

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ
(межвузовский)

342863

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
имени М. И. КАЛИНИНА

ЛЕНИНГРАД
1987

УДК 551.509.3

Метеорологические прогнозы. Сборник научных трудов. Л., изд. ЛПИ, 1987, вып. 97, 148 с. (ЛГМИ).

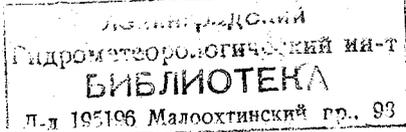
В сборник помещены статьи, посвященные вопросам статистической интерпретации результатов численных прогнозов некоторых метеорологических величин, а также совершенствования различных блоков численных прогностических схем. Рассматриваются новые подходы к оценке эффективности использования метеорологической информации в народном хозяйстве. Приводятся результаты исследований макромасштабных полей облачности и макросиноптических процессов. Описывается новая схема долгосрочного прогноза температуры и осадков для территории МНР. Приводятся новые результаты оценок влияния внешних сил, орографии и широтного эффекта на структуру воздушных течений и синоптические процессы.

Сборник рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов вузов гидрометеорологического профиля, а также специалистов в области метеорологических прогнозов.

Ил. 36. Табл. 26. Библ. 126.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

проф. *В. И. ВОРОБЬЕВ*, ответственный редактор (ЛГМИ),
ст. научн. сотр. *А. В. ДИКИНИС*, ответственный секретарь (ЛГМИ),
проф. *В. А. АРХАНГЕЛЬСКИЙ* (СГУ),
проф. *П. Н. БЕЛОВ* (МГУ), проф. *Е. П. БОРИСЕНКОВ* (ТГО),
проф. *К. В. КОНДРАТОВИЧ* (ЛГМИ), проф. *Б. Д. ПАНИН* (ЛГМИ).



Введение

В сборнике излагаются новые результаты научных исследований сотрудников Ленинградского гидрометеорологического института и других высших учебных заведений страны, посвященные вопросам анализа и прогноза метеорологических полей и синоптических процессов.

В настоящее время разработаны методы гидродинамических прогнозов только некоторых метеорологических величин, что делает актуальными использование их ограниченных результатов для прогноза всего комплекса погодных характеристик. Частичному решению этой задачи посвящены первые две статьи сборника.

В следующих двух статьях рассматриваются вопросы повышения эффективности использования прогностической информации при метеообеспечении народного хозяйства.

Последующие статьи посвящены совершенствованию различных блоков численных прогностических схем и рациональному использованию исходной метеоинформации в таких схемах. Результаты этих исследований направлены на повышение качества численных прогнозов погодных характеристик.

В нескольких статьях излагаются результаты исследований макромасштабных полей облачности и макросиноптических процессов. В отдельной статье описывается новый синоптико-статистический метод долгосрочного прогноза температуры и осадков по территории МНР.

В конце сборника имеется несколько статей, в которых рассматриваются новые аспекты влияния внешних сил, орографии и широтного эффекта на структуру воздушных течений и синоптические процессы.

Результаты научных исследований, представляющие содержание сборника, подлежат внедрению в учебный процесс, в работу оперативных подразделений и научных учреждений Государственного комитета СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды, а также могут служить основой для продолжений научных исследований по тематике сборника в вузах гидрометеорологического профиля.

Сборник трудов сформирован из статей, посвященных проблеме «Исследование циркуляции атмосферы с целью разработки

физических основ методов прогноза погоды» Координационного плана Минвуза СССР на 1986—1990 гг.

По тематике сборника депонирована ЛГМИ статья О. А. Вознюк, Л. О. Нееловой, И. В. Царицына «Параметризация альbedo подстилающей поверхности в численных моделях», деп. в ВИНТИ № 8110—1986.

Кроме того, ряд статей помещен в депонированном ЛГМИ межвузовском сборнике «Авиационная и космическая метеорология», деп. в ВИНТИ № 825—84:

П. Д. Астапенко, А. Н. Мошников. О методике использования прогностической информации в вероятностной форме при метеорологическом обеспечении полетов.

Б. Д. Панин, Чан Ган Тьян. Параметризация мощных кучево-образных облаков в численной модели прогноза погоды.

В. И. Воробьев, Т. Бойлиль. Синоптико-статистические характеристики облачного покрова Западной Африки по спутниковым данным.

В. С. Ершова, В. И. Киселев, С. И. Мазовер. Исследование эффективности использования метеорологической информации при обеспечении полетов.

Ю. П. Переведенцев, В. В. Гурьянов. Об изменчивости характеристик ветра и температуры в средней атмосфере и взаимосвязи между слоями.

А. А. Макоско, Л. О. Неелова. Об эффективности различных методов задания боковых граничных условий в численном прогнозе погоды для ограниченной территории.

Н. Г. Николаев, П. В. Сильверстов. Сдвиг ветра в районе аэродрома и возможности его моделирования.

Р. П. РЕПИНСКАЯ (ЛГМИ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОГНОЗОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРИЗЕМНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА И ЕЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

В последнее десятилетие интенсивно разрабатываются вопросы использования результатов гидродинамических прогнозов крупномасштабных полей основных метеовеличин при предвычислении характеристик локальной погоды. Это связано с тем, что в распоряжение синоптика поступает большое число прогностических карт, получаемых с помощью различных гидродинамических моделей, нередко существенно отличающихся при одних и тех же исходных синоптических ситуациях. Причем, как отмечал В. А. Бугаев [2], имеет место тенденция к увеличению таких материалов. В частности, по разработанным моделям в ГМЦ СССР ежедневно рассчитываются около 60 прогностических карт геопотенциальных высот основных изобарических поверхностей, вертикальных токов и траекторий воздушных частиц и на основе этой информации выдаются численные прогнозы с периодом упреждения до 72 ч. В связи с этим возникает ряд важных вопросов: каким прогностическим картам и в каких синоптических ситуациях следует отдавать предпочтение и как наиболее эффективно использовать в оперативной практике такие карты при принятии синоптиком окончательного решения о будущей погоде?

В настоящее время в различных странах используется большое число методик выбора схемы будущего развития атмосферных процессов на основе результатов гидродинамических моделей [15, 17, 19, 22]. Первым этапом на пути субъективной (синоптической) и объективной (статистической) интерпретаций продукции гидродинамических моделей стоит задача выбора модели, наиболее адекватной реальным условиям. Выбор такой модели может быть осуществлен на основе детальной оценки качества гидродинамических прогнозов с помощью комплекса статистических критериев для различных участков спектра атмосферных движений, который может быть представлен коэффициентами разложения совокупности случайных полей давления по априори заданным или эмпирическим ортогональным функциям. Такие оценки должны быть получены для определенных типов начального состоя-

ния атмосферы и, по-видимому, с учетом генетических цепочек их развития в будущем. Далее, в тех случаях, когда это необходимо, на отдельных участках спектра атмосферных движений, ответственных за погоду, должна осуществляться коррекция результатов гидродинамической модели методом корреляции гармоник. Иными словами, необходимо выявить те исходные состояния атмосферы, для которых применение процедуры статистической коррекции к результатам модели приводит к ухудшению качества гидродинамических прогнозов. Принятие решения о коррекции должно базироваться на байесовском правиле. Не исключена, однако, возможность использования результатов разных моделей для различных участков спектра атмосферных движений. Прогностические карты, откорректированные для лучшей базовой модели, должны поступать в распоряжение синоптика. Такой подход повысит доверие синоптика к результатам гидродинамической модели и облегчит ему принятие окончательного решения относительно схемы будущего развития крупномасштабных атмосферных процессов и характера локальной погоды, так как в этом случае он будет располагать определенным числом альтернативных обликов атмосферы: собственным прогнозом синоптического положения, полученным на основе рекомендаций и решающих правил синоптической метеорологии; откорректированным крупномасштабным гидродинамическим прогнозом по лучшей для данной исходной ситуации модели; инерционным прогнозом; прогнозом по аналогии (с учетом множества возможных откликов атмосферы на некоторое начальное состояние). Поскольку синоптик должен синтезировать из предпочтительных, с его точки зрения, альтернативных обликов атмосферы такой облик, который отвечает его опыту, интуиции и эрудиции и, кроме того, обеспечивает наилучшие оценки качества прогноза, полученные в аналогичных ситуациях в прошлом, то он выступает как «фильтр», который принимает либо отвергает различные части информационной системы в условиях неопределенности. Следовательно, среди актуальных задач дальнейших научных исследований в области гидродинамических прогнозов любой заблаговременности должна стоять и задача вооружения синоптика совокупностью оптимальных решающих правил, облегчающих ему принятие решения при использовании результатов математических моделей в оперативной практике.

На этапе статистической интерпретации результатов гидродинамических моделей в терминах локальной погоды решающая роль должна отводиться следующим аспектам: полноте описания начального состояния атмосферы совокупностью потенциальных предикторов, рассчитываемых на выходе модели; всестороннему учету местных физико-географических особенностей; привлечению наиболее рациональной процедуры отбора информативных предикторов из виртуального перечня.

Существуют две концепции синтеза гидродинамических и статистических методов с целью предвычисления элементов локальной погоды [19]: метод обучающих статистик результатов гидро-

динамической модели и метод обучающих статистик идеального прогноза. Первая концепция обеспечивает более высокие оценки предиктантов [20] и поэтому широко используется в национальных службах погоды многих стран. В последние годы в нашей стране уделяется большое внимание разработке и внедрению схем статистической интерпретации продукции гидродинамических моделей [16]. В ряде оперативных схем прогноза в той или иной мере используются результаты моделей. Так, в ГМЦ СССР составляются синоптико-статистико-гидродинамические прогнозы пятидневных сумм осадков и средней на 3—10 дней температуры воздуха [7]. По методике А. И. Снитковского [13, 14] для Москвы и области на 1—3 сут. прогнозируются обложные осадки, экстремальные температуры воздуха и ветер у земли. Статистической интерпретации подвергаются: прогнозируемые синоптиками поля приземного давления и поля геопотенциала и вертикальных токов, получаемые на выходе квазигеострофической модели С. Л. Белюсова. Привлекается также большой объем синоптической информации в начальной и конечной точках траекторий воздушных частиц. П. П. Васильев [3] разработал методику среднесрочного прогноза температуры воздуха на основе статистической интерпретации прогностических полей OT_{1000}^{850} , OT_{1000}^{500} и H_{500} , получаемых по схеме ОЦА ГМЦ СССР, и среднесрочных прогнозов ЕЦ и НМЦ США, поступающих в коде «ГРИД». В ЛГМИ также ведутся разработки по статистической интерпретации продукции оперативных гидродинамических моделей ГГО и ГМЦ СССР в терминах приземного ветра, давления, общего количества неконвективной облачности и ее нижней границы [4, 9, 10, 11, 16], а также температуры воздуха и ее экстремальных значений. Основные трудности, с которыми приходится сталкиваться при этом, по-прежнему сводятся к отсутствию гидродинамических схем, обеспечивающих надежный прогноз распределения метеовеличин в пограничном слое атмосферы (ПСА), и достаточно представительных архивов продукции действующих моделей.

В данной работе рассматриваются результаты суточного прогноза температуры воздуха у земли (T) и ее экстремальных значений (T_{\min} , T_{\max}) для Ленинграда, Великих Лук, Пскова и Смоленска на выходе малопараметрической квазигеострофической модели ГГО [6]. Напомним, что основной особенностью этой модели является привлечение дополнительной информации — трехчасовых барических тенденций, — позволившее существенно повысить качество прогнозов полей давления у земли и на нижних тропосферных уровнях и даже несколько превзойти успешность синоптических прогнозов. По нашим оценкам [11], модель ГГО обеспечивает практически равноценные с моделью ГМЦ СССР «Синтез» прогнозы во всех синоптических ситуациях, за исключением случаев большой фактической изменчивости полей приземного давления.

Анализ имеющихся данных по объективным прогнозам экстремальных температур [16, 18, 20, 21] показывает, что названные

выше две концепции использования результатов гидродинамических моделей в оперативной практике позволяют превзойти возможности синоптика. Характерно, что чем больше заблаговременность объективных прогнозов, тем выше их качество по сравнению с синоптическими прогнозами. По А. И. Снитковскому [14], средние абсолютные ошибки δ оценок T_{\min} для Москвы и области равны $1,8^\circ$ и $2,4^\circ$, что соответствует средним ошибкам для континентальной части США (по В. Клейну [20, 21], $\delta = 2,3^\circ$) и заметно выше $\delta = 3^\circ$, полученной А. Н. Багровым [1] в рамках гидродинамической модели для узлов сеточной области.

Продукцией используемой нами базовой модели является прогноз приземного давления P и геопотенциальных высот изобарических поверхностей 1000, 850, 700, 500, 300 и 200 гПа и изобарической вертикальной скорости ω . Вначале в схемах объективного прогноза экстремальных температур воздуха нами привлекались лишь первичные (нетрансформированные) предикторы, получаемые на выходе модели и задававшиеся в пункте прогноза и в близлежащих узлах сеточной области модели. Идея этих экспериментов заключалась в том, чтобы точнее учесть локальные изменения температуры воздуха за счет циркуляционных особенностей у подстилающей поверхности и на верхней границе ПСА путем анализа на информативность характеристик барического поля по области и выяснить, целесообразно ли составлять уравнения регрессии для различных синоптических ситуаций, как это сделано в работе [13]. При решении задачи прогноза экстремальных температур воздуха важность учета компонент вектора скорости ветра в ПСА, наряду с температурными и влажностными характеристиками, подтверждается работами зарубежных метеорологов [18, 20, 21]. В частности, во Франции [18] прогноз минимальной температуры составляется в соответствии с концепцией использования модельных статистик идеального прогноза лишь с учетом сведений о полях геопотенциала в тропосфере. Тем не менее успешность таких прогнозов выше синоптических.

Зависимые выборки в нашей работе включали результаты модели за весенние месяцы 1982—1983 гг. (110 полей P , H_{1000} , H_{850} ,

H_{700} , ω_{850}), экзаменационная выборка была сформирована за апрель 1984 г. Общая размерность вектора-предиктора в каждом варианте регрессионного анализа равнялась 15, а число предикторов, вычерпываемых с помощью стандартной процедуры просеивания, ограничивалось шестью влияющими факторами. Апробация лучших из полученных в этих экспериментах уравнений регрессии показала, что на независимом материале оценок T_{\min} в 44,3 % и T_{\max} в 39,9 % не укладываются в установленные в синоптической практике допустимые нормы [8]: разность между фактическими и прогностическими температурами превышала $\pm 3^\circ$ и, следовательно, оправдываемость прогнозов составила менее 50 %.

С целью физического обогащения вектора-предсказателя состав потенциальных предикторов был пополнен трансформированными гидродинамическими предикторами для пункта прогноза, которые выбирались на основе выводов, следующих из гидродинамической теории суточного хода температуры, результатов синоптико-статистических исследований и связей, описывающих температурный режим у земли, а также прогностических возможностей базовой модели. В частности, по результатам модели рассчитывались следующие трансформированные гидродинамические предикторы: составляющие скорости геострофического ветра (u_g, v_g) на уровнях 1000 и 850 гПа; вертикальный сдвиг модуля геострофического ветра (ΔV) в слое 1000—700 гПа; вертикальная составляющая скорости, обусловленная влиянием рельефа подстилающей поверхности (w_z); завихренность вектора геострофической скорости на уровне 1000 гПа (Ω); циркуляция скорости по замкнутому контуру на уровне 700 гПа (Γ); адвекция средней температуры воздуха (\bar{T}) в слое 1000—700 гПа геострофическими потоками на уровне 850 гПа ($A_{\bar{T}}$); вертикальный градиент температуры воздуха в слое 700—1000 гПа (γ_{1000}^{700}); адвективные изменения давления (A_p); горизонтальный градиент приземного давления ($\frac{\partial P}{\partial n}$)

и лапласиан ($\nabla^2 P$); толщина слоя 1000—850 гПа (ΔH). Разностная аппроксимация дифференциальных формул предикторов осуществлялась с помощью оптимальных сеточных аналогов простых дифференциальных операторов четвертого порядка точности [5].

Минимизация признаков пространства предикторов и построение уравнений для статистической интерпретации продукции базовой модели осуществлялись с помощью одного из вариантов метода множественной пошаговой регрессии [12]. Суть его заключается в том, что на каждом шаге отбора производится либо включение в регрессионную модель, либо исключение какого-то одного предиктора из полного набора. Первым выбирается предиктор, имеющий максимальный парный коэффициент линейной корреляции с предиктантом. Остальные предикторы отбираются с помощью критерия k , описывающего требуемую часть остаточной дисперсии предиктанта. Сначала из оставшихся предикторов исключаются предикторы, несущие дублирующую информацию (линейно связанные с первым, наиболее информативным предиктором). Затем из оставшейся совокупности выбирается предиктор, вносящий максимальный вклад в множественный коэффициент корреляции между предиктантом и двумя предикторами и описывающий требуемую часть остаточной дисперсии предиктанта. На третьем шаге исключаются предикторы, линейно связанные со вторым отобранным предиктором, а из оставшихся отбирается следующий наиболее информативный, в указанном выше смысле, предиктор и так далее. Такая пошаговая процедура минимизации признаков пространства вектора-предиктора продолжается до тех пор, пока не будут выявлены и включены в регрес-

сионную модель все линейно независимые предикторы, описывающие заданную часть остаточной дисперсии предиктанта. Варьируя пороговые значения критерия k , можно, в принципе, на зависимой выборке построить уравнение регрессии с любой точностью при условии, что необходимая информация о предиктантах содержится в векторе потенциальных предикторов. Очевидно, что такая задача может быть решена лишь на выходе модели, практически адекватной реальной атмосфере. В противном случае никакие математические преобразования не могут привести к желаемому результату. Так, отключив процедуру анализа на линейную независимость предикторов и положив $k=0$, мы последовательно введем в уравнение регрессии все предикторы из виртуального перечня. В этом случае метод пошаговой регрессии вырождается в простейшую процедуру просеивания. Чем жестче критерий k , тем меньше предикторов вводится в регрессионную модель. Однако заранее невозможно указать, какое из уравнений будет обеспечивать лучшее качество прогнозов на независимом материале. Выбор оптимального уравнения осуществляется в процессе апробации уравнений на экзаменационных выборках путем оценки значений комплекса характеристик качества получаемых прогнозов.

Проведя большое число статистических экспериментов, в рамках которых значения критерия k варьировались в диапазоне 0,000—0,050 с шагом 0,005, мы получили следующие уравнения регрессии для прогноза температуры воздуха в 03 ч и экстремальных значений ее по результатам 24-часового прогноза полей P ,

H_{1000} , H_{850} , H_{700} и ω_{850} для следующих пунктов:

Ленинград

$$T = 0,216 \Delta H_{1000}^{850} + 10,305 \gamma_{1000}^{700} + 4,466 w_z + 0,179 \omega_{850} + 3,45,$$

$$T_{\min} = 0,190 \Delta H_{1000}^{850} + 5,219 \gamma_{1000}^{700} + 0,121 u_{g_{850}} + 2,95,$$

$$T_{\max} = 0,235 \Delta H_{1000}^{850} + 7,588 \gamma_{1000}^{700} - 0,434 \nabla^2 P - 0,201 u_{g_{850}} + 9,57;$$

Псков

$$T = 0,199 \Delta H_{1000}^{850} + 5,515 \gamma_{1000}^{700} - 0,426 u_{g_{1000}} + 0,427 u_{g_{850}} + 4,19,$$

$$T_{\min} = 0,201 \Delta H_{1000}^{850} + 5,469 \gamma_{1000}^{700} - 0,414 u_{g_{1000}} + 0,409 u_{g_{850}} + 2,68,$$

$$T_{\max} = 0,299 \Delta H_{1000}^{850} - 0,435 \nabla^2 P + 4,813 \gamma_{1000}^{700} - 0,146 u_{g_{1000}} + 12,16;$$

Великие Луки

$$T = 0,191 \Delta H_{1000}^{850} - 0,342 \nabla^2 P - 1,761 \frac{\partial P}{\partial n} + 3,885 \gamma_{1000}^{700} + 4,27,$$

$$T_{\min} = 0,204 \Delta H_{1000}^{850} - 0,400 \nabla^2 P + 3,635 \gamma_{1000}^{700} + 2,81,$$

$$T_{\max} = 0,225 \Delta H_{1000}^{850} - 3,529 \frac{\partial P}{\partial n} - 0,540 \nabla^2 P + 3,464 \gamma_{1000}^{700} + 12,45;$$

Смоленск

$$T = 0,191 \Delta H_{1000}^{850} + 4,802 \gamma_{1000}^{700} + 0,212 \omega_{850} + 4,96,$$

$$T_{\min} = 0,992 \Delta H_{1000}^{850} + 5,922 \gamma_{1000}^{700} + 0,211 \omega_{850} + 3,29,$$

$$T_{\max} = 0,224 \Delta H_{1000}^{850} - 0,472 \nabla^2 P + 4,423 \gamma_{1000}^{700} + 11,80.$$

Значение критерия k лишь в одном случае (для T в Великих Луках) оказалось равным 0,020, остальные уравнения соответствуют $k=0,010$. На основе полученных уравнений можно сделать вывод о том, что для прогноза значений T , T_{\min} , T_{\max} лучшими из перечня потенциальных предикторов являются предикторы, имеющие смысл самой температуры: относительная топография слоя 850—1000 гПа (ΔH_{1000}^{850}); вертикальный градиент температуры воздуха в слое 700—1000 гПа (γ_{1000}^{700}), а также лапласиан приземного давления ($\nabla^2 P$), несущий информацию о типе барического образования и вертикальной скорости, обусловленной действием турбулентной вязкости в ПСА, и зональная составляющая геострофического ветра у земли ($u_{g_{1000}}$). Определенную роль в формировании температурного режима играют: изобарическая вертикальная скорость ω_{850} , описывающая вертикальные перемещения воздуха на больших площадях вблизи верхней границы ПСА; вертикальная скорость ω_z , обусловленная влиянием орографии; преобладающие переносы воздушных частиц на уровне 850 гПа ($u_{g_{850}}$).

Средние абсолютные ошибки прогнозов T , T_{\min} и T_{\max} по уравнениям регрессии (δ_p), полученные при опробовании уравнений на экзаменационной выборке и осредненные по четырем пунктам, приведены в таблице. Эти прогнозы уточнялись затем методом корреляции гармоник по Ш. А. Мусаеляну. С этой целью фактические и прогностические поля каждой функции (T , T_{\min} , T_{\max}) аппроксимировались рядами по эмпирическим ортогональным функциям на временном интервале, равном средней продолжительности естественного синоптического периода (6 сут.) для первого естественного синоптического района и предшествующем прогностическим суткам. Далее строились уравнения линейной связи между главными компонентами фактических и прогностических полей. Полученные связи распространялись затем на одни сутки за пределами обучающего временного интервала. Результаты та-

Таблица

Результаты оценки качества прогнозов T , T_{\min} , T_{\max} на выходе модели ГГО их коррекции методом корреляции гармоник

Предиктант	Параметры оценки	
	δ_p	δ_k
T	2,3	1,6
T_{\min}	2,5	2,0
T_{\max}	2,6	2,2

кой коррекции оказались весьма ощутимыми (см. в табл. оценки δ_k) и свидетельствуют о перспективности изложенного подхода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров А. Н. Численный способ прогноза ночной температуры воздуха у поверхности Земли.—Тр. ГМИ СССР, 1974, вып. 149, с. 14—19.
2. Бугаев В. А. Новое в прогнозировании погоды.—Л.: Гидрометеоздат, 1972.—23 с.
3. Васильев П. П. Прогноз температуры воздуха на 5 суток, детализированный по дням.—Метеорология и гидрология, 1985, № 1, с. 5—14.
4. Воробьев В. И., Репинская Р. П. Об использовании результатов численных схем для прогноза локальной погоды.—В сб.: Гидрометеорологическое обеспечение народного хозяйства. Л., изд. ЛПИ, 1982, с. 23—31 (ЛГМИ).
5. Иенсен Дж., Страуд Дж. Точность конечно-разностных аналогов простых дифференциальных операторов.—Тр. 2-го Токийского симпозиума по числ. методам прогноза погоды. Л.: Гидрометеоздат, 1971, с. 361—370.
6. Ильин Б. М., Орлова Л. С., Руховец Л. В. Малопараметрическая модель прогноза поля геопотенциала и ее оперативные испытания.—Метеорология и гидрология, 1967, № 10, с. 15—21.
7. Кац А. Л. Схема синоптико-гидродинамико-статистического прогноза погоды на 3—10 дней.—Метеорология и гидрология, 1973, № 6, с. 15—25.
8. Наставление по службе прогнозов. Раздел 2, ч. 3—5.—Л.: Гидрометеоздат, 1981.—56 с.
9. Репинская Р. П. Статистическая коррекция численных прогнозов.—В сб.: Метеорологические прогнозы. Л., изд. ЛПИ, 1983, с. 36—47 (ЛГМИ).
10. Репинская Р. П. Опыт статистической коррекции численных прогнозов приземного давления.—Метеорология и гидрология, 1984, № 11, с. 13—19.
11. Репинская Р. П. К вопросу о прогнозе приземного давления методом MOS.—В сб.: Метеорологические прогнозы. Л., изд. ЛПИ, 1985, с. 7—15 (ЛГМИ).
12. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ.—М.: Мир, 1980.—456 с.
13. Снитковский А. И. Краткосрочный прогноз температуры воздуха, обложных осадков и ветра на основании прогностических карт давления.—Метеорология и гидрология, 1979, № 9, с. 5—15.
14. Снитковский А. И. К прогнозу температуры воздуха.—Метеорология и гидрология, 1980, № 12, с. 14—26.
15. Снитковский А. И. Синоптическая интерпретация прогностических карт давления геопотенциала и вертикальных токов.—Метеорология и гидрология, 1983, № 9, с. 27—32.
16. Статистическая интерпретация результатов гидродинамического прогноза с целью прогноза погоды.—Тез. докл. на Всес. сов. 24—26 апреля 1985 г., Ташкент. САРНИГМИ, 1985.—31 с.
17. Bennet A., Leslee L. Statistical correction of the Australian Region Primitive Equation model.—Mon. Wea. Rev., 1981, vol. 109, N 3, p. 453—462.
18. Hammons G., Dalavalle P. MOS maximum/minimum temperature forecast equations based on three—month seasons.—Tech. Procedure Bull., 1976, N 155, 10 p.
19. Klein W. The AFOS Program and future forecast application.—Mon. Wea. Rev., 1976, vol. 104, N 12, p. 1505—1512.
20. Klein W. H. Application of statistical weather forecasting to different time scales.—Publ. Zentralanst. Meteorol. und Geodyn. Wien, 1981, N 253, p. 159—162.
21. Klein W., Lewis F. Computer forecast of maximum temperature.—J. Appl. Meteorol., 1970, vol. 9, p. 350—359.
22. Trenberth K., Neale A. Human intervention in numerical weather prediction over the date sparse southern ocean.—WMO [Pap.], 1976, N 450, p. 185—192.

**ПРОГНОЗ ГРОЗ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО
ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКОГО ДИСКРИМИНАНТНОГО
АНАЛИЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ
ЧИСЛЕННОГО ПРОГНОЗА**

Задача прогноза класса (фазы) состояния погоды на основе дискриминантного анализа сводится, как известно, к отнесению исходного многомерного вектора-предиктора к одному из последующих классов состояния атмосферы.

В работе предлагается алгоритм графоаналитической альтернативной классификации метеорологических явлений и описывается основанная на этом алгоритме методика прогнозирования гроз в Ленинградской области с заблаговременностью до 36 ч с использованием результатов численного прогноза.

На первом этапе реализации алгоритма оценивается информативность каждого предиктора, входящего в исходный вектор-предиктор, и отсеиваются все неинформативные предикторы. Такое отсеивание можно осуществить с помощью вычисления одномерных расстояний Махаланобиса [1, 4]

$$\Delta_i^2(x_i) = \frac{[\bar{x}_i(A_1) - \bar{x}_i(A_2)]^2}{0,5 [\sigma_i^2(A_1) + \sigma_i^2(A_2)]} \quad (1)$$

и оценки на основе распределения Стьюдента порога значимости этих расстояний.

В соотношении (1) x_i — очередной предиктор; A_1, A_2 — альтернативные классы состояния погоды; $\bar{x}_i(A_1, A_2), \sigma_i^2(A_1, A_2)$ — соответственно средние арифметические и дисперсии предиктора в классах A_1 и A_2 .

На втором этапе реализации алгоритма с помощью двумерных расстояний Махаланобиса $\Delta_2^2(x_i, x_j)$ осуществляется поиск наиболее информативной пары предикторов. Пара считается наилучшей, если

$$\Delta_2^2(x_i, x_j) = \frac{[\bar{x}_i(A_1) - \bar{x}_i(A_2)] \sigma_j^2}{\sigma_i^2 \sigma_j^2 - m_{ij}^2} +$$

$$+ \frac{-2 [\bar{x}_i(A_1) - \bar{x}_i(A_2)] [\bar{x}_j(A_1) - \bar{x}_j(A_2)] m_{ij} + [\bar{x}_j(A_1) - \bar{x}_j(A_2)] \sigma_i^2}{\sigma_i^2 \sigma_j^2 - m_{ij}^2} \quad (2)$$

удовлетворяет условию

$$\Delta_2^2(x_i, x_j) = \Delta_2^2, \max.$$

Здесь σ_i^2, σ_j^2 — общие для двух классов дисперсии предикторов; m_{ij} — ковариация i -го и j -го предикторов.

Затем на базе двух отобранных предикторов строится диаграмма рассеивания, демаркационные кривые которой делят поле диаграммы на три зоны: зону $[A_1]$ класса A_1 , зону $[A_2]$ класса A_2 и зону неопределенности [3].

Разделение поля диаграммы на зоны можно осуществить на основе вычисления величин

$$L_{1,2} = \int_{[A_1], [A_2]} \frac{P_1(x_i, x_j)}{P_2(x_i, x_j)} dx_i dx_j, \quad (3)$$

которые назовем интегральными показателями правдоподобия. На практике они вычисляются как отношение числа ситуаций класса A_1 к числу ситуаций класса A_2 в зонах $[A_1]$ и $[A_2]$. Здесь $P_1(x_i, x_j), P_2(x_i, x_j)$ — двумерные плотности распределения предикторов x_i, x_j в классах A_1, A_2 .

Вычисленные в каждой из зон $[A_1]$ и $[A_2]$ величины L_1 и L_2 сравниваются с верхним a и нижним b порогами [2] интегрального показателя правдоподобия. Демаркационные кривые проводятся таким образом, чтобы в зонах $[A_1]$ и $[A_2]$ выполнялись условия:

$$\begin{aligned} L_1 &\geq a \text{ в зоне } [A_1], \\ L_2 &\leq b \text{ в зоне } [A_2]. \end{aligned} \quad (4)$$

Последующей классификации подлежат только ситуации, попавшие в зону неопределенности предшествующей диаграммы. Для этих ситуаций вычисляются новые двумерные расстояния Мехаланобиса и строятся новые диаграммы рассеивания.

Перейдем теперь к вопросу прогнозирования гроз.

Предварительный список предикторов, определяющих основные метеорологические условия грозообразования и поддающихся определению по результатам оперативного численного прогноза или с помощью исходных синоптических карт, был выбран следующим:

- 1) температура воздуха T_{850} на 850 гПа поверхности;
- 2) массовая доля водяного пара q_{700} на 700 гПа поверхности;
- 3) модуль V_g , а также меридиональная V_y и зональная V_x составляющие скорости геострофического ветра на 700 гПа поверхности;
- 4) величина относительной геопотенциальной высоты H_{1000}^{500} ;
- 5) лапласианы приземного давления $\nabla^2 P_0 \left[\frac{\text{гПа}}{(350 \text{ км})^2} \right]$ и относительной геопотенциальной высоты $\nabla^2 H_{1000}^{500} \left[\frac{\text{гп. дам}}{(500 \text{ км})^2} \right]$;
- 6) дефициты точки росы $(T - T_d)_{850}, (T - T_d)_{700}$ на поверхностях 850 гПа и 700 гПа;

7) величина

$$\gamma = \frac{H_{850} - H_{1000}}{6,74 \lg \frac{1000}{850}} - \frac{H_{500} - H_{700}}{6,74 \lg \frac{700}{500}} = 2,1H_{850} - \\ - 1,68(P_0 - 1000) + H_{700} - H_{500},$$

являющаяся аналогом среднего вертикального градиента температуры в нижней половине тропосферы.

Все предикторы определяются на 12 ч (по Гринвичу) того дня, для которого составляется прогноз.

Для оценки информативности и временной устойчивости предикторов весь массив векторов-предикторов, содержащий 120 ситуаций с грозами и столько же без гроз¹, разбивался на два непесекающихся подмассива с примерно равным числом ситуаций в каждом из них. Для каждого подмассива рассчитывались средние арифметические $\bar{x}_i(A_1)$ и $\bar{x}_i(A_2)$ в классах A_1 (гроза), A_2 (без грозы) и одномерные расстояния Махаланобиса $\Delta_1^2(x_i)$. Предиктор исключался из списка, если

а) разность $\bar{x}_i(A_1) - \bar{x}_i(A_2)$ в разных подмассивах имела разные знаки;

б) одномерное расстояние Махаланобиса хотя бы для одного из подмассивов удовлетворяло неравенству

$$\Delta_1^2(x_i) \leq \frac{4}{N} t^2 = 0,232,$$

где t — квантиль распределения Стьюдента с $N-2$ степенями свободы при однопроцентном уровне значимости; N — объем подмассива.

Из данных табл. 1 следует, что предикторы $V_x, V_y^g, (T - T_d)_{850}, (T - T_d)_{500}$ следует исключить из дальнейшего рассмотрения.

Таблица 1

Разности средних арифметических и одномерные расстояния Махаланобиса предикторов

Предикторы	T_{850}	T_{700}	V_g	V_x	V_y	H_{1000}^{500}	$\Delta^2 P_0$	$\Delta^2 H_{1000}^{500}$	$(T - T_d)_{850}$	$(T - T_d)_{700}$	γ
$\bar{x}_i(A_1) - \bar{x}_i(A_2)$	$\frac{4,27}{4,27}$	$\frac{1,13}{1,33}$	$\frac{1,96}{1,65}$	$\frac{0,48}{-0,89}$	$\frac{6,09}{5,90}$	$\frac{4,20}{3,80}$	$\frac{2,74}{2,69}$	$\frac{-632}{-298}$	$\frac{-0,24}{-0,64}$	$\frac{1,36}{1,74}$	$\frac{2,14}{2,17}$
$\Delta_1^2(x_i)$	$\frac{1,35}{1,38}$	$\frac{0,96}{1,12}$	$\frac{0,15}{0,10}$	$\frac{0,01}{0,02}$	$\frac{0,90}{0,80}$	$\frac{0,49}{0,47}$	$\frac{0,60}{0,47}$	$\frac{0,90}{0,46}$	$\frac{0,03}{0,04}$	$\frac{0,15}{0,19}$	$\frac{0,42}{0,45}$

Примечание. В числителе — соответствующие значения, вычисленные для первого подмассива; в знаменателе — для второго подмассива.

¹ Ситуация считалась грозовой, если не менее чем на трех опорных станциях Ленинградской области в течение дня отмечались грозы.

Таблица 2

Значения двумерных расстояний Махаланобиса на первом этапе поиска наиболее информативной пары предикторов

	q_{700}	V_y	$\nabla^2 H_{1000}^{500}$	$\nabla^2 P_0$	γ	H_{1000}^{500}
T_{850}	1,95	1,65	1,74	1,85	1,81	1,50
q_{700}		1,40	1,86	1,38	1,40	1,52
V_y			1,63	1,50	1,38	1,48
$\nabla^2 H_{1000}^{500}$				0,92	0,98	0,63
$\nabla^2 P_0$					1,04	0,80
γ						0,58

В табл. 2 представлены двумерные расстояния Махаланобиса парных сочетаний неотбракованных предикторов. Наиболее информативной, как это следует из таблицы, является пара (T_{850} , q_{700}). Для этой пары строится диаграмма рассеивания (рис. 1, а), демаркационные кривые которой проводятся таким образом, чтобы в зонах $[A_1]$ («грозовая» зона) и $[A_2]$ («негрозовая» зона) интегральные критерии правдоподобия L_1 и L_2 удовлетворяли условиям: $L_1 \geq 9$, $L_2 \leq 1/9$.

Эти условия соответствуют не менее чем 90 % повторяемости ситуаций с грозами в зоне $[A_1]$ и ситуаций без гроз в зоне $[A_2]$.

В табл. 3 представлены значения двумерных расстояний Махаланобиса, позволяющие выбрать наиболее информативные пары для второй и третьей диаграмм рассеивания, которыми являются соответственно пары (V_y , γ) и ($\nabla^2 H_{1000}^{500}$, $\nabla^2 P_0$) (рис. 1, б и 1, в).

Интегральные критерии правдоподобия здесь могут быть иными, в частности, целесообразно для демаркационной зоны $[A_1]$ принять их менее жесткими, чем для зоны $[A_2]$. Для второй и третьей диаграмм принимаем $L_1 \geq 8$, $L_2 \leq 1/9$.

Три диаграммы рассеивания реализуют шесть из семи предикторов. Если исследуемый вектор-предиктор X окажется в зонах неопределенности трех диаграмм, то решение о принадлежности вектора к классам A_1 или A_2 выполняется путем сравнения числового значения седьмого предиктора $x_7 = H_{1000}^{500}$ с пороговым числом $x_7^{\text{пор}}$:

если $x_7 > x_7^{\text{пор}}$, то $X \in A_1$,

если $x_7 \leq x_7^{\text{пор}}$, то $X \in A_2$.

Величина $x_7^{\text{пор}}$ вычисляется на основе обучающей выборки с помощью равенства

$$x_7^{\text{пор}} = \frac{\bar{x}_7(A_1) + \bar{x}_7(A_2)}{2}, \quad (5)$$

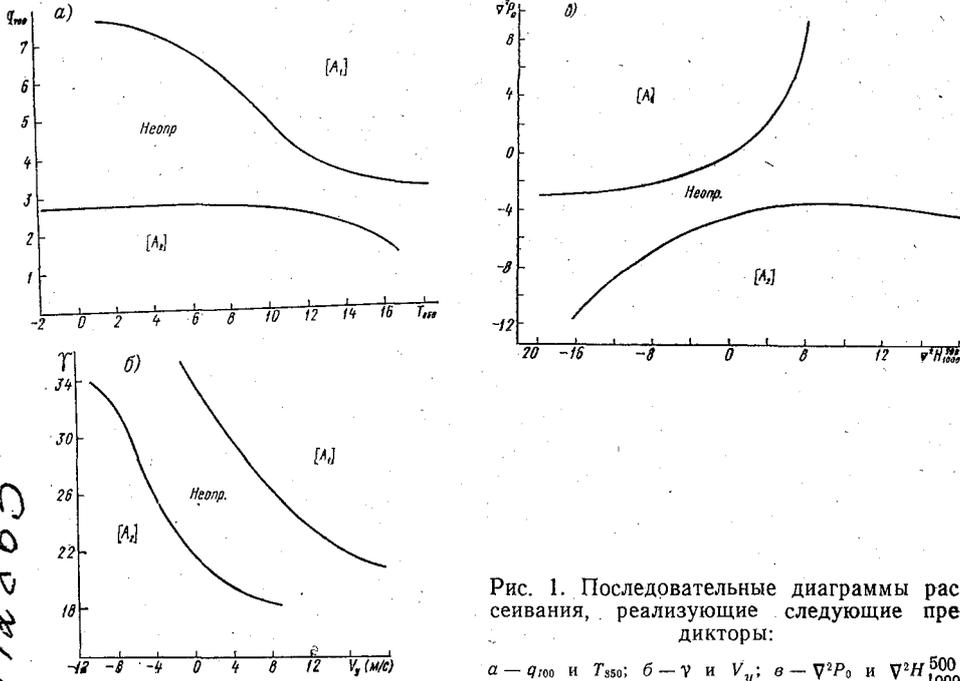


Рис. 1. Последовательные диаграммы рассеивания, реализующие следующие предикторы:

а — q_{700} и T_{350} ; б — γ и V_y ; в — $-\nabla^2 P_0$ и $\nabla^2 H_{1000}^{500}$

342863

Таблица 3

Значения двумерных расстояний Махаланобиса на втором и третьем этапах поиска наиболее информативных предикторов

	$\nabla^2 H_{1000}^{500}$	$\nabla^2 P_0$	γ	H_{1000}^{500}
V_y	0,89	0,99	1,14	1,11
$\nabla^2 H_{1000}^{500}$		$\frac{0,38}{0,42}$	0,47	$\frac{0,36}{0,30}$
$\nabla^2 P_0$			0,53	$\frac{0,46}{0,38}$
γ				0,42

Примечание. В числителе — двумерные расстояния Махаланобиса для второго этапа, в знаменателе — для третьего этапа.

где $\bar{x}_7(A_1)$, $\bar{x}_7(A_2)$ — средние арифметические x_7 в классах A_1 и A_2 ситуаций, которые оказались в зоне неопределенности последней диаграммы. Численное значение $x_7^{\text{доп}} = 553$ гп. дам.

Построенная последовательность диаграмм и условие (5) позволяют классифицировать любую метеорологическую ситуацию в летние месяцы и составить прогноз гроз.

Для оценки качества предложенной методики составлено по независимой выборке, содержащей 46 ситуаций без гроз и 44 с грозами, 90 прогнозов. Оценка качества прогнозов, представленная в табл. 4, свидетельствует о вполне удовлетворительной их оправдываемости.

Таблица 4

Оправдываемость прогноза гроз

Предсказано	Осуществилось			
	$A_1(\bar{K})$	$A_2(\bar{K})$	Σ	Оправдалось, %
$A_1(\bar{K})$	41	7	48	85
$A_2(\bar{K})$	3	39	42	93
Σ	44	46	90	91
Оправдываемость, %	93	85	91	—

Примечание. Символы \bar{K} , \bar{K} — случаи с грозой и без грозы соответственно; цифры во второй, третьей и четвертой строках, второй, третьей и четвертой графах — число случаев.

Выводы

1. Предложенный в работе графоаналитический алгоритм последовательного дискриминантного анализа позволяет на базе наиболее информативных предикторов разделять синоптические ситуации на альтернативные классы.

2. Описанный алгоритм может быть использован для альтернативного прогноза гроз и других метеорологических явлений.

3. В качестве признаков-предикторов при прогнозе гроз рекомендуется использовать количественные характеристики термобарических полей, снимаемые с оперативных прогностических или исходных карт погоды. Это обстоятельство позволяет резко увеличить заблаговременность прогноза.

4. Построенные для условий Ленинградской области диаграммы рассеивания позволяют составлять в оперативных условиях прогноз гроз с заблаговременностью 36 ч и более.

5. Аналогичные диаграммы рассеивания могут быть построены и для других районов СССР.

6. Испытание метода на независимом материале дало вполне удовлетворительные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андесон Т. Введение в многомерный статистический анализ.— М.: Физматгиз, 1963.— 500 с.
2. Реализация на ЭВМ алгоритмов по дискриминантному анализу.— Тр. ГГО, 1973, вып. 308.— 47 с.
3. Песков Б. Е. Исследование метеорологических условий образования гроз последовательным дискриминантным анализом.— Тр. ГМИ СССР, 1977, вып. 185, с. 24—40.
4. Переходцева Э. В., Снитковский А. И., Устинова Г. П. Исследование сильного ветра с помощью дискриминантного и регрессионного анализа и возможность использования прогностических схем давления для прогноза ветра.— Тр. ГМЦ СССР, 1977, вып. 185, с. 3—23.

УДК 551.509.51

И. Н. ТУТУШКИНА, Е. А. РУСИН (ЛГМИ)

ВОЗМОЖНОСТЬ ОПЕРАТИВНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ КАЧЕСТВА ЧИСЛЕННЫХ ПРОГНОЗОВ

Численный прогноз барического поля занял прочное место в практической деятельности службы погоды, и сейчас трудно представить синоптика, не использующего его. Однако большое количество прогностических карт на рабочем месте синоптика приводит к необходимости сделать аргументированный выбор наилучшего варианта прогноза. Это возможно только при наличии прогноза качества самих численных прогнозов.

На качество численных прогнозов может оказывать влияние исходное или фактическое барическое поле. Под исходным в данном случае понимается барическое поле, по которому прогноз рассчитывается, под фактическим — поле, наблюдаемое в момент действия прогноза. Была принята рабочая гипотеза, предполагавшая существование зависимости между ошибкой численного прогноза и исходным или фактическим барическим полем. Для ее проверки была разработана методика, включившая в себя некоторые статистические приемы, позволяющие выявить связь стандартных оценок качества численного прогноза барического поля [3] с заранее определенными наиболее характерными его состояниями. При обнаружении такой связи можно попытаться систематизировать ее таким образом, чтобы определить, при какой ситуации синоптик может доверять численному прогнозу, а при какой — не может.

Для исследования был привлечен архив стандартных статистических оценок успешности численных прогнозов барического поля, рассчитываемых в Белорусском территориальном гидрометцентре,

заблаговременностью 24 ч на стандартных изобарических поверхностях 1000 и 500 гПа, выбранных на том основании, что прогнозы по ним являются сейчас наиболее распространенными и удобными для использования в синоптической практике. Описание численной схемы, используемой в Белорусском ГМЦ, дано в работе [1], там же показаны расчетная область и районы оценок. Из архива стандартных статистических оценок был использован один из

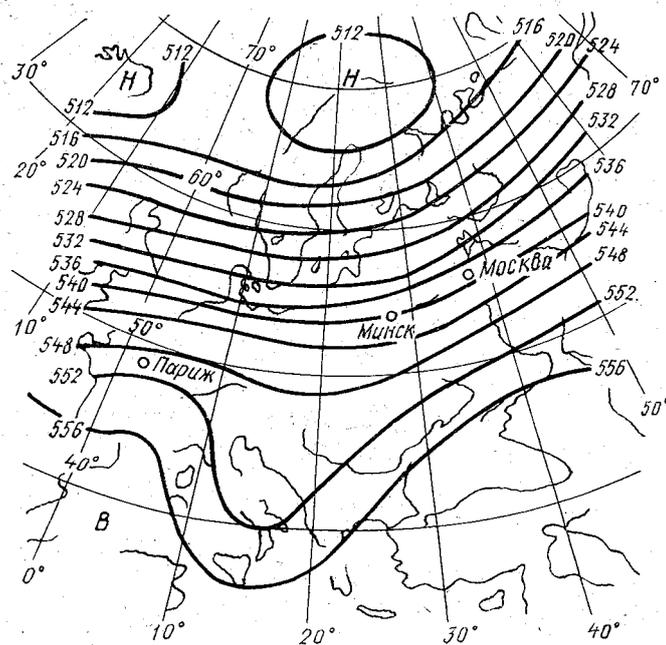


Рис. 1. Тип «33» — средние значения АТ-500 при зональном переносе:

H — область низкого давления — циклон; *B* — область высокого давления — антициклон; 516, 520, 524 и т. д. — линии равного значения геопотенциала на изобарической поверхности 500 гПа; 0, 10, 20 и т. д. — обозначения широт и долгот на контурной географической карте.

основных количественных критериев — относительная ошибка ϵ по малому району оценки, полученная для прогнозов, рассчитанных за период с января 1984 г. по октябрь 1985 г. (всего 22 месяца). Ранжирование оценки ϵ для поверхностей 1000 и 500 гПа производилось в соответствии с утверждениями, высказанными в работах [4] и [6], где удовлетворительным для синоптика численным прогнозом предлагается считать прогноз, имеющий относительную ошибку $\epsilon \leq 0,60$ [4] и $\epsilon \leq 0,70$ [6]. Для удобства в качестве критерия было принято значение ϵ , равное середине интервала $0,60 \leq \epsilon \leq 0,70$, т. е. удовлетворительным для синоптика численным прогнозом признавался прогноз, имевший относительную ошибку $\epsilon \leq 0,65$, а неудовлетворительным — прогноз, имевший относительную ошибку $\epsilon \geq 0,66$.

Для анализа связи оценки ϵ с исходным и фактическим барическим полем было выбрано несколько характерных состояний барического поля, наиболее полно отражающих направленность атмосферных процессов над Европой. Разделение на такие типичные ситуации проводилось по изобарической поверхности 500 гПа, которая, в сравнении с нижележащими стандартными изобарическими поверхностями, менее изменчива и менее подвержена влия-

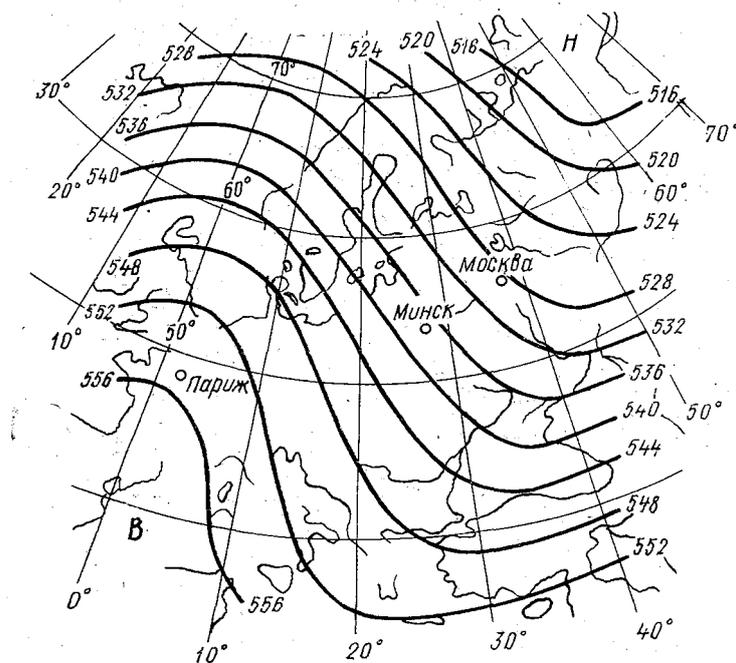


Рис. 2. Тип «МЗ» — средние значения АТ-500 при западном положении высотного гребня.

нию земной орографии, и в то же время тесно связана с процессами, происходящими у земной поверхности. За основу для классификации на типичные ситуации была принята классификация, предложенная М. С. Кацем [5] как наиболее приемлемая для краткосрочного прогнозирования, в которую были внесены некоторые изменения. В результате наблюдавшиеся за исследуемый период времени состояния барического поля классифицировались по следующим шести типам:

— «ЗЗ» — зональный перенос (рис. 1). К этому типу относились барические поля со слабовозмущенными воздушными потоками;

— «МЗ» — меридиональный перенос (рис. 2). Барические поля, имевшие ярко выраженный гребень высокого давления над Западной Европой;

- «МЦ» — меридиональный перенос (рис. 3). Барические поля, имевшие гребень высокого давления над западными районами Европейской территории Советского Союза (ЕТС);
- «МВ» — меридиональный перенос (рис. 4). Барические поля с гребнем высокого давления над восточными районами ЕТС;

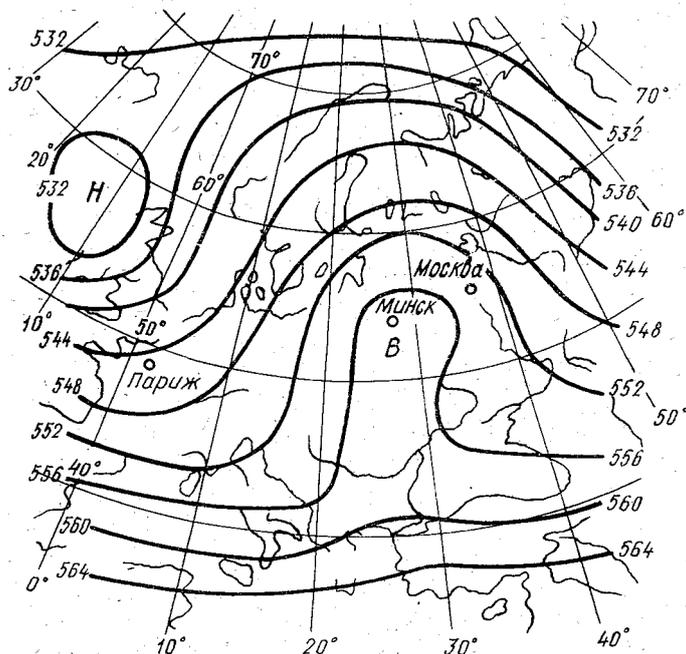


Рис. 3. Тип «МЦ» — средние значения АТ-500 при центральном положении высотного гребня.

— «ЦН» — меридиональный процесс циклонической формы (рис. 5). Барические поля, отнесенные к этому типу, имели циклон, влиявший на погоду Белоруссии;

— «РП» — «размытое» поле (рис. 6). В этот тип включались малоградиентные барические поля повышенного или пониженного давления.

Классификация была проведена по фактическим картам АТ-500 за 03 ч. мск, составляемым в Гидрометцентре СССР. Отметим, что на рис. 1—6 даны средние значения АТ-500 для холодного полугодия, поля теплого полугодия отличаются более высоким фоном и меньшими градиентами давления.

В соответствии с правилами статистического оценивания путем составления и анализа таблиц сопряженности признаков проверялась нуль-гипотеза, предполагавшая отсутствие всякой взаимосвязи между качеством численного прогноза и исходной или фактической синоптической ситуацией. Критерием для про-

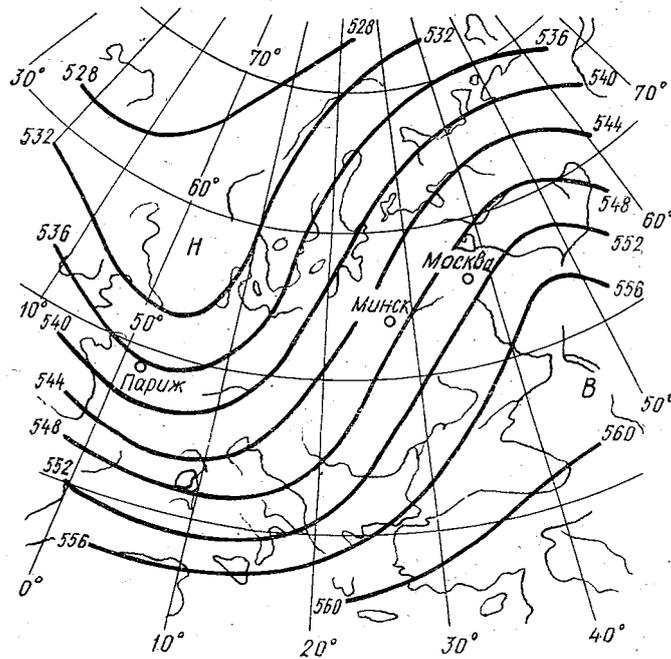


Рис. 4. Тип «МВ» — средние значения АТ-500 при восточном положении высотного гребня.

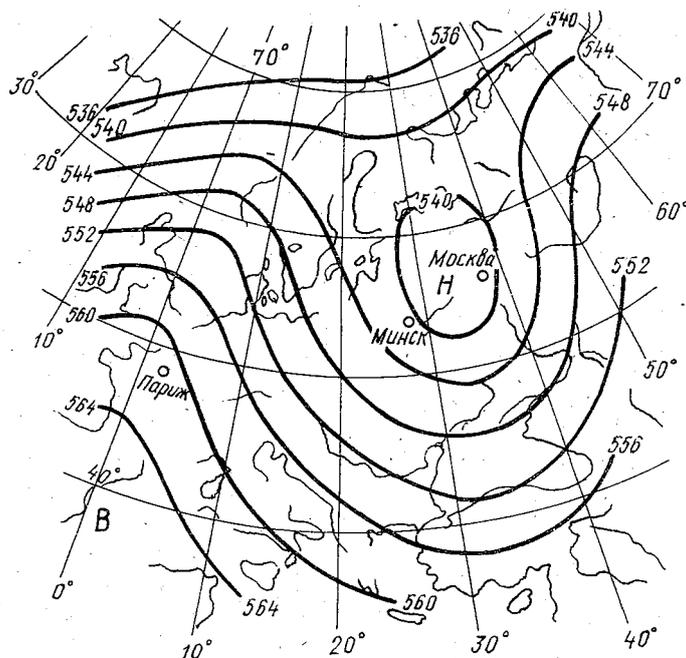


Рис. 5. Тип «ШН» — средние значения АТ-500 при процессах циклонической формы.

верки правильности нуль-гипотезы принят статистический критерий согласия χ^2 , вычисляемый по формуле Брандта—Снедекора [2]:

$$\hat{\chi}^2 = \frac{n^2}{x(n-x)} \left[\sum_{j=1}^k \frac{x_j^2}{n_j} - \frac{x^2}{n} \right]$$

со $(k-1)$ степенями свободы.

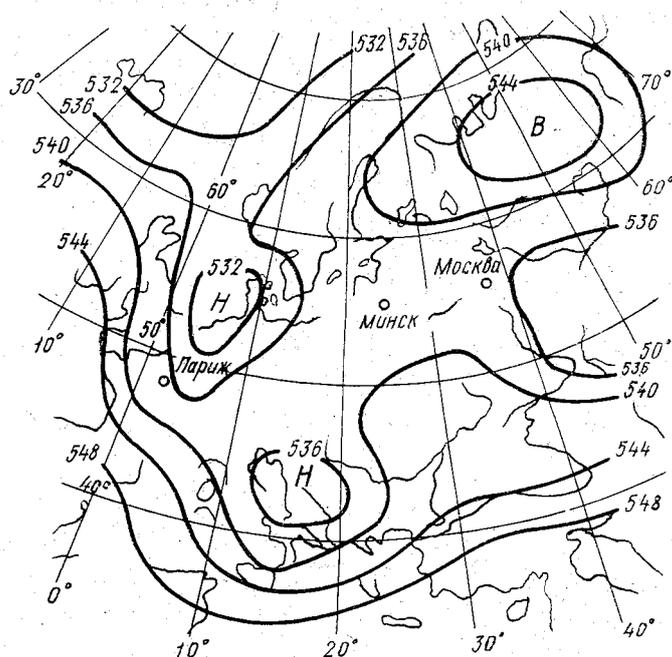


Рис. 6. Тип «РП» — средние значения АТ-500 при малоградиентных барических полях.

В этой формуле n — объем всех выборок; n_j — объем отдельной j -й выборки; x — общее число удовлетворительных прогнозов; $n-x$ — общее число неудовлетворительных прогнозов; j — номер типа циркуляции (в нашем случае $j \in 1 \div 6$); k — число выборок по типам циркуляции (в нашем случае $k=6$).

По имеющимся данным было составлено 8 таблиц сопряженности признаков для оценки E по прогнозам барических полей для уровней 1000 и 500 гПа (E_{1000} и E_{500}), разделенных на шесть типов по исходной и фактической ситуациям с учетом зимнего сезона (включившего в себя прогнозы за период с октября по март) и летнего сезона (за период с апреля по сентябрь). Еще 4 таблицы были составлены по всему объему выборки без учета сезона. Всего проанализировано 12 таблиц сопряженности признаков. Для примера приведена одна из них (см. табл. 1).

Таблица 1

Пример таблицы сопряженности для оценки по всему объему выборки с учетом типа исходной циркуляции (число степеней свободы $k - 1 = 5$)

Тип циркуляции	Количество прогнозов		Σ
	удовлетворительных x_j ($E \leq 0,65$)	неудовлетворительных $n_j - x_j$ ($E \geq 0,66$)	
„ЗЗ”	79	35	114
„МЗ”	64	86	150
„МЦ”	48	52	100
„МВ”	51	46	97
„ЦН”	32	69	101
„РП”	27	24	51
Σ	$x = 301$	$n - x = 312$	$n = 613$

Достоверность нуль-гипотезы проверялась на уровне значимости $\alpha = 0,01$, т. е. со статистической надежностью 99 %. Вероятность ошибки в этом случае $\leq 1\%$ (или 0,01). Для такого уровня значимости нуль-гипотеза признается справедливой, если рассчитанный по таблицам сопряженности χ^2 -критерий $\leq 15,09$ (значение взято из таблицы для χ^2 распределения с 5-ю степенями свободы [2]). Результаты расчета χ^2 -критерия по формуле Брандта—Снедекора помещены в табл. 2, из которой видно, что нуль-гипо-

Таблица 2

Значения χ^2 -критерия для 1 %-ного уровня значимости, рассчитанные по таблицам сопряженности для оценок E_{1000} и E_{500} с учетом типа исходной или фактической циркуляций

Объем использованной выборки	С учетом исходной циркуляции		С учетом фактической циркуляции	
	E_{1000}	E_{500}	E_{1000}	E_{500}
По прогнозам зимнего сезона	19,94	16,28	17,19	8,42
По прогнозам летнего сезона	17,21	9,35	4,91	5,25
По всему объему выборки	34,17	20,05	17,72	5,48

теза отвергается почти для всех оценок E прогнозов, рассматриваемых с учетом типа исходной ситуации, и принимается почти для всех оценок E прогнозов, рассматриваемых с учетом типа фактической ситуации. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что зависимость между качеством прогноза барического поля и типом исходной циркуляции не случайна, она сильнее проявляется для зимнего сезона, чем для летнего, и даже усиливается, если сезон не учитывается. И наоборот, качество прогноза барического поля от типа фактической (т. е. прогнозируемой) циркуляции не зависит. Первый более важен, чем второй, поскольку зависимость качества численного прогноза от типа исходной циркуляции дает возможность предсказать его точность.

Дополнительные исследования этого вопроса проводились только по таблицам сопряженности, составленным с учетом типа исходной циркуляции. Эти таблицы были проверены на возможность объединения типов циркуляции путем их внутренней группировки и последующего анализа таблиц 2×2 [2]. При анализе четырехклеточных таблиц сопряженности также проверялась

Таблица 3

Пример четырехклеточной таблицы сопряженности для оценки E_{1000} по всему объему выборки с учетом типа исходной циркуляции

Сравниваемые типы циркуляции	Количество удовлетворительных прогнозов (x_j)	Количество неудовлетворительных прогнозов ($n_j - x_j$)	Рассчитанный χ^2 -критерий ($\alpha = 0,01$)	Вероятность (P) нуль-гипотезы
«МЦ» «МВ»	48 51	52 46	0,41	52,7
«МЦ» + «МВ» «РП»	99 27	98 24	0,12	75,2
«МЦ» + «МВ» + «РП» «МЗ»	126 64	122 86	2,48	11,4
«МЗ» + «МЦ» + + «МВ» + «РП» «ЦН»	190 32	208 69	8,41	0,4
«МЗ» «ЦН»	64 32	86 69	3,08	7,8
«ЗЗ» «МЗ»	79 64	35 86	18,50	0,2
«МЗ» + «МЦ» + + «МВ» + «РП» «ЗЗ»	190 79	208 35	16,52	0,2

правильность нуль-гипотезы, в этом случае полагавшей отсутствие различия между сравниваемыми типами циркуляции. Четырехклеточный χ^2 -критерий, рассчитываемый также по формуле Брандта—Снедекора, проверялся уже по χ^2 -таблице для одной степени свободы (см. [2]), позволяющей одновременно определять и вероятность осуществления нуль-гипотезы таким образом, что большая вероятность, получающаяся при малых значениях χ^2 , позволяла объединять выборки сравниваемых типов циркуляции и наоборот. Последовательность этапов четырехклеточного анализа, сделанного по табл. 1, показана в табл. 3, из которой видно, что для оценки E_{1000} выборки по типам циркуляции «МЗ», «МЦ», «МВ» и «РП» можно объединить, поскольку при анализе их четырехклеточных таблиц сопряженности нуль-гипотеза оказалась справедливой. Для остальных типов циркуляции нуль-гипотеза отклоняется, и объединить их нельзя. Отсюда окончательный вариант табл. 4 можно представить в виде табл. 2: Резуль-

Таблица 4

Пример таблицы сопряженности признаков для оценки E_{1000} по всему объему выборки с учетом типа исходной циркуляции (число степеней свободы $k - 1 = 5$)

Тип циркуляции	Количество прогнозов		Σ
	удовлетворительных x_j ($E \leq 0,65$)	неудовлетворительных $n_j - x_j$ ($E \geq 0,66$)	
«ЗЗ»	79	35	114
«МЗ» + «МЦ» + + «МВ» + «РП»	190	208	398
«ЦН»	32	69	101
Σ	$x = 301$	$n - x = 312$	$u = 613$

таты анализа методом четырехклеточного χ^2 -критерия всех таблиц сопряженности признаков для оценки E с учетом типа исходной циркуляции приведены в табл. 3. В этой же таблице для сравнения с рассчитанными χ^2 -критериями даны значения табличных χ^2 -критериев для двух и одной степеней свободы. Таблица 5 показывает: во-первых, что особенно устойчивые группировки типов циркуляции получились для E_{1000} , для E_{500} группировки имеют другой вид, и они менее устойчивы; во-вторых, рассчитанные χ^2 -критерии не только подтверждают предыдущие результаты (табл. 5), но и усиливают их, поскольку получившиеся при последнем анализе значения намного превышают эталонные, а сокращение степеней свободы делает зависимость качества численного прогноза от типа исходной циркуляции ее более очевидной. Данные таблицы 5 позволяют сделать также следующие

Таблица 5

Сводная таблица сопряженности для оценки E
с учетом объединенных типов исходной циркуляции

Объем использованной выборки	Типы циркуляции	Количество прогнозов		Критерий χ^2		
		удовлетворительных (x_j)	неудовлетворительных ($n_j - x_j$)	рассчитанный	табличный	
E_{1000}	По зимнему сезону	«ЗЗ» «МЗ» + «МЦ» + + «МВ» + «РП» «ЦН»	43 84 15	18 185 30	15,46	9,21 ($k-1=2$)
	По летнему сезону	«ЗЗ» «МЗ» + «МЦ» + + «МВ» + «РП» «ЦН»	36 107 157	17 123 39	15,55	9,21 ($k-1=2$)
	По всему объему	«ЗЗ» «МЗ» + «МЦ» + + «МВ» + «РП» «ЦН»	79 190 32	35 208 69	31,16	9,21 ($k-1=2$)
E_{500}	По зимнему сезону	«ЗЗ» + «МЗ» «МЦ» + «МВ» + + «РП» «ЦН»	75 50 13	47 56 33	15,45	9,21 ($k-1=2$)
	По летнему сезону	«ЗЗ» + «МЗ» + + «МВ» «МЦ» + «ЦН» + + «РП»	128 70	68 69	15,45 7,52	6,63 ($k-1=1$)
	По всему объему	«ЗЗ» + «МЗ» «МЦ» + «МВ» + + «РП» «ЦН»	170 126 41	94 118 61	19,56	9,21 ($k-1=2$)

предположения: если исходное барическое поле относится к типу «ЗЗ», то прогноз будет, в основном, удовлетворительным, и ему можно доверять, если к типу «ЦН» — то прогноз будет, в основном неудовлетворительным, и доверять ему не стоит. Если же исходное барическое поле относится к типам «МЗ», «МЦ», «МВ» или «РП», то вероятность плохого и хорошего прогноза будет одинаковой, и в этом случае требуются дополнительные сведения.

Выводы

1. Качество численных прогнозов зависит от исходного (по которому ведется расчет) барического поля.

2. Зависимости качества численных прогнозов от фактического (прогнозируемого) барического поля обнаружить не удалось.

3. Численные прогнозы барического поля, рассчитываемые в Белорусском территориальном гидрометцентре, получаются в большинстве удовлетворительными и хорошими для синоптика, если в момент их расчета наблюдается зональный тип циркуляции — «ЗЗ», и неудовлетворительными и плохими для синоптика, если в момент их расчета наблюдается тип циркуляции «ЦН» — циклоническое барическое поле. В остальных случаях возможность получения плохого и хорошего прогнозов одинакова.

ЛИТЕРАТУРА

1. О результатах оперативных испытаний схемы краткосрочного численного прогноза в Северо-Западном УГМС/Т. А. Бушкова, Б. М. Ильин, Г. А. Кобышев, А. Е. Пригодич, Л. В. Руховец, Л. П. Яковлев.— Информационный сборник, 1976, № 5, с. 18—26.

2. Закс Л. Статистическое оценивание.— М.: Статистика, 1976.— 598 с.

3. Методические указания по проведению оперативных испытаний новых методов гидрометеорологических прогнозов.— Л.: Гидрометеиздат, 1977.— 100 с.

4. Пригодич А. Е. Результаты оправдываемости численных краткосрочных прогнозов барического поля.— Информационный сборник, 1976, № 5, с. 48—58.

5. Руководство по долгосрочным прогнозам погоды на 3—10 дней. Ч. I. Л., Гидрометеиздат, 1968.— 351 с.

6. Чернова В. Ф., Лужная Н. П. Некоторые особенности схем прогнозов барического поля по полным уравнениям.— Тр. ГМЦ СССР, 1968, вып. 32, с. 16—22.

УДК 551.509.51

Ю. Б. ОНАНАШВИЛИ (ВИКИ)

ОБ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ПРОГНОЗОВ

Широко используемые в настоящее время показатели успешности прогнозов [1] (такие, например, как общая оправдываемость, критерий Н. А. Багрова, критерий А. И. Обухова для альтернативных прогнозов) выражают степень соответствия между предсказанной погодой и осуществившейся, т. е. служат мерами достоверности и точности прогностической информации. Вместе с тем говорить об информации как таковой имеет смысл лишь при условии, что она применяется для каких-либо практических целей. Вполне очевидно, что информация, не полученная потребителем (или полученная, но не использованная) и поэтому

не отразившаяся на результатах его деятельности, никакой ценности для потребителя не имеет. С другой стороны, даже «хорошая» информация может быть использована неразумно, что приведет к снижению эффективности функционирования потребителя [4]. В связи с этим возникает необходимость в выборе такого критерия, который служил бы мерой «ценности» («полезности») специализированных прогнозов при условии их оптимального использования потребителем.

В ряде работ показано (см., например, [3] с обширной библиографией), что изложенному выше требованию отвечает функция среднего риска (средних затрат) вида

$$R = \int_{\{A\}} c(a, A) \varphi(a, A) dA, \quad (1)$$

где $c(a, A)$ — затраты (риск) потребителя при принятии решения a и осуществлении погоды A ; $\varphi(a, A)$ — совместная плотность распределения a и A , $\{A\}$ — множество состояний вектора A .

В простейшей ситуации, когда прогнозы используются потребителем для выбора одного из двух возможных решений a_1 и a_2 , ориентированных на взаимоисключающие фазы погоды A_1 и A_2 , функция риска определяется выражением

$$R = c_{11}p_{11} + c_{12}p_{12} + c_{21}p_{21} + c_{22}p_{22}, \quad (2)$$

где c_{ij} — затраты (риск) при принятии решения a_i и осуществлении погоды A_j ; p_{ij} — вероятность произведения событий a_i и A_j ($i, j = 1, 2$).

Очевидно, вероятности p_{ij} зависят от успешности прогнозов и стратегии потребителя. При стратегии полного доверия прогнозам p_{ij} есть не что иное, как вероятности совместного осуществления событий «прогноз A_i » и «осуществилось A_j ».

Отметим, что минимум R достигается при идеальных, т. е. абсолютно точных прогнозах, и равен

$$R_{\min} = c_{11}\Theta_1 + c_{22}(1 - \Theta_1),$$

где Θ_1 — климатическая вероятность A_1 .

Предположим теперь, что стратегия полного доверия является для потребителя оптимальной, т. е. функция риска при такой стратегии не больше, чем при любой другой стратегии. Тогда R , определяемая согласно (2), и будет характеристикой «ценности» прогнозов, отражающей эффективность деятельности потребителя, использующего прогнозы.

Следует подчеркнуть, что значения функции риска в реальных ситуациях мы можем получить лишь по выборкам, которые имеют ограниченный объем. Другими словами, R есть выборочная оценка истинного значения R^0 и в силу этого величина случайная.

Рассмотрим функцию R вида (2), положив для простоты $c_{11} = c_{22} = 0$, $c_{12} = c$, $c_{21} = 1$ и обозначив $p_{21} = p_1$, $p_{12} = p_2$:

$$R = p_1 + cp_2. \quad (3)$$

Очевидно, вероятность $p(R)$ получения оценки R по выборке объема n есть функция от вероятностей получения значений оценок p_1 и p_2 . Будем рассматривать пару (p_1, p_2) как векторную случайную величину, причем ее компоненты удовлетворяют ограничениям

$$p_1 + p_2 \leq 1, \quad p_1 \geq 0, \quad p_2 \geq 0. \quad (4)$$

Так как $p_1 = x_1/n$ и $p_2 = x_2/n$, где x_1 — число случаев, когда прогнозу A_2 соответствовала погода A_1 (ошибка «ложной тревоги»); x_2 — число случаев, когда прогнозу A_1 соответствовала погода A_2 (ошибка «пропуска»), можно записать выражение для суммарной функции риска $R_n = nR$ в виде

$$R_n = x_1 + cx_2. \quad (5)$$

Выборочное пространство двумерной случайной величины (x_1, x_2) представляет дискретное множество точек, образующих симплекс

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 \leq n \quad (\text{рис. 1 для } n=5)$$

Чтобы найти распределение вероятностей в выборочных точках, рассмотрим процесс получения величины (x_1, x_2) в виде «урновой» модели. Имеется урна, в которой размещены шары трех цветов, причем доля шаров первого цвета есть Θ_1 , доля шаров второго цвета — Θ_2 и шаров третьего цвета $\Theta_3 = 1 - \Theta_1 - \Theta_2$. Наудачу выбирается шар, запоминается его цвет, после чего шар возвращается в урну. Проведя эту операцию n раз, получим, что суммарное число вынутых шаров первого цвета есть x_1 , второго цвета — x_2 и третьего — x_3 . Вероятность получения тройки (x_1, x_2, x_3) есть произведение

$$\Theta_1^{x_1} \Theta_2^{x_2} \Theta_3^{x_3},$$

но получить исход (x_1, x_2, x_3) мы можем $n!/(x_1! x_2! x_3!)$ способами, поэтому приходим к мультиномиальному распределению (x_1, x_2) :

$$p(x_1, x_2) = \frac{n!}{x_1! x_2! (n - x_1 - x_2)!} \Theta_1^{x_1} \Theta_2^{x_2} (1 - \Theta_1 - \Theta_2)^{n - x_1 - x_2},$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 \leq n.$$

Видно (см. рис. 1), что вероятность того, что R_n примет некоторое фиксированное значение, есть сумма вероятностей в выборочных точках (x_1, x_2) , лежащих на прямой (5), то есть

$$p(R_n) = \sum_{x_2=0}^n p(R_n - cx_2, x_2),$$

или, что аналогично,

$$p(R_n) = \sum_{x_1=0}^n p\left(x_1, \frac{R_n - x_1}{c}\right).$$

Соответственно функция распределения $F(R_n)$ имеет вид

$$F(R_n) = \int_0^{R_n} \sum_{x_2=0}^n p(R_n - cx_2, x_2) dR_n.$$

Из рассмотрения рис. 2, построенного для случая $\Theta_1=0,1$; $\Theta_2=0,6$; $c=5$; $n=5$, можно заключить, что вид функции $p(R_n)$ (значит, и $F(R_n)$) бывает весьма непростым, а это существенно затрудняет использование $p(R_n)$ и $F(R_n)$.

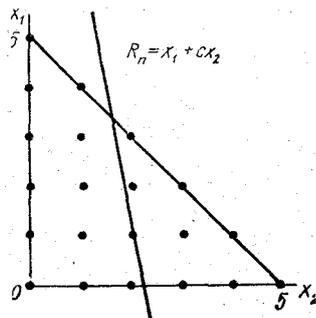


Рис. 1. Выборочное пространство двумерной случайной величины (x_1, x_2) .

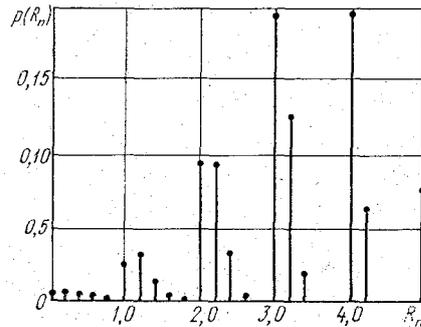


Рис. 2. Распределение вероятностей $p(R_n)$.

Рассмотрим асимптотическое поведение $p(R_n)$ при $n \rightarrow \infty$. С помощью характеристических функций легко показывается [1], что (x_1, x_2) имеет асимптотическое двумерное нормальное распределение с математическими ожиданиями $\mu(x_i) = n\theta_i$ и ковариационной матрицей $[\sigma_{ij}^2]$, где

$$\sigma_{ij}^2 = \begin{cases} n\theta_i(1-\theta_i), & i=j, \\ -n\theta_i\theta_j, & i \neq j; \quad (i, j=1, 2). \end{cases}$$

Выпишем функцию плотности нормального распределения (x_1, x_2) :

$$\begin{aligned} \varphi(x_1, x_2) = & \frac{1}{2\pi n \sqrt{\theta_1\theta_2(1-\theta_1-\theta_2)}} \exp \times \\ & \times \left[-\frac{1}{2n\theta_1\theta_2(1-\theta_1-\theta_2)} (\theta_2(1-\theta_2)(x_1 - n\theta_1)^2 + \right. \\ & \left. + 2\theta_1\theta_2(x_1 - n\theta_1)(x_2 - n\theta_2) + \theta_1(1-\theta_1)(x_2 - n\theta_2)^2) \right]. \end{aligned}$$

Приводя показатель экспоненты к виду

$$-\frac{1}{2n\theta_1\theta_2(1-\theta_1-\theta_2)} \left(\frac{x_1^2}{n\theta_1} + \frac{x_2^2}{n\theta_2} + \frac{(n-x_1-x_2)^2}{n(1-\theta_1-\theta_2)} - n \right)$$

и учитывая, что якобиан обратного преобразования $x_i = np_i$ равен n^2 , после упрощений получаем:

$$\varphi(p_1, p_2) = \frac{n}{2\pi\sqrt{\sigma}} \exp \left[-\frac{n}{2\sigma} (\Theta_2(1-\Theta_2)p_1^2 + \Theta_1(1-\Theta_1)p + \right. \\ \left. + 2\Theta_1\Theta_2(p_1p_2 - p_1 - p_2) + \Theta_1\Theta_2(\Theta_1 + \Theta_2)) \right], \quad (6)$$

где $\sigma = \Theta_1\Theta_2(1 - \Theta_1 - \Theta_2)$.

Теперь p_1 и p_2 распределены непрерывно, и мы можем записать выражение для плотности распределения функции:

$$f(R) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(R - cp_2, p_2) dp_2.$$

С учетом (6) последнее выражение может быть преобразовано к виду

$$f(R) = \frac{n}{2\pi\sqrt{\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{n}{2\sigma} (Ap_2^2 - 2Bp_2 + C) \right] dp_2, \quad (7)$$

где

$$A = \Theta_2(1 - \Theta_2)c^2 - 2\Theta_1\Theta_2c + \Theta_1(1 - \Theta_1), \\ B = [(c - c\Theta_2 - \Theta_1)R - \Theta_1(1 - c)]\Theta_2, \\ C = \Theta_2(1 - \Theta_2)R^2 - 2\Theta_1\Theta_2R + \Theta_1\Theta_2(\Theta_1 + \Theta_2).$$

Выделив теперь полный квадрат в показателе экспоненты под интегралом (7) и сделав подстановку $t = \sqrt{\frac{n}{\sigma}} \left(\sqrt{A} p_2 - \frac{B}{\sqrt{A}} \right)$, приходим к выражению

$$f(R) = \sqrt{\frac{n}{2\pi A}} e^{\frac{n}{2A\sigma}(B^2 - AC)} \quad (8)$$

Заметим, что B есть линейная, а C — квадратичная функция от R .

После несложных, но утомительных преобразований коэффициентов при одинаковых степенях R в выражении (8) получим:

$$f(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{A}{n}}} e^{-\frac{(R - R^0)^2}{\frac{2A}{n}}}, \quad (9)$$

где $R^0 = \Theta_1 + c\Theta_2$ — математическое ожидание $\mu(R)$;

$\frac{A}{n} = \frac{1}{n} [\Theta_2(1 - \Theta_2)c^2 - 2\Theta_1\Theta_2c + \Theta_1(1 - \Theta_1)]$ — дисперсия $\sigma^2(R)$.

Итак, мы получили, что функция $R = p_1 + cp_2$ распределена асимптотически нормально с параметрами $\mu(R)$ и $\sigma^2(R)$ (9).

Нетрудно теперь показать, что функция $R = c_1 p_1 + c_2 p_2$ распределена также асимптотически нормально с параметрами

$$\mu(R) = c_1 \Theta_1 + c_2 \Theta_2 \quad (10)$$

и

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{n} [\Theta_1(1 - \Theta_1)c_1^2 - 2c_1c_2\Theta_1\Theta_2 + \Theta_2(1 - \Theta_2)c_2^2].$$

Представляет определенный интерес функция распределения R вида

$$R = c_1 p_1 + c_2 p_2 + c_3 p_3, \quad (11)$$

где

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1.$$

Так как $p_3 = 1 - p_1 - p_2$, мы можем записать

$$R = (c_1 - c_3) p_1 + (c_2 - c_3) p_2 + c_3. \quad (12)$$

Параметры нормального распределения $f(R)$ при $n \rightarrow \infty$ будут равны:

$$\mu(R) = (c_1 - c_3) \Theta_1 + (c_2 - c_3) \Theta_2 + c_3, \quad (13)$$

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{n} [(c_1 - c_3)^2 \Theta_1(1 - \Theta_1) - 2\Theta_1\Theta_2(c_1 - c_3)(c_2 - c_3) + (c_2 - c_3)^2 \Theta_2(1 - \Theta_2)].$$

Легко проверить, что при

$$(c_1 - \frac{c_3}{2}) \Theta_1 + (c_2 - \frac{c_3}{2}) \Theta_2 \geq 0$$

дисперсия (13) не больше дисперсии (11), в противном случае дисперсия для R вида (11) увеличивается. Это вполне понятно, так как связь $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ теснее, чем $p_1 + p_2 \leq 1$, однако увеличением c_3 дисперсия третьего слагаемого в (11) увеличивается настолько, что разброс значений R вида (11) перекрывает эффект тесноты связи.

В случае k -слагаемых для R вида

$$R = \sum_{i=1}^k c_i p_i, \quad (14)$$

где $\sum_{i=1}^k p_i = 1$, мы можем записать

$$R = \sum_{i=1}^{k-1} (c_i - c_k) p_i + c_k. \quad (15)$$

Так как

$$\mu(R) = M \left[\sum_{i=1}^{k-1} (c_i - c_k) p_i + c_k \right],$$

$$\sigma^2(R) = M \left[\sum_{i=1}^{k-1} (c_i - c_k) p_i + c_k - \mu(R) \right]^2,$$

где $M[\dots]$ — знак математического ожидания, получаем

$$\mu(R) = \sum_{i=1}^{k-1} (c_i - c_k) \Theta_i + c_k, \quad (16)$$

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^{k-1} (c_i - c_k)(c_j - c_k) (\Theta_i \delta_{ij} - \Theta_i \Theta_j),$$

где $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ — символ Кронекера.

Таким образом, и в случае k -слагаемых функция риска R распределена асимптотически нормально с параметрами (16).

С помощью функции $f(R)$ представляется возможным решение ряда задач, связанных с оценкой точности и надежности [1] выводов об истинном значении функции риска. Одной из таких важных задач является сравнение двух методов прогноза некоторого явления погоды. Пусть эффективность методов оценивается функцией риска по выборке достаточно большого объема n . Для первого метода получена оценка R_1 , для второго — R_2 . Спрашивается, какой из двух методов лучше.

Найдем разность $\Delta R = R_2 - R_1$. Легко показать, что при $n \rightarrow \infty$ ΔR распределена асимптотически нормально с параметрами

$$\mu(\Delta R) = R_2^0 - R_1^0$$

и

$$\sigma^2(\Delta R) = \sigma^2(R_2) + \sigma^2(R_1),$$

где R_2^0, R_1^0 — истинные значения функции риска.

Мы можем проверить гипотезу $H_0: \Delta R^0 \leq 0$ против альтернативы $H_1: \Delta R^0 > 0$, согласно которой первый метод эффективнее второго. Действительно, подставив в формулу для $\sigma^2(\Delta R)$ вместо вероятностей Θ_i их выборочные оценки p_i , получим, что величина $\Delta R / \sigma(\Delta R)$ распределена по стандартному нормальному закону с $\mu = 0$ и $\sigma = 1$. Критическое множество на уровне значимости α определяется неравенством

$$\Delta R > u_{1-\alpha} \sigma(\Delta R), \quad (17)$$

где $u_{1-\alpha}$ — квантиль уровня $1 - \alpha$ стандартного нормального распределения.

Гипотеза H_0 должна быть отвергнута, если выборочная оценка ΔR удовлетворяет неравенству (17).

Нетрудно заметить, что данный критерий проверки гипотез будет равномерно наиболее мощным для указанного класса альтернатив H_0 и H_1 .

Ситуация, рассмотренная выше, возникает в задаче отбора информативных предикторов при построении статистических методов прогноза.

Так, например, при отборе предикторов методом «просеивания» [5] на каждой итерации необходимо определить целесооб-

разность включения в оптимальную группу (исключения из нее) очередного предиктора. При этом сравниваются оценки R_1 и R_2 , полученные по независимой выборке на предыдущей и последующей итерациях, так что алгоритм проверки гипотез остается тем же.

Часто бывает удобно выбирать критерий эффективности прогнозов в виде

$$R_H = R_m - R, \quad (18)$$

где R_m — некоторый «нулевой» уровень эффективности прогнозов. В качестве такого уровня может служить, например, функция риска потребителя, не располагающего прогностической информацией. Тогда разумной стратегией будет минимаксная стратегия, при которой

$$R_m = \min_{A_i} \max_{A_j} c_{ij}.$$

Можно принять за «нулевой» уровень функцию риска при использовании случайных прогнозов. Для такого критерия важно проверить, насколько значимо отличается R_H^0 от нуля, или, что равносильно, насколько полезны прогнозы по сравнению с отсутствием прогностической информации. Гипотеза $H_0: R_H^0 = 0$ должна быть отвергнута на уровне значимости α и принята гипотеза $H_1: R_H^0 > 0$, если выборочное значение R_H удовлетворяет неравенству

$$R_H > u_{1-\alpha} \sigma(R_H).$$

Легко строятся доверительные интервалы для R . Границы двустороннего доверительного интервала уровня α находятся из уравнения

$$\int_{R_1^0}^{R_2^0} f(R) dR = \alpha,$$

решения которого суть

$$R_1^0 = R - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sigma(R),$$

$$R_2^0 = R + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sigma(R).$$

В заключение отметим, что, если две оценки критерия эффективности получены по выборкам достаточно большого, но неодинакового объема n_1 и n_2 , проверка гипотез о соотношении истинных значений критериев принципиальных затруднений не вызывает. Различие между n_1 и n_2 будет учтено при расчете $\sigma(R_1)$ и $\sigma(R_2)$, в выражения которых входит n . Это замечание может

оказаться полезным, когда метод прогноза оптимизируется по одной выборке («обучающей»), а его эффективность проверяется на интервале другой («контрольной») выборки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровков А. А. Математическая статистика: Оценка параметров. Проверка гипотез.— М.: Наука, 1984.— 472 с.
2. Волконский Ю. Н. Анализ оправдываемости прогнозов.— В кн.: Синоптическая метеорология. Изд. 2-е, перераб. и доп. Л., Гидрометеиздат, 1977, с. 595—609.
3. Жуковский Е. Е. Метеорологическая информация и экономические решения.— Л.: Гидрометеиздат, 1981.— 304 с.
4. Монокрович Э. И. Гидрометеорологическая информация в народном хозяйстве.— Л.: Гидрометеиздат, 1980.— 175 с.
5. Miller R. G. SLAM—a screening lattice algorithm for nonlinear regression estimation of event probabilities.— In: Intern. Symp. on Probability and Statistics in Atmospheric Sciences, Honolulu, 1971.

УДК 551.509.52

Л. А. ХАНДОЖКО, В. Б. ВДОВИН (ЛГМИ)

О ВЫБОРЕ ГРАДАЦИЙ ВЛИЯЮЩЕЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ФУНКЦИЙ ПОТЕРЬ

Функции потерь потребителей метеоинформации являются комплексными экономическими показателями, содержащими широкие возможности анализа состояния и перспектив совершенствования метеорологического обеспечения различных областей общественного производства.

В первую очередь это относится к разработке метеоролого-экономических моделей оптимального использования прогнозов погоды для конкретного потребителя. При этом, конечно, имеется в виду, что совершенствование, включая удешевление защитных мер от неблагоприятных условий погоды, потребует повышения качества прогнозирования. Оперативные методические прогнозы экономически полезными для потребителя будут только тогда, когда использование защитных мер позволит сократить потери по метеорологическим условиям в большей мере, чем это можно сделать, ориентируясь на иного рода прогностическую информацию, так называемые тривиальные (стандартные) прогнозы.

Следуя работе [1], будем полагать, что совокупность возможных защитных мер, а значит, и затрат на предупредительные меры (Z) потребителя есть следствие регламента его решений (действий) $\Omega d = \{d_i\}$ ($i = \overline{1, k}$). Элементы d_i множества Ω выберем в порядке возрастания затрат на предупредительные меры Z_i . Решение потребителя d_0 означает $Z_0 = 0$ а последующие ре-

шения d_1, \dots, d_n предполагают нарастание затрат в порядке $Z_1 < Z_2 < \dots < Z_n$.

Потери (убытки) потребителя есть некоторая функция $u = u(d_i, M)$, отражающая их зависимость от уровня защитной меры d_i и метеорологического фактора M (метеорологической величины, явления погоды, комплекса метеорологических условий), учитываемого в работе потребителя.

В случае принятия защитных мер средние значения $u = u(d_i, M)$ есть функция убывающая, т. е. $u(d_i, M) < u(d_{i+1}, M)$, ибо в противном случае защитные мероприятия будут неэффективны, излишни.

Будем полагать, далее, что совокупность метеорологических величин X_1, \dots, X_m , определяющих погоду, образует математическое пространство размерности m , в котором определено скалярное поле выбранной метеорологической величины $M(x_1, \dots, x_m)$. Выбор метеорологического фактора определяется степенью зависимости потребителя от того или иного метеорологического условия, которое, возможно, даже ограничивает его хозяйственные мероприятия.

Решение потребителя выбрать ту или иную защитную меру обычно принимается в расчете на ожидаемые погодные условия. Можно выделить некоторое множество значений метеорологических величин (x_1, \dots, x_{m-1}) , при котором потребитель может не принимать никаких защитных мер. Это множество характеризует для данного потребителя фазу нормальной погоды Φ_0 . Границей фазы погоды Φ_0 в пространстве погодных условий, где определено скалярное поле метеорологического фактора M , будет являться поверхность уровня $M_0 = \text{const}$, определяемая уравнениями

$$u(d_1, M_0) + Z_1 = u(d_0, M_0) \quad (1)$$

или

$$R(d_1, M_0) = R(d_0, M_0), \quad (2)$$

где $R(d_1, M_0) = u(d_1, M_0) + Z_1$ и $R(d_0, M_0) = u(d_0, M_0)$ — общие потери потребителя, представляющие собой сумму прямых убытков и затрат на предупредительные меры при решениях d_1, d_0 и уровне метеорологического фактора M_0 .

Уравнения (1) и (2) составлены из условия, что потребителю при известном значении M_0 становится выгоднее принимать защитные меры d_1 с затратами Z_1 , чем нести убытки $u(d_0, M_0)$ при отсутствии мер защиты.

Оставшееся множество со значениями x_1, \dots, x_m (после фазы Φ_0) характеризует неблагоприятные погодные условия и может быть подразделено на Φ_1, \dots, Φ_n с соответствующим регламентом действий d_1, \dots, d_n . Границами фаз погоды будут являться поверхности уровня, определяемые уравнениями

$$R(d_i, M_i) = R(d_{i-1}, M_i) \quad (3)$$

и

$$R(d_i, M_{i+1}) = R(d_{i+1}, M_{i+1}). \quad (4)$$

Решение уравнений (3) и (4) есть соответственно границы M_i (раздел фаз погоды Φ_{i-1} и Φ_i) и M_{i+1} (раздел фаз погоды Φ_i и Φ_{i+1}).

В прогнозах и предупреждениях содержатся значения всех величин x_1, \dots, x_m , определяющих метеорологический фактор. Будем полагать в дальнейшем, что потребитель использует стратегию доверия. В случае получения прогноза всегда $M_j \in \Phi_j$. При этом прогностическому значению M_j соответствует заранее определенное регламентом решение d_j .

В качестве меры экономической полезности прогноза будем рассматривать разность общих потерь двух решений — отсутствие защитных мер и их принятие при осуществившемся значении метеорологического фактора M_i

$$P(d_i, M_i) = R(d_0, M_0) - R(d_j, M_i). \quad (5)$$

Наибольшая экономическая полезность в случае M_i будет отвечать оптимальным решениям

$$P(d_{\text{опт}}, M_i) = \max_j [P(d_j, M_i)]. \quad (6)$$

Используя введенную оценку экономической полезности метеорологического прогноза, определим функцию потерь потребителя как зависимость уменьшения полезности метеорологического прогноза при данном решении d_j по сравнению с полезностью при оптимальном решении $d_{\text{опт}}$ от прогностического M_j и фактического M_i значений метеорологического фактора, т. е.

$$\begin{aligned} s(d_j, M_i) &= P(d_{\text{опт}}, M_i) - P(d_j, M_i) = R(d_0, M_i) - \\ &- R(d_{\text{опт}}, M_i) - R(d_0, M_0) + R(d_j, M_i) = \\ &= R(d_j, M_i) - R(d_{\text{опт}}, M_i), \end{aligned} \quad (7)$$

Очевидно, что оптимальное решение, принятое на основании метеорологического прогноза, обращает функцию потерь в нуль. Общие потери при оптимальном решении потребителя находятся из условия

$$R(d_{\text{опт}}, M_i) = \min_j [R(d_j, M_i)].$$

В качестве иллюстрации изложенных принципов рассмотрим построение функции метеорологических потерь потребителя, неблагоприятным явлением погоды для которого является ветер. В этом случае пространство погодных условий одномерное, а метеорологическим фактором будет скорость ветра v . Поверхность, разделяющая фазы в пространстве погодных условий, вырождается в точку на отрезке возможных в данном климатическом районе значений скорости ветра от нуля до $v = v_{\text{макс}}$. Предположим, что потребитель имеет регламент, состоящий из трех возможных действий, затраты на осуществление которых определяются как

$$Z_0 = 0 < Z_1 < Z_2.$$

К примеру, можем считать, что потребитель при нормальных скоростях ветра, меньших v_1 , определяющих фазу погоды Φ_0 , не принимает защитных мер; при скоростях ветра, определяемых как опасное явление (фаза Φ_1), т. е. при $v_1 \leq v < v_2$, принимаются защитные меры Z_1 . При очень сильном ветре, т. е. при стихийных явлениях (фаза Φ_2), когда $v_2 \leq v \leq v_{\max}$, потребитель принимает более масштабные меры Z_2 большей стоимости, чем Z_1 .

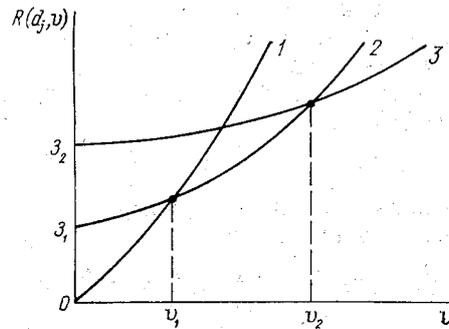


Рис. 1. График зависимости общих потерь потребителя от скорости ветра v :
1 — $R(d_0, v)$; 2 — $R(d_1, v)$; 3 — $R(d_2, v)$.

Будем считать, что прямые убытки потребителя пропорциональны периоду τ существования неблагоприятной фазы погоды Φ_1 или Φ_2 и определяются следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} u(d_0, v) &= \tau c_{10}v + \tau c_{20}v^2, \\ u(d_1, v) &= \tau c_{11}v + \tau c_{21}v^2, \\ u(d_2, v) &= \tau c_{12}v + \tau c_{22}v^2. \end{aligned} \quad (8)$$

где c_{mn} — постоянные коэффициенты ($m=1, 2$; $n=0, 1, 2$).

Граница раздела фаз погоды Φ_0 и Φ_1 определяется из уравнения

$$\tau c_{10}v_1 + \tau c_{20}v_1^2 + \tau c_{11}v_1 + \tau c_{21}v_1^2 + Z_1$$

откуда

$$v_1 = \frac{\tau(c_{10} - c_{11}) + \sqrt{\tau^2(c_{10} - c_{11})^2 + 4\tau(c_{20} - c_{21})Z_1}}{2\tau(c_{20} - c_{21})}. \quad (9)$$

Граница раздела фаз погоды Φ_1 и Φ_2 — из уравнения

$$\tau c_{11}v_2 + \tau c_{21}v_2^2 + Z_1 = \tau c_{12}v_2 + \tau c_{22}v_2^2 + Z_2,$$

откуда

$$v_2 = \frac{\tau(c_{11} - c_{12}) + \sqrt{\tau^2(c_{11} - c_{12})^2 + 4\tau(c_{21} - c_{22})(Z_2 - Z_1)}}{2\tau(c_{21} - c_{22})}. \quad (10)$$

В рассматриваемом примере оптимальное решение потребителя для данного значения скорости ветра совпадает с решением, принимаемым на основании оправдавшегося прогноза погоды, т. е. $d_{i \text{ опт}} = d_i$. В этом случае функция метеорологических потерь определяется по формуле (7).

Для решения потребителя d_0

$$s(d_0, v) = R(d_0, v) - R(d_i, v) =$$

$$= \begin{cases} \tau c_{10}v + \tau c_{20}v^2 - \tau(c_{10}v + c_{20}v^2) = 0, & \text{при } 0 \leq v < v_1 \\ \tau(c_{10}v + c_{20}v^2) - \tau(c_{11}v + c_{21}v^2) - \mathcal{Z}_1 = \tau(c_{10} - c_{11})v + \\ + \tau(c_{20} - c_{21})v^2 - \mathcal{Z}_1, & \text{при } v_1 \leq v < v_2 \\ \tau(c_{10}v + c_{20}v^2) - \tau(c_{12}v + c_{22}v^2) - \mathcal{Z}_2 = \tau(c_{10} - c_{12})v + \\ + \tau(c_{20} - c_{22})v^2 - \mathcal{Z}_2 & \text{при } v_2 \leq v \leq v_{\text{макс}} \end{cases}$$

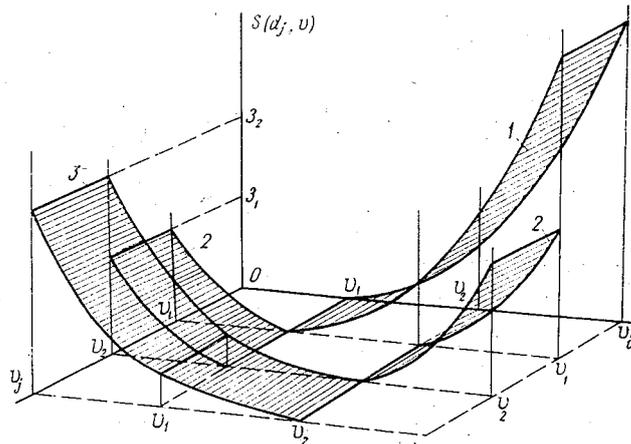


Рис. 2. График зависимости метеорологических потерь от прогностического v ; и фактического значения v_i скорости ветра:

1 — $s(d_0, v)$; 2 — $s(d_1, v)$; 3 — $s(d_2, v)$.

Аналогично для решений потребителя d_1 и d_2 получим следующие функции метеорологических потерь:

$$s(d_1, v) = R(d_1, v) - R(d_i, v) =$$

$$= \begin{cases} \mathcal{Z}_1 - \tau(c_{10} - c_{11})v - \tau(c_{20} - c_{21})v^2 & \text{при } 0 \leq v < v_1 \\ 0 & \text{при } v_1 \leq v < v_2 \\ \tau(c_{11} - c_{12})v + \tau(c_{21} - c_{22})v^2 - (\mathcal{Z}_2 - \mathcal{Z}_1) & \text{при } v_2 \leq v \leq v_{\text{макс}} \end{cases}$$

$$s(d_2, v) = R(d_2, v) - R(d_i, v) =$$

$$= \begin{cases} \mathcal{Z}_2 - \tau(c_{10} - c_{12})v - \tau(c_{20} - c_{22})v^2 & \text{при } 0 \leq v < v_1 \\ (\mathcal{Z}_2 - \mathcal{Z}_1) - \tau(c_{11} - c_{12})v - \tau(c_{21} - c_{22})v^2 & \text{при } v_1 \leq v < v_2 \\ 0 & \text{при } v_2 \leq v \leq v_{\text{макс}} \end{cases}$$

На рис. 1 и 2 приведены графики общих и метеорологических потерь в зависимости от принятого решения и фактической скорости ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский Е. Е. Метеорологическая информация и экономические решения.—Л.: Гидрометеонздат, 1981.—303 с.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА ЗАДАНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Качество численного прогноза для ограниченной территории в значительной степени зависит от точности задания граничных условий. В работах [2, 3] рассматривался численный метод задания граничных условий и была показана его эффективность в сравнении с традиционным методом фиксации граничных условий по начальным данным. В данной статье рассматриваются вычислительные аспекты применения этого метода.

Реализация численного метода задания граничных условий предполагает решение задачи Коши для уравнения эллиптического типа. Трудности решения этой задачи обусловлены некорректностью ее постановки. По сравнению с классически корректными задачами здесь сколь угодно малым возмущениям во входных данных могут соответствовать сколь угодно большие изменения решения [7], что приводит к необходимости применять специальные методы [1, 4, 7].

Решение задачи Коши для уравнения эллиптического типа в работах [2, 3] осуществлялось на основе метода квазиобращения [1], суть которого состоит в повышении порядка оператора там, где заданы условия Коши, и в понижении — где граничных данных нет или их недостаточно.

Пусть Ω — область в R^m с границей Γ ; A — дифференциальный оператор второго порядка эллиптического типа

$$Au = - \sum_{i,j=1}^m \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + a_0 u,$$

$$a_{ij} \in C^3(\Omega), \quad a_0 \in C^0(\Omega), \quad a_0 > 0,$$

$$\sum_{i,j=1}^m a_{ij} \zeta_i \zeta_j \geq \alpha (\zeta_1^2 + \dots + \zeta_m^2), \quad \alpha > 0.$$

Рассмотрим задачу

$$Au = f \tag{1}$$

с условиями Коши, заданными на части границы Γ :

$$G_0 = u|_{\Gamma_0}, \quad G_1 = \frac{\partial u}{\partial \nu} \Big|_{\Gamma_0}, \tag{2}$$

где $\frac{\partial u}{\partial \nu} = \sum_{i,j} a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \cos(\nu, x_i)$,

ν — внешняя по отношению к Ω нормаль к Γ_0 (Γ_0 — часть границы, на которой заданы условия Коши; Γ_1 — остальная часть границы).

Задача (1), (2) является некорректно поставленной. Применение метода квазиобращения позволяет получить корректно поставленную задачу:

$$A^*(M^2Au) = A^*M^2f \quad (3)$$

с условиями (2), где A^* — оператор, сопряженный оператору A , а функция M определена следующим образом:

$$M = \begin{cases} \frac{d(x, \Gamma_1) - \varepsilon}{\varepsilon}, & \text{если } \varepsilon \leq d(x, \Gamma_1) \leq 2\varepsilon, \\ 0, & \text{если } d(x, \Gamma_1) \leq \varepsilon, \\ 1, & \text{если } d(x, \Gamma_1) \geq 2\varepsilon, \end{cases}$$

где ε — «малое» положительное число.

В случае если $f \equiv 0$ в (1), возможно применение второго метода квазиобращения [1] к задаче (1), (2) в Ω :

$$\varepsilon_1^{-2} A^*(M^2Au) - \sum_{i,j=1}^m \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^2 a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + a_0 u \quad (4)$$

с условиями (2), где ε_1 — «малое» положительное число, а функция ρ определена следующим образом:

$$\rho = \begin{cases} 1, & \text{если } d(x, \Gamma_1) \geq \varepsilon, \\ \frac{d(x, \Gamma_1)}{\varepsilon}, & \text{если } d(x, \Gamma_1) \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (5)$$

В [1] показано, что задача (3), (2) (задача (4), (2)) поставлена корректно и имеет единственное решение в $\Omega^* = \{x | d(x, \Gamma_1) \leq \varepsilon\}$, сходящееся к точному при $\{\varepsilon, \varepsilon_1\} \rightarrow 0$.

Заметим, что оператор в выражениях (3), (4) имеет четвертый порядок внутри области Ω^* и вырождается на промежуточной границе $d(x, \Gamma_1) = \varepsilon$ так, что кроме условий (2) не нужно никаких других граничных условий.

Решение задач (3), (2) и (4), (2) представляет известную трудность. В связи с этим целесообразно изучить аспекты, связанные с применением метода квазиобращения, на модельной задаче, в качестве которой рассмотрим задачу Коши для уравнения Лапласа:

$$\nabla^2 u = 0, \quad (6)$$

в прямоугольнике $-1 < x < 1, 0 \leq y < 1$ с граничными условиями

$$u(x, 0) = \sin(x), \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = 0. \quad (8)$$

Применение второго метода квазиобращения позволяет получить задачу

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho^2 \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \varepsilon_1^2 = \nabla^2 (M^2 \nabla^2 u) \quad (9)$$

с граничными условиями (7), (8).

ращения и задача (10)–(12) может быть представлена в виде

$$QU = F, \quad (13)$$

где правая часть отлична от нуля только при $j=1, 2$ за счет исключения условий (11), (12). Матрицу Q представим в виде суммы диагональной, нижней треугольной и верхней треугольной матриц: $Q = D + L + V$. Обозначая через $U^{(k)}$ — вектор k -го итерационного приближения, приходим к каноническому виду итерационного процесса блочного метода последовательной верхней релаксации (МПВР) [6]:

$$(D + \omega L) \frac{U^{(k+1)} - U^{(k)}}{\omega} + QU^{(k)} = F, \quad (14)$$

где ω — итерационный параметр.

Оценка нижней и верхней границ спектра матрицы Q при $h = 0, 1$, осуществленная с помощью метода, описанного в [6], позволила сделать вывод о положительной определенности матрицы Q $41E \leq Q \leq 63850E$, где E — единичная матрица. Учитывая также самосопряженность матрицы Q в Ω^* , согласно [5, 6], процесс (14) сходится к точному решению при $0 < \omega < 2$.

Следует заметить, что при реализации процесса (14) возникает необходимость обращения диагональной блочной матрицы D . Условия для применения метода обычной прогонки здесь не выполнены, так как D не имеет диагонального преобладания. Поэтому матрица D обращалась методом немонотонной прогонки для пятиточечных уравнений [6].

Запишем теперь (14) в каноническом виде треугольных итерационных методов:

$$B \frac{U^{(k+1)} - U^{(k)}}{\tau_{k+1}} + QU^{(k)} = F, \quad (15)$$

$$\text{где } B = D + \tau R_1, \quad R_1 = \frac{1}{2}D + L, \quad \tau = \frac{2\omega}{2 - \omega}.$$

Несамосопряженность матрицы B не позволяет использовать в итерационном процессе (15) набор параметров τ_k и тем самым увеличить скорость сходимости метода.

Определим оператор B соотношением

$$B = (E + \omega_1 R_1)(E + \omega_1 R_2), \quad (16)$$

где $R_1 = R_2^*$, $R_1 + R_2 = Q$, $\omega_1 > 0$ — итерационный параметр.

Тогда приходим к попеременно-треугольному методу (ПТМ) [5, 6], реализуемому алгоритмом

$$U^{(k+1)} = U^{(k)} - \tau_{k+1} W_k, \quad BW_k = r_k, \quad (17)$$

где $r_k = QU^{(k)} - F$ — невязка; τ_k — чебышевский набор параметров.

Поправка W_k находится решением уравнений

$$(E + \omega_1 R_1) \bar{W}_k = r_k, \quad (E + \omega_1 R_2) W_k = \bar{W}_k.$$

Теперь рассмотрим задачу (10)–(12) при $\varepsilon_1 \neq 0$. Пусть коэффициенты ρ_{ij} в уравнении (10) удовлетворяют условию $0 < C_1 \leq \rho_{ij} \leq C_2$. Очевидно, что вблизи границы Γ_1 отношение C_2/C_1 велико. В этом случае целесообразно использовать модифицированный попеременно-треугольный метод (МПТМ) [6], который отличается от ПТМ выбором оператора B :

$$B = (D_1 + \omega_1 R_1) D_1^{-1} (D_1 + \omega_1 R_2), \quad (18)$$

где D_1 — некоторая положительная функция, подлежащая определению и играющая роль дополнительного итерационного параметра. Эта функция позволяет учесть особенности оператора Q в каждом узле сеточной области. МПТМ реализуется алгоритмом (17), при этом поправка W_k находится решением уравнений

$$(D_1 + \omega_1 R_1) \bar{W}_k = r_k, \quad (D_1 + \omega_1 R_2) W_k = D_1 \bar{W}_k.$$

Заметим, что здесь оператор $Q = R_1 + R_2$ второго порядка. Операторы R_1, R_2 определялись следующим образом:

$$R_1 U = \frac{\rho_{i,j}^2 + \rho_{i-1,j}^2}{2h} U_{\bar{x}} + \frac{\rho_{i,j}^2 + \rho_{i,j-1}^2}{2h} U_{\bar{y}} + \frac{U_{i,j}}{2h} \bar{\rho},$$

$$R_2 U = \frac{\rho_{i+1,j}^2 + \rho_{ij}^2}{2h} U_x + \frac{\rho_{i,j+1}^2 + \rho_{ij}^2}{2h} U_y + \frac{U_{ij}}{2h} \bar{\rho},$$

где
$$\bar{\rho} = \frac{1}{2h} (\rho_{i+1,j}^2 - \rho_{i-1,j}^2 + \rho_{i,j+1}^2 - \rho_{i,j-1}^2),$$

$$U_{\bar{x}} = \frac{U_{ij} - U_{i-1,j}}{h}, \quad U_x = \frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{h}, \quad U_{\bar{y}} = \frac{U_{ij} - U_{i,j-1}}{h},$$

$$U_y = \frac{U_{i,j+1} - U_{i,j}}{h}.$$

Величина ε_1 полагалась равной 0,01. На границе Γ_1 коэффициент ρ_{ij} полагался равным 0,00001, несмотря на (5). Априорная информация для применения МПТМ определялась в соответствии с [6].

Решение модельной задачи (6)–(8) осуществлялось на регулярной сетке точек размером 21×10 узлов с шагом $h = 0,1$. В качестве начального приближения принималось $U^{(0)} = 0$. Параметр ε во всех экспериментах полагался равным шагу сетки. Эффективность итерационных методов оценивалась по скорости их сходимости и по точности получаемого решения в сравнении с аналитическим $u = \sin x \operatorname{ch} y$.

Итерационный процесс МПВР прекращался по достижении невязки $\max_{\Omega^*} |U^{(k+1)} - U^{(k)}| \leq 0,01$. Процессы ПТМ и МПТМ

прекращались по выполнении 32 итераций, так как чебышевский набор параметров τ_h был рассчитан по множеству

$$\mathfrak{M}_P = \left\{ -\cos \frac{(2i-1)\pi}{2P}; i = 1, \dots, P; P = 2^5 \right\}$$

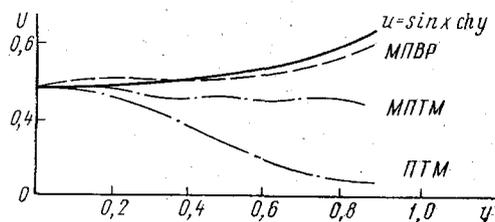


Рис. 1. Точность решения задачи (6)–(8) итерационными методами ($x=0,6$).

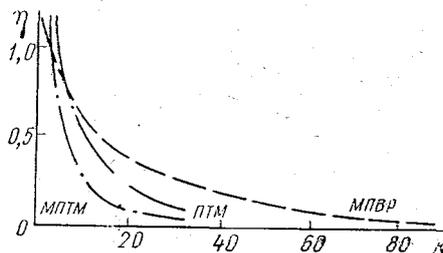


Рис. 2. Скорость сходимости итерационных методов, $\eta = \max_{\Omega^*} |U^{(k+1)} - U^{(k)}|$.

На рис. 1, 2 представлены результаты проведенных экспериментов, анализ которых позволяет сделать следующие выводы.

Выводы

Наивысшей скоростью сходимости обладает МПТМ, а наименьшей — МПВР. Однако наилучшее приближенное решение позволяет получить МПВР. Тот факт, что решение, полученное с помощью МПТМ, оказалось хуже, объясняется, по-видимому, введением искусственного условия $\rho_{ij} | \Gamma_1 = 0,00001$.

Учитывая вышесказанное и то, что задача Коши для неоднородного уравнения эллиптического типа может быть решена только с помощью первого метода квазиобращения, наш выбор был остановлен на методе последовательной верхней релаксации, который и был использован при реализации численного метода задания граничных условий в работах [2, 3].

В заключение отметим, что при использовании уравнения с более сложной структурой оператора по сравнению с оператором в уравнении (6), изменятся только вид матрицы Q за счет изменения параметра d . Например, в случае уравнения Гельмгольца $\nabla^2 u - \lambda u = 0$ имеем: $d = 4 + \lambda H^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Латтес Р., Лионс Ж.-Л. Метод квазиобращения и его приложения.— М.: Мир, 1970.— 334 с.
2. Макоско А. А. Исследование чувствительности прогностических схем к возмущениям в граничных условиях.— В сб.: Метеорологические прогнозы. Л., изд. ЛПИ, 1983, вып. 82, с. 156—162 (ЛГМИ).
3. Макоско А. А., Неелова Л. О. Об эффективности различных методов задания боковых граничных условий в численном прогнозе погоды для ограниченной территории.— В сб.: Авиационная метеорология. Л., 1983, с. 251—257 (ЛГМИ). Деп. ВИНТИ, № 825—84.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики.— М.: Наука, 1980.— 536 с.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М.: Наука, 1977.— 656 с.
6. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений.— М.: Наука, 1978.— 590 с.
7. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1974.— 223 с.

УДК 551.509.313 : 551.528.001.57

И. В. МИХАЛЕВ, Л. О. НЕЕЛОВА, Э. Л. ПОДОЛЬСКАЯ (ЛГМИ)

РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЕ С УЧЕТОМ СУТОЧНОГО И СЕЗОННОГО ХОДА ИНСОЛЯЦИИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ЧИСЛЕННОГО ПРОГНОЗА

В настоящее время довольно широкое распространение получили радиационно-конвективные модели (РКМ), позволяющие исследовать ряд атмосферных процессов, формирующих климат [1]—[5]. В большинстве случаев РКМ используются для определения равновесного состояния атмосферы, и тогда конвективное приспособление представляет собой лишь некоторый итерационный процесс решения системы уравнений. Однако метод установления, первоначально предложенный Манабе—Стриклером [1], в принципе является параметризацией реального физического процесса конвекции и позволяет моделировать изменение температурного профиля со временем. В частности, в таком виде радиационно-конвективное приспособление является одним из блоков трехмерных моделей.

В настоящей работе РКМ используется для моделирования сезонного и суточного хода температуры, кроме того, предлагается упрощенный вариант конвективного приспособления, предназначенный для трехмерных моделей численного прогноза погоды.

Рассматривается 8-слойная модель атмосферы с равномерным шагом по вертикали в σ -системе координат. (Перепад давлений в элементарном слое $\Delta p = 0,125 p_s$, где p_s — приземное давление). В качестве исходных данных задаются среднезональный вертикальный профиль массовой доли водяного пара, альbedo подстилающей поверхности и облачная статистика для широты 30° , заимствованные из [6]. (Расчеты производятся для широты 30° , поскольку здесь меридиональный перенос тепла незначителен и полученный вертикальный температурный профиль должен быть близким к климатическому). Концентрация углекислого газа считается постоянной и равной $0,05\%$ по весу. Поглощение коротковолновой радиации в слое озона полагается равным 5% от видимой плюс ультрафиолетовой части солнечной постоянной. Радиационный блок модели описан в [7]. Расчет производится от начального климатического профиля температуры. При вычислениях среднегодового профиля поток тепла в почву считается равным нулю, а турбулентный поток явного и скрытого тепла приравнивается радиационному балансу подстилающей поверхности и прибавляется к теплосодержанию нижнего расчетного слоя модели таким образом, чтобы температура изменилась только на нижней границе слоя. Радиационные изменения температуры атмосферных слоев линейно интерполируются между расчетными уровнями, при этом алгоритм вычислений обеспечивает сохранение суммарного изменения теплосодержания атмосферного столба.

В том случае, когда в результате радиационных изменений температуры в каком-либо слое создается вертикальный градиент температуры, превышающий заданное стандартное значение $\gamma_{ст}$, считается, что в этом слое возникает конвекция и избыток тепла перераспределяется между близлежащими слоями. Прежде всего, начиная от земли, рассчитываются предельно допустимые перепады температур для всех элементарных слоев:

$$\delta T_i = \gamma_{ст} (z_i - z_{i-1}) = \frac{R \gamma_{ст} (T_{i-1} + T_i)}{g (p_{i-1} + p_i)} (p_{i-1} - p_i).$$

Здесь p_i — давление на уровнях z_i ; R — газовая постоянная; g — ускорение свободного падения.

Они сравниваются с фактическими перепадами $\Delta T_i = T_{i-1} - T_i$ и в тех слоях, где $\Delta T_i > \delta T_i$, температура изменяется. Перераспределение ведется последовательными шагами: сначала изменяется температура на границах одного слоя. При этом, как правило, возникают конвективные условия в соседних слоях. Поэтому вновь производится вычисление предельно допустимых перепадов температуры (в связи с изменением средней температуры слоев) и сравнение их с фактическими. Теперь перераспределение охватывает всю группу смежных «конвективных» слоев. Процесс продолжается до тех пор, пока для всех элементарных слоев не будет выполнено условие $\Delta T_i - \delta T_i \leq 0,1^\circ$.

При перераспределении температуры соблюдаются два очевидных условия:

1. Перепады температуры в каждом конвективном слое приравниваются предельно допустимым; 2. Суммарное теплосодержание атмосферы при конвективном перемешивании не меняется. Эти условия выражаются простой системой алгебраических уравнений:

А). В случае, когда конвективный слой начинается от земли и охватывает k элементарных слоев

$$\left. \begin{aligned} T'_{k+1} &= T_{k+1}, \\ T'_{k-1} &= T'_k + \delta T_{k-1}, \\ T'_{k-2} &= T'_{k-1} + \delta T_{k-2}, \\ &\dots \dots \dots \\ T'_1 &= T'_2 + \delta T_1 \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

$$\int_{p_1}^{p_{k+1}} c_p T dp = \int_{p_1}^{p_{k+1}} c_p T' dp, \quad (2)$$

где c_1 — теплоемкость воздуха при постоянном давлении. При постоянном шаге $\Delta p_i = \text{const}$ выражение (2) упрощается. Используя метод трапеций, заменим интегралы суммами:

$$\frac{T_1}{2} + \sum_{j=2}^k T_j + \frac{T_{k+1}}{2} = \frac{T'_1}{2} + \sum_{j=2}^k T'_j + \frac{T'_{k+1}}{2}. \quad (3)$$

Здесь T_j и T'_j — температуры на соответствующих уровнях до и после конвективного перераспределения. Формулы (1) и (3) представляют собой систему уравнений для определения $k+1$ неизвестных: T'_1, \dots, T'_{k+1} .

Б). Если конвективные условия возникают на произвольном уровне N , имеем

$$\left. \begin{aligned} T'_{N+k+1} &= T_{N+k+1}, \\ T'_{N+k-1} &= T'_{N+k} + \delta T_{N+k-1}, \\ T'_{N+k-2} &= T'_{N+k-1} + \delta T_{N+k-2}, \\ &\dots \dots \dots \\ T'_N &= T'_{N+1} + \delta T_N, \\ T'_{N-1} &= T_{N-1}; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\frac{T_{N-1}}{2} + \sum_{j=N}^{N+k} T_j + \frac{T_{N+k+1}}{2} = \frac{T'_{N-1}}{2} + \sum_{j=N}^{N+k} T'_j + \frac{T'_{N+k+1}}{2}. \quad (5)$$

В отличие от предыдущего случая возможно распространение конвекции не только вверх от уровня k , но и вниз от уровня N ,

если в результате понижения температуры на уровне N окажется $T'_{N-1} - T'_N > \delta T_{N-1}$.

Однако описанный алгоритм обеспечивает преимущественное распространение перемешивания вверх от первоначально возникшего конвективного слоя.

Так как равновесная температура сильно зависит от облачности, в ряде экспериментов оценивалось влияние различных мето-

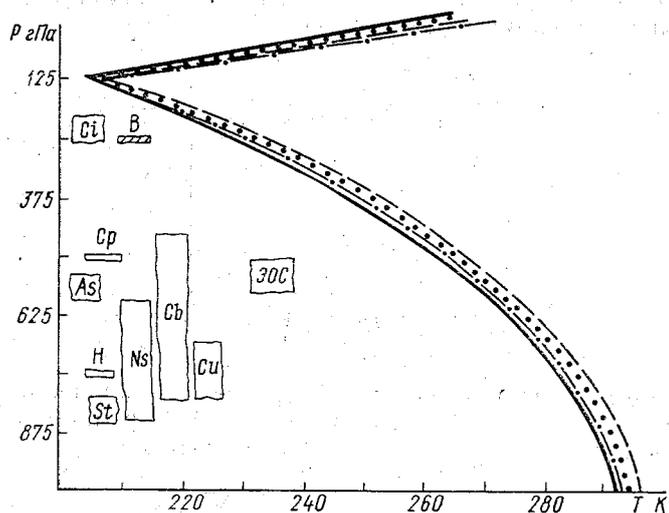


Рис. 1. Климатический вертикальный профиль и рассчитанные разными методами профили температуры на 200-е сутки:

— климат; --- частичная облачность; - · - · - эффективный слой; · · · методика Роджерса; ЭОС — эффективный облачный слой; В — верхняя; Ср — средняя; Н — нижняя облачность.

дик задания облачности на установление термического равновесия. В численных экспериментах использовались данные Роджерса [6] об облачности 6 типов. Их границы показаны на рис. 1. В модели задавалась облачность трех ярусов в виде тонких пластин, прилегающих к верхним границам соответствующих слоев. Облака вертикального развития представлялись в виде систем облаков нижнего и среднего ярусов. Расчеты проводились по трем методикам. На рис. 1 изображен температурный профиль на 200-е сутки, рассчитанный по методике Роджерса (чередование сплошной облачности данного типа и случаев ее полного отсутствия), а также профиль, получающийся в случае эффективного облачного слоя, высота и радиационные характеристики которого определяются как средневзвешенные с учетом повторяемости облачности каждого типа. На рис. 1 показаны границы этого слоя. В третьей методике в течение всего эксперимента задавалось одновременное наличие частичной облачности всех ярусов, балл которой считался равным климатической повторяе-

мости. При всех этих расчетах задавались постоянные среднегодовые значения среднего за день косинуса зенитного угла солнца (0,538) и продолжительности светлого времени суток (0,5). Из рисунка видно, что все три рассчитанных профиля дают более высокую температуру по сравнению с климатом. Это связано с тем, что на широте 30° имеется незначительный меридиональный отток тепла, не учитываемый РКМ. В тропосфере наиболее близки между собой и к климату профили, рассчитанные по методике Роджерса для эффективного облачного слоя. В стратосфере эффективный слой завывает нагревание на 10° . Это вызвано тем, что средневзвешенная высота эффективной облачности приходится как раз на те атмосферные слои, где облачность не встречается как в природе, так и в более точных численных моделях [5]. Верхняя граница эффективного облачного слоя расположена намного ниже, а поэтому значительно теплее, чем облака верхнего яруса. Следовательно, стратосфера, изменение температуры которой определяется чисто радиационным балансом (конвекция сюда не доходит), получает от эффективной облачности значительно больший поток тепла, чем от облаков верхнего яруса. Задание частичной облачности трех ярусов приводит к дополнительному нагреванию тропосферы на $2-3^\circ$, так как при этом завывает фактический балл верхней облачности из-за предположения о случайности ее распределения. При моделировании суточного и сезонного хода температуры нас интересовала в первую очередь тропосфера, в то же время нужно было заботиться об экономии машинного времени, поэтому дальнейшие расчеты производились с использованием эффективного облачного слоя.

При условии отсутствия потока тепла в почву и постоянной среднегодовой влажности были проведены эксперименты по моделированию сезонного хода вертикального профиля температуры. Склонение солнца при этом задавалось по косинусоидальной зависимости, и для каждого суток рассчитывались среднесуточный зенитный угол солнца и продолжительность светлого времени. Анализ результатов выявил ряд нежелательных эффектов: слишком большой (даже для условий суши) сезонный ход температуры; отсутствие тепловой инерции атмосферы, о чем говорят практически одинаковые температуры для весны и осени; рассчитанная среднегодовая температура оказывается значительно больше климатической. Чтобы избежать этого, в следующих экспериментах учитывался поток тепла в почву, пропорциональный радиационному балансу подстилающей поверхности. Аналогично [2] была предпринята попытка грубой параметризации сезонного изменения влажности. В течение года относительная влажность считалась постоянной. Действительно, согласно климатическим данным [6], она мало меняется от сезона к сезону. Массовая доля водяного пара рассчитывалась на каждом шаге по времени в зависимости от температуры (использовалась формула Магнуса). Пропорционально изменению влажности данного слоя из-

менялась и его температура за счет фазовых притоков тепла. Результаты расчетов изображены на рис. 2. Учет потока тепла в почву и фазовых притоков тепла приводит к разным значениям амплитуды сезонного хода, а также абсолютных значений температуры для всех сезонов. Проявилась тепловая инерция: осень заметно теплее весны.

Используя описанный алгоритм, был рассчитан суточный ход температуры с учетом сезонных изменений инсоляции. При этом

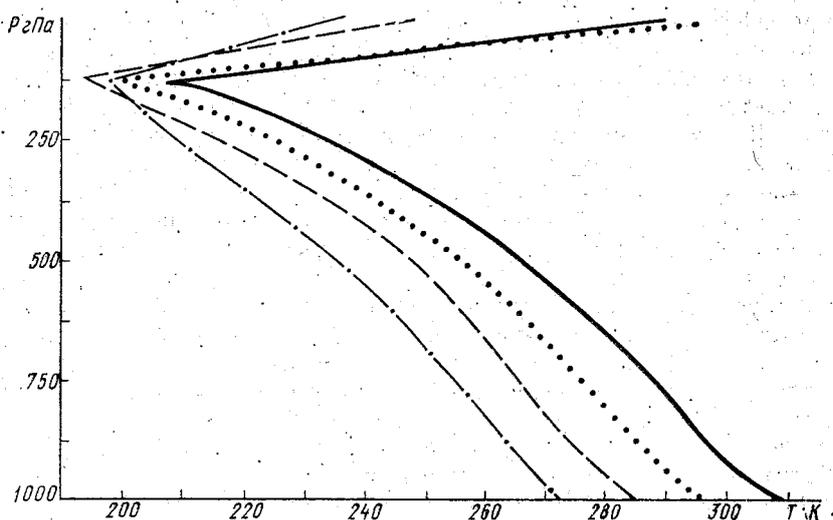


Рис. 2. Рассчитанные вертикальные профили температуры для разных сезонов:

— лето; ---- весна; ... осень; -.-.- зима.

косинус зенитного угла солнца рассчитывался как средний за 3-часовой интервал. Результаты этих вычислений приведены на рис. 3. Как и следовало ожидать, максимальная амплитуда суточного хода наблюдается на поверхности земли и уменьшается с высотой. Полученная амплитуда суточного хода температуры несколько занижена, что связано, очевидно, с наличием постоянной облачности. Минимум температуры наблюдается перед восходом солнца, а максимум запаздывает относительно астрономического полудня. Наблюдается также отставание в наступлении максимума и минимума на высотах по сравнению с земной поверхностью. В сезонном ходе можно отметить уменьшение амплитуды суточного хода вследствие малой инсоляции и запаздывание в наступлении минимума температуры зимой по сравнению с летом, поскольку зимой конвекция развита слабо.

Таким образом, проведенные численные эксперименты дают не только близкий к климатическому вертикальный профиль температуры, но и позволяют моделировать довольно тонкие эффекты

в суточном и сезонном ходе, которые обычно получают только в рамках теории пограничного слоя атмосферы. Особый интерес представляло влияние суточного хода температуры на формирование среднесуточного вертикального градиента температуры.

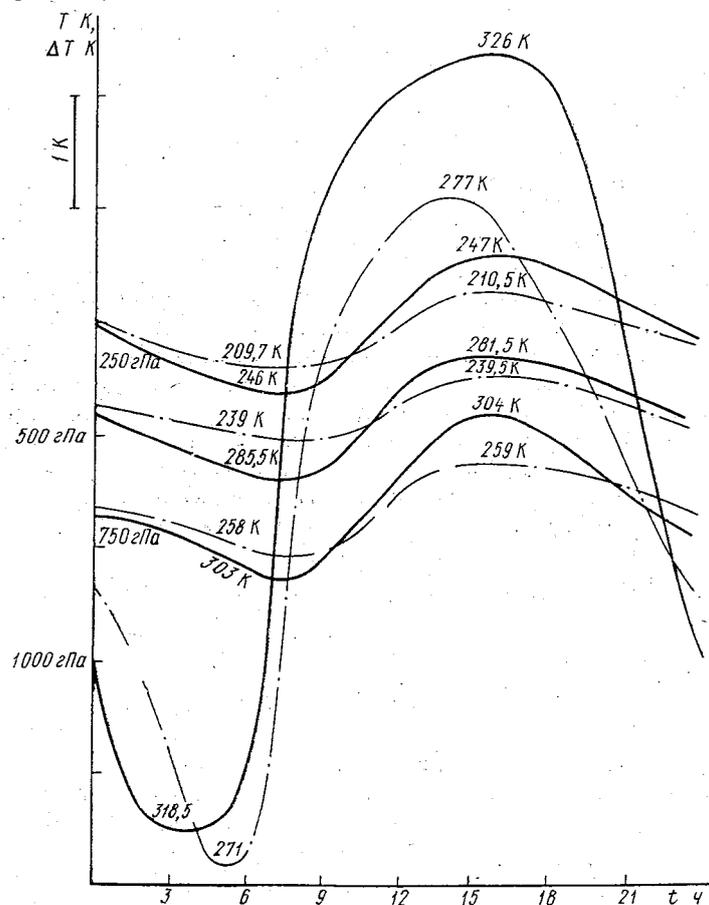


Рис. 3. Суточный ход температуры на различных уровнях:
— лето; -.- зима.

Теоретически при наличии вертикального перемешивания в атмосфере должен устанавливаться сухоадиабатический градиент в ненасыщенном влажном воздухе и влажноадиабатический при условии насыщения. Наблюдаемый же средний градиент температуры в тропосфере близок к $0,65^\circ\text{K}/100\text{ м}$. Возможным объяснением этого факта является суточный ход температуры в нижней части атмосферы. Для примера был задан $\gamma_{\text{ст}} = \gamma_a$ и проанализирован суточный ход вертикального профиля температуры в нижнем расчетном слое модели для зимы. Оказалось, что днем устанавливается сухоадиабатический градиент, а ночью в связи

с выхолаживанием земной поверхности вертикальный градиент значительно уменьшается. При этом среднесуточный вертикальный градиент температуры оказывается равным $0,69^\circ\text{K}/100\text{ м}$.

В трехмерных моделях прогноза нецелесообразно использовать конвективное приспособление в том виде, как оно работает в РКМ. В процессе прогноза вертикальный профиль температуры восстанавливается по полю геопотенциала с весьма большими ошибками, что в свою очередь приводит к большим ошибкам в рассчитанных радиационных изменениях температуры. Поэтому становится бессмысленной сравнительно трудоемкая процедура точного конвективного приспособления и предлагается следующая приближенная параметризация. Считается, что вертикальный градиент температуры может заметно меняться лишь в пограничном слое атмосферы (нижний расчетный слой $p_1 - p_2$ в данной модели). После прибавления к исходному профилю радиационных изменений температуры, вертикальный градиент температуры в пограничном слое сравнивается со стандартным. Если он меньше стандартного, считается, что конвекция отсутствует на всех уровнях и температурный профиль не перестраивается. Если же фактический градиент в пограничном слое превышает стандартный, то градиент приравнивается стандартному, а избыток тепла передается в верхние слои. В пограничном слое «новые» значения температуры связаны соотношением

$$T'_1 - T'_2 = \gamma_{\text{ст}} \Delta z = \frac{\gamma_{\text{ст}} R (T'_1 + T'_2) \Delta p}{(p_1 + p_2) g} = c_1 (T'_1 + T'_2),$$

откуда

$$T'_1 = T'_2 (1 + c_1) / (1 - c_1); \quad c_1 = \frac{\gamma_{\text{ст}} R}{15g}. \quad (6)$$

В свободной атмосфере, вплоть до тропопаузы ($p_2 - p_8$), профиль температуры также считается линейным с некоторым заданным значением γ и справедливы соотношения, аналогичные (6):

$$T'_2 = (1 + c_2) T'_3 / (1 - c_2); \quad c_2 = \frac{\gamma R}{13g};$$

$$T'_3 = T'_4 (1 + c_3) / (1 - c_3); \quad c_3 = \frac{\gamma R}{11g}. \quad (7)$$

При перестройке должен выполняться закон сохранения энтальпии. Температура на верхней границе атмосферы T_9 не меняется. Таким образом,

$$c_p \Delta p \left(\frac{T_1}{2} + \sum_{i=2}^8 T_i + \frac{T_9}{2} \right) = c_p \Delta p \left(\frac{T'_1}{2} + T'_2 + \sum_{i=3}^8 T'_i + \frac{T_9}{2} \right). \quad (8)$$

С учетом соотношений (6) и (7) получим

$$\frac{T_1}{2} + \sum_{i=2}^8 T_i = T_2' \left[\frac{0,5(1+c_1)}{(1-c_1)} + 1 + \sum_{i=3}^8 \prod_{j=2}^{i-1} \left(\frac{1-c_j}{1+c_j} \right) \right]. \quad (9)$$

Определив величину T_2' , далее нетрудно с помощью формул (6) и (7) найти T_1' , T_3' , ..., T_8' . В качестве значения γ в свободной атмосфере можно взять средний вертикальный градиент $\bar{\gamma}$ в слое от p_2 до p_8 в начале шага по времени и предположить, что он практически не изменяется в течение этого шага, несмотря на перестройку температурного профиля. Еще проще считать $\gamma = \gamma_{ст}$, хотя конвекция не всегда распространяется на всю тропосферу и, следовательно, $\bar{\gamma} < \gamma_{ст}$. При $\gamma = \gamma_{ст}$ расчетные формулы значительно упрощаются:

$$\frac{T_1}{2} + \sum_{i=2}^8 T_i = T_1' \left[0,5 + \sum_{i=2}^8 \prod_{j=1}^{i-1} \left(\frac{1-c_j}{1+c_j} \right) \right], \quad (10)$$

где $c_j = \frac{\gamma_{ст} R}{g(17-2j)}$, а температуры T_1' , ..., T_8' связаны рекуррентными соотношениями

$$T_i' = T_{i-1}' \left(\frac{1-c_{i-1}}{1+c_{i-1}} \right). \quad (11)$$

Для оценки точности предлагаемой параметризации были проведены численные эксперименты сроком на 50 суток с «полной» и двумя «упрощенными» методиками конвективного приспособления при тех же исходных данных [6]. Облачность задавалась так же, как в третьем из описанных выше варианте, т. е. в течение всего эксперимента держалась постоянная частичная облачность 3-х ярусов, балл которой равнялся климатической повторяемости. Сезонный ход инсоляции, а также изменение влажности не рассматривались. Суточный ход инсоляции учитывался очень просто. Сутки разбивались на 4 интервала. В дневные интервалы (от восхода до полудня и от полудня до захода) средний косинус зенитного угла солнца, очевидно, равен среднесуточному (0,538). В ночные интервалы инсоляция отсутствует. Заданная степень облачности, а также начальный (климатический) температурный профиль $T_{нач}$ и рассчитанные профили температуры для первой половины дня через 6 ч, через 5 суток 6 ч и через 50 суток 6 ч приводятся в таблице.

Как видно из таблицы, во всех параметризациях со временем происходит разогревание атмосферы (причина которого объяснялась выше). При детальном («точном») конвективном приспособлении сначала нагревается нижняя часть тропосферы и лишь к 50-м суткам заметен прогрев верхней тропосферы. Тем не менее,

Степень облачности, начальный и рассчитанные для разных сроков вертикальные профили температуры

Давление, гПа	Степень облачности	Начальная T °K	Вертикальные профили температуры, рассчитанные разными методами								
			через 6 ч			через 5 сут. 6 ч			через 50 сут. 6 ч		
			точный	параметризация 1	параметризация 2	точный	параметризация 1	параметризация 2	точный	параметризация 1	параметризация 2
1013	—	292	297	295	298	298	295	298	301	295	301
886	0	287	289	288	290	290	288	291	294	287	294
760	0,262	281	281	280	282	282	280	282	285	281	285
633	0	272	272	271	272	272	271	273	276	273	276
507	0,152	262	261	261	261	261	261	261	264	264	264
380	0	246	247	248	247	247	249	248	250	253	250
253	0,166	228	229	231	229	229	232	229	232	239	232
127	0	205	205	202	206	204	207	202	204	216	204
1	0	265	265	265	265	265	265	265	265	262	264
	γ К/км		6,5	6,0	6,5	6,5	5,9	6,5	6,5	5,0	6,5

поскольку в исходном климатическом профиле $\gamma \approx \gamma_{ст}$, практически вся тропосфера в конечном итоге участвует в конвективном перемешивании. Обе параметризации с самого начала «распространяют» перемешивание на всю тропосферу, однако задаются разные вертикальные градиенты. Средний градиент, рассчитанный по начальному профилю температуры, меньше стандартного (и убывает со временем), поэтому в 1-м варианте параметризации нижние слои оказываются холоднее, а верхние теплее, чем при «точном» приспособлении. Со временем это расхождение увеличивается и к 50-м суткам становится весьма заметным. Особенно сильно увеличивается температура тропопаузы. Во втором способе параметризации (при задании $\gamma_{ст}$) в начале численного эксперимента на отдельных уровнях наблюдаются расхождения в пределах 1°C , а к 50-м суткам устанавливается полное соответствие с «точным» температурным профилем.

Этот результат подтверждает нецелесообразность использования в численных моделях прогноза детального сухоконвективного приспособления. Рекомендуется 2-й способ параметризации, при котором в пределах тропосферы все время сохраняется $\gamma_{ст}$, в стратосфере не нарушается инверсионный профиль, а в пограничном слое вертикальный градиент температуры получается инверсионным ночью и не превышает $\gamma_{ст}$ в дневные часы.

В заключение авторы выражают признательность Т. И. Васильевой за помощь в отладке программы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Манабе С., Стриклер Р. Ф. Термическое равновесие в атмосфере с учетом конвекции.— В кн.: Теория климата. Л., Гидрометеоздат, 1967, с. 61—104.
2. Manabe S. Wetherald R. T. Thermal equilibrium of atmosphere within a given distribution of relative humidity.— J. Atm. Sci., 1967, v. 24, p. 241—254.
3. Кароль И. Л., Розанов Е. В. Радиационно-конвективные модели климата.— Изв. АН СССР, ФАО, 1982, т. 18, № 11, с. 1179—1191.
4. Кароль И. Л., Фролькис В. А. Энергобалансовая радиационно-конвективная модель глобального климата.— Метеорология и гидрология, 1984, № 8, с. 59—67.
5. Марчук Г. И., Кондратьев К. Я., Козодеров В. В., Хворостьянов В. И. Облака и климат. Л.: Гидрометеоздат, 1986, с. 156—160.
6. Rodgers C. D. The radiative heat budget of troposphere and lower stratosphere. Mass. Inst. of technology. Planetary circulation project, Rep. N A2, 1967.— 99 p.
7. Неелова Л. О., Подольская Э. Л. Оценка точности радиационных расчетов в моделях численного прогноза погоды.— Изв. АН СССР, ФАО, 1986, т. 22, № 11, с. 1213—1217.

УДК 551.509.313

В. В. КЛЕМИН (ЛГМИ)

О ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ТОЧКИ РОСЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПРОГНОЗЕ

При гидродинамическом прогнозе полей метеовеличин используют осредненные уравнения турбулентного движения воздуха (так называемые уравнения Рейнольдса). В частности, в уравнение переноса влаги входит осредненная величина абсолютной влажности q , которая может быть вычислена, например, на основе самолетных измерений точки росы или на основе измерений уходящего излучения в полосах поглощения H_2O , CO_2 с последующим решением обратных задач атмосферной оптики [1]. Необходимость осреднения уравнений связана с тем, что поля метеорологических величин при турбулентном потоке являются случайными. Это означает, что при кажущейся совершенной идентичности внешних условий каждая реализация будет осуществляться с некоторой вероятностью.

Высокочастотные колебания, которые можно рассматривать как случайные флуктуации полей метеовеличин, если их не отфильтровывать, приведут к ошибкам при конечно-разностной аппроксимации производных в уравнениях гидротермодинамики, используемых для прогноза атмосферных образований синоптического масштаба. Эти ошибки при численном интегрировании уравнений возрастут, и результаты прогноза могут оказаться неудовлетворительными.

Целесообразность использования осредненных значений метеовеличин в уравнениях гидротермодинамики основывается

также на существующем и абсолютно преобладающем в настоящее время мнении, что в среднем энергия высокочастотных (мелкомасштабных) флуктуаций не может питать низкочастотные (крупномасштабные) возмущения и поэтому высокочастотная часть спектра без ущерба для прогноза может быть отфильтрована. Для линейаризованной системы уравнений динамики атмосферы можно показать, что при прогнозе средних значений метеовеличин начальные значения должны быть получены по множеству реализаций, представляющих статистический ансамбль. Однако на практике определение такого среднего связано с существенными трудностями. Поэтому прибегают к эргодической гипотезе, согласно которой при определенных условиях возможна замена средних по множеству реализаций средними по времени или по пространству. В частности, для стационарного процесса средняя величина $\bar{a}(t)$, вычисленная по формуле

$$\bar{a}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t - \frac{T}{2}}^{t + \frac{T}{2}} a(t + \tau) d\tau, \quad (1)$$

совпадает со средним по статистическому ансамблю.

В метеорологии условия стационарности выполняются приближенно, причем вместо $T \rightarrow \infty$ выбирается некоторый конечный интервал T , намного превосходящий период отфильтрованных пульсаций T_m , но являющийся малым по сравнению с периодом колебания синоптического масштаба T_c .

В атмосфере спектр пульсаций точки росы является непрерывным, что вызывает, вообще говоря, существенные трудности при выборе конечного интервала времени T , удовлетворяющего условию (1). Однако в тропосфере энергия турбулентных вихрей сосредоточена в сравнительно небольших участках спектра [2], что существенно упрощает задачу выбора T . В соответствии с такой особенностью спектра измеряемую метеовеличину можно представить в виде суммы двух статистически независимых стационарных компонент с нулевыми средними — низкочастотной «информативной» компоненты $a_1(t)$ и высокочастотной «шумящей» компоненты $a_2(t)$, которая характеризует турбулентные пульсации в области мезомасштаба [2]:

$$a(t) = a_1(t) + a_2(t) = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t. \quad (2)$$

Согласно (1) с учетом (2) получим

$$\begin{aligned} \bar{a}(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t - \frac{T}{2}}^{t + \frac{T}{2}} (A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t) dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ A_1 \frac{2 \sin \omega_1 t \sin \omega_1 \frac{T}{2}}{\omega_1 T} + A_2 \frac{2 \sin \omega_2 t \sin \omega_2 \frac{T}{2}}{\omega_2 T} \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Если T выбрать из условия

$$\omega_1 T = \frac{1}{\omega_2 T} = \varepsilon \ll 1, \quad (4)$$

т. е. чтобы в T входило большое число пульсаций с частотой ω_2 , но малое число пульсаций с частотой ω_1 , то формулу (3) можно переписать в следующем виде:

$$\bar{a}(t) \approx A_1 \sin \omega_1 t. \quad (5)$$

Таким образом, $\bar{a}(t)$ не зависит от периода осреднения. Из выражения (4) легко определить оптимальный период осреднения:

$$T_{\text{опт}} = \frac{1}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}}, \quad (6)$$

где ω_1, ω_2 — круговые частоты, соответствующие максимуму спектральной плотности в низкочастотной (синоптического масштаба) и высокочастотной областях спектра соответственно.

Для исследований спектра колебаний поля влажности в слое от 1,5 до 3 км были использованы измерения температуры точки росы, выполненные при полетах самолета-лаборатории летной экспедиции ГГО им. А. И. Воейкова в декабре 1979 г. в районе станции Ургенч. Измерения производились с помощью установленного на борту самолета Ил-18 модернизированного варианта конденсационного термогигрометра СТГ-1М [3]. Интервал между ближайшими измерениями точки росы был выбран исходя из технических возможностей аппаратуры и равнялся 15 с. В табл. 1 приведены основные сведения о пяти участках горизонтальных полетов, во время которых проводились измерения. Отметим, что на каждом участке полета воздушная скорость, равная в среднем 480 км/ч, высота и курс самолета оставались постоянными. Как видно из данных таблицы, на каждом из участков было выполнено от 240 до 310 измерений, что позволило получить статистически значимые парные коэффициенты корреляции для сдвигов по времени от 15 до 3000 с при 15-секундном интервале между ближайшими коэффициентами корреляции.

На основании вычисленных для каждого полета (одной реализации) парных коэффициентов корреляции $r(n)$ по формулам

$$\left. \begin{aligned} A(\omega_i) &= \frac{1}{\sqrt{\pi N}} \sum_{n=1}^N r(n) \cos(\omega_i n), \\ B(\omega_i) &= \frac{1}{\sqrt{\pi N}} \sum_{n=1}^N r(n) \sin(\omega_i n), \\ S(\omega_i) &= \frac{\pi}{\sigma^2} [A^2(\omega_i) + B^2(\omega_i)], \\ \tilde{S}(\omega_i) &= 0,25S(\omega_{i-1}) + 0,50S(\omega_i) + 0,25S(\omega_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

была рассчитана спектральная плотность $\tilde{S}(\omega_i)$.

Таблица 1

Основные сведения о площадках горизонтальных полетов

№	Дата полета	Скорость, км/ч	Количество измерений	Продолжительность полета, с	Высота полета	Математическое ожидание, °С	Среднее квадратическое отклонение, °С	Условия полета
1	1.1.79	500	310	4650	АТ700	-21,2	2,1	На уровне полета 5 — 86 (суша — море)
2	4.1.79	450	250	3750	АТ850	-11,9	1,5	0 — 26 (суша — море)
3	5.1.79	480	240	3600	АТ700	-15,4	1,8	2 — 56 (море)
4	8.1.79	470	280	4200	АТ850	-10,1	1,9	ясно (море)
5	11.1.79	450	247	3705	АТ850	-8,3	1,6	ясно (суша — море)

Таблица 2

Характеристики первых 15 гармоник полета № 1

Номера гармоник															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Период, с	6000	3000	2000	1500	1200	1000	860	750	670	600	545	500	460	430	400
Крутовая частота с ⁻¹	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,011	0,012	0,013	0,014	0,015
$\tilde{S}(\omega)$, (°С) ²	0,79	1,06	0,55	0,32	0,18	0,02	0,01	0,05	0,10	0,09	0,10	0,05	0,02	0,02	0,02
$\tilde{S}(\omega) - \tilde{S}^*(\omega)$, (°С) ²	0,02	0,04	0,05	0,04	0,03	0,00	0,00	0,02	0,05	0,05	0,07	0,04	0,02	0,01	0,00

Таблица 3

Характеристики первых 15 гармоник полета № 4

Номера гармоник															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Период, с	5000	2500	1670	1250	1000	830	710	630	560	500	450	420	380	360	330
Крутовая частота с ⁻¹ · 10 ⁻³	1,2	2,5	3,8	5,0	6,3	7,5	8,8	10,0	11,3	12,5	13,8	15,0	16,3	17,6	18,8
$\tilde{S}(\omega)$, (°С) ²	0,29	0,36	0,32	0,24	0,15	0,09	0,04	0,03	0,04	0,07	0,15	0,13	0,06	0,03	0,04
$\tilde{S}(\omega) - \tilde{S}^*(\omega)$, (°С) ²	0,00	0,02	0,03	0,04	0,04	0,03	0,02	0,02	0,03	0,05	0,11	0,11	0,05	0,03	0,04

Отметим, что сглаженные величины были получены с целью отфильтрования высокочастотных пульсаций, период которых был меньше 15 с [4].

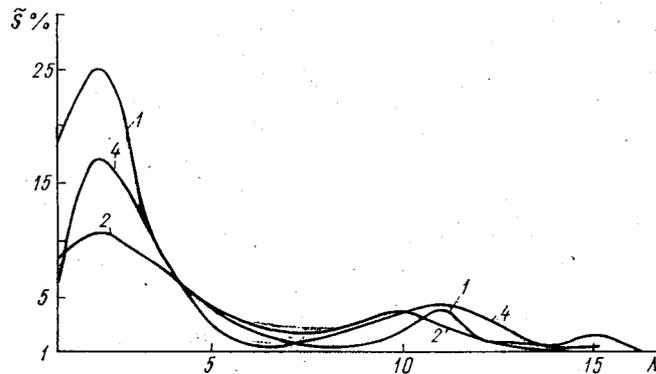


Рис. 1. Вклад (%) в суммарную дисперсию первых 15 гармоник. Полеты 1, 2, 4.

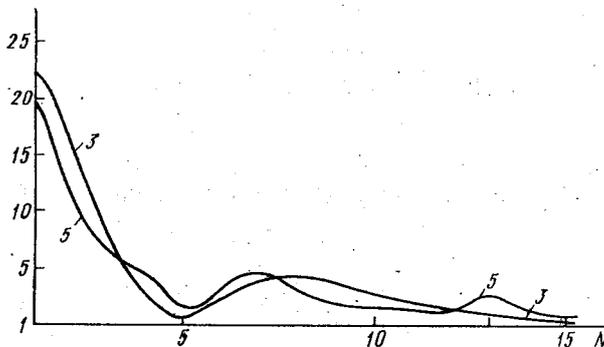


Рис. 2. Вклад (%) в суммарную дисперсию первых 15 гармоник. Полеты 3, 5.

На рис. 1 и 2 представлен вклад первых 15 гармоник в суммарную дисперсию точки росы, рассчитанную по данным каждого из полетов. В табл. 2 и 3 дан спектральный анализ для полетов 1 и 4. Как видно из графиков, основной вклад в дисперсию точки росы вносят колебания, период которых составляет примерно 3000 с. Наблюдается также второй максимум для пульсаций, период которых колеблется от 450 до 700 с. Полагая в формуле (6) $\omega_1 = 0,002 \text{ с}^{-1}$ (что соответствует периоду 3000 с), а $\omega_2 \approx 0,02 \text{ с}^{-1}$ (600 с), получим величину оптимального периода осреднения T :

$$T_{\text{опт}} = \frac{1}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \approx 220 \text{ с.}$$

Таким образом, оптимальный период осреднения данных самолетных измерений точки росы в полетах 1 ÷ 5, которые используются в качестве начальных условий при гидродинамическом прогнозе полей метеорологических величин, составляет примерно 4 мин.

Известно [5], что при отфильтровывании высокочастотных гармоник происходит искажение (уменьшение) амплитуд низкочастотной части спектра. В самом деле, пусть синусоидальное колебание i -й гармоники описывается законом

$$v(t) = A_i \sin \omega_i t, \quad (8)$$

где A_i — амплитуда.

Произведем осреднение амплитуды $v(t)$:

$$\bar{v}(t) = \frac{1}{T_{\text{опт}}} \int_{t - \frac{T_{\text{опт}}}{2}}^{t + \frac{T_{\text{опт}}}{2}} A_i \sin(\omega_i t) dt, \quad (9)$$

где $T_{\text{опт}}$ — оптимальный период осреднения.

Произведя интегрирование и тригонометрические преобразования, получим

$$\bar{v}(t) = A_i \frac{\sin\left(\omega_i \frac{T_{\text{опт}}}{2}\right)}{\omega_i \frac{T_{\text{опт}}}{2}} \sin \omega_i t. \quad (10)$$

Сравнение формул (8) и (10) показывает, что после осреднения амплитуда i -й гармоники A_i^* уменьшается, причем

$$\left| \frac{A_i^*}{A_i} \right| = \left| \frac{\sin\left(\omega_i \frac{T_{\text{опт}}}{2}\right)}{\omega_i \frac{T_{\text{опт}}}{2}} \right| < 1.$$

Квадрат амплитуды гармоники характеризует ее вклад в суммарную дисперсию, поэтому изменение спектральной плотности будет происходить по закону

$$\frac{\tilde{S}_i^*(\omega_i)}{\tilde{S}_i(\omega_i)} = \left(\frac{A_i^*}{A_i} \right)^2. \quad (11)$$

Уменьшение спектральной плотности первых пятнадцати гармоник для полетов 1 и 4, вызванное отфильтровыванием высокочастотных колебаний, представлено в табл. 2 и 3.

Оценим, какова вызванная осреднением суммарная ошибка амплитуды низкочастотного спектра точки росы, прогнозируемой с помощью конечно-разностного интегрирования уравнений гидротермодинамики. Поскольку наименьшая длина волны, описываемой конечно-разностными аналогами дифференциальных опе-

раторов, равна удвоенному шагу горизонтальной сетки точек, в которых рассчитываются производные [6], суммарная ошибка амплитуды $\tilde{\sigma}$ может быть рассчитана по формуле

$$\tilde{\sigma} = \left[\int_{\omega_{\max}}^0 \delta \tilde{S}(\omega) d\omega \right]^{1/2}, \quad (12)$$

где $\tilde{\sigma}$ — средняя квадратическая ошибка амплитуды длинноволновой части спектра точки росы, обусловленная оптимальной фильтрацией высокочастотных пульсаций; ω_{\max} — максимальная круговая частота, соответствующая самым коротким волнам, описываемым численной гидродинамической моделью; $\delta \tilde{S}(\omega) = \tilde{S}(\omega) - S^*(\omega)$ — уменьшение спектральной плотности, обусловленное фильтрацией высокочастотных пульсаций (см. табл. 1 и 2).

В настоящее время при мезомасштабном гидродинамическом прогнозе полей метеовеличин используются сетки, шаг которых по горизонтали составляет 50 и 100 км, а в глобальных моделях этот шаг равен 200 и 300 км, т. е. минимальная длина прогнозируемой волны составляет 100, 200, 400 и 600 км. В предположении справедливости гипотезы Дж. Тейлора [7] о «замороженной» турбулентности это соответствует представленным в табл. 1 и 2 волнам, период колебаний которых составляет 750, 1500, 3000 и 6000 с соответственно (напомним, что скорость самолета составила 480 км/ч).

В табл. 4 представлены результаты выполненных по формуле (12) (с помощью данных табл. 1 и 2) расчетов суммарной ошибки амплитуды низкочастотных колебаний точки росы для сеток, имеющих различное разрешение.

Анализ данных табл. 4 показывает, что обусловленная фильтрацией ошибка амплитуды начальных значений точки росы при мезомасштабном гидродинамическом прогнозе превышает 0,4 °С. Эти результаты могут служить критерием при оценке предельно достижимых (минимальных) ошибок гидродинамических моделей прогноза областей конденсации и осадков, а также при обосновании требований к инструментальным погрешностям измерительной аппаратуры.

Таблица 4

Обусловленная сглаживанием средняя квадратическая ошибка (°С) амплитуды низкочастотных колебаний точки росы

№ полета	Шаг сетки, км			
	50	100	200	300
1	0,45	0,33	0,25	0,14
4	0,46	0,32	0,22	—

Выводы

1. В работе по данным самолетных измерений точки росы на уровнях AT_{850} и AT_{700} рассчитаны автокорреляционные функции и выполнен их спектральный анализ для периодов колебаний от 15 до 6000 с.

2. Оказалось, что энергетика спектра сосредоточена в двух участках спектра с периодом вблизи 3000 и 600 с. Это позволило определить оптимальный период осреднения измерений с целью отфильтровывания высокочастотных колебаний и использования фильтрованных значений точки росы в качестве начальных данных при численном гидродинамическом прогнозе. Величина оптимального периода осреднения оказалась равной примерно 4 мин.

3. Рассчитаны ошибки амплитуды длинноволновой части спектра точки росы, вносимые осреднением. Оказалось, что для самых коротких волн, учитываемых гидродинамической моделью, при горизонтальном разрешении (шаге сетки) 50 и 100 км ошибка искажения осредненных начальных значений точки росы составляет $0,3 \div 0,4$ °С.

В заключение автор благодарит сотрудников ГГО им. А. И. Воейкова В. К. Толкачева и Н. Е. Богомоллова за предоставленные измерения точки росы и выполнение расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К. Я., Тимофеев Ю. М. Метеорологическое зондирование атмосферы из космоса.—Л.: Гидрометеиздат. 1978.—540 с.
2. Юдин М. И. Новые методы и проблемы краткосрочного прогноза погоды.—Л.: Гидрометеиздат. 1963.—360 с.
3. Бурмыкин В. Ф., Клемин В. В., Толкачев В. К. Исследование тропосферных неоднородностей поля влажности.—Тр. ГГО, 1980, вып. 448.
4. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности.—М.: Мир, 1966.—374 с.
5. Кендалл М., Стьюарт Ф. Многомерный статистический анализ и временные ряды.—М.: Наука. 1976.—670 с.
6. Ф. Мезингер, А. Аракава. Численные методы, используемые в атмосферных моделях.—Л.: Гидрометеиздат, 1979.—135 с.
7. Taylor G. I. The spectrum of turbulence, Proc. Roy. Soc., 1938, A164, N 919.

УДК 551.509.314

И. В. ЦАРИЦЫН (ЛГМИ)

ВОПРОСЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДОВ В ЗАДАЧАХ УСВОЕНИЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Известны два направления использования вариационного подхода в метеорологии. Первое — это вариационное согласование метеорологических полей, или метод, основанный на вычис-

лении вариаций, в котором разности между исходными и согласуемыми значениями минимизируются в смысле наименьших квадратов при условии выполнения тех или иных динамических ограничений [11]. Различают сильные ограничения, которые должны выполняться строго, и слабые выполняющиеся приближенно [8]. Второе направление связано со сплайн-аппроксимацией и базируется на минимизации функционалов вида

$$I = \int_s [L\Phi(s)]^2 ds. \quad (1)$$

Здесь L — дифференциальный оператор, обеспечивающий непрерывность значений функции и производных до заданного порядка включительно [3]. В этом случае также применяются ограничения. Например, сглаживающий кубический сплайн является экстремалю функционала:

$$I = \int_a^b [g''(t)]^2 dt + \rho \sum_{i=1}^n [g(t_i) - z_i]^2, \quad (2)$$

где z_i — результаты измерений; $i = \overline{1, n}$. Второе слагаемое в (2) представляет собой ограничение, а множитель ρ реализует компромисс между сглаживанием и аппроксимацией данных. Он может быть рассчитан «автоматически» методом gCW [14].

Рассмотрим первое направление более подробно. Представляется, что на фоне широкого распространения метода нормальных мод [5] вариационное согласование не потеряло своего значения. К достоинствам метода нормальных мод можно отнести то, что он «различает» гравитационные и метеорологически значимые моды Россби даже в тропиках, где эти различия размыты [10]. Тем не менее выявились и некоторые его недостатки. Известны случаи возникновения разрывов в вертикальной структуре исходного дивергентного поля ветра, сказывающиеся на результатах прогноза в течение 4—5 сут. [11]. Более гибкие вариационные методы, по-видимому, способны преодолеть эти затруднения, хотя и требуют существенных затрат машинного времени.

В качестве динамических ограничений в вариационных методах широко применяются уравнение статики и геострофические соотношения [10]. Более перспективным, по нашему мнению, является вариационное согласование с использованием уравнения баланса [9]. При этом результирующий ветер получается бездивергентным, что гарантирует присутствие в решении ложных гравитационных мод [10]. Однако эксперименты, проведенные за рубежом и в СССР [6], показали, что модели с большим горизонтальным разрешением, по-видимому, малочувствительны к учету начальной дивергенции. Кроме этого, метод позволяет учитывать поля ветра и геопотенциала с разными весами в тропиках, где ветер является более «надежным» параметром, и в высоких широтах, где больший вес должен иметь геопотенциал.

Тем не менее, если в прогностической модели в качестве вертикальной координаты используется

$$\sigma = \frac{p}{p_s}, \quad (3)$$

где p_s — приземное давление, то возникает ряд проблем. Сандквист [13] показал, что при интерполяции с p — на σ -поверхности значительная часть достигнутого ранее согласования теряется. Поле температуры приходится восстанавливать по уравнению статики, что в областях с резко выраженной орографией приводит к вычислительным трудностям [9].

В связи с этим предлагается использовать в качестве сильного ограничения уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{\partial (\pi u)}{\partial x} + \frac{\partial (\pi v)}{\partial y} + \frac{\partial (\pi \dot{\sigma})}{\partial \sigma} = 0. \quad (4)$$

Здесь $\pi = p_s - p_T$; p_T — постоянное давление на уровне тропопазузы. Остальные обозначения общеприняты. Представляется, что такой подход имеет следующие преимущества:

— учет значений тенденций приземного давления, обычно не использующих в моделях, может существенно улучшить качество усвоения;

— данные о тенденциях приземного давления, по-видимому, свободны от гравитационного «шума», поскольку их измерение осуществляется относительно инерционными приборами, фильтрующими высокочастотные компоненты [7];

— вертикальная интерполяция согласованных полей исключается;

— предлагаемое ограничение представляет собой одно из прогностических уравнений, вследствие чего мы вправе ожидать быстрого приспособления полей к степеням свободы модели;

— использование тенденций приземного давления и значений вертикальной скорости позволяет более корректно учесть орографию;

— применение такого подхода может дать новый импульс в решении проблемы инициализации в пограничном слое атмосферы, поскольку уравнение неразрывности, как следствие закона сохранения массы, должно выполняться и в тех случаях, когда «не работают» геострофические соотношения и более общие соотношения баланса.

Поставим задачу вариационного согласования в соответствии с [11]. Если уравнение (4) проинтегрировать по вертикали с граничными условиями $\dot{\sigma} = 0$ на $\sigma = 0$ и $\sigma = 1$, получим

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

где
$$U = \pi \int_0^1 u \, d\sigma; \quad V = \pi \int_0^1 v \, d\sigma.$$

Вычитая (5) из (4), приходим к выражению

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0, \quad (6)$$

где $\omega = \pi\sigma$; $u' = \pi u - U$; $v' = \pi v - V$.

На основании исходного осредненного по σ поля ветра (\tilde{V}, \tilde{U}) и информации о тенденциях приземного давления $\frac{\Delta\pi}{\Delta t}$ требуется получить новое поле ветра $(U+u', V+v', \omega)$ при ограничениях (5), (6). Исходные значения $\frac{\Delta\pi}{\Delta t}$ могут быть взяты из численного прогноза.

Получим новое среднее поле ветра (U, V) и новые значения тенденций $\frac{\Delta\pi}{\Delta t}$ путем минимизации функционала:

$$E_1 = \int_s \left[\alpha_1^2 (U - \tilde{U})^2 + \alpha_1^2 (V - \tilde{V})^2 + \alpha_2^2 \left(\frac{\Delta\pi}{\Delta t} - \frac{\Delta\tilde{\pi}}{\Delta t} \right)^2 + \lambda_1 \left(\frac{\Delta\pi}{\Delta t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] ds. \quad (7)$$

Здесь α_i — весовые коэффициенты; $i=1, 2$; λ_1 — множитель Лагранжа. Для того чтобы функции $U, V, \frac{\Delta\pi}{\Delta t}$ доставляли экстремум функционалу E_1 , необходимо, чтобы они являлись решениями дифференциальных уравнений Эйлера—Лагранжа [2], получаемых из условия

$$\delta E_1 = 0. \quad (8)$$

Определим первую вариацию функционала E_1 . Поскольку члены вида $\frac{\partial}{\partial x} [\lambda_1 \delta U]$, $\frac{\partial}{\partial y} [\lambda_1 \delta V]$ при интегрировании по земному шару обращаются в нуль, можно записать, что

$$\delta E_1 = \int_s \left\{ \left[2\alpha_1^2 (U - \tilde{U}) - \frac{\partial \lambda_1}{\partial x} \right] \delta U + \left[2\alpha_1^2 (V - \tilde{V}) - \frac{\partial \lambda_1}{\partial y} \right] \delta V + \left[2\alpha_2^2 \left(\frac{\Delta\pi}{\Delta t} - \frac{\Delta\tilde{\pi}}{\Delta t} \right) + \lambda_1 \right] \delta \left(\frac{\Delta\pi}{\Delta t} \right) + \left[\frac{\Delta\pi}{\Delta t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right] \delta \lambda_1 \right\} ds. \quad (9)$$

Из (9) следуют условия стационарности функционала E_1 :

$$(E_1)'_U = 2\alpha_1^2(U - \tilde{U}) - \frac{\partial \lambda_1}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

$$(E_1)'_V = 2\alpha_1^2(V - \tilde{V}) - \frac{\partial \lambda_1}{\partial y} = 0, \quad (11)$$

$$(E_1)'_{\frac{\Delta \pi}{\Delta t}} = 2\alpha_2^2 \left(\frac{\Delta \pi}{\Delta t} - \frac{\Delta \tilde{\pi}}{\Delta t} \right) + \lambda_1 = 0, \quad (12)$$

$$(E_1)'_{\lambda_1} = \frac{\Delta \pi}{\Delta t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (13)$$

Введем новую переменную $\bar{\lambda}_1 = \lambda_1 / 2\alpha_1^2$. Тогда уравнения Эйлера—Лагранжа (10)—(13) примут вид

$$U = \tilde{U} + \frac{\partial \bar{\lambda}_1}{\partial x}, \quad (14)$$

$$V = \tilde{V} + \frac{\partial \bar{\lambda}_1}{\partial y}, \quad (15)$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta t} = \frac{\Delta \tilde{\pi}}{\Delta t} - \left(\frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} \right) \bar{\lambda}_1, \quad (16)$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (17)$$

Выразим из (14)—(16) соответственно $\frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial V}{\partial y}$, $\frac{\Delta \pi}{\Delta t}$ и подставим результаты в (17). Получим уравнение для определения множителей Лагранжа $\bar{\lambda}_1$ в виде

$$\frac{\partial^2 \bar{\lambda}_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\lambda}_1}{\partial y^2} - \left[\frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} \right] \bar{\lambda}_1 = - \left[\frac{\Delta \tilde{\pi}}{\Delta t} + \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \right]. \quad (18)$$

Уравнение (18) представляет собой двумерное уравнение Гельмгольца. Его можно решать итерационными методами, поскольку $[\alpha_1^2 / \alpha_2^2] > 0$ и матрица системы (18) имеет диагональное преобладание, что улучшает сходимость [12].

Найдем отклонения от среднего поля ветра на каждой σ -поверхности. Для определения u' , v' , ω минимизируем функционал

$$E_2 = \iiint \left[\alpha_1^2 (u' - \tilde{u}')^2 + \alpha_1^2 (v' - \tilde{v}')^2 + \alpha_3^2 (\omega - \tilde{\omega})^2 + \right. \\ \left. + \lambda_2 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} \right) \right] dx dy d\sigma, \quad (19)$$

где $\tilde{u}' = \pi u - \tilde{U}$; $\tilde{v}' = \pi v - \tilde{V}$.

Совершенно аналогично, с учетом обращения в нуль при интегрировании по земному шару членов вида $\frac{\partial}{\partial x} [\lambda_2 \delta u']$, $\frac{\partial}{\partial y} [\lambda_2 \delta v']$, и, вследствие граничных условий по вертикали, члена $\frac{\partial}{\partial \sigma} [\lambda_2 \delta \omega]$ получаем уравнения Эйлера—Лагранжа

$$u' = \tilde{u}' + \frac{\partial \bar{\lambda}_2}{\partial x}, \quad (20)$$

$$v' = \tilde{v}' + \frac{\partial \bar{\lambda}_2}{\partial y}, \quad (21)$$

$$\omega = \tilde{\omega} + \left[\frac{\alpha_1^2}{\alpha_3^2} \right] \frac{\partial \bar{\lambda}_2}{\partial y}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0, \quad (23)$$

где

$$\bar{\lambda}_2 = \lambda_2 / 2\alpha_1^2.$$

Уравнение для определения множителей Лагранжа $\bar{\lambda}_2$ можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 \bar{\lambda}_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\lambda}_2}{\partial y^2} + \left[\frac{\alpha_1^2}{\alpha_3^2} \right] \frac{\partial^2 \bar{\lambda}_2}{\partial \sigma^2} = - \left[\frac{\partial \tilde{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}'}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial \sigma} \right]. \quad (24)$$

В целях упрощения на всех уровнях $\tilde{\omega}$ можно считать равной нулю. Уравнение (24) также решается итерационными методами.

Рассчитав U и V по (14), (15), а u' , v' , ω — по (20)—(22), суммируя соответствующие компоненты, получаем результирующий ветер ($U+u'$, $V+v'$, ω).

Остановимся на вопросе определения весовых коэффициентов α_i . Фактически нам необходимо задать значения α_1^2/α_2^2 и α_1^2/α_3^2 . Эксперименты показали, что изменение этих величин существенно влияет на качество усвоения данных. Будем считать, что

$$\alpha_i = \frac{1}{2} s_i^{-2}, \quad (25)$$

где s_i^2 — дисперсия ошибок исходного поля; $i=1, 3$. Поскольку значения вертикальной скорости непосредственно не измеряются, s_2^2 и α_3 определить не удастся. Нами предлагается следующий способ расчета этих величин.

На каждом широтном круге прогностическое поле $\tilde{\omega}$ раскладывается в ряд Фурье. На основании полученных коэффициентов

Фурье определяются значения спектральной плотности и корреляционной функции поля $\tilde{\omega}$. Проведенные нами численные эксперименты показали, что спектральные характеристики изменяются с широтой, но относительно устойчивы по времени, по крайней мере в течение 6—12 ч. Если прогностическая модель достаточно полно описывает свойства атмосферы, то, по-видимому, можно условно рассматривать полученный спектр как спектр реального поля ω . На основании значений спектральной плотности можно восстановить случайное поле [6], которое, по всей видимости, следует осреднить по ансамблю нескольких реализаций и домножить на дисперсию поля $\tilde{\omega}$. Применяя такой подход на каждом широтном круге, получим некоторое «среднее» поле $\bar{\omega}$ и определим его дисперсию $s_{\bar{\omega}}^2$. В качестве весового коэффициента α_s при согласовании предлагается использовать величину $\frac{1}{2}s_{\bar{\omega}}^{-2}$.

Выводы

1. В работе дан анализ состояния и перспектив использования вариационных методов в задачах инициализации и усвоения метеорологической информации.
2. Приведена постановка задачи вариационного согласования на основании уравнения неразрывности и высказаны некоторые соображения относительно способа определения весовых коэффициентов.
3. Реализовать такой подход предполагается на сферической сетке с использованием итерационных методов и метода Монте-Карло.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейсенов К. А. О применении вариационных подходов при обработке географической информации на примере данных ветра и геопотенциала.— Тр. ЗСРНИГМИ, 1986, вып. 77, с. 54—58.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.— М.: Наука, 1986.— 544 с.
3. Веселов В. В. и др. Вариационный подход к задачам интерполяции физических полей.— М.: Наука, 1983.— 120 с.
4. Машкович С. А. Спектральные модели общей циркуляции атмосферы и численного прогноза погоды.— Л.: Гидрометеоиздат, 1986.— 287 с.
5. Михайлов Г. А. Численное построение случайного поля с заданной спектральной плотностью.— Докл. АН СССР, 1978, т. 238, № 4, с. 793—795.
6. Ривин Г. С., Уразалина З. К. К проблеме инициализации.— Тр. ЗСРНИГМИ, 1980, вып. 46, с. 50—53.
6. Bengtsson L. On the use of a time sequence of surface pressure in four-dimensional data assimilation.— Tellus, 1980, vol. 32, p. 189—197.
8. Gustafsson N. Objective analysis and data assimilation.— PSMP Publication Series, 1984, N 11, p. 297—338.
9. Haltiner G. E., Barker E. H. Initial balancing with a variational method.— Annalen der Meteorologie (Neue Folge), 1976, N 11, p. 119—121.

10. Haltiner G. J. Williams R. T. Numerical prediction and dynamic meteorology.— New York, 1980.— 477 p.

11. Masuda Y. On the use of surface pressure changes in variational optimization analysis for horizontal wind and vertical velocity fields on "sigma" surface.— J. Meteorol. Soc. Japan, 1984, vol. 62, N 4, p. 597—612.

12. Rosmond T. E., Foulkner F. D. Direct solution of elliptic equations by block cyclic reduction and factorization.— Mon. Wea. Rev., 1976, vol. 104, N 5, p. 641—649.

13. Sundquist H. Initialization for models' using sigma as the vertical coordinate.— J. Appl. Meteorol., 1975, vol. 14, N 2, p. 153—158.

14. Utreras' Diaz F. Sur le choix du paramètre d'ajustement dans le lissage par fonctions spline.— Numer. Math., 1980, vol. 34, N 1, p. 15—28.

УДК 551.509.31

И. Н. РУСИН (ЛГМИ)

ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ, ПОЛУЧЕННЫХ В КОДЕ *GRID*

Для реализации оперативных прогностических расчетов геострофического ветра, вихря или других метеорологических параметров в настоящее время нет необходимости пользоваться значениями, снятыми с метеорологических карт. По каналам связи в подразделения гидрометслужбы поступают телеграммы в коде *GRID*, содержащие числовые значения метеорологических полей в узлах регулярной широтно-долготной сетки. По этим данным для любого пункта принципиально могут быть получены все необходимые дифференциальные или интегральные характеристики. Для практической реализации расчетов необходимо вывести рабочие формулы, учитывающие специфику расположения точек и тот факт, что числовые данные, полученные в коде *GRID*, содержат заметную ошибку округления.

Первоначально остановимся на вопросе получения формул численного дифференцирования точных данных, расположенных в узлах сетки. Ввиду того, что некоторые данные, передаваемые в коде *GRID*, являются результатами объективного анализа, для восстановления значений метеорологических полей в произвольной пространственной точке можно было бы воспользоваться процедурой оптимальной интерполяции. Однако поскольку для получения величин пространственных производных наибольшее значение имеют данные численного прогноза, более естественно и для интерполяции воспользоваться аналитическим представлением метеорологических полей в виде двумерных рядов Тейлора.

Допустим, что точка, для которой оценивается значение функции или пространственной производной, располагается в начале локальной ортогональной системы координат. Координаты n соседних точек в этой локальной системе обозначим через x_i и y_i , где i — индекс, указывающий на порядковый номер данной станции. Считая, что значения метеорологических полей в каждой со-

седней точке определяются по значениям в начале координат на основе ряда Тейлора, получаем локальное аналитическое представление поля вида

$$f_i = f_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_{k, l-k}^0}{k!(l-k)!} x_i^k y_i^{l-k}, \quad (1)$$

где f_i — значение метеорологического поля в точке x_i, y_i ; f_0 — значение этого поля в начале координат; $f_{k, l-k}^0$ — значение частных производных порядка k по x и порядка $l-k$ по y в начале координат.

Значения производной $f_{k, l-k}^0$ или самой функции f_0 могут быть получены по значениям f_i методом неопределенных коэффициентов [1]. Для этого введем интерполяционную формулу

$$f_{k, l-k}^0 = \sum_{i=1}^n a_i f_i, \quad (2)$$

в которой a_i — весовые коэффициенты. Определить их можно с помощью аналитической модели метеорологического поля (1). Простые преобразования позволяют получить равенство:

$$\sum_{i=1}^n a_i f_i = f_0 \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_{k, l-k}^0}{k!(l-k)!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^k y_i^{l-k}. \quad (3)$$

Процесс получения весовых коэффициентов проиллюстрируем на примере случая интерполяции, когда по заданным f_i в n точках необходимо рассчитать f_0 . В частности, если значения f_i заданы в шести точках ($n=6$), то для определения f_0 получим систему шести уравнений. Учет предположения о сходящемся характере ряда Тейлора позволяет образовывать эти уравнения, последовательно приравнявая к нулю коэффициенты при одночленах $x^k y^{l-k}$ с возрастающими степенями.

Конкретные весовые коэффициенты интерполяционных формул получаются из системы уравнений

$$\sum_{i=1}^6 a_i = 1, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^6 a_i y_i = 0, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^6 a_i x_i = 0, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^6 a_i y_i^2 = 0, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^6 a_i x_i y_i = 0, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^6 a_i x_i^2 = 0. \quad (9)$$

Если коэффициенты a_i будут выбраны из этой системы, то соотношение (2) будет интерполяционной формулой, ошибка интерполяции которой R будет определяться через остаточный член ряда Тейлора. Путем несложных преобразований получим для данного случая:

$$R \leq \max \left\{ \frac{4f^{k, 3-k}(x, y)}{k!(3-k)!} x^k y^{3-k}, \right. \quad (10)$$

причем $|x| \leq \min |x_i|$, $|y| \leq \min |y_i|$, $k=0, 1, 2, 3$.

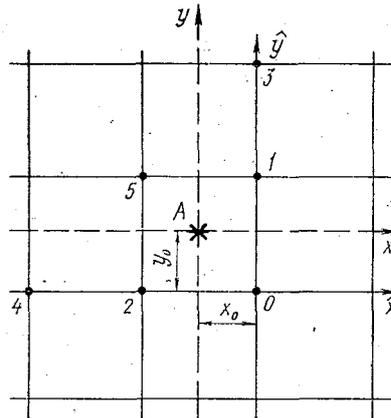


Рис. 1. Расположение узлов сетки, в которых должны быть заданы значения метеорологических полей, для интерполяции или численного дифференцирования.

Принципиально возможно с помощью аналогичного подхода получить аппроксимационные формулы численного дифференцирования произвольного порядка. Поскольку данные, передаваемые в коде *GRID*, либо являются исходными для численного прогноза, либо его результатами, то можно считать, что конечно-разностные аналоги производных в узлах регулярной сетки имеют второй порядок аппроксимации. Если проинтерполировать полученные по аппроксимационным формулам второго порядка величины первых производных, то порядок аппроксимации должен быть сохранен.

Получим рабочие формулы интерполяции, решив систему (4)–(9) с учетом особенностей размещения данных. Значения метеорологических полей известны в узлах регулярной сетки с постоянным шагом по ортогональным координатам. В наиболее общем случае точка, для которой необходимо определить функцию или производные, размещается между узлами, как это показано на рис. 1. В формулах (4)–(9) использована локальная система координат с началом в точке A . Для упрощения преобразований произведем перенос начала координат в узел регулярной сетки, имеющий номер 0. Для интерполирования выберем

узлы, занумерованные на рис. 1 0, 1, ..., 5. Координаты этих точек в локальной системе с началом в точке A обозначим через (x_i, y_i) $i=0, \dots, 5$, с началом в узле 0 — через (\hat{x}_i, \hat{y}_i) . Между этими координатами имеется связь вида

$$x_i = x_0 + \hat{x}_i, \quad (11)$$

$$y_i = y_0 + \hat{y}_i, \quad (12)$$

где (x_0, y_0) — координаты точки 0 в системе с началом в узле A . Учтем, что координаты (\hat{x}_i, \hat{y}_i) очень просто выражаются через шаг сетки r . В таблице приведены значения этих координат и их

Таблица

Координаты узлов регулярной сетки относительно узла с номером 0, выраженные через шаг сетки

i	\hat{x}_i	\hat{y}_i	\hat{x}_i^2	$\hat{x}_i \hat{y}_i$	\hat{y}_i^2
1	0	r	0	0	r^2
2	$-r$	0	r^2	0	0
3	0	$2r$	0	0	$4r^2$
4	$-2r$	0	$4r^2$	0	0
5	$-r$	r	r^2	$-r^2$	r^2

комбинации, необходимые для дальнейшего изложения. Подставляя (11) и (12) в формулы (4)–(9) и учитывая конкретные величины координат, приведенные в таблице, преобразуем систему уравнений (4)–(9) к виду

$$a_0 = 1 - \sum_{i=2}^5 a_i, \quad (13)$$

$$a_1 + 2a_3 + a_5 = -y_0/r, \quad (14)$$

$$a_2 + 2a_4 + a_5 = x_0/r, \quad (15)$$

$$a_1 + 4a_3 + a_5 = y_0^2/r^2, \quad (16)$$

$$a_2 + 4a_4 + a_5 = x_0^2/r^2, \quad (17)$$

$$a_5 = -x_0 y_0 / r^2. \quad (18)$$

Решив систему (13)—(18), получим зависимость интерполяционных весов от координат точки, в которой разыскивается значение функции, в виде

$$a_0 = 1 - \sum_{i=1}^5 a_i, \quad (19)$$

$$a_1 = \frac{x_0 y_0}{r^2} - \frac{2y_0}{r} - \frac{y_0^2}{r^2}, \quad (20)$$

$$a_2 = \frac{x_0 y_0}{r^2} - \frac{x_0^2}{r^2}, \quad (21)$$

$$a_3 = \left(\frac{y_0^2}{r^2} + \frac{y_0}{r} \right) / 2, \quad (22)$$

$$a_4 = \left(\frac{x_0^2}{r^2} - \frac{x_0}{r} \right) / 2, \quad (23)$$

$$a_5 = - \frac{x_0 y_0}{r^2}. \quad (24)$$

Таким образом, основные положения предлагаемой методики состоят в следующем. Для определения значения метеорологического поля и его частных производных или каких-либо других дифференциальных выражений достаточно определить требуемые параметры в узлах регулярной сетки с помощью общепринятых аппроксимационных формул второго порядка точности. По этим значениям в точках шаблона, приведенного на рис. 1, производится интерполяция по формуле (2), которая и обеспечивает получение нужной величины. Погрешности этой методики могут быть связаны с ошибкой аппроксимации или наличием ошибок округления в данных, получаемых в коде *GRID*.

Для оценки точности излагаемого метода остановимся на определении первой производной по координате x в точке $(x_0, y_0) - f_{1,0}^0$. Воспользовавшись формулой (2), получим выражение

$$f_{1,0}^0 = \sum_{i=0}^5 a_i f_{1,0}^i. \quad (25)$$

Как следует из формулы (10), для данного случая зависимость ошибки аппроксимации будет определяться третьей степенью шага сетки. Используя для $f_{1,0}^i$ центрально-разностную аппроксимацию второго порядка, можно считать, что вклад ошибки интерполяции будет меньше, чем вклад погрешностей такой аппроксимации. Таким образом, можно вычислить погрешность аппроксимации:

$$\delta_a = \frac{r^2}{3!} \sum_{i=0}^5 a_i f_{3,0}^i. \quad (26)$$

Получим числовое значение этой погрешности, учитывая, что наибольшая ошибка аппроксимации возникает на самых коротких волнах поля геопотенциала, длина которых равна четырем шагам сетки. Возьмем модельное поле геопотенциала в виде

$$f(x, y) = A \sin\left(\frac{\pi x}{2r}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{2r}\right). \quad (27)$$

Такая комбинация простых гармоник обеспечивает наибольшую по модулю ошибку δ_a . Вычислив значение третьей производной функции в точках 0, ..., 5 шаблона, приведенного на рис. 1, получим выражение для δ_a в виде

$$\delta_a = A \frac{r^2}{3!} \left(\frac{\pi}{2r}\right)^3 |a_1|. \quad (28)$$

Учтем для оценки A , что циклон диаметром около ста километров в нижних слоях атмосферы характеризуется перепадом геопотенциальной высоты от центра к периферии примерно 1 гп. дам. На рис. 2 приведено распределение погрешности δ_a в сеточном квадрате с вершинами в точках 0, 1, 2, 5 (рис. 1). Отметим, что наибольшая погрешность аппроксимации в части квадрата, где $x \in [-0,5r, 0]$, $y \in [0, 0,5r]$, составляет 0,35 гп. дам/100 км. Если рассматривать весь квадрат, то наибольшая погрешность достигается в точке, где $x = -r$, $y = r$ и составляет 0,94 гп. дам/100 км.

Оценку влияния ошибок округления на точность численного дифференцирования по формуле (25) можно получить, учитывая, что ошибки округления геопотенциала имеют равномерное распределение [2] в интервале $(-d, d)$ гп. дам от округленной величины, причем $d = 0,5$ гп. дам. Отсюда следует, что при оценке производной по центрально-разностной схеме ошибка δ_i в i -м узле сетки будет связана с ошибкой округления геопотенциала. Она будет подчиняться закону распределения [2], имеющему форму равнобедренного треугольника с основанием $2d/r$. Среднее квадратическое отклонение этого распределения может быть вычислено [2] по формуле

$$\sigma = \frac{d}{r \sqrt{6}}. \quad (29)$$

Зная эту величину, можно определить среднее квадратическое отклонение случайной ошибки расчета производной:

$$\sigma_c = \frac{d}{r \sqrt{6}} \sqrt{\left[\sum_{i=0}^5 a_i^2 - \frac{1}{2} a_0 a_4 \right]}. \quad (30)$$

В этом выражении учитывается, что при вычислении первых производных по x с помощью центрально-разностной схемы в узлах шаблона, приведенного на рис. 1, возникает корреляция величин ошибок в точках 0 и 5. Распределение σ_c в квадрате с вершинами в точках 0, 1, 2, 4 шаблона, приведенного на рис. 1, показано на рис. 2. Наибольшая погрешность в части квадрата, где $x \in$

$\in [-0,5r, 0]$, $y \in [0, 0,5r]$ составляет 0,21 гп. дам/100 км. Для всего квадрата наибольшая погрешность достигается в точке, где $x=-r$, $y=r$ и составляет 0,51 гп. дам/100 км. Основываясь на достижениях теории погрешностей [2], можно утверждать, что для случайной величины практически независимо от закона распределения ошибка измерения с вероятностью 0,9 лежит в диапазоне $(-1,6\sigma_c, 1,6\sigma_c)$. Таким образом, в «малом квадрате» можно ожидать ошибки от $-0,34$ до $0,34$ гп. дам/100 км, а во всем квадрате

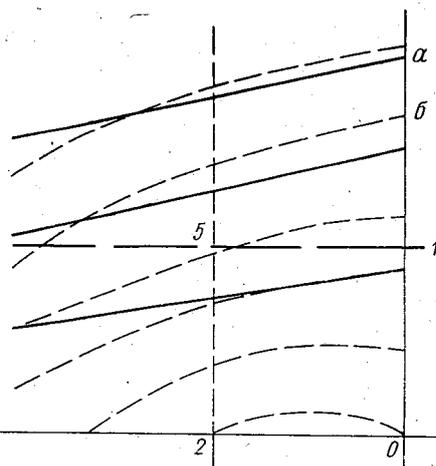


Рис. 2. Распределение по квадрату с вершинами 0, 1, 2, 3, 4, 5 (рис. 1) ошибки аппроксимации (а) и среднего квадратичного отклонения (б).

от $-0,82$ до $0,82$ гп. дам/100 км; ошибки округления не выходят за рамки погрешностей аппроксимации.

Выводы

1. Для получения оценок производных в любой точке области, покрытой данными, передаваемыми в коде *GRID*, можно воспользоваться формулами (2), (19)—(24). При этом ошибка аппроксимации не выйдет за пределы второго порядка.

2. Ошибка округления, содержащаяся в данных, передаваемых в коде *GRID*, при использовании указанных формул для численного дифференцирования поля геопотенциала в 90 % случаев не превысит ошибки аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 1.—М.: Наука, 1966.— 632 с.
2. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений.—Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1985.— 248 с.

О ВЗАИМОСВЯЗИ ЦИКЛОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В РАЙОНАХ СИБИРИ И ДАЛЬНЕГО ВОСТОКА С ЦИКЛОНИЧНОСТЬЮ В ДРУГИХ РАЙОНАХ СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ

Выявление типичных процессов, классификация, определение их взаимосвязей в различных районах полушария является одной из важнейших задач метеорологии. Различные принципы типизации описаны в [1]. В СССР наибольшее распространение получили типизации Вангенгейма и Дзердзеевского [1]. Недостатком этих и большинства других типизаций является качественный подход, определенный субъективизм. Все большее распространение получают объективные методы типизации процессов с использованием современных методов математики [2—4]. Большое признание получил метод главных компонент (естественных ортогональных функций).

С вопросами типизации тесно связаны исследования сопряженности, взаимосвязей процессов. Применительно к циркуляционным характеристикам большая работа в этом направлении проведена в [5—6]. Выявление взаимосвязей и типизация циклоничности—антициклоничности на основе годового хода осуществлена Н. В. Колобовым [7].

В данной работе для классификации (типизации) циклонических процессов и для выявления их взаимосвязей применялся метод главных компонент. Для этого по вычисленным по общепринятой методике [8] первым двум главным компонентам A_1 и A_2 строились графики взаимосвязи A_1 и A_2 различных районов северного полушария. На эти первые две главные компоненты приходится более двух третей общей дисперсии процесса. Чем ближе точки, соответствующие разным районам, тем уже класс, тем больше степень взаимосвязи, больше сходство процессов в этих районах. Длина класса, степень взаимосвязи определяются дисперсией класса:

$$\alpha = \sum_{i=1}^M |(A_i^{(k)} - A_i^{(l)})^2|,$$

где M — число используемых компонент разложения, k и l — номера двух районов в данном классе. Существуют и более тонкие критерии аналогичности [9]. В большинстве случаев степень взаимосвязи оценивалась непосредственно по графику, так как расстояние между двумя точками, относящимся к разным районам в классе, прямо пропорционально α .

Рабочий массив индексов циклоничности формировался на основе подсчета числа приземных центров циклонов в месяц в каж-

дом из двадцати районов полушария. При этом отдельно рассматривались интенсивная циклоничность (глубокие циклоны с давлением в центре у земли ≤ 995 мб) и общая циклоничность (все циклоны, очерчиваемые хотя бы одной изобарой). Материалом служили карты синоптических бюллетеней за 1949—1969 гг. Схема районов внетропических широт северного полушария приведена на рисунке.

Анализ графиков взаимосвязи первых двух главных компонент для режима интенсивной циклоничности позволил выделить

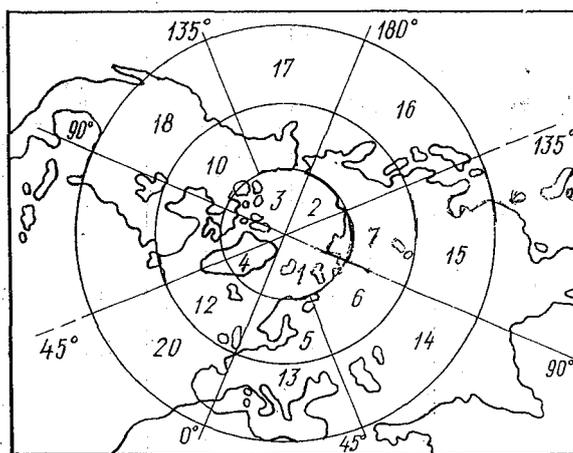


Схема районов.

две основные системы районов. В первую систему вошли районы 1, 5, 9, 12, 16 и 8 (дальневосточный), характеризующиеся сравнительно большими положительными значениями A_1 и значениями $A_2 > 0$ (либо небольшими отрицательными). Вторую систему составили районы, характеризующиеся значениями $A_1 < 0$ (или небольшими положительными значениями): сюда вошли 6 и 7 районы (Сибирь). Режимы циклоничности в этих системах существенно отличаются. В районах первой системы в основном отмечаются положительные аномалии повторяемости интенсивной циклоничности относительно средней по полушарию. Особыми районами в этой системе являются 12 (исландский циклонический центр действия атмосферы — ЦДА) и 9 (алеутский циклонический ЦДА). Во второй системе значения главных компонент указывают на дефицит повторяемости глубоких циклонов в районах относительно средней по полушарию. Причем, особыми в этой системе являются 14 район и несколько реже 15 (антициклонический азиатский ЦДА). Изменение во времени A_1 хорошо отражает годовой ход повторяемости глубоких циклонов в районе, а A_2 представляет циклоничность в теплое полугодие.

Взаимосвязи интенсивной и общей циклоничности в районах Сибири и Дальнего Востока и их повторяемости приведены в таб-

Повторяемость взаимосвязей цикличности районов Сибири и Дальнего Востока с другими районами северного полушария

Районы	Повторяемость связей интенсивной цикличности, %		Районы	Повторяемость связей общей цикличности, %		
	общие	тесные		общие	тесные	
Западная Сибирь (6)	6-1	5	5	6-2	10	—
	6-2	30	25	6-5	45	40
	6-4	25	25	6-7	50	45
	6-5	15	15	6-8	15	—
	6-7	10	10	6-9	15	5
	6-8	10	5	6-10	55	55
	6-10	25	25	6-11	15	5
	6-19	10	10	6-12	5	—
	6-15			6-15	10	10
Восточная Сибирь (7)	7-2	20	20	7-5	30	10
	7-3	25	20	7-6	50	45
	7-4	10	10	7-8	15	15
	7-6	10	10	7-9	10	—
	7-10	15	10	7-10	30	30
	7-13	20	15	7-11	20	15
	7-15	25	25	7-12	10	—
				7-14	35	20
Дальний Восток (8)	8-1	10	10	7-15	10	5
	8-5	40	40	8-1	5	—
	8-6	10	5	8-5	15	10
	8-9	10	10	8-6	15	—
	8-11	55	55	8-7	15	15
	8-16	20	20	8-9	40	25
				8-11	50	35
				8-12	50	35
				8-13	15	—
				8-18	20	15
			8-19	35	25	

лице. Видно, что интенсивная циклоничность в 6 районе, куда входит в основном Западная Сибирь, наиболее часто связана с аналогичными процессами во 2 (арктическом). Повторяемость таких связей составила 30 % случаев (за 20 лет), причем наиболее тесные связи отмечались в 25 %. Связь интенсивных циклонических процессов в этом районе также большая с процессами в 4 районе — (гренландский сектор Арктики), с 10 (канадским). Причем, если с азиатским сектором Арктики (2 район) это можно объяснить процессами обмена циклоничностью в соседних районах, то с гренландским и канадским связность обусловлена глобальными процессами, приводящими к аналогичным условиям флуктуационного циклонического режима.

Восточная Сибирь (7 район) наиболее тесно и часто взаимосвязана по режиму интенсивной циклоничности с Канадским сектором Арктики (3 район), с центральноазиатским (15). Повто-

ряемость таких связей составила 25 % случаев. Сравнительно часты связи и с азиатским сектором Арктики (2), со средиземноморским (13) (повторяемость $p=20\%$).

Интенсивная циклоничность в дальневосточном районе наиболее часто и тесно взаимосвязана с аналогичными процессами в североамериканском 11 районе ($p=55\%$ случаев) с циклоничностью в северной половине Европы, 5 район ($p=40\%$). При этом повторяемость класса, состоящего из 5, 8, 11 районов, составила 30 % случаев. Несколько менее тесные и менее частые взаимосвязи с циклоничностью японско-тихоокеанского района (16), $p=20\%$. Связи с остальными районами полушария менее тесные и редкие.

С целью выявления периодов, на которых осуществляется наибольшая связность интенсивной циклоничности, были рассчитаны спектры когерентности и фазовые спектры для индексов интенсивной циклоничности пар районов 5—8, 8—11 по реализациям длиной 240 мес. Установлено, что в этих случаях связь была максимальной на периодах 12, 5—6 и 3—4 мес. Причем, процессы в 8 районе с периодом колебаний 12 мес. отставали от аналогичных процессов в 11 районе примерно на 2 мес.

Режим интенсивной циклоничности определяется в первую очередь характеристиками общей циркуляции атмосферы, глобальными характеристиками подстилающей поверхности. На режим общей циклоничности в значительной мере влияют, кроме того, местные особенности циркуляции и подстилающей поверхности. Поэтому в случае режима общей циклоничности отмечается переориентация связей. Наиболее часто режим общей циклоничности, аналогичный режиму в Западной и Восточной Сибири, отмечается в соседних районах (6—5, 6—7, 7—14, 7—5, повторяемость связей 35—55 %). То же наблюдается в канадском (10) (повторяемость связей с 6 и 7 районами 30—55 %). Связь с соседними районами обусловлена процессами циклонообмена, особенностями циркуляции атмосферы, сходством подстилающих поверхностей. Взаимосвязи отражают общность циклонического режима в широком смысле: как в повторяемости циклонов, циклогенеза, так и в колебаниях циклоничности. Особая связь с канадским (10) районом вызвана глобальными атмосферными процессами, определенной аналогичностью влияния подстилающей поверхности на режим циклоничности. По сравнению с интенсивной циклоничностью связи общей циклоничности сохранились в 6 районе в половине случаев (6—2, 6—5, 6—7, 6—8, 6—10), в 7 районе в трети (7—6, 7—10, 7—15). дальневосточный (8) район наиболее тесно и часто связан по режиму общей циклоничности с 11 и 12 (Восточное побережье Северной Америки и исландский циклонический ЦДА), с соседним алеутским (9), с 19 (Восточное побережье Северной Америки—западная часть Атлантики). При переходе от режима интенсивной циклоничности к режиму общей циклоничности связи сохраняются в 50 % случаев (8—1, 8—5, 8—6, 8—9, 8—11). При этом взаимосвязь с 9 районом вы-

звана тем, что оба района являются частью камчатско-алеутского циклонического ЦДА, а 12 район представляет собой также циклонический ЦДА с большой повторяемостью циклонов. Аналогичность циклонического режима в 8 и 11 районах обусловлена сходными факторами: оба района расположены на границе восточных частей материков и западных частей океанов, в зоне максимальных контрастов температур, вблизи очагов с наибольшими отклонениями температуры слоя 500/1000 от средней широтной. Здесь же находятся очаги максимального циклогенеза. Для объяснения найденных взаимосвязей необходимы дальнейшие исследования.

В заключение следует отметить, что определенные статистическим методом взаимосвязи циклонических процессов для районов Сибири и Дальнего Востока полезны при прогнозе циклоничности и связанных с ней процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гирс А. А. Основы долгосрочных прогнозов погоды.— Л.: Гидрометеоздат, 1960.— 560 с.
2. Багров Н. А. О классификации синоптических процессов.— Метеорология и гидрология, 1969, № 5, с. 3—12.
3. Яковлева Н. И., Гурлева К. А. К вопросу объективного районирования с помощью метода разложения по эмпирическим функциям.— Тр. ГГО, 1969, вып. 236, с. 155—164.
4. Радикевич В. М. Использование разложений полей давления с помощью полиномов Чебышева для характеристики режима атмосферной циркуляции над Северной Атлантикой.— Тр. ЛГМИ, 1970, вып. 41, с. 19—27.
5. Воробьева Е. В. Сопряженность атмосферных процессов в Северном полушарии.— Л.: Гидрометеоздат, 1962.— 116 с.
6. Спиридонова Ю. В. Сопряженность атмосферной циркуляции в разных частях Северного полушария.— М., Изд-во АН СССР, 1962.— 120 с.
7. Колобов Н. В. О годовом ходе циклоничности и антициклоничности во внетропических широтах Северного полушария.— Казань, Изд-во Казан. ун-та, географ. сборник, 1969, вып. 4, с. 82—101.
8. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры.— М.: Физматгиз, 1960.— 656 с.
9. Кудашкин Г. Д. Оценка аналогичности атмосферных состояний и процессов с помощью параметров разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям.— Тр. ГГО, 1965, вып. 168, с. 36—44.

УДК 551.509

К. В. КОНДРАТОВИЧ (ЛГМИ)
А. НАМХАЙ (ИГМ МНР)

СИНОПТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОГНОЗА СРЕДНЕЙ МЕСЯЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА И МЕСЯЧНЫХ СУММ ОСАДКОВ ДЛЯ ТЕРРИТОРИИ МНР В ТЕПЛОЕ ПОЛУГОДИЕ

Потребности народного хозяйства МНР в эффективных долгосрочных прогнозах погоды (ДПП) непрерывно возрастают в первую очередь из-за зависимости сельскохозяйственного производ-

ства от погодных условий. В настоящее время в МНР составление месячных прогнозов погоды проводится по методике ГМЦ СССР на основе прогностической информации, полученной из Иркутского гидрометцентра. При составлении прогноза учитываются также прогностические зависимости регионального характера.

Исследования по долгосрочным прогнозам погоды в Монголии получили развитие в 70-х годах, главным образом, на основе синоптико-статистических методов прогнозов.

В работах [2, 4] по данным за 1956—1975 гг. исследованы связи атмосферной циркуляции и погоды в МНР с формами общей циркуляции Вагенгейма—Гирса Е, W, С. Р. Миждидорж разработал способ прогноза аномалии летних осадков на основе групповых закономерностей макропроцессов (метод гомологов циркуляции) с заблаговременностью 3 мес. [2]. В работе автора и Г. П. Голубчиковой [3] предложена методика предвычисления средней месячной температуры воздуха и атмосферных осадков по территории МНР для всех месяцев. При этом в качестве предикторов брались средние месячные значения интенсивности планетарной высотной фронтальной зоны в январе в трех секторах северного полушария: евразийском, тихоокеано-американском и атлантическом. В последующем был разработан статистический метод прогноза средней месячной температуры воздуха и месячных сумм осадков для территории МНР, включающий такие предикторы, как характеристики атмосферной циркуляции, подстилающей поверхности и солнечной активности [8]. Л. Нацагдорж [7] предложил статистический способ прогноза аномалии средней месячной температуры воздуха для января с заблаговременностью от двух до пяти месяцев.

Из-за затруднений в информационном представлении предикторов предложенные методы прогноза, за исключением метода Г. Н. Чичасова и автора данной статьи, примененного в опытным порядке с января 1982 г., в оперативной работе не используются.

Целью настоящей работы является исследование зависимостей макропогоды Монголии в теплое полугодие от характеристик общей циркуляции атмосферы, выявление прогностических связей и создание методики прогнозирования температуры воздуха и атмосферных осадков с целью их прогноза.

Поставленная задача решалась на основе применения статистических методов и путем выполнения соответствующих расчетов на ЭВМ. В качестве исходного материала были использованы данные о средней месячной температуре воздуха и месячных осадках 15 метеорологических станций, сравнительно равномерно распределенных по территории МНР, за период 1940—1979 гг.

На территории МНР все используемые в оперативной практике виды прогноза составляются по четырем сравнительно однородным в климатическом отношении районам: западному, центральному восточному и южному. Выбранные нами станции освещают

шают каждый из этих районов. Архив средней месячной температуры воздуха для указанных станций на территории МНР был записан на технический носитель МЛ ЭВС ЕС-1022 за весь рассматриваемый период.

При обосновании отбора предикторов были использованы положения научных школ ДПП Советского Союза и современные представления о характере общей циркуляции атмосферы на пространстве северного и частично южного полушарий.

В качестве основных предикторов используются: число дней с соответствующей формой атмосферной циркуляции по классификации Вангенгейма—Гирса, среднемесячные аномалии температуры воздуха у поверхности земли в пределах северного полушария, значения индексов южного колебания (ЮК) и главные компоненты разложения по эмпирическим ортогональным функциям (ЭОФ) полей среднемесячной температуры воздуха по территории МНР и выявленных статистических значимых районов за период с 1937 по 1981 г.

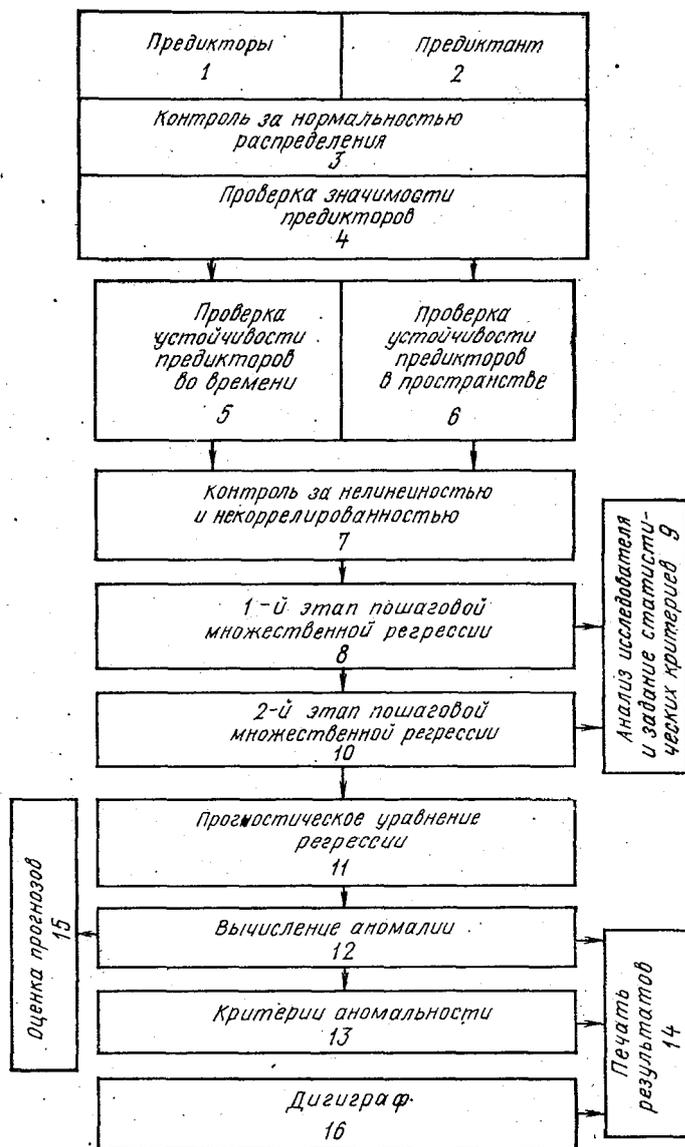
Аномалия температуры воздуха была задана в узлах регулярной сетки $5^\circ \times 10^\circ$ за период с 1937—1981 г. Информация упорядочена с севера на юг (90° с. ш.— 0° с. ш. с шагом $\Delta\varphi=5^\circ$) и с запада на восток (0° в. д.— 350° в. д. с шагом $\Delta\lambda 10^\circ$) — всего 684 точки. Значения полюса приведены 36 раз для каждого меридиана, кратного 10° . Указанный архив данных был подготовлен ВНИИГМИ—МЦД.

Исходная информация была сосредоточена в магнитной ленте последовательного доступа в 4 файлах. Каждому блоку соответствуют данные за один месяц. Они упорядочены по годам в естественной хронологической последовательности, внутри одного года — по месяцам (1, 2, ..., 12). Объем файлов позволяет дополнять их вновь поступающими данными.

В разработанной модели все этапы составления прогнозов средней месячной температуры воздуха, месячных сумм осадков и их аномалий автоматизированы. Структура и принципиальные особенности модели приведены на рисунке.

Архивы предикторов и предиктантов имеются на технических носителях (магнитных лентах и диске). Ввод информации в схему расчета осуществляется с магнитного диска с указанием вводимого файла прямого доступа в информационной карте. В следующем блоке происходит аппроксимация исходной информации «гибкими» теоретическими функциями, позволяющими любые распределения приводить к нормальному. При этом не только одномерные, но и двумерные распределения имеют вид, близкий к нормальному. Здесь же происходит стандартизация переменных по формуле

$$X = \frac{\bar{x} - x_i}{\sigma}, \quad (1)$$



Блок-схема прогноза средних месячных температур воздуха и количества осадков.

где X — стандартизованная переменная; \bar{x} — среднее арифметическое; x_i — значение метеорологической переменной; σ — среднее квадратическое отклонение.

Это преобразование не изменяет ни асимметрию, ни эксцесс исходного распределения. Проверка успешности аппроксимации, состоявшая в сравнении трех первых моментов эмпирического и нормального распределений, в целом показала, что различия между моментами незначительны.

В дальнейшем вся информация поступает в блок-проверку значимости предикторов. Для отыскания наиболее значимых связей между предиктантом и предиктором подсчитаны коэффициенты корреляции (r):

В предлагаемой модели все корреляционные связи оценивались 10 %-ным уровнем значимости. Для нашего случая коэффициент корреляции $r=0,27$, так как исходный ряд — 40 лет.

Следующий этап посвящен проверке устойчивости предикторов во времени и пространстве. Связь считалась устойчивой, если не менее чем в 50 % рассматриваемых лет коэффициент частной корреляции такой связи превышал заданный 10 %-ный уровень значимости. Затем рассматривалась стационарность предикторов в пространстве, то есть тест-предикторы, удовлетворяющие первым двум условиям, должны составлять 50 % из выбранных станций района.

Практика статистических расчетов показывает, что необходимо учитывать криволинейный характер связи. Поэтому в блок-схеме [7] осуществляется контроль за нелинейностью прогностических связей.

Анализ корреляционных графиков показал, что криволинейный характер связи иногда может наблюдаться на участках кривой, соответствующих экстремальным значениям предикторов и предиктантов. Повторяемость таких случаев невелика, но возможность их появления желательно учитывать. Для этого в схеме прогноза предусматривается осуществление контроля за нелинейностью путем вычисления критерия криволинейности (t_k) по формулам

$$t_k = \frac{k}{m}, \quad (2)$$

$$k = \eta^2 - r^2, \quad (3)$$

$$m = \sqrt{\frac{k - k^2(2 - \eta^2 - r^2)}{n}}, \quad (4)$$

где k — мера криволинейности; m — ошибка меры криволинейности; n — число коррелируемых пар; η — корреляционное отношение; r — коэффициент корреляции.

При $t_k=1,5$ зависимость считалась криволинейной и исключалась из дальнейших расчетов. В этом блоке производилась проверка коррелированности предикторов. Были исключены зависи-

мые предикторы ($r_{ij} \geq 0,60$), причем оставлялись те, которые имеют более высокий уровень связи с предиктантом.

Следующий блок отведен для использования пошаговой множественной регрессии. Для составления прогностического уравнения все предикторы, отобранные ранее, включаются в автоматизированную процедуру составления прогностического уравнения.

В последующих блоках модели происходит расчет аномалии средней месячной температуры воздуха по уравнению регрессии.

Таким образом, схема прогноза температуры воздуха предусматривает использование нескольких видов предикторов, призванных отражать состояние общей циркуляции атмосферы. В число предикторов входят обобщенные характеристики (формы атмосферной циркуляции Вангенгейма—Гирса и индексы южного колебания) и значения температуры в статистически значимых районах. Для каждого месяца с апреля по сентябрь получены прогностические уравнения для каждой из выбранных 15 станций МНР.

Уравнения регрессии имеют вид

$$T_i, \tau_0 + \tau = \sum_{i=1}^n a_i x_i + b, \quad (5)$$

где T_i — средняя месячная температура воздуха в пункте i и данном месяце (τ_0), τ — заблаговременность прогноза; a_i — коэффициент регрессии при i -м предикторе x .

Известно, что статистические схемы прогноза, являющиеся реализациями метода наименьших квадратов, редко предсказывают крайние градации прогнозируемого элемента. В связи с этим повторяемость градации «норма» значительно выше фактической. Для народного же хозяйства наибольшую информативную ценность представляет прогноз крупных аномалий температуры воздуха и осадков. Для их расчета нами использовано преобразование, предложенное Г. А. Карпеевым [1]. Суть его в том, что значения прогнозируемого элемента в каждой точке случайного поля преобразуются с помощью выражения

$$\rho' = \frac{\sigma_{\text{ф}}}{\sigma_{\text{пр}}}, \quad (6)$$

где ρ' — коэффициент экстремальности; $\sigma_{\text{ф}}$, $\sigma_{\text{пр}}$ — соответственно вторые центральные моменты фактических и прогностических месячных температур воздуха. После введения коэффициента экстремальности можно регулярно осуществлять прогноз крупных аномалий температуры воздуха и количества осадков. Однако следует помнить, что улучшение предсказания экстремальных значений достигается за счет некоторого ухудшения общей оправдываемости прогноза. Завершающей операцией является выдача результатов прогноза на печать и расчерчивающее устройство. В качестве примера приводятся прогностические уравне-

ния средней температуры воздуха в апреле для станций Улан-Батор и Чойбалсан:

$$T_{\phi,7} = 0,09918(W_{-12}) - 0,23916(W_{-16}) + 0,05909(C_{-7}) + 0,04883(C_{-18}) - 0,03550(\Delta T_{-3}(45^\circ \text{ и } 310^\circ) - 1,13709) \quad (7)$$

$$T_{\phi,7} = 0,08630(W_{-12}) - 0,20797(\Delta T_{-3}(45^\circ \text{ и } 310^\circ) + 0,07055(C_{-18}) + 0,03805(C_{-7}) + 0,94612.$$

Видно, что предикторы в первой части этих уравнений в основном совпадают. Это число дней с формой циркуляции W при $\tau=12$, с формой C при $\tau=7$ и $\tau=18$, температура воздуха в очаге с центром 45° с. ш. 310° д.

При построении прогностической схемы для прогноза месячных сумм осадков допускалось, что процесс формирования, переноса и выпадения атмосферных осадков, как и любой метеорологический процесс, взаимосвязан с процессом формирования температурного режима и зависит от циркуляционных особенностей в предшествующем месяце. Структура и принципиальные особенности схемы прогноза осадков такие же, как и прогноза температуры.

Для прогноза осадков с апреля по сентябрь по 4 районам Монголии с большой заблаговременностью строились уравнения регрессии типа

$$\Delta R_{i, \tau_0 + \tau} = \sum a_i x_i + b. \quad (8)$$

Здесь ΔR — ожидаемое количество осадков в данном районе (i) и месяце $\tau_0 + \tau$, мм; τ — заблаговременность прогноза; a_i — коэффициент регрессии при i -м предикторе x . Значимых предикторов с заблаговременностью >16 и <3 не имеется. Исходные уравнения прогноза ΔR имеют заблаговременность в основном от 3 до 9 мес.

Примеры:

Южный район

$$\Delta R \text{ IV. } 3 = 0,22209(M_{1-13}) + 0,32882(W_{-9}) - 0,14095(M_{2-17}) - 0,68713(\text{ЮК}_{-3}) - 0,02877(E_{-3}) + 3,62969.$$

Западный район

$$\Delta R \text{ VIII. } 6 = 1,07760(C_{-28}) + 0,98699(M_{1-11}) + 0,63760(W_{-6}) - 0,70264(E_{-17}) + 3,07625(T_{1-9}) - 0,73175(C_{-6}) - 3,35707(\text{ЮК}_{-9}) + 0,31048(Z_{-21}) + 26,44969.$$

Здесь нижний индекс со знаком «—» указывает на заблаговременность прогноза; M_1, M_2, Z, W, E, C — соответственно формы циркуляции по Вангенгейму—Гирсу; ЮК — индекс южного колебания; T_1 — первый коэффициент разложения полей средней месячной температуры воздуха по ЭОФ.

В целом для прогноза ΔR не удалось обнаружить какой-либо закономерности в месяцах-предикторах.

Отметим, что коэффициенты уравнения регрессии необходимо пересчитывать (обновлять) с появлением новых данных.

Оправдываемость прогноза аномалии температуры воздуха по знаку оценивается на основе критериев по знаку ρ и P и по величине Q и $\overline{\delta T}$):

$$\rho = \frac{P_1 - P_2}{N}, \quad (9)$$

где P_1 — количество станций, для которых прогнозируемый знак аномалий совпал с ее фактическим; P_2 — количество станций, для которых прогнозируемый знак аномалии не совпал с фактическим; N — общее число станций, для которых составлялся прогноз.

Параметр P вычисляется по формуле

$$P = 50/I + \rho^{10}/10, \quad (10)$$

где P — процент станций, для которых знаки $\Delta T_{\text{п}}$ и $\Delta T_{\text{ф}}$ совпадают.

Прогноз аномалии средней месячной температуры считается оправдавшимся по знаку, если $P > 50$ $\rho > 0$; $Q < 1$ — по величине.

Погрешность величины прогноза аномалии температуры воздуха определяется по формулам типа

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\delta T_i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (11)$$

где Q — показатель величины ошибки прогноза; $\delta T_i = (\Delta T_{\text{п}} - \Delta T_{\text{ф}})_i$ — ошибка прогноза на i -й станции; σ_i — среднее квадратическое отклонение температуры на той же станции, где N — общее число станций, которые использованы при оценке прогноза ΔT в трех градациях.

Для оправдываемости прогноза месячных сумм осадков используется формула

$$P_R = \frac{1}{S} [100S_1 + 50S_2], \quad (12)$$

где S — площадь для оценки P_R . На первом этапе определяется площадь, на которой прогноз оправдался на 100 % (площадь S_1), т. е. и ожидаемый и фактический классы осадков совпадают. Далее определяется площадь S_2 , на которой класс ожидаемой месячной суммы осадков был соседним с классом фактической месячной суммы осадков (например, в районе ожидалось месячное количество осадков больше (меньше) среднего многолетнего количества, а выпало около среднего многолетнего количества — прогноз оправдался на 50 %. Прогноз месячной суммы осадков считается оправдавшимся, если $P_R \geq 57$ %.

Для проверки успешности прогноза средней месячной температуры воздуха и месячных сумм осадков нами были использованы формулы (9—12).

Вычисление указанных оценок (ρ , P , Q , $\overline{\delta T}$ и P_R) производилось с апреля по сентябрь для 15 станций (для среднемесячной температуры воздуха), 4 районов (для месячных сумм осадков) МНР на зависимом (1940—1979 гг.) и независимом (1980—1981 гг.) материале (табл. 1).

Таблица 1
Средняя оправдываемость прогнозов средних месячных температур воздуха и количества осадков по территории МНР

а) независимый материал (1980—1981 гг.)

Месяц -	Год	Прогноз			Совокупная оценка	Прогноз, %
		ρ	Q	P		
Апрель	1980	1,0	2,1	55	Удовлетворительная	87,5
	1981	1,0	2,8	50	Удовлетворительная	37,5
Май	1980	0,47	0,75	80,7	Хорошая	75
	1981	-0,33	0,92	73,3	Удовлетворительная	50
Июнь	1980	0,30	1,71	80,0	Удовлетворительная	50
	1981	0,13	2,36	61,7	Удовлетворительная	75
Июль	1980	0,47	1,28	76,7	Удовлетворительная	62,5
	1981	-0,80	2,91	35,0	Неудовлетворительная	50,0
Август	1980	0,47	1,0	80	Хорошая	75
	1981	0,72	1,2	50	Удовлетворительная	75
Сентябрь	1980	0,73	0,32	90,0	Хорошая	75
	1981	0,60	0,74	76,7	Удовлетворительная	62,5
Средняя		0,39	1,41	67,2	Хорошая 4 Удовлетворительная 7 Неудовлетворительная 1	64,6

б) зависимый материал (1940—1979 гг.)

Месяц	Прогноз ΔT			Число прогнозов			Прогноз ΔR %
	ρ	Q	P %	хороший	удовлетворительный	неудовлетворительный	
Апрель	0,41	0,62	60,7	26	12	2	79,9
Май	0,52	0,60	72,8	31	8	1	85,3
Июнь	0,51	0,59	75,3	30	5	5	77,1
Июль	0,43	0,71	74,3	30	5	5	83,7
Август	0,44	0,68	71,6	34	4	2	81,2
Сентябрь	0,41	0,62	75,8	30	7	3	78,7
Средняя	0,45	0,63	72,2	30,2	6,8	2,8	80,9

При $\rho > 0$, $Q < 1$ — хороший прогноз; $\rho > 0$, $Q > 1$ — удовлетворительный прогноз по знаку.

Средняя оправдываемость прогнозов аномалии температуры на независимом материале по ρ составила 0,39 (табл. 1). Из 12 прогнозов хороших и удовлетворительных было соответственно 4 и 7. Хорошо оправдались прогнозы температуры в августе и

сентябре. Успешность прогнозов количества осадков также была удовлетворительной — 64,6 %. Из 12 составленных прогнозов осадков оправдалось 8. На зависимом материале прогнозы температуры в среднем по ρ и Q составили соответственно 0,45 и 0,63. Отметим, что оправдываемость прогнозов количества осадков сравнительно большая — 80,9 %.

Представляет большой интерес сравнение успешности наших прогнозов с успешностью официальных месячных прогнозов, составляемых синоптическим методом (табл. 2).

Таблица 2

Сравнение оправдываемости прогнозов аномалии температуры воздуха и сумм осадков за 1980—1981 гг. по территории Монголии различными методами

Прогноз Критерий оценки	Синоптический метод				Синоптико-статистический метод			
	ΔT			ΔR	ΔT			ΔR
	ρ	Q	P %	P %	ρ	Q	P %	P %
Апрель	0,36	1,6	58	54	1,0	2,4	52,5	62,5
Май	0,28	0,9	61	62	0,07	0,8	80,0	62,5
Июнь	0,19	1,8	54	59	0,23	2,03	70,8	62,5
Июль	0,08	2,0	62	58	-0,16	2,09	63,4	56,2
Август	0,12	1,2	59	54	0,59	1,1	68,0	75,0
Сентябрь	0,21	0,7	68	60	0,66	0,53	68,3	68,7
Средняя	0,20	1,36	60,3	57,8	0,39	1,41	67,2	64,5

В табл. 2 дается сравнение оправдываемости прогнозов средней месячной температуры воздуха и месячного количества осадков, составленных синоптическим и синоптико-статистическим методами. Синоптический метод является официальным и используется в Институте метеорологии и гидрологии (ИМГ).

Для большинства месяцев в среднем успешность синоптико-статистических прогнозов аномалии температуры и месячных сумм осадков оказалась выше, чем синоптических. Оправдываемость месячных сумм осадков расчетным методом оказалась выше официальных прогнозов на 4—15 %. Прогноз температуры по официальному методу оправдывается в среднем на 60,3 % ($P=0,20$), а по предложенному методу на 67,2 % ($\rho=0,39$).

Отметим, что после введения критерия экстремальности в отдельном случае оправдываемость более крупных аномалий температуры воздуха повышается, например, в апреле. Но общая оправдываемость несколько снижается (от 7 % до 11 %). После введения критерия экстремальности коэффициент корреляции между прогностическим и фактическим значениями, который является количественным показателем успешности прогнозов во времени, для апреля в Кобдо, Улан-Баторе, Даладзадгаде и Чойбалсане равен соответственно 0,53, 0,60, 0,59 и 0,48. В июле он колебался в пределах 0,41—0,54. Теснота связи между фактическими

и прогностическими осадками изменялась в июле от 0,49 (Восточный район) до 0,37 (Западный район), в апреле от 0,39 (Центральный район) до 0,31 (Южный район). Методические прогнозы являются более эффективными, чем случайные (ошибка колеблется от 0,64 до 0,89).

Изложенное позволяет сделать вывод о целесообразности использования предложенной методики прогноза.

Данная прогностическая схема месячного прогноза полностью реализована на ЭВМ ЕС-1022. Машинное время для расчета прогноза одного месяца по 15 станциям — 8 мин.

Выводы

Введение в статистическую схему прогноза критерия экстремальности позволило повысить эффективность прогнозирования. Предварительные оценки показывают, что предложенная схема эффективна относительно официальной синоптической методики ДМП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карпеев Г. А. Об одном способе оптимального анализа экстремальных значений метеорологического поля.— Тр. ГМЦ, вып. 44, с. 12—36.
2. Миждорж Р. Аномалии осадков над Монголией и их связь с формами атмосферной циркуляции северного полушария. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. геогр. наук. Л., 1977.— 20 с.
3. Намхай А., Голубчикова Г. П. О результатах испытания способа прогноза средней месячной температуры воздуха на теплое полугодие по территории МНР.— Тр. КазНИГМИ, 1981, вып. 56, с. 37—42.
4. Намхай А. Аномалии температуры воздуха и давления над Монголией и их связь с крупными аномалиями основных форм атмосферной циркуляции (на монгольском языке).— Тр. ИМГ, 1978, вып. 3, с. 19—25.
5. Намхай А. Синоптико-статистический метод прогноза средней месячной температуры воздуха и месячной суммы осадков на территории МНР в теплое полугодие. Автореф. на соиск. учен. степ. канд. геогр. наук. Л., 1984.— 20 с.
6. Намхай А. О выборе предикторов для долгосрочного прогноза погоды в теплое полугодие на территории Монголии.— Тр. ИМГ, 1984, вып. 10.
7. Нацагдорж Л. Условия формирования аномалии средней месячной температуры воздуха за январь над территорией МНР и возможность их прогнозирования.— Тр. ИМГ, 1980, вып. 4, с. 62—69.
8. Чичасов Г. Н., Намхай А. Заключительный отчет по совместной теме (КазНИГМИ и ИМГ) «Разработка комплексного макроциркуляционного метода месячных прогнозов температуры и осадков для Центральной Азии». Алма-Ата и Улан-Батор, 1980. Раздел II.— 184 с.

ВКЛАД МНОГОСЛОЙНОЙ ФРОНТАЛЬНОЙ ОБЛАЧНОСТИ В СЕЗОННЫЕ ПОЛЯ СРЕДНЕГО КОЛИЧЕСТВА ОБЩЕЙ ОБЛАЧНОСТИ НАД СЕВЕРНЫМ ПОЛУШАРИЕМ

Поле общей облачности формируется из облаков различных форм. Каждая из них вносит определенный вклад в это поле. В работе [3] был рассмотрен вклад конвективной облачности в среднее количество общей облачности зимой и летом по данным ежедневных карт нефанализа за 1967—1971 гг. и описана методика расчетов. По этим же данным и аналогичной методике были построены карты вкладов многослойной фронтальной облачности в сезонные поля среднего количества общей облачности (рис. 1—4). Поскольку облака такой формы возникают преимущественно в результате удорядоченных вертикальных движений, то эти карты, в первом приближении, можно рассматривать как карты распределения таких облакообразующих вертикальных движений в северном полушарии.

Доля общего количества облаков, приходящаяся на многослойную фронтальную облачность в среднем для всей части северного полушария, где она систематически наблюдается (20—70° с. ш.), летом невелика и составляет 12% (табл. 1). Однако в умеренных

Таблица 1

Средний по широтным зонам вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности над океанами (О), континентами (К) и полушарными поясами (П), %

Широтная зона, °	Лето			Осень			Зима			Весна			Год		
	О	К	П	О	К	П	О	К	П	О	К	П	О	К	П
60—70	23	17	18	38	30	31	26	17	18	29	38	37	29	25	26
50—60	26	16	19	26	35	32	23	24	23	26	37	33	25	28	27
40—50	28	12	17	28	25	26	25	25	25	25	25	25	27	22	23
30—40	13	6	9	14	16	15	17	17	17	16	14	15	15	13	14
20—30	6	1	3	5	4	5	9	9	9	6	5	6	7	5	6
20—70	15	10	12	16	22	20	17	18	18	16	23	20	16	18	17
0—70	8	7	7	8	16	12	8	14	11	8	17	13	8	14	11

и высоких широтах, особенно над океанами, вклад многослойной фронтальной облачности существенно превышает это значение. Несмотря на то что летом над океанами циклоническая деятельность по сравнению с другими сезонами ослаблена [5], вклад (особенно в умеренных широтах) мало отличается от других се-

зон. Это объясняется тем, что величина вклада определяется не только интенсивностью циклонической деятельности, но и интенсивностью процессов, ответственных за формирование вкладов других типов облачности. Так, в частности, летом вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей об-

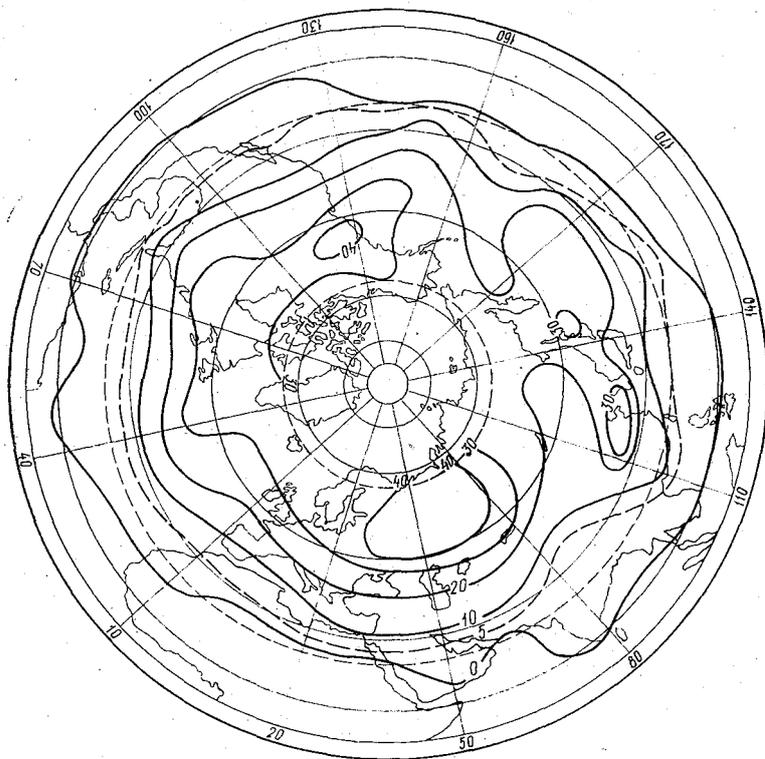


Рис. 1: Вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности летом.

лачности не уменьшается потому, что в связи с ослаблением конвекции над холодной океанической поверхностью на фоне меньшего, чем зимой, количества общей облачности в умеренных широтах [4] уменьшается вклад конвективной облачности. Над континентами, наоборот, при относительной активизации циклонической деятельности, по сравнению с холодным полугодием, вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности наименьший по сравнению с другими сезонами. Это связано с существенной интенсификацией конвекции над континентами в летнее время года, что, следовательно, приводит к тому, что облачный покров в полуденные часы состоит преимущественно из облаков конвективных форм.

В целом по всей полушарной зоне систематической наблюдаемости многослойной фронтальной облачности ее вклад в среднее количество общей облачности над океанами летом в 1,5 раза больше, чем над континентами.

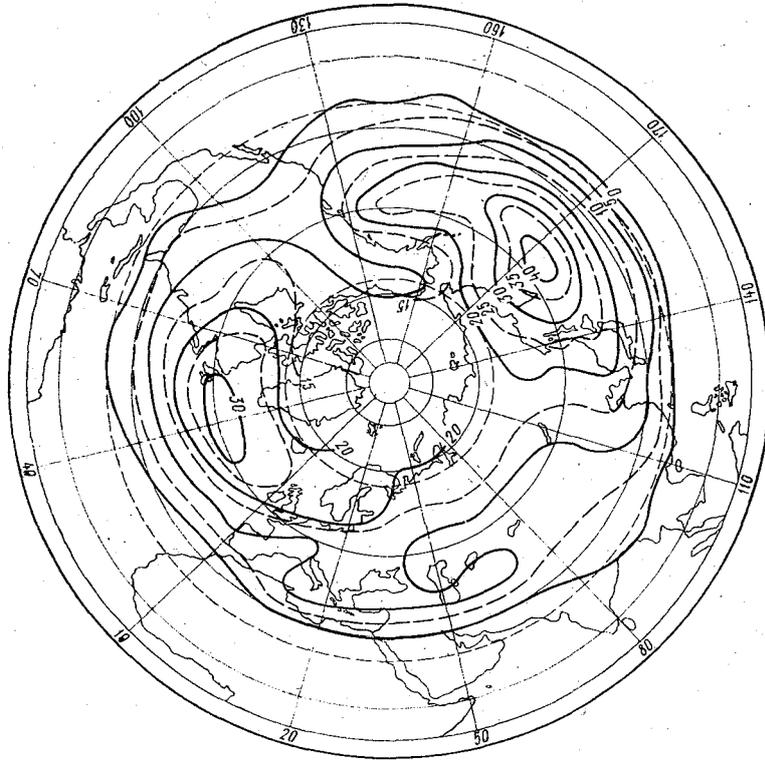


Рис. 2. Вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности осенью.

Распределение вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности в северной полушарии летом показано на рис. 1. Хорошо выражены два максимума, расположенные в северо-восточных частях акваторий Атлантического и Тихого океанов. Над большей частью континентов поле вклада имеет вид ложбин, вытянутых с юга на север.

В связи с этим в среднем над океанами максимальный вклад многослойной фронтальной облачности отмечается в широтной зоне $40-50^\circ$ с. ш., то есть там, где находится центральная часть наиболее интенсивного тихоокеанского максимума и южная часть североатлантического максимума вклада (табл. 1). Над континентами он монотонно возрастает с юга на север, достигая наибольших значений в высоких широтах, возможно даже севернее

границы исследуемой части северного полушария (0—70° с. ш.) Изолиния нулевого вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности летом в среднем на полушарии проходит по 26° с. ш. Над океанами южнее, вдоль широтного круга 24° с. ш., а над континентами севернее, по широтному кругу 29° с. ш.

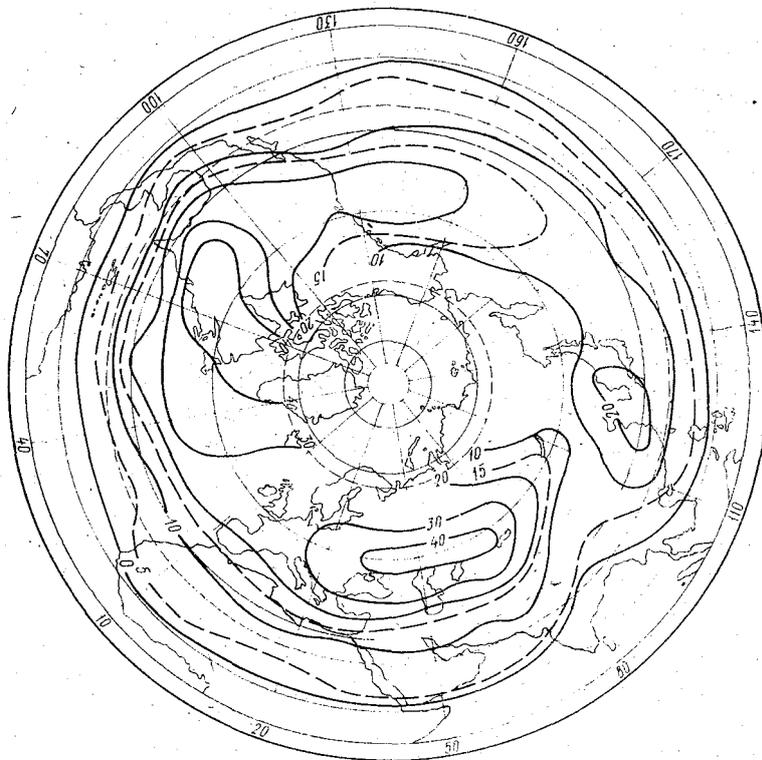


Рис. 3. Вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности зимой.

Таким образом, считая, что многослойная фронтальная облачность систематически наблюдается и севернее 70° с. ш. (о чем свидетельствуют траектории циклонов, проходящие через приполюсный район [6], и довольно высокая повторяемость здесь подвижных циклонов [1]), можно сделать вывод, что многослойная фронтальная облачность вносит определенный вклад в формирование поля общей облачности на 47 % акватории океанической части северного полушария и 62 % площади его континентальной части. В целом по полушарию вклад этой облачности летом отмечается на 56 % его площади.

Сезонные изменения притока тепла в атмосферу от подстилающей поверхности, ослабление температурных контрастов между

материками и океанами от лета к осени приводят к определенной перестройке циклонической деятельности, что приводит к изменениям в распределении вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности. Это нетрудно заметить, сравнивая карты, приведенные на рис. 1 и 2. Осенью основные максимумы вклада сместились на океаны. В результате

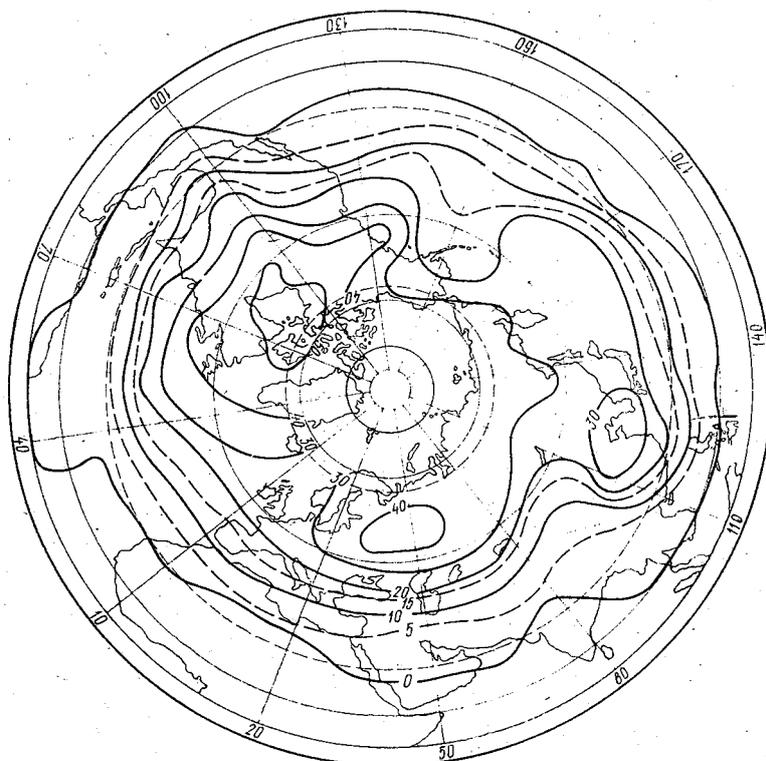


Рис. 4. Вклад многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности весной.

этого в целом над материками вклад многослойной фронтальной облачности вырос более чем в 2 раза (табл. 1), а в широтной зоне $50-60^\circ$ с. ш. достигает 35%. При этом, однако, над океанами от лета к осени этот вклад существенно не изменился. Он немного уменьшился только в западной части Тихого океана, а над Атлантическим океаном стал даже немного больше. Как следствие этого в целом по океанической части зоны систематической наблюдаемости многослойной фронтальной облачности и по 10-градусным широтным зонам, исключая высокие широты ($60-70^\circ$ с. ш.), вклад облачности этого типа в среднее ко-

личество общей облачности осенью, по сравнению с летом, остается примерно постоянным (табл. 1).

Таким образом, сопоставление рис. 1 и 2 дает основание для вывода о том, что над большей частью области систематической наблюдаемости многослойной фронтальной облачности ее вклад в среднее количество общей облачности от лета к осени увеличивается, причем наиболее значительно над континентальной частью. Этот вывод подтверждают данные табл. 2. Действительно,

Таблица 2

Размеры площадей с положительными и отрицательными изменениями вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности от лета к осени в различных широтных зонах, %

Территория	О		К		П	
	+	-	+	-	+	-
60—70° с. ш.	100	0	100	0	1000	0
50—60 "	78	22	89	11	86	14
40—50 "	58	42	100	0	86	14
30—40 "	64	36	86	14	78	22
20—30 "	67	33	72	28	69	31
20—70 "	68	32	89	11	81	19

во всех 10-градусных широтных зонах как над океанами, так и над континентами, площадь, на которой от лета к осени увеличивается этот вклад, превышает половину площади этих зон. Почти на $\frac{9}{10}$ площади континентальной части северного полушария, расположенной между 20 и 70° с. ш., от лета к осени он увеличивается. Над океанами в этой же части северного полушария такое увеличение отмечается примерно на $\frac{2}{3}$, а в целом по всему полушарному поясу 20—70° с. ш. на $\frac{4}{5}$ его площади.

Так же как и летом, осенью многослойная фронтальная облачность редко наблюдается южнее тропика и тем более в экваториальной зоне. Однако по сравнению с летом она обнаруживается в более низких широтах. Это связано с тем, что вся планетарная система высотных фронтальных зон, а следовательно, и траектории циклонов, от лета к осени смещаются к югу. Так, по данным автора [2], южная ПВФЗ умеренных широт смещается к югу почти на 2° широты, а субтропическая ПВФЗ — на 5°. Поэтому изолиния нулевого вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности над океанами проходит в среднем южнее ее летнего положения на 9° широты (то есть вдоль 15° с. ш.), а над континентами — на 10° (19° с. ш.). В среднем по всему полушарию область систематической наблю-

даемости многослойной фронтальной облачности ограничивается с юга широтным кругом 16° с. ш., то есть южнее, чем летом, на 10° широты.

Если считать, что многослойная фронтальная облачность систематически наблюдается севернее 70° с. ш., то она осенью вносит свой вклад в общее количество общей облачности на 65 % океанической части северного полушария и 78 % его континентальной части. В целом по всему полушарию этот вклад практически заметен на 76 % площади.

Наряду с существенными различиями в макроструктуре полей вкладов летом и осенью, на которые указывалось выше, имеются и некоторые общие черты. К ним можно отнести, в первую очередь, убывание вклада над континентами с севера на юг, а над океанами — от умеренных широт к северу и к югу. Поэтому параметр аналогичности ρ полей вкладов летом и осенью положителен и в среднем по полушарию (в зоне систематической наблюдаемости многослойной фронтальной облачности) равен $+0,40$. Для океанической части полушария он выше и составляет $+0,73$. Это подтверждает качественное заключение, которое можно сделать при сравнении рис. 1 и 2, о том, что характер макроструктуры полей вкладов многослойной фронтальной облачности в среднем количество общей облачности над океанами от лета к осени изменился незначительно. Этого нельзя сказать о макроструктуре этих полей над континентами, где на значительной территории при переходе от лета к осени произошло замещение областей пониженных значений этого вклада на области его максимума. Поэтому показатель аналогичности ρ для континентальной части области систематической наблюдаемости многослойной фронтальной облачности хотя и положителен, но невелик и равен $+0,23$.

Продолжающееся смещение всех компонент системы ПВФЗ к югу от осени к зиме [2] приводит к смещению в этом направлении южной границы наблюдаемости многослойной фронтальной облачности (рис. 3). Поэтому изолиния нулевого вклада зимой находится в среднем южнее, чем осенью, на 5° широты над континентами, на 1° широты над океанами и на 2° широты в среднем по полушарию, то есть над всем северным полушарием, его океанической и континентальной частями линия нулевого вклада зимой проходит в среднем по широтному кругу 14° с. ш. Это означает, что многослойная фронтальная облачность вносит вклад в среднем количество общей облачности на 75 % площади полушария, на 67 % площади океанической и 83 % площади континентальной его частей. Поле вклада многослойной фронтальной облачности зимой представляется более упорядоченным, чем рассмотренное ранее аналогичное поле осеннего сезона (рис. 2). На рис. 3 в умеренных широтах имеется ориентированная в общем зональном направлении полоса повышенных значений вклада в среднем количество общей облачности с отдельными центрами. У восточных побережий эта полоса опускается к югу, так что ее

южная периферия вторгается в северную часть тропической зоны.

Упомянутое смещение всех составляющих системы ПВФЗ северного полушария от осени к зиме к югу приводит к тому, что в высоких и северной части умеренных широт вклад многослойной фронтальной облачности уменьшается, а в более низких широтах — увеличивается. Это хорошо видно по данным, приведенным в табл. 1. В широтной зоне 20—40° с. ш. как в целом по полушарному поясу, так и над океанической и континентальной его частями он от осени к зиме увеличивается, а в широтном поясе 50—70° с. ш., наоборот, уменьшается. Далеко к югу, вплоть до тропика, распространяется область уменьшения вклада над Юго-Восточной Азией, где в это время господствует зимняя муссонная циркуляция.

Все эти особенности изменения вклада многослойной фронтальной облачности от осени к зиме подчеркивают данные табл. 3.

Таблица 3

Размеры площадей с положительными и отрицательными изменениями вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности от осени к зиме в различных широтных зонах, %

Территория	О		К		П	
	+	-	+	-	+	-
60—70° с. ш.	25	75	9	91	11	89
50—60 „	33	67	11	89	17	83
40—50 „	33	67	62	38	53	47
30—40 „	64	36	73	27	69	31
20—30 „	89	11	83	17	86	14
20—70 „	62	38	50	50	54	46

Они показывают, что на большей части широтной зоны 50—70° с. ш. от осени к зиме происходит уменьшение вклада многослойной фронтальной облачности от осени к зиме. Особенно это проявляется над континентами, где уменьшение вклада отмечается на $\frac{9}{10}$ площади. В широтной зоне 20—40° с. ш., наоборот, на большей части площади происходит увеличение вклада многослойной фронтальной облачности от осени к зиме, также наиболее заметное над континентами.

В связи с таким характером изменения распределения вклада в среднем по широтной зоне 20—70° с. ш. заметного преобладания размеров площади с возрастанием вклада от осени к зиме над размерами площади с его убыванием не наблюдается. Несмотря на очевидные отличия, сезонные поля этой характеристики имеют довольно много общего, что нетрудно обнаружить, сравнивая

рис. 2 и 3. Поэтому показатель аналогичности этих полей ρ положителен и для всего полушария равен 0,44, для континентальной части 0,40, а для океанической 0,51.

В весеннем распределении вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности имеется три максимума, причем, два из них, наиболее значительных, находятся в северной части умеренных широт (рис. 4). По сравнению с зимой эти два максимума смещены к северу. Максимум над юго-востоком Азии выражен лучше, чем зимой. В результате смещения всех компонент системы ПВФЗ от зимы к весне к северу вклад многослойной фронтальной облачности в южной части зоны ее систематической наблюдаемости в среднем уменьшается, а в северной части, наоборот, увеличивается (табл. 1). Об этом свидетельствуют также данные табл. 4, из которых следует, что над

Таблица 4

Размеры площадей с положительными и отрицательными изменениями вклада многослойной облачности в среднее количество общей облачности от зимы к весне, в различных широтных зонах, %

Территория	О		К		П	
	+	-	+	-	+	-
60—70° с. ш.	100	0	100	0	100	0
50—60 „	100	0	100	0	100	0
40—50 „	50	50	46	54	47	53
30—40 „	21	79	23	77	22	78
20—30 „	22	78	17	83	19	81
20—70 „	40	60	54	46	49	51

всем широтным поясом 50—70° с. ш. как над океанами, так и над континентами, от зимы к весне повсеместно происходит увеличение вклада. В широтной зоне 20—50° с. ш., на большей части ее площади, наоборот от зимы к весне происходит его уменьшение. В этой широтной зоне только над Юго-Восточной Азией происходит увеличение вклада, достигающее в юго-восточных районах Китая до 20 %.

Несмотря на все эти отличия, поля вклада многослойной фронтальной облачности имеют некоторые общие черты, например, наличие максимумов над Восточной Европой и Западной Сибирью, над Юго-Восточной Азией, северо-западом Северной Америки (рис. 3 и 4). Поэтому показатель аналогичности этих полей ρ положителен и по всему полушарию равен +0,40, по океанической части +0,45, а по континентальной +0,37.

Следствием смещения от зимы к весне к северу всех ПВФЗ и, следовательно, траекторий движения циклонов, является более

северное, по сравнению с зимой, положение нулевой изолинии вклада. Над континентами она проходит в среднем вдоль 20° с. ш., то есть на 6° севернее, чем зимой. Над океанами и в среднем по полушарию — вдоль 19° с. ш., то есть на 5° севернее, чем зимой. Таким образом, весной многослойная фронтальная облачность вносит вклад в количество общей облачности на 73 % площади северного полушария, на 76 % площади континентальной и на 61 % площади океанической его частей.

Ослабление температурных контрастов между экватором и полюсом от весны к лету приводит к уменьшению повторяемости и интенсивности циклонов как над океанами, так и над континентами. В результате, как это следует из данных, приведенных в табл. 1, вклад многослойной фронтальной облачности от весны к лету в целом по полушарию уменьшается. При этом над континентами это уменьшение связано не только с ослаблением циклонической деятельности, но и с существенным возрастанием вклада конвективной облачности в среднее количество общей облачности от весны к лету. Именно поэтому вклад многослойной фронтальной облачности летом по всей континентальной части зоны $20-70$ с. ш., а также десятиградусным широтным зонам меньше, чем весной, более чем в 2 раза. Над океанами, наоборот, от весны к лету происходит ослабление конвекции и вклад конвективной облачности в количество общей облачности уменьшается, что в определенной мере должно приводить к возрастанию доли многослойной фронтальной облачности в среднем количестве общей облачности. В связи с этим влияние падения интенсивности циклонической деятельности над океанами от весны к лету частично компенсируется. Поэтому при переходе от весны к лету вклад многослойной фронтальной облачности уменьшается почти над всей площадью континентальной части северного полушария (табл. 5) и только на $6/10$ акватории океанов. В среднем

Таблица 5

Размеры площадей с положительными и отрицательными изменениями вклада многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности от весны к лету в различных широтных зонах, %

Территория	О		К		П	
	+	-	+	-	+	-
60—70° с. ш.	0	100	0	100	0	100
50—60 "	56	44	0	100	13	86
40—50 "	75	25	0	100	25	75
30—40 "	36	64	9	91	19	81
20—30 "	28	72	22	78	25	75
20—70 "	41	59	7	93	19	81

по всей полушарной зоне 20—70° с. ш. от весны к лету уменьшение вклада отмечается примерно на $\frac{4}{5}$ ее площади.

Выводы

1. Граница нулевого вклада многослойной фронтальной облачности в сезонные поля среднего количества общей облачности имеет хорошо выраженный сезонный ход, связанный с сезонными изменениями положения компонент системы ПВФЗ северного полушария. В среднем по полушарию положение этой границы меняется от 26° с. ш. летом, до 14° зимой. В среднем за год она проходит вдоль 19° с. ш.

2. Вклад многослойной фронтальной облачности в сезонные поля среднего количества общей облачности в пределах зоны 20—70° с. ш. в среднем по полушарию минимален летом (12 %) и максимален в переходные сезоны (20 %). Над океаном он практически не имеет сезонного хода, тогда как над континентом он изменяется от 10 % летом до 22—23 % в переходные сезоны.

3. Многослойная фронтальная облачность вносит вклад в сезонные поля средней облачности на наименьшей части всей площади северного полушария летом (56 %) и на наибольшей его части осенью (76 %).

4. Поля вкладов многослойной фронтальной облачности в среднее количество общей облачности смежных сезонов обладают определенной аналогичностью. Показатель аналогичности ρ сезонных полей всегда положителен как по всему полушарию, так и по его континентальной и океанической частям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атлас синоптических характеристик северного полушария. Ч. I. М., изд. НИИАК, 1964.—169 с.
2. Воробьев В. И. Высотные фронтальные зоны северного полушария.—Л.: Гидрометеоздат, 1968.—231 с.
3. Воробьев В. И. Оценка роли конвекции в формировании планетарного облачного покрова.—В сб.: Гидрометеорологическое обеспечение народного хозяйства. Изд. ЛПИ, 1982, вып. 78, с. 43—50 (ЛГМИ).
4. Воробьев В. И., Фадеев В. С. Характеристики облачного покрова северного полушария по данным метеорологических спутников.—Л.: Гидрометеоздат, 1981.—172 с.
5. Погосян Х. П. Общая циркуляция атмосферы.—Л.: Гидрометеоздат, 1972.—394 с.
6. Рагозин А. И., Чуканин К. И. Преобладающие траектории циклонов в Арктике при основных формах атмосферной циркуляции.—Тр. ААНИИ. 1961, т. 189, с. 163—176.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КУЧЕВО-ДОЖДЕВЫХ ОБЛАКОВ НАД ТЕРРИТОРИЕЙ ЕВРОПЫ

Из всех облачных форм наибольшую опасность для полетов представляют кучево-дождевые облака (*Cb*), так как внутри и в непосредственной близости от них встречается большинство из перечисленных в «Наставлении по производству полетов в гражданской авиации» (НПП ГА-85) опасных метеорологических явлений (гроза, град, сильная болтанка, сдвиг ветра, смерч, ураган и т. д.). Это обстоятельство учитывается и в авиационных прогнозах погоды. В настоящее время при кучево-дождевых облаках в тексте прогноза не указываются обледенение и турбулентность, поскольку сам факт наличия *Cb* предусматривает возможность образования этих явлений любой интенсивности [1]. Подчеркнем, что, наряду с информацией о фактической погоде и ее прогнозе для успешного выполнения полетов, необходимо учитывать и климатические характеристики распределения кучево-дождевых облаков. Для получения более детального представления о пространственном распределении кучево-дождевых облаков рассмотрим особенности крупномасштабных полей повторяемости этих облаков на территории Европы.

В качестве исходных данных использованы результаты исследований и материалы, опубликованные в справочниках [2, 3], на основании которых построены карты среднегодового распределения повторяемости кучево-дождевых облаков и годового хода этой характеристики для различных пунктов, расположенных в Европе.

Как известно, отличительной особенностью климата Европы является суммарное преобладание западного переноса воздушных масс, формирующихся над Атлантическим океаном в течение большей части года. В тесной связи с особенностями атмосферной циркуляции и проявлением фронтальной деятельности находится образование облачности. Распределение повторяемости кучево-дождевых облаков над Европой и прилегающих к ней островах в течение года отличается большим разнообразием вследствие совместного влияния общей атмосферной циркуляции и особенностей подстилающей поверхности (значительная пересеченность рельефа, сильная изрезанность береговой линии). На рис. 1 представлена карта среднегодовой повторяемости кучево-дождевых облаков над Европой. На ней четко выделяются районы с повышенными значениями рассматриваемых характеристик, прежде всего вдоль западного побережья Британских островов, Скандинавии и Мурманского побережья Баренцева моря. К этому же поясу повышенной повторяемости кучево-дождевых облаков примыкает и северо-западное побережье Пиренейского полуострова. Таким образом, наибольшая повторяемость кучево-дождевой об-

лачности в течение всего года приходится на границы океана и континента.

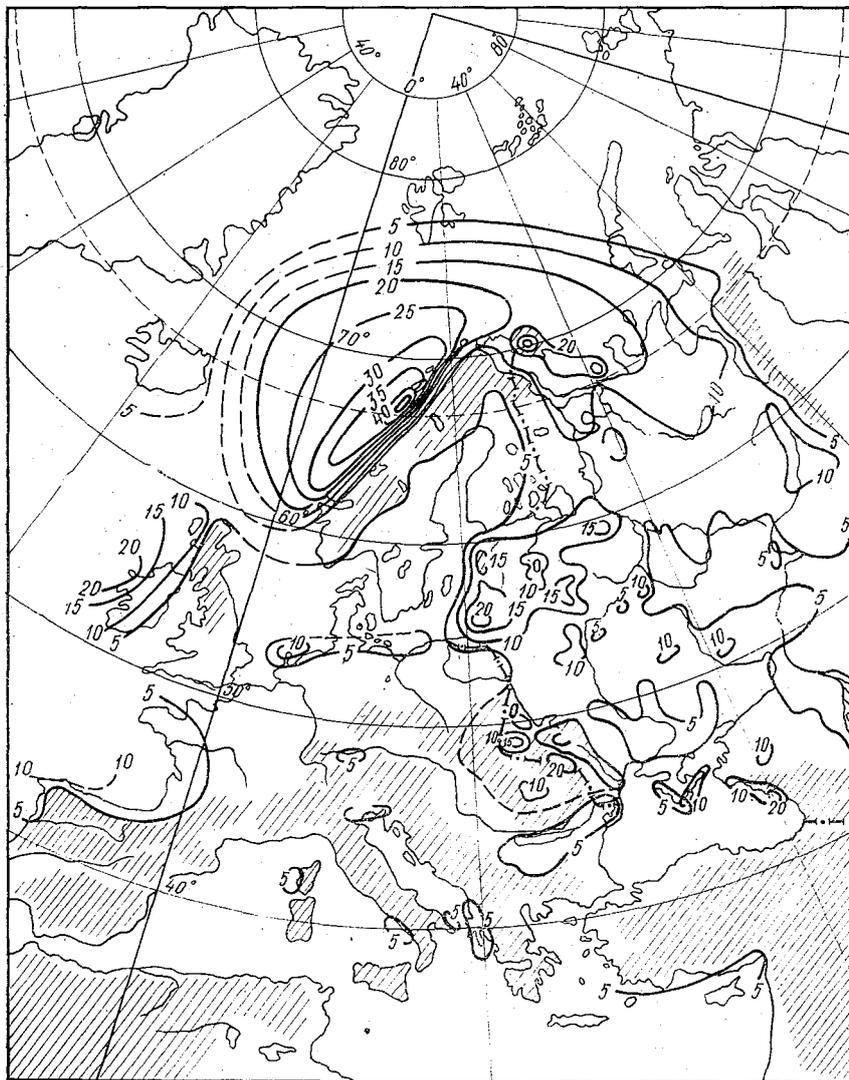


Рис. 1. Среднегодовая повторяемость кучево-дождевых облаков на территории Европы.

Наиболее резко возрастает повторяемость рассматриваемой облачности у западного побережья Скандинавского полуострова, круто обрывающегося к морю Скандинавским нагорьем, берега которого изрезаны узкими длинными фиордами. Здесь влияние

циркуляционных факторов на образование кучево-дождевых облаков усиливается особенностями подстилающей поверхности (рельеф и контраст температур между поверхностью и морем), особенно ярко проявляющимися зимой и в переходные периоды, что и обуславливает значительную повторяемость C_b в течение всего года. Так, в Крокенесе ее среднегодовая величина равна 34 %, а в Скомваере достигает максимального на территории Европы значения — 49 %.

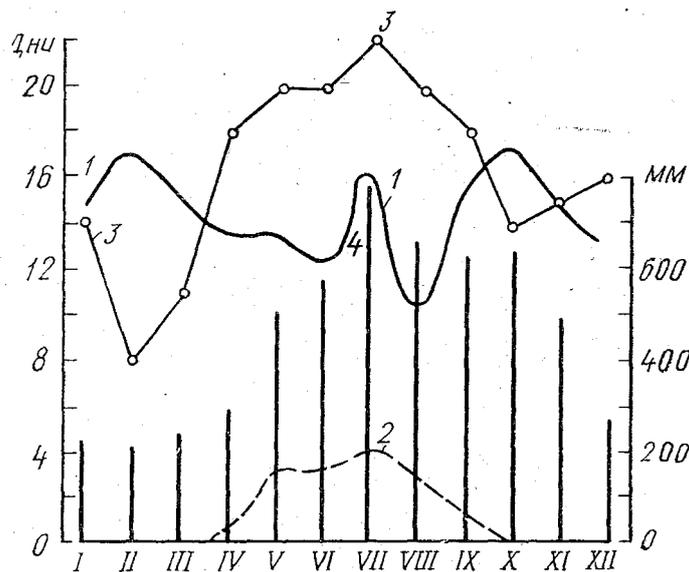


Рис. 2. Число дней с прохождением атмосферных фронтов через Ригу и с сопутствующими этому процессу атмосферными явлениями:

Число дней: 1 — с прохождением фронта; 2 — с грозой; 3 — с кучево-дождевыми облаками; 4 — количество осадков мм; 1, 2, 4 — по данным Н. С. Темниковой; 3 — по данным автора.

На Мурманском побережье Баренцева моря, непосредственно примыкающем к Скандинавии и имеющем сходные с ней физико-географические условия, среднегодовая повторяемость кучево-дождевых облаков также достигает достаточно высоких значений — 33 % в районе Вайда-губы.

Другим районом повышенной повторяемости кучево-дождевой облачности в Европе является восточное побережье Балтийского моря, особенно южнее 60-й параллели. В Прибалтике, по данным исследований [4], в течение всего года преобладает облачность фронтального происхождения. Обратимся к рис. 2, на котором приведены сведения о числе дней с прохождением атмосферных фронтов, грозой и количеством осадков по данным Н. С. Темниковой [4], а также о числе дней с кучево-дождевыми облаками

в районе Риги [5]. Этот рисунок показывает согласование годового хода этих характеристик между собой и с июльским максимумом атмосферных фронтов. Весной и летом преобладают холодные фронты [4], с которыми связано значительное количество кучево-дождевой облачности. Развитию местной конвекции способствуют небольшие возвышенности Прибалтики (Жемайтская, Курземская, Видземская), которые усиливают вертикальные движения. Среднегодовая повторяемость здесь составляет 18—22 %.

Тенденция к повышенной повторяемости *Sb* проявляется и на южном побережье Балтики и Северного моря (в Грейфсвальде — 7,5 %, в Ден-Хелдере — 11,6 %), хотя имевшаяся в нашем распоряжении информация по этому району крайне ограничена. Данные по грозам подтверждают это положение [6]. Эта зона повышенной повторяемости *Sb* на среднегодовой карте значительно слабее Скандинавской, она проходит узкой полосой вдоль плоского побережья Северного и Балтийского морей. На ее образовании, кроме контраста море—суша, сказывается то, что именно над этими районами проходят наиболее часто пути циклонов.

Третий район повышенной среднегодовой повторяемости *Sb* представляют наветренные склоны горной системы Альп, Карпат и других хребтов, отделяющих естественным барьером обширные равнины средней полосы Европы от Средиземноморья. Приведем пример по станциям в районе Восточных Карпат, где данные представлены полнее. Здесь западные и юго-западные склоны Карпат являются наветренными по отношению к воздушным массам, перемещающимся с Атлантики и Средиземного моря [7]. Так, в Ужгороде отмечается повторяемость *Sb* 13 %, а в Ивано-Франковске, находящемся на подветренном склоне — 5 %. На наветренном склоне в г. Каменец-Подольском на возвышенности повторяемость *Sb* равна 13 %, а с подветренной стороны в Виннице — 4 %.

Четвертый район повышенной повторяемости кучево-дождевой облачности расположен на Черноморском побережье Кавказа и склонах его хребтов. В непосредственной близости к морю, в Гагре, у подножия Гагрского хребта, отмечена максимальная среднегодовая повторяемость *Sb* в этом районе — 20 %. Благодаря сложной орографии и значительной высоте хребтов горы Кавказа создают благоприятные условия для образования внутримассовых *Sb*, а также усиливают их образование при прохождении фронтальных облачных систем.

Район Балкан и побережье Адриатики также должны отличаться повышенной повторяемостью *Sb*, однако информации об этом мало, мы располагаем данными нескольких станций. Косвенно, по числу дней с грозой, по количеству осадков повторяемость кучево-дождевой облачности в этом районе должна быть значительной: на юге Югославии на гористом побережье Адриатического моря в Црквице находится самое дождливое место в За-

падной Европе [6], а южнее, на территории Албании, отмечены самые высокие среднегодовые значения числа дней с грозой в Европе (Тирана — 64 дня, Влера — 63 дня) [6].

Уменьшение величин среднегодовой повторяемости S_b происходит в направлении с запада на восток, что связано с ослаблением влияния Атлантического океана при продвижении в глубь ЕТ СССР. Однако на общем фоне убывания повторяемости S_b отмечаются мелкими пятнами очаги ее увеличения. Особенно заметны они в районах возвышенностей: Валдайской (15—16 %), Среднерусской (11 % в Курске), Смоленско-Московской (11 %, в Можайске), Оршанской и Витебской (12—13 %), Калачской (10 %) и Приволжской (9 %), что при преобладающем западном переносе скорее всего связано с предвосхождением воздушных масс. На противоположных, подветренных склонах этих же возвышенностей повторяемость S_b уменьшена. Так, в Москве и Рязани она составила 3 %, а по данным более закрытой станции Павелец — 2 %, как и в Пензе, что связано с влиянием местных физико-географических условий: город расположен в глубоководной речной долине, защищенной от западных и северо-западных ветров отрогами Приволжской возвышенности.

Следует отметить существенное повышение повторяемости S_b в Предуралье, особенно заметное в предгорьях Северного и Приполярного Урала, где горы довольно высоки. Западные потоки воздуха, поднимаясь при приближении к горам, вызывают это увеличение облачности (Печора — 11 %, Чердынь — 10 %).

Рассмотрим теперь особенности годового хода повторяемости в различных пунктах Европы. Обратим внимание на то, что выделенные выше основные районы с повышенной повторяемостью S_b отличаются и по особенностям годового хода: различная амплитуда, разное время наступления максимума и минимума повторяемости S_b .

На островах, удаленных от континентальной Европы, годовой ход повторяемости S_b выражен слабо, амплитуда его здесь невелика: в Ангмагссалике — 0,3 %, в Пальме — 1,3, в Кеблавике — 3,8. На побережьях и островах внутренних морей Европы годовой ход S_b выражен резко, возрастает его амплитуда: в Валенсии — 4 %, в Марселе — 4,8, в Стокгольме — 8,2, в Афинах — 4,4 %. Это объясняется усилением местной конвекции летом.

Амплитуда годового хода повторяемости кучево-дождевых облаков возрастает еще больше на станциях, расположенных в прибрежных районах континента: в Бресте — 10,1 %, в Торсхавне — 11,2, в Вайда-губе — 16, на Терско-Орловском маяке — 24. Для всего первого района, к которому мы отнесли острова и побережья Европы, в годовом ходе повторяемости кучево-дождевой облачности характерен летний минимум. Это обусловлено ослаблением циркуляции атмосферы летом и, следовательно, уменьшением числа атмосферных фронтов, а также преобладанием в теплое время года устойчивой стратификации атмосферы над водной поверхностью.

В континентальных районах Западной Европы и ЕТ СССР годовой ход повторяемости имеет четкий летний максимум и зимний минимум, что объясняется большим влиянием термической конвекции, усиливающей летом развитие как внутримассовых, так и фронтальных кучево-дождевых облаков.

Большинство континентальных станций Европы имеет сходные формы годового хода повторяемости *Sb*, разница между которыми лишь в величине амплитуды, кроме того, в районах, расположенных южнее, максимум наступает раньше. Так, например, в Крыму амплитуда годового хода составляет 8—10 %, в Армении — 20—30 с максимумом в июне. В Западной Европе максимум также сдвинут на июнь, величины амплитуды растут к югу: Берлин — 5 %, Мюнхен — 6, Прага — 8, Будапешт — 14, Бухарест — 19, София — 20. На севере ЕТ СССР максимум повторяемости *Sb* наступает в июле, амплитуды примерно одинаковы: в Котласе — 18 %, Печоре — 19, Сыктывкаре — 17, в Латвии — 16—22, в Эстонии — 12—18, в Литве — 22.

Как видно из изложенного, особенности форм годового хода повторяемости кучево-дождевых облаков и величина его амплитуды подтверждают распределение повторяемости *Sb* по районам.

Из рассмотренных карт следует:

— повышенная повторяемость *Sb* отмечается на побережьях морей и океанов, крупных внутренних водоемов, а также в предгорьях;

— на территории Европы можно выделить 5 потенциально опасных для полетов авиации районов повышенной среднегодовой повторяемости кучево-дождевых облаков: северо-западное побережье Скандинавии (34—49 %), юго-восточное побережье Балтийского моря (18—22), предгорья Карпат (24), Черноморское побережье Кавказа (20) и Предуралья (13—15);

— районы повышенной повторяемости кучево-дождевых облаков характеризуются своеобразием ее годового хода: в прибрежных районах повторяемость *Sb* характеризуется большой амплитудой (10—24 %) с минимумом летом и максимумом в начале зимы.

В континентальных районах годовой ход повторяемости *Sb* отчетливо выражен с максимумом летом и минимумом зимой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник авиационных метеорологических кодов.— М.: Гидрометеиздат, 1983.— 40 с.
2. Авиационно-климатические характеристики зарубежных стран. Вып. 1. Западная Европа. Т. 1. Облачность. Под ред. Т. Н. Дерюгиной и др. Обнинск, 1980.— 156 с.
3. Справочник по климату СССР.— Л.: Гидрометеиздат, 1967—1970, ч. 5, вып. 1—16, 28, 29.
4. Темникова Н. С. Климат Риги и Рижского взморья.— Л.: Гидрометеиздат, 1969.— 159 с.
5. Антипова Л. П. Повторяемость и непрерывная продолжительность кучево-дождевых облаков.— В кн.: Основные вопросы метеообеспечения гражданской авиации. Л., изд. ОЛАГА, 1982, с. 24—31.

6. Климатический справочник Западной Европы.— Л.: Гидрометеоздат, 1979.— 678 с.

7. Климат Украины. Под ред. Приходько Г. Ф. и др. Л., Гидрометеоздат, 1967.— 413 с.

УДК 551.555

В. М. РАДИКЕВИЧ (ЛГМИ)

СВЯЗЬ ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ И ВЕТРА ВБЛИЗИ ЭКВАТОРА

Квазигеострофическое приближение при описании ветра в свободной атмосфере играет очень важную роль в динамической метеорологии и, в частности, в гидродинамических моделях прогноза и общей циркуляции. С другой стороны, известно, что если широта $\varphi \rightarrow 0$, то геострофический ветер теряет свой физический смысл как движение, описываемое из условия локального равновесия силы барического градиента и силы Кориолиса. Так как реальный ветер в свободной атмосфере ограничен и при $\varphi \rightarrow 0$, то это означает, что вблизи экватора сила барического градиента должна уравниваться другими членами уравнений движения.

Над океаном в квазистационарном и квазиоднородном вдоль широты приближениях вблизи экватора сила барического градиента может уравниваться полной силой Кориолиса, силой горизонтального турбулентного трения, а также вертикальной и горизонтальной адвекцией количества движения. Для понимания количественного вклада этих факторов целесообразно рассмотрение моделей, содержащих разные их сочетания. Ограничимся на первом этапе учетом вклада только горизонтальной адвекции, не зависящей от вертикальной скорости силы Кориолиса и горизонтального турбулентного трения. Это означает, что ветер в свободной атмосфере вблизи экватора должен теперь быть связан не с локальным градиентом давления (геострофическое приближение), а с полем давления во всей экваториальной зоне (так как воздух, проходящий на экватор, «помнит» о поле давления в разных районах экваториальной зоны за счет влияния инерционных членов и горизонтального турбулентного обмена) [1].

Рассмотрим в дальнейшем частную задачу — определение ветра по полю давления, которое в отличие от ветра может быть достаточно точно измерено. Будем считать, что так как над открытым океаном эффекты бароклинности выражены слабо, то сила барического градиента, по крайней мере, на нижней границе свободной атмосферы может быть определена через приземное давление.

Исходя из предположения о слабом изменении давления вдоль широты ($\partial p / \partial \lambda \rightarrow 0$) и возможности квазисимметричного распределения давления как относительно экватора (рис. 1, кривая 1), так и относительно некоторой широты φ_0 (рис. 1, кривая 2),

имеет смысл рассмотреть задачу в сферической системе координат (для $\varphi \leq 5^\circ$) $y=r\varphi$, $r=6,38 \cdot 10^6$ м — радиус земли) [1]:

$$v \frac{du}{d\varphi} - uv \operatorname{tg} \varphi = 2u\omega r \sin \varphi + \frac{k_l}{r \cos \varphi} \frac{d}{d\varphi} \cos \varphi \frac{du}{d\varphi}, \quad (1)$$

$$v \frac{dv}{d\varphi} + u^2 \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\varphi} - 2u\omega r \sin \varphi + \frac{k_l}{r \cos \varphi} \frac{d}{d\varphi} \cos \varphi \frac{dv}{d\varphi}. \quad (2)$$

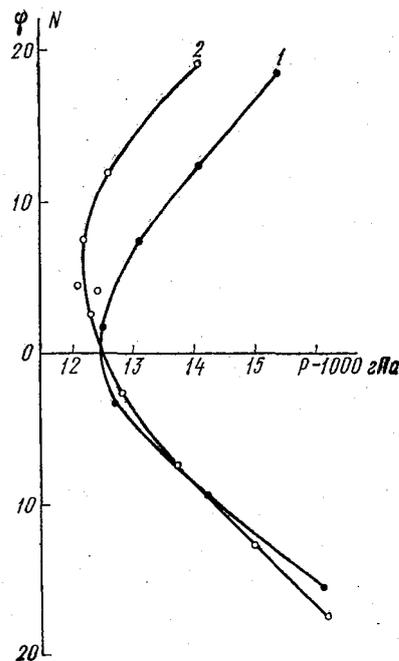


Рис. 1. Средний годовой широтный профиль давления в области низких широт над Атлантическим океаном [2]:

1 — для $\lambda=20^\circ-40^\circ$ W; 2 — для $\lambda=0^\circ-20^\circ$ W.

Рассмотрим вначале случай с распределением давления, квазисимметричным относительно экватора. Будем считать, что меридиональный профиль давления может быть аппроксимирован полиномом n -степени. Важным вопросом при этом является влияние выбора порядка полинома или точности аппроксимации поля давления на рассчитанное поле скорости ветра. Рассмотрим в связи с этим разные варианты аппроксимации поля давления.

Допустим, что точность аппроксимации меридионального профиля давления — $O(\varphi^6)$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p}{\rho} \Big|_{\varphi=0} + \frac{a}{2} \varphi^2 + \frac{b}{4} \varphi^4 + O(\varphi^6), \quad (3)$$

где

$$a = \frac{1}{\rho} \frac{d^2 p}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0}; \quad b = \frac{1}{6} \frac{1}{\rho} \frac{d^4 p}{d\varphi^4} \Big|_{\varphi=0}.$$

Тогда градиент давления будет определяться как

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\varphi} = -a\varphi - b\varphi^3 - 0(\varphi^5). \quad (4)$$

Хотя решение такой задачи для прямоугольной декартовой системы координат приведено в [1], рассмотрим, однако, его более подробно с целью уточнения влияния граничных условий и параметра k_l .

С учетом (4) очевидно, что решение (1)–(2) можно искать в форме разложения u и v в ряд по степеням φ , однако при этом возникает вопрос, какой должна быть точность этих разложений. Исходя из обычной процедуры определения коэффициентов разложения, основанной на приравнивании членов с одинаковыми степенями φ , и наличия вторых производных по φ , указанные разложения для u и v должны иметь вид

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_1\varphi + u_2\varphi^2 + u_3\varphi^3 + u_4\varphi^4 + u_5\varphi^5 + u_6\varphi^6 + 0(\varphi^7); \\ v &= v_0 + v_1\varphi + v_2\varphi^2 + v_3\varphi^3 + v_4\varphi^4 + v_5\varphi^5 + v_6\varphi^6 + 0(\varphi^7) \end{aligned} \quad (5)$$

(только в этом случае точность аппроксимации силы горизонтального турбулентного трения будет совпадать с точностью аппроксимации силы барического градиента).

Уравнения (1)–(2) требуют постановки 2-х граничных условий по φ для u и v . В качестве таких условий используем известное из наблюдений стремление ветра к геострофическому на $\varphi_1 > 0$ и $\varphi_2 < 0$. При этом, конечно, следует иметь в виду два усложняющих дело обстоятельства: точность аппроксимации профиля давления убывает с ростом φ и получается наименьшей именно на φ_1 и φ_2 ; из наблюдений известно, что при φ_1 и φ_2 наблюдаются пассаты, в которых обе компоненты ветра примерно

равны друг другу, т. е. $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$. Первое обстоятельство

можно учесть подбором величин a и b и численным исследованием их влияния. Второе обстоятельство постараемся учесть за счет параметризации $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$. С учетом этих оговорок сформулируем граничные условия в виде

$$\begin{aligned} u \Big|_{\varphi_1} &= -\frac{1}{2\omega r \rho \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi_1}; & u \Big|_{\varphi_2} &= -\frac{1}{2\omega r \rho \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi_2}, \\ v \Big|_{\varphi_1} &= \frac{1}{2\omega r \rho \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \Big|_{\varphi_1}; & v \Big|_{\varphi_2} &= \frac{1}{2\omega r \rho \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \Big|_{\varphi_2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для симметричного относительно экватора поля давления можно считать, что $\varphi_1 = |\varphi_2|$ и

$$\begin{aligned} u \Big|_{\varphi_1} &= u \Big|_{\varphi_2} \\ v \Big|_{\varphi_1} &= -v \Big|_{\varphi_2}. \end{aligned} \quad (7)$$

При этом, однако, возможны 2 варианта использования условий (6)—(7):

а) считать, что (7) с учетом (5) выполняется с точностью $O(\varphi^7)$, тогда

$$\begin{aligned} u_1 = u_3 = u_5 = 0, \\ v_0 = v_2 = v_4 = v_6 = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

а из (6) с учетом (4) $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \ll \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$ и (8)

$$u_0 + u_2 \varphi_1^2 + u_4 \varphi_1^4 + u_6 \varphi_1^6 = -\frac{1}{2\omega r} (a + b\varphi_1^2), \quad (9)$$

$$v_1 + v_3 \varphi_1^2 + v_5 \varphi_1^4 = 0 \quad (10)$$

(считается, что $\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + O(\varphi^5)$).

б) учитывать сразу заданную точность в (4) и предположить, что условие $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \ll \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$ удовлетворяется при $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} = O(\varphi^6)$. В этом случае из (7) следует, что

$$\begin{aligned} u_1 = u_3 = 0, \\ v_0 = v_2 = v_4 = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

а из (6) получается

$$u_0 + u_2 \varphi_1^2 = -\frac{1}{2\omega r} (a + b\varphi_1^2), \quad (12)$$

$$v_1 + v_3 \varphi_1^2 = 0. \quad (13)$$

Вернемся теперь к решению системы (1)—(2). Если в нее подставить (4), (5) (при $\text{tg } \varphi = \varphi + \frac{\varphi^3}{3} + O(\varphi^5)$) и приравнять коэффициенты при $\varphi^0, \varphi^1, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4$, то получится система из 10 алгебраических уравнений, часть которых с учетом соотношений, полученных из граничных условий, не будет являться независимыми. В целом система уравнений для определения 14 неизвестных величин ($u_i, v_i; i=0, 1, \dots, 6$) замкнута, так как указанные 10 алгебраических уравнений дополняются четырьмя граничными условиями (6).

Дальнейшая процедура определения выражений для u_i, v_i будет зависеть от выбора варианта использования граничных условий.

1. Использование (9) и (10) приводит к сложным трансцендентным уравнениям для определения u_i и v_i . Если, исходя из характера разложения (5), пренебречь членами $u_6 \varphi_1^6$ и

$v_5\varphi_1^4$, то можно получить следующее выражение для неизвестных коэффициентов:

$$u_2 = 0, \quad u_0 = u_g - u_4\varphi_1^4, \\ v_3 = -\frac{v_1}{\varphi_1^2}, \quad v_1 = \frac{B_1}{2} \left[\left(1 - \frac{4C_1}{B_1^2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (14)$$

где

$$B_1 = \frac{6k_l}{r\varphi_1^2} \left(1 + \frac{\omega^2 r^4}{18} \frac{\varphi_1^6}{k_l^2} \right), \quad C_1 = -b\varphi_1^2, \\ u_g = -\frac{a + b\varphi_1^2}{2\omega r}.$$

Таким образом, искомое поле скорости описывается как

$$u = u_0 + u_4\varphi^4, \\ v = v_1\varphi + v_3\varphi^3. \quad (15)$$

2. В этом случае неизвестные коэффициенты будут определяться следующим образом:

$$u_2 = 0, \quad u_0 = u_g = -\frac{a + b\varphi_1^2}{2\omega r}, \quad v_3 = -\frac{v_1}{\varphi_1^2}, \\ v_4 = 0, \quad u_5 = 0, \quad v_6 = 0, \quad v_1 = \frac{B_2}{2} \left[\left(1 - \frac{4C_2}{B_2^2} \right)^{1/2} - 1 \right],$$

где

$$B_2 = \frac{k_l}{r} \left(\frac{6}{\varphi_1^2} + 1 \right) \approx \frac{6k_l}{r\varphi_1^2}; \quad C_2 = u_0^2 - b\varphi_1^2, \\ u_4 \rightarrow 0, \quad u_5 \rightarrow 0, \quad u_6 \rightarrow 0. \quad (16)$$

Таким образом, искомое поле скорости описывается как

$$u \approx u_0 \approx u_g, \quad (17) \\ v \approx v_1\varphi + v_3\varphi^3.$$

Теперь для расчета u_i и v_i по (14) и (16) необходимо из наблюдаемого профиля $p = p(\varphi)$ (рис. 1) определить коэффициенты a и b . К сожалению, использование разных вариантов конечных разностей приводит к различному набору величин этих коэффициентов. На рис. 2 наблюдаемый (для $\varphi > 0$) профиль $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$

(кривая 1) сопоставляется с рассчитанными профилями для разного набора a и b (кривая 4 соответствует коэффициентам a и b , определенным методом наименьших квадратов в диапазоне широт $0-12^\circ$, тогда как кривая 5 соответствует величинам a и b , обес-

печивающим наименьшую ошибку в аппроксимации самого давления в диапазоне широт $0-5^\circ$ [2].

Результаты численных экспериментов для разных наборов коэффициентов a и b , разных величин $k_l = (1 \cdot 10^5 \div 8 \cdot 10^6) \text{ м}^2/\text{с}$ и $\varphi_1 = 5 \div 10^\circ$ представлены в табл. 1 (для варианта а) и табл. 2 (для варианта б); u_* и v_* — компоненты скорости ветра на $\varphi_* = 2,5^\circ \text{ N}$. Из анализа этих таблиц можно сделать следующие выводы:

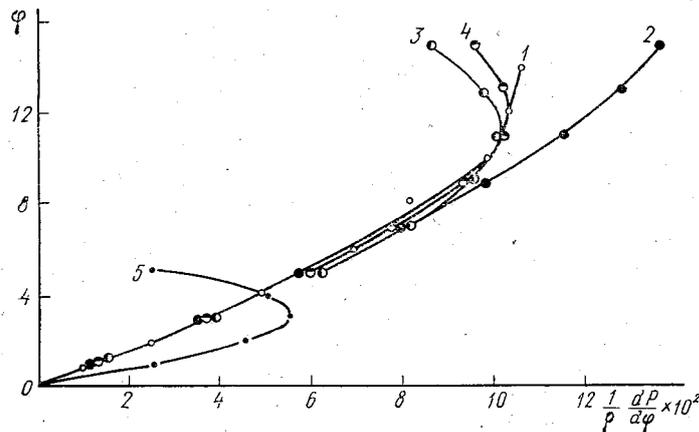


Рис. 2. Проверка точности аппроксимации градиента давления при разных величинах коэффициентов a и b в (4):

1 — наблюдения (рис. 1); 2 — $a = 6,9 \cdot 10^3$, $b = -2,46 \cdot 10^4$; 3 — $a = 7,57 \cdot 10^3$, $b = -6,3 \cdot 10^4$; 4 — $a = 7,24 \cdot 10^3$, $b = -5,27 \cdot 10^4$; 5 — $a = 1,5 \cdot 10^4$, $b = -1,6 \cdot 10^6$; $[a] = [b] = \text{м}^2/\text{с}^2$.

а) при обоих вариантах использования граничных условий u -составляющая ветра очень слабо изменяется с широтой, т. е. практически $u_* = u_0 = u_g$. Степень постоянства u увеличивается с ростом k_l . Согласно наблюдениям [2] на $\varphi = 2,5^\circ \text{ N}$ приземный ветер имеет направление $\approx 100^\circ$ и скорость около 5,1 м/с. Считая, что в среднем над водной поверхностью $C_{10}/u_g \approx 0,7$ [3], получаем, что $u_* \approx 7,3$ м/с, и это неплохо согласуется с полученными оценками u_* для $a = 7,24 \cdot 10^3$, $b = -5,27 \cdot 10^4$ при $\varphi_1 = 5 \div 10^\circ$.

б) составляющая скорости ветра на ось y на широте $2,5^\circ \text{ N}$ (v_*) в большинстве случаев получается очень малой (напомним, что v -составляющая считается равной нулю на $\varphi = 0$ и $\varphi = \varphi_1$). Она заметно больше при втором варианте использования граничных условий (кроме случая $a = 1,52 \cdot 10^4$, $b = -1,6 \cdot 10^6$, когда оба варианта практически совпадают), однако при этом существенно сокращается диапазон значений k_l и φ_1 , для которых может использоваться полученное решение (коэффициент v_1 , определяемый из решения квадратичного уравнения, теряет физический смысл). В основном v_* при $\varphi_1 = 5^\circ$ убывает с ростом k_l , достигая на границе достоверности решения (при $k_l = 2 \cdot 10^6$, $a = -1,52 \cdot 10^4$, $b = -1,6 \cdot 10^6$) величины около -2 м/с. Изменение v_*

Таблица 1

Зависимость коэффициентов u_i, v_i и u_*, v_* от k_i, φ_1, a и b (для первого варианта использования граничных условий)

K_l	$\varphi_1=5^\circ$					
	v_1	v_3	u_0	u_4	v_*	u_*
	$a = 7,24 \cdot 10^3, b = -5,27 \cdot 10^4, u_g = -7,39$					
$1 \cdot 10^5$	-1,45	$1,91 \cdot 10^2$	-7,80	$7,16 \cdot 10^3$	-0,04	-7,77
$5 \cdot 10^6$	-0,64	$8,46 \cdot 10^1$	-7,39	$6,32 \cdot 10^1$	-0,02	-7,39
	$a = 6,9 \cdot 10^3, b = -2,46 \cdot 10^4, u_g = -7,25$					
$1 \cdot 10^5$	-0,68	$8,89 \cdot 10^1$	-7,44	$3,36 \cdot 10^3$	-0,02	-7,43
$5 \cdot 10^6$	-0,30	$3,95 \cdot 10^1$	-7,25	$2,96 \cdot 10^1$	-0,01	-7,25

Примечание. a и b — в $\text{м}^2/\text{с}^2$; $u_g, u_0, u_4, u_*, v_1, v_3$ и v_* — в $\text{м}/\text{с}$.

k_l	$\varphi_1=10^\circ$					
	v_1	v_3	u_0	u_4	v_*	u_*
	$a = 7,24 \cdot 10^3, b = -5,27 \cdot 10^4, u_g = -6,09$					
$1 \cdot 10^5$	$-3,79 \cdot 10^{-1}$	$1,25 \cdot 10^1$	-7,81	$1,87 \cdot 10^3$	-0,02	-7,80
$5 \cdot 10^6$	-6,86	$2,27 \cdot 10^2$	-6,72	$6,78 \cdot 10^2$	-0,28	-6,72
	$a = 6,9 \cdot 10^3, b = -2,46 \cdot 10^4, u_g = -6,65$					
$1 \cdot 10^5$	-0,18	5,85	-7,46	$8,89 \cdot 10^2$	-0,01	-7,46
$5 \cdot 10^6$	-3,15	$1,04 \cdot 10^2$	-6,93	$3,11 \cdot 10^2$	-0,13	-6,93

Таблица 2

Зависимость коэффициентов u_i, v_i и u_*, v_* от k_i, φ_1, a и b (для второго варианта использования граничных условий)

k_l	$\varphi_1=5^\circ$			$\varphi_1=10^\circ$		
	v_1	v_3	v_*	v_1	v_3	v_*
	$a = 7,24 \cdot 10^3, b = -5,27 \cdot 10^4, u_0 = u_* = u_g = -7,39$			$a = 7,24 \cdot 10^3, b = -5,27 \cdot 10^4, u_0 = u_* = u_g = -6,09$		
$1 \cdot 10^5$	-	-	-	-	-	-
$3 \cdot 10^6$	-1,23	$1,62 \cdot 10^2$	-0,04	$-2,35 \cdot 10^1$	$7,75 \cdot 10^2$	-0,95
$5 \cdot 10^6$	$-7,35 \cdot 10^{-1}$	$9,67 \cdot 10^1$	-0,02	$-1,14 \cdot 10^1$	$3,75 \cdot 10^2$	-0,46
	$a = 6,9 \cdot 10^3, b = -2,46 \cdot 10^4, u_0 = u_* = u_g = -7,25$			$a = 6,9 \cdot 10^3, b = -2,46 \cdot 10^4, u_0 = u_* = u_g = -6,65$		
$1 \cdot 10^5$	-	-	-	-	-	-
$3 \cdot 10^6$	$-6,45 \cdot 10^{-1}$	$8,49 \cdot 10^1$	-0,02	-9,43	$3,11 \cdot 10^2$	-0,38
$5 \cdot 10^6$	$-3,87 \cdot 10^{-1}$	$5,09 \cdot 10^1$	-0,02	-5,26	$1,74 \cdot 10^2$	-0,22

k_l	$\varphi_1=5^\circ$			$\varphi_1=10^\circ$		
	v_1	v_3	v^*	v_1	v_3	v^*
	$a = 1,52 \cdot 10^4, b = -1,6 \cdot 10^6,$ $u_0 = u_* = u_g = -3,27$					
$5 \cdot 10^5$	—	—	—	—	—	—
$5 \cdot 10^6$	$-2,04 \cdot 10^1$	$2,69 \cdot 10^3$	$-0,67$	—	—	—
$8 \cdot 10^6$	$-1,25 \cdot 10^1$	$1,64 \cdot 10^3$	$-0,41$	—	—	—

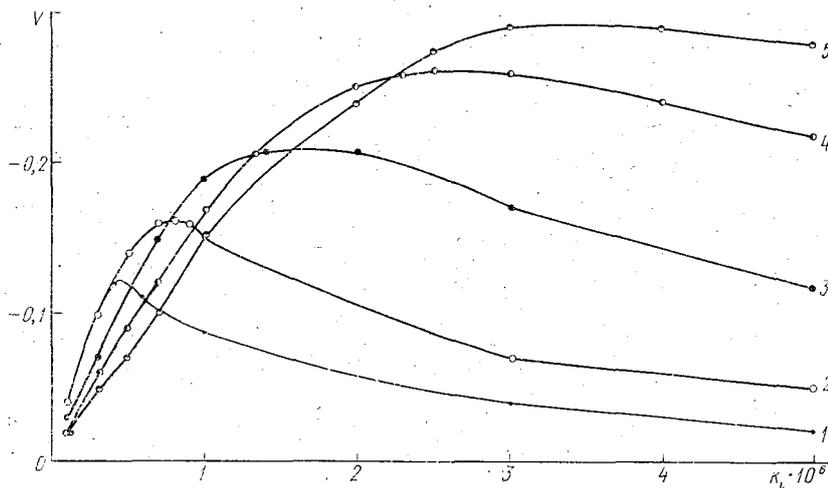


Рис. 3. Зависимость $v_* = v$ от k_l и φ_1 для $a = 7,24 \cdot 10^3$,
 $\varphi = 2,5^\circ N$
 $b = -5,27 \cdot 10^4$.

1 — $\varphi_1 = 5^\circ$; 2 — $\varphi_1 = 6^\circ$; 3 — $\varphi_1 = 7,5^\circ$; 4 — $\varphi_1 = 9,0^\circ$; 5 — $\varphi_1 = 10^\circ$.

с ростом от $\varphi_1 = 5^\circ$ до $\varphi_1 = 10^\circ$ не является однозначным: при первом варианте использования граничных условий v_* растет с ростом k_l (при малых k_l оно меньше, а при больших k_l больше по сравнению с $\varphi_1 = 5^\circ$), тогда как во втором варианте убывает с ростом k_l , достигая при $k_l = (3 \div 5) \cdot 10^6$ величин $-0,2 \text{—} -0,8$ м/с (к сожалению, эти расчеты приходится почти на границу области достоверности). Довольно сложный, нелинейный характер зависимости v_* от k_l и φ_1 (для первого варианта использования граничных условий) виден из рис. 3 (для $a = 7,24 \cdot 10^3, b = -5,27 \cdot 10^4$).

В целом коэффициенты v_1 и v_3 (и, как следствие, v_*) сильно зависят от выбора a, b, k_l и φ_1 , т. е. величин, которые очень трудно определить достаточно точно.

С учетом полученных выше результатов представляет несомненный интерес исследование влияния точности аппроксимации поля давления. При этом возникает 2 вопроса: во-первых, как влияет выбор порядка первого отбрасываемого члена в разложении вида (4) и нельзя ли ограничиться только коэффициентом a

(с учетом очень малой точности определения коэффициента b); во-вторых, каким образом можно отказаться от условия $v|_{\varphi_1} = 0$, которое, как уже упоминалось ранее, не отвечает известному из наблюдений факту, что при $\varphi \rightarrow \varphi_1$ наблюдаются пассаты с $|u|_{\varphi_1} \approx |v|_{\varphi_1}$. Рассмотрим оба эти вопроса в указанной очередности.

Если в разложении (4) считать, что первое отбрасываемое слагаемое $O(\varphi^4)$, а в разложениях (5) — $O(\varphi^3)$, то при первом варианте использования граничных условий сохраняются решения (8), (14) и (15); при втором варианте для $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} = O(\varphi^5)$ также сохраняется решения (11), (16) и (17). Этот результат вполне объясним, так как в данном случае из системы уравнений для определения коэффициентов u_i, v_i исключаются два уравнения, соответствующие уравниванию членов с φ^4 и предназначенные для определения u_6 и v_6 , которые теперь и не входят в разложение (5), а ранее считались малыми величинами или были равны 0.

Если в разложении (4) ограничиться учетом члена $a\varphi$, т. е. считать первое отбрасываемое слагаемое $O(\varphi^3)$, а в (5) — $O(\varphi^5)$, то при первом варианте использования граничных условий (6)

$$u_1 = u_3 = v_0 = v_2 = v_4 = 0, \quad u_2 = 0,$$

$$u_0 = -\frac{a}{2\omega r} + \frac{r^2 \omega}{6} \frac{\varphi_1^4}{k_l} v_1, \quad u_4 = -\frac{r^2 \omega}{6} \frac{v_1}{k_l}, \quad (18)$$

$$v_3 = -\frac{v_1}{\varphi_1^2}, \quad v_1 = \frac{B_3}{2} \left[\left(1 - \frac{4C_3}{B_3^2} \right)^{1/2} - 1 \right],$$

где $B_3 = \frac{B_3'}{A_3'}$, $C_3 = \frac{C_3'}{A_3'^2}$, $B_3' = \frac{6}{r} \frac{k_l}{\varphi_1^2} - \frac{r}{6} a \frac{\varphi_1^4}{k_l} + \frac{r^3 \omega^2}{3} \frac{\varphi_1^4}{k_l}$,

$$C_3' = \left(\frac{a}{2\omega r} \right)^2, \quad A_3' = 1 + \frac{r^4 \omega^2}{36} \left(\frac{\varphi_1^4}{k_l} \right)^2,$$

$$u = u_0 + u_4 \varphi^4,$$

$$v = v_1 \varphi + v_3 \varphi^3,$$

а при втором варианте использования граничных условий (6)

при $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} = O(\varphi^4)$

$$u_1 = v_0 = v_2 = 0, \quad v_1 = 0, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 0,$$

$$u_4 = 0, \quad v_4 = 0, \quad (19)$$

$$u_0 = -\frac{a}{2\omega r}, \quad v_3 = \frac{r}{6k_l} u_0^2,$$

$$u = u_0,$$

$$v = v_3 \varphi^3. \quad (20)$$

При расчете по (18) и (15) величина u_0 очень слабо зависит от φ_1 и k_l , величины v_1 получаются очень малыми ($v_{1 \max} \approx 5 \cdot 10^{-1}$ при $\varphi_1 = 5^\circ$, $k_l = 5 \cdot 10^5$ м²/с, $a = 6,3 \cdot 10^3$, что дает $v_1 \varphi_* \approx -0,02$ м/с) и убывает с ростом k_l и φ_1 ; вклад члена $v_3 \varphi_*^3$ не превышает 0,004 м/с; величины u_4 также очень малые и убывают с ростом k_l (вклад члена $u_4 \varphi_*^4 < 0,004$ м/с).

В целом получаются только довольно реальные величины $u_0 = u_g \approx -7$ м/с, однако $u \approx u_0 \approx u_g$ и $v \rightarrow 0$. Соотношения (19),

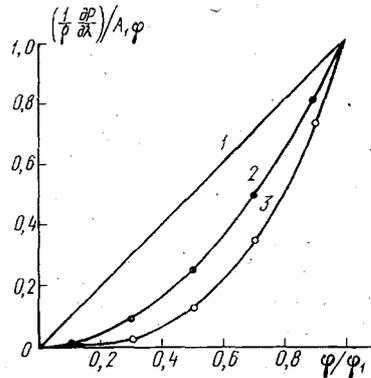


Рис. 4. Зависимость безразмерного широтного градиента давления $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}\right) / A_1(\varphi)$ от безразмерной широты φ/φ_1 :
1 — $n=1$; 2 — $n=2$; 3 — $n=3$.

(20) дают практически тот же результат для u — составляющей: $u = u_0 = u_g$, однако выражение для v — составляющей противоречит граничному условию при малых k_l .

Итак, понижение порядка разложения в (4) приводит к заметному ухудшению результатов при расчете v — составляющей ветра.

Рассмотрим теперь второй вопрос. Так как непосредственный учет второй компоненты силы барического градиента $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}\right)$ существенным образом осложнил бы задачу — она стала бы двумерной, то ограничимся параметрическим учетом $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$. Если исходить из известных из наблюдений оценок составляющих силы барического градиента

$$\varphi \rightarrow 0 \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \ll \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \quad \text{и} \quad \varphi \rightarrow \varphi_1 \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi},$$

то в рамках одномерной модели для определения $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$ целесообразно использовать следующую интерполяционную формулу:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda} = (a\varphi + b\varphi^3) \left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^n + 0(\varphi^5). \quad (21)$$

Очевидно, что в данном случае характер полученного решения будет заметно зависеть от выбора величины $n > 0$. Из рис. 4

видно распределение $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}\right) / A_1(\varphi)$ в зависимости от φ/φ_1 (где $A_1(\varphi) \equiv a\varphi + b\varphi^3$) при $n > 1$ для малых φ/φ_1 увеличивается размер области с малыми значениями $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$, но зато затем происходит более резкий переход к граничному условию на $\varphi = \varphi_1$. Рассмотрим на первом этапе простейший случай: $n=1$, допустим, для второго варианта использования граничных условий. Решение системы уравнений при этом будет иметь вид

$$u_1 = u_3 = v_0 = v_2 = 0, \quad u_2 = 0, \quad u_0 = -\frac{a + b\varphi_1^2}{2\omega r} = u_g,$$

$$v_3 = \frac{1}{\varphi_1^2} \left(\frac{u_0}{\varphi_1} - v_1 \right), \quad v_1 = \frac{B_4}{2} \left[\left(1 - \frac{4C_4}{B_4^2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (22)$$

где

$$B_4 = \frac{6k_l}{r\varphi_1^2}, \quad C_4 = u_0 \left(u_0 - \frac{6k_l}{r\varphi_1^3} \right) - b\varphi_1^2,$$

$$u = u_0 = u_g,$$

$$v = v_1\varphi + v_3\varphi^3.$$

Результаты численных экспериментов приведены в табл. 3 для

Таблица 3

Зависимость u_i , v_i , u_* и v_* от k_l и φ_1 для $a=7,24 \cdot 10^3$, $b=-5,27 \cdot 10^4$
(при параметрическом учете $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$ и $n=1$)

k_l	$\varphi_1=5^\circ$			$\varphi_1=7,5^\circ$		
	v_1	v_3	v_*	v_1	v_3	v_*
	$u = u_0 = u_g = -7,39 \text{ м/с}$			$u = u_0 = u_g = -6,86 \text{ м/с}$		
$1 \cdot 10^6$	—	—	—	—	—	—
$3 \cdot 10^6$	$-1,33 \cdot 10^2$	$6,41 \cdot 10^3$	$-5,33$	—	—	—
$5 \cdot 10^6$	$-1,02 \cdot 10^2$	$2,33 \cdot 10^3$	$-4,27$	$-7,80 \cdot 10^1$	$1,49 \cdot 10^3$	$-3,28$

$\varphi_1=5$ и $7,5^\circ$ (для $\varphi_1=10^\circ$ схема не работает для $k_l \leq 5 \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}$) при $a=7,24 \cdot 10^3$, $b=-5,27 \cdot 10^4$. Видно, что в данном случае даже для малых φ составляющая v (v_*) может достигать заметных величин и определяется в основном, первым слагаемым в (17). Очевидно, что полученные результаты должны зависеть от выбора величины n и можно ожидать, что при $n > 1$ величины v_* будут получаться тем меньше, чем больше n .

Таким образом, во всех рассмотренных подходах получается, что в области $\varphi=0 \div \varphi_1$, $u \approx u_0 \approx u_g$, тогда как v_* , за исключением случая с большими величинами a и b , а также при пара-

метрическом учете $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$, не превышает обычно 0,3—0,4 м/с. Коэффициенты разложения v_1 , v_3 и сама величина v_* сложным, нелинейным образом зависят от φ_1 и k_1 . При втором варианте использования граничных условий (с учетом точности аппроксимации поля давления) возникают заметные ограничения на выбор величин k_1 и φ_1 (решение теряет физический смысл при малых k_1 и больших φ_1). Снижение точности аппроксимации градиента давления до $O(\varphi^4)$ не изменяет результаты, полученные при точности $O(\varphi^5)$, однако дальнейшее снижение точности до $O(\varphi^3)$ приводит к совершенно нереальным величинам v -составляющей скорости, что связано с трудностью удовлетворить граничным условиям. Повышение точности аппроксимации градиента давления, допустим, до $O(\varphi^6)$ или $O(\varphi^7)$ будет существенно усложнять задачу, ввиду трансцендентного характера уравнений для определения u_i и v_i , и для ее решения в аналитическом виде (удобном для анализа) потребуются упрощающие предположения относительно коэффициентов v_5 , v_6 и т. д. Представляет интерес более строгое исследование параметрического учета $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$, а также других вариантов уравнивания членов в исходных уравнениях движения и случая, когда поле давления симметрично относительно какой-то широты φ_0 .

Выводы

1. Получено аналитическое решение задачи об определении поля ветра по заданному полю давления.
2. Исследовано поведение этого решения при разных вариантах использования граничных условий.
3. На основе численных экспериментов исследовано влияние параметров задачи (коэффициентов в аппроксимации поля давления; коэффициента горизонтальной турбулентности; широты, на которой ставится условие геострофичности движения; параметра, учитывающего $\frac{\partial p}{\partial \lambda}$).
4. При отсутствии $\frac{\partial p}{\partial \lambda}$ с наблюдениями согласуется только широтная составляющая ветра, тогда как при параметрическом учете $\frac{\partial p}{\partial \lambda}$ удовлетворительно описывается сам вектор скорости ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тараканов Г. Г. Тропическая метеорология.— Л.: Гидрометеоздат, 1980.
2. Marine climatological summary: area 20°—0°N; 50°W—10°E; 0°—50°S; 70°W—20°E; № 8, 1968, Deutscher Wetterdienst, 1977.
3. Голодко Л. А., Радикевич В. М. О расчете поля ветра над океанами.— Метеорология и гидрология, 1974, № 10, с. 97—102.

К ВОПРОСУ ОРОГРАФИЧЕСКОГО ЦИКЛОГЕНЕЗА В УКРАИНСКИХ КАРПАТАХ

Часть Восточных Карпат, вытянутых сравнительно узкой полосой с северо-запада на юго-восток, находящаяся на территории Украинской ССР, получила название Украинских Карпат. Длина этого своеобразного горного района составляет 280 км, а ширина — 100—110 км. Собственно горная область Украинских Карпат характеризуется продольно-зональным размещением основных структурно-орографических элементов. При этом в северо-западной части горного массива хребты ниже (700—900 м над у. м.) и значительно удалены друг от друга, к юго-востоку высота их возрастает (1500—1800 м над у. м.), они сближаются, гребни гор становятся острее, склоны гор круче, отдельные вершины поднимаются до 2000 м над у. м. Ориентировка горных хребтов Восточных Карпат в пределах юга Ивано-Франковской области и севера Румынии приобретает меридиональное направление. Такова в общих чертах орографическая структура Украинских Карпат, где в течение июля 1982 г. группой сотрудников Черновицкого государственного университета проводились экспедиционные исследования атмосферных процессов по международной программе «Альпэкс». В ходе этих исследований были обнаружены некоторые особенности атмосферных процессов, присущие данному горному району, в частности, образование частного орографического циклона при определенном развитии синоптического процесса над юго-западными районами Европейской части СССР.

В сложных орографических условиях, где мезомасштабные неоднородности нижнего слоя атмосферы весьма значительны, изменения структуры атмосферных фронтов и их деформация, обусловленные мезомасштабными вихрями и другими причинами, должны проявляться в большей степени.

В исследованиях [1—9] и других показывается, что характер условий погоды при прохождении атмосферных фронтов через горные районы носит весьма сложный характер: образование волновых возмущений на атмосферных фронтах, развитие их в самостоятельные циклоны, образование орографических окклюзий и т. п. определяет те или иные условия погоды, пространственно резко неоднородные и, на первый взгляд, трудно объяснимые. Так, авторы работы [1] на основе глубокого анализа характера распределения осадков в Украинских Карпатах приходят к выводу, что для объяснения каждого локального орографического экстремума осадков целесообразно проводить специальный совместный анализ топографических условий и режимов ветра, господствующего в орографическом слое воздуха при прохождении фронтов и циклонов. При этом необходим анализ режима ветра именно

при конкретных ситуациях, характерных для орографической эволюции осадков в том или ином районе.

В данной работе приводится описание одного случая образования орографического циклона в Украинских Карпатах и сообщаются некоторые предварительные результаты анализа мезосинооптических процессов, имевших место в этом районе в июле 1982 г.

Исследование осуществлялось по такой схеме:

1. По данным метеорологических наблюдений, которые проводились в период экспедиционных работ в районе юго-западных склонов Свидовецкого и Красного хребтов, отбирались случаи продолжительных осадков.

2. Для этих случаев выписывались данные метеорологических наблюдений, проводимых как на временно организованных (экспедиционных) метеорологических, так и на постоянно действующих станциях и гидрометеорологических постах Госкомгидромета. Всего для анализа было привлечено 25 метеорологических станций, 72 гидрометеорологических поста и 3 пункта (Черновцы, Ужгород, Львов) радиоветрового зондирования атмосферы.

3. На основе указанных данных для отображенных случаев были составлены по восьми срокам наблюдений карты погоды (микрокольцовки), форма которых была разработана нами, а также карты количества выпавших осадков за каждый 12-часовой период. При составлении карт осадков использовались также данные измерения осадков на гидрометеорологических постах.

4. Полученный, таким образом, материал использован для выполнения детального анализа развития мезосинооптических процессов над Украинскими Карпатами, увязанный с основными синоптическими картами Гидрометеорологического центра СССР.

5. В описаниях развития мезосинооптических процессов для каждого случая давалось объяснение характера погоды и, в частности, распределения количества выпавших осадков на территории Украинских Карпат в связи с особенностями развития мезосинооптических процессов в горной стране.

Анализ рассмотренного нами синоптического материала показал, что при прохождении через Украинские Карпаты с запада, северо-запада, севера и северо-востока холодных атмосферных фронтов, как правило, образуется орографический фронт окклюзии, располагающийся вдоль хребта. Процесс образования орографического фронта окклюзии протекает с большой скоростью, при этом фронт окклюзии может сохраняться длительное время, обуславливая в собственно горных районах Украинских Карпат затяжную облачную и дождливую погоду.

Второй важной особенностью мезосинооптических процессов в Украинских Карпатах, влияющей на характер погоды в этом районе, является орографический циклогенез. Выявлено, что при перемещении холодных фронтов с северо-востока помимо образования орографической окклюзии у точки окклюзии в районе

хребтов Красна и Свидовец возникает орографический циклон, благодаря чему интенсивность осадков в этом районе существенно возрастает как с наветренной, так и с подветренной сторон указанных хребтов, маскируя таким образом проявления здесь фоновых эффектов.

Наиболее выраженный случай образования орографического циклона в Украинских Карпатах имел место в ночь с 10 на 11 июля 1982 г. На рис. 1 представлены изобары и фронты в 9 ч

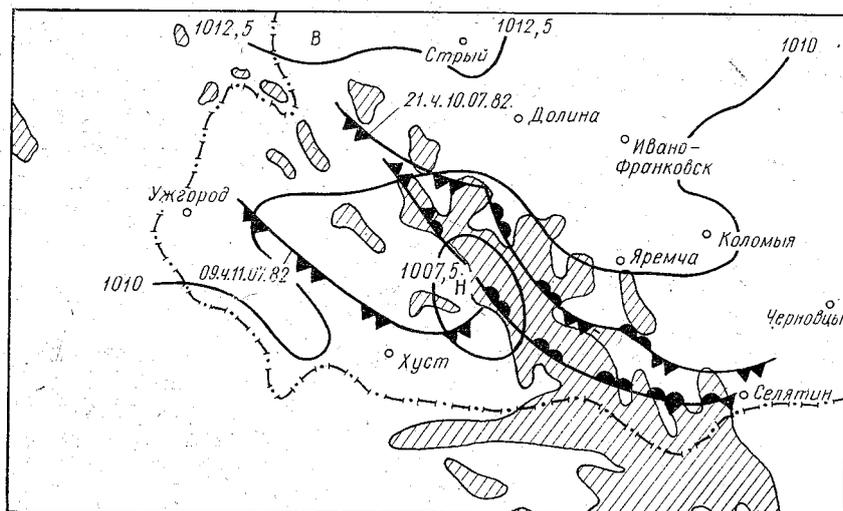


Рис. 1. Изменение положения атмосферного фронта над Украинскими Карпатами за период с 21 ч 10 июля до 9 ч 11 июля 1982 г.

11 июля и положение основного атмосферного фронта в 21 ч 10 июля 1982 г. Из рисунка видно, что в 21 ч 10 июля 1982 г. основной холодный фронт располагался вдоль Скибовых Карпат. На фронте отмечался ряд волновых возмущений. В дальнейшем, в связи с усилением в нижней тропосфере северо-восточных потоков воздуха, указанный фронт начал двигаться к юго-западу. Скорость перемещения фронта на разных его участках оказалась неодинаковой. Так, участок фронта, располагавшийся над северо-западной частью Украинских Карпат в районе Восточных Бескид, где средняя высота хребтов составляет 700—900 м над у. м., быстро прошел горный массив и к 9 ч 11 июля 1982 г. вышел на Закарпатскую низменность. Участок холодного фронта, располагавшийся над центральными и юго-восточными районами Украинских Карпат, где средняя высота хребтов на 800—900 м больше, чем в северо-западных районах, перемещался к юго-западу с очень небольшой скоростью и к 9 ч 11 июля 1982 г. располагался вдоль Горган и северо-восточных склонов Свидовецкого и

Черногорского хребтов. Такое развитие мезосиноптического процесса, вызванное своеобразным орографическим строением горной страны при данном макросиноптическом процессе привело к тому, что в приземном слое движение зафронтального воздуха как в районах северо-восточных склонов Украинских Карпат, так и в районах юго-западных склонов было направлено с большой нормальной к хребту составляющей вектора скорости, обуславливая вытеснение теплого воздуха вдоль хребта и образование оро-

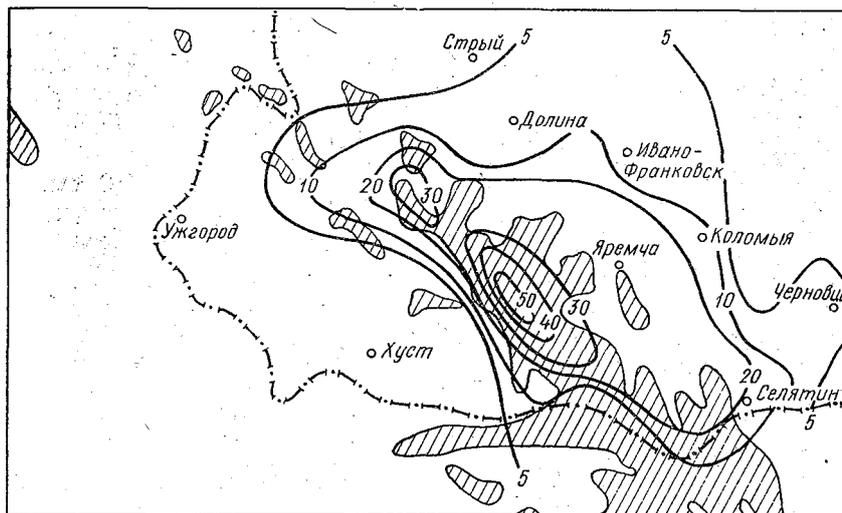


Рис. 2. Карта распределения количества осадков, выпавших в Украинских Карпатах за период с 21 ч 10 июля до 9 ч 11 июля 1982 г.

графического фронта окклюзии. С другой стороны, возмущение основного северо-восточного потока на уровне 1,5—2 км, вызванного неровностями земной поверхности на территории Украинских Карпат, обусловило обращение потоков на этих уровнях, их дивергенцию на подветренных склонах хребта и образование восходящих составляющих скорости ветра [2, 3, 5, 6—9], что неизбежно привело к падению давления у поверхности земли. Наиболее интенсивно при данном синоптическом процессе давление падало вдоль юго-западных склонов Горган и в районе Красного и Свидовецкого хребтов, где отмечается орографический узел. Наличие здесь очага падения давления обусловило образование у точки окклюзии частного орографического циклона. Центр циклона в 6 ч 11 июля наблюдался в районе Осмолода, затем он переместился к югу и в 9 ч 11 июля 1982 г. располагался севернее Усть-Чорна.

Описанное выше развитие мезосиноптического процесса обусловило своеобразное распределение количества выпавших осадков за период с 21 ч 10 июля по 9 ч 11 июля 1982 г. На рис. 2

представлена карта распределения количества выпавших осадков в Украинских Карпатах за указанный выше период времени. Видно, что очаг максимального количества осадков располагается вдоль хребтов Украинских Карпат. При этом наибольшее количество осадков, выпавших за 12 ч, отмечено в области орографического циклона на наветренных северо-восточных склонах Горган. Так, в с. Гута за указанный период выпало 54 мм осадков, в с. Крименцы — 56 мм, в с. Буховец — 49,9 мм, в с. Осмолода — 42,2 мм. Обильными были осадки, связанные с орографическим циклоном, и на юго-западных «подветренных» склонах Водораздельного, Красного, Свидовецкого и Черногорского хребтов. Например, в с. Лопухов с 21 ч 10 июля до 9 ч 11 июля 1982 г выпало 28 мм осадков, в с. Усть-Чорна — 23,1 мм, на горе Конец (юго-западный отрог Свидовецкого хребта) — 22,7 мм, в Рахове — 19,8 мм, а в нескольких километрах северо-восточнее Рахова в селах Росток и Белин — соответственно 20,4 мм и 25,6 мм. Наличие обильных и продолжительных осадков в указанных районах, расположенных на юго-западных склонах Украинских Карпат, подтверждает предположение о том, что при рассмотренном мезосиноптическом процессе склоны гор этой части Украинских Карпат были подветренными к основному ведущему потоку воздуха на высотах 3—5 км и наветренными к потокам воздуха в приземных, мощностью до 1,5—2 км, слоях атмосферы. К сожалению, отсутствие ветрового и температурного зондирования атмосферы в собственно горном районе не позволило нам более детально и обоснованно изучить распределение воздушных течений при данном атмосферном процессе. В то же время в северо-западной части Украинских Карпат, где перемещение холодного фронта к юго-западу происходило без существенных возмущений, распределение на этой территории количества выпавших за 12 ч осадков отвечало общепринятым представлениям: на наветренных склонах — усиление осадков, на подветренных склонах — ослабление их за счет проявления фенового эффекта. Действительно, в течение рассматриваемого периода на северо-восточных наветренных склонах Восточных Бескид (г. Турка) выпало 25,1 мм, в Велико-Березном, расположенном на юго-западных подветренных склонах Украинских Карпат — 7,7 мм и в Ужгороде — 0,3 мм.

Образование частного орографического циклона в районе Красного и Свидовецкого хребтов при перемещении холодного фронта через Украинские Карпаты с северо-востока на юго-запад, насколько можно судить по косвенным данным, в частности, по многолетним среднегодовым и среднесезонным суммам осадков, — явление типичное для этого района. Действительно, как на среднегодовой, так и на среднесезонных картах осадков Украинских Карпат в этом районе обнаруживаются области максимумов осадков. Однако детальное аэросиноптическое исследование описанного нами мезомасштабного атмосферного процесса со всей очевидностью приобретает в настоящее время значение

первостепенной важности как для понимания процесса формирования погоды и ее прогноза, так и для прогноза формирования стока рек.

Выводы

1. В сложных орографических условиях Украинских Карпат при прохождении холодных атмосферных фронтов с запада, северо-запада и северо-востока, как правило, вдоль хребтов образуется орографический фронт окклюзии.

2. При перемещении холодных фронтов с северо-востока помимо образования орографической окклюзии у точки окклюзии в районе хребтов Красна и Свидовец возникает фронтальный циклон.

3. Орографический циклогенез в указанных районах способствует усилению интенсивности выпадающих осадков как с наветренной, так и с подветренной относительно основному потоку на высотах более 2000 м сторон хребтов Красна и Свидовец, маскируя проявления здесь в орографическом слое воздуха фенных эффектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богатырь Л. Ф., Ромов А. И. Влияние орографии на распределение осадков в Украинских Карпатах и Прикарпатье в теплое время года.— Тр. УкрНИГМИ, 1971, вып. 108, с. 45—50.

2. Гранберг И. Г. Численное моделирование задачи обтекания гор воздушными потоками.— Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, № 12.

3. Гуния С. У. Переваливание воздушных потоков через горные хребты.— Метеорология и гидрология, 1958, № 10, с. 40—45.

4. Калинин Г. П., Абальян Т. С. Влияние рельефа на количество осадков.— Метеорология и гидрология, 1958, № 6, с. 38—42.

5. Пономаренко И. Н. К вопросу о возникновении и усилении осадков при приближении холодного фронта к хребту.— Метеорология и гидрология, 1952, № 2, с. 48—56.

6. Ромов А. И. Орографическая эволюция циклонов, перемещающихся через Карпаты на Украину.— Тр. УкрНИГМИ, 1956, вып. 5, с. 67—71.

7. Ромов А. И. Об учете характера воздушного потока при анализе и прогнозе влияния гор на облака и осадки.— Тр. УкрНИГМИ, 1957, вып. 7, с. 27—38.

8. Ромов А. И. О влиянии горных хребтов на воздушные течения.— Тр. УкрНИГМИ, 1964, вып. 43, с. 50—58.

9. Роджер Г. Барри. Погода и климат в горах.— Л.: Гидрометеиздат, 1984, с. 310.

УДК 551.515.3

Г. И. МАЗУРОВ (ЛГМИ)

ОЦЕНКА РОЛИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В ПЕРЕМЕЩЕНИИ СМЕРЧЕЙ

Для авиационной техники смерчи (торнадо) представляют опасность как на аэродроме, так и при полете по маршруту. Хотя сильные из них — довольно редкое явление на всей территории

СССР [2], но их разрушительная сила, внезапность образования и неопределенность перемещения наносят большой ущерб и запоминаются надолго. К сожалению, не всегда удается спрогнозировать направление движения вихря, а также объяснить, почему он так перемещался и почему описывал замысловатые петли.

У автора создалось впечатление при анализе многих случаев перемещения торнадоподобных вихрей, что они подвержены, по крайней мере в неустойчивых ситуациях, действию аэродинамической подъемной силы, возникающей при обтекании тела смерча неравномерными восходящими воздушными потоками. Последние вызваны «материнским» кучево-дождевым облаком. Если это облако вместе с его детищем — смерчем рассмотреть как единую систему, движущуюся под влиянием ведущего потока, то тогда перемещение смерча относительно «материнского» облака объясняется действием аэродинамической подъемной силы. Очевидцы утверждают, что смерч перемещается относительно облака, отставая от него (считают за счет трения), иногда обгоняя или смещаясь в сторону [11]. А. А. Васильев [5] так описывает поведение смерча в начальный момент 9 июня 1984 г.: «В 15 ч 45 мин появилось новое, очень темное, облако с воронкообразным выступом, который, раскачиваясь из стороны в сторону, опускался к Земле». Аналогично описывается момент появления смерча в Литве: «... из облака начала опускаться светлая лента (похожая на след реактивного самолета), которая, извиваясь, приближалась к поверхности Земли.» [4]. Спрашивается, за счет какой другой силы, кроме возникающей подъемной, тело может, продвигаясь вперед, резко менять угол по курсу и по тангажу. Не за счет же силы тяжести оно опускалось вниз, поскольку смерч (вращающийся влажный воздух) не может быть тяжелее окружающего сухого воздуха. Кроме того, достигнув подстилающей поверхности, он периодически отрывался от нее. Также маловероятно и неустойчивое взаимодействие электромагнитных сил. Остается обратить внимание на действие аэродинамической подъемной силы, возникновение которой при столь больших скоростях потока (до 100 м.с) очень возможно, хотя трудно выделить обтекаемое тело.

Такой подход правомерен еще и потому, что со времен профессора В. Н. Оболенского [10] большинство исследователей рассматривают ядро как вращение твердого тела, поскольку вращение в ядре происходит с постоянной угловой скоростью. Благодаря внутреннему трению, во вращение вовлекается окружающий воздух, что, по словам В. Н. Оболенского, образует оболочку. Именно на границе между ядром и оболочкой отмечаются максимальные градиенты скорости ветра [2], которые приводят к разрушениям сооружений. Спрогнозировать же траекторию смерчей обычно не удается, так как они часто перемещаются не по прямой, а зигзагами и даже «вприпрыжку» [5], т. е. временами отрываясь от подстилающей поверхности и описывая замысловатые петли.

Академик В. В. Шулейкин [11] объясняет некоторые подобные петли смерчей и тайфунов действием силы Н. Е. Жуковского [8], зависящей от циркуляции скорости ветра на границе «глаза» и относительной скорости горизонтального потенциального потока. Действие аэродинамических сил на кучево-дождевое облако рассматривает и С. Л. Васильев [6]. Однако оба эти автора принимают во внимание возникновение этих сил только за счет горизонтальных потоков.

На наш взгляд, целесообразно учесть и силу проф. Н. Е. Жуковского [8], возникающую при обтекании тела смерча неравномерным вертикальным потоком, а не горизонтальным. Последний может быть и слабым, тем более в неустойчивых ситуациях, резкое изменение траектории смерчей и тайфунов в которых рассматривает В. В. Шулейкин.

Поясним понятие силы Н. Е. Жуковского, поскольку в данном случае ее возникновение и действие довольно необычны. Известно, что подъемная сила возникает при несимметричном обтекании тела. В авиации несимметричность достигается за счет профиля крыла, а в рассматриваемом случае, наоборот, неравномерным потоком обтекается симметричное (осесимметричное) тело. Действительно, при рассмотрении смерча в первом приближении как цилиндра, подъемная сила может возникать только за счет неравномерных восходящих потоков в передней и тыловой частях. В передней они больше, а в тыловой — меньше. Как при полете самолета по вертикали, так и в случае смерча, подъемная сила направлена по горизонтали, способствуя перемещению последнего в горизонтальном направлении, а не его полету.

Прикидочная оценка этой силы по формуле проф. Н. Е. Жуковского

$$F_y = C_y S \frac{\rho v^2}{2} \quad (1)$$

показывает, что она при определенных соотношениях радиуса смерча и скорости восходящих потоков может быть меньше или больше веса воздуха в столбе смерча. В этой формуле значение коэффициента подъемной силы C_y заимствовано из Атласа [1] и принято равным 0,5 как для крыла с малой асимметрией профиля; значения C_y колеблются в нем от 0,43 до 0,745.

Обтекаемая площадь $S = 2r_c H_c$ представляет собой проекцию смерча на вертикальную плоскость. Скорость обдува смерча восходящими потоками $v \approx w$ до 100 м/с. Сила тяжести столба G_c воздуха в этом вихре

$$G_c = \pi r_c^2 H_c \rho g. \quad (2)$$

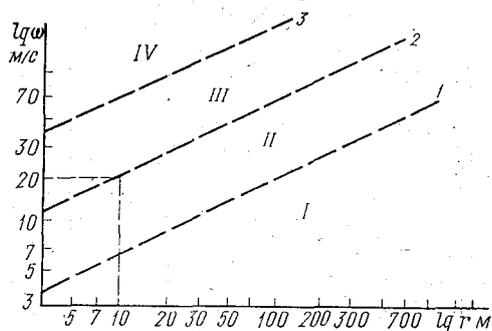
Здесь r_c — внешний радиус смерча; H_c — его высота; g — ускорение свободного падения тел; ρ — плотность воздуха.

Единая система «материнское» облако — смерч перемещается под влиянием ведущего потока. Относительно облака смерч может смещаться под действием равнодействующей двух сил: силы тяжести и аэродинамической. Для определения их соизмеримости

запишем их отношение и, подставив известные значения стандартных величин, произведем сокращение. В итоге получим

$$\frac{G_c}{F_{yc}} = \frac{61,5r_c}{\omega^2}, \quad (3)$$

Результаты расчетов представлены на графике (рис. 1), по осям которого отложены логарифмы ω от 3 до 100 м/с и r_c от 3 до 2000 м. На нем проведены 3 изолинии. Они позволяют выделить 4 зоны: в I зоне роль силы Н. Е. Жуковского целесообразно пренебречь, так как $F_{yc} \rightarrow$



Соотношение силы тяжести столба воздуха в смерче (G_c) и аэродинамической подъемной силы (F_y), возникающей при его обтекании вертикальными потоками воздуха (ω) в зависимости от их величины и радиуса смерча r_c :

1 — $F_{yc} = 0,1G_c$; 2 — $F_{yc} = G_c$; 3 — $F_{yc} = 10G_c$;

I зона $F_{yc} \leq 0,1G_c$; II зона $0,1G_c < F_{yc} < G_c$;

III зона $G_c < F_{yc} < 10G_c$; IV зона $F_{yc} > 10G_c$.

$r_c \leq 10$ м и $\omega \leq 20$ м/с. Такие скорости безопасные, а вихри с $r_c \leq 10$ м маловероятны и, естественно, малоисследованы. Они обычно не фиксируются, хотя часто наблюдаются в неустойчивых воздушных массах.

Безусловно, предлагаемый подход не решает проблему прогноза направления перемещения смерчей, но позволяет глубже проникнуть в физику сложного для понимания явления. В перспективе целесообразно перейти к рассмотрению более точной модели, в которой необходимо исследовать обтекание вращающегося тела (цилиндра или конуса) с учетом сжимаемости воздуха и, возможно, сверхзвуковых скоростей, на допустимость которых указывал академик Д. В. Наливкин [9]. Это удел аэродинамиков.

Пока же не представляется возможным измерить скорость вертикальных потоков вблизи каждого вихря, и рассуждения автора носят в основном теоретический характер, но внедрение в оперативную практику радаров [7] позволит решить эту задачу положительно.

$\rightarrow 0$. (В остальных трех зонах роль силы Н. Е. Жуковского в перемещении смерча относительно «материнского» облака следует учитывать). В зоне II ее значение колеблется от $0,1G_c$ до G_c . В зоне III $F_{yc} > G_c$ и изменяется от G_c до $10G_c$. В зоне IV $F_{yc} \gg G_c$, т. е. $F_{yc} > 10G_c$,

хотя эта зона мала и маловероятна, так как вертикальные скорости очень велики и радиус смерча мал.

Кроме того, на графике (рис. 1) можно выделить безопасную зону. Это левый, нижний, прямоугольник, ограниченный значениями

Кроме внешних вертикальных потоков вокруг смерча в глазе бури существуют нисходящие потоки, величина которых достигает 60—80 м/с [5]. Следует обратить внимание на их роль, которая должна быть также значительной. На эту мысль наталкивает статья в еженедельной газете «За рубежом», № 130 (1359) за 1986 г., в которой говорится, что в США запатентован бескрылый самолет. Подъемная сила у него создается за счет протекания воздушного потока по каналу переменного сечения, который проходит через центр фюзеляжа. Все это напоминает модель интенсивного воздушного вихря типа смерча с потоками в глазе бури, который также имеет переменное сечение.

Для оценки соизмеримости аэродинамической силы, возникающей в глазе бури F_{y_r} , и силы тяжести воздуха G_c всего смерча можно использовать аналогичный подход, приняв также $C_{y_c} = 0,5$. Тогда в формуле (1) $S = 2r_r H_c$ и соотношение (3) будет несколько иным в зависимости от величины радиуса глаза бури r_r , который связан с r_c . Если принять отношение $\frac{r_r}{r_c}$ равным 0,5; 0,4; 0,3 или 0,2, то после подстановки в соотношение (3) справа перед $\frac{r_c}{\omega^2}$ получится другой коэффициент. Он соответственно будет равен 246; 385; 555 или 1268.

При построении графика, аналогичного представленному на рис. 1 в логарифмических шкалах, такие же 3 изолинии F_{y_r} будут сдвинуты вверх параллельно изолиниям F_{y_c} на логарифм этих чисел, т. е. соответственно на 2,39; 2,58; 2,74 или на 3,1. Так, изолиния 1 для F_{y_r} на рис. 1 будет начинаться не от 4, а от 6 или 7, а 2 и 3 будут сдвинуты еще меньше.

Таким образом, для оценки соизмеримости F_{y_r} и G_c можно пользоваться в первом приближении тем же графиком, что и для F_{y_c} .

Очевидно, F_{y_c} и F_{y_r} не всегда будут направлены в одну сторону. Видимо, этим объясняются факты интенсивной подвижности тела смерча под облаком. Если под ним поле внешних потоков можно считать кратковременно (хотя бы в течение нескольких минут) постоянным, то любой изгиб тела смерча приводит к деформации канала глаза бури и изменению C_{y_r} , а следовательно, к изменению F_{y_r} как по величине, так и по направлению. Получается, что последняя обладает большей изменчивостью, чем F_{y_c} .

Таким образом, аэродинамическая сила, возникающая при обтекании смерча внешними вертикальными воздушными потоками и за счет внутренних нисходящих потоков в глазе бури, по величине может быть соизмерима с силой тяжести воздуха в смерче и даже больше последней. Поэтому ее необходимо учитывать при определении направления перемещения смерча.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атлас аэродинамических характеристик профилей крыльев, испытанных в трубе Т-1 ЦАГИ.— Тр. ЦАГИ, 1935, вып. 193.— 80 с.
2. Борисенко М. М. Торнадо, смерчи, тромбы.— Человек и стихия, 1986, с. 69—70.
3. Будилина Е. Н., Прох Л. З., Снитковский А. И. Смерчи и шквалы умеренных широт.— Л.: Гидрометеоздат, 1976.— 32 с.
4. Буз А. И. Тромб на востоке Литвы.— Тр. ОЛГМЦ, 1985, вып. 271, с. 92—101.
5. Васильев А. А., Песков Б. Е., Снитковский А. И. Смерчи 9 июня 1984 г.— Л.: Гидрометеоздат, 1985.— 40 с.
6. Васильев С. А. О циркуляции в зоне конвективного облака.— Тр. ГГО, 1983, вып. 469, с. 107—114.
7. Джонсон Т. Сноу. Торнадо.— В мире науки, 1984, № 6, с. 44—55.
8. Жуковский Н. Е. Полн. собр. соч. Лекции, вып. 1. Теоретические основы воздухоплавания. Ч. 1. М., ОНТИ, 1938.— 1345 с.
9. Наливкин Д. В. Ураганы, бури и смерчи.— Л.: Наука, 1969.— 488 с.
10. Оболенский В. Н. Метеорология, ч. I, Л.: Гидрометеоздат, 1938.— 640 с.
11. Шулейкин В. В. Расчет развития, движения и затухания тропических ураганов и главных волн, создаваемых ураганами.— Л.: Гидрометеоздат, 1978.— 96 с.

УДК 551.509.322 : 629.73

Л. Ю. БЕЛОУСОВА (ОЛАГА)

ВЛИЯНИЕ СДВИГА ВЕТРА И ГЛУБОКИХ ИНВЕРСИЙ НА ВЗЛЕТ И ПОСАДКУ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

Сильные сдвиги ветра оказывают существенное влияние на взлетно-посадочные характеристики воздушных судов, усложняют взлет и посадку, а в некоторых случаях делают их невозможными. Влияние сдвига ветра может усугубляться наличием приземной инверсии. В настоящей статье сделана попытка оценки совместного влияния сдвига ветра и инверсий на полет воздушного судна при взлете и посадке.

Для оценки влияния сдвига ветра на тягу двигателя самолета Ан-12 использовалось уравнение движения самолета по глиссаде снижения [1]

$$m \frac{dv}{dt} = P - Q + G \sin \theta, \quad (1)$$

где m — масса самолета; dv/dt — изменение воздушной скорости; P — тяга двигателя; Q — лобовое сопротивление; G — вес самолета; θ — угол наклона глиссады.

Так как $\theta = \text{const}$ и $G \sin \theta = \text{const}$, получим, что

$$m \frac{dv}{dt} = \Delta P,$$

или, учитывая, что $dv/dt = \frac{\beta v_{\text{ср}}}{\Delta h}$,

$$\Delta P = m \frac{\beta v_{\text{ср}}}{\Delta h} \quad (2)$$

где ΔP — изменение тяги двигателей, необходимое для удержания самолета на глиссаде; β — величина вертикального сдвига ветра; $v_{\text{ср}}$ — средняя вертикальная скорость самолета по глиссаде; Δh — толщина рассматриваемого слоя.

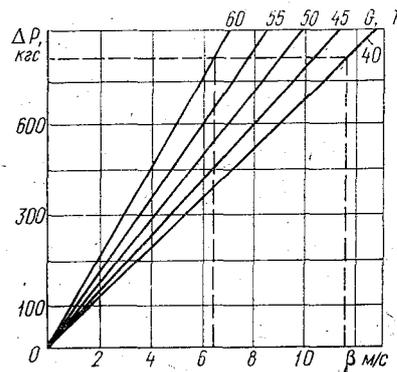


Рис. 1. Номограмма для определения необходимого прироста тяги двигателя для сохранения заданной траектории снижения (набора) в зависимости от величины вертикального сдвига ветра.

На рис. 1 представлена номограмма для определения изменения тяги двигателя при различных значениях величины сдвига ветра, построенная с использованием уравнения (2). Используя предложенную номограмму, экипаж может определить, насколько требуется изменить режим работы двигателей, чтобы парировать сдвиг ветра, не давая самолету уйти с глиссады, при условии, что величина и знак сдвига ветра известны. Из рис. 1 также видно, что самолет Ан-12 с высоты 30 м при посадке может парировать достаточно большие сдвиги ветра.

Величина сдвига ветра, представляющего опасность для воздушного судна, при посадке различна и зависит от полетного веса. Чем больше полетный вес, тем меньше опасная величина сдвига ветра. Для самолета Ан-12 диапазон опасных сдвигов ветра составляет 6—12 м/с (рис. 1). Очевидно, для разных типов самолетов эта величина будет различной. На взлете даже незначительные сдвиги ветра могут представить реальную опасность для воздушного судна, так как взлет осуществляется при максимальном полетном весе и на максимальных режимах работы двигателей.

В практике метеорологического обеспечения полетов наблюдения за сдвигами ветра отсутствуют. Для определения их величины в зоне взлета и посадки по имеющимся наблюдениям за характеристиками ветра у земли и на высотах можно использо-

вать номограмму (рис. 2), построенную исходя из известной зависимости

$$\beta = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + 2u_2 \cos \alpha},$$

где u_1, u_2 — скорость ветра в двух точках пространства; α — угол между направлениями ветра.

Используя номограмму, можно определять как вертикальный, так и горизонтальный сдвиги ветра. При этом следует иметь

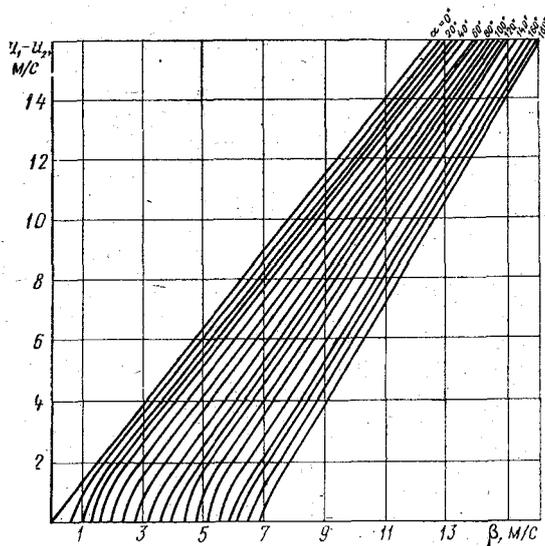


Рис. 2. Номограмма для определения сдвига ветра по данным наблюдений за ветром у земли и по высотам при $u_1 = 5$ м/с.

ввиду, что с точки зрения воздействия сдвига ветра на воздушное судно при определении его величины необходимо использовать продольные по отношению к ВПП и глиссаде составляющие скорости ветра, если на исходном уровне направление ветра не совпадает с направлением ВПП.

Влияние температуры воздуха на тягу двигателя принято оценивать по формуле (3):

$$P_H = P_0 \Delta \frac{T_0}{T_H},$$

где P_H — тяга двигателя на высоте полета; P_0 — тяга двигателя у поверхности земли; Δ — относительная плотность воздуха; T_0 и T_H — температура воздуха у поверхности земли и на высоте.

Как видно из выражения (3), с повышением высоты расположения аэродрома, уменьшением плотности воздуха, повышением температуры уменьшается тяга двигателя и ухудшаются

взлетные характеристики самолета. Величина уменьшения тяги двигателя АИ-20 при увеличении температуры наружного воздуха на 1° по сравнению со стандартной составляет примерно 9 кгс, при повышении высоты аэродрома на 100 м — 6—8 кгс.

Величина изменения тяги двигателя зависит также от вертикального градиента температуры и мощности инверсии. На рис. 3 представлен график зависимости тяги двигателя АИ-20 от величины вертикального градиента температуры в инверсии мощностью 500 м для различных температур воздуха у земли. Видно,

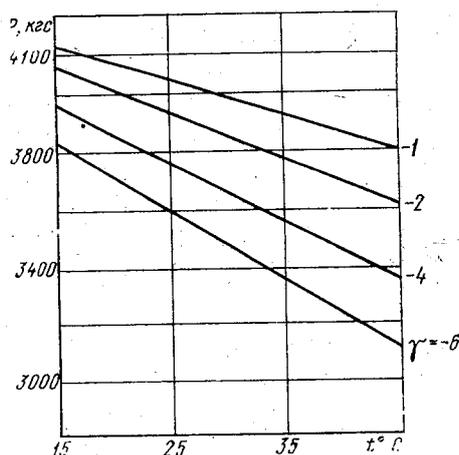


Рис. 3. График зависимости тяги двигателя АИ-20 от глубины инверсии и температуры воздуха у поверхности земли.

что чем больше температура наружного воздуха и величина вертикального градиента температуры, тем большую опасность для воздушного судна представляет инверсия. Так, например, падение тяги двигателя при температуре воздуха $35\text{—}40^\circ$ и $\gamma = -4$ в инверсии мощностью 500 м равносильно отказу одного двигателя. И хотя такие инверсии в реальных условиях встречаются крайне редко, не следует недооценивать степени опасности инверсий в целом.

При наличии сдвига ветра, который, как правило, имеет место на верхней границе инверсии, последний может вызвать дополнительное падение тяги двигателя. В этом случае опасные ситуации могут создаваться при меньших градиентах температуры в инверсии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусова Л. Ю., Кравченко В. Г. Вертикальный сдвиг ветра в приемном слое атмосферы и влияния его на взлет и посадку самолета. В кн.: Вопросы совершенствования метеобеспечения безопасности полетов. Л., изд. ОЛАГА, 1980, с. 56—61.
2. Бехтер П. Т. Практическая аэродинамика самолета Ан-12.— М.: Машиностроение, 1976.
3. Баранов А. М., Солонин С. В. Авиационная метеорология.— Л.: Гидрометиздат, 1981, с. 44—48.

**ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА НЕАДИАБАТИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ
К ОПРЕДЕЛЕНИЮ УСЛОВИЙ ФОРМИРОВАНИЯ
КОНВЕКТИВНОЙ ОБЛАЧНОСТИ И ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЮ
ЕЕ МОЩНОСТИ**

Научная и практическая важность определения вертикальной мощности конвективных облаков несомненна. Прогностическая оценка положения верхней границы облачности существенна для определения условий деятельности авиации. Особое значение проблема приобретает в связи с тем, что возможность достижения верхней границей достаточно большой высоты в той или иной форме входит как важнейшее критериальное условие возникновения ливневых осадков и грозообразования в большинство распространенных методов прогноза. Наконец, задача привлекает значительный интерес и в связи с тем, что решение ее связано с использованием основных концепций термодинамики атмосферы и диктует их пересмотр с точки зрения новых представлений [2].

Для определения высоты верхней границы до сих пор используют представления адиабатической модели конвекции, основу которой составляет следующее допущение [1, 3]: частицы облачного воздуха поднимаются от уровня конденсации без тепло- и влагообмена с окружающей средой. Поэтому состояние частицы меняется по адиабатическому закону и кривой состояния является псевдоадиабата, проходящая через точку конденсации воздуха. Следствием этого является то, что характеристики окружающей облако воздушной среды не меняются при всплывании облачного воздуха, то есть кривая стратификации и кривая влажности оказываются невозмущенными процессом конвекции. Обычно такой подход называют методом частицы. Так как основу его составляет условие адиабатичности всплывания облачной частицы, то, чтобы отличить его от рассматриваемой здесь новой концепции, будем называть его **методом адиабатической частицы**. В нем положение верхней границы определяется точкой пересечения псевдоадиабаты, проходящей через точку конденсации, и кривой стратификации. Однако общепризнано, что в большинстве случаев рассчитанное таким путем положение верхней границы значительно превышает фактическую максимальную высоту вершин конвективных облаков [4].

Гораздо более близкие к действительности результаты получаются, если отказаться от условия адиабатичности и допустить тепло- и массообмен между всплывающим облачным воздухом и окружающей средой, характеристики которой оказывают существенное влияние на ход процесса. Такой подход будем впредь называть **методом неадиабатической частицы**.

1. Метод неадиабатической частицы [2]

1.1. Изменение энтальпии облачной частицы при ее поднятии

Примем за вертикальную координату величину $y = p_k - p$, то есть уменьшение давления p , отсчитываемое от давления p_k на уровне конденсации. Элементарное перемещение вверх частицы облачного воздуха будем представлять складывающимся из двух этапов: 1) адиабатического поднятия на расстояние dy , при котором масса m частицы не меняется; 2) последующего изобарического перемешивания с массой dm вовлеченного воздуха. Пусть h — удельная энтальпия облачного воздуха, \bar{h} — удельная энтальпия наружного воздуха (среды). В соответствии со сказанным

$$d(mh) = d_a(mh) + \bar{h} dm$$

или

$$-\frac{dh}{dy} = \left(-\frac{dh}{dy}\right)_a + \varepsilon(h - \bar{h}). \quad (1)$$

Здесь a указывает на адиабатичность поднятия. Величина $\varepsilon = \frac{1}{m} \frac{dm}{dy}$, характеризующая интенсивность вовлечения, в дальнейшем будет называться показателем вовлечения. Он представляет собой относительный прирост массы облачной частицы при ее поднятии на расстояние, соответствующее уменьшению давления на единицу. Равенство (1) говорит, что при поднятии на единицу давления значение h убывает на величину его уменьшения при адиабатическом поднятии и на величину энтальпии, от данную массе ε наружного воздуха, который присоединился к единице массы облачного.

1.2. Изменение эквивалентной температуры

Удельная энтальпия воздуха определяется с точностью до аддитивной постоянной выражением $h = c_p T + Lq$, где c_p — удельная теплоемкость воздуха; T — температура; L — теплота испарения; q — массовая доля водяного пара.

Представив себе процесс, при котором вся масса q пара оказывается сконденсированной, а выделившееся тепло конденсации пошло на нагревание сухого воздуха, получаем сухой воздух с эквивалентной температурой T_e . Так как при этом энтальпия воздуха не меняется, то $c_p T + Lq = c_p T_e$, то есть эквивалентная температура $T_e = T + \frac{L}{c_p} q$ однозначно определяет собой удельную энтальпию воздуха.

Введя в (1) выражения $h = c_p T_e$, $\bar{h} = c_p \bar{T}_e$, где черта над буквой относит соответствующую величину к характеристикам наружного воздуха, имеем

$$-\frac{dT_e}{dy} = \left(-\frac{dT_e}{dy}\right)_a + \varepsilon(T_e - \bar{T}_e). \quad (2)$$

1.3. Температурная и влажностная стратификация среды при неадиабатическом поднятии облачного воздуха

В неадиабатической модели конвекции восходящее движение облачного воздуха сопровождается не только вовлечением в него наружного воздуха, но и обратным процессом — растворением периферийной части облака в прилежащем к ней слое внеоблачной среды. Этот процесс особенно интенсивен вокруг вершины облака ввиду большой ее поверхности, наличия выпуклостей и неровностей. Картина развития конвективного облака представляется в следующем виде. Первичный облачный термик полностью растворяется в среде. Благодаря испарению его капель температура в этом месте понижается. Здесь образуется вышележащий слой инверсии и большая неустойчивость ниже уровня конденсации, способствующая затягиванию сюда последующих и соседних термиков. Попав в эту зону, они продолжают процесс испарения капель, и, наконец, достигается состояние насыщения при температуре, близкой к температуре T_w смоченного термометра этой части атмосферного столба. Теперь термики получают возможность стабилизироваться под слоем инверсии. Так образуется первичное кучевое облако. Неровности на поверхности его верхней части проникают в слой инверсии, испаряются в нем, разрушают инверсию и приближают воздух в этом слое к состоянию насыщения при его температуре смоченного термометра. Одновременно облачный воздух получает возможность подняться на более высокий уровень и стабилизироваться здесь. Таким представляется процесс вертикального развития облака.

При всей схематичности этой картины можно считать, что **вершина облака формируется в результате всплывания облачного воздуха в насыщенной среде, температурная стратификация которой определяется кривой вертикального распределения температуры смоченного термометра наружного воздуха.** Самолетные измерения температуры вблизи облачных вершин обнаруживают, что температура здесь близка к T_w , а над вершинами имеет место температурная инверсия, что говорит в пользу этих представлений.

Далее температура смоченного термометра получается как температура, при которой воздух достигает насыщения в результате изобарического испарения в него капель воды, при котором тепло испарения берется за счет охлаждения воздуха. Очевидно, что процесс перехода к T_w является изэнтальпическим: в выражении удельной энтальпии $h = c_p T + Lq$ уменьшение первого слагаемого компенсируется возрастанием второго. Переход к эквивалентной температуре происходит путем изобарической конденсации всего пара также изэнтальпическим путем. В конечном счете имеем два выражения удельной энтальпии: $c_p T_w + LQ(T_w) = c_p T_e$, где $Q(T_w)$ — массовая доля водяного пара воздуха, насыщенного

при температуре T_w . Из этого равенства следует $T_e = T_w + \frac{L}{c_p} \times Q(T_w)$, то есть эквивалентная температура T_e однозначно свя-

зана с температурой T_w смоченного термометра (при данном давлении). Это значит, что распределение температуры смоченного термометра внеоблачной среды можно характеризовать кривой распределения эквивалентной температуры T_e наружного воздуха.

2. Определение высоты верхней границы конвективной облачности

2.1. Принцип решения задачи

Итак, при поднятии частицы облачного воздуха ее температура меняется по неадиабатической кривой состояния, определяемой расширением воздуха и его перемешиванием с вовлеченным воздухом среды, более холодным и ненасыщенным. Состояние окружающей среды характеризуется кривой распределения температуры смоченного термометра. В точке встречи обеих кривых облачный воздух оказывается окруженным насыщенным воздухом среды, имеющим ту же температуру. В этих условиях испарения капель в среду при растворении в ней облачного воздуха произойти не может, понижение температуры среды не имеет места, ускорение конвекции обращается в нуль, хотя возможно дальнейшее инерционное поднятие облачного воздуха. Как показано в [2], в большинстве случаев такое поднятие оказывается незначительным, и им можно пренебречь. Таким образом, вблизи точки встречи кривых T и T_w имеет место формирование верхней границы облачности. Очевидно, что в этой точке происходит выравнивание удельных энтальпий облачного воздуха и воздуха среды, которые можно характеризовать с помощью значений эквивалентной температуры. Поэтому уровень верхней границы облачности определяется точкой пересечения кривой изменения T_e облачного воздуха с кривой распределения T_e в окружающей облако воздушной среде.

2.2. Моделирование распределения T_e

Рассмотрение результатов зондирования атмосферы показывает, что в большинстве случаев конвективной облачности кривая распределения температуры T_w смоченного термометра имеет следующие особенности. От точки конденсации K до некоторого уровня P T_w падает с высотой быстрее, чем по влажно-адиабатическому закону, то есть кривая распределения T_w идет более полого, чем псевдоадиабаты. Такой слой называют потенциально неустойчивым. Выше уровня P кривая T_w идет более круто, чем псевдоадиабаты. В этом случае слой называется потенциально устойчивым. Высоту, определяемую точкой P , где происходит переход от первого слоя ко второму, будем называть **уровнем перехода**.

Такому распределению T_w соответствует характерный вид распределения T_e . Для понимания этого полезно напомнить понятие

псевдоэквивалентной температуры T_{pe} , которая получается, если из исходной точки подняться по сухой адиабате до достижения насыщения, затем по псевдоадиабате — до конденсации всего пара, после чего опуститься по сухой адиабате до исходного уровня. В противоположность T_e , где сообщение тепла конденсации производится при постоянном давлении, в случае T_{pe} оно происходит при меняющемся давлении и сопровождается совершением над воздухом дополнительной работы сжатия. В результате этого всегда $T_{pe} > T_e$, причем разница может достигать нескольких градусов. Нетрудно заметить, что при псевдоадиабатическом поднятии воздуха T_{pe} убывает по сухой адиабате, а T_e — по линии, близкой к ней. Поэтому допустимо принять, что псевдоадиабатическому распределению T_w соответствует сухоадиабатическое распределение \bar{T}_e . В потенциально неустойчивом слое KP \bar{T}_e убывает с высотой по линии, идущей более полого, чем сухие адиабаты, а в потенциально устойчивом — по линии, идущей круче сухих адиабат.

2.3. Высота верхней границы

Как сказано выше, положение верхней границы конвективной облачности определяется точкой пересечения кривой изменения T_e в поднимающемся воздухе с кривой распределения \bar{T}_e внеоблачной среды. Поставим задачу установления значений y этой точки. С этой целью используем равенство (2), которое представим в следующем виде:

$$\frac{dT_e}{dy} + \epsilon T_e = \left(\frac{dT_e}{dy} \right)_a + \epsilon \bar{T}_e. \quad (3)$$

Интегрируем это линейное дифференциальное уравнение, полагая выполненными следующие упрощающие условия: 1) во всем слое от $y_0 = 0$ до y эквивалентная температура \bar{T}_e наружного воздуха является линейной функцией y , то есть $\bar{T}_e = \bar{T}_{e0} + \frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} y$, где производная $\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y}$ принимается постоянной для рассматриваемого

слоя; 2) величина $\left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a$ во всем слое одинакова и равна среднему значению производной на сухой адиабате; 3) показатель вовлечения ϵ постоянен.

При этих условиях решение дифференциального уравнения (3) имеет вид

$$T_e = \bar{T}_e + \left[(T_{e0} - \bar{T}_{e0}) + \frac{\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a}{\epsilon} \right] e^{-\epsilon y} - \frac{\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a}{\epsilon}$$

или

$$\Delta T_e = \left[\Delta T_{e0} + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a \right) \right] e^{-\varepsilon y} - \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a \right], \quad (4)$$

где $\Delta T_e = T_{e0} - \bar{T}_{e0}$ — разность эквивалентных температур облачного воздуха и среды на нижней границе слоя; $\Delta T = T_e - \bar{T}_e$ — на его верхней границе.

Из (4) получаем значение y , при котором $\Delta T_e = 0$, то есть кривые T_e и \bar{T}_e пересекаются:

$$y = \frac{1}{\varepsilon} \ln \left(1 + \frac{\varepsilon \Delta T_e}{\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a} \right). \quad (5)$$

Отсюда следует, что в потенциально неустойчивом слое, где $\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial z} < \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a$, $y < 0$, то есть пересечения кривых не происходит. Впрочем, это сразу же следует из соотношения (2): по мере приближения к кривой \bar{T}_e ($T_e - \bar{T}_e \rightarrow 0$ и $\frac{\partial T_e}{\partial y} \rightarrow \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a$, так что кривые встретиться не могут. Поэтому, получив значение разности температур ΔT_{e1} на уровне перехода по формуле (4), находим точку встречи кривых в лежащем выше потенциально устойчивом слое:

$$y_2 = \frac{1}{\varepsilon} \ln \left(1 + \frac{\varepsilon \Delta T_{e1}}{\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a} \right). \quad (6)$$

Здесь y_2 — высота точки пересечения кривых над нижней границей слоя, то есть над уровнем перехода; ΔT_{e1} — разность температур на поверхности перехода; производные $\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y}$ и $\left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a$ рассчитаны для потенциально устойчивого слоя. Видно, что, поскольку $\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} > \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a$, в этом слое $y_2 > 0$.

В конечном счете высота y_b верхней границы над уровнем конденсации определяется суммой $y_1 + y_2$.

3. Методика предвычисления поля вертикальной мощности для большой территории

Прогностическая задача формулируется следующим образом: известны результаты аэрологического зондирования атмосферы в утренний срок (03 ч); нужно определить вертикальную мощность конвективной облачности в часы максимального развития

внутримассовой конвекции (15—17 ч). Решение задачи по данным зондирования в одном пункте сопряжено с возможностью значительных ошибок, связанных с погрешностями в исходных данных, упрощениями метода, трансформацией и перемещением воздушной массы. Вероятность ошибок и их величина уменьшаются, если вычислить значения y_b во многих пунктах и построить поле y_b для большой территории. Близость значений y_b в соседних пунктах и плавность их изменения говорят в пользу правильности полученной картины. Вычисления упрощаются и ускоряются, если за основу взяты данные о температуре и влажности атмосферы, снятые с карт барической топографии. Ниже предлагается процедура расчета, складывающаяся из следующих последовательных этапов.

1. С утренних карт АТ-850, АТ-700, АТ-500 и т. д. снимаются значения температуры \bar{T} и массовой доли водяного пара $Q(\bar{T}_d)$ воздуха, вычисляются значения $\bar{T}_e = \bar{T} + 2,5Q(\bar{T}_d)$ для каждого уровня и строится схематизированная кривая распределения \bar{T}_e . Сопоставляя наклон ее участков с ходом сухих адиабат, выделяют уровень перехода y_1 (чаще всего он близок к изобаре 700 гПа).

2. Определяют $\Delta T_{e0} = T_{e0} - \bar{T}_{e0}$ на уровне конденсации, за который во всех случаях принимается поверхность 850 гПа. При этом $T_{e0} = \bar{T}_0 + 2,5Q(\bar{T})$, $\bar{T}_{e0} = \bar{T}_0 + 2,5Q(\bar{T}_d)$, где Q — массовая доля водяного пара, насыщенного при соответствующей температуре.

3. Находят $\Delta T_{e1} = T_{e1} - \bar{T}_{e1}$ на уровне перехода. Этой цели служат следующие соображения. Воспользуемся соотношением (2), интегрируя которое в пределах от 0 до y_1 , имеем

$$T_{e0} - T_{e1} = T_{e0} - T_{ea1} + \varepsilon \int_0^{y_1} (T_e - \bar{T}_e) dy$$

или

$$T_{ea1} - T_{e1} = \varepsilon y_1 (T_e - \bar{T}_e)_{\text{ср}}.$$

Здесь T_{ea1} — температура в точке встречи изобары y_1 с сухой адиабатой, проходящей через точку, соответствующую T_{e0} ; $(T_e - \bar{T}_e)_{\text{ср}}$ — среднее интегральное значение разности в потенциально неустойчивом слое, которое примем равной среднему арифметическому температурных разностей на границах слоя:

$$(T_e - \bar{T}_e)_{\text{ср}} = \frac{\Delta T_{e0} + \Delta T_{e1}}{2}.$$

Далее $T_{ea1} - T_{e1} = \Delta T_{ea1} - \Delta T_{e1}$, где $\Delta T_{ea1} = T_{ea1} - \bar{T}_{e1}$ на уровне y_1 . Теперь.

$$\Delta T_{ea1} - \Delta T_{e1} = \varepsilon y_1 \frac{\Delta T_{e0} + \Delta T_{e1}}{2},$$

откуда

$$\Delta T_{e1} = \frac{\Delta T_{ea1} - \frac{\epsilon}{2} y_1 \Delta T_{e0}}{1 + \frac{\epsilon y_1}{2}}$$

Введем сюда $\epsilon = 1/2 \cdot 10^{-2}$ гПа⁻¹ и значения y' в сотнях гектопаскалей ($\bar{y}' = 100y'$). В результате получим расчетный вид формулы

$$\Delta T_{e1} = \frac{\Delta T_{ea1} - \frac{\bar{y}'}{4} \Delta T_{e0}}{1 + \frac{\bar{y}'}{4}} \quad (7)$$

4. Определяют y_2 , то есть превышение верхней границы над уровнем перехода, для чего используют выражение (6). Оно упрощается, если учесть, что

$$\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial y} - \left(\frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_a = \frac{\Delta T_{e1}}{y'} \quad (8)$$

где y' — превышение точки встречи кривой \bar{T}_e и сухой адиабаты, проходящей через точку, соответствующую T_{e1} . Вводя (8) в (6), получаем $y_1 = \frac{1}{\epsilon} \ln(1 + \epsilon y')$ или в форме, удобной для расчетов,

$$y_2 = 200 \ln \left(1 + \frac{\bar{y}'}{2} \right) \quad (\text{гПа})$$

Здесь \bar{y}' — это значение y' , выраженное в сотнях гектопаскалей. Высоту y_b вершин получают, суммируя y_1 и y_2 .

Значения y_b , полученные выше, дают оценку высоты верхней границы в дневное время для ситуации, при которой перемещение воздушной массы не происходит. В действительности за время от 3 ч до 15—17 ч поле высот переместится, и прогнозист должен учесть этот перенос, что является непростой задачей, так как скорость перемещения характеристик атмосферы оказывается разной на разных уровнях. Как показывает опыт расчетов, наилучшие результаты получаются, если допустить, что перенос поля происходит со скоростью ветра на изобарической поверхности 700 гПа, но вопрос нуждается в продолжении испытаний в различных синоптических ситуациях.

Разумеется, предложенный метод целесообразно реализовать на ЭВМ.

Выводы

1. Метод неадиабатической частицы дает возможность определить высоту верхней границы конвективной облачности с учетом вовлечения в облако наружного воздуха и растворения части облака в окружающей его атмосфере.

2. В вертикальном развитии конвективного облака определяющую роль играет не температурная стратификация атмосферы, а вертикальное распределение удельной энтальпии, выражающееся в кривой изменения эквивалентной температуры.

3. Предложен новый метод предвычисления вертикальной мощности конвективной облачности, учитывающий основные термодинамические факторы облакообразования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. X. Способы расчета и прогноза основных метеорологических характеристик и явлений погоды.— М., изд. МГУ, 1978.— 364 с.
2. Славин И. А. Новые представления о термодинамике конвективных явлений в атмосфере и их приложения к прогнозу.— В сб.: Гидрометеорологическое обеспечение народного хозяйства. Л., изд. ЛПИ, 1982, вып. 78, с. 51—67. (ЛГМИ).
3. Iribarne I. V. and Godson W. L. Atmospheric Thermodynamics. Dordrecht, Boston, London, 1981.
4. Petterssen, Knighting E., James R. W., Herlofson H. Convection on theory and practice. Geoph. Publ.— V. 16, N 10.— 1946.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<i>Р. П. Репинская.</i> Использование гидродинамических прогнозов для оценки приземной температуры воздуха и ее экстремальных значений	5
<i>Н. А. Лавров.</i> Прогноз гроз методом последовательного графоаналитического дискриминантного анализа с использованием результатов численного прогноза	13
<i>И. Н. Русин, Е. А. Тутушкина.</i> Возможность оперативного предсказания качества краткосрочных численных прогнозов	19
<i>Ю. Б. Онанашвили.</i> Об оценке эффективности специализированных прогнозов	29
<i>Л. А. Хандожко, В. В. Вдовин.</i> О выборе градаций влияющей метеорологической величины при построении функций потерь	37
<i>А. А. Макоско, Б. Д. Панин.</i> Вычислительные аспекты реализации численного метода задания граничных условий	42
<i>И. В. Михалев, Л. О. Неелова, Э. Л. Подольская.</i> Радиационно-конвективное приспособление с учетом суточного и сезонного хода инсоляции для моделей численного прогноза	49
<i>В. В. Клемин.</i> О точности измерений точки росы, используемых в гидрометеорологическом прогнозе	59
<i>И. В. Царицын.</i> Вопросы использования вариационных методов в задачах усвоения метеорологической информации	66
<i>И. Н. Русин.</i> Численное дифференцирование метеорологических полей, полученных в коде GRID	73
<i>В. Д. Тудрий, Н. В. Колобов.</i> О взаимосвязи циклонических процессов в районах Сибири и Дальнего Востока с цикличностью в других районах северного полушария	80
<i>К. В. Кондратович, А. Намхай.</i> Синоптико-статистический метод прогноза средней месячной температур воздуха и месячных сумм осадков для территории МНР в теплое полугодие	84
<i>В. И. Воробьев.</i> Вклад многослойной фронтальной облачности в сезонные поля среднего количества общей облачности над северным полушарием	95
<i>Л. П. Антипова.</i> Распределение кучево-дождевых облаков над территорией Европы	106
<i>В. М. Радикевич.</i> Связь поля давления и ветра вблизи экватора	112
<i>В. С. Антонов, В. И. Орленко.</i> К вопросу орографического циклогенеза в Украинских Карпатах	124
<i>Г. И. Мазуров.</i> Оценка роли аэродинамических сил в перемещении смерчей	129
<i>Л. Ю. Белоусова.</i> Влияние сдвига ветра и глубоких инверсий на взлет и посадку воздушных судов	134
<i>И. А. Славин.</i> Приложение метода неадиабатической частицы к определению условий формирования конвективной облачности и предвычислению ее мощности	138

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Межвузовский сборник научных трудов, вып. 97.

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ

Редактор О. С. Крайнова

Сдано в набор 17.04.87. Подписано в печать 17.11.87. М-20618. Формат бумаги 90×60¹/₁₆. Бум. тип. № 2. Лит. гарн. Печать высокая. Печ. л. 9,5. Уч.-изд. л. 9,7. Темплан 1987 г. поз. 265. Зак. 253. Тираж 400 экз. Цена 1 р. 50 к.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
190000, г. Ленинград. Прачечный переулок, 6.