, которая в результате различных процессов превращений сохраняется в памяти тех или иных компонент природной среды в виде внутренней энергии (теплосодержания деятельного слоя океана, почвы и др.) или теплоты фазовых превращений (морской лед, снежный покров, влагосодержание почвы и др.) в течение промежутков времени, соизмеримых с временными масштабами атмосферных процессов. Эти превращения энергии в системе Земля—атмосфера действительно очень важны при генезисе, жизни и затухании крупномасштабных долгопериодных атмосферных процессов, а следовательно, имеют исключительно важное значение при разработке методов долгосрочных и сверхдолгосрочных прогнозов метеорологических полей и при моделировании короткопериодных колебаний климата. Этот вывод вытекает, в частности, и из формулы (2.27).

Из простых физических соображений совершенно очевидно, что влияние указанных неадиабатических факторов на атмосферные процессы различно для различных сезонов.

Как уже отмечалось, теплосодержание деятельного слоя океана, например, формируется в теплое полугодие в результате поглощения лучистой энергии Солнца и ее трансформации в тепловую. Осенью, когда температура вода—воздух делается положительной, накопленное тепло океан отдает атмосфере посредством различных процессов теплообмена. Тем самым во многом определяется термическое состояние атмосферы умеренных широт в холодное полугодие. Информация о степени аномальности термического состояния деятельного слоя океана может служить важным фактором при прогнозе аномалии температурного поля атмосферы на холодное полугодие с помощью любых научно обоснованных методов.

Вернемся теперь к выбранной выше простой феноменологической модели процесса взаимодействия в системе океан—атмосфера. В соответствии с результатами, полученными в предыдущей главе, для такой модели существует связь между летним

облачным покровом океана и температурным полем атмосферы зимой. Эта связь является асинхронной со значительными сдвигами по времени.

Ниже в первом грубом приближении излагается метод долгосрочного прогноза крупномасштабных особенностей распределения аномалий неадиабатических притоков тепла, который базируется на использовании упомянутых асинхронных связей.

5.1. Динамико-статистический метод долгосрочного прогноза аномалий неадиабатических притоков тепла

Выбранная выше модель процесса взаимодействия атмосферы и океана является очень простой. Теперь нашей целью является исследовать, в какой степени эта предельно простая модель описывает наиболее характерные крупномасштабные особенности реального очень сложного процесса.

При моделировании крупномасштабных долгопериодных атмосферных процессов следующие две проблемы являются очень важными¹:

1) разработка методов учета облачности при параметризации главных климатообразующих факторов;

2) разработка методов параметризации процесса формирования теплосодержания деятельного слоя океана в теплое полугодие и отдача этого тепла атмосфере в холодную половину года.

Очевидно, вторая проблема по своей сути тесно связана с первой, она здесь выделена в отдельную лишь для удобства дальнейшего изложения. Ниже будет обсуждаться в основном только эта проблема, а вернее, ее феноменологические аспекты.

В географической системе координат на сферической Земле введем в рассмотрение счетную сетку узлов D^h .

Пусть в некоторой элементарной ячейке этой сетки единичной площади над океанической поверхностью за промежуток времени теплого полугодия от $t = t_1$ до $t = t_2$ количество наблюдаемой облачности составляет S баллов. Тогда тепло, поглощенное за это время водной средой, будет пропорционально величине

$$(10 - S) \delta t, \quad (5.1)$$

где $\delta t = t_2 - t_1$.

Для удобства изложения будем считать, что это тепло отнесено к центральной точке (θ', λ') ячейки и к моменту $t' = 0,5(t_2 - t_1)$. Так же как и в гл. 2, будем считать, что тепловое влияние океана на атмосферу распространяется лишь до некоторой высоты h и все тепло равномерно распределяется по этой толще. Тогда все

¹ Одним из наиболее важных климатообразующих факторов является планетарная орография, которая играет существенную роль в процессах формирования глобальных климатических полей метеорологических элементов как непосредственно в окрестности гор, так и вниз по потоку. Однако эта проблема выходит за рамки данного исследования и заслуживает специального рассмотрения.

рассматриваемые функции будут отнесены к среднему уровню атмосферы.

В соответствии с результатами предыдущей главы, тепло, полученное атмосферой от океана за какой-то промежуток времени холодного полугодия, тесно связано с величиной (5.1). Предположим, что указанное тепло пропорционально величине (5.1). Это предположение, по-видимому, не может быть источником грубых ошибок, так как все рассматриваемые атмосферно-океанические процессы осредняются по довольно значительным интервалам времени.

В соответствии с этим отнесенное к единице времени тепло, получаемое атмосферой от указанной элементарной ячейки поверхности океана, можно записать в виде

$$Q(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') = \chi_0(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') \left[1 - \frac{S(\theta', \lambda', t')}{10} \right]. \quad (5.2)$$

Здесь $Q(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ есть количество теплоты, полученное зимой атмосферой в некоторой ячейке сетки на материке и отнесенное к точке (θ, λ) и моменту времени t . Оно обусловлено тем теплом, которое океан получил в точке (θ', λ') в момент t' прошедшего лета.

Величина $S(\theta', \lambda', t')$ есть общее количество облаков в элементарной ячейке счетной сетки над океанической поверхностью, отнесенное к точке (θ', λ') и моменту времени t' .

Формула (5.2) приближенно описывает асинхронную связь между летним облачным покровом океана и количеством теплоты, получаемым атмосферой в зимнее время над континентом. Очевидно, что

$$Q = \begin{cases} 0, & \text{при } S = 10 \text{ баллов,} \\ \chi_0, & \text{при } S = 0 \text{ баллов.} \end{cases}$$

Таким образом, физический смысл функции $\chi_0(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ в формуле (5.2) заключается в том, что

$$\chi_0(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') = Q(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') |_{S(\theta', \lambda', t')=0}.$$

Если теперь ввести обозначение

$$0,1\chi_0(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') = -\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t'),$$

то формула (5.2) переписется в виде

$$Q = -\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') [10 - S(\theta', \lambda', t')]. \quad (5.3)$$

Приток тепла от океана к атмосфере в любой ячейке сетки на континенте складывается из вкладов всех океанических ячеек и за-

висит от времени, в течение которого рассматривается регулирующее действие облачности. Поэтому имеем

$$F_S^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t) = - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') [10 - S(\theta', \lambda', t')] \times \\ \times \sin \theta' d\theta' d\lambda' dt'. \quad (5.4)$$

Здесь $F_S^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t)$ есть приток тепла, которое любая континентальная ячейка сетки получает за время $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ от всей рассматриваемой океанической области, τ_1 и τ_2 — не отрицательные числа, определяющие интервал времени теплого полугодия, на котором берутся данные об облачности; $D_0 \subset D$ — область на сфере, занятая океаном; $S(\theta', \lambda', t')$ описывает распределение общего количества облаков, осредненного по некоторому временному интервалу теплого полугодия и отнесенного к моменту t' , а также осредненного в некоторой области $d_0 \in D_0$ и отнесенного к точке (θ', λ') счетной сетки.

Естественно, в данном случае нас интересует не сама функция $F_S^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t)$, а прежде всего ее аномалии, для определения которых предположим, что

$$\left. \begin{aligned} S(\theta', \lambda', t') &= S'(\theta', \lambda', \bar{t}) + S''(\theta', \lambda', t'), \\ F_S^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t) &= F_S'^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, \bar{t}) + F_S''^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t), \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

где одним штрихом обозначены слабоменяющиеся во времени климатические части (время обозначено через \bar{t}), а двумя штрихами — незональные нестационарные отклонения соответственно.

Подставляя выражения (5.5) в формулу (5.4), можно получить следующие две формулы:

для слабоменяющейся во времени климатической части

$$F_S'^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, \bar{t}) = - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') \times \\ \times [10 - S'(\theta', \lambda', \bar{t})] \sin \theta' d\theta' d\lambda' dt', \quad (5.6)$$

для быстро меняющейся незональной нестационарной части [50]

$$F_S''^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t) = \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') \times \\ \times S''(\theta', \lambda', t') \sin \theta' d\theta' d\lambda' dt'. \quad (5.7)$$

В последней формуле $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ — функция асинхронного влияния, впервые введенная в рассмотрение в работе [46], описывает характер воздействия аномалии облачности в точке (θ', λ') над океаном в момент времени t' на аномалию притока тепла в точке (θ, λ) на континенте в момент времени $t > t'$.

Обратимся снова к уравнению притока тепла (2.1) и запишем его в виде

$$\frac{\partial T''}{\partial t} + \frac{v_{\theta}}{a} \frac{\partial T''}{\partial \theta} + \frac{v_{\lambda}}{a \sin \theta} \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' = F''(\theta, \lambda, t), \quad (5.8)$$

где двумя штрихами обозначены осредненные по времени аномалии соответствующих характеристик.

Все дальнейшие рассмотрения будут проведены в рамках некоторого архива A_D^n данных наблюдений за η лет об осредненных по двухмесячным интервалам времени горизонтальных составляющих скорости v_{θ} , v_{λ} и об аномалии температуры воздуха $T''(\theta, \lambda, t)$ на континенте за холодное полугодие, а также об аномалии облачности $S''(\theta', \lambda', t')$ над океаном за теплое полугодие. Кроме того, этот архив содержит данные об аномалиях неадиабатических притоков тепла $F''(\theta, \lambda, t)$ за холодное полугодие, рассчитанные в диагностическом порядке по указанным выше данным наблюдений о температуре и горизонтальных составляющих скорости с помощью решения обратной задачи для уравнения (5.8) по способу, предложенному в работе [61].

Таким образом, все дальнейшие рассуждения будут проведены в рамках архива данных

$$A_D^n \{T'', v_{\theta}, v_{\lambda}, S'', F''\}.$$

Правую часть уравнения (5.8) удобно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$F''(\theta, \lambda, t) = F_S''(\theta, \lambda, t) + F_0''(\theta, \lambda, t), \quad (5.9)$$

где $F_S''(\theta, \lambda, t)$ сильно зависит от облачности (вернее, полностью определяется облачностью), а $F_0''(\theta, \lambda, t)$ не зависит от облачности и обусловлено всеми остальными факторами.

Функция $F_S''(\theta, \lambda, t)$ определяется с помощью формулы (5.7) (для удобства верхние индексы τ_1 и τ_2 опускаются).

Принимая во внимание формулы (5.7) и (5.9), уравнение (5.8) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T''}{\partial t} + \frac{v_{\theta}}{a} \frac{\partial T''}{\partial \theta} + \frac{v_{\lambda}}{a \sin \theta} \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' = \\ & = \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') S''(\theta', \lambda', t') \times \\ & \quad \times \sin \theta' d\theta' d\lambda' dt' + F_0''(\theta, \lambda, t). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Таким образом, с точки зрения феноменологической функция $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ описывает эффект запаздывания в процессе теплового воздействия океана на атмосферу. Эта функция еще не известна — ее следует определить и изучить характер ее распределения в пространстве и, что особенно важно, исследовать зако-

номерность ее поведения во времени в зависимости от объема обучающей выборки.

Теперь из архивных данных A_D^n выделим некоторую обучающую выборку A_{ed} , а оставшуюся часть $A_D^n - A_{ed} = A_{ex}$ будем использовать как экзаменационную выборку. Очевидно, оптимальный объем обучающей выборки A_{ed} может быть определен, например, в результате численных экспериментов.

Нашей ближайшей главной целью является определить по данным обучающей выборки A_{ed} с помощью уравнения (5.10) функцию асинхронного влияния $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, а попутно и функцию $F_0''(\theta, \lambda, t)$.

Для того чтобы полностью определить задачу нахождения функции $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, наложим следующие два ограничения:

1) функция асинхронного влияния является приближенно периодической с периодом, равным одному году, т. е. она удовлетворяет условию

$$\chi(\theta, \lambda, t + rY; \theta', \lambda', t' + rY) = \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t'), \quad (5.11)$$

где Y равно одному году, а r — целое число;

2) второе ограничение связано с ограниченностью «временного радиуса влияния» аномалии летней облачности над океаном на отклонение от нормы зимней температуры воздуха над континентом, что проявилось в уравнении (5.10) в виде конечного нижнего предела интеграла по времени. Это условие можно приближенно записать в виде

$$\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') \approx 0, \quad \text{при } t - t' > \tau_2. \quad (5.12)$$

Обратимся теперь к уравнению (5.10), с помощью которого, принимая во внимание (5.11) и (5.12), а также используя данные обучающей выборки A_{ed} , можно приближенно рассчитать сеточные значения функции $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$.

Для удобства изложения перепишем уравнение (5.10) следующим образом:

$$\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} S''(\theta', \lambda', t') \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') d\sigma' dt' + F_0''(\theta, \lambda, t) = F''(\theta, \lambda, t), \quad (5.13)$$

где $d\sigma' = \sin \theta' d\theta' d\lambda'$ есть элемент поверхности единичной сферы.

Следует отметить, что для случая $F_0''(\theta, \lambda, t) \equiv 0$ уравнение (5.13) напоминает линейное неоднородное интегральное уравнение Вольтерра первого рода. Для таких уравнений имеются хорошо разработанные приближенные методы их решения [1, 2]. Вместе с тем следует указать на тот факт, что в уравнении (5.13) ядром интегрального уравнения является сама искомая функция —

функция асинхронного влияния $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$. Однако для выбранного нами метода решения это обстоятельство не создает никаких дополнительных трудностей.

Используя данные обучающей выборки A_{ed} , с помощью уравнения (5.13) можно определить функции $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $F''_0(\theta, \lambda, t)$ методом наименьших квадратов. В следующем разделе излагается соответствующая расчетная схема.

5.2. Схема расчета функций асинхронного влияния и $F''_0(\theta, \lambda, t)$

Для того чтобы рассчитать функции асинхронного влияния и $F''_0(\theta, \lambda, t)$, заменим в уравнении (5.13) двойной интеграл соответствующей конечной интегральной суммой. Согласно [50], имеем

$$\sum_{t'_e \in \Gamma} \sum_{(\theta'_k, \lambda'_k) \in D_0^h} S''(\theta'_k, \lambda'_k, t'_e) \chi(\theta_i, \lambda_i, t_j; \theta'_k, \lambda'_k, t'_e) \Delta\sigma'_k \Delta t' + F''_0(\theta_i, \lambda_i, t_j) = F''(\theta_i, \lambda_i, t_j), \quad (5.14)$$

где $\Gamma(t_j, \tau_1, \tau_2) = [t_j - \tau_2, t_j - \tau_1]$; D_0^h — совокупность узлов на сетке D^h , входящих в рассматриваемую область океана; $\Delta t'$ — шаг квадратурной формулы интегрирования по времени; $\Delta\sigma'_k$ — площадь k -й ячейки кубатурной формулы интегрирования по пространственным переменным.

Очевидно, что функции асинхронного влияния $\chi(\theta_i, \lambda_i, t_j; \theta'_k, \lambda'_k, t'_e)$ описывают влияние аномалии облачности $S''(\theta'_k, \lambda'_k, t'_e)$ в каждой океанической ячейке (θ'_k, λ'_k) за прошедший летний месяц (или сезон) t'_e на формирование аномалии интегрального неадиабатического притока тепла в каждой материковой ячейке (θ_i, λ_i) счетной сетки в месяц или сезон последующего холодного полугодия.

С помощью (5.14) на базе использования данных обучающей выборки A_{ed} необходимо построить систему линейных алгебраических уравнений для определения функций асинхронного влияния и функции $F''_0(\theta, \lambda, t)$. Очевидно, что для каждой фиксированной материковой ячейки сетки число искомых функций асинхронного влияния, а следовательно, и порядок указанной выше системы линейных алгебраических уравнений будут определяться числом океанических ячеек счетной сетки.

Пусть рассматриваемая океаническая область D_0 содержит μ ячеек сетки $(d_0^1, d_0^2, \dots, d_0^\mu)$, а континентальная область D_c — ν ячеек $(d_c^1, d_c^2, \dots, d_c^\nu)$ (рис. 5.1). Строго говоря, для любой фиксированной континентальной ячейки d_c^j сетки необходимо определить функции асинхронного влияния, которые описывали бы влияние аномалий облачности в каждой из μ океанических ячеек на формирование аномалий интегрального неадиабатиче-

ского притока тепла в указанной континентальной ячейке d_c . Это означает, что в данном случае для определения всех функций асинхронного влияния необходимо было бы решать систему нормальных уравнений μ -го порядка. Очевидно, что порядок системы условных уравнений в этом случае был бы значительно выше. Но для составления такой системы уравнений в настоящее время нет соответствующих архивных данных. Объемы архивов крайне ограничены из-за того, что в настоящее время данные об облачном покрове океанов, получаемые с метеорологических спутников, имеются максимум за 15—17 лет. Что касается исследований, изложенных в данной и последующих главах, то они выполнены по архивным данным за $\eta = 10$ лет (с 1965 по 1974 г.). Поэтому, ввиду крайней ограниченности объема архива, представленная на

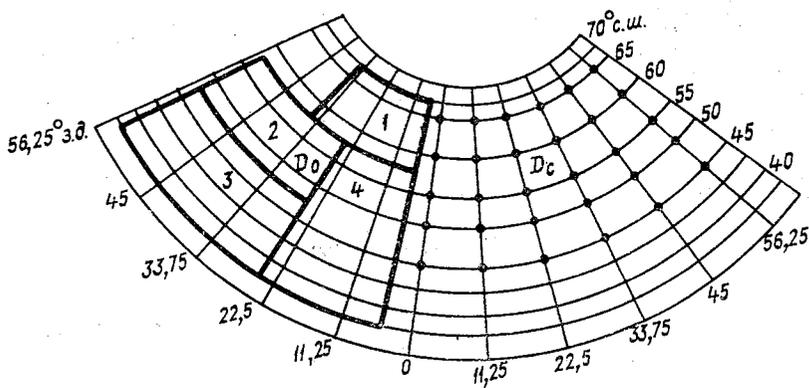


Рис. 5.1. Сеточные области на сфере D .

D_c — для Европейского континента; D_0 — для Северной Атлантики, разделенная на четыре региона.

рис. 5.1 океаническая сеточная область была разбита на четыре региона, очерченные жирными линиями и обозначенные цифрами 1, 2, 3 и 4.

Таким образом, ниже речь будет идти о функциях асинхронного влияния, описывающих влияние аномалии летней облачности над каждым из четырех океанических регионов на формирование аномалий зимнего притока тепла в каждой континентальной ячейке счетной сетки. В частности, в выполненных численных экспериментах, результаты которых излагаются ниже, были рассчитаны и проанализированы функции асинхронного влияния, описывающие влияние двухмесячной аномалии облачности за июнь—июль над каждым из четырех океанических регионов на формирование осредненной по двухмесячному интервалу времени аномалии притока тепла за январь—февраль в каждой из 30 континентальных ячеек счетной сетки.

Обозначим теперь функции влияния для каждого из четырех океанических регионов применительно к фиксированной континен-

тальной точке d_c^f с координатами $\phi = 57^\circ 30'$ с. ш., $\lambda = 45^\circ 00'$ в. д. через χ_1^{sw} , χ_2^{sw} , χ_3^{sw} , χ_4^{sw} , где s, ω — нумерация летних и зимних месяцев (или сезонов) соответственно.

Аналогично обозначим через $S_s''(d_0^k)$ аномалию летней облачности за η лет в k -й океанической ячейке, а через $F_{\omega}''(d_c^f)$ и $F_w''(d_c^f)$ — значения соответственно функций $F_0''(\theta, \lambda, t)$ и $F''(\theta, \lambda, t)$ за η лет зимних месяцев (или сезонов) в фиксированной континентальной ячейке.

Пусть теперь по средним данным об аномалиях облачности над районами d_0^1, d_0^2, d_0^3 и d_0^4 океана за июнь и июль ряда лет, а также об отклонениях от нормы диагностических неадиабатических притоков тепла к фиксированной континентальной ячейке за январь и февраль соответствующих последующих годов требуется определить функции асинхронного влияния для данного конкретного случая.

После таких подробных пояснений и оговорок введем для удобства изложения следующие обозначения:

$$S_s''(d_0^k) = S''(k); \quad \chi_k^{sw}(d_c^f) = \chi_k; \quad F_{\omega}''(d_c^f) = F_0''; \quad F_w''(d_c^f) = F''$$

$$(k = 1, 2, 3, 4).$$

Теперь для определения функций асинхронного влияния $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ и функции F_0'' в соответствии с (5.14) можем написать следующую систему условных уравнений:

$$\sum_{k=1}^4 S''(k) \chi_k + F_0'' = F'', \quad (5.15)$$

где $\eta = 1, 2, 3, \dots, 10$. Эта система содержит пять неизвестных $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ и F_0'' , а объем обучающей выборки составляют только данные за 10 лет. Конечно, этого очень мало. Тем не менее система (5.15) решалась методом наименьших квадратов для следующих шести вариантов обучающей выборки, используя каждый раз архивные данные со скользящим сдвигом.

Вариант 1. Обучающие выборки содержат данные за 5 скользящих лет:

$$\eta = \{\eta_0, \eta_0 + 1, \eta_0 + 2, \eta_0 + 3, \eta_0 + 4\},$$

где $\eta_0 = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ суть порядковые номера, соответствующие 1966, 1967, ..., 1970 годам. В этом случае обучающие выборки состоят из данных о двухмесячных диагностических аномалиях интегрального неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1970, 1967—1971, 1968—1972, 1969—1973, 1970—1974, 1971—1975 гг. (для каждого из 30 узлов счетной сетки в области D_c на континенте) и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков

за июнь—июль 1965—1969, 1966—1970, 1967—1971, 1968—1972, 1969—1973, 1970—1974 гг. (для каждого из четырех океанических регионов, на которые была условно разбита вся рассматриваемая океаническая область D_0), т. е. для каждой из искомым функций асинхронного влияния (а также функции F''_0) определяется шесть значений.

Вариант II. Обучающие выборки содержат данные за шесть скользящих лет:

$$\eta = \{\eta_0, \eta_0 + 1, \eta_0 + 2, \eta_0 + 3, \eta_0 + 4, \eta_0 + 5\},$$

где $\eta_0 = 1, 2, 3, 4, 5$. В этом случае обучающие выборки состоят из данных о двухмесячных диагностических аномалиях неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1971, 1967—1972, 1968—1973, 1969—1974, 1970—1975 гг. и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1970, 1966—1971, 1967—1972, 1968—1973 и 1969—1974 гг., т. е. для каждой из искомым функций асинхронного влияния (а также функции F''_0) определяется пять значений.

Вариант III. Обучающие выборки содержат данные за семь скользящих лет:

$$\eta = \{\eta_0, \eta_0 + 1, \eta_0 + 2, \eta_0 + 3, \eta_0 + 4, \eta_0 + 5, \eta_0 + 6\},$$

где $\eta_0 = 1, 2, 3, 4$. В данном случае обучающие выборки содержат информацию о двухмесячных диагностических аномалиях неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1972, 1967—1973, 1968—1974, 1969—1975 гг. и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1971, 1966—1972, 1967—1973 и 1968—1974 гг., т. е. для каждой из искомым функций асинхронного влияния (а также функции F''_0) определяются четыре значения.

Вариант IV. Обучающие выборки содержат данные за восемь скользящих лет:

$$\eta = \{\eta_0, \eta_0 + 1, \eta_0 + 2, \eta_0 + 3, \eta_0 + 4, \eta_0 + 5, \eta_0 + 6, \eta_0 + 7\},$$

где $\eta_0 = 1, 2, 3$. В этом случае обучающие выборки состоят из данных о двухмесячных диагностических аномалиях неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1973, 1967—1974, 1968—1975 гг. (для каждого из 30 узлов счетной сетки области D_c на континенте) и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1972, 1966—1973, 1967—1974 гг. (для каждого из четырех океанических регионов области D_0), т. е. для каждой искомым функции асинхронного влияния (а также функции F''_{η}) определяются три значения.

Вариант V. Обучающие выборки содержат данные за 9 скользящих лет:

$$\eta = \{\eta_0, \eta_0 + 1, \eta_0 + 2, \eta_0 + 3, \eta_0 + 4, \eta_0 + 5, \eta_0 + 6, \eta_0 + 7, \eta_0 + 8\},$$

где $\eta_0 = 1, 2$. В данном случае обучающие выборки содержат информацию о двухмесячных диагностических аномалиях неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1974; 1967—1975 гг. и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1973 и 1966—1974 гг., т. е. для каждой искомой функции асинхронного влияния (а также функции F''_0) определяются два значения.

Вариант VI. В этом случае обучающаяся выборка состоит из данных о двухмесячных диагностических аномалиях интегрального неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1975 гг. (для каждого из 30 узлов счетной сетки области D_c на континенте) и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1974 гг. (для каждого из четырех регионов океанической области D_0), т. е. обучающая выборка содержит данные за 10 лет и для каждой искомой функции асинхронного влияния определяется одно значение.

В следующем разделе дается анализ примеров расчета функций $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $F''_0(\theta, \lambda, t)$, а также исследуется их пространственно-временная структура.

5.3. Примеры расчета функций $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $F''_0(\theta, \lambda, t)$. Пространственно-временные структуры функций асинхронного влияния

Прежде всего необходимо исследовать характер временной изменчивости и пространственной структуры функций асинхронного влияния и $F''_0(\theta, \lambda, t)$ в зависимости от объема обучающей выборки. От того, каков этот характер, очень зависит степень практической применимости указанных функций в прогностических целях.

Рассмотрим сначала временную изменчивость функций асинхронного влияния χ_1, χ_2, χ_3 и χ_4 в зависимости от объема обучающей выборки применительно к отдельно взятому узлу континентальной счетной сетки. В табл. 5.1 приведены результаты расчета этих функций для узла сетки с координатами $\varphi = 57^\circ 30'$ с. ш., $\lambda = 45^\circ 00'$ в. д. для всех рассмотренных выше вариантов (кроме первого). При этом были использованы данные наблюдений об аномалии облачности над каждым из четырех выделенных регионов океанической области за июнь—июль 1965—1974 гг. и диагностические данные об отклонениях от нормы интегрального неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1966—1975 гг. применительно к указанному выше узлу сетки.

Таблица 5.1

Значения функций асинхронного влияния $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ в $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{c}^{-1}$ для точки с координатами $\varphi = 57^\circ 30'$ с. ш., $\lambda = 45^\circ$ в. д. по данным за 1966—1975 гг. (аномалия облачности за июнь—июль, аномалия диагностических притоков тепла за январь—февраль)

Функция	Вариант									
	второй					третий				
χ	1966— 1971	1967— 1972	1968— 1973	1969— 1974	1970— 1975	1966— 1972	1967— 1973	1978— 1974	1969— 1975	
χ_1	0,8	-3,0	-4,5	-4,3	-4,4	-4,7	-2,3	-2,7	-1,0	
χ_2	-3,4	0,2	-1,2	1,1	2,6	-0,9	-1,3	-2,1	-0,7	
χ_3	-0,6	-1,3	-0,3	-2,8	-1,8	-0,3	-1,7	-0,3	-0,1	
χ_4	-0,6	0,8	-2,1	-0,6	0,4	-2,6	-0,9	0,8	0,3	

Функция	Вариант					
	четвертый		пятый		шестой	
χ	1966—1973	1967—1974	1968—1975	1966—1974	1967—1975	1966—1975
χ_1	-2,9	-2,5	-2,7	-2,6	-2,1	-2,1
χ_2	-1,2	-1,6	-0,9	-0,9	-1,1	-1,1
χ_3	-0,6	-0,4	-0,4	-0,4	-0,6	-0,6
χ_4	-2,2	0,2	-0,6	-0,6	-0,7	-0,7

Эти данные показывают, что в пределах второго варианта значения функций асинхронного влияния χ_1, χ_2, χ_3 и χ_4 претерпевают очень большие изменения от выборки к выборке¹. Указанные изменения остаются значительными также для третьего варианта и делаются умеренными лишь для четвертого варианта.

Данные упомянутой таблицы показывают далее, что в рамках используемого архива по мере увеличения объема обучающих выборок изменчивость всех функций асинхронного влияния делается все меньше и меньше, а их значения при этом стремятся к некоторым приближенным величинам:

$$\chi_1 \approx -2,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{c}^{-1}; \quad \chi_2 \approx -1,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{c}^{-1};$$

$$\chi_3 \approx -0,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{c}^{-1}; \quad \chi_4 \approx -0,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{c}^{-1}.$$

Во всяком случае, начиная с четвертого варианта, значения функций асинхронного влияния меняются во времени плавно. Этот вывод очень важен. Он оставляет надежду на то, что значения функций асинхронного влияния, вычисленные по данным за ряд прошедших лет, возможно, могут быть использованы в целях прогноза аномалий неадиабатических притоков тепла для последующего холодного полугодия.

¹ Для первого варианта изменения еще больше. Именно в связи с этим результаты расчета для него не представлены в табл. 5.1.

Что касается функции $F_0''^n(\theta, \lambda, t)$, то для нее за январь—февраль в точке с координатами $\varphi = 55^\circ 00'$ с. ш., $\lambda = 22^\circ 30'$ в. д. получены следующие значения:

Вариант	$F_0''^n(\theta, \lambda, t) \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{с}^{-1}$				
Второй	4,9;	5,1;	5,4;	5,7;	4,8
Третий	5,4;	5,7;	5,7;	5,9	
Четвертый	5,3;	5,7;	5,6		
Пятый	5,6;	5,5			
Шестой	5,5				

Видно, что приведенные значения функции $F_0''^n(\theta, \lambda, t)$ не претерпевают сколь-либо значительных изменений от выборки к выборке. Они значительны лишь для второго и третьего вариантов. Во всяком случае, начиная с четвертого варианта, значения функций $F_0''^n(\theta, \lambda, t)$ меняются во времени плавно.

Следует отметить, что приведенные значения функции $F_0''^n(\theta, \lambda, t)$ являются диагностическими, они рассчитаны по фактическим данным наблюдений. Поэтому сформулированный выше вывод, касающийся малой изменчивости во времени этой функции, очень важен. Он говорит о том, что интегральные притоки тепла, обусловленные всеми остальными регулируемыми факторами, кроме облачности, для каждого календарного месяца или сезона, по-видимому, мало меняются от года к году. Отсюда следует, что главным фактором, регулирующим существенные изменения во времени и в пространстве неадиабатических притоков тепла, действительно является облачный покров Земли. Он управляет короткопериодными колебаниями климата с временными масштабами от нескольких недель до нескольких месяцев (в пределах года).

В соответствии со сказанным, по-видимому, можно полагать, что все остальные факторы, кроме облачности, регулирующие притоки тепла, создают лишь медленно меняющийся во времени климатический фон, а главным фактором, управляющим быстро меняющимися короткопериодными колебаниями климата, является аномалия облачности.

Если сформулированный вывод подтвердится дальнейшими численными экспериментами выполненными на архиве данных большего объема, содержащего всю имеющуюся к настоящему времени информацию об облачном покрове океанов, получаемую с метеорологических спутников, то он будет иметь важное прогностическое значение, ибо тогда функцию $F_0''^n(\theta, \lambda, t)$ можно будет экстраполировать во времени вперед. Некоторые предварительные результаты выполненных численных экспериментов по этому вопросу приведены в следующей главе и как будто подтверждают это предположение.

Значения функций $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ и $F_0''^n$, аналогичные приведенным, были вычислены для каждого из 30 узлов, входящих в рассматриваемую континентальную область D_c (см. рис. 5.1).

Исследуем теперь пространственно-временную структуру двумерных полей функций асинхронного влияния в зависимости от объема обучающей выборки.

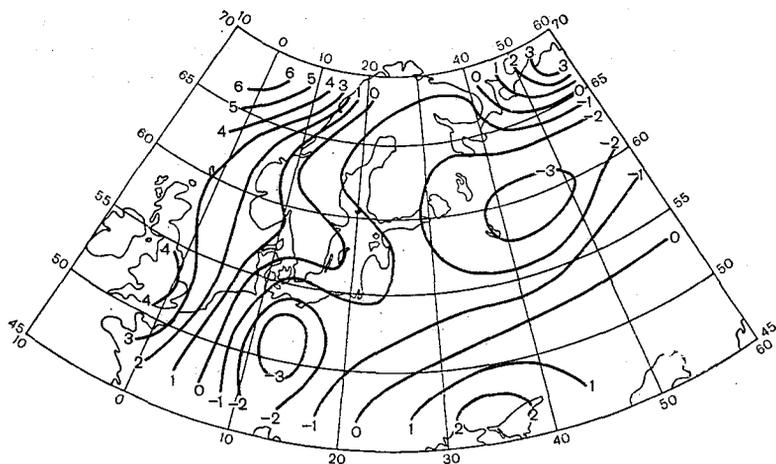


Рис. 5.2. Функция асинхронного влияния χ_1^9 .

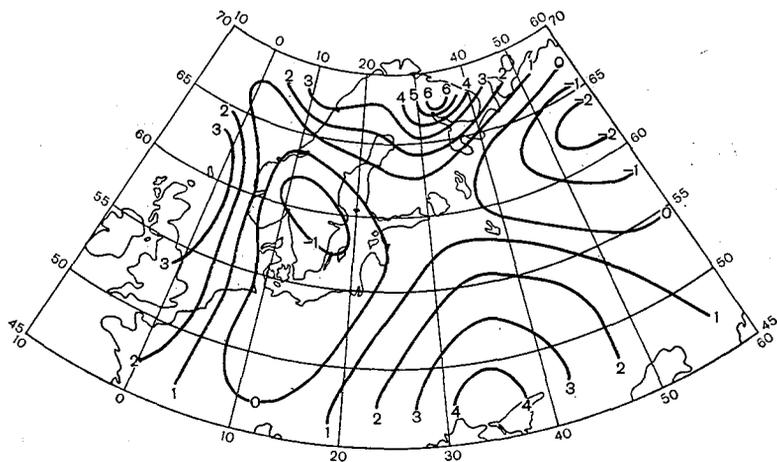


Рис. 5.3. Функция асинхронного влияния χ_1^{10} .

С этой целью обратимся к рис. 5.2 и 5.3, на которых представлены двумерные поля функций асинхронного влияния $\chi_1(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, рассчитанных с помощью обучающих выборок, содержащих данные наблюдений за 9 и 10 лет соответственно.

Так, представленная на рис. 5.2 функция $\chi_1^9(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ рассчитана по обучающей выборке, содержащей данные за 9 лет о двухмесячных диагностических аномалиях интегрального неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1971—1979 гг. в каждом из 30 узлов счетной сетки области D_c на континенте и об осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1970—1978 гг. над океаническим регионом 1 (см. рис. 5.1).

Функция асинхронного влияния $\chi_1^{10}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, приведенная на рис. 5.3, рассчитана по обучающей выборке, содержащей данные наблюдений за 10 лет (аномалии неадиабатических притоков тепла за январь—февраль 1970—1979 гг., аномалии облачности за июнь—июль 1969—1978 гг.).

Сравнение рис. 5.2 и 5.3 показывает, что качественная картина обеих функций влияния χ_1^9 и χ_1^{10} примерно одна и та же. Положительные значения этих функций сосредоточены в основном вдоль западной, северной и частично южной границ счетной области D_c . Обширная область отрицательных значений функций асинхронного влияния в обоих случаях распространяется с юго-западных районов счетной области к ее восточным районам. Процент совпадения по знаку и значение коэффициента корреляции между обеими рассматриваемыми и двумерными функциями составляют соответственно 70 % и 0,59. Однако с точки зрения количественной в отдельных участках области D_c между значениями функций χ_1^9 и χ_1^{10} имеются существенные расхождения.

Обратимся теперь к рис. 5.4—5.7, на которых приведены соответственно функции асинхронного влияния χ_1^{11} , χ_1^{12} , χ_1^{13} и χ_1^{14} , рассчитанные по данным следующих обучающих выборок¹.

1. Функция $\chi_1^{11}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ рассчитана по обучающей выборке, содержащей данные наблюдений за 11 лет (двухмесячные диагностические аномалии интегрального неадиабатического притока тепла за январь—февраль 1969—1979 гг. для каждой из 30 узлов счетной сетки области D_c и осредненные по двухмесячному интервалу времени отклонения от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1968—1978 гг. над океаническим регионом 1).

2. Функция $\chi_1^{12}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ рассчитана по обучающей выборке, содержащей данные наблюдений за 12 лет (аномалии неадиабатических притоков тепла за январь—февраль 1968—1979 гг., отклонения от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1967—1978 гг.).

¹ Как было отмечено выше, данное исследование проводится на архиве исторических данных наблюдений за 10 лет. Функции асинхронного влияния, рассчитанные А. Д. Таваляном с помощью выборок, содержащих данные наблюдений за 11, 12, 13 и 14 лет, привлекаются с целью более убедительного обоснования выводов о характере пространственно-временной изменчивости указанных функций в зависимости от объема обучающей выборки.

3. Функция $\chi_1^{13}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ рассчитана по обучающей выборке, содержащей данные наблюдений за 13 лет (аномалии неадиабатических притоков тепла за январь—февраль 1967—1979 гг.,

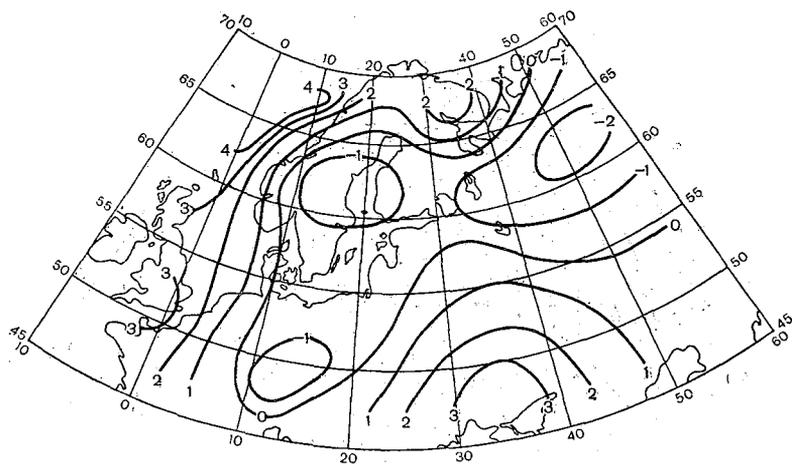


Рис. 5.4. Функция асинхронного влияния χ_1^{11} .

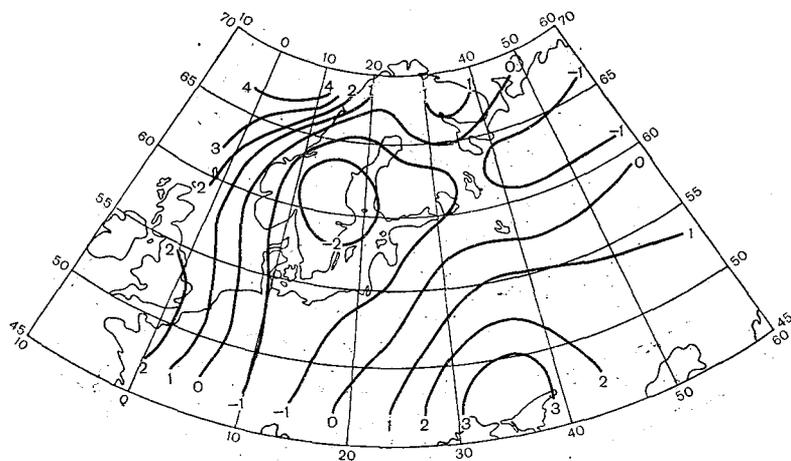


Рис. 5.5. Функция асинхронного влияния χ_1^{12} .

отклонения от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1966—1978 гг.).

4. Функция $\chi_1^{14}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ рассчитана с помощью обучающей выборки, содержащей данные наблюдений за 14 лет

(аномалии неадиабатических притоков тепла за январь—февраль 1966—1979 гг., отклонения от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1978 гг.).

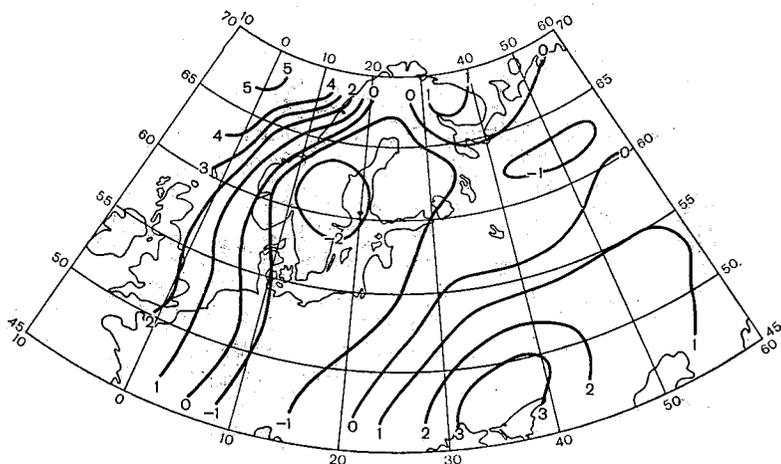


Рис. 5.6. Функция асинхронного влияния χ_1^{13} .

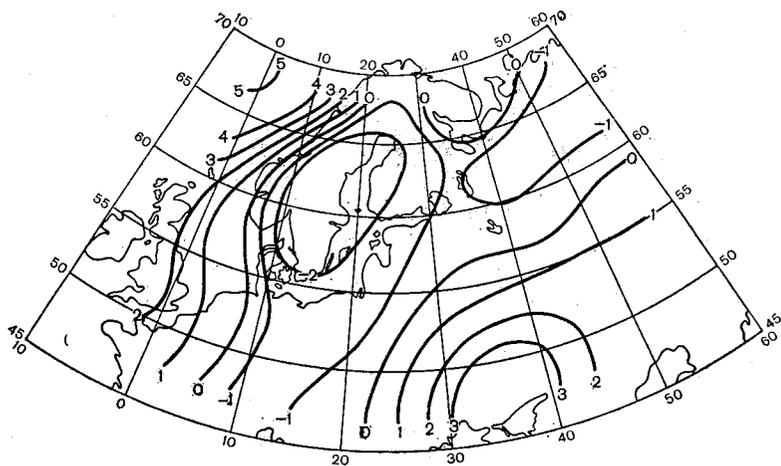


Рис. 5.7. Функция асинхронного влияния χ_1^{14} .

Сравним теперь функции $\chi_1^{10}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $\chi_1^{11}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ представленные соответственно на рис. 5.3 и 5.4. Качественное сходство обеих функций достаточно хорошее всюду, за исключением крайней северо-западной части области D_c . Здесь,

а также на крайнем севере имеются существенные количественные расхождения.

Процент совпадения по знаку и значение коэффициента корреляции между функциями $\chi_1^{10}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $\chi_1^{11}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ составляют соответственно 84 % и 0,87.

Однако сравнение каждой из функций асинхронного влияния $\chi_1^9(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, $\chi_1^{10}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, $\chi_1^{11}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, $\chi_1^{12}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $\chi_1^{13}(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ со всеми последующими показывает, что сходство между собой последних четырех функций достаточно хорошее как в качественном, так и в количественном отношении.

Процент совпадения по знаку, а также значения коэффициента корреляции между двумерными полями каждой из функций χ_1^9 , χ_1^{10} , χ_1^{11} , χ_1^{12} , χ_1^{13} со всеми остальными приведены в табл. 5.2. Дан-

Таблица 5.2

Процент совпадения по знаку (числитель) и коэффициент корреляции (знаменатель) между функциями асинхронного влияния $\chi_1(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, рассчитанными по данным различных обучающих выборок

Объем выборки	10	11	12	13	14
9	70/0,59	84/0,87	74/0,67	84/0,87	84/0,87
10		84/0,87	77/0,74	74/0,67	74/0,67
11			87/0,91	90/0,95	93/0,95
12				90/0,95	90/0,95
13					100/1,00

ные этой таблицы показывают, что в общем-то вполне удовлетворительное сходство двумерных полей рассматриваемых функций асинхронного влияния делается достаточно хорошим при объеме обучающей выборки, составляющем $\eta = 11$ лет и более. Это означает, что работая в рамках архива исторических данных наблюдений за 14—15 лет для расчета функции асинхронного влияния, объем обучающей выборки вполне можно ограничить 11—12 годами.

Из вышензложенного следует, что двумерные поля функций асинхронного влияния являются достаточно гладкими и плавно меняющимися в зависимости от объема обучающей выборки. Начиная с объема в 11 лет, при дальнейшем его увеличении пространственно-временная структура соответствующих функций асинхронного влияния меняется очень мало, т. е. практически они становятся приближенно квазиуниверсальными. Это означает, что функции асинхронного влияния, рассчитанные по данным обучающей выборки за 11 лет, могут быть использованы в целях долго-

срочного прогноза с большой заблаговременностью аномалии интегрального неадиабатического притока тепла для последующего холодного полугодия.

5.4. Численные эксперименты по долгосрочному прогнозу аномалий неадиабатических притоков тепла

С помощью рассмотренных выше функций асинхронного влияния и по данным осредненных за июнь—июль аномалий облачности сначала были восстановлены поля аномалий притока тепла для января—февраля последнего года, входящего в обучающую выборку, т. е. на зависимом материале. Таким образом, по данным обучающих выборок с двухмесячной аномалией температуры воздуха за январь—февраль 1966—1972, 1966—1973, 1966—1974, 1966—1975 гг. и соответствующих осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонений от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1971, 1965—1972, 1965—1973, 1965—1974 гг. были рассчитаны поля двухмесячных аномалий неадиабатических притоков тепла для января—февраля 1972, 1973, 1974 и 1975 гг. Эти результаты, а также соответствующие фактические (диагностические) поля аномалий неадиабатических притоков тепла для области D_c приведены в табл. 5.3 и 5.4.

Сравнение этих таблиц показывает, что восстановленные поля аномалий притоков тепла по данным, входящим в обучающие выборки, хорошо согласуются с фактическими (диагностическими) полями аномалий притока тепла: процент совпадения по знаку этих полей составляет для 1972 г. 100 %, для 1973 г. 90 %, для 1974 г. 86,5 % и для 1975 г. 90 %. Совершенно очевидно, что хотя эти оценки достаточно высоки, однако они не могут иметь никакой прогностической ценности.

Далее с помощью заранее вычисленных функций χ_1 , χ_2 , χ_3 , χ_4 и F_0'' были рассчитаны прогностические поля аномалий неадиабатического притока тепла. Именно по данным обучающих выборок о двухмесячных аномалиях температуры воздуха за январь—февраль 1966—1971, 1966—1972, 1966—1973, 1966—1974 гг. и о соответствующих осредненных по двухмесячному интервалу времени отклонениях от нормы общего количества облаков за июнь—июль 1965—1970, 1965—1971, 1965—1972, 1965—1973 гг. сначала были вычислены функции χ_1 , χ_2 , χ_3 , χ_4 и F_0'' для каждого из 30 узлов, входящих в рассматриваемую область D_c континента. Затем, привлекая рассчитанные значения этих функций, по данным о двухмесячных аномалиях общего количества облаков над упомянутыми выше четырьмя областями Северной Атлантики за июнь—июль 1971, 1972, 1973, 1974 гг. были предвычислены прогностические поля двухмесячных аномалий неадиабатических притоков тепла на январь—февраль соответственно 1972, 1973, 1974 и 1975 гг. Как видим, заблаговременность этих прогнозов составляет пять месяцев. Результаты этих расчетов приведены в табл. 5.5.

Таблица 5.3

Восстановленные поля аномалии неадиабатических притоков тепла в $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{с}^{-1}$ за январь—февраль 1972, 1973, 1974 и 1975 гг., рассчитанных соответственно по данным обучающих выборок за 1966—1972, 1966—1973, 1966—1974 и 1966—1975 гг. для области D_c (см. рис. 5.1)

Год восста- новления	Обучающая выборка						Год восста- новления	Обучающая выборка					
	1966—1972 гг.							1966—1973 гг.					
1972	-14,30	-3,22	6,68	1,17	0,35	3,21	1973	-6,77	-0,26	5,16	4,21	-0,07	-0,71
	-0,64	1,92	3,36	-1,36	0,77	0,18		2,44	2,01	1,51	2,08	-0,43	-2,12
	-2,30	2,94	6,52	-1,13	-0,95	-3,82		-1,43	3,00	5,66	1,00	0,68	-2,18
	-3,59	2,44	6,39	-2,63	-2,75	-3,08		-3,66	1,79	6,29	0,48	1,04	-0,62
	1,99	2,66	1,64	-4,11	-2,49	-2,50		1,16	1,30	1,06	-0,08	0,12	-1,56
1974	1966—1974 гг.						1966—1975 гг.						
	-6,54	-0,16	6,29	4,68	0,21	0,86	1975	-7,93	-0,56	4,84	1,45	0,64	0,55
	3,10	2,12	3,23	3,54	2,90	-0,50		-0,53	4,50	1,13	-0,63	0,51	-0,30
	-1,33	4,36	6,91	0,44	2,29	-0,86		-3,05	6,15	7,19	-3,82	-0,48	-2,52
	-1,98	3,04	5,50	-0,85	0,26	0,01		-1,26	4,25	4,78	-2,83	-2,50	-1,68
2,07	0,73	0,80	-2,99	-2,24	-2,33	3,68		2,56	-1,02	-3,96	-3,83	-2,16	

Таблица 5.4

Фактические (диагностические) поля аномалий неадиабатических притоков тепла в $10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}\cdot\text{с}^{-1}$ за январь—февраль 1972, 1973, 1974 и 1975 гг. для области D_c (см. рис. 5.1)

1972 г.						1973 г.					
-16,43	-4,07	8,69	3,88	1,02	3,11	-4,18	0,74	6,04	2,52	-0,74	-0,32
-0,75	1,70	4,86	-0,62	1,24	0,13	3,02	2,17	1,60	1,03	-0,40	-1,13
-1,72	2,73	6,67	-0,48	-0,54	-4,23	-2,23	3,63	5,32	0,17	0,19	-1,28
-3,84	3,01	6,83	-1,97	-2,38	-3,32	-3,46	1,20	5,48	-0,52	0,10	-0,73
1,85	3,66	1,89	-3,99	-2,29	-2,71	1,29	0,79	0,43	-1,56	-0,80	-2,00
1974 г.						1975 г.					
-5,47	0,08	4,65	3,13	-1,13	-0,64	-5,14	0,39	3,85	2,53	0,97	-0,80
2,30	1,61	1,45	3,77	1,50	-1,61	-0,22	5,14	0,18	0,39	0,10	-1,03
-1,91	4,16	6,66	-0,10	2,36	-1,20	-3,15	6,49	7,00	-3,85	-0,18	-2,12
-1,50	4,38	5,40	-1,20	0,63	0,28	-1,29	4,27	4,51	-1,84	-1,23	-0,69
2,35	1,17	0,35	-2,41	-2,35	-2,65	3,46	2,29	-1,88	-2,56	-3,06	-1,48

Таблица 5.5

Прогностические поля аномалии неадиабатических притоков тепла в $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{с}^{-1}$ за январь—февраль 1972, 1973, 1974 и 1975 гг. предвычисленные соответственно по данным обучающих выборок за 1966—1971, 1966—1972, 1966—1973 и 1966—1974 гг. для области D_c (см. рис. 5.1)

Год прогноза	Обучающая выборка						Год прогноза	Обучающая выборка					
1972	1966—1971 гг.						1973	1966—1972 гг.					
	15,36	8,89	-22,15	-37,65	-9,19	4,56		-19,04	-5,02	0,98	12,22	3,09	-2,56
	0,96	5,08	-18,19	-12,01	-6,00	0,84		-0,28	1,26	1,06	7,04	-0,58	-6,81
	-10,66	5,92	-4,42	-10,50	-6,74	2,01		2,79	-0,02	7,27	4,92	3,03	-6,45
	-0,03	-5,76	0,13	-12,15	-7,96	0,40		-4,61	4,60	10,11	5,22	6,00	-0,07
4,04	-11,75	-1,90	-5,80	-5,38	0,38	0,53	3,75	4,08	6,96	4,46	0,52		
1974	1966—1973 гг.						1975	1966—1974 гг.					
	-9,85	-0,93	11,41	9,52	4,39	5,55		-17,61	-3,85	8,28	-2,30	-0,52	5,23
	-5,60	3,70	8,79	2,82	7,27	2,93		-1,62	2,28	4,42	-4,16	2,12	2,21
	0,50	4,98	7,68	1,68	2,06	0,20		-2,70	4,97	7,89	-3,71	-1,56	-3,96
	-3,48	-1,15	5,84	0,23	-0,92	-0,67		-1,16	4,20	5,72	-6,25	-6,91	-5,08
1,22	-0,63	2,25	-4,79	-1,87	-1,36	4,44	3,50	1,95	-8,81	-6,48	-4,54		

Сравнение табл. 5.5 с данными табл. 5.4 показывает, что для обучающей выборки, содержащей данные за 6 лет (1966—1971), процент совпадения по знаку предвычисленного поля аномалии притока тепла за январь—февраль 1972 г. с соответствующим фактическим (диагностическим) полем составляет всего лишь 53,5 %, но для 1973 г. (обучающая выборка за 7 лет, с 1966 по 1972 г.) этот процент составляет 70 %; для 1974 г. (обучающая выборка за 8 лет, с 1966 по 1973 г.) указанный процент совпадения составляет 60 % и, наконец, для 1975 г. (обучающая выборка за 9 лет, с 1966 по 1974 г.) процент совпадения по знаку прогностического поля аномалии притока тепла на январь—февраль с со-

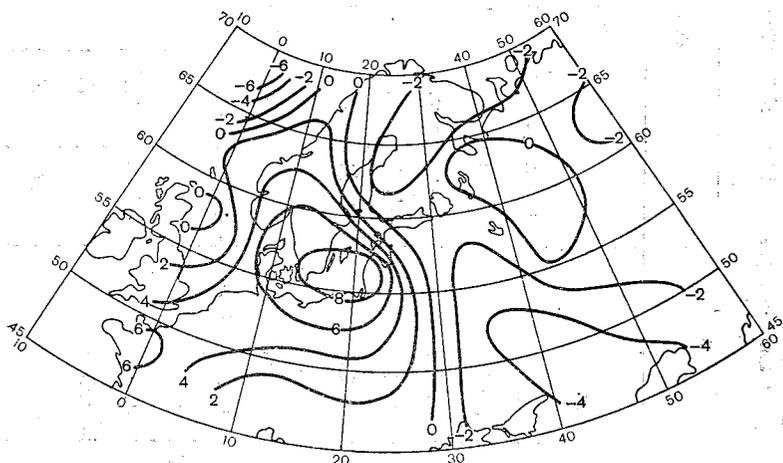


Рис. 5.8. Прогностическая карта аномалии неадиабатических притоков тепла на январь—февраль 1975 г.

ответствующим фактическим (диагностическим) полем составляет 73,5 %.

В качестве наглядной иллюстрации приведем прогностическую карту аномалий неадиабатических притоков тепла на январь—февраль 1975 г. (рис. 5.8) и карту соответствующих диагностических аномалий (рис. 5.9).

Главной особенностью прогностической карты является обширная область положительных аномалий притоков тепла, расположенная севернее городов Берлин и Варшава. Аналогичная область с несколько меньшими значениями аномалий существует и на диагностической карте. Далее, на северо-западе и юго-востоке прогностической карты имеются два очага отрицательных аномалий притоков тепла. Такие же очаги с несколько меньшими по абсолютному значению аномалиями имеются и на диагностической карте. Наконец, на востоке области прогнозирования на обеих картах преобладают малоградиентные очаги отрицательных аномалий.

Однако на юго-западе и северо-востоке области прогнозирования имеются небольшие очаги, где предвычисленные и соответствующие диагностические аномалии противоположны по знаку. Коэффициент корреляции между полями аномалий, представленными на рис. 5.8 и 5.9, равен 0,67.

В целом сравнение предвычисленной и диагностической карт аномалий неадиабатических притоков тепла показывает их разумную согласованность, а следовательно, и реалистичность прогнозического поля.

Конечно, приведенные выше оценки нельзя считать высокими. Однако, учитывая тот факт, что вышеуказанные прогнозы пред-

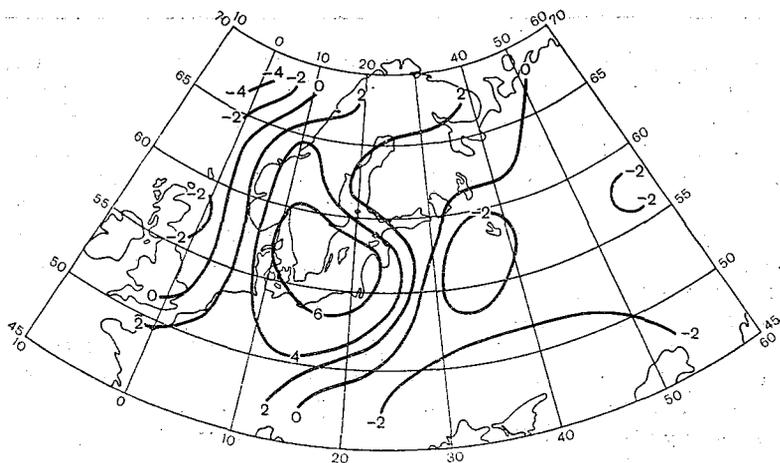


Рис. 5.9. Фактическое (диагностическое) распределение аномалии неадиабатических притоков тепла за январь—февраль 1975 г.

вычисляются с большой заблаговременностью, составляющей 5 мес, полученные результаты можно рассматривать как удовлетворительные.

Приведенные результаты выполненных численных экспериментов на базе используемого архива 10-летних данных наблюдений показывает, что оптимальным объемом обучающей выборки для расчета функций асинхронного влияния можно считать 9 лет. Вместе с тем эксперименты, выполненные с помощью архива 14-летних данных, показывают, что оптимальный объем указанной обучающей выборки можно считать 11 лет. Однако, хотя эти выводы в общем-то и согласуются с результатами, полученными в работе [46], их следует считать предварительными до проведения более широких численных экспериментов с использованием архива с большим объемом данных.

В следующей главе излагаются результаты выполненных численных экспериментов по долгосрочному прогнозу крупномас-

штабных полей аномалий температуры воздуха, основанные на использовании заранее предвычисленных аномалий интегрального неадиабатического притока тепла по изложенному выше методу.

Глава 6

Долгосрочный прогноз полей крупномасштабных аномалий температуры воздуха

Со времен Лапласа в ряде областей знания господствовал так называемый принцип детерминизма. Применительно к условиям атмосферы лапласов детерминизм можно трактовать следующим образом. Если предположить, что известно состояние атмосферы в настоящий момент и что уравнения гидротермодинамики представляют собой математические выражения законов, адекватно описывающих поведение реальной атмосферы в пространстве и во времени, то тогда может быть как предвычислено будущее состояние атмосферы, так и установлено ее прошлое.

Однако известно, что:

1) основные законы физики применительно к условиям реальной атмосферы выполняются лишь приближенно, т. е. они приближенно описывают поведение атмосферных процессов в пространстве и во времени. При этом неизвестно, являются ли указанные законы строго детерминистскими;

2) система нелинейных дифференциальных уравнений гидротермодинамики, представляющая собой математическую формулировку указанных законов физики, может быть проинтегрирована только приближенно. При этом в результате теоретических и экспериментальных исследований сложилось мнение, что решение этой системы, по-видимому, неустойчиво к малым возмущениям начальных данных;

3) начальные поля всегда содержат неопределенности, ввиду того что метеорологические характеристики состояния атмосферы никогда не могут быть измерены (и обработаны) точно.

Как было показано в гл. 3, эти причины предопределяют существование резко ограниченного предела детерминистской предсказуемости атмосферы в 1—2 недели. Поэтому в соответствии с полученными результатами лишь задачу краткосрочного прогноза (до 5 сут) можно со всей определенностью назвать задачей детерминированной. Прогнозы на средние сроки (до 10—12 сут), возможно, также могут быть отнесены к категории детерминированных. В той же главе было показано, что успешность этих прогнозов в значительной степени все еще зависит от начального состояния атмосферы. Вместе с тем она в равной степени

зависит также от неадиабатических притоков тепла. Что касается проблемы долгосрочного прогноза месячных и сезонных аномалий метеорологических элементов с различной заблаговременностью (или же суточных прогнозов ото дня ко дню с заблаговременностью в три-четыре недели и более), то ее нельзя отнести к категории детерминированных проблем, ввиду того что предвычисляемые поля не зависят от начального состояния атмосферы (или зависят очень слабо), а их качество настолько низкое, что их даже нельзя назвать прогнозами в строгом смысле этого слова.

Возникает вопрос о возможности использования в гидродинамическом долгосрочном прогнозе отклонений от нормы метеорологических элементов аномалий тех неадиабатических притоков тепла, которые предвычисляются по методу, изложенному в предыдущей главе.

В данном исследовании мы исходим из предположения о том, что гидродинамический метод долгосрочного прогноза, например, аномалии температуры воздуха (или любой другой метеорологической характеристики состояния атмосферы) с заданной заблаговременностью может быть построен на базе долгосрочного же прогноза аномалий неадиабатических притоков тепла с той же (или с большей) заблаговременностью. Другими словами, для того чтобы предвычислить поле аномалии температуры воздуха на долгие сроки, необходимо иметь заранее предвычисленное распределение аномалий неадиабатических притоков тепла на те же сроки.

Пусть в некоторый момент времени t_0 имеется предвычисленное распределение аномалий неадиабатических притоков тепла, осредненных по интервалу времени $[t_1, t_1 + \delta t]$. Речь идет об использовании этих притоков тепла в целях гидродинамического прогноза осредненной по интервалу времени δt аномалии температуры воздуха с заблаговременностью $t_1 - t_0$, причем t_1 и $t_1 + \delta t$ являются соответственно началом и концом действия прогноза. Таким образом прогноз, который вводится в рассмотрение, не связан с предвычислением в хронологическом порядке различных состояний атмосферы между моментами времени t_1 и $t_1 + \delta t$ и в соответствии с терминологией Лоренца [34], по-видимому, может быть назван долгосрочным прогнозом второго рода.

6.1. Основная задача долгосрочного прогноза аномалии температуры воздуха

Гидродинамический прогноз аномалии температуры воздуха обычно базируется на интегрировании уравнения притока тепла. Запишем отнесенное к слою атмосферы 1000—500 гПа это уравнение в виде

$$\frac{\partial T''}{\partial t} + \frac{v_\theta}{a} \frac{\partial T''}{\partial \theta} + \frac{v_\lambda}{a \sin \theta} \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' = F''(\theta, \lambda, t). \quad (6.1)$$

Во-первых, структура этого уравнения говорит о том, что, как и в случае любого другого неоднородного дифференциального уравнения, функция $F''(\theta, \lambda, t)$ должна быть задана на всем интервале его интегрирования по времени. Это означает, что для того чтобы с помощью уравнений (6.1) предвычислить поле аномалии температуры воздуха в нижней половине тропосферы на долгий срок, необходимо предварительно иметь прогноз аномалий неадиабатических притоков тепла к указанному слою атмосферы для всего периода прогнозирования. Приближенный метод такого прогноза изложен в предыдущей главе.

Во-вторых, уравнение (6.1) содержит горизонтальные составляющие скорости, которые должны предвычисляться также для всего периода прогнозирования или совместно с другими метеорологическими элементами при решении замкнутой задачи или же самостоятельно, как будет показано в гл. 7. Однако в данном случае на первых порах в качестве паллиативной меры будут использованы климатические (для соответствующих месяцев и сезонов) горизонтальные скорости \bar{v}_θ и \bar{v}_λ . Принимая во внимание результаты, полученные в предыдущей главе, запишем теперь prognostическое уравнение (6.1) в виде

$$\frac{\partial T''}{\partial t} + \frac{\bar{v}_\theta}{a} \frac{\partial T''}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}_\lambda}{a \sin \theta} \frac{\partial T''}{\partial \lambda} - \frac{k}{a^2} \Delta T'' = F''(\theta, \lambda, t), \quad (6.2)$$

где

$$F''(\theta, \lambda, t) = F_S''(\theta, \lambda, t) + F_0''(\theta, \lambda, t), \quad (6.3)$$

$$F_S''(\theta, \lambda, t) = \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') \times \\ \times S''(\theta', \lambda', t') \sin \theta' d\theta' d\lambda' dt'. \quad (6.4)$$

Таким образом, при прогнозе для холодного полугодия двухмесячных аномалий средней температуры воздуха $T''(\theta, \lambda, t)$ в нижнем 5-километровом слое атмосферы на континенте с помощью уравнения (6.2) используются: 1) известные климатические значения горизонтальных составляющих скорости \bar{v}_θ и \bar{v}_λ ; 2) осредненная за двухмесячный интервал прошедшего теплого полугодия аномалия облачности над океаном $S''(\theta', \lambda', t')$ и 3) значения функций $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ и F_0'' , взятые из заранее рассчитанных таблиц, аналогичных табл. 5.5. (По значениям S'' , $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ и F_0'' , как было показано в предыдущей главе, можно предвычислить правую часть уравнения для всего периода прогнозирования аномалий температуры воздуха.)

Для уравнения (6.2) строится периодическое по λ , симметричное относительно экватора и ограниченное на полюсе решение, удовлетворяющее начальному условию

$$T''(\theta, \lambda, t) \Big|_{t=0} = T_0''(\theta, \lambda). \quad (6.5)$$

Существенным моментом в этой постановке задачи о долгосрочном прогнозе аномалии температуры воздуха является то, что зависящая от облачного покрова океана и сильно меняющаяся во времени и пространстве часть неадиабатических притоков тепла предвычисляется заранее, т. е. в данной постановке задачи прежде чем предвычислять аномалию температуры воздуха, требуется иметь прогноз аномалии притоков тепла для всего периода прогнозирования. В соответствии с формулами (6.3) и (6.4) правая часть уравнения (6.2) состоит из двух слагаемых. Первое из слагаемых представляет собой функцию $F''_s(\theta, \lambda, t)$, описывающую прогноз зависящей от облачности аномалии интегрального неадиабатического притока тепла для всего периода прогнозирования аномалии температуры воздуха.

Перейдем теперь к описанию алгоритма приближенного решения задачи (6.2) — (6.5), использующегося при выполнении излагаемых ниже численных экспериментов.

Опуская для удобства изложения штрихи при буквах T и F , перепишем задачу (6.2) — (6.4) в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \text{grad } T - \frac{k}{a^2} \Delta T = F(\theta, \lambda, t), \quad (6.6)$$

где

$$\mathbf{V} \text{grad } T = \frac{1}{a} \left(\bar{v}_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}_\lambda}{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \right),$$

\mathbf{V} — вектор климатического ветра с горизонтальными компонентами \bar{v}_θ и \bar{v}_λ , которые задаются на всем интервале интегрирования по времени.

Горизонтальные составляющие скорости рассчитываются по функции тока бездивергентного течения на среднем уровне атмосферы. Функции тока ψ определяются из линеаризованного уравнения баланса

$$\text{div } l \text{grad } \psi = \Delta \Phi,$$

где Φ — геопотенциал изобарической поверхности 500 гПа, а l — параметр Кориолиса.

Алгоритм численного решения задачи (6.5) — (6.6) ниже излагается в соответствии с результатами, полученными В. В. Пененко [59] и Д. Б. Штейнбоком [61].

Используем полунявную по времени схему и запишем уравнение задачи (6.6) в следующем виде:

$$\frac{T^{v+1} - T^{v-1}}{2\tau} + \mathbf{V} \text{grad } T^v - \frac{k}{a^2} \Delta \left(\frac{T^{v-1} + T^{v+1}}{2} \right) = F^v, \quad (6.7)$$

где τ — шаг по времени, $v (= 1, 2, 3, \dots)$ — номер временного слоя, $T^v \equiv T(\theta, \lambda, t) |_{t=v\tau}$ — аномалия температуры на v -м временном шаге.

Последнее уравнение можно переписать в виде

$$T^{v+1} - \delta \Delta T^{v+1} = R^v, \quad (6.8)$$

где

$$R^v = T^{v-1} + 2\tau \left(F^v - \mathbf{V} \operatorname{grad} T^v + \frac{k}{2a^2} \Delta T^{v-1} \right),$$

$$\delta = k\tau/a^2.$$

Для аппроксимации уравнения (6.8) по пространственным координатам введем в рассмотрение счетную сетку $\{\theta_i, \lambda_j\}$ на сфере такую, что

$$\begin{aligned} \theta_i &= \theta_{i-1} + \Delta\theta, \quad i = 2, 3, \dots, N, \\ \theta_1 &= \Delta\theta/2, \quad \Delta\theta = \pi/N, \\ \lambda_j &= \lambda_{j-1} + \Delta\lambda, \quad j = 2, 3, \dots, 2M, \\ \lambda_1 &= 0, \quad \Delta\lambda = \pi/M, \end{aligned}$$

где $\Delta\theta$ и $\Delta\lambda$ суть шаги сетки по θ и λ соответственно. Обозначим сеточные значения искомой функции через

$$T_{ij} = T(\theta_i, \lambda_j).$$

Примем теперь следующую конечно-разностную аппроксимацию оператора Лапласа:

$$\begin{aligned} \Delta T_{ij} &= \frac{1}{a^2 \sin \theta} \left[\frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta\lambda)^2} + \right. \\ &+ \left. \frac{\sin \theta_{i+1/2} (T_{i+1,j} - T_{i,j}) - \sin \theta_{i-1/2} (T_{i,j} - T_{i-1,j})}{(\Delta\theta)^2} \right]. \quad (6.9) \end{aligned}$$

В последней формуле Δ обозначает разностную аппроксимацию оператора Лапласа.

Аналогичным образом аппроксимируется член $\mathbf{V} \operatorname{grad} T^v$. После указанных аппроксимаций по пространственным координатам уравнение (6.8) можно записать в виде

$$T_{i,j}^{v+1} - \delta \Delta T_{i,j}^{v+1} = R_{i,j}^v, \quad (6.10)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, 2M$.

Для удобства изложения опустим верхний индекс v и перепишем последнее уравнение в форме

$$T_{i,j} - \delta \Delta T_{i,j} = R_{i,j}. \quad (6.11)$$

Полученное уравнение представляет собой систему линейных алгебраических уравнений высокого порядка, равного в рассматриваемом нами случае $N \times 2M = 36 \times 32 = 1152$.

Для решения этой системы представим искомую функцию $T_{i,j}$ в виде дискретного ряда Фурье вдоль каждого круга широты:

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,0}^{(1)}}{2} + \sum_{r=1}^{M-1} \left[T_{i,r}^{(1)} \cos \frac{\pi jr}{M} + T_{i,r}^{(2)} \sin \frac{\pi jr}{M} \right] + \frac{T_{i,M}^{(1)}}{2} \cos \pi j, \quad (6.12)$$

где $T_{i,r}^{(1)}$ и $T_{i,r}^{(2)}$ суть коэффициенты Фурье дискретной функции $T_{i,j}$.

Аналогично для известной дискретной функции $R_{i,j}$ имеем

$$R_{i,j} = \frac{R_{i,0}^{(1)}}{2} + \sum_{r=1}^{M-1} \left[R_{i,r}^{(1)} \cos \frac{\pi jr}{M} + R_{i,r}^{(2)} \sin \frac{\pi jr}{M} \right] + \frac{R_{i,M}^{(1)}}{2} \cos \pi j, \quad (6.13)$$

причем

$$R_{i,r}^{(1)} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{2M} R_{i,j} \cos \frac{\pi jr}{M}, \quad (r=0, 1, 2, \dots, M)$$

$$R_{i,r}^{(2)} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{2M} R_{i,j} \sin \frac{\pi jr}{M}, \quad (r=1, 2, \dots, M-1). \quad (6.14)$$

Можно показать, что

$$\left. \begin{aligned} \{ \Delta (\cos \omega j) \}_{i,j} &= \sigma \cos \omega j, \\ \{ \Delta (\sin \omega j) \}_{i,j} &= \sigma \sin \omega j, \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

где

$$\sigma = - \frac{4 \sin^2 \frac{\omega}{2}}{a^2 (\Delta \lambda)^2 \sin \theta_i}.$$

Равенства (6.15) показывают, что дискретные тригонометрические функции являются собственными функциями дискретного аналога Δ оператора Лапласа Δ , приведенного выше с помощью формулы (6.9).

Подставляя выражение для $T_{i,j}$ из (6.12) в уравнение (6.11) и принимая во внимание равенства (6.13) и (6.15), получим

$$T_{i,r}^{(l)} + \frac{\delta}{a^2 \sin \theta_i} \left\{ \frac{4 \sin^2 \left(\frac{\pi r}{2M} \right)}{\sin \theta_i \cdot (\Delta \lambda)^2} T_{i,r}^{(l)} + \frac{\sin \theta_{i+1/2} [T_{i+1,r}^{(l)} - T_{i-1,r}^{(l)}] - \sin \theta_{i-1/2} [T_{i,r}^{(l)} - T_{i-1,r}^{(l)}]}{(\Delta \theta_i)^2} \right\} = R_{i,r}^{(l)}, \quad (6.16)$$

где при $l=1$ $r=0, 1, \dots, M$, при $l=2$ $r=1, 2, \dots, (M-1)$.

Соотношение (6.16) можно переписать в эквивалентной форме

$$\alpha_i T_{i+1, r}^{(i)} + \beta_i T_{i, r}^{(i)} + \gamma_i T_{i-1, r}^{(i)} = R_{i, r}^{(i)}, \quad (6.17)$$

$$(i = 2, 3, \dots, N-1)$$

где $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ — известные коэффициенты.

В окрестности полюсов (т. е. при $i=1$ и $i=N$) из уравнения (6.11) аналогично тому, как было выведено (6.17), можно получить

$$\left. \begin{aligned} T_{1, r}^{(1)} + \nu_1 T_{2, r}^{(1)} &= R_{1, r}^{(1)}, \\ T_{N, r}^{(1)} + \nu_N T_{N-1, r}^{(1)} &= R_{N, r}^{(1)}, \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

где ν_1 и ν_N суть известные коэффициенты.

Равенства (6.17) и (6.18) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений порядка N с трехдиагональной матрицей. Эта система эффективно решается методом прогонки. Такое решение осуществляется для каждого $r=0, 1, \dots, M$. В результате получаем коэффициенты Фурье $T_{i, r}^{(1)}$ и $T_{i, r}^{(2)}$, после чего по формуле (6.12) определяется функция $T_{i, j}^{v+1}$ на $(v+1)$ -м временном шаге.

Для того чтобы алгоритм полностью был завершен, необходима процедура вычисления искомой функции на первом временном шаге с помощью известных функций. С этой целью вместо полунявной схемы (6.7) используем метод Эйлера

$$\frac{T^1 - T^0}{\tau} + \mathbf{V} \text{grad } T^0 - \frac{k}{a^2} \Delta T^0 = F^0.$$

Отсюда в качестве формулы, аппроксимирующей по времени искомую функцию на первом временном шаге, получаем

$$T^1 = T^0 + \tau \left(F^0 - \mathbf{V} \text{grad } T^0 + \frac{k}{a^2} \Delta T^0 \right),$$

т. е. значение искомой функции на первом временном шаге определяется через ее начальное значение T^0 , вектор скорости \mathbf{V} и значение функции F^0 в начальный момент времени.

При значении коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена $k = 10^5 \dots 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $N = 36$ ($\Delta\theta = 5^\circ$), $M = 16$ ($\Delta\lambda = 11,25^\circ$) и при шаге по времени $\tau = 1$ ч описанная схема расчета устойчива.

Отметим, к слову, что если удастся с надлежащей точностью рассчитать функцию $R^v(\theta, \lambda, t)$ на всем земном шаре (или на полушарии) в узлах используемой географической счетной сетки, то спектральное решение уравнения (6.8) легко можно построить в виде рядов по сферическим функциям. Так, предположив, что правая часть этого уравнения представима с помощью ряда

$$R^v(\theta, \lambda, t) = \sum_n \sum_m R_{mn}^v(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos\theta), \quad (6.19)$$

будем искать решение рассматриваемого уравнения в виде аналогичного ряда

$$T^{v+1}(\theta, \lambda, t) = \sum_n \sum_m T_{mn}^{v+1}(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta). \quad (6.20)$$

Подставляя выражения функций R^v и T^{v+1} из (6.19) и (6.20) в уравнение (6.8), легко получить

$$T_{mn}^{v+1} = \frac{R_{mn}^v}{1 + \delta n(n+1)}.$$

Таким образом, для каждой пары волновых чисел m и n коэффициент разложения решения уравнения (6.8) на $(v+1)$ -м временном шаге определяется через коэффициент разложения его правой части на v -м шаге.

Как уже отмечалось, нашей целью является предвычисление на долгие сроки осредненной по времени аномалии температуры воздуха T'' на базе численной реализации модели (6.2) — (6.5). Для этого необходимо, прежде всего, знать функцию $F''(\theta, \lambda, t)$, интегрально описывающую аномалии неадиабатических притоков тепла на всем интервале прогнозирования аномалии температуры воздуха. Как видно из формулы (6.3), эта функция состоит из двух слагаемых: $F''_s(\theta, \lambda, t)$ и $F''_0(\theta, \lambda, t)$. Процедура приближенного предвычисления функции $F''_s(\theta, \lambda, t)$ изложена в предыдущей главе. Там же изложен приближенный способ расчета функции $F''_0(\theta, \lambda, t)$. В частности, в соответствии с формулой (6.4) для предвычисления функции $F''_s(\theta, \lambda, t)$ на какой-то отрезок времени (месяц или сезон) холодной половины года на континенте необходимо знать аномалию облачности над океаном за соответствующий отрезок времени (месяц или сезон) предшествующего теплого полугодия. Очевидно, что эти отрезки времени теплого и холодного полугодий должны находиться в полном соответствии с асинхронными связями между аномалиями летней облачности над океаном и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха, рассмотренными в 4 гл.

Для предвычисления функции $F''_s(\theta, \lambda, t)$ кроме аномалии облачности необходимо также знать функцию асинхронного влияния $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, процедура расчета которой также изложена в предыдущей главе. Напомним лишь, что эта функция описывает асинхронную связь между аномалией облачности S'' в точке (θ', λ') над океаном в момент времени t' теплой половины года и отклонением от нормы неадиабатических притоков тепла к атмосфере в точке (θ, λ) над континентом в момент времени t холодного полугодия ($t > t'$). Значения функций $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $F''_0(\theta, \lambda, t)$ рассчитываются заранее аналогично тому, как это было сделано в 5 гл.

Таким образом, зная заранее рассчитанные функции асинхронного влияния $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и функции $F''_0(\theta, \lambda, t)$, а также

фактическую аномалию облачности $S''(\theta', \lambda', t')$ над океаном за предшествующий началу прогноза интервал времени теплой половины года, можно сначала предвычислить аномалии неадиабатических притоков тепла, а затем, осуществив интегрирование модели (6.2)—(6.5) на допустимый характером функций асинхронного влияния срок, предвычислить ожидаемое распределение аномалии температуры воздуха с большой заблаговременностью.

Перейдем теперь к описанию результатов выполненных численных экспериментов.

6.2. Результаты численных экспериментов, выполненных на базе основной задачи

Прежде чем приступить к изложению результатов выполненных численных экспериментов, рассмотрим сначала вопрос о выборе масштаба временного осреднения аномалий, предвычисляемых неадиабатических притоков тепла и прогнозируемых на их основе с помощью модели (6.2)—(6.5) отклонений от нормы температуры воздуха.

Как уже отмечалось, нашей конечной целью является долгосрочный прогноз с большой заблаговременностью, осредненный по значительным промежуткам времени (месяц, сезон) аномалии температуры воздуха. Результаты исследований, изложенных в гл. 4, а также в ряде публикаций (см., например [23, 46] и др.), показали, что асинхронные связи между этими аномалиями облачности над океаном и отклонениями от нормы зимней температуры воздуха на континенте при двухмесячном осреднении являются более тесными по сравнению с месячным осреднением. Кроме того, результаты выполненных численных экспериментов по расчету функции асинхронного влияния, которые частично описаны в работах [50—52], также показали, что связи между аномалиями неадиабатических притоков тепла от океана к атмосфере зимой над ЕТС и летней аномалией облачности над Северной Атлантикой при двухмесячном осреднении рассматриваемых величин являются более тесными, чем при их месячном осреднении.

В связи со сказанным в данном исследовании принят двухмесячный масштаб временного осреднения рассматриваемых метеорологических характеристик состояния атмосферы.

В качестве иллюстраций к изложенному выше методу приведем анализ двух примеров долгосрочного прогноза двухмесячной аномалии температуры воздуха на январь—февраль 1974 г. (обучающая выборка 8 лет) и 1975 г. (обучающая выборка 9 лет). Эти годы были выбраны в соответствии с результатами, изложенными в гл. 3. Расчеты были сделаны для двух вариантов: 1) в качестве начальных данных были взяты среднемесячные аномалии температуры за декабрь предыдущих годов соответственно. В этом случае, очевидно, прогнозы рассчитывались с нулевой заблаговременностью; 2) в качестве начальных данных были взяты нулевые значения аномалии температуры для всей рассматриваемой

мой сеточной области. В этом случае, очевидно, прогнозы рассчитывались с заблаговременностью 5 мес, так как, имея заранее вычисленные функции асинхронного влияния, для предвычисления притоков тепла необходимо иметь лишь облачность за июнь и июль.

Перейдем теперь к описанию примеров расчета. На рис. 6.1 *а* представлена прогностическая карта средних двухмесячных отклонений от нормы температуры воздуха за январь—февраль 1975 г. для районов Европы. В качестве начальных данных взяты среднемесячные значения аномалии температуры за декабрь 1974 г. Отклонения от нормы неадиабатических притоков тепла были вычислены по данным об аномалии облачности за июнь—июль 1974 г. и приведены в табл. 5.5. Таким образом, в данном случае

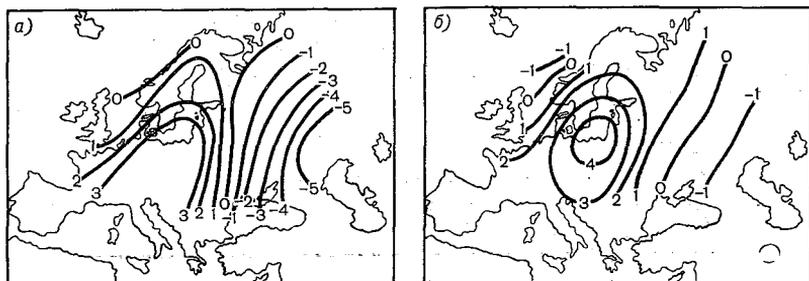


Рис. 6.1. Прогностическая (*а*) и фактическая (*б*) карты аномалии средней температуры воздуха в слое атмосферы 1000—500 гПа на январь—февраль 1975 г.

прогноз аномалии температуры рассчитан с нулевой заблаговременностью.

На рис. 6.1 *б* представлена карта соответствующих фактических отклонений температуры от нормы. Сравнение этой карты с прогностической картой показывает их общее сходство и разумную согласованность. На прогностической карте области отрицательных аномалий расположены на северо-западе и юго-востоке счетной сетки, а между ними расположена обширная зона положительных значений отклонения от нормы температуры. Примерно такая же картина распределения очагов одноименных аномалий температуры на фактической карте. Таким образом, прогностическая карта является в общем реалистической. Число узлов, в которых знаки предвычисленных аномалий температуры совпадают с их фактическими знаками, составляет 73%. При этом средняя абсолютная ошибка прогноза составляет 1,37°C, а максимальная абсолютная ошибка 4,18°C. Такую оправданность прогноза следует считать вполне удовлетворительной. Однако на юго-востоке области предвычисленные аномалии температуры по значению значительно превосходят соответствующие фактические значения.

Интересно отметить следующее. В данном примере из общего числа узлов счетной сетки, равного 30, в 8 узлах прогноз не оправдался по знаку. В 4 случаях из 8 фактическая аномалия температуры по абсолютному значению была меньше $0,5^{\circ}\text{C}$. Общее число узлов счетной области, в которых аномалия температуры была меньше $0,5^{\circ}\text{C}$, равно шести. Из сказанного следует, что в рассматриваемом примере прогноз отклонений от нормы температуры чаще не оправдывался в тех узлах, в которых фактическая аномалия по абсолютному значению меньше $0,5^{\circ}\text{C}$.

Рассмотрим теперь пример прогноза двухмесячных аномалий температуры воздуха для января—февраля 1974 г., для которого в качестве начальных данных были взяты среднемесячные отклонения температуры от нормы за декабрь 1973 г., а притоки тепла были предвычислены по данным об аномалии облачности за июнь—июль 1973 г. (см. табл. 5.5), т. е. этот прогноз отклонений от нормы температуры также предвычислялся с нулевой заблаговременностью. Для рассматриваемого примера прогностическое и соответствующее фактическое поля представлены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Двухмесячные аномалии средней температуры воздуха ($^{\circ}\text{C}$) слоя атмосферы 500—1000 гПа на январь—февраль 1974 г.

Широта, ... с.	Долгота, ... ° в.					
	0,00	11,25	22,50	33,75	45,00	56,25

Прогноз

67,5	2,3	5,1	8,9	10,4	10,3	9,6
62,5	4,3	7,0	10,0	10,7	10,9	9,8
57,5	3,5	6,9	9,7	9,3	8,8	7,8
52,5	2,0	4,8	7,7	6,7	5,9	5,6
47,5	2,0	3,5	5,3	3,5	3,6	3,6

Фактические данные

67,5	0,1	1,9	3,6	3,6	2,5	1,2
62,5	0,9	2,7	4,1	4,1	2,7	0,4
57,5	0,6	3,5	5,2	3,3	2,0	-0,6
52,5	0,9	3,6	4,6	1,9	0,4	-2,0
47,5	1,6	2,3	2,5	0,0	-1,6	-3,6

Сравнение данных показывает, что совпадение по знаку аномалий составляет 86 %. Очевидно, такую оправдываемость по знаку следует считать хорошей.

Однако следует подчеркнуть, что в данном примере предвычисленные аномалии температуры по значению превосходят соответствующие фактические аномалии еще в большей степени, чем в предыдущем примере. Кроме того, в обоих примерах максималь-

ные значения абсолютных ошибок прогноза в узлах сетки оказались сосредоточенными главным образом в восточной части счетной области. Эти факты наводят на мысль о возможности существования в модели систематических ошибок. Однако этот вопрос следует причислять к тем, которые нуждаются в более детальном изучении с помощью численных экспериментов на базе архивов большего объема, чем тот, который был использован в данном исследовании.

Конечно, из вышеизложенного еще нельзя делать никаких категорических выводов — слишком мало примеров прогноза. На основании анализа изложенных результатов численных экспериментов, выполненных на базе интегрирования основной задачи, можно сделать следующий предварительный вывод. Предвычисленные аномалии неадиабатических притоков тепла, будучи использованы в целях долгосрочного прогноза отклонений температуры воздуха от нормы, показали удовлетворительные результаты.

Более категоричный вывод может быть сформулирован лишь после выполнения более широких численных экспериментов с использованием всей имеющейся к настоящему времени информации об облачном покрове океана, получаемой с метеорологических спутников.

6.3. Сопряженная задача долгосрочного прогноза аномалии температуры воздуха

В течение последних лет академиком Г. И. Марчуком была разработана новая теория долгосрочного прогноза погоды, основанная на интегрировании сопряженных уравнений гидротермодинамики с учетом взаимодействия атмосферы и океана. Идеи, заложенные в этих работах, успешно развиваются как самим автором, так и в ряде других исследований, а выполненные к настоящему времени численные эксперименты дали обнадеживающие результаты. В частности, оказалось, что модели, основанные на интегрировании сопряженной задачи, являются в высшей степени экономичными. Так, например, для расчета всех примеров, представленных в табл. 6.2, требуется (после того, как рассчитана сопряженная функция T^*) меньше 5 мин машинного времени БЭСМ-6.

Для удобства дальнейшего изложения кратко опишем основы метода сопряженных уравнений применительно к проблеме долгосрочного прогноза аномалии температуры воздуха. В данном случае нас интересует предвычисление аномалии температуры воздуха, осредненной по некоторой области G сферы D за период времени $\Sigma = [t_1 - \delta, t_1]$, т. е. предметом наших дальнейших рассмотрений является долгосрочный прогноз величины

$$T_{\Sigma, G} = \frac{1}{\delta |G|} \int_{\Sigma} \int_G T''(\theta, \lambda, t) d\omega dt,$$

где $|G|$ — площадь области G .

В соответствии с результатами, полученными В. П. Садоковым и Д. Б. Штейнбоком [61] для предвычисления величины $T_{\Sigma, G}$, введем в рассмотрение задачу, сопряженную по отношению к основной задаче (6.1) — (6.5). В соответствии с общей теорией ее можно записать в следующем виде:

$$-\frac{\partial T^*}{\partial t} - \operatorname{div}(\mathbf{V}T^*) - \frac{k}{a^2} \Delta T^* = F^*, \quad (6.21)$$

$$T^*|_{t=t_1} = 0, \quad (6.22)$$

где $T^*(\theta, \lambda, t)$ есть так называемая сопряженная функция для температуры.

Функция $F^*(\theta, \lambda, t)$, представляющая собой правую часть уравнения (6.21), согласно общей теории [43], определяется следующим образом:

$$F^*(\theta, \lambda, t) = \frac{1}{\delta|G|} \chi_{\Sigma}(t) \chi_G(\theta, \lambda), \quad (6.23)$$

где χ_{Σ} и χ_G — характеристические функции множеств Σ и G соответственно, т. е.

$$\chi_{\Sigma}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t \in \Sigma, \\ 0, & \text{при } t \notin \Sigma, \end{cases}$$

$$\chi_G(\theta, \lambda) = \begin{cases} 1, & \text{при } (\theta, \lambda) \in G, \\ 0, & \text{при } (\theta, \lambda) \notin G. \end{cases}$$

Сопряженная задача (6.21) — (6.22) решается для $t < t_1$, т. е. назад по времени. Только в этом случае задача (6.21) — (6.22) будет корректной.

На основании решения сопряженной задачи (6.21) — (6.22) определяется сопряженная функция для температуры $T^*(\theta, \lambda, t)$, имеющая исключительно важное значение при построении конкретных прогностических моделей.

Как показано в работах [36, 61], на базе совместного рассмотрения основной задачи (6.1) — (6.5) и сопряженной задачи (6.10) — (6.11) можно получить следующую прогностическую формулу для предвычисления величины $T_{\Sigma, G}$:

$$T_{\Sigma, G} = \int_D T^*(\theta, \lambda, t_0) T''(\theta, \lambda, t_0) d\omega +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} \int_D T^*(\theta, \lambda, t) F''(\theta, \lambda, t) d\omega dt, \quad (6.24)$$

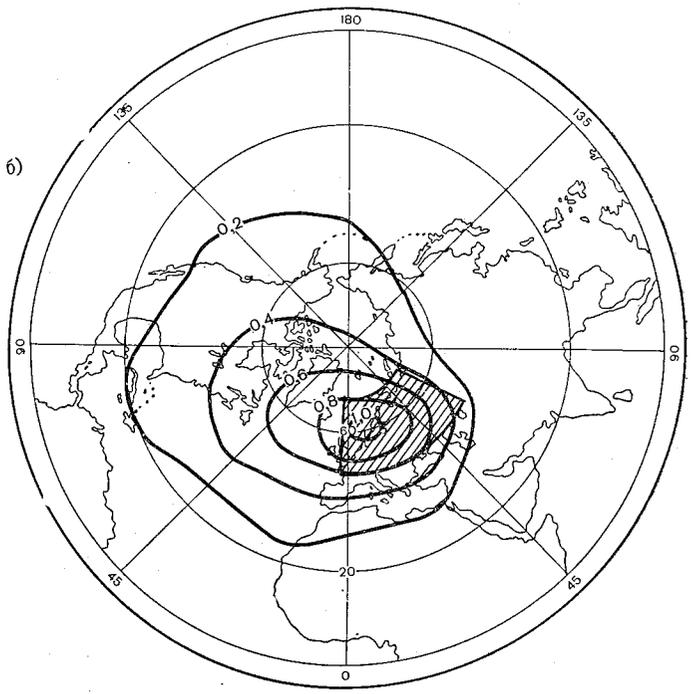
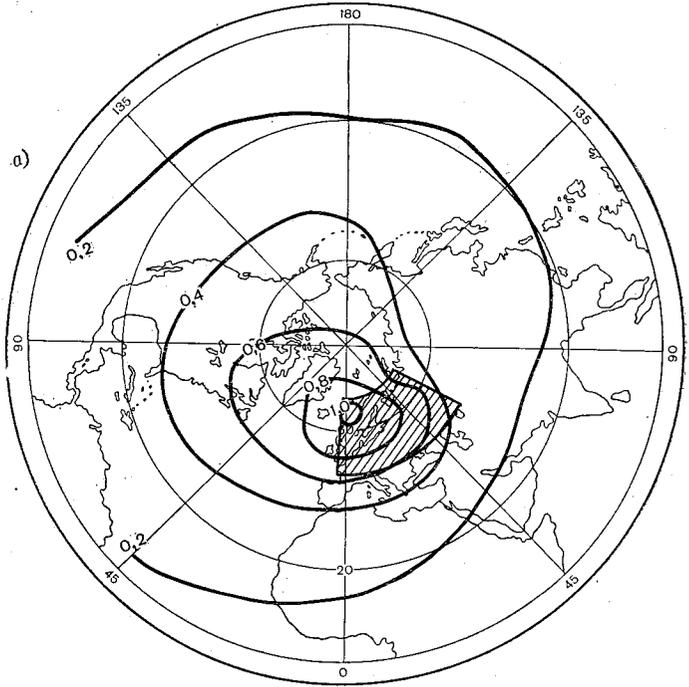
где t_0 — произвольный момент времени, меньший $t_1 - \delta$; $F''(\theta, \lambda, t)$ — правая часть уравнения (6.1), т. е. аномалия притока тепла к атмосфере; $T''(\theta, \lambda, t_0)$ — начальное поле аномалии температуры воздуха.

Если сопряженная задача решена, т. е. найдена сопряженная функция $T^*(\theta, \lambda, t)$, и если имеется заранее предвычисленная функция $F''(\theta, \lambda, t)$, то осредненную по интервалу времени Σ и по области G аномалию $T_{\Sigma, G}$ можно определить из соотношения (6.24), вычисляя входящие в него интегралы с помощью каких-либо квадратурных формул. Если в уравнении (6.21) используется климатическая скорость ветра V , то при прогнозе для фиксированного района G и периода времени Σ (например, для прогноза аномалии температуры, осредненной за январь—февраль и по району ЕТС) достаточно только один раз решить сопряженную задачу (6.21)—(6.22) и, записав данные о T^* на магнитный носитель ЭВМ, осуществлять затем прогнозирование $T_{\Sigma, G}$ по формуле (6.24) для любого года. Таким образом удается избежать многократного интегрирования основного уравнения (6.1).

Примеры сопряженных функций приведены на рис. 6.2. На рис. 6.2 *a* представлена сопряженная функция $T^*(\theta, \lambda, t_0)$ для аномалии начальных данных, а на рис. 6.2 *б* — сопряженная функция $T^*(\theta, \lambda, t)$ для учета аномалии интегрального притока тепла (см. в прогностической формуле (6.24) соответственно первый и второй члены в ее правой части). Из этих рисунков видно, что характер распределения в пространстве обеих функций влияния примерно один и тот же, они достаточно гладкие и лишь несколько более размазано поле значений $T^*(\theta, \lambda, t_0)$. Для обеих сопряженных функций их максимальные значения сосредоточены в области прогнозирования аномалии температуры воздуха (на приведенных картах эти области заштрихованы). Как и следовало ожидать, для обеих функций влияния четко выражена тенденция их вытягивания в западном направлении, т. е. в сторону, противоположную направлению преобладающего в реальной атмосфере западного переноса.

Обозначим слагаемые, входящие в правую часть формулы (6.24), через I_1 и I_2 соответственно. Слагаемое I_1 , очевидно, представляет собой вклад начальных данных об аномалии температуры относящихся к моменту времени t_0 , в формирование предвычисленной величины $T_{\Sigma, G}$. При этом I_1 имеет вид свертки по пространственным переменным функции $T''(\theta, \lambda, t_0)$ с сопряженной функцией $T^*(\theta, \lambda, t_0)$. Отметим, что В. П. Садоков и Д. Б. Штейнбок [61] в своих экспериментах по прогнозу величины $T_{\Sigma, G}$ с помощью формулы (6.24) учитывали только слагаемое I_1 .

Второе слагаемое I_2 описывает вклад аномалии неадиабатических факторов, действующих на интервале $[t_0, t_1]$, в формирование осредненной по интервалу времени Σ и по области G аномалии температуры $T_{\Sigma, G}$. Это слагаемое является сверткой аномалии тепловых источников с сопряженной функцией и по пространственным переменным и по времени. Следует подчеркнуть, что при прогнозе величины $T_{\Sigma, G}$ с помощью формулы (6.24) учет слагаемого I_2 возможен в том и только в том случае, если имеется процедура, позволяющая на независимой основе предвычислять



аномалии неадиабатических притоков тепла, т. е. функцию $F''(\theta, \lambda, t)$.

Таким образом, формула (6.24) позволяет с помощью численных экспериментов оценивать вклады как начальных данных об аномалии температуры, так и отклонений от нормы притоков тепла при расчете осредненной по интервалу времени Σ и по области G аномалии температуры. Результаты выполненных численных экспериментов и их анализ приведены в п. 6.5.

В гл. 2 было показано, что при долгосрочном прогнозе аномалии температуры воздуха с большой заблаговременностью (на базе решения основных уравнений гидротермодинамики) определяющим фактором является аномалия интегрального неадиабатического притока тепла, а начальные данные вносят лишь пренебрежимо малый вклад.

Исследуем теперь вклады начальных данных и неадиабатических факторов при предвычислении осредненной аномалии температуры воздуха по формуле (6.24) с различной заблаговременностью. Эта проблема здесь будет исследована двумя способами — теоретически и на основе анализа результатов выполненных численных экспериментов. Рассмотрим сначала теоретические аспекты проблемы. Для основной задачи этот вопрос был подробно рассмотрен в гл. 2.

Для простоты изложения в данном случае удобно уравнение (6.21) записать в случае зонального потока ветра:

$$-\frac{\partial T^*}{\partial t} - \alpha \frac{\partial T^*}{\partial \lambda} - \frac{k}{\alpha^2} \Delta T^* = F^*. \quad (6.25)$$

Это уравнение получается из (6.21) при $v_\theta = 0$, $v_\lambda = \alpha \sin \theta$, где α — индекс зональной циркуляции атмосферы, который будем считать постоянным. Начальное условие по-прежнему задано с помощью (6.22). Решение T^* уравнения (6.25) на сфере D будем искать в виде разложения по системе сферических функций:

$$T^*(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n T_{nm}^*(t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta), \quad (6.26)$$

где

$$T_{nm}^*(t) = \frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_D T^*(\theta, \lambda, t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta). \quad (6.27)$$

Рис. 6.2. Нормированная климатическая сопряженная функция $T^*(\theta, \lambda, t_0)$ для предвычисления двухмесячной аномалии температуры воздуха в нижней половине тропосферы на январь—февраль над районом G на 60-е сутки интегрирования сопряженной модели.

α — функция влияния для учета начальных данных об аномалии температуры воздуха, β — функция влияния для учета аномалий неадиабатических притоков тепла.

Подстановка выражения (6.26) для T^* в уравнение (6.25) приводит к следующей системе независимых обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов разложения искомого решения:

$$-\frac{dT_{nm}^*}{dt} + \rho_{nm} T_{nm}^* = \frac{1}{\delta |G|} \chi_G^{nm} \chi_{\Sigma}(t), \quad (6.28)$$

где

$$\rho_{nm} = \frac{k}{a^2} n(n+1) + ima;$$

χ_G^{nm} — коэффициенты разложения функции $\chi_G(\theta, \lambda)$ в ряд по сферическим гармоникам.

Учитывая, что в силу (6.22) $T_{nm}^*(t_1) = 0$, из (6.28) можно получить

$$T_{nm}^*(t) = \begin{cases} \frac{\chi_G^{nm}}{\delta |G| \rho_{nm}} [1 - e^{-\rho_{nm}(t_1-t)}], & \text{при } t_1 - \delta \leq t \leq t_1, \\ \frac{\chi_G^{nm}}{\delta |G| \rho_{nm}} (1 - e^{-\rho_{nm}\delta}) e^{-\rho_{nm}(t_1-\delta-t)}, & \text{при } -\infty < t < t_1 - \delta. \end{cases} \quad (6.29)$$

С другой стороны, принимая во внимание, что

$$\chi_G^{00} = |G|/4\pi,$$

для случая $m = n = 0$ можно прийти к следующему соотношению:

$$T_{00}^*(t) = \begin{cases} \frac{t_1 - t}{4\pi\delta}, & \text{при } t_1 - \delta \leq t \leq t_1, \\ \frac{1}{4\pi}, & \text{при } -\infty < t < t_1 - \delta. \end{cases} \quad (6.30)$$

Из формул (6.29) и (6.30) следует, что

$$\begin{aligned} T_{nm}^*(t) &= 0 (e^{-2n|t|}) \text{ при } t \rightarrow -\infty, \\ T_{00}^*(t) &= 1/4\pi \text{ при } t < t_1 - \delta, \end{aligned} \quad (6.31)$$

где

$$\eta = k/a^2.$$

С учетом (6.31) из соотношения (6.24) при больших значениях $t_1 - \delta - t_0$ можно получить следующую асимптотическую формулу:

$$T_{\Sigma, G} = \frac{1}{4\pi} \int_D T''(\theta, \lambda, t_0) d\omega + \int_D \int_{t_0}^{t_1} T^*(\theta, \lambda) F''(\theta, \lambda, t) d\omega dt + O[e^{-2\eta | t_1 - \delta - t_0 |}]. \quad (6.32)$$

Эта формула показывает, что в прогностической формуле (6.24) вклад начальных данных в прогноз равен осредненному по всей сфере значению начальных данных о аномалии температуры плюс величина порядка

$$O[e^{-2\eta | t_1 - \delta - t_0 |}],$$

которая в пределе стремится к нулю, т. е. в пределе при $t \rightarrow -\infty$ вклад начальных данных в прогнозе стремится к константе. Ранее аналогичный результат был получен Ю. Н. Скибой [62]. Есть основание полагать все-таки, что указанная константа представляет собой величину малую, меняющуюся в пределах примерно $\pm 1^\circ\text{C}$.

Таким образом, в соответствии с формулой (6.32) при долгосрочном прогнозе большой заблаговременности влияние начальных данных сводится к среднему по всему земному шару значению исходного поля аномалии температуры. В этом случае значение первого члена в правой части последней формулы обычно значительно меньше второго слагаемого, характеризующего вклад аномалии неадиабатических притоков тепла. Этот вывод согласуется с результатами, полученными ранее в работе [47] при рассмотрении аналогичной основной задачи. Ниже мы вернемся к этому вопросу при анализе результатов выполненных численных экспериментов.

Алгоритм численной реализации сопряженной задачи (6.21) — (6.22) аналогичен алгоритму реализации основной задачи (6.1) — (6.5), изложенному в предыдущем разделе.

6.4. Результаты численных экспериментов, выполненных на базе сопряженной задачи

Перейдем теперь к изложению результатов выполненных численных экспериментов по предвычислению осредненной по времени и по площади аномалии температуры воздуха в нижней половине тропосферы на январь—февраль над районом G с использованием метода сопряженных уравнений. Здесь применялся вариант формулы (6.24), причем аномалия притока тепла предвычислялась по методу, который был описан в предыдущей главе. Во всех экспериментах в формуле (6.24) предполагалось, что $t_0 = t_1 - \delta$, т. е. осредненная по интервалу времени Σ и области G аномалия температуры $T_{\Sigma, G}$ предвычислялась с нулевой забла-

говременностью. Расчеты производились в двух вариантах — с учетом начальных данных и без их учета. Первым этапом этих численных экспериментов являлся расчет сопряженной функции $T^*(\theta, \lambda, t)$ для температуры посредством решения задачи (6.21) — (6.22).

Обозначим через $\bar{T}^*(\theta, \lambda)$ среднее за период времени $\Sigma = [t_1 - \delta, t_1]$ значение функции $T^*(\theta, \lambda, t)$, т. е.

$$\bar{T}^*(\theta, \lambda) = \frac{1}{\delta} \int_{t_1 - \delta}^{t_1} T^*(\theta, \lambda, t) dt.$$

Тогда, учитывая, что $t_0 = t_1 - \delta$, перепишем расчетную формулу (6.24) в следующем виде:

$$T_{\Sigma, G} = \int_D T^*(\theta, \lambda, t_0) T(\theta, \lambda, t_0) d\omega + \\ + \delta \int_G \bar{T}^*(\theta, \lambda) \bar{F}_{\Sigma}(\theta, \lambda) d\omega, \quad (6.33)$$

где $\bar{F}_{\Sigma}(\theta, \lambda)$ — аномалия притока тепла к атмосфере, осредненная за период Σ . Следует отметить, что интеграл по пространству во втором члене правой части формулы (6.33) распространен только на район G , так как мы рассчитывали приток тепла только над этим районом. Разумность такого приближения в случае прогноза с нулевой заблаговременностью можно обосновать тем фактом, что наибольшие значения функции $T^*(\theta, \lambda)$ сосредоточены в основном над районом G (см. рис. 6.2). Поэтому вклад аномалии притока тепла к атмосфере над районом G в расчет $T_{\Sigma, G}$ обычно значительно больше аналогичного вклада притока тепла над остальной частью земного шара, т. е. используемое приближение справедливо. Формулу (6.33) можно использовать лишь для прогноза с нулевой заблаговременностью. При увеличении же заблаговременности аномалию притока тепла необходимо рассчитывать, по-видимому, на всем полушарии.

В табл. 6.2 приведены результаты расчетов двухмесячной аномалии температуры января—февраля $T_{I-II, G}$ по формуле (6.33).

В этой таблице настоящим прогнозом, в собственном смысле этого слова и в реальном масштабе времени, является лишь одно предвычисленное значение. Это прогноз на январь—февраль 1975 г., для которого функции асинхронного влияния рассчитаны по данным обучающей выборки за девять предыдущих лет (1966—1974), а неадиабатические притоки тепла вычислены с использованием информации об облачном покрове рассматриваемой акватории Северной Атлантики за июнь—июль 1974 г. Как видим, этот прогноз получился хороший — предвычисленная аномалия температуры по знаку совпала с фактической, а средняя по всей рассматриваемой области абсолютная ошибка составляет 0,56 °С.

Успешность остальных примеров табл. 6.2 имеет как доказательную, так и предсказательную силу, а также демонстрирует

Таблица 6.2

Варианты численных экспериментов по вычислению функций асинхронного влияния и расчету и прогнозу за январь—февраль средней аномалии температуры воздуха в нижней половине тропосферы $T_{I-II, G}$ (°C)

Номер варианта	Годы, данные за которые включены в обучающую выборку	Год расчета и прогноза	Прогностические значения аномалии температуры	Фактические значения аномалии температуры
1	1967—1975	1966	—0,03	—0,60
2	1966, 1968—1975	1967	—1,48	—0,44
3	1966, 1967, 1969—1975	1968	—0,05	—1,07
4	1966—1969, 1971—1975	1970	1,31	2,53
5	1966—1971, 1973—1975	1972	—0,04	0,13
6	1966—1972, 1974, 1975	1973	2,83	1,02
7	1966—1974	1975	1,34	1,06
Средний процент совпадения по знаку с фактическими данными			85,5	

способность модели восстанавливать недостающую информацию о средней аномалии температуры воздуха за январь—февраль прошлых лет. Расчет этих примеров можно назвать «предвычислением назад».

Для всех приведенных в таблице примеров оправдываемость по знаку составляет 85,5 %. В примере, где рассчитанная аномалия температуры по знаку не оправдалась (1972 г.), фактическая аномалия очень мала, всего лишь 0,13 °C.

6.5. Экспериментальная оценка вкладов начальных данных и неадиабатических притоков тепла

В гл. 2 был теоретически рассмотрен ряд вопросов, касающихся оценки вкладов начальных данных и неадиабатических притоков тепла в формирование крупномасштабных долгопериодных атмосферных процессов. Было показано, что вклад начальных данных, который в начале действия прогноза является определяющим, убывает во времени по экспоненциальному закону пропорционально

$$\exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right].$$

При долгосрочном прогнозе и особенно когда заблаговременность большая, вклад этого фактора делается пренебрежимо малым. Вклад же неадиабатических притоков тепла, который в начальной фазе прогноза пренебрежимо мал, по мере удлинения срока прогноза растет во времени пропорционально

$$1 - \exp\left[-\frac{k}{a^2} n(n+1)t\right].$$

При долгосрочном прогнозе с большой заблаговременностью (на месяц и сезон) этот фактор является определяющим.

Следует отметить, что ранее Г. И. Марчук указывал на то, что в правой части формулы (6.24) главными является второй член, а первый член мал (см. [36]).

В данном параграфе эти вопросы исследуются на основе выполненных численных экспериментов на базе интегрирования как основной, так и сопряженной модели. Сначала рассмотрим результаты численных экспериментов, полученных на базе интегрирования основной модели.

Пример прогноза двухмесячной аномалии температуры воздуха на январь—февраль 1975 г. был пересчитан. В нем вместо реальных начальных данных за декабрь 1974 г. использовались нули во всех узлах счетной области. Это позволило получить вклады начальных данных в прогноз, которые приведены в табл. 6.3. Данные этой таблицы показывают, что вклады на-

Таблица 6.3

Вклады начальных данных (°С) в прогноз средней двухмесячной аномалии температуры воздуха на январь—февраль 1974 и 1975 гг.

Широта, ... с.	Долгота, ... ° в.					
	0,00	11,25	22,50	33,75	45,00	56,25

1974 г.

67,5	0,15	0,20	0,18	0,18	0,19	0,18
62,5	0,19	0,24	0,20	0,18	0,16	0,18
57,5	0,18	0,24	0,29	0,19	0,30	0,15
52,5	0,17	0,21	0,15	0,13	0,10	0,10
47,5	0,04	0,07	0,10	-0,04	-0,04	-0,04

1975 г.

67,5	-0,35	-0,43	-0,39	-0,26	-0,28	-0,16
62,5	-0,40	-0,38	-0,30	-0,28	-0,19	-0,21
57,5	-0,37	-0,32	-0,24	-0,25	-0,23	-0,21
52,5	-0,27	-0,24	-0,25	-0,24	-0,26	-0,23
47,5	-0,24	-0,18	-0,22	-0,25	-0,25	-0,27

чальных данных в прогноз ничтожно малы, составляя всего лишь 0,1—0,4 °С. Для прогноза двухмесячной аномалии температуры воздуха на январь—февраль 1974 г. вклады начальных данных аналогичны и составляют примерно 0,1—0,3 °С.

Таким образом, начальные данные не оказывают почти никакого влияния на качество прогноза двухмесячной аномалии температуры воздуха. Это означает, что по изложенной выше модели прогнозы двухмесячных аномалий температуры для холодного полугодия можно предвычислять еще в теплом полугодии предыдущего года с очень большой заблаговременностью. Как и отме-

чалось, для приведенных выше двух примеров прогноза эта заблаговременность составляет 5 мес.

Из табл. 6.3 видно, что начальные данные могут изменять знак предвычисляемой аномалии температуры лишь в тех узлах сетки, в которых вклад неадиабатических притоков тепла также мал и по своему абсолютному значению не превосходит 0,4—0,5°C, т. е. в которых предвычисленные аномалии температуры колеблются около нормы¹. В соответствии с результатами описанных выше численных экспериментов для рассматриваемых категорий долгосрочных прогнозов качество предвычисляемых полей аномалии температуры почти полностью определяется вкладом неадиабатических притоков тепла.

Таким образом, выводы о вкладах начальных данных и неадиабатических притоков тепла в долгосрочный прогноз аномалии температуры воздуха, полученные на основе численных экспериментов, полностью согласуются с теми выводами, которые были получены теоретическим путем в гл. 2.

Рассмотрим теперь результаты численных экспериментов, выполненных на базе интегрирования сопряженной модели. Эти результаты представлены в табл. 6.4.

Таблица 6.4

Вклады начальных данных и неадиабатических притоков тепла в рассчитанные и предвычисленные аномалии температуры воздуха (°C)

Номер варианта	Год расчета или прогноза	Вклад начальных данных	Вклад неадиабатических факторов	Фактические значения аномалии температуры
1	1966	-0,16	0,13	-0,60
2	1967	0,34	-1,82	-0,44
3	1968	-0,19	0,14	-1,07
4	1970	0,77	0,54	2,53
5	1972	-0,20	0,16	0,13
6	1973	0,16	2,67	1,02
7	1975	-0,27	1,62	1,06
Средний процент совпадения по знаку с фактическими данными		57,0	71,5	

В соответствии со сказанным выше, вкладам начальных данных I_1 в расчет $T_{I-II, G}$, приведенным в этой таблице, отвечает первый интеграл в формуле (6.22), а вкладам неадиабатических

¹ Для месячных прогнозов погоды аномалии температуры $|T''| \leq 1^\circ\text{C}$ считаются около нормы. По мнению Д. А. Педя, для сезонных прогнозов аномалии температуры вместо этого критерия следует брать $|T''| \leq 0,5^\circ\text{C}$. Строго говоря, такие критерии должны учитывать зависимость изменчивости температуры воздуха как от географической широты, так и от сезона.

притоков тепла I_2 — второй интеграл. В данном случае, как и при интегрировании основной задачи, в качестве начальных данных использовалось поле декабрьской аномалии температуры воздуха за соответствующий предшествующий прогнозу год, т. е. все расчеты производились с нулевой заблаговременностью.

Значения вкладов начальных данных в рассчитываемую аномалию температуры очень малы: в одном случае $0,77^\circ\text{C}$, а в остальных случаях по абсолютному значению меньше $0,35^\circ\text{C}$. Совпадение по знаку вкладов начальных данных составляет 57 %, а неадиабатических притоков тепла 71,5 %. Из сравнения данных табл. 6.4 следует, что эффект влияния начальных данных внес существенные изменения во вклады неадиабатических притоков тепла в трех случаях (1966, 1968 и 1972 г.), в двух из них — в сторону улучшения результатов расчета аномалии температуры (1966, 1968 г.), а в одном — в сторону ухудшения (1972 г.). В результате этого оправдываемость по знаку результатов расчета с учетом обоих факторов улучшилась до 85,5 %. В трех указанных случаях вклады каждого из двух факторов по абсолютному значению не превосходят $0,2^\circ\text{C}$, а их суммарный вклад составляет всего лишь $0,03$ — $0,05^\circ\text{C}$.

Одним из главных выводов, следующих из приведенного выше анализа выполненных численных экспериментов на базе интегрирования основной и сопряженной моделей, является то, что адиабатические прогнозы двухмесячной аномалии температуры воздуха даже с нулевой заблаговременностью имеют очень малую надежность.

Таким образом, в данной главе предложены два предварительных алгоритма для долгосрочного прогноза осредненной по времени аномалии температуры воздуха. Один из них построен на базе интегрирования основных уравнений гидротермодинамики, а другой — на решении соответствующей сопряженной задачи.

Алгоритм, построенный на базе интегрирования основной задачи, позволяет получить осредненные по времени прогностические значения аномалии температуры воздуха в узлах используемой счетной сетки, т. е. дает детализированное прогностическое поле. Алгоритм же, основанный на решении сопряженной задачи, позволяет спрогнозировать осредненную по рассматриваемой области (и по времени) аномалию температуры воздуха, и, естественно, этот прогноз носит фоновый характер. Если судить по результатам выполненных численных экспериментов, которые частично изложены выше, то можно сделать вывод о том, что средняя оправдываемость таких прогнозов несколько выше, чем оправдываемость прогнозов, полученных на базе интегрирования основной задачи. Если этот вывод подтвердится по результатам дальнейших численных экспериментов, то, по-видимому, возникнет целесообразность согласования указанных двух прогнозов. Ведь по существу мы рассматриваем лишь одну модель атмосферы — прогностическое уравнение, начальные данные и аномалии не-

адиабатических притоков тепла одни и те же как для основной, так и для сопряженной задачи. Различны лишь методы их математической формализации и решения. Поэтому и прогнозы, предвычисленные с помощью указанных двух методов, строго говоря, в среднем должны иметь одинаковую успешность. Однако при решении сопряженной задачи масштаб осреднения по пространству искомой функции в 30 раз больше, чем при решении основной задачи. Следовательно, различна и временная изменчивость рассматриваемых характеристик состояния атмосферы. Возможно, это обстоятельство как-то влияет на успешность прогнозов, предвычисляемых указанными способами. Таким образом, имеются два вида прогностической информации для одной и той же области, полученные на базе одной и той же модели атмосферы. Один из этих видов содержит информацию большого объема, но менее точную, другой же — содержит информацию значительно меньшего объема, но более точную. Задача заключается в том, чтобы согласовать оба вида прогностической информации об одном и том же предвычисляемом метеорологическом поле. Одна простейшая процедура согласования этих видов метеорологической информации изложена в работе [53].

Совершенно очевидно, что полученные выводы являются существенно предварительными не только потому, что сами алгоритмы носят предварительный характер и нуждаются в усовершенствованиях, но и потому, что используемые выборки данных, как обучающая, так и особенно экзаменационная, содержат информацию слишком малого объема.

Можно надеяться, что в будущем будет создан специализированный архив, содержащий все доступные в настоящее время материалы наблюдений (это особенно касается информации об облачном покрове океана, получаемой с метеорологических спутников), необходимые для проведения возможно более широкой серии численных экспериментов на базе предлагаемых алгоритмов с целью получения более категоричных выводов.

6.6. Исследование чувствительности прогностической модели к точности предвычисляемых полей аномалий неадиабатических притоков тепла

Примеры долгосрочного прогноза аномалии температуры воздуха, приведенные в п. 6.2 и рассчитанные на основе использования заранее предвычисленных отклонений от нормы неадиабатических притоков тепла, показали удовлетворительные результаты. Однако метод прогноза аномалий неадиабатических притоков тепла, как уже отмечалось в предыдущей главе, является весьма приближенным. В этих условиях, естественно, возникает необходимость исследования чувствительности прогностической модели (6.1) — (6.5) к точности предвычисляемых полей аномалий неадиабатических притоков тепла. С этой целью прогноз аномалий температуры воздуха на январь—февраль 1975 г., приведенный

Таблица 6.5

Прогноз аномалий температуры воздуха на январь—февраль 1975 г.

Широта, ... с.	Долгота, ... °в.					
	0,00	11,25	22,50	33,75	45,00	56,25
Контрольный вариант						
67,5	-0,27	0,32	1,57	0,49	0,05	0,27
62,5	0,11	1,66	2,20	0,05	-0,65	-1,03
57,5	0,49	3,08	3,56	-0,49	-2,70	-3,73
52,5	1,19	3,76	3,64	-1,62	-4,86	-5,40
47,5	2,21	3,73	2,81	-2,11	-4,70	-5,02
Первый вариант						
67,5	-0,56	0,00	1,15	0,16	-0,16	0,05
62,5	0,10	1,67	2,10	-0,16	-0,80	-1,05
57,5	0,52	3,09	3,35	-0,52	-2,83	-3,56
52,5	1,05	3,67	3,72	-1,41	-4,45	-5,24
47,5	1,94	3,62	2,83	-1,68	-4,45	-4,87
Второй вариант						
67,5	-0,61	-0,30	0,71	-0,10	-0,36	-0,10
62,5	0,10	1,57	1,93	-0,41	-0,91	-1,06
57,5	0,56	3,05	3,20	-0,56	-2,44	-3,40
52,5	0,91	3,56	3,76	-1,17	-4,07	-5,08
47,5	1,67	3,45	2,40	-1,26	-4,22	-4,78
Третий вариант						
67,5	-1,11	-1,28	-0,50	-0,96	-0,96	-0,59
62,5	0,00	1,38	1,50	-1,11	-1,34	-1,11
57,5	0,65	3,05	2,63	-0,74	-2,03	-2,91
52,5	0,50	3,33	3,83	-0,50	-2,82	-4,62
47,5	0,96	3,00	3,00	0,00	-3,51	-4,44

в табл. 6.5, который для удобства изложения будем называть контрольным вариантом, был пересчитан в трех вариантах.

В первом варианте в предвычисленное поле аномалии неадиабатических притоков тепла за январь—февраль 1975 г., приведенное в табл. 5.4 была введена случайно распределенная 10 %-ная ошибка с помощью стандартной программы RNDM ЭВМ БЭСМ-6, генерирующей случайные числа с равномерным распределением. После этого был заново просчитан соответствующий прогноз аномалий температуры. Результат этого прогноза представлен в табл. 6.4. Во втором и третьем вариантах в предвычисленное поле аномалии неадиабатических притоков тепла с помощью той же стандартной программы были введены случайно распределенные 20 %-ные и 50 %-ные ошибки соответственно, после чего заново просчитаны соответствующие прогнозы аномалии температуры воздуха.

Рассмотрим теперь вопрос о том, насколько каждый из вариантов прогноза, представленных в табл. 6.5, отличается от контрольного прогноза.

Сравнение первого варианта прогноза с контрольным показывает, что представленные аномалии температуры совпадают по знаку в 93 % случаев. Это означает, что введение в поле отклонений от нормы неадиабатических притоков тепла равномерно распределенной 10 %-ной случайной ошибки ухудшает сходство предвычисленного поля по знаку аномалии температуры по сравнению с контрольным вариантом на 7 %.

Сравнение второго и третьего вариантов с контрольным показывает, что введение в поля аномалий неадиабатических притоков тепла равномерно распределенных 20 %-ных и 50 %-ных случайных ошибок изменяет сходство предвычисленного поля по знаку аномалии температуры с контрольным вариантом на 16 и 22 % соответственно.

Таким образом, как и следовало ожидать, по мере увеличения размеров случайной ошибки, вводимой в поле аномалий неадиабатических притоков тепла, ошибки соответствующих предвычисляемых полей аномалий температуры по сравнению с контрольным вариантом делаются все более значительными. Иными словами, рассматриваемая модель атмосферы обладает определенной чувствительностью к ошибкам, содержащимся в предвычисленных полях аномалий неадиабатических притоков тепла. Приведенные оценки не имеют ничего общего с оценками успешности соответствующих прогнозов в собственном смысле этого слова. Они характеризуют только степень качественного сходства предвычисленных полей аномалий температуры воздуха для каждого из трех вариантов с прогнозом, который условно был назван контрольным вариантом. Для того чтобы дать качественную оценку прогнозам, представленным в таблице, необходимо каждый из них сравнить с фактическим полем аномалий температуры воздуха, представленным в табл. 6.6 (а не с контрольным вариантом прогноза). Это сравнение показывает, что прогнозы, приведенные в таблицах, оправдались по знаку аномалии соответственно на 80 % (об этом уже было сказано в п. 6.2), 73, 63 и 54 %. Здесь

Таблица 6.6

Фактические аномалии температуры воздуха (°С)
на январь—февраль 1975 г.

Широта, ... с.	Долгота, ... ° в.					
	0,00	11,25	22,50	33,75	45,00	56,25
67,5	-1,57	0,39	1,78	1,85	1,57	1,10
62,5	-0,09	2,28	2,59	1,82	1,10	0,48
57,5	0,62	3,76	4,34	1,12	0,30	-0,43
52,5	1,73	3,85	3,75	0,49	-0,80	-1,22
47,5	2,67	2,67	1,40	-0,80	-0,86	-1,82

так же, как и следовало ожидать, процент оправдываемости по знаку прогнозов аномалий температуры воздуха уменьшается по мере увеличения размеров вводимых в соответствующие поля отклонений от нормы неадиабатических притоков тепла случайных ошибок.

Рассмотрим теперь вопросы, касающиеся степени количественного сходства предвычисленных полей аномалий температуры воздуха для каждого из трех вариантов с контрольным прогнозом. Сначала сделаем это для двух узлов рассматриваемой счетной сетки, расположенных в западной и восточной половинах рассматриваемой области, где предвычисленные аномалии температуры по абсолютному значению наибольшие. Этими узлами являются в западной половине области точка A ($52,5^\circ$ с. ш., $11,25^\circ$ в. д.), в которой $T'' = 3,76^\circ\text{C}$, а в восточной половине точка B ($52,5^\circ$ с.ш., $56,25^\circ$ в. д.), в которой $T'' = -5,40^\circ\text{C}$. В точке A для первого, второго и третьего вариантов аномалия температуры изменилась соответственно приблизительно на 3, 6 и 12 %, а в точке B — на 3, 6 и 14 %. Следовательно, по мере увеличения ошибки прогноза F'' предвычисляемые значения аномалии температуры претерпевают почти пропорциональные изменения.

Очевидно, эти оценки характеризуют степень количественной близости предвычисленных для каждого из вариантов значений аномалий температуры с их прогностическими значениями, полученными по контрольному варианту.

Для того чтобы получить количественную оценку прогнозов, представленных в табл. 6.5, необходимо их сравнить с фактическими данными, приведенными в табл. 6.6. Сравнение этих таблиц показывает, что ошибки прогнозов аномалии температуры в точке A , предвычисленных по контрольному варианту и по первому, второму и третьему вариантам, составляют соответственно 1,8; 4,7; 7,5; 13,5 %. В этом узле сетки прогноз как по значению, так и по знаку получился хорошим. Что касается прогноза в точке B , то закономерность увеличения его ошибки для указанных четырех вариантов аналогична. Хотя в этом узле прогноз по знаку аномалии оправдался, однако по значению он получился неудовлетворительным.

Средняя по всей области абсолютная ошибка прогноза аномалии температуры воздуха по контрольному и каждому из трех вариантов составляет соответственно 1,41; 1,43; 1,44 и $1,56^\circ\text{C}$, т. е. средние абсолютные ошибки прогнозов, рассчитанных по вариантам, увеличились на 1,4; 2,1 и 12,0 % соответственно. Хотя эти оценки в среднем для области прогнозирования следует считать вполне удовлетворительными, однако в отдельных узлах счетной сетки абсолютная ошибка прогноза достигает $3-4^\circ\text{C}$.

В табл. 6.7 приведена оправдываемость прогноза двухмесячной аномалии средней температуры воздуха нижнего 5-километрового слоя атмосферы на январь—февраль 1975 г. в зависимости от ошибок, вводимых в предвычисленное поле аномалий неадиабатических притоков тепла.

Таблица 6.7

Оправдываемости прогноза аномалий температуры воздуха на январь—февраль 1975 г. в зависимости от ошибки, вводимой в поле аномалий неадиабатических притоков тепла

Оправдываемость	Вариант			
	контрольный	первый	второй	третий
По знаку, %	80	73	63	54
По значению, °С	1,41	1,43	1,44	1,56

Данные этой таблицы показывают, что по мере увеличения ошибок, содержащихся в предвычисленных полях аномалий неадиабатических притоков тепла, качество соответствующего прогноза аномалий температуры воздуха ухудшается. Однако следует отметить, что этот вывод сформулирован на основе анализа лишь одного прогноза двухмесячной аномалии температуры воздуха за январь—февраль 1975 г. Если он подтвердится по результатам дальнейших численных экспериментов, то это будет означать, что по мере усовершенствования метода предвычисления отклонений от нормы неадиабатических притоков тепла, изложенного в предыдущей главе, качество соответствующих долгосрочных прогнозов двухмесячной аномалии температуры воздуха по предлагаемому способу должно улучшаться.

Таким образом, изложенные выше результаты выполненных численных экспериментов показывают, что модель атмосферы (6.1)—(6.5) обладает определенной чувствительностью к случайным образом распределенным ошибкам, вводимым в поле предвычисленных аномалий неадиабатических притоков тепла. Однако эта чувствительность не настолько сильна, чтобы дискредитировать предлагаемый предварительный метод долгосрочного прогноза аномалий температуры воздуха с большой заблаговременностью.

Глава 7

Новая постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей

Выше уже отмечалось, что в рамках существующих моделей общей циркуляции атмосферы проблема прогноза погоды трактуется как начально-краевая задача, базирующаяся на интегри-

ровании основных уравнений гидротермодинамики. При этом непременно предполагается, что горизонтальная адвекция и эффекты параметризованных физических процессов могут быть вычислены в процессе интегрирования с помощью генерируемых моделью величин. В этом заключается прогностическая сущность существующих моделей общей циркуляции атмосферы.

Совершенно очевидно, что указанная классическая трактовка проблемы прогноза погоды и соответствующая постановка задачи могут быть приемлемы в той мере и для тех случаев, в какой мере рассматриваемая модель адекватно описывает поведение атмосферы применительно к тем или иным временным масштабам. Но, как показал опыт четвертьвекового направленного на прогноз численного экспериментирования, существующие модели общей циркуляции являются более или менее адекватными лишь в течение первых нескольких суток после начала интегрирования с некоторого исходного момента времени. После 6—7 сут уже никакой речи не может быть об адекватности существующих моделей. Именно поэтому успешность гидродинамических прогнозов на 1—3 сут является хорошей, а на 3—5 сут— в среднем лишь удовлетворительной. При увеличении же заблаговременности их успешность делается неприемлемой для практического пользования.

Таким образом предположение о том, что в современных моделях горизонтальную адвекцию и эффекты параметризованных физических процессов можно вычислять в процессе интегрирования с помощью генерируемых моделью величин без указания временных масштабов, для которых они формулируются, строго говоря, ничем не обосновано.

Так, горизонтальную адвекцию нельзя считать на сроки больше 1—2 недель, ввиду того что существующие модели, по-видимому, могут генерировать только такую атмосферу, которая неустойчива к малым возмущениям в начальных данных. Ведь именно это фундаментальное свойство уравнений гидродинамики, а следовательно, и существующих моделей общей циркуляции представляет собой самую суть детерминистской непредсказуемости атмосферы на неопределенно долгое время. Именно это свойство является первопричиной того, что в рамках существующих моделей общей циркуляции предел детерминистской предсказуемости атмосферы является резко ограниченным.

По той же причине, по-видимому, нельзя рассчитывать эффекты параметризованных физических процессов с помощью генерируемых моделью величин на время больше, чем 1—2 недели. В последнем случае вообще возникает вопрос, в какой мере эффекты параметризованных основных физических процессов, рассчитываемых с помощью генерируемых существующими моделями величин описывают внешние по отношению к атмосфере источники энергии.

Как было показано в гл. 3, при классической постановке проблемы долгосрочного прогноза крупномасштабных метеорологических полей имеются два фактора, предопределяющих существо-

вание резко ограниченных пределов детерминистской предсказуемости атмосферы. Этими факторами являются:

1) ошибки, неизбежно содержащиеся в начальных данных и служащие первопричиной роста ошибок вычисления горизонтальной адвекции в процессе интегрирования с помощью генерируемых моделью величин. Этот фактор является главным, определяющим;

2) ошибки, содержащиеся в рассчитываемых в процессе интегрирования модели неадиабатических притоков тепла с использованием генерируемых моделью величин, которые также растут во времени. Когда речь идет о долгосрочном прогнозе погоды, этот фактор является очень важным, хотя и не определяющим.

Выше было также отмечено, что, оставаясь в рамках классической постановки проблемы прогноза метеорологических полей как задача Коши, при решении которой неадиабатические притоки тепла и горизонтальная адвекция вычисляются в процессе интегрирования с помощью генерируемых моделью величин, указанные два фактора устранить невозможно никакими средствами. Это значит, что, оставаясь в рамках классической постановки задачи прогноза погоды, по-видимому, невозможно ставить проблему долгосрочного прогноза метеорологических полей как задачу математической физики, базирующуюся на интегрировании основных уравнений гидротермодинамики. Если согласиться со сказанным, то можно сформулировать следующий предварительный вывод: с помощью существующих моделей общей циркуляции атмосферы, базирующихся на интегрировании основных уравнений гидротермодинамики, по-видимому, принципиально невозможно получить долгосрочный прогноз метеорологических полей из-за существования резко ограниченных пределов предсказуемости, которые, оставаясь в рамках классической постановки задачи о прогнозе погоды, невозможно преодолеть никакими средствами.

Таким образом возникла острая необходимость постановки проблемы долгосрочного прогноза погоды, принципиально отличающейся от классической. Эта новая постановка проблемы должна основываться на новых физических и математических принципах, чтобы не возникали указанные выше трудности, которые в рамках классической постановки проблемы являются принципиально непреодолимыми.

Ниже предпринимается попытка сформулировать проблему долгосрочного прогноза метеорологических полей на базе интегрирования диагностического уравнения динамики атмосферы с использованием заранее предвычисленных на независимой основе неадиабатических притоков тепла. Есть основание полагать, что при такой постановке задачи о долгосрочном прогнозе, проблема детерминистской предсказуемости атмосферы в ее классической трактовке, обусловленная указанными выше двумя факторами, не возникает.

Пусть в некоторый начальный момент времени t_0 требуется предвычислить аномалию температуры воздуха, осредненную по

промежутку времени δt и с заблаговременностью $t_1 - t_0$. В данном случае время действия прогноза заключено в интервале $[t_1, t_1 + \delta t]$. При классической постановке задачи необходимо в процессе интегрирования модели по времени рассчитывать неадиабатические притоки тепла и горизонтальную адвекцию температуры на всем интервале $[t_0, t_1 + \delta t]$. Очевидно, если речь идет о долгосрочном прогнозе, то такой расчет лишен какого бы то ни было смысла ввиду того, что, как было показано в гл. 3, из-за роста указанных выше ошибок предел предсказуемости атмосферы оказывается резко ограниченным и составляет всего лишь 1—2 недели, после чего происходит потеря сходства предвычисляемых полей с фактическими. Рассчитываемые поля не содержат никакой полезной прогностической информации, и, таким образом, продолжение счета делается бессмысленным.

Вместе с тем мы видели, что при такой трактовке задачи о долгосрочном прогнозе метеорологических полей, которая сформулирована в гл. 5 и 6, традиционная проблема предсказуемости атмосферы как будто не возникает. Это обусловлено следующими причинами:

1) ввиду пренебрежимой малости вкладов начальных данных в долгосрочный прогноз аномалии температуры воздуха используются просто их нулевые значения. При этом на интервале $[t_0, t_1]$ интегрирование по времени вообще не производится, а на интервале $[t_1, t_1 + \delta t]$ в качестве паллиативной меры используются заданные климатические значения горизонтальных составляющих скорости, которые в процессе интегрирования модели не меняются во времени. Поэтому на указанном интервале временного интегрирования модели не происходит рост ошибки предвычисления аномалии температуры, обусловленный ростом ошибок вычисления горизонтальной адвекции;

2) неадиабатические притоки тепла предвычисляются заранее и на независимой основе для всего периода прогнозирования, поэтому не происходит рост во времени ошибок их расчета в процессе интегрирования модели. Конечно, эти предвычисляемые притоки тепла рассчитываются в грубом приближении и не отличаются высокой точностью. Но, как показали результаты выполненных численных экспериментов, изложенные в гл. 5 и 6, они удовлетворительным образом согласуются с соответствующими диагностическими притоками тепла, и, что особенно важно, долгосрочные прогнозы аномалии температуры воздуха, предвычисленные с их помощью, по крайней мере, по знаку, удовлетворительным образом согласуются с соответствующими фактическими аномалиями.

Однако, как уже отмечалось, указанное выше использование климатических значений горизонтальных составляющих скорости в прогностических целях носит сугубо паллиативный характер. При вычислении горизонтальных скоростей в процессе интегрирования модели в случае решения замкнутой задачи наверняка будут возникать ошибки, которые в свою очередь будут порождать

растущие во времени ошибки при расчете горизонтальной адвекции, даже если допустить, что их не было в начальных данных об аномалии температуры (чего, конечно, не может быть). Естественно, это приведет к резкому ограничению предела предсказуемости, чему несколько не может помочь то обстоятельство, что приближенные значения неадиабатических притоков тепла можно предвычислить заранее для всего интервала прогнозирования (оно не могло бы помочь даже в том случае, если указанные притоки тепла можно было вычислять «точно», что, конечно, никогда не может быть достигнуто). Вклады этого фактора в прогнозируемое поле неизбежно будут подавлены растущими во времени ошибками расчета горизонтальной адвекции.

Рассмотрим другой случай. Допустим, что имеется процедура, позволяющая вычислять горизонтальную адвекцию так, чтобы она не обуславливала рост ошибок прогноза и тем самым не предопределяла существование резко ограниченного предела предсказуемости атмосферы. Но если неадиабатические притоки тепла рассчитываются в процессе интегрирования по генерируемым моделью величинам, то ошибки, возникающие при этом, и их рост во времени, по-видимому, послужат первопричиной существования какого-то резко ограниченного предела предсказуемости. В данном случае вклады горизонтальной адвекции в прогноз рано или поздно неизбежно будут подавлены растущими во времени ошибками расчета неадиабатических притоков тепла.

Таким образом, из приведенных замечаний следует, что во избежание проблемы предсказуемости в ее традиционной трактовке проблема долгосрочного прогноза крупномасштабных метеорологических полей должна быть поставлена так, чтобы как-то обойти оба вышеуказанных фактора, предопределяющих непредсказуемость атмосферы на сроки больше двух недель.

Перейдем теперь к формулировке проблемы о долгосрочном прогнозе крупномасштабных метеорологических полей, принципиально отличающейся от классической постановки.

7.1. Постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей на основе диагностического уравнения динамики атмосферы

Прогностические уравнения гидротермодинамики атмосферы в квазисоленоидальном приближении — уравнения вихря скорости и притока тепла — можно записать в виде [6]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} (\psi, \Delta \psi) + 2\omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} &= -2a^2 \omega \cos \theta \frac{\partial w}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial \xi} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) &= \frac{2a^2 \omega \Gamma}{\xi} \cos \theta \cdot w. \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

Здесь ψ — функция тока, $\zeta = \bar{p}(z)/P$, P — стандартное давление на уровне моря, $\bar{p}(z)$ и $\bar{\rho}(z)$ — зависящие от высоты стандартное давление и плотность соответственно, $\omega = g\bar{\rho}v_z/P$, v_z — вертикальная составляющая скорости

$$\Gamma = \frac{R^2 \tilde{T}}{4a^2 \omega^2 g} \frac{\gamma_a - \gamma}{\cos^2 \theta},$$

\tilde{T} — некоторая средняя температура по всему полушарию. В цитированной только что работе для Γ было взято его среднее по z и по θ значение.

Обычно при решении прогностических задач из уравнений (7.1) исключается вертикальная скорость (или ее аналог). В результате получается одно уравнение для ψ , и его каким-то образом решают при соответствующих граничных и начальных условиях.

Очевидно, при такой постановке задачи, ставящей цельюточные прогнозы метеорологических элементов на каждый день, никакой речи не может быть о долгосрочном прогнозе, так как в модели не учтены неадиабатические притоки тепла. Для таких моделей речь может идти только о краткосрочных прогнозах погоды, для которых главным погодообразующим фактором являются горизонтальная адвекция и медленно затухающий вклад начальных данных. При этом в системе уравнений (7.1) генерирующие и диссипативные факторы отсутствуют полностью. Но так как из-за ошибок, неизбежно содержащихся в начальных данных, ошибки вычисления горизонтальной адвекции с помощью генерируемых моделью величин в процессе интегрирования растут во времени, то и предел предсказуемости для таких моделей неизбежно оказывается резко ограниченным.

Из сказанного следует, что задачей краткосрочного прогноза на срок $\delta_0 t$ является определение изменения за это время начального поля функции тока $\psi_0(\theta, \lambda, \zeta)$, если эволюция атмосферы описывается системой уравнений (7.1), а также соответствующими начальными и граничными условиями.

Для наших дальнейших целей систему уравнений (7.1) удобно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} (\psi, \Delta \psi) + 2\omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} &= - \frac{2a^2 \omega g}{P} \cos \theta \frac{\partial (\bar{\rho} v_z)}{\partial \zeta}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial \zeta} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) - \frac{k}{a^2} \Delta \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} &= F_w(\theta, \lambda, \zeta, t) + \\ &+ \frac{R}{2\omega \zeta} \frac{\gamma_a - \gamma}{\cos \theta} v_z, \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

где $F_w(\theta, \lambda, \zeta, t)$ есть функция, интегрально описывающая неадиабатические притоки тепла.

Если из уравнений (7.2) исключить вертикальную скорость, то придем к уравнению вида

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} (\psi, \Delta \psi) + 2\omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} + \sigma \cos^2 \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \times \\ & \times \left\{ \frac{\bar{\rho} \zeta}{\gamma_a - \gamma} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial \zeta} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) - \frac{k}{a^2} \Delta \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right] \right\} = \\ & = \sigma \cos^2 \theta \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{\bar{\rho} \zeta}{\gamma_a - \gamma} F_w(\theta, \lambda, \zeta, t) \right], \end{aligned} \quad (7.3)$$

где $\sigma = 4a^2\omega^2g/PR$.

Для этого уравнения начальное и граничное условия те же, что и для задачи (7.1).

На базе интегрирования уравнения (7.3) при соответствующих начальном и граничном условиях функция тока может быть предвычислена, по-видимому, на более долгие сроки, чем с помощью решения задачи (7.1), так как в уравнении (7.3) учтен как погодообразующий фактор на долгие сроки — неадиабатические притоки тепла, так и эффект диссипации — горизонтальный макротурбулентный обмен. При такой постановке задачи, говоря формально, гидродинамический прогноз возможен не только на короткие сроки, но и на средние сроки в рамках пределов детерминистской предсказуемости атмосферы.

Из сказанного следует, что задачей прогноза на средние сроки $\delta_1 t$ является определение изменения за это время начального поля функции тока $\psi_0(\theta, \lambda, \zeta)$ под действием генерирующих ($F_w(\theta, \lambda, \zeta, t)$) и диссипативных $\left(\frac{k}{a^2} \Delta \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right)$ факторов, а также горизонтальной адвекции температуры и вихря скорости, если эволюция атмосферных процессов описывается уравнением (7.3), с учетом соответствующих начальных и граничных условий.

Теперь для удобства изложения объединим оба члена в правой части уравнения притока тепла в системе (7.2) и перепишем ее в виде

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} (\psi, \Delta \psi) + 2\omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \sigma_1 \frac{\partial (\bar{\rho} v_z)}{\partial \zeta}, \\ & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial \zeta} + \frac{1}{a^2 \sin \theta} \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) - \frac{k}{a^2} \Delta \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = \varphi(\theta, \lambda, \zeta, t), \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

где $\varphi = -RF/2\omega\zeta \cos \theta$, функция $F(\theta, \lambda, \zeta, t)$ описывает интегрально все неадиабатические притоки тепла, а $\sigma_1 = -2a^2\omega g \times \cos \theta / P$.

Исключив из уравнений (7.4) временные производные, получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \zeta} (\psi, \Delta \psi) - \sin \theta \cdot \Delta \left[\frac{1}{\sin \theta} \left(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right) \right] + 2a^2\omega \sin \theta \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \lambda \partial \zeta} + \\ & + k \sin \theta \cdot \Delta \Delta \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = a^2 \sin \theta \cdot \left[\sigma_1 \frac{\partial^2 (\bar{\rho} v_z)}{\partial \zeta^2} - \Delta \varphi \right]. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Это — диагностическое уравнение динамики атмосферы, связывающее функцию тока, вертикальную скорость и неадиабатический приток тепла. Характерной особенностью этого уравнения является то, что оно не содержит временной производной от искомой функции.

Уравнение (7.5), записанное для «плоской Земли» и без учета члена $F_w(\theta, \lambda, \zeta, t)$, насколько нам известно, впервые было получено Н. И. Булеевым и Г. И. Марчуком [15] и использовано для расчета вертикальных скоростей. В последующем это уравнение было приложено к задаче расчета вертикальных скоростей многими авторами (см., например, [88]).

В сферических координатах, также без учета члена $F_w(\theta, \lambda, \zeta, t)$ уравнение (7.5) было ранее использовано Е. Н. Блиновой для постановки одной задачи спутниковой метеорологии, не имеющей ничего общего с проблемой долгосрочного прогноза метеорологических полей [6].

В данном исследовании делается попытка использовать диагностическое уравнение динамики атмосферы, записанное в форме (7.5), в целях долгосрочного прогноза с большой заблаговременностью полей функции тока (а следовательно, горизонтальных составляющих скорости) и геопотенциала на разных уровнях, а также средние температуры соответствующих слоев атмосферы. При этом определяющим генерирующим фактором является входящая в правую часть упомянутого уравнения функция $\Delta F(\theta, \lambda, \zeta, t)$ — оператор Лапласа от функции F , описывающей распределение интегрального неадиабатического притока тепла, осредненного по всему временному интервалу прогнозирования. Для целей решения проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей в той ее трактовке, которая формулируется в данном исследовании, особенно важно то, что уравнение (7.5) не содержит временной производной от искомой функции. При этом как его правая часть, так и искомая функция зависят от времени параметрически. Поэтому ниже для удобства изложения будем считать, что рассматриваемые функции не зависят от времени.

Вопрос о том, как поступить с производной по вертикальной координате от плоской дивергенции, содержащейся в квадратных скобках правой части, будет обсужден особо.

Прежде чем сформулировать граничные условия, сделаем следующую замену:

$$\Psi = \zeta\psi. \quad (7.6)$$

Для функции $\Psi(\theta, \lambda, \zeta, t)$ уравнение (7.5) можно записать в виде

$$\begin{aligned} 2(\Psi, \Delta\Psi) - \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} (\Psi, \Delta\Psi) + \zeta \sin\theta \left[\frac{1}{\sin\theta} \left(\Psi, \frac{\partial\Psi}{\partial \zeta} \right) + \right. \\ \left. + \zeta \sin\theta \left(2a^2\omega \frac{\partial}{\partial \lambda} + k \Delta\Delta \right) \left(\zeta \frac{\partial\Psi}{\partial \zeta} - \Psi \right) = \right. \\ \left. = a^2\zeta^3 \sin\theta \left[\sigma_1 \frac{\partial^2 (\bar{\rho}\sigma_z)}{\partial \zeta^2} - \Delta\Phi \right]. \right. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Ввиду того что уравнение не содержит производной по времени от искомой функции, нет никакой необходимости задавать начальное условие. При данной постановке проблемы о долгосрочном прогнозе крупномасштабных метеорологических полей это очень важный момент.

В качестве граничных условий для уравнения (7.7) поставим условия периодичности по λ , антисимметричности относительно экватора, ограниченности на полюсе и обращения в ноль на верхней границе атмосферы, которые можно записать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Psi(\theta, \lambda + 2\pi, \zeta) &= \Psi(\theta, \lambda, \zeta), \\ \Psi(\pi - \theta, \lambda, \zeta) &= -\Psi(\theta, \lambda, \zeta), \\ \Psi(0, \lambda, \zeta) &= 0, \\ \Psi(\theta, \lambda, 0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

Постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей (7.7)—(7.8) принципиально отличается от всех прежних постановок тем, что, во-первых, в данном случае решается не задача с начальными данными, а краевая задача и, во-вторых, здесь решение для искомой функции строится на основе заранее спрогнозированной правой части основного уравнения — неадиабатических притоков тепла.

Следует подчеркнуть, что постановка проблемы долгосрочного прогноза функций тока на разных уровнях атмосферы (7.7)—(7.8) имеет смысл в том и только в том случае, если существует процедура, которая позволяет предвычислять неадиабатические притоки тепла для всего периода прогнозирования заранее и на независимой основе.

В свете сказанного, долгосрочным прогнозом поля осредненных по промежутку времени δt (месяц, сезон и более) функции тока Ψ для области D_c с заблаговременностью $t_1 - t_0$ (t_0 — начальный момент, t_1 — начало действия прогноза) есть такое распределение Ψ , которое генерируется моделью (7.7)—(7.8) под воздействием возмущающего фактора $F(\theta, \lambda, \zeta)$, действующего в течение всего периода прогнозирования $[t_1, t_1 + \delta t]$. Этот долгосрочный прогноз функции тока не зависит от начального состояния атмосферы, а успешность прогноза полностью определяется мастерством, с которым предвычисляется возмущающий фактор $F(\theta, \lambda, \zeta)$ — неадиабатические притоки тепла.

Таким образом, при данной постановке проблемы гидродинамического долгосрочного прогноза метеорологических полей не возникает проблема предсказуемости атмосферы в ее классической трактовке. Если предположить, что решение задачи (7.7)—(7.8) как задачи математической физики возможно построить с требуемой точностью, то успешность долгосрочного прогноза с большой заблаговременностью функции тока и геопотенциала на разных уровнях атмосферы (а следовательно, и горизонтальных составляющих скорости на этих уровнях, и средних температур

соответствующих слоев атмосферы) будет полностью определяться качеством прогноза неадиабатических притоков тепла на всем интервале прогнозирования.

7.2. Приближенное решение задачи долгосрочного прогноза метеорологических полей на базе интегрирования линеаризованного диагностического уравнения динамики атмосферы

В предыдущем разделе задача долгосрочного прогноза метеорологических полей была сведена к интегрированию диагностического уравнения динамики атмосферы (7.7) при граничных условиях (7.8). Это уравнение нелинейное и очень сложное. Нам не известно, существуют ли методы для численного решения таких уравнений, но поиски в этом направлении ведутся. В качестве первого шага ниже рассматривается линеаризованный вариант уравнения (7.5) и приводится его решение в том виде, в каком он изложен в работе [59].

Запишем линеаризованные относительно стационарной зональной циркуляции атмосферы уравнения притока тепла и вихря скорости в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial t \partial \xi} + \alpha(\xi) \frac{\partial^2 \psi'}{\partial \lambda \partial \xi} - \frac{d\alpha}{d\xi} \frac{\partial \psi'}{\partial \lambda} - \frac{k_1}{a^2} \Delta \frac{\partial \psi'}{\partial \xi} &= \varphi'(\theta, \lambda, \xi, t), \\ \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial t} + \alpha(\xi) \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial \lambda} + 2\omega \frac{\partial \psi'}{\partial \lambda} - \frac{k_2}{a^2} \Delta \Delta \psi' &= \sigma_1 \frac{\partial (\bar{\rho} v_z)}{\partial \xi}. \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

Здесь $\psi'(\theta, \lambda, \xi, t)$ — отклонение функции тока от ее стационарного зонального значения $\bar{\psi} = -\alpha a^2 \cos \theta + \text{const}$; $\alpha(\xi)$ — зависящий от высоты индекс зональной циркуляции атмосферы $\varphi' = -RF'/2\omega\xi \cos \theta$; $F'(\theta, \lambda, \xi, t)$ — аномалии неадиабатических притоков тепла; k_1 и k_2 — коэффициенты горизонтального макротурбулентного объема для крупномасштабных полей температуры и функции тока соответственно. Вопросы, касающиеся значения коэффициента горизонтального макротурбулентного обмена и его географического распределения, были обсуждены в п. 2.4. В частности, было показано, что значение этого параметра атмосферы различно в различных районах земного шара даже для одной конкретной среднемесячной метеорологической ситуации. По-видимому, значение указанного параметра и характер его географического распределения зависят также от сезона. В данном случае мы предполагаем, что значения k_1 и k_2 разные, хотя и являются величинами одного и того же порядка, т. е. предполагается, что

$$k_1 = \varepsilon_1 \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}, \quad 0 < \varepsilon_1 < 10,$$

$$k_2 = \varepsilon_2 \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}, \quad 0 < \varepsilon_2 < 10,$$

причем $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$. Поэтому $k_1 - k_2 = \varepsilon \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, $0 < \varepsilon < 10$.

Система уравнений (7.9) взята в форме, приведенной в работе Е. Н. Блиновой (1955 г.) по долгосрочному прогнозу крупномасштабных аномалий метеорологических полей в бароклинной атмосфере с учетом вертикальных скоростей и температурной стратификации [41] с той разницей, что здесь в уравнение вихря скорости включен член, описывающий горизонтальный макротурбулентный обмен, а в уравнении притока тепла интегрально учтены аномалии интегрального неадиабатического притока тепла.

Теперь исключим из уравнений (7.9) первые члены в левых частях с временными производными. После несложных преобразований получим

$$\Delta \Delta \frac{\partial \psi'}{\partial \zeta} + s_1 \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial \lambda} + s_2 \frac{\partial^2 \psi'}{\partial \lambda \partial \zeta} = f(\theta, \lambda, \zeta), \quad (7.10)$$

где

$$s_1 = \frac{s_2}{\omega} \frac{d\alpha}{d\zeta}, \quad s_2 = \frac{2a^2\omega}{k}, \quad k = k_1 - k_2,$$

$$f(\theta, \lambda, \zeta) = \frac{a^2}{k} \left[\sigma_1 \frac{\partial^2 (\bar{\rho} v_z)}{\partial \zeta^2} - \Delta \varphi' \right]. \quad (7.10a)$$

Уравнение (7.10) является диагностическим, так как оно не содержит временной производной от искомой функции. Поэтому здесь, как и в нелинейном варианте задачи, нет никакой необходимости задавать начальные условия. Это уравнение связывает аномалии функции тока с вертикальными скоростями и отклонениями от нормы неадиабатических притоков тепла.

Прежде чем перейти к формулировке граничных условий, так же как и в предыдущем разделе, вместо аномалии функции тока ψ' введем в рассмотрение новую функцию

$$\Psi' = \zeta \psi'. \quad (7.11)$$

После такой замены уравнение (7.10) примет вид

$$\begin{aligned} \zeta \Delta \Delta \frac{\partial \Psi'}{\partial \zeta} - \Delta \Delta \Psi' + s_1 \zeta \frac{\partial \Delta \Psi'}{\partial \lambda} + s_2 \left(\zeta \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \lambda \partial \zeta} - \frac{\partial \Psi'}{\partial \lambda} \right) = \\ = \zeta^2 f(\theta, \lambda, \zeta). \end{aligned} \quad (7.12)$$

Так же как и в случае нелинейной задачи (7.5), будем считать, что в последнем уравнении как его правая часть, так и искомая функция зависят от времени лишь параметрически.

Периодическое по λ , антисимметричное относительно экватора, ограниченное на полюсе и обращающееся в ноль на верхней границе атмосферы, решение уравнения (7.12) можно построить следующим образом.

Граничные условия для функции Ψ' аналогичны условиям для Ψ , приведенным в (7.8):

$$\left. \begin{aligned} \Psi'(\theta, \lambda + 2\pi, \zeta) &= \Psi'(\theta, \lambda, \zeta), \\ \Psi'(\pi - \theta, \lambda, \zeta) &= -\Psi'(\theta, \lambda, \zeta), \\ \Psi'(0, \lambda, \zeta) &= 0, \\ \Psi'(\theta, \lambda, 0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.13)$$

Первые три из этих условий суть обычно используемые при построении решения задачи с помощью рядов по сферическим функциям и уже не раз были использованы выше. Четвертое условие в (7.13) формулируется на основании соотношения (7.11).

Представив функцию $f(\theta, \lambda, \zeta, t)$ в виде

$$f(\theta, \lambda, \zeta, t) = \operatorname{Re} \sum_n \sum_m \bar{f}_n^m(\zeta, t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta), \quad (7.14)$$

где

$$\bar{f}_n^m(\zeta, t) = f_n^m(\zeta, t) + if_n^{\prime m}(\zeta, t),$$

будем искать решение уравнения (7.12) в виде рядов по сферическим функциям

$$\Psi'(\theta, \lambda, \zeta, t) = \operatorname{Re} \sum_n \sum_m \bar{\Psi}_n^m(\zeta, t) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta), \quad (7.15)$$

где

$$\bar{\Psi}_n^m(\zeta, t) = \psi_n^m(\zeta, t) + i\psi_n^{\prime m}(\zeta, t).$$

Подставляя (7.14) и (7.15) в уравнение (7.12), получим после несложных преобразований

$$\frac{d(\zeta \bar{\Psi}_n^m)}{d\zeta} - (2 + \sigma_n^m \zeta) \bar{\Psi}_n^m = \delta_n^m, \quad (7.16)$$

где

$$\sigma_n^m = -imn(n+1)s_1\delta_n^m, \quad \delta_n^m = [n^2(n+1)^2 - im s_2]^{-1}.$$

Аналогично четвертое граничное условие из (7.13) запишется в виде

$$\bar{\Psi}_n^m = 0 \text{ при } \zeta = 0. \quad (7.17)$$

Как видим, решение уравнения (7.16) зависит от t параметрически.

Дальнейшее решение задачи будем проводить методом интегральных соотношений, предложенным А. А. Дородницыным [21]. Разобьем всю атмосферу по высоте на три слоя поверхностями $\zeta_0 = 0$; $\zeta_1 = 0,5$; $\zeta_2 = 0,85$ и $\zeta_3 = 1$ и обозначим аномалии функции тока на этих поверхностях через $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$. Коэффициенты

разложения в ряд по полиномам Лежандра функций ψ_0, ψ_1, ψ_2 и ψ_3 обозначим соответственно через $\bar{\psi}_{0n}^m, \bar{\psi}_{1n}^m, \bar{\psi}_{2n}^m$ и $\bar{\psi}_{3n}^m$. Очевидно, согласно (7.13) и (7.17), имеем

$$\psi_0 = 0 \text{ и } \bar{\psi}_{0n}^m = 0. \quad (7.18)$$

Представим искомую функцию $\bar{\psi}_n^m(\zeta)$ в виде

$$\bar{\psi}_n^m(\zeta) = a_{1n}^m \zeta + a_{2n}^m \zeta^2 + a_{3n}^m \zeta^3. \quad (7.19)$$

Записав это соотношение для $\zeta = 0,5$; $\zeta = 0,85$ и $\zeta = 1$, получим:

$$\left. \begin{aligned} 0,5a_{1n}^m + (0,5)^2 a_{2n}^m + (0,5)^3 a_{3n}^m &= \bar{\psi}_{1n}^m, \\ 0,85a_{1n}^m + (0,85)^2 a_{2n}^m + (0,85)^3 a_{3n}^m &= \bar{\psi}_{2n}^m, \\ a_{1n}^m + a_{2n}^m + a_{3n}^m &= \bar{\psi}_{3n}^m. \end{aligned} \right\}$$

Отсюда

$$a_{1n}^m = b_1 \bar{\psi}_{1n}^m + c_1 \bar{\psi}_{2n}^m + d_1 \bar{\psi}_{3n}^m,$$

$$a_{2n}^m = b_2 \bar{\psi}_{1n}^m + c_2 \bar{\psi}_{2n}^m + d_2 \bar{\psi}_{3n}^m,$$

$$a_{3n}^m = b_3 \bar{\psi}_{1n}^m + c_3 \bar{\psi}_{2n}^m + d_3 \bar{\psi}_{3n}^m,$$

где b_i, c_i, d_i ($i = 1, 2, 3$) — заданные константы.

Теперь представим функции $\sigma_n^m(\zeta)$, $\delta_n^m(\zeta)$ и $\bar{f}_n^m(\zeta)$ также в виде полиномов третьей степени¹:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n^m(\zeta) &= \sigma_{0n}^m + \sigma_{1n}^m \zeta + \sigma_{2n}^m \zeta^2 + \sigma_{3n}^m \zeta^3, \\ \delta_n^m(\zeta) &= \delta_{0n}^m + \delta_{1n}^m \zeta + \delta_{2n}^m \zeta^2 + \delta_{3n}^m \zeta^3, \\ \bar{f}_n^m(\zeta) &= \varphi_{1n}^m \zeta + \varphi_{2n}^m \zeta^2 + \varphi_{3n}^m \zeta^3, \end{aligned} \right\} \quad (7.20)$$

и проинтегрируем обе части уравнения (7.16) по ζ от 0 до ζ_1 :

$$\begin{aligned} \int_0^{\zeta_1} \frac{d[\zeta \bar{\psi}_n^m(\zeta)]}{d\zeta} d\zeta - \int_0^{\zeta_1} [2 + \sigma_n^m(\zeta) \zeta] \bar{\psi}_n^m(\zeta) d\zeta &= \\ &= \int_0^{\zeta_1} \zeta^2 \delta_n^m(\zeta) \bar{f}_n^m(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (7.21)$$

¹ В случае надобности для аппроксимации функций $\sigma_n^m(\zeta)$, $\delta_n^m(\zeta)$, $\bar{\psi}_n^m$ можно использовать целые полиномы любой степени от ζ . В этом случае решение уравнения (7.12) строится аналогичным образом.

Первый интеграл в левой части берется сразу:

$$\int_0^{\zeta_1} \frac{d[\zeta \bar{\Psi}_n^m(\zeta)]}{d\zeta} d\zeta = \zeta_1 \bar{\Psi}_{1n}^m. \quad (7.22)$$

Чтобы вычислить второй интеграл в левой части, следует принять во внимание выражения для $\bar{\Psi}_n^m(\zeta)$ и $\sigma_n^m(\zeta)$ из (7.19) и (7.20) соответственно:

$$\int_0^{\zeta_1} [2 + \sigma_n^m(\zeta) \zeta] \bar{\Psi}_n^m(\zeta) d\zeta = \int_0^{\zeta_1} [2 + (\sigma_{0n}^m + \sigma_{1n}^m \zeta + \sigma_{2n}^m \zeta^2 + \sigma_{3n}^m \zeta^3) \zeta] \times \\ \times (a_{1n}^m \zeta + a_{2n}^m \zeta^2 + a_{3n}^m \zeta^3) d\zeta = A_{1n}^m \bar{\Psi}_{1n}^m + B_{1n}^m \bar{\Psi}_{2n}^m + C_{1n}^m \bar{\Psi}_{3n}^m, \quad (7.23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{1n}^m &= b_1 \alpha_{1n}^m + b_2 \beta_{1n}^m + b_3 \gamma_{1n}^m, \\ B_{1n}^m &= c_1 \alpha_{1n}^m + c_2 \beta_{1n}^m + c_3 \gamma_{1n}^m, \\ C_{1n}^m &= d_1 \alpha_{1n}^m + d_2 \beta_{1n}^m + d_3 \gamma_{1n}^m, \end{aligned} \right\} \quad (7.24a)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1n}^m &= \left(1 + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+3} \zeta_1^{i+1} \right) \zeta_1^2, \\ \beta_{1n}^m &= \left(\frac{2}{3} + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+4} \zeta_1^{i+1} \right) \zeta_1^3, \\ \gamma_{1n}^m &= \left(\frac{1}{2} + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+5} \zeta_1^{i+1} \right) \zeta_1^4. \end{aligned} \right\} \quad (7.24б)$$

Очевидно, если предположить, что $\sigma_n^m = \sigma_{0n}^m$ не зависит от ζ , то $\sigma_{1n}^m = \sigma_{2n}^m = \sigma_{3n}^m = 0$ и вместо (7.24б) будем иметь:

$$\begin{aligned} \alpha_{1n}^m &= \left(1 + \frac{\sigma_{0n}^m}{3} \zeta_1^{i+1} \right) \zeta_1^2, \\ \beta_{1n}^m &= \left(\frac{2}{3} + \frac{\sigma_{0n}^m}{4} \zeta_1^{i+1} \right) \zeta_1^3, \\ \gamma_{1n}^m &= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sigma_{0n}^m}{5} \zeta_1^{i+1} \right) \zeta_1^4. \end{aligned}$$

Наконец, принимая во внимание выражения для $\delta_n^m(\zeta)$ и $\bar{f}_n^m(\zeta)$ из (7.20), для интеграла, имеющегося в правой части равенства (7.21), можно получить следующее выражение:

$$\int_0^{\zeta_1} \zeta^2 \bar{f}_n^m(\zeta) \delta_n^m(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{i-k, n}^m \Phi_{kn}^m}{i+3} \zeta_1^{i+3} \quad (1 \leq k \leq 3; \quad 0 \leq i - k \leq 3). \quad (7.25)$$

Если предположить, что $\delta_n^m = \delta_{0n}^m$ не зависит от ζ , то $\delta_{1n}^m = \delta_{2n}^m = \delta_{3n}^m = 0$ и вместо (7.25) будем иметь

$$\int_0^{\zeta_1} \zeta^2 \bar{f}_n^m(\zeta) \delta_n^m(\zeta) d\zeta = \delta_{0n}^m \sum_{k=1}^3 \frac{\Phi_{kn}^m}{k+3} \zeta_1^{k-1}.$$

Подставляя (7.22), (7.23) и (7.25) в (7.21), получим

$$(A_{1n}^m - \zeta_1) \bar{\Psi}_{1n}^m + B_{1n}^m \bar{\Psi}_{2n}^m + C_{1n}^m \bar{\Psi}_{3n}^m = - \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{i-k, n}^m \Phi_{kn}^m}{i+3} \zeta_1^{i+3}. \quad (7.26)$$

Аналогичным образом, проинтегрировав уравнение (7.16) от 0 до ζ_2 , получим

$$A_{2n}^m \bar{\Psi}_{1n}^m + (B_{2n}^m - \zeta_2) \bar{\Psi}_{2n}^m + C_{2n}^m \bar{\Psi}_{3n}^m = - \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{i-k, n}^m \Phi_{kn}^m}{i+3} \zeta_2^{i+3}, \quad (7.27)$$

где

$$A_{2n}^m = b_1 \alpha_{2n}^m + b_2 \beta_{2n}^m + b_3 \gamma_{2n}^m,$$

$$B_{2n}^m = c_1 \alpha_{2n}^m + c_2 \beta_{2n}^m + c_3 \gamma_{2n}^m,$$

$$C_{2n}^m = d_1 \alpha_{2n}^m + d_2 \beta_{2n}^m + d_3 \gamma_{2n}^m,$$

$$\alpha_{2n}^m = \left\{ 1 + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+3} \zeta_2^{i+1} \right\} \zeta_2^2,$$

$$\beta_{2n}^m = \left\{ \frac{2}{3} + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+4} \zeta_2^{i+2} \right\} \zeta_2^3,$$

$$\gamma_{2n}^m = \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+5} \zeta_2^{i+1} \right\} \zeta_2^4.$$

Наконец, проделав то же самое для всей атмосферы (от $\zeta = 0$ до $\zeta = \zeta_3$), получим

$$A_{3n}^m \bar{\psi}_{1n}^m + B_{3n}^m \bar{\psi}_{2n}^m + (C_{3n}^m - \zeta_3) \bar{\psi}_{3n}^m = - \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_{i-k, n}^m \psi_{kn}^m}{i+3} \zeta_3^{i+3}, \quad (7.28)$$

где

$$\begin{aligned} A_{3n}^m &= b_1 \alpha_{3n}^m + b_2 \beta_{3n}^m + b_3 \gamma_{3n}^m, \\ B_{3n}^m &= c_1 \alpha_{3n}^m + c_2 \beta_{3n}^m + c_3 \gamma_{3n}^m, \\ C_{3n}^m &= d_1 \alpha_{3n}^m + d_2 \beta_{3n}^m + d_3 \gamma_{3n}^m, \\ \alpha_{3n}^m &= \left\{ 1 + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+3} \zeta_3^{i+1} \right\} \zeta_3^2, \\ \beta_{3n}^m &= \left\{ \frac{2}{3} + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+4} \zeta_3^{i+1} \right\} \zeta_3^3, \\ \gamma_{3n}^m &= \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{i=0}^3 \frac{\sigma_{in}^m}{i+5} \zeta_3^{i+1} \right\} \zeta_3^4. \end{aligned}$$

Таким образом, искомые коэффициенты $\bar{\psi}_{1n}^m$, $\bar{\psi}_{2n}^m$ и $\bar{\psi}_{3n}^m$ определяются из следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} (A_{1n}^m - \zeta_1) \bar{\psi}_{1n}^m + B_{1n}^m \bar{\psi}_{2n}^m + C_{1n}^m \bar{\psi}_{3n}^m &= F_{1n}^m, \\ A_{2n}^m \bar{\psi}_{1n}^m + (B_{2n}^m - \zeta_2) \bar{\psi}_{2n}^m + C_{2n}^m \bar{\psi}_{3n}^m &= F_{2n}^m, \\ A_{3n}^m \bar{\psi}_{1n}^m + B_{3n}^m \bar{\psi}_{2n}^m + (C_{3n}^m - \zeta_3) \bar{\psi}_{3n}^m &= \bar{f}_{3n}^m, \end{aligned} \right\} \quad (7.29)$$

где F_{1n}^m , F_{2n}^m , F_{3n}^m суть правые части уравнений (7.26) — (7.28).

Из этой системы определяются $\bar{\psi}_{1n}^m$, $\bar{\psi}_{2n}^m$, $\bar{\psi}_{3n}^m$, после чего с помощью (7.15) находится аномалия функции тока $\Psi'(\theta, \lambda, \zeta)$.

Для того чтобы задача была поставлена полностью, остается лишь определить функцию $F'(\theta, \lambda, \zeta)$. Это можно сделать с помощью уже предвычисленной в гл. 5 функции $F'(\theta, \lambda)$, которую для удобства изложения временно обозначим через $\bar{F}(\theta, \lambda)$. Очевидно, функция $F'(\theta, \lambda, \zeta)$ должна удовлетворять условию

$$\int_0^1 F'(\theta, \lambda, \zeta) d\zeta = \bar{F}(\theta, \lambda).$$

Если принять линейную по ζ аппроксимацию функции $F'(\theta, \lambda, \zeta)$ и предположить, что $F'(\theta, \lambda, \zeta)|_{\zeta=0.5} = \bar{F}(\theta, \lambda)$, а также $F'(\theta, \lambda, 0) = 0$, то легко показать, что

$$F'(\theta, \lambda, \zeta) = 2\zeta \bar{F}(\theta, \lambda). \quad (7.30a)$$

Таким образом, ввиду того что $\bar{F}(\theta, \lambda) \equiv F'(\theta, \lambda)$ уже предвычислена, то по последней формуле значения функции $F'(\theta, \lambda, \zeta)$ на любых уровнях атмосферы определяются без труда.

Рассмотрим теперь правую часть уравнения (7.12), данную с помощью последней из формул (7.10а). Первое слагаемое, входящее в правую часть этой формулы, имеет вид (множитель $\frac{-a^2\zeta^2}{k} \sigma_1$ опускаем)

$$\frac{\partial^2 (\bar{\rho} v_z)}{\partial \zeta^2} = \bar{\rho} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \zeta^2} + 2 \frac{d\bar{\rho}}{d\zeta} \frac{\partial v_z}{\partial \zeta} + \frac{d^2 \bar{\rho}}{d\zeta^2} v_z. \quad (7.30)$$

Ввиду того что (7.12) является линейным уравнением, его частное решение можно представить в виде суммы частных решений следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \zeta \Delta \Delta \frac{\partial \Psi'}{\partial \zeta} - \Delta \Delta \Psi' + s_1 \zeta \frac{\partial \Delta \Psi'}{\partial \lambda} + s_2 \zeta \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \lambda \partial \zeta} - \\ - s_2 \frac{\partial \Psi'}{\partial \lambda} = - \frac{a^2 \zeta^2}{k} \Delta F', \end{aligned} \quad (7.31)$$

$$\begin{aligned} \zeta \Delta \Delta \frac{\partial \Psi'}{\partial \lambda} - \Delta \Delta \Psi' + s_1 \zeta \frac{\partial \Delta \Psi'}{\partial \lambda} + s_2 \zeta \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial \lambda \partial \zeta} - \\ - s_2 \frac{\partial \Psi'}{\partial \lambda} = - \frac{a^2 \zeta^2}{k} \sigma_1 \frac{\partial^2 (\bar{\rho} v_z)}{\partial \zeta^2}. \end{aligned} \quad (7.32)$$

Уравнение (7.31), хотя оно и не содержит временной производной от искомой функции, является сугубо прогностическим, так как его правая часть представляет собой возмущающий фактор — отклонения от нормы неадиабатических притоков тепла, который предвычисляется по аномалиям летней облачности задолго до наступления срока действия прогноза аномалий температуры воздуха для холодного полугодия. В той трактовке долгосрочного прогноза, которая сформулирована в данной главе и в рамках линейной теории (7.31), представляет собой основное прогностическое уравнение, предназначенное для предвычисления на долгие сроки полей аномалий функции тока на разных уровнях атмосферы. Это означает, что с помощью решения уравнения (7.31) можно на долгие сроки предвычислять также аномалии средних температур рассматриваемых слоев атмосферы, поля геопотенциала соответствующих изобарических поверхностей и распределения горизонтальных составляющих скорости.

На основе решения уравнения (7.32) можно приближенно учесть такой мощный климатообразующий фактор, как эффект планетарной орографии. В грубом приближении это можно сделать, например, следующим образом.

Как известно [48], в непосредственной окрестности гор орографическую составляющую вертикальной скорости можно выразить формулой

$$v_z = \frac{v_\theta}{a} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + \frac{v_\lambda}{a \sin \theta} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda}, \quad (7.33)$$

где функция $z = \xi(\theta, \lambda)$ описывает форму рельефа. По-видимому, можно предположить, что для крупных горных массивов формула (7.33) приближенно описывает распределение орографической составляющей вертикальной скорости во всей рассматриваемой толще атмосферы, убывая с высотой и обращаясь в ноль на ее верхней границе. Поэтому для приближенного определения функции $\partial^2(\bar{\rho}v_z)/\partial \zeta^2$ необходимо выражение для v_z из формулы (7.33) подставить в (7.30). Если вместо горизонтальных составляющих скорости v_θ и v_λ ввести в рассмотрение функцию тока ψ , то легко показать, что

$$\frac{\partial^2(\bar{\rho}v_z)}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{a^2 \sin \theta} (Y, \xi), \quad (7.34)$$

где

$$Y = \frac{1}{\zeta^3} \left[\zeta^2 \bar{\rho} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} + 2 \left(\zeta \frac{d\bar{\rho}}{d\zeta} - \bar{\rho} \right) \left(\zeta \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} - \Psi \right) + \zeta^2 \frac{d^2 \bar{\rho}}{d\zeta^2} \Psi \right] \quad (7.35)$$

и по-прежнему $\Psi = \zeta \psi$.

Сначала в качестве первого приближения функция $\Psi(\theta, \lambda, \zeta, t)$ определяется с помощью решения задачи (7.13) — (7.31) без учета члена $\partial^2(\bar{\rho}v_z)/\partial \zeta^2$. Затем с помощью формул (7.34) и (7.35) определяется $\partial^2(\bar{\rho}v_z)/\partial \zeta^2$. Далее с помощью решения задачи (7.32) — (7.13) определяется новое значение функции $\Psi(\theta, \lambda, \zeta, t)$, но уже с учетом члена $\partial^2(\bar{\rho}v_z)/\partial \zeta^2$. Численные эксперименты должны показать, сколько раз следует повторить этот цикл, и вообще, насколько эффективен предложенный способ учета планетарной орографии.

7.3. Линейная модель долгосрочного прогноза аномалии геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа

В качестве иллюстрации теории, изложенной в предыдущих параграфах данной главы, приведем расчетную схему и пример долгосрочного прогноза поля аномалии геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа. С этой целью обратимся к уравнению (7.10). Выше неоднократно было показано (как теоретически, так и экспериментально), что в процессах формирования крупномасштабных долгопериодных аномалий метеорологических полей главным вынуждающим фактором является отклонение от нормы интегрального неадиабатического притока тепла. В связи с этим,

а также принимая во внимание мотивы, использованные при получении уравнения (7.32), запишем уравнение (7.10) в виде

$$\Delta \Delta \frac{\partial \psi'}{\partial \zeta} + s_1 \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial \lambda} + s_2 \frac{\partial^2 \psi'}{\partial \lambda \partial \zeta} = q(\theta, \lambda, \zeta), \quad (7.36)$$

где

$$q = \Delta \varphi' = - \frac{a^2 R}{2\omega \zeta k} \Delta \frac{F'}{\cos \theta}.$$

Поскольку в соответствии с формулой (7.30а)

$$F'(\theta, \lambda, \zeta) = 2\zeta \bar{F}(\theta, \lambda),$$

то

$$q = - \frac{a^2 R}{k\omega} \Delta \frac{\bar{F}(\theta, \lambda)}{\cos \theta}.$$

Таким образом, в данной постановке задачи одновременное использование уравнения гидростатики и приближения (7.30а) привело к тому, что правая часть (7.36) сделалась независимой от ζ . Для целей, поставленных в данном параграфе, где речь идет о долгосрочном прогнозе аномалий геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа, такое упрощение можно считать приемлемым. Это подтверждается также примером прогноза, который рассматривается ниже. Для прогноза геопотенциала разных изобарических поверхностей, возможно, возникнет необходимость более точной аппроксимации по вертикальной координате функции $F'(\theta, \lambda, \zeta)$, чем та, которая приведена в формуле (7.30а).

Перейдем теперь к формулировке граничного условия по вертикальной координате.

Как показывают данные наблюдений, барическое поле атмосферы, а следовательно, и поле функции тока с высотой все более и более приближаются к зональному распределению. Поэтому граничные условия для искомой функции $\psi'(\theta, \lambda, \zeta)$ по ζ можно приближенно записать в следующем виде:

$$\psi'(\theta, \lambda, \zeta) \Big|_{\zeta=0} = 0. \quad (7.37)$$

Граничные условия по переменным θ и λ аналогичны тем, которые приведены в формулах (7.13).

Решение задачи (7.36) — (7.37) удобно строить спектральным методом в виде рядов по сферическим функциям. Для этой цели аналогично (7.14) и (7.15) представим заданные и искомую функции в виде следующих рядов ($n \geq m \geq 1$):

$$\psi'(\theta, \lambda, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n [\psi_{1n}^m(\zeta) \cos m\lambda + \psi_{2n}^m(\zeta) \sin m\lambda] P_n^m(\cos \theta) =$$

$$= \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \bar{\psi}_n^m(\zeta) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta), \quad (7.38)$$

$$\psi'(\theta, \lambda, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n [\psi_{1n}^m(0) \cos m\lambda + \psi_{2n}^m(0) \sin m\lambda] P_n^m(\cos \theta) =$$

$$= \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \bar{\psi}_n^m(0) e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta),$$

$$q(\theta, \lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (q_{1n}^m \cos m\lambda + q_{2n}^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta) =$$

$$= \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \bar{q}_n^m e^{-im\lambda} P_n^m(\cos \theta), \quad (7.39)$$

где

$$\bar{\psi}_n^m(\zeta) = \psi_{1n}^m(\zeta) + i\psi_{2n}^m(\zeta),$$

$$\bar{\psi}_n^m(0) = \psi_{1n}^m(0) + i\psi_{2n}^m(0),$$

$$\bar{q}_n^m = q_{1n}^m + iq_{2n}^m.$$

Теперь для (7.36)–(7.37) можно сформулировать следующую спектральную задачу:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\psi}_n^m}{d\zeta} + \bar{\sigma}_n^m(\zeta) \bar{\psi}_n^m &= \bar{\delta}_n^m \bar{q}_n^m, \\ \bar{\psi}_n^m(0) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7.40)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_n^m(\zeta) &= \sigma_{1n}^m(\zeta) + i\sigma_{2n}^m(\zeta); \quad \bar{\delta}_n^m = \delta_{1n}^m + i\delta_{2n}^m; \\ \sigma_{1n}^m(\zeta) &= -\frac{m^2 n(n+1) s_1 s_2}{n^4 (n+1)^4 + m^2 s_2^2}; \quad \sigma_{2n}^m(\zeta) = \frac{mn^3 (n+1)^3 s_1}{n^4 (n+1)^4 + m^2 s_2^2}; \\ \delta_{1n}^m &= \frac{n^2 (n+1)^2}{n^4 (n+1)^4 + m^2 s_2^2}; \quad \delta_{2n}^m = \frac{ms_2}{n^4 (n+1)^4 + m^2 s_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (7.41)$$

Решение задачи (7.41) можно записать в следующем виде:

$$\bar{\psi}_n^m(\zeta) = e^{-\int_0^{\zeta} \bar{\sigma}_n^m(\zeta') d\zeta'} \left\{ \bar{\delta}_n^m \bar{q}_n^m \int_0^{\zeta} \bar{\sigma}_n^m(\zeta'') d\zeta'' \right\}. \quad (7.42)$$

Функция $\bar{\sigma}_n^m(\zeta)$, вообще говоря, зависит от вертикальной координаты, поскольку в соответствии с формулой (7.10а) зависит от $d\alpha/d\zeta$. Предположим, что в рассматриваемом слое атмосферы индекс зональной циркуляции α можно аппроксимировать линей-

ной функцией $\alpha = \alpha_0(1 - \xi)$, где α_0 есть константа, которая определяется из материалов наблюдений. В этом случае $\bar{\sigma}_n^m(\xi) = \bar{\sigma}_n^m$ не зависит от ξ и решение (7.42) для искомой функции значительно упрощается. Имеем для этого случая:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1n}^m(\xi) &= \left(1 - e^{-\sigma_{1n}^m \xi} \cos \sigma_{2n}^m \xi \right) \gamma_{1n}^m - e^{-\sigma_{1n}^m \xi} \gamma_{2n}^m \sin \sigma_{2n}^m \xi, \\ \psi_{2n}^m(\xi) &= \left(1 - e^{-\sigma_{1n}^m \xi} \cos \sigma_{2n}^m \xi \right) \gamma_{2n}^m - e^{-\sigma_{1n}^m \xi} \gamma_{1n}^m \sin \sigma_{2n}^m \xi, \end{aligned} \right\} \quad (7.43)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{1n}^m &= \frac{(\sigma_{1n}^m \delta_{1n}^m + \sigma_{2n}^m \delta_{2n}^m) q_{1n}^m - (\sigma_{1n}^m \delta_{2n}^m - \sigma_{2n}^m \delta_{1n}^m) q_{2n}^m}{\sigma_{1n}^{m2} + \sigma_{2n}^{m2}}, \\ \gamma_{2n}^m &= \frac{(\sigma_{1n}^m \delta_{1n}^m + \sigma_{2n}^m \delta_{2n}^m) q_{2n}^m + (\sigma_{1n}^m \delta_{2n}^m - \sigma_{2n}^m \delta_{1n}^m) q_{1n}^m}{\sigma_{1n}^{m2} + \sigma_{2n}^{m2}}, \end{aligned} \right\} \quad (7.43a)$$

Так как правая часть уравнения (7.36) является заданной функцией координат, то из последних формул находятся γ_{1n}^m и γ_{2n}^m , а с помощью равенств (7.43) определяются коэффициенты разложения $\psi_{1n}^m(\xi)$ и $\psi_{2n}^m(\xi)$ искомой функции, а следовательно, и сама искомая функция.

При использовании изложенного выше спектрального метода решения задачи (7.36) — (7.37) очень важно, чтобы правая часть уравнения (7.36) функция $q(\theta, \lambda)$ по возможности точнее представлялась с помощью рассматриваемых рядов по сферическим функциям. Если это представление не является достаточно точным, то решение для искомой функции заведомо будет неудовлетворительным, какими бы достоинствами не обладала модель.

В данном случае задача осложняется еще тем, что функция $q(\theta, \lambda)$ задана не на полушарии, а в области некоторого сферического четырехугольника (см. рис. 5.1). Известно, что такие «ступеньки» вообще плохо представляются дискретными рядами Фурье.

Перейдем теперь к изложению алгоритма разложения в конечные ряды по сферическим гармоникам заданных и искомой функций при решении задачи (7.36) — (7.37).

Предположим, что правая часть уравнения (7.36) $q_{i,j} = q(\theta_i, \lambda_j)$, задана на широтно-долготной сетке по сфере Ω :

$$\Omega^{\theta} = \{(\theta_i, \lambda_j) | \theta_i = \theta_{i-1} + \Delta\theta_i, \quad i = \overline{0, N_\theta - 1}; \quad \lambda_j = \lambda_{j-1} + \Delta\lambda; \\ j = \overline{0, N_\lambda - 1}\},$$

где $\Delta\theta_i$ и $\Delta\lambda$ — шаги сетки по θ и λ соответственно, причем $\Delta\lambda = 2\pi/N_\lambda$, а шаг $\Delta\theta_i$ по θ принимается вообще говоря, неравномерным.

Представим сначала функцию $q_{i,j}$ в виде разложения в дискретный (конечный) одномерный ряд Фурье по переменной λ вдоль каждого фиксированного круга широты [59]:

$$q_{i,j} = \frac{q_0(\theta_i)}{2} + \sum_{m=1}^{M-1} \left[q_m^{(1)}(\theta_i) \cos \frac{m\pi}{M} j + q_m^{(2)}(\theta_i) \sin \frac{m\pi}{M} j \right] + \frac{1}{2} q_M^{(1)}(\theta_i) \cos \pi j, \quad (7.44)$$

где $M = N_\lambda/2$ (N_λ — четное число), а коэффициенты Фурье $\{q_m^{(1)}(\theta_i), q_m^{(2)}(\theta_i)\}$ определяются с помощью следующих формул:

$$\left. \begin{aligned} q_m^{(1)}(\theta_i) &= \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{2M-1} q_{i,j} \cos \frac{m\pi}{M} j, \quad m = \overline{0, M}, \\ q_m^{(2)}(\theta_i) &= \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{2M-1} q_{i,j} \sin \frac{m\pi}{M} j, \quad m = \overline{1, M-1}. \end{aligned} \right\} \quad (7.45)$$

Теперь каждый из коэффициентов Фурье $q_m^{(1)}(\theta_i)$ и $q_m^{(2)}(\theta_i)$ разложим по переменной θ вдоль меридиана в конечный (дискретный) ряд по присоединенным полиномам Лежандра:

$$q_m^{(\mu)}(\theta_i) = \sum_{l=0}^L q_{m,m+l}^{(\mu)} P_{m+l}^m(\cos \theta_i), \quad (7.46)$$

$$(\mu = 1, 2)$$

где $P_{m+l}^m(\cos \theta_i)$ — присоединенный полином Лежандра. В последней формуле используется урезание ряда по правилу параллелограмма.

Очевидно, что $q_{m,m+l}^{(1)}$ и $q_{m,m+l}^{(2)}$ представляют собой вещественные коэффициенты разложения в ряд Фурье функции $q(\theta_i, \lambda_j)$, заданной на сетке, в конечный ряд по сферическим функциям и относящиеся к гармоникам $P_{m+l}^m(\cos \theta) \cos m\lambda$ и $P_{m+l}^m(\cos \theta) \sin m\lambda$ соответственно.

При фиксированных m, μ и $i = \overline{0, N_\theta - 1}$ соотношения (7.46) рассматриваются как система N_θ линейных алгебраических уравнений относительно $L+1$ неизвестных коэффициентов $q_{m,m+l}^{(\mu)}$, $l = \overline{0, L}$. Полагая $N_\theta \geq L+1$, указанную систему уравнений регуляризуют методом наименьших квадратов. Решая соответствующую систему нормальных уравнений, определяют искомые коэффициенты разложения. Ранее аналогичный метод был использован для определения коэффициентов разложения функции двух переменных в двойной ряд Фурье по синусам и косинусам [44].

Для случая, когда $N_\theta = L + 1$, определенные с помощью описанного алгоритма коэффициенты разложения произвольно заданной функции $q_{i,j}$ позволяют восстановить эту функцию в узлах используемой сетки с высокой степенью точности. Восстановленные с помощью найденных коэффициентов разложения значения функции $q_{i,j}$ в узлах сетки практически точно совпадают с их первоначально заданными значениями.

Следует отметить, что во многих задачах более целесообразно пользоваться специальной системой узлов вдоль меридиана $\{\theta_i\}$, отвечающих гауссовым широтам. В этом случае дискретная система сферических функций является ортогональной на дискретной сетке Ω^h при произвольном одинаковом шаге $\Delta\lambda$ вдоль кругов широт. При этом свойство ортогональности является точным аналогом соответствующего свойства сферических функций в непрерывном случае, что играет важную роль при решении некоторых нелинейных задач спектральным методом [28].

При выполнении численных экспериментов по долгосрочному прогнозу поля аномалий геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа, некоторые результаты которых излагаются ниже, была использована широтно-долготная сетка на сфере, для которой число узлов вдоль меридиана составляет $N_\theta = 36$ (шаг $\Delta\theta = 5^\circ$), а вдоль круга широты $N_\lambda = 32$ (шаг $\Delta\lambda = 11,25^\circ$). Число узлов сетки $36 \times 32 = 1152$. Значения функции q_{ij} были заданы в $6 \times 5 = 30$ узлах, в остальных узлах используемой счетной сетки было положено $q_{ij} = 0$. При разложении таким способом заданной функции в одномерный ряд Фурье вдоль круга широты было использовано 32 коэффициента разложения: 17 при $\cos m\lambda$ и 15 при $\sin m\lambda$, т. е. в формуле (7.44) было взято $M = 16$. Следовательно, число гармоник по волновому числу m равно числу узлов сетки вдоль круга широты. Далее производится урезание ряда по правилу параллелограмма так, что $n - m$ меняется от 0 до 35. Иными словами, n меняется от m до $m + 35$, поэтому число гармоник по волновому числу n равно числу узлов сетки вдоль меридиана. Таким образом, число коэффициентов разложения, содержащихся в формуле (7.46), составляет 1152, т. е. равно числу узлов используемой широтно-долготной сетки.

Именно поэтому заданные в $6 \times 5 = 30$ узлах сетки значения аномалии интегрального неадиабатического притока тепла с помощью описанного алгоритма представляются практически точно.

Перейдем теперь к описанию конкретного примера долгосрочного прогноза с большой заблаговременностью поля двухмесячной аномалии геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа на январь—февраль 1975 г., предвычисленного с помощью изложенного выше метода.

Сначала по данным об аномалиях неадиабатических притоков тепла, представленных на рис. 5.9, были вычислены соответствующие коэффициенты q_{1n}^m и q_{2n}^m разложения по сферическим функциям, затем с помощью формул (7.43) и (7.43а) были определены прогностические коэффициенты ψ_{1n}^m и ψ_{2n}^m разложения предвы-

численного поля функции тока и, наконец, по этим коэффициентам было восстановлено само прогностическое поле функции тока для среднего уровня атмосферы на январь—февраль 1975 г. На рис. 7.1 а представлен прогноз двухмесячной аномалии геопотенциала

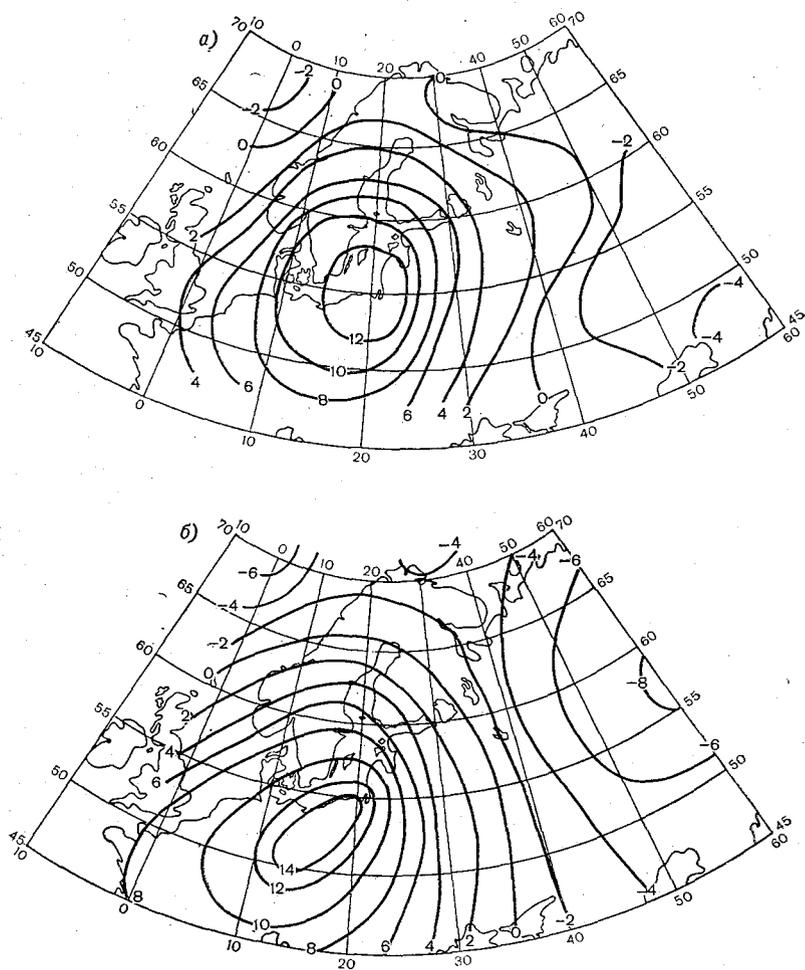


Рис. 7.1. Прогностическая (а) и фактическая (б) карты аномалии геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа на январь—февраль 1975 г.

тенциала изобарической поверхности 500 гПа на январь—февраль 1975 г., пересчитанный по соответствующему прогностическому полю функции тока с помощью геострофического соотношения $H' \approx \frac{l}{g} \psi'$. На рис. 7.1 б приведена фактическая карта.

Сравнение обеих карт показывает их разумную согласованность. На прогностической карте обширная область положительных аномалий, расположенная западнее меридиана Москвы, занимает почти всю Европу. Центр этой области расположен в районе Варшавы. Примерно аналогичная картина наблюдается и на фактической карте. Однако указанный центр области положительных аномалий на прогностической карте расположен несколько севернее по сравнению с его фактическим положением. Области отрицательных аномалий на прогностической карте расположены на востоке и на северо-западе счетной сетки. Примерно такая же картина на фактической карте. Однако центр области отрицательных аномалий на восточной половине сетки на прогностической карте расположен несколько южнее по сравнению с его фактическим положением. В целом предвычисленное поле AT_{500} является реалистическим.

Число узлов, в которых прогностические и фактические аномалии совпадают по знаку, составляет 80 %. Средняя по сетке абсолютная ошибка равна 2,5 дам, а максимальная абсолютная ошибка — 6,2 дам. Коэффициент корреляции между предвычисленными и фактическими полями геопотенциала равен 0,81. По-видимому, можно полагать, что проанализированный пример прогноза оправдался хорошо по той причине, что предварительное поле аномалий неадиабатических притоков тепла получилось реалистическим.

Анализ результатов выполненных численных экспериментов, описанных в данной главе, позволяет сделать следующий предварительный вывод: если аномалии неадиабатических притоков тепла предвычисляются с удовлетворительной успешностью, то даже с помощью простых линейных прогностических моделей можно получить удовлетворительные результаты по долгосрочному прогнозу полей аномалий функции тока и геопотенциала на одном уровне атмосферы.

Заключение

Как показали исследования подавляющего большинства специалистов, на основе классической трактовки проблемы прогноза погоды можно поставить лишь задачи краткосрочного прогноза и, может быть, прогноза на средние сроки. Что касается проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей, то на указанной основе ее просто невозможно ставить ввиду того, что в этом случае неизбежно возникает проблема предсказуемости состояния атмосферы, в соответствии с которой предел детерминистской предсказуемости резко ограничен одной-двумя неделями.

Главной нашей целью в данном исследовании является постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей на новых физических и математических концептуальных основах так, чтобы не возникала проблема детерминистской предсказуемости состояния атмосферы в ее традиционной трактовке.

В поисках путей достижения этой цели сформулирован некоторый новый подход к рассматриваемой проблеме. В основе его лежит гипотеза о том, что долгосрочный прогноз аномалий метеорологических элементов с определенной заблаговременностью может быть построен на базе заранее предвычисленных на независимой основе аномалий неадиабатических притоков тепла с той же (или с большей) заблаговременностью. На феноменологической основе предложен динамико-статистический метод такого прогноза. Осуществлены предварительные оценки предвычисленных аномалий притоков тепла: 1) посредством их сравнения с соответствующими диагностическими величинами; 2) на базе их использования в численных экспериментах по долгосрочному прогнозу аномалий температуры с помощью простейших прогностических моделей. Эти оценки как будто настраивают на оптимистический лад. Однако это всего лишь предварительные результаты. В случае успеха предвычисления аномалий неадиабатических притоков тепла они могут быть использованы при проверке численных экспериментов с помощью существующих прогностических моделей. Если удастся аномалии неадиабатических притоков тепла предвычислять даже в грубом приближении, то можно сформулировать новую трактовку проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей, коренным образом отличающуюся от ее традиционной трактовки. Именно эта проблема трактуется не как задача с начальными данными, а как краевая задача.

В последней главе книги формулируется новая постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей, базирующуюся на интегрировании основного диагностического уравнения динамики атмосферы. При такой постановке задачи проблема предсказуемости атмосферы в ее традиционной трактовке не возникает. При этом успешность долгосрочного прогноза метеорологических полей определяется двумя факторами: 1) успешностью, с которой предвычисляются аномалии неадиабатических притоков тепла; 2) мастерством, с которым решается нелинейное уравнение задачи.

Предложенная в данной книге постановка проблемы долгосрочного прогноза крупномасштабных метеорологических полей нуждается в ряде усовершенствований. Приведем некоторые из них:

1) усовершенствование метода долгосрочного прогноза аномалий интегрального неадиабатического притока тепла на базе использования всей необходимой и доступной метеорологической информации для всего северного полушария;

2) разработка приближенных методов интегрирования нелинейного диагностического уравнения динамики атмосферы;

3) создание методов использования месячных и сезонных вариаций теплосодержания деятельного слоя океана, особенно в его энергоактивных зонах, в целях долгосрочного прогноза аномалий метеорологических элементов. Эта проблема представляется одной из наиболее важных.

На последней проблеме остановимся более подробно.

Для того чтобы судить о предстоящих долгопериодных изменениях состояния атмосферы, желательно иметь информацию о вариациях теплосодержания деятельного слоя всего Мирового океана. В этом случае появилась бы возможность постановки проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей на основе использования непосредственно измеренных данных о состоянии деятельного слоя океана. Однако трудно себе представить, что в обозримом будущем была бы возможна организация наблюдений в таких масштабах. В настоящее же время реально возможна организация глубоководных океанографических наблюдений лишь в отдельных регионах Мирового океана. Особенно важно иметь такие наблюдения с ограниченных акваторий энергоактивных зон, что предусмотрено по программе «Разрезы».

Имея глобальную информацию об облачном покрове океанов, получаемую с метеорологических спутников, и данные о вариации теплосодержания деятельного слоя океана в его энергоактивных зонах, получаемые по программе «Разрезы», рассмотренную в гл. 5 проблему о долгосрочном прогнозе аномалий неадиабатических притоков тепла можно поставить по-новому, с точки зрения физической более строго.

Для этого обозначим через D_P область океана, где размещены полигоны, ведущие наблюдения по программе «Разрезы». Пусть $Q''(\theta', \lambda', t')$ описывает аномалию теплосодержания деятельного слоя океана, осредненную по некоторому временному интервалу летнего и осеннего сезонов и отнесенную к моменту времени t' , а также осредненную по некоторой области $d_P \in D_P$ и отнесенную к точке (θ', λ') счетной сетки. Далее обозначим через $P(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ функцию асинхронного влияния, описывающую характер воздействия аномалии теплосодержания деятельного слоя в точке (θ', λ') океана в момент t' на изменение аномалии температуры воздуха в точке (θ, λ) над континентом в момент времени $t > t'$. Таким образом, функция асинхронного влияния описывает эффект запаздывания в процессе теплового воздействия океана на атмосферу.

Наконец, обозначим аномалию притока тепла от океана к атмосфере через $F_{Q^{\tau_3\tau_4}}''(\theta, \lambda, t)$, где τ_3 и τ_4 определяют интервал времени летнего и осеннего сезонов, на котором берутся данные об аномалии теплосодержания деятельного слоя океана. Тогда аналогично (5.7) можно написать

$$F_{Q^{\tau_3\tau_4}}''(\theta, \lambda, t) = \int_{t-\tau_4}^{t-\tau_3} \int_{D_P} Q''(\theta', \lambda', t') P(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') d\sigma' dt'. \quad (1)$$

Следовательно, аналогично (5.13) имеем

$$\begin{aligned} & \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \int_{D_0} S''(\theta', \lambda', t') \chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') d\sigma' dt' + \\ & + \int_{t-\tau_4}^{t-\tau_3} \int_{D_P} Q''(\theta', \lambda', t') P(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t') d\sigma' dt' + \\ & + F_0''(\theta, \lambda, t) = F''(\theta, \lambda, t). \end{aligned} \quad (2)$$

Теперь, имея некоторую обучающую выборку данных наблюдений об аномалиях теплосодержания деятельного слоя океанов в его энергоактивных зонах за η лет, с помощью последней формулы функцию $P(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ можно определить точно так, как в гл. 5 с помощью формулы (5.13) была определена функция $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$. Так как для каждой фиксированной континентальной точки функция асинхронного влияния $P(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ должна быть рассчитана и проанализирована заранее для всех океанических ячеек сетки (или для полигонов), то, имея для летнего и осеннего сезонов $(\eta+1)$ -го года значения $Q''(\theta', \lambda', t')$, по формуле (1) легко можно предвычислить приток тепла для последующего холодного полугодия за счет изменения теплосодержания деятельного слоя океана. Таким образом, формула (1) является прогностической.

Теперь в соответствии с (2) интегральный приток тепла выразится следующей формулой:

$$F''(\theta, \lambda, t) = F_S''^{\tau_1\tau_2}(\theta, \lambda, t) + F_Q''^{\tau_3\tau_4}(\theta, \lambda, t) + F_0''(\theta, \lambda, t). \quad (3)$$

Эта формула на вид очень простая. На самом деле, с точки зрения физической, она является достаточно сложной ввиду того, что в первом и во втором членах в ее правой части эффект запаздывания описывается, вообще говоря, по-разному. В слагаемом $F_S''^{\tau_1\tau_2} \times \chi(\theta, \lambda, t)$ время меняется в интервале $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$, а в слагаемом $F_Q''^{\tau_3\tau_4}(\theta, \lambda, t)$ — в интервале $\tau_3 \leq t \leq \tau_4$.

Чтобы начать численные эксперименты по расчету и анализу функций асинхронного влияния $P(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$, а также по предвычислению аномалий неадиабатических притоков тепла с помощью формул (1) и (2), необходимо иметь некоторый архив данных наблюдений по программе «Разрезы». Так, например, если ограничиться двумя-тремя полигонами, расположенными в средних широтах, по-видимому, необходимо иметь архив указанных данных наблюдений как минимум за 5—6 лет.

Автор надеется, что указанные усовершенствования помогут повысить успешность долгосрочных прогнозов аномалий неадиабатических притоков тепла, а следовательно, и прогнозов отклонений от норм температуры воздуха и геопотенциала по сравнению с теми результатами, которые приведены в гл. 5—7.

Список основных обозначений

- a — средний радиус Земли
 c_p — удельная теплоемкость атмосферного воздуха при постоянном давлении
 c_{pw} — удельная теплоемкость морской воды при постоянном давлении
 g — ускорение свободного падения
 H — геопотенциал изобарической поверхности
 k и v — коэффициенты макротурбулентного обмена по горизонтали и вертикали соответственно
 M — перепад температуры между полюсом и экватором
 m и n — волновые числа по широте и долготе соответственно
 P — стандартное давление на уровне моря
 $P_n^m(\cos \theta)$ — присоединенный полином Лежандра
 p — атмосферное давление
 $\tilde{p}(z)$ и $\tilde{\rho}(z)$ — стандартные давление и плотность, зависящие от высоты
 Q_0 — турбулентный поток тепла от океана в атмосферу
 Q_a — количество теплоты, получаемое атмосферой от океана
 R — газовая постоянная
 Re — действительная часть комплексного числа
 S — общее количество облаков
 T — температура воздуха
 T_0 — температура воздуха на уровне моря
 T_s — температура поверхности океана
 T_w — температура воды, зависящая от глубины
 t — время
 V_0 — скорость ветра на уровне моря
 v_θ, v_λ, v_z — составляющие скорости по осям θ, λ и z соответственно
 z — вертикальная координата
 α — угловая скорость движения воздуха по отношению к Земле
 γ — вертикальный градиент температуры
 γ_a — сухоадиабатический градиент температуры
 γ_{pa} — псевдоадиабатический градиент температуры
 Δ — оператор Лапласа в сферических координатах
 ϵ — радиационный приток тепла
 $\theta = \pi/2 - \phi$ — дополнение широты
 λ — долгота места
 ρ — плотность атмосферного воздуха
 ρ_w — плотность морской воды
 ϕ — географическая широта
 χ — функция асинхронного влияния
 ψ — функция тока
 ω — угловая скорость вращения Земли

Список литературы

1. Бахвалов Н. С. Численные методы.— М.: Наука, 1975.
2. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 2.— М.: Физматгиз, 1959.— Гл. 10, с. 590—619.
3. Берлянд Т. Г., Строкина Л. А. Глобальное распределение общего количества облаков.— Л.: Гидрометеоздат, 1980.— 70 с.
4. Блинова Е. Н. Гидродинамическая теория волн давления, температурных волн и центров действия атмосферы.— ДАН СССР, 1943, т. 39, № 7, с. 284—287.
5. Блинова Е. Н. К вопросу об учете температурной трансформации воздуха при построении термогидродинамического прогноза метеорологических элементов.— Труды ЦИП, 1951, вып. 35, с. 37—45.
6. Блинова Е. Н. Об определении начальных полей давления и ветра по распределению температуры и вертикальных движений воздуха.— ДАН СССР, 1963, т. 149, № 4, с. 111—114.
7. Блинова Е. Н. Состояние и ближайшие задачи гидродинамической теории климата и долгосрочного прогноза погоды.— Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 1, с. 110—123.
8. Блинова Е. Н. К гидродинамической теории климата и долгосрочного прогноза погоды.— В кн.: Гидродинамический долгосрочный прогноз погоды.— М.: Наука, 1964, с. 5—18.
9. Блинова Е. Н. Решение нелинейной задачи о нестационарных атмосферных движениях планетарного масштаба.— ДАН СССР, 1968, т. 183, № 2, с. 323—325.
10. Блинова Е. Н. Таблицы значений индексов зональной циркуляции атмосферы на уровне различных изобарических поверхностей 1949—1975 гг.— Л.: Гидрометеоздат, 1978.— 80 с.
11. Блинова Е. Н. Развитие гидродинамической теории долгосрочного прогноза погоды.— В кн.: Пятьдесят лет Центру гидрометеорологических прогнозов. Сб. статей.— Л.: Гидрометеоздат, 1979, с. 61—66.
12. Борисенков Е. П., Борисова Л. Е. Уточненная физико-статистическая схема сверхдолгосрочного прогноза средних месячных аномалий температуры воздуха для северного полушария.— Труды ГГО, 1981, вып. 443, с. 3—11.
13. Борисенков Е. П. и др. О проблеме сверхдолгосрочных метеорологических прогнозов/Е. П. Борисенков, Т. В. Покровская, Е. В. Воробьева, Л. Е. Борисова.— В кн.: Труды Всесоюзного совещания «Гидрометеорологическая наука народному хозяйству Сибири» (Новосибирск, 18—20 июня 1979 г.).— Л.: Гидрометеоздат, 1982, с. 3—9.
14. Борисенков Е. П., Ефимова Л. К. Теоретическая оценка влияния перистой облачности и альbedo подстилающей поверхности на динамику антициклонов.— Труды ГГО, 1978, вып. 107, с. 101—111.
15. Булеев Н. И., Марчук Г. И. О динамике крупномасштабных атмосферных процессов.— Труды ИФА АН СССР, 1958, с. 66—104.
16. Васильев П. П. Центры действия атмосферы и полусферный прогноз метеорологических элементов на двух уровнях атмосферы.— Метеорология и гидрология, 1972, № 3, с. 33—43.
17. Введение в ПИГАП. Объединенный организационный комитет ВМО—МСНС (пер. с англ.). Сер. публикаций ПИГАП № 1, октябрь 1969, с. 60.
18. Вейль И. Г. О долгосрочном прогнозе с помощью спектральной нелинейной бароклинной модели атмосферы.— Труды ГМЦ, 1970, вып. 71, с. 24—58.
19. Вийн-Нильсен А. Предсказуемость и изменения климата, иллюстрированные с помощью системы низкого порядка.— В кн.: Теоретические основы прогноза погоды на средние сроки. Сб. пер. статей.— Л.: Гидрометеоздат, 1979, с. 105—117.
20. Добрышман Е. М. О прогнозе влажности.— Труды ЦИП, 1951, вып. 31, с. 86—101.
21. Дородницын А. А. Об одном методе численного решения некоторых задач аэрогидродинамики.— В кн.: Труды III Всесоюз. математического

съезда. Т. 2, 1956.

22. Задачи Ю. С. Ильяшенко по математической гидродинамике.— Успехи математических наук, 1982, т. 37, вып. 6(228), с. 271—273.

23. Задорожная Т. Н. Оценки корреляционных связей между полями аномалий облачности над океаном и аномалией температуры над континентом с двухмесячным интервалом осреднения.— Труды Гидрометцентра СССР, 1977, вып. 192.

24. Касахара А. (ред.). Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т. 2. Пер. с англ. Под ред. В. П. Садокова.— Л.: Гидрометеоздат, 1982.— 360 с.

25. Кибель И. А. Приложение к метеорологии уравнений механики бароклинной жидкости.— Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофизич., 1940, № 5, с. 627—638.

26. Кибель И. А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды.— М.: Гостехиздат, 1957.— 375 с.

27. Кочин Н. Е. Применение теории пограничного слоя к проблеме общей циркуляции атмосферы. Собр. сочинений, Т. 1, 1959.— М.; Л.: Изд-во АН СССР, с. 280—285.

28. Кочин Н. Е. Об упрощении уравнений гидромеханики для случая общей циркуляции атмосферы.— Труды ГГО, 1936, вып. 4, с. 21—45.

29. Кочин Н. Е. Построение модели зональной циркуляции атмосферы.— Труды ГГО, 1936, вып. 10, с. 3—26.

30. Курбаткин Г. П., Синяев В. Н., Янцен А. Г. Спектральная модель долгосрочного прогноза со среднеклиматическими ограничениями.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1973, т. 9, № 11, с. 1115—1127.

31. Курбаткин Г. П., Синяев В. Н., Янцен А. Г. Анализ прогнозов по спектральной модели со среднеклиматическими ограничениями.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1974, т. 10, № 1, с. 3—13.

32. Курбаткин Г. П., Синяев В. Н., Янцен А. Г. Диагностические исследования планетарных атмосферных волн на основе спектральной модели прогноза.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1976, т. 12, № 3, с. 235—243.

33. Ладыженская О. А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости.— М.: Наука, 1970.

34. Лоренц Э. Н. Предсказуемость климата.— В кн.: Физические основы теории климата и его моделирования. Труды Международной научной конференции, организованной ВМО и МСНС при поддержке программы ООН по окружающей среде. (Стокгольм, 29 июля—10 августа 1974 г.)— Л.: Гидрометеоздат, 1977, с. 137—141.

35. Лоренц Э. Н. Природа и теория общей циркуляции атмосферы. Пер. с англ.— Л.: Гидрометеоздат, 1970.— 259 с.

36. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана.— Л.: Гидрометеоздат, 1974.— 303 с.

37. Марчук Г. И. Физика атмосферы и океана и проблема прогноза погоды.— Метеорология и гидрология, 1976, № 10, с. 3—10.

38. Марчук Г. И., Скиба Ю. Н. Численный расчет сопряженной задачи для модели термического взаимодействия атмосферы с океанами и континентами.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1976, т. 12, № 5, с. 459—469.

39. Марчук Г. И. Гидродинамические модели в динамике атмосферы и океана. Проблемы современной гидрометеорологии. Сб. статей.— Л.: Гидрометеоздат, 1977, с. 8—45.

40. Марчук Г. И. Моделирование изменений климата и проблема долгосрочного прогноза погоды.— В кн.: Всемирная конференция по климату. Конференция экспертов—климат и человечество. Женева, февраль 1979. Расширенные тезисы докладов, представленных на конференции, с. 101—110.

41. Машкович С. А., Хейфец Я. М. К теории долгосрочного прогноза с учетом вертикальной стратификации атмосферы и турбулентного перемешивания.— Труды ЦИП, 1960, вып. 93.

42. Монин А. С. О физическом механизме долгосрочных изменений погоды.— Метеорология и гидрология, 1963, № 8, с. 43—46.
43. Монин А. С. Прогноз погоды как задача физики.— М.: Наука, 1969.— 184 с.
44. Мусаелян Г. Ш. О восстановлении поля H_{500} по данным метеорологических спутников в околополярных районах.— Межвузовский сборник «Авиационная и космическая метеорология», 1977, вып. 64, с. 53—61.
45. Мусаелян Ш. А., Хейфец Я. М. Опыт применения электронной вычислительной машины «Погода» для прогноза среднемесячной аномалии температуры воздуха.— Метеорология и гидрология, 1958, № 2, с. 3—9.
46. Мусаелян Ш. А. О природе некоторых сверхдлительных атмосферных процессов.— Л.: Гидрометеиздат, 1978.— 142 с.
47. Мусаелян Ш. А. О динамико-статистической параметризации тепловой памяти океана.— Метеорология и гидрология, 1980, № 3, с. 5—14.
48. Мусаелян Ш. А. Планетарные орографические волны в западном потоке.— В кн.: Вопросы динамической метеорологии. Сб. статей.— М.: Изд-во АН СССР, 1960, с. 21—54.
49. Мусаелян Ш. А. Решение некоторых обратных задач спутниковой метеорологии с помощью диагностического уравнения динамики атмосферы.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1967, т. 3, № 7, с. 676—687.
50. Мусаелян Ш. А., Тавадян А. Д., Штейнбок Д. Б. О динамико-статистической параметризации процесса теплового воздействия океана на атмосферу.— Метеорология и гидрология, 1981, № 10, с. 11—18.
51. Мусаелян Ш. А., Тавадян А. Д., Штейнбок Д. Б. Моделирование некоторых долгопериодных атмосферных процессов.— Метеорология и гидрология, 1983, № 3, с. 18—27.
52. Мусаелян Ш. А. Проблема предсказуемости атмосферы и некоторые вопросы гидродинамической теории долгосрочного прогноза погоды.— Метеорология и гидрология, 1983, № 7, с. 5—14.
53. Мусаелян Ш. А., Апрашева Н. О. О совместном использовании данных наблюдений со спутников и редкой сети аэрологических станций для восстановления полей метеорологических элементов.— Труды ГМИ СССР, 1963, вып. 306, с. 93—99.
54. Мусаелян Ш. А., Угрюмов А. И., Задорожная Т. Н. Об асинхронных связях между аномалиями облачности над океаном и аномалиями температуры воздуха на континенте.— Труды Гидрометцентра СССР, 1976, вып. 177, с. 41—59.
55. Обухов А. М. О геострофическом ветре.— Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1949, т. 13, № 4.— 281 с.
56. Обухов А. М. Погода и крупномасштабная турбулентность.— В кн.: Труды V Всесоюзного метеорологического съезда. Т. 2.— Л.: Гидрометеиздат, 1972, с. 3—7.
57. Обухов А. М. О точности предвычисления адвективных изменений полей при численном прогнозе погоды.— Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1957, № 9, с. 1133—1141.
58. Олейник О. А., Шубин М. А. Международная конференция выпускников механико-математического факультета МГУ по теме «Дифференциальные уравнения и их приложения».— Успехи математических наук, 1982, т. 37, вып. 6 (228), с. 261—285.
59. Пененко В. В. Методы численного моделирования атмосферных процессов.— Л.: Гидрометеиздат, 1981.— 352 с.
60. Петросьянц М. А. О работе международной экспедиции ТРОПЭКС-74 в международном атлантическом тропическом эксперименте (АТЭП) 28 июня—19 сентября 1974 г.— В кн.: ТРОПЭКС-74. Труды межведомственной экспедиции по программе международного атлантического тропического эксперимента. Т. 1, Атмосфера.— Л.: Гидрометеиздат, 1976, с. 6—79.
61. Садоков В. П., Штейнбок Д. Б. К расчету аномалии температуры тропосферы методом сопряженных уравнений с использованием данных об облачности.— Труды ГМИ СССР, 1980, вып. 222, с. 3—7.
62. Скиба Ю. Н. Расчет сопряженной функции для одной задачи тепло-

вого взаимодействия атмосферы с океаном и почвой.—Труды ГМЦ СССР, вып. 204, 1978, с. 9—21.

63. Спар Дж. Влажноадиабатическая модель для изучения циклогенеза с осреднением по вертикали. Пер. с англ.—В кн.: Труды Токийского симпозиума по численным методам прогноза погоды.—Л.: Гидрометеиздат, 1967, с. 155—184.

64. Тавадян А. Д. Расчет функций асинхронного влияния с целью параметризации источников тепла в системе океан—атмосфера. Рукопись деп. в ИЦ ВНИИГМИ—МЦД, № 96, гмд-81, 1981.—7 с.

65. Тросников И. В. Модель общей циркуляции атмосферы Гидрометцентра СССР.—Метеорология и гидрология, 1980, № 11, с. 16—26.

66. Черный Г. Г. Гидродинамика математические задачи.—В кн.: Математическая энциклопедия. Т. 1.—М.: Советская энциклопедия, 1977.

67. Штейнбок Д. Б. Об изучении формирования поля температуры тропосферы методом сопряженных уравнений.—Метеорология и гидрология, 1979, № 3, с. 38—43.

68. Штейнбок Д. Б. Применение сопряженных уравнений для изучения формирования и расчета аномалии средней температуры тропосферы. Автореф. дис. на соискание учен. степени канд. физ.-мат. наук.—М., 1979, с. 20.

69. Шулейкин В. В. Физика моря.—М.: Наука, 1968.—Гл. 5, с. 500—678.

70. Adem J. On the physical basis for the numerical prediction of monthly and seasonal temperatures in the troposphere—ocean—continent system.—Mon. Wea. Rev., 1964, v. 92, N 3.

71. Baumhefner D., Downey P. Forecast intercomparisons between large-scale numerical weather prediction models.—Ann. meteorologie (Neue Folge), 1976, v. 11, p. 205—208.

72. Bjerknes V. Dynamic meteorology and hydrography. Pt. 1. 1910.—146 p.

73. Bjerknes V. Dynamic meteorology and hydrography. Pt. 2, Braunschweig, 1913.—172 p.

74. Blackmon M. L., Lau N.-Ch. Regional characteristics of the Northern hemisphere wintertime circulation: a comparison of the simulation of a GFDL general circulation model with observations.—J. Atmos. Sci., 1980, v. 37, N 3, p. 497—514.

75. Blinova E. N. Long-range forecasting. Pt. 2. of Hydrodynamical methods of short- and long-range weather forecasting in the USSR.—Tellus, 1957, v. 9, N 4, p. 453—463.

76. Blinova E. N. Hydrodynamical long-range weather forecasting in the USSR.—WMO Technical Note N 66, 1965, p. 63—75.

77. Charney J. G. Dynamics of deserts and drought in the Sahel.—Quart. J. Roy. Met. Soc., 1975, v. 101, p. 193—202.

78. Charney J. G., DeVore J. G. Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking.—J. Atmos. Sci., 1979, v. 36, p. 1205—1216.

79. Charney J. G. et al. The feasibility of a global observation and analysis experiment/J. G. Charney, R. G. Fleagle, V. E. Lally et al.—Bull. Amer. Meteorol. Soc., 1966, v. 47, p. 200—220.

80. Daley R. On the optimal specification of the initial state for deterministic forecasting.—Mon. Wea. Rev., 1980, v. 108, p. 1719—1735.

81. Daley R. Predictability experiments with a baroclinic model.—Atmos. Ocean, 1981, v. 19, N 2, p. 77—89.

82. Druyvan L. M., Somerville R. C. J., Quirk W. J. Extended-range forecasts with the GISS model of the global atmosphere.—Mon. Wea. Rev., 1975, v. 103, p. 779—795.

83. Everson P. J., Perfect J. On determination of the predictability of a four-level geostrophic model using the effect of grid point numerical errors.—Tellus, 1977, v. 29, N 6, p. 588—592.

84. Haurwitz B. The motion of atmospheric disturbances on the spherical earth.—J. Mar. Res., 1940, v. 3, N 3, p. 254—267.

85. Hollingsworth A. et al. The performance of a medium-range forecast

model in winter. Impact of physical parameterizations/A. Hollingsworth, K. Arpe, M. Tiedtke e. a.—*Mon. Wea. Rev.*, 1980, v. 108, N 11, p. 1736—1773.

86. Kikuchi Y. Numerical simulation of the blocking process.—*J. Meteor. Soc. Japan*, 1969, v. 47, p. 29—54.

87. Kikuchi Y. The influence of orography and land-sea distribution on winter circulation.—*Papers in Meteor. and Geophys.*, 1979, v. 30, p. 1—32.

88. Knighting E. Some computations of the variations of vertical velocity with pressure on a synoptic scale.—*Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 1960, 86, N 369.

89. Kontarev G. R. The adjoint equation technique applied to meteorological problems.—ECMRWF, Technical Report N 21, 1980.

90. Kutzbach J. E. Large-scale futures of monthly mean Northern hemisphere anomaly maps of sea level pressure.—*Mon. Wea. Rev.*, 1970, v. 98, 708—716.

91. Leith C. E. Numerical simulation of the Earth's atmosphere.—*Methods in computational physics*, 1965, v. 4, p. 1—28.

92. Leith C. E. Atmospheric predictability and two-dimensional turbulence.—*J. Atmos. Sci.*, 1971, v. 28, p. 145—161.

93. Leith C. E. Spectral statistical-dynamical forecast experiments.—In: Report of the International Symposium on Spectral Methods in Numerical Weather Prediction.—Copenhagen. GARP Working Group on Numerical Experimentation, Report, 1974, N 7, p. 445—467.

94. Leith C. E. Numerical weather prediction.—*Rev. Geophys. Space Phys.*, 1975, v. 13, p. 681—684.

95. Leith C. E. Statistical-dynamical forecasting methods. NCAR Summer Colloquium, 1976.

96. Lorenz E. N. The predictability of hydrodynamic flow.—*Trans. New York Acad. Sci., Ser. 2*, 1963, v. 25, p. 409—432.

97. Lorenz E. N. The problem of deducing the climate from the governing equations.—*Tellus*, v. 16, N 1, 1964, p. 1—11.

98. Lorenz E. N. A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model.—*Tellus*, 1965, v. 17, p. 321—333.

99. Lorenz E. N. Climatic determinism.—*Meteor. Monographs*, 1968, v. 8, N 30, p. 1—3.

100. Lorenz E. Three approaches to atmospheric predictability.—*Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 1969, v. 5, p. 345—349.

101. Lorenz E. The predictability of a flow which possesses many scales of motion.—*Tellus*, 1969, v. 21, p. 284—307.

102. Lorenz E. On the existence of extended range predictability.—*J. Appl. Meteorol.*, 1973, v. 12, p. 543—546.

103. Lorenz E. Limitation on weather prediction.—In: *Weather Forecast and Weather Forecasts: Models, Syst. and Users. V. 1.* Boulder, Colo., 1976, p. 214—218.

104. Lorenz E. N. Atmospheric predictability experiments with a large numerical model.—*Tellus* (1982), v. 34, 505—513.

105. Manabe S., Smagorinsky J., Strickler R. F. Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle.—*Mon. Wea. Rev.*, 1965, v. 97, p. 769—798.

106. Marchuk G. I. Formulation of the theory of perturbations for complicated models. Part 1: The estimation of the climate change.—*Geofisica Internazionale*, 1975, v. 15, N 2, p. 103—156.

107. Marchuk G. I. Formulation of the theory of perturbations for complicated models. Part 2: Weather prediction.—*Geofis. Intern.*, 1975, v. 15, N 3, p. 169—183.

108. Mintz J. Very long-term global integration of the primitive equations of atmospheric motion.—In: WMO Technical Note N 66. WMO—IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-Range Forecasting. Boulder, Colo., 1964, Geneva, 1965, p. 141—167.

109. Miyakoda K. e. a. Cumulative results of extended forecast experiments. I. Model performance for winter cases/K. Miyakoda, G. D. Hembree, R. F. Strickler, J. Shulman.—*Mon. Wea. Rev.*, 1972, v. 100, p. 836—855.

110. Miyakoda K. Weather forecasts and effect of the sub-grid scale pro-

cesses.—In: Seminars on Scientific Foundation of Medium-Range Weather Forecasts. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. Reading, England, 1975, 1—12 September, p. 380—593.

111. Miyakoda K. e. a. Experimental extended predictions with a nine-level hemisphere model/K. Miyakoda, J. Smagorinsky, R. F. Strickler, G. D. Hembree.—*Mon. Wea. Rev.*, 1969, v. 97, p. 1—76.

112. Miyakoda K. e. a. Simulation of a blocking events in January 1977/K. Miyakoda, T. Gardon, R. Caverly e. a.—*J. Atm. Sci.*, v. 38, 1981.

113. Musaelyan Sh. A. Use of satellite derived data in parameterization of heat influence of the ocean on the atmosphere.—In: (COSPAR) Remote sounding of the atmosphere from space/Ed. by H. J. Bolle. Pergamon Press, Oxford and New York, 1979, p. 63—67.

114. Neumann J. Some remarks on the problem of forecasting climate fluctuations. Dynamics of climate.—In: The Proceedings of the Conference on the Application of Numerical Integration Techniques to the Problem of the General Circulation, held October 26—28, 1955.—Oxford; London; New York; Paris: Pergamon Press, 1955, p. 9—11.

115. Oboukhov A. M. Weather and turbulence. Presidential address to IAMP, XIV General Assembly of IUGG, Lucerne, Switzerland, 1967.

116. Phillips N. A. The general circulation of the atmosphere: a numerical experiment.—*Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 1956, v. 82, p. 123—164. (Теория климата. Пер. с англ.—Л.: Гидрометеиздат, 1967).

117. Richardson L. F. Weather prediction by numerical process.—New York: Dover Publ., 1965.—236 p.

118. Robert A. Sensitivity experiments for the development of NWP models.—In: Proceedings of the (Eleventh) Standard Seminar, Publication in Meteorology N 114, McGill University, Montreal, Canada, 1976, p. 68—81.

119. Rossby C. G. Relation between variations in the intensity of zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semipermanent centers of action.—*J. Mar. Res.*, 1939, v. 2, N 1, p. 38—54.

120. Sasamory T., Joungblät C. E. Nonlinear effects of transient and stationary eddies on the winter mean circulation. Part 2. The stability of stationary waves.—*J. Atmos. Sci.*, 1981, v. 38, N 1, p. 87—96.

121. Sheu J.-T. P., Smith P. J. A kinetic energy climatology of flow regimes associated with 500 mb waves over North America in winter and spring.—*Mon. Wea. Rev.*, 1981, v. 109, N 9, p. 1862—1878.

122. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations. I. The basis experiment.—*Mon. Wea. Rev.*, 1963, v. 91, p. 99—164.

123. Smagorinsky J. Problems and promises of deterministic extended range forecasting.—*Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 1969, v. 50, p. 286—311.

124. Somerville R. C. J. Metapredictability.—In: Weather forecast and weather forecasts: models, syst. and users. V. 2. Boulder, Colo., 1976, p. 682—696.

125. Somerville R. C. J. The role of the upper ocean in large-scale numerical prediction of the atmosphere.—In: Modelling and prediction of the upper layers of the ocean, Oxford; New York: Pergamon Press, 1977, p. 31—37.

126. Somerville R. C. J. Sensitivity of large-scale numerical weather forecasts to deficiencies in models.—*Ann. Meteor. (NF)*, 1976, v. 11, p. 266—268.

127. Somerville R. C. J. The GISS model of the global atmosphere/R. G. J. Somerville, P. H. Stone, M. Halem e. a.—*J. Atmos. Sci.*, 1974, v. 31, p. 84—117.

128. Temam R. Proceedings of the Conference on theoretical and numerical methods in turbulence theory (Orsay, 1975)—*Lect. Notes*, 1976.—565 p.

129. Thompson P. D. Uncertainty of initial state as a factor in the predictability of large-scale atmospheric flow patterns.—*Tellus*, 1957, v. 9, p. 275—295.

130. Tiedtke M. Parameterization of subgrid scale processes/M. Tiedtke, J.-F. Geleyn, A. Hollingsworth e. a.—*Tech. Rep. N 10, ECMWF*, 1979.

131. Williamson D. L. Observing systems simulation experiments performed at NCAR.—In: Proceedings of the (Tenth) Stanstead Seminar, Publication in Meteorology N 111, McGill University, Montreal, Canada, 1973, p. 65—69.

132. World Meteorological Organization. Report of the informal meeting of experts on long-range forecasting, Geneva, 1—5 September, 1980.

Предметный указатель

- Азорский максимум 9
Алеутский минимум 9
Аномалия метеорологического элемента 3
— неадиабатических притоков тепла 14
— температуры воздуха 10
Ашвеллинг 19
Асимптотическое состояние атмосферы 31
Асинхронная связь 79, 83
Атмосферные движения 15, 16
Аэрологические наблюдения 8
- Бароклинность 10
- Взаимодействие океана и атмосферы 11
Вклад начальных данных 4, 15, 32, 40, 41, 139
— неадиабатических притоков тепла 15, 40, 41, 139
Внешние по отношению к атмосфере источники энергии 4
Временная экстраполяция 16
«Время жизни» решения 69
Всемирная метеорологическая организация (ВМО) 4
Выборка обучающая 101—106
— экзаменационная 101
Высокочастотные составляющие начального поля 26
- Генерирующий фактор 33
Геопотенциал изобарической поверхности 14, 165, 169
Гидродинамический прогноз погоды 4
Горизонтальная адвекция 14, 15, 64
- Детерминистская предсказуемость состояния атмосферы 4, 14, 45, 148
Диагностическое уравнение динамики атмосферы 14, 151, 157
Динамика крупномасштабных атмосферных процессов 9
Динамико-статистический подход 12, 97
Диссипирующий фактор 33
Долгосрочный прогноз аномалий метеорологического элемента 3, 14, 120, 121, 149
— — — неадиабатических притоков тепла 12, 114, 119
— — погоды 3, 4, 11, 14, 15
- Заблаговременность прогноза 3, 14
Задача долгосрочного прогноза основная 121
— сопряженная 131
Закон гиперболического тангенса 60
Зональная циркуляция атмосферы 9, 88, 89
- «Идентичные близнецы» 52
Индекс зональной циркуляции атмосферы 24, 135
Исландский минимум 9
- Канадский максимум 9
Классификация атмосферных движений 16
— прогноз метеорологических полей 29—30, 41—45
Классическая постановка проблемы прогноза погоды 13
Климатическая норма 3
— облачность 95
Колесательный процесс 24
- Короткопериодные колебания климата 3, 16, 32, 46
Краткосрочный прогноз климата 3
— погоды 3, 8, 10, 12, 15, 16
Крупномасштабный атмосферный процесс 4, 8
- «Линзы воды» 19
Логарифмический декремент затухания 24
Лучистая энергия Солнца 79
- Макротурбулентный обмен по горизонтали 10, 22
Международный совет научных союзов (МСНС) 4
Метапредсказуемость 52
Метеорологический прогноз 3
— элемент 3
Метод Блиновой 9
— интегральных соотношений Дородницы-на 158
— Марчука 11
— Филлипса 10
Меридиональная циркуляция атмосферы 88
Мировой океан 94
Многолетнее значение метеорологического элемента 3
Модель общей циркуляции атмосферы 4, 11, 45
— со сферической геометрией 9
— Лаборатории геофизической гидродинамики 53—54
— Европейского центра прогноза на средние сроки 53—54
— долгосрочного прогноза 164
- Натурный эксперимент 10
Неадиабатические факторы 10, 16
Неустойчивость решения 49
Низкочастотные составляющие начального поля 26
- Облачность 12
Орографические воздействия 34, 163—164
- Параметризация основных физических процессов 10
Предел предсказуемости атмосферы 4, 47—48, 53—54, 148
Присоединенный полином Лежандра 126, 135
Проблема единственности решения 68—70
— коллапса 70—72
— предсказуемости атмосферы 4, 45
— существования решения 68—70
Прогноз барического поля 3
— колебаний климата 3
— погоды 3
— погоды на средние сроки 3, 10, 16
— распределения количества осадков 3
— температурного поля 3
Программа «Разрезы» 11, 173
Простейшее уравнение для ошибки 61
Пятнистость полей притоков тепла 33
Разность температур вода—воздух 18
Рост ошибок начальных данных 50—52, 59
Сезонный прогноз погоды 11
Сибирский максимум 9
Система Земля—атмосфера 15
— океан—атмосфера 24
«Совершенная модель» 52
Сопряженные уравнения гидротермодинамики 11, 131, 137

Температура воздуха 3, 10
— воды на поверхности моря 18, 19
— морской воды 19
Температурное поле 3
Тепловое воздействие океана на атмосферу 21
Теплосодержание деятельного слоя океана 37
Теплофизические характеристики подстилающей поверхности 10
Тихоокеанский максимум 9

Уравнение гидродинамики 8, 148
— притока тепла 10, 16, 148
Условие баланса потоков тепла на поверхности Земли 10
Успешность прогноза 45

Феноменологическая трактовка проблемы взаимодействия атмосферы и океана 79

Физический механизм 10, 27
Фундаментальное свойство уравнений гидродинамики 148
Функция асинхронного влияния 98—99, 101, 106—113, 173
— сопряженная для температуры 132
— сферическая 135, 158, 168
— тока 9, 14, 152—164

«Холодные бассейны» 19

Центры действия атмосферы 9

Численные эксперименты 12, 128, 137
Чувствительность прогностической модели 143

Энергоактивные зоны Мирового океана 11

Оглавление

Предисловие научного редактора	3
Предисловие	5
Глава 1. Состояние и некоторые перспективы проблемы гидродинамического долгосрочного прогноза погоды (кратко)	8
Глава 2. Оценка вкладов начальных данных, неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции	15
2.1. Уравнение первого начала термодинамики (17). 2.2. Линеаризация уравнения притока тепла. Оценка вкладов начальных данных и постоянных во времени притоков тепла (20). 2.3. Исследование вкладов линейно меняющихся во времени неадиабатических притоков тепла и горизонтальной адвекции (27). 2.4. Оценка вкладов начальных данных и неадиабатических притоков тепла методом пошагового интегрирования (36). 2.5. О классификации прогнозов полей метеорологических элементов (41)	
Глава 3. О проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы	45
3.1. Краткий обзор исследований по проблеме детерминистской предсказуемости состояния атмосферы (47). 3.2. Простейшее уравнение для ошибок и качественный анализ его решения (61). 3.3. Построение решения простейшего уравнения для ошибок методом пошагового интегрирования (65). 3.4. Проблема детерминистской предсказуемости атмосферы как проблема существования и единственности решения дифференциальных уравнений (67)	
Глава 4. О некоторых фундаментальных свойствах процессов, происходящих в системе океан—атмосфера	78
4.1. Об асинхронных связях между облачным покровом океана и температурным полем атмосферы (79). 4.2. Дополнительные факты об асинхронных связях (84)	
Глава 5. Долгосрочный прогноз аномалий неадиабатических притоков тепла (феноменологические аспекты проблемы)	94
5.1. Динамико-статистический метод долгосрочного прогноза аномалий неадиабатических притоков тепла (97). 5.2. Схема расчета функций асинхронного влияния и $F_0''(\theta, \lambda, t)$ (102). 5.3. Примеры расчета функций $\chi(\theta, \lambda, t; \theta', \lambda', t')$ и $F_0''^{\eta}(\theta, \lambda, t)$. Пространственно-временные структуры функций асинхронного влияния (106). 5.4. Численные эксперименты по долгосрочному прогнозу аномалий неадиабатических притоков тепла (114)	
Глава 6. Долгосрочный прогноз полей крупномасштабных аномалий температуры воздуха	120
6.1. Основная задача долгосрочного прогноза аномалии температуры воздуха (121). 6.2. Результаты численных экспериментов, выполненных на базе основной задачи (128). 6.3. Сопряженная задача долгосрочного прогноза аномалии температуры воздуха (131). 6.4. Результаты численных экспериментов, выполненных на базе сопряженной задачи (137). 6.5. Экспериментальная оценка вкладов начальных данных и неадиабатических притоков тепла (139). 6.6. Исследование чувствительности прогностической модели к точности предвычисляемых полей аномалий неадиабатических притоков тепла (143)	
Глава 7. Новая постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей	147
7.1. Постановка проблемы долгосрочного прогноза метеорологических полей на основе диагностического уравнения динамики атмосферы (151). 7.2. Приближенное решение задачи долгосрочного прогноза метеорологических полей на базе интегрирования линеаризованного диагностического уравнения динамики атмосферы (156). 7.3. Линейная модель долгосрочного прогноза аномалии геопотенциала изобарической поверхности 500 гПа (164)	
Заключение	171
Список основных обозначений	175
Список литературы	176
Предметный указатель	182