

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

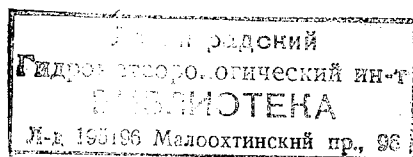
ТРУДЫ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ
им. А. И. ВОЕЙКОВА

Выпуск

382

ФИЗИКА
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
АТМОСФЕРЫ

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук А. С. Дубова



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
ЛЕНИНГРАД
1977

0291620

Приводятся результаты исследований по взаимодействию океана и атмосферы, турбулентные потоки тепла над Северной Атлантикой, результаты теоретического моделирования горизонтально неоднородного планетарного пограничного слоя, оценки изменения метеорологического режима под влиянием водохранилищ. Приводится алгоритм метода матричной факторизации применительно к решению системы дифференциальных уравнений четвертого порядка.

Представляет интерес для специалистов по атмосферной турбулентности, радиации, почвоведов.

The results of studying the ocean-atmosphere interaction are presented, in particular the estimates of drug coefficient dependence on the sea surface state and the statistical characteristics of total radiation and cloudiness fields over the ocean. There are also given the results of calculating the turbulent heat flows over the Northern Atlantic from synoptic data, as well as the maps of continent surface roughness and soil heat conductivity for the Northern Hemisphere. The results of theoretical modeling of a horizontally non-uniform planetary boundary layer are set forth, as well as the estimates of meteorological regime change under the influence of reservoirs, and some experimental data on turbulence characteristics. The publication presents the algorithm of matrix factorization method as applied to solving the system of differential equations of the fourth order. The publication is of interest to specialists on atmospheric turbulence, radiation, soil scientists and for senior students and post-graduates of pertinent specialities.

Н. З. Ариель, Э. К. Бютнер, О. К. Захарова

СВЯЗЬ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ С СОСТОЯНИЕМ ПОВЕРХНОСТИ ОКЕАНА

Средняя зависимость коэффициента сопротивления морской поверхности от скорости ветра в настоящее время довольно хорошо известна по данным многочисленных измерений. Но состояние морской поверхности даже в случае бесконечной глубины бассейна неоднородно связано со скоростью дующего над ней ветра. Оно определяется по крайней мере еще двумя параметрами [1] — безразмерным временем действия ветра $\tilde{T} = \frac{gT}{u}$ и безразмерным разгоном

$\tilde{X} = \frac{gX}{u^2}$ (X — расстояние от подветренного берега, u — скорость ветра, T — время действия ветра скорости u). В условиях открытого океана $\tilde{X} \rightarrow \infty$ и остается один параметр \tilde{T} , который определяет стадию развития волнения или степень приближения поверхности к стационарному состоянию, в котором средняя безразмерная высота волн $\frac{gh}{u^2}$, средняя и безразмерная фазовая скорость $\frac{c}{u}$ практически перестают изменяться:

$$\frac{gh}{u^2} = A_1, \quad (1)$$

$$\frac{c}{u} = A_2. \quad (2)$$

Значения A_1 и A_2 , приводимые разными авторами, несколько различаются между собой; мы примем здесь, следуя (1) и (2), что A_1 равно 0,15, а A_2 равно 0,8, если значение скорости u отнесено к высоте $z=20$ м.

В нестационарном состоянии коэффициенты A_1 и A_2 являются функциями \tilde{T} . Поскольку процессы турбулентного обмена, происходящие в сравнительно тонком приповерхностном слое толщиной порядка \bar{h} , сильно влияют на обмен потоками через поверхность, то вопрос о том, как и насколько изменяются значения этих потоков в зависимости от \tilde{X} или от \tilde{T} , является важным как для реко-

мендаций по расчету потоков количества движения, тепла и влаги по данным судовых наблюдений, так и в климатологическом плане, для задачи о совместной циркуляции атмосферы и океана, а также о тепло- и влагообмене различных акваторий с атмосферой.

Целью настоящей работы является исследование вопроса о зависимости коэффициента сопротивления от времени действия ветра T . Этот вопрос до сих пор является дискуссионным. Еще в [1] была приведена, как нам кажется, качественно правильная зависимость C_u от стадии развития волнения, которая характеризовалась параметром \bar{c}/v_* , уточненная затем в [3]. Имеются также экспериментальные данные [4], согласно которым эта зависимость — обратная, т. е. коэффициент сопротивления на малых разгонах меньше, чем на больших.

Для того, чтобы выяснить этот вопрос, нужно знать во-первых, как должен изменяться коэффициент сопротивления в зависимости от высоты \bar{h} и фазовой скорости \bar{c} движения волн, а во-вторых, как изменяются значения \bar{h} и \bar{c} в зависимости от \bar{T} . Для этого нужны значения функций $A_1(\bar{T})$ и $A_2(\bar{T})$, входящих в (1) и (2).

Экспериментально как в лабораторных, так и в натуральных условиях A_1 и A_2 измерены как функции от другого, более легко определяемого параметра \bar{X} при условии, что $\bar{T} \rightarrow \infty$. Обобщение такого рода данных имеется в [5]. Нужно отметить, что расхождение между данными отдельных исследований, выполненных в натуральных условиях, очень велико, но для того, чтобы судить о поведении функций A_1 и A_2 в среднем, мы примем для них аппроксимации, полученные в [5]. Они имеют следующий вид:

$$A_1 = 0,00207 \bar{X}^{0,4}, \quad (3)$$

$$A_2 = 0,0338 \bar{X}^{0,25}. \quad (4)$$

Для того, чтобы перейти в (3) и (4) к зависимости A_1 и A_2 от \bar{T} , можно приближенно считать, что зависимость $A_i(\bar{T})$ при $\bar{X} \rightarrow \infty$ соответствует зависимости $A_i(\bar{X})$ при $\bar{T} \rightarrow \infty$, если \bar{T} равно $2\bar{X}$ [2]. Что касается зависимости коэффициента C_u от значений A_1 и A_2 , то разработанная в [2] и [6] теоретическая модель обтекания движущихся препятствий турбулентным потоком позволила получить величину C_u в зависимости от скорости перемещения препятствий c/v_* их высоты h и от их аэродинамических характеристик. Аэродинамические свойства препятствий фигурируют в модели в виде параметра $\frac{\gamma h}{\lambda}$, где h/λ — относительное расстояние между гребнями, а γ — коэффициент сопротивления формы препятствия, расположенного на поверхности. Его можно определять экспериментально либо по лабораторным данным о распределении давлений по профилю препятствий и скорости воздушного потока, либо по данным натуральных измерений корреляции поверхностных давлений и уклонов морских волн [2]. На основе проведенного

в [2] анализа можно полагать, что величина γ для морских волн должна увеличиваться с ростом отношения h/λ ; при этом можно считать, что γ пропорционально $\left(\frac{h}{\lambda}\right)^n$, где $1/2 \leq n \leq 1$. При

фиксированном значении параметра $\frac{\gamma h}{\lambda}$ полученный в результате расчетов коэффициент C_u увеличивается с ростом высоты препятствий h и уменьшается с ростом скорости их движения s . Естественно возникает вопрос о том, каким образом применить результаты, полученные для идеализированной модельной поверхности, к весьма сложной реальной поверхности моря. Частотный спектр морского волнения в нестационарном состоянии гораздо более узок [7], чем в состоянии, близком к установившемуся.

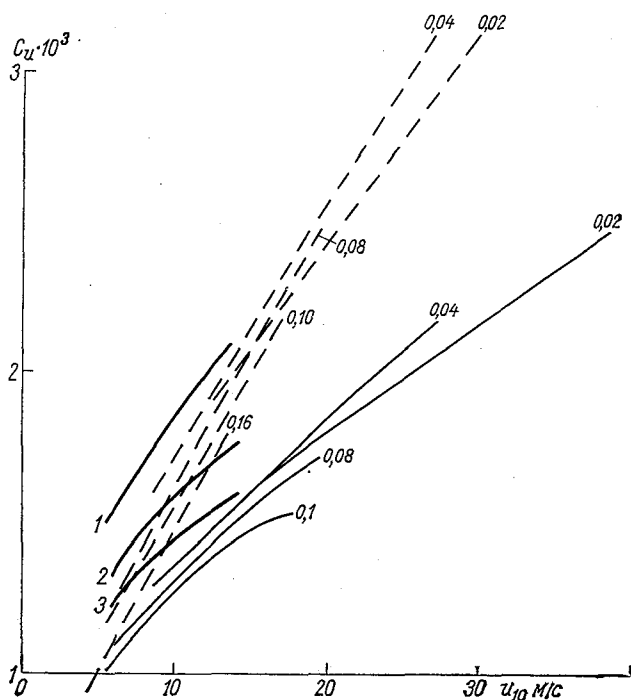


Рис. 1. Зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра для разных значений безразмерного разгона \tilde{X} .

Цифры у кривых — значения безразмерной высоты волн

$$\frac{gh}{u^2} = \frac{gh}{u^2} \left(\tilde{X} \right).$$

Тонкие линии — результат расчета при постоянной крутизне δ :
 сплошные — $\delta = 4 \cdot 10^{-3}$; штриховые — $\delta = 8 \cdot 10^{-3}$. Жирные линии — расчет с учетом зависимости $\delta(\tilde{X})$: 1) $\tilde{X} = 10^3$; 2) $\tilde{X} = 10^4$;
 3) $\tilde{X} = 10^5$.

На этом основании можно полагать, что для имитации морской поверхности на разных стадиях развития волнения можно не учитывать ее вероятностный, случайный, характер и считать, что все высоты h движущихся препятствий модельной поверхности — одинаковы и равны \bar{h} . Одним из основных свойств гравитационных волн является то, что для них должно выполняться дисперсионное соотношение вида:

$$\lambda = \frac{2\pi c^2}{g}. \quad (5)$$

Сложный характер реальной морской поверхности приводит к тому, что это соотношение выполняется неточно [8]. Проверка его затруднена еще тем обстоятельством, что и длина волны λ и фазовая скорость c каждой отдельной волны являются условными характеристиками. Мы будем полагать, что для модельной поверхности соотношение (5) должно выполняться, и поставим вопрос о том, как будет вести себя коэффициент сопротивления C_u такой поверхности в зависимости от стадии развития волнения. Прежде всего, решим эту задачу при условии постоянства крутизны $\delta = h/\lambda$ движущихся препятствий. Следствием этого является постоянство аэродинамического коэффициента γ и параметра $\gamma \frac{h}{\lambda}$ в целом.

На рис. 1 приведены результаты расчета коэффициента C_u в зависимости от скорости ветра при $\delta = 0,1$ и для двух значений параметра $\frac{\gamma h}{\lambda} : 4 \cdot 10^{-3}$ и $8 \cdot 10^{-3}$. При таком δ высота препятствий и их скорость c , согласно (5), связаны однозначно:

$$\frac{gh}{u^2} = 0,2\pi \left(\frac{c}{u}\right)^2. \quad (6)$$

Стадия развития волнения здесь характеризуется величиной gh/u^2 , которая при $h = \bar{h}$ связана со временем развития волнения \bar{T} эмпирическим соотношением (3). Как и следовало ожидать [3], зависимость C_u от gh/u^2 имеет экстремум. Действительно, на очень ранних стадиях разгона коэффициент C_u должен увеличиваться с ростом высоты волн, в дальнейшем увеличение C_u за счет роста высоты препятствий h компенсируется и перекрывается его уменьшением за счет роста скорости их движения c . Поэтому при больших значениях gh/u^2 коэффициент C_u уменьшается с ростом gh/u^2 . Однако, как видно из рис. 1, эти изменения C_u очень невелики,

и для поверхности, для которой $\frac{\gamma h}{\lambda}$ не изменяется с разгоном, коэффициент сопротивления остается практически постоянным, если волны удовлетворяют дисперсионному соотношению (5).

На самом деле средняя крутизна волн различна на разных стадиях развития волнения: она уменьшается с ростом \bar{T} . Это следует как из данных визуальных наблюдений, собранных в [9], так и из сопоставления разных эмпирических формул типа (3) и (4) для средней высоты волн $\bar{h}(\bar{T})$ и средней фазовой скорости $\bar{c}(\bar{T})$ при условии выполнения дисперсионного соотношения (5). Абсолют-

ные значения крутизны δ по разным формулам и по визуальным оценкам, приведенным у Свердрупа и Манка [9], сильно различаются между собой. Это связано, главным образом, с тем, что высоты и длины волн, измеряемые разными авторами, относятся к волнам различной обеспеченности или получены разными способами. К счастью, для задачи настоящей работы абсолютные значения δ несущественны. Поэтому мы приводим здесь отношение $\delta/\delta_p(\bar{X})$, где δ_p — крутизна волн при $\bar{X}=10^5$. В первом столбце табл. 1 приведены значения отношения δ/δ_p , вычисленные по (3) и (4) при условии выполнения дисперсионного соотношения (5); во втором — результат такого же вычисления по эмпирическим формулам, приведенным в [10], а в третьем — δ/δ_p по визуальным оценкам [9]. Кроме того, там же приведены значения $g\bar{h}/u^2$ и \bar{c}/u , вычисленные по формулам (3) и (4).

Таблица 1

X	δ/δ_p [5]	δ/δ_p [10]	δ/δ_p [9]	$\frac{\bar{c}}{u_{10}}$ [5]	$\frac{g\bar{h}}{u_{10}^2}$ [5]
10^2	1,98	1,64	—	0,22	0,012
10^3	1,58	1,37	1,6	0,41	0,043
10^4	1,26	1,18	1,3	0,67	0,11
10^5	1	1	1	0,8	0,17

Если теперь задать параметр $\left(\frac{\gamma h}{\lambda}\right)_p$ в установившемся состоянии и принять определенный показатель степени в законе изменения $\gamma \sim \delta^n$, то можно получить функцию $\frac{\gamma h}{\lambda}(\bar{X})$, которая нужна для расчета зависимости $C_u(\bar{X})$ для модельной поверхности с переменными аэродинамическими характеристиками. Такой расчет был проведен для $\left(\frac{\gamma h}{\lambda}\right)_p$, равного $4 \cdot 10^{-3}$, как наиболее типичного значения этой величины, при n , равном $1/2$, и при зависимости δ/δ_p из первого столбца табл. 1. Расчет проводился методом последовательных приближений: в первом приближении считалось, что $C_u^0(\bar{X}) = \text{const}$, при этом условии находились значения c/v_* первого приближения и вычислялась функция $C_u'(\bar{X})$ следующего приближения и т. д. Процесс оказался достаточно быстро сходящимся, вычисленные таким образом значения функций $C_u(u)$ при \bar{X} , равном 10^3 , 10^4 и 10^5 , приведены на том же рис. 1. Расчеты показывают, что в наиболее важном интервале изменения \bar{X} — от 10^4 до 10^5 (см. ниже) коэффициент C_u возрастает примерно на 20—30%. Это увеличение C_u примерно вдвое меньше, чем те оценки, которые сделаны в [1] на основе данных Средиземноморской экспедиции ИФА и ИОАН, 1965 г. Однако при этом нужно отметить, что кривая $C_u\left(\frac{c}{v_*}\right)$, приводимая в [1], получена путем группировки значений C_u ,

соответствующих различным интервалам c/v_* . При этом неявно предполагается, что усреднение C_u внутри каждой группы эквивалентно усреднению по ансамблю ситуаций, характеризующихся одной и той же степенью развития волнения, но самыми разными скоростями ветра. На самом деле, при имеющемся обычно ограниченном наборе экспериментальных данных в группу малых значений c/v_* неизбежно попадают случаи больших скоростей с большим удельным весом, чем в группу больших c/v_* . Это приводит к тому, что получаемая экспериментально зависимость $C_u \left(\frac{c}{v_*} \right)$ должна давать практически всегда завышенные значения C_u при малых c/v_* .

Для того чтобы ответить на вопрос о том, насколько и в каких случаях важны полученные данные о зависимости $C_u(X)$ в климатологическом плане, вернее, в плане задач общей циркуляции, нужно выяснить, каково характерное среднее время T_1 действия ветра различных скоростей над морем.

В работе [11] были произведены оценки среднего времени сохранения скорости ветра над морем по данным наблюдений судов погоды в Северной Атлантике. Для этой цели были построены нормированные структурные функции модулей скорости ветра. Однако, очевидно, что среднее время действия ветра над океаном, вернее, характерная величина параметра T_1 , должно быть разным для ветров разных скоростей. Для выяснения этого вопроса была произведена следующая статистическая обработка данных. Были выбраны 7 судов погоды и три зимних (декабрь, январь, февраль) месяца измерений в 1958—1960 гг. По данным каждого судна были вычислены средние скорости ветра u , дисперсии σ^2 и обычные полные структурные функции $D(\tau)$. Кроме того, было произведено вычисление условных структурных функций $D_u(\tau)$. Расчет условных значений $D_u(\tau)$ производился следующим образом: из исходного ряда данных выбирались значения разности

$$\Delta u(\tau) = u_1 - u(\tau), \quad (7)$$

где u_1 — заданное фиксированное значение скорости, $u(\tau)$ — скорость, измеренная через время τ после наблюдения u_1 . Выборка проводилась для трех значений τ , равных 3, 6 и 9 ч соответственно, так как дискретность исходного ряда равнялась трем часам.

Значения u_1 задавались в пределах следующих трех интервалов:

$$\begin{array}{ll} u_1 = 4-6 \text{ м/с} & (\text{малые скорости}) \\ u_1 = 9-11 \text{ м/с} & (\text{средние скорости}) \\ u_1 > 17 \text{ м/с} & (\text{большие скорости}). \end{array}$$

Среднее значение u_1 также вычислялось для каждого судна. Оказалось, что для интервала больших скоростей значения u_1 для разных судов близки друг к другу и в среднем равны около 20 м/с.

Полученные таким образом средние значения $\langle \Delta u^2(\tau) \rangle_{u_1}$ представляют собою ненормированные условные структурные функции поля скоростей ветра. Для того, чтобы произвести их

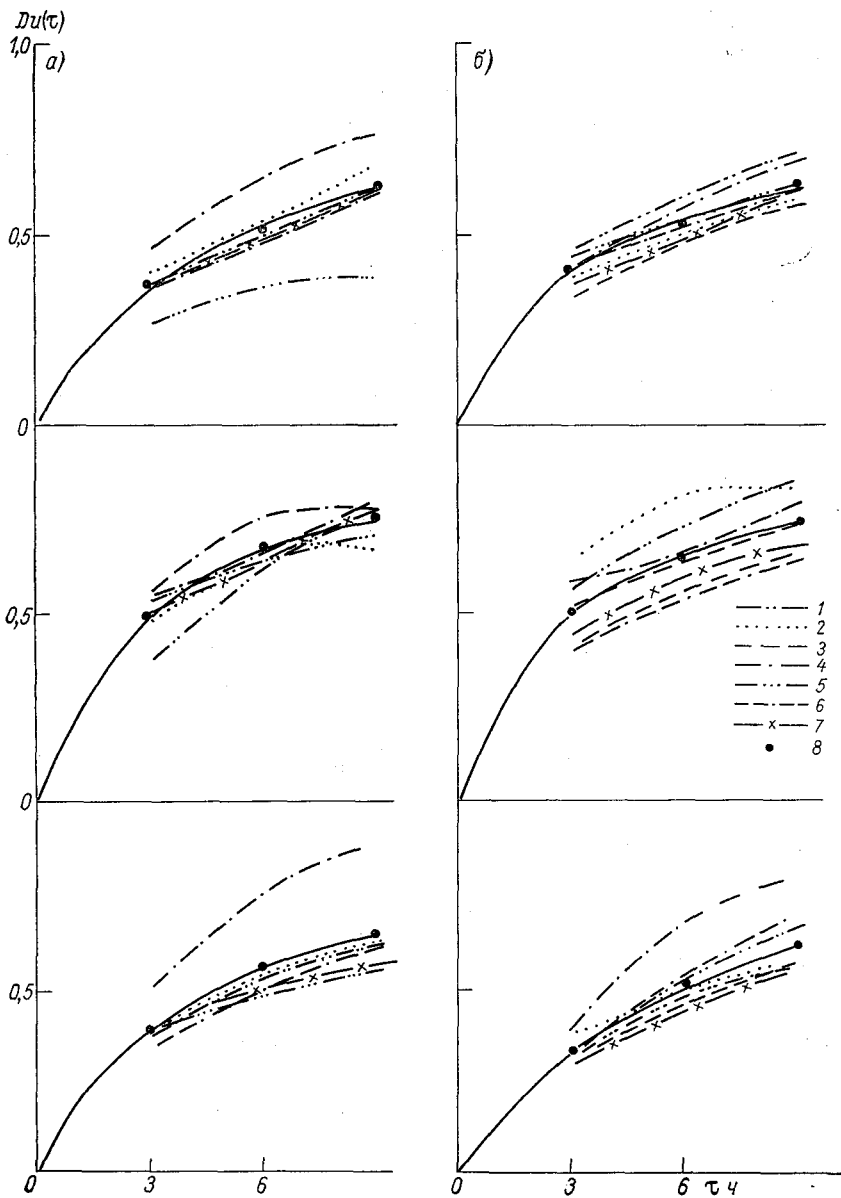


Рис. 2. Условные структурные функции скорости ветра по данным судов погоды.

а — 1958 г., б — 1959 — 1960 гг. 1 — судно В, 2 — А, 3 — С, 4 — D, 5 — Е, 6 — I, 7 — К, 8 — средние значения.

нормировку и последующее усреднение, нужно знать предельные значения $\overline{\langle \Delta u^2(\tau) \rangle_{u_1}}$ при $\tau \rightarrow \infty$. Эти предельные значения находились следующим образом:

$$\begin{aligned} \lim \overline{\langle \Delta u^2(\tau) \rangle_{u_1}} &= \overline{u_1^2} - 2\overline{u_1 u} + \overline{u^2} = \\ &= \overline{u_1^2} - 2\overline{u_1 u} + \overline{u^2} + \sigma_u^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь черта сверху означает полное статистическое усреднение по ансамблю, а знак $\langle \rangle_{u_1}$ — усреднение при фиксированном значении u_1 . Поскольку при $\tau \rightarrow \infty$ теряется корреляция между значениями u и u_1 , то произведение $\langle u_1 u \rangle_{u_1}$ просто равно произведению соответствующих средних. Таким образом нормировочные множители (8) были вычислены по данным каждого судна. Нормированные условные структурные функции были усреднены по всем судам и всем трем годам.

Таблица 2
Среднее время сохранения ветра в заданном интервале скорости u_1

Год	Интервалы скорости, м/с					
	4-6	9-11	>17	4-6	9-11	>17
	T_1 ч			gT_1/u_1		
1958	3,0	2,1	3,7	$2,1 \cdot 10^4$	$0,82 \cdot 10^4$	$0,65 \cdot 10^4$
1959—1960	4,3	2,2	2,9	$3,0 \cdot 10^4$	$0,78 \cdot 10^4$	$0,50 \cdot 10^4$
Среднее				$2,6 \cdot 10^4$	$0,80 \cdot 10^4$	$0,58 \cdot 10^4$

Поскольку структурная функция равна нулю при $\tau=0$, оказалось возможным проинтерполировать участок структурной функции между $\tau=0$ и $\tau=3$. На рис. 2 приведены значения нормированной условной структурной функции для разных судов погоды и различных u_1 , а также средние по всем судам: за 1958 г. на рис. 2 а, за 1959—1960 гг. — рис. 2 б. За время сохранения ветра данного интервала принималось время, в течение которого условная структурная функция изменилась не более, чем на 40% (см. рис. 2). В табл. 2 приводятся значения среднего времени действия ветра заданной скорости u_1 в часах и соответствующие безразмерные значения \tilde{T}_1 , равные $\frac{gT_1}{u}$, которые характеризуют степень подстройки морской поверхности к ветровому полю. Число случаев, по которым получены эти значения, таково, что данные в интервале $u_1=9 \div 11$ обеспечены несколько больше, чем в двух других интервалах. Это естественно, так как именно на этот интервал приходится значения средней скорости ветра почти для всех судов.

В результате оказалось, что в районе Северной Атлантики средняя абсолютная продолжительность ветра данной скорости почти

не зависит от скорости. Продолжительность ветров малой скорости — 3,6 ч — немного больше, чем средних и больших (2,1 ÷ 3,3 ч). Но безразмерный параметр $\frac{gT_1}{u}$ для малых скоростей в 4—5 раз больше, чем для штормовых. Значение \bar{T} можно приближенно считать соответствующим удвоенным значением параметра \bar{X} , входящего в формулы (3) и (4) для основных характеристик поверхностного волнения. Следовательно, для малых скоростей характерное значение \bar{X} составляет около $1,3 \cdot 10^4$, для средних — около $4 \cdot 10^3$, а для штормовых — $3 \cdot 10^3$.

Если учесть, что состояние установившегося волнения достигается при \bar{X} , равном примерно $2 \cdot 10^4$, то оказывается, что состояние установившегося волнения характерно только для небольших скоростей ветра; для средних и особенно для штормовых скоростей высоты и фазовые скорости волн, как правило, не достигают установившихся значений (1) и (2). Поскольку приведенные в табл. 2 времена соответствуют изменению скорости ветра на 40%, то их можно считать временами, характеризующими среднее состояние поверхности при заданном ветре тем более, что развитие волнения в океане очень редко начинается от штилевого состояния, так как характерное время затухания волн в несколько раз превышает время их развития.

Сопоставление кривых 2 и 3 (рис. 1) позволяет сделать вывод, что при малых скоростях ветра коэффициент сопротивления практически соответствует коэффициенту в условиях установившегося волнения, так как среднее характерное время действия ветра скоростей в интервале 4—6 м/с соответствует значению \bar{X} , равному 10^4 , а при изменении \bar{X} от 10^5 до 10^4 величина C_u при небольшой скорости ветра возрастает очень незначительно. Для интервала скоростей 9—11 м/с в условиях Северной Атлантики коэффициент сопротивления должен примерно на 15—20% превышать коэффициент, соответствующий условиям установившегося волнения, а при штормовых скоростях — примерно на 40%. Северная Атлантика здесь приведена в качестве примера; для разных акваторий эти поправки могут быть разными.

Для окончательных заключений, а также практических рекомендаций по расчетам потоков количества движения при разных районах, что может быть особенно важно в прибрежных районах, нужно исследовать влияние различных допущений, сделанных в процессе расчета на результирующее изменение функции $C_u(\bar{X})$. Такую работу авторы собираются провести в ближайшее время, но предварительные оценки уже показывают, что разница будет велика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Китайгородский С. А. Физика взаимодействия атмосферы и океана, Л., Гидрометеоздат, 1970. 283 с.
2. Процессы переноса вблизи поверхности раздела океан — атмосфера. Л., Гидрометеоздат, 1974, 219 с. Авт.: Р. С. Бортковский, Э. К. Бютнер, С. П. Малевский-Малевиц, А. Ю. Преображенский.

3. Kitaigorodsky S. A., Zaslavsky M. M. A dynamical analysis of the drag conditions at the sea surface.— „Boundary Layer Met.”, 1974, v. 6, N 1/2 p. 53—61.
4. Stewart R. W. The Air-Sea momentum exchange.— „Boundary Layer Met.”, 1974, v. 6, N 1/2, p. 151—167.
5. Доброклонский С. В., Контобойцева Н. В., Ха-За-Хуэн. Об эмпирических зависимостях элементов установившихся ветровых волн от скорости ветра для большого диапазона разгонов. — «Океанология», 1973, т. 13, вып. 5, с. 776—781.
6. Захарова О. К. Динамика обтекания морской поверхности при развитом волнении. — «Труды ГГО», 1975, вып. 326, с. 44—51.
7. Hasselmann K. On the spectral dissipation of ocean waves due to white capping.— „Boundary Layer Met.”, 1974, v. 6, N 1/2, p. 107—127.
8. Ветер и волны в океанах и морях. Регистр СССР. Л., Гидрометеиздат, 1974. 360 с.
9. Свердруп Г., Манк В. Ветер, волнение и зыбь. Теоретические основы прогноза.— В сб.: Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоя. М., Изд-во иностр. лит., 1951, с. 15—87.
10. Марцинкевич Л. М. Распределение уклонов взволнованной поверхности моря.— «Метеорология и гидрология», 1970, № 10, с. 41—55.
11. Бютнер Э. К., Ариель Н. З. Оценка энергии, затрачиваемой ветром на поддержание волнения и дрейфового течения при разных состояниях поверхности моря.— «Труды ГГО», 1972, вып. 282, с. 144—150.

А. С. Дубов

ОБ УЧЕТЕ ПРИТОКОВ ТЕПЛА ОТ ОКЕАНА К АТМОСФЕРЕ В КРАТКОСРОЧНОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПРОГНОЗЕ ПОЛЕЙ ГЕОПОТЕНЦИАЛА

В настоящее время одной из основных задач в области разработки гидродинамического прогноза метеорологических элементов в самых нижних слоях атмосферы является учет турбулентной вязкости и неадиабатичности процессов, обусловленных взаимодействием с подстилающей поверхностью. Обычно считается, что притоки тепла начинают играть существенную роль при изменении метеорологических процессов за сроки порядка недели и больше. Однако имеются данные, свидетельствующие о том, что тепловое взаимодействие атмосферы с поверхностью океана ощутимо сказывается и при изменениях на более короткие сроки. Учет такого взаимодействия был введен Шуманом [7] в оперативную схему краткосрочного прогноза полей геопотенциала, правда, очень грубо. Согласно Лоренцу [8], Шуман описывал нагрев пограничного слоя атмосферы по соотношению

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = K(\vartheta - T_w),$$

где \bar{T} — средняя температура пограничного слоя, ϑ — потенциальная температура на верхней границе этого слоя, T_w — температура поверхности океана, не меняющаяся за время прогноза, $K = 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Основным недостатком этого способа описания теплообмена является отсутствие влияния скорости ветра на этот процесс. В статье Шумана [7] нет количественных характеристик изменения прогнозов после введения этого члена в исходные уравнения, но поскольку схема регулярно испытывалась в течение года с учетом процессов теплообмена океан — атмосфера, можно полагать, что включение этого эффекта давало определенный результат.

Представляет интерес учесть этот эффект более корректно, чем Шуман. В данной статье будут излагаться методы расчета теплового и динамического взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью с целью их дальнейшего использования в прогностических схемах, в частности в малопараметрической модели ГГО, по которой даются оперативные прогнозы в СЗ УГМС [1].

В соответствии с современными представлениями [2] расчеты турбулентных потоков от подстилающей поверхности по данным о внешних параметрах рассчитываются в соответствии с теорией подобия. Необходимые для этих расчетов безразмерные квазиуниверсальные функции термической устойчивости были взяты из работы [9]. Аналитические представления этих функций получены в результате обработки новейших материалов экспедиций, проведенных в различных климатических зонах. Номограммы для определения турбулентных потоков по этой методике приведены в [3]. Для включения теплообмена океан — атмосфера в прогностическую схему решения соответствующих трансцендентных уравнений были запрограммированы на ЭВМ М-220. Эти уравнения имеют вид: [3]

а) Устойчивость ($\mu > 0$)

$$V_g^2 = \frac{U_*^2}{\kappa^2} \left[\left(\ln 4,88 \cdot 10^4 \frac{U_*}{|Q|} \frac{1}{1 + 0,161 \frac{U_*^2}{|Q|}} + 2,70 \frac{\sqrt{|Q|}}{U_*} \right)^2 + \left(5,7 + 27,0 \frac{\sqrt{|Q|}}{U_*} \right)^2 \right], \quad (1)$$

$$\vartheta_h - \vartheta_0 = \frac{|Q|}{\kappa U_*} \left(\ln 4,82 \cdot 10^4 \frac{U_*}{|Q|} + 41,1 \frac{\sqrt{|Q|}}{U_*} \right). \quad (2)$$

б) Неустойчивость ($\mu < 0$)

$$V_g^2 = \frac{U_*^2}{\kappa^2} \left[\left(\ln 1,9 \cdot 10^4 \frac{U_*}{Q} \frac{1}{1 + 0,176 \frac{U_*^2}{Q}} + 1 \right)^2 + 2,18 \frac{U_*^2}{Q} \frac{1}{1 + 0,067 \frac{U_*^2}{Q}} \right], \quad (3)$$

$$\vartheta_h - \vartheta_0 = - \frac{Q}{\kappa U_*} \left(0,1 + \ln 1,92 \cdot 10^4 \frac{U_*}{Q} \right), \quad (4)$$

где $\mu = - \frac{\kappa^2 g}{f T U_*^2} Q$ — термическая устойчивость планетарного пограничного слоя, κ — постоянная Кармана, g — ускорение силы тяжести, f — параметр Кориолиса, T — средняя температура слоя, U_* — динамическая скорость (м/с), $Q = \frac{H}{c_p \rho} = \omega' \vartheta'$ — кинематический поток тепла $\left(\frac{\text{м} \cdot \text{град}}{\text{с}} \right)$, H — турбулентный поток тепла, c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, ρ — плотность воздуха, ϑ' и ω' — пульсации потенциальной температуры и вертикальной скорости соответственно, V_g — скорость геострофического ветра (м/с), $\vartheta_h - \vartheta_0$ — разности потенциальных температур на верхней и нижней границе планетарного пограничного слоя. (В расчетах принималось, что верхняя граница пограничного слоя атмосферы совпадает с уровнем поверхности 850 мбар). Из формул (2) и (4) сле-

дует что знак Q , который определяет знак μ , в свою очередь определяется знаком разности $\vartheta_h - \vartheta_0$. Таким образом, использование той или иной совокупности формул (для устойчивой или неустойчивой стратификации) определяется знаком $\vartheta_h - \vartheta_0$.

С помощью приведенных выше соотношений сравнительно просто рассчитывать поле скорости геострофического ветра (V_g) и вертикальные перепады потенциальной температуры ($\vartheta_h - \vartheta_0$) по данным о динамической скорости (U_*) и кинематическому потоку тепла (Q). Решение обратной задачи может быть выполнено методом последовательных приближений.

В качестве первого приближения динамическая скорость находилась по данным о геострофическом ветре при отсутствии турбулентных потоков тепла и пренебрежении членом с $\ln U_*$ с помощью уравнений (1) и (3), которые в этом приближении записываются в виде:

$$V_g' = \frac{U_*'}{\alpha} \sqrt{\ln 4,88 \cdot 10^4} \quad (\mu > 0) \quad (5)$$

$$V_g' = \frac{U_*'}{\alpha} \sqrt{\ln 1,9 \cdot 10^4} \quad (\mu < 0). \quad (6)$$

Найденные из этих соотношений величины U_*' подставлялись в уравнения (2) и (4), которые для нахождения потока тепла в первом приближении записываются в виде:

$$\vartheta_h - \vartheta_0 = \frac{|Q'|}{\alpha U_*'} \ln 4,88 \cdot 10^4 \quad (\mu > 0) \quad (7)$$

$$\vartheta_h - \vartheta_0 = - \frac{Q'}{\alpha U_*'} \ln 1,92 \cdot 10^4 \quad (\mu < 0). \quad (8)$$

Найденные таким образом величины U_*' и Q' подставлялись в выражения в скобках соответствующих уравнений (1) — (4). Так например, последующие приближения $U_*^{(2)}$ и $Q^{(2)}$ для условий $\mu > 0$ были найдены с помощью равенств:

$$V_g = \frac{U_*^{(2)}}{\alpha} \sqrt{\left(\ln 4,88 \cdot 10^4 \frac{U_*'}{|Q'|} \frac{1}{1 + 0,161 \frac{[U_*']^2}{|Q'|}} + 27,0 \frac{\sqrt{|Q'|}}{U_*'} \right)^2 + \left(5,7 + 27,0 \frac{\sqrt{|Q'|}}{U_*'} \right)^2}, \quad (9)$$

$$\vartheta_h - \vartheta_0 = \frac{|Q^{(2)}|}{\alpha U_*^{(2)}} \left[\ln 4,82 \cdot 10^4 \frac{U_*'}{|Q'|} + 41,1 \frac{\sqrt{|Q'|}}{U_*'} \right]. \quad (10)$$

Аналогичные выражения записываются для условий $\mu < 0$.

Для практических расчетов итерационный процесс можно прекратить, когда различие между двумя последующими приближениями не превышает 2%. При таком условии оказывается достаточно выполнить 2—3 итерации. Расчеты турбулентных потоков тепла для поля 37×27 точек на машине М-220 по программе, составленной Л. П. Быковой требуют меньше 2 мин счетного времени.

В качестве примера расчетов на рис. 1 приводится схематическое изображение распределения потоков тепла для специально отобранного случая интенсивного холодного вторжения с северо-запада в район Северной Атлантики (21 января 1975 г., 3 ч). Анализ данных о температуре и геострофическом ветре на поверхности 850 мбар, а также температуры поверхности океана был выполнен О. Б. Шкляревич. Из приведенной схемы видно, что максимальные значения турбулентных потоков от океана в атмосферу составляют при данных погодных условиях 0,45—0,47 кал/(см²·мин), средние значения составляют 0,030 кал/(см²·мин) (размер акватории определялся районом исходных данных для прогноза). Согласно «Атласу теплового баланса» под редакцией М. И. Будыко [4] многолетний средний за январь по этой акватории турбулентный поток тепла от океана к атмосфере составлял примерно 0,074 кал/(см²×мин), т. е. исследуемый теплообмен был ниже нормы.

Одна из зон максимальных значений теплообмена находилась вблизи Американского материка в районе Гольфстрима. Натекание холодного воздуха с материка на теплое течение обусловило интенсивные турбулентные потоки тепла (0,45 кал/(см²·мин)). Отметим, что в районе Японского моря при натекании холодного воздуха с Азиатского материка эти потоки могут достигать 1 кал/(см²×мин), так что приведенные на карте значения не являются чрезмерно большими.

Вторая область интенсивного теплообмена океан—атмосфера располагается вблизи Ирландии и обусловлена сильными ветрами над этим районом (20 м/с). При пересечении зоны сильных ветров и переходе от антициклона к циклону турбулентные потоки тепла увеличиваются примерно в 10 раз, что соответствует литературным данным об изменении теплообмена океан—атмосфера при переходе через фронт [5, 10].

Для того чтобы оценить какого рода изменения в поле наземного давления вызовут такие потоки тепла, воспользуемся уравнением потока тепла, в котором сохраним только член с турбулентными притоками, опустив члены, описывающие горизонтальную и вертикальную адвекции.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial z}. \quad (11)$$

Запишем это выражение в ζ -системе координат, т. е. такой системе, где в качестве вертикальной координаты используется безразмерное давление $\zeta = \frac{P}{P_0}$, где $P_0 = 1000$ мбар — стандартное

29162D

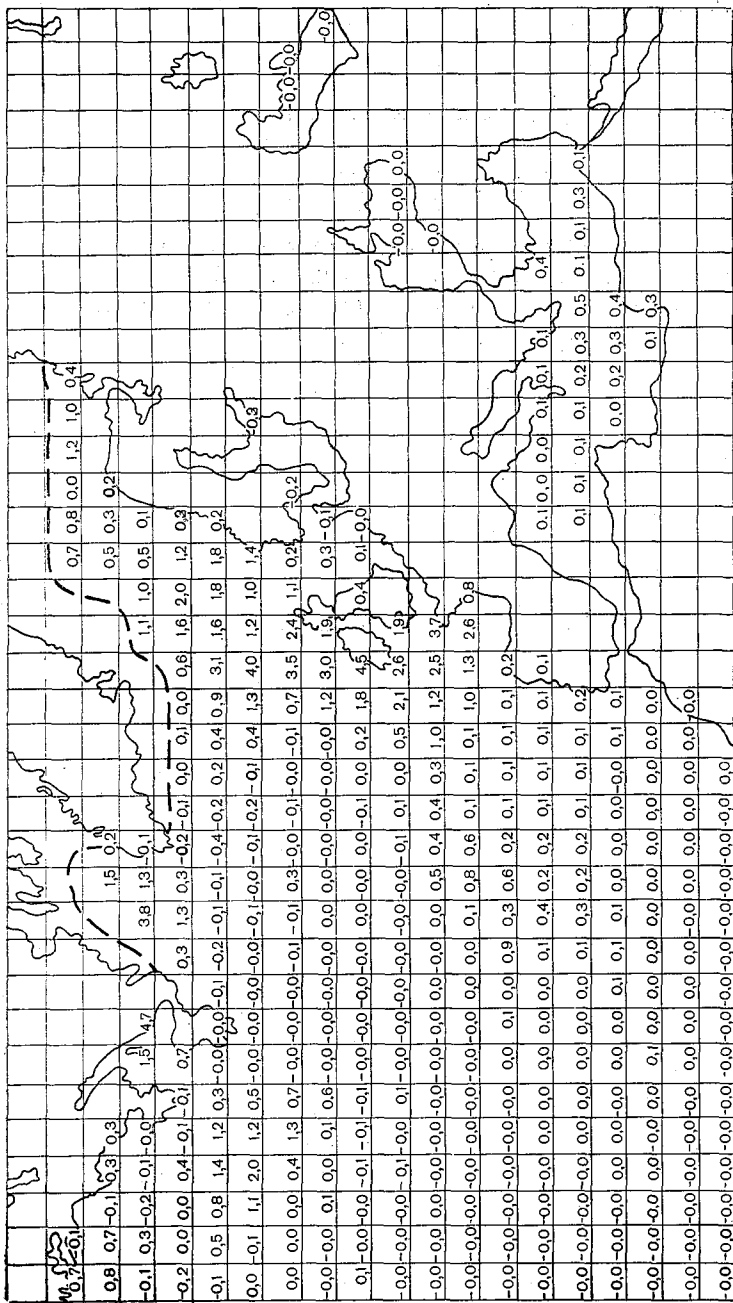


Рис. 1. Значения турбулентного потока тепла (кал/(см²·мин)) увеличенные в 10 раз, в узлах регулярной сетки, приходящихся на водную поверхность, 21 января 1975 г. 3 ч 00 мин.
Штриховая линия означает границу льдов.

давление. Эта система обычно широко используется в прогностических моделях. Используя известные соотношения

$$T = -\frac{\zeta}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \quad \text{и} \quad dz = -\frac{P_0}{g \rho} d\zeta, \quad (12)$$

где Φ — геопотенциал, R — газовая постоянная для воздуха, получим:

$$-\frac{\zeta}{R} \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{g \rho}{P_0} \frac{\partial Q}{\partial \zeta}. \quad (13)$$

Интегрируя по ζ в планетарном пограничном слое от поверхности 1000 до 850 мбар и полагая, что кинематический турбулентный поток тепла Q равен нулю на верхней границе слоя, получим:

$$\bar{\zeta} \frac{\partial (\Phi_{1000} - \Phi_{850})}{\partial t} = -\frac{g R \rho}{P_0} Q_{\zeta=1}. \quad (14)$$

Принимая среднее значение $\bar{\zeta}$, вынесенное при приближенном интегрировании из-под знака интеграла, равным 0,92, и вводя обычный турбулентный поток тепла $H_T = \frac{Q}{c_p \rho}$, получим:

$$\frac{\partial H_{1000}^{850}}{\partial t} = 0,75 H_T, \quad (15)$$

где левая часть равенства выражена в дкм/ч, а значение H_T — в кал/(см²·мин).

Таким образом, в зонах максимальных значений турбулентного теплообмена между океаном и атмосферой (порядка 0,5 кал/(см² × Xми)) изменения относительной топографии слоя 850—1000 мбар за счет этого процесса составят 0,75 · 0,5 · 24 = 9 дкм/сут. Если принять, что весь этот эффект происходит за счет изменений наземного давления, т. е. что турбулентный теплообмен реализуется в самых нижних слоях воздуха, прилегающих к океану, и практически на изменениях высоты поверхности 850 мбар не сказывается, то как видно из приведенных оценок, вклад теплоотдачи океана атмосфере на формирование поля наземного давления весьма ощутимо даже за сроки порядка суток. Как видно из рис. 1, площадь океанической акватории с таким интенсивным теплообменом невелика, поэтому в среднем по площади ($\bar{H}_T = 0,03$ кал/(см²·мин)) исследуемый эффект приведет к уменьшению давления на 0,6 мбар. Можно полагать тем не менее, что включение в прогностическую модель процесса теплообмена океана с атмосферной позволит лучше предсказывать процессы циклогенеза над Северной Атлантикой в условиях холодных вторжений с северо-запада на теплую океаническую поверхность, особенно в районе Гольфстрима. Большие значения турбулентных потоков тепла порядка 0,5 кал/(см²·мин) обусловлены большими вертикальными перепадами температур (до 30°C) в толще пограничного слоя воздуха и сильными ветрами. Естественно возникает вопрос о том, каков будет в таких погодных ситуациях радиационный приток тепла в этом слое атмосферы. Оценки

Ф. Н. Шехтер при стилизации слоя облачности и поверхностного слоя океана в виде абсолютно черных тел показали, что радиационные притоки в этом случае на порядок меньше турбулентных.

Вопрос, который нуждается в дальнейшем уточнении,— это возможность использования методики расчетов турбулентных потоков тепла, подразумевающей стационарные и горизонтально однородные условия. При натекании холодного воздуха с материка на область теплого течения эти условия вряд ли строго выполняются. Оценки возможных погрешностей расчета с этой точки зрения и разработка модифицированной методики, учитывающей нестационарность и горизонтальную неоднородность процесса турбулентного обмена, являются задачами дальнейших исследований. Для расчетов турбулентных потоков над сушей необходимо знать пространственное распределение параметра шероховатости. Над океаном этот параметр полностью определяется скоростью ветра (в стационарных и горизонтально однородных условиях), поэтому эта характеристика подстилающей поверхности не содержалась в выражениях (1)—(4). Над сушей параметр шероховатости в определенных условиях (растительность, песчаные пустыни) также зависит от скорости ветра, но в первом приближении этой зависимостью можно пренебречь. Для целей учета динамического и теплового взаимодействия атмосферы с материковой подстилающей поверхностью в краткосрочном прогнозе погоды гидродинамическими методами Н. В. Серовой была построена схематическая карта параметра шероховатости для района прогноза. Шаг сетки при решении прогностических уравнений в конечных разностях был равен 300 км [1], поэтому каждому узлу сетки приписывалось значение параметра шероховатости, осредненного по площади 300×300 км. Осреднение это проводилось с учетом лесистости, характеристики распределения которой были взяты из [11]. Для поверхности, занятой водой при таком осреднении параметр шероховатости принимался равным нулю в силу его малости по сравнению, скажем, с шероховатостью над лесом. Параметр шероховатости для леса принимался равным 1 м, для безлесной равнины 5 см, для пустыни — 4 см. Естественно, этот схематичный расчет описывал только крупномасштабные изменения параметра шероховатости, при котором выпадали из рассмотрения мезомасштабные особенности распределения, связанные с наличием городов, поселков и т. д. Осреднялись (с весами пропорциональными занимаемым площадям) не непосредственно значения шероховатости, а значения коэффициентов сопротивления на высоте 10 м, определяемые по формулам, соответствующим нейтральной стратификации

$$C(z) = \left(\frac{x}{\ln \frac{z}{z_0}} \right)^2. \quad (16)$$

По осредненным значениям $\bar{C}(10)$ с помощью этой же формулы находились средние значения z_0 и относились к соответствующему

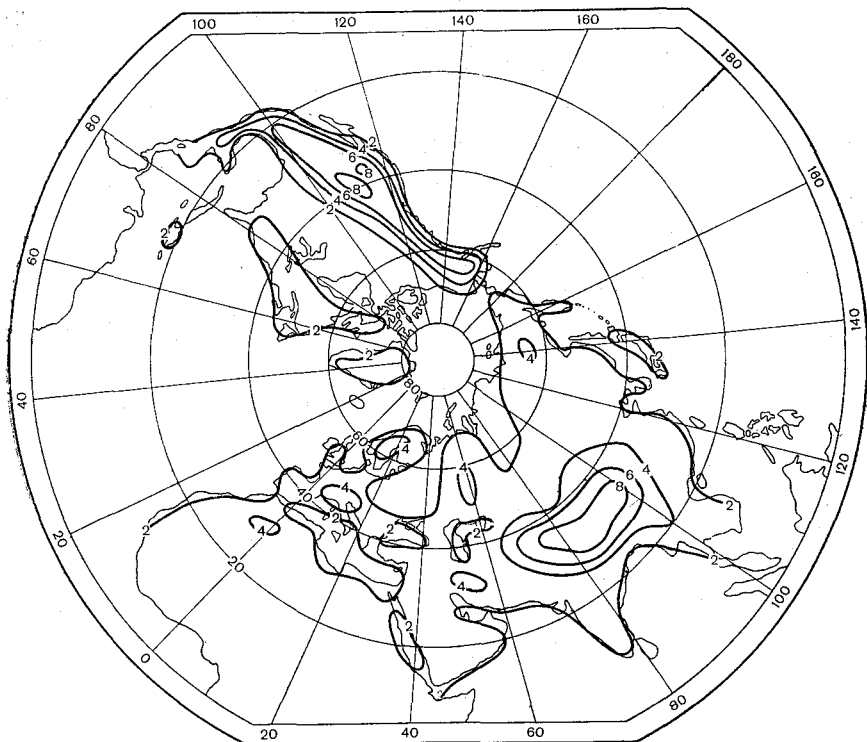


Рис. 3. Карта распределения квадрата геострофического коэффициента трения $(u_* / v_g)^2 \times 10^3$ для северного полушария, по Крессману [12].

Крессмана оказываются близкими друг к другу. Учет влияния гор на развитие погодных процессов в схеме краткосрочного прогноза [1] предполагается выполнять в дальнейшем другим способом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Описание схемы численного анализа и прогноза, оперативно применяемой в СЗ УГМС.—«Труды ГГО», 1975, вып. 353, с. 46—61. Авт.: Т. А. Бушкова, Б. М. Ильин, Г. А. Кобышев, А. А. Кобякова, А. Е. Пригович, Л. В. Руховец.
2. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы, Л., Гидрометеониздат, 1970. 292 с.
3. Дубов А. С. О параметризации процессов в планетарном пограничном слое при численном прогнозе погоды. — «Труды ГГО», 1975, вып. 362, с. 41—49.
4. Атлас теплового баланса земного шара. Под ред. М. И. Будыко. М., Изд. ГГО, 1963, с. 69.

5. Дубов А. С., Малевский-Малевиц С. П., Карачев В. И. Об энергетическом балансе поверхности океана. — «Труды ДВ НИГМИ», 1975, вып. 56, с. 167—177.
6. Дубов А. С., Марунич С. В. О структуре воздушного потока над лесными массивами. — Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1973, т. 9, № 6, с. 647—652.
7. Shuman F. G., Hovermull T. B. An operational six-layer primitive equation forecast model. — „J. Appl. Meteor.“, 1968, v. 7, p. 525—547.
8. Lorens E. N. Simplified dynamic equations applied to the rotating basin experiments. — „J. Atm. Sci.“, 1962, v. 19, p. 39—51.
9. Zilitinkevitch S. S. Resistance laws and prediction equations for the depth of planetary boundary layer. — „J. Atm. Sci.“, 1975, v. 32, N 4, p. 741—752.
10. Simpson T. On some aspects of air—sea interaction in middle latitudes. — „Deep-Sea Res.“, Supl. to v. 16, 1969, p. 233—261.
11. Weltiorestatlas. Zentralinstitut für Forstund Holzwirtschaft. Hamburg, 1949.
12. Cressman G. P. Improved terrain effects in barotropic forecasts. — „Month. Weath. Rev.“, 1960, v. 88, N 9—12, p. 327—342.

С. П. Малевский-Малевич

**К УЧЕТУ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ
ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ В РАСЧЕТЕ
СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ТЕПЛА
ОКЕАН — АТМОСФЕРА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ
ХОЛОДНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ФРОНТОВ**

Как показано в работе [1], при определении средних величин турбулентных потоков тепла океан — атмосфера за некоторый интервал времени, помимо привлечения данных о средних величинах $\Delta\theta$ и u (перепад температур вода — воздух и скорость ветра), необходимо учесть их временную изменчивость (дисперсии), а также данные о вероятности штормовых условий внутри этого интервала. Там же отмечено, что при этом можно пренебречь влиянием взаимной корреляции $\Delta\theta$ и u , поскольку анализ данных наблюдений над океаном обнаруживает в среднем очень слабую связь этих величин. Однако среди разнообразия метеорологических условий над океаном существуют ситуации, при которых эта корреляция может быть достаточно большой, а именно — прохождение холодных атмосферных фронтов. При этом увеличение $\Delta\theta$, обусловленное поступлением холодного воздуха на более теплую поверхность океана, сопровождается одновременно усилением ветра. Возможность пренебрежения корреляцией $\Delta\theta$ и u в таких условиях требует самостоятельной проверки.

Для упрощения выполняемых ниже оценок опустим влияние учета дисперсий $\Delta\theta$ и u и штормовых условий, полагая эти эффекты известными и не связанными с предметом обсуждения. Тогда, считая эффект корреляции несущественным, можно определить турбулентный поток тепла как

$$\bar{P} = c_p \rho \bar{C}_\theta \bar{u} \bar{\Delta\theta}. \quad (1)$$

Здесь \bar{P} — среднее значение турбулентного потока тепла океан — атмосфера за некоторый интервал времени, \bar{C}_θ — коэффициент теплообмена, определенный по средним значениям $\Delta\theta$ и \bar{u} в этом интервале времени.

Влияние корреляции между параметрами выражения (1) в интересующих нас ситуациях (прохождение холодных фронтов), на изменение средних значений \bar{P} можно представить как

$$k = \frac{(\bar{P}')_{\text{хф}}}{(\bar{P})_{\text{хф}}}. \quad (2)$$

Здесь $(\bar{P}')_{\text{хф}}$ — среднее значение турбулентного потока за время прохождения холодных фронтов с учетом взаимной корреляции определяющих параметров. $(\bar{P})_{\text{хф}}$ — то же без учета корреляции [выражение (1)].

Представим $(\bar{P}')_{\text{хф}}$ в виде:

$$\begin{aligned} (\bar{P}')_{\text{хф}} &= c_p \rho \overline{C_\theta \cdot u \cdot \Delta \theta} = \\ &= c_p \rho C_\theta (\bar{u} + u'; \bar{\Delta \theta} + \Delta \theta') (\bar{u} + u') (\bar{\Delta \theta} + \Delta \theta'). \end{aligned} \quad (3)$$

В работе [1] выражение (3) представлено в виде ряда, в котором учтены члены с дисперсиями и опущены члены, описывающие корреляцию параметров. Здесь же наоборот опустим в разложении члены с дисперсиями, так как их значения уже оценены в упомянутой работе, и учтем только эффект корреляции. Тогда

$$(\bar{P}')_{\text{хф}} = c_p \rho \left[\bar{C}_\theta \bar{u} \bar{\Delta \theta} + \left(\frac{\partial C_\theta}{\partial u} \bar{u} + \frac{\partial C_\theta}{\partial \Delta \theta} \bar{\Delta \theta} + \bar{C}_\theta \right) \overline{u' \Delta \theta'} \right]. \quad (4)$$

Используя выражения (1) и (4), получим

$$k = 1 + \left(1 + \frac{\frac{\partial C_\theta}{\partial u} \bar{u} + \frac{\partial C_\theta}{\partial \Delta \theta} \bar{\Delta \theta}}{\bar{C}_\theta} \right) \frac{r_{u \Delta \theta} \cdot \sigma_u \cdot \sigma_{\Delta \theta}}{\bar{u}_{\text{хф}} \cdot \bar{\Delta \theta}_{\text{хф}}}, \quad (5)$$

где $r_{u \Delta \theta}$ — коэффициент корреляции, σ_u и $\sigma_{\Delta \theta}$ — средние квадратические отклонения значений u и $\Delta \theta$ от средних $\bar{u}_{\text{хф}}$ и $\bar{\Delta \theta}_{\text{хф}}$ в рассматриваемый интервал времени.

Используя величины $\frac{\partial C_\theta}{\partial u}$ и $\frac{\partial C_\theta}{\partial \Delta \theta}$, согласно данным, приведенным в [1], и задав $\bar{u} = 10$ м/с и $\bar{\Delta \theta} = 2^\circ$, получим:

$$k = 1 + 1,4 \frac{r_{u \Delta \theta} \cdot \sigma_u \cdot \sigma_{\Delta \theta}}{\bar{u}_{\text{хф}} \cdot \bar{\Delta \theta}_{\text{хф}}}. \quad (6)$$

Для оценки величины k воспользуемся данными наблюдений 12-го рейса НИС «Академик Ширшов» [2]. На рис. 1 представлены величины u и $\Delta \theta$ за 7—10 января 1974 г. (Тасманово море) во время прохождения хорошо выраженного холодного фронта. Коэффициенты корреляции $r_{u \Delta \theta}$ определялись в интервале времени Δt . В результате оказалось, что $r_{u \Delta \theta} = 0,82$; $k = 1,17$.

Если предположить, что разнообразие условий холодных фронтов может изменять $r_{u\Delta\theta}$ от 0,5 до 1, то k при этом изменится от 1,10 до 1,20 при тех же значениях σ_u , $\sigma_{\Delta\theta}$, \bar{u} и $\Delta\theta$.

Такое влияние эффекта взаимной корреляции u и $\Delta\theta$ на расчеты средних значений P является предельным и соответствует условиям непрерывных прохождений холодных фронтов в течении всего периода времени, за который производится осреднение.

Для оценки влияния этого эффекта в климатологических расчетах в реальных условиях необходимо учесть, во-первых, то обстоятельство, что при увеличении u и $\Delta\theta$, связанном с прохожде-

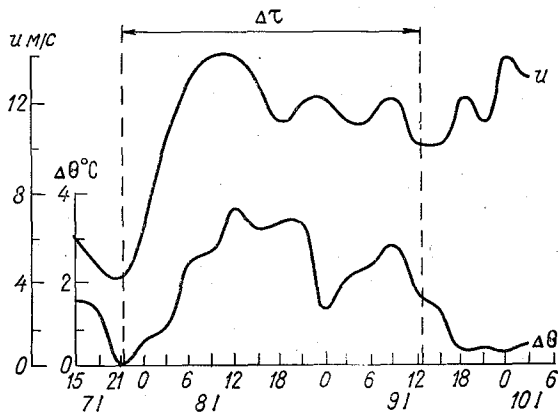


Рис. 1. Величины u и $\Delta\theta$ при прохождении холодного фронта.
Время гринвичское.

нием холодных фронтов, увеличиваются величины P , а, следовательно, эти случаи входят с большим весом в осреднение. Во-вторых, его действительное влияние будет определяться синоптическими условиями рассматриваемого района, т. е. частотой прохождения холодных фронтов. Для оценки первого обстоятельства воспользуемся результатами Зиллмана [4], показавшего на основании обобщения значительного материала, что при прохождении холодного фронта турбулентные потоки тепла возрастают примерно в 4 раза по сравнению со средними значениями. К аналогичной оценке привели результаты обработки наблюдений, приведенные в [2].

Второе обстоятельство можно учесть на основании данных «Атласа океанов» [3], где приводятся средние значения частоты прохождения атмосферных фронтов. Если предположить, что половина из них — холодные фронты, то максимальная повторяемость их (примерно 20 холодных фронтов в месяц) наблюдается в западной части Тихого океана в районе Японии.

Если задать среднее время прохождения фронта равным 6 ч и предположить, что во всех других случаях $r_{u \Delta \theta} = 0$, то можно выполнить оценки влияния взаимной корреляции u и $\Delta \theta$ для климатологических значений P следующим образом:

$$\frac{\bar{P}'}{P} = \frac{Q + (1 - Q)\alpha k}{Q + (1 - Q)\alpha} \quad (7)$$

Здесь Q — вероятность случаев, когда $r_{u \Delta \theta} = 0$ ($Q = 1 - \frac{\Sigma \tau_{\text{хф}}}{\Sigma \tau}$; $\Sigma \tau_{\text{хф}}$ — суммарная продолжительность времени прохождений холодных фронтов внутри рассматриваемого интервала времени $\Sigma \tau$), α — относительное увеличение турбулентных потоков при прохождении холодных фронтов по отношению к средним значениям ($\alpha = 4$).

Тогда, для упомянутого района океана, характеризующегося максимальной повторяемостью фронтов, $\frac{\bar{P}'}{P} = 1,08$, для других районов $\frac{\bar{P}'}{P} = 1,01 - 1,02$. Отсюда следует, что рассматриваемый эффект пренебрежимо мал для большинства районов океана, однако, при некоторых региональных исследованиях его учет может быть целесообразен (например, в исследованиях теплообмена вода — атмосфера в районе дальневосточных морей).

В заключение отметим, что при прохождении теплого фронта можно предположить наличие обратного эффекта, так как увеличение скорости ветра сопровождается уменьшением $\Delta \theta$. Это будет приводить к отрицательным значениям $r_{u \Delta \theta}$ и, следовательно, к величинам $k < 1$. Однако при этом потоки крайне малы вследствие малости $\Delta \theta$, т. е. $\alpha < 1$. Так, по данным Симпсона [5] турбулентные потоки в теплом секторе циклона в 10 раз меньше, чем в холодном. Эта оценка не противоречит упомянутому данным Зиллмана, поскольку последние представляют собой отношение значений потоков при прохождении холодных фронтов к средним климатическим значениям.

Вследствие этого условия прохождения теплых фронтов входят в осреднение по всей совокупности данных с малым весом и поэтому компенсации влияния эффектов положительной и отрицательной корреляции u и $\Delta \theta$ на расчеты климатических значений P не происходит. Поэтому в первом приближении, приведенные выше оценки величин $\frac{\bar{P}'}{P}$ могут быть приняты для всей совокупности возможных синоптических условий над океаном.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О расчете среднемесячных значений потоков тепла и влаги над океаном. — «Метеорология и гидрология», 1973, с. 3—11. Авт.: Н. З. Ариель, Р. С. Бортовский, Э. К. Бютнер, Н. В. Кучеров, Л. А. Строкина.

2. Дубов А. С., Малевский-Малевиц С. П., Карачев В. И. Об энергетическом балансе поверхности океана.—«Труды ДВ НИГМИ», 1975, вып. 56, с. 167—177.
3. Атлас океанов. Тихий океан: М., Министерство Обороны СССР ВМФ, 1974, № 121. с. 302.
4. Zillman I. W. The influence of oceanic and atmospheric fronts on sea-air energy exchange south of Australia.— IAMAP/IAPSO Assambly. Abstracts, 1974. v. 2, Melbourne, p. 108.
5. Simpson T. On some aspects of sea-air interaction in middle latitudes.— „Deep-Sea Res.“, 1969, v. 16, p. 233—261.

М. Д. Дворкина, Б. Н. Егоров, Т. В. Кириллова

НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ О СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ПОЛЕЙ СУММАРНОЙ РАДИАЦИИ И ОБЛАЧНОСТИ НАД ОКЕАНОМ

В известной работе Л. С. Гандина [1] обоснован метод расчета характеристик пространственной статистической структуры метеорологических полей, который широко использовался для аэрологических данных и для ряда наземных метеорологических элементов. Этот же метод применен при получении сведений о статистической структуре наземных актинометрических полей [2, 3]. В частности, произведена оценка одной из основных физико-статистических характеристик — пространственной корреляционной функции, для расчета которой Р. Л. Каганом, И. И. Поляком и Е. Б. Журавлевой составлена программа [4], наиболее полно учитывающая особенности информации о метеорологических (и в равной степени актинометрических) полях. При этом предусмотрено устранение влияния неоднородности полей норм и дисперсий элемента, учитываются пропуски в наблюдениях. Для каждой пары станций рассчитываются коэффициенты корреляции, которые затем осредняются в пределах заранее выбранных градаций расстояний.

В настоящей работе делается попытка оценить некоторые статистические характеристики полей суммарной солнечной радиации и облачности над океаном, основываясь на уже разработанной методике применительно к информации, получаемой с актинометрических станций на континенте.

Как известно, получение регулярной информации о солнечной радиации, поступающей на поверхность океана, невозможно из-за отсутствия стационарных наблюдательных пунктов, которые могли бы образовать некоторую постоянную сеть, подобную наземной сети станций. Данные четырех судов погоды, базирующихся в определенных районах Северной Атлантики и одного судна погоды в северо-восточной части Тихого океана [5] могут служить основой для характеристики радиационного режима лишь отдельных, далеко находящихся друг от друга районов акватории океана.

Актинометрическая информация на океанах, получаемая с движущихся судов в периоды рейсов, характеризуется значительной

неравномерностью распределения в пространстве и непостоянством во времени. Несмотря на большое число рейсов научно-исследовательских судов, освещение актинометрической информацией определенных районов океана оказывается далеко недостаточным для получения характерных средних значений элемента. Можно пытаться с известным приближением, выбрать районы с наибольшей плотностью наблюдений в один и тот же сезон, объединить их по рационально выбранным квадратам и по отношению к полученным средним суточным суммам применить указанную выше методику.

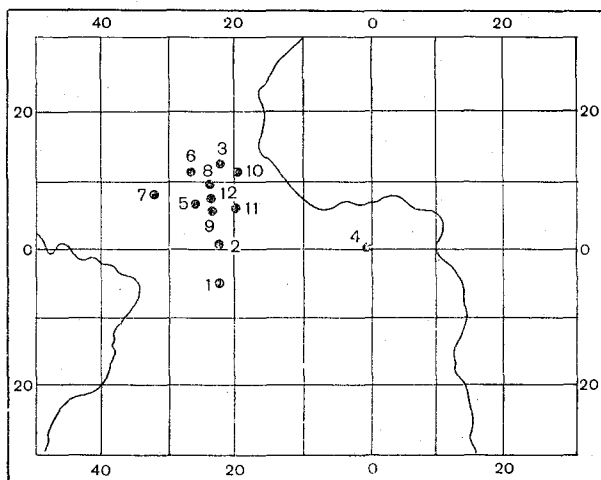


Рис. 1. Схема расположения судов в АТЭП.

Большой интерес представляют актинометрические данные и данные наблюдений за облачностью, полученные во время международного Атлантического тропического эксперимента (АТЭП), проводившегося летом 1974 года. Системы наблюдений АТЭП охватывали площади от нескольких десятков до тысяч кв. км и обслуживались стационарно расположенными судами. К этим материалам, в первую очередь, целесообразно применить изложенный в начале метод изучения полей солнечной радиации и облачности применительно к условиям океана.

За основу нами были взяты данные наблюдений 12 советских судов, схема расположения которых в тропическом и приэкваториальном районах Атлантики представлена на рис. 1. Были использованы суточные значения суммарной радиации (данные самописцев) и средние за светлую часть суток значения общей облачности (из ежечасных наблюдений). Общий объем выборки состоял из 59 значений обоих элементов.

Средние за весь период наблюдений значения суммарной радиации и облачности, а также их стандартные отклонения представлены в табл. 1. Из таблицы видно, что в рассматриваемом районе Атлантического океана за исследуемый период наблюдений средняя дневная облачность составляла 7,5—8,5 баллов в тропической и 4—6 баллов в приэкваториальной зоне (данные судов 1, 2, 4). При этом, как следует из анализа средней квадратической изменчивости σ_N , количество облаков за время наблюдений колебалось

Таблица 1

Средние суточные значения суммарной солнечной радиации (\bar{Q}), кал/см², и общей облачности (\bar{N}), баллы, и их стандартные отклонения (σ) по данным судов АТЭП

Судно	\bar{Q}	σ_Q	\bar{N}	σ_N	Судно	\bar{Q}	σ_Q	\bar{N}	σ_N
1	482	84	5,8	1,8	7	424	116	7,6	1,8
2	509	37	4,1	2,2	8	468	131	7,5	1,6
3	471	82	6,3	2,1	9	430	130	8,3	1,4
4	562	82	5,2	2,4	10	421	155	8,5	1,4
5	465	150	7,5	2,3	11	489	135	7,9	1,4
6	502	94	7,1	2,0	12	498	145	7,1	1,9

в довольно значительных пределах. В зависимости от облачности поступление суммарной радиации на акваторию океана в среднем составляло 425—560 кал/(см²·сут); на долю средней квадратической изменчивости σ_Q приходилось 20—37% в тропической и 7—17% в экваториальной зоне. Полученные результаты находятся в соответствии с характером циркуляции атмосферы над указанными районами Атлантического океана. Главной особенностью атмосферных процессов в районе полигона является непрерывное изменение облачных образований.

В табл. 2 приведены оценки пространственных корреляционных функций над океаном для суточных значений суммарной радиации $\mu'_Q(\rho)$ и общей облачности $\mu'_N(\rho)$, а также оценки взаимной корреляционной функции этих величин $\mu'_{Q,N}(\rho)$. После графического сглаживания функций $\mu'_Q(\rho)$ и $\mu'_N(\rho)$ путем экстраполяции на нуль, выполненной вручную, получены значения коэффициентов корреляции при $\rho=0$. В табл. 2 они помещены в скобках. Они отличаются от 1,0 из-за наличия в исходных данных случайных ошибок наблюдений (ошибок самих измерений и ошибок за счет влияния судна).

По величинам $\mu'_Q(0)$ и $\mu'_N(0)$ произведены оценки меры случайной ошибки наблюдений η (отношение дисперсии ошибки к дисперсии самого элемента): для суточных значений суммарной радиации $\eta_Q=0,02$, для средней суточной общей облачности $\eta_N=0,22$. Заметим, что по данным наземных актинометрических наблюдений

в летнее время мера случайной ошибки наблюдений для аналогичных значений суммарной радиации оказалось равной 0,08 [3].

То обстоятельство, что впервые удалось оценить меру случайной ошибки суточной суммарной радиации над океаном, является важным и интересным фактом. Неоднократно делались предположения о неопределенных и неопределимых ошибках актинометрических наблюдений на судах. Полученная мера ошибки 0,02 свидетельствует о вполне удовлетворительной точности наблюдений сум-

Таблица 2

Авто- и взаимные корреляционные функции суточных значений суммарной радиации (Q) и общей облачности (N) над акваторией океана. Атлантика

Середина градации	$\mu'_Q(\rho)$	$\mu'_N(\rho)$	$\mu'_{QN}(\rho)$
0	(0,98)	(0,82)	-0,65
50	0,96	0,63	-0,69
300	0,27	0,35	-0,26
500	0,08	0,22	-0,14
700	0,02	0,07	-0,02
900	-0,03	0,03	-0,08
1300	0,00	0,06	-0,04
1700	-0,20	-0,03	0,11
2400	0,12	0,08	-0,10

марной радиации в условиях океана. То, что эта ошибка в условиях АТЭП оказалась меньшей, чем при измерениях над поверхностью суши, можно, с нашей точки зрения, объяснить меньшим влиянием на океане *местных условий*, которые определяются рядом факторов — рельефом, ландшафтом, близостью к населенным пунктам и др. Основной вклад в ρ дает на океане, видимо, ошибка самих измерений, которая при регистрации суммарной радиации невелика. Что касается облачности, то существенным оказалось влияние случайных ошибок определения балла общей облачности, что вероятно, следует объяснить визуальным способом наблюдений. К сожалению, подобные оценки для суточных величин общей облачности на суше нам неизвестны и потому не представляется возможным количественно сопоставить меры ошибок на континенте и на океане.

С учетом значений η_Q и η_N получены нормированные пространственные корреляционные функции суточных величин суммарной радиации и облачности над океаном, они представлены на рис. 2. На том же рисунке помещена функция $\mu_Q(\rho)$, вычисленная ранее для суточных величин суммарной радиации по наблюдениям актинометрических станций на суше в летние месяцы [3]. Сравнение

корреляционных функций, полученных по данным экспедиционных наблюдений над акваторией океана и сетевых актинометрических наблюдений на суше может производиться лишь с большим приближением, принимая во внимание, помимо климатических различий районов исследований, существенно больший объем наблюдений на суше. Однако полученные результаты позволяют все же считать, что стационарные судовые наблюдения пригодны для изучения статистических характеристик полей суммарной радиации и облачности над акваторией океана. Пространственные корреляционные функции по мере накопления такого рода данных очевидно будут уточняться, но уже сейчас можно отметить, что существенных отличий в статистической структуре суммарной радиации и облачности над океаном и над сушей не обнаруживается.

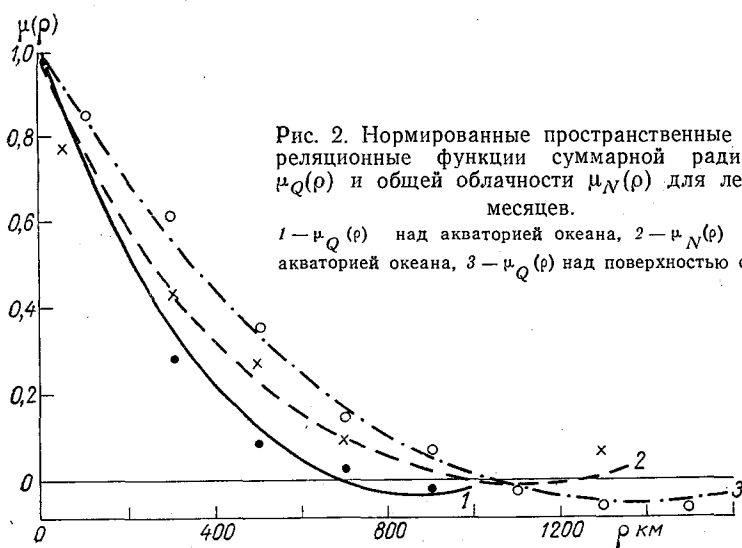


Рис. 2. Нормированные пространственные корреляционные функции суммарной радиации $\mu_Q(\rho)$ и общей облачности $\mu_N(\rho)$ для летних месяцев.
 1 — $\mu_Q(\rho)$ над акваторией океана, 2 — $\mu_N(\rho)$ над акваторией океана, 3 — $\mu_Q(\rho)$ над поверхностью суши.

Взаимная корреляционная связь (обратная) между суммарной радиацией и общей облачностью в летнее время над акваторией океана оказалась достаточно высокой — коэффициенты корреляции на малых расстояниях близки к $-0,70$ (табл. 2). Необходимо при этом напомнить, что приходящая солнечная радиация зависит не только от количества общей облачности, но и от формы облаков, их расположения на небосводе.

Над океаном зависимости $\mu_Q(\rho)$ и $\mu_N(\rho)$, представленные на рис. 2, получены впервые. Расстояния, на которых $\mu_Q(\rho)$ становятся равными нулю, на океане и суше получились различными: на океане — 700 км, на суше — 1000 км. Вследствие однородности подстилающей поверхности океана можно было ожидать обратное соотношение. Однако особенности внутритропической зоны конвер-

генции, характеризующейся слиянием пассатов северо-восточного и юго-восточного направлений и, как следствие, непрерывным образованием и распадом облачности, пространственные системы которой имеют спектр от 100 до 1000 км, приводят к тому, что суммарная радиация и облачность испытывают значительную пространственную изменчивость, превосходящую изменчивость в умеренных районах континента. Различия в характере подстилающей поверхности отходят при этом на второй план.

Большое практическое значение могло бы иметь использование актинометрических данных с движущихся судов для получения статистических характеристик поля суммарной радиации. Как было

Таблица 3

Автокорреляционные функции суточных значений суммарной радиации. Тихий океан

Экватор		Меридиан 180°	
$r_{км}$	$\mu_Q(\rho)$	$r_{км}$	$\mu_Q(\rho)$
500	0,415	900	0,209
900	-0,239	2100	-0,217
1500	0,033	3300	-0,213
2500	0,126	4500	-0,094
3500	-0,097	—	—

указано в начале статьи, плотность актинометрических наблюдений в различных районах океана очень неравномерна. Нам удалось по наблюдениям в рейсах на судах «Воейков» и «Шокальский» в Тихом океане за период 1969—1972 гг. выделить два района, вытянутых вдоль экватора и вдоль меридиана 180°, где плотность наблюдений была наибольшей. Данные о дневной (суточной) суммарной радиации объединялись следующим образом. Вдоль экватора выделялась зона шириной в 10° (от 5 с. ш. до 5° ю. ш.). Расстояние от 164 в. д. до 153° з. д. было разбито на 5 частей и для средней точки каждого из пяти районов вычислялись значения корреляционной функции. Всего было использовано 216 суточных сумм, полученных на протяжении всего периода наблюдений без деления на сезоны (поскольку сезонный ход радиации в экваториальных районах океана незначителен).

Десятиградусная зона вдоль меридиана 180° от 0 до 40 с. ш. была разбита на 4 района. В каждом из них было объединено по 40 дневных сумм суммарной радиации, полученных в зимние (декабрь — февраль) месяцы. Для середины каждого района были рассчитаны коэффициенты пространственной корреляции. Результаты расчетов представлены в табл. 3. Экстраполяция на нуль автокорреляционных функций для оценки случайных ошибок в данном случае с расстояний 500 и 900 км ненадежна. К тому же в пределах

выбранных градаций полученные коэффициенты автокорреляции нельзя принять статистически значимыми. Таким образом, вышеприведенные данные свидетельствуют о том, что даже в районах, максимально освещенных информацией с движущихся судов, получить статистические характеристики поля радиации в настоящее время не представляется возможным.

Из изложенного следует, что при изучении статистических характеристик поля радиации на акватории океана основной базой могут являться лишь наблюдения в стационарных точках. При этом использование даже ограниченных по времени экспедиционных наблюдений приводит к надежным результатам и имеет несомненные преимущества по сравнению с информацией, получаемой с движущихся судов. В настоящее время важно иметь текущую актинометрическую информацию не только на континентах, но и на океанах. Одной из задач является возможность пространственной интерполяции актинометрических характеристик, что возможно при наличии систематических наблюдений в постоянно действующих точках. Такие наблюдения следует организовать на научно-исследовательских судах погоды (НИСП). Нельзя не отметить здесь, что неоценимую помощь для изучения полей суммарной радиации и облачности оказывает организация комплексных экспериментов в океане с участием ряда судов, стационарно базирующихся в различных пунктах океана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г ан д и н Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Л., Гидрометеоиздат, 1963, с. 285.
2. В и н н и к о в К. Я. К вопросу об объективном анализе полей актинометрических величин. — «Труды ГГО», 1967, вып. 208, с. 88—95.
3. В и н н и к о в К. Я., Д в о р к и н а М. Д. Оценки точности оптимальной интерполяции суммарной радиации по измерениям на мировой актинометрической сети. — «Труды ГГО», 1971, вып. 287, с. 35—41.
4. Ж у р а в л е в а Е. Б., К а г а н Р. Л., П о л я к И. И. Вычисление автокорреляционных функций по нескольким реализациям процесса. — «Труды ГГО», 1971, вып. 289, с. 20—28.
5. Справочник «Солнечная радиация и радиационный баланс (мировая сеть)», ежегодные данные 1964—1968. Л., 1970, с. 598.

Б. Г. Вагер, В. В. Гедрич, Е. Д. Надежина

ОСОБЕННОСТИ РЕЖИМА ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЗДУШНОЙ МАССЫ НАД ЧЕРЕДУЮЩИМИСЯ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ПОВЕРХНОСТИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДЛИНЫ

На основе общей теории стационарной трансформации воздушной массы, предложенной в [1, 2], может быть решен целый ряд задач, интересных с практической точки зрения. В частности, нельзя не обратить внимания на то обстоятельство, что реальная земная поверхность — это пестрая поверхность, покрытая неоднородностями разных линейных размеров. Между тем, при построении моделей турбулентных течений в пограничном слое атмосферы чаще всего опрощаются случаию однократной смены свойств поверхности. Лишь в работах [3, 4, 5] рассмотрено изменение характеристик потока, движущегося над поверхностью, состоящей из нескольких, различных по своим свойствам, участков. Однако в работе [5] решается только задача динамической трансформации, когда переменным свойством поверхности является ее шероховатость. В работе [3] рассмотрено изменение влажности в потоке, перемещающемся над поверхностью, состоящей из чередующихся полос льда и воды. Работа [4] посвящена вопросу трансформации температуры воздуха.

Попытаемся оценить режим турбулентного пограничного слоя, формирующегося над неоднородной поверхностью, динамические и тепловые свойства которой изменяются в комплексе, одновременно. При этом длина разнородных участков поверхности считается заданной и может изменяться произвольно.

Постановка задачи аналогична принятой в работе [1]. Процесс описывается системой уравнений, состоящей из: 1) уравнений движения для u и v -компонент средней скорости ветра, 2) уравнения неразрывности, 3) уравнений переноса тепла и влаги и 4) уравнения баланса энергии турбулентности. Система уравнений замыкается с помощью полуэмпирического соотношения для масштаба турбулентности (l) и известных соотношений Колмогорова, связывающих энергию турбулентности (b) с масштабом турбулентности и диссипацией (ϵ). Предполагается, что в набегающем потоке уста-

новился квазистационарный режим, характеристики которого рассматриваются так, как это сделано, например, в [2]. При постановке условий на верхней границе течения предполагается, что возмущения, вызванные неоднородностью поверхности, затухают с высотой. Переменные характеристики поверхности: температура, влажность и шероховатость задаются ступенчатой функцией горизонтального расстояния x .

Уравнения и граничные условия приводятся к безразмерному виду. При этом в силу особенностей рассматриваемого физического процесса считается целесообразным выделить отдельные масштабы длины для вертикального (z) и горизонтального (x) направлений (направление оси x совпадает с направлением геострофического ветра, ось z направлена вертикально вверх).

Безразмерная система уравнений записывается таким образом:

$$\frac{H}{x_0} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{H}{x_0} w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\lambda H}{u_0} v, \quad (1)$$

$$\frac{H}{x_0} u \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{H}{x_0} w \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\lambda H}{u_0} (u - 1), \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \theta, \quad (3)$$

$$\frac{H}{x_0} u \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{H}{x_0} w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \theta}{\partial z} + \gamma_x \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\frac{H}{x_0} u \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{H}{x_0} w \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial q}{\partial z} + \gamma_x \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial q}{\partial x}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{H}{x_0} u \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{H}{x_0} w \frac{\partial b}{\partial z} - k \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 - \frac{g}{T} \frac{\theta_0 H}{u_0^2} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] = \\ = -cb^2/k + \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial b}{\partial z}. \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнениях (1)–(6) нормировка выполнена в соответствии со следующим выбором масштабов для переменных величин:

$$u_n = G; \quad w_n = \frac{GH}{x_n}; \quad k_n = GH; \quad x_n = L; \quad z_n = H;$$

$$\theta_n = T_H; \quad q_n = q_m(T_H); \quad b_n = G^2;$$

x, z — безразмерные координаты; $\theta = \frac{T - T_H}{T_H}$; $k = l\sqrt{b}$; $\varepsilon = \frac{b^{3/2}}{l}$.

Здесь H — высота пограничного слоя; G — геострофический ветер, T_H — температура на уровне H , L — длина неоднородного участка, $\gamma_x = \frac{k_x H}{G L^2}$. Уравнения (1)–(6) записаны в предположении, что производные от всех величин в поперечном направлении и члены

в уравнениях (1), (2), (6), отражающие влияние горизонтальной диффузии, малы.

Таким образом, подстилающая поверхность считается однородной по оси y , по оси x — она представлена отрезками разной длины, характеристики которых заданы. Например, поверхность может быть стилизована так, как показано на рис. 1.

Наличие второй производной по x в уравнениях (4) и (5) создает дополнительные трудности при решении этих уравнений. Метод, описанный в [1, 2], может быть использован в данном случае только если задача будет сформулирована как задача Коши,

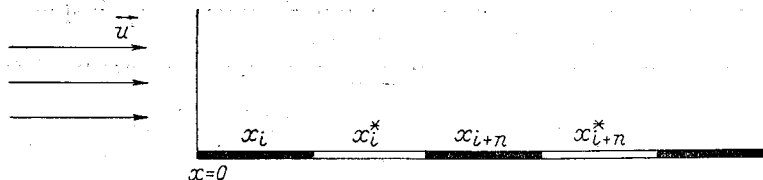


Рис. 1. Пример «пестрой» поверхности.

x_i ; x_{i+n} — нагретые участки; x_i^* ; x_{i+n}^* — холодные участки.

т. е. в точке $x=0$ будут заданы и значения искомых функций θ и q , и их производные. Это обедняет физическое содержание задачи, так как не позволяет учесть влияния горизонтальной диффузии, направленной навстречу потоку. Однако, в качестве первого приближения для оценок нами была использована именно такая формулировка задачи.

Краевые условия, необходимые для решения данной системы уравнений, выглядят следующим образом

$$\begin{aligned}
 u = v = w|_{z=z_0} = 0, \quad \partial b / \partial z|_{z=z_0} = 0, \\
 \theta|_{x=x_i} = A_1 = \text{const}, \quad q|_{x=x_i} = B_1 = \text{const}, \\
 \theta|_{x=x_{i+n}} = A_2 = \text{const}, \quad q|_{x=x_{i+n}} = B_2 = \text{const}.
 \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $A_1 \neq A_2$ и $B_1 \neq B_2$

$$u|_{z=1} = 1, 0, \quad v|_{z=1} = 0, \quad \theta = q|_{z=1} = 0, \quad b|_{z=1} = 0, \quad (8)$$

$$u|_{x=0} = u'(z), \quad b|_{x=0} = b'(z), \quad k|_{x=0} = k'(z)$$

$$\theta|_{x=0} = \theta'(z), \quad q|_{x=0} = q'(z), \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (9)$$

Система уравнений (1) — (6) решалась численно — методом, описанным в [1].

Рассмотрим результаты некоторых численных экспериментов.

Наибольший интерес для практических целей представляет анализ полей температуры и влажности. В данной постановке —

при задании удельной влажности на поверхности — рассчитанное поле безразмерной удельной влажности будет полностью совпадать с полем температуры. Поэтому ограничимся обсуждением последнего. Как говорилось выше, оценки трансформации поля температуры обычно проводят в предположении, что длина неоднородного участка бесконечна по оси x . На рис. 2 показаны изотермы, проведенные по расчетным значениям температур для случая, когда свойства поверхности изменяются один раз по x , и для случая чередующихся неоднородностей. Очевидно, что под

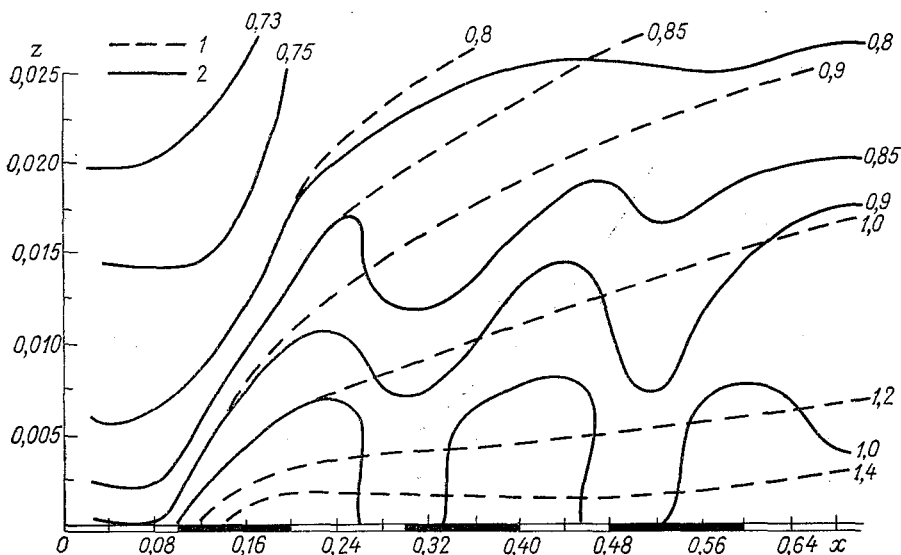


Рис. 2. Поле температуры трансформирующейся воздушной массы.

1 — характеристики поверхности меняются один раз в точке $x=0$, 2 — поверхность составлена из чередующихся неоднородностей.

влиянием чередования неоднородностей поле температур (также, как и поле влажности) существенно искажается. Обычная теория трансформации, не учитывающая пестроту поверхности, на которую переходит квазистационарная воздушная масса, может быть применена для оценок температуры в приземном слое атмосферы ($z < 0,1 H$) до горизонтальных расстояний, не превышающих середины длины первого неоднородного участка. Анализ показывает, что возмущения температуры, вызванные неоднородностями малых размеров ($x_i \sim 0,1H$), также, как и более крупными неоднородностями ($x_i \cong 0,2H$) затухают приблизительно на высоте $0,1H$. Возмущение на высотах, естественно, определяется заданным скачком температуры на поверхности. Так, при $\frac{\theta_{x_{i+n}}}{\theta_{x_i}} = 2,0$ возмущения температуры на высоте $0,004H$ составляют 60%, при изме-

нении θ на поверхности в 1,5 раза эти возмущения составляют только 40%.

Существенное влияние на скорость убывания температурных возмущений и их значение оказывает шероховатость поверхности, которая входит в краевые условия задачи как высота уровня прилипания. Увеличение шероховатости нагретого участка приводит к увеличению коэффициента обмена и сглаживанию температурных возмущений на высотах.

Представляют интерес средние и интегральные характеристики «пестрых» участков поверхности. В частности, к ним относятся

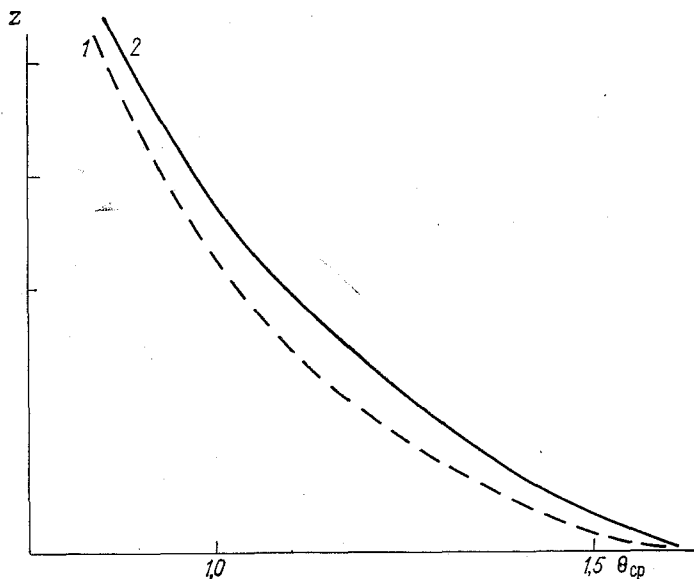


Рис. 3. Средние профили температуры для участка длиной L .

$$1 - L = x_i + x_{i+n} + x_i + x_{i+n} + \frac{1}{2} x_i, \quad \Sigma x_i/L = 0,56; \quad 2 - L = x_{i+n} + 2,5 x_i + x_{i+n}, \quad \Sigma x_i/L = 0,56.$$

средняя температура определенного уровня и суммарный турбулентный поток тепла или влаги с участка заданной длины, составленного из чередующихся неоднородностей. Приведем расчеты безразмерного потока тепла для трех различных типов «пестрой» поверхности. Во всех случаях суммарное испарение рассчитывалось с участка длиной $0,9 H$. В первом случае участок был составлен из пяти равновеликих нагретых и холодных полос, во втором случае нагретые полосы были в 2,5 раза шире холодных, в третьем случае нагретые и холодные полосы снова были равны, но участок начался с теплой полосы, а не с холодной. Значения безразмерного потока тепла для этих случаев соответственно равны: 0,64; 0,90

и 0,72. Следовательно количество и ширина полос существенно изменяют суммарное испарение. Существенны также свойства первой полосы, на которую перемещается трансформирующаяся воздушная масса. Последний результат подтверждает вывод, содержащийся в работе [3] и полученный при расчетах на основе аналитической схемы решения суммарного испарения с водоема, покрытого льдом.

Рис. 3 иллюстрирует изменение среднего (по x) профиля температуры в зависимости от ширины нагретых полос, размещающихся внутри участка заданной длины. При этом отношение площади нагретых полос к общей площади участка, для которого вычисляется средний профиль температуры, остается неизменным,

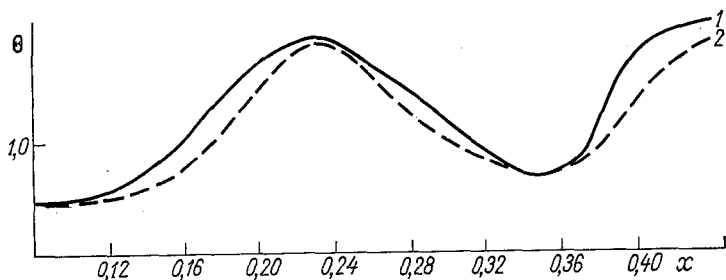


Рис. 4. Изменение температуры вниз по потоку на высоте $z=0,02 H$.

1 — с учетом горизонтальной диффузии, 2 — без учета горизонтальной диффузии.

следовательно, для двух рассматриваемых случаев остается одинаковой и температура поверхности интересующего нас участка. Несмотря на это, эффект влияния чередования полос проявляется на рис. 3 довольно заметно.

Когда неоднородные участки поверхности малы, существенной становится роль горизонтальной диффузии. Приближенная оценка этого эффекта показывает, что только при больших значениях горизонтального коэффициента турбулентного обмена (k_x) (в приводимых примерах $\gamma_x = \frac{k_x H}{GL^2} \sim 2-5$, что соответствует значениям при $x_i \sim 50$ м $k_x \sim 50$ м²/с) наличие горизонтальной диффузии может заметно исказить поле характеристик приземного слоя. Так, показанная на рис. 4 кривая зависимости температуры на уровне $z=0,02 H$ от горизонтального расстояния несколько сглаживается в случае учета горизонтального турбулентного обмена при расчетах.

Предложенная модель может быть применена при расчетах характеристик пограничного слоя над орошенными участками, не полностью залитыми водой; при оценке влияния озеленения на микроклимат городских районов и т. п.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вагер Б. Г., Надежина Е. Д. Изменение режима планетарного пограничного слоя под влиянием изменения влажности поверхности.—«Труды ГГО», 1973, вып. 297, с. 165—172.
2. Вагер Б. Г., Надежина Е. Д. Численные эксперименты по расчету горизонтально-неоднородного планетарного пограничного слоя.— «Труды ГГО», 1975, вып. 326, с. 11—19.
3. Симонов В. В. О суммарном испарении с водоема при наличии ледяных полей.— «Труды ГГО», 1968, вып. 226, с. 46—56.
4. Цейтин Г. Х. К вопросу о трансформации температуры воздуха над территорией города.— «Труды ГГО», 1975, вып. 326, с. 30—42.
5. Blom J., Wartena L. The influence of changes in surface roughness on the development of the turbulent layer in the lower layers of the atmosphere.— „J. Atm. Sci.”, 1969, v. 26, N 2, p. 411—423.

В. В. Симонов

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА В МОДЕЛИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Одним из недостатков теории строения пограничного слоя атмосферы, базирующей на гипотезах Прандтля и Буссинеска, является обращение в нуль турбулентного потока любой субстанции при нулевом ее градиенте [8—11]. С этой точки зрения более привлекательным является подход, при котором теория строения пограничного слоя содержит уравнения для вторых моментов, так что величины потоков определяются из соответствующих уравнений переноса [11—14]. Хотя увеличение числа уравнений делает модель более универсальной, получить замкнутую систему без тех или иных дополнительных гипотез все равно не удастся. Требуется привлечение новых, как правило, более сложных и значительно труднее проверяемых экспериментально предположений и допущений. При этом значительно увеличивается количество различного рода коэффициентов пропорциональности.

Обойти упомянутый выше недостаток теории Прандтля можно несколько иным путем. В данной работе также рассматривается модель пограничного слоя атмосферы, в которой турбулентные потоки различных субстанций не обязательно обращаются в нуль на тех уровнях, где отсутствуют первые производные этих величин. Но при этом все построение осуществляется в рамках классической теории пути смешения.

Поместим начало координат на уровне подстилающей поверхности, направим ось z вертикально вверх и рассмотрим на высоте z_1 горизонтальную площадку достаточно большой протяженности. При своем движении ее пересекают различные вихри, которые создают на этой высоте определенный уровень турбулентности. Обозначим через w' и l' пульсацию вертикальной скорости и путь смешения индивидуального вихря, через σ' и $\bar{\sigma}$ — пульсацию и среднее значение субстанции σ . Стрелки при буквенных обозначениях, появляющиеся ниже, указывают в каком направлении движется вихрь, связанный с данной характеристикой. Полагая путь смешения положительной величиной и следуя обычным представле-

ниям теории Прандтля, для пульсаций, создаваемых на высоте z_1 вихрями, движущимися сверху вниз, получаем:

$$\sigma'_\downarrow = \bar{\sigma}(z_1 + l') - \bar{\sigma}(z_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} l'^n \frac{d^n \bar{\sigma}}{dz^n}. \quad (1)$$

Аналогично для пульсаций, создаваемых вихрями, движущимися снизу вверх:

$$\sigma'_\uparrow = \bar{\sigma}(z_1 - l') - \bar{\sigma}(z_1) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!} l'^n \frac{d^n \bar{\sigma}}{dz^n}. \quad (2)$$

Обозначим через $j_\uparrow = \rho \overline{w'_\uparrow \sigma'_\uparrow}$ турбулентный поток, создаваемый вихрями, движущимися снизу вверх, через $j_\downarrow = \rho \overline{w'_\downarrow \sigma'_\downarrow}$ — сверху вниз и через $j = j_\uparrow - j_\downarrow$ — результирующий поток на уровне z_1 . Подставляя сюда выражения (1) — (2) находим:

$$j = -\rho \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)!} \left[\overline{w'_\uparrow l'^{(2n-1)}} + \overline{w'_\downarrow l'^{(2n-1)}} \right] \frac{d^{2n-1} \bar{\sigma}}{dz^{2n-1}}. \quad (3)$$

Таким образом, из теории пути смещения следует, что турбулентный поток определяется нечетными производными от профиля средней величины.

Ограничиваясь двумя первыми членами разложения, получаем:

$$j = -\rho \left[\left(\overline{w'_\uparrow l'} + \overline{w'_\downarrow l'} \right) \frac{d \bar{\sigma}}{dz} + \frac{1}{6} \left(\overline{w'_\uparrow l'^3} + \overline{w'_\downarrow l'^3} \right) \frac{d^3 \bar{\sigma}}{dz^3} \right]. \quad (4)$$

Продолжая аналогично дальше и обозначая

$$\left(\overline{w'_\uparrow l'} + \overline{w'_\downarrow l'} \right) = K(z); \quad \frac{1}{6} \left(\overline{w'_\uparrow l'^3} + \overline{w'_\downarrow l'^3} \right) = L(z); \quad (5)$$

приходим к двухчленной формуле для турбулентного потока:

$$j = -\rho \left(K \frac{d \bar{\sigma}}{dz} + L \frac{d^3 \bar{\sigma}}{dz^3} \right). \quad (6)$$

Если в предыдущих формулах под l' понимать некоторый средний в слое $(z_1 \pm 1)$ путь смещения l и определить величину пульсаций на уровне z_1 независимо от направления движения вихрей как полусумму σ'_\uparrow и σ'_\downarrow , то получим:

$$\bar{\sigma}' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n!} l^{2n} \frac{d^{2n} \bar{\sigma}}{dz^{2n}}.$$

Чтобы выполнялось условие $\bar{\sigma}' = 0$, также как и в формуле для турбулентного потока, в разложениях (1) — (2) следует оставить только нечетные производные.

В теории Прандтля величина w' выражается через абсолютные значения вертикальных градиентов средней горизонтальной скорости потока \bar{u} :

$$w' = l \left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right| + \frac{l^3}{6} \left| \frac{d^3\bar{u}}{dz^3} \right|.$$

Тогда:

$$K = 2l^2 \left(\left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right| + \frac{l^2}{6} \left| \frac{d^3\bar{u}}{dz^3} \right| \right); \quad (7)$$

$$L = \frac{Kl^2}{6}. \quad (8)$$

В дальнейшем, если не оговорено особо, черта осреднения опускается.

Как видно из (7)—(8) даже в рамках первоначальной теории Прандтля и обычный коэффициент турбулентности $K(z)$, и коэффициент перед третьей производной $L(z)$ не обязательно обращаются в нуль при отсутствии градиента средней скорости. Однако более существенным результатом, как нам кажется, является формула (6), согласно которой турбулентный поток может оказаться отличным от нуля даже при отсутствии градиента среднего значения рассматриваемой субстанции. Более того, не исключена ситуация, когда направление потока и градиента будут противоположными.

Таким образом, турбулентные потоки количества движения τ_x и τ_y , турбулентной энергии F и тепла P рассчитываются по формулам:

$$\frac{\tau_x}{\rho} = K \frac{du}{dz} + L \frac{d^3u}{dz^3}; \quad (9)$$

$$\frac{\tau_y}{\rho} = K \frac{dv}{dz} + L \frac{d^3v}{dz^3}; \quad (10)$$

$$F = -\alpha_b \left(K \frac{db}{dz} + L \frac{d^3b}{dz^3} \right); \quad (11)$$

$$P = -\alpha_T \rho c_p \left[K \left(\frac{dT}{dz} + \gamma_p \right) + L \frac{d^3T}{dz^3} \right]; \quad (12)$$

в которых: u, v — составляющие средней скорости по осям x и y ; b — турбулентная энергия; T — температура; γ_p, α_b и α_T — известные константы.

Как и обычно примем, что скорость диссипации турбулентной энергии в тепло $\varepsilon(z)$, коэффициенты турбулентности $K(z)$ и при третьей производной $L(z)$ являются функциями масштаба $l(z)$

и энергии турбулентности. Примем, что для K и ε остаются справедливыми формулы:

$$K = c^{1/4} l \sqrt{b}; \quad (13)$$

$$\varepsilon = c^{3/4} \frac{b^{3/2}}{l}; \quad (14)$$

а для L из анализа размерностей получим:

$$L = c_L l^3 \sqrt{b}. \quad (15)$$

Константа c определяется по экспериментальным данным, но к сожалению, диапазон полученных и используемых в различных работах значений является пока весьма широким. То же самое можно сказать о параметре α_b [1, 2, 11—14]. Константа c_L выбиралась на основе численных экспериментов так, чтобы во всех рассмотренных случаях в нижней части пограничного слоя атмосферы значения вторых слагаемых в формулах (9)—(12) были на 2—3 порядка меньше первых. В данной работе расчеты проводились при $\alpha_b = 1,0$; $c = 0,1$; $c_L = 10^{-3}$.

Для расчета масштаба турбулентности имеется большой выбор различных формул и соотношений. Широко известными являются, в частности, формулы Лайхтмана — Зилитинкевича [3]

$$l = -\kappa \frac{\psi}{\psi'}; \quad \psi = \frac{\sqrt{b}}{l}; \quad (16)$$

и Блэкедара [15]

$$l = \frac{\kappa z}{1 + \kappa |\lambda| z (0,27 \cdot 10^{-3} G)^{-1}}. \quad (17)$$

Здесь κ — постоянная Кармана, λ — параметр Кориолиса, G — скорость геострофического ветра. Л. П. Быкова [4] ввела в более общую формулу (16) по аналогии с (17) поправочный множитель $(1 + \alpha z)^{-1}$, в котором α в общем случае — функция числа Россби и стратификации. Из этой работы, а также из [5] следует, что такая модифицированная формула дает для пограничного слоя более разумные результаты. Однако, сопоставляя экспериментальные данные с расчетами, выполненными при различных моделях для масштаба турбулентности, Р. Х. Кларк [6] отмечает неудовлетворительность (16) и (17) и рекомендует зависимость:

$$l(z) = \frac{l_1}{b_1 z_1} b z, \quad (18)$$

где l_1 , b_1 и z_1 — заданные величины. Схема позволяет проводить расчеты по любой из этих формул. Численные эксперименты по выявлению наиболее оптимальной зависимости для $l(z)$ применительно к системе уравнений 4-го порядка не проводились. Учитывая, что основной целью данной работы является изучение возмож-

ности применения в теории строения пограничного слоя атмосферы нелинейной системы уравнений 4-го порядка, масштаб турбулентности задается простейшей зависимостью:

$$l = (l_{\pi} + a_1 z) \left(1 - \frac{z}{H}\right)^m; \quad a_1 = \kappa + \frac{m l_{\pi}}{H}. \quad (19)$$

Формула (19) при $m > 1,0$ обеспечивает выполнение условий: $l = l_{\pi}$, $dl/dz = \kappa$ при $z = 0$; $l = dl/dz = 0$ при $z = H$. Такое поведение масштаба турбулентности на верхней границе пограничного слоя H было выбрано из-за отсутствия физически обоснованных аргументов, опровергающих довольно разумное соображение о том, что с исчезновением турбулентной энергии не имеет смысла говорить о других характеристиках турбулентного обмена. Иное дело, когда речь идет о соответствии результатов теории и эксперимента. Введение некоторого перемешивания на высоте $z = H$ может оказаться полезным для улучшения результатов численных расчетов. При этом большое значение имеет выбранная модель для $l(z)$, исходная постановка задачи в целом, метод решения и т. д. Например, в работе [13] отмечается, что на результаты расчетов величина $l(H)$ влияет мало и только для простоты она полагается равной нулю, хотя автор не отрицает варианта $l(H) \neq 0$. В то же время Кларк [6] подчеркивает заметное улучшение результатов счета, которое дает введение на верхней границе слоя остаточного коэффициента турбулентности (при отсутствии турбулентной энергии), определяемого методом проб и ошибок. Детальных проработок по этому вопросу в данной работе не проводилось и все расчеты выполнялись по формуле (19) при $m = 1,05$.

Если направить ось x по изобаре, то строение стационарного, горизонтально-однородного и нейтрально-стратифицированного пограничного слоя атмосферы описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{d}{dz} \left(L \frac{d^3 u}{dz^3} + K \frac{du}{dz} \right) + \lambda v = 0; \quad (20)$$

$$\frac{d}{dz} \left(L \frac{d^3 v}{dz^3} + K \frac{dv}{dz} \right) - \lambda u = -\lambda G; \quad (21)$$

$$\alpha_b \frac{d}{dz} \left(L \frac{d^3 b}{dz^3} + K \frac{db}{dz} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\tau_x \frac{du}{dz} + \tau_y \frac{dv}{dz} \right) = \varepsilon, \quad (22)$$

из которой видно, что для расчета составляющих скорости и энергии турбулентности требуется 4 граничных условия для каждой характеристики.

Начало координат располагается на уровне шероховатости подстилающей поверхности z_* , так что нижние граничные условия ставятся при $z = 0$. При проведении численных расчетов это обеспечивает неизменность сетки по вертикали при варьировании значений z_* . Кроме того, если рассматривать, например, приповерхностный слой трения в водоеме и принять, что система (20) — (22) относится к водной толще ниже слоя волнения, то более наглядной, как нам

кажется, является величина l_{Π} — масштаб турбулентности при $z=0$, а не шероховатость. В данной работе принимается, что $l_{\Pi} = \kappa z_*$.

На нижней границе пограничного слоя атмосферы очевидным можно считать условие прилипания:

$$u = v = 0. \quad (23)$$

Граничное условие для турбулентной энергии вытекает с учетом (14) — (15) из уравнения баланса турбулентной энергии:

$$b^2 = b_{\Pi}^2 = \frac{K}{c} \left(u_*^2 \frac{du}{dz} + v_*^2 \frac{dv}{dz} \right). \quad (24)$$

Если положить $u_*^2 = -K \frac{du}{dz}$ и $v_*^2 = K \frac{dv}{dz}$, то из (24) следует обычное условие при $z=0$: $b = c^{-1/2} \omega_*^2$, где $\omega_*^2 = \sqrt{u_*^4 + v_*^4}$. Оставшиеся граничные условия легко сформулировать на верхней границе пограничного слоя. Полагая, что здесь возмущения, связанные с наличием нижней стенки затухают, логично потребовать:

$$u = G, \quad v = 0, \quad b = 0, \quad u' = v' = 0, \quad b' = 0; \quad (25)$$

$$u''' = v''' = 0, \quad b''' = 0. \quad (26)$$

Однако с технической точки зрения более реальной является постановка, при которой два из четырех граничных условий ставятся наверху и два — при $z=0$. При этом могут иметь место различные варианты. В частности, в качестве второго граничного условия на нижней стенке можно задавать потоки u_* , v_* и F_{Π} , численные значения которых контролировать выполнением равенств (26). В данной работе рассматривается более простой случай. Вместо (26) задаются нулевые третьи производные при $z=0$, что как-то оправдывается хорошим выполнением у стенки условий:

$$u_*^2 = K \frac{du}{dz}; \quad K = \kappa u_* z.$$

Перейдем к безразмерным переменным по формулам типа $z = z_0 \tilde{z}$, $u = u_0 \tilde{u}$ и т. д., выбрав в качестве характерных масштабов такие:

$$\begin{aligned} z_0 &= H, \quad l_0 = \kappa H, \quad u_0 = v_0 = G, \\ K_0 &= \lambda H^2, \quad L_0 = \lambda H^4, \quad b_0 = c^{-1/2} (\lambda H)^2, \\ \tau_0 &= \rho \lambda H G, \quad F_0 = \alpha_b c^{-1/2} (\lambda H)^3, \\ \Gamma_0 &= \lambda G^2, \quad \varepsilon_0 = \lambda^3 H^2. \end{aligned}$$

Теперь исходная система уравнений и граничных условий запишется следующим образом:

$$\frac{d\tilde{\tau}_x}{dz} + \tilde{v} = 0, \quad \tilde{\tau}_x = \tilde{K} \frac{d\tilde{u}}{dz} + \tilde{L} \frac{d^3\tilde{u}}{dz^3}; \quad (27)$$

$$\frac{d\tilde{\tau}_y}{dz} - \tilde{u} = -1, \quad \tilde{\tau}_y = \tilde{K} \frac{d\tilde{v}}{dz} + \tilde{L} \frac{d^3\tilde{v}}{dz^3}; \quad (28)$$

$$\tilde{\alpha} \frac{d\tilde{F}}{dz} + \frac{\tilde{b}^2}{\tilde{K}} - \frac{\tilde{T}_\Gamma}{\tilde{\gamma}^2} = 0, \quad \tilde{F} = -\tilde{K} \frac{d\tilde{b}}{dz} - \tilde{L} \frac{d^3\tilde{b}}{dz^3}; \quad (29)$$

$$\tilde{K} = \alpha \tilde{l} \sqrt{\tilde{b}}; \quad (30)$$

$$\tilde{L} = \alpha_L \tilde{l}^2 \tilde{K}; \quad (31)$$

$$\tilde{l} = (\tilde{l}_n + a\tilde{z})(1 - \tilde{z})^m. \quad (32)$$

$$\tilde{z} = 0: \quad \tilde{u} = \tilde{u}_n, \quad \tilde{v} = \tilde{v}_n, \quad \tilde{b} = \tilde{b}_n = \left(\frac{f}{\tilde{\gamma}}\right)^2;$$

$$\tilde{u}''' = \tilde{v}''' = 0, \quad \tilde{b}''' = 0. \quad (33)$$

$$\tilde{z} = 1, 0: \quad \tilde{u} = 1, 0, \quad \tilde{v} = 0, \quad \tilde{b} = 0, \quad \tilde{u}' = \tilde{v}' = 0, \quad \tilde{b}' = 0. \quad (34)$$

В (27) — (34) введены обозначения:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\alpha_b}{\sqrt{c}}; \quad \alpha_L = \frac{\alpha^2 c_L}{c^{1/4}}; \quad a = 1 + m\tilde{l}_n;$$

$$f = \frac{w_*}{G}; \quad \tilde{\gamma} = \frac{\lambda H}{G};$$

$$\tilde{T}_\Gamma = \tilde{\tau}_x \frac{d\tilde{u}}{dz} + \tilde{\tau}_y \frac{d\tilde{v}}{dz}.$$

Как видно из приведенных соотношений, в данной постановке задачи на верхней границе пограничного слоя обращаются в нуль коэффициенты турбулентности и при третьей производной, масштаб и энергия турбулентности и их первые производные; ветер достигает своего геострофического значения, причем обе компоненты скорости имеют на этой же высоте нулевые вертикальные градиенты. Этим, как нам кажется, данный подход заметно отличается от схем, использующих уравнения переноса для турбулентных потоков. В последних получаемый профиль средней для турбулентных потоков, например, обуславливается в первую очередь граничными усло-

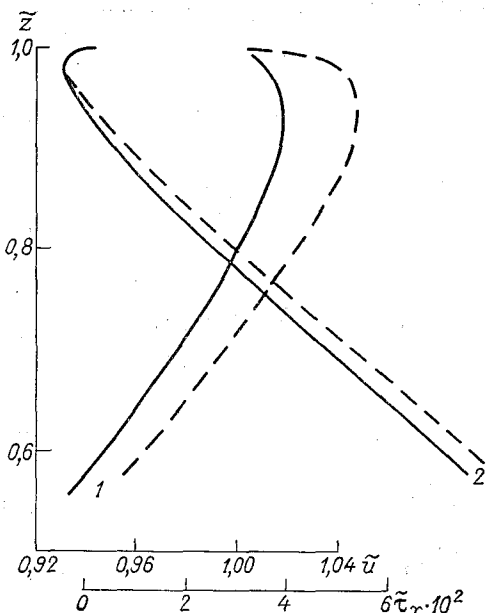


Рис. 1. Профили $\bar{u}(\bar{z})$ (1) и $\tau_x(\bar{z})$ (2).
Сплошные линии — модель IV, штриховые — модель II.

толщины, находится 81 узел с постоянным в логарифмическом масштабе шагом. Выше располагается 75 узлов с неизменным шагом, равным 0,012. При такой разбивке вертикальной координаты первый безразмерный шаг по высоте равняется $4,345 \cdot 10^{-7}$, что позволяет проводить расчет до чисел Россби порядка 10^8 . Подробное изложение конечно-разностного представления исходной постановки задачи и метода ее решения имеется в работе [7]. Здесь мы выпишем только формулы первой и третьей производных на нижней границе:

$$\varphi'_{-2} = -h_{-1} \frac{\varphi_0}{\alpha_0 h_0} + \alpha_0 \frac{\varphi_{-1}}{h_0 h_{-1}} - (\alpha_0 + h_{-1}) \frac{\varphi_{-2}}{\alpha_0 h_{-1}};$$

$$\varphi'''_{-2} = \frac{6}{h_1} \left(\frac{\varphi_1}{\delta_1 \alpha_1} - \frac{\varphi_0}{\alpha_0 h_0} \right) + \frac{6}{h_{-1}} \left(\frac{\varphi_{-1}}{\alpha_1 h_0} - \frac{\varphi_{-2}}{\delta_1 \alpha_0} \right);$$

где: h_i — шаг сетки; $\alpha_0 = h_0 + h_{-1}$; $\alpha_1 = h_1 + h_0$; $\delta_1 = h_1 + h_0 + h_{-1}$.

Потоки рассчитываются по формуле: $F_i = K_i \varphi'_i + L_i \varphi'''_i$, которая при $z=0$ записывается в виде: $F_{-2} = K_{\Pi} \varphi'_{-2} + L_{\Pi} \varphi'''_{-2}$. Коэффициенты K_{Π} и L_{Π} можно задавать по разному и, в частности, находить по формулам типа:

$$K_{\Pi} = \sigma_{-2} K_{-2} + \sigma_{-1} K_{-1}.$$

виями, налагаемыми на потоки количества движения, а не на сами составляющие скорости. Общее число требуемых граничных условий в этих схемах меньше, чем при использовании системы уравнений 4-го порядка, а количество констант, подлежащих определению, значительно больше.

Нелинейная система (27) — (34) аппроксимируется конечно-разностными уравнениями и решается численно методом последовательных приближений на ЭВМ М-220. Область интегрирования представляется сеткой, содержащей 156 узлов ($-2 \leq i \leq N+2$), равномерно расположенных по высоте. В нижней части пограничного слоя, занимающей 10% всей

Придавая σ_i различные значения от 0 до 1, можно добиться определенного изменения конечных результатов в нужную сторону. Этот вопрос в работе не исследовался и все расчеты выполнены при $\sigma_{-2}=1,0$, $\sigma_{-1}=0$.

По приведенной выше схеме (для краткости будем писать «модель IV») была выполнена серия расчетов, которые сопоставлялись с расчетами по обычной модели пограничного слоя с уравне-

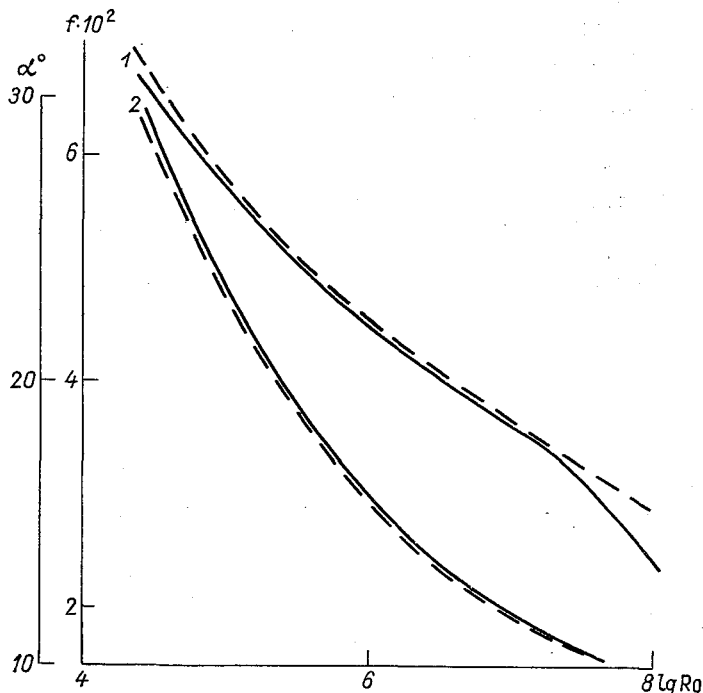


Рис. 2. Зависимость коэффициента трения (1) и угла поворота (2) от числа Россби.

Сплошные линии — модель IV, штриховые — модель II.

ниями 2-го порядка и гипотезой Буссинеска (модель II). В модели II конечно-разностная аппроксимация исходных уравнений, формулы для расчета масштаба турбулентности и потоков на границе, сеточное представление области интегрирования и т. д. были полностью идентичными модели IV. Для иллюстрации результатов сравнения приведены два рисунка, кривые на которых получены при $R_0=10^5$, $\gamma=1,333 \cdot 10^{-2}$, $H=1120$ м. На первом из них представлены безразмерные профили продольных составляющих скорости ветра и касательного напряжения для верхней половины пограничного слоя. Хотя различия весьма невелики, все же можно отметить

более плавный переход к геострофическому значению в модели IV (сплошная кривая). Обуславливается это привлечением второго граничного условия $\tilde{u}'(\tilde{z}=1)=0$.

Еще менее выражены различия на рис. 2, где представлены коэффициент трения f и угол поворота α в зависимости от числа Россби. Некоторое расхождение, и то лишь в f , появляется при $Ro > 10^7$. Постоянно увеличиваясь, оно при $Ro = 10^8$ составляет примерно 15%.

Такое хорошее совпадение свидетельствует о возможности использования модели IV для расчета строения пограничного слоя атмосферы, но в то же время возникает вопрос о целесообразности ее применения. Для расчета профилей средних значений различных метеозлементов естественно использовать модель II. Если же требуется, например, выполнение двух условий на одной границе, то здесь полезной может оказаться модель IV. Кроме того следует учесть, что приведенные результаты являются лишь ориентировочными. Изменение формулы для масштаба турбулентности и входящих в схему констант, отказ от задания нулевых третьих производных при $z=0$ и т. п. может изменить полученные выше результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушко Г. С. Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом.—Иzv. АН СССР, МЖГ», 1971, № 4, с. 128—136.
2. Яглом А. М. Данные о характеристиках турбулентности в приземном слое атмосферы.—Иzv. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1974, т. 10, № 6, с. 566—586.
3. Зилигинкевич С. С., Лайхтман Д. Л., Монин А. С. Динамика пограничного слоя атмосферы.—Иzv. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1967, т. 3, № 3, с. 297—333.
4. Быкова Л. П. Опыт расчета характеристик пограничного слоя атмосферы по заданным параметрам подслоя шероховатости.—Труды ГГО», 1973, вып. 297, с. 12—19.
5. Вагер Б. Г., Надежина Е. Д. Модель масштаба турбулентности и расчет структуры пограничного слоя атмосферы.—Труды ГГО», 1975, вып. 326, с. 3—10.
6. Кларк Р. Х. Попытки моделировать суточный ход метеорологических величин в пограничном слое атмосферы.—Иzv. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1974, т. 10, № 6, с. 600—612.
7. Вагер Б. Г. Применение метода матричной факторизации к решению системы дифференциальных уравнений 4-го порядка.—См. наст. сб.
8. Batchelor G. K. Note on free turbulent flows, with special reference to the two-dimensional wake.—J. Aeronaut. Sci.", 1950, v. 17, N 7, p. 441—445.
9. Stewart R. W. A new look at the Reynold's stresses.—„Canad. J. Phys.”, 1956, v. 34, p. 722—725.
10. Deardorff J. W. Preliminary results from numerical integrations of the unstable planetary boundary layer.—„J. Atmos. Sci.”, 1970, v. 27, N 8, p. 1209—1211.
11. Hanjalić K., Launder B. E. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows.—„J. Fluid Mech.”, 1972, v. 52, p. 4, 609—638.
12. Mellor G. L. Analytic prediction of the properties of stratified planetary surface layers.—„J. Atmos. Sci.”, 1973, v. 30, N 6, p. 1061—1069.

13. Shir C. C. A preliminary numerical study of atmospheric turbulent flows in the idealized planetary boundary layer.—„J. Atmos. Sci.”, 1973, v. 30, N 7, p. 1327—1339.
14. Lewellen W. S., Teske M. Prediction of the Monin—Obukhov similarity functions from an invariant model of turbulence.—„J. Atmos. Sci.”, 1973, v. 30, N 7, 1340—1345.
15. Blackadar A. K. The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere.—„J. Geophys. Res.”, 1962, v. 67, N 8, p. 3095—3102.

Е. Д. Надежина

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ В УСЛОВИЯХ НЕУСТОЙЧИВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

Оценки асимптотического поведения характеристик турбулентности в условиях сильной неустойчивости получены давно [4, 9]. Однако до сих пор существует значительная неопределенность в теоретическом и экспериментальном описании, а также и в физическом истолковании процессов, происходящих при конвекции. Подробному обсуждению этих процессов посвящены статьи [2, 3, 5].

Вызывает интерес результат, касающийся поведения вторых моментов пульсаций горизонтальной и вертикальной компонент скорости в условиях неустойчивой стратификации. Этот результат получен в работе [2] на основе предположения о том, что в некотором интервале отрицательных значений параметра устойчивости z/L (где $L = u_*^3 / \kappa Q \beta$) обмен энергией между вертикальными и горизонтальными компонентами скорости практически отсутствует.

Исходя из этого предположения, автор статьи [2], вводит два размерных параметра длины отдельно для горизонтального и вертикального направлений и на основе теории размерности получает следующие асимптотические соотношения для стандартных отклонений пульсаций продольной и поперечной скоростей:

$$\begin{aligned}\sigma_u^2 &= A_u (Q \beta)^{-1/3} z^{-1/3} u_*^2, \\ \sigma_v^2 &= A_v (Q \beta)^{-1/3} z^{-1/3} u_*^2,\end{aligned}\quad (1)$$

где $\beta = g/T$ — параметр плавучести, Q — турбулентный поток тепла $Q = \overline{w'T'}$. Остальные обозначения общеизвестны.

Формулы (1) отличаются от выражений, получающихся на основе обычной теории подобия Момина — Обухова, в которой исследуется лишь один размерный параметр длины при построении аналогичных асимптотических соотношений. Последние, как известно, записываются при этом в таком виде:

$$\begin{aligned}\sigma_u &= A_u (Q \beta)^{1/3} z^{1/3}, \\ \sigma_v &= A_v (Q \beta)^{1/3} z^{1/3}.\end{aligned}\quad (2)$$

Соответствующее выражение для стандартного отклонения пульсаций вертикальной компоненты скорости, полученное в [2], не отличается от общеизвестного соотношения, выведенного на основе обычной теории подобия для условий свободной конвекции:

$$\sigma_w = A_w(Q\beta)^{1/2} z^{1/2}. \quad (4)$$

Из работы [2] следует вывод о том, что асимптотическое поведение σ_w в условиях сильной неустойчивости должно отличаться от

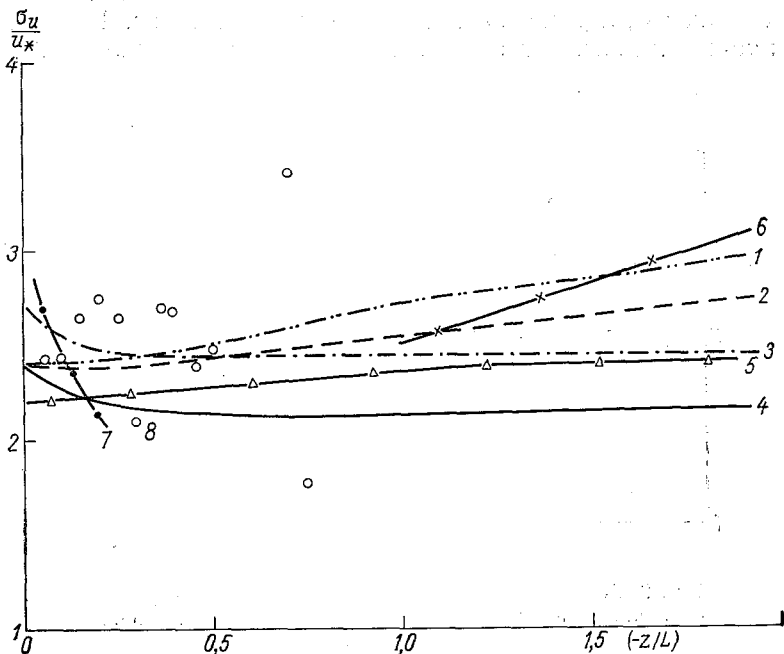


Рис. 1. Безразмерное стандартное отклонение продольной составляющей скорости ветра как функция параметра z/L .

1 — по формулам (13)—(15) с коэффициентами Лауфера; 2 — по формулам (13)—(15) с коэффициентами из [7]; 3 — по формулам (16)—(18) с коэффициентами из [7]; 4 — по формулам (16)—(18) с коэффициентами из [11]; 5 — с использованием (19); 6 — асимптотическая кривая (2); 7 — асимптотическая кривая (1); 8 — экспериментальные точки.

поведения функций $\sigma_u(z/L)$ и $\sigma_v(z/L)$. Физическая интерпретация этого результата дается в работах [3, 5]. Так, относительно возможного существования режима течения, описываемого формулами (1), приводится рассуждение, показывающее, что этот режим может осуществляться лишь в некотором интервале небольших отрицательных значений параметра z/L . В этом интервале выполняются следующие условия: вся работа сил Архимеда целиком затрачивается на вертикальное ускорение частиц, тогда как механический приток энергии от среднего движения порождает горизон-

гальные пульсации скорости. При этом обмен энергией между горизонтальными и вертикальными пульсациями отсутствует и, действительно, для горизонтального и вертикального направлений могут быть выделены разные масштабы движения, как это сделано в [2]. При удалении в область бóльшей неустойчивости ($\frac{z}{L} \sim -1,0$) указанное условие нарушается, и с бóльшей вероятностью должны выполняться формулы обычной теории подобия.

Экспериментальные сведения — даже полученные в современных комплексных экспедициях — не дают возможности составить определенное суждение по данному вопросу. На рис. 1—3 отдельными точками показаны осредненные по данным нескольких работ

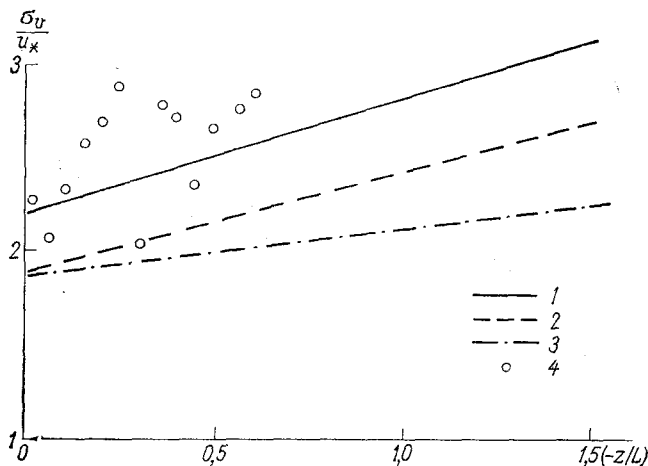


Рис. 2. Безразмерное стандартное отклонение поперечной составляющей скорости ветра как функция параметра z/L .

1 — по формулам (13)—(15) с коэффициентами из [7]; 2 — по формулам (13)—(15) с коэффициентами из [11]; 3 — по формулам (16)—(18) с коэффициентами из [7]; 4 — экспериментальные точки.

результаты измерений величин σ_u , σ_v и σ_w в зависимости от параметра z/L (сводка данных приведена в работе [7]) для значений $z/L < 0$.

Из рисунков видно, что наиболее экспериментально обеспечены данные, полученные по пульсациям w -компоненты. Разброс экспериментальных точек на графиках $\sigma_u = f(z/L)$ и $\sigma_v = f(z/L)$ так велик, что не может быть и речи о проверке по этим данным каких бы то ни было теоретических положений. Представляет интерес поэтому, провести еще одним способом оценку поведения функций стандартных отклонений пульсаций скорости ветра в зависимости от z/L в условиях неустойчивой стратификации.

В работе [1] показано, каким образом с использованием целого ряда допущений и предположений дифференциальные уравнения для величин σ_u , σ_v и σ_w сводятся к довольно простым выражениям, определяющим σ_u , σ_v и σ_w через известные характеристики турбулентного потока. Основное допущение касается аппроксимации членов, содержащих пульсации давления в уравнениях для вторых

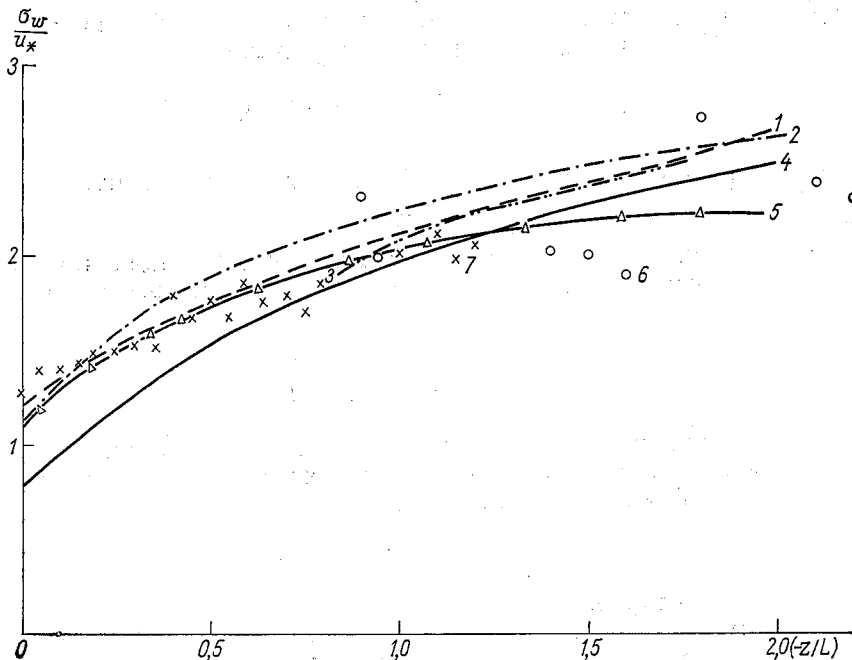


Рис. 3. Безразмерное стандартное отклонение вертикальной составляющей скорости ветра как функция параметра z/L .

1 — по формулам (13)—(15) с коэффициентами из [7]; 2 — по формулам (16)—(18) с коэффициентами из [7]; 3 — асимптотическая кривая (3); 4 — по формулам (13)—(15) с коэффициентами из [1]; 5 — с использованием (19); 6 — экспериментальные точки (одиночные измерения); 7 — экспериментальные точки (средние).

моментов. Воспользовавшись аппроксимацией Давыдова [6], Мо-нин [1] получил следующие соотношения. Отметим, что при записи аппроксимирующего выражения для членов вида $P' \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$ обычно выделяют две группы слагающих, например, таким образом:

$$\frac{P'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) = \Phi_{ij, 1} + \Phi_{ij, 2}. \quad (5)$$

Выражение (5) показывает, что корреляции вида $\overline{P \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}$ возникают за счет двух различных физических процессов. Первое слагаемое в (5) $\Phi_{ij,1}$ связано с наличием взаимодействия между пульсациями компонент скорости, наличие второго слагаемого обусловлено существованием градиента средней скорости в турбулентном потоке и влиянием сдвига средней скорости на турбулентные пульсации.

Что касается слагаемого $\Phi_{ij,1}$, то для него во всех известных работах [6, 10, 11] принято одинаковое выражение:

$$\Phi_{ij,1} = c_1 \frac{\varepsilon}{b^2} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{1}{3} \overline{u'_\alpha u'_\alpha} \delta_{ij} \right), \quad (6)$$

где c_1 — безразмерный числовой коэффициент, ε — диссипация энергии турбулентности, $b^2 = \frac{1}{2} (\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2)$.

Гораздо большие трудности вызывает аппроксимация второго члена в выражении (5). В работе Моина [1] предложено соотношение вида:

$$\Phi_{ij,2} = -B_2 \left(\lambda_i \lambda_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right), \quad (7)$$

где $\{\lambda_i\}$ — единичный вектор вертикального направления, B_2 — размерный положительный коэффициент, который в [1] предполагается зависящим от отношения b/l , т. е.

$$B_2 = c_2 b^3 / l,$$

где l — масштаб турбулентности.

При этом считается, что наличие второго члена в выражении (5) связано только с влиянием подстилающей поверхности на турбулентный поток. На основе выражений (5, 6, 7) в работе [1] получены следующие соотношения для стандартных отклонений пульсаций компонент скорости ветра в слое постоянства вертикальных турбулентных потоков

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2} &= 1 + \left(\frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2} - 1 \right) \frac{\varphi}{\varphi - \xi}, \\ \frac{\sigma_w^2}{\sigma_v^2} &= \frac{\sigma_w^2}{\sigma_v^2} - \left(\frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2} - 1 \right) \frac{\xi}{\varphi - \xi}, \\ \sigma_v^2 &= \sigma_v^2 \lambda^{2/3} (\varphi - \xi)^{2/3}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\varphi(\xi) = \frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z}$; $\lambda(\xi) = \frac{l}{\kappa z}$; $\xi = z/L$; l — масштаб турбулентности; σ_{u0} , σ_{v0} , σ_{w0} — значения соответствующих характеристик при $\xi = 0$.

Иная аппроксимация неизвестных членов в уравнениях для вторых моментов пульсаций компонент скорости приводит к тому, что в случае квазистационарного однородного пристеночного потока получаются иные выражения для величин σ_u , σ_v и σ_w . Наибольшее значение при этом имеет аппроксимация членов, содержащих пульсации давления. Именно правильный учет эффектов, вызываемых пульсациями давления должен был бы, по-видимому, прояснить картину неопределенности в описании характеристик турбулентности в области отрицательных значений z/L .

Широко распространена в литературе аппроксимация членов с пульсациями давления, предложенная Ротта [10]. Она отличается в общем виде от аппроксимации Давыдова лишь в деталях. Идеи Ротта использовались в дальнейшем многими исследователями, стремившимися к уточнению аппроксимационного выражения

для $P' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)$. В частности, к работам этого направления принадлежат серьезные исследования Лаундера с соавторами [11,12]. Если воспользоваться приведенным в [11] уравнением для тензора напряжений Рейнольдса, то можно достаточно просто получить выражения для характеристик σ_u , σ_v и σ_w в пристеночном слое воздуха для стационарного по горизонтали потока.

В статье [11] приведено уравнение переноса для тензора напряжений Рейнольдса для условий нейтральной стратификации. Это уравнение легко обобщается на случай произвольно стратифицированного потока, что и учтено в (9) — (11), при этом потоки $u'T'$ и $v'T'$ считаются малыми.

$$\frac{\overline{u'^2}}{b} \left[c_{\Phi 1} \varepsilon - 2c_{\Phi 2} u_*^2 \frac{du}{dz} \right] = \frac{2}{3} \varepsilon (c_{\Phi 1} - 1) - u_*^2 \frac{du}{dz} \bar{\lambda}, \quad (9)$$

$$-c_{\Phi 1} \frac{\varepsilon}{b} \overline{v'^2} + 2c_{\Phi 2} \frac{\overline{v'^2}}{b} u_*^2 \frac{du}{dz} = \frac{2}{3} \varepsilon (1 - c_{\Phi 1}) + 4\bar{\beta} u_*^2 \frac{du}{dz}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & -c_{\Phi 1} \frac{\varepsilon}{b} \overline{w'^2} + 2c_{\Phi 2} \frac{\overline{w'^2}}{b} u_*^2 \frac{du}{dz} = \\ & = \frac{2}{3} \varepsilon (1 - c_{\Phi 1}) + 4\bar{\beta} u_*^2 \frac{du}{dz} + \beta \overline{w'T'}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $c_{\Phi 1}$ и $c_{\Phi 2}$ — константы,

$$\bar{\lambda} = \frac{2(4c_{\Phi 2} - 5)}{11}; \quad \bar{\beta} = -\frac{2 - 6c_{\Phi 2}}{11}.$$

При выводе формул (9) — (11) в работе [11] использовано более сложное представление второго слагаемого в выражении (5), а именно:

$$\Phi_{ij, 2} = a_{ij}^{mi} \frac{du}{dx_m}, \quad (12)$$

где a_{ij}^{mi} представляет собой линейную комбинацию напряжений Рейнольдса, составленных из пульсаций всех компонент скорости.

Если известны зависимости $\varphi(z/L) = \frac{\kappa z}{u_*} \frac{du}{dz}$, $b(z/L)$ или $b(z/L)$ и $\varepsilon(z/L)$, то по формулам (8) или (9—11) нетрудно рассчитать характеристики σ_u , σ_v и σ_w как функции параметра стратификации. В работе [8] приведено решение системы уравнений приземного слоя, замкнутой с помощью уравнения для диссипации энергии турбулентности. Это решение позволяет рассчитать зависимости $\varphi(z/L)$, $b(z/L)$ и $\varepsilon(z/L)$, удовлетворительно согласующиеся с экспериментальными связями и физическими представлениями. Воспользовавшись указанным решением, попытаемся оценить стандартные отклонения пульсаций скорости ветра в условиях неустойчивой стратификации. Для этого перепишем выражения (8) и выражения (9)—(11) в более удобной для расчетов и однотипной форме — через функции $b(z/L)$ и $\varepsilon(z/L)$.

Так как в работе [9] не использовался масштаб турбулентности при замыкании уравнений, то исключим его из окончательных выражений с помощью связи $\varepsilon = \frac{cb^{3/2}}{l}$.

Выражения (8) примут вид:

$$\frac{\sigma_v^2}{u_*^2} = \sigma_{v0}^2 \frac{(1 - \tilde{\varepsilon}/\tilde{b}^2)^{3/4}}{\tilde{b}^{3/4}}, \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_u^2}{u_*^2} = \frac{\sigma_v^2}{u_*^2} \left[1 + \left(\frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{v0}^2} - 1 \right) \frac{1}{(1 - \tilde{\varepsilon}/\tilde{b}^2)} \right], \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_w^2}{u_*^2} = \frac{\sigma_v^2}{u_*^2} \left[\frac{\sigma_{w0}^2}{\sigma_{v0}^2} - \left(\frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{v0}^2} - 1 \right) \frac{\tilde{\varepsilon}/\tilde{b}^2}{1 - \tilde{\varepsilon}/\tilde{b}^2} \right]. \quad (15)$$

После соответствующих элементарных преобразований выражения (9—11) запишутся таким образом:

$$\frac{\sigma_u^2}{u_*^2} = \frac{\tilde{b}}{\sqrt{c}} \frac{\left[\frac{2}{3} \tilde{b}^2 (c_{\Phi 1} - 1) - \bar{\lambda} \right]}{[c_{\Phi 1} \tilde{b}^2 - 2c_{\Phi 2}]}, \quad (16)$$

$$\frac{\sigma_v^2}{u_*^2} = \frac{\tilde{b}}{\sqrt{c}} \frac{\left[\frac{2}{3} \tilde{b}^2 (c_{\Phi 1} - 1) - 2\bar{\beta} \right]}{[c_{\Phi 1} \tilde{b}^2 - 2c_{\Phi 2}]}, \quad (17)$$

$$\frac{\sigma_w^2}{u_*^2} = \frac{\tilde{b}}{\sqrt{c}} \frac{\left[\frac{2}{3} \tilde{b}^2 (c_{\Phi 1} - 1) - 4\bar{\beta} + \tilde{k} \right]}{[c_{\Phi 1} \tilde{b}^2 - 2c_{\Phi 2}]}. \quad (18)$$

Здесь $c_{\Phi 1}$, $c_{\Phi 2}$ и c — заданные константы,

$$\tilde{b} = b/u_*^2; \quad \tilde{\varepsilon} = \kappa z \varepsilon / u_*^3; \quad \tilde{k} = k/\kappa u_* L.$$

По формулам (13—15) и (16—18) были проведены расчеты безразмерных стандартных отклонений пульсаций составляющих скорости в области отрицательных значений z/L . Результаты этих расчетов показаны на рис. 1—3 в сравнении с данными, полученными экспериментально.

Расчеты подтвердили очевидную уже из рассмотрения формул (13—15) связь получающихся численных результатов с численными значениями констант, входящих в выражения (13—15). Эти константы определяются значениями величин σ_u/u_* , σ_v/u_* и σ_w/u_* в условиях нейтральной стратификации, которые до настоящего времени не определены с полной надежностью. Выбрав при $z/L=0$ значения констант в соответствии с результатами работы [7] получим довольно хорошее совпадение расчетных кривых зависимостей $\frac{\sigma_u}{u_*}(z/L)$, $\frac{\sigma_v}{u_*}(z/L)$ и $\sigma_w/u_*(z/L)$ с экспериментальными значениями этих характеристик. Справедливости ради следует заметить, что численные значения констант при этом выбираются при $z/L=0$ на основании тех же самых экспериментальных данных, которые использованы и при проверке связей, относящихся к области значений $z/L < 0$. Однако, кроме численных значений, которые во многом определяются величинами констант, правильный наклон кривой целиком определяется видом выражений (13)—(15).

Таким образом, расчеты по формулам Момина позволяют получить весьма близкие к экспериментальным зависимости σ_u/u_* , σ_v/u_* , $\sigma_w/u_* = f(z/L)$ при условиях неустойчивой стратификации. Никакие вариации констант в этих формулах не дают однако возможности получить убывания функций σ_u и σ_v при расчете по формулам (13)—(15) (при использовании, естественно, тех связей $b(z/L)$ и $\epsilon(z/L)$, которые обсуждаются в работе [8]).

Иная картина наблюдается при расчетах по формулам (16)—(18). Константы, входящие в эти формулы, были выбраны нами на основании сведений, приведенных в работе [11]. Значение константы $c_{\Phi 1} = 2,8$, заимствованное из этой работы, не варьировалось, хотя в последнее время те же авторы как будто склонны выбирать для $c_{\Phi 1}$ меньшее значение. Как нам показалось, если изменять $c_{\Phi 1}$ не слишком сильно, то влияние $c_{\Phi 1}$ на численные значения рассчитываемых величин будет меньше, чем влияние констант $c_{\Phi 2}$ и c . Значение $c_{\Phi 2}$, помещенное в работе [11], оказалось явно неподходящим для расчета исследуемых нами характеристик в атмосфере. Значение $c_{\Phi 2}$ выбиралось из условия наилучшего соответствия экспериментальным значениям в точке $z/L=0$ всех трех характеристик σ_u/u_* , σ_v/u_* и σ_w/u_* . Полного совпадения с экспериментальными числами для всех компонент скорости добиться не удается, более того лучшее совпадение числа в нуле может привести к худшей согласованности рассчитанных и экспериментальных величин при других значениях z/L . Существенно для расчетов и правильное задание константы c . Значение этой константы варьировалось в численных экспериментах от максимальной величины $c = 0,33$ по данным работы [11]), до минимального значения

$c=0,16$ (по данным обработки натуральных экспериментов в работе [7]). По-видимому, нет основания в настоящее время отказываться от широко используемого значения $c=0,21$, определенного по данным работы Лауфера. На рисунках (1—3) показаны расчетные кривые зависимостей σ_u , σ_v и $\sigma_w=f(z/L)$, полученные с использованием формул (16)—(18) при разном сочетании варьируемых констант. Следует обратить внимание на заметное отличие в кривых $\sigma_u/u_* (z/L)$ и $\frac{\sigma_w}{u_*} (z/L)$, выражающееся в убывании значений σ_u/u_* в интервале значений $0,03 < \left| \frac{z}{L} \right| < 0,5$. Убывание значений σ_v/u_* отмечается при некоторых значениях параметров, но выражено не столь отчетливо.

Если предположить, что второе слагаемое в выражении (5) записывается в виде:

$$\Phi_{ij, 2} = c_2 u_*^2 \frac{du}{dz} \left(\lambda_i \lambda_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right), \quad (19)$$

то и в этом случае численные значения величин σ_u , σ_v и σ_w , рассчитанные по соответствующим формулам, оказываются близкими к экспериментальным значениям (кривые 5 на рис. 1—2). Однако убывания функций σ_u/u_* и σ_v/u_* для малых z/L получить при этом не удастся.

Таким образом, можно сказать, что эффект убывания σ_u и σ_v , по-видимому, действительно может быть получен из решения системы уравнений приземного слоя, включающих уравнения для вторых моментов пульсаций скорости, если учет влияния пульсаций давления на турбулентные процессы в атмосфере выполнен достаточно удачно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А. С. О свойствах симметрии турбулентности в приземном слое воздуха.—«Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 1, с. 45—54.
2. Зилитинкевич С. С. О турбулентности и диффузии при свободной конвекции.—«Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1971, т. 7, № 12, с. 1263—1270.
3. Бетчов Р., Яглом А. М. Замечания о теории подобия для турбулентности в неустойчиво стратифицированной жидкости.—«Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1971, т. 7, № 12, с. 1270—1280.
4. Обухов А. М. О структуре температурного поля и поля скоростей в условиях свободной конвекции.—«Изв. АН СССР, сер. геофиз.», 1960, № 9, с. 1392—1396.
5. Яглом А. М. Данные о характеристиках турбулентности в приземном слое атмосферы.—«Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1974, т. 10, № 6, с. 566—586.
6. Давыдов Б. И. К статистической динамике несжимаемой турбулентной жидкости.—«ДАН», 1959, т. 127, № 4, с. 768—771.
7. Ариель Н. З., Надежина Е. Д. Оценка масштаба турбулентности по экспериментальным данным.—См. наст. сб.

8. Вагер Б. Г., Надежина Е. Д. Использование дифференциального уравнения переноса диссипации при моделировании приземного слоя атмосферы.— «Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1975, № 6, с. 565—573.
9. Prandtl L. Meteorologische Anwendungen der Strömungslehre.— „Beitr. Phys. fr. Atmosph.“ 1932, 19, N 3, p. 183—202.
10. Rotta J. Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz, 1951, I, Bd. 129,
11. Hanjalić K., Launder B. E. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows.— „J. Fluid Mech.“, 1972, v. 52, p. 4, p. 609—638.
12. Launder B. E., Reece G. J., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure.— „J. Fluid Mech.“, 1975, v. 68, p. 3, p. 537—566.

Н. З. Ариель, Е. Д. Надежина

ОЦЕНКА МАСШТАБА ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Масштаб турбулентности является одной из основных характеристик структуры атмосферной турбулентности. Оценка интегрального масштаба турбулентности по экспериментальным данным проводится разными методами [1]. Естественно, все эти методы дают лишь приближенные значения величины l . Продольный интегральный масштаб турбулентности l определяется из следующего выражения

$$l = \int_0^{\infty} r(x) dx, \quad (1)$$

где $r(x)$ — пространственный коэффициент корреляции. При конкретных расчетах l возникают ошибки за счет неточно выбираемых пределов интегрирования, обусловленных конечностью интервала измерения и инерционностью датчика.

Величина l может быть получена также по спектральной плотности на основании существующих связей между частотой максимума спектра и масштабом турбулентности [2], если стилизовать корреляционную функцию в виде экспоненты. В этом случае ошибки расчета l связаны с неточностью аппроксимации корреляционной функции.

Величину интегрального масштаба можно также оценить из соотношения, связывающего диссипацию энергии турбулентности с полной кинетической энергией турбулентности [1].

Все перечисленные способы дают сильно различающиеся между собой значения величины l . Обзор имеющихся сведений о масштабах приведен, например, в работе [3].

Целью настоящей работы было проведение оценок масштабов турбулентности для компонент скорости ветра на основе обобщения имеющейся современной информации об экспериментально полученных характеристиках турбулентности в стратифицированном приземном слое.

Как показано в монографии [1] для однородного и изотропного

потока из уравнения Кармана — Ховарта можно получить выражение, определяющее скорость потери турбулентной энергии,

$$\epsilon = \frac{3}{2} A \frac{\sigma_i^3}{l_i} \quad (i = u, v, w),$$

где ϵ — скорость диссипации энергии турбулентности в тепло, $\sigma_i = \sqrt{\overline{\sigma_i^2}}$ — среднее квадратическое отклонение, l_i — компоненты пульсаций скорости ветра, A — числовая константа.

Для однородной и изотропной турбулентности значение константы A установлено экспериментально и равно $\sim 1,1$. По аналогии с этим соотношением в работе [3] получены выражения, определяющие масштаб турбулентности в стратифицированном приземном слое атмосферы:

$$\begin{aligned} \frac{l_u}{z} &= A_1 \times \frac{(\sigma_u/u_*)^3}{\Phi_\epsilon(z/L)}, \\ \frac{l_v}{z} &= A_2 \times \frac{(\sigma_v/u_*)^3}{\Phi_\epsilon(z/L)}, \\ \frac{l_w}{z} &= A_3 \times \frac{(\sigma_w/u_*)^3}{\Phi_\epsilon(z/L)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\Phi_\epsilon(z/L) = \frac{\kappa z \epsilon}{u_*^3}$ — безразмерная диссипация как функция

z/L , $L = \frac{u_*^3}{\kappa g \overline{T} \frac{q}{\rho c_p}}$ — масштаб длины Монина — Обухова, который

характеризует стратификацию. Соотношения (2) записаны при неявном предположении о том, что в стратифицированном потоке масштабы турбулентности компонент скорости являются функцией только энергии соответствующей компоненты пульсаций и скорости диссипации. Наличие неизотропности в выражениях (2) фактически учтено введением различных коэффициентов для масштабов турбулентности составляющих скорости. Эти коэффициенты (A_1, A_2, A_3) могут быть определены, исходя из имеющихся экспериментальных данных о поведении характеристик турбулентности при нейтральной стратификации. Известно, что при $z/L \rightarrow 0$

$\Phi_\epsilon(z/L) = 1$, а $\frac{\sigma_i}{u_*} \rightarrow \text{const}$. Значение константы определяется из эксперимента. Таким образом, для определения коэффициентов (A_1, A_2, A_3) необходимо знать предельные соотношения для величин l_i при нейтральной стратификации.

Так, хорошо известно, что $l_w = \kappa z$ при $z/L = 0$, и константа A_3 получается довольно просто. Гораздо сложнее определить константы A_1 и A_2 из-за недостатка данных о функциях l_u и l_v при $z/L \rightarrow 0$. В работе [3] на основании обзора данных об экспериментально полученных масштабах корреляции, было принято, что при нейтральной стратификации $l_u = 3z$. При оценках l_v в работе [3] просто предполагалось, что $A_2 = A_1$.

В последние годы опубликовано большое количество работ, содержащих результаты измерений пульсаций компонент скорости ветра как в условиях нейтральной стратификации, так и при $z/L \neq 0$. Обобщение этих результатов при $z/L=0$ дало возможность уточнить оценки коэффициентов A_1 , A_2 и A_3 .

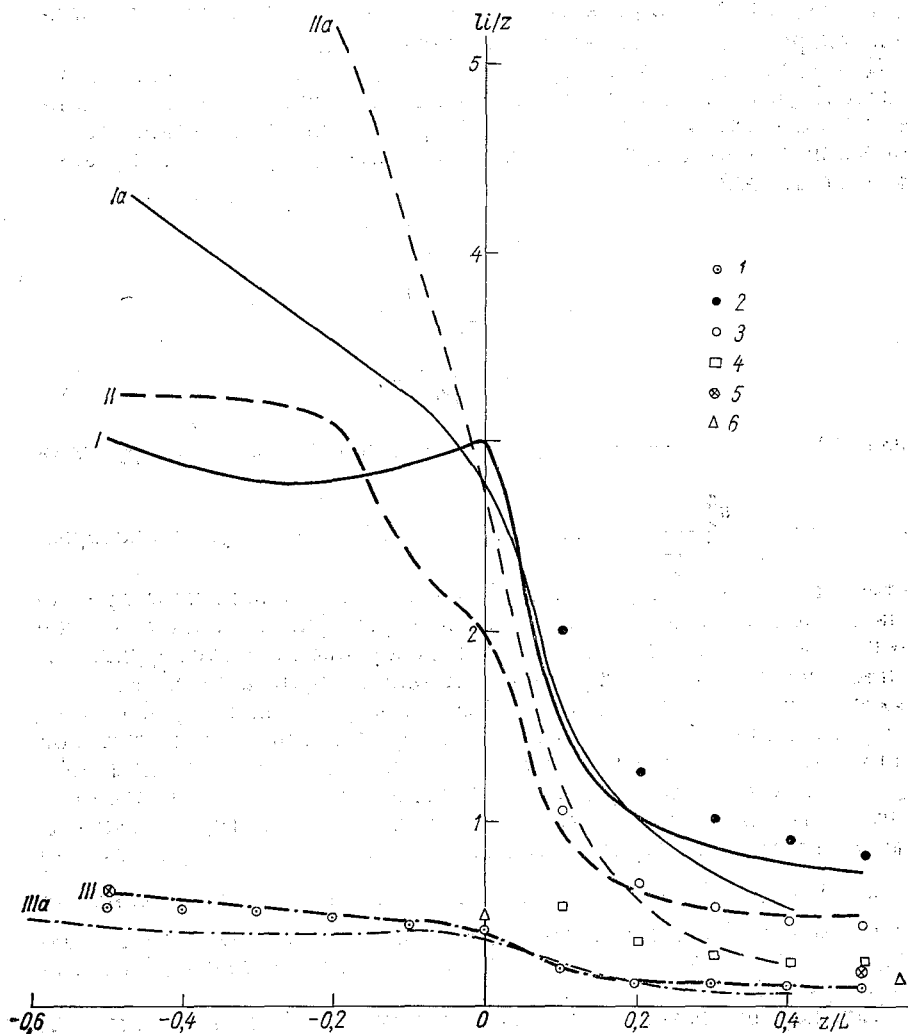


Рис. 1. Зависимость продольного (I), поперечного (II) и вертикального (III) масштабов турбулентности от параметра стратификации.

1 — оценка $l_{\text{ш}}$ по формуле (3); 2, 3, 4 — по данным [8] соответственно для K_u , K_v , K_w ; 5 — по модели Лайхтмана — Зилитинкевича [6]; 6 — по данным [7]; Ia, IIa, IIIa — по данным [3].

В настоящей работе для получения коэффициентов A_1, A_2, A_3 были приняты следующие предельные соотношения. Для масштабов l_u и l_w так же, как в работе [3], предполагалось, что $l_u = 3z|_{z/L=0}$, а $l_w = \kappa z|_{z/L=0}$. Что касается масштаба l_v , то исходя из результатов экспериментального исследования [8], значение этого масштаба при $z/L=0$ принималось равным $2z$. Необходимые для расчета коэффициентов A_1, A_2, A_3 безразмерные средние квадратические отклонения пульсаций компонент скорости ветра при нейтральной стратификации получены на основе обобщения результатов натурных измерений, опубликованных в работах [4, 9—18]:

$$\sigma_u/u_* = 2,5; \quad \sigma_v/u_* = 2,16; \quad \sigma_w/u_* = 1,3.$$

Из этих же работ были получены зависимости дисперсий пульсаций компонент скорости от стратификации, что позволило оценить изменения масштабов турбулентности в зависимости от стратификации. Для этого также использовалась функция $\Phi_z(z/L)$, определенная на основе обобщенных данных из работ [5, 12, 19—23]. Результаты оценок приведены на рис. 1. Анализ показал, что:

1. Горизонтальный продольный масштаб турбулентности l_v/z при неустойчивой стратификации имеет порядок 3,0, а с ростом устойчивости резко падает до 0,7 при $z/L \sim 0,5$.

2. Поперечный масштаб при неустойчивой стратификации того же порядка, что и продольный (при $z/L \sim -0,5$ $\frac{l_v}{z} = 3,2$); с ростом устойчивости $\frac{l_v}{z}$ довольно быстро падает до значения $l_v/z = 0,5$ при $z/L = 0,5$.

3. Вертикальный масштаб турбулентности изменяется в зависимости от z/L в гораздо меньших пределах (от 0,6 при $z/L = -0,5$ до 0,1 при $z/L = 0,5$). На этом же рисунке приведены величины l_w/z , рассчитанные по изменению полной кинетической энергии турбулентности в зависимости от стратификации. За вертикальный масштаб турбулентности принимался в данном случае путь смещения по терминологии [6]

$$l = \frac{C^{3/4} b^3}{\varepsilon}, \quad (3)$$

где

$$b^2 = \frac{1}{2} [\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2].$$

Значение постоянной C , широко используемой в теоретических моделях, было получено по данным упомянутых выше работ из выражения $\frac{b^2}{u_*^2} \Big|_{z/L=0} = C^{-1/2}$. Оно оказалось равным 0,026. Как видно из рисунка, совпадение l_w , полученных двумя способами, довольно хорошее. Это является косвенным подтверждением надежности обобщенных по экспериментальным данным характеристик турбулентности при различной стратификации.

На рис. 1 (2, 3, 4) показаны величины l_i/z , полученные в работе [8] по спектральной плотности для условий устойчивой стратификации. Из рисунка видно, что согласование значений l_u и l_v для условий устойчивой стратификации, полученных в данной работе и в работе [8], вполне удовлетворительное. Значения l_w , приведенные в [8], завышены, причем оказывается, что при $z/L \rightarrow 0$ $\frac{l_w}{z} \rightarrow 0,8$, а не к 0,40, как следовало ожидать. По-видимому это связано с недостаточно корректным выбором коэффициентов. На рис. 1 приводятся также (4) значения l_w , рассчитанные для случаев конвекции и сильной устойчивости по модели, предложенной Лайтманом — Зилитинкевичем [6].

Сравнение с данными работы [3] показало, что величины l_u и l_v в области устойчивой стратификации согласуются удовлетворительно. Заметное расхождение между данными настоящей работы и работы [3] в области неустойчивой стратификации обусловлено использованием различных зависимостей $\frac{\sigma_{u,v}}{u_*}$ (z/L) и $\Phi_e(z/L)$. Поскольку эти зависимости получены нами обобщением целого ряда современных исследований, можно полагать, что и оценки $l_{u,v}$ являются более достоверными. Однако необходимо отметить, что для дальнейшего уточнения оценок l , следует не только уточнять экспериментальные зависимости, но и проверить справедливость соотношения (2), так как в условиях стратифицированной атмосферы существенную роль играют, например, силы плавучести [24].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М., Изд-во иностр. лит., 1950. 399 с.
2. Ламли Д., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М., «Мир», 1966. 264 с.
3. Гисина Ф. А., Пономарева С. М. К вопросу о масштабах турбулентности различных компонент скорости ветра в приземном слое атмосферы.— «Труды ЛГМИ», 1971, вып. 42, с. 105—115.
4. Волков Ю. А., Елагина Л. Г., Копров Б. М. Спектральные характеристики турбулентного обмена между океаном и атмосферой в тропической зоне Атлантики.— «Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1974, т. 10, № 6, с. 619—627.
5. Процессы переноса вблизи поверхности раздела океан—атмосфера. Под ред. А. С. Дубова, Л. Гидрометеоздат, 1974. 239 с.
6. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1970. 291 с.
7. Иванов В. Н., Волковицкая З. И. Некоторые характеристики структуры пограничного слоя атмосферы.— «Труды ИПГ», 1965, вып. 2, с. 3—18.
8. Kaimal J. C. Turbulence spectra, length, scales and structure parameters in the stable surface layer.— „Bound. Lay. Met.”, 1973, 4, N 1—4, p. 289—309.
9. Mc Bean G. A. Statistics of wind, temperature and humidity fluctuations — „Bound. Lay. Met.”, 1971, v. 1, N 4, p. 115—126.
10. Miyake M., Stewart R. W., Burling R. W. Spectra and cospectra of turbulence over water. „Quart. J. Roy. Met. Soc.”, 1970, v. 96, N 407, p. 138—143.
11. Pond S., Phelps J. T., Paquin J. E., Mc Bean G., Stewart R. W. Measurement of the turbulent fluxes of momentum, moisture and sensible heat over the ocean — „J. Atm. Sci.” 1971, 28, N 6, p. 901—917.

12. Monji N. Budgets of turbulent energy and temperature variance in the transition zone from forced to free convection.— „J. Met. Soc. Japan”, 1973, s. II, v. 51, N 2, p. 133—145.
13. Smith S. D. Eddy flux measurements over Lake Ontario.— „Bound. Lay. Met.”, 1974, v. 6, N 1—2, p. 235—255.
14. Comparison of acoustic instruments in an atmospheric turbulent flow over water.— „Bound. Lay. Met.”, 1971, v. 2, w. 2, p. 228—245. Aut.: M. Miyake, R. Stewart, R. Burling, L. Tswang, B. Koprov, O. Kuznetsov.
15. Monji N., Businger J. A. Stability dependence of temperature, humidity and vertical wind velocity variances in the atmospheric surface layer.— „J. Met. Soc. Japan”, 1972, s. 11, v. 50, N 2, p. 122—130.
16. Haugen D., Kaimal J., Bredley E. On experimental study of Reynolds stress and heat flux in the atmospheric surface layer.— „Quart. J. Roy. Met. Soc.”, 1971, 97, 412, p. 652—670.
17. Miyake M., McBean G. On the measurement of vertical humidity transport over land.— „Bound. Lay. Met.”, 1970, 1, N 1, p. 280—292.
18. Wyngaard J. C., Cote O. R., Izumi J. Local free convection similarity and the budgets of shear stress and heat flux.— „J. Atm. Sci”, 1971, 7, p. 1171—1182.
19. Wyngaard J. C., Cote O. R. The budgets of turbulent kinetic energy and temperature variance in the atmospheric surface layer.— „J. Atm. Sci”, 1971, v. 28, N 2, p. 190—201.
20. Garrat J. R. Studies of turbulence in the surface layer over water (Lough Neagh) — „Quart. J. Roy. Met. Soc.”, 1972, 98, N 417, p. 642—657.
21. Cramer H. E., Record F. A. Properties of turbulent energy spectra and cospectra in the atmospheric surface layer. Final Rep. Grant Doamc-36-039-6461. 1969, 1, p. 1—53.
22. Bean G. A., Stewart R. W., Miyake W. The turbulent energy budget near the surface.— „J. Geoph. Res.” 1971, 71, N 27, p. 312—325.
23. Busch N. E., Panofsky H. A. Recent spectra of atmospheric turbulence.— „Quart. J. Roy. Met. Soc.”, 1968, 94, N 400, p. 132—148.
24. Busch N. E. The surface boundary layer.— „Bound. Lay. Met.”, 1973, v. 4, N 1—4, p. 213—240.

Т. А. Курпакова, Л. В. Несина

ВОЗМОЖНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ИСКУССТВЕННЫХ ВОДОХРАНИЛИЩ В БАССЕЙНЕ АРАЛЬСКОГО МОРЯ

При переброске части стока северных и сибирских рек в южные районы на трассе переброски возникнут новые водохранилища, которые неизбежно будут оказывать влияние на микроклимат прилегающих районов суши. В связи с этим в настоящей работе ставилась задача оценки влияния проектируемых в бассейне Аральского моря искусственных водохранилищ на температуру и влажность воздуха на окружающей их суше.

Решение этой задачи путем чисто экспериментального исследования невозможно, поскольку в данном районе нет водоемов, подобных проектируемым по глубине и размерам. Поэтому используется расчетный метод, основанный на анализе процесса трансформации воздуха при его движении над водоемом, а затем над сушей.

Теоретические основы этого метода разработаны М. П. Тимофеевым [1]. Выбор параметров расчетной схемы и проверка метода проводились на существующих озерах и водохранилищах. Полученные результаты опубликованы [2, 3], поэтому здесь приводим только расчетные формулы.

Значения температуры T_1 и влажности e_1 воздуха над сушей на некотором удалении от берега водоема в глубь суши в направлении ветра определяются формулами:

$$\begin{aligned} T_1 &= T^1 + (T_n - T^1)(1 - F_t)\varphi, \\ e_1 &= e^1 + (e_n - e^1)(1 - F_e)\varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где T^1 и e^1 — температура и влажность воздуха на суше за пределами влияния водоема; T_n и e_n — температура поверхности водоема и максимальная упругость водяного пара при температуре поверхности; F_t , F_e и φ — функции, учитывающие характеристики турбулентности поверхности воды и суши.

При этом используются данные наблюдений над температурой (T^1) и влажностью (e^1) воздуха метеорологических станций, данные которых отражают метеорологические условия района рас-

положения водоема. Значения функций F_t , F_e и ϕ определяются для средних условий турбулентности над водной поверхностью и суши по данным о длине пути воздушной массы над водой и суши в направлении ветра. Необходимая при расчете температура поверхности водоема (T_n) рассчитывается по формуле (2), полученной в результате решения уравнения теплового баланса для водной поверхности [1]:

$$T_n = \alpha T_H + (1 - \alpha)(T_1 + M). \quad (2)$$

Первым членом правой части формулы (2) учитываются характеристики режима температуры водной поверхности в начале расчетного периода (T_H). Изменение температуры поверхности водоема вследствие изменения гидрометеорологических характеристик его за расчетный период определяется вторым членом правой части уравнения (2).

При решении уравнения теплового баланса использовались соотношения между гидрометеорологическими характеристиками водоема и суши, полученные из анализа теории трансформации воздушного потока при переходе с суши на водоем. Это позволило использовать в качестве исходных данных материалы наблюдений метеорологических станций суши. Только некоторые параметры формулы (2), характеризующие индивидуальные свойства водоема, получены из наблюдений над водной поверхностью.

По методике, изложенной выше, была рассчитана температура поверхности проектируемых Тегиского и Нижнемынбулакского водохранилищ, а также возможные изменения температуры и влажности воздуха на высоте $z=2$ м на их побережье, после того как они будут созданы. Это водохранилища с большими площадями поверхности (проектируемая площадь Тегиского водохранилища равна 925 км², а Нижнемынбулакского — 1375 км²) и значительным разнообразием глубин отдельных частей их. Максимальные глубины этих водохранилищ превышают значения, для которых разработана применяемая нами методика расчета температуры поверхности водоемов. Однако учитывая, что большие глубины при суше меньшей части акватории водохранилища, мы сочли возможным принять, что глубина перемешивания в этой части водохранилищ равна 20 м.

За исходные данные для расчета были приняты наблюдения метеорологических станций, характеризующих климатические условия, в которых будут расположены водохранилища. Непосредственно на месте проектируемых водохранилищ метеорологических станций нет, однако станции, расположенные в некотором удалении, но находящиеся в той же климатической зоне что и водохранилища, вполне могут характеризовать условия до их создания. Так для Тегиского водохранилища были выбраны две метеорологические станции: Тауп и Саксаульская и две актинометрические: Западно-Казахстанская и Джекказган, а для Нижнемынбулакского водохранилища — станции Тахиаташ и Тамды.

Результаты расчетов, т. е. изменения температуры и влажности воздуха с апреля по сентябрь на побережьях Тегиского и Нижне-

мынбулакского водохранилищ после их заполнения, представлены в табл. 1 и 2. Расчеты выполнены для двух направлений ветра: 1. Ветер направлен вдоль водохранилища. Это означает, что воздушная масса проходит максимально возможное расстояние над водой (продольная ось Тегиского водохранилища 53 км, а Нижнемынбулакского 50 км). В этом случае трансформационный эффект будет наибольшим. 2. Направление ветра перпендикулярно пред-

Таблица 1

Изменение температуры и влажности воздуха на суше под влиянием Тегиского водохранилища (x — длина пути воздушной массы над водоемом)

Расстояние от берега, км	V	VI	VII	VIII	IX	V	VI	VII	VIII	IX
	$x=53$ км					$x=20$ км				
$\Delta T^{\circ}\text{C}$										
0,1	-1,7	-2,0	-1,4	-0,4	0,8	-1,3	-1,4	-1,0	-0,4	0,7
0,5	-1,2	-1,4	-1,0	-0,4	0,6	-0,8	-1,0	-0,6	-0,2	0,4
1,0	-1,0	-1,2	-0,8	-0,2	0,5	-0,6	-0,6	-0,4	-0,2	0,4
5,0	-0,4	-0,4	-0,4	-0,1	0,3	-0,2	-0,2	-0,1	0,0	0,2
10,0	-0,2	-0,3	-0,2	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20,0	-0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,2					
50,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0					
Δe мбар										
0,1	1,6	2,6	3,8	4,1	3,4	1,2	1,8	2,4	3,1	2,6
0,3	1,2	2,0	2,9	3,3	2,8	0,8	1,4	1,8	2,3	2,0
0,5	1,0	1,7	2,6	2,8	2,7	0,6	1,0	1,5	2,0	1,8
1,0	0,8	1,4	2,0	2,4	2,2	0,5	0,8	1,1	1,4	1,6
3,0	0,6	0,8	1,2	1,5	1,7	0,2	0,3	0,4	0,8	1,0
5,0	0,4	0,6	0,8	1,4	1,4	0,0	0,1	0,1	0,5	0,7
10,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,0	0,0	0,0	0,3	0,6
20,0	0,1	0,3	0,4	0,6	0,8					
50,0	0,0	0,0	0,0	0,3	0,4					

дущему, при этом путь, проходимый воздушной массой над данным водоемом, будет минимальным (на Тегиском водохранилище он равен 20 км, а на Нижнемынбулакском — 25 км) и соответственно эффект трансформации будет наименьшим.

Анализ данных, приведенных в табл. 1 и 2, позволяет выделить следующие наиболее характерные черты изменения температуры и влажности воздуха под влиянием означенных водохранилищ в бассейне Аральского моря. Весной и в первой половине лета эти водоемы будут оказывать охлаждающее влияние на побережье. По

мере накопления тепла водохранилищами охлаждающее влияние их на побережье будет ослабевать. В конце лета наступит температурное равновесие между водоемом и сушей, т. е. водоем в это время не будет оказывать заметного влияния на температуру воздуха над сушей. Осенью водохранилища будут оказывать обогревающее влияние на побережье.

Таблица 2

Изменение температуры и влажности воздуха на суше под влиянием Нижнемынбулакского водохранилища (x — длина пути воздушной массы над водоемом)

Расстояние от берега, км	V	VI	VII	VIII	IX	V	VI	VII	VIII	IX
	$x=50$ км					$x=25$ км				
$\Delta T^{\circ}\text{C}$										
0,1	-2,0	-1,9	-1,4	-0,6	0,3	-0,8	-1,8	-1,3	-0,6	0,2
0,5	-1,4	-1,4	-1,0	-0,4	0,2	-1,2	-1,2	-0,8	-0,4	0,2
1,0	-1,1	-1,0	-0,8	-0,3	0,2	-1,2	-0,9	-0,7	-0,3	0,2
5,0	-0,4	-0,4	-0,3	-0,1	0,0	-0,4	-0,4	-0,2	-0,1	0,1
10,0	-0,2	-0,2	-0,2	0,0		-0,2	-0,2	-0,2	0,0	
20,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0		
Δe мбар										
0,1	1,8	3,0	4,1	4,3	3,8	1,8	2,8	3,8	3,8	3,4
0,3	1,4	2,2	3,2	3,2	2,8	1,2	2,0	2,8	3,0	2,5
0,5	1,1	2,0	2,6	2,8	2,5	1,0	1,7	2,3	2,5	2,2
1,0	1,0	1,6	2,2	2,4	2,2	0,8	1,3	1,8	2,0	1,8
3,0	0,5	0,8	1,2	1,4	1,4	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
5,0	0,3	0,6	0,8	1,0	1,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8
10,0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,6	0,0	0,2	0,2	0,3	0,4
20,0	0,0	0,2	0,4	0,4	0,4		0,0	0,0	0,2	0,2
50,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2
100,0					0,0					0,0

В течение всего рассматриваемого периода влажность воздуха на суше вследствие влияния водохранилищ будет увеличиваться. Максимальных значений изменения ее достигнут в летние месяцы, в период максимального испарения с водной поверхности.

Изменения температуры и влажности воздуха под воздействием водохранилищ уменьшаются с удалением от берега. На расстоянии 10 км от берегов Тепиского и Нижнемынбулакского водохранилищ изменения температуры будут практически затухать. Соответствующие изменения влажности воздуха на суше, окружающей эти водо-

хранилища, будут затухать на расстоянии от 10 до 50 км в зависимости от месяца и направления ветра.

Максимальные изменения температуры и влажности на побережье Тегиского водохранилища будут при северо-восточном и юго-западном направлениях ветра, а на Нижнемынбулакском водохранилище при северо-западном и юго-восточном. Минимальные, при направлениях ветра, перпендикулярных указанным.

Для характеристики зависимости изменения температуры (ΔT) и влажности (Δe) воздуха на суше вследствие образования новых водохранилищ от климатических условий района на рис. 1 приводим сравнение изменений температуры и влажности воздуха на побережье Тегиского водохранилища ($\varphi \cong 47^\circ$) с соответствующими

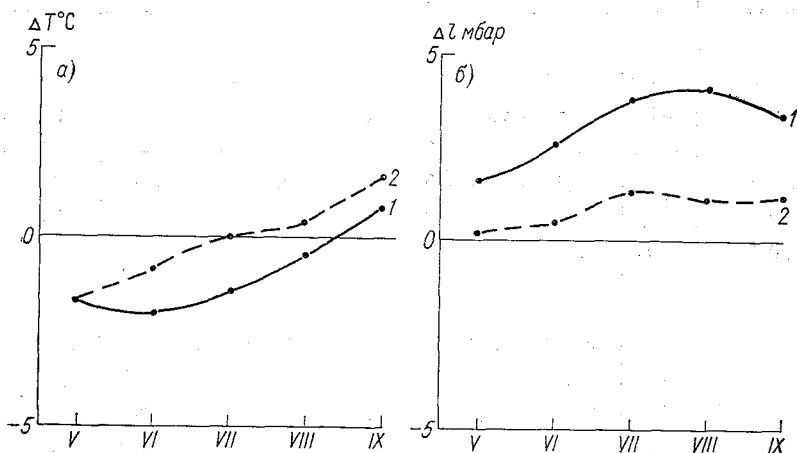


Рис. 1. Изменение температуры (а) и влажности (б) воздуха на суше при образовании одинаковых по глубине и площади водохранилищ в различных климатических зонах.

1) $\varphi = 47^\circ$, 2) $\varphi = 61^\circ$.

данными для более северного района ($\varphi \cong 61^\circ$). Один из этих водоемов расположен в зоне смешанных лесов, второй — в зоне полупустынь. На рисунках представлены максимальные изменения температуры и влажности на побережье обоих водохранилищ. Как показывает рис. 1, изменения абсолютных значений ΔT за период с мая по сентябрь для обоих водоемов близки. Однако в сезонном изменении величин ΔT для двух сравниваемых водоемов наблюдается сдвиг по фазе. Причиной этого эффекта является специфика соотношений температур поверхности водоемов и суши в течение безледоставного периода в различных климатических зонах. В северных районах безледоставный период короче, чем в южных. Поэтому различные фазы термического цикла северных и южных водоемов не совпадают по времени. Вследствие этого в одно и тоже

время разность между температурами воды и суши, от которой зависит изменение температуры воздуха на побережье под влиянием водоема, будет разной в рассматриваемых районах.

Влияние водоема на влажность воздуха на суше зависит от разности значений влажности над водоемом и сушей. Чем больше увлажненность местности, в которой создается водоем, тем меньше изменится влажность прибрежных районов после его заполнения. Это наглядно представлено на рис. 1 при сравнении изменения влажности под влиянием водоемов, расположенных в зонах с резко отличающимися климатическими условиями увлажнения. В сезонном ходе изменения влажности под влиянием этих водоемов заметных различий нет.

Таким образом, после заполнения Тегиского и Нижнемынбулакского водохранилищ весной и в первой половине лета температура воздуха на окружающей их суше понизится в зоне до 10 км. При этом наибольшее понижение температуры (около 2°) будет у уреза воды, с удалением от берега оно будет быстро уменьшаться. Во второй половине лета водохранилища не будут оказывать заметного влияния на температуру воздуха побережья. В сентябре изменение температуры воздуха на побережье меняет знак на обратный, начинается отепляющее влияние водохранилищ.

Влажность воздуха на побережье после заполнения водохранилищ увеличится в зоне до 10 км, а при определенных направлениях ветра до 50 км. Максимальные изменения будут также вблизи уреза воды. В сезонном ходе наибольшие изменения влажности (до 4 мбар) будут летом, во время максимального испарения с водоема.

Изменения температуры под влиянием Тегиского и Нижнемынбулакского водохранилищ по абсолютному значению не отличаются от соответствующих изменений под влиянием таких же по размеру водоемов в умеренных широтах. Различия заключаются в распределении указанных изменений температуры по месяцам.

Изменение влажности под влиянием данных водохранилищ будет значительно больше по сравнению с изменениями влажности под влиянием равных им водохранилищ в умеренных широтах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимофеев М. П. Метеорологический режим водоемов. Л., Гидрометеоиздат, 1963. 290 с.
2. Несина Л. В. Изменение метеорологического режима при создании водоемов.—«Труды ГГО», 1965, вып. 167, с. 98—118.
3. Несина Л. В. К вопросу о влиянии ограниченных водоемов на микроклимат окружающей суши.—«Труды ГГО», 1965, вып. 167, с. 118—134.

Н. В. Серова

КАРТЫ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЧВ РАВНИННОЙ ТЕРРИТОРИИ КОНТИНЕНТОВ СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ

1. Методика построения карт

Представленные в данной статье мелкомасштабные карты теплофизических характеристик (теплопроводности и объемной теплоемкости) почв северного полушария дают общую картину тепловых свойств почвы равнинной территории континентов. Такие карты, представляющие осредненные по глубине, времени и площади величины, могут быть использованы при расчетах теплообмена в почве в задачах по теории климата и долгосрочных прогнозов погоды [1].

Построение этих карт стало возможным в результате работ по изучению и обобщению теплофизических свойств почв, проводимых в течение ряда лет в Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова.

На основании экспериментальных данных по теплофизическим характеристикам почвы, имеющихся в литературе, и измерений, проведенных сотрудниками ГГО в естественных и лабораторных условиях [2, 3], были построены графики зависимости теплопроводности почвы от ее объемного веса и влажности. Графики построены для четырех градаций механического состава почвы: песка, супеси, суглинка и глины [4].

Зависимость объемной теплоемкости от механического состава, объемного веса и влажности почвы выражается формулой

$$c\rho = \rho\left(c_{\pi} + \frac{\omega}{100}\right),$$

по которой и проводился расчет этой характеристики. Здесь $c\rho$ в кал/(см³·°С), ρ — объемный вес почвы, г/см³, ω — влажность почвы в % от веса сухой почвы, c_{π} — удельная теплоемкость «скелета» почвы, несколько различающаяся для почв разного механического состава. Нами приняты следующие значения этого параметра:

Механический состав	Песок	Супесь	Суглинок	Глина
Удельная теплоемкость, кал/(г·°С) . . .	0,18	0,19	0,20	0,21

Исследования почвоведов показывают, что все свойства минеральных почв — физические, физико-механические, химические и физико-химические — закономерно изменяются в зависимости от размеров почвенных частиц. Объемный вес сухой почвы уменьшается с уменьшением размеров частиц, т. е. от песчаной почвы к глинистой. По мере уменьшения диаметра частиц увеличивается гигроскопичность, влагоемкость и капиллярность почвы.

На основе обработки данных 549 агрометстанций на равнинной территории СССР оказалось возможным сделать ряд общих количественных выводов о физических свойствах почв в естественных условиях [5].

Обнаруживается резкое возрастание объемного веса с уменьшением дисперсности почвы. В результате указанной выше обработки данных получены средние значения объемного веса верхнего слоя в естественных условиях для различных почв:

Механический состав	Песок	Супесь	Суглинок	Глина
Объемный вес, г/см ³	1,51	1,40	1,28	1,16

Выяснено, что объемный вес почвы зависит лишь от ее механического состава независимо от климатических условий увлажнения, в которых находится почва.

Влажность почвы в одной и той же климатической зоне, как уже указывалось, также зависит от ее дисперсности. Но существует определенная закономерная связь между влажностью почвы и климатическими условиями увлажнения.

В монографии «Почвенно-географическое районирование СССР» [6] приведена шкала классификации климата по условиям влагообеспеченности почвы. Территория СССР здесь разбита на зоны увлажнения по отношению $\frac{P}{f}$, где P — годовая сумма осадков, мм, f — годовая испаряемость, мм. На основе обработки данных указанных выше агрометстанций СССР оказалось возможным установить зависимости для естественных условий между механическим составом почвы и зонами увлажнения с одной стороны и влажностью почвы — с другой [7].

Таким образом, влажность почвы и ее объемный вес дают возможность определить, зная механический состав, теплофизические характеристики почвы. В табл. 1 приведены значения теплопроводности λ и объемной теплоемкости c_p почв разных механических составов по зонам увлажнения (табл. 1).

Теплофизические характеристики, приведенные в таблице, представляют собой средние величины по глубине (для верхнего слоя почвы 0—50 см, т. е. для слоя суточных колебаний температуры) и по времени (для летнего периода — июнь, июль, август).

Все сказанное выше относится к минеральным почвам, занимающим большую часть площади континентов. Совершенно иными физическими свойствами обладают органические — болотные — почвы. Нахождению их теплофизических характеристик были по-

Значения теплопроводности (λ) и объемной теплоемкости (c_p) почв разного механического состава в разных зонах увлажнения почвы

$\frac{P}{T}$	Зона увлажнения	Индекс зоны	Механический состав почвы											
			глина	суглинок	супесь	песок	глина	суглинок	супесь	песок				
			$\lambda \cdot 10^3$ кал/(см·с·°С)						c_p кал/(см ³ ·°С)					
1,33	Избыточно-влажная	V _н	2,4	2,7	3,2	3,4	0,61	0,54	0,52	0,43				
1,33—1,00	Влажная	B	2,1	2,6	2,9	3,2	0,53	0,52	0,46	0,40				
1,00—0,77	Полувлажная	P _в	2,0	2,5	2,7	3,0	0,51	0,49	0,42	0,39				
0,77—0,55	Полузасушливая	P _з	1,9	2,3	2,6	2,9	0,47	0,44	0,40	0,38				
0,55—0,44	Засушливая	З	1,8	2,1	2,5	2,8	0,45	0,42	0,39	0,37				
0,44—0,33	Очень засушливая	З _о	1,6	2,0	2,4	2,7	0,42	0,39	0,38	0,36				
0,33—0,22	Полусухая	C _п	1,4	1,9	2,2	2,6	0,37	0,35	0,36	0,35				
0,22—0,12	Сухая	C	1,2	1,7	2,1	2,5	0,34	0,33	0,34	0,33				
0,12	Очень сухая	C _о	1,0	1,5	2,0	2,4	0,31	0,32	0,32	0,32				

священы специальные исследования. В результате были получены значения теплофизических характеристик болотных почв нескольких наиболее распространенных типов болот [5, 7]:

Тип болота	1	2	3	4	5
$\lambda \cdot 10^3$ кал/(см \cdot с \cdot °С)	0,92	0,64	0,59	0,69	0,85
ср кал/(см \cdot с \cdot °С)	0,68	0,44	0,39	0,47	0,84

Здесь 1 — прядово-мочажинный комплекс, 2 — мохово-лесная группа, 3 — моховая группа, 4 — древесно-травяная группа, 5 — низинные болота.

Для построения карт теплофизических характеристик почвы необходимо иметь две исходные карты: карту механического состава почвы и карту зон увлажнения почвы.

Почвенные карты континентов имеются в «физико-географическом атласе мира» [8].

Монография «Почвенно-географическое районирование СССР» [6] содержит карту зон увлажнения Советского Союза. Для построения карт теплофизических характеристик почв Северного полушария необходимо иметь аналогичные карты для континентов, расположенных в этом полушарии.

Карта зон увлажнения земного шара была составлена и опубликована Н. Н. Ивановым в 1941 г. [9]. Однако, коэффициент увлажнения

$\frac{P}{f}$ в этой работе имеет градации по зонам более широкие, чем в [6], а число зон увлажнения, соответственно, меньше. Так как значения теплофизических характеристик в табл. 1 найдены по зонам в соответствии с монографией [6], нами были построены карты зон увлажнения континентов в соответствии с [6]. Исходными материалами при этом были данные о годовом количестве осадков в отдельных пунктах мира [8] и карта испаряемости, составленная Л. И. Зубенок [10]. Карты зон увлажнения почвы континентов опубликованы в статье автора [11].

Представленные в настоящей статье карты теплофизических характеристик почвы построены с осреднением этих характеристик не только по глубине и по времени, но и по площади: по двухградусным квадратам. Техника построения заключалась в наложении карты зон увлажнения континента на почвенную карту данного континента. Теплофизические характеристики находились по табл. 1 для данного сочетания механического состава и зоны увлажнения и рассчитывались затем для каждого двухградусного квадрата с учетом веса площадей входящих в него сочетаний.

Прежде, чем перейти к рассмотрению полученных карт, проанализируем более подробно исходную табл. 1. Эта таблица иллюстрирует определенные закономерности в пространственных изменениях теплофизических характеристик почвы.

Следует напомнить, что при расчете теплофизических характеристик почвы для табл. 1 объемный вес почвы принят независимым от влажности, постоянным для всех зон увлажнения, зависящим

только от механического состава и равным приведенным выше значениям.

Теплопроводность почвы заметно возрастает с укрупнением частиц почвы, т. е. от глинистой к песчаной почве, и с увеличением влажности почвы. Наименьшие значения теплопроводности у глинистой почвы в очень сухой зоне (C_0), наибольшие — у песчаной почвы в зоне избыточного увлажнения (B_{II}). При этом, например, равные значения теплопроводности оказываются у песчаной почвы в наиболее сухой зоне (C_0) и у глинистой в наиболее влажной зоне (B_{II}). Теплопроводность глинистой почвы в зоне (C_0) в 3,4 раза меньше, чем песчаной в зоне (B_{II}).

Объемная теплоемкость почвы при изменении механического состава и увлажнения почвы меняется иначе. В сухих зонах, т. е. в случае сухой почвы, объемная теплоемкость для почв разного механического состава практически одинакова. Различия начинают проявляться при увеличении влажности почвы, причем в одной и той же зоне увлажнения c_p увеличивается с увеличением дисперсности почвы. Наибольшая объемная теплоемкость — у глинистой почвы в зоне избыточного увлажнения.

2. Карты теплопроводности и объемной теплоемкости почв северного полушария

Изолинии на карте теплопроводности проведены через $0,5 \cdot 10^3$ кал/(см·с·°С), на карте объемной теплоемкости — через $0,05$ кал/(см³·°С).

Сравнивая между собой карты теплопроводности и объемной теплоемкости, следует отметить, что объемная теплоемкость очень тесно связана с зонами увлажнения почвы, характер изолиний c_p во многом повторяет изолинии зон увлажнения [11].

Теплопроводность почвы меньше зависит от зоны увлажнения; здесь большую роль играет механический состав почвы, т. е. ее объемный вес.

а) Карты теплопроводности почвы (рис. 1—5).

Наибольшую площадь на территории Европы (рис. 1) занимают области III—IV с теплопроводностью почвы ($2,0—3,0$) 10^{-3} кал/(см·с·°С). Большие значения λ наблюдаются в зоне достаточного увлажнения для песчаных почв.

Для территории Азии (рис. 2) характерны значения ($1,5—2,5$) 10^{-3} кал/(см·с·°С) (области II—III). Это сухие зоны с песчаной почвой на среднеазиатской территории СССР, пустыни Аравийского полуострова, Такла-Макан и Гоби, Индостанского полуострова. Минимальные значения теплопроводности ($<1,5 \cdot 10^{-3}$) наблюдаются на территории СССР в зоне глинистых почв между Каспийским и Аральским морями, а также в центре Западно-Сибирской низменности из-за сильной заболоченности этого района и малого значения λ болот. Максимальные значения ($3,0—3,5$) 10^{-3} кал/(см·с·°С) наблюдаются на севере Западной Сибири в зоне достаточного увлажнения, для песчаных почв.

Территория Африки, находящаяся в Северном полушарии (рис. 3), имеет теплопроводность почвы $(2,0-2,5)10^{-3}$ кал/(см \times Хс \cdot °С). Это прежде всего сухие пустынные почвы на севере континента. Южнее широты 15—20° увлажнение почвы постепенно возрастает к экватору до зоны избыточно влажной, но механический состав почвы также изменяется на более дисперсный: южнее 10° с. ш. — преимущественно глинистая почва. Суммарный эффект поэтому получается небольшим. Уменьшение теплопроводности наблюдается вблизи экватора на долготе $\sim 20^\circ$ в бассейне р. Конго

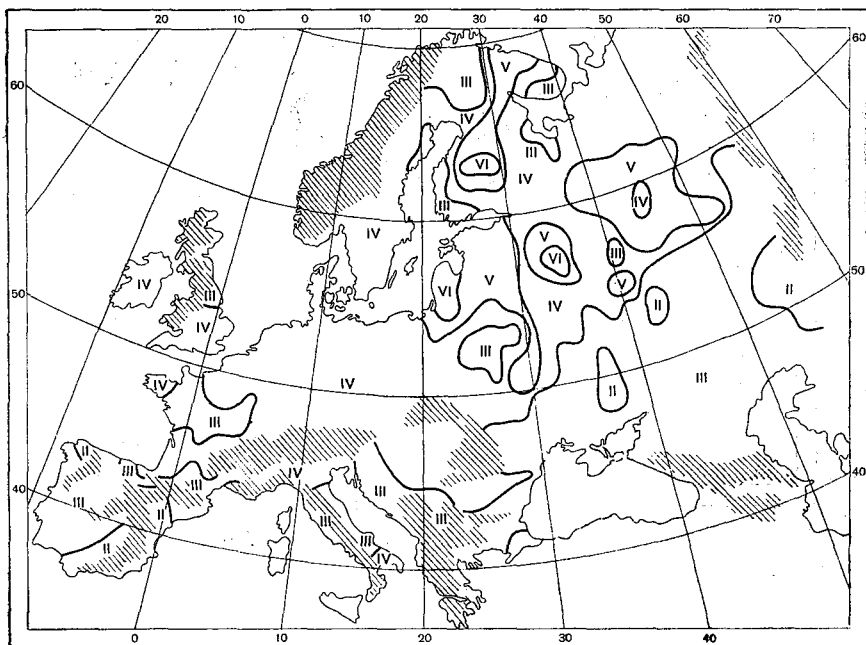


Рис. 1. Карта теплопроводности почв Европы.

I) $<1,5$; II) $1,5-2,0$; III) $2,0-2,5$; IV) $2,5-3,0$; V) $3,0-3,5$; VI) $>3,5 \cdot 10^{-3}$ кал/(см \cdot °С).

и в дельте Белого Нила (30° в. д. и 10° с. ш.) — в районах с болотными почвами.

В Северной Америке (рис. 4) наибольшую площадь занимает область III — полузасушливая-полувлажная зона с супесчаной и суглинистой почвой. Увеличение теплопроводности, наблюдающееся в северо-восточной части на полуострове Лабрадор, до $(3,0-3,5)10^{-3}$ соответствует песчаной почве в зоне избыточного увлажнения. Низкие значения теплопроводности в районе Большого Невольничего озера (110° з. д., 60° с. ш.) и на юге, у Мексиканского залива объясняются наличием там значительного количества болот.

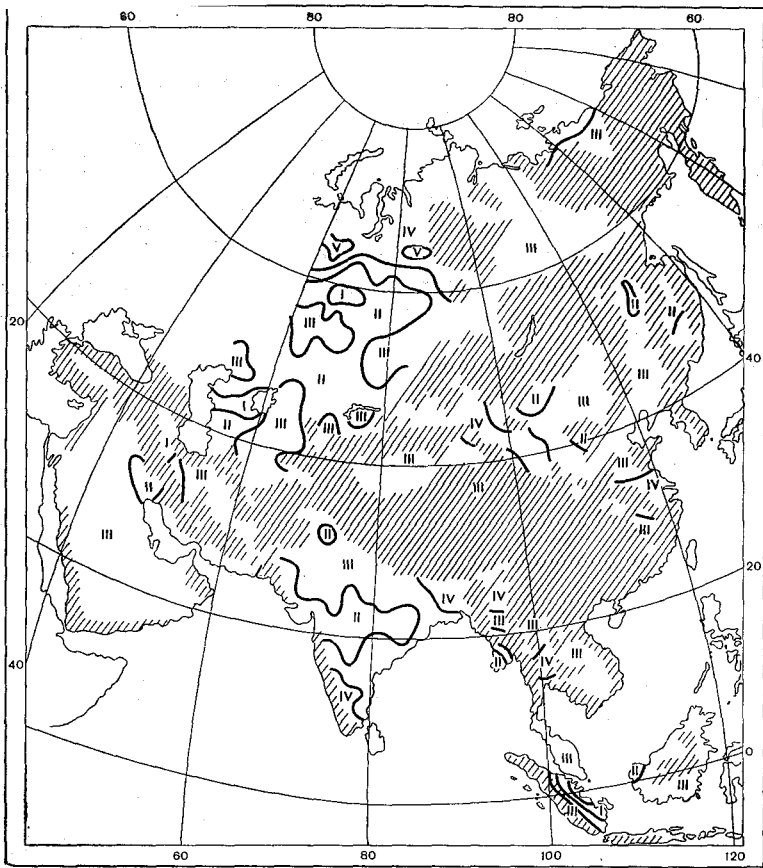


Рис. 2. Карта теплопроводности почв Азии.

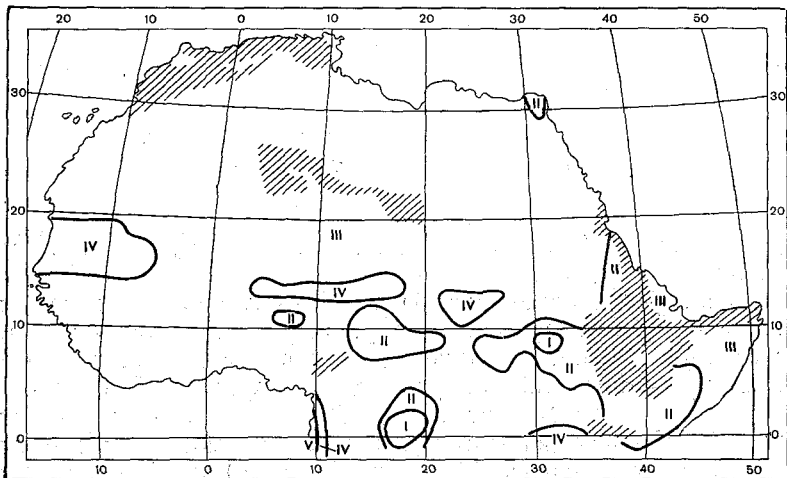


Рис. 3. Карта теплопроводности почв Африки.

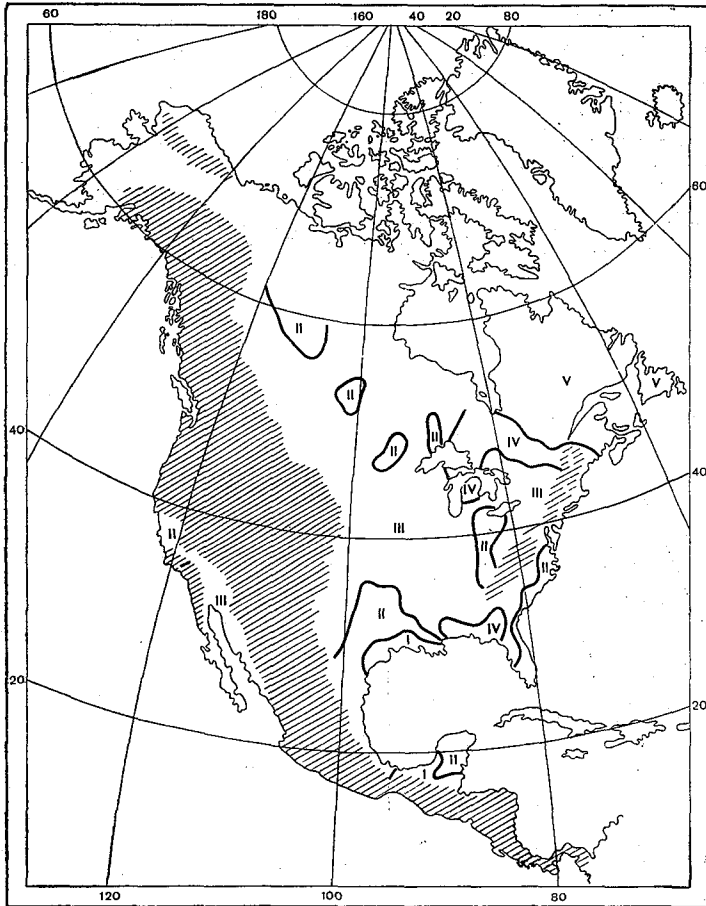


Рис. 4. Карта теплопроводности почв Северной Америки.

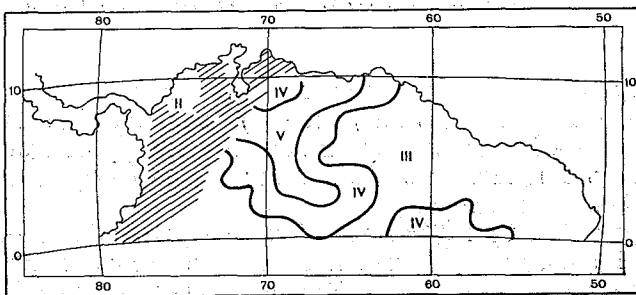


Рис. 5. Карта теплопроводности почв Южной Америки.

В Южной Америке (рис. 5) область III — глинистые почвы в зоне избыточного увлажнения у берегов Атлантического океана — переходит в область IV и V в той же зоне увлажнения, но с песчаными почвами в долине р. Ориноко.

б) Карты объемной теплоемкости почвы (рис. 6—10).

Объемная теплоемкость почвы, как уже указывалось, имеет прямую зависимость от влажности. Минимальное значение c_p — в сухих зонах, максимальные — в зонах избыточного и достаточного увлажнения с глинистой и суглинистой почвой, а также в районах болот.

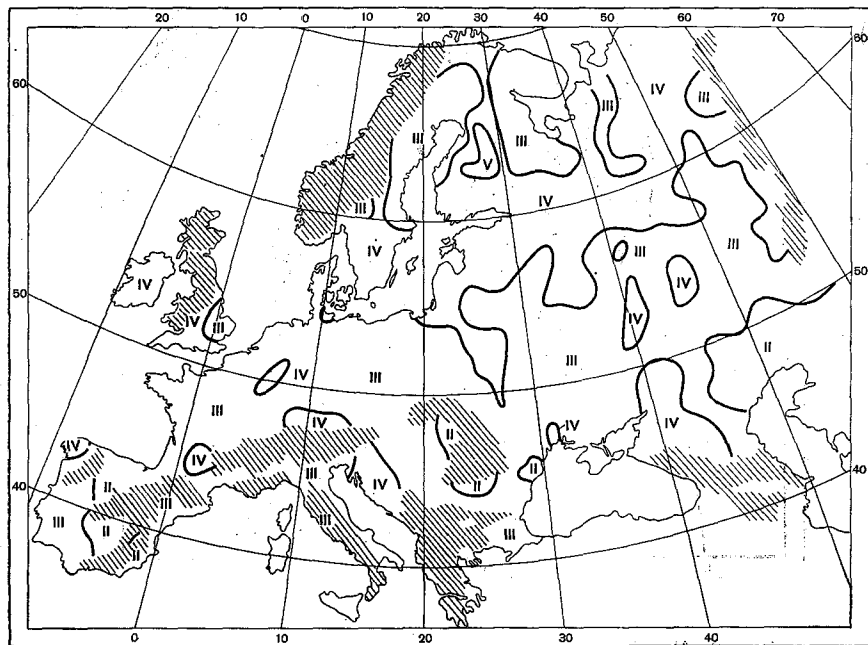


Рис. 6. Карта объемной теплоемкости почв Европы.

I) $< 0,30$; II) $0,30-0,40$; III) $0,40-0,50$; IV) $0,50-0,60$; V) $0,60-0,70$; VI) $> 0,70$ кал/(см³·°C).

Значения объемной теплоемкости почв Европы (рис. 6) находятся в пределах $0,40-0,60$ кал/(см³·°C) (области III и IV). Меньшие значения — в Испании в сухой зоне и к северу от Каспийского моря (область II). Наибольшие значения — на северо-западе ЕТС в районах болотистых почв.

Для Азии (рис. 7) характерно большее разнообразие значений c_p . От минимальных в районах пустынь — в республиках Средней Азии, Аравийской, Гоби, Такла-Макан и северо-запада Индии, до максимальных (больше $0,60$) в районах Западной Сибири, где болотные почвы занимают до 90% площади.

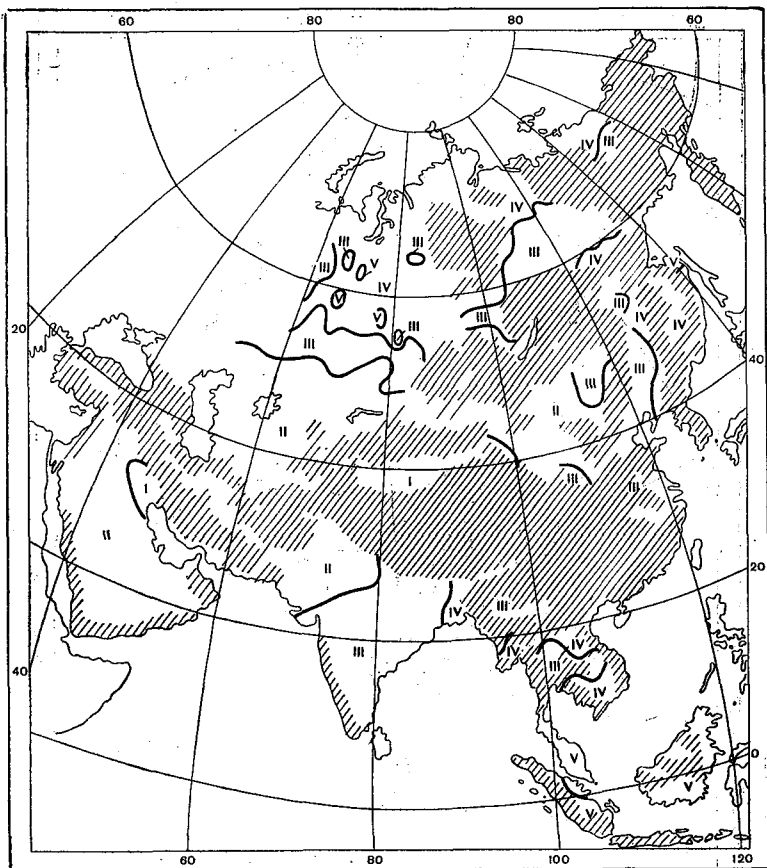


Рис. 7. Карта объемной теплоемкости почв Азии.

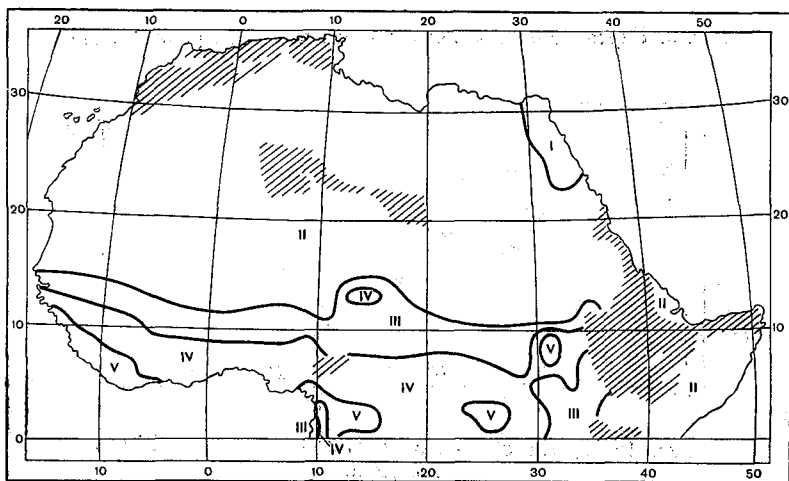


Рис. 8. Карта объемной теплоемкости почв Африки.

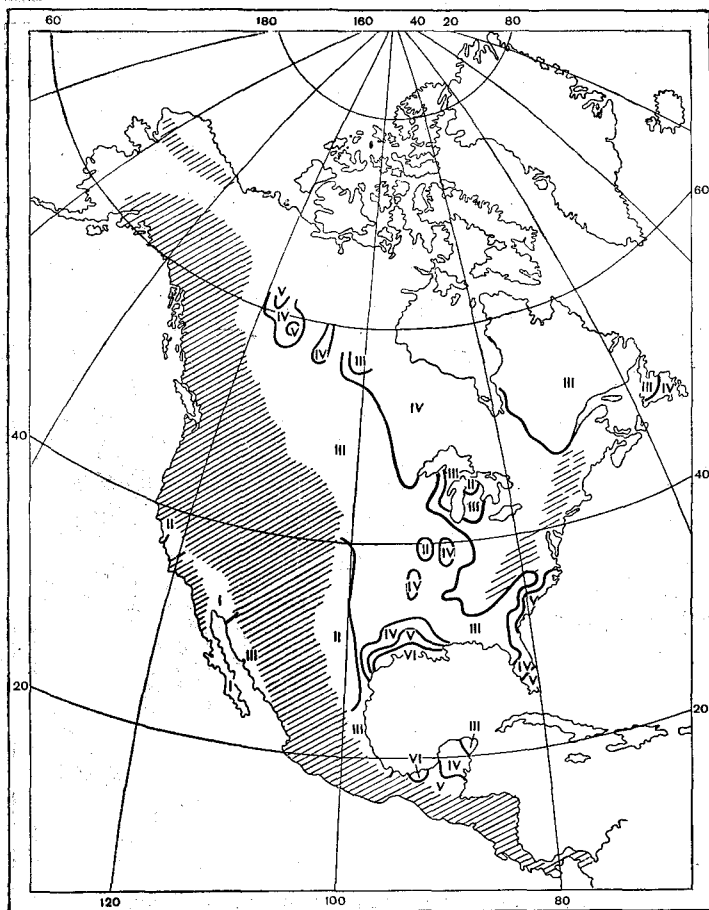


Рис. 9. Карта объемной теплоемкости почв Северной Америки.

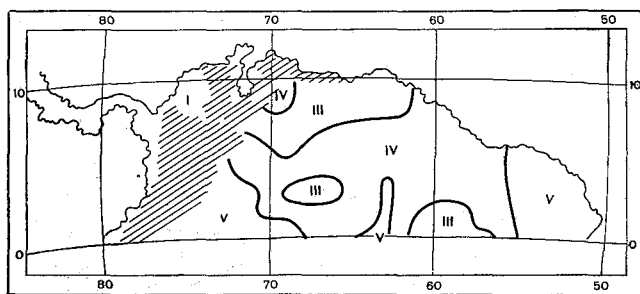


Рис. 10. Карта объемной теплоемкости почв Южной Америки.

Литература: М. И. Шенников, В. И. Шенников, В. И. Шенников, В. И. Шенников.

В Африке (рис. 8) наименьшие значения объемной теплоемкости — весь север, т. е. район пустыни. К югу, по мере возрастания увлажненности почвы, ее объемная теплоемкость увеличивается. Сильное увеличение у экватора объясняется наличием там, в основном, глинистых почв. Максимум в районе 30° в. д. и 10° с. ш. объясняется значительной заболоченностью этого района.

Почвы средней части Северной Америки (рис. 9) имеют $c_p = 0,5—0,55$ кал/(см³·°С). Это зоны П_в и В с глинистой и суглинистой почвой. Уменьшение к северу в зоне В_н объясняется переходом к песчаной почве, а к западу — уменьшением влажности, переходом к зонам З—П_з. Максимум на берегу Мексиканского залива объясняется наличием болот в этом районе.

В Южной Америке (рис. 10) значения c_p высокие, что обусловлено большей влажностью почвы. Уменьшение объемной теплоемкости в районе 70° з. д. объясняется песчаными почвами в дельте р. Ориноко.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козодеров В. В. Об учете теплового баланса на подстилающей поверхности в глобальной модели общей циркуляции атмосферы.—«Труды ГМЦ», 1974, вып. 125, с. 68—82.
2. Горбунова И. Г., Серова Н. В. Теплофизические характеристики и влажность почвы.—«Труды ГГО», 1961, вып. 107, с. 44—46.
3. Серова Н. В. Теплообмен воды с грунтом.— В кн.: Метеорологический режим оз. Севан. 1960, с. 210—217.
4. Серова Н. В. Распределение теплофизических характеристик почв по Европейской территории СССР.—«Труды ГГО», 1969, вып. 241, с. 95—107.
5. Серова Н. В. Теплофизические характеристики почв и их географическое распределение.— В кн.: Доклады по прикладной климатологии на ВДНХ СССР. Инф. письмо ГУГМС № 19, 1972, с. 168—181.
6. Почвенно-географическое районирование СССР. М., Изд-во АН СССР, 1962. 423 с.
7. Серова Н. В. Распределение теплофизических характеристик почв на равнинной территории СССР.—«Труды ГГО», 1972, вып. 282, с. 120—126.
8. Физико-географический атлас мира. М., Изд-во АН СССР и ГУГК, 1964. 298 с.
9. Иванов Н. Н. Зоны увлажнения земного шара.—«Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз.», 1941, № 3, с. 261—288.
10. Агроклиматический атлас мира. М.—Л., Гидрометеониздат, 1972. 28 с. 115 карт.
11. Серова Н. В. Карты зон увлажнения почвы равнинной территории континентов северного полушария.—«Труды ГГО», 1975, вып. 326, с. 172—178.

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАТРИЧНОЙ ФАКТОРИЗАЦИИ
К РЕШЕНИЮ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА**

Рассмотрим сначала применение метода матричной факторизации к решению краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Пусть задано линейное дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$A(x)y^{IV} + B(x)y^{III} + C(x)y^{II} + D(x)y' + E(x)y = F(x) \quad (1)$$

с граничными условиями

$$y(a) = y_a, \quad y'(a) = y'_a, \quad (2)$$

$$y(b) = y_b, \quad y'(b) = y'_b, \quad (3)$$

где $y(x)$ — искомая функция независимой переменной x ; $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$, $E(x)$ и $F(x)$ — известные непрерывные на $[a, b]$ функции; y_a, y_b, y'_a, y'_b — заданные числа. Требуется определить функцию $y(x)$, удовлетворяющую уравнению (1) и граничным условиям (2) — (3).

Решать задачу (1) — (3) будем методом сеток. Для этого надо выполнить следующие четыре этапа:

1. Заменить область непрерывного изменения аргумента областью дискретного его изменения.

2. Заменить дифференциальный оператор некоторым разностным оператором.

3. Сформулировать разностный аналог для граничных условий.

4. Решать полученную в результате осуществления первых трех этапов алгебраическую систему уравнений.

Проделаем все эти этапы для решения поставленной задачи.

1. Разобьем интервал $[a, b]$ на N произвольных частей. Множество узлов $(x_i, i=0, 1, \dots, N, x_0=a, x_N=b)$ образует неравномерную сетку ω . Равномерную сетку, которую мы будем обозначать ω ,

можно рассматривать как частный случай неравномерной сетки. Для равномерной сетки $x_i = a + ih$, где $h = \frac{b-a}{N}$. Введем следующие обозначения:

$$h_i = x_i - x_{i-1}, \quad \bar{h}_i = h_i + h_{i+1}, \quad y(x_i) = y_i. \quad (4)$$

2. Выражение производных через значения функции в узлах сетки получим способом, описанным в [1]. Для этой цели построим интерполяционный полином, который в узлах сетки принимает те же значения, что и заданная функция, а затем производные от функции будем приближенно считать равными соответствующим производным от полинома.

Введем разностные отношения первого, второго, третьего и четвертого порядков, образованные по следующему закону:

$$\begin{aligned} y_{1,0} &= \frac{y_1 - y_0}{h_1}, \quad y_{2,1,0} = \frac{y_{2,1} - y_{1,0}}{x_2 - x_0} = \frac{1}{\bar{h}_1} \left(\frac{y_2 - y_1}{h_2} - \frac{y_1 - y_0}{h_1} \right), \\ y_{3,2,1,0} &= \frac{y_{3,2,1} - y_{2,1,0}}{x_3 - x_0} = \\ &= \frac{1}{\bar{h}_1 + \bar{h}_3} \left[\left(\frac{y_3 - y_2}{h_3} - \frac{y_2 - y_1}{h_2} \right) \frac{1}{\bar{h}_2} - \left(\frac{y_2 - y_1}{h_2} - \frac{y_1 - y_0}{h_1} \right) \frac{1}{\bar{h}_1} \right], \\ y_{4,3,2,1,0} &= \frac{y_{4,3,2,1} - y_{3,2,1,0}}{x_4 - x_0} = \frac{1}{\bar{h}_1 + \bar{h}_3} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{\bar{h}_2 + \bar{h}_4} \left[\left(\frac{y_4 - y_3}{h_4} - \frac{y_3 - y_2}{h_3} \right) \frac{1}{\bar{h}_3} - \left(\frac{y_3 - y_2}{h_3} - \frac{y_2 - y_1}{h_2} \right) \frac{1}{\bar{h}_2} \right] - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\bar{h}_1 + \bar{h}_3} \left[\left(\frac{y_3 - y_2}{h_3} - \frac{y_2 - y_1}{h_2} \right) \frac{1}{\bar{h}_2} - \left(\frac{y_2 - y_1}{h_2} - \frac{y_1 - y_0}{h_1} \right) \frac{1}{\bar{h}_1} \right] \right\}. \quad (5) \end{aligned}$$

В случае равномерной сетки отношения (5) будут значительно проще:

$$\begin{aligned} y_{1,0} &= \frac{y_1 - y_0}{h}, \quad y_{2,1,0} = \frac{y_2 - 2y_1 + y_0}{2h^2}, \\ y_{3,2,1,0} &= \frac{y_3 - 3y_2^2 + 3y_1 - y_0}{6h^3}, \quad y_{4,3,2,1,0} = \frac{y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0}{24h^4}. \quad (6) \end{aligned}$$

Используем разностные отношения (5) при записи интерполяционного полинома в форме Ньютона для случая пяти точек:

$$\begin{aligned} N_5(x) &= y_0 + (x - x_0)y_{1,0} + (x - x_0)(x - x_1)y_{2,1,0} + \\ &+ (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)y_{3,2,1,0} + \\ &+ (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)y_{4,3,2,1,0}. \quad (7) \end{aligned}$$

Обозначив для облегчения записи $x - x_k = \alpha_k$ и продифференцировав равенство (7) по x , получим следующие выражения для первых четырех производных полинома $N_5(x)$:

$$N_5'(x) = y_{1,0} + (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2)y_{2,1,0} + (\alpha_0\alpha_1 + \alpha_0\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2)y_{3,2,1,0} + (\alpha_0\alpha_1\alpha_2 + \alpha_0\alpha_1\alpha_3 + \alpha_0\alpha_2\alpha_3 + \alpha_1\alpha_2\alpha_3)y_{4,3,2,1,0}. \quad (8)$$

$$N_5''(x) = 2! [y_{2,1,0} + (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2)y_{3,2,1,0} + (\alpha_0\alpha_1 + \alpha_0\alpha_2 + \alpha_0\alpha_3 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3)y_{4,3,2,1,0}], \quad (9)$$

$$N_5'''(x) = 3! [y_{3,2,1,0} + (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)y_{4,3,2,1,0}], \quad (10)$$

$$N_5^{IV}(x) = 4! y_{4,3,2,1,0}. \quad (11)$$

Равенства (8) — (11) дают приближенные выражения производных при любых значениях аргумента x . На данном этапе нас интересуют значения производных в центральном узле выбранного интервала. Поясним процедуру получения разностных выражений для производных из формул (8) — (11) на примере выражения первой производной по трем точкам. Положим для этой цели $x = x_i$ и воспользуемся только первыми двумя слагаемыми в формуле (8). Заменяя индексы 0, 1, 2 соответственно на $i-1, i, i+1$ и подставив выражения $y_{1,0}$ и $y_{2,1,0}$ из (5), получим следующий окончательный результат:

$$\bar{\omega}: y_i' = \frac{h_i^2 y_{i+1} + (h_{i+1}^2 + h_i^2) y_i - h_{i+1}^2 y_{i-1}}{h_i h_{i+1} \bar{h}}, \quad \omega: y_i' = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}. \quad (12)$$

Если в формуле (8) учесть все слагаемые, то получим выражение первой производной по пяти точкам:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}: y_i' &= y_{1,0} + (h_{i-1} + 2h_i)y_{2,1,0} + \\ &+ (h_{i-1} + h_i) h_i y_{3,2,1,0} - \bar{h}_{i-1} h_i h_{i+1} y_{4,3,2,1,0}, \quad (13) \\ \omega: y_i' &= \frac{-y_{i+2} + 8y_{i+1} - 8y_{i-1} + y_{i-2}}{12h}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом из формул (9) — (11) можно легко получить выражение второй производной по трем, четырем или пяти точкам, третьей производной по четырем или пяти точкам и, наконец, четвертой производной по пяти точкам. Приведем некоторые из полученных результатов:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}: y_i'' &= 3! [y_{3,2,1,0} + (\bar{h}_i + h_{i+1} - h_{i+2}) y_{4,3,2,1,0}], \\ \omega: y_i'' &= \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3}, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\bar{\omega}: y_i^{IV} = 4! y_{4,3,2,1,0}$$

$$\omega: y_i^{IV} = \frac{y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0}{24h^4}.$$

3. Рассмотрим теперь граничные точки сетки a и b . Если условия на концах промежутка имеют форму (2) и (3), то значения функции в первой и последней точках сетки являются заданными и остается только записать выражение первой производной на концах интервала с той же погрешностью, что и выражения производных, входящих в дифференциальное уравнение (1), для внутренних точек промежутка. Для приближенного выражения первой производной воспользуемся опять формулой (8), сохранив в ней два первых слагаемых и положив $x = x_0$. В результате получим следующее выражение первой производной по трем точкам:

$$\bar{\omega}: y'_0 = \frac{-\bar{h}_1^2 y_2 + (h_1 + h_2)^2 y_1 - (2h_1 h_2 + h_2^2) y_0}{h_1 h_2 \bar{h}_1}, \quad (15)$$

$$\omega: y'_0 = \frac{-y_2 + 4y_1 - 3y_0}{2h}.$$

Значение первой производной для правого конца промежутка также получается из уравнения (8) при $x = x_N$:

$$\bar{\omega}: y'_N = \frac{h_N^2 y_{N-2} - \bar{h}_{N-1}^2 y_{N-1} + h_N (h_{N-1} + \bar{h}_{N-1}) y_N}{h_N h_{N-1} \bar{h}_{N-1}}, \quad (16)$$

$$\omega: y'_N = \frac{y_{N-2} - 4y_{N-1} + 3y_N}{2h}.$$

Аналогичным образом производится построение разностного аналога для граничных условий более сложного вида. В качестве примера мы приведем выражение второй производной по четырем точкам для левого и правого концов промежутка:

$$\bar{\omega}: y''_0 = 2[y_{2,1,0} - (h_1 + \bar{h}_1) y_{3,2,1,0}],$$

$$\omega: y''_0 = \frac{-y_3 + 4y_2 - 5y_1 + 2y_0}{h^2},$$

$$\bar{\omega}: y''_N = 2[y_{2,1,0} + (2\bar{h}_{N-1} + h_N) y_{3,2,1,0}],$$

$$\omega: y''_N = \frac{-y_{N-3} + 4y_{N-2} - 5y_{N-1} + 2y_N}{h^2}. \quad (17)$$

Вопрос о влиянии выбора конкретной формулы для аппроксимации производных конечными разностями на результаты численного решения дифференциального уравнения и оценка погрешности, возникающей при замене дифференциального оператора разностным, в случае неравномерной сетки достаточно сложны и требуют специального исследования. Для равномерной сетки эти вопросы решаются гораздо легче. Некоторые оценки погрешности аппроксимации производных можно найти, например, в монографиях [1, 2, 3]. В рамках данной работы эти вопросы не рассматриваются.

Формулы (20) позволяют определить все прогнанные коэффициенты.

Искомое решение y_i теперь можно легко найти по формулам (19) для $i=N-2, N-1, \dots, 0$, если известны значения y_N и y_{N-1} . Для определения этих значений надо решить систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными $y_{N-3}, y_{N-2}, y_{N-1}$ и y_N относительно двух последних неизвестных. Два уравнения этой системы получаются из граничных условий (четвертое и пятое уравнение (18), а два других — уравнения (19)) при $i=N-2$ и $N-3$.

Рассмотрим теперь применение метода матричной факторизации к решению системы уравнений с пятидиагональной матрицей. Запишем систему линейных алгебраических векторно-матричных уравнений с пятидиагональной матрицей:

$$A_i \bar{W}_{i-2} + B_i \bar{W}_{i-1} + C_i \bar{W}_i + D_i \bar{W}_{i+1} + E_i \bar{W}_{i+2} = \bar{F}_i$$

$$(i = 0, 1, \dots, N), \quad (21)$$

$$A_0 = B_0 = A_1 = E_{N-1} = E_N = D_N = 0,$$

где A_i, B_i, C_i, D_i и E_i — заданные квадратные матрицы порядка r , \bar{F}_i — известный вектор правой части, а \bar{W}_i — искомый вектор.

Будем искать решение системы (21) в виде:

$$\bar{W}_i = L_i \bar{W}_{i+1} + K_i \bar{W}_{i+2} + \bar{T}_i \quad (i = 0, 1, \dots, N-2), \quad (22)$$

где L_i и K_i — неизвестные пока матрицы, а \bar{T}_i — неизвестный вектор, которые мы определим исходя из уравнения (21). Подставив значения \bar{W}_{i-2} и \bar{W}_{i-1} , определяемые по формуле (22), в уравнение (21), получим:

$$\begin{aligned} & [(A_i L_{i-2} + B_i) L_{i-1} + A_i K_{i-2} + C_i] \bar{W}_i + \\ & + [(A_i L_{i-2} + B_i) K_{i-1} + D_i] \bar{W}_{i+1} + E_i \bar{W}_{i+2} = \\ & = \bar{F}_i - (A_i L_{i-2} + B_i) \bar{T}_{i-1} - A_i \bar{T}_{i-2}. \end{aligned} \quad (23)$$

После введения обозначений:

$$H_i = (A_i L_{i-2} + B_i) L_{i-1} + A_i K_{i-2} + C_i,$$

$$R_i = (A_i L_{i-2} + B_i) K_{i-1} + D_i,$$

$$\bar{P}_i = \bar{F}_i - (A_i L_{i-2} + B_i) \bar{T}_{i-1} - A_i \bar{T}_{i-2} \quad (24)$$

уравнение (23) примет вид:

$$H_i \bar{W}_i + R_i \bar{W}_{i+1} + E_i \bar{W}_{i+2} = \bar{P}_i. \quad (25)$$

Найдем из последнего уравнения \bar{W}_i :

$$\bar{W}_i = -H_i^{-1} R_i \bar{W}_{i+1} - H_i^{-1} E_i \bar{W}_{i+2} + H_i^{-1} \bar{P}_i. \quad (26)$$

Из сравнения уравнений (26) и (22) получаются следующие рекуррентные соотношения для вычисления матриц L_i и K_i и вектора \bar{T}_i :

$$L_i = -H_i^{-1} R_i, \quad K_i = -H_i^{-1} E_i, \quad \bar{T}_i = H_i^{-1} \bar{P}_i. \quad (27)$$

Процесс вычисления этих величин называется прямым ходом метода матричной факторизации. После окончания прямого хода система уравнений (21) окажется приведенной к треугольному виду, причем только три диагонали матрицы системы будут иметь ненулевые элементы.

Обратный ход метода матричной факторизации совпадает с обратным ходом метода Гаусса. Определив значения векторов \bar{W}_N и \bar{W}_{N-1} из двух последних уравнений системы с треугольной матрицей, можно легко найти остальные искомые векторы по формуле (22) для $i=N-2, N-1, \dots, 0$. В этом и состоит обратный ход метода матричной факторизации.

Изложенный выше метод матричной факторизации применим при решении систем линейных алгебраических векторно-матричных уравнений с пятидиагональной матрицей. Такие системы уравнений могут возникнуть не только при решении задач линейной алгебры. Так, например, при решении методом сеток краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка матрица системы соответствующих конечно-разностных уравнений будет пятидиагональная. Матрицу такой же структуры имеют системы алгебраических уравнений, возникающие при решении методом сеток некоторых уравнений параболического и эллиптического типа.

Рассмотрим применение метода матричной факторизации к решению одной задачи пограничного слоя атмосферы [5]. Как показано в работе [5], уравнения движения в пограничном слое атмосферы с учетом силы Кориолиса могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left(k \frac{du}{dz} + L \frac{d^3 u}{dz^3} \right) + \lambda v &= 0, \\ \frac{d}{dz} \left(k \frac{dv}{dz} + L \frac{d^3 v}{dz^3} \right) - \lambda u &= -\lambda G, \end{aligned} \quad (28)$$

где u и v — искомые компоненты вектора скорости ветра; $k(z)$ и $L(z)$ — заданные функции высоты; λ и G — константы.

Система уравнений (28) решается при следующих граничных условиях: при $z=0$

$$u = u_{\Pi}, \quad u''' + au' = b, \quad v = v_{\Pi}, \quad v''' + cv' = d, \quad (29)$$

при $z=H$

$$u = u_H, \quad v = v_H, \quad u' = 0, \quad v' = 0. \quad (30)$$

Постановка задачи и подробный вывод исходной системы уравнений (28) и граничных условий (29—30) приведены в работе [5]. Мы ограничимся изложением только численного метода решения системы уравнений (29—30).

Заменим в исходной системе уравнений (28) и в граничных условиях (29) и (30) дифференциальные операторы соответствующими конечно-разностными операторами. После приведения подобных членов получим следующую систему конечно-разностных уравнений:

$$\begin{aligned} a_{11,i} u_{i-2} + b_{11,i} u_{i-1} + c_{11,i} u_i + d_{11,i} u_{i+1} + e_{11,i} u_{i+2} + c_{12,i} v_i &= f_{1,i} \\ a_{22,i} v_{i-2} + b_{22,i} v_{i-1} + c_{22,i} v_i + d_{22,i} v_{i+1} + e_{22,i} v_{i+2} + c_{21,i} u_i &= f_{2,i} \end{aligned} \quad (i = 2, \dots, N-2) \quad (31)$$

$$u_0 = u_{\Pi}, \quad a_{11,0} u_0 + b_{11,0} u_1 + c_{11,0} u_2 + d_{11,0} u_3 = f_{1,0}$$

$$v_0 = v_{\Pi}, \quad a_{22,0} v_0 + b_{22,0} v_1 + c_{22,0} v_2 + d_{22,0} v_3 = f_{2,0} \quad (32)$$

$$u_N = u_H, \quad v_N = v_H, \quad u_N = u_{N-1}, \quad v_N = v_{N-1}. \quad (33)$$

Запишем теперь систему (31)—(33) в матричном виде (21). В нашем случае матрицы A_i , B_i , D_i и E_i будут диагональными и только матрица C_i будет иметь все ненулевые элементы:

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \begin{bmatrix} a_{11,i} & 0 \\ 0 & a_{22,i} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} b_{11,i} & 0 \\ 0 & b_{22,i} \end{bmatrix}, \quad C_i = \begin{bmatrix} c_{11,i} & c_{12,i} \\ c_{21,i} & c_{22,i} \end{bmatrix}, \\ D_i &= \begin{bmatrix} d_{11,i} & 0 \\ 0 & d_{22,i} \end{bmatrix}, \quad E_i = \begin{bmatrix} e_{11,i} & 0 \\ 0 & e_{22,i} \end{bmatrix}, \quad \overline{F}_i = \begin{bmatrix} f_{1,i} \\ f_{2,i} \end{bmatrix}, \quad \overline{W}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Введем следующие матрицы и векторы:

$$\left. \begin{aligned} L_i &= \begin{bmatrix} l_{11,i} & l_{12,i} \\ l_{21,i} & l_{22,i} \end{bmatrix}, \quad K_i = \begin{bmatrix} k_{11,i} & k_{12,i} \\ k_{21,i} & k_{22,i} \end{bmatrix}, \quad \overline{T}_i = \begin{bmatrix} t_{1,i} \\ t_{2,i} \end{bmatrix}, \\ H_i &= \begin{bmatrix} h_{11,i} & h_{12,i} \\ h_{21,i} & h_{22,i} \end{bmatrix}, \quad R_i = \begin{bmatrix} r_{11,i} & r_{12,i} \\ r_{21,i} & r_{22,i} \end{bmatrix}, \quad \overline{P}_i = \begin{bmatrix} p_{1,i} \\ p_{2,i} \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Используя векторные равенства (24), получим выражения для определения элементов матриц H_i , R_i и элементов вектора \bar{P}_i :

$$\begin{aligned}
 h_{11,i} &= (a_{11,i} l_{11,i-2} + b_{11,i}) l_{11,i-1} + a_{11,i} l_{12,i-2} l_{21,i-1} + \\
 &\quad + a_{11,i} k_{11,i-2} + c_{11,i}, \\
 h_{12,i} &= (a_{11,i} l_{11,i-2} + b_{11,i}) l_{12,i-1} + a_{11,i} l_{12,i-2} l_{22,i-1} + \\
 &\quad + a_{11,i} k_{12,i-2} + c_{12,i}, \\
 h_{21,i} &= a_{22,i} l_{21,i-2} l_{11,i-1} + (a_{22,i} l_{22,i-2} + b_{22,i}) l_{21,i-1} + \\
 &\quad + a_{22,i} k_{21,i-2} + c_{21,i}, \\
 h_{22,i} &= a_{22,i} l_{21,i-2} l_{12,i-1} + (a_{22,i} l_{22,i-2} + b_{22,i}) l_{22,i-1} + \\
 &\quad + a_{22,i} k_{22,i-2} + c_{22,i}, \\
 r_{11,i} &= (a_{11,i} l_{11,i-2} + b_{11,i}) k_{11,i-1} + \\
 &\quad + a_{11,i} l_{12,i-2} k_{21,i-1} + d_{11,i}, \\
 r_{12,i} &= (a_{11,i} l_{11,i-2} + b_{11,i}) k_{12,i-1} + a_{11,i} l_{12,i-2} k_{22,i-1}, \\
 r_{21,i} &= a_{22,i} l_{21,i-2} k_{11,i-1} + (a_{22,i} l_{22,i-2} + b_{22,i}) k_{21,i-1}, \\
 r_{22,i} &= a_{22,i} l_{21,i-2} k_{12,i-1} + (a_{22,i} l_{22,i-2} + b_{22,i}) \times \\
 &\quad \times k_{22,i-1} + d_{22,i}, \\
 p_{1,i} &= f_{1,i} - (a_{11,i} l_{11,i-2} + b_{11,i}) l_{1,i-1} - a_{11,i} t_{1,i-2} - \\
 &\quad - a_{11,i} l_{12,i-2} t_{2,i-1}, \\
 p_{2,i} &= f_{2,i} - (a_{12,i} l_{22,i-2} + b_{22,i}) t_{2,i-1} - \\
 &\quad - a_{22,i} l_{21,i-2} t_{1,i-1} - a_{22,i} t_{2,i-2}.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Векторно-матричные рекуррентные соотношения (27) примут вид:

$$\begin{aligned}
 l_{11,i} &= -\frac{h_{22,i}}{\Delta} r_{11,i} + \frac{h_{12,i}}{\Delta} r_{21,i}; \\
 l_{12,i} &= -\frac{h_{22,i}}{\Delta} r_{12,i} + \frac{h_{12,i}}{\Delta} r_{22,i}; \\
 l_{21,i} &= \frac{h_{21,i}}{\Delta} r_{11,i} - \frac{h_{11,i}}{\Delta} r_{21,i}; \\
 l_{22,i} &= \frac{h_{21,i}}{\Delta} r_{11,i} - \frac{h_{11,i}}{\Delta} r_{21,i}; \\
 k_{11,i} &= -\frac{h_{22,i}}{\Delta} e_{11,i}; \quad k_{12,i} = \frac{h_{12,i}}{\Delta} e_{22,i}; \quad k_{21,i} = \frac{h_{21,i}}{\Delta} e_{11,i}; \\
 k_{22,i} &= -\frac{h_{11,i}}{\Delta} e_{22,i}, \quad t_{1,i} = \frac{h_{22,i}}{\Delta} p_{1,i} - \frac{h_{12,i}}{\Delta} p_{2,i}; \\
 t_{2,i} &= -\frac{h_{21,i}}{\Delta} p_{1,i} + \frac{h_{11,i}}{\Delta} p_{2,i}, \quad \text{где } \Delta = h_{1,i} h_{4,i} - h_{2,i} h_{3,i}.
 \end{aligned} \tag{37}$$

Чтобы начать вычисления по рекуррентным формулам (36) — (37) при $i=2, 3, \dots, N-2$, надо знать значения матриц L_0, K_0, L_1, K_1 и значения векторов \bar{T}_0, \bar{T}_1 . Их мы определим из условия совпадения соотношения (22) при $i=0, 1$ и граничных условий (32). При $i=0$ и $i=1$ равенства (22) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= l_{11,0} u_1 + l_{12,0} v_1 + k_{11,0} u_2 + k_{12,0} v_2 + t_{1,0}, \\ v_0 &= l_{21,0} u_1 + l_{22,0} v_1 + k_{21,0} u_2 + k_{22,0} v_2 + t_{2,0}, \\ u_1 &= l_{11,1} u_2 + l_{12,1} v_2 + k_{11,1} u_3 + k_{12,1} v_3 + t_{1,1}, \\ v_1 &= l_{21,1} u_2 + l_{22,1} v_2 + k_{21,1} u_3 + k_{22,1} v_3 + t_{2,1}. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Сравнивая равенства (38) и граничные условия (32), получаем:

$$\left. \begin{aligned} l_{11,0} &= l_{12,0} = k_{11,0} = k_{12,0} = 0, & t_{1,0} &= u_{\Pi}, \\ l_{21,0} &= l_{22,0} = k_{21,0} = k_{22,0} = 0, & t_{2,0} &= v_{\Pi}, \\ l_{12,1} &= k_{12,1} = l_{21,1} = k_{21,1} = 0, \\ l_{11,1} &= -\frac{c_{11,0}}{b_{11,0}}, & k_{11,1} &= -\frac{d_{11,0}}{b_{11,0}}, & t_{1,1} &= \frac{f_{1,0} - a_{11,0} u_{\Pi}}{b_{11,0}}, \\ l_{22,1} &= -\frac{c_{22,0}}{b_{22,0}}, & k_{22,1} &= -\frac{d_{22,0}}{b_{22,0}}, & t_{2,1} &= \frac{f_{2,0} - a_{22,0} v_{\Pi}}{b_{22,0}}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Таким образом, процесс вычисления прямого хода метода матричной факторизации сводится к следующему. Определив из граничных условий (32) значения элементов матриц L_0, K_0, L_1, K_1 и векторов \bar{T}_0, \bar{T}_1 (формулы (39)), находим значения элементов матриц H_2, R_2 и вектора \bar{T}_2 по формулам (36), а затем по формулам (37) вычисляем значения элементов матриц L_2, K_2 и вектора \bar{T}_2 . Рекуррентные соотношения (36) и (37) позволяют вычислить значения матриц L_i, K_i и вектора \bar{T}_i для всех $i=2, 3, \dots, N-2$. На этом вычисления прямого хода заканчиваются.

Искомые значения векторов \bar{W}_i теперь можно легко найти по формулам (22) для $i=N-2, N-1, \dots, 0$, если известны значения векторов \bar{W}_N и \bar{W}_{N-1} . Значения этих векторов определяются из граничных условий (33). В нашем случае в силу (33) имеем:

$$\bar{W}_{N-1} = \bar{W}_N = \bar{W}_H. \quad (40)$$

При более сложных граничных условиях (13) для нахождения векторов \bar{W}_N и \bar{W}_{N-1} надо решить систему трех векторных уравнений с тремя неизвестными: $\bar{W}_{N-2}, \bar{W}_{N-1}, \bar{W}_N$. Два уравнения этой системы получаются из граничных условий (33), а третье уравнение — это уравнение (22) при $i=N-2$:

$$\bar{W}_{N-2} = L_{N-2} \bar{W}_{N-1} + K_{N-2} \bar{W}_N + \bar{T}_{N-2}. \quad (41)$$

Определив из этой системы уравнений \bar{W}_N и \bar{W}_{N-1} , мы можем провести вычисления обратного хода матричной факторизации по формулам (22) для $i=N-2, N-1, \dots, 0$.

В соответствии с изложенными выше алгоритмами была составлена программа решения рассмотренной в [5] задачи о строении пограничного слоя атмосферы. В этой же работе приводятся результаты численных экспериментов и их анализ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М., «Наука», 1962. 708 с.
2. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1961. 552 с.
3. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы высшей математики. Том 2. Минск, «Высшая школа», 1975, 671 с.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973. 350 с.
5. Симонов В. В. Об использовании уравнений четвертого порядка в модели пограничного слоя атмосферы. См. наст. сб.

*Г. А. Кругляк, К. С. Померанец,
Э. Н. Турунтаева, Е. С. Чернышева*

ЧИСЛЕННЫЕ ПРОГНОЗЫ И РАСЧЕТЫ ЗНАЧИТЕЛЬНЫХ НАВОДНЕНИЙ 1973—1975 гг. В ЛЕНИНГРАДЕ

С 1967 г. в Ленинградском отделении Государственного океанографического института по рекомендациям Научно-технического Совета и Центральной методической комиссии по прогнозам ГУГМС испытывается численный гидродинамический метод прогноза наводнений в Ленинграде. Метод основан на уравнениях мелкой воды и их конечно-разностном интегрировании. Его применение для моделирования длинноволновых океанологических процессов — штормовых нагонов, приливов, цунами, сейш — в настоящее время является общепризнанным [1; 2]. Очертания Финского залива и Балтийского моря от устья Невы до Датских проливов позволяют использовать уравнения мелкой воды в одномерной постановке [3].

Представляет интерес рассмотрение результатов испытаний метода на примере последних четырех значительных (более 200 см над нулем Кронштадтского футштока) наводнений в Ленинграде: 20 декабря 1973 г. (240 см), 17 ноября 1974 г. (242 см), 6 января 1975 г. (216 см) и 29 сентября 1975 г. (281 см). Отметим, что в течение последних шести лет до 1973 г. значительных наводнений в Ленинграде не было.

Испытания численного гидродинамического метода состояли в расчетах и прогнозах указанных наводнений. Расчеты осуществлялись по фактической метеорологической информации — приземным полям давления. По синоптическим картам-кольцовкам через каждые три часа определялись скорость и направление геострофического ветра для расчета проекции касательного напряжения на продольную ось Финского залива и Балтийского моря. Ветер определялся в узлах оси Финского залива и Балтийского моря, расположенных через 75—120 км. Касательное напряжение рассчитывалось по формуле: $\tau_x = c_z \rho_a |V_g| V_g \cos \alpha$, где C_z — коэффициент трения, ρ_a — плотность воздуха, V_g — скорость геострофического ветра, α — угол между осью и направлением ветра. Значение коэффициента трения принималось равным $C_z = 0,8 \cdot 10^{-3}$ согласно [4].

Для прогнозов уровня в Ленинграде в качестве метеорологической информации использовались прогнозы приземных полей давления на 18 ч, методика которых разработана А. Н. Мерцаловым [5]. Таким образом, прогнозы и расчеты различаются только исходной метеорологической информацией, поскольку начальные условия в уравнениях мелкой воды задаются по уровенным наблюдениям на береговых станциях Финского залива и Балтийского моря и остаются неизменными как в прогнозе, так и в расчете каждого случая наводнений; граничные условия всегда принимаются нулевыми, что означает пренебрежение расходом через Датские проливы и стокм Невы. Очевидно, что испытания собственно численного гидродинамического метода состоят именно в расчетах реальных наводнений по фактической метеорологической информации, тогда как в прогнозах наводнений испытывается также методика метеорологического прогноза.

Оценка качества расчетов и прогнозов производилась статистически в соответствии с правилами принятыми в службе морских прогнозов [6]. Для каждого случая наводнений определялись ошибки расчетов и прогнозов уровня в Ленинграде: 1) по максимуму Δ и времени его наступления Δt ; 2) по ежечасным значениям уровня: средние ошибки $\bar{\Delta}$, средние абсолютные ошибки $|\bar{\Delta}|$ и средние квадратические отклонения σ . Число ежечасных значений уровня $N=12$, поскольку из 18-часовой заблаговременности метеорологического прогноза 6 часов затрачивается на получение информации для прогноза, ее обработку и выполнение прогноза. При расчетах гидродинамическим методом, не связанных с прогнозами, число ежечасных значений уровня практически не ограничено.

На примере рассматриваемых случаев наводнений имеется возможность сопоставления гидродинамических прогнозов уровня в Ленинграде с прогнозами эмпирическим методом применяемым в настоящее время в оперативной работе СЗ УГМС. Эмпирический метод использует соотношение: $\Delta H_{л} = 2,5\Delta h_{т} + \Delta h_{б}$, где $\Delta H_{л}$ — подъем уровня в Ленинграде, $\Delta h_{т}$ — амплитуда волны в Таллине; $\Delta h_{б}$ — дополнительное нарастание амплитуды длинной волны за счет ветрового воздействия при перемещении волны от Таллина до устья Невы (обозначения и термины приведены согласно [7]). СЗ УГМС выдает прогнозы уровня в виде штормовых предупреждений при ожидаемых подъемах более 130 см над ординаром (141 см над нулем Кронштадтского футштока) по градациям: 130—150, 150—170, 170—200, 200—250 и более 250 см. Таким образом, сравнение методов возможно только по прогнозам максимальных уровней. При сравнении методов по заблаговременности следует учитывать, что в настоящее время срок действия гидродинамического прогноза уровня не может превышать 10,5 ч, поскольку из 12-часового интервала прогноза 1 ч затрачивается на получение и обработку уровенной информации с береговых станций Финского залива и Балтийского моря для задания начальных условий и 0,5 ч — на выполнение прогноза на ЭВМ. Очевидно, что в указанном интервале 10,5 ч заблаговременность гидродинамического

прогноза может оказаться любой в зависимости от своевременности применения метода. Последовательные гидродинамические прогнозы не могут составляться чаще, чем через 6 ч, так как метеорологический прогноз осуществляется по исходной информации только в основные синоптические сроки. Дискретность эмпирических прогнозов практически произвольна и они корректируются синоптиком в различное время. Из краткого описания особенностей гидродинамических и эмпирических прогнозов следует, что их корректное сравнение затруднено.

Результаты численных гидродинамических прогнозов и расчетов четырех значительных наводнений в Ленинграде за 1973—1975 гг., а также сравнение прогнозов численным и эмпирическим методами, представлены в табл. 1 в виде погрешностей относительно наблюдаемых значений уровня.

Сопоставление расчетов и прогнозов, полученных численным гидродинамическим методом для рассматриваемых случаев наводнений в Ленинграде, показывает, что

а) погрешности расчетов по максимуму существенно меньше погрешностей прогнозов;

б) погрешности расчетов по ежечасным уровням, как правило, меньше погрешностей прогнозов, лишь в отдельных случаях по некоторым показателям погрешностей качество расчетов по ежечасным уровням несущественно уступает прогнозам.

Целесообразно получить средние погрешности по рассматриваемым четырем случаям наводнений, несмотря на недостаточную представительность такой выборки.

В таблице 2 содержатся данные о средних погрешностях, более определенно подтверждающие приведенные выводы по отдельным наводнениям. Незначительное улучшение качества расчетов ежечасных уровней по сравнению с численными прогнозами большей заблаговременности вызвано заметными систематическими ошибками расчетов. В рассматриваемых случаях преобладают завышения ежечасных расчетных уровней относительно наблюдаемых, что вызвано не свойствами метода, а завышением скоростей геострофического ветра при значительных градиентах давления на приземных синоптических картах в случаях этих наводнений. К такому выводу приводит применение численного гидродинамического метода к другим случаям наводнений и рассмотрение погрешностей расчетов по более представительной выборке, которые будут даны ниже.

В целом, погрешности численных гидродинамических прогнозов уровня в Ленинграде рассматриваемых четырех случаев, превышают погрешности расчетов. Поскольку прогнозы и расчеты различаются только исходной информацией, это означает, что погрешности численных прогнозов уровня вызваны, главным образом, погрешностями метеорологических прогнозов. Вполне очевидно также, что улучшение их качества приведет к уточнению прогнозов уровня в Ленинграде.

Что касается погрешностей расчетов уровня численным методом по фактической гидрометеорологической информации, то они

Таблица 1
Погрешности численных прогнозов и расчетов и эмпирических прогнозов уровня в Ленинграде

ΔН Л макс.	Время наступления ΔН л макс		Метод прогно- за	Время выдачи прогноза		Погрешность										σ абсолютн е		
	дата	ч мин		дата	ч мин	по максимальному уровню					по ежечасным уровням, см							
						Δ пр см	Δ р см	Δ ф ч	Δ ф ч	Δ ф р	Δ пр	Δ р	Δ пр	Δ р	σ пр		σ р	
240	20 XII 1973	07 15	Численный	1	19 XII	22 30	+79	-17	-1,7	+0,3	-19	-28	45	32	53	44	8,8	
																		2
242	17 XI 1974	23 38	Эмпириче- ский	1	20 XII	0 30	от +99 до +69	-	от +0,3 до -1,7	-	-	-	-	-	-	-	-	6,8
				2	20 XII	04 40	от +29 до +9	-	от +0,3 до -1,7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
			Численный	1	17 XI	16 30	+110	-34	-1,3	-0,3	+42	-24	42	31	57	48	7,1	
216	6 I 1975	10 42	Эмпириче- ский	1	17 XI	15 20	от +91 до +71	-	от +1,6 до -0,4	-	-	-	-	-	-	-	-	8,3
				2	17 XI	18 00	от +62 до +32	-	-0,4	-	-	-	-	-	-	-	-	5,6
			Численный	3	17 XI	19 50	от +10 до -20	-	от +0,6 до -1,4	-	-	-	-	-	-	-	-	3,8
281	29 IX 1975	04 00	Эмпириче- ский	1	6 I	04 30	+87	+20	-2,2	-2,2	+24	+16	28	42	45	48	6,3	
				2	6 I	03 50	от +36 до +6	-	от +0,6 до -1,4	-	-	-	-	-	-	-	-	6,8
			Численный	2	6 I	09 50	от +6 до -14	-	от -0,4 до -1,4	-	-	-	-	-	-	-	-	0,8
240	20 XII 1973	07 15	Эмпириче- ский	1	28 IX	16 30	+102	-5	+2,0	0	+12	-26	26	29	39	33	10,5	
				2	28 IX	22 30	+58	+7	0	+36	+7	36	11	41	14	5,5		
			Численный	3	28 IX	01 20	от +140 до +110	-	от +6,0 до +4,0	-	-	-	-	-	-	-	-	10,7
240	20 XII 1973	07 15	Эмпириче- ский	1	28 IX	20 20	от +70 до +20	-	от +2,0 до 0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	7,7
				2	29 IX	01 20	от +20 до 0	-	от +1,0 до 0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	2,7

Таблица 2

Средние погрешности численных прогнозов и расчетов и эмпирических прогнозов уровня в Ленинграде (на четырем случаям)

Метод прогноза	По максимальному уровню										Заблаговременность (ч)	Примечание
	$\Delta_{пр}$ см		Δ_p см	$ \Delta _{пр}$ см	$ \Delta _p$ см	$\sigma_{пр}$ см	σ_p см	$\Delta t_{пр}$ ч	$ \Delta t _{пр}$ ч	Δt_p ч		
	$\Delta_{пр}$ см	$\Delta_{пр}$ см	$ \Delta _{пр}$ см	$ \Delta _p$ см	$\sigma_{пр}$ см	σ_p см	$\Delta t_{пр}$ ч	$ \Delta t _{пр}$ ч	Δt_p ч			
Численный	+94	-9	94	19	95	22	-0,8					
	+55	-2	55	21	55	21	0					
Эмпирический	от +92 до +64	-	от 92 до 64	-	от 99 до 74	-	от +2,1 до +0,1					
	от +42 до +12	-	от 42 до 19	-	от 49 до 21	-	от +0,4 до -0,9					
Метод прогноза	По ежечасным уровням, см										Заблаговременность (ч)	Примечание
	Δt_p ч	$ \Delta t _{пр}$ ч	$\Delta_{пр}$	$ \Delta _{пр}$	$ \Delta _p$	$\sigma_{пр}$	σ_p	$\Delta t_{пр}$ ч	$ \Delta t _{пр}$ ч	Δt_p ч		
	Δt_p ч	$ \Delta t _{пр}$ ч	$\Delta_{пр}$	$ \Delta _{пр}$	$ \Delta _p$	$\sigma_{пр}$	σ_p	$\Delta t_{пр}$ ч	$ \Delta t _{пр}$ ч	Δt_p ч		
Численный	-0,4	1,8	+15	-15	34	49	44	8,2				
	-0,3	0,4	+9	-8	21	46	26	3,1				по трем случаям
Эмпирический	-	2,1-1,9	-	-	-	-	-	8,2				
	-	0,8-0,9	-	-	-	-	-	4,3				

обусловлены погрешностями этой информации и приближенным характером решения задачи. Преобладает, однако, влияние ошибки в задании метеорологической информации — ветра и касательного напряжения над водной поверхностью. Это следует как из физических особенностей штормового нагона (ветер — основной фактор, сопровождающий наводненческий циклон), так и из свойств используемой модели (касательное напряжение ветра — основная вынуждающая сила в уравнениях мелкой воды, действующая во всей пространственно-временной области решения). Приближенные оценки по упрощенной модели (уравнению стационарного нагона) с применением некоторых положений теории ошибок [8] показывают, что при средних квадратических погрешностях скорости и направления ветра 1 м/с и 5°, 2 м/с и 10°, 5 м/с и 20° средние квадратические погрешности уровня составляют соответственно 18, 35 и 80 см. Следовательно, погрешности расчетов уровня в Ленинграде, приведенные в табл. 1, почти полностью вызваны погрешностями определения ветра. Указанные значения погрешностей ветра можно принять в качестве требований численного метода и точности задания метеорологической информации, при соблюдении которых можно получить приемлемые результаты расчетов и прогнозов уровня. Аналогичные результаты получены в ряде работ по практическому применению уравнений мелкой воды, для моделирования штормовых нагонов, например, в Азовском море [9], в Венеции [10], в Северном море [11].

Анализ четырех случаев значительных наводнений недостаточен для оценки качества гидродинамического метода расчета уровня в Ленинграде. Более представительной является выборка из 17 случаев, включающая все наводнения в Ленинграде с подъемами уровня более 180 см над нулем Кронштадтского футштока за период с октября 1948 г. по сентябрь 1975 г. Расчеты этих наводнений по фактической гидрометеорологической информации выполнялись численным методом для технического проекта защиты Ленинграда от наводнений. Приведем средние погрешности расчетов по этим случаям, характеризующие свойства и возможности численного гидродинамического метода расчета реальных наводнений в Ленинграде:

Погрешности	Δ	$ \Delta $	Δt	$ \Delta t $	σ
По максимальному уровню	+1	23	-0,3	1,2	28
По ежечасным уровням	-3	29	—	—	38

Эти данные позволяют сделать следующие выводы:

а) средние погрешности расчетов, как по величине и времени наступления максимума, так и по ежечасным уровням, близки к нулю. Это означает, что гидродинамический метод не вносит в расчеты уровня систематических ошибок.

б) средние и средние квадратические погрешности по максимуму и по ежечасным уровням близки между собой. Это означает, что любая ордината по ходу уровня рассчитывается гидродинамическим методом практически с одинаковой точностью.

в) 17 случаев наводнений характеризовались различными особенностями метеорологической обстановки в Балтийском море и Финском заливе: глубиной циклонов, их траекториями и скоростями, градиентами атмосферного давления, полями ветра. Результаты расчетов уровня в Ленинграде свидетельствуют об универсальности численного гидродинамического метода и возможности моделировать с его помощью любое наводнение с погрешностями, вызванными, главным образом, исходной метеорологической информацией.

Из особенностей расчетов следует отметить, что некоторые случаи наводнений относятся к так называемым зимним. Наиболее характерным из них является один из четырех рассматриваемых случаев — 20 декабря 1973 г., когда по данным авиационной разведки за сутки до наводнения сплошной припай толщиной 10—30 см распространялся от Ленинграда на 30—40 км. Погрешности расчетов этого случая не выделяются (табл. 1), из погрешностей расчетов других случаев. Не обнаружено каких-либо отклонений в результатах расчетов еще для трех случаев зимних наводнений, при которых отмечались первичные формы льда, в основном, в Невской губе. Следовательно, такой лед, распространяющийся на значительное расстояние от устья Невы, несущественно влияет на подъем уровня в Ленинграде.

Рассмотрим далее результаты сопоставления прогнозов уровня в Ленинграде численным и эмпирическим методами на примере четырех последних наводнений по данным табл. 1 и 2. Учитывая затруднения в корректном сравнении методов, отметим особенности прогнозов каждого случая наводнений.

— 20 декабря 1973 г.: а) Первый численный прогноз одинаков по качеству с эмпирическим, но его заблаговременность на 2 ч больше;

б) Второй численный прогноз уступает по качеству эмпирическому при почти одинаковой заблаговременности.

17 ноября 1974 г.: а) Первый численный прогноз несущественно уступает по качеству и заблаговременности эмпирическому.

б) Второй численный прогноз соответствует по качеству второму эмпирическому и уступает третьему, но заблаговременность его мала.

6 января 1975 г.: Численный прогноз хуже эмпирического при почти одинаковой заблаговременности; рассмотрение второго эмпирического и возможного численного прогнозов нецелесообразно из-за их малой заблаговременности.

29 сентября 1975 г.: а) Первый численный прогноз несколько лучше эмпирического при почти одинаковой заблаговременности.

б) Второй численный прогноз одинаков по качеству со вторым эмпирическим, но уступает ему в заблаговременности. Третий эмпирический прогноз из-за его малой заблаговременности не сопоставляется с численным.

Фактические, прогностические и расчетные уровни при наводнении 29 сентября 1975 г., пятом по высоте в истории Ленинграда,

представлены на рис. 1. Численные прогнозы этого случая подготовлены и выполнены в неоперативных условиях совместно с СЗ УГМС.

Средние погрешности численных и эмпирических прогнозов уровня по четырем случаям наводнений в Ленинграде, приведенные в табл. 2, практически одинаковы при равной заблаговременности. При уменьшении заблаговременности качество прогнозов

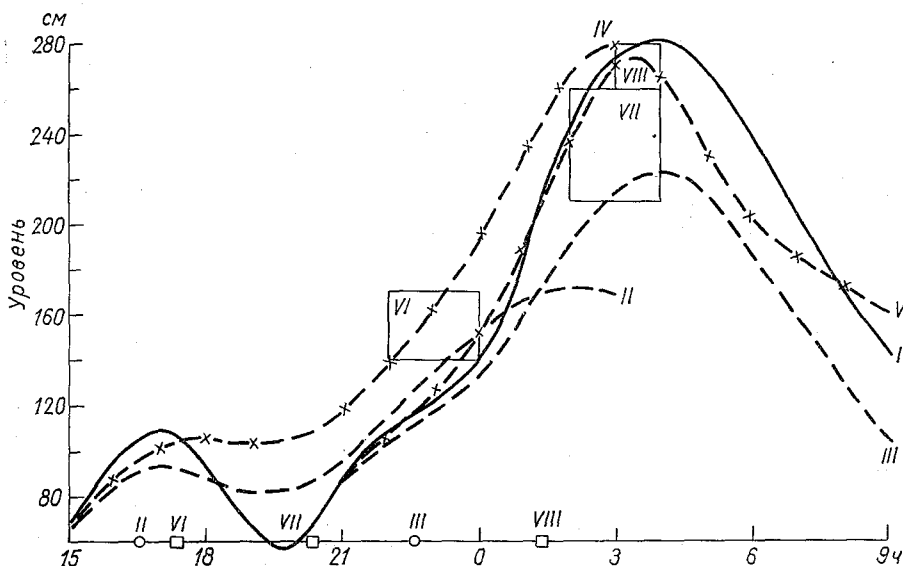


Рис. 1. Фактические, прогностические и расчетные уровни в Ленинграде 29 сентября 1975 г.

I — фактический уровень; II—III — численные прогнозы и возможные моменты их выдачи; IV—V — соответствующие расчеты; VI—VIII — эмпирические прогнозы и моменты их выдачи.

обоими методами повышается, но существеннее улучшаются эмпирические прогнозы. Это видно также из табл. 1 для отдельных случаев наводнений по погрешностям эмпирических прогнозов с заблаговременностью менее 4-х часов и объясняются возможностью уточнять в любой срок первоначальный эмпирический прогноз.

Приведенные результаты показывают, что существующая система применения численного гидродинамического метода для прогноза уровня в Ленинграде пригодна к использованию в оперативной работе. Численные прогнозы по оправдываемости и заблаговременности не уступают эмпирическим и, следовательно, могут в настоящее время использоваться синоптиком наряду с эмпирическими методами. Вместе с тем очевидны значительные возможности гидродинамического метода по всем важнейшим показателям прогнозов: улучшению качества, увеличению заблаговремен-

ности, содержательности, объективности. Особенно актуально усовершенствование метода метеорологического прогноза, которое позволило бы получать численные гидродинамические прогнозы уровня в Ленинграде удовлетворительного качества с заблаговременностью 18—24 ч.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольцингер Н. Е., Пясковский Р. В. Основные океанологические задачи теории мелкой воды. Л., Гидрометеоиздат, 1968, с. 300.
2. Лабзовский Н. А. Непериодические колебания уровня моря. Л., Гидрометеоиздат, 1971, с. 238.
3. Метод прогноза морских наводнений в Ленинграде на основе численного интегрирования уравнений мелкой воды.— «Метеорология и гидрология», 1967, № 11, с. 71—78. Авт.: Н. А. Лабзовский, Н. Е. Вольцингер, Ю. Д. Михайлов, Р. В. Пясковский.
4. Орленко Л. Р. О расчете касательного напряжения над водной поверхностью в задаче прогноза ленинградских наводнений.— «Труды ГГО», 1970, вып. 257, с. 3—11.
5. Мерцалов А. Н. Прогноз приземного барического поля на 12—18 часов.— В кн.: Сборник работ по региональной синоптике, 1964, № 9, с. 3—39.
6. Наставление по службе прогнозов, раздел 3, часть III (служба морских гидрологических прогнозов). Л., Гидрометеоиздат, 1975, с. 136.
7. Руководство по краткосрочным прогнозам погоды (часть III, вып. 2, гл. 1, § 8). Л., Гидрометеоиздат, 1965, с. 534.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей, М., Физматгиз, 1962. 348 с.
9. Овсиенко С. Н. Расчет штормовых нагонов в Азовском море. Автореферат диссертации. М., ГМИЦ, 1973. 15 с.
10. Robinson A. R., Tomasin A., Artegiani A. Flooding of Venices phenomenonology and prediction of the Adriatic storm surge.— „Quart. J. Roy. Met. Soc.”, 1973, v. 99, p. 688—692.
11. Duun-Christensen J. T. Investigations on the practical use of a hydrodynamic numeric method for calculation of sea level variations in the North Sea, the Skagerrack and the Kattegat.— „Deut. Hydrogr. Zeitschr.”, 1971, Jahrg. 24, H. 5, p. 210—227.

Г. В. Гурдюк, Е. М. Шахметов

ТРАНСФОРМАЦИЯ ТЕПЛОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

В последние годы интенсивно развиваются дистанционные методы измерения температуры поверхности морей с помощью радиационных термометров, устанавливаемых на самолетах. В работах К. Я. Кондратьева и Ю. М. Тимофеева [1] и Д. Лоренца [2] приводятся результаты исследований советских и зарубежных ученых по методам измерений температуры подстилающей поверхности с самолетов и спутников для различных спектральных интервалов и учету влияния слоя атмосферы. В частности, Д. Лоренцом [2] построены диаграммы для расчета поправок на результаты измерений температуры водной поверхности с самолета в диапазоне 8—13 мкм для слоев атмосферы толщиной 300 и 900 м. При этом принимается, что вертикальный градиент температуры воздуха составляет 0,6°С/100 м и влажность воздуха 60%.

В условиях относительно низкой облачности измерения температуры поверхности Баренцева моря с самолета радиометром в области длин волн 8—13 мкм производятся преимущественно на высотах 100 и 200 м. Настоящая работа посвящена оценкам влияния пограничного слоя атмосферы на результаты измерений температуры поверхности воды с самолета. При этом излагается методика расчета поправок, обусловленных влиянием атмосферы в диапазоне 8—13 мкм, на результаты измерений температуры поверхности моря для слоев различной толщины в пределах пограничного слоя атмосферы, исследуется зависимость указанных поправок от толщины слоя и от градиента температуры воздуха.

Величина и знак поправки, учитывающий влияние слоя атмосферы, зависят от соотношения между поглощением теплового излучения поверхности моря в слое атмосферы и излучением этого слоя, т. е.

$$E_c = E_n - E_{и.} \quad (1)$$

В свою очередь значения $E_{\text{п}}$ и $E_{\text{а}}$ в соответствии с [1 и др.] можно записать в виде

$$E_{\text{п}} = [\delta \sigma T_{\text{п}}^4 + (1 - \delta) E_{\text{а}}] [1 - e^{-k \omega}], \quad (2)$$

$$E_{\text{а}} = \sigma \bar{T}_{\text{с}}^4 [1 - e^{-k \omega}], \quad (3)$$

где δ — излучательная способность водной поверхности; $\delta T_{\text{п}}^4$ и $\sigma \bar{T}_{\text{с}}^4$ — излучение абсолютно черного тела соответственно при температуре поверхности воды и средней температуре слоя атмосферы; $E_{\text{а}}$ — тепловое излучение всей атмосферы; k — коэффициент поглощения водяного пара; ω — влагосодержание слоя атмосферы. (δ принимается одинаковой как для спектра излучения атмосферы, так и для спектра излучения поверхности воды).

С учетом формул (2) — (3)

$$\Delta E_{\text{с}} (1 - e^{-k \omega}) [(\sigma T_{\text{п}}^4 - \sigma \bar{T}_{\text{с}}^4) - (1 - \delta) (\sigma T_{\text{п}}^4 - E_{\text{а}})]. \quad (4)$$

В формуле (4) поправка $\Delta E_{\text{с}}$, излучение абсолютно черного тела при температурах $t_{\text{п}}$ и $t_{\text{с}}$ и излучение атмосферы $E_{\text{а}}$ выражены в кал/(см²·мин·стер). Для расчета поправок в градусах формулу (4) после разложения в ряд величины $\left(\frac{T_{\text{п}}}{T_{\text{с}}}\right)^4$ и ограничения двумя первыми слагаемыми запишем следующим образом

$$\Delta t_{\text{а}} = 4(1 - e^{-k \omega}) (t_{\text{п}} - \bar{t}_{\text{с}}) - \frac{(1 - \delta) (\sigma T_{\text{п}}^4 - E_{\text{а}})}{\sigma \bar{T}_{\text{с}}^3} (1 - e^{-k \omega}). \quad (5)$$

В свою очередь

$$\Delta t_{\text{а}} = t_{\text{р}} - t_{\text{п}}, \quad (6)$$

где $t_{\text{п}}$ — температура поверхности моря, $t_{\text{р}}$ — температура поверхности моря, измеренная радиационным термометром с самолета.

Второй член в правой части формулы (5) определяет значение поправки на нечерноту поверхности моря. Значение δ для диапазона 8—13 мкм для чистой воды составляет 0,988—0,993 [3, 4], при наличии масляной или нефтяной пленки δ уменьшается до 0,966—0,972 [4]. Градуировка радиационного термометра обычно производится по воде, а не по абсолютно черному телу, поэтому для условий чистой воды поправка на влияние слоя атмосферы выражается зависимостью

$$\Delta t_{\text{а}} = 4(1 - e^{-k \omega}) (t_{\text{п}} - \bar{t}_{\text{а}}). \quad (7)$$

Для расчета влагосодержания атмосферы по слоям используются зависимости

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \Delta \omega_i, \quad (8)$$

$$\omega_i = 0,8 \frac{\bar{e}_{\text{с}} \cdot 10^{-4}}{1 + 0,0037 \bar{t}_{\text{с}}} \frac{\bar{P}_{\text{с}}}{P_0} \Delta z, \quad (9)$$

где $\bar{e}_{\text{с}}$ и $\bar{P}_{\text{с}}$ — среднее значение упругости водяного пара и давления воздуха в слое атмосферы толщиной Δz ($\bar{e}_{\text{с}}$ и $\bar{P}_{\text{с}}$ в мбар, Δz

в м). Для определения \bar{e}_c используется связь между температурой и влажностью воздуха над морем [5], которую аналитически можно записать в виде

$$\bar{e}_c = 4,45 \cdot 10^{0,0334 \bar{t}_c} \quad (10)$$

На основании формул (8) — (10) для расчета влагосодержания ω для слоев атмосферы различной толщины и градиента температуры в пределах пограничного слоя (до 1 км) получена эмпирическая зависимость

$$\omega = 0,036 z^{0,96} \cdot 10^{0,0322 \left(t_a - \frac{\gamma z}{2} \right)}, \quad (11)$$

где t_a — температура воздуха у поверхности моря;

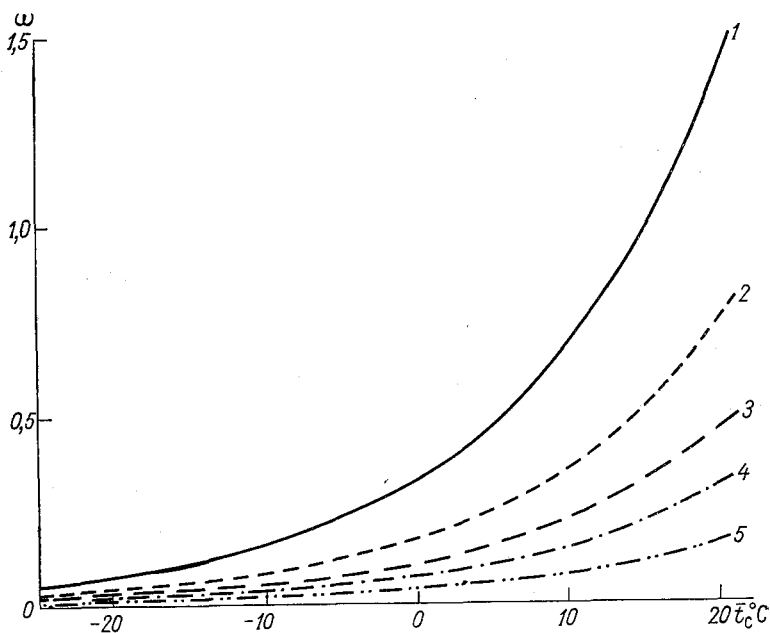


Рис. 1. Зависимость влагосодержания от средней температуры слоя атмосферы.

Высота слоя над поверхностью моря: 1 — 1000 м, 2 — 500 м, 3 — 300 м, 4 — 200 м, 5 — 100 м.

γ — градиент температуры воздуха, $^{\circ}\text{C}/100$ м; z — высота слоя над поверхностью моря. Зависимость влагосодержания от средней температуры слоя

$$\bar{t}_c = t_a - \frac{\gamma z}{2} \quad (12)$$

представлена на рис. 1. Анализ показывает, что изменение градиента температуры воздуха на $1^{\circ}\text{C}/100$ м приводит к изменению влагосодержания ω на 4% для слоя высотой 100 м, на 6% — для 200 м, на 10% — для 300 м, на 17% — для 500 м и на 31% — для 1000 м. Следует также ожидать и увеличение изменения поправки Δt_a с высотой и с изменением градиента температуры воздуха.

Таблица 1:

Среднее значение вертикального градиента температуры воздуха в слое 200 м

Величина	Весна	Лето	Осень	Зима
γ	1,02	0,61	0,74	1,08
σ_{γ}	0,57	0,51	0,44	0,56
n	158	143	178	142

Результаты расчета поправок Δt_a по формуле (7) при характерных для Баренцева моря гидрометеорологических условиях летом ($t_{\Pi}=10^{\circ}$, $t_a=10^{\circ}$) и зимой ($t_{\Pi}=5^{\circ}$; $t_a=-10^{\circ}$) представлены в табл. 1, из которой следует, что для слоев атмосферы толщиной 300 м и более обязателен учет зависимости поправки Δt_a от вертикального градиента температуры воздуха.

Материалы радиозондирования атмосферы на судах «Печенга», «Севастополь» и «Северодвинск» в Баренцевом, Норвежском и Гренландском морях позволили получить средние сезонные значения

Таблица 2:

Изменение поправок Δt_a в зависимости от градиента температуры воздуха и толщины слоя

z	t_{Π}	t_a	$\lambda=1$			$\lambda=0$			$\lambda=-1$		
			\bar{t}_c	ω	Δt_a	\bar{t}_c		Δt_a	\bar{t}_c		Δt_a
100	10,0	10,0	9,5	0,073	0,03	10,0	0,075	0,00	10,5	0,078	-0,03
	5,0	-10,0	-10,5	0,017	0,25	-10,0	0,017	0,24	-9,5	0,018	0,23
200	10,0	10,0	9,0	0,136	0,11	10,0	0,146	0,00	11,0	0,157	-0,13
	5,0	-10,0	-11,0	0,031	0,45	-10,0	0,033	0,42	-9,0	0,035	0,39
300	10,0	10,0	8,5	0,193	0,25	10,0	0,216	0,00	11,5	0,241	-0,30
	5,0	-10,0	-11,5	0,044	0,59	-10,0	0,048	0,60	-8,5	0,055	0,65
500	10,0	10,0	7,5	0,293	0,60	10,0	0,354	0,00	12,5	0,425	-0,85
	5,0	-10,0	-12,5	0,067	0,98	-10,0	0,081	1,02	-7,5	0,097	1,00
1000	10,0	10,0	5,0	0,475	1,90	10,0	0,686	0,00	15,0	0,992	-3,76
	5,0	-10,0	-15,0	0,109	1,84	-10,0	0,158	1,98	-5,0	0,227	1,88

градиента температуры в слое 200 м (табл. 1). Среднее значение градиента температуры в течение года изменяется от 0,6 до 1,1°C/100 м, среднее квадратическое отклонение σ_γ — от 0,4 до 0,6. Принимая предельную погрешность, равную $2\sigma_\gamma$ можно оценить погрешность расчета Δt_a при использовании среднего значения γ . В результате получено, что при $\gamma=0,6\pm 1,0^\circ\text{C}/100$ м поправка $\Delta t_a=0,05\pm 0,12$ летом и при $\gamma=1,1\pm 1,1^\circ\text{C}/100$ м поправка $\Delta t_a=$

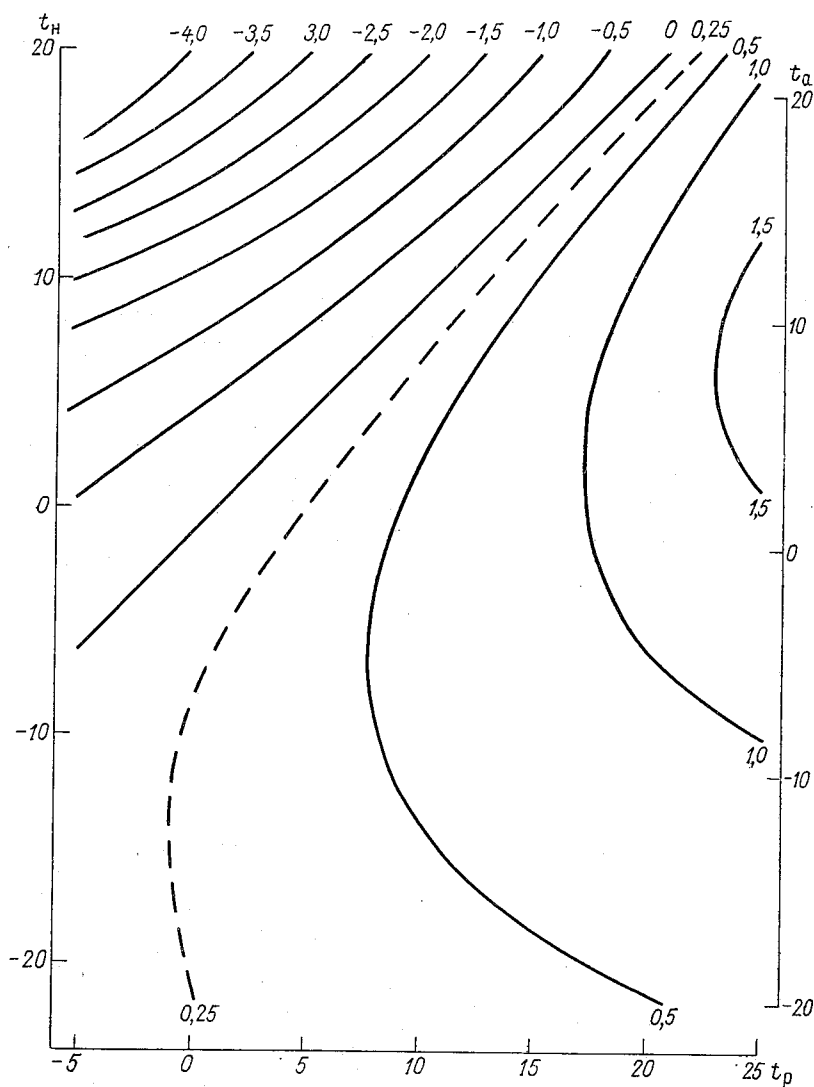


Рис. 2. Номограмма для расчета поправок Δt_a .
 $H=2000$ м; $\gamma=1^\circ\text{C}/100$ м.

$= 0,42 \pm 0,01$ зимой. Изменение поправок Δt_a рассчитано при значениях t_n и t_a , представленных в табл. 2.

На рис. 2 показана диаграмма для расчета поправок в слое 200 м при $\gamma = 1,0^\circ\text{C}/100$ м. На основании формулы (7) могут быть построены аналогичные диаграммы для других значений толщины слоя атмосферы и вертикального градиента температуры воздуха. Как следует из рис. 2, значения поправок Δt_a для слоя 200 м увеличиваются с увеличением влагосодержания слоя (температуры воздуха) и изменяются от 0,2 до $0,6^\circ\text{C}$ при значениях температуры на верхней границе слоя $t_n = -20^\circ$, от 0,3 до 0,9 при $t_n = -10^\circ$, от $-0,1$ до 1,2 при $t_n = 0^\circ$, от $-1,5$ до $-1,0$ при $t_n = 10^\circ$ и от $-4,0$ до $-0,1$ при $t_n = 20^\circ$ при изменении температуры t_p , измеренной радиационным термометром на высоте полета, от 0 до $+20^\circ$.

Сравнение результатов расчета поправок Δt_a для слоя 300 м при $\gamma = 0,6^\circ\text{C}/100$ м по изложенной методике и по диаграмме Д. Лоренца [2] показало, что при $t_n = 20^\circ\text{C}$ расхождение составляет $0,3-0,4^\circ$, при $t_n = 10^\circ\text{C}$ — уменьшается до 0,1 и при более низких температурах воздуха расхождений в поправках нет. Для слоя 900 м при $\gamma = 0,6^\circ\text{C}/100$ м различия между рассчитанными поправками и по диаграмме Д. Лоренца значительно выше и при $10 \leq t_p < 25$ и $0 \leq t_n < 20^\circ\text{C}$ составляют $0,5-1,4^\circ\text{C}$, причем поправки по диаграмме Д. Лоренца меньше по абсолютному значению рассчитанных по формуле (7). При других значениях t_n и t_p различия не превышают $0,1-0,3^\circ\text{C}$.

Выше отмечалось, что поправка на «нечерноту» чистой водной поверхности не вводится, поскольку градуировка радиационного термометра и контроль его показаний во время измерений производится по излучению воды. Для водной поверхности, покрытой масляной или нефтяной пленкой, если ее излучательная способность значительно отличается от излучательной способности чистой воды, эту поправку следует вводить. При этом необходимо учитывать некоторую эффективную излучательную способность, т. е.

$$\epsilon = \frac{\delta_m}{\delta}, \quad (13)$$

где δ_m — излучательная способность водной поверхности, покрытой масляной пленкой. На основании работ [3, 4] значение ϵ можно принять равным 0,980. Согласно формуле (5) расчет поправки на степень чистоты водной поверхности может быть выполнен с помощью зависимости

$$\Delta t_n = (1 - e^{-k\omega}) \frac{(1 - \epsilon) (\sigma T_n^4 - E_a)}{\sigma T_c^3}. \quad (14)$$

Формула (14) показывает, что поправка Δt_n зависит не только от температуры поверхности воды и излучения атмосферы, но и от влагосодержания и средней температуры слоя атмосферы. Для расчета Δt_n по формуле (14) необходимы данные об излучении абсо-

лютно черного тела и излучении атмосферы в диапазоне 8—13 мкм при безоблачном и облачном небе.

Излучение абсолютно черного тела в области спектра 8—13 мкм рассчитано по данным работы К. Е. Якушевской [6], в которой приводится процент излучения абсолютно черного тела для различных спектральных интервалов от интегрального потока излучения абсолютно черного тела. Зависимость излучения абсолютно черного тела в диапазоне 8—13 мкм от температуры воздуха следующая:

t	-20	-10	0	10	20
σT^4	0,026	0,032	0,039	0,047	0,056
E_a	0,004	0,005	0,008	0,016	0,03

А. Г. Горелик и С. Ф. Калачинский [7] получили зависимость излучения атмосферы в области спектра 8—12 мкм от влагосодержания. Нами выполнен перерасчет этой зависимости для диапазона 8—13 мкм с учетом изменения коэффициента поглощения водяного пара в диапазоне от 8 до 13 мкм [1]. В результате приближенный расчет E_a в кал/(см²·мин·стер) при малых зенитных углах выполняется по формуле

$$E_a = 0,0096 W + 0,0027, \quad (15)$$

где влагосодержание атмосферы W (в г/см²) при безоблачном небе в соответствии с работой Н. А. Тимофеева [8] и с учетом формулы (10) выражается зависимостью

$$W = 0,595 \cdot 10^{0,036t_a}. \quad (16)$$

Из ряда работ [7 и др.] следует, что излучение атмосферы в области спектра 8—13 мкм при наличии облачности и, особенно,

Таблица 3

Значения поправок Δt_n при безоблачном небе (верхняя строка) и при наличии облачности (нижняя строка) для слоя атмосферы 200 м

t_n	t_a				
	-20	-10	0	10	20
0	0,02	0,03	0,09	0,08	—
	0,00	0,00	0,00	-0,02	—
5	0,02	0,04	0,07	0,09	—
	0,01	0,01	0,01	-0,01	—
10	—	0,04	0,08	0,11	0,12
	—	0,01	0,01	0,00	-0,05
15	—	—	0,09	0,13	0,15
	—	—	0,02	0,01	-0,02
20	—	—	—	0,14	0,18
	—	—	—	0,02	0,00

облачности нижнего яруса приближается к излучению абсолютно черного тела при температуре воздуха, т. е. $E_a = \sigma T_a^4$.

Выполненный расчет по формуле (14) показывает, что при $\varepsilon = 0,980$ поправка $\Delta t_{\text{п}}$ при безоблачном небе изменяется от 0,0 до 0,2°C при изменении температуры воздуха от -20 до +20°C и температуре воды — от 0 до 20°C. Поправка $\Delta t_{\text{п}}$ при сплошной облачности не превышает $\pm 0,05^\circ$ (табл. 3).

Таким образом, поправки $\Delta t_{\text{п}}$ к результатам измерений температуры поверхности моря с высоты 200 м можно не вводить при значительной облачности, а также при отрицательных температурах воздуха при безоблачном небе.

В заключение необходимо отметить, что рассчитанные значения поправок Δt_a на влияние слоя 200 м (табл. 1) достаточно хорошо согласуются с полученными экспериментальным путем [9] для условий Баренцева моря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратьев К. Я., Тимофеев Ю. М. Термическое зондирование атмосферы со спутников. Л., Гидрометеоздат, 1970. 410 с.
2. Lorenz D. Die radiometrische Messung der Boden- und Wasseroberflächen-temperatur und ihre Anwendung insbesondere auf dem Gebiet der Meteorologie.— „Z. Geophys.“, 1973, В. 39, S. 627—701.
3. Брамсон М. А., Зельманович И. Л., Кулешова Г. И. Излучательная способность воды в ИК-области спектра.— «Труды ГГО», 1964, вып. 152, с. 31—68.
4. Buettner K. J. K., Kern C. D. The Determination of Infra-red Emissivities of Terrestrial Surfaces.— „J. Geophys. Res.“, 1965, 70, N 6, p. 1329—1337.
5. Гирдюк Г. В., Малевский-Малевич С. П. Методика расчета эффективного излучения поверхности океана.— «Труды ГГО», 1973, вып. 297, с. 124—132.
6. Якушевская К. Е. Об одном приближении в расчетах тепловой радиации атмосферы.— «Вестник ЛГУ, сер. физ. и хим.», 1965, вып. 1.
7. Горелик А. Г., Калачинский С. Ф. Измерение излучения атмосферы в полосе 8—12 микрон.— «Труды ЦАО», 1972, вып. 103, с. 82—93.
8. Тимофеев Н. А. К определению запасов воды в атмосфере над свободной ото льда поверхностью океанов.— «Метеорология и гидрология», 1965, № 4, с. 24—28.
9. Гирдюк Г. В., Зыкова Г. Г., Терзиев Ф. С. Определение температуры поверхностного слоя Баренцева моря по данным авиатермических съемок.— «Метеорология и гидрология», 1975, № 4, с. 109—112.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ВЫСОТЫ СТАЦИОНАРНОГО, НЕЙТРАЛЬНО-СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

При движении жидкости вблизи поверхности раздела обычно наблюдаются значительные градиенты скорости и внутреннее трение играет существенную роль в общем балансе действующих сил. Рассмотрим стационарный, горизонтально-однородный пограничный слой атмосферы над твердой подстилающей поверхностью, средний перенос в котором создается неизменным по высоте и направлению барическим градиентом. Примем, что существует в атмосфере уровень, начиная с которого можно пренебречь силой трения. Это означает, что сила горизонтального градиента давления полностью уравновешивается силой Кориолиса и отсутствует причина для изменения вектора ветра с высотой. Имеется в виду, что и сдвиг ветра, и обусловленная им турбулентность обязаны своим происхождением исключительно наличию подстилающей поверхности. Тогда, если пренебречь диффузией турбулентной энергии, можно думать, что область в которой наблюдается пульсационное движение, и область с вертикальными градиентами компонент средней скорости имеют одну и ту же верхнюю границу. В реальной атмосфере эта граница между турбулентным пограничным слоем и свободным потоком является весьма размытой. Имеется достаточно мощный переходный слой, в котором течение носит перемежающийся характер. В данной работе этот слой стянут в линию, а ее местоположение и принимается за высоту турбулентного пограничного слоя атмосферы H . Таким образом под стационарным, горизонтально-однородным пограничным слоем атмосферы понимается охваченная турбулентным перемешиванием область, на верхней границе которой ветер достигает геострофического значения, а градиенты скорости, характеристики турбулентности и их производные обращаются в нуль.

Существуют различные подходы к определению H . Часто пограничный слой рассматривается как асимптотический и граничные условия в зависимости от метода решения ставятся или на бес-

конечности, или на $z = z_{\infty}$, где z_{∞} — произвольный уровень, по смыслу значительно превышающий H . Такая стилизация снимает трудности, связанные с наличием неизвестной границы, но позволяет достаточно произвольно трактовать само понятие высоты пограничного слоя атмосферы.

При аналитических методах решения и обработке экспериментального материала за высоту H обычно принимается либо уровень, на котором производная от модуля скорости ветра обращается в нуль, либо уровень, на котором действительный ветер или совпадает по направлению с геострофическим, или первый раз достигает этого значения по скорости [1—3, 12].

При численном решении задачи в расчетной схеме появляется «внешний» параметр z_{∞} , непосредственно не связанный с физикой процесса, но в общем влияющий на конечные результаты. Становится удобным интерпретировать пограничный слой как интервал высот, на котором происходят основные изменения или вектора ветра, или касательного напряжения, или какой-либо другой характеристики [4—6].

Если при постановке задачи принимается, что исходная система уравнений правомерна только до высоты H , на которой и ставятся граничные условия, то весьма распространенным, во всяком случае для нейтрально-стратифицированного пограничного слоя, является предположение о пропорциональности H модулю динамической скорости у земли w_* :

$$H = \tilde{\lambda} \frac{w_*}{\lambda}, \quad (1)$$

где λ — параметр Кориолиса, коэффициент $\tilde{\lambda}$ — постоянная и заданная величина, которая у различных авторов имеет различные численные значения, меняясь в пределах от 0,1 до 1,0 [5, 7, 13, 14]. Если шероховатость подстилающей поверхности включить в число определяющих параметров, то $\tilde{\lambda}$ оказывается не константой, а функцией числа Россби.

Есть и другие методы оценки высоты пограничного слоя. Например, в работе [8] выдвигается идея о связи H с критическим числом Рейнольдса, информацию о значении которого можно получить, опираясь на лабораторные исследования по устойчивости ламинарных пограничных слоев. Основываясь на этой гипотезе, в работах [7, 9] для каждой из стратификаций предлагается асимптотическая формула для толщины пограничного слоя атмосферы.

Существенно иной подход для нестационарных условий развивается в работах главным образом Дирдорфа [14, 15], в которых высота неустойчиво стратифицированного пограничного слоя рассчитывается с помощью дополнительного прогностического уравнения. При устойчивой стратификации высота H определяется по интерполяционной формуле, а для нейтральных условий — по формуле (1) с $\tilde{\lambda} = 0,35$.

В данной работе также рассматривается один из возможных способов расчета высоты стационарного, горизонтально-однородного пограничного слоя атмосферы.

Расположим начало координат на подстилающей поверхности, направим ось x по изобаре, ось z вертикально вверх. Тогда для стационарного, горизонтально-однородного пограничного слоя атмосферы уравнения движения можно записать в виде:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\tau_x}{dz} + \lambda v = 0; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\tau_y}{dz} - \lambda u = -\lambda G. \quad (3)$$

Здесь u , v , τ_x , τ_y — составляющие скорости ветра и касательно-го напряжения; ρ — плотность; G — скорость геострофического ветра.

Умножим уравнение (2) на v , (3) — на $(u+G)$, вычтем одно из другого и проинтегрируем по всему пограничному слою. С учетом прилипания при $z=0$ и обращения в нуль потоков количества движения при $z=H$ после некоторых преобразований получим:

$$\frac{G^2}{2} H = \frac{1}{2} \int_0^H \omega^2 dz + \frac{Gv_*^2}{2\lambda} + \frac{1}{2\lambda\rho} \int_0^H \left(\tau_y \frac{du}{dz} - \tau_x \frac{dv}{dz} \right) dz, \quad (4)$$

где

$$v_*^2 = \frac{1}{\rho} \tau_y(0),$$

$$\omega^2 = u^2 + v^2.$$

При ламинарном движении касательное напряжение трения обуславливается чисто молекулярной вязкостью. В этом случае

$$\tau_x = -\nu\rho \frac{du}{dz},$$

$$\tau_y = -\nu\rho \frac{dv}{dz} \quad (5)$$

и последний член в (4) обращается в нуль. Будем считать, что для турбулентного касательного напряжения выражения типа (5) (после замены коэффициента молекулярной вязкости ν на коэффициент турбулентного обмена) неприменимы. Тогда рассматриваемый интеграл в общем случае становится отличным от нуля и ему можно придать смысл энергии турбулентных пульсаций скорости, проинтегрированной по всей толще пограничного слоя. Основанием для такого предположения является тот факт, что при ламинарном течении пульсационное движение отсутствует и его энергия, естественно, также равна нулю. Таким образом, получаем соотношение:

$$\frac{1}{2\lambda\rho} \int_0^H \left(\tau_y \frac{du}{dz} - \tau_x \frac{dv}{dz} \right) dz = \frac{1}{\beta_u} \int_0^H b_u dz, \quad (6)$$

которое можно использовать как дополнительное условие для оценки высоты H . Под b_u понимается та часть турбулентной энергии, которая независимо от стратификации существует только за счет динамического фактора; β_u — коэффициент пропорциональности.

Включение гипотезы (6) в исходную постановку задачи исключает использование гипотезы Буссинеска. Лучше всего вообще отказаться от каких-либо выражений, связывающих потоки с распределением осредненных характеристик. В настоящее время приобретает популярность теория строения пограничного слоя, в которой значения в потоках определяются из соответствующих дифференциальных уравнений второго порядка [16—18]. Однако этот подход требует привлечения целого ряда дополнительных гипотез и определения нескольких новых констант.

В данной работе использование гипотезы (6) проводится в рамках модели пограничного слоя, опирающейся на теорию пути смешения и обеспечивающей неравенство нулю подынтегрального выражения в (4) и (6) [10]. Достигается это учетом еще одного слагаемого в представлении пульсационных характеристик через осредненные. Теперь при расчете касательных напряжений необходимо находить не только первые, но и третьи производные от искомых составляющих средней скорости. Дифференциальные характеристики рассчитываются с меньшей точностью, чем, например, интегральные. Подставив (6) в (4) и выразив v_*^2 из проинтегрированного уравнения (3), легко получить для расчета H формулу, содержащую только интегральные характеристики:

$$\int_0^H b_u dz = \frac{\beta_u}{2} \int_0^H (Gu - w^2) dz, \quad (7)$$

которая и использовалась во всех выполненных расчетах.

Получение дифференциальных уравнений 4-го порядка и вся постановка задачи в целом приведены в работе [10]. Здесь мы выпишем в безразмерном виде исходную систему уравнений и граничных условий, используя в качестве характерных масштабов следующие:

$$z_m = H, \quad l_m = \alpha H, \quad u_m = v_m = G, \\ b_m = c^{-1/2} (\lambda H)^2, \quad k_m = \lambda H^2, \quad L_m = \lambda H^4.$$

Начало координат расположено на уровне шероховатости подстилающей поверхности, ось x направлена по изобаре, ось z — вертикально вверх. Обозначая штрихом дифференцирование по z и оставляя для простоты у безразмерных переменных старые обозначения, имеем:

$$\frac{d}{dz} (Lu''' + kv') + v = 0;$$

$$\frac{d}{dz} (Lv''' + kv') - u = -1;$$

$$\frac{\sim}{\alpha} \frac{d}{dz} (Lb''' + kb') - \frac{b^2}{k} + \frac{1}{\gamma^2} (\tau_x u' + \tau_y v') = 0;$$

$$k = \kappa l \sqrt{b}; \quad L = \alpha_L l^2 k;$$

$$l = (\tilde{l}_n + az)(1 - z)^m;$$

$$\text{при } z = 0: \quad u = v = 0; \quad u''' = v''' = 0;$$

$$b = \left(\frac{f}{\gamma}\right)^2; \quad b''' = 0;$$

$$\text{при } z = 1: \quad u = 1; \quad v = 0; \quad b = 0; \quad u' = v' = 0; \quad b' = 0.$$

Дополнительное условие (7), с помощью которого в процессе итераций определяется безразмерная высота пограничного слоя $\gamma = \lambda H/G$, в безразмерном виде записывается следующим образом:

$$\gamma^2 \int_0^1 b_u dz = \kappa_2 \int_0^1 (u - w^2) dz.$$

В приведенных уравнениях и граничных условиях: b, k, l — энергия, коэффициент и масштаб турбулентности, соответственно; L — коэффициент пропорциональности перед третьей производной в выражениях для турбулентных потоков; \tilde{l}_n — масштаб турбулентности при $z=0$; f — геострофический коэффициент трения; $\alpha = \alpha_b c^{-1/4}$; $\alpha_L = c_L \kappa^2 c^{-1/4}$; $a = 1 + m \tilde{l}_n$; $\kappa_2 = 0,5 \beta_u \sqrt{c}$. Расчеты выполнены при $\alpha_b = 1,0$; $c = 0,1$; $c_L = 10^{-3}$; $\kappa = 0,4$; $m = 1,05$. Отсутствие обширного и достаточно надежного экспериментального материала по зависимости высоты пограничного слоя атмосферы от внешних факторов затрудняет выбор оптимальной величины β_u . В данной работе все расчеты выполнены при $\beta_u = 0,8$, которое при указанных выше значениях остальных констант дает для числа Россби $Ro = 10^7$ высоту $H = 1031$ м.

Исходные дифференциальные уравнения аппроксимируются конечно-разностными, которые решаются методом последовательных приближений на ЭВМ М-220. Область интегрирования представляется сеткой, содержащей 156 узлов, неравномерно расположенных по высоте. В нижних 10% пограничного слоя находится 81 узел с постоянным в логарифмическом масштабе шагом. Выше располагается 75 узлов с шагом равным 0,012. При такой разбивке вертикальной координаты первый безразмерный шаг по высоте равняется $4,345 \cdot 10^{-7}$, что позволяет проводить расчеты до чисел Россби порядка 10^8 . Подробное изложение конечно-разностного представления исходной постановки задачи и метода ее решения имеется в работе [11].

На рис. 1 приведены рассчитанная зависимость γ от числа Россби (сплошная кривая) и экспериментальные данные из работ [2, 3]. Верхняя граница динамического пограничного слоя определялась в этих работах или как высота, на которой реальный и геострофический ветер совпадает по скорости (H), или — по направлению (H_d). Кружками на графике показаны безразмерные значения H ,

крестиками — H_d . К сожалению, экспериментальные данные охватывают весьма узкий диапазон чисел Ro и имеют при этом заметный разброс. При сравнении полученной кривой с экспериментальными результатами можно, видимо, сказать, что характер изменения γ от Ro получился правильный. Высота пограничного слоя постепенно уменьшается с увеличением Ro . В данной постановке H уменьшается примерно от 1890 м при $Ro=10^4$ до 860 м при $Ro=10^8$.

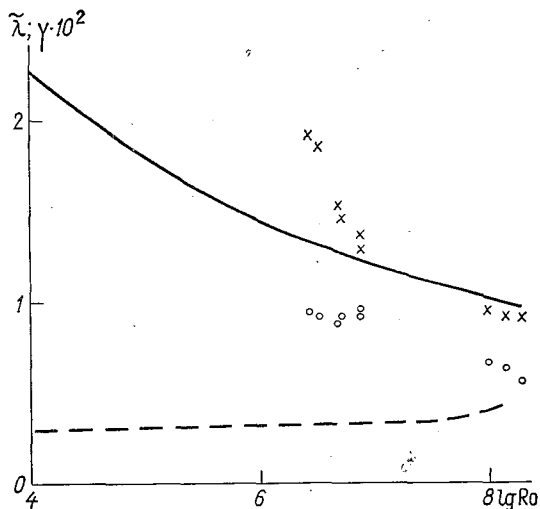


Рис. 1. Зависимости безразмерной высоты пограничного слоя $\gamma \cdot 10^2$ (сплошная линия) и параметра $\tilde{\lambda}$ (штриховая линия) от числа Россби.

Экспериментальные данные из работ [2, 3]: x — безразмерная высота H_d ; o — H .

На этом же рисунке пунктирной кривой показана зависимость от числа Ro коэффициента пропорциональности $\tilde{\lambda}$, входящего в формулу (1). Изменение этого параметра в диапазоне Ro от 10^4 до 10^8 оказалось невелико, а среднее значение $\tilde{\lambda}$ равно примерно 0,35. Если полученная зависимость γ от Ro отражает реальное положение вещей, то и функция $\tilde{\lambda}$ от Ro , во всяком случае качественно, является правильной. Величины γ и $\tilde{\lambda}$ связаны между собой через геострофический коэффициент трения f , а зависимость f от Ro получается достаточно близкой к представленным в различных работах ранее и к экспериментальным данным. Это видно из рис. 2, который иллюстрирует зависимости f и угла полного поворота ветра

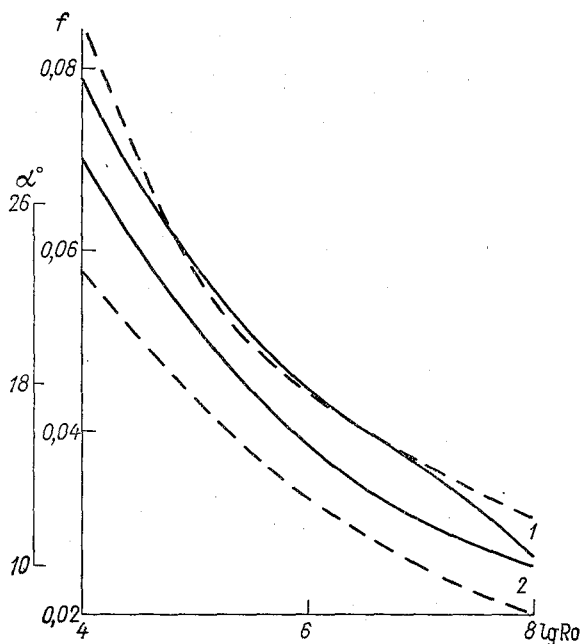


Рис. 2. Зависимости коэффициента трения (1) и угла поворота (2) от числа Россби, полученные в данной работе (сплошная линия) и в монографии [5] (штриховая линия).

в пограничном слое α от числа Ro , полученные в данной работе (сплошные кривые) и приведенные, например, в монографии [5] (пунктирные).

Результаты данной работы и статьи [10] говорят о том, что при расчете геострофического коэффициента трения, угла поворота ветра и профилей метеоэлементов, особенно в нижней части пограничного слоя, можно пренебречь зависимостью параметра $\tilde{\lambda}$ от числа Ro . При описанной постановке задачи и выбранных значениях констант вполне допустимо в диапазоне Ro от 10^4 до 10^8 пользоваться $\tilde{\lambda}=0,35$. В работах, привлекающих для определения H формулу (1), содержатся аналогичные рекомендации об использовании фиксированного значения $\tilde{\lambda}$ при любых Ro . Этот факт вместе с полученным нами результатом свидетельствует, как нам кажется в пользу предложенного метода расчета H . Более точный вывод можно будет сделать после получения и обработки дополнительного экспериментального материала, охватывающего весь реальный диапазон чисел Россби.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лазарева Н. А., Орленко Л. Р. Анализ некоторых характеристик пограничного слоя по экспериментальным данным.—«Труды ГГО», 1967, вып. 205, с. 25—35.
2. Шкляревич О. Б. Физико-статистические исследования ветрового режима пограничного слоя атмосферы. Автореф. на соиск. учен. степени канд. геогр. наук. Л., 1974. 20 с. (ГГО).
3. Орленко Л. Р. Строение планетарного пограничного слоя атмосферы. Автореф. на соиск. учен. степени д-ра физ.-мат. наук. Л., 1975. 26 с. (ГГО).
4. Цейтин Г. Х. К расчету характеристик турбулентного обмена термически-стратифицированного пограничного слоя атмосферы.—«Труды ГГО», 1969, вып. 241, с. 36—49.
5. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеониздат, 1970. 290 с.
6. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеониздат, 1970. 340 с.
7. Зилитинкевич С. С., Монин А. С. Теория подобия для планетарного пограничного слоя атмосферы.—«Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1974, т. 10, с. 587—599.
8. Чарни Д. Ж. Что определяет толщину планетарного пограничного слоя в нейтрально-стратифицированной атмосфере.—«Океанология», 1969, т. 9, № 2, с. 143—145.
9. Зилитинкевич С. С. Асимптотические формулы для толщины экмановского пограничного слоя.—«Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана», 1972, т. 8, № 10, с. 1086—1090.
10. Симонов В. В. Об использовании уравнений 4-го порядка в модели пограничного слоя атмосферы. См. наст. сб.
11. Вагер Б. Г. Применение метода матричной факторизации к решению системы дифференциальных уравнений 4-го порядка. См. наст. сб.
12. Taylor P. A. On planetary boundary layer flow under conditions of neutral thermal stability.—„J. Atmos. Sci.”, 1969, v. 26, N 3, p. 427—431.
13. Clarke R. H. Observational studies in the atmospheric boundary layer.—„QJRMS”, 1970, v. 96, N 407, p. 91—114.
14. Deardorff J. W. Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models. — „Monthly Weather Review”, 1972, v. 100, N 2, p. 93—106.
15. Deardorff J. W. Three-dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer.—„Boundary Layer Met.”, 1974, v. 7, N 1, 81—106.
16. Hanjalic K., Launder B. E. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows.— „J. Fluid Mech.”, 1972, v. 52, p. 4, p. 609—638.
17. Mellor G. L. Analytic prediction of the properties of stratified planetary surface layers.—„J. Atmos. Sci.”, 1973, v. 30, N 6, p. 1061—1069.
18. Shir C. C. A preliminary numerical study of atmospheric turbulent flows in the idealized planetary boundary layer.— „J. Atmos. Sci.”, 1973, v. 30, N 7, p. 1327—1339.

СОДЕРЖАНИЕ

Н. З. Ариель, Э. К. Бютнер, О. К. Захарова. Связь коэффициента сопротивления с состоянием поверхности океана	3
А. С. Дубов. Об учете притоков тепла от океана к атмосфере в краткосрочном гидродинамическом прогнозе полей геопотенциала	13
С. П. Малевский-Малевиц. К учету взаимной корреляции определяющих параметров в расчете средних величин турбулентного потока тепла океан-атмосфера при прохождении холодных атмосферных фронтов	24
М. Д. Дворкина, Б. Н. Егоров, Т. В. Кириллова. Некоторые данные о статистической структуре полей суммарной радиации и облачности над океаном	29
Б. Г. Вагер, В. В. Гедрич, Е. Д. Надежина. Особенности режима трансформации воздушной массы над чередующимися неоднородностями поверхности произвольной длины	36
В. В. Симонов. Об использовании уравнений 4-го порядка в модели пограничного слоя атмосферы	43
Е. Д. Надежина. Об одном варианте оценки характеристик приземного слоя атмосферы в условиях неустойчивой стратификации	54
Н. З. Ариель, Е. Д. Надежина. Оценка масштаба турбулентности по экспериментальным данным	64
Т. А. Курпакова, Л. В. Несина. Возможные изменения температуры и влажности воздуха при образовании искусственных водохранилищ в бассейне Аральского моря	70
Н. В. Серова. Карты теплофизических характеристик почв равнинной территории континентов северного полушария	76
Б. Г. Вагер. Применение метода матричной факторизации к решению системы дифференциальных уравнений четвертого порядка	88
Г. А. Кругляк, К. С. Померанец, Э. Н. Турунтаева, Е. С. Чернышева. Численные прогнозы и расчеты значительных наводнений 1973—75 гг. в Ленинграде	99
Г. В. Гирдюк, Е. М. Шахметова. Трансформация теплового излучения поверхности моря в пограничном слое атмосферы	108
В. В. Симонов. Энергетический метод оценки высоты стационарного, нейтрально-стратифицированного пограничного слоя атмосферы	116

Труды ГГО, вып. 382

ФИЗИКА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Редактор Т. А. Иванова
Техн. редактор Н. Ф. Грачев
Корректор Л. И. Хромова

ИБ N 267

Слано в набор 13/VIII 1976 г. Подписано к печати 3/II 1977 г.
М-20029. Формат 60×90^{1/16}. Бумага тип. № 1. Печ. л. 8. Уч.-изд. л.
8,31. Тираж 580 экз. Индекс МЛ-216. Заказ 762. Цена 63 коп.

Гидрометеиздат. 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23.

Сортгавальская книжная типография Управления по делам
издательства, полиграфии и книжной торговли Совета Министров
Карельской АССР. Сортвала, Карельская, 42.