

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

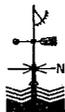
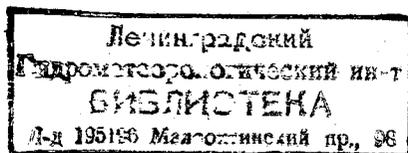
ТРУДЫ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ
им. А. И. ВОЕЙКОВА

Выпуск

397

ПРИМЕНЕНИЕ
СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В МЕТЕОРОЛОГИИ

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук Л. С. ГАНДИНА
д-ра физ.-мат. наук Р. Л. КАГАНА



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ ЛЕНИНГРАД 1977

295663

Сборник посвящен изучению данных о статистической структуре временных рядов и полей метеорологических элементов, а также различным их приложениям. Рассматриваются приложения методов теории выбросов и статистического моделирования и интерпретации метеорологической информации. В связи с проблемой четырехмерного анализа исследуются пути и возможности согласования различных видов информации.

Сборник рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов метеорологических и родственных специальностей.

The book is devoted to the investigation and application of the statistical structure of the time series and spatial fields of the meteorological elements. The possibilities of statistical overshoots theory and statistical simulation methods as well as methods of statistical interpretation of meteorological information are treated. In connection with the problem of four-dimensional assimilation of the meteorological data the ways and the possibilities of coordination of various information sources are investigated.

The book is intended for researchers, post graduates and students of meteorology and related fields.

Р. Л. Каган

О ТОЧНОСТИ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБРОСОВ СРЕДНЕЙ СУТОЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

1. В работах [3—5, 9] предложена методика косвенного расчета характеристик выбросов рядов средней суточной температуры воздуха (периодов непрерывного пребывания температуры выше или ниже заданного уровня), основанная на применении специфической вероятностной модели этих рядов, параметры которой получаются по данным, содержащимся в «Справочнике по климату СССР» [8]. Используя эту методику, Е. И. Федорченко [10] выполнила массовые расчеты среднего числа и средней продолжительности выбросов средней суточной температуры через все уровни, кратные 5°C , во все месяцы года для нескольких сот станций, расположенных на территории СССР. Большой объем данных, полученных в результате этих расчетов и представляющих значительный практический интерес, мог быть представлен в [10] лишь в виде отдельных иллюстраций. В настоящее время ведется подготовка к изданию этих материалов в виде дополнения к справочнику [8]. В связи с этим является актуальным вопрос о возможной точности расчетных характеристик выбросов температуры воздуха. Некоторые аспекты этого вопроса рассматривались в [1, 3, 4] главным образом применительно к среднему числу выбросов. Ниже мы попытаемся рассмотреть его более систематически.

Упомянутая вероятностная модель исходит из того, что как одномерное распределение средней температуры для отдельных суток, так и двумерные распределения ее для различных суток сравнительно мало отличаются от гауссовского и могут быть описаны в виде разложения в ряд Грама-Шарлье. При этом основной вклад в характеристики выбросов дается соответствующими формулами для гауссовского распределения, а учет отклонений от него, существенный для определенных районов или сезонов года, дается поправкой на асимметрию ряда [9].

Возможные погрешности расчетных величин могут определяться тремя факторами. Во-первых, принятая модель лишь приближенно описывает истинное распределение средней суточной температуры.

Во-вторых, и в рамках этой модели имеется неопределенность, связанная с неточностью входящих в нее параметров распределения. В-третьих, имеют место ошибки за счет использования при массовых расчетах, вместо точных аналитических, приближенных формул.

Строгая оценка погрешностей за счет всех этих факторов является затруднительной. Наиболее простой оказывается оценка точности приближенных формул. Как показано в [4], в том диапазоне уровней и коэффициентов корреляции между соседними членами ряда, который интересует нас применительно к средней суточной температуре, они приводят к погрешности в определении вероятности выброса не более 5%.

Некоторые ориентировочные оценки возможного вклада погрешностей определения различных параметров в ошибку определения среднего числа выбросов можно получить исходя из формул определения вероятности выброса гауссовской последовательности [4]. Дифференцируя эти формулы по входящим в них параметрам, можно получить:

$$\begin{aligned}\Delta p_m(c) &\approx \frac{\partial p_r(c, r)}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial m} \Delta m = -\frac{\partial p_r(c, r)}{\partial c} \frac{\Delta m}{\sigma}; \\ \Delta p_\sigma(c) &\approx \frac{\partial p_r(c, r)}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial \sigma} \Delta \sigma = -\frac{\partial p_r(c, r)}{\partial c} c \frac{\Delta \sigma}{\sigma}; \\ \Delta p_r(c) &\approx \frac{\partial p_r(c, r)}{\partial r} \Delta r.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь m — математическое ожидание (норма), а σ — среднее квадратическое отклонение рассматриваемой величины, r — коэффициент корреляции между соседними членами ряда; Δm , $\Delta \sigma$ и Δr — погрешности определения этих параметров; Δp_m , Δp_σ и Δp_r — ошибки определения вероятности выброса за счет этих погрешностей; $c = \frac{C-m}{\sigma}$ — относительный уровень, C — абсолютный уровень, выбросы через который определяются, $p_r(c, r)$ — вероятность выброса стационарной гауссовской последовательности, отличающаяся от среднего числа выбросов на реализации лишь постоянным множителем.

Для входящих в (1) производных нетрудно получить:

$$\frac{\partial p_r(c, r)}{\partial c} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{c^2}{2}\right) \left\{1 - 2\Phi\left(c\sqrt{\frac{1-r}{1+r}}\right)\right\}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p_r(c, r)}{\partial r} = -\frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} \exp\left(-\frac{c^2}{1+r}\right), \quad (3)$$

где

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (4)$$

— интеграл вероятностей.

Из структуры формул (1) — (3) видно, что при заданных Δt и $\Delta \sigma$ погрешности Δp_m и Δp_σ возрастают по абсолютной величине с увеличением относительного уровня c , достигают максимума при некоторых значениях уровня, после чего начинают убывать. Погрешности Δp_r монотонно убывают с возрастанием уровня. Наибольший интерес однако представляют относительные погрешности этих величин. Некоторое представление о них дает табл. 1, в которой приведены оценки относительных средних квадратических погрешностей определения вероятности выброса для некоторых значений относительного уровня c с помощью формул (1) — (3) при задании харак-

Таблица 1

Оценки относительных средних квадратических погрешностей (%) вероятности выброса (или среднего числа выбросов на реализации) за счет ошибок задания параметров распределения ($r = 0,8$; объем выборки — 25 лет)

c	$\frac{\sigma_{p_m}}{p}$	$\frac{\sigma_{p_\sigma}}{p}$	$\frac{\sigma_{p_r}}{p}$	$\frac{\sigma_{p_A}}{p}$
	0	0	0	8
0,5	4	2	8	2
1,0	10	6	7	1
1,5	16	14	7	3
2,0	21	25	7	13
2,5	26	39	6	30
3,0	31	56	5	58

Таблица 2

Оценки средних квадратических погрешностей (%) непосредственного расчета среднего числа выбросов средней суточной температуры в месячной совокупности при разном объеме исходных данных

c	$\bar{N}(c)$	σ_N	Число лет, по которому определяется $\bar{N}(c)$		
			число выбросов в месяц		
			25	60	100
0	3,06	1,46	9	6	5
0,5	2,70	1,46	11	7	5
1,0	1,83	1,45	16	10	8
1,5	0,96	1,05	21	13	10
2,0	0,39	0,65	33	22	17
2,5	0,12	0,42	70	45	35
3,0	0,03	0,27	180	116	90

терного для средней суточной температуры коэффициента корреляции $r = 0,8$. При этом предполагается, что параметры распределения оценены по данным о повторяемости за 25 лет и характеризуются приводящимися в [5] погрешностями

$$\frac{\sigma_m}{\sigma} = 0,10; \quad \frac{\sigma_\sigma}{\sigma} = 0,05; \quad \frac{\sigma_{\sigma^2}}{\sigma^2} = 0,06; \quad \sigma_r = 0,03. \quad (5)$$

В табл. 1 приводятся также оценки возможного влияния погрешности в определении коэффициента асимметрии A . Они получены путем использования следующей из [9] формулы

$$\sigma_{p_A} / p = \sigma_A \psi_A(c, c, r), \quad (6)$$

где ψ_A — табулированная в [9] функция, а σ_A при рассмотренном объеме данных может быть принята равной 0,15 (см. [5]).

Из табл. 1 видно, что для уровней, близких к норме, основной вклад в погрешность определения вероятности выбросов, и следовательно среднего числа выбросов и других их характеристик, вносит ошибка определения коэффициента корреляции. Однако она сравнительно невелика и общая погрешность вряд ли превышает 10%. Для уровней, далеко отстоящих от нормы, основной вклад в погрешность вносят ошибки определения моментов m , σ и A . При этом, чем выше порядок момента, тем к большим погрешностям приводят выборочные погрешности его определения.

Таблица 1 характеризует вклады ошибок различных параметров в определение вероятности выброса. Совокупная ошибка, разумеется, не может быть получена их механическим сложением. Для ее корректной оценки необходимо иметь представление о возможной корреляции ошибок Δm , $\Delta \sigma$, Δr и ΔA . Пока мы такими данными не располагаем. Можно, однако, утверждать, что средняя квадратическая погрешность определения среднего числа выбросов в рамках рассматриваемой модели при задании параметров распределения, полученных по данным 25-летних рядов наблюдений, составляет около 10% для уровней, близких к норме, около 20—30% для уровней, отстоящих от нормы на $1,5 \div 2,0 \sigma$ и достигает 100% и более для уровней, отстоящих от нормы на 3σ и более. В пределы этих ошибок укладываются и погрешности за счет возможной неадекватности принятой статистической модели, не говоря уже об ошибках аппроксимации расчетных формул.

В свете приведенных оценок погрешностей расчетного метода определения среднего числа выбросов представляет интерес выяснить, с какой точностью возможен их непосредственный расчет при наличии фактических данных наблюдений за температурой. В этом случае мы избавляемся от необходимости каких-либо допущений о статистической модели, которой должны удовлетворять температурные ряды, или от задания значений параметров распределения. Мы получаем непосредственно нужные характеристики, в данном случае — среднее число выбросов. Однако эти величины, полученные путем обработки ограниченного объема, также содержат в себе выборочные погрешности. Некоторые данные, относящиеся к оценке этих погрешностей, приводятся в табл. 2. Они получены путем использования формулы

$$\sigma_{\bar{N}} = \frac{\sigma_N}{\sqrt{n}}, \quad (7)$$

где n — число реализаций (лет), использованных при расчете числа выбросов средней суточной температуры по месячным реализациям; σ_N — среднее квадратическое отклонение числа выбросов на реализации. Зависимости этой величины от уровня, полученные путем непосредственной обработки температурных рядов [3] и путем статистического моделирования этих рядов на ЭВМ [1, 6], хорошо согласуются друг с другом.

Сравнение данных табл. 1 и 2 показывает, что при одной и той же длине исходного ряда (25 лет) точность определения среднего

числа выбросов расчетным методом не уступает возможной точности непосредственного их подсчета. Более того, есть основания утверждать, что для высоких уровней расчетный метод обеспечивает большую точность. Это связано с тем, что при непосредственном подсчете числа выбросов через высокие уровни мы пользуемся эмпирическими данными малой вероятности, расчетный же метод учитывает особенности всей кривой распределения, которые отражены в принятой статистической модели и опираются на гораздо больший объем исходных данных.

2. Из других характеристик выбросов наиболее важной представляется их средняя продолжительность. В случае стационарного ряда она может быть определена по формулам

$$\begin{aligned}\bar{T}^{\uparrow}(c) &= \frac{1 - G(c)}{p(c)} = \frac{M - \bar{L}}{\bar{N}(c)}, \\ \bar{T}^{\downarrow}(c) &= \frac{G(c)}{p(c)} = \frac{\bar{L}}{\bar{N}(c)}\end{aligned}\quad (8)$$

для средней продолжительности выбросов вверх и вниз соответственно. Здесь $G(c)$ — значение функции распределения исследуемой величины для уровня c , \bar{N} — среднее число выбросов на реализации из M членов, \bar{L} — среднее число членов реализации, не превышающих уровень c .

Точность определения средней продолжительности выбросов по формулам (8) зависит как от точности определения среднего числа выбросов и средней общей продолжительности, так и от корреляции соответствующих выборочных погрешностей. Для оценки ее можно воспользоваться приближенной формулой

$$\frac{\sigma_{\bar{T}}}{\bar{T}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\bar{L}}}{\bar{L}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}}\right)^2 - 2\left(\frac{\sigma_{\bar{L}}}{\bar{L}}\right)\left(\frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}}\right)r_{LN}}, \quad (9)$$

пригодной при не слишком малых объемах выборки [7].

Некоторые оценки для характеристик выбросов вверх, определяемых по данным наблюдений за 25 лет, приведены на рис. 1. При этом в качестве оценок относительной погрешности среднего числа выбросов $\sigma_{\bar{N}}/\bar{N}$ использовались приведенные в табл. 1 значения σ_p/p , причем для определенности предполагалась независимость погрешностей за счет различных факторов. В качестве оценок погрешностей \bar{L} и коэффициента корреляции между L и N использованы соответствующие величины, полученные в [6] для гауссовского распределения.

Из рис. 1 видно, что для положительных уровней, вследствие высокой корреляции выборочных величин L и N , получаемые как их отношение значения средней продолжительности выбросов \bar{T} оказываются заметно точнее каждой из них в отдельности. Для отрицательных уровней погрешности определения \bar{L} очень малы, и точность расчета средней продолжительности выбросов вверх практически определяется точностью среднего числа выбросов.

Средняя продолжительность выбросов по формуле (8) определяется с учетом того, что некоторые из выбросов за уровень начинаются, но не заканчиваются на реализации, или, наоборот, лишь заканчиваются на ней. При непосредственном расчете по фактическим данным нередко осреднение производится лишь по тем выбросам, которые начинаются и заканчиваются на реализации. Более того, при определении распределения продолжительности выбросов такой подход является единственно возможным. При этом однако

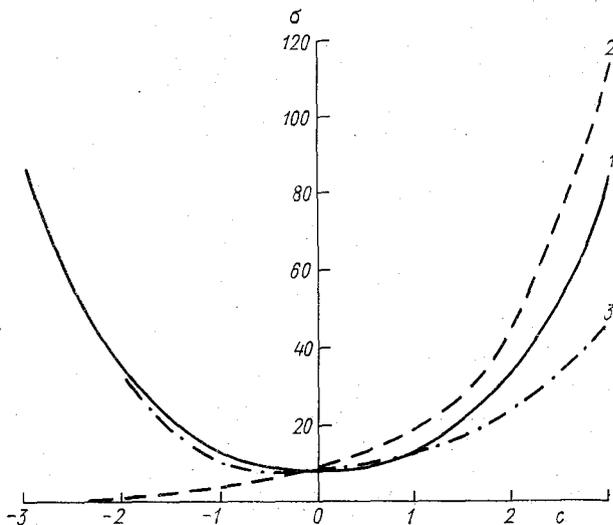


Рис. 1. Относительная средняя квадратическая погрешность $\sigma\%$ определения характеристик средней суточной температуры через уровень c по данным за 25 лет. 1 — среднее число выбросов, 2 — средняя общая продолжительность пребывания выше уровня, 3 — средняя продолжительность выбросов.

необходимо учитывать, что получаемые в результате обработки по реализациям ограниченной длины данные о повторяемости выбросов различной продолжительности являются искаженными.

В самом деле, нетрудно видеть, что из выбросов продолжительностью T , начавшихся на реализации стационарной случайной функции длиной M , закончится лишь $\frac{M-T}{M}$ их часть. Следовательно, при непосредственном расчете доля наиболее продолжительных выбросов существенно занижается. Более того, выбросы с $T \geq M$ не будут зафиксированы вовсе.

Очевидным способом исправления такого искажения является введение в эмпирические повторяемости выбросов различной продолжительности соответствующих поправочных множителей, так что

«исправленные» повторяемости $p'(T)$ выбросов продолжительностью T получаются из исходных $p(T)$ по формуле

$$p'(T) = \frac{p(T)(M - T)}{\sum_T \frac{p(T)}{M - T}}. \quad (10)$$

Формула (10) имеет смысл, разумеется, лишь для тех уровней, для которых вероятностью выбросов продолжительностью M и более можно пренебречь.

В качестве примера в табл. 3 приводятся оценки повторяемости выбросов различной продолжительности для стационарной гауссов-

Таблица 3

Повторяемость (в тысячных долях единицы) выбросов различной продолжительности вверх через уровень c стационарной гауссовской последовательности $M = 30$; $r = 0,8$; $n = 1000$

T	c									
	-1		0		1		2		3	
	p	p'								
1	328	254	364	319	492	466	641	626	857	852
2	162	130	174	157	215	210	209	212	95	99
3	84	70	108	102	103	104	69	70	48	49
4	60	52	73	71	66	69	49	54	0	0
5—6	94	86	106	110	72	80	26	30	0	0
7—9	109	111	84	97	36	45	6	8	0	0
10—14	82	102	67	95	14	21	0	0	0	0
15—19	61	105	20	39	2	5	0	0	0	0
20—29	20	90	4	10	0	0	0	0	0	0
\bar{T}	5,05	7,55	3,81	4,82	2,37	2,61	1,65	1,71	1,18	1,20
σ_T	5,38	7,50	3,83	4,20	2,18	2,51	1,15	1,21	0,50	0,51
T_0	13,8		4,88		2,60		1,76		1,38	

ской последовательности. Оценки $p(T)$ были получены Е. Е. Сибир путем моделирования соответствующих последовательностей на ЭВМ (1000 реализаций по 30 членов при $r=0,8$). Оценки исправленных повторяемостей получены по формуле (10).

Наряду со значениями повторяемостей выбросов, в табл. 3 приведены соответствующие «неисправленные» и «исправленные» средние значения и средние квадратические отклонения продолжительностей выбросов \bar{T} и σ_T , а также точные значения средней продолжительности T_0 (см., например, [2]).

Из табл. 3 видно, что для высоких положительных уровней ($c \geq 2$) повторяемость продолжительных выбросов мала, так что при

реализациях длиной 30 членов (месячные ряды температуры) распределение практически не искажается. Вместе с тем видно, что и само распределение и средняя продолжительность определяются с небольшой точностью. Хотя выборка моделирует 1000 лет наблюдений, в ней имеет место лишь около 30 выбросов через уровень $c=3$. При обработке реальных коротких рядов ошибки будут, конечно, гораздо больше. Для не очень высоких положительных уровней ($0 \leq c \leq 2$), где, с одной стороны, существенна доля выбросов, продолжительность которых сравнима с длиной реализации, а с другой стороны, мала вероятность выбросов продолжительностью больше длины реализации, введение коррекции по формуле (10) оказывается наиболее эффективным. Наконец, для отрицательных уровней, для которых вероятность длинных выбросов оказывается большой, введение коррекции (10) хотя несколько и уточняет результаты, однако они остаются далекими от действительных. В этих условиях точные оценки распределения продолжительностей могут быть получены путем обработки значительно более длинных реализаций. Применительно к температурным рядам это могла бы быть обработка не месячных, а сезонных или даже годовых совокупностей данных.

3. Увеличение длины реализации представляется на первый взгляд очень удобным при расчете характеристик выбросов, поскольку позволяет свести к минимуму проблемы, возникающие в связи с наличием на реализациях «дробных» выбросов. К сожалению, это оказывается затруднительным вследствие нестационарности метеорологических рядов. Нестационарность рядов средней суточной температуры из-за годового хода столь велика, что лишь для трех-четырех месяцев года (центральные месяцы летнего и зимнего сезонов) расчет характеристик выбросов по стационарной схеме для месячной совокупности является допустимым. Для остальных месяцев расчет приходится вести по нестационарной схеме [4]. При этом расчет вероятности выброса производится для каждой пары суток, после чего вероятности складываются. Среднее число выбросов за месяц (или за другой период) характеризуется в целом той же точностью, что и значения, полученные для стационарного ряда. Более того, подстановка их в формулы типа (8) позволяет получить оценку средней продолжительности выбросов. Однако интерпретация этих результатов оказывается затруднительной. В самом деле, на реализациях большой продолжительности изменчивость характеристик выбросов может быть столь большой, что среднее число или средняя продолжительность выбросов окажутся совершенно нехарактерными. Достаточно указать, что для температурных рядов в течение весенних и осенних месяцев отклонения значений m и σ от среднего за месяц могут характеризоваться величинами в 10 раз большими, чем принятые ранее при оценках значения (5).

В нестационарном случае для определения распределения продолжительности и средней продолжительности выбросов, строго говоря, следовало бы отдельно производить обработку выбросов, начало которых приходится на фиксированный член реализаций (на-

пример, отдельно для первого, второго и т. д. числа рассматриваемого месяца). Однако непосредственно по данным наблюдений такое детальное описание получено быть не может, так как для этого требуется очень большой объем исходных данных, на что практически рассчитывать не приходится.

Аналитический расчет характеристик распределений числа выбросов и их продолжительности представляет значительные вычислительные трудности. Наиболее перспективно для этой цели использование метода статистического моделирования [1], который позволяет получить нужные характеристики путем обработки генерируемых на ЭВМ рядов, соответствующих принятой вероятностной модели.

Статистическое моделирование позволяет, в принципе, получить характеристики любой детальности, в том числе для каждого дня года. Практически, однако, это нецелесообразно из-за большой трудоемкости расчетов, связанной с необходимостью моделировать и обрабатывать очень большие объемы данных (см., например, замечания в связи с табл. 3). Более того, даже при возможности получения столь детальных характеристик, они оказались бы совершенно необозримыми и непригодными для практического использования.

В свете сказанного возможным выходом из положения представляется выполнение расчетов лишь для отдельных моментов времени. Применительно к рядам средней суточной температуры удобно выполнять расчеты для центральных дней каждого месяца. При этом очень существенно возможность использовать при расчетах параметры распределения, полученные не путем обработки данных только для этого дня и обладающих большими погрешностями, а путем надлежащей интерполяции с учетом данных не только всего рассматриваемого месяца, но и соседних месяцев. Так, использование предложенной в [5] процедуры восстановления годового хода температуры внутри месяца позволяет получить репрезентативные значения параметров распределения для любого дня месяца, точность которых приближается к точности определения средних месячных значений этих параметров. При необходимости получения характеристик выбросов для любого конкретного дня месяца или средних значений за тот или иной период может выполняться процедура интерполяции или осреднения по данным для центральных дней месяцев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л., Канашкин В. К., Федорченко Е. И. О расчете характеристик временных рядов методом статистического моделирования. — «Труды ГГО», 1972, вып. 286, с. 71—82.
2. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О применении теории выбросов к исследованию температурных рядов. — «Труды ГГО», 1970, вып. 267, с. 86—99.
3. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайной функции. — «Труды ГГО», 1970, вып. 268, с. 146—172.

4. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. К расчету вероятности выброса нормальной последовательности. — «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 69—77.
5. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О восстановлении годового хода моментов метеорологических рядов. — «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 99—111.
6. Каган Р. Л., Сибир Е. Е. Об учете взаимной связи статистических характеристик при расчете числа выбросов временных рядов. — См. наст. сб.
7. Кендал М., Стьюарт А. Теория распределений. М., «Наука», 1966. 587 с.
8. Справочник по климату СССР. Ч. II. Л., Гидрометеиздат, 1965.
9. Федорченко Е. И. Об учете отклонений от нормального распределения при расчете вероятности выброса случайной последовательности. — «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 154—167.
10. Федорченко Е. И. О среднем числе выбросов средней суточной температуре воздуха на территории СССР. — «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 181—185.

Р. Л. Каган, Е. Е. Сибир

ОБ УЧЕТЕ ВЗАИМНОЙ СВЯЗИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ РАСЧЕТЕ ЧИСЛА ВЫБРОСОВ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

1. При метеорологическом обслуживании различных отраслей народного хозяйства нередко возникает необходимость в таких характеристиках метеорологических полей, непосредственный расчет которых не производился совсем или не производился для данного конкретного района. В таких случаях естественно пытаться использовать взаимные связи нужных характеристик с другими величинами, данными о которых мы располагаем. Так обстоит дело и с характеристиками выбросов временных рядов через те или иные уровни. Некоторые связи средних многолетних значений этих характеристик для временных рядов температуры воздуха были получены, например, в работе Г. Г. Зыковой [1] на фактическом материале наблюдений. Такие связи очень полезны для оценки средних многолетних значений числа и продолжительности выбросов метеорологических элементов. Однако, наряду со средними многолетними, представляют интерес и более детальные характеристики, например, число и продолжительность выбросов для конкретных месяцев. Соответственно желательно иметь представление о взаимной связи этих характеристик между собой, а также о связи между ними и другими параметрами исследуемых рядов.

Такие данные представляют определенный интерес и сами по себе, позволяя судить, например, о вероятном числе и продолжительности выбросов метеорологических элементов в предстоящие месяцы на основе прогноза их средних месячных значений. Однако наиболее полезными они могут оказаться для целей климатологической обработки. Данные о взаимной связи различных параметров временных рядов могут быть использованы для косвенного определения недостающих характеристик по известным. На основе этих связей может производиться приведение соответствующих характеристик к длинному периоду, подобно тому как это делается для норм метеорологических элементов. Следует также иметь в виду возможность в результате надлежащего согласования различных параметров получать более точные оценки их при том же объеме исходной выборки.

В настоящей статье возможности оценки и учета взаимной связи статистических характеристик метеорологических параметров рассматриваются на примере числа выбросов в рядах наблюдений за метеорологическими элементами, которые могут трактоваться как стационарные гауссовские последовательности с экспоненциально убывающей корреляцией между членами, характерной для марковских процессов первого порядка. Такие ряды являются, конечно, достаточно специфическими, однако такая модель близка к реальным свойствам рядов средней суточной температуры воздуха [3]. Кроме того, можно думать, что полученные связи имеют более общее значение и могут использоваться и для других элементов, статистические свойства которых не слишком отличаются от рассмотренной модели.

2. Пусть мы располагаем данными n независимых реализаций стационарной гауссовской последовательности f , математическое ожидание которой (норма) равно μ , а дисперсия — σ^2 . В каждой реализации имеется l равноотстоящих членов последовательности. Коэффициенты корреляции между i -м и j -м членами последовательности полагаем равными

$$r_{ij} = r_1^{|i-j|}, \quad (1)$$

где r_1 — коэффициент корреляции между смежными членами последовательности. Это означает, что мы рассматриваем марковскую последовательность первого порядка.

В результате обработки для каждой реализации могут быть определены различные статистические характеристики. Нас далее будут интересовать средние значения величины f на реализации, число членов последовательности в реализации, превышающих заданный уровень C , и число выбросов вверх на реализации через этот уровень, которые для реализации номера i будем обозначать m_i , l_{ci} и N_{ci}^\dagger соответственно¹. Последующее осреднение этих характеристик по всем n реализациям дает выборочные оценки их \bar{m} , \bar{l}_c и \bar{N}_c^\dagger , которые практически используются вместо истинных средних значений μ , \bar{l}_c и \bar{N}_c^\dagger .

Значения μ мы полагаем известными, значения же \bar{l}_c и \bar{N}_c^\dagger определяются формулами (см., например, [4]):

$$\bar{l}_c = [1 - \Phi(c)] l, \quad (2)$$

$$\bar{N}_c^\dagger = \frac{l-1}{2\pi} \int_{-\infty}^c \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{c-r_1x}{\sqrt{1-r_1^2}}\right)\right] dx, \quad (3)$$

где $c = \frac{C-\mu}{\sigma}$ — нормированное уклонение уровня C от нормы.

$\Phi(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$ — интеграл вероятностей.

¹ Под выбросом последовательности вверх через уровень C мы будем понимать пересечение величиной f уровня снизу вверх, определяемое условием $f_j \leq C \wedge f_{j+1} > C$.

Формулы (2) и (3) являются нелинейными относительно входящих в них параметров μ и σ . Они могут быть использованы после линеаризации их лишь для приближенного аналитического определения корреляции l_c и N_c^\dagger с t и самих значений l_c и N_c^\dagger между собой при небольшом диапазоне их изменения. Представляется предпочтительным, однако, определение соответствующих взаимных связей методом статистического моделирования, который позволяет, наряду с вычислением указанных характеристик, получить путем обработки выработанных на ЭВМ реализаций ряд других полезных оценок.

Таблица 1

Средние квадратические отклонения числа членов, превышающих уровень c (σ_l), числа выбросов через уровень (σ_N) и средней по реализации (σ_m).
Длина реализации $t = 30$ членов

Характеристика	c	r_1					
		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,8
σ_l	0,0	2,72	2,89	3,36	4,06	5,29	6,40
	0,5	2,54	2,68	3,09	3,71	4,79	5,80
	1,0	2,01	2,11	2,38	2,83	3,64	4,36
	1,5	1,37	1,41	1,55	1,78	2,27	2,76
	2,0	0,80	0,81	0,88	0,98	1,24	1,48
	2,5	0,41	0,41	0,43	0,48	0,57	0,70
	3,0	0,19	0,19	0,20	0,21	0,24	0,28
σ_N	0,0	1,38	1,38	1,38	1,37	1,40	1,41
	0,5	1,51	1,49	1,47	1,44	1,43	1,43
	1,0	1,53	1,51	1,46	1,44	1,40	1,37
	1,5	1,21	1,19	1,17	1,12	1,10	1,08
	2,0	0,76	0,76	0,76	0,74	0,72	0,69
	2,5	0,40	0,40	0,40	0,40	0,39	0,39
	3,0	0,18	0,18	0,19	0,19	0,18	0,18
σ_m/σ	—	0,18	0,20	0,25	0,31	0,41	0,50

Для этой цели на ЭВМ М-220 моделировались марковские стационарные гауссовские последовательности с математическим ожиданием $\mu=0$ и дисперсией $\sigma^2=1$, для которых $S=c$. Использованный при этом алгоритм описан в [2] и мы на нем останавливаться не будем. Укажем лишь, что при моделировании длина реализации составляла $t=30$, поскольку мы имели в виду применение полученных результатов к рядам средней суточной температуры, для которых в качестве отдельной реализации удобно рассматривать совокупность данных наблюдений за месяц.

Был проведен ряд экспериментов при задании различных значений коэффициента корреляции r_1 между смежными членами последовательности. В каждом из этих экспериментов моделировалось 5000 реализаций. Разумеется, при обработке фактических данных наблюдений выборками такого объема (5000 лет наблюдений) метеорологи не располагают.

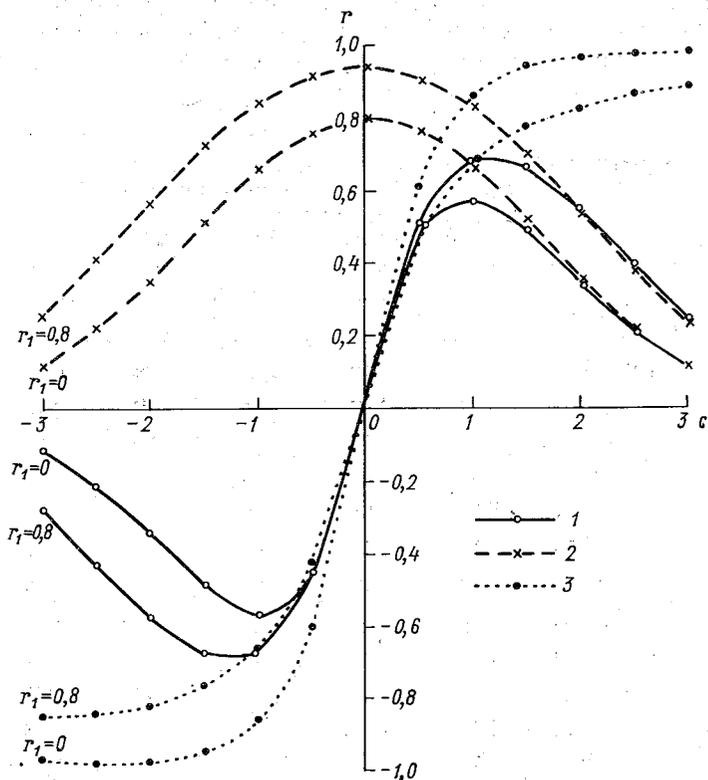


Рис. 1. Зависимость коэффициента корреляции r между различными характеристиками последовательности для отдельных реализаций от уровня c . Длина реализации $t=30$ членов.
 1—корреляция между средней по реализации и числом выбросов на ней, 2—корреляция между средней по реализации и числом членов реализации выше уровня, 3—корреляция между числом членов выше уровня и числом выбросов через уровень.

В табл. 1 представлены значения средних квадратических отклонений величин m , l_c и N_c^\dagger , обозначенные соответственно σ_m , σ_l и σ_N . Эти величины будут нужны для последующих оценок, однако они представляют и самостоятельный интерес, особенно величины σ_N , которые позволяют судить о возможной точности определения среднего числа выбросов при различном объеме выборки. Некоторые оценки этих величин были ранее получены в [2].

Взаимная связь между рассматриваемыми характеристиками существенно зависит от уровня c и в меньшей степени зависит от связности рассматриваемой последовательности. Это хорошо видно из рис. 1, на котором представлена зависимость от уровня c соответствующих коэффициентов корреляции при $r_1=0$ (бессвязная последовательность) и $r_1=0,8$ (коэффициент корреляции, характерный для рядов средней суточной температуры).

Из рис. 1 видно, что коэффициент корреляции r_{ml} между средней по реализации m и общей продолжительностью пребывания выше уровня l_c является четной, а коэффициенты корреляции r_{mN} и r_{lN} между числом выбросов на реализации N_c^\dagger и величинами m и l_c —

Таблица 2

Коэффициенты корреляции между средним значением на реализации (m), числом членов выше уровня (l_c) и числом выбросов на реализации (N_c^\dagger). Длина реализации $t = 30$ членов

Характеристика	c	r_1					
		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,8
r_{ml}	0,0	0,80	0,83	0,87	0,90	0,93	0,94
	0,5	0,76	0,79	0,84	0,88	0,90	0,91
	1,0	0,66	0,70	0,75	0,80	0,83	0,84
	1,5	0,52	0,56	0,62	0,67	0,70	0,71
	2,0	0,35	0,38	0,45	0,51	0,55	0,55
	2,5	0,22	0,24	0,28	0,33	0,39	0,40
	3,0	0,11	0,11	0,14	0,18	0,23	0,24
r_{mN}	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,5	0,47	0,47	0,47	0,49	0,49	0,48
	1,0	0,57	0,59	0,63	0,66	0,68	0,68
	1,5	0,49	0,52	0,58	0,62	0,66	0,67
	2,0	0,34	0,37	0,44	0,49	0,54	0,56
	2,5	0,21	0,23	0,28	0,33	0,39	0,41
	3,0	0,11	0,11	0,14	0,18	0,23	0,25
r_{lN}	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,5	0,61	0,58	0,53	0,50	0,46	0,44
	1,0	0,86	0,84	0,79	0,74	0,69	0,67
	1,5	0,94	0,93	0,89	0,85	0,80	0,77
	2,0	0,97	0,96	0,94	0,91	0,85	0,82
	2,5	0,98	0,98	0,96	0,94	0,90	0,86
	3,0	0,98	0,97	0,96	0,95	0,90	0,87

Примечание. Для отрицательных уровней $r_{ml}(-c) = r_{ml}(c)$; $r_{mN}(-c) = -r_{mN}(c)$; $r_{lN}(-c) = r_{lN}(c)$.

295663

нечетными функциями уровня. В силу этой симметрии, естественной при рассмотрении стационарной последовательности, в табл. 2 приводятся лишь абсолютные значения коэффициентов корреляции, полученные путем осреднения соответствующих экспериментальных значений для положительных и отрицательных уровней. Точность их определяется обычной формулой для стандартной ошибки коэффициента корреляции при объеме выборки в 10 000 членов.

Из рис. 1 и табл. 2 следует, что при малых c , т. е. для уровней, близких к норме, данные о средних по реализации и об общей продолжительности пребывания выше уровня содержат мало информации о числе выбросов на реализации. Следует, однако, иметь в виду, что для этих уровней данные о возможном числе выбросов не представляют столь значительного практического интереса, как для уровней, более удаленных от нормы, для которых корреляция между упомянутыми параметрами и числом выбросов оказывается значительной.

Еще более существенно это обстоятельство при оценке среднего числа выбросов по многим реализациям. В силу независимости реализаций полученные выше коэффициенты корреляции характеризуют также и связь между значениями \bar{m} , \bar{l}_c и \bar{N}_c^{\uparrow} . Для выборочного значения \bar{N}_c^{\uparrow} характерна сравнительно высокая относительная точность при уровнях, близких к норме, и весьма малая точность при высоких уровнях. Поэтому наличие существенной связи между \bar{N}_c и \bar{m} , \bar{l}_c для этих уровней открывает перспективу более точного определения этого параметра при том же объеме исходных данных.

3. Как уже указывалось, полученные данные могут использоваться для выяснения возможной точности рассмотренных характеристик и для косвенной оценки одной из них по другим. Рассмотрим в качестве примера ряды средней суточной температуры воздуха. Как показано в [3], эти ряды для центральных месяцев летнего и зимнего сезонов удовлетворительно описываются стационарной марковской моделью и распределение их в большинстве районов СССР мало отличается от гауссовского. Коэффициент корреляции между средними суточными температурами за соседние сутки r_1 сравнительно мало меняется от района к району. Примем в качестве характерного значения его $r_1 = 0,8$.

Из табл. 1 видно, что для одного и того же значения уровня c значения общего числа членов реализации выше уровня, как и среднего числа выбросов, могут колебаться в довольно широком диапазоне. Проиллюстрируем это табл. 3, в которой, наряду со средними квадратическими отклонениями указанных характеристик, приводятся и средние значения \bar{l}_c и \bar{N}_c^{\uparrow} , определенные по формулам (2) и (3) соответственно.

Из табл. 3 следует, что для относительных уровней $c > 1$, т. е. для температур, удаленных от нормы более чем на σ , возможное рассеяние значений \bar{l}_c и \bar{N}_c^{\uparrow} на отдельных реализациях может значительно превышать средние значения этих величин. Эта неопределен-

ность несколько уменьшается, если мы располагаем данными о среднем значении на реализации m . В этом случае мы можем воспользоваться уравнениями регрессии:

$$l_1 = \bar{l} + r_{ml} \frac{\sigma_l}{\sigma_m} (m - \mu), \quad (4)$$

$$N_1^\dagger = \bar{N}^\dagger + r_{mN} \frac{\sigma_N}{\sigma_m} (m - \mu). \quad (5)$$

Входящие в формулы (4) — (5) параметры содержатся в табл. 1 и 2. Точность уравнений регрессии определяется формулами

$$\sigma_{l_1} = \sigma_l \sqrt{1 - r_{ml}^2}, \quad (6)$$

$$\sigma_{N_1} = \sigma_N \sqrt{1 - r_{mN}^2}. \quad (7)$$

Соответствующие значения σ_{l_1} и σ_{N_1} также приводятся в табл. 3. Из нее видно, что заметное уточнение значений l и N^\dagger на реализации достигается для уровней $c < 2$. Заметим, что при использовании долгосрочного прогноза температуры, который обладает сравнительно невысокой точностью, погрешность уравнений регрессии окажется еще выше. Это означает практическую невозможность сколь угодно надежного прогноза числа выбросов температуры через крайние уровни на предстоящие месяцы.

Таблица 3

Оценки средних квадратических погрешностей числа членов реализации, превышающих относительный уровень c , и числа выбросов на реализации через этот уровень.
 $r_1 = 0,8$; $t = 30$ членов

Характеристика	c						
	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
\bar{l}	15,00	9,26	4,76	2,00	0,68	0,19	0,04
σ_l	6,40	5,80	4,36	2,76	1,48	0,70	0,28
σ_{l_1}	2,18	2,41	2,36	1,94	1,24	0,64	0,27
$\sigma_{\sim l}$	1,27	1,16	0,88	0,55	0,29	0,14	0,05
$\sigma_{\sim l_1}$	0,43	0,47	0,47	0,38	0,24	0,13	0,05
\bar{N}^\dagger	2,97	2,67	1,77	0,93	0,37	0,12	0,03
σ_N	1,41	1,43	1,37	1,08	0,69	0,39	0,18
σ_{N_1}	1,41	1,26	1,00	0,80	0,57	0,36	0,17
$\sigma_{\sim N}$	0,28	0,29	0,28	0,22	0,14	0,08	0,04
$\sigma_{\sim N_1}$	0,28	0,25	0,20	0,16	0,12	0,07	0,03
$\sigma_{\sim N_2}$	0,28	0,26	0,21	0,14	0,08	0,04	0,01

Статистические характеристики температурных рядов, полученные путем обработки данных наблюдений по многим реализациям, обладают, разумеется, большей точностью. Однако и в этом случае погрешности их могут оказаться достаточно большими. Это видно из приведенных в табл. 3 величин $\sigma_{\bar{l}}$ и $\sigma_{\bar{N}}$, характеризующих возможные выборочные погрешности значений \bar{l} и \bar{N}^\dagger , полученных путем обработки данных за 25-летний период наблюдений, который является обычным при расчетах распределений метеорологических элементов по фактическим данным. Соответственно $\sigma_{\bar{l}}$ и $\sigma_{\bar{N}}$ означают средние квадратические погрешности величин \bar{l}_1 и \bar{N}_1^\dagger , полученных путем использования данных о температуре за этот же период с помощью уравнений регрессии типа (4) — (5). Поскольку для высоких уровней имеет место тесная корреляционная связь между характеристиками l и N^\dagger , а следовательно, и между \bar{l} и \bar{N}^\dagger , использование этой связи для оценки среднего многолетнего числа выбросов температуры через заданные уровни является наиболее эффективным. Это тем более существенно, что данные о распределении средней суточной температуры воздуха по большому числу метеорологических станций СССР широко представлены в [5].

Такой расчет производится с помощью уравнения регрессии

$$\bar{N}_2^\dagger = \bar{N}^\dagger + r_{NI} \frac{\sigma_N}{\sigma_l} (\bar{l} - \bar{l}), \quad (8)$$

которое позволяет дать оценку среднего числа выбросов за период наблюдений, использованный при расчете \bar{l} . Средние квадратические погрешности такой оценки, обозначенные в табл. 3 через $\sigma_{\bar{N}_2}$, оказываются для высоких уровней существенно меньшими, чем рассмотренные ранее погрешности.

Заметим, что в принципе дополнительное уточнение могло бы быть достигнуто путем совместного учета связей \bar{N}^\dagger не только с \bar{l} , но и с \bar{m} . Однако это уточнение невелико в силу тесной коррелированности \bar{m} и \bar{l} и практически добиваться его нецелесообразно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зыкова Г. Г. Продолжительность периодов с низкими температурами на Азиатской части СССР. Л., Гидрометеоиздат, 1969. 118 с.
2. Каган Р. Л., Канашкин В. К., Федорченко Е. И. О расчете характеристик временных рядов методом статистического моделирования. — «Труды ГГО», 1972, вып. 286, с. 71—82.
3. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете характеристик выбросов случайной функции. — «Труды ГГО», 1970, вып. 268, с. 146—171.
4. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968. 463 с.
5. Справочник по климату СССР. Часть II. Л., Гидрометеоиздат, 1965.

Е. И. Федорченко

О ВЛИЯНИИ СУТОЧНОГО ХОДА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА СРЕДНЕЕ ЧИСЛО ВЫБРОСОВ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА

Для многих практических задач желательно изучение особенностей хода срочных значений метеорологических элементов. Применительно к температуре воздуха, например, такие данные нужны для обслуживания сельского хозяйства, при планировании работ на открытом воздухе и т. д. В связи с этим представляет интерес выяснение того, что нового должно быть внесено в методику расчета среднего числа выбросов для срочных значений по сравнению с методикой получения среднего числа выбросов средних суточных значений метеорологических элементов [1].

Первый вопрос, возникающий при этом, связан с тем, что при решении данной задачи, в отличие от задачи определения характеристик выбросов средних суточных значений, мы имеем дело с физически непрерывным процессом, который при обработке вынуждены заменять последовательностью его значений в дискретные моменты времени. Поэтому важным аспектом задачи определения числа выбросов срочных значений метеорологического элемента является вопрос об учете влияния дискретности измерений [2].

В данной работе этот аспект практически не затрагивается, а рассматривается вопрос об учете закономерного суточного хода статистических параметров метеорологического элемента, наличие которого приводит, как правило, к увеличению числа выбросов элемента по сравнению со стационарным случаем.

С точки зрения теории случайных функций для нахождения с учетом суточного хода среднего числа и продолжительности выбросов метеорологического элемента в предположении гауссовости его необходимо задать изменение во времени (в течение суток) нормы, дисперсии и корреляционной функции этого элемента.

Предположим, что корреляционная функция метеоэлемента постоянна в течение суток, а ход нормы $m(t)$ и дисперсии $\sigma^2(t)$ можно представить в виде:

$$m(t) = m + s_m(t), \quad (1)$$

$$\sigma^2(t) = \sigma^2 + s_{\sigma^2}(t). \quad (2)$$

Здесь t — время в сутках, \bar{m} — среднее значение $m(t)$, σ^2 — среднее значение $\sigma^2(t)$, а $s_m(t)$ и $s_{\sigma^2}(t)$ — гармонические колебания вида:

$$s_m(t) = \bar{A}_m \cos \omega t,$$

$$s_{\sigma^2}(t) = \bar{A}_{\sigma^2} \cos(\omega t + \gamma),$$

где ω — частота колебаний, γ — начальная фаза $\sigma^2(t)$, A_m и A_{σ^2} — амплитуды $s_m(t)$ и $s_{\sigma^2}(t)$ соответственно.

Среднее число выбросов $\bar{N}^\dagger(C)$ вверх через уровень C рассматриваемого гауссовского процесса $\xi(t)$ за период $T=1$ сутки равно среднему числу выбросов нормированного $(0,1)$ процесса за время $T=1$ через кривую

$$a(t) = \frac{c - A_m \cos(2\pi t)}{\sqrt{1 + A_{\sigma^2} \cos(2\pi t + \gamma)}},$$

где

$$c = \frac{C - \bar{m}}{\sqrt{\sigma^2}},$$

$$A_m = \frac{\bar{A}_m}{\sqrt{\sigma^2}},$$

$$A_{\sigma^2} = \frac{\bar{A}_{\sigma^2}}{\sigma^2}$$

и может быть найдено по формуле [4]

$$\bar{N}_{\text{гарм}}^\dagger(C) = q \int_0^1 \exp\left(-\frac{a^2(t)}{2}\right) \exp\left\{-\frac{a'^2(t)}{8\pi^2 q^2} - \frac{a'(t)}{\sqrt{2\pi} q} \Phi\left(-\frac{a'(t)}{2\pi q}\right)\right\} dt, \quad (3)$$

где q — среднее число выбросов через \bar{m} за период в предположении стационарности.

По формуле (3) были произведены расчеты, при которых варьировались параметры A_m , A_{σ^2} , γ и q .

Как и следовало ожидать, выявилось два предельных случая. Если размах пульсаций значительно больше закономерных колебаний параметров, то влиянием суточного хода можно пренебречь и реальный процесс рассматривать как стационарный. Если же, наоборот, амплитуда суточного хода нормы существенно больше изменчивости пульсаций, то число выбросов метеорологического элемента практически определяется его суточным ходом. Наибольшие трудности возникают в промежуточной области, когда влияние детерминированной и случайной составляющей имеет примерно одинаковый порядок и ни одним из этих факторов нельзя пренебречь.

Результаты расчета по формуле (3) довольно существенно зависят от сдвига по фазе между гармониками хода нормы и диспер-

сии. В качестве примера на рис. 1 в случае, когда $A_{\sigma^2} = 0,75$, $q = 0,3$, представлены зависимости от амплитуды нормы величины среднего числа выбросов через уровень $c = 2$ для $\gamma = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, 3\pi/2$. Из рисунка видно, что изменение среднего числа выбросов с ростом амплитуды хода нормы, вообще говоря, не является монотонным (см. например, кривую, соответствующую $\gamma = \pi$). В наибольшей степени влияние суточного хода нормы и дисперсии сказывается в случае, когда колебания нормы и дисперсии находятся в одной и той же фазе.

Поскольку для суточного хода дисперсии температуры воздуха характерны два типа [3]: зимний, с максимумом дисперсии в холодные часы суток, и летний, с наибольшей дисперсией, приходящейся на максимум в суточном ходе нормы, при получении по формуле (3) количественных оценок для температуры воздуха, относящихся к летнему и зимнему сезону, использовались значения γ , равные соответственно 0 и π .

На рис. 2 для $c = 0$ и $c = 2$ представлены зависимости от A_m и A_{σ^2} отношения среднего числа выбросов, рассчитываемого по формуле (3), к среднему числу выбросов, полученному в предположении стационарности. Для $c = 0$ на приведенном участке изменения параметров A_m и A_{σ^2} среднее число выбросов практически не зависит от хода дисперсии. Для $c = 2$ влияние дисперсии существенно. При этом, если при $\gamma = 0$ с увеличением амплитуд параметров число выбросов монотонно возрастает, то в случае противофазы характер изменения числа выбросов с увеличением A_m и A_{σ^2} определяется соотношением между ними.

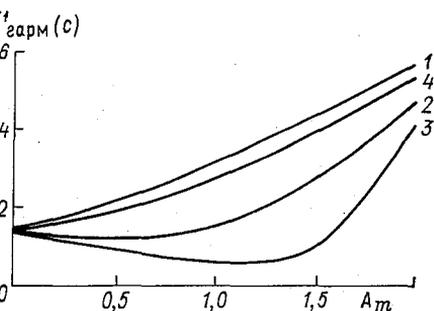


Рис. 1. Зависимость $\bar{N}'_{\text{гарм}} \uparrow$ от A_m при различных значениях γ ; $A_{\sigma^2} = 0$; $q = 0,3$; $c = 2$.

1) $\gamma = 0$; 2) $\gamma = \frac{\pi}{2}$; 3) $\gamma = \pi$; 4) $\gamma = \frac{3\pi}{2}$.

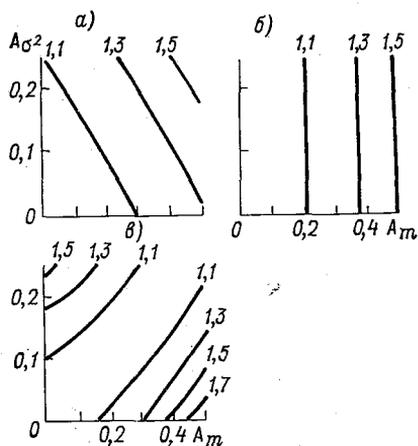


Рис. 2. Зависимость $\bar{N}'_{\text{гарм}} / \bar{N}_{\text{стац}}$ от A_m и A_{σ^2} .

а) $c = 2$; $\gamma = 0$; $q = 0,8$; б) $c = 0$; $\gamma = \pi$; $q = 0,3$; в) $c = 0$; $\gamma = \pi$; $q = 0,3$; а) лето, б) зима.

С помощью зависимостей типа приведенных на рис. 2 можно, исходя из требуемой точности расчета числа выбросов, выделить области значений параметров A_m и

A_{σ^2} , в которых можно пренебречь влиянием суточного хода и производить расчеты в предположении стационарности. Для температуры воздуха применение таких зависимостей в первую очередь может быть полезным при получении характеристик выбросов, относящихся к зимнему сезону, для которого амплитуды хода нормы и дисперсии в течение суток малы по сравнению со средней квадратической изменчивостью этого метеорологического элемента.

Летом же, как правило, наблюдаются существенно большие значения параметров A_m и A_{σ^2} . В летний сезон более вероятен другой

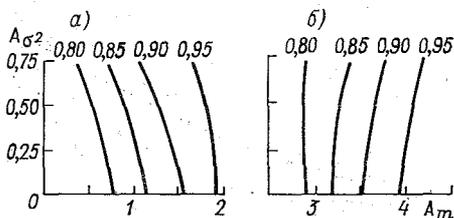


Рис. 3. Зависимость $\bar{N}_{\text{гарм}}^{\uparrow}$ от A_m и A_{σ^2} ; $\gamma=0$; $q=0,8$.
а) $c=0$; б) $c=2$.

предельный случай — когда амплитуды суточного хода параметров значительно превышают размах пульсаций. На рис. 3 для уровней $c=0$ и $c=2$ и фиксированных, характерных для лета, значениях γ и q , представлены зависимости среднего числа выбросов от A_m и A_{σ^2} , позволяющие оценить, начиная с каких значений амплитуд параметров можно пренебречь случайной составляющей по сравнению с гармонической.

Для выяснения возможности применения описанной модели было произведено сопоставление теоретически рассчитанного числа выбросов с фактическим на материале ежечасных наблюдений за температурой воздуха на ГМС Ленинград, ГМО. С целью исключения влияния нестационарности за счет годового хода такое сравнение выполнялось для каждой пятidineвки центральных месяцев сезонов, при этом обрабатывались 22-летние ряды наблюдений. Результаты по временной структуре, полученные в процессе такой обработки, представлены в [5]. Оказалось, что для января характерна очень высокая корреляция и отсутствие суточного хода корреляционной функции; в июле корреляция существенно меньше, причем в суточном ходе выделяются два минимума: 1) глубокий, хорошо совпадающий по времени с восходом солнца, и 2) менее ярко выраженный, соответствующий заходу солнца. Ход нормы и ход дисперсии, как отмечалось выше, в июле находятся в одной фазе, а в январе — в противоположных.

В табл. 1 приводятся некоторые результаты сопоставления теоретического и фактического числа выбросов для третьих пятidineвок января и июля. Здесь $\bar{N}_{\Phi}^{\uparrow}$ и $\sigma_{\bar{N}_{\Phi}^{\uparrow}}^2$ — соответственно среднее число выбросов вверх и дисперсия этого значения, полученные непосредственной обработкой данных наблюдений. Теоретически рассчитанные значения $\bar{N}_{\text{дискр}}^{\uparrow}$ получены по формуле для дискретной гауссовской последовательности, в которую в качестве параметров подставлялись фактические значения нормы, дисперсии и межчасовой корреляции для каждого часа суток. Теоретические значения $\bar{N}_{\text{дискр}}^{\uparrow}$ при $r = \text{const}$

получены по той же формуле, но при этом межчасовая корреляция полагалась постоянной в течение суток.

Величины $\bar{N}_{\text{стац}}$ получены по формулам для непрерывного гауссовского процесса в предположении стационарности с использованием фактических значений нормы \bar{m} и средней дисперсии σ^2 . При этом величина q вычислялась по формуле для дискретной последовательности с фактическим средним значением межчасовой корреляции \bar{r} .

Таблица 1
Среднее число выбросов за пентаду температуры воздуха
вверх через уровень C на ГМС Ленинград, ГМО

С °С	Фактические		Расчетные			
	\bar{N}_{Φ}^{\dagger}	$\sigma^2 \bar{N}_{\Phi}^{\dagger}$	$\bar{N}_{\text{дискр}}^{\dagger}$	$\bar{N}_{\text{дискр}}^{\dagger}$ $r = \text{const}$	$\bar{N}_{\text{гарм}}^{\dagger}$	$\bar{N}_{\text{стац}}$
Январь						
-25	0,09	0,09	0,04	0,04	0,04	0,03
-20	0,36	0,18	0,21	0,21	0,22	0,20
-15	1,14	0,32	0,72	0,72	0,73	0,69
-10	1,05	0,20	1,36	1,36	1,38	1,35
-5	1,09	0,19	1,43	1,43	1,44	1,44
0	0,86	0,16	0,84	0,84	0,84	0,84
Июль						
10	0,23	0,11	0,12	0,13	0,10	0,06
15	2,41	0,33	3,08	3,32	2,84	2,09
20	4,05	0,28	4,52	4,57	4,45	3,79
25	1,45	0,34	1,37	1,37	1,38	0,35
30	0,05	0,04	0,07	0,07	0,08	0,00

ляции \bar{r} и оказалась равной для января 0,3, а для июля — 0,8. При вычислении $\bar{N}_{\text{гарм}}^{\dagger}$ по формуле (3) использовалось то же значение q , но суточный ход нормы и дисперсии описывался гармониками (1), (2).

Так как зимой суточный ход параметров очень мал ($A_m = 0,05$, $A_{\sigma^2} = 0,07$), величины $\bar{N}_{\text{дискр}}^{\dagger}$, $\bar{N}_{\text{гарм}}^{\dagger}$ и $\bar{N}_{\text{стац}}^{\dagger}$ для января практически совпадают и удовлетворительно согласуются с фактическими данными.

Для июля нормированные амплитуды суточного хода нормы и дисперсии составляют соответственно 1,13 и 0,40. Из рассмотрения табл. 1 видно, что летом учет нестационарности значительно приближает расчетные значения числа выбросов к фактическим (см., например, $C = 25^{\circ}\text{C}$). При этом неучет суточного хода корреляции сравнительно мало сказывается на рассчитываемом среднем

числе выбросов. Хорошее согласие между средним числом выбросов, рассчитанным с учетом фактического хода параметров распределения, и средним числом выбросов, полученным в предположении гармонического хода нормы и дисперсии, свидетельствует об удовлетворительности такого описания суточного хода параметров.

Таким образом, если суточный ход нормы и дисперсии значителен (это относится, в первую очередь, к летнему сезону), то для учета его при оценке среднего числа выбросов можно использовать гармоническое описание хода параметров. Судить о том, насколько велик ход параметров и целесообразен ли его учет в каждом конкретном случае, можно по зависимостям, подобным тем, что представлены на рис. 2. Задаваясь той или иной погрешностью определения среднего числа выбросов, легко найти критические значения амплитуд хода нормы и дисперсии.

При наличии информации о суточном ходе параметров изложенная методика может быть использована для оценки среднего числа выбросов срочных значений температуры воздуха.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайной функции.— «Труды ГГО», 1970, вып. 268, с. 146—172.
2. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О влиянии дискретности измерений на точность определения числа выбросов.— «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 78—98.
3. Лепехина Н. А., Федорченко Е. И. О суточном ходе дисперсии температуры воздуха.— «Труды ГГО», 1973, вып. 308, с. 99—109.
4. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов. М., «Наука», 1970, 392 с.
5. Федорченко Е. И. О временной структуре ежечасных наблюдений за температурой воздуха в Ленинграде.— «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 112—122.

О СУТОЧНОМ ХОДЕ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБРОСОВ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЯДОВ

В [3] изучается вопрос о влиянии суточного хода параметров распределения температуры воздуха на среднее число выбросов. При этом рассматривается промежуток времени, кратный периоду изменения температуры воздуха, т. е. суткам. Однако для ряда задач может оказаться существенной нестационарность самих характеристик выбросов внутри периода. Выяснение того, как меняются характеристики выбросов в зависимости от времени суток, и является предметом настоящей статьи.

Будем так же, как в [3], полагать, что распределение температуры гауссовское, корреляционная функция ее постоянна в течение суток, а ход нормы и дисперсии внутри суток может приближенно описываться гармониками (обозначения см. [3]).

При таких предположениях суточный ход вероятности выброса легко оценивается аналитически. На рис. 1 изображен рассчитанный по формуле для дискретной последовательности суточный ход вероятности выброса ежедневных значений температуры воздуха (вверх) при амплитуде хода нормы $A_m=1$ и межчасовой корреляции $r(1)=0,98$. Кривая 5 относится к случаю, когда сдвиг по фазе γ между гармониками нормы и дисперсии равен 0 и амплитуда хода дисперсии $A_{\sigma^2}=0,5$, а кривые 2, 3, 4 — к случаю отсутствия суточного хода дисперсии для $c=0$ (2), $c=1$ (3) и $c=2$ (4). Время по оси

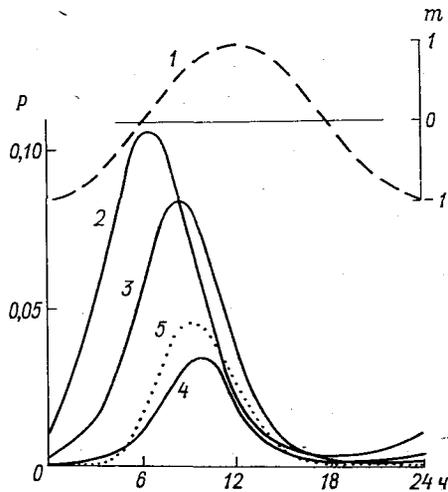


Рис. 1. Вероятность p выброса температуры воздуха вверх на промежутке $(i-1, i]$ ч ($A_m=1$; $r(1)=0,98$).

абсцисс отложено условное, отсчитываемое от точки минимума в ходе нормы. Для удобства сопоставления на рисунке представлена также гармоника хода нормы (кривая 1).

Заметим, что значения параметров $A_m=1$, $r(1)=0,98$, $\gamma=0$ на территории СССР являются довольно характерными для летнего сезона [2, 4]. Наличие хода дисперсии внутри суток не является принципиальным, поскольку летом гармоники нормы и дисперсии находятся в одной фазе, и суточный ход дисперсии приводит лишь к увеличению внутрисуточной изменчивости характеристик выбросов. В дальнейшем для простоты рассматривается случай $A_{\sigma} = 0$.

Из рис. 1 видно, что вероятность выброса имеет явно выраженный суточный ход. Максимум в ходе вероятности выброса находится вблизи перехода нормы через среднее значение в период роста температуры. С увеличением уровня c этот максимум смещается в сторону максимума в суточном ходе нормы.

С точки зрения практики большой интерес представляет, по-видимому, выяснение влияния суточного хода параметров распределения температуры воздуха на распределение продолжительностей ее выбросов.

Для выявления внутрисуточной нестационарности в распределении продолжительностей выбросов нами использовался метод статистического моделирования, т. е. на ЭВМ моделировались значения температуры на каждый час суток, по которым потом рассчитывались характеристики выбросов также на каждый час суток. При этом предполагалось дополнительно, что корреляционная функция температуры имеет вид

$$r_f(\tau) = (1 + \tau/T_f) \exp(-\tau/T_f),$$

где T_f — интервал корреляции. Длина реализации при моделировании бралась равной 5 суткам.

Выполненные оценки показали, что по тем объемам фактических данных, которыми мы реально располагаем, 10—20 лет, уловить даже суточный ход числа выбросов практически очень трудно. В еще большей степени это относится к распределениям продолжительностей выбросов.

В табл. 1 представлены распределения продолжительностей выбросов вверх через уровень $c=0$, начавшихся в сроки $i=1, 7, 13$ часов (отсчет часов ведется от минимума в суточном ходе нормы), которые получены в результате обработки различных смоделированных выборок. Каждая из этих выборок имитировала 25-летний ряд ежечасных наблюдений за температурой воздуха в течение пятидневки. Для срока 19 ч такого распределения получить не удалось из-за отсутствия закончившихся выбросов.

Из данных табл. 1 хорошо видно, что получить какое-то представление о виде распределения продолжительностей (вводя, конечно, для них более грубые градации) можно лишь для выбросов, начинающихся вблизи перехода (c положительной производной) нормы через уровень $c=0$ ($i=7$ ч), т. е. в момент, на который при-

ходится максимум в суточном ходе вероятностей выброса (см. рис. 1). Для выбросов, начинающихся в сроки $i=1$ ч и $i=13$ ч, получающиеся распределения недостоверны, так как они малообеспечены. В $i=19$ ч (т. е. когда выбросы наименее вероятны) вообще не удалось зарегистрировать ни одного закончившегося выброса.

С увеличением уровня c вероятности выброса уменьшаются, и, следовательно, при данном объеме выборки уменьшаются возмож-

Таблица 1

Выборочные распределения продолжительностей выбросов
вверх через уровень $c=0$, происшедших на промежутке
времени $(i-1, i]$ ч
 $A_m=1, A_{c^2}=0, r(1)=0,98$

№ выборки	Продолжительность выброса, часы						
	1	2	3-5	6-11	12-17	18-23	24-71
$i=1$							
1	0	0	0	0	1,00	0	0
2	0	0	0	0	0	1,00	0
3	0	0	0	0,50	0,50	0	0
4	0	0	0	0	1,00	0	0
5	0,20	0	0	0	0,80	0	0
$i=7$							
1	0	0	0	0,40	0,47	0	0,13
2	0	0	0,08	0,33	0,50	0,08	0
3	0	0,10	0	0,40	0,50	0	0
4	0	0	0,07	0,36	0,50	0	0,07
5	0,10	0	0	0,40	0,50	0	0
$i=13$							
1	0	1,00	0	0	0	0	0
2	0	0,50	0	0,50	0	0	0
3	0,50	0	0,50	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0,33	0,33	0,33	0	0	0

ности получения достоверных распределений продолжительностей выбросов. Так, например, для уровня $c=2$, для которого мы производили оценки, по моделированному 25-летнему ряду ежечасных наблюдений не удалось получить какого-либо представления о распределении продолжительностей выбросов, начинающихся даже в $i=7$ ч и $i=13$ ч (см. вероятности выброса на рис. 1).

Применение метода статистического моделирования позволило нам сделать выводы о закономерностях суточного хода распределе-

ния продолжительностей выбросов на основе использования довольно большого объема данных.

В табл. 2 для случая, когда $A_m=1$, $A_{\sigma^2}=0$, $r(1)=0,98$, представлены распределения продолжительностей выбросов вверх, полученные с помощью метода статистического моделирования по данным, которые имитировали 2000-летний ряд ежечасных наблюдений за температурой воздуха в течение пятидневки. По табл. 2 довольно четко прослеживаются особенности суточного хода в распределении продолжительностей выбросов. Короткие выбросы (до 3 ч) наиболее вероятны между переходом с отрицательной производной нормы через среднее значение и минимумом в ходе нормы, длинные выбро-

Таблица 2

Распределения (в сотых долях единицы) продолжительностей выбросов, начавшихся на промежутке $(i-1, i]$ ч вверх через уровень $c=0$
 $A_m=0$; $A_{\sigma^2}=0$; $r(1)=0,98$

Срок, часы	Продолжительность выброса, часы					
	1-2	3-5	6-11	12-17	18-23	24
01	2	4	2	42	44	6
04	2	4	11	55	14	14
07	2	3	43	40	4	7
10	11	13	60	8	0	8
13	36	23	41	0	0	0
16	47	36	14	2	0	2
19	54	39	4	0	4	0
22	31	20	0	4	42	2
По всей совокупности	8	9	33	35	8	7

сы, наоборот, имеют наибольшую вероятность в период роста температуры.

При исследовании суточного хода характеристик выбросов температурных рядов важно учитывать такие факторы, как наличие ошибок наблюдений и дискретность измерений. В [1] этот вопрос рассматривался в стационарном варианте и было показано, что при оценке среднего числа выбросов можно найти оптимальный в некотором смысле интервал между отсчетами, использование которого при обработке позволяет минимизировать ту или иную погрешность в определении среднего числа выбросов. Было показано также, что в наибольшей степени влияние ошибок наблюдений и дискретности измерений сказывается при обработке рядов с высокой корреляцией, т. е. применительно к температуре воздуха — в зимний сезон.

Представляло интерес рассмотреть, в какой мере влияние дискретности и ошибок наблюдений проявляется в нестационарном слу-

чае, а также проследить влияние этих факторов на другие характеристики выбросов, в первую очередь, на распределение их продолжительностей.

В табл. 3 для процесса с корреляционной функцией (1), $r(1) = 0,98$, ($A_m = 1$, $A_{s^2} = 0$) приведены оценки среднего числа выбросов, полученные по формуле для непрерывного процесса (\bar{N}_0), для дискретной последовательности с интервалом Δ между отсчетами (\bar{N}_Δ) и для дискретной последовательности, содержащей ошибки наблюдений с мерой $\eta^2 = 0,004$ (\tilde{N}_Δ). Эти оценки представлены как для отдельных сроков наблюдений, так и в целом для периода.

Таблица 3

**Среднее число выбросов (в тысячных долях единицы)
вверх через $s = 0$ температуры воздуха
на двухчасовом интервале
 $A_m = 1$; $A_{s^2} = 0$; $r(1) = 0,98$**

Интервал времени, часы	\bar{N}_0	$\Delta = 1$ ч		$\Delta = 2$ ч	
		\bar{N}_Δ	\tilde{N}_Δ	\bar{N}_Δ	\tilde{N}_Δ
01—03	90	88	92	86	87
03—05	168	166	168	164	165
05—07	212	210	213	209	209
07—09	168	166	168	164	165
09—11	90	88	92	86	87
11—13	40	34	41	35	36
13—15	18	15	19	13	14
15—17	9	8	10	6	7
17—19	7	6	8	4	5
19—21	9	8	10	6	7
21—23	18	15	19	13	14
23—01	40	34	41	35	36
00—24	867	836	881	822	831

Из рассмотрения табл. 3 видно, что при интервале между измерениями $\Delta = 1$ ч среднее число выбросов за сутки, оцениваемое по данным, содержащим ошибки наблюдений, близко к среднему числу выбросов процесса. Заметим, что в стационарном случае (см. [1]) оптимальный интервал для обработки процесса с такой корреляцией оказывается равным 1,15 ч, т. е. введение суточного хода нормы практически не сказывается на величине оптимального интервала. В суточном ходе эта закономерность также проявляется достаточно четко. Возможно, что в определенной мере это связано с использо-

ванием корреляционной функции (1), для которой, как было показано в [1], влияние дискретности отсчетов и шумов наблюдений сравнительно мало зависит от высоты рассматриваемого уровня.

Таблица 4 иллюстрирует влияние ошибок наблюдений и дискретности отсчетов на распределения продолжительностей выбросов. В этой таблице наряду с распределениями P_1 продолжительностей выбросов вверх, полученными с помощью метода статистического

Таблица 4

Влияние ошибок наблюдений и дискретности отсчетов на распределение продолжительностей выбросов (в сотых долях единицы), начавшихся на промежутке ($i-1, i$) ч

Срок, часы	Распределение	Продолжительность выброса, часы								
		1-5	6-11	12-17	18-23	>24	1-5	6-11	>12	
		$c = 0$					$c = 2$			
01	P_1	06	02	44	44	06	—	—	—	
	\bar{P}_1	18	02	34	40	06	—	—	—	
	\bar{P}_3	08	02	17	58	15	—	—	—	
07	P_1	05	43	40	04	07	26	74	—	
	\bar{P}_1	08	42	40	04	07	39	61	—	
	\bar{P}_3	03	21	60	07	08	20	66	13	
13	P_1	59	41	00	00	00	95	05	—	
	\bar{P}_1	61	37	00	00	02	98	03	—	
	\bar{P}_3	32	62	02	00	04	73	27	—	
19	P_1	93	04	00	03	00	100	—	—	
	\bar{P}_1	90	08	00	00	02	100	—	—	
	\bar{P}_3	78	11	01	01	09	100	—	—	
По всей совокупности	P_1	17	33	35	8	7	57	41	1	
	\bar{P}_1	19	31	33	8	7	63	35	1	
	\bar{P}_3	10	31	39	11	9	40	54	6	

моделирования по данным, которые имитировали 2000-летний ряд ежечасных наблюдений за температурой воздуха в течение пятидневки, представлены распределения \bar{P}_1 продолжительностей выбросов, полученные по тем же данным, но с дополнительно введенными ошибками наблюдений с мерой $\eta^2=0,004$, и распределения \bar{P}_3 продолжительностей выбросов, рассчитанные по данным, содержащим ошибки наблюдений, но при интервале времени между отсчетами $\Delta=3$ ч. В табл. 4 приводятся распределения $P_1, \bar{P}_1, \bar{P}_3$, как относящиеся к отдельным срокам наблюдений, так и полученные по всей совокупности в целом. Пропуск данных в таблице означает, что рас-

пределений получить не удалось из-за отсутствия закончившихся выбросов.

Из табл. 4 видно, что наличие ошибок наблюдений проявляется, естественно, прежде всего в увеличении доли коротких выбросов. Однако дискретизация отсчетов при определении распределения продолжительностей выбросов, в отличие от оценки среднего числа выбросов, не может считаться оптимизирующей процедурой, поскольку она полностью искажает вид распределения. Например, если говорить о распределении продолжительностей выбросов вверх, то искажение распределения происходит за счет двух факторов: неучета коротких выбросов вверх и увеличения числа длинных выбросов из-за «склеивания» выбросов вследствие пропуска коротких выбросов вниз. Влияние «склеивания» оказывается особенно существенным для низких (с учетом знака) уровней, средняя длительность выбросов вниз через которые мала.

При определенных условиях можно ставить вопрос о поиске интервала между отсчетами, использование которого при обработке позволило бы без систематической погрешности оценивать долю выбросов длительности меньше заданной.

Так, например, из табл. 4 следует, что доля выбросов длительностью меньше 6 ч за счет наличия ошибок наблюдений завышается (в данном случае за «истину» условно принято распределение, полученное по ежечасным наблюдениям). В среднем за сутки доля выбросов меньше 6 ч увеличивается от 17 до 19% для $c=0$ и от 57 до 63% для $c=2$. При увеличении интервала между отсчетами до 3 ч доля этих выбросов уменьшается соответственно до 10% для $c=0$ и до 40% для $c=2$. По-видимому, имеет место промежуточный интервал Δ , для которого доля коротких выбросов, оцененная по наблюдениям с ошибками, совпадала бы с долей этих выбросов в «истинном» распределении.

Данные о распределении продолжительностей выбросов, относящиеся к сроку $i=19$ ч, показывают, например, что выбросы длительности меньше 6 ч, начавшиеся в это время (т. е. вблизи перехода с отрицательной производной нормы через среднее значение), не являются «короткими», поэтому за счет дискретизации отсчетов нельзя добиться уточнения в оценке доли этих выбросов. По-видимому, такого уточнения можно было бы добиться применительно к выбросам меньшей длительности.

Из изложенного следует, что суточный ход температуры воздуха приводит к весьма существенному ходу как числа, так и продолжительности выбросов температурных рядов.

Выявление особенностей этого суточного хода требует обработки большого объема данных, которым в настоящее время метеорологи не располагают. Более того, даже при наличии сравнительно длинных рядов наблюдений полученные путем их обработки характеристики выбросов искажаются вследствие различных факторов (в первую очередь, ошибок наблюдений), влияние которых выделить довольно трудно. Поэтому представляется, что расчет характеристик выбросов целесообразно производить, если есть возможность,

аналитическим путем или с помощью метода статистического моделирования, а фактические данные использовать для расчета параметров статистической структуры с целью возможно более точной формулировки вероятностной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О влиянии дискретности измерений на точность определения числа выбросов.— «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 78—98.
2. Лепехина Н. А., Федорченко Е. И. О суточном ходе дисперсии температуры воздуха.— «Труды ГГО», 1973, вып. 308, с. 99—109.
3. Федорченко Е. И. О влиянии суточного хода параметров распределения на среднее число выбросов температуры воздуха.— См. наст. сб.
4. Федорченко Е. И. О временной структуре ежечасных наблюдений за температурой воздуха в Ленинграде.— «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 112—122.

А. С. Марченко, А. Г. Семочкин

ИЗУЧЕНИЕ ВЫБРОСОВ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА ПУТЕМ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БЕТА-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Изучение выбросов метеорологических процессов, т. е. выходов значений метеорологических элементов за различные уровни, представляет значительный практический интерес, поскольку таким способом удобно характеризовать статистические свойства экстремальных метеорологических условий. При наличии длительных непрерывных записей или достаточно частых дискретных измерений значений метеоэлементов статистические характеристики выбросов можно было бы получить путем обработки данных наблюдений. К сожалению, такого рода информация имеется только в небольшом числе пунктов наблюдений, к тому же не везде она получена за многолетний период времени, поэтому представляются актуальными и важными попытки разработать методику, которая позволяла бы с приемлемой точностью вычислить статистические характеристики выбросов на основе данных более редких измерений, скажем, четырехсрочных [1, 2].

В настоящей статье предлагается конструктивный метод решения этой задачи применительно к относительной влажности воздуха. Идея метода состоит в том, что по данным фактических четырехсрочных наблюдений оцениваются только суточный ход среднего значения и дисперсии относительной влажности и временная корреляционная функция, а статистические характеристики выбросов определяются путем обработки подходящей модельной случайной последовательности, генерируемой ЭЦВМ с учетом суточного хода и временных корреляций реального процесса.

Рассмотрим моделирование последовательностей ежечасных значений относительной влажности, имея в виду, что, с одной стороны, выбросы последовательностей ежечасных значений метеоэлементов близки к выбросам непрерывных во времени процессов, а с другой — что предлагаемая методика может быть проверена по данным фактических ежечасных наблюдений относительной влажности в аэропортах.

Для изучения вероятностной структуры реальных процессов и с целью проверки предлагаемого метода были отперфорированы ежечасные значения температуры воздуха, атмосферного давления и температуры точки росы раздельно в январе и июле за 10-летний период 1954—1963 гг. на 10 станциях в различных климатических районах (Шоссейная, Минск, Быково, Киев, Донецк, Актюбинск, Джусалы, Новосибирск, Красноярск, Иркутск) и по специальной программе с помощью таблиц [4] на ЭВМ вычислены соответствующие ежечасные значения относительной влажности воздуха. Затем были вычислены: суточный ход среднего значения и дисперсии относительной влажности; распределение вероятностей ее значений за каждый час суток; матрицы временных коэффициентов корреляции со сдвигом во времени до 10 суток и соответствующие корреляционные функции; среднее число пересечений относительной влажности различных уровней, распределение вероятностей числа выбросов и их длительности, и другие характеристики.

Обнаружено, что распределение вероятностей относительной влажности u (для удобства будем измерять ее не в процентах, а в долях единицы) в каждый час суток удовлетворительно, по χ^2 -критерию, аппроксимируется бета-распределением с плотностью

$$f(u) = \frac{1}{B(p, q)} u^{p-1} (1-u)^{q-1}; \quad B(p, q) = \int_0^1 u^{p-1} (1-u)^{q-1} du. \quad (1)$$

Параметры этого распределения, в общем случае зависящие от времени, могут быть вычислены по среднему значению μ и дисперсии σ^2 относительной влажности для соответствующего часа суток по формулам:

$$p = \mu \left[\frac{\mu(1-\mu)}{\sigma^2} - 1 \right], \quad q = \frac{1-\mu}{\mu} p. \quad (2)$$

В январе на всех указанных станциях ни μ и σ^2 , ни p и q не испытывают заметного суточного хода. В июле все эти параметры, особенно μ и p , сильно изменяются в течение суток (табл. 1).

Обнаружено также, что изокорреляты относительной влажности в январе практически параллельны главной диагонали матрицы временных коэффициентов корреляции.

Таким образом, в центральные месяцы холодного периода года последовательности ежечасных значений относительной влажности можно считать стационарными в широком смысле. В июле структура матриц коэффициентов корреляции значительно более сложная: коэффициенты корреляции зависят не только от длины промежутка между коррелируемыми значениями относительной влажности, но и от положения этого промежутка на суточном интервале времени (рис. 1), поэтому в теплую часть года последовательности ежечасных значений относительной влажности нельзя считать стационарными. Кроме существенного усложнения процедуры моделирования это означает также, что временные корреляционные функции для

Таблица I

Значения параметров μ , σ , p , q

Срок, часы	Актюбинск				Иркутск				Киев			
	июль				июль				июль			
	μ	σ	p	q	μ	σ	p	q	μ	σ	p	q
1	0,69	0,17	5,00	2,30	0,92	0,06	16,0	1,40	0,79	0,12	8,00	2,10
3	0,73	0,16	4,80	1,80	0,88	0,09	10,7	1,50	0,82	0,11	9,80	2,20
5	0,72	0,16	4,90	1,90	0,78	0,13	7,10	2,00	0,85	0,10	10,6	2,00
7	0,61	0,17	4,40	2,80	0,66	0,16	5,00	2,60	0,82	0,10	10,3	2,20
9	0,47	0,16	4,00	4,50	0,52	0,18	3,50	3,30	0,70	0,14	7,00	3,10
11	0,39	0,14	4,30	6,60	0,55	0,18	3,70	3,00	0,60	0,15	5,50	3,60
13	0,36	0,15	3,30	5,80	0,57	0,17	4,30	3,20	0,54	0,16	4,90	4,20
15	0,37	0,16	3,00	5,02	0,65	0,17	4,50	2,40	0,51	0,16	4,40	4,20
17	0,39	0,17	2,80	4,40	0,76	0,14	6,20	2,00	0,50	0,16	4,20	4,20
19	0,47	0,18	3,20	3,60	0,84	0,10	10,4	2,00	0,53	0,17	4,10	3,70
21	0,58	0,18	3,34	2,80	0,90	0,07	15,3	1,70	0,64	0,15	6,10	3,30
23	0,66	0,18	4,00	2,00	0,91	0,06	17,7	1,80	0,74	0,13	7,60	3,00
Среднее су- точное за январь	0,79	0,10	13,0	3,32	0,85	0,07	18,8	3,33	0,85	0,07	21,0	3,75

Срок, часы	Новосибирск				Минск				Шоссейная			
	июль				июль				июль			
	μ	σ	p	q	μ	σ	p	q	μ	σ	p	q
1	0,87	0,10	9,00	1,40	0,81	0,10	12,0	3,00	0,89	0,06	20,9	2,57
3	0,86	0,10	9,50	1,50	0,84	0,10	10,4	2,00	0,90	0,06	19,4	2,15
5	0,77	0,12	8,70	2,60	0,86	0,09	11,8	1,90	0,91	0,06	17,7	1,75
7	0,65	0,14	6,90	3,70	0,85	0,10	10,0	1,80	0,87	0,08	13,2	1,97
9	0,59	0,15	5,80	4,10	0,77	0,12	8,70	2,60	0,77	0,12	8,70	2,60
11	0,54	0,15	5,40	4,60	0,67	0,14	6,90	3,40	0,66	0,14	6,90	3,50
13	0,54	0,15	5,40	4,60	0,60	0,14	6,70	4,70	0,61	0,14	6,80	4,40
15	0,58	0,16	4,90	3,50	0,56	0,14	6,40	5,10	0,60	0,14	6,70	4,70
17	0,64	0,16	5,10	2,30	0,56	0,15	5,50	4,40	0,61	0,15	5,80	3,70
19	0,77	0,13	7,30	2,20	0,60	0,15	5,80	4,00	0,65	0,14	6,90	3,70
21	0,83	0,10	10,9	2,20	0,67	0,15	5,90	3,00	0,75	0,12	9,00	3,00
23	0,85	0,10	10,0	1,80	0,77	0,13	7,30	2,20	0,86	0,08	9,50	1,50
Среднее су- точное за январь	0,80	0,08	18,7	4,74	0,86	0,08	16,6	2,67	0,86	0,07	19,6	3,20

летних месяцев не имеют смысла. Корреляционную связь между элементами таких последовательностей надо характеризовать не корреляционной функцией, а корреляционной матрицей. В дальнейшем, обсуждая алгоритмы и результаты моделирования, мы будем иметь в виду только стационарные январские последовательности. Методы моделирования нестационарных последовательностей более сложны и требуют отдельного рассмотрения. Значения корреляционных

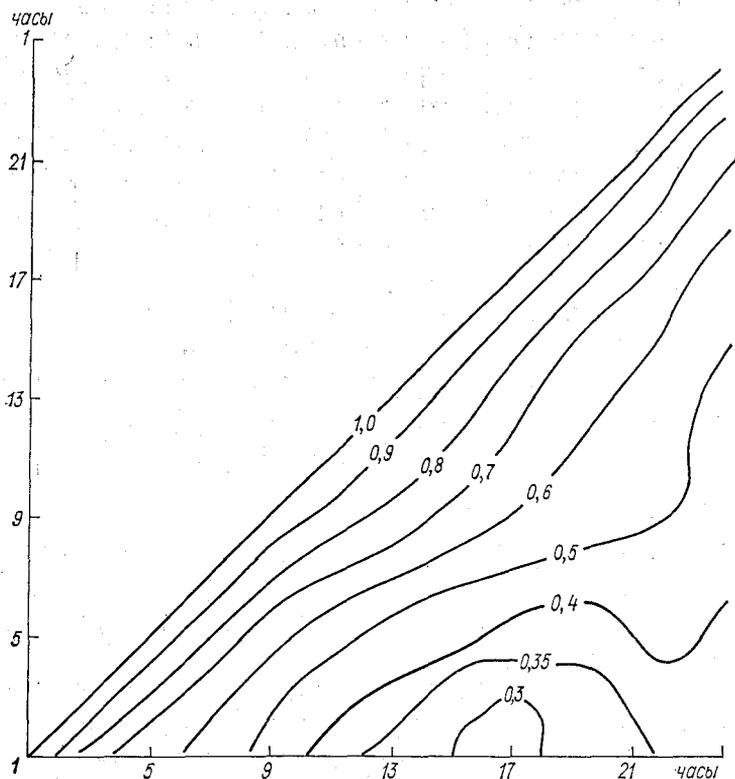


Рис. 1. Средние изокорреляты относительной влажности в июле.

функций относительной влажности в январе приведены в табл. 2. В январе временные корреляции быстро спадают в течение одних-двух суток, но не затухают совсем, а выходят на некоторый уровень r_{∞} , соответствующий усредненному асимптотическому значению корреляционной функции.

Случайную бета-величину с заданными параметрами распределения p и q можно получить с помощью набора независимых нормальных величин, которые легко моделируются на ЭВМ (см., например, [3]). Пусть $\xi_1, \dots, \xi_{2p}, \zeta_1, \dots, \zeta_{2q}$ — независимые нормальные величины с нулевыми средними значениями и единичными

дисперсиями. Из первых $2p$ величин образуем вектор $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_{2p})$ с квадратом длины $\xi\xi = \xi_1^2 + \dots + \xi_{2p}^2$, а из $2q$ остальных величин — вектор $\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_{2q})$ с квадратом длины $\zeta\zeta = \zeta_1^2 + \dots + \zeta_{2q}^2$. Тогда без труда доказывается, что случайная величина $u = \xi\xi / (\xi\xi + \zeta\zeta)$ имеет бета-распределение (1) с параметрами p и q . Поскольку размер-

Таблица 2

Корреляционные функции относительной влажности воздуха в январе

Станция	Сдвиг во времени между коррелируемыми значениями, часы									r_∞
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	
Актюбинск	0,87	0,83	0,80	0,76	0,73	0,69	0,66	0,64	0,61	0,34
Быково	0,88	0,84	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,43
Джусалы	0,84	0,80	0,77	0,74	0,71	0,68	0,65	0,63	0,60	0,35
Донецк	0,86	0,83	0,81	0,78	0,73	0,69	0,64	0,61	0,59	0,36
Иркутск	0,84	0,79	0,76	0,72	0,68	0,65	0,62	0,59	0,56	0,34
Красноярск	0,82	0,72	0,63	0,55	0,48	0,43	0,38	0,35	0,31	0,18
Киев	0,81	0,73	0,65	0,58	0,53	0,48	0,44	0,41	0,38	0,19
Шоссейная	0,78	0,72	0,64	0,57	0,51	0,46	0,42	0,40	0,36	0,19
Минск	0,84	0,78	0,74	0,70	0,67	0,65	0,62	0,60	0,58	0,35
Новосибирск	0,85	0,79	0,75	0,70	0,66	0,62	0,58	0,55	0,52	0,35

Станция	Сдвиг во времени между коррелируемыми значениями, часы									r_∞
	19	21	23	28	33	38	43	48	53	
Актюбинск	0,58	0,55	0,51	0,49	0,46	0,44	0,41	0,38	0,36	0,34
Быково	0,67	0,66	0,64	0,60	0,57	0,54	0,51	0,48	0,45	0,43
Джусалы	0,58	0,57	0,51	0,51	0,47	0,44	0,42	0,39	0,37	0,35
Донецк	0,56	0,50	0,48	0,45	0,41	0,38	0,37	0,36	0,37	0,36
Иркутск	0,54	0,52	0,50	0,47	0,45	0,43	0,41	0,39	0,37	0,34
Красноярск	0,29	0,27	0,25	0,23	0,22	0,19	0,19	0,18	0,18	0,18
Киев	0,36	0,33	0,31	0,27	0,24	0,22	0,20	0,19	0,19	0,19
Шоссейная	0,33	0,31	0,29	0,26	0,24	0,23	0,21	0,20	0,19	0,19
Минск	0,55	0,53	0,51	0,47	0,45	0,42	0,40	0,38	0,36	0,35
Новосибирск	0,50	0,47	0,45	0,42	0,40	0,39	0,38	0,38	0,37	0,35

ность вектора должна быть целым числом, то этим способом можно моделировать бета-величины только для значений p и q , кратных $1/2$. В тех случаях, когда интересуются не столько величиной u , сколько средним значением $v(p, q) = M\varphi(u)$ некоторой функции от нее, указанное обстоятельство не доставляет больших неудобств, ибо если задаваемые параметры $p = p_0$ и $q = q_0$ отличаются от полуцелых зна-

чений, то нужно вычислить $v(p_1, q_1)$ и $v(p_2, q_2)$ для ближайших полупелых значений параметров ($p_1 < p_0 < p_2, q_1 < q_0 < q_2$) и получить окончательный результат путем линейной интерполяции.

Рассмотрим теперь последовательность $2(p+q)$ -мерных векторов

$$\left(\begin{matrix} \xi^1 \\ \zeta^1 \end{matrix} \right), \left(\begin{matrix} \xi^2 \\ \zeta^2 \end{matrix} \right), \dots, \left(\begin{matrix} \xi^k \\ \zeta^k \end{matrix} \right), \quad (3)$$

из которых каждый имеет описанную выше вероятностную структуру, и соответствующую бета-последовательность u_1, u_2, \dots, u_k . Если последовательность (3) образована из независимых векторов, то и бета-величины будут независимы. Если же векторы в последовательности (3) связаны друг с другом некоторой зависимостью, то соответствующей зависимостью будут связаны друг с другом и элементы бета-последовательности. Зависимость между векторами последовательности (3) должна быть задана так, чтобы корреляция между бета-величинами возможно точнее соответствовали корреляциям между наблюдаемыми значениями относительной влажности. Как будет показано ниже, хорошую аппроксимацию вероятностной структуры реального процесса можно получить из условия, чтобы коррелировали между собой компоненты векторов, которые имеют одинаковые номера

$$\text{к. к.} (\xi_i^\alpha, \xi_j^\beta) = \text{к. к.} (\zeta_i^\alpha, \zeta_j^\beta) = \delta_{ij} \rho_{\alpha\beta} \quad (4)$$

(δ_{ij} — символ Кронекера). Тогда коэффициент корреляции между бета-величинами u_α и u_β определяется формулой

$$r_{\alpha\beta} = \text{к. к.} (u_\alpha, u_\beta) = \sum_{\nu=0}^{\infty} c_\nu \rho_{\alpha\beta}^{2(\nu+1)}, \quad (5)$$

где $c_\nu = \frac{p+q}{p+q+1} \frac{\Gamma(p+q+2)\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(p+q+2+\nu)}$, $\Gamma(z)$ — гамма-функция. Так как моделируется стационарный процесс, то $\rho_{\alpha\beta}$ и соответственно $r_{\alpha\beta}$ зависят только от разности индексов α и β . Мы моделировали последовательность векторов (3) для случая, когда

$$\rho_{\alpha\beta} = \frac{\gamma \rho^{|\alpha-\beta|} + a^2}{1 + a^2}, \quad (6)$$

где $0 < \rho < 1, 0 < \gamma \leq 1, a > 0$ — параметры, которые подбирались из условия, чтобы корреляционная функция модельной бета-последовательности возможно точнее аппроксимировала корреляционную функцию наблюдаемых значений относительной влажности.

Из рис. 2 видно, что корреляционные функции модельных и фактических последовательностей относительной влажности близки между собой (подходящее значение параметра a в формуле (6) обеспечивает характерное для относительной влажности асимптотическое поведение корреляционной функции модельного процесса).

Практически моделирование осуществлялось следующим образом. ЭВМ генерирует $2(p+q)(1+2k)$ независимых нормальных случайных величин $x_{ij}, y_{ij}, z_i (i=1, 2(p+q), j=1, k)$ с нулевыми средними значениями и единичными дисперсиями, из которых по формулам

$$\begin{aligned} v_{11} &= x_{11}, \\ v_{ij} &= \rho v_{ij-1} + \sqrt{1-\rho^2} x_{ij}, \quad j > i, \\ w_{ij} &= \left(v_{ij} + \sqrt{\frac{1}{\gamma} - 1} y_{ij} \right) \sqrt{\gamma}, \\ \xi_{ij} &= (w_{ij} + az_i) / \sqrt{1+a^2} \end{aligned}$$

получаются новые нормальные величины ξ_{ij} с нулевыми средними значениями, единичными дисперсиями и с коэффициентом корреляции

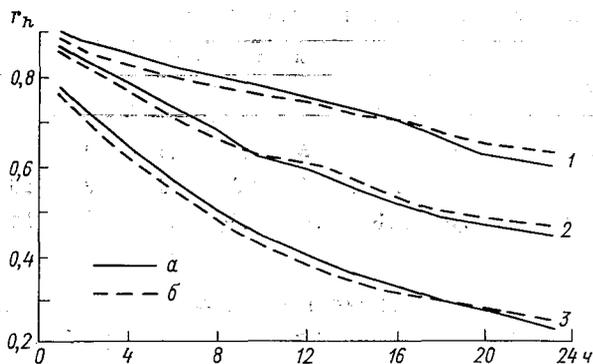


Рис. 2. Сравнение корреляционных функций фактических (а) и модельных (б) последовательностей относительной влажности в январе на станциях Быково (1), Новосибирск (2), Шоссейная (3).

ляции между $\xi_{i\alpha}$ и $\xi_{i\beta}$, определяемым формулой (6). Если вычисленные таким способом величины выписать в виде таблицы

$$\begin{array}{cccc} \xi_{11} & \xi_{12} & \dots & \xi_{1k} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \dots & \xi_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \xi_{s1} & \xi_{s2} & \dots & \xi_{sk}, \quad s = 2(p+q), \end{array}$$

то каждый ее столбец и будет $2(p+q)$ -мерным вектором из последовательности (3). Независимым повторением этой процедуры n раз можно получать модельные бета-последовательности месячной длины как бы за n лет наблюдений (в наших расчетах было $n=100$).

Пусть таблица

$$\begin{matrix} u_1^1, u_2^1, \dots, u_k^1 \\ u_1^2, u_2^2, \dots, u_k^2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ u_1^n, u_2^n, \dots, u_k^n \end{matrix}$$

обозначает набор ежечасных фактических или модельных значений относительной влажности на месячном интервале времени ($k=24 \times 31=744$) за n лет. Для i -й реализации $u_1^i, u_2^i, \dots, u_k^i$ событие

Таблица 3

Сравнение средних значений числа пересечений в течение суток для фактических (ф) и модельных (м) последовательностей относительной влажности в январе

m	Шоссейная		Быково		Новосибирск		Актюбинск	
	ф	м	ф	м	ф	м	ф	м
-1	2,6	2,4	2,5	3,1	2,5	2,9	2,3	2,5
0	2,8	2,7	3,1	3,8	2,8	3,2	2,6	2,8
+1	2,6	2,3	2,4	2,9	2,4	2,5	2,4	2,5

$\{u_\alpha^i < d, u_{\alpha+1}^i \geq d\}$ будем называть положительным пересечением уровня d в момент времени α , а событие $\{u_\alpha^i < d, u_{\alpha+1}^i \geq d, \dots, u_{\alpha+t}^i \geq d, u_{\alpha+t+1}^i < d\}$ — положительным выбросом длительности t . По фак-

Таблица 4

Сравнение средних значений длительности выбросов (в часах) на интервале месячной длины для фактических (ф) и модельных (м) последовательностей относительной влажности в январе

m	Шоссейная		Быково		Новосибирск		Актюбинск	
	ф	м	ф	м	ф	м	ф	м
-1	14,2	16,2	23,1	21,8	17,4	16,1	19,3	17,7
0	7,0	7,7	12,1	10,4	7,9	5,7	7,4	6,6
+1	3,9	4,6	6,4	5,8	5,1	4,9	5,0	4,5

тическим наблюдениям за $n=10$ лет и по модельным значениям относительной влажности за $n=100$ лет для уровней $d = \mu + m\sigma$ ($m = -1, 0, +1$) вычислялись среднее число положительных пересечений, отнесенное к интервалу времени суточной длины, распределение вероятностей числа пересечений, средняя длительность выбро-

сов на месячном интервале времени и распределение вероятностей этой длительности.

В табл. 3 и 4 сравниваются средние значения числа пересечений и длительности выбросов для фактических и модельных последовательностей, а на рис. 3 и 4 — распределения вероятностей числа пересечений и длительности выбросов. Видно, что статистические характеристики выбросов для фактических и модельных последо-

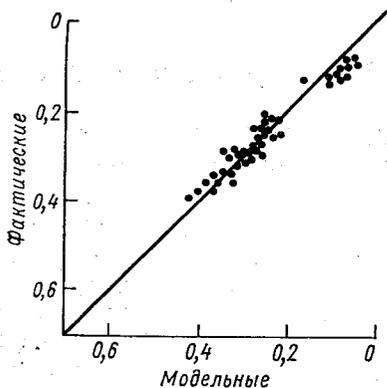


Рис. 3. Сравнение вероятностей числа пересечений для фактических и модельных последовательностей относительной влажности в январе на станциях Шоссейная, Быково, Новосибирск, Актюбинск.

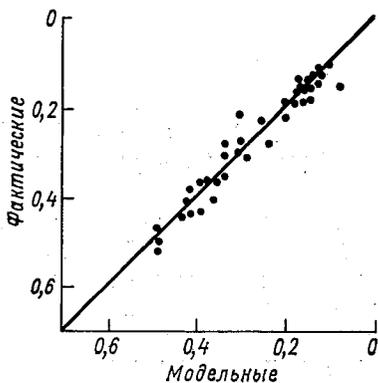


Рис. 4. Сравнение интегральных вероятностей длительности выбросов для фактических и модельных последовательностей относительной влажности в январе на станциях Шоссейная, Быково, Новосибирск, Актюбинск.

вательностей ежечасных значений относительной влажности близки между собой, а это подтверждает возможность изучения выбросов относительной влажности с помощью модельных последовательностей, построенных на основе заданных значений только параметров p , q и временной корреляционной функции реального процесса. Педчеркнем еще раз, что для оценки этих входных характеристик вовсе не обязательно иметь дело с ежечасными наблюдениями — для стационарных процессов достаточно располагать более разреженными во времени наблюдениями, например, четырехсрочными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. О расчете статистических характеристик выбросов случайных функций. — «Труды ГГО», 1970, вып. 268, с. 146—168.
2. Каган Р. Л., Канашкин В. К., Федорченко Е. И. О расчете характеристик временных рядов методом статистического моделирования. — «Труды ГГО», 1972, вып. 286, с. 71—82.
3. Михайлов Г. А. Некоторые вопросы теории методов Монте-Карло. Новосибирск, «Наука», 1974.
4. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеониздат, 1965, с. 854—855.

В. М. Булаева, Р. Л. Казан

ВРЕМЕННАЯ СТРУКТУРА СКОРОСТИ ВЕТРА ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ОКЕАНОМ

1. В настоящее время имеется сравнительно мало работ по исследованию детальной временной структуры скорости ветра, которые содержали бы сведения не только об ее распределении, но и о временной корреляции. Наибольший интерес представляет в этом отношении недавно опубликованная работа Т. П. Романенко [5], в которой приводятся данные, полученные для 10 станций, расположенных в различных районах Советского Союза.

Приведенные в [5] сведения относятся к модулю скорости ветра, раздельной обработки для ее составляющих в этой работе не производилось. В то же время такая раздельная обработка представляет определенный интерес, поскольку она позволяет судить о применимости тех или иных моделей для описания распределения вектора ветра. При этом приходится, однако, считаться с трудностями интерпретации данных для приземных станций, на которых существенно должны сказываться не только общие физико-географические закономерности, но и специфика данной станции, в частности условия ее закрытости. С этой точки зрения представляется целесообразным рассмотрение статистической структуры поля ветра над океаном, где поле ветра является более однородным. Кроме того, данные о структуре ветра над океаном представляют и самостоятельный интерес, поскольку они могут быть использованы при исследовании взаимодействия океана и атмосферы и при различных океанографических расчетах [4].

В настоящей статье излагаются некоторые результаты статистического анализа данных 8-срочных (00, 03, 06, 09, 12, 15, 18 и 21 ч) измерений скорости ветра в Северной Атлантике (45° с. ш., 16° з. д.) на судне погоды К в мае, августе и ноябре. Для каждого из рассмотренных месяцев обрабатывались данные наблюдений за 14 лет (1958—1971 гг.), выписанные из бюллетеней [7].

Расчеты производились по алгоритму, аналогичному описанному в [1]. Определенные различия между алгоритмами связаны с необходимостью обработки векторных, а не скалярных, как в [1], величин. В соответствии с этим в программе расчетов было преду-

смотрено введение данных как о скорости, так и о направлении ветра с последующим определением, хранением и обработкой не только модуля скорости ветра (u), но и зональной (u_z) и меридиональной (u_m) ее составляющих.

Кроме того, алгоритм был дополнен блоком расчета характеристик периодов пребывания значений элемента между уровнями. В этом блоке предусматривалось вычисление среднего для реализации (в данном случае — за месяц) числа попаданий значений последовательности в интервалы с заданными границами и продолжительности непрерывного пребывания в этих интервалах.

При этом величина u_i считалась находящейся в интервале с нижней границей a и верхней границей b , если

$$a \leq u_i < b. \quad (1)$$

В этом условии учитывается, что фактические данные наблюдений являются округленными, так что вероятность того, что значения обрабатываемых величин совпадут со значениями уровней (произойдет «касание» уровня), является ненулевой.

Попадание последовательности в интервал с границами (a, b) регистрируется при выполнении одного из условий:

$$1) u_{i-1} \geq b, \quad u_i < b;$$

$$2) u_{i-1} < a, \quad u_i > a;$$

$$3) u_{i-1} < a, \quad u_i = u_{i+1} = \dots = u_{i+k} = a, \quad u_{i+k+1} > a. \quad (2)$$

Под продолжительностью пребывания последовательности u в интервале (a, b) понимается промежуток времени от момента попадания в интервал до момента выхода из него.

Под моментом попадания последовательности в интервал понимается момент $i - \frac{1}{2} \Delta\tau$ (i — момент времени, соответствующий i -му члену последовательности, $\Delta\tau$ — промежуток времени между членами последовательности), если соблюдается одно из условий:

$$1) u_{i-1} \geq b, \quad a \leq u_i < b;$$

$$2) u_{i-1} < a, \quad a \leq u_i < b. \quad (3)$$

Если же попадание в интервал происходит в соответствии с третьим из условий (2) (имеет место «касание»), то в качестве момента попадания принимается момент i . Аналогично определяется момент выхода последовательности из интервала.

В тех случаях, когда скорость ветра проходит через интервал (a, b) в промежутке между моментами $i-1$ и i , т. е. при выполнении одного из условий:

$$1) u_{i-1} \geq b, \quad u_i < a;$$

$$2) u_{i-1} < a, \quad u_i > b; \quad (4)$$

продолжительность пребывания в данном интервале принимается равной $0,5 \Delta\tau$.

Алгоритм реализован в виде программы в кодах ЭВМ М-220.

2. Расчет параметров распределения отдельно для каждого из сроков наблюдений показал, что суточный ход их практически отсутствует как для модуля скорости ветра, так и для ее составляющих. В табл. 1 приводятся осредненные по всем срокам значения параметров распределения.

Таблица 1

Средние значения (\bar{u} м/с), средние квадратические отклонения (σ м/с), коэффициенты асимметрии (A) и эксцесса (E) для модуля скорости ветра и ее составляющих

Параметр	Май			Август			Ноябрь		
	u	u_z	u_M	u	u_z	u_M	u	u_z	u_M
\bar{u}	8,1	-2,3	0,9	7,5	-2,8	1,3	10,1	-3,0	2,6
σ	3,5	5,6	5,7	3,4	4,8	5,5	4,5	7,2	6,8
A	0,21	0,14	0,01	0,29	0,09	-0,20	0,28	0,07	-0,23
E	-0,50	-0,34	-0,60	-0,44	-0,53	-0,18	-0,47	-0,61	-0,61

Как видно из табл. 1, все три месяца характеризуются положительными значениями коэффициента асимметрии и отрицательными значениями коэффициента эксцесса модуля скорости ветра. Более того, существенно отрицательными оказываются коэффици-

Таблица 2

Параметры распределения модуля скорости ветра

Параметр	Май	Август	Ноябрь
β м/с	9,0	9,0	11,6
γ	2,14	2,19	2,23

енты эксцесса и для составляющих скорости ветра. Оценка возможных значений коэффициентов эксцесса и асимметрии для нормальной последовательности с учетом связности ряда [6] при использованных объемах выборки (14 реализаций по 240 членов) дает средние квадратические отклонения выборочных значений A и E порядка 0,1 и 0,2 соответственно. Если фактические значения коэффициентов асимметрии для составляющих скорости ветра, особенно для зональной составляющей, не сильно превышают эти выборочные погрешности, то коэффициенты эксцесса оказываются больше соответствующих стандартных ошибок в 2—3 раза. Это делает сомнительной возможность описания распределения составляющих скорости ветра нормальным законом.

Распределение модуля скорости ветра удовлетворительно описывается законом Вейбула

$$W(u) = \exp\left\{-\left(\frac{u}{\beta}\right)^\gamma\right\}, \quad (5)$$

где $W(u)$ — вероятность того, что скорость ветра превышает u , а β и γ — параметры распределения, значения которых приводятся в табл. 2.

Таблица 3

Временная корреляция (%) модуля и составляющих скорости ветра

τ часы	Май			Август			Ноябрь		
	u	u_3	u_M	u	u_3	u_M	u	u_3	u_M
3	86	91	89	84	89	87	88	93	88
6	75	84	81	73	82	78	79	88	79
9	66	78	74	63	76	69	71	82	71
12	57	72	66	55	70	60	62	76	63
15	50	67	61	47	63	52	56	71	56
18	44	63	56	41	58	45	49	65	50
21	39	60	52	36	53	38	43	61	46
24	34	57	48	32	49	33	38	57	42
30	27	52	42	24	40	24	29	49	35
36	22	46	38	18	32	18	23	43	29
42	19	41	34	15	27	15	18	38	26
48	15	37	31	13	23	14	15	33	23
54	12	35	27	12	21	14	14	30	21
60	10	32	26	11	19	16	11	27	19
66	7	28	26	6	17	17	10	24	18
72	4	24	24	3	17	18	8	21	16
r_0	98	98	98	97	97	98	98	99	99
τ_0	23	39	32	21	35	26	28	48	27

Наилучшие результаты аппроксимация распределения модуля скорости законом Вейбула дает для ноября, сравнительно плохо аппроксимируются им данные наблюдений за май, особенно для скоростей ветра, превышающих 12 м/с. В этом диапазоне для мая лучшие результаты дает использование распределения Фреше [3].

Рассмотрение временных корреляционных функций для скорости ветра и ее составляющих показывает практическое отсутствие суточного хода этих функций, что позволяет производить их обработку в предположении стационарности. Значения корреляционных функций, полученные путем осреднения всех пар моментов, относящихся к одному временному сдвигу τ , приводятся в табл. 3.

Средняя квадратическая погрешность этих величин колеблется от 0,01 для малых τ до 0,02 для сдвига времени больше суток.

Из табл. 3 видно, что временная корреляция модуля скорости ветра в ноябре несколько выше, чем в летние месяцы. Такая закономерность имеет место и для суши [2, 5], однако для суши затухание корреляции со временем, естественно, оказывается более быстрым.

Таблица 4

Характеристики выбросов скорости ветра вверх через уровень C

C м/с	N			σN			T часы			σT часы		
	V	VIII	XI	V	VIII	XI	V	VIII	XI	V	VIII	XI
2	4,8	5,4	2,7	2,8	2,9	1,3	75,3	77,7	145,2	114,9	85,2	175,8
4	9,9	13,4	6,6	4,1	4,3	2,9	51,9	42,6	76,5	69,6	53,4	92,4
6	13,8	18,4	13,4	4,4	3,1	4,1	36,9	24,9	38,1	42,9	31,8	46,8
8	18,8	17,9	16,7	4,2	3,5	4,0	19,2	16,8	25,2	25,8	20,1	27,6
10	15,3	13,5	15,5	3,3	4,4	4,4	14,4	13,2	21,6	17,4	14,4	24,0
12	10,9	8,1	14,6	4,8	2,3	5,2	10,8	9,6	16,2	12,6	11,7	17,4
14	6,9	4,0	12,7	4,5	2,0	5,8	6,9	9,0	11,1	5,7	10,5	12,0
16	2,1	1,8	7,2	2,3	1,4	4,1	6,6	10,2	10,8	3,9	9,0	9,9
18	0,64	1,1	4,7	0,78	1,1	2,7	6,3	6,3	9,6	3,3	6,0	7,8
20	0,45	0,54	3,0	0,43	0,66	2,2	6,0	5,4	6,9	3,3	5,7	6,9
22	0,09	0,18	1,4	0,08	0,38	1,6	6,0	6,0	5,1	0	3,0	3,9
24	0	0,18	0,73	—	0,38	1,1	—	3,0	5,6	—	0	2,5
26	0	0,09	0,27	—	0,29	0,62	—	3,0	5,0	—	0	1,4
28	0	0,09	0,18	—	0,29	0,38	—	3,0	4,5	—	0	1,5

Корреляционные функции составляющих убывают со временем медленнее корреляционных функций модуля скорости ветра. При этом значения коэффициентов корреляции для зональной составляющей оказываются систематически выше, чем для меридиональной составляющей. Эти различия являются систематическими и в совокупности с уже упоминавшимся отклонением распределения составляющих скорости ветра от нормального, по-видимому, исключают использование распределения Релея применительно к модулю скорости ветра.

В пределах первых суток временные корреляционные функции модуля скорости ветра достаточно точно могут быть аппроксимированы зависимостью вида

$$r(\tau) = r_0 \exp(-\tau/\tau_0), \quad (6)$$

где r_0 — аппроксимирующее значение при $\tau=0$, отличное от единицы из-за ошибок наблюдений, τ_0 — масштаб корреляции.

Для составляющих скорости такая зависимость справедлива лишь в течение первых полусуток. Значения параметров t_0 и t_0 приводятся в последних строках табл. 3.

3. В табл. 4 приводятся полученные для всех трех месяцев характеристики выбросов модуля скорости ветра через уровни, кратные 2 м/с. При этом введены следующие обозначения: \bar{N} — среднее за месяц число выбросов вверх; σ_N — среднее квадратическое от-

Таблица 5

Характеристики периодов пребывания скорости ветра в интервалах шириной 5 м/с

Характеристика	Месяц	Интервал, м/с					
		0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
\bar{N}	V	12,0	27,6	19,4	4,5	0,5	0
	VIII	16,1	29,4	16,2	3,2	0,6	0,1
	XI	9,4	24,9	25,9	13,3	3,4	0,4
σ_N	V	4,1	2,1	5,6	3,7	0,6	—
	VIII	4,7	3,2	4,7	2,5	0,8	0,3
	XI	3,3	5,7	5,8	6,3	2,6	0,9
\bar{T} часы	V	5,1	13,2	10,5	4,8	6,0	—
	VIII	10,8	13,2	9,6	6,9	4,8	3,0
	XI	9,0	11,4	9,0	6,9	5,4	4,8
σ_T часы	V	4,8	12,6	9,0	3,3	3,3	—
	VIII	11,1	13,8	9,3	8,1	5,4	0
	XI	9,9	12,3	8,7	5,4	5,1	2,4

клонение числа выбросов за месяц, характеризующее рассеяние величины N за отдельные годы; \bar{T} — средняя продолжительность выбросов вверх через уровень C , получающаяся путем осреднения для всех выбросов, начинающихся и заканчивающихся в течение обрабатываемого месяца (при определении числа выбросов, в соответствии с общепринятой методикой, подсчитывается фактически число пересечений уровня C вверх); σ_T — среднее квадратическое отклонение продолжительности выбросов.

Учитывая фактический объем выборки (14 месячных реализаций), по полученным значениям σ_N и σ_T можно судить о точности приведенных в табл. 5 величин \bar{N} и \bar{T} .

Среднее число выбросов \bar{N} характеризуется относительной средней квадратической ошибкой порядка 10% для уровней C , близких к средней скорости ветра, порядка 20% для уровней C , близких к нулю, и для высоких уровней, примерно в два раза превышающих среднюю скорость ветра. Для еще более высоких уров-

ней значения погрешностей быстро увеличиваются и могут превышать 100%. Примерно такова же и относительная точность определения средней продолжительности выбросов для различных уровней.

Гораздо меньшей оказывается точность более детальных характеристик выбросов. Полученные в результате обработки распределения повторяемости числа выбросов на реализации и продолжительности выбросов оказываются совершенно ненадежными и здесь не приводятся. Для сколько-нибудь надежного определения их необходим больший объем исходных данных.

В табл. 5 приводятся некоторые характеристики периодов пребывания скорости ветра в заданных интервалах на реализациях месячной продолжительности. Из таблицы видно, что средняя про-

Таблица 6

Средняя продолжительность (часы) пребывания скорости ветра в интервале шириной 2 м/с

Интервал, м/с	0—2	2—4	4—6	6—8	8—10	10—12	12—14
\bar{T} часы	5,1	4,8	4,7	4,9	4,3	4,6	4,0
Интервал, м/с	14—16	16—18	18—20	20—22	22—24	24—26	26—28
\bar{T} часы	3,7	3,9	2,9	3,7	2,5	2,5	2,0

должительность пребывания скорости ветра в определенном интервале от месяца к месяцу меняется сравнительно мало. Это позволяет осреднить ее по всем трем месяцам. Соответствующие данные представлены в табл. 6, где осреднение выполнено по более детальным интервалам шириной 2 м/с.

Как видно из табл. 6, убывание величины \bar{T} для интервалов высоких скоростей ветра оказывается сравнительно медленным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. Расчет характеристик выбросов и временной структуры случайных последовательностей. — «Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 66—76.
2. Марченко А. С., Помозова Л. И., Чубенко М. А. Временная статистическая структура метеорологических процессов. — «Труды НИИАК», 1968, вып. 54(4), с. 35—46.
3. Регистр СССР. Ветер и волны в океанах и морях. Справочные данные. Под ред. И. Н. Давидана, Л. И. Лопатухина, В. А. Рожкова. Л., «Транспорт», 1974. 359 с.
4. Ржеллинский Г. В. Исследование режима ветрового волнения океанов и расчеты параметров волн. — «Труды ГОИН», 1972, вып. 111. 184 с.
5. Романенко Т. П. Статистическая структура временных рядов приземного ветра. — «Метеорология и гидрология», 1976, № 4, с. 32—37.
6. Федорченко Е. И. О влиянии связности рядов на точность выборочных моментов. — «Труды ГГО», 1973, вып. 336, с. 25—47.
7. Täglicher Wetterbericht. Offenbach am Main. 1958—1971.

В. М. Булаева, Р. Л. Каган

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ РЯДОВ НАБЛЮДЕНИЙ ЗА ВЕТРОМ

1. При обработке и интерпретации данных метеорологических наблюдений широко используются сведения об их статистической структуре, в том числе о таких характеристиках метеорологических полей как их временные корреляционные и структурные функции. В настоящее время разработаны и реализованы на ЭВМ алгоритмы расчета этих функций, а также других статистических характеристик, важных для практических приложений, в том числе характеристик выбросов временных рядов по фактическим данным наблюдений [6, 8]. Некоторые результаты, полученные путем использования подобных алгоритмов применительно к рядам наблюдений за скоростью ветра на судне погоды К, приведены в статье [1].

Наряду со скоростью ветра важна и обработка данных о направлении ветра, поскольку они получаются обычно с помощью независимого датчика. Кроме того, для некоторых практических приложений (например, для целей аэронавигации) эти данные представляют и самостоятельный интерес. Однако при обработке данных наблюдений за направлением ветра возникают специфические трудности, связанные с тем, что формальное осреднение направлений не имеет смысла из-за скачкообразного изменения направления на 360° при переходе ветра через выбранное начало отсчета. Так, например, формальное осреднение двух отсчетов направления ветра 355 и 5° при отсчете направления от севера давало бы вместо северного южное направление среднего ветра.

Это, разумеется, делает невозможным расчет не только среднего направления ветра, но и других характеристик его, например, характеристик временной структуры и выбросов, без учета специфики направления ветра. При составлении алгоритма статистической обработки, пригодного для исследования рядов наблюдений за направлением ветра, авторы попытались учесть это обстоятельство путем введения предварительного преобразования данных, исключая скачки их при переходе через начало отсчета.

При этом преобразовании

$$\varphi'_i = \begin{cases} \varphi_i & \text{при } i = 1, \\ \varphi_{i-1} + \Delta\varphi_i & \text{при } i > 1. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь φ_i — исходное направление ветра для i -го момента наблюдений, φ'_i — трансформированное направление, $\Delta\varphi_i$ — «истинное» изменение направления за время от $i - 1$ -го до i -го момента наблюдений, которое определяется в зависимости от «формальной» разности направлений

$$\alpha_i = \varphi_i - \varphi_{i-1} \quad (2)$$

по формуле

$$\Delta\varphi_i = \begin{cases} \alpha_i & \text{при } |\alpha_i| < 180^\circ, \\ \alpha_i - 360^\circ & \text{при } \alpha_i > 180^\circ, \\ \alpha_i + 360^\circ & \text{при } \alpha_i < -180^\circ. \end{cases} \quad (3)$$

При таком преобразовании принимается допущение, что в течение интервала времени между последовательными сроками наблюдений направление ветра не меняется больше чем на 180° . Это предположение, разумеется, справедливо лишь при достаточно частых измерениях. Более того, даже и в этом случае возможны изменения направления ветра более чем на 180° при условиях, близких к штилевым, однако практического интереса эти условия не представляют и вероятностью таких изменений, по-видимому, можно пренебречь.

После указанного преобразования данные о направлении ветра поддаются обработке с помощью обычных программ статистического анализа. Однако полученные результаты требуют некоторой дополнительной обработки в случае расчета характеристик выбросов. В самом деле, после получения данных о переходе направления ветра через разные значения, необходимо учесть, например, что направления $0, 360, 720^\circ$ и т. д. совпадают, и должным образом объединить результаты расчетов для этих направлений путем осреднения их с учетом числа случаев, приходящегося на каждое из них.

Вообще изменчивость направления ветра существенно зависит от скорости ветра (см., например, [2]) и представляло бы интерес отдельное изучение временной структуры направления для разных градаций скорости ветра. Однако для получения надежных характеристик структуры такой детальности мы обычно не располагаем достаточным объемом исходных данных. Поэтому на данном этапе включение в алгоритм такой отдельной обработки представлялось нам преждевременным.

С целью выяснения возможности применения описанного алгоритма он был использован при обработке данных наблюдений за направлением ветра на судне погоды К (см. [1]).

В результате обработки выяснилось, что направление ветра в течение месяца не может считаться стационарным даже прибли-

женно. Это отчетливо прослеживается, в частности, в большом диапазоне изменения величин преобразованного направления ветра. Так, например, в 1970 г. величины φ'_i в мае изменялись от -520 до $+580^\circ$.

В связи с фактической нестационарностью рядов наблюдений наибольший интерес представляют не корреляционные, а структурные функции, устойчивость которых соответствует модели процесса со стационарными приращениями. Значения этой функции,

Таблица 1

Структурные функции $b(\tau) \cdot 10^2$ град² направления скорости ветра по данным судна погоды К

Месяц	τ часы							
	3	6	9	12	15	18	21	24
Май	7,7	15,4	22,7	30,2	37,6	44,5	51,4	57,2
Август	7,3	13,5	20,0	27,1	33,5	40,1	47,0	53,7
Ноябрь	7,6	13,9	20,7	28,9	36,9	45,4	53,3	61,3

Месяц	τ часы							
	30	36	42	48	54	60	62	72
Май	70,4	80,8	91,0	103	117	129	140	153
Август	66,1	76,2	84,0	91,6	99,3	106	112	120
Ноябрь	78,7	96,0	115	133	151	170	188	205

Месяц	τ часы							
	78	84	90	96	102	108	114	120
Май	166	178	191	203	216	231	244	260
Август	127	137	146	155	166	176	185	193
Ноябрь	223	240	257	275	293	312	329	346

характеризующей изменчивость направления ветра от срока к сроку, для некоторых интервалов времени τ представлены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что среднее квадратическое изменение направления ветра за трехчасовой интервал ($\sqrt{b(3)}$) составляет около 27° , и изменения более 180° весьма маловероятны, что подтверждает практическую применимость выполненного нами предварительного преобразования. С увеличением временного сдвига τ структурная функция существенно возрастает. Важно отметить, что в пределах рассмотренных нами интервалов (до 5 суток) насыщения структурной функции не отмечается.

Сравнение данных для различных месяцев года показывает, что структурные функции для сдвигов времени примерно до суток раз-

личаются мало, заметные различия наблюдаются лишь для больших интервалов времени, для которых характерна меньшая временная изменчивость направления ветра летом по сравнению с весной и осенью. Это, по-видимому, свидетельствует о том, что в рассмотренном районе процессы малого масштаба мало зависят от сезонных особенностей по сравнению с крупномасштабными синоптическими процессами.

Таблица 2

Характеристики пребывания направления ветра в пределах заданного интервала по данным судна погоды К

Румб	Средняя общая продолжительность пребывания в интервале, часы			Среднее число периодов пребывания в интервале в месяц			Средняя продолжительность пребывания в интервале, часы		
	V	VIII	XI	V	VIII	XI	V	VIII	XI
По 8 румбам									
С	125	145	129	12	14	15	9	10	9
СВ	68	56	76	9	7	9	7	8	9
В	73	35	47	7	4	5	10	10	9
ЮВ	32	19	36	5	3	4	6	6	9
Ю	75	58	52	10	6	6	8	9	8
ЮЗ	103	117	88	16	15	12	7	10	8
З	150	167	160	18	23	18	8	8	9
СЗ	116	148	131	16	22	19	7	7	7
По 4 румбам									
С	223	250	241	12	14	14	19	16	17
В	120	68	90	5	6	6	22	12	12
Ю	140	115	121	9	9	9	14	13	12
З	261	312	268	16	16	17	16	17	15

В пределах первых суток структурные функции для мая и августа хорошо аппроксимируются «законом первой степени»,

$$b(\tau) = a + c\tau, \quad (4)$$

предложенным в свое время для процессов малого масштаба М. И. Юдиным [10] и подтвержденным экспериментально по данным аэрологических наблюдений Е. С. Селезневой и В. П. Решетовым [9].

Параметр a , характеризующий погрешности наблюдений, а также ошибки округления (направление ветра в бюллетенях [11], откуда выписывались исходные данные, округляется до десятков градусов), принят нами равным 70 град². Это соответствует средней квадратической случайной ошибке исходных данных 6°. Пара-

метр b равен $2,37 \text{ ч}^{-1}$ для мая и $2,21 \text{ ч}^{-1}$ для августа. Структурная функция для ноября при $\tau \leq 12 \text{ ч}$ практически совпадает с августовской. При больших τ ход этой структурной функции заметно отклоняется от закона первой степени.

Для характеристики устойчивости направления ветра представляют интерес данные о повторяемости и продолжительности периодов пребывания ветра в пределах заданного интервала. Такие данные, рассчитанные по методике, описанной в [1], представлены в табл. 2. Расчеты велись раздельно при разбивке направлений по 8 и 4 румбам. При этом интервалы выбирались таким образом, чтобы они центрировались около основных румбов.

Из табл. 2 видно, что в течение всех трех месяцев наиболее часты ветры западных и северных направлений. Примерно таково же и соотношение повторяемости и средней продолжительности пребывания в интервале направления ветра для различных румбов. Исключение в этом смысле составляет май, для которого сравнительно редко наблюдающиеся ветры восточного направления характеризуются наибольшей продолжительностью. В целом, однако, как видно из результатов более детальной обработки по 8 румбам, средняя продолжительность направления ветров в пределах одного интервала оказывается наиболее устойчивой характеристикой, мало меняющейся как от румба к румбу, так и от месяца к месяцу.

2. Важным аспектом интерпретации данных наблюдений за скоростью ветра является оценка повторяемости и продолжительности выбросов ее через те или иные уровни. Некоторые данные об этих характеристиках, полученные путем непосредственной обработки фактических рядов наблюдений на судне погоды К, приведены в [1].

Представляло интерес выяснить возможность аналитического расчета среднего числа и средней продолжительности выбросов. Эта задача осложняется тем, что распределение скорости ветра является существенно негауссовским. Как следует из [1], для рассмотренного района одномерное распределение скорости можно аппроксимировать законом Вейбула

$$W(u) = \exp\left\{-\left(\frac{u}{\beta}\right)^\gamma\right\}, \quad (5)$$

где $W(u)$ — вероятность превышения скорости ветра u , β и γ — параметры распределения, значения которых для нашего случая приводятся в табл. 2 работы [1].

Строгий аналитический расчет вероятности выбросов через уровень и других характеристик такого рода требует знания не только одномерного, но и двумерного, трехмерного и т. д. совместных распределений скорости ветра для различных моментов времени, сведениями о которых мы пока практически не располагаем. В связи с этим в настоящее время речь может идти лишь о приближенном расчете характеристик выбросов при использовании тех или

иных допущений. Для этой цели нами были рассмотрены два варианта.

Первый вариант состоял в использовании приближенной формулы для оценки среднего числа \bar{N} выбросов на реализации вейбуловской последовательности через уровень C

$$\bar{N}(C) = M \sqrt{\frac{1-r_1}{\pi}} \omega(C), \quad (6)$$

где M — число членов реализации, r_1 — коэффициент корреляции между соседними членами последовательности, $\omega(C)$ — плотность распределения, нормированная в предположении, что в качестве единицы измерения рассматриваемой величины берется ее среднее квадратическое отклонение.

Формулы типа (6) получаются путем замены в формулах для стационарного случайного процесса дисперсии производной процесса дисперсией соответствующей конечной разности [3], что естественно делать при замене непрерывного процесса дискретной последовательностью отсчетов. Эти формулы дают удовлетворительные результаты при оценке числа выбросов гауссовских [5] и релеевских [4] последовательностей. Для закона Вейбула, которым мы аппроксимируем распределение скорости ветра, плотность распределения задается формулой

$$\omega(C) = \frac{\sigma \gamma}{\beta} \left(\frac{C}{\beta}\right)^{\gamma-1} \exp\left\{-\left(\frac{C}{\beta}\right)^{\gamma}\right\}. \quad (7)$$

Второй вариант оценки среднего числа выбросов состоял в использовании специфической модели двумерного распределения Вейбула, которая описывает взаимную связь двух случайных переменных, получающихся путем преобразования двух исходных гауссовских переменных. Это преобразование осуществляется методом равных повторяемостей, при котором гауссовские случайные величины заменяются величинами той же обеспеченности для закона Вейбула. При этом приходится, вообще говоря, учитывать изменение связности рядов в результате такого преобразования, однако, как показали выполненные нами методом статистического моделирования оценки, этими изменениями можно пренебречь для характерных в нашем случае значений параметров распределения β и γ и коэффициентов корреляции r_1 . Таким образом, в данной модели число выбросов вейбуловской последовательности через уровень C определяется просто как число выбросов через уровень равной обеспеченности для гауссовской последовательности. Методика расчетов для этого случая достаточно хорошо разработана [5].

На рис. 1 приводятся результаты расчетов среднего числа выбросов скорости ветра для августа и ноября. Результаты расчетов для мая не представлены, поскольку они мало отличаются от августовских. Сравнение расчетных данных с фактическими показывает, что второй вариант дает заметно лучшие результаты в области малых скоростей. Вблизи моды распределения и для боль-

ших скоростей ветра более близкие к фактическим результаты дает первый вариант. Так как практически наиболее важно определение характеристик выбросов для высоких скоростей, а расчеты по первому варианту являются более простыми, использование его на данном этапе является предпочтительным.

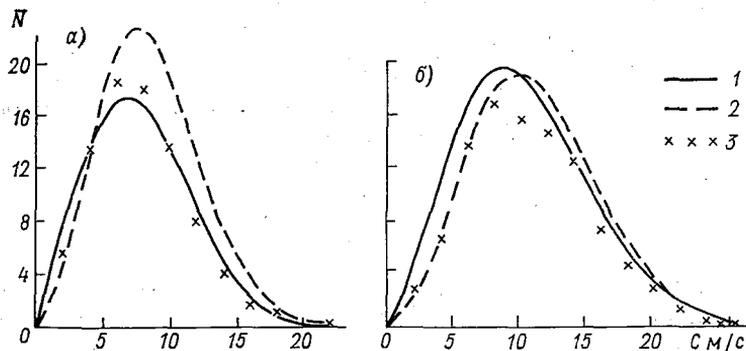


Рис. 1. Среднее число выбросов скорости ветра в месяц через уровень C .
 а — август, б — ноябрь; 1 — расчет по первому варианту, 2 — по второму, 3 — фактические значения.

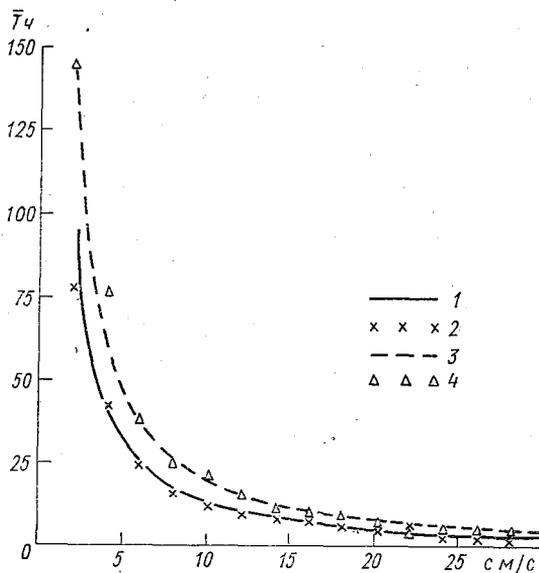


Рис. 2. Средняя продолжительность выбросов скорости ветра через уровень c в августе (1, 2) и ноябре (3, 4).
 1, 3 — расчетная, 2, 4 — фактическая.

Заметим, что используемая во втором варианте модель является лишь одной из многих возможных моделей двумерного распределения Вейбула с заданными одномерными распределениями и коэффициентом корреляции r_1 . Достаточно указать на предложенную А. С. Марченко [7] модель, которая существенно отлична от описанной выше. Вопрос о применимости той или иной модели к фактическим рядам наблюдений может решаться лишь после сопоставления характеристик структуры этих рядов с соответствующими характеристиками модели.

На рис. 2 приводятся результаты расчетов средней продолжительности выбросов по первому варианту. При этом использовалась формула

$$\bar{T}_1(C) = \frac{MW(C)}{N} \Delta \tau, \quad (8)$$

где N определяется по формуле (6), а вероятность $W(C)$ превышения уровня — по формуле (5), $\Delta \tau$ — интервал времени между измерениями.

Как видно из рис. 2, отклонение расчетной средней продолжительности от фактической достигает 10% для уровней, близких к средней скорости, 20% для малых скоростей и для уровней, близких к удвоенной средней скорости, и продолжает еще возрастать для более высоких значений скорости. Если учесть приведенные в [1] оценки возможных выборочных погрешностей фактических характеристик выбросов, такие ошибки представляются допустимыми.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булаева В. М., Каган Р. Л. Временная структура скорости ветра по данным наблюдений над океаном. — См. наст. сб.
2. Гарифулин К. К. Изменчивость ветра в свободной атмосфере. Л., Гидрометеиздат, 1967. 143 с.
3. Каган Р. Л. О выборе оптимальной дискретности при обработке данных наблюдений. — «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 121—131.
4. Каган Р. Л. О расчете вероятности выброса стационарной релейской последовательности. — «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 136—153.
5. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. К расчету вероятности выброса нормальной последовательности. — «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 69—77.
6. Каган Р. Л., Федорченко Е. И. Расчет характеристик выбросов и временной структуры случайных последовательностей. — «Труды ГГО», 1975, вып. 364, с. 66—76.
7. Марченко А. С. Аппроксимация двумерных распределений зависимых неотрицательных и неограниченных сверху случайных величин. — В кн.: Статистические методы в метеорологии. Часть I. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1969, с. 156—178.
8. Марченко А. С., Помозова Л. И., Чубенко М. А. Временная статистическая структура метеорологических процессов. — «Труды НИИАК», 1968, вып. 54(4), с. 35—46.
9. Решетов В. Д. Изменчивость метеорологических элементов в атмосфере. Л., Гидрометеиздат, 1973. 215 с.
10. Юдин М. И. Вопросы теории турбулентности и структуры ветра с приложением к задаче о колебаниях самолета. — «Вестник ЛГУ», 1946, вып. I, с. 113—115.
11. Täglicher Wetterbericht. Offenbach am Main. 1958—1971.

Д. Девени, К. М. Лугина, В. В. Угай

ТРЕХМЕРНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ

Для улучшения анализа аэрологических полей в районах с редкой сетью аэрологического зондирования могут использоваться также данные приземных наблюдений. Удобным аппаратом для этой цели является разработанный Л. С. Гандиным [1] метод оптимального согласования, позволяющий производить совместный анализ данных наблюдений на различных уровнях с максимальной возможной, в смысле метода наименьших квадратов, точностью. Для практической реализации этого метода необходимы данные о трехмерной статистической структуре анализируемого поля.

Поскольку наиболее важным является анализ поля давления, то до настоящего времени максимальное внимание уделялось исследованию трехмерной статистической структуры именно этого элемента.

Укажем в этой связи на работы М. И. Фортус [12], Л. С. Гандина и Т. И. Кузнецовой [2], Г. Х. Хатамкулова [13]. В этих работах исследовалась не только пространственная корреляция поля давления на фиксированных уровнях, но и межуровневая корреляция на различных расстояниях. При этом предполагалась однородность и изотропия поля давления в горизонтальном направлении. Как показали последующие работы Г. В. Груза и В. Д. Казначеевой [3, 4], эти предположения в действительности не выполняются. Предположение об однородности поля выполняется для сравнительно небольших территорий. Предположение об изотропии поля является в какой-то мере оправданным для одноуровневой корреляции в средних широтах. Что касается межуровневой корреляции, то она является существенно неизотропной. В работах [3, 4] на примере корреляции между давлением у земли и на уровне 500 мбар показано, что имеет место значительный сдвиг точки максимальной корреляции относительно вертикали.

Эти выводы были подтверждены и детализированы в работах В. И. Мартемьянова [9—11], в которых на значительном материале

исследована межуровневая корреляция поля геопотенциала для всех основных изобарических поверхностей тропосферы.

Очевидно, что эти выводы должны учитываться при разработке и реализации схем трехмерного объективного анализа. С этой точки зрения представляется важной дальнейшая детализация данных о структуре применительно к конкретным географическим районам. Приведенные в работах [3, 9] данные о межуровневой корреляции получены путем осреднения по большим территориям в предположении однородности поля, хотя четко оговаривается невыполнение этих условий. В частности, указывается на уменьшение межуровневой корреляции с увеличением высоты станции [3]. Данные о значительной неоднородности поля межуровневой корреляции приводятся в работе И. А. Дюбкина [5].

Учитывая, что в работах [3, 4, 9—11] взаимная корреляция поля давления на различных уровнях исследовалась лишь для зимнего сезона, представляло интерес выполнить соответствующие оценки также и для летнего сезона с целью выяснения возможных сезонных различий.

В настоящей работе предпринята попытка исследования межуровневой корреляции для сравнительно небольшого района, включающего в себя юг Скандинавии, Советскую Прибалтику и северо-западные районы ЕТС. Эта территория является сравнительно однородной, и использование предположения об однородности поля для нее представляется достаточно оправданным. Карта района и сеть использованных приземных станций (всего 68 станций) приведены в работе [7].

Наряду с наземными данными использовались данные аэрологических наблюдений в 32 пунктах зондирования для января и в 24 для июля на той же территории. Использование сравнительно большого числа станций на небольшой территории позволяет более надежно оценивать корреляцию на малых расстояниях, которая особенно важна при объективном анализе.

Межуровневые корреляционные функции давления на уровне моря и геопотенциала изобарических поверхностей 850, 700 и 500 мбар рассчитывались отдельно для января и июля. Для каждого из этих месяцев использовались данные двух сроков 03 и 15 ч по московскому времени за 1968—1971 гг. Всего для каждого срока отбиралось по 60 ситуаций. Расчеты производились для каждого из двух сроков в отдельности и результаты их осреднялись.

При расчетах использовалась несколько модифицированная программа В. П. Таракановой [8] вычисления анизотропных пространственных корреляционных функций. Внесенные в нее изменения касались главным образом обеспечения ввода двух полей, что давало возможность расчета их взаимной корреляции. Поля норм и дисперсий вычислялись для каждого пункта отдельно. Корреляционные функции для каждой пары изобарических поверхностей считались однородными по горизонтали, т. е. в каждой градации направления производилось осреднение всех коэффициентов корреляции, соответствующих парам станций, расположенным в этом

направлении и расстояние между которыми находится в пределах заданных градаций расстояния. Естественно, что в одну градацию направления (направления разбивались по 8 румбам, так что для каждой градации направления учитывались те пары станций, для которых направления от наземной станции к аэрологической (P_0H) или от аэрологической к наземной (HP_0) отклонялись от основного не более, чем на $22,5^\circ$) попадало гораздо меньше пар стан-

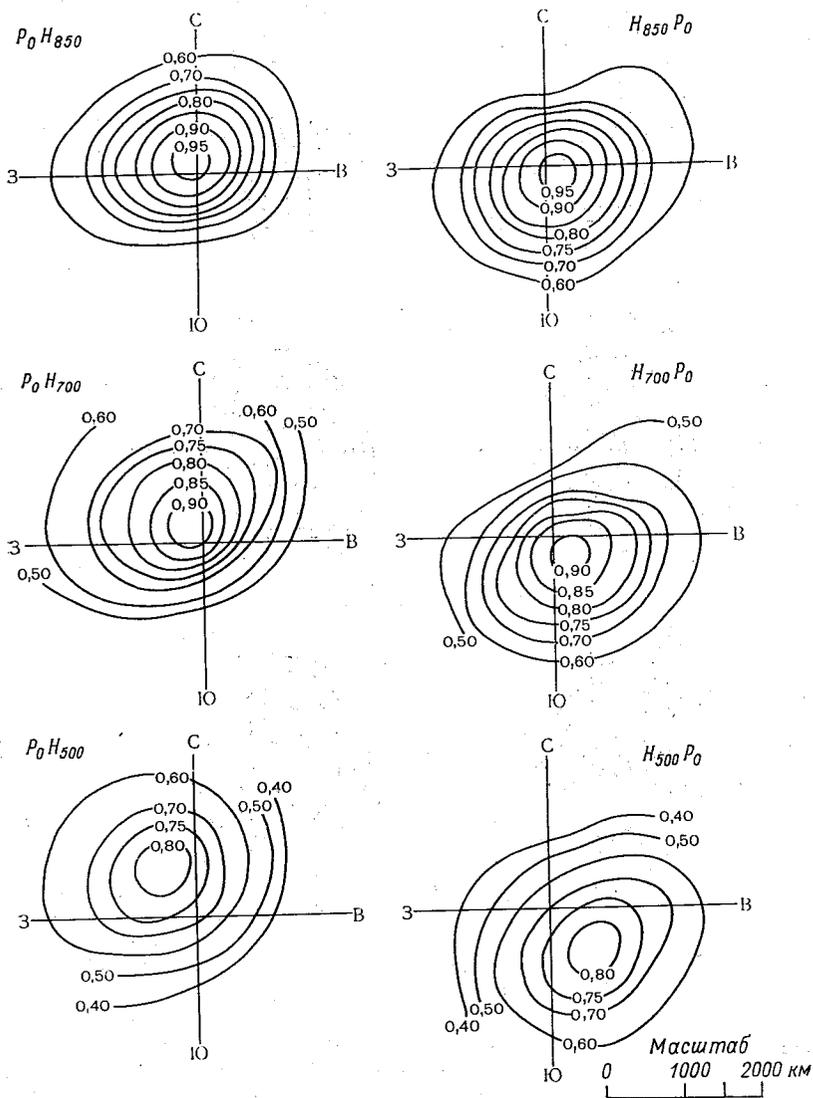


Рис. 1. Взаимные корреляционные функции приземного давления и геопотенциала изобарических поверхностей 850, 700 и 500 мбар для января.

ций, чем при общем осреднении. Здесь и далее H означает данные о геопотенциале на изобарических поверхностях 850, 700 и 500 мбар. Соответствующие корреляционные функции для января и июля приводятся на рис. 1 и 2.

На рисунках хорошо прослеживается смещение по горизонтали точки максимальной корреляции по отношению к пункту наземных

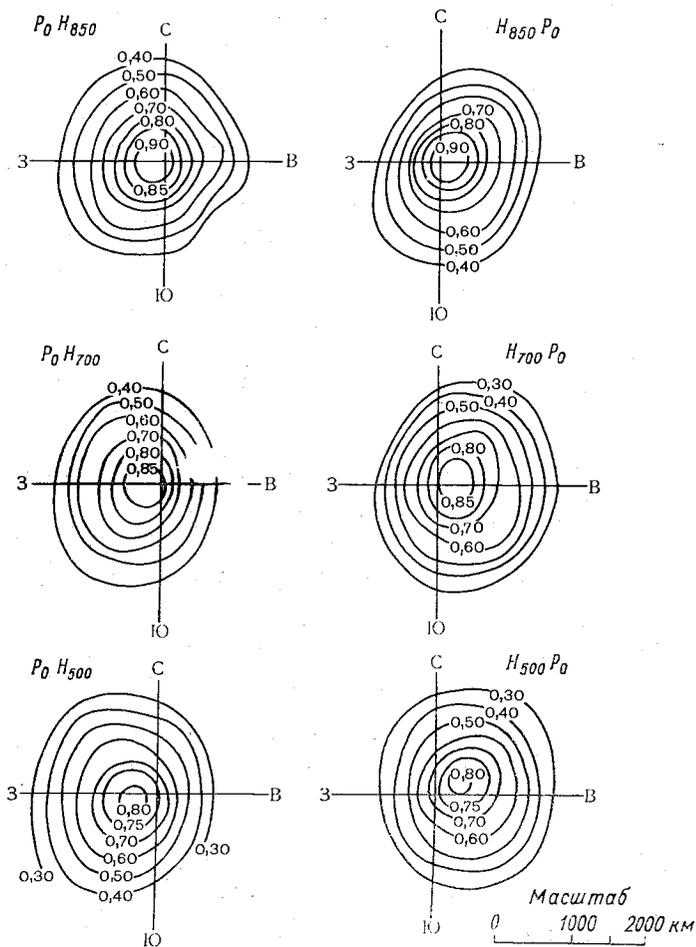


Рис. 2. Взаимные корреляционные функции приземного давления и геопотенциала изобарических поверхностей 850, 700 и 500 мбар для июля.

измерений. Для января данные о смещении согласуются с результатами Г. В. Груза и В. Д. Казначеевой [3] и В. И. Мартемьянова [11]. Это относится в первую очередь к направлению смещения точки максимальной корреляции (северо-западное) и в несколько меньшей мере к интервалу смещения. Количественные характери-

стики смещения центра максимальной корреляции приведены в табл. 1, где наряду со значениями смещения центра корреляции по нашим данным (d) приведены также соответствующие оценки В. И. Мартемьянова [11], обозначенные d_1 . При этом предполагалось, что ось ординат направлена на восток, а ось абсцисс — на север.

Для летнего сезона центр максимальной корреляции смещен к западу, причем смещение это для нижних уровней (850 и 700 мбар) оказалось таким же, как и для зимнего сезона, для уровня же 500 мбар оно вдвое меньше. Кроме того, для уровня 500 мбар точка максимальной корреляции смещается уже в западном —

Таблица 1

Координаты центров максимальной корреляции в декартовой системе (x_0 , y_0) и смещение точки максимальной корреляции относительно вертикали (в тыс. км)

	P_0H_{850}	P_0H_{700}	P_0H_{500}	$H_{850}P_0$	$H_{700}P_0$	$H_{500}P_0$
Январь						
x_0	−0,08	−0,23	−0,40	0,08	0,23	0,56
y_0	0,10	0,24	0,65	−0,10	−0,31	−0,57
d	0,13	0,33	0,76	0,13	0,39	0,80
d_1 [11]	0,15	0,30	0,60	0,15	0,45	0,60
Июль						
x_0	−0,18	−0,28	−0,36	0,15	0,26	0,34
y_0	0,02	−0,05	−0,14	0,00	0,00	0,14
d	0,18	0,28	0,39	0,15	0,26	0,37

юго-западном направлении. Заметим также, что хотя смещение области максимальной корреляции P_0H можно в целом характеризовать как северо-западное для января и западное для июля, в действительности имеет место некоторое изменение направления при переходе от более низких к более высоким уровням. При этом, если для зимнего сезона этот поворот осуществляется по часовой стрелке, то для летнего он происходит в обратном направлении.

В табл. 2 и 3 приведены значения взаимных корреляционных функций приземного поля давления и высот изобарических поверхностей, рассчитанных в предположении изотропии, а также при отказе от этого предположения, в направлении к точке максимальной корреляции и в противоположном направлении. Как уже указывалось, для января это — соответственно северо-западное и юго-восточное направления, а для июля — западное и восточное. В этих таблицах приведено также число пар станций, которые использо-

**Взаимные корреляционные функции приземного давления и высот
а также в северо-западном и юго-восточном**

p тыс. км	Корреляция, осредненная по направлениям							Корреляция в северо-		
	N _p	850		700		500		N _p	850	
		μ(p)	σ _μ	μ(p)	σ _μ	μ(p)	σ _μ		μ(p)	σ _μ
0,00	13	0,952	0,017	0,843	0,055	0,687	0,059			
0,075	12	0,964	0,010	0,876	0,024	0,718	0,034	2	0,974	0,002
0,125	33	0,946	0,020	0,856	0,036	0,689	0,056	3	0,966	0,005
0,175	44	0,945	0,025	0,845	0,056	0,688	0,060	7	0,965	0,015
0,225	59	0,930	0,029	0,817	0,105	0,667	0,076	6	0,968	0,012
0,275	70	0,931	0,030	0,836	0,060	0,683	0,076	9	0,964	0,008
0,325	82	0,917	0,039	0,815	0,086	0,670	0,084	9	0,958	0,016
0,375	86	0,910	0,038	0,822	0,086	0,679	0,092	7	0,947	0,014
0,425	103	0,888	0,049	0,793	0,089	0,654	0,095	11	0,940	0,011
0,475	103	0,886	0,050	0,803	0,092	0,672	0,102	12	0,926	0,018
0,550	200	0,854	0,064	0,769	0,119	0,650	0,127	23	0,924	0,017
0,650	192	0,833	0,071	0,764	0,131	0,654	0,142	30	0,896	0,027
0,750	185	0,804	0,078	0,734	0,168	0,647	0,162	28	0,869	0,026
0,850	188	0,782	0,088	0,718	0,177	0,645	0,172	29	0,843	0,026
1,050	475	0,730	0,100	0,684	0,160	0,622	0,169	66	0,793	0,033
1,300	192	0,669	0,084	0,652	0,147	0,612	0,161	33	0,714	0,035
1,500	100	0,622	0,056	0,595	0,131	0,559	0,150	16	0,647	0,028
1,700	32	0,606	0,048	0,609	0,097	0,593	0,126	5	0,600	0,036
1,900	7	0,607	0,038	0,624	0,039	0,616	0,042	1	0,574	0,000

**Взаимные пространственные корреляционные функции приземного
изотропии, а также в западном и восточном**

p тыс. км	Корреляция, осредненная по направлениям							Корреляция		
	N _p	850		700		500		N _p	850	
		μ(p)	σ _μ	μ(p)	σ _μ	μ(p)	σ _μ		μ(p)	σ _μ
0,00	12	0,894	0,134	0,794	0,148	0,673	0,148			
0,075	12	0,928	0,046	0,831	0,062	0,698	0,086	4	0,960	0,011
0,125	31	0,910	0,030	0,817	0,048	0,687	0,054	3	0,947	0,016
0,175	38	0,922	0,041	0,832	0,053	0,708	0,069	6	0,955	0,010
0,225	47	0,891	0,055	0,805	0,074	0,678	0,093	5	0,946	0,022
0,275	59	0,875	0,087	0,789	0,110	0,673	0,126	7	0,875	0,165
0,325	65	0,856	0,072	0,777	0,096	0,658	0,111	13	0,922	0,023
0,375	76	0,821	0,078	0,741	0,105	0,630	0,133	9	0,909	0,036
0,425	74	0,793	0,093	0,722	0,125	0,621	0,140	10	0,887	0,039
0,475	82	0,753	0,105	0,692	0,137	0,584	0,153	14	0,852	0,030
0,550	151	0,728	0,125	0,681	0,159	0,587	0,168	30	0,828	0,051
0,650	145	0,681	0,135	0,639	0,165	0,554	0,186	24	0,772	0,073
0,750	127	0,611	0,144	0,574	0,176	0,509	0,201	24	0,728	0,091
0,850	125	0,556	0,159	0,526	0,188	0,470	0,216	31	0,647	0,075
1,050	337	0,470	0,179	0,432	0,209	0,378	0,236	78	0,553	0,138
1,300	147	0,343	0,155	0,331	0,180	0,293	0,196	57	0,390	0,095
1,500	70	0,167	0,160	0,152	0,167	0,137	0,182	27	0,227	0,103
1,700	28	0,123	0,148	0,107	0,148	0,122	0,162	18	0,197	0,113
1,900	6	0,001	0,084	-0,028	0,066	0,002	0,064	5	0,029	0,062

Таблица 2

изобарических поверхностей в предположении изотропии,
направлениях для января (03 ч)

западном направлении				Корреляция в юго-восточном направлении							
700		500		N _p	850		700		500		
$\mu(\rho)$	σ_{μ}	$\mu(\rho)$	σ_{μ}		$\mu(\rho)$	σ_{μ}	$\mu(\rho)$	σ_{μ}	$\mu(\rho)$	σ_{μ}	
0,910	0,002	0,739	0,025								
0,895	0,008	0,751	0,012	3	0,932	0,002	0,829	0,009	0,638	0,036	
0,886	0,038	0,739	0,053	3	0,912	0,012	0,785	0,031	0,630	0,017	
0,895	0,029	0,753	0,041	10	0,904	0,018	0,768	0,132	0,620	0,094	
0,908	0,015	0,766	0,024	6	0,883	0,011	0,762	0,021	0,591	0,040	
0,896	0,038	0,769	0,056	9	0,854	0,015	0,725	0,055	0,579	0,041	
0,896	0,023	0,775	0,053	10	0,863	0,022	0,704	0,126	0,582	0,032	
0,899	0,016	0,774	0,043	15	0,825	0,022	0,708	0,024	0,555	0,042	
0,887	0,029	0,775	0,047	11	0,808	0,033	0,668	0,109	0,547	0,057	
0,905	0,026	0,821	0,036	26	0,779	0,031	0,637	0,095	0,514	0,046	
0,887	0,035	0,805	0,049	20	0,740	0,042	0,575	0,121	0,473	0,052	
0,878	0,028	0,813	0,035	16	0,715	0,024	0,432	0,199	0,412	0,066	
0,858	0,036	0,815	0,044	9	0,665	0,055	0,380	0,194	0,318	0,064	
0,816	0,039	0,787	0,044	6	0,598	0,059	0,330	0,185	0,332	0,044	
0,750	0,036	0,746	0,041	1	0,501	0,000	0,084	0,00	0,239	0,00	
0,682	0,042	0,688	0,047	—	—	—	—	—	—	—	
0,635	0,057	0,662	0,046	—	—	—	—	—	—	—	
0,630	0,000	0,651	0,000	—	—	—	—	—	—	—	

Таблица 3

давления и высот изобарических поверхностей в предположении
направлениях для июля (03 ч)

в западном направлении				Корреляция в восточном направлении							
700		500		N _p	850		700		500		
$\mu(\rho)$	σ_{μ}	$\mu(\rho)$	σ_{μ}		$\mu(\rho)$	σ_{μ}	$\mu(\rho)$	σ_{μ}	$\mu(\rho)$	σ_{μ}	
0,879	0,040	0,769	0,037	1	0,808	0,000	0,675	0,000	0,559	0,000	
0,896	0,020	0,775	0,044	5	0,880	0,023	0,766	0,034	0,646	0,022	
0,879	0,014	0,768	0,029	4	0,836	0,058	0,744	0,061	0,620	0,019	
0,873	0,019	0,770	0,010	5	0,808	0,058	0,703	0,065	0,558	0,107	
0,816	0,192	0,728	0,180	10	0,797	0,059	0,689	0,068	0,559	0,069	
0,880	0,022	0,759	0,077	8	0,753	0,035	0,644	0,029	0,512	0,049	
0,882	0,030	0,813	0,050	10	0,725	0,052	0,637	0,049	0,501	0,030	
0,870	0,050	0,785	0,061	7	0,676	0,034	0,565	0,058	0,479	0,043	
0,855	0,052	0,769	0,070	8	0,634	0,037	0,539	0,037	0,435	0,032	
0,838	0,054	0,762	0,078	18	0,580	0,104	0,489	0,091	0,385	0,060	
0,786	0,059	0,756	0,063	19	0,518	0,100	0,429	0,085	0,331	0,054	
0,736	0,097	0,714	0,108	17	0,426	0,098	0,350	0,079	0,218	0,053	
0,664	0,084	0,677	0,078	16	0,291	0,091	0,231	0,078	0,192	0,067	
0,576	0,132	0,600	0,124	37	0,190	0,097	0,132	0,079	0,106	0,064	
0,428	0,102	0,435	0,090	10	-0,029	0,050	-0,048	0,042	-0,039	0,045	
0,247	0,097	0,277	0,096	9	-0,145	0,032	-0,147	0,051	-0,122	0,065	
0,180	0,103	0,207	0,097	1	-0,210	0,00	-0,197	0,00	-0,122	0,00	
-0,005	0,048	0,024	0,047	—	—	—	—	—	—	—	

вались для осреднения в каждой из выбранных градаций расстояния (N_p) и среднее квадратическое отклонение отдельных коэффициентов корреляции относительно их среднего значения (σ_μ).

Из таблиц видно, что величина σ_μ для изотропных корреляционных функций, как и следовало ожидать, существенно больше, чем при учете направления.

Сравнение данных табл 2 и 3 показывает, что осредненные по всем направлениям значения взаимных пространственных корреляционных функций для всех выбранных градаций расстояния летом заметно меньше, чем зимой. Эти различия невелики при ρ близких к нулю и возрастают с ростом расстояния. Что касается корреляционных функций, вычисленных с учетом направления, то сезонные различия между ними практически отсутствуют в центре максимальной корреляции и увеличиваются при удалении от него в лю-

Таблица 4

Коэффициенты взаимной корреляции приземного поля давления и геопотенциала на высотах

Поверхность, мбар	Максимальные		В фиксированном пункте			
			по фактическим данным		рассчитанные	
	январь	июль	январь	июль	январь	июль
850	0,97	0,97	0,95	0,94	0,96	0,94
700	0,91	0,90	0,85	0,82	0,87	0,85
500	0,82	0,82	0,69	0,71	0,68	0,73

бом из выбранных нами направлений. В этой связи представляют интерес данные табл. 4, в которой приведены максимальные коэффициенты взаимной корреляции и коэффициенты корреляции, рассчитанные для $\rho=0$, т. е. без учета сдвига точки максимальной корреляции, в предположении, что она находится в том же пункте.

В практических задачах, например при объективном анализе, удобно использовать корреляционные функции, аппроксимированные аналитическими формулами. Приведенные на рис. 1 и 2 изокоррелянты для каждой пары поверхностей для января и июля представлялись удобным аппроксимировать концентрическими окружностями с центром в точке максимальной корреляции (см. табл. 1). Убывание корреляции с расстоянием описывается формулой М. И. Юдина, которая была использована им для аналитического описания пространственной корреляции поля геопотенциала изобарической поверхности 500 мбар [14] и вполне удовлетворительно описывает пространственную корреляционную функцию поля давления у земли [7] до расстояния порядка 1500 км.

Для взаимной корреляционной функции поля давления у земли и геопотенциала на изобарических поверхностях эта формула имеет вид

$$\mu_{\rho,H}(\rho) = \mu_{\max}(1 + \rho/\rho_0) e^{-\rho/\rho_0}, \quad (1)$$

где

$$\rho = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2};$$

$\mu_{\text{макс}}$ — значение максимальной корреляции для данной пары изобарических поверхностей; x_0, y_0, x, y — горизонтальные координаты соответственно точки максимальной корреляции и пунктов, в которых определяется значение корреляционной функции (в тыс. км); ρ_0 — константа размерности длины, значение которой для января равно 1,05 тыс. км, для июля — 0,7 тыс. км.

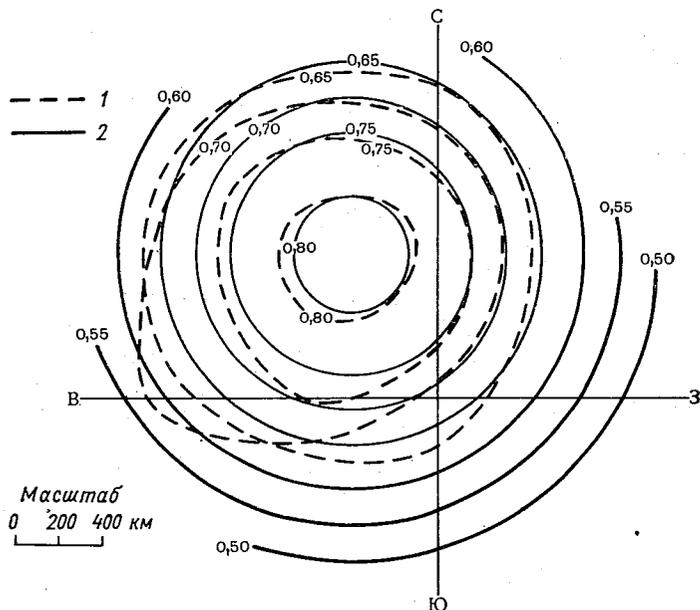


Рис. 3. Взаимная корреляционная функция приземного давления и высоты изобарической поверхности 500 мбар для января.

1 — полученная эмпирически, 2 — рассчитанная по формуле (1).

На рис. 3 в качестве примера приведена взаимная корреляционная функция приземного давления и высоты изобарической поверхности 500 мбар для января, полученная эмпирически и вычисленная по формуле (1). Как видно из этого рисунка, они достаточно хорошо согласуются.

Как показано в [6], при таком фактическом задании взаимной корреляционной функции расчет взаимной корреляции в предположении изотропии ее не относительно точки максимальной корреляции, а относительно точки задания давления на нижнем уровне приводит к искажению взаимной корреляции. В частности, для $\rho=0$ получается оценка

$$\tilde{\mu}_{P_0H}(0) = \mu_{\text{макс}}(1 + d/\rho_0) e^{-d/\rho_0}. \quad (2)$$

Соответствующие величины приведены в табл. 4 наряду с оценками, полученными путем непосредственного расчета. Как видно из табл. 4, эти оценки хорошо согласуются между собой. Некоторые различия между ними связаны с тем, что эмпирические оценки в различных направлениях получены путем осреднения неодинакового количества коэффициентов корреляции (расчетные формулы [6] предполагают одинаковую плотность пар станций в различных направлениях), а максимальные коэффициенты корреляции определены нами путем осреднения корреляционных моментов в довольно широких градациях направления (в пределах 45°), что приводит к некоторому занижению их по сравнению с фактической максимальной корреляцией.

Сравнение хода расчетной изотропной корреляционной функции с фактической также показывает их хорошее согласование.

Таким образом, анализ взаимной корреляции барического поля на разных уровнях для рассмотренного нами района приводит к следующим выводам:

1. Смещение точки максимальной корреляции для зимних условий хорошо согласуется с данными В. Г. Груза и В. Д. Казначеевой [3] и В. И. Мартемьянова [11].

2. Значения максимальных коэффициентов корреляции, полученные нами, оказываются существенно выше значений, полученных в [3, 11] для большого района. Это связано, по-видимому, с тем, что в этом районе имеется значительное число станций, расположенных на большой высоте над уровнем моря, для которых, как показано в [3], взаимная корреляция занижена.

3. Для летних условий точка максимальной взаимной корреляции смещена по отношению к наземному пункту измерений не в северо-западном, а в западном направлении. Максимальная взаимная корреляция практически совпадает с таковой для зимних условий. По мере удаления от точки максимальной корреляции взаимная корреляция убывает быстрее, чем для зимних условий, в соответствии с формулой (1).

4. Для каждой пары изобарических поверхностей изолинии взаимной корреляции могут быть приближенно описаны концентрическими окружностями с центром в точке максимальной корреляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г ан д и н Л. С. Об оптимальном согласовании метеорологических полей. — «Труды ГГО», 1962, вып. 124, с. 3—17.
2. Г ан д и н Л. С., Кузнецова Т. И. О пространственной статистической структуре поля геопотенциала. — «Труды ГГО», 1965, вып. 168, с. 84—93.
3. Г р у з а Г. В., К а з н а ч е е в а В. Д. Статистическая структура барического поля северного полушария (внетропические широты). — «Труды САРНИГМИ», 1968, вып. 38(53), с. 134.
4. Г р у з а Г. В., К а з н а ч е е в а В. Д. Анизотропная пространственно-временная корреляционная функция барического поля. — «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1968, т. 4, № 7, с. 710—716.
5. Д ю б к и н И. А. Взаимосвязь давления на уровне моря и высот изобарических поверхностей в высоких широтах северного полушария. — «Труды ААНИИ», 1966, т. 277, с. 20—27.

6. Каган Р. Л., Лугина К. М. К вопросу об использовании наземных данных при анализе барического поля на высотах.—«Метеорология и гидрология», 1977, № 2, с. 32—38.

7. Лугина К. М., Каган Р. Л. К вопросу о пространственно-временном анализе барического поля.—«Труды ГГО», 1974, вып. 336, с. 48—59.

8. Лугина К. М., Тараканова В. П. Пространственная структура поля средней месячной температуры.— В кн.: Исследование статистической структуры метеорологических полей. М., Гидрометеоздат, 1975, т. I, с. 73—79.

9. Мартемьянов В. И. О статистической структуре поля геопотенциала и давления у земли.—«Труды САНИГМИ», 1968, вып. 40(55), с. 75—88.

10. Мартемьянов В. И. Об анизотропии корреляционных функций поля геопотенциала (давления).—«Труды САРНИГМИ», 1968, вып. 40(55), с. 89—100.

11. Мартемьянов В. И. О пространственно-временной статистической структуре трехмерного поля давления.—«Труды ГГО», 1974, вып. 298, с. 54—62.

12. Фортус М. И. Трехмерная пространственная структура поля геопотенциала.—«Труды ГГО», 1964, вып. 165, с. 27—39.

13. Хатамкулов Г. Х. Об использовании наземной информации при объективном анализе аэрологических полей.—«Труды ГГО», 1967, вып. 208, с. 96—105.

14. Юдин М. И. Некоторые закономерности структуры геопотенциала.—«Труды ГГО», 1961, вып. 121, с. 3—18.

В. С. Антоненко, К. М. Лугина

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЛЕТНЕГО СЕЗОНА

1. Данные о пространственно-временной структуре поля давления представляют значительный интерес в связи с задачами, возникающими при разработке методов четырехмерного усвоения асинхронической информации.

Большинство имеющихся в литературе данных такого рода относится к зимнему сезону. Нам известны лишь две работы, в которых приводятся характеристики пространственно-временной структуры поля давления для летнего сезона. В работе [2] пространственно-временные корреляционные функции поля приземного давления рассчитаны всего по 106 парам станций с временной дискретностью, составляющей 24 ч. К тому же эти данные характеризуют специфический в климатологическом отношении арктический район.

В статье С. Панчева и М. Сираковой [8] расчеты пространственно-временных ковариационных и корреляционных функций для изобарической поверхности 500 мбар выполнены по 16 станциям Канады в широтной зоне $50-60^\circ$ с. ш. с временной дискретностью 12 ч. Поскольку минимальное расстояние между станциями в [8] составляет 460 км, полученные данные нельзя считать надежными для небольших расстояний.

В связи с этим представляет интерес более детальное исследование пространственно-временной структуры поля давления для летних условий, аналогично тому, как это было сделано в [7] для зимы.

С этой целью нами были использованы данные восьмисрочных наблюдений за приземным давлением на 67 станциях в северо-западной части ЕТС и Скандинавии за июль 1968—1971 гг. Карта станций, характеристика материала, а также методика расчетов пространственно-временной корреляционной функции подробно изложены в [7] и мы на ней останавливаться не будем. Укажем лишь, что при расчетах предполагается однородность и изотропия корреляционных функций относительно пространственного смещения и стационарность ее относительно смещения во времени. Эти предпо-

Пространственно-временная корреляционная функция поля приземного давления для июля
(в тысячных долях единицы)

p тыс. км	τ часы																
	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
0,005	994	991	974	950	922	892	859	828	794	757	722	688	655	619	592	567	536
0,055	991	985	969	946	919	889	857	827	797	765	733	702	671	625	608	585	553
0,125	980	975	960	938	911	881	851	821	791	759	726	696	664	631	604	581	560
0,175	960	954	941	920	895	867	838	808	779	748	715	685	656	624	599	579	557
0,225	942	938	925	906	883	856	829	800	771	740	708	678	649	619	595	575	555
0,275	934	930	917	899	876	850	823	795	765	735	702	672	642	613	583	568	547
0,325	909	905	894	877	855	830	803	776	748	718	686	657	628	599	567	546	537
0,375	887	882	871	856	836	814	788	763	736	707	680	648	619	591	568	548	528
0,450	841	838	829	816	798	778	755	732	707	682	654	628	603	577	555	537	519
0,550	791	789	782	771	756	738	718	698	677	652	626	603	580	557	538	523	507
0,650	737	734	730	722	710	695	680	663	645	624	602	581	561	540	523	508	495
0,750	688	686	683	677	667	661	643	630	618	597	577	559	541	520	504	491	478
0,900	594	593	591	586	580	571	562	552	541	527	512	498	485	472	460	453	445
1,100	445	445	442	441	438	436	431	426	420	412	403	394	385	378	373	372	368
1,350	308	306	305	305	306	306	304	302	301	298	296	295	293	291	291	293	291

ложения, разумеется, выполняются лишь приближенно, однако, на данном этапе, при выявлении сезонных различий между корреляционными функциями, использование этих предположений представляется нам допустимым.

2. Поле давления в июле в рассматриваемом районе оказалось в достаточной мере однородным. Среднее за июль значение давления меняется от 1014,0 мбар на юге до 1010,5 мбар на востоке и северо-востоке района, а среднее квадратическое отклонение (σ) от 9,1 мбар на западе до 7,0 мбар на востоке. Среднее по территории значение σ составляет 7,7 мбар, что почти вдвое меньше, чем среднее квадратическое отклонение давления в январе (14,6 мбар).

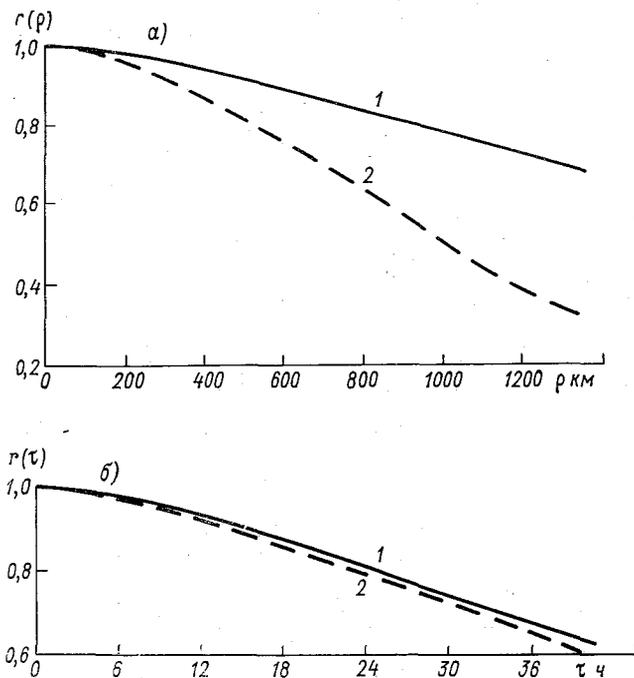


Рис. 1. Пространственная (а) и временная (б) корреляционные функции поля приземного давления для января (1) и июля (2).

Значения пространственно-временной корреляционной функции поля давления для различных сдвигов времени (τ) и градаций расстояния (ρ) приводятся в табл. 1.

При рассмотрении табл. 1 обращает на себя внимание существенно более быстрое затухание пространственной корреляции по сравнению с зимним периодом (см. табл. 1, в работе [7]). Что касается временной корреляции, то скорость ее затухания практически мало отличается от скорости затухания временной корреляции

поля давления зимой. Это хорошо видно из рис. 1, на котором представлены пространственная и временная корреляционные функции поля давления для обоих сезонов.

Обращает на себя внимание заметно меньшая корреляция давления для близких станций и близких сроков наблюдений в летнее время по сравнению с зимним периодом. В частности, практически не наблюдается коэффициентов корреляции порядка 0,998—0,999, которые были характерны для января. Это объясняется большим влиянием ошибок наблюдений в исходных данных в связи с уже упоминавшейся меньшей временной изменчивостью поля давления летом.

Ранее [7] было показано, что пространственно-временная корреляционная функция поля давления для зимнего периода может быть удовлетворительно аппроксимирована формулой вида

$$r'(\rho) = r'(0) (1 + d) e^{-d}, \quad (1)$$

где

$$d = \sqrt{\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2},$$

$\rho_0 = 1050$ км и $\tau_0 = 30$ ч — соответственно масштабы пространственной и временной корреляции. При таком выборе масштабов корре-

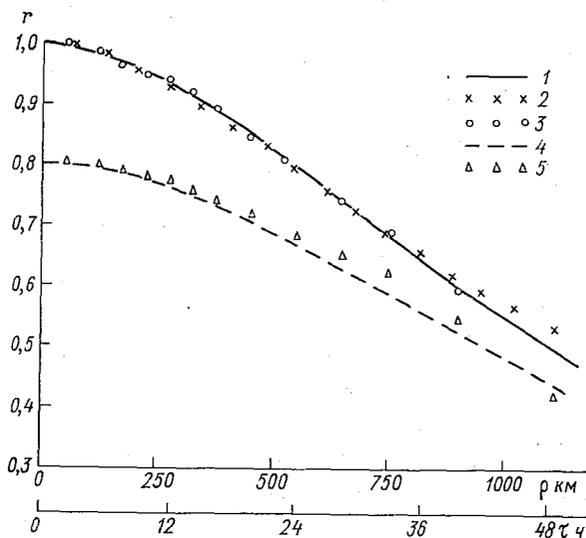


Рис. 2. Корреляционные функции поля давления, аппроксимированные формулой (1) для $\tau=0$ (1) и $\tau=24$ ч (4), эмпирические временная (2) и пространственные для $\tau=0$ (3) и $\tau=24$ ч (5).

ляция поля давления может рассматриваться, как изотропная в пространстве и во времени, что представляется удобным при практическом ее использовании.

Формула такого вида оказалась пригодной для описания пространственно-временной корреляции и в летних условиях. Для иллюстрации на рис. 2 приводится временная корреляционная функция приземного поля давления, а также пространственные корреляционные функции для сдвига времени $\tau=0$ и 24 ч. При этом были выбраны масштаб времени $\tau_0=29$ ч и масштаб расстояния $\rho_0=660$ км. Из рис. 2 видно, что при таком подборе масштабов пространственная ($\tau=0$) и временная ($\rho=0$) корреляционные функции практически совпадают и хорошо аппроксимируются формулой (1). Что ка-

Таблица 2

Средние квадратические погрешности расчета пространственных корреляционных функций поля давления

ρ тыс. км	r'_I	r'_{VII}	$\Delta r'$	$\sigma_{r'_I}^\wedge$	$\sigma_{r'_{VII}}^\wedge$	σ_Δ
0,075	0,996	0,986	0,010	0,001	0,002	0,002
0,125	0,992	0,980	0,012	0,002	0,004	0,005
0,175	0,984	0,960	0,024	0,003	0,006	0,007
0,225	0,977	0,942	0,035	0,005	0,010	0,011
0,275	0,968	0,934	0,034	0,007	0,011	0,013
0,325	0,953	0,909	0,044	0,010	0,015	0,018
0,375	0,938	0,887	0,051	0,013	0,019	0,023
0,450	0,919	0,841	0,078	0,017	0,028	0,033
0,550	0,895	0,791	0,104	0,024	0,038	0,045
0,650	0,875	0,737	0,138	0,031	0,050	0,059
0,750	0,835	0,688	0,147	0,040	0,060	0,072
0,900	0,812	0,594	0,218	0,049	0,076	0,090

сается пространственной корреляционной функции для сдвига времени 24 ч, то согласование ее с формулой (1) для расстояний более 500 км оказывается худшим, однако также, по-видимому, может считаться удовлетворительным для практических целей.

Применительно к летним данным значение $r'(0)$ оказывается равным 0,994, что соответствует мере ошибок наблюдения $\eta^2=0,006$, которая существенно больше соответствующей величины для зимних условий (для января $\eta^2=0,001$). Как уже указывалось, такое увеличение меры ошибок связано главным образом с уменьшением дисперсии давления по сравнению с зимним периодом. Этому соответствует средняя квадратическая ошибка исходных данных около 0,6 мбар, что превышает соответствующие значения для января в 1,5 раза.

3. Поскольку различия в корреляции поля давления для летнего и зимнего сезонов наиболее четко проявляются в соответствующих пространственных корреляционных функциях, представляло интерес оценить, насколько существенны эти различия, в частности не могли ли они возникнуть за счет погрешностей, связанных с ограниченным объемом исходных данных. С этой целью были выполнены оценки возможных выборочных погрешностей с использованием методики, описанной в [6]. В табл. 2 представлены оценки средних квадратических выборочных погрешностей пространственной корреляционной функции для зимы (σ_{f_1}) и для лета ($\sigma_{f_{VII}}$), а также разности между ними (σ_{Δ}). Из табл. 2 видно, что величина последней значительно меньше фактических различий между корреляционными функциями ($\Delta r'$), что свидетельствует о статистической значимости их.

4. Данные о пространственно-временной корреляции поля давления могут быть использованы для оценки пространственной структуры тенденции поля давления подобно тому, как это было сделано в работе Р. Л. Кагана [5]. Для этой цели достаточно выполнить дифференцирование в формуле (1), что дает для пространственной корреляционной функции тенденции выражение

$$r_{\Delta p}(\rho) = e^{-\rho/\rho_0}. \quad (2)$$

Оценка дисперсии тенденции может быть получена по формуле

$$\sigma_{\Delta p}^2 = \sigma_p^2 \left(\frac{\Delta \tau}{\tau_0} \right)^2. \quad (3)$$

Учитывая, что в нашем случае $\tau_0 = 29$ ч, $\Delta \tau$ для тенденции давления составляет 3 ч, $\rho_0 = 660$ км, а дисперсия поля давления $\sigma_p^2 = 61$ мбар², получаем

$$r_{\Delta p}(\rho) = e^{-1,33 \rho}, \quad (2')$$

$$\sigma_{\Delta p}^2 \approx 0,65 \text{ мбар}^2.$$

Представляет интерес сравнить полученные таким образом оценки статистических характеристик тенденции давления с фактическими данными.

Имеющиеся в литературе данные о структуре поля барической тенденции относятся главным образом к зимнему сезону [1, 3]. Для летнего сезона сведения о структуре поля тенденции приведены Б. М. Ильным [4]. Согласно этим данным, дисперсия тенденции для летнего сезона составляет 0,7 мбар², что неплохо согласуется с приведенной выше оценкой. Пространственная корреляция тенденции, по данным Б. М. Ильина, практически совпадает с аппроксимационной формулой (2'). Согласование оказывается гораздо лучшим, чем по соответствующим формулам для зимнего сезона.

Поскольку данные [4] получены по району, не совпадающему с используемым нами, мы выполнили специальные расчеты структуры поля тенденции для тех же станций, по которым были вычис-

лены пространственно-временные корреляционные функции. При этом мы использовали снятые с синоптических карт значения тенденции давления за 15 ч московского времени. Дисперсия тенденции по нашим данным оказалась равной 0,78 мбар.

Значения пространственной корреляционной функции тенденции давления приведены в табл. 3. В этой таблице наряду с полученными путем непосредственного расчета эмпирическими корреляционными функциями $r'(\rho)$ приводятся также исправленные значения $r(\rho) = \frac{r'(\rho)}{r'(0)}$. При этом значение $r'(0)$ было принято равным 0,92.

Кроме того, в табл. 3 представлены значения пространственной корреляции, соответствующие формуле (2') (r_2), и данные

Таблица 3

Пространственная корреляционная функция поля тенденции давления

ρ тыс. км	r'_1	r_1	r_2	r_3	ρ тыс. км	r'_1	r_1	r_2	r_3
0,00	0,92	1,00	1,00	1,00	0,375	0,59	0,54	0,56	0,66
0,030	0,90	0,98	0,96	0,97	0,450	0,43	0,47	0,51	0,60
0,075	0,83	0,90	0,89	0,93	0,550	0,36	0,39	0,44	0,51
0,125	0,79	0,86	0,83	0,89	0,650	0,29	0,32	0,38	0,42
0,175	0,73	0,79	0,76	0,84	0,750	0,25	0,27	0,32	0,33
0,225	0,68	0,74	0,71	0,81	0,900	0,14	0,15	0,26	0,23
0,275	0,63	0,68	0,66	0,78	1,100	0,04	0,04	0,19	0,12
0,325	0,56	0,61	0,61	0,72	1,350	-0,04	-0,04	0,13	-

Б. М. Ильина [4] (r_3). Из табл. 3 видно хорошее согласование между расчетными и фактическими корреляционными функциями тенденции до расстояния порядка 700 км. Для больших расстояний фактическая корреляция тенденции оказывается меньше расчетной и даже имеет область отрицательной корреляции, которая не получается по формуле (2').

Причина таких различий возможно связана с тем, что оценки по формуле (2') соответствуют изменению за 3 ч приведенного к уровню моря давления, в то время как тенденция в синоптических телеграммах представляет собой изменение давления на уровне станции. Это обстоятельство оказывается еще более существенным при оценке возможных случайных погрешностей в данных о тенденции. При определении тенденции по приведенному к уровню моря давлению в ошибках давления содержатся и ошибки приведения к уровню моря, которые зависят главным образом от температуры воздуха и потому не являются независимыми ни для смежных сроков, ни для соседних станций. Оценка меры ошибок тенденции

в предположении независимости ошибок определения давления в этом случае дает чрезмерно большие значения их, которые для летнего сезона могут достигать единицы или даже больших значений.

В то же время по фактическим данным мера ошибок для тенденции составляет 0,09. Учитывая это обстоятельство, следует сравнивать фактические значения дисперсии 0,78 мбар² не с теоретическим значением 0,65 мбар², а с увеличенным на 9% значением, равным 0,70 мбар². Эти величины можно считать достаточно близкими.

Поскольку фактические характеристики структуры барической тенденции для января и для июля хорошо согласуются с расчетными данными, есть основание надеяться на возможность использования аналогичных расчетных формул и для других месяцев года.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов С. Л., Стрижевский Л. Н. Способ учета мелкомасштабных составляющих при объективном анализе полей барической тенденции и приземного давления.— «Метеорология и гидрология», 1969, № 5, с. 13—20.
2. Борисенков Е. П. Физико-статистические методы анализа и предвычисления метеорологических полей.— «Труды ААНИИ», 1963, т. 263, с. 244.
3. Галахова Т. А., Алексеева-Обухова И. А. Применение гипотезы однородности и изотропии по отношению к полю барической тенденции.— «Труды ГМЦ», 1974, вып. 129, с. 99—104.
4. Ильин Б. М. Об одной схеме прогноза давления у поверхности земли.— «Труды ГГО», 1968, вып. 226, с. 89—96.
5. Каган Р. Л. Некоторые возможности использования данных о пространственно-временной структуре барического поля.— «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 3—21.
6. Каган Р. Л., Лугина К. М. К вопросу о пространственной корреляции аномалий температуры воздуха.— «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 186—204.
7. Лугина К. М., Каган Р. Л. К вопросу о пространственно-временном анализе барического поля.— «Труды ГГО», 1974, вып. 336, с. 75—94.
8. Панчев С. и Сиракова М. Пространственно-временная статистическая структура поля геопотенциала изобарической поверхности 500 мб.— «Гидрология и метеорология», София, 1975, год XXIV, кн. 4, с. 3—14.

Л. Л. Брагинская

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ ТУМАНОВ В РАЙОНЕ ПРИБАЛТИКИ

Туманы относятся к опасным явлениям погоды, оказывающим вредное влияние на работу некоторых отраслей народного хозяйства. Появление туманов затрудняет работу городского транспорта, вызывает закрытие аэропортов, приводит к нарушению расписания морского и речного транспорта. В этой связи изучение статистических характеристик туманов имеет большое народно-хозяйственное значение. Однако до последнего времени изучение режимных характеристик туманов сводилось к анализу повторяемости, продолжительности и интенсивности туманов в отдельных пунктах [3, 5, 6]. Между тем эти данные недостаточны в тех случаях, когда необходимы сведения о размерах площади, на которую распространился туман, о вероятности тумана по трассе или площади. Исследование пространственных статистических характеристик туманов выполнено только для отдельных районов [4].

Для авиации существенный интерес представляет вероятность появления тумана в пункте посадки в зависимости от его отсутствия или наличия в пункте взлета. Такие сведения могут быть получены, если есть данные о вероятности одновременного появления тумана в различных пунктах в зависимости от расстояния между ними. В данной работе предпринята попытка получения таких сведений для некоторого географического района, аналогично тому, как это сделано в работе [1] для другого опасного явления, а именно грозы.

В качестве области исследования была выбрана территория Прибалтики, для которой характерны частые туманы и имеется довольно густая сеть метеорологических станций. Здесь преобладают адвективные туманы, возникающие при выносе теплого морского воздуха в юго-западном и западном потоке на холодную подстилающую поверхность. Наиболее часто туманы наблюдаются в холодное время года, на которое приходится до 60—70% годового числа дней с туманом и до 65—80% суммарной продолжительности туманов за год [3].

Расчеты были выполнены для декабря, так как в этом месяце наблюдается максимальное число дней с туманом.

В качестве исходных данных были использованы ежедневные наблюдения на 20 станциях Латвийского, Литовского и Эстонского УГМС с 1956 по 1965 г. Как показано в работе [4], такой период осреднения достаточен для получения устойчивых средних месячных характеристик туманов.

В табл. 1 для каждой станции приведено среднее число туманов в месяц (m), их средняя продолжительность (t) и число дней с туманом (a). Как видно из табл. 1, в декабре среднее число туманов

Таблица 1

Характеристики повторяемости туманов

Станция	m	a		t часы	Станция	m	a		t часы
		за период 1956— 1965 гг.	по дан- ным [7]				за пе- риод 1956— 1965 гг.	по дан- ным [7]	
Тяльшяй	12,1	12	11	8,9	Стенде	7,8	7	7	7,4
Паневежис	7,3	7	6	5,2	Ауце	9,0	8	9	5,8
Клайпеда	7,4	6	6	5,1	Расейняй	12,4	12	12	7,2
Калининград	8,7	8	7	5,3	Нида	8,9	9	7	7,9
Тарту	6,1	5	5	6,1	Приекуле	5,2	6	5	8,2
Таллин	3,5	4	3	3,9	Рига	4,3	4	4	7,7
Куузику	9,0	8	7	5,0	Виляка	6,4	7	6	5,4
Вильянди	11,3	9	9	6,1	Айнажи	4,4	4	4	4,2
Салдус	11,4	10	8	7,1	Руиена	7,1	6	6	4,9
Руцава	7,3	6	6	5,3	Бауска	6,3	5	5	4,8

существенно меняется по территории. Наиболее часто туман наблюдается на станциях Тяльшяй и Расейняй, 12—13 случаев в месяц. Окружающая эти станции холмистая местность, изрезанная оврагами, при наличии значительного количества заболоченных участков и мелких водоемов создает благоприятные условия для возникновения туманов. Минимальное число туманов наблюдается на ст. Таллин, где в среднем оно составляет 3,5 в месяц. Число дней с туманом, как правило, несколько меньше числа туманов, что обусловлено тем, что в день иногда могут наблюдаться несколько случаев тумана. Однако на отдельных станциях, где нередко случаи ночных туманов, когда начало и конец явления приходится на разные дни, число дней с туманом может быть меньше числа случаев тумана. В табл. 1 для сравнения приведены также взятые из Справочника по климату СССР [7] данные о числе дней с туманом. Они хорошо согласуются с рассчитанными нами за период с 1956 по 1965 г.

Средняя продолжительность тумана меняется по территории

от 4 до 9 ч, при этом наибольшая продолжительность туманов наблюдается в тех пунктах, где они чаще имеют место, что согласуется с выводами, полученными в [6]. На станциях Расейняй и Тяльшай в декабре наблюдается 80—100 ч с туманом.

Для транспорта, особенно для авиации, наряду со средними характеристиками, большой интерес представляют данные о раз-

Таблица 2

Характеристики продолжительности туманов

Станция	Вероятность (%) туманов различной непрерывной продолжительности в часах										%, часы
	<1	1-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-16	16-24	>24	
Тяльшай	8	12	22	16	10	5	7	4	7	8	10,7
Паневежис	8	22	29	12	11	4	4	1	8	0	5,3
Клайпеда	2	28	22	22	6	6	7	3	3	2	6,4
Калининград	16	14	32	16	10	1	3	2	2	2	8,0
Тарту	15	13	20	18	13	5	3	8	3	2	6,6
Таллин	3	23	46	17	6	0	0	3	0	3	4,2
Куузику	14	17	29	16	8	7	4	0	3	2	5,9
Вильянди	12	16	26	18	7	4	4	4	6	3	7,1
Салдус	3	18	25	18	6	11	5	2	6	4	7,9
Руцава	11	23	26	14	7	0	6	7	6	1	5,9
Стенде	6	19	23	9	12	14	3	3	5	6	8,7
Ауце	10	30	20	14	6	7	1	1	6	6	7,4
Расейняй	8	13	25	19	10	6	5	3	5	6	8,6
Нида	10	14	29	13	9	6	1	3	9	6	10,3
Приекуле	4	14	20	24	14	6	6	2	6	6	9,6
Рига	5	12	19	21	7	7	10	5	7	7	7,5
Виляка	9	19	16	22	3	11	9	2	6	3	13,4
Айнажи	20	9	36	9	11	2	4	4	2	0	4,1
Румена	20	24	18	13	6	6	3	3	8	0	5,4
Вауска	8	30	21	13	10	2	2	11	5	0	4,6

личной непрерывной продолжительности туманов. Чем более продолжителен туман, тем большие нарушения в расписании движения самолетов он вызывает, причем вследствие недостатка парка запасных самолетов эти нарушения распространяются и на другие аэропорты, где туман отсутствует. В табл. 2 приводятся вероятности (%) различной непрерывной продолжительности туманов для каждой станции. Из таблицы видно, что наибольшее число случаев приходится на туманы, продолжающиеся от 2 до 6 ч. Однако на отдельных станциях число туманов, продолжающихся сутки и бо-

лее, значительно. Так, на ст. Тяльшяй вероятность тумана, продолжающегося более суток, составляет 8%. В табл. 2 приведено также среднее квадратическое отклонение длительности тумана σ_t .

Для исследования суточного хода туманов были рассчитаны вероятности появления туманов (в процентах) в различные часы суток. Эти данные приведены в табл. 3. Оказалось, что в холодное время

Таблица 3

Вероятность появления тумана в различные часы суток

Станция	Часы							
	0-3	3-6	6-9	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24
Тяльшяй	11	13	15	13	12	12	13	11
Паневежис	10	12	13	17	14	14	10	10
Клайпеда	11	13	16	20	12	11	9	9
Калининград	15	15	15	13	10	11	12	10
Тарту	11	11	16	17	13	12	10	11
Таллин	8	10	15	19	17	13	8	9
Куузику	11	14	13	14	12	14	11	10
Вильянди	12	12	14	18	15	12	9	8
Салдус	10	11	12	16	14	15	12	10
Руцава	12	11	14	16	14	14	9	9
Стенде	9	10	14	15	15	16	12	9
Ауце	10	10	14	16	13	13	13	11
Расейняй	12	13	14	15	11	12	11	11
Нида	14	16	15	13	12	10	10	11
Приекуле	12	12	11	14	15	15	12	10
Рига	8	7	12	20	15	14	13	10
Виляка	11	12	15	16	12	14	11	9
Айнажи	14	11	10	14	16	12	11	12
Руиена	13	13	13	14	11	13	12	11
Бауска	8	10	15	18	14	19	12	6

года туманы могут наблюдаться в любое время суток, но чаще всего они имеют место в ранние утренние часы. Минимальная повторяемость туманов приходится на ночные и вечерние часы.

При расчете вероятности одновременного появления тумана в пунктах, находящихся на различных расстояниях друг от друга, для каждой пары станций определялось число случаев, когда туман наблюдался на обеих станциях одновременно, хотя бы в течение малого промежутка времени. К таким случаям относятся также случаи, когда конец явления на одной станции совпадает с началом

его на другой станции. Для каждого случая определялся также промежуток времени, в течение которого туман наблюдался на обоих пунктах. Полученные для каждой пары станций результаты были осреднены по грациям расстояний. Для каждой градации рассчитывалось среднее за месяц число туманов, наблюдавшихся одновременно на двух станциях в течение хотя бы малого промежутка времени, а также средний промежуток времени, в течение которого туман наблюдался на обеих станциях.

В табл. 4 для каждой градации приведены число пар станций (n), попавших в данную градацию; число явлений (k), средняя продолжительность тумана (T), среднее квадратическое отклонение величины k для каждой градации (σ_k), среднее квадратическое от-

Таблица 4

Число и продолжительность туманов, одновременно наблюдающихся на двух станциях, в зависимости от расстояния между станциями

ρ км	n	k	σ_k	T	σ_T	v	$r(\rho)$
0	20	7,8	2,5	47,7	10,8	1	1
41	3	4,9	1,1	31,3	8,7	0,63	0,55
75	26	3,6	1,4	24,2	12,9	0,46	0,41
125	33	3,1	1,0	20,2	9,7	0,40	0,33
175	28	2,6	0,9	16,2	7,6	0,33	0,25
250	46	2,5	0,8	13,8	6,4	0,32	0,20
350	29	2,2	0,8	13,3	6,7	0,28	0,19
450	19	1,7	0,7	8,8	5,1	0,22	0,10
600	6	1,6	0,6	7,7	4,8	0,20	0,07

клонение промежутка времени T в пределах градации (σ_T), а также среднее для градации расстояние между станциями (ρ). С увеличением расстояния число и совместная продолжительность туманов убывают, причем на значительных расстояниях существенно медленнее, чем на малых. Это объясняется тем, что на небольших расстояниях сказываются местные орографические особенности. На больших расстояниях туманы, наблюдающиеся одновременно на двух станциях, носят адвективный характер, такие туманы могут охватывать значительные территории и продолжаться в течение длительного времени.

В табл. 4 приведены также вероятности v одновременного наблюдения грозы в различных пунктах, полученные путем деления величины k на среднее число явлений на площади.

Полученные данные о вероятности одновременного осуществления тумана в двух пунктах могут быть использованы для расчета качественной корреляционной функции тумана по формуле, предложенной Л. С. Гандиным [2]. Коэффициент качественной корреля-

ции привлекается к рассмотрению в случае когда речь идет о связи значений двух дихотомических метеорологических элементов (или значений одного и того же элемента) в различных точках или в разные моменты времени. В данном случае туман рассматривается как дихотомический элемент, так как речь идет о двух возможных состояниях: наличии тумана и его отсутствии. При этом формула для расчета качественной корреляции при условии однородности и изотропности имеет вид [2]

$$r = \frac{p_{11} - p_{10}^2}{p_{10}(1 - p_{10})}, \quad (1)$$

где p_{10} — вероятность тумана в одном пункте, p_{11} — вероятность появления его в обоих пунктах одновременно.

Так как $p_{11} = \frac{A}{N}$, а $p_{10} = \frac{A_0}{N}$, где A — число дней с явлением в месяц или суммарная продолжительность явления в часах в месяц в одном пункте, N — продолжительность месяца в днях или в часах, A_0 — число дней, когда явление наблюдалось на двух станциях одновременно (или время, в течение которого явление наблюдалось на обеих станциях), то формулу (1) можно переписать в виде

$$r = \frac{N}{A_0(N - A_0)} A - \frac{A_0}{N - A_0}. \quad (2)$$

Если принять $N = 744$ ч, A_0 — средняя суммарная продолжительность тумана в одном пункте, A — средний промежуток времени, когда явление наблюдалось на двух станциях, то из (2) легко получить:

$$r = 0,02A - 0,07. \quad (3)$$

По формуле (3) рассчитана функция качественной корреляции $r(\rho)$, значения которой приведены в табл. 4. Эта функция принимает близкие к нулю значения на расстоянии около 600 км.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брагинская Л. Л., Степаненко Г. А. О характеристиках совместной повторяемости гроз в различных пунктах. — «Труды ГГО», 1973, вып. 336, с. 68—74.
2. Гандин Л. С. О корреляционных функциях качественных признаков. — «Труды ГГО», 1975, вып. 348, с. 156—161.
3. Дерюгина Т. Н., Маховер З. М. Характеристика туманов над СССР по ежечасным наблюдениям. — «Труды НИИАК», 1969, вып. 61, с. 3—36.
4. Кошеленко И. В. О вероятностном подходе к прогнозу тумана. — «Труды Укр. НИГМИ», 1972, вып. 113, с. 19—32.
5. Пеньков А. П. Максимальное число дней с туманом на территории СССР. — «Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1973, вып. 10.
6. Пеньков А. П. Продолжительность туманов на территории СССР. — «Труды ВНИИГМИ—МЦД», 1975, вып. 24, с. 48—53.
7. Справочник по климату СССР. Часть V, вып. 4, 5, 6, Л., Гидрометеиздат.

Л. С. Гандин, С. Е. Ляпин

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ КРИВОЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕТРА ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ИНТЕРВАЛА БОЛЬШИХ СКОРОСТЕЙ

1. Для многих прикладных задач метеорологии и климатологии необходимы сведения о так называемых максимальных скоростях ветра. Еще несколько десятков лет назад термин «максимальная скорость» понимался в этом случае буквально, т. е. как абсолютный максимум скорости ветра в данном пункте. Понадобилось немало усилий сотрудников Главной геофизической обсерватории, чтобы доказать, в общем, вполне очевидный тезис, что в прикладных задачах (и не только в них) сведениями об абсолютном максимуме скорости ветра, как и об абсолютном экстремуме любого метеорологического элемента, пользоваться не следует. Вместо этого целесообразно пользоваться такой расчетной скоростью ветра, которая хотя и может осуществляться, но вероятность превышения которой достаточно низка. Для того чтобы надлежащим образом выбрать эту расчетную скорость, необходимо знать закон распределения больших скоростей ветра. Этот закон может быть представлен, например, функцией

$$F(x) = P(v > x), \quad (1)$$

описывающей вероятность P того факта, что скорость ветра v превышает заданное значение x .

Получение зависимости (1) при больших значениях x путем непосредственной обработки данных измерений ветра затруднительно по той простой и относящейся к самому существу задачи причине, что большие скорости ветра случаются редко. Поэтому вместо непосредственного использования информации об очень больших скоростях ветра приходится применять статистическую экстраполяцию, т. е., определив вид функции (1) вплоть до некоторого, не очень большого значения x_m , считать формулу (1) выполняющейся и при больших величинах $x > x_m$. Разумеется, законность статистической экстраполяции не может быть строго обоснована. Однако иного выхода из рассматриваемой трудности не существует.

К настоящему времени выполнено уже значительное количество работ, посвященных описанию закона распределения больших скоростей ветра. Начиная с выполненных в ГГО исследований [1, 2], для этой цели привлекают двухпараметрическую аппроксимацию функции (1) вида

$$F(x) = e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma} \quad (2)$$

Для проверки целесообразности аппроксимации (2) и определения параметров β и γ можно, например, воспользоваться графическим методом. Именно, двукратное логарифмирование равенства (2) дает

$$\ln\{-\ln F(x)\} = \gamma(\ln x - \ln \beta), \quad (3)$$

откуда видно, что если формула (2) выполняется, то зависимость величины

$$\Phi = \ln\{-\ln F(x)\} \quad (4)$$

от аргумента

$$y = \ln x \quad (5)$$

имеет вид

$$\Phi = \gamma y - \gamma \ln \beta, \quad (6)$$

т. е. изображается прямой линией с угловым коэффициентом γ и начальной ординатой $-\gamma \ln \beta$. Строя график в координатах (y, Φ) по фактическим данным, можно проверить, насколько близка эмпирическая зависимость $\Phi(y)$ к прямолинейной, и, если близость достаточна, то определить параметры β и γ для данного пункта. В последнем, впрочем, нет необходимости, поскольку статистическую экстраполяцию можно, при желании, выполнять непосредственно с помощью упомянутого графика путем простого продолжения построенной по точкам прямой в область $x > x_m$.

Обработка массового материала наблюдений показала, что в большинстве случаев формула (2) применима вплоть до сравнительно малых величин x , порядка нескольких м/с. Исключением в этом отношении являются горные станции и вообще станции в сильно пересеченной местности, данные которых плохо аппроксимируются формулой (2). За этим исключением удалось выполнить описанным методом статистическую экстраполяцию, базирующуюся для каждой станции на большом эмпирическом материале и потому, как можно надеяться, достаточно надежную.

Результаты этой работы нашли отражение, в частности, в Справочнике по климату СССР [4] и в Строительных Нормах и Правилах [5].

В дальнейшем рассматриваемому кругу вопросов был посвящен ряд работ, из которых особенной полнотой и тщательностью отличаются исследования С. Д. Кошинского и его сотрудников (см., например, [3], где имеются также ссылки на предшествующие работы). Эти исследования подтвердили и конкретизировали приведенные выше выводы.

2. Для реализации изложенного выше графического метода необходимо использовать полный ряд наблюдений над ветром, хотя непосредственно статистическая экстраполяция выполняется на основе лишь данных о повторяемости сравнительно больших скоростей. Это приводит к чрезмерным затратам времени на расчеты, связанные с графической экстраполяцией.

Кроме того, использование сравнительно крупных градаций больших скоростей ветра в процессе этой обработки уменьшает точность получаемых результатов. Применение таких крупных градаций было неизбежно, пока единственным исходным материалом были данные о скорости ветра, полученные с помощью флюгера Вильда. Однако в настоящее время в связи с оснащением сети станций более совершенной ветроизмерительной аппаратурой становится

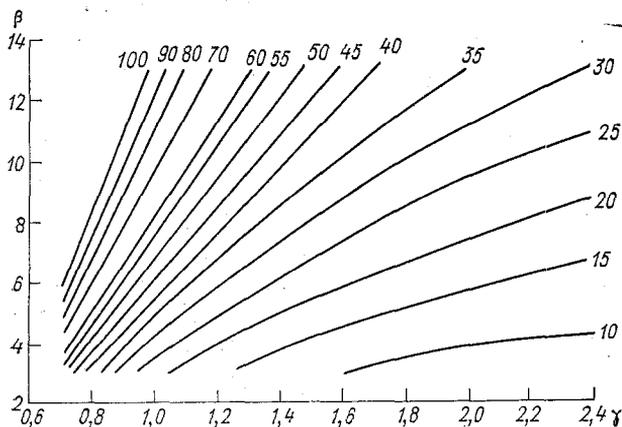


Рис. 1. Номограмма для определения расчетной скорости v_i по известным значениям параметров β и γ .

возможным использование более мелких градаций сильных ветров или даже применение данных без какой-либо их группировки по градациям.

Поэтому целесообразно, не меняя принципиальных основ рассмотренной методики, видоизменить ее таким образом, чтобы, с одной стороны, можно было бы пользоваться только данными, относящимися к сравнительно большим скоростям ветра, а с другой — можно было бы отказаться от группировки этих скоростей по крупным градациям.

Соответствующее видоизменение методики излагается ниже. Оно базируется на использовании данных о моментах «усеченной» кривой распределения ветра, под которой понимается кривая распределения скоростей, превосходящих некоторое заранее выбранное значение α . Если для повторяемостей таких скоростей выполняется закон (2), то каждый из моментов распределения однозначно связан с параметрами β и γ , и потому, зная два таких момента,

можно, по крайней мере в принципе, определить β и γ . После этого нетрудно вычислить повторяемость $F(x)$ превышения скоростью ветра любого значения x , или, наоборот, по заданной $F(x)$ вычислить соответствующее значение x . С этой целью можно, например, использовать построенные на основании формулы (2) номограммы зависимости скорости ветра заданной интегральной повторяемости от параметров β и γ . Пример такой номограммы приведен на рис. 1. Он относится к скорости v_1 , которая встречается (точнее — превышает) в среднем один раз в год в ряду четырехсрочных ежегодных наблюдений.

Рассмотрим соотношения между моментами «усеченной» кривой распределения скорости ветра и параметрами α , β и γ .

Если

$$f(x) = -\frac{dF}{dx} \quad (7)$$

— плотность вероятности величины v , то момент n -го порядка распределения v в интервале $v > \alpha$ относительно любого значения $v = a$ определяется формулой

$$m_n(a) = \frac{1}{F(a)} \int_a^{\infty} (x - a)^n f(x) dx. \quad (8)$$

Согласно (2) и (7)

$$f(x) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma}}. \quad (9)$$

Подставляя (9) и (2) в (8) и вводя замену

$$\frac{x^{\gamma} - a^{\gamma}}{\beta^{\gamma}} = t, \quad (10)$$

нетрудно получить формулу

$$m_n(a) = \alpha^n \int_0^{\infty} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\gamma} t \right]^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{a}{\alpha} \right\}^n e^{-t} dt. \quad (11)$$

В частности для среднего значения \bar{v} скорости ветра в интервале $v \geq \alpha$ получаем

$$\bar{v} = m_1(0) = \alpha \int_0^{\infty} \left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\gamma} t \right]^{\frac{1}{\gamma}} e^{-t} dt. \quad (12)$$

Вычислив \bar{v} по формуле (12), нетрудно затем определить на основании формулы (11) центральные моменты распределения скорости в указанном интервале:

$$\sigma^2 = m_2(\bar{v}) = \alpha^2 \int_0^{\infty} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\gamma} t \right]^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{\bar{v}}{\alpha} \right\}^2 e^{-t} dt, \quad (13)$$

$$A \sigma^3 = m_3(\bar{v}) = \alpha^3 \int_0^{\infty} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^\gamma t \right]^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{\bar{v}}{\alpha} \right\}^3 e^{-t} dt, \quad (14)$$

$$(E + 3) \sigma^4 = m_4(\bar{v}) = \alpha^4 \int_0^{\infty} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^\gamma t \right]^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{\bar{v}}{\alpha} \right\}^4 e^{-t} dt, \quad (15)$$

где σ — среднее квадратическое отклонение v в интервале $v > \alpha$,
 A — асимметрия и E — эксцесс распределения скорости в том же интервале.

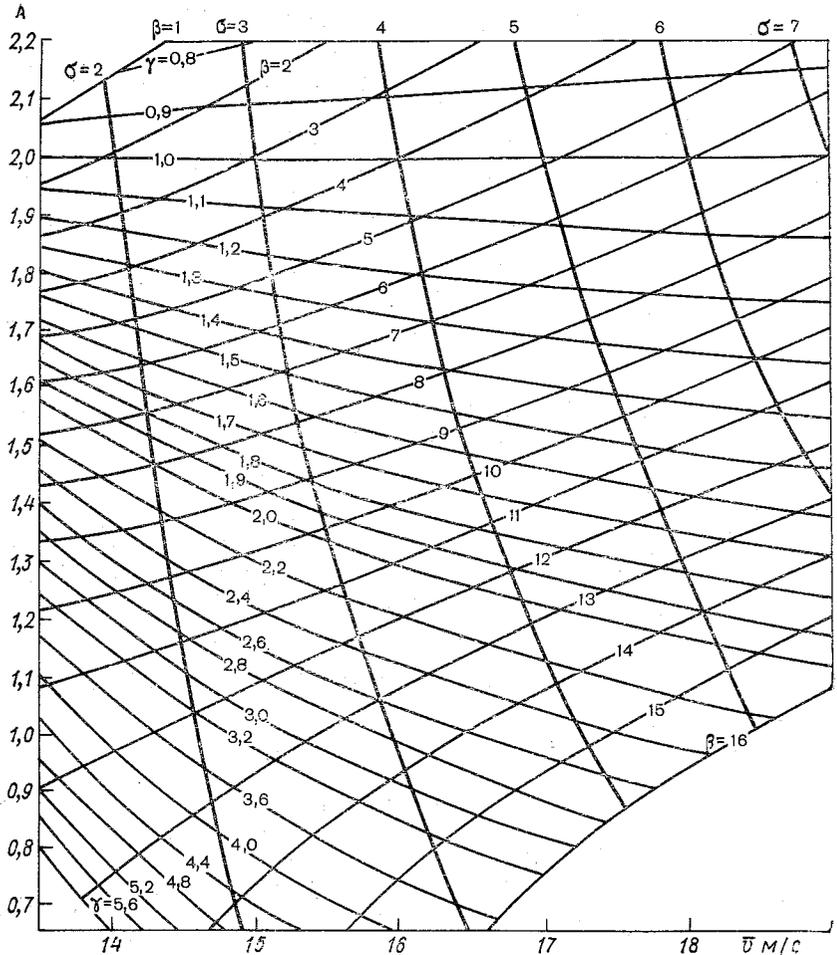


Рис. 2. Номограмма для определения параметров β и γ по значениям моментов \bar{v} и A (или σ и A) для $\alpha = 12$ м/с.

При $\gamma=1$ интегралы в формулах (12)—(15) выражаются через элементарные функции, и получаются весьма простые выражения для рассматриваемых моментов:

$$\bar{v} = \alpha + \beta; \quad \sigma = \beta; \quad A=2; \quad E=6. \quad (16)$$

В общем же случае эти интегралы нетрудно рассчитать численно. Такие расчеты были выполнены для нескольких значений α . Точность расчетов проверялась на основании частного случая (16).

В качестве примера на рис. 2 приведены результаты расчетов для случая $\alpha=12$ м/с. Они представлены в виде зависимости параметров распределения β и γ и среднего квадратического отклонения σ от средней в интервале $v > \alpha$ скорости \bar{v} и асимметрии A .

Как уже упоминалось, для однозначного определения параметров β и γ достаточно, в принципе, знать любые две из величин \bar{v} , σ , A и E . Однако кривые $\sigma = \text{const}$ на рис. 2 имеют весьма малый наклон к ординатам $\bar{v} = \text{const}$. Это означает, что при $\alpha=12$ м/с среднее квадратическое отклонение скорости весьма тесно связано с ее средним значением и потому любая из этих двух величин содержит мало информации в дополнение ко второй из них.

Семейства изолиний \bar{v} и σ на картах этих величин почти совпадают, так что, зная, допустим, \bar{v} , можно сравнительно точно оценить и σ .

Рассматриваемый эффект выражен при прочих равных условиях тем сильнее, чем больше «скорость отсечения» α . Это можно видеть из сопоставления кривых на рис. 2 и 3, где представлены аналогичные зависимости, но для $\alpha=8$ м/с.

Указанный эффект означает, что по данным о \bar{v} и σ нельзя определить параметры β и γ с удовлетворительной точностью, по крайней мере при большом значении α . Беря же малое значение α , надо считаться с опасностью, что во всем интервале, начиная с такого малого значения α , распределение скорости будет плохо описываться формулой (2), и статистическая экстраполяция даст искаженные результаты.

Нужно также иметь в виду, что с ростом n уменьшается надежность эмпирических данных о моменте распределения $m_n(\bar{v})$. По этой причине едва ли целесообразно привлекать к рассмотрению данные о четвертом моменте, т. е. об эксцессе E .

Таким образом, остаются две возможности оценки параметров β и γ по моментам усеченной кривой распределения ветра: либо по совокупности \bar{v} и A , либо по совокупности σ и A . Поскольку эмпирические данные удовлетворяют распределению (2) лишь приближенно, то значения β и γ , определенные по этим двум совокупностям, не будут совпадать. Это обстоятельство целесообразно использовать для оценки применимости описываемой методики в тех или иных конкретных условиях и для уточнения получаемых с ее помощью результатов. Соответствующая процедура может состоять в следующем.

Задав некоторое значение α и зная \bar{v} , σ и A при этом α , опре-

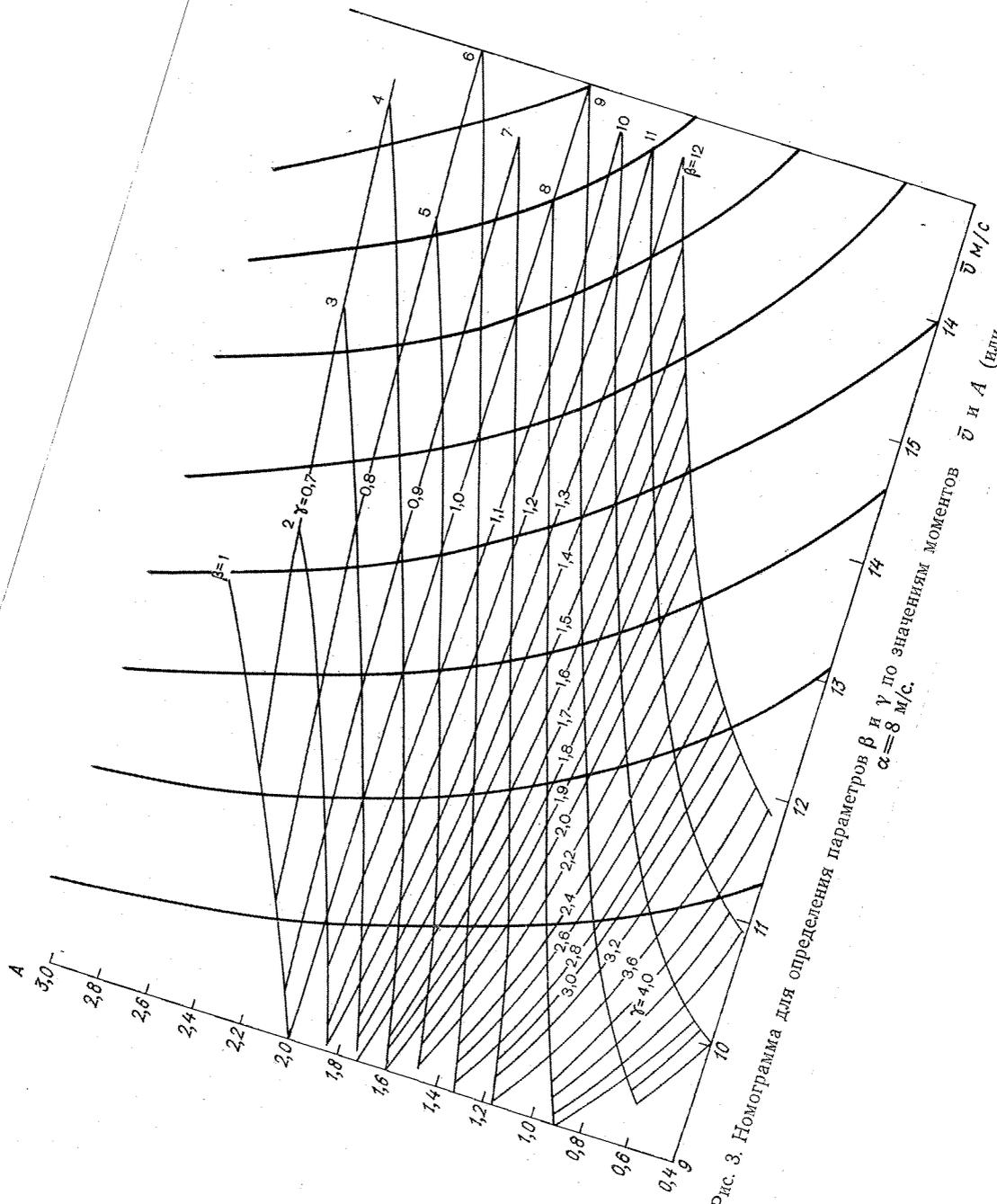


Рис. 3. Номограмма для определения параметров β и γ по значениям моментов $\bar{\sigma}$ и A (или σ и A) для $\alpha=8$ м/с.

делим по совокупности значений \bar{v} и A параметры β и γ , а по ним оценим интересующую нас скорость заданной интегральной обеспеченности. Затем при том же α выполним аналогичную оценку, отправляясь от значений σ и A . Если полученные таким образом две оценки интересующей нас скорости существенно отличаются одна от другой, то это означает, что формула (2) в интервале $v > \alpha$ выполняется плохо. В таком случае можно попытаться повторить расчеты при большем значении α , если, разумеется, имеются данные о моментах распределения, соответствующих этому большему значению, и если суммарная повторяемость $F(\alpha)$ скоростей в интервале $v > \alpha$ не слишком мала.

Если же две оценки, о которых шла речь, дают близкие результаты, то это служит подтверждением применимости рассматриваемой методики в данном конкретном случае, а в качестве окончательной оценки естественно принять среднее из этих результатов.

В настоящее время уже накоплена некоторая информация о моментах усеченных кривых распределения скоростей ветра. В частности, по данным многих станций Советского Союза рассчитаны значения \bar{v} , σ и A при нескольких значениях α и построены карты распределения этих моментов. Как значения для конкретных пунктов, так и карты моментов усеченной кривой могут быть использованы для статистической экстраполяции в рамках рассмотренной методики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анапольская Л. Е., Гандин Л. С. Методика определения расчетных скоростей ветра для проектирования ветровых нагрузок на строительные сооружения. — «Метеорология и гидрология», 1958, № 10, с. 9—17.
2. Анапольская Л. Е. Режим скоростей ветра на территории СССР. Л., Гидрометеоздат, 1961.
3. Кошинский С. Д. Режимные характеристики сильных ветров на морях Советского Союза. Часть I. Каспийское море. Л., Гидрометеоздат, 1975. 412 с.
4. Справочник по климату СССР. Часть 3. Ветер. Вып. 1—34. Л., Гидрометеоздат, 1966—1968.
5. Строительные Нормы и Правила. Часть 2, раздел А, гл. VI. Строительная метеорология и геофизика. Госстройиздат, 1963. 216 с.

Е. Е. Жуковский, М. Г. Саноян

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

1. Как известно, для решения широкого круга метеорологических задач, помимо знания текущих значений метеорологических элементов, необходимо иметь еще достаточно достоверные сведения об их производных. Известно также, что при практических расчетах точная операция дифференцирования обычно заменяется той или иной конечно-разностной схемой, что приводит к ошибкам в вычислении искомых дифференциальных характеристик. Статистический анализ их проводился Л. С. Гандиным, Р. Л. Каганом [2, 3, 4, 5], а также целым рядом других авторов [1, 6, 7, 8]. Следует, однако, отметить, что при этом в основном исследовались центральные разности, т. е. такие схемы дифференцирования, в которых найденная конечно-разностная оценка рассматривается как приближенное значение производной в равноудаленной от всех исходных отсчетов точке пространства. В то же время представляют интерес и другие варианты интерпретации конечных разностей и, в частности, отнесение их не к центральным, а к другим точкам пространства, в том числе к узлам сетки. В настоящем сообщении этот вопрос рассматривается применительно к одномерной задаче.

Пусть $f(t)$ — некоторый метеорологический случайный процесс, обладающий свойствами статистической стационарности и дифференцируемости. Примем, что для вычисления его первых производных используется стандартная конечно-разностная формула

$$\bar{f}'_i = \frac{\bar{f}(t_i + T) - \bar{f}(t_i)}{T}, \quad (1)$$

где $\bar{f}(t_i)$ и $\bar{f}(t_i + T)$ — отсчеты $f(t)$, соответствующие моментам времени t_i и $t_i + T$; T — шаг дифференцирования; \bar{f}'_i — оценка производной.

Как правило, значения $\bar{f}(t_i)$ и $\bar{f}(t_i + T)$ будут отличаться от истинных значений процесса $f(t_i)$ и $f(t_i + T)$ ввиду наличия погрешностей измерения. Характер последних может быть самым различным. Ниже мы ограничимся анализом простейшей модели, предпо-

лагающей, что погрешности измерения δ_i некоррелированы между собой и не зависят от значений измеряемого метеопараметра f .

Вычисленная по формуле (1) величина \bar{f}'_i в принципе может рассматриваться как приближенное значение производной в любой точке внутри интервала дискретизации $[t_i, t_i+T]$. Однако совершенно ясно, что в зависимости от того, к какому именно моменту времени относится в процессе интерпретации результатов расчета эта оценка, точность будет различной. Принимая во внимание статистическую стационарность процесса $f(t)$ и сделанные выше допущения относительно характера погрешностей измерения, несложно прийти к следующему равенству:

$$\varepsilon^2 = \frac{e_{f'}^2(t_i + \Delta t)}{D_{f'}} = 1 - \frac{2}{T} \frac{r'(T - \Delta t) + r'(\Delta t)}{r''(0)} - \frac{2}{T^2} \frac{1 - r(T) + \eta^2}{r''(0)}. \quad (2)$$

Здесь ε^2 — мера ошибки

$$e_{f'}(t_i + \Delta t) = \bar{f}'_i - f'(t_i + \Delta t), \quad (3)$$

возникающей при замене истинного значения производной в точке $t = t_i + \Delta t$ конечно-разностной оценкой \bar{f}'_i ; $D_{f'}$ — дисперсия производной процесса $f(t)$; r , r' и r'' — нормированная корреляционная функция процесса $f(t)$ и две ее первые производные; η^2 — мера погрешности измерения, определяемая как отношение дисперсии D_δ погрешности измерения δ к дисперсии D_f измеряемого метеопараметра f ; черта является символом операции статистического осреднения.

В силу стационарности $f(t)$ величина ε^2 от t_i не зависит и является функцией только Δt . При этом из формулы (2) видно, что для $\Delta t = 0$ и $\Delta t = T$, т. е. на концах интервала дискретизации, точность воспроизведения производных одинакова и характеризуется мерой ошибки

$$\varepsilon_0^2 = 1 - \frac{2}{T} \frac{r'(T)}{r''(0)} - \frac{2}{T^2} \frac{1 - r(T) + \eta^2}{r''(0)}. \quad (4)$$

Для получения этого выражения достаточно учесть, что при условии дифференцируемости процесса $f(t)$ первая производная от его корреляционной функции в нуле $r'(0)$ равна нулю.

В другом частном случае, когда $\Delta t = T/2$, из общей формулы (2) получаем зависимость:

$$\varepsilon_{1/2}^2 = 1 - \frac{4}{T} \frac{r'(T/2)}{r''(0)} - \frac{2}{T^2} \frac{1 - r(T) + \eta^2}{r''(0)}. \quad (5)$$

Можно показать, что при любых $\Delta t < T/2$ или $\Delta t > T/2$ величина ε^2 будет больше, чем для $\Delta t = T/2$. Иными словами, если иметь в виду статистически оптимальную интерпретацию результатов численного дифференцирования, то при использовании стандартной формулы (1) оценку \bar{f}' выгоднее всего относить к значению центральной производной

водной. Действительно, из равенства (2) следует, что необходимым условием экстремума ϵ^2 является выполнение условия

$$\frac{\partial r'(T-\Delta t)}{\partial(\Delta t)} = -\frac{\partial r'(\Delta t)}{\partial(\Delta t)}. \quad (6)$$

Функции $r'(T-\Delta t)$ и $r'(\Delta t)$ зеркально симметричны относительно точки $\Delta t = T/2$, и следовательно, когда $\Delta t = T/2$, равенство (6) удовлетворяется. Более детальный анализ позволяет сделать вывод, что мера ошибки ϵ^2 достигает при этом своего минимального значения.

Для описания статистической структуры дифференцируемых метеорологических процессов часто используются корреляционные функции вида [3]:

$$\left. \begin{aligned} r_1(\tau) &= \left(1 + \frac{|\tau|}{T_1}\right) e^{-\frac{|\tau|}{T_1}}, \\ r_2(\tau) &= \left(1 + \frac{|\tau|}{T_2} + \frac{1}{3} \frac{\tau^2}{T_2^2}\right) e^{-\frac{|\tau|}{T_2}}, \\ r_3(\tau) &= e^{-\frac{\tau^2}{T_3^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где T_1 , T_2 и T_3 — параметры, имеющие размерность времени и характеризующие скорость затухания корреляционных связей.

Таблица 1

Производные корреляционных функций r_1 , r_2 и r_3

r	$r'(\tau)$	$r''(0)$
r_1	$-\frac{\tau}{T_1^2} e^{-\frac{ \tau }{T_1}}$	$-1/T_1^2$
r_2	$-\frac{1}{3} \frac{\tau}{T_2^2} \left(1 + \frac{ \tau }{T_2}\right) e^{-\frac{ \tau }{T_2}}$	$-1/3 T_2^2$
r_3	$-\frac{2\tau}{T_3^2} e^{-\frac{\tau^2}{T_3^2}}$	$-2/T_3^2$

Первая из указанных зависимостей относится к однократно дифференцируемому случайному процессу, вторая — к процессу, имеющему две производные, третья — к бесконечно дифференцируемому процессу. Выражения для $r'(\tau)$ и $r''(0)$, соответствующие трем рассматриваемым случаям, приведены в табл. 1. Подставляя их в формулы (4) — (5) и задавая конкретные значения шага дифференцирования, можно рассчитать ошибки ϵ_0^2 и $\epsilon_{1/2}^2$ и, сравнив их между собой, установить, насколько выгоднее относить оценку \bar{f}' к значению производной в середине интервала дискретизации, чем к производным на его концах.

Следует иметь в виду, что поскольку исследуемые процессы имеют различную статистическую структуру, то для получения сравнимых между собой результатов все расчеты необходимо проводить для некоторых идентичных условий. С этой точки зрения при вычислении ошибок ϵ^2 естественно задавать не сам шаг дифференцирования T , а его отношение β к интегральному масштабу корреляции

$$J = \int_0^{\infty} r(\tau) d\tau, \quad (8)$$

которое для всех трех процессов следует принять одинаковым. Величина J выражается при этом через параметры корреляционных функций (7) согласно равенствам:

$$J_1 = 2T_1, \quad J_2 = \frac{8}{3} T_2, \quad J_3 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} T_3. \quad (9)$$

2. Исходя из полученных зависимостей, для различных значений η^2 были проведены вычисления ошибок ϵ_0^2 и $\epsilon_{1/2}^2$, а также их отношения $k = \epsilon_0^2 / \epsilon_{1/2}^2$. Результаты этих расчетов приведены рис. 1—4.

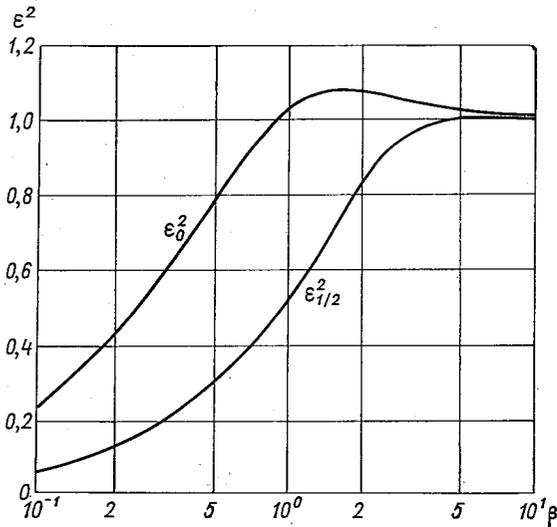


Рис. 1. Зависимость ошибок аппроксимации производных от шага дифференцирования при $\eta^2=0$ ($r=r_1$).

Остановимся прежде всего на случае, когда $\eta^2=0$. На рис. 1 показано, как при этом с ростом шага дифференцирования меняются ошибки определения производных. Построенные кривые относятся к процессам с корреляционной функцией r_1 , однако качественно такие же закономерности характерны и для других процессов. При этом ошибки оказываются тем меньше, чем выше порядок диффе-

ренцируемости метеорологического процесса $f(t)$. К примеру, при $\beta=0,5$ величина $\varepsilon_{1/2}^2$ для r_1, r_2 и r_3 соответственно равна 0,315, 0,061 и 0,004. Как следует из приведенных графиков, с увеличением

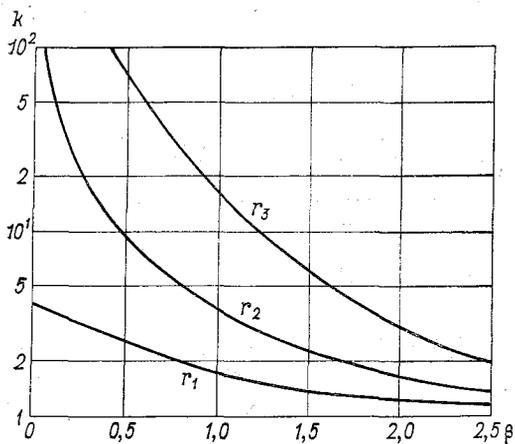


Рис. 2. Зависимость $k(\beta)$ при $\eta^2=0$.

шага дифференцирования ошибки ε_0^2 и $\varepsilon_{1/2}^2$ вначале быстро возрастают, а затем, достигнув некоторых максимальных уровней, медленно уменьшаются, асимптотически стремясь к единице сверху. Таким образом, при использовании стандартной конечно-разностной формулы (1) дисперсия ошибки определения производной даже при отсутствии погрешностей измерения может превзойти дисперсию искомой величины f' . Этого недостатка теоретически лишены оптимальные конечно-разностные формулы [1, 3].

На рис. 2 изображены кривые, которые позволяют судить о характере зависимостей $k=k(\beta)$. Легко видеть, что при $\eta^2=0$, а именно для этого случая построены приведенные на рис. 2 графики, с ростом шага дифференцирования для всех исследуемых процессов наблюдается монотонное уменьшение k от некоторых значений, превышающих единицу при малых β , до $k=1$ при $\beta \rightarrow \infty$. В частности, при $\beta \rightarrow 0$ получаем $k \rightarrow 4$ для процессов с корреляционной функцией r_1 и $k \rightarrow \infty$ для процессов с корреляционными функциями r_2 и r_3 .

Рассмотренный случай безошибочных измерений в основном представляет только теоретический интерес, поскольку в реальных условиях большие или меньшие погрешности измерений неизбежны. Это обстоятельство приобретает особое значение в связи с тем, что наличие погрешностей вносит в результаты проведенного выше анализа ряд принципиально новых моментов.

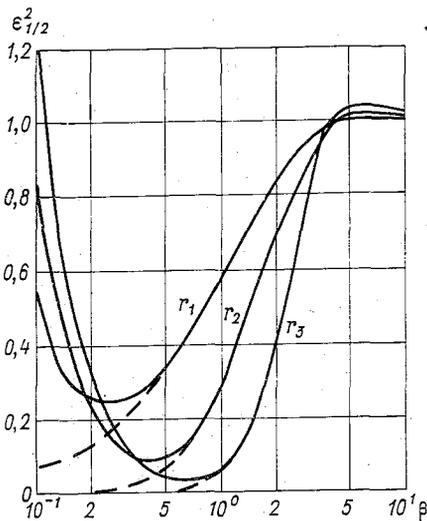


Рис. 3. Зависимость ошибок аппроксимации центральных производных от шага дифференцирования при $\eta^2 > 0$ ($\eta^2=0,01$).

В первую очередь, необходимо отметить, что погрешности измерения кардинальным образом меняют общий характер зависимости ошибок аппроксимации производных от шага дифференцирования. Действительно, если при $\eta^2=0$ ошибки ϵ_0^2 и $\epsilon_{1/2}^2$ с уменьшением дискретности измерений тоже уменьшаются и в пределе становятся равными нулю, то при $\eta^2>0$ картина оказывается совсем иной. Как видно из рис. 3, в данном случае при малых шагах дифференцирования точность определения производных резко падает и, следовательно, выбор необоснованно высокой частоты от-

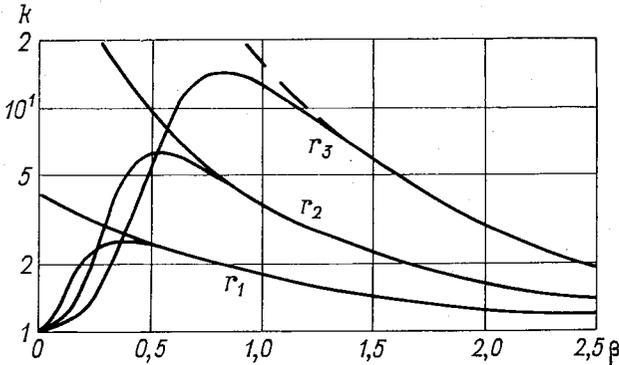


Рис. 4. Зависимость $k(\beta)$ при $\eta^2>0$ ($\eta^2=0,01$).

счетов не только не снижает, а, наоборот, существенно увеличивает ошибки вычисления дифференциальных характеристик. При больших β точность оказывается практически такой же, как и при отсутствии погрешностей измерения. В промежуточной области, т. е. при каких-то средних значениях β , будет существовать оптимум дискретности $\beta_{\text{опт}}$, при котором точность аппроксимации производных оказывается максимальной. Значение $\beta_{\text{опт}}$ зависит от вида корреляционной функции рассматриваемого процесса и меры погрешности измерения η^2 , являясь при этом несколько разным для производных посредине и на концах интервала дискретизации.

Наличие погрешностей сказывается и на характере зависимости $k(\beta)$. Это показано на рис. 4. В отличие от идеально точных измерений, когда с увеличением шага дискретизации величина k монотонно уменьшается, при $\eta^2>0$ зависимость $k(\beta)$ имеет вид кривой с максимумом, причем для $\beta=0$ и $\beta=\infty$ $k=1$. Отсюда следует, что как при малых, так и при больших шагах дифференцирования точность конечно-разностного представления производных по исходным данным, содержащим погрешности, практически одинакова для середины и концов интервала дискретности. В то же время можно утверждать, что для любого фиксированного η^2 может быть указан такой шаг дифференцирования процесса, при котором выигрыш в точности определения центральных производных по сравнению с точностью определения производных на краях интервала $[0, T]$

максимален. Интересно отметить, что соответствующая этому случаю оптимальная дискретность не совпадает с оптимальной частотой, обеспечивающей при тех же условиях минимум ε_0^2 или $\varepsilon_{1/2}^2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ветлов И. П. О вычислении производных метеорологических полей. — «Метеорология и гидрология», 1960, № 1, с. 29—33.
2. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеониздат, 1963. 287 с.
3. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л., Гидрометеониздат, 1976. 360 с.
4. Каган Р. Л. О построении оптимальных конечно-разностных и квадратурных формул для однородных и изотропных случайных полей. — «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1967, т. 3, № 6, с. 592—601.
5. Каган Р. Л., Хатамкулов Г. Х. О точности конечно-разностного представления производных. — «Труды ГГО», 1968, вып. 228, с. 49—86.
6. Кричак М. О. Некоторые вопросы объективного анализа поля ветра. — «Труды ГГО», 1968, вып. 228, с. 87—97.
7. Панчев С. О выборе «шага» при конечно-разностном дифференцировании некоторых метеорологических элементов. — «Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1964, № 1, с. 157—159.
8. Хатамкулов Г. Х. Использование наземной информации при объективном анализе поля геопотенциала. Автореферат дисс., Л., 1970. 12 с.

Ю. М. Либерман

ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ В ОБЪЕКТИВНОМ АНАЛИЗЕ

Разработка практических методов четырехмерного анализа метеорологических полей стала насущной задачей. Принципы такого анализа обобщены в монографии [1]. Значительное число советских и зарубежных исследований посвящено экспериментам в рамках дискретной и непрерывной схем анализа. При этом предполагается использование наряду с обычными сетевыми наблюдениями двух дополнительных источников информации: результатов численного прогноза и асиноптических наблюдений, в первую очередь данных спутникового зондирования. Правильное согласование этих видов информации с учетом их специфических свойств оказывается принципиально важным [2]. Возможны различные способы оценки эффективности методов усвоения и согласования информации. Способ модельных численных экспериментов основан на сравнении результатов прогнозов, выполненных по одной или разным гидродинамическим моделям при использовании различной исходной информации: «истинной», «испорченной» и «испорченной, но частично исправленной». Существенным недостатком этого способа является зависимость получаемых выводов от того, какая именно модель использована в экспериментах. От указанного недостатка свободен способ искусственного разрежения сети. Мы воспользовались им для оценки эффективности оптимального согласования результатов объективного анализа поля геопотенциала с данными прогноза на соответствующий срок. В наших экспериментах реализован одноточечный вариант оптимального согласования, который, как показано в [1], наиболее целесообразен для включения прогностической информации в анализ.

Пусть $\tilde{f}'_1, \tilde{f}'_2$ — оценки анализируемого элемента в узле сетки, полученные по независимой информации (штрих означает отклонение от нормы). Согласованное значение элемента в том же узле представляет собой комбинацию

$$\hat{f}' = b_1 \tilde{f}'_1 + b_2 \tilde{f}'_2, \quad (1)$$

где b_1, b_2 — весовые коэффициенты, подлежащие определению.

$$\bar{f}'_1 = f' + \delta_1, \quad \bar{f}'_2 = f' + \delta_2 \quad (2)$$

Оценки отличаются от истинного значения f' наличием случайных ошибок δ_1, δ_2 . Независимость двух видов информации означает, что ошибки δ_1, δ_2 не коррелируют ни с истинным значением элемента, ни между собой. В таком случае веса и мера ошибки согласования определяются формулами

$$b_1 = \frac{\eta_2^2}{d}, \quad b_2 = \frac{\eta_1^2}{d}, \quad (3)$$

$$\epsilon^2 = \frac{\eta_1^2 \eta_2^2}{d}, \quad (4)$$

где

$$d = \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_1^2 \eta_2^2. \quad (5)$$

Здесь

$$\eta^2 = \frac{\bar{\delta}^2}{\sigma^2} \quad (6)$$

— мера ошибки наблюдения, σ — изменчивость элемента, индексы 1, 2 при η соответствуют двум видам информации. Формула (5) справедлива в случае, когда упомянутые виды согласуемой информации получены, например, с помощью различных средств наблюдения.

Предположим теперь, что одноточечному согласованию подлежат не два независимых наблюдения, а наблюдение и результат интерполяции в ту же точку с нескольких окружающих станций, т. е. наблюденное и проанализированное значения элемента. Ошибки интерполяции в отличие от ошибок наблюдений обладают отрицательной корреляцией с истинными значениями. Поэтому комбинацию (5) теперь следует заменить выражением

$$d = \eta_1^2 + \eta_2^2. \quad (7)$$

Наконец, если оба согласуемых значения являются результатами оптимальной интерполяции и относительная ковариация ошибок анализа $\nu_{1,2}$ связана с мерами ошибок анализа η_1^2 и η_2^2 соотношением

$$\nu_{1,2} = \eta_1 \eta_2, \quad (8)$$

то знаменатель формул (3), (4) принимает вид

$$d = \eta_1^2 + \eta_2^2 - \eta_1^2 \eta_2^2. \quad (9)$$

Отрицательная корреляция ошибок анализа с истинными значениями элемента означает, что ошибки не коррелируют с интерполированными значениями, т. е. анализ является статистически совершенным в том смысле, что его результаты не могут быть систематически улучшены простым линейным комбинированием. Таким свойством обладают и результаты численного прогноза. Общность

анализа и прогноза в указанном смысле внешне проявляется в сглаживании полей по сравнению с действительными. Поэтому формулы (3), (4), (9) применимы и к рассматриваемому ниже случаю согласования результатов оптимальной интерполяции и прогноза в узлах сетки. Именно эти формулы использовались в наших экспериментах.

Различия между выражениями (5), (7), (9) отражают различия в статистических свойствах ошибок разных видов информации. Как показано в монографии [1], соотношения (3), (4) со знаменателем (9) следуют из системы уравнений оптимального согласования при условии (8), а также при условии

$$\chi(\rho) \equiv \mu(\rho), \quad (10)$$

означающем совпадение корреляционных функций ошибок прогноза и самого элемента (ρ — расстояние).

На основе этих соотношений В. А. Шахмейстер теоретически оценила возможное повышение точности анализа поля геопотенциала во внетропических широтах северного полушария в случае дополнительного привлечения прогностической информации [4]. При этой априорной оценке предполагалось, что средняя квадратическая ошибка прогноза постоянна во всей области и равна 4, 6 или 8 гп. дам. Осредненное по области уменьшение ϵ оказалось равным соответственно 9, 3 и 1%. По-видимому, при разработке методов четырехмерного анализа нельзя ограничиваться лишь теоретическими оценками. Такие оценки могут оказаться сильно завышенными вследствие нарушения условий (8), (10), а также в силу особенностей конкретных прогностических схем.

В наших экспериментах использованы данные оперативных прогнозов геопотенциала поверхности 500 мбар на 24 ч по бароклининой квазигеострофической схеме Б. М. Ильина — Л. В. Руховца для сеточной области 21×31 с шагом 300 км [3]. Данные о географическом распределении меры ошибки прогноза η_1^2 , рассчитанном по 102 случаям, нам любезно предоставил Г. А. Кобышев. Значения η_1^2 колеблются от 0,10—0,20 над Европой и Северной Америкой до 0,40—0,50 над Северной Атлантикой. Вблизи границ области они возрастают до 0,30—0,40, а иногда превышают 0,50. Мера ошибки анализа рассчитывалась в процессе интерполяции в узел с n ближайших станций по формуле

$$\eta_2^2 = 1 - \sum_{i=1}^n p_i \mu_{0i}, \quad (11)$$

где p_i — интерполяционный вес, μ_{0i} — значение корреляционной функции геопотенциала.

Эксперименты выполнены для 9 случаев по данным за 00 ч 12—19 и 21 февраля 1976 г. В каждом случае анализ поля H_{500} рассчитывался по всем поступившим наблюдениям аэрологических станций (число станций менялось от 164 до 219). Результаты этого анализа H_n рассматривались как «истинное» поле. Далее сеть станций

была разрежена таким образом, что из каждых десяти станций, имеющих в сводке, девять станций исключались. Анализ по разреженной сети H сопоставлялся с первичным анализом $H_{\text{и}}$ и определялась эмпирическая ошибка анализа

$$\delta = H - H_{\text{и}}. \quad (12)$$

Наконец, выполнялось согласование анализа с прогнозом по данным за предшествующие сутки и определялась ошибка согласованного анализа

$$\hat{\delta} = \hat{H} - H_{\text{и}}. \quad (13)$$

Затем рассчитывались средние по области ошибки с учетом знака $\bar{\delta}$, $\bar{\hat{\delta}}$, квадратические ошибки $\Delta = \sqrt{\bar{\delta}^2}$, $\hat{\Delta} = \sqrt{\bar{\hat{\delta}}^2}$ и эмпирическое уточнение $\frac{\Delta - \hat{\Delta}}{\Delta}$. Параллельно рассчитывалось среднее по области теоретическое уточнение $\frac{\varepsilon - \hat{\varepsilon}}{\varepsilon}$.

Таблица 1

Эффективность согласования анализа и прогноза H_{500}

Дата	$\bar{\delta}$ гп. дам	$\bar{\hat{\delta}}$ гп. дам	Δ гп. дам	$\hat{\Delta}$ гп. дам	$\frac{\Delta - \hat{\Delta}}{\Delta}$ %	$\frac{\varepsilon - \hat{\varepsilon}}{\varepsilon}$ %
12 II	1,2	-0,8	8,0	7,9	1	38
13	3,4	-0,5	12,3	7,4	40	37
14	1,3	-3,4	9,0	9,0	0	39
15	4,1	-1,4	10,2	7,1	30	40
16	5,7	-0,1	11,8	7,3	38	37
17	4,9	0,5	10,0	5,8	42	38
18	5,3	-0,9	10,4	5,6	46	37
19	5,2	-3,2	10,8	9,9	8	41
21	5,8	-3,9	11,3	10,2	10	37

Представленные в табл. 1 результаты экспериментов показывают, что оптимальное согласование с прогнозом существенно повышает точность анализа. Лишь в единственном случае, 14 февраля, привлечение прогноза вызвало небольшое увеличение эмпирических ошибок. При расчерчивании полей выяснилось, что в этом случае оперативный контроль не уловил ложное завышение геопотенциала на 15 гп. дам на одной из окраинных станций Канады. Вероятно, именно этим объясняется здесь некоторое «снижение точности». Это снижение точности является, однако, фиктивным, поскольку поле $H_{\text{и}}$ содержит фактическую ошибку. Поэтому увеличение в данном случае эмпирических ошибок говорит, скорее, о преимуществе метода, а не о его недостатке. Заметим попутно, что по-

добные пропуски ошибок лишний раз свидетельствуют о необходимости совершенствования методов контроля информации.

Данные табл. 2 показывают, что эффективность согласования тесно связана с качеством прогноза. В этой таблице исследованные случаи размещены в порядке возрастания средней по области квадратической ошибки прогноза $\Delta_{\text{п. дам}}$. Оценка «+» в графе 3 означает, что среднее эмпирическое уточнение анализа в результате согласования с прогнозом превысило 10%.

Напомним, что согласование выполнялось при использовании выражения (9) в качестве знаменателя формул (3), (4). Наряду с этим первым способом согласования мы рассмотрели также второй и третий способы, отличающиеся от первого заменой выражения (9) соответствующими выражениями (7) и (5). Знак «+» в графе 4 табл. 2 означает преимущество первого способа по сравнению со вторым, а в графе 5 — по сравнению с третьим способом. Преимущество определялось сопоставлением квадратических ошибок Δ . Такое сравнение, по-видимому, позволяет утверждать, что при достаточно надежном прогнозе предпочтительно использовать для согласования соотношения (3), (4) и (9). С другой стороны, ненадежный прогноз делает бессмысленным любой способ согласования.

Наиболее важным преимуществом включения прогностической информации в оперативный анализ было бы восстановление существенных особенностей барического поля в плохо освещенных районах, которые оказываются утраченными при анализе обычной аэрологической информации. Сравнение рис. 1, 2, 3 показывает, что такое восстановление действительно имеет место. Анализ за 00 ч 16 февраля 1976 г. по разреженной сети станций (рис. 2) сильно искажен по сравнению с первичным анализом по густой сети (рис. 1). Вместо обширного циклона над восточной частью Гренландии имеются два циклонических центра: над южной частью Гренландии и севернее Новой Земли. Между ними расположен хорошо выраженный ложный гребень. Вместо гребня, принадлежащего системе азорского максимума, над Центральной Европой располагается антициклон с центром над югом Швеции. На рис. 2 отсутствует средиземноморский циклон, а изогипсы в юго-западной части области лишены антициклонической кривизны. Отмеченные

Таблица 2
Связь эффективности согласования с качеством прогноза

Дата	$\Delta_{\text{п. дам}}$	Оценки согласования различными способами		
		(3)	(4)	(5)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
18 II	6,3	+	—	+
17	6,6	+	+	+
13	8,4	+	+	+
15	8,4	+	+	+
16	8,4	+	+	+
12	9,2	—	—	—
19	10,1	—	—	—
21	10,4	—	—	—
14	10,6	—	—	—

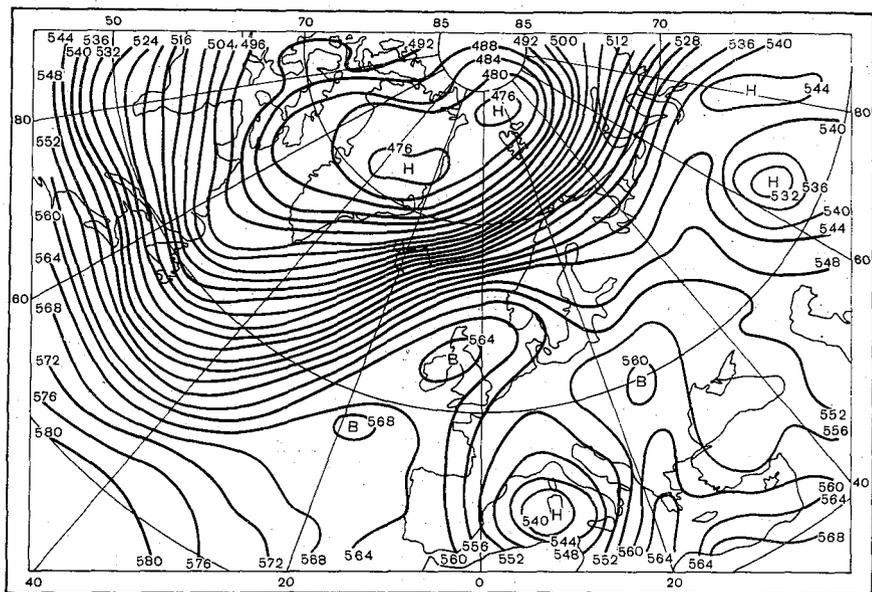


Рис. 1. Анализ поля H_{500} по полной сети (214 станции). 00 ч 16 февраля 1976 г.

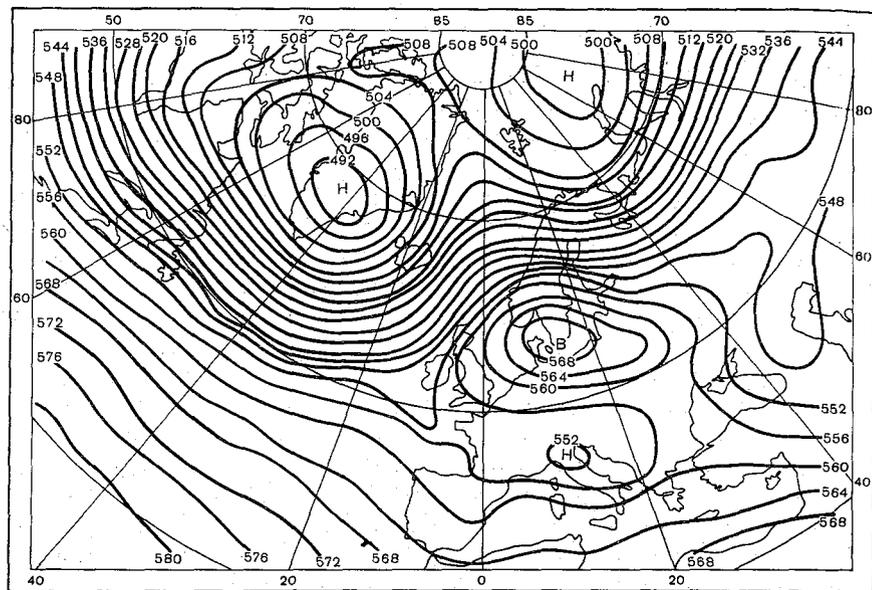


Рис. 2. Анализ поля H_{500} по разреженной сети (21 станция). 00 ч 16 февраля 1976 г.

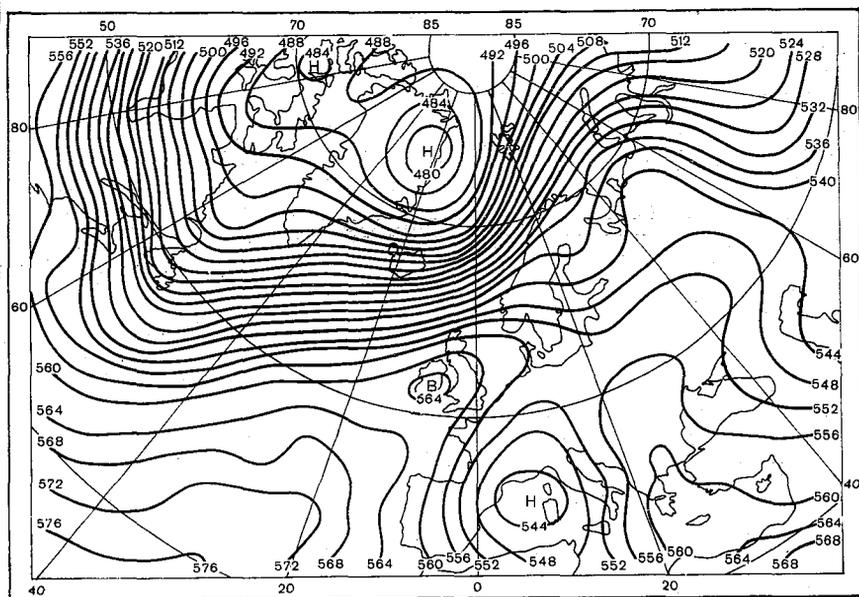


Рис. 3. Анализ поля H_{500} по разреженной сети, согласованный с прогнозом. 00 ч 16 февраля 1976 г.

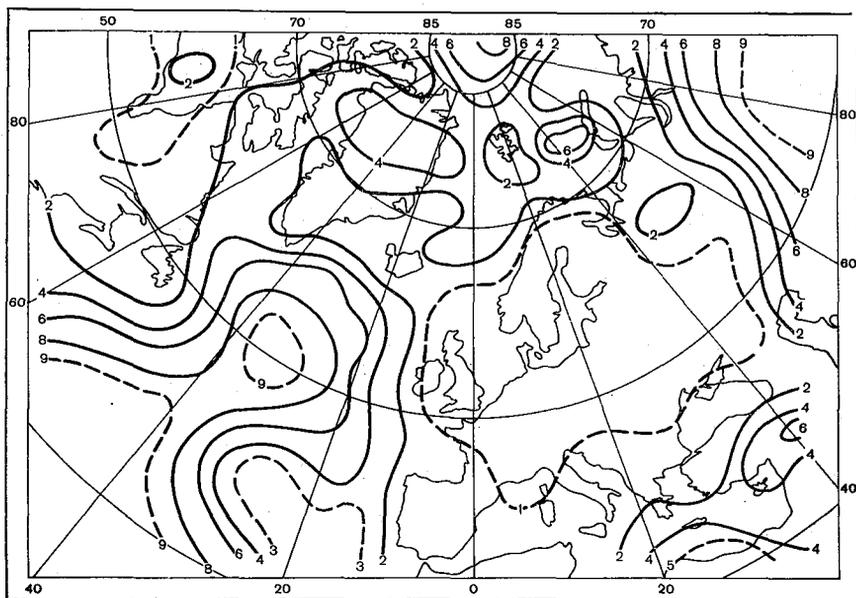


Рис. 4. Вес прогностической информации для реальной аэрологической сети при существующей точности прогноза H_{500} (в десятых долях единицы).

искажения барического поля в значительной степени устранены в результате согласования с прогнозом (рис. 3).

О том, какой вклад в оперативный анализ может дать прогнозная информация, можно судить по рис. 4, на котором представлено распределение ее веса. Оно соответствует реальной аэрологической сети и достигнутой к настоящему времени точности прогнозов. Выполненные нами оценки показывают, что после включения согласования в процедуру анализа можно ожидать следующего уменьшения средних квадратических теоретических ошибок:

на значительной площади Северной Атлантики — до 5—7 гп дам;

над Норвежским, Гренландским и Баренцевым морями — до 2 гп дам;

в Центральной Арктике — до 3—4 гп дам;

над Средиземным морем — до 1 гп дам.

Даже если уменьшение фактических абсолютных ошибок окажется не столь значительным, целесообразность такого усовершенствования схемы не вызывает сомнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г ан д и н Л. С., К а г а н Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л., Гидрометеониздат, 1976. 359 с.
2. Г ан д и н Л. С., К а г а н Р. Л. О построении системы объективного анализа разнородных данных на основе метода оптимальной интерполяции и оптимального согласования. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 5, с. 3—9.
3. И л ь и н Б. М., О р л о в а Л. С., Р у х о в е ц Л. В. Малопараметрическая модель прогноза поля геопотенциала и ее оперативные испытания. — «Метеорология и гидрология», 1967, № 10, с. 15—21.
4. Ш а х м е й с т е р В. А. О привлечении спутниковой и прогностической информации при объективном анализе. — «Метеорология и гидрология», 1975, № 3, с. 50—57.

Р. Л. Каган, В. А. Шахмейстер

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ОБЪЕКТИВНОМ АНАЛИЗЕ БАРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1. Недостаточная густота сети станций на значительных территориях земного шара затрудняет анализ метеорологических полей и является серьезнейшим препятствием на пути повышения точности прогнозов погоды. В этих условиях очень важны разработка и внедрение в оперативную практику способов использования при анализе метеорологических полей, наряду с данными измерения этих полей, дополнительной информации. Одним из источников такой информации являются данные численного прогноза погоды. В рамках метода оптимальной интерполяции совместное использование данных аэрологических наблюдений и прогноза погоды может выполняться путем их оптимального согласования, обеспечивающего, в принципе, минимум средней квадратической ошибки анализа [1].

Для практической реализации метода оптимального согласования даже в простейшем варианте одноточечного согласования (когда для уточнения анализа в данной точке нужны значения предварительно проанализированного поля лишь в этой точке и данные прогноза на срок анализа для этой же точки) требуются сведения не только о статистической структуре наблюдаемых и прогностических полей, но и о взаимной связи этих полей. Так, в [4] была показана необходимость учета при одноточечном согласовании взаимной корреляции ошибок согласуемых полей, которая оказывается тем выше, чем меньше точность согласуемых величин. В этой работе были предложены формулы для определения весов согласования для случая, когда согласуемые величины являются статистически оптимальными, т. е. не допускают уточнения без привлечения дополнительной информации.

Это допущение оптимальности требует отсутствия корреляции между значениями согласуемых величин и их ошибками. Оно оказывается справедливым для оценок, полученных методом наименьших квадратов, в частности, путем анализа методом оптимальной интерполяции и использования обычных регрессионных схем статистического прогноза. Данные прогноза с помощью динамических

схем такими свойствами оптимальности, вообще говоря, могут и не обладать. Представляется однако, что в этом случае они могут быть дополнительно уточнены путем использования статистических данных об оправдываемости прогнозов. Такое уточнение прогнозов, обеспечивающее их наибольшую информативность в рамках заданной схемы, само по себе может явиться значительным резервом в повышении их качества.

Некоторые простейшие оценки, иллюстрирующие важность учета взаимной корреляции ошибок согласуемых величин, были полу-

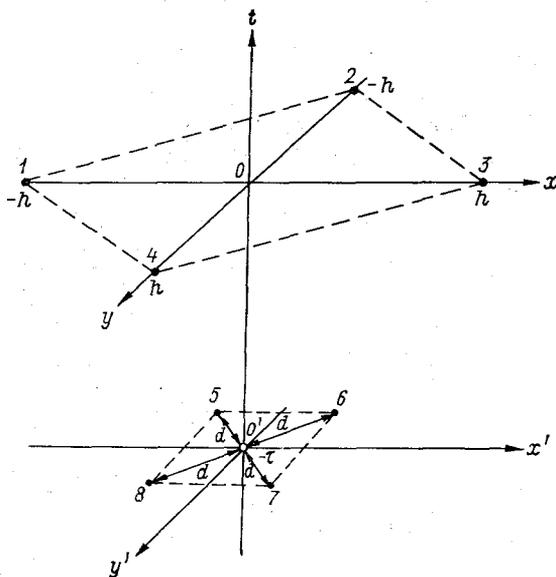


Рис. 1. Схема расположения пунктов задания исходных данных.

чены в [3]. При этом была использована модель взаимной корреляции ошибок предварительного анализа и данных прогноза в узлах сетки, справедливая в случае, когда пространственная корреляция самого прогностического поля и поля его ошибок совпадает с пространственной корреляцией фактического поля анализируемой величины. Как из соображений физического характера, так и из фактических данных ясно, что в действительности эти условия не выполняются. Прогностические поля являются обычно более сглаженными, а поля ошибок прогноза — наоборот, более мелкомасштабными, чем реальные поля. Эти особенности прогностических полей следовало бы учитывать при разработке схем использования их в процессе анализа. Трудности такого учета связаны главным образом с необходимостью задания статистической структуры прогностического поля, которая, вообще говоря, должна зависеть от ис-

пользуемой модели прогноза, а также должна быть различной на различных участках области, для которой дается прогноз. При использовании данных о структуре прогностического поля необходимо также, чтобы они были статистически совместимыми с данными анализируемого поля, в том смысле, что образованные на их основе корреляционные матрицы должны быть положительно определенными. Это естественное требование далеко не всегда оказывается автоматически обеспеченным.

В свете указанных трудностей представляется целесообразным попытаться выяснить приемлемость указанной выше модели хотя бы для простейшего из возможных вариантов согласования данных анализа и прогноза. В качестве такого варианта мы рассмотрим случай, когда в качестве прогноза поля давления используются данные временной статистической экстраполяции поля давления за предыдущий срок наблюдений, а в качестве предварительного поля анализа используются данные оптимальной интерполяции синхронных измерений этого поля. Положительная определенность используемой при расчетах корреляционной матрицы обеспечивается заданием единой аппроксимации корреляционной функции поля давления с положительным пространственно-временным спектром [6]. В то же время, как показано в [5], пространственная корреляция ошибок статистической экстраполяции поля давления неплохо согласуется с имеющимися в литературе фактическими данными, относящимися к самым различным моделям численного прогноза.

2. Пусть мы производим анализ поля геопотенциала некоторой изобарической поверхности для узла сетки 0 в момент времени $t=0$ по данным наблюдений в 8 пунктах (рис. 1). Пункты 1—4 образуют квадрат, вершины которого расположены на расстоянии h от узла сетки, а наблюдения в них выполнены в срок анализа. Пункты 5—8 расположены на расстоянии d от узла и образуют квадрат, повернутый на 45° относительно первого квадрата. Наблюдения в них выполнены за период времени τ до срока анализа.

Для выполнения статистической интерполяции и экстраполяции поля давления и для оценки возможной их точности необходимо знать пространственно-временную корреляционную функцию поля давления.

Будем полагать, что она описывается формулой вида (см. [6])

$$r(\rho, \tau) = (1 + l) \exp(-l), \quad (1)$$

где

$$l = \sqrt{(\rho/\rho_0)^2 + (\tau/\tau_0)^2},$$

ρ — горизонтальное расстояние, ρ_0 — масштаб расстояния, τ — сдвиг во времени, τ_0 — временной масштаб.

Задание корреляционной функции вида (1) означает допущение изотропии барического поля в пространстве «горизонтальные координаты — время». Это допущение оказывается приближенно вы-

полняющимся для условий Северной Европы. Для определенности будем использовать полученные в [6] для зимних условий значения параметров $\rho_0 = 1050$ км, $\tau_0 = 30$ ч.

Принимаем дисперсию геопотенциала σ_H^2 во всех точках постоянной, а значения норм геопотенциала во всех точках известными. Тогда без ограничения общности мы можем в качестве анализируемой величины H рассматривать отклонения геопотенциала от нормы.

Наиболее точная в смысле метода наименьших квадратов оценка искомой величины H_0 по данным синхронных наблюдений в пунктах 1—4 может быть получена методом оптимальной интерполяции

$$H_A = p(H_1 + H_2 + H_3 + H_4), \quad (2)$$

где весовой множитель p определяется по формуле

$$p = \frac{r(h, 0)}{1 + \eta^2 + 2r(h\sqrt{2}, 0) + r(2h, 0)}, \quad (3)$$

η^2 — мера ошибок наблюдения. Мера ошибок интерполяции по формулам (2)—(3) составляет

$$\varepsilon_A^2 = 1 - 4pr(h, 0). \quad (4)$$

Вторая оценка искомой величины может быть получена путем статистической временной экстраполяции по данным наблюдений в пунктах 5—8 за срок — τ .

$$H_{II} = q(H_5 + H_6 + H_7 + H_8). \quad (5)$$

В этом случае

$$q = \frac{r(d, \tau)}{1 + \eta^2 + 2r(d\sqrt{2}, 0) + r(2d, 0)}. \quad (6)$$

Мера ошибок такого статистического прогноза составляет

$$\varepsilon_{II}^2 = 1 - 4qr(d, \tau). \quad (7)$$

Рассмотрим вопрос об оптимальном согласовании оценок H_A и H_{II} с целью возможно более точного приближения к величине H_0 . Заметим, что в общем случае такая двухэтапная процедура обеспечивает меньшую точность анализа, чем выполнение интерполяции одновременно по всем имеющимся данным. Однако в нашем случае, в силу симметрии расположения пунктов наблюдений, разделение процедуры анализа на два этапа при правильном их выполнении не должно снижать точность анализа.

В [4] показано, что мера ошибок согласования оценок H_A и H_{II} по формуле

$$\tilde{H}_0 = c_A H_A + c_{II} H_{II} \quad (8)$$

определяется выражением

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 = 1 + (c_A^2 - 2c_A) (1 - \varepsilon_A^2) + (c_{II}^2 - 2c_{II}) (1 - \varepsilon_{II}^2) + \\ + 2c_A c_{II} (1 - \varepsilon_A^2 - \varepsilon_{II}^2 + \varepsilon_{12}), \end{aligned} \quad (9)$$

де

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\sigma_H^2} \overline{(H_A - H_0)(H_{II} - H_0)} \quad (10)$$

— мера взаимной корреляции ошибок оценок H_A и H_{II} , а черта сверху означает статистическое осреднение.

Оптимальный в смысле метода наименьших квадратов выбор весовых множителей c_A и c_{II} определяется формулами

$$c_A = \frac{(1 - \varepsilon_{II}^2)(\varepsilon_{II}^2 - \varepsilon_{12})}{(1 - \varepsilon_A^2)(1 - \varepsilon_{II}^2) - (1 - \varepsilon_A^2 - \varepsilon_{II}^2 + \varepsilon_{12})^2};$$
$$c_{II} = \frac{(1 - \varepsilon_A^2)(\varepsilon_A^2 - \varepsilon_{12})}{(1 - \varepsilon_A^2)(1 - \varepsilon_{II}^2) - (1 - \varepsilon_A^2 - \varepsilon_{II}^2 + \varepsilon_{12})^2}. \quad (11)$$

Точность оптимального одноточечного согласования в этом случае характеризуется мерой ошибок

$$\varepsilon_{\text{опт}}^2 = \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_{II}^2 (1 - \varepsilon_A^2)(1 - \varepsilon_{II}^2) - (\varepsilon_A^2 \varepsilon_{II}^2 - \varepsilon_{12})^2}{(1 - \varepsilon_A^2)(1 - \varepsilon_{II}^2) - (1 - \varepsilon_A^2 - \varepsilon_{II}^2 + \varepsilon_{12})^2}. \quad (12)$$

Мера взаимной корреляции согласуемых величин зависит от способа их получения. Из самого определения ее (10) следует, что

$$\varepsilon_{12} \leq \varepsilon_A \varepsilon_{II}$$

и что она должна быть равна нулю при равенстве нулю хотя бы одной из величин ε_A или ε_{II} . По мере роста этих величин ε_{12} также, в общем, должна расти. Поскольку мы приняли, что оценки H_A и H_{II} получены оптимальным образом, то значения мер ошибок ε_A^2 и ε_{II}^2 не могут превышать единицу. В этом случае можно получить

$$\varepsilon_{12}|_{\varepsilon_A=1} = \varepsilon_{II}^2; \quad \varepsilon_{12}|_{\varepsilon_{II}=1} = \varepsilon_A^2. \quad (13)$$

Из (13) следует, что при одновременном приближении ε_A и ε_{II} к единице величина ε_{12} также должна стремиться к единице.

В связи с этим в [2] для описания ε_{12} используется интерполяционная формула

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_A^2 \varepsilon_{II}^2, \quad (14)$$

подстановка которой в (11) и (12) дает простые выражения:

$$\tilde{c}_A = \frac{\varepsilon_{II}^2}{\varepsilon_A^2 + \varepsilon_{II}^2 - \varepsilon_A^2 \varepsilon_{II}^2},$$
$$\tilde{c}_{II} = \frac{\varepsilon_A^2}{\varepsilon_A^2 + \varepsilon_{II}^2 - \varepsilon_A^2 \varepsilon_{II}^2}, \quad (15)$$

$$\tilde{\varepsilon}^2 = \frac{\varepsilon_A^2 \varepsilon_{\Pi}^2}{\varepsilon_A^2 + \varepsilon_{\Pi}^2 - \varepsilon_A^2 \varepsilon_{\Pi}^2}. \quad (16)$$

В [3] показано, что формула (14), а значит и формулы (15)–(16) выполнялись бы в случае совпадения корреляционной функции ошибок прогноза с корреляционной функцией самого анализируемого элемента. В действительности это предположение не выполняется (см., например, [5]). Фактические значения величины ε_1 в нашем случае могут быть определены путем подстановки в (10) формул (2) и (5), что после некоторых преобразований с учетом (4) и (7) и симметричности расположения пунктов задания исходных данных приводит к выражению

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_A^2 + \varepsilon_{\Pi}^2 - 1 + (1 - \varepsilon_A^2) (1 - \varepsilon_{\Pi}^2) \frac{r(\rho_1, \tau) + r(\rho_2, \tau)}{2r(h, 0)r(d, \tau)}, \quad (17)$$

где

$$\rho_1 = \sqrt{h^2 + d^2 - hd\sqrt{2}}; \quad \rho_2 = \sqrt{h^2 + d^2 + hd\sqrt{2}}$$

— расстояния от пункта 1 до пунктов 5 и 6 соответственно.

Поскольку формула (14) не является точной, то веса \bar{c}_A и \bar{c}_{Π} являются лишь приближенными, а фактические ошибки согласования с такими весами описываются не формулой (16), а мерой ошибок ε_1^2 , оценка которой получается путем подстановки весовых множителей (15) в общую формулу (9). Очевидно, она, вообще говоря, должна быть больше меры ошибок оптимального согласования $\varepsilon_{\text{опт}}^2$.

3. В соответствии с описанной схемой были выполнены оценки возможной точности согласования при различных сочетаниях параметров h , d , τ и η . Полученные результаты в количественном отношении существенно зависят от заблаговременности прогноза τ и в меньшей степени от точности исходных данных, задаваемой мерой ошибок наблюдений η^2 . Однако в качественном отношении наиболее важным оказывается соотношение точности данных анализа и прогноза, т. е. величин ε_A и ε_{Π} .

Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 2 (для $\tau=12$ ч) и в табл. 1 (для $\tau=6$ ч). Из их рассмотрения можно сделать следующие выводы.

а. Описание взаимной корреляции данных анализа и прогноза формулой (14) и соответственно использование для оценки эффективности согласования формулы (16) приводит к преувеличению возможностей использования прогностических данных, поскольку

величина ε оказывается заметно меньше реально достижимых для заданной модели минимальных значений относительной ошибки $\varepsilon_{\text{опт}}$.

б. Фактическая ошибка согласования ε_1 в этом случае превышает как ε , так и $\varepsilon_{\text{опт}}$. Более того, при малых h , т. е. при густой аэрологической сети, она оказывается большей, чем ошибка анализа без привлечения прогностических данных ε_A , а при больших h , т. е. при редкой сети,— большей, чем ошибка прогноза ε_{Π} . Отсюда сле-

дует, что в нашем случае описание ε_{12} формулой (14) нежелательно. С точки зрения обеспечения максимальной точности анализа предпочтительнее использование так называемого альтернативного согласования, состоящего в простой замене величины H_0 той из оценок H_A или H_{II} , которой соответствует меньшее значение меры ошибок.

в. Ошибка оптимального согласования $\varepsilon_{\text{опт}}$, естественно, оказывается меньше ε_1 и обеспечивает некоторый выигрыш в точности по

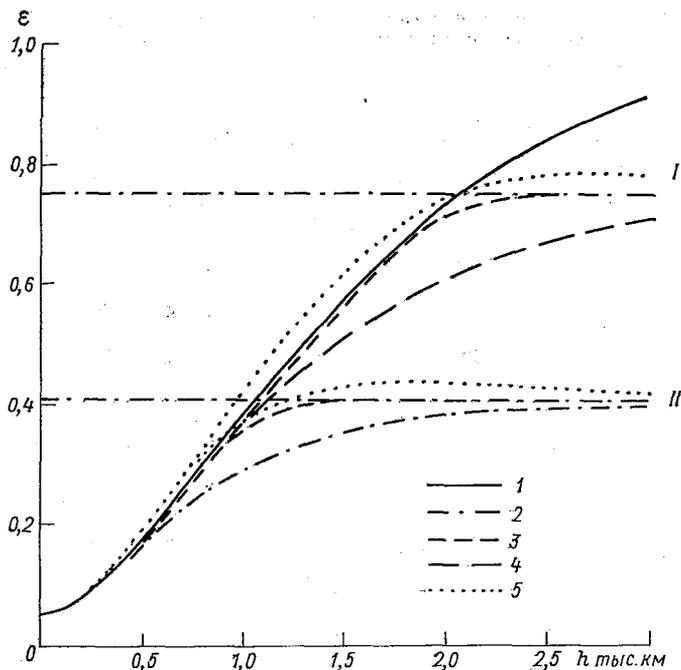


Рис. 2. Зависимость относительной средней квадратической ошибки анализа от густоты сети. $\tau=12$ ч, $\eta^2=0,01$.

1 — при использовании только синхронных данных (ε_A); 2 — при использовании только прогностических данных (ε_{II}); 3 — при оптимальном согласовании данных анализа и прогноза ($\varepsilon_{\text{опт}}$); 4 — возможная погрешность анализа ($\tilde{\varepsilon}$) при выполнении формулы (14); 5 — фактическая погрешность анализа (ε_1) при использовании формулы (14); I) $d=2000$ км ($\varepsilon_{II}=0,75$), II) $d=800$ км ($\varepsilon_{II}=0,41$).

сравнению как с данными анализа, так и с данными прогноза. Однако соответствующее уточнение прослеживается лишь в сравнительно узкой области значений h , где ε_A и ε близки между собой, и составляет лишь несколько процентов от погрешности наиболее точной из согласуемых величин.

Поскольку в действительности пространственно-временная корреляция поля давления лишь приближенно описывается формулой (1), а моделирование результатов численного прогноза данными

временной статистической экстраполяции является также довольно грубой их стилизацией, получаемое уточнение является, вероятно, фиктивным и вряд ли оправдывает усложнение методики анализа по сравнению с упомянутым выше альтернативным согласованием.

Таким образом, представляется, что до получения более детальных сведений о статистических особенностях конкретных прогностических моделей наиболее разумным способом использования прог-

Таблица 1

Относительная средняя квадратическая ошибка (%) согласования анализа и прогноза, $\tau = 6$ ч, $\eta^2 = 0,01$

$\varepsilon_{\text{П}}$	ε	h тыс. км									
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0
22	$\varepsilon_{\text{опт}}$	7	14	19	21	21	21	21	21	21	21
	$\sim \varepsilon$	7	12	15	18	19	20	21	21	21	21
	ε_1	7	14	19	22	22	23	22	22	22	22
41	$\varepsilon_{\text{опт}}$	7	13	20	30	38	41	40	39	40	40
	$\sim \varepsilon$	7	13	20	25	29	32	35	38	39	40
	ε_1	7	15	24	33	39	42	44	45	43	42
62	$\varepsilon_{\text{опт}}$	7	13	20	28	36	46	57	62	61	61
	$\sim \varepsilon$	7	13	21	28	35	40	47	54	58	60
	ε_1	7	14	24	34	43	51	60	66	67	66
79	$\varepsilon_{\text{опт}}$	7	13	21	29	37	45	57	73	78	79
	$\sim \varepsilon$	7	13	21	29	37	44	53	64	70	74
	ε_1	7	14	23	32	42	51	63	76	78	82
100	ε_A	7	14	22	30	38	46	58	73	84	92

ностических данных при анализе является простая замена данных анализа в районах с редкой сетью, где точность его меньше точности прогноза, данными прогноза. При этом, естественно, может возникнуть проблема стыковки данных на границах зон «анализа» и «прогноза», в связи с чем может понадобиться дополнительное сглаживание данных. Однако это представляет собой отдельную задачу, выходящую за рамки настоящей статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гандин Л. С. Об оптимальном согласовании метеорологических полей.— «Труды ГГО», 1960, вып. 114, с. 75—89.
2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. О построении системы объективного анализа разнородных данных на основе метода оптимальной интерполяции и оптимального согласования.— «Метеорология и гидрология», 1974, № 5, с. 3—10.

3. Г ан д и н Л. С., К а г а н Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л., Гидрометеиздат, 1976. 359 с.

4. К а г а н Р. Л. К вопросу о согласовании полей геопотенциала и ветра. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 1, с. 42—48.

5. К а г а н Р. Л. Некоторые возможности использования данных о пространственно-временной структуре барического поля. — «Труды ГГО», 1976, вып. 374, с. 3—21.

6. Л у г и н а К. М., К а г а н Р. Л. К вопросу о пространственно-временном анализе барического поля. — «Труды ГГО», 1974, вып. 336, с. 75—94.

О ПОВЫШЕНИИ ИНФОРМАТИВНОСТИ СЕТИ СТАНЦИЙ ЮЖНОГО ПОЛУШАРИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДАННЫХ КОСВЕННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗА

Как известно, информативность сети станций характеризуется точностью, с которой можно восстановить поле метеорологического элемента по данным наблюдений. Обычно для оценки степени точности восстановления используется мера ошибки оптимальной интерполяции [3]

$$\varepsilon = \frac{E}{\sigma}, \quad (1)$$

где σ — среднее квадратическое отклонение от нормы рассматриваемого элемента. Имеется ряд работ [4—7], в которых производилась оценка точности оптимальной интерполяции для существующей сети, а также с привлечением дополнительных данных в северном полушарии, и совсем мало работ (см., например, [4]), где получены оценки точности интерполяции в южном полушарии, несмотря на то, что здесь очень редкая сеть станций и расположены они очень неравномерно.

В данной работе предпринята попытка оценить ошибки оптимальной интерполяции поля геопотенциала поверхности 500 мбар для существующей сети станций южного полушария, а также с привлечением данных косвенного зондирования и прогноза.

В работе [3] показано, что при согласовании данных аэрологических наблюдений и численного прогноза методом оптимальной интерполяции прогноз можно учитывать только в той точке, куда производится интерполяция. Тогда система уравнений для определения весов при совместном учете аэрологической информации, имеющейся в n точках, данных косвенного зондирования в $n+1, n+2, \dots, n+m$ точках и прогноза в узле сетки имеет вид [2, 3]:

$$\begin{aligned} (1 - \eta_p^2) a_0 + \sum_{j=0}^{n+m} (\mu_{0j} - \eta_p^2 x_{0j}) a_j &= 1 - \eta_p^2, \\ (\mu_{i0} - \eta_p^2 x_{i0}) a_0 + \sum_{j=1}^{n+m} \mu_{ij} a_j + \eta_a^2 a_i &= \mu_{0i} \\ (i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (2)$$

$$(\mu_{i0} - \eta_p^2 x_{i0}) a_0 + \sum_{j=1}^n \mu_{ij} a_j + \sum_{j=n+1}^{n+m} (\mu_{ij} + \eta_s^2 v_{ij}) a_j = \mu_{i0}$$

$$(i=n+1, n+2, \dots, n+m),$$

где η_p^2 — мера ошибки прогноза, η_a^2 — мера ошибки аэрологиче-ских наблюдений, η_s^2 — мера ошибки данных косвенного зондиро-вания, x_{0i} — автокорреляционная функция ошибок прогноза, v_{ij} — автокорреляционная функция ошибок косвенного зондирования, $a_i (i=0, 1, \dots, n+m)$ — интерполяционные веса. После решения си-стемы (2) можно вычислить меру ошибки интерполяции по фор-муле

$$\varepsilon_{s,p}^2 = 1 - \sum_{i=1}^{n+m} a_i \mu_{i0} - (1 - \eta_p^2) a_0. \quad (3)$$

При использовании в дополнение к аэрологическим данным только прогноза и при предположении, что функции μ и x совпа-дают для меры ошибки интерполяции ε_p^2 получается формула

$$\varepsilon_p^2 = \frac{\varepsilon_a^2 \eta_p^2}{\varepsilon_a^2 + \eta_p^2 - \varepsilon_a^2 \eta_p^2}, \quad (4)$$

а при использовании только данных косвенного зондирования

$$\varepsilon_s^2 = 1 - \sum_{i=1}^{n+m} a_i \mu_{i0}. \quad (5)$$

Было проведено несколько серий экспериментов, в которых зна-чения ε и E рассчитывались в узлах регулярной сетки с шагом 600 км. Для каждого узла использовалось 6 влияющих аэрологиче-ских станций и одна спутниковая точка, поскольку в [7] показано, что при наличии всех видов информации (аэрологической, спутни-ковой и прогноза) увеличение числа спутниковых точек от одной до трех не влияет на точность интерполяции. Спутниковая точка ис-пользовалась, если она была ближе к узлу, чем самая удаленная аэрологическая станция. Прогностическая информация использо-валась только в районах, где $\eta_p < 1$, т. е. где $\Delta_p < \sigma$.

Средние квадратические значения ошибок аэрологических на-блюдений Δ_a и спутниковых измерений Δ_s принимались одинаковы-ми по всему полушарию и равными $\Delta_a = \Delta_s = 2$ гп. дам. Средняя ква-дратическая ошибка прогноза Δ_p также принималась постоянной по всему полушарию, расчеты проводились при Δ_p , равном 6 и 8 гп. дам. При расчете мер ошибок наблюдений использовались данные о полях среднего квадратического отклонения геопотенциала σ , любезно предоставленные Л. С. Гандину, Р. Дженни (НЦАИ, США). Расчеты, в которых использовались данные 131 аэрологической станции и дополнительно учитывались спутниковая информация и данные прогноза, выполнены в следующих вариантах:

1 — аэрологические наблюдения,

2 — аэрологические наблюдения и инфракрасное зондирование над океанами (59 точек),

3 — аэрологические наблюдения и инфракрасное зондирование над океанами и Антарктикой (80 точек),

4, 5 — то же, что и варианты 2 и 3, но с бóльшим количеством точек зондирования (81 и 102 точки соответственно),

Таблица 1

Средние значения $\bar{\varepsilon}$ и \bar{E} (гп. дам) при использовании данных аэрологических наблюдений, прогноза и спутников

	Вариант расчета							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{\varepsilon}$	0,510	0,401	0,398	0,381	0,372	0,373	0,368	0,459
$\bar{\varepsilon}(\Delta_p = 8)$	0,443	0,363	0,365	0,351	0,346	0,351	0,348	0,415
$\bar{\varepsilon}(\Delta_p = 6)$	0,409	0,344	0,346	0,334	0,330	0,336	0,334	0,389
\bar{E}	4,97	3,81	3,68	3,56	3,40	3,31	3,22	4,26
$\bar{E}(\Delta_p = 8)$	3,87	3,17	3,12	3,04	2,96	2,96	2,90	3,54
$\bar{E}(\Delta_p = 6)$	3,39	2,86	2,83	2,78	2,71	2,73	2,69	3,17

Таблица 2

Относительное уменьшение (%) ошибки оптимальной интерполяции при использовании данных спутникового зондирования и прогноза

Относительная ошибка	Вариант расчета													
	2		3		4		5		6		7		8	
	Δ_p гп. дам													
	6	8	6	8	6	8	6	8	6	8	6	8	6	8
$\frac{\bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_s}{\bar{\varepsilon}_a}$	21		22		25		27		27		28		10	
$\frac{\bar{\varepsilon}_s - \bar{\varepsilon}_{s,p}}{\bar{\varepsilon}_s}$	14	10	13	8	12	8	11	7	10	6	9	5	15	10
$\frac{\bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_{s,p}}{\bar{\varepsilon}_a}$	32	29	32	28	34	31	35	32	34	31	34	32	24	19
$\frac{\bar{E}_a - \bar{E}_s}{\bar{E}_a}$	23		26		28		32		33		35		14	
$\frac{\bar{E}_s - \bar{E}_{s,p}}{\bar{E}_s}$	25	17	23	15	22	14	20	13	18	11	17	10	26	17
$\frac{\bar{E}_a - \bar{E}_{s,p}}{\bar{E}_a}$	42	36	43	37	44	39	45	40	45	40	46	42	36	17

6 — аэрологические наблюдения и микроволновое зондирование над океанами (79 точек),

7 — аэрологические наблюдения и микроволновое зондирование над океанами и Антарктидой (100 точек),

8 — аэрологические наблюдения и спутниковое зондирование по одной орбите (37 точек).

Таблица 3

Доля площади южного полушария (%), занятая значениями ϵ и E при использовании данных косвенного зондирования

Градация	Вариант расчета							
	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ								
0—0,2	4,8	7,4	9,6	7,2	9,3	8,9	10,9	7,8
0,2—0,4	29,4	45,4	42,8	51,7	51,6	50,7	49,8	36,5
0,4—0,6	28,6	38,1	37,7	35,2	33,5	35,4	34,2	29,5
0,6—0,8	31,5	8,3	9,3	5,8	5,5	4,9	4,9	26,3
0,8—1,0	5,7	0,8	0,6	0,1	0,1	0,1	0,1	0,7
E								
0—2	30,1	39,4	38,2	41,2	41,4	39,3	39,6	31,2
2—4	25,2	28,9	31,9	29,5	31,5	31,3	33,2	29,0
4—6	14,0	11,5	11,4	12,0	11,9	15,0	14,4	15,4
6—8	9,0	8,1	7,8	8,1	7,5	10,6	9,4	9,6
8—10	7,8	7,0	6,5	5,2	4,5	3,6	3,3	6,8
10—12	6,2	2,5	2,4	2,8	2,5	0,2	0,1	5,2
12—14	4,4	1,5	1,4	1,2	0,7	—	—	2,7
14—16	1,9	1,1	0,5	—	—	—	—	0,1
16—18	1,3	—	—	—	—	—	—	—

В табл. 1 представлены величины ϵ и E , рассчитанные при различных способах учета дополнительной информации. В вариантах, в которых учитывались данные инфракрасного зондирования, спутниковые данные моделировались над океанами, исключая зону 50—70° ю. ш., где, по данным Т. Г. Берлянд и Л. А. Строкиной [1], среднее месячное количество облаков составляет 7,8—8,8 балла. Варианты с использованием микроволнового зондирования предполагают наличие спутниковой информации над всеми районами океанов. Кроме того, проводились расчеты при наличии и отсутствии спутниковой информации над Антарктидой.

Как видно из табл. 1, 2 привлечение спутниковой информации существенно улучшает анализ. Значения ϵ уменьшаются на 10% при использовании данных только одной орбиты и почти на 30%

при использовании спутниковых данных, равномерно расположенных над акваториями океанов.

Относительное уменьшение средней абсолютной ошибки \bar{E} больше, чем ε , причем при добавлении численного прогноза к аэрологическим данным это уменьшение более существенно, чем при



Рис. 1. Распределение относительной ошибки интерполяции ε (в десятых долях единицы) поля геопотенциала поверхности 500 мбар над южным полушарием. 1— аэрологические станции, 2— точки косвенного зондирования.

добавлении спутниковых данных. Это связано с тем, что наибольшие значения E приходится на умеренные широты, где добавление данных прогноза ведет к существенному улучшению анализа.

Дополнение спутниковых данных над Антарктидой почти не меняет средней точности анализа. Присутствие облачности в полосе $50-70^\circ$ ю. ш. существенно влияет как на средние значения ε и \bar{E} , так и на относительное уменьшение этих ошибок и на распределение их по градациям (табл. 3).

Наибольшее уменьшение значений $\bar{\epsilon}$ и \bar{E} при использовании прогноза получается при учете данных инфракрасного зондирования.

Из табл. 3 видно, что, несмотря на то, что при привлечении данных спутникового зондирования область с высокой информа-

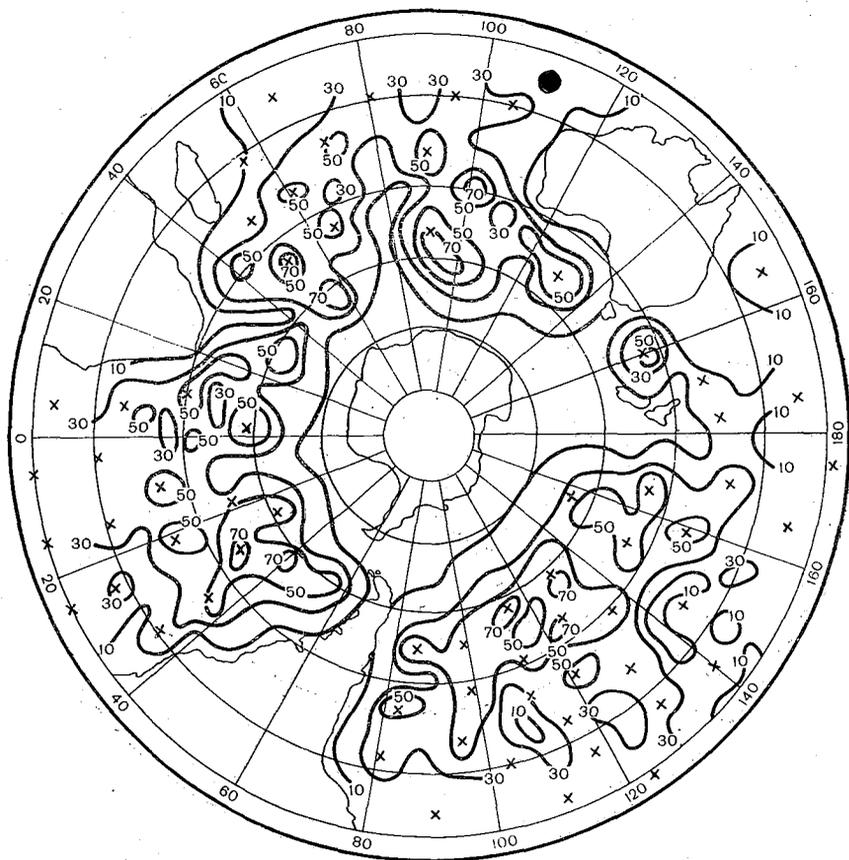


Рис. 2. Распределение над южным полушарием величины $\frac{\epsilon_a - \epsilon_s}{\epsilon_a} \%$.
Крестики (X) — точки косвенного зондирования.

тивностью сети ($\epsilon < 0,2$) возрастает почти в два раза, она все же остается малой, занимая около 10% площади южного полушария (в северном полушарии — 37% [3]).

Существенно увеличивается доля площади (от 58 до 85%), занятая ошибками $0,2 < \epsilon < 0,6$, во всех вариантах с учетом спутниковых данных, и уменьшается доля площади, занятая ошибками $\epsilon > 0,6$ (от 36 до 5%). Несмотря на существенное улучшение анализа за счет спутниковой информации, информативность сети юж-

ного полушария остается очень низкой, на что указывает характер распределения поля ϵ при использовании данных микроволнового зондирования (рис. 1).

Абсолютная ошибка интерполяции E , зависящая не только от густоты сети, но и от изменчивости метеоэлемента, наименьшее



Рис. 3. Распределение над южным полушарием величины $\frac{\epsilon_s - \epsilon_{s,p}}{\epsilon_s} \%$.

значение $\bar{E} = 3,2$ гп. дам имеет при использовании данных микроволнового зондирования. В этом случае значения $E > 12$ гп. дам не наблюдаются вообще, а доля площади, занятая значениями $E < 8$ гп. дам, сокращается примерно до 4% по сравнению с 24% при использовании данных только аэрологической сети.

Увеличение числа спутниковых точек почти в 1,5 раза при инфракрасном зондировании практически не приводит к улучшению информативности при таком методе согласования, когда в каждом узле используется только одна спутниковая точка.

Наибольшее уменьшение $\bar{\epsilon}$ и \bar{E} при добавлении численного прогноза к данным аэрологическим и спутниковым имеет место при инфракрасном зондировании, т. е. когда нет данных спутникового зондирования в облачных районах.

На рис. 2 и 3 представлены величины, характеризующие относительное уменьшение ошибки интерполяции при включении в анализ и спутниковой информации и данных прогноза. Анализ их позволяет сделать вывод, что для повышения информативности сети южного полушария необходимо включать данные и спутников и прогноза, но использование лишь одной спутниковой точки в дополнение к очень редкой сети аэрологических данных часто является недостаточным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берлянд Т. Г., Строкина Л. А. Режим облачности на земном шаре.— «Труды ГГО», 1975, вып. 338, с. 3—20.
2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. О построении системы объективного анализа разнородных данных на основе метода оптимальной интерполяции и оптимального согласования. — «Метеорология и гидрология», 1974, № 5, с. 3—10.
3. Гандин Л. С., Каган Р. Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. Л., Гидрометеиздат, 1976. 360 с.
4. Либерман Ю. М. О точности анализа поля геопотенциала над северным и южным полушариями. — «Труды ГГО», 1968, вып. 228, с. 41—48.
5. Машкович С. А., Вейль И. Г. Численные эксперименты по четырехмерному объективному анализу на основе спектральной прогностической модели. — «Метеорология и гидрология», 1972, № 3, с. 3—15.
6. Мусаелян Ш. А., Хорошилов А. Ф. О пространственно-временном анализе асинхронных метеорологических данных. — «Метеорология и гидрология», 1973, № 2, с. 36—46.
7. Шахмейстер В. А. О привлечении спутниковой и прогностической информации при объективном анализе. — «Метеорология и гидрология», 1975, № 3, с. 50—57.

В. П. Тараканова

ОБ ИНФОРМАТИВНОСТИ СУЩЕСТВУЮЩЕЙ СЕТИ СТАНЦИЙ В ПОЛЯРНЫХ РАЙОНАХ ЮЖНОГО ПОЛУШАРИЯ И ВОЗМОЖНОСТЯХ ЕЕ ПОВЫШЕНИЯ

В последние годы проявляется большой интерес к изучению полярных районов. Так, программа полярного эксперимента (ПОЛЭКС) направлена на изучение процессов в полярных районах и на выяснение их роли в формировании глобальных атмосферных процессов. В связи с этим представляет большой интерес изучение информативности сети станций полярных районов, а также возможностей повышения ее при использовании дополнительной информации.

В данной работе предпринята попытка изучения информативности сети станций полярного района южного полушария, т. е. района южнее 50° ю. ш. Оценки выполнялись с помощью формул, приведенных в работе [1].

Ошибки оптимальной интерполяции ϵ и E рассчитывались в узлах регулярной сетки с шагом 300 км для поля геопотенциала поверхности 500 мбар как по данным аэрологической сети южного полушария (вариант 1), так и с использованием данных численного прогноза и спутникового зондирования (варианты 2—8). Подробное описание вариантов дано в [1].

При расчетах для каждого узла использовалось 6 влияющих аэрологических станций, одна спутниковая точка, если она была ближе к узлу, чем самая удаленная аэрологическая станция, и данные о прогнозе в узле сетки.

Средние квадратические значения ошибок аэрологических наблюдений Δ_a и данных спутникового зондирования Δ_s принимались одинаковыми для всего района и равными $\Delta_a = \Delta_s = 2$ гп. дам. Средняя квадратическая ошибка прогноза Δ_p принималась равной 6 или 8 гп. дам.

На рис. 1 представлено распределение поля ϵ над южнополярным районом. Максимальные значения ϵ приходятся на районы океанов, над Атлантическим и Индийским океанами они достигают

0,75, над Тихим — 0,94. Над Антарктидой значения ε в основном колеблются в пределах 0,2—0,4, максимальное значение ε , равное 0,48, отмечается в районе Полюса Относительной Недоступности.

Распределение абсолютной ошибки интерполяции \bar{E} имеет такой же характер, как и распределение ε , — максимальные значения над

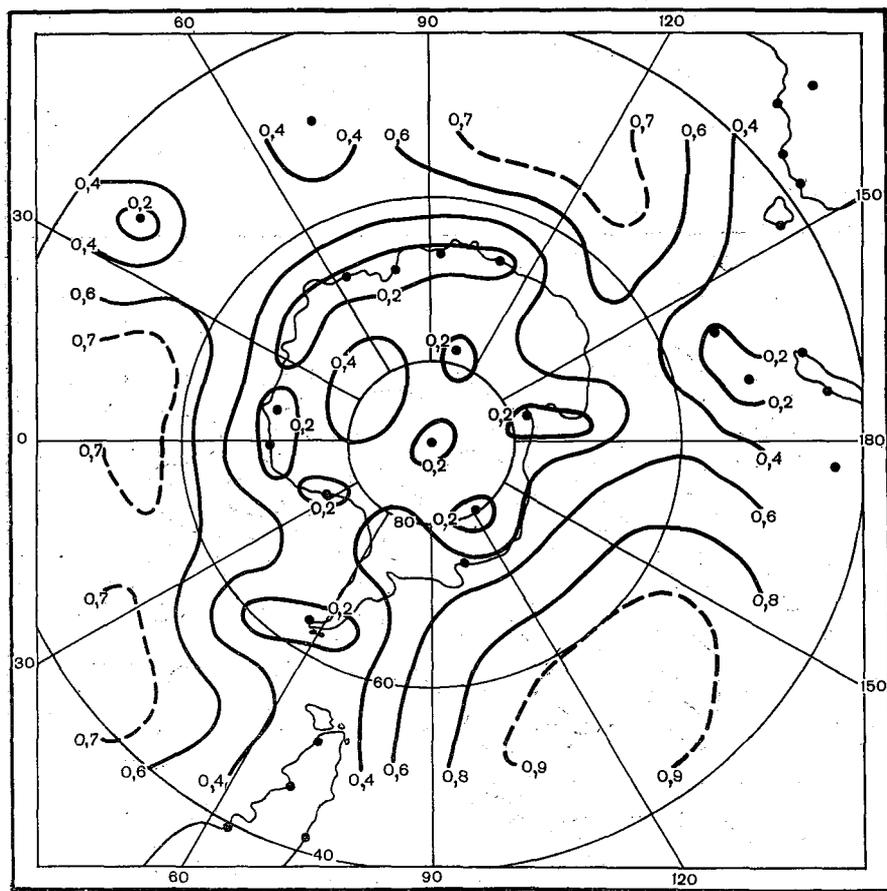


Рис. 1. Распределение ε над полярным районом южного полушария.

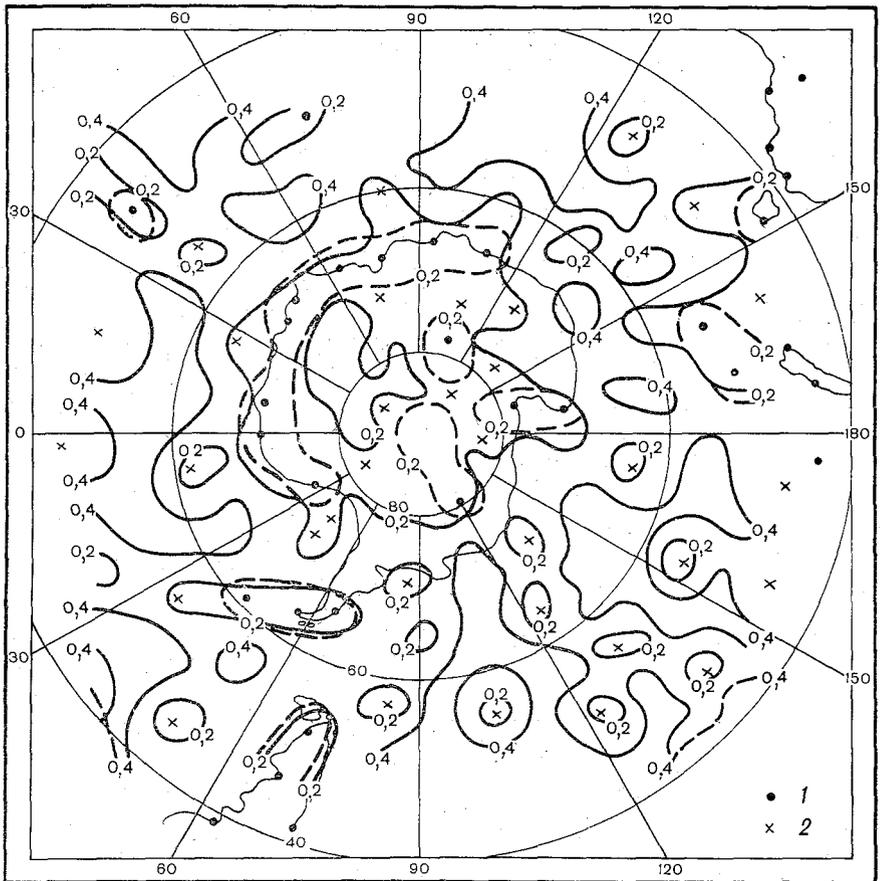
Точки — аэрологические станции.

океанами достигают 12—16 гп. дам, а в районе Полюса Относительной Недоступности 9 гп. дам.

В табл. 1 даны средние значения $\bar{\varepsilon}$ и \bar{E} для Δp , равного 8 и 6 гп. дам. Значения $\bar{\varepsilon}$, зависящие только от густоты сети, для полярных районов очень мало отличаются от $\bar{\varepsilon}$ для всего южного полушария [1]. Значения же \bar{E} , зависящие и от изменчивости геопотенциала,

Средние значения $\bar{\varepsilon}$ и \bar{E} (гп. дам) при использовании дополнительной информации в полярных районах

	Вариант расчета							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{\varepsilon}$	0,531	0,433	0,395	0,400	0,365	0,324	0,303	0,413
$\bar{\varepsilon}(\Delta p = 8)$	0,347	0,311	0,291	0,299	0,280	0,265	0,251	0,302
$\bar{\varepsilon}(\Delta p = 6)$	0,283	0,262	0,247	0,254	0,241	0,232	0,222	0,255
\bar{E}	9,25	7,61	6,92	7,03	6,39	5,68	5,29	7,21
$\bar{E}(\Delta p = 8)$	6,05	5,46	5,09	5,25	4,89	4,64	4,38	5,26
$\bar{E}(\Delta p = 6)$	4,93	4,58	4,32	4,46	4,20	4,06	3,87	4,44

Рис. 2. Распределение относительной ошибки интерполяции ε при использовании данных прогноза (прерывистые линии) и спутниковых данных (сплошные линии).

1— аэрологические станции; 2— пункты спутникового зондирования.

оказываются существенно различными. В умеренных и высоких широтах значения σ довольно значительные (15—19 дам), соответственно и значение \bar{E} для полярного района почти в два раза больше, чем для всего полушария (9,25 по сравнению с 4,97). Естественно, что в этом районе и добавление данных численного прогноза к аэрологическим данным существенно сказывается на результатах анализа. Так, ε уменьшается на 47% при использовании

Таблица 2

Относительное уменьшение (%) ошибки оптимальной интерполяции при использовании дополнительной информации

Относительная ошибка	Вариант расчета													
	2		3		4		5		6		7		8	
	Δp дам													
	6	8	6	8	6	8	6	8	6	8	6	8	6	8
$\frac{\bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_s}{\bar{\varepsilon}_a}$	18		26		25		31		40		43		23	
$\frac{\bar{\varepsilon}_s - \bar{\varepsilon}_{s,p}}{\bar{\varepsilon}_s}$	40	28	37	26	38	25	34	23	28	19	27	17	39	27
$\frac{\bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_{s,p}}{\bar{\varepsilon}_a}$	51	41	53	45	53	43	55	47	57	51	58	53	53	43
$\frac{\bar{E}_a - \bar{E}_s}{\bar{E}_a}$	18		25		24		31		39		43		22	
$\frac{\bar{E}_s - \bar{E}_{s,p}}{\bar{E}_s}$	40	28	38	26	37	24	34	23	28	18	27	17	38	27
$\frac{\bar{E}_a - \bar{E}_{s,p}}{\bar{E}_a}$	50	41	53	45	52	43	55	47	56	50	58	53	52	43

прогноза с $\Delta p = 6$ гп. дам и на 35% при $\Delta p = 8$ гп. дам (над всем полушарием соответственно на 20 и 14%). Над океанами уменьшение ε достигает 60%, в районе Полюса Относительной Недоступности—40%, а сами значения ε над всеми океанами уменьшаются до 0,30—0,35 (рис. 2).

При использовании в качестве дополнительной информации спутниковых данных наиболее существенное уменьшение ε и \bar{E} получается при использовании данных микроволнового зондирования, особенно когда спутниковые данные есть и над Антарктидой. В этом случае уменьшение средней ошибки достигает 43% (табл. 2), т. е. почти такой же величины, как и при использовании прогноза. Поле ε имеет в этом случае совсем другой вид (рис. 2).

При учете данных инфракрасного зондирования (варианты 2, 4) уменьшение ε над полярным районом меньше, чем над всем южным

полушарием, это естественно, так как в полосе 50—70° ю. ш., где наблюдаются максимальные значения ϵ и E , отсутствует дополнительная информация. Добавление спутниковых точек над Антарктидой существенно уменьшает среднюю ошибку интерполяции (варианты 3 и 5 в табл. 2). При включении в анализ и спутниковых данных и прогноза ошибки анализа уменьшаются более чем на 50% при $\Delta_p = 6$ гп. дам и более чем на 40% при $\Delta_p = 8$ дам.

Таблица 3

Доля площади (%), занятая значениями ϵ и E при использовании данных косвенного зондирования

Градация	Вариант расчета							
	1	2	3	4	5	6	7	8
ϵ								
0—0,2	6,3	9,1	18,7	9,8	19,1	16,0	24,5	14,4
0,2—0,4	25,4	35,7	33,9	41,7	40,2	55,9	51,7	36,0
0,4—0,6	29,0	38,9	33,8	38,3	32,7	28,1	23,8	29,4
0,6—0,8	25,3	13,3	11,6	10,2	7,9	—	—	20,0
0,8—1,0	14,0	3,0	2,0	—	0,1	—	—	0,2
E								
0—2	0,6	0,8	1,2	0,6	1,0	1,2	1,4	0,8
2—4	8,2	13,1	23,4	14,5	24,6	22,0	31,5	18,4
4—6	15,1	20,3	19,3	24,9	23,9	32,8	30,5	22,2
6—8	15,9	22,0	18,3	23,4	20,1	31,4	26,0	19,8
8—10	18,9	22,9	20,1	20,7	17,7	11,9	10,2	16,4
10—12	15,1	10,8	10,2	10,9	9,8	0,7	0,4	13,3
12—14	13,6	5,7	5,0	5,0	2,8	—	—	8,6
14—16	7,7	4,4	2,5	—	0,1	—	—	0,5
16—18	4,9	—	—	—	—	—	—	—

Использование при анализе данных косвенного зондирования атмосферы приводит не только к существенному уменьшению средних ошибок анализа, но и к перераспределению ошибок анализа по градациям. В табл. 3 представлено распределение ϵ и E по градациям. При использовании данных косвенного зондирования и над океанами и над Антарктидой область с высокой информативностью ($\epsilon < 0,2$ и $E < 4$ гп. дам) возрастает в 3—4 раза, достигая при учете данных микроволнового зондирования 24 и 33% соответственно. Область же с плохой информативностью ($\epsilon > 0,6$ гп. дам и $E > 10$ гп. дам) уменьшается в 3—4 раза, а при использовании данных микроволнового зондирования значений $\epsilon > 0,6$ и $E > 12$ гп. дам совсем не бывает.

Распределения ϵ по градациям над полярным районом и над всем южным полушарием имеют одинаковый характер, а распределения

по градациям совершенно различны. Если над южным полушарием основная доля площади (55% при использовании только аэрологических данных и более 70% при добавлении спутниковой информации) приходится на значение $E < 4$ гп. дам, то над полярным районом примерно такая же доля площади занята значениями абсолютной ошибки от 4 до 10 гп. дам.

Увеличение числа спутниковых точек при инфракрасном зондировании почти в полтора раза хотя и сказывается на уменьшении средней ошибки анализа, но к существенному улучшению информативности не приводит.

Таким образом, для рассмотренного района весьма существенное значение для улучшения качества анализа метеорологических полей имеет использование прогностической информации. Поэтому разработка и внедрение методов численного прогноза в высоких широтах южного полушария представляются весьма актуальной задачей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Т а р а к а н о в а В. П. О повышении информативности сети станций южного полушария при использовании данных косвенного зондирования и прогноза. — См. наст. сб.

Л. С. Гандии

О МЕТОДИЧЕСКИ НЕСМЕЩЕННЫХ ОЦЕНКАХ УСПЕШНОСТИ ТРЕХВАРИАНТНЫХ ПРОГНОЗОВ

1. Параметры любого прогностического метода должны существенно определяться народнохозяйственными задачами, при решении которых используются данные прогноза. Это относится и к заблаговременности прогнозов, и к объему и характеру прогностической информации, и к методике оценки успешности прогнозов, получаемых с помощью данного метода. Если результаты прогнозов, даваемых одним и тем же методом, используются при решении нескольких различных народнохозяйственных задач, то успешность этого метода, выявленная на одном и том же фактическом материале, должна быть, вообще говоря, разной применительно к различным задачам. Способы оценки успешности прогнозов, получаемых с помощью заданного метода, должны для каждой народнохозяйственной задачи базироваться на анализе экономического эффекта, достигаемого благодаря экономически оптимальному использованию прогностической информации.

Наряду с такими оценками целесообразно производить также оценки методической значимости того или иного прогностического метода. Такого рода оценки должны характеризовать, в какой мере данный метод лучше любого из тривиальных методов — таких, по которым всегда прогнозируется одно и то же значение интересующего нас метеорологического элемента. Способы оценки методической значимости прогнозов должны удовлетворять двум очевидным требованиям: во-первых, они действительно должны характеризовать тривиальные методы как не имеющие прогностической ценности, и, во-вторых, они не должны отдавать предпочтение методам, прогнозирующим одни значения элемента в ущерб другим возможным его значениям. Способы оценки, удовлетворяющие этим двум требованиям, естественно назвать методически несмещенными.

В настоящее время способы оценки успешности прогностических методов, базирующиеся на их практической значимости, еще только начинают разрабатываться, а в основном применяются способы, предназначенные для оценки методической значимости прогности-

ческих методик. Некоторые употребительные способы таких оценок не являются методически несмещенными и потому нуждаются в усовершенствовании. Ниже этот вопрос рассматривается применительно к так называемым трехальтернативным, или трехвариантным прогнозам, т. е. таким, что прогнозируется одно из трех возможных состояний. Точнее говоря, прогноз может давать и более детальную информацию, но успешность метода оценивается при использовании лишь трех градаций возможных значений прогнозируемого метеорологического элемента.

2. Пусть интервал возможных значений метеорологического элемента x разбит на три градации x_1, x_2, x_3 , и оценки успешности метода прогноза элемента x производятся по данным большого числа n случаев, для каждого из которых известно, какая из градаций $x_1,$

Таблица 1

Фактическое значение	Совместная повторяемость				Оценки успешности		
	прогностическое значение			Σ	прогностическое значение		
	x_1	x_2	x_3		x_1	x_2	x_3
x_1	p_{11}	p_{12}	p_{13}	q	a	c	d
x_2	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p	c	b	
x_3	p_{31}	p_{32}	p_{33}	q	d	c	a

x_2, x_3 прогнозировалась и какая имела место в действительности. Будем считать, что центральная градация x_2 выбрана таким образом, чтобы повторяемости q_1 и q_3 крайних градаций совпадали, т. е. $q_1 = q_3 = q$. Повторяемость центральной градации x_2 обозначим через p , так что

$$p + 2q = 1.$$

Тогда естественно ввести матрицу совместных повторяемостей фактических и прогностических значений x и матрицу оценок единичных прогнозов, компоненты которых приведены в табл. 1.

Общепотребительной (см., например, [1]) является система оценок $a = b = 1$ (100%), $c = 0,5$ (50%), $d = 0$, при которой, в частности, для идеального метода прогноза F_1 , т. е. такого, который всегда прогнозирует правильную градацию (табл. 2), и только для идеального прогноза получается средняя оправдываемость N_1 , равная 100%. При этом иногда считают, что границей удовлетворительности методов является средняя оправдываемость 50%, т. е. что любой метод, для которого $N > 0,5$, заслуживает внимания. Легко видеть, однако, что это не так, и, вообще, что данная система приводит к методически смещенным оценкам.

В самом деле, обратимся к табл. 2, в которой приведены распределения совместных повторяемостей для некоторых частных,

Некоторые частные (предельные) виды прогностических методов

Метод	Совместные повторяемости										N	N'	N''	N'''	
	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₂₁	P ₂₂	P ₂₃	P ₃₁	P ₃₂	P ₃₃						
F ₁	q	0	0	0	p	0	0	0	0	q	2qa + pb	1	1	1	1
F ₂	q ²	pq	q ²	pq	p ₂	pq	q ²	pq	q ²	q ²	2q ² (a + d) + p ² b + 4pqc	$\frac{1+p^2}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
F ₃	0		0	0	p	0	0	0	0	0	2qc + pb	1 - q	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
F ₄	q	0	0	p	0	p	q	0	q	0	q(a + d) + pc	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
F ₅	0	0	q	0	p	0	q	0	q	0	2qd + pb	p	1 - 2c	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
E ₆	0	q	0	p	0	0	0	0	0	0	c	c	c	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
F ₇	0	0	q	p	0	0	q	0	q	0	2ad + pc	$\frac{p}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
F ₈	0	q	0	0	p	0	0	0	0	q	q(a + c) + pb	$1 - \frac{q}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
F ₉	0	0	q	0	p	0	0	0	0	q	q(a + d) + pb	1 - q	1 - c	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
F ₁₀	q	0	0	p	0	0	0	0	0	q	2qa + pc	$1 - \frac{p}{2}$	$\frac{1}{2} + c$	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$
F ₁₁	0	q	0	p	0	0	0	0	0	q	(p + q)c + qa	$\frac{1+q}{2}$	$\frac{1}{4} + c$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
F ₁₂	0	q	0	0	p	0	q	0	q	0	q(c + d) + pb	$1 - \frac{3q}{2}$	$\frac{3}{4} - c$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$
F ₁₃	0	q	0	p	0	0	q	0	q	0	(p + q)c + qd	$\frac{1-q}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

или, лучше сказать, предельных случаев, в частности, для уже упомянутого идеального прогноза F_1 , для случайного прогноза F_2 , а также для тривиальных прогнозов — когда всегда прогнозируется центральная градация (F_3) и когда всегда прогнозируется крайняя градация (F_4). Из этих распределений повторяемостей следуют формулы для средних оценок, приведенные в графе N табл. 2. Подставляя в эти формулы $a=b=1$; $c=0,5$, $d=0$, получаем средние оценки N' по существующей системе. Из графы N' табл. 2 видно, что случайный прогноз получает среднюю оценку, тем более превышающую 0,5, чем выше повторяемость p центральной градации x_2 . Например, если градации x_1 , x_2 и x_3 выбраны равновероятными ($p=q=\frac{1}{3}$), то $N'_2 = \frac{5}{9} \approx 0,556$ и, следовательно, превышающими по успешности случайный прогноз окажутся при данной системе оценок лишь методы, средняя оценка N' которых больше 55,6%.

Еще более неприятной особенностью применяемой системы оценок является ее смещенность по отношению к тривиальному прогнозу F_3 средней градации: средняя оценка N'_3 тоже всегда больше, чем $\frac{1}{2}$. Для случая равновероятных градаций $N'_3 = \frac{2}{3}$ и, следовательно, чтобы прогностический метод был лучше, чем тривиальный прогноз центральной градации, надо, чтобы средняя его оправданность, оцениваемая по данной системе, была выше чем 66,7%.

Это обстоятельство не только сказывается на оценках успешности уже применяемых методов, но и является одной из причин вредных тенденций, проявляющихся при усовершенствовании существующих и разработке новых прогностических методов. Система оценок вынуждает прогнозистов значительно чаще предсказывать центральную градацию, чем она наблюдается в действительности, что видно и из приводимых ниже примеров. Поэтому отказ от данной, смещенной системы и замена ее другой, методически несмещенной системой оценки прогнозов важны не только для выработки обоснованных суждений об оправданности, обеспечиваемой различными методами прогноза, но и для преодоления неправильных тенденций развития этих методов.

3. Методически несмещенную систему оценки трехвариантных прогнозов можно строить, например, следующим образом.

Потребуем, чтобы компоненты a , b , c и d матрицы оценок были таковы, чтобы выполнялись равенства $N_1=1$; $N_2=N_3=N_4=\frac{1}{2}$. Этим четырех равенств недостаточно для однозначного определения величин a , b , c и d , поскольку из последних трех равенств, в силу легко проверяемого соотношения

$$N_2 = pN_3 + 2qN_4,$$

лишь два оказываются независимыми. Следовательно, одну из величин, например c , можно задать произвольно, тогда получим

$$qa = \frac{1}{4} + qc; \quad pb = \frac{1}{2} - 2qc; \quad qd = \frac{1}{4} = (1 - q)c. \quad (1)$$

В табл. 2, кроме уже упомянутых предельных методов $F_1—F_4$, приведены сведения еще для 9 таких методов $F_5—F_{13}$, перечень которых, с точностью до симметрии, исчерпывает все мыслимые однозначные методы, т. е. такие, для которых попаданию истинного значения в каждую из градаций соответствует попадание прогнозистического значения в некоторую определенную градацию. Величины N' представляют собой средние оценки оправдываемости таких методов по существующей системе, а величины N'' — по предлагаемой.

Формулы для N'' содержат величину c . Сопоставление этих формул показывает, что величина c должна находиться внутри интервала

$$\frac{1}{4} < c < \frac{1}{2}.$$

Ограничение $c < \frac{1}{2}$, например, следует из очевидного требования $N''_1 < N''_5$, а ограничение $c > \frac{1}{4}$ — из очевидного требования $N''_{13} < N''_6$.

Можно, например, положить $c = \frac{3}{8}$. Тогда для предельных методов $F_1—F_{13}$ получатся средние оценки N''' , приведенные в последней графе табл. 2, а для компонент матрицы оценок будем иметь выражения:

$$a = \frac{3}{8} + \frac{1}{4q}; \quad b = \frac{2-3q}{4p}; \quad c = \frac{3}{8}; \quad d = \frac{3}{8} - \frac{1}{8q}. \quad (2)$$

Этими выражениями и характеризуется предлагаемая система методически несмещенных оценок трехвариантных прогнозов. Она, разумеется, не является ни единственно возможной системой такого рода, ни наиболее обоснованной среди таких систем. Преимуществом ее является простота: пользоваться ею лишь немногим сложнее по сравнению с рассмотренной выше системой смещенных оценок.

4. Для иллюстрации сказанного рассмотрим примеры¹, взятые из реальной практики долгосрочных прогнозов месячных сумм осадков для ряда районов ЕТС (33 района) и Казахстана (24 района). В табл. 3 приведены данные по совместным повторяемостям p_{ij} применительно к двум методам прогноза (методы А и Б), определенные по 30 прогнозам, охватывающим весну и лето 1971—1974 гг. Значения q_1 и q_3 в табл. 3 несколько отличаются друг от друга. Считая, что это обусловлено лишь выборочными погрешностями в q_1 и q_3 , примем в качестве q значение 0,34. Тогда по формулам для N'_2 и N'_3 (см. табл. 2) получим $N'_2 = 55,1\%$, $N'_3 = 66\%$, а пользуясь формулами (2), вычислим компоненты матрицы оценок: $a = 111,0\%$; $b = 76,6\%$; $c = 37,5\%$; $d = 0,7\%$.

Подставляя эти величины и компоненты матриц совместных повторяемостей в формулу для средней оценки успешности прогнозов

¹ Данные по этим примерам любезно предоставлены в распоряжение автора М. И. Юдиным и А. В. Мещерской.

Таблица 3

Совместные повторяемости p_{ij} % прогноза
методами А и Б и осуществления трех градаций
 x_1, x_2 и x_3 значений осадков

Фактическое значение	Прогноз						Σ
	Метод А			Метод Б			
	x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3	
x_1	11	21	3	13	20	2	35
x_2	11	17	4	6	23	3	32
x_3	10	20	3	6	22	5	33
Σ	32	58	10	25	65	10	100

Таблица 4

Прогностические и фактически наблюдавшиеся градации осадков
для ЕТС и Казахстана

Номер района	Градации (номер)			Номер района	Градации (номер)			Номер района	Градации (номер)		
	прогностические		фактические		прогностические		фактические		прогностические		фактические
	метод А	метод Б			метод А	метод Б			метод А	метод Б	

ЕТС, апрель 1974 г.

1	2	2	1	12	2	2	2	23	1	2	2
2	2	2	2	13	2	2	1	24	2	2	2
3	2	2	3	14	2	2	1	25	2	2	3
4	2	2	1	15	2	2	1	26	2	2	1
5	2	2	2	16	2	2	1	27	3	2	3
6	1	2	1	17	2	2	3	28	2	2	2
7	2	2	1	18	2	2	1	29	3	2	3
8	2	2	1	19	2	2	1	30	3	2	3
9	2	2	1	20	2	2	1	31	2	2	3
10	2	2	1	21	1	2	3	32	2	2	3
11	2	2	2	22	1	2	2	33	3	2	3

Казахстан, июль 1974 г.

1	2	2	1	9	2	2	3	17	2	2	3
2	2	2	1	10	2	2	3	18	2	2	1
3	2	2	1	11	1	2	3	19	2	2	1
4	2	2	2	12	2	2	3	20	2	2	2
5	2	2	2	13	1	2	3	21	2	1	1
6	2	2	2	14	2	2	3	22	2	2	1
7	2	2	1	15	2	2	3	23	2	1	1
8	2	2	2	16	2	2	3	24	2	1	1

$$N = (p_{11} + p_{33})a + p_{22}b + (p_{12} + p_{23} + p_{21} + p_{32})c + (p_{13} + p_{31})d, \quad (3)$$

получим $N''_A = 49,7\%$; $N'''_B = 56,8\%$. Если же положить в формуле (3) $a = b = 100\%$, $c = 50\%$, $d = 0$, то легко получить оценки по принятому в настоящее время способу, а именно $N'_A = 63,0\%$ и $N'_B = 66,5\%$. Согласно этим смещенным оценкам, оба метода имеют некоторую степень успешности, превышающую оправдываемость случайных прогнозов и близкую к оправдываемости тривиального прогноза центральной градации. Несмещенные оценки N''_A и N'''_B показывают однако, что прогноз по методу А хуже как тривиального, так и случайного прогноза, в то время как по методу Б получена некоторая нетривиальная информация.

В табл. 4 приведены данные о применении методов А и Б для прогноза осадков на отдельные месяцы по отдельным районам, а именно для 33 районов ЕТС на апрель 1974 г. и для 24 районов Казахстана на июль 1974 г. Пользуясь этими данными, нетрудно получить следующие оценки:

для ЕТС

$$N'_A = 65,2\%; \quad N'_B = 62,1\%; \quad N''_A = 55,5\%; \quad N'''_B = 49,5\%,$$

для Казахстана

$$N'_A = 56,2\%; \quad N'_B = 66,7\%; \quad N''_A = 47,2\%; \quad N'''_B = 57,6\%.$$

Мы видим, что для ЕТС определенной успешностью обладает метод А, в то время как оправдываемость прогнозов по методу Б ниже, чем тривиальных; для Казахстана картина обратная.

Эти примеры демонстрируют большой разброс степени успешности прогнозов осадков данными методами.

Во всех рассмотренных примерах оценки, выполненные предлагаемым способом (N'''), значительно ниже, чем полученные по существующей системе. Это объясняется главным образом смещенностью самих прогнозов — значительным завышением ими повторяемости центральной градации, отчетливо проявляющимся в данных табл. 3 и 4. Как уже упоминалось, одной из причин такого завышения является принятая система оценки успешности прогнозов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколова А. П. Результаты оценки прогнозов месячных сумм осадков с большой заблаговременностью. — «Труды ГГО», 1970, вып. 258, с. 110—118.

СОДЕРЖАНИЕ

У Р. Л. Каган. О точности расчета характеристик выбросов средней суточной температуры	3
Р. Л. Каган, Е. Е. Сибир. Об учете взаимной связи статистических характеристик при расчете числа выбросов временных рядов	13
Е. И. Федорченко. О влиянии суточного хода параметров распределения на среднее число выбросов температуры воздуха	21
Е. И. Федорченко. О суточном ходе характеристик выбросов температурных рядов	27
А. С. Марченко, А. Г. Семочкин. Изучение выбросов относительной влажности воздуха путем статистического моделирования бета-последовательностей	35
В. М. Булаева, Р. Л. Каган. Временная структура скорости ветра по данным наблюдений над океаном	44
В. М. Булаева, Р. Л. Каган. Некоторые вопросы обработки рядов наблюдений за ветром	51
Д. Девени, К. М. Лугина, В. В. Угай. Трехмерная пространственная статистическая структура поля давления с учетом анизотропии	59
В. С. Антоненко, К. М. Лугина. Пространственно-временная структура поля давления для летнего сезона	70
Л. Л. Брагинская. Некоторые характеристики пространственной структуры туманов в районе Прибалтики	78
Л. С. Гандин, С. Е. Ляпин. Об определении параметров кривой распределения ветра по статистическим характеристикам интервала больших скоростей	84
Е. Е. Жуковский, М. Г. Саноян. О точности определения производных метеорологических элементов	92
Ю. М. Либерман. Эксперимент по использованию прогностической информации в объективном анализе	99
Р. Л. Каган, В. А. Шахмейстер. Об использовании прогностической информации при объективном анализе барического поля	107
В. П. Тараканова. О повышении информативности сети станций южного полушария при использовании данных косвенного зондирования и прогноза	116
В. П. Тараканова. Об информативности существующей сети станций в полярных районах южного полушария и возможностях ее повышения	124
Л. С. Гандин. О методически несмещенных оценках успешности трехвариантных прогнозов	130

Труды ГГО, вып. 397

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В МЕТЕОРОЛОГИИ

Редактор Е. И. Ильиных. Технический редактор В. И. Семенова. Корректор Л. Б. Емельянова.
ИБ №

Сдано в набор 28/II 1977 г. Подписано к печати 12/IX 1977 г. М-20286. Формат 60×90^{1/16}. Бум.
тип. № 1. Печ. л. 9. Уч-изд. л. 9,45. Тираж 760 экз. Индекс МЛ-220. Заказ 449. Цена 71 коп.
Гидрометеоздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, 23.

Сортавальская книжная типография Управления по делам издательств, полиграфии и книжной
торговли Совета Министров Карельской АССР. Сортавала, Карельская, 42.