

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

Общественно № 2

Т Р У Д Ы

ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

ВЫПУСК 20(82)

ФИЗИКА
ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ ВОЗДУХА

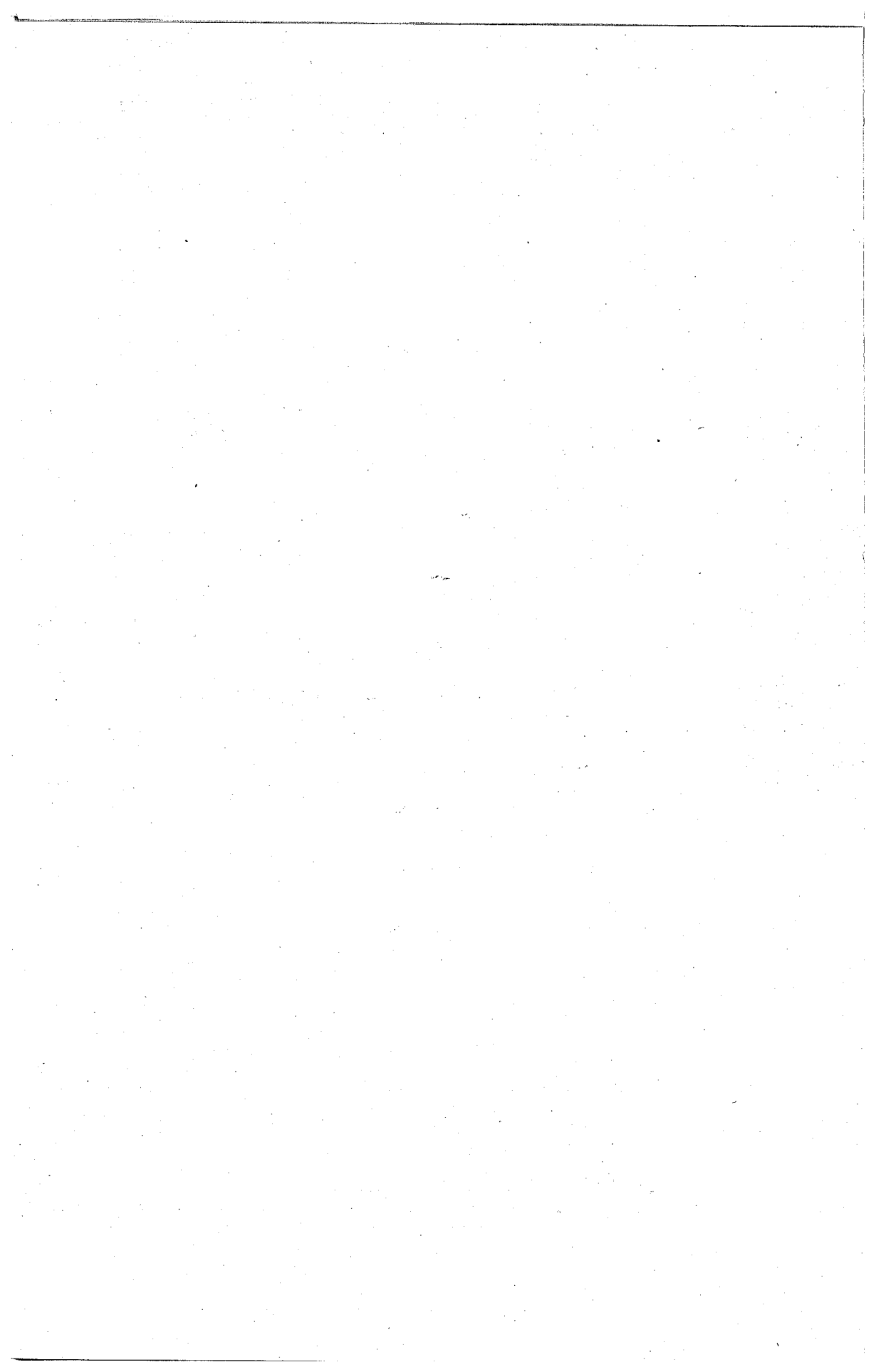
Под редакцией
д-ра физико-математич. наук
Д. Л. ЛАЙХТМАНА



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1949

Российский государственный
гидрометеорологический
институт
БИБЛИОТЕКА
190 000, СПб, Малоговарский пр., 7



К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ ИСПАРЕНИЯ И ПОТОКА ТЕПЛА

Процессы испарения и теплообмена в приземном слое атмосферы в значительной степени определяют все физические явления, протекающие в приземном слое. Наиболее распространенный метод вычисления потока тепла и испарения, предложенный Шмидтом, обладает рядом ограничений, и вычисления этим методом связаны со значительными погрешностями. Ниже дается вывод общей формулы для определения испарения и теплообмена, обладающей значительными преимуществами по сравнению с применяющейся формулой Шмидта.

Пусть σ пассивная неуничтожаемая примесь, источником которой является земная поверхность; концентрация этой примеси равна S единиц/см³.

В случае переноса тепла

$$S = \rho c_p T \text{ кал/см}^3, \quad (1)$$

где ρ — плотность воздуха, c_p — теплоемкость воздуха, T — температура.

В случае переноса водяного пара

$$S = \rho q \frac{\text{г вод. пара}}{\text{см}^3}, \quad (2)$$

где q — удельная влажность.

При переносе количества движения

$$S = \rho \cdot v \frac{\text{г см сек.}^{-1}}{\text{см}^3}. \quad (3)$$

Тогда уравнение турбулентной диффузии напишется так:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k(z) \frac{\partial S}{\partial z}, \quad (4)$$

где $k(z)$ — коэффициент турбулентности.

В случае исследования теплового баланса деятельной поверхности и испарения с почвы, при расчетах турбулентного трения обычно представляет интерес поток при $z = 0$:

$$W = -k(z) \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (5)$$

Вычисления при этом производятся на основании измерений вертикального распределения S в приземном слое.

Если вертикальное распределение S со временем не изменяется, то из формулы (4) видно, что

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[k(z) \frac{\partial S}{\partial z} \right] = 0, \text{ т. е. } k(z) \frac{\partial S}{\partial z} = \text{const} = -W, \quad (6)$$

откуда следует, что на основании известного в некотором слое изменения S с высотой может быть вычислен поток S в атмосферу, т. е. испарение, если под S под-

разумеается абсолютная влажность, и теплоотдача, или тепловой поток в воздух, если под S подразумевается объемное теплосодержание ($\rho c_p T$). Формула (5) очень часто применяется различными авторами при рассмотрении различных вопросов физики приземного слоя атмосферы. Особое значение имеет формула (5) при расчетах испарения, так как при этом не приходится вводить какие бы ни было нарушения естественных условий, как это, например, делается при определении испарения экспериментальными методами (испарителями). Использование формулы (5) на практике связано со следующими затруднениями:

1) для получения удовлетворительных результатов необходимо иметь надежные значения коэффициента турбулентности;

2) при нестационарных условиях, как это следует из вывода формулы (5), она может давать значительные погрешности;

3) производная $\frac{\partial S}{\partial z}$ заменяется конечной разностью, так как из опыта получаются значения $S(z)$ в дискретных точках, что также неизбежно приводит к большим ошибкам, если иметь в виду, что в приземном слое $\frac{\partial S}{\partial z} \sim \frac{1}{z}$ и профиль S имеет большую кривизну.

Ряд работ, выполненных в Советском Союзе за последние годы, дает основание утверждать, что в приземном слое атмосферы на сравнительно открытом месте коэффициент турбулентности может быть определен с достаточной точностью.

Будем считать в последующем $k(z)$ известной функцией и дадим формулу для вычисления W , свободную от неучета нестационарности и от замены $\frac{\partial S}{\partial z}$ конечной разностью.

Для получения искомой формулы введем следующую функцию:

$$F(z, H) = \int_H^z \frac{dz}{k(z)} = \int_0^z \frac{dz}{k(z)} - \int_0^H \frac{dz}{k(z)}, \quad (7)$$

откуда следует, что

$$\left\{ \frac{dF}{dz} k(z) = 1, F(H, H) = 0 \right\}. \quad (8)$$

Умножим теперь (4) на $F(z, H)$ и проинтегрируем от 0 до H , тогда имеем

$$\begin{aligned} \int_0^H F(z, H) \frac{\partial S}{\partial t} dz &= \int_0^H F(z, H) \frac{\partial}{\partial z} \left[k(z) \frac{\partial S}{\partial z} \right] dz = \\ &= F(z, H) k(z) \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_0^H - \int_0^H \frac{dF}{dz} \left[k(z) \frac{\partial S}{\partial z} \right] dz \end{aligned}$$

или, подставляя пределы и воспользовавшись формулами (5) и (8),

$$\int_0^H F(z, H) \frac{\partial S}{\partial t} dz = + F(0, H) W - [S(t, H) - S(t, 0)]. \quad (9)$$

Уравнение (9) напишем для другого H , тогда

$$\int_0^{H_1} F(z, H_1) \frac{\partial S}{\partial t} dz = F(0, H_1) W - [S(t, H_1) - S(t, 0)]. \quad (10)$$

Вычитая теперь из уравнения (9) уравнение (10), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^H F(z, H) S(t, z) dz - \int_0^{H_1} F(z, H_1) S(t, z) dz \right] = \\ = W [F(0, H) - F(0, H_1)] - [S(t, H) - S(t, H_1)], \end{aligned}$$

откуда получаем

$$W = \frac{1}{F(0, H) - F(0, H_1)} \left\{ S(t, H) - S(t, H_1) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^H F(z, H) S(t, z) dz - \int_0^{H_1} F(z, H_1) S(t, z) dz \right] \right\}. \quad (11)$$

Формула (11) является общей формулой, позволяющей вычислить испарение и теплоотдачу с большой точностью. При практических расчетах, повидимому, без заметной ошибки производную по времени можно заменить конечной разностью.

Преимуществом ее является также и то, что производная берется не от непосредственно измеряемой величины, а от интеграла, при вычислении которого слаживаются ошибки отдельных измерений.

Еще большую точность формула приобретает в том случае, если необходимо получить W за некоторый интервал времени $\tau = t_2 - t_1$. Умножив (11) на dt и проинтегрировав от t_1 до t_2 , имеем

$$\int_{t_1}^{t_2} W dt = \overline{W}(t_2 - t_1) = \frac{1}{F(0, H) - F(0, H_1)} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} [S(t, H) - S(t, H_1)] dt + \right. \\ \left. + \int_0^H F(z, H) [S(t_2, z) - S(t_1, z)] dz - \int_0^{H_1} F(z, H_1) [S(t_2, z) - S(t_1, z)] dz \right\}. \quad (12)$$

Таким образом, для получения W необходимо иметь измерения S на разных высотах в разные моменты времени или, в крайнем случае, в два момента времени и знать коэффициент обмена.

Несмотря на кажущуюся громоздкость полученных формул, вычисления по ним при помощи планиметра производятся весьма быстро.

Имея в виду, что $k(z) = k_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^{1-\varepsilon}$, можно найти $F(z)$:

$$F(z) = \frac{z_1^{1-\varepsilon}}{k_1} \int_H^z \frac{dz}{z^{1-\varepsilon}} = \frac{z_1^{1-\varepsilon}}{k_1} \frac{z^\varepsilon - H^\varepsilon}{\varepsilon}. \quad (13)$$

Тогда формула (12) напишется так:

$$\overline{W}(t_2 - t_1) = \frac{k_1 \varepsilon}{z_1^{1-\varepsilon} [H_1^\varepsilon - H^\varepsilon]} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} [S(t, H) - S(t, H_1)] dt + \right. \\ \left. + \frac{z_1^{1-\varepsilon}}{k_1 \varepsilon} \left[\int_0^H (z^\varepsilon - H^\varepsilon) [S(t_2, z) - S(t, z)] dz - \right. \right. \\ \left. \left. - \int_0^{H_1} (z^\varepsilon - H_1^\varepsilon) [S(t_2, z) - S(t, z)] dz \right] \right\}. \quad (14)$$

Тепловой поток в почву может быть вычислен по формуле (14), если в ней положить $\varepsilon = 1$, $S = \rho_1 c_1 T$, где ρ_1 , c_1 — плотность и весовая теплоемкость почвы.

В том случае, когда допустимо считать S независимой от времени, из (12) получаем:

$$\overline{W} = + \frac{S(H) - S(H_1)}{F(0, H) - F(0, H_1)} \quad (15)$$

или, воспользовавшись определением $F(0, H)$ из формулы (7), имеем

$$\overline{W} = - \frac{S(H) - S(H_1)}{\int_{H_1}^H k^{-1}(z) dz} \quad (16)$$

Формула (16) при $k(z) = k_1 = \text{const}$ переходит в обычно применяемую на практике формулу

$$\overline{W} = - k_1 \frac{S(H) - S(H_1)}{H - H_1} \quad (16a)$$

Однако недопустимо считать коэффициент турбулентности, особенно в приземном слое, не меняющимся с высотой. Для того чтобы оценить возможные ошибки, воспользуемся твердо установленным фактом, что в среднем коэффициент диффузии является линейной функцией высоты.

Тогда

$$\overline{W} = \frac{k_1 [S(H) - S(H_1)]}{z_1 \ln \frac{H_1}{H}} \quad (17)$$

Предположим, как это обычно делается, что формулой (16a) можно пользоваться, если за k принять коэффициент турбулентности на высоте $\frac{H+H_1}{2}$; тогда

$$\frac{\overline{W}_T}{\overline{W}} = - \frac{k_1 [S(H) - S(H_1)] [H - H_1]}{\frac{H+H_1}{2} \ln \frac{H_1}{H} k_1 [S(H) - S(H_1)]} = \frac{2(H - H_1)}{(H + H_1) \ln \frac{H}{H_1}} = 0,76,$$

где \overline{W}_T — поток, вычисленный по точной формуле. Обычно советские метеорологи принимают $H = 1,5$ м, $H_1 = 0,2$ м; как легко подсчитать, при этом $\frac{\overline{W}_T}{\overline{W}} = 0,76$, т. е. поток в лучшем случае систематически завышен на 25%.

При вычислении потока в воздух в дневное время при сверхадиабатических градиентах ошибки могут достигать гораздо больших значений.

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ОБМЕН В НИЖНИХ СЛОЯХ АТМОСФЕРЫ

Процессы турбулентного обмена играют решающую роль в явлениях тепло- и влагообмена между подстилающей поверхностью и воздухом. Одной из главнейших характеристик турбулентного обмена является так называемый коэффициент турбулентности. Определению этой важной величины посвящено много работ советских метеорологов, которые сравнительно давно уже пошли существенно дальше, чем заграничные исследователи. Отметим здесь главнейшие работы по этому вопросу, которые имеют непосредственно прикладное значение. Важные исследования по турбулентному обмену в нижнем слое атмосферы были проведены М. И. Будыко [1, 2, 3], который разработал метод расчета коэффициента обмена по градиентным наблюдениям. А. М. Обухов [4] дал наиболее общий вывод формулы для коэффициента турбулентности при состояниях, отличных от адиабатических (равновесных). Несколько раньше Д. Л. Лайхтман [5], обобщив полуэмпирическую теорию перемешивания, разработал метод расчета коэффициента турбулентности по наблюдениям за вертикальным профилем ветра. Е. С. Ляпин успешно разрабатывает методы определения коэффициента турбулентности из структурных наблюдений.

Мы не останавливаемся на большом числе других важных работ советских метеорологов по турбулентности, так как они не дают простых и надежных методов определения коэффициента турбулентности в нижнем слое воздуха.

Укажем на существенные недостатки методов расчета коэффициента турбулентности.

Метод М. И. Будыко теоретически обоснован, как нам кажется, неудовлетворительно; лежащая в его основе универсальная выполнимость логарифмических законов распределения метеорологических элементов с высотой (в нижних слоях воздуха) в действительности наблюдается только при равновесных (адиабатических) состояниях. Кроме того, этот метод непригоден для инверсионных состояний, где турбулентный обмен хотя и ослаблен, но все-таки существует, и характеристики его надо уметь определять.

Кроме того, следует отметить, что вычисления коэффициента турбулентности по профилю температуры вряд ли допустимы принципиально, поскольку на распределение температуры иногда существенно сказывается лучистый теплообмен.

Метод Д. Л. Лайхтмана [6] для инверсионных условий также не дает надежных значений коэффициента турбулентности. Несмотря на отмеченные недостатки, по нашему мнению, из ныне существующих методов определения коэффициента турбулентности наиболее простыми и надежными являются методы М. И. Будыко и Д. Л. Лайхтмана, так как формула А. М. Обухова при экспериментальной проверке дала явно неудовлетворительные результаты.

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию метода расчета коэффициента турбулентности по наблюдению за вертикальным профилем ветра, т. е. развитию метода Д. Л. Лайхтмана. Она основывается на опыте 2-летних исследований формулы Лайхтмана для решения различных задач физики нижних слоев воздуха.

По нашему мнению, в нижних слоях воздуха существует два режима течения.

1) режим развитой шероховатости, характеризующий главным образом условия неустойчивых состояний (сверхадиабатические температурные градиенты);

2) режим течения, который мы условно называем квазиламинарным и который характеризует условия развития турбулентного обмена при ясно выраженных инверсиях температуры.

Расчет коэффициента турбулентности для двух указанных режимов производится существенно по различным методам, так как условия турбулентных процессов в этих режимах также различны. Различна при этом и роль подстилающей поверхности.

Режим развитой турбулентности

Этот режим наблюдается, в основном, в неустойчиво стратифицированном потоке над шероховатыми поверхностями, каковыми являются все естественные твердые подстилающие поверхности и водные поверхности при заметных волнениях. Существенным для этого режима является непрерывное интенсивное образование турбулентных элементов вблизи поверхности и благоприятные условия для вертикального турбулентного обмена.

Вследствие этого вблизи поверхности может образоваться слой, небольшой по высоте, где вся кинетическая энергия потока преобразуется в энергию турбулентных пульсаций. Этот слой обычно характеризуется так называемым параметром шероховатости z_0 , отражающим в некоторой степени влияние шероховатой поверхности на развитие турбулентных процессов в протекающем над ней воздушном потоке. В настоящее время, нам кажется, что турбулентные процессы в нижних слоях воздуха при режиме развитой шероховатости удовлетворительно описываются количественно обобщенной полуэмпирической теорией, предложенной Д. Л. Лайхтманом [5, 6].

Однако метод определения коэффициента турбулентности по профилю ветра нуждается в некотором развитии, которое излагается ниже.

Как известно, основное уравнение полуэмпирической теории турбулентности для нижних слоев воздуха имеет вид

$$V_* = l \frac{du}{dz}, \quad (1)$$

где $V_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ — динамическая скорость, τ — касательное напряжение, ρ — плотность, l — путь перемешивания, u — средняя скорость ветра, z — вертикальная координата.

Аппроксимируем путь перемешивания степенной функцией

$$l = \kappa \left(\frac{z}{h} \right)^{-\epsilon} z, \quad (2)$$

где κ , h — параметры, определяемые ниже, ϵ — величина, характеризующая устойчивость воздуха.

Используя последнее уравнение, из уравнения (1) после интегрирования, при условии независимости от высоты величины τ , получаем

$$u = \frac{V_*}{\kappa h^\epsilon} \frac{z^\epsilon}{\epsilon} + A. \quad (3)$$

Введением параметра шероховатости z_0 легко определяется постоянная A :

$$u = \frac{V_*}{\kappa h^\epsilon} \frac{z^\epsilon - z_0^\epsilon}{\epsilon} \quad \text{или} \quad u = u_1 \frac{z^\epsilon - z_0^\epsilon}{z_1^\epsilon - z_0^\epsilon}, \quad (4)$$

где u_1 — скорость на фиксированной высоте z_1 .

Формулы (4) могут быть переписаны в следующем виде

$$u = \frac{V_*}{\kappa h^\epsilon} \left(\frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{1 - z_0^\epsilon}{\epsilon} \right) = \frac{u_1 \epsilon}{z_1^\epsilon - z_0^\epsilon} \left(\frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{1 - z_0^\epsilon}{\epsilon} \right). \quad (5)$$

Отсюда следует

$$\frac{du}{d \frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon}} = \frac{V_*}{\kappa h^\epsilon} = \frac{u_1 \epsilon}{z_1^\epsilon - z_0^\epsilon} = \operatorname{tg} \beta, \quad (6)$$

т. е. если откладывать измеренные скорости ветра в системе координат $y = u$ и $x = \frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon}$, то при некотором значении ϵ все точки уложатся на прямой, угловой коэффициент которой определяется формулой (6).

Такая графическая обработка наблюдений за вертикальным профилем ветра позволяет определить важные параметры ϵ и z_0 . Экспериментальная проверка закона (4) на всех известных нам наблюдениях по распределению ветра на открытой местности показала:

1. Формула (5) хорошо описывает количественно распределение ветра в нижних слоях воздуха (до высот несколько десятков метров).

2. Параметр устойчивости ϵ положителен для инверсий, отрицателен для сверхадиабатических градиентов и равен нулю для равновесных (адиабатических) состояний.

Пределы изменения ϵ приближенно даются неравенством $-0,4 \leq \epsilon \leq 0,5$.

3. Параметр шероховатости z_0 существенно зависит от устойчивости. z_0 увеличивается с увеличением неустойчивости и уменьшается при переходе к устойчивым состояниям.

4. Величина

$$\frac{\operatorname{tg} \beta}{u_1} = c \quad (7)$$

для некоторой высоты (около 8—10 м) не зависит от устойчивости, а определяется только свойствами подстилающей поверхности. (Шероховатость поверхности при равновесных условиях в дальнейшем будем обозначать z_{00} .) Величина c однозначно определяется шероховатостью подстилающей поверхности и заранее может быть вычислена по формуле:

$$c = \frac{1}{\ln \frac{z_1}{z_{00}}}. \quad (8)$$

Формула (7) дает изменение параметра z_0 с изменением устойчивости, что изображено на графике (рис. 1).

На основании вышеизложенного легко получить формулу для коэффициента турбулентности k , если иметь в виду, что

$$k = l^2 \frac{du}{dz}. \quad (9)$$

Для этого предварительно определим параметры h и κ .

Для очень малых высот, как известно, фактор устойчивости мало влияет на турбулентные процессы, и можно предполагать, что при $z = z_0$ формула Кармана для

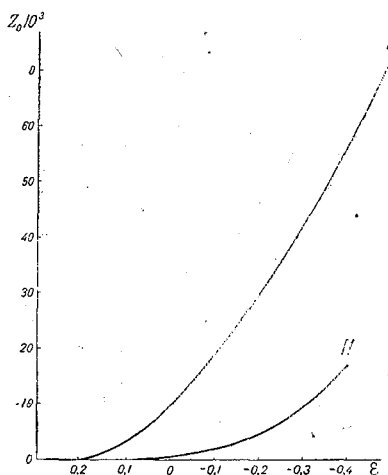


Рис. 1. Изменение z_0 в зависимости от устойчивости.
I $z_{00} = 0,01$ м; II $z_{00} = 0,0001$ м.

пути перемешивания (полученная для несжимаемой жидкости) $l = \kappa \frac{\frac{du}{dz}}{\frac{d^2u}{dz^2}}$ будет выполняться достаточно точно.

Применяя эту формулу для уравнений (2) и (4), получаем (учитывая, что $\varepsilon < 1$

$$\kappa h^\varepsilon = \frac{\kappa_0 z_0^\varepsilon}{1 - \varepsilon}, \quad (10)$$

где $\kappa_0 = 0,38 \cong 0,4$.

После этого для коэффициента турбулентности, согласно (10), имеем формулу

$$k = \left(\frac{\kappa_0 z_0^\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2 \operatorname{tg} \beta z^{1-\varepsilon} \quad (11)$$

и для k_1 при $z_1 = 1$ м

$$k_1 = \left(\frac{\kappa_0 z_0^\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2 \operatorname{tg} \beta. \quad (12)$$

Практически удобная величина $\frac{k_1}{u_1}$ может быть вычислена по формуле

$$\frac{k_1}{u_1} = \left(\frac{\kappa_0 z_0^\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2 \frac{\operatorname{tg} \beta}{u_1}. \quad (13)$$

Величина z_0 определяется формулой (6), величина же $\frac{\operatorname{tg} \beta}{u_1}$ легко может быть выражена через c .

Используя указанные формулы, окончательно получаем следующее выражение

$$\frac{k_1}{u_1} = \left[\frac{\kappa_0}{1 - \varepsilon} \left(10^\varepsilon - \frac{\varepsilon}{c} \right) \right]^2 \frac{\varepsilon}{\left(1 - 10^{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{c} \right)}. \quad (14)$$

В последней формуле $\frac{k_1}{u_1}$ дается в единицах ε (или величина k_1 в $\text{м}^2/\text{сек}$).

На основании последней формулы можно построить графики или таблицы для определения величины $\frac{k_1}{u_1}$, в зависимости от устойчивости (величины ε) и характера подстилающей поверхности (величина c).

Можно рекомендовать следующие два способа определения коэффициента турбулентности.

1. Если подробно (на 3—5 высотах) измеряется вертикальный профиль ветра до высот 10—15 м, то, обрабатывая наблюдения по указанному выше способу (можно ускорить эту обработку изготовлением простейшей координатной сетки, покрытой целлулоидом, на котором наносятся экспериментальные точки), легко графически определить величину ε , по которой с помощью графика (рис. 2) или таблицы находится $\frac{k_1}{u_1}$. При этом величина c может считаться известной (на основании определения параметра z_{00}) или определяемой из обработки, так как в результате последней мы получаем не только величину ε , но и $\operatorname{tg} \beta$, а значит и $\frac{\operatorname{tg} \beta}{u_{10}}$, поскольку скорость ветра на высоте 10 м также известна.

2. Второй способ применяется в том случае, если нет подробных наблюдений за вертикальным профилем ветра, а имеются наблюдения за скоростью ветра только на двух уровнях до высот 3—5 м. Как и в первом случае, определение $\frac{k_1}{u_1}$ сводится к определению величин ε и c .

Величина ε определяется через отношение величин скоростей на двух уровнях, которые мы обозначим через $R_{2,1}$.

Согласно формулам (4), (6), (7), эта величина может быть определена из следующего уравнения:

$$R_{2,1} = \frac{z_2^\varepsilon - 10^\varepsilon + \frac{\varepsilon}{c}}{z_1^\varepsilon - 10^\varepsilon + \frac{\varepsilon}{c}}, \quad (15)$$

где z_2, z_1 — высоты, на которых наблюдается ветер.

На основании последней формулы можно построить графики для определения величины ε по известным $R_{2,1}$ и c .

Последняя величина, являясь однозначной функцией параметра шероховатости при равновесных условиях (z_{00}), может быть определена либо из условий $\Delta T = 0$, где $\Delta T = T_2 - T_1$ — разность температур (если ведутся одновременные, хотя бы психрометрические наблюдения за температурой) на двух высотах (например, на высотах в 0,5 и 1,5 м), либо из наблюдений за вертикальным профилем ветра для того момента времени в течение суток, для которого распределение скоростей по высоте хорошо описывается логарифмическим законом (в системе координат $y = u$, $x = \ln z$ получается прямая линия). В этом случае z_0 вычисляется по формуле

$$\ln z_{00} = \frac{\ln z_2 - R_{2,1} \ln z_1}{1 - R_{2,1}}. \quad (16)$$

Нужно отметить, что величина z_{00} меняется только при изменении характера подстилающей поверхности (появление и значительный рост растительности, исчезновение растительности, появление и исчезновение снежного покрова и т. п.). Поэтому z_{00} определяется для данной площадки сравнительно редко. По второму способу величина $\frac{k_1}{u_1}$ определяется с меньшей точностью, на 10—15%, чем по первому.

Кроме того, изложенные способы определения $\frac{k_1}{u_1}$ относятся к режиму развитой шероховатости, что включает условия сверхадиабатических, адиабатических и слабо инверсионных градиентов. Способы определения величины $\frac{k_1}{u_1}$ для хорошо выраженных инверсий излагаются в следующем разделе.

Квазиламинарный режим турбулентности

Для режима развитой турбулентности одной из важных характеристик является величина z_0 , характеризующая слой, непосредственно прилегающий к поверхности, внутри которого вся кинетическая энергия среднего движения превращается в энергию турбулентных пульсаций и, следовательно, средняя скорость обращается в нуль.

Этот факт, подтвержденный большим экспериментальным материалом, характеризует влияние подстилающей поверхности и фактора устойчивости на интенсивность турбулентного обмена в нижнем слое воздуха.

Параметр шероховатости z_0 , как уже указывалось, растет с увеличением неустойчивости и обычной (геометрической) шероховатости поверхности и уменьшается при переходе к устойчивому состоянию и при уменьшении обычной (геометрической) шероховатости поверхности.

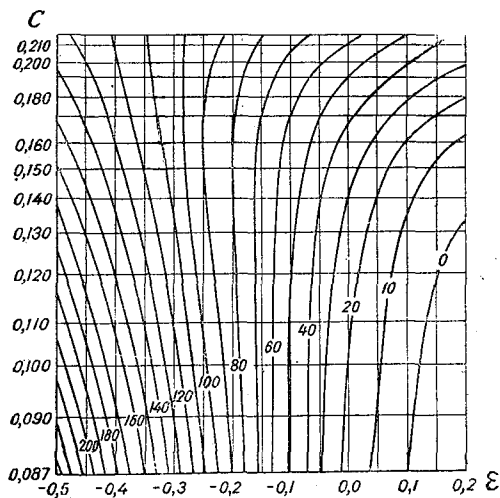


Рис. 2. График для определения $\frac{k_1}{u_1} \cdot 10^3$.

Для устойчивых состояний и для „гладких“ (хорошо обтекаемых) поверхностей параметр Z_0 может оказаться сколь угодно малым и даже равным нулю. Последнее будет означать, что в этих условиях обтекание неровностей не приводит к заметной турбулизации потока, в результате чего вблизи поверхности образуется тонкий слой, в котором турбулентный обмен не получает сколько-нибудь заметного развития.

Приближенно мы можем считать, что в этом случае около поверхности образуется тонкий ламинарный подслой, где процессы обмена по преимуществу имеют молекулярный характер. Режим турбулентности при наличии ламинарного подслоя мы условно называем квазиламинарным.

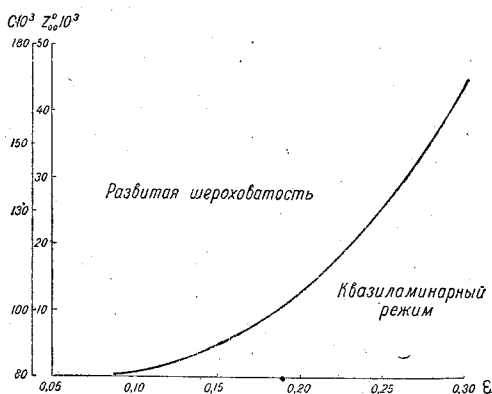
Существенным является то обстоятельство, что фактор устойчивости и шероховатость подстилающей поверхности могут обусловить образование ламинарного подслоя именно вблизи поверхности, так как при заметной скорости динамические причины, несмотря на неблагоприятные условия развития турбулентности в устойчиво стратифицированном слое, на значительных расстояниях от поверхности, по видимому, способны поддерживать турбулентность.

Определим некоторые условия (назовем их критическими), при которых возможно возникновение ламинарного подслоя и, значит, переход от режима развитой турбулентности к квазиламинарному режиму.

Этот переход для любой геометрической шероховатости соответствует условию, когда Z_0 по величине близко к нулю. Тогда, согласно уравнениям (6) и (7), получаем

$$10^{\epsilon_k} - \frac{\epsilon_k}{c} = 0. \quad (17)$$

Рис. 3. Критические значения параметра ϵ .



Решения уравнения (17) дадут те значения параметра устойчивости ϵ , при которых возможен для данной шероховатости (значение величины c) переход к квазиламинарному режиму. Назовем такие значения ϵ критическими (ϵ_k). Вычисления ϵ_k для некоторых значений шероховатости приводятся на графике (рис. 3). Приведенный график позволяет сделать следующие выводы. Для обычных площадок, с шероховатостью порядка 1 см (поля с травой и пашней), только при хорошо заметных инверсиях ($\epsilon \geq 0,25$) возможно образование квазиламинарного режима.

Для совершенно ровных поверхностей (шероховатость десятые доли сантиметра и меньше) уже при состояниях, близких к равновесным ($\epsilon \approx 0$), возможен переход к квазиламинарному режиму. Но совершенно физически нереально допущение существования такого режима при неустойчивых состояниях — предположение, которым пользуются некоторые заграничные исследователи.

Из высказанных соображений, между прочим, следует, что „гладкость“ геометрическая совершенно нетождественна „гладкости“ динамической, так как последняя в условиях нижних слоев воздуха включает обязательно не только собственно гладкость (или шероховатость), но и фактор устойчивости. Поэтому обычная шероховатая поверхность может быть „гладкой“ вследствие устойчивости воздуха, непосредственно прилегающего к поверхности. При этом чем больше „шероховатость“ поверхности, тем при большей устойчивости (при больших положительных ϵ) начинается образование квазиламинарного режима и, значит, превращение шероховатой поверхности в гладкую.

Физически это понятно, так как наличие заметной шероховатости способствует образованию турбулентных элементов и тем самым препятствует формированию квазиламинарного режима. Наоборот, при уменьшении шероховатости создаются

условия, благоприятствующие (при том же факторе устойчивости) образованию этого режима. При этом нужно заметить, что эти соображения относятся к сжимаемой жидкости, так как для несжимаемой жидкости „гладкость“ поверхности не связана с фактором устойчивости.

Развиваемые соображения с точки зрения условий потери устойчивости представляются совершенно естественными. Они представляют собой, в сущности, лишь утверждение о том, что поток устойчив для возмущений малых масштабов и неустойчив для возмущений больших масштабов.

После этих общих замечаний выведем формулу для коэффициента турбулентности в случае квазиламинарного режима. Основными уравнениями для этого режима на основании вышеизложенного будут

$$\nu \frac{du}{dz} = \frac{\tau}{\rho} = V_*^2 \quad (18)$$

для слоя

$$z \leq \delta,$$

где

$$\delta = \alpha \frac{\nu}{V_*} \quad (19)$$

— толщина ламинарного подслоя, а ν — молекулярный коэффициент вязкости, α — экспериментальный параметр ($\alpha \cong 10,5$).

Из (18) следует, что внутри ламинарного подслоя скорость ветра описывается законом

$$u = \frac{V_*^2}{\nu} z. \quad (20)$$

Откуда скорость на вершине ламинарного подслоя u_0 дается выражением

$$u_0 = \alpha^2 \frac{\nu}{\delta} = \alpha V_*^2. \quad (21)$$

На расстояниях от поверхности $z \gg \delta$ основное уравнение будет

$$k \frac{du}{dz} = V_*^2 \quad (22)$$

или

$$l \frac{du}{dz} = V_*^2, \quad (23)$$

где

$$l = \kappa_0 \left(\frac{z}{\delta} \right)^{-\epsilon} z. \quad (24)$$

Параметр κ_0 будет определен в дальнейшем.

На основании формул (23), (24) получим следующий закон для вертикального профиля ветра вне ламинарного подслоя:

$$u = \frac{V_*^2}{\kappa_0 \delta^\epsilon} \frac{z^\epsilon}{\epsilon} + B \quad (25)$$

или

$$u = u_0 + \frac{V_*^2}{\kappa_0 \delta^\epsilon} \frac{z^\epsilon - \delta^\epsilon}{\epsilon}. \quad (26)$$

Последняя формула, как и раньше, может быть переписана:

$$u - u_0 = \frac{V_*^2}{\kappa_0 \delta^\epsilon} \left[\frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{1 - \delta^\epsilon}{\epsilon} \right] = \frac{u_1^{(+)} \cdot \epsilon}{z_1^\epsilon - \delta^\epsilon} \left[\frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{1 - \delta^\epsilon}{\epsilon} \right], \quad (27)$$

где $u_1^{(+)} = u_1 - u_0$, u_1 — скорость ветра на высоте z_1 . Формула (26) удовлетворяет условию непрерывности скорости ветра по высоте.

Из последней формулы следует, что

$$\frac{du}{dz^{\frac{\varepsilon}{\delta}} - 1} = \frac{V_*}{\kappa_0 \delta^{\varepsilon}} = \frac{u_1^{(+)} \cdot \varepsilon}{z_1^{\varepsilon} - \delta^{\varepsilon}} = \operatorname{tg} \beta, \quad (28)$$

т. е. обработка наблюдений за ветром по способу, указанному для режима развитой турбулентности, остается действительной и для квазиламинарного режима и позволяет, как и ранее, легко определять важные величины ε и $\operatorname{tg} \beta$.

Из уравнений (19) и (28) получается следующая формула для безразмерного параметра κ_0 :

$$\kappa_0 = \frac{\alpha \nu}{\delta^{\varepsilon+1} \operatorname{tg} \beta}. \quad (29)$$

На основании вышеизложенного коэффициент турбулентности в случае квазиламинарного режима выражается следующим соотношением:

$$k = l^2 \frac{du}{dz} = \kappa_0^2 \delta^{2\varepsilon} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot z^{1-\varepsilon} = \left(\frac{\alpha \nu}{\delta} \right)^2 \frac{z^{1-\varepsilon}}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (30)$$

Величина δ определяется из уравнения

$$\delta^{\varepsilon} = D + \frac{E}{\delta}, \quad (31)$$

где

$$D = 10^{\varepsilon} - \frac{\varepsilon}{c}, \quad (32)$$

$$E = \frac{0,2010^{-2}}{u_1} \left(1 - 10^{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{c} \right). \quad (33)$$

Учитывая последние формулы и уравнение (7) для коэффициента турбулентности, на высоте 1 м в случае квазиламинарного режима получаем следующую формулу:

$$k_1 = \left(\frac{\alpha \nu}{x} \right)^2 \frac{\left(1 - 10^{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{c} \right)}{\varepsilon} \cdot u_1. \quad (34)$$

Отсюда

$$\frac{k_1}{u_1} = \left(\frac{\alpha \nu}{x} \right)^2 \frac{\left(1 - 10^{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{c} \right)}{\varepsilon}. \quad (35)$$

Параметр x определяется уравнением

$$x^{\varepsilon} = A_1 + \frac{B_1}{x}, \quad (36)$$

где

$$A_1 = \left(10^{\varepsilon} - \frac{\varepsilon}{c} \right) u_1^{\varepsilon},$$

$$B_1 = 0,2010^{-2} u_1 \varepsilon \left(1 - 10^{\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{c} \right).$$

При известных A_1 и B_1 , которые являются функциями определяемых по вышеизложенным способам величин ε , c и u_1 (измеряемое), величина x легко может быть определена из уравнения (36).

Интересно отметить, что вычисления коэффициента турбулентности для высоты $z = \delta$ по формуле (35) показывают, что на уровне ламинарного подслоя коэффициент турбулентности даже при сильных инверсиях больше молекулярного. Это обстоятельство выгодно отличает предложенный способ расчета коэффициента от ранее предлагавшихся, так как обычно на уровне $z = \delta$ считали $k = \nu$, что физически неправдоподобно.

Подробные таблицы и номограммы для вычисления коэффициента обмена даются в отдельной статье, помещаемой в этом сборнике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будыко М. И. Распределение метеорологических элементов в приземном слое воздуха. Известия АН СССР, серия географ. и геофиз., т. V, № 4, 1946.
2. Будыко М. И. Турбулентный обмен в нижних слоях атмосферы. „Метеорология и гидрология“, № 2, 1946.
3. Будыко М. И. Испарение в естественных условиях. Гидрометеиздат, 1948.
4. Обухов А. М. Турбулентность в температурно-неоднородной атмосфере. Труды Института теорет. геофиз., т. I, 1946.
5. Лайхтман Д. Л. Профиль ветра и обмен в приземном слое атмосферы. Известия АН СССР, серия географ. и геофиз., т. VIII, № 1.
6. Лайхтман Д. Л. О профиле ветра в приземном слое атмосферы при стационарных условиях. Труды НИУ ГМС, серия I, вып. 39.

ОПЕРАТИВНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА НА ОСНОВАНИИ НАБЛЮДЕНИЙ НАД ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ ВЕТРА. РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА И ВЛАГООБМЕНА ЗЕМЛЯ—ВОЗДУХ

Как известно, одним из способов расчета компонентов теплового баланса, характеризующих поток тепла между подстилающей поверхностью и атмосферой, а также затрату тепла на испарение или выделение его при конденсации, является расчет их по градиентным наблюдениям за температурой и влажностью воздуха. При этих расчетах необходимо знать коэффициент турбулентного обмена.

Ниже излагается метод определения коэффициента турбулентности по данным о вертикальном профиле ветра. Теория этого метода здесь не излагается.

НАБЛЮДЕНИЯ НАД ВЕТРОМ

Так как метод расчета основан только на вертикальных градиентных наблюдениях скорости ветра, то эти наблюдения необходимо производить с максимально возможной точностью и аккуратностью.

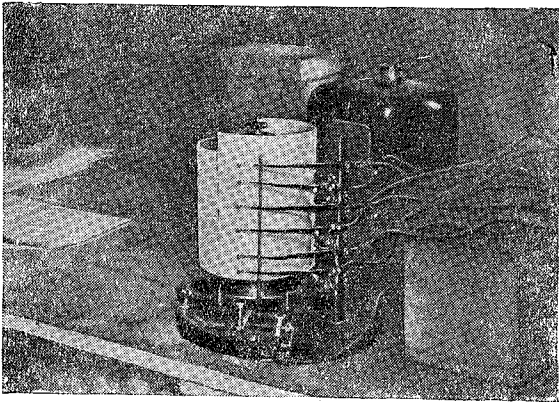


Рис. 1. Внешний вид шеститочечного хронографа.

Нужно измерение скорости ветра 0,2 м/сек., имели достаточную начальную чувствительность (0,3—0,4 м/сек.) и сохраняли свои поверочные кривые, а также были бы дистанционными.

Лучше всего этим условиям удовлетворяют дистанционные электрические контактные анемометры (например, системы старшего научного сотрудника ГГО М. С. Стеризата), регистратором которых может служить самописец-хронограф с часовым вращением барабана на 4—6 точек. На барабан хронографа наклеивается бумажная лента, на которой чернилами и наносится запись контактов.

Место наблюдений

Наблюдения должны производиться на открытой ровной местности с таким расчетом, чтобы не было никаких препятствий (в радиусе 0,5—1 км), нарушающих структуру воздушного потока. Если площадку наблюдений необходимо огородить, то ограда должна быть легкой и хорошо продуваемой (например, проволочная), а сама площадка иметь размеры не менее чем 40×40 м².

Приборы

Необходимо использовать такие приборы, чтобы они обеспечили точ-

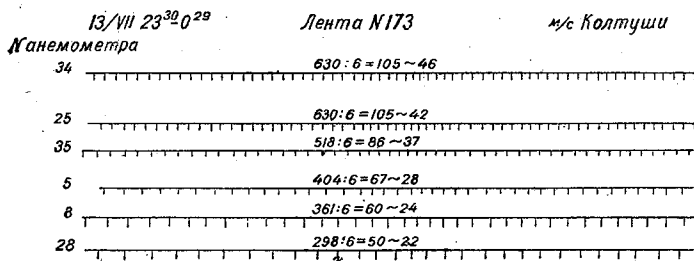


Рис. 2. Лента записи контактов на высотах (снизу вверх: 0,5; 1; 2; 5,2; 9,5 и 15,9 м).

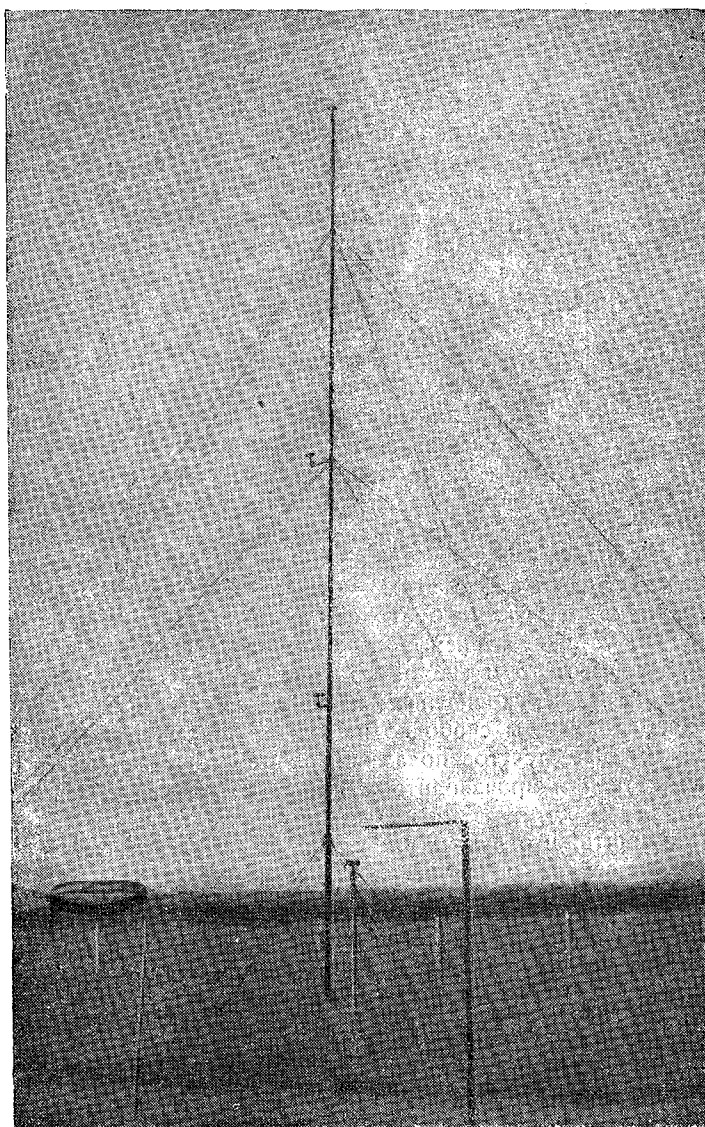


Рис. 3. Установка анемометров на мачте на высотах 5,2; 9,5; 15,9 м и на отдельном шесте на высоте 2 м.

Такая установка позволяет получать скорости ветра по профилю для часового промежутка времени. Для поддержания напряжения тока в цепи 4—4,5 в можно использовать сухоналивные батареи типа БСН-100 или телефонные элементы.

На рис. 1 и 2 приводим внешний вид шеститочечного хронографа с часовым вращением барабана, а также примерную запись контактов на ленте. При отсутствии дистанционных контактных анемометров можно пользоваться анемометрами Фусса, но с устойчивыми поверочными кривыми.

Установка приборов

Установка анемометров на различных, точно измеренных высотах производится так, чтобы измеряемый воздушный поток не искажался. Располагать анемометры по высоте необходимо в логарифмическом масштабе (через равные промежутки логарифмов высот), начиная с высоты 0,5 или 1 м, в зависимости от шероховатости поверхности, например: 0,5, 1, 2, 5, 9 м и т. д. Верхний предел высоты определяется наличием соответствующей мачты и дистанционных анемометров.

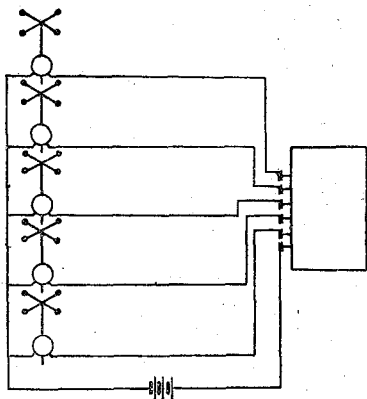


Рис. 4. Схема цепи анемометры — хронограф.

При наличии легкой металлической раздвижной мачты скорости ветра можно измерять до высоты 10—15 м в 4—6 точках, причем анемометры на мачте нужно укреплять на необходимых высотах на легких и прочных металлических кронштейнах не менее 0,4 м длиной (рис. 3).

На нижних высотах 0,5, 1 и 2 м лучше всего помещать анемометры на вершинах отдельных шестов, чтобы избежать влияния на их показания аэродинамической тени в нижней, обычно толстой части мачты. При контактных анемометрах от каждого анемометра идут концы проводов (можно использовать любой провод, но в хорошей изоляции и желательно мягкий) к соответствующим клеммам хронографа, который должен находиться в землянке или в каком-либо другом низком укрытии, не ближе чем в 15—20 м от мачты. На рис. 4

приводится схема установки анемометры — провода — хронограф.

Измерение скорости ветра анемометрами Фусса может легко производиться до высоты 5 м, причем установка анемометров на высотах 1 и 2 м не представляет никакого труда. На высоте 5 м анемометр может быть установлен на легком деревянном шесте этой длины, укрепленном на трех оттяжках таким образом, чтобы нижний конец шеста стоял бы свободно на земной поверхности. Это дает возможность опускать шест для отсчетов показаний анемометра. Включение и выключение анемометра на высоте 5 м производится с помощью шнуров, привязанных к рычагу арретира.

Необходимо помнить, что шесты и мачты должны располагаться в направлении перпендикулярном преобладающему направлению ветра.

Порядок наблюдений и обработки показаний анемометров

Порядок наблюдений должен предусматривать получение некоторых осредненных скоростей. При наблюдении с помощью дистанционных контактных анемометров наблюдения чрезвычайно просты, ибо сводятся к смене лент барабана и включению питания в цепь. Имея хронограф с часовым вращением, можно получать записи скоростей ветра по профилю. Для часового промежутка рекомендуется включать хронограф за полчаса, а выключать через полчаса после срока. Градуировка контактных анемометров дается обычно для числа контактов за 10 минут. Поэтому для обработки ленты записей контактов достаточно подсчитать число кон-

тактов за соответствующие 10 минут и перевести их в м/сек. по градуировочной кривой. Но, как показала практика, более надежные данные по коэффициенту обмена получаются при осреднении скорости ветра за часовой промежуток. При этом обработка еще более упрощается. Нужно подсчитать число контактов за 60 минут, затем определить среднее число контактов за 10 минут и по ним снять скорость, которая будет характеризовать среднюю часовую скорость.

При наблюдениях с анемометрами Фусса их необходимо включать дважды на 10 минут, с перерывом на 5—10 минут (для снятия показаний со счетчика). Чтобы исключить влияние ошибок, рекомендуется анемометры менять местами в этот перерыв. Обработка наблюдений по анемометрам Фусса ведется обычным порядком.

Проверка анемометров

Так как задача при измерении скоростей ветра состоит в получении данных о вертикальном распределении скоростей, то необходимо, чтобы приборы давали сравнимые показания. Поэтому показания работающих анемометров должны систематически (не менее 1 раза в 10 дней) сверяться, для чего анемометры должны помещаться на одной высоте и работать в течение 20—30 минут. В случае, если показания какого-либо анемометра отклоняются от средних показаний данной группы анемометров более чем на 0,2 м/сек., этот анемометр должен заменяться новым.

РАСЧЕТ КОЭФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Обработка измеренных скоростей ветра

После того как измерены скорости ветра на различных высотах, необходимо произвести специальную обработку этих данных для получения величин, через которые выражается коэффициент турбулентности.

Обработка наблюдений за скоростью ветра производится следующим образом: вертикальный профиль ветра хорошо описывается формулой Лайтмана

$$u = u_1 \frac{z^\epsilon - z_0^\epsilon}{z_1^\epsilon - z_0^\epsilon}, \quad (1)$$

где u — скорость ветра на любой высоте в нижнем слое воздуха (до высоты нескольких десятков метров), u_1 — скорость ветра на высоте z_1 , z_0 — параметр шероховатости, ϵ — параметр устойчивости, положительный ($\epsilon \leq 0,5$) для инверсий и отрицательный ($\epsilon \geq -0,4$) для неустойчивого состояния. Формула (1) может быть переписана следующим образом:

$$u = \frac{u_1 \epsilon}{z_1^\epsilon - z_0^\epsilon} \left[\frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{1 - z_0^\epsilon}{\epsilon} \right]. \quad (2)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{du}{d \frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon}} = \frac{u_1 \epsilon}{z_1^\epsilon - z_0^\epsilon} = \operatorname{tg} \beta. \quad (3)$$

Это преобразование означает, что если по одной оси графика (по ординате) откладывать значение скорости на различных высотах, а по другой (абсциссе) значение величины $\frac{z^\epsilon - 1}{\epsilon}$ для тех же высот, то точки при определенном значении параметра ϵ (только при одном значении ϵ) расположатся на прямой линии, наклон этой прямой к оси абсцисс определяется значением величины $\operatorname{tg} \beta$.

Таким образом, указанная обработка наблюдений позволяет определить величины ϵ и $\operatorname{tg} \beta$, которые необходимы для вычисления коэффициента турбулентности.

Для удобства и быстроты такой обработки можно построить простейшее приспособление, состоящее из координатной сетки (миллиметровая бумага), примерно размером 60×60 см, с наклеенным прозрачным целлулоидом, на котором наносимые чернилами точки могут легко стираться. Такое приспособление не только ускоряет обработку, но и экономит миллиметровую бумагу, необходимую для определения величины ε и $\operatorname{tg} \beta$.

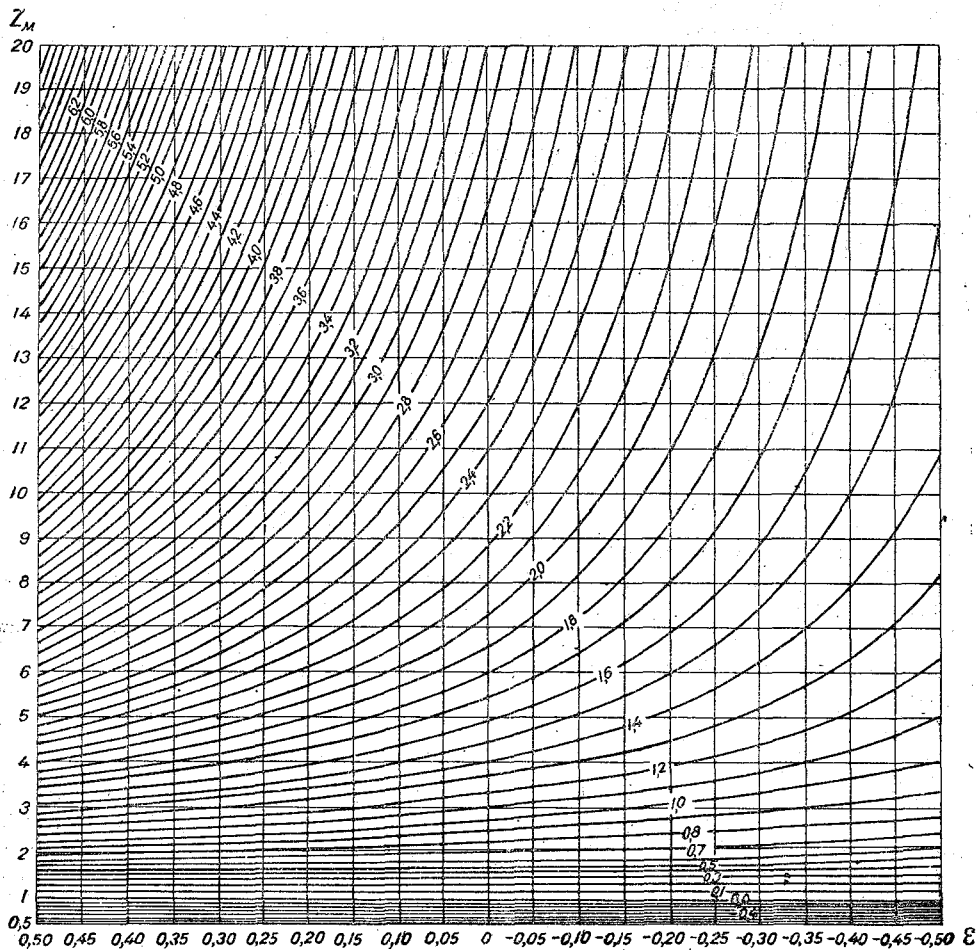


Рис. 5. Изолинии величины $\frac{z^\varepsilon - 1}{\varepsilon}$.

Величина $\frac{z^\varepsilon - 1}{\varepsilon}$ для различных высот и ε легко может быть получена из графика (рис. 5), где проведены изолинии этой величины для высот от 0,5 до 20 м и ε от $-0,5$ до $0,5$.

Порядок обработки обычно состоит из следующих операций.

Для данных высот откладывается на осях координат значение величины u и $\frac{z^\varepsilon - 1}{\varepsilon}$. Последняя величина вначале берется для произвольного значения параметра ε (по графику рис. 5). При этом нужно учитывать зависимость ε от устойчивости, а именно для заведомо неустойчивых состояний величина ε отрицательна, для устойчивых состояний — положительна. Если при выбранном значении ε измеренные скорости ветра на различных высотах не расположились на прямой, необходимо взять

другое значение ϵ . Значение ϵ , при котором экспериментальные точки укладываются на прямой линии, является искомым значением (допускается разброс точек около прямой в пределах 0,1 м/сек).

После определения ϵ (эта операция при некотором навыке у техника занимает время 2—5 минут) определяют значение величины $\operatorname{tg} \beta$.

Поскольку $\operatorname{tg} \beta = \frac{dy}{dx}$, то для расчета этой величины необходимо снять с графика (при истинном значении ϵ) ординаты и абсциссы любых двух точек на прямой и разность первых поделить на разность вторых. Приводим пример определения величины ϵ и $\operatorname{tg} \beta$.

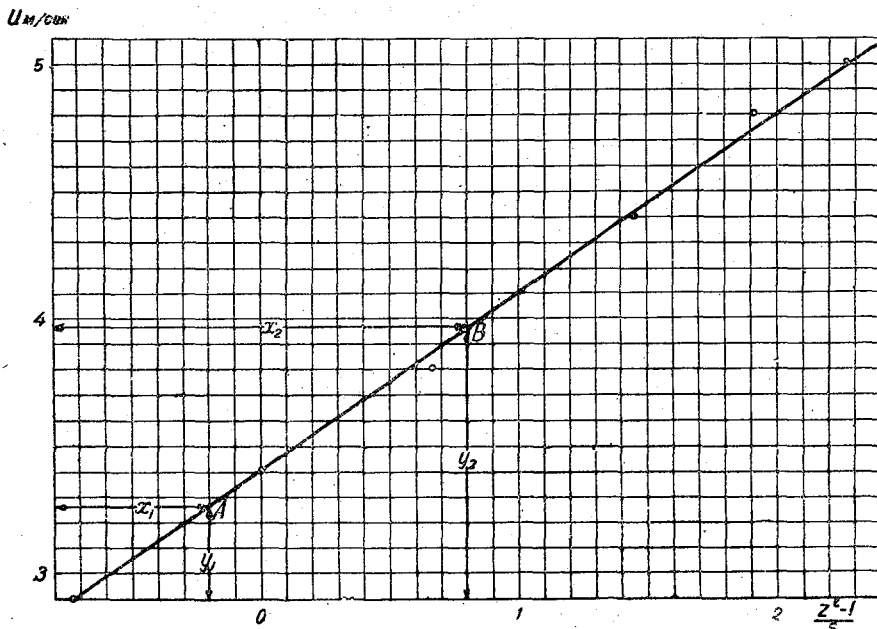


Рис. 6. Пример определения ϵ и $\operatorname{tg} \beta$ 5/VII в 12 ч. $\epsilon = 0,15$; $\operatorname{tg} \beta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7,1}{10} = 0,71$.

5/VII в 12 часов средняя часовая скорость ветра на различных высотах оказалась равной:

Высоты (в м)	0,5	1	2	5,1	9,5	15,9
Скорость ветра (в м/сек.)	2,9	3,4	3,8	4,4	4,8	5,0

Применяя вышеописанный способ, как это показано на рис. 6, находим, что экспериментальные точки наблюдений над скоростью ветра находятся на прямой при $\epsilon = -0,15$. Снимая значение ординат $y_2 = 10,7$ и $y_1 = 3,6$ и значение абсцисс $x_2 = 16$ и $x_1 = 6$, получаем величину

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7,1}{10} = 0,71.$$

После определения величин ϵ и $\operatorname{tg} \beta$ переходят непосредственно к расчету коэффициента турбулентности.

Расчет коэффициента турбулентности

Коэффициент турбулентности определяется по формуле

$$\frac{k_1}{u_1} = \left[\frac{u_0}{1 - \epsilon} \left(10^\epsilon - \frac{\epsilon}{c} \right) \right]^2 \frac{\epsilon}{1 - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c}}. \quad (4)$$

Здесь дана величина отношения коэффициента турбулентности на высоте 1 м к скорости на этой же высоте. Эта величина более удобная, чем коэффициент турбулентности k . Значение величин, входящих в формулу (4), следующее: α_0 — постоянная, равная 0,38; $c = \frac{\operatorname{tg} \beta}{u_{10}}$ — величина, не зависящая от устойчивости (u_{10} — скорость ветра на высоте 10 м) и определяющаяся однозначно характером поверхности площадки наблюдений; ε — уже известный параметр устойчивости. По формуле (4) величина $\frac{k_1}{u_1}$ выражается в единицах метров, k_1 — в единицах м²/сек.

В зависимости от измерений вертикального профиля ветра возможны следующие способы определения величины $\frac{k_1}{u_1}$, т. е. коэффициента турбулентности, кото-

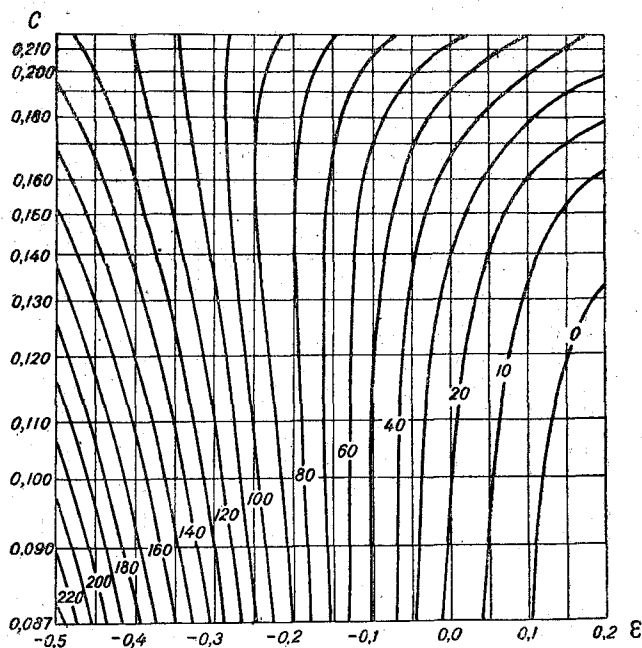


Рис. 7. График для определения $\frac{k_1}{u_1}$ (даны изолинии $\frac{k_1}{u_1} \cdot 10^3$).

рый получается из этой величины простым умножением ее на скорость ветра на высоте 1 м.

Первый способ. Если производятся подробные измерения (на 4—6 высотах) вертикального профиля ветра до высот 10—15 м, то, производя графическую обработку измерений скорости ветра вышеуказанным способом, определяем величины ε и $\operatorname{tg} \beta$.

По величине $\operatorname{tg} \beta$ находим величину c . После этого значения $\frac{k_1}{u_1}$ определяется с помощью графика (рис. 7), на осях которого отложены значения c и ε , для которых приведены изолинии $\frac{k_1}{u_1}$.

Пример. Если $\varepsilon = -0,2$ и $c = 0,1$, то значение $\frac{k_1}{u_1}$ лежит между изолиниями 0,08 и 0,09; интерполируя, находим $\frac{k_1}{u_1} = 0,084$ м.

Если из обработки получаются величины ε и c , не изображенные на графике (это, вообще говоря, очень маловероятно, так как график охватывает широкий

диапазон переменных), то величину $\frac{k_1}{u_1}$ можно вычислить по вышеприведенной формуле (4).

Второй способ. Этот способ применяется в том случае, если нет подробных наблюдений за вертикальным профилем ветра до высот 10—15 м, а имеются наблюдения за скоростью ветра только на двух уровнях до высоты 3—5 м. Как и по первому способу, определение величины $\frac{k_1}{u_1}$ (а значит, и k) сводится к определению величин c и ϵ .

Величина ϵ определяется из следующих уравнений:

$$R_{5,1} = \frac{5^\epsilon - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c}}{1 - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c}}, \quad (5)$$

если скорость ветра измеряется на высоте 5 и 1 м, и

$$R_{2,1} = \frac{2^\epsilon - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c}}{1 - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c}}, \quad (6)$$

при наличии измерений скорости ветра на высоте 2 и 1 м. В последних уравнениях $R_{5,1}$ и $R_{2,1}$ означают отношения скоростей ветра на высотах 5 и 2 м к скорости ветра на высоте 1 м, т. е.

$$R_{5,1} = \frac{u_5}{u_1} \quad \text{и} \quad R_{2,1} = \frac{u_2}{u_1}.$$

По формулам (5) и (6) построены графики (рис. 8 и 9) для определения ϵ по известным $R_{5,1}$ и $R_{2,1}$

Величина c определяется по формулам

$$c = \frac{1}{2,3 - \frac{0,69}{1 - R_{2,1}^0}} = \frac{1 - R_{2,1}^0}{1,61 - 2,3R_{2,1}^0},$$

$$c = \frac{1 - R_{5,1}^0}{0,69 - 2,3R_{5,1}^0}, \quad (7)$$

где $R_{2,1}^0$ и $R_{5,1}^0$ — отношения скоростей при равновесных (адиабатических) условиях.

Определение равновесного состояния производится или по условию $\Delta T = 0$, где $\Delta T = (T_2 - T_1)$ — разность температур на двух высотах (например, на высотах 0,5 и 1,5 м), или из наблюдений за вертикальным профилем ветра, по такому моменту времени суток, для которого распределение скоростей ветра с высотой хорошо описывается логарифмическим законом (в системе координат $y = u(z)$, $x = \ln z$ данные наблюдения хорошо укладываются на прямую). На основании формул (6) и (7) построены графики (рис. 10), по которым по известным $R_{2,1}^0$ или $R_{5,1}^0$ легко определяется величина c .

Пример. $R_{2,1}^0 = 1,1$. По графику (рис. 10) находим $c = 0,057$. По этой величине и ранее найденной величине ϵ (рис. 8) по графику (рис. 7) обычным путем, как и в первом случае, определяется величина коэффициента турбулентности. Нужно отметить, что величины $R_{2,1}^0$ и $R_{5,1}^0$ меняются только при заметном изменении поверхности площадки наблюдений (появление и значительный рост растительности, исчезновение растительности, появление и исчезновение снежного покрова и т. п.). Поэтому величины $R_{2,1}^0$ и $R_{5,1}^0$ для данной площадки определяются сравнительно редко. Второй способ определения коэффициента турбулентности несколько менее (на 10—15%) точен, чем первый способ.

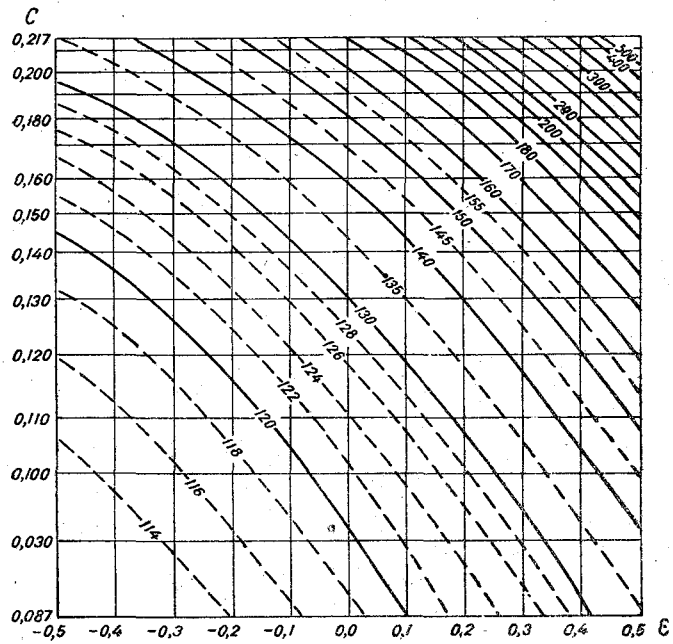


Рис. 8. График для определения ϵ по $R_{5,1}$ (даны изолинии $R_{5,1} \cdot 10^2$).

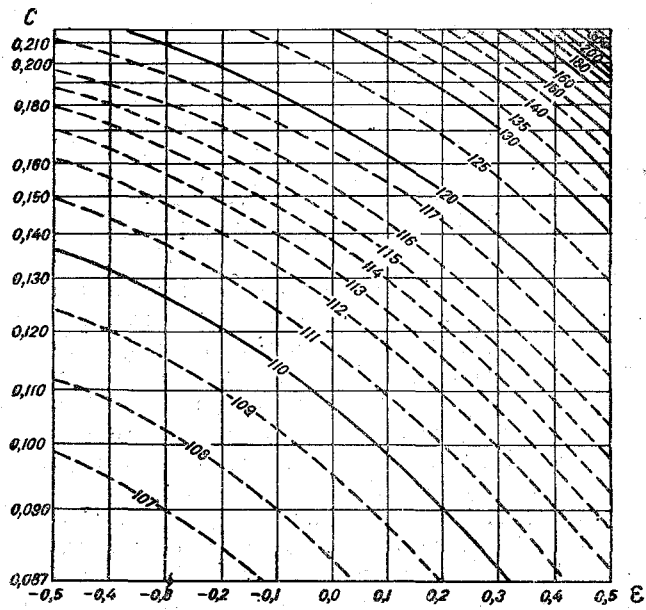


Рис. 9. График для определения ϵ по $R_{2,1}$ (даны изолинии $R_{2,1} \cdot 10^2$).

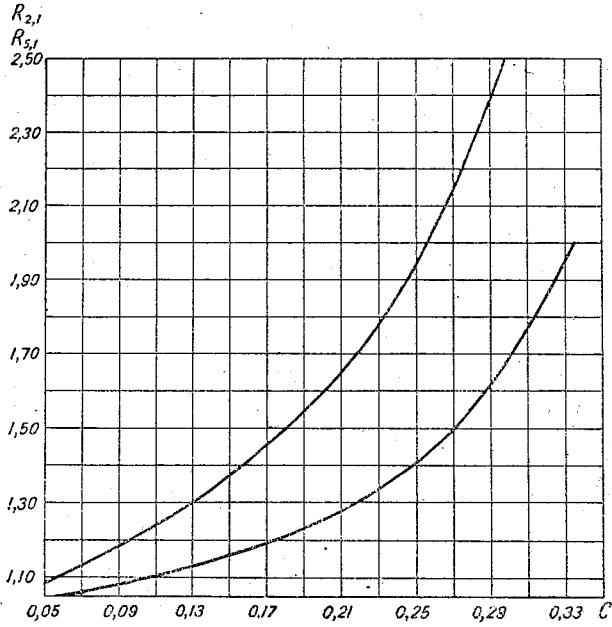


Рис. 10. График для определения величины c .

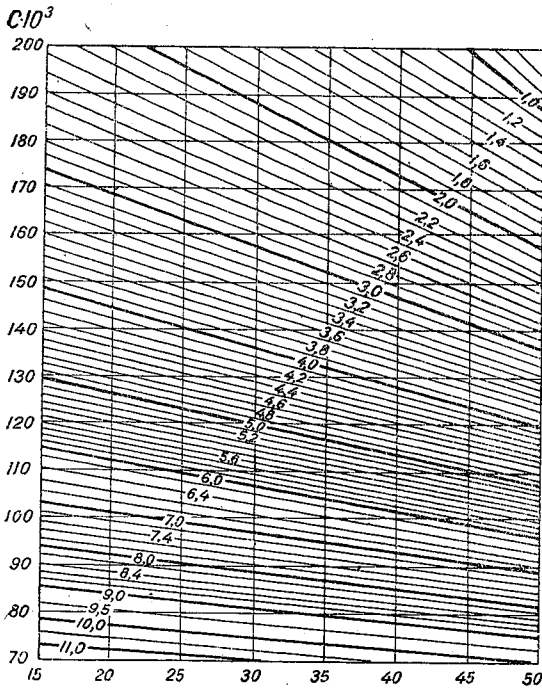


Рис. 11. Изолинии величины $\frac{1 - 10^e \cdot c^e}{e}$.

Кроме того, изложенные выше способы определения коэффициента турбулентности относятся к так называемому режиму развитой шероховатости, что описывается значениями параметра устойчивости ϵ от $-0,4 < \epsilon < 0,2$, т. е. эти способы действительны для отрицательных значений параметра ϵ (неустойчивое состояние) и для небольших положительных значений параметра ϵ (слабые и умеренные инверсии).

Если параметр ϵ , определенный из наблюдений, равен или больше 0,2, то вместо формулы (4) необходимо употреблять следующее уравнение:

$$\frac{h_1}{u_1} = \left(\frac{0,20 \cdot 10^{-3}}{x} \right)^2 \frac{\left(1 - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c} \right)}{\epsilon}. \quad (8)$$

Входящая в формулу новая величина x в общем случае определяется из следующего уравнения:

$$x^\epsilon = A + \frac{B}{x}, \quad (9)$$

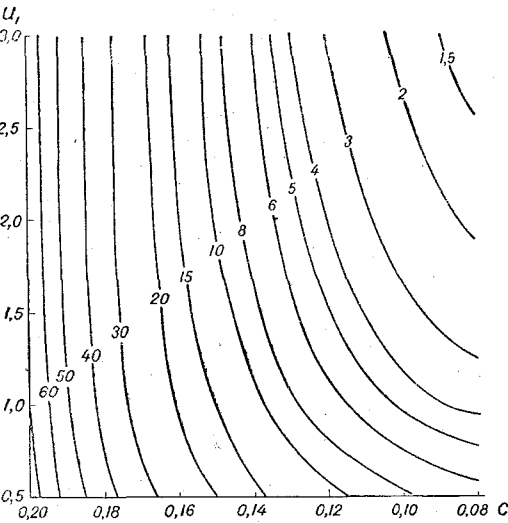


Рис. 12. Изолинии $\delta \cdot 10^3$ для $\epsilon = 0,1$.

где $A = \left(10^\epsilon - \frac{\epsilon}{c} \right) u_1^3$, $B = 0,20 \cdot 10^{-2} u_1^2 \left(1 - 10^\epsilon + \frac{\epsilon}{c} \right)$ и u_1 — скорость ветра на высоте 1 м.

Зная A и B , которые являются функциями определяемых по вышеуказанным способам величин ϵ , c и u_1 (измеряемое), величина x легко может быть определена из уравнения (9) способом последовательных приближений.

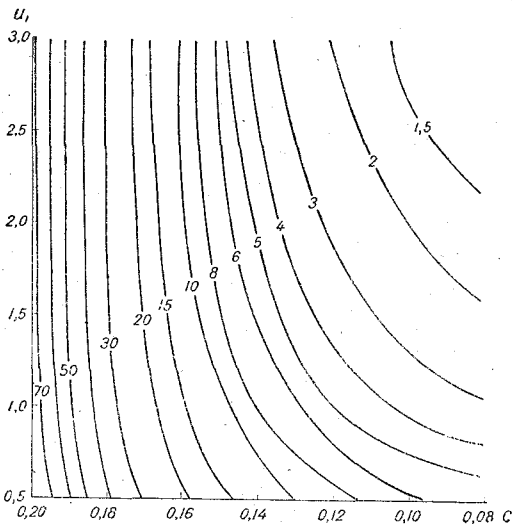


Рис. 13. Изолинии $\delta \cdot 10^3$ для $\epsilon = 0,2$.

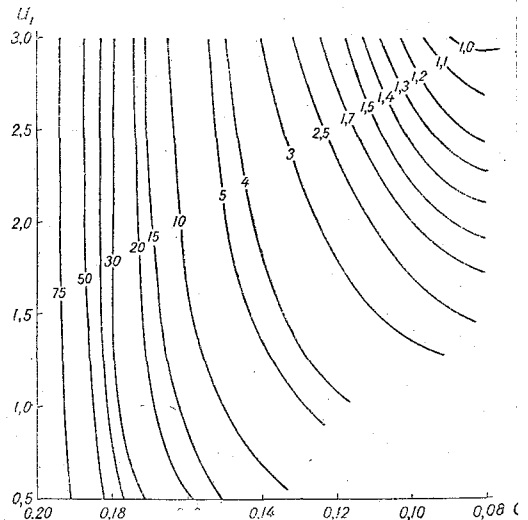


Рис. 14. Изолинии $\delta \cdot 10^3$ для $\epsilon = 0,3$.

Величина $x = \delta u_1$ вычисляется по графикам (рис. 12—16), на которых нанесены значения $\delta = \frac{x}{u_1}$ для различных значений ϵ и c . Таким образом, нахождение вели-

чины $\frac{k_1}{u_1}$ в этом случае сводится к перемножению величин $\left(\frac{0,20 \cdot 10^{-3}}{x}\right)^2$ и $\frac{(1 - 10^\varepsilon + \frac{\varepsilon}{c})}{\varepsilon}$.
 Значение последней находится по специальному графику (рис. 11).

Расчет теплообмена земля — воздух

Теплообмен между подстилающей поверхностью и воздухом определяется следующим уравнением:

$$P = -c_p \rho k \frac{dt}{dz}, \quad (10)$$

где $c_p = 0,24$ — удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, ρ — плотность воздуха, $\frac{dt}{dz}$ — изменение температуры с высотой.

Если учесть значения всех постоянных и величину коэффициента турбулентности (в $\text{м}^2/\text{сек.}$), получаемую вышеизложенным способом, то окончательная формула для P будет:

$$P = 1,87 \frac{(t_1 - t_2)}{(z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon)} \varepsilon \cdot k_1 = 1,87 \varepsilon \cdot k_1 \frac{\Delta t}{z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon} \text{ кал/см}^2 \text{ мин.} \quad (11)$$

$$\text{при } \varepsilon = 0, P = 1,87 \frac{\Delta t}{\ln \frac{z_2}{z_1}}.$$

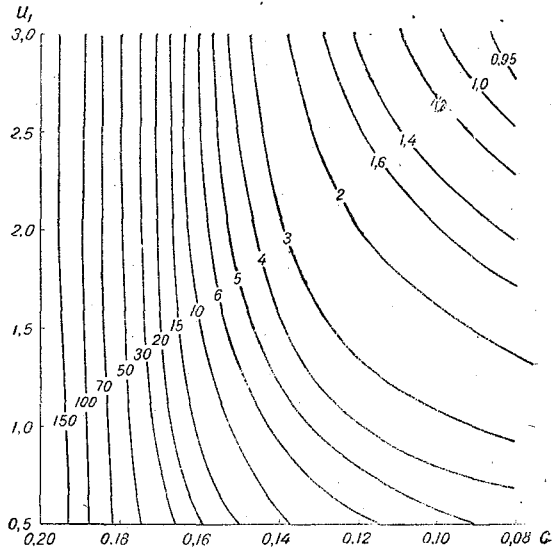


Рис. 15. Изолинии $\delta \cdot 10^3$ для $\varepsilon = 0,4$.

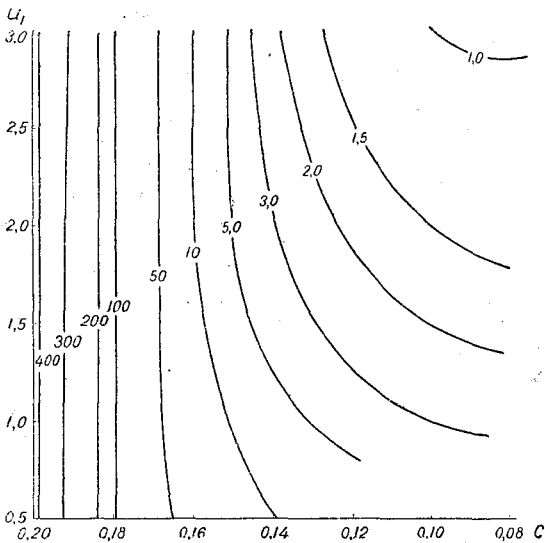


Рис. 16. Изолинии $\delta \cdot 10^3$ для $\varepsilon = 0,5$.

В последней формуле t_1 и t_2 — температуры (в градусах Цельсия) на высотах z_1 и z_2 (в метрах). Остальные величины k_1 и ε имеют прежний смысл. Высоты для измерения температуры с помощью, например, психрометров Ассмана могут быть равными соответственно: $z_1 = 0,5$ м, $z_2 = 1,5$ м. Необходимо учитывать, что на основании формулы (11) величина P положительна при сверхадиабатических градиентах (земная поверхность нагревает воздух) и отрицательная при инверсиях (воздух нагревает земную поверхность).

Примеры: $k_1 = 0,15 \text{ м}^2/\text{сек.}$; $z_1 = 0,5 \text{ м}$; $z_2 = 1,5 \text{ м}$; $\varepsilon = 0,2$; $t_1 = 16,8^\circ$; $t_2 = 16,0^\circ$.

По формуле (11) находим $P = 0,225 \text{ кал/см}^2 \text{ мин.}$

При известных z_1 и z_2 величина $\frac{\varepsilon}{z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon}$ может быть заранее рассчитана для всех возможных значений ε (от $-0,1$ до $0,5$), и тогда P может быть получена простым перемножением этой величины на k_1 , определенному по графику (рис. 7).

РАСЧЕТ ВЛАГООБМЕНА ЗЕМЛЯ — ВОЗДУХ

Влагообмен между земной поверхностью и воздухом (испарение и конденсация) можно принципиально рассчитать по формуле, аналогичной (11).

Количество испарившейся влаги с поверхности определяется уравнением

$$E = 0,48 \cdot 10^{-2} k_1 \frac{\varepsilon \Delta e}{z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon} \text{ г/см}^2 \text{ мин.}, \quad (12)$$

где $\Delta e = e_1 - e_2$ — разность абсолютных влажностей (в миллибарах) на высотах z_1 и z_2 (в метрах).

Учитывая, что плотность воды приблизительно равна единице, приведенная формула, по существу, дает количество влаги, испарившейся с каждого сантиметра поверхности в единицах толщины слоя (в сантиметрах) испарившейся воды. Поэтому, если пользоваться принятой в метеорологии единицей для испарения — миллиметрами испарившегося слоя воды, то формула (12) может быть переписана:

$$E = 0,048 \Delta e k_1 \frac{\varepsilon}{z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon} \text{ мм/мин.} \quad (13)$$

Величина $\frac{\varepsilon}{z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon}$ для высот $z_2 = 1,5$ и $z_1 = 0,5$ м может быть взята из табл. 1.

Таблица 1

Значения величины $A = \frac{\varepsilon}{z_2^\varepsilon - z_1^\varepsilon}$ при $z_1 = 0,5$ м и $z_2 = 1,5$ м

ε	0,5	0,4	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0	-0,05	-0,10	-0,15	-0,20	-0,25	-0,30	-0,35	-0,40	-0,50
A	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93	0,92	0,92	0,91	0,90	0,90	0,89	0,88	0,88	0,87	0,86	0,85	0,84

Таким образом, и в этом случае скорость испарения ε получится простым перемножением разности абсолютной влажности Δe (в миллибарах) на величины табл. 1 и коэффициент турбулентности k_1 (рис. 7).

Величина E , равная скорости испарения (конденсации при $\Delta e < 0$), определяет затраты тепла на испарение (или выделение тепла при конденсации), так как последняя равна произведению E на теплоту парообразования. Считаем необходимым отметить следующее обстоятельство: величины ε , которые используются для расчета тепло- и влагообмена между подстилающей поверхностью и воздухом, определяются по вертикальному профилю ветра, что равносильно предположению подобия в распределении ветра, температуры и влажности для одного и того же момента времени (описываются тем же значением параметра ε). Это на самом деле в некоторых случаях может оказаться не совсем справедливым, поэтому для уточнения методов расчета теплообмена и влагообмена необходимо величину ε определять из вертикального профиля температуры и влажности (по правилам, изложенным выше). При отсутствии такой возможности нужно пользоваться формулами (12) и (13), которые в среднем не дают заметных ошибок.

О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ В МЕТЕОРОЛОГИИ

1. Значительное количество важных метеорологических проблем уже сейчас находится в таком состоянии, что могут быть сформулированы как определенные задачи математической физики. Однако в ряде случаев их решение представляет непреодолимые трудности математического характера. Чаще всего в таких случаях либо делаются не вполне обоснованные упрощения, чем теряется общность результатов, либо пользуются полуэмпирическими результатами. Между тем в сложных явлениях отыскание правильных количественных соотношений чисто эмпирическим путем вряд ли возможно. Значительное количество исследований, проведенных эмпирически, приобрели бы большую общность и полноту, если бы они использовали качественные выводы, которые можно получить из теоретических соображений, т. е., в сущности, из качественного анализа системы уравнений, описывающей исследуемое явление, который может быть проведен всегда. Кроме того, качественный анализ системы уравнений и сам по себе может дать ряд ценных выводов в тех случаях, когда ее интегрирование затруднено.

В связи с этим представляется крайне целесообразным при исследованиях и эмпирического характера и теоретических прежде всего проанализировать задачу методами теории подобия. Наиболее эффективный результат в тех случаях, когда точное решение получить не удастся, может быть получен при использовании эмпирических данных совместно с данными, получаемыми теорией подобия.

В настоящей работе делается попытка провести исследование методами теории подобия нескольких важных метеорологических задач. Нам кажется, что полученные результаты убедительно показывают эффективность методов теории подобия в метеорологических исследованиях.

2. Мы рассмотрим прежде всего задачу о стационарной конвекции, возникающей в атмосфере под влиянием температурной неоднородности. Рассмотрим простейший случай, когда обе полуплоскости ($x > 0$, $x < 0$) имеют постоянные, но разные температуры. Для установившейся циркуляции системы дифференциальных уравнений напишется:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - l\bar{v} = -\frac{c_p \bar{\theta}}{A} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial x} + \overline{l_2 w'} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + l\bar{u} = \overline{l_2 w'} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -\frac{c_p \bar{\theta}}{A} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} - g, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c_v}{\pi AR} \bar{u} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c_v}{\pi AR} \bar{w} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \overline{l_2 w'} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial z^2}; \quad (5)$$

здесь \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} — компоненты сглаженной скорости, $\bar{\Theta}$ — сглаженная потенциальная температура;

$$\bar{\pi} = \left(\frac{\bar{p}}{1000} \right)^{\frac{AR}{c_p}}, \quad (6)$$

где \bar{p} — давление; $l = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса;

$$\bar{k}_z = \bar{l}_z \bar{w}' \quad (7)$$

— средний коэффициент турбулентности.

Мы предполагаем при этом, что путь смещения для количества движения и потенциальной температуры один и тот же.

Повсюду в дальнейшем в уравнениях (1) и (3) заменим $\bar{\Theta}$ его средним значением Θ_{cp} , что не может привести к каким-либо ошибкам, так как $\bar{\Theta}$ обычно мало меняется во всей интересующей нас области.

Представим теперь все неизвестные функции, которые входят в систему уравнений (1) — (7), в виде суммы из значения соответствующей величины в основном состоянии и некоторого возмущения, вызванного температурной неоднородностью. Поскольку в основном состоянии движение отсутствовало, то

$$\bar{u} = u, \quad \bar{v} = v, \quad \bar{w} = w, \quad (8)$$

$$u'_0 = v'_0 = w'_0 = \Theta'_0 = 0, \quad (9)$$

$$\bar{\pi} = \pi_0(z) + \pi(x, z), \quad (10)$$

$$\bar{\Theta} = \Theta_0(z) + \Theta(x, z), \quad (11)$$

$$\frac{\bar{c}_v}{\bar{\pi}} = \Phi_0(z) + \Phi(x, z), \quad (12)$$

$$\bar{k}_z = k_z = \bar{l}_z \bar{w}' \quad (13)$$

(основное состояние — не турбулентное).

Здесь величины с нуликом относятся к основному состоянию. Исходная система в таком случае переписывается следующим образом:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - l v = - \frac{c_p \Theta_0}{A} \frac{\partial \pi}{\partial x} - k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{c_p \Theta}{A} \frac{\partial \pi}{\partial x}, \quad (14)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial z} + l u = k_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \quad (15)$$

$$g \frac{\Theta}{\Theta_0} - \frac{c_p}{A} \Theta_0 \frac{\partial \pi}{\partial z} - \frac{c_p}{A} \Theta \frac{\partial \pi}{\partial z} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \Phi_0 w}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_0 u}{\partial x} + \frac{\partial \Phi w}{\partial z} + \frac{\partial \Phi u}{\partial x} = 0, \quad (17)$$

$$u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + w \frac{\partial \Theta}{\partial z} + w \frac{\partial \Theta_0}{\partial z} = k_z \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2}. \quad (18)$$

При этом предполагается $\frac{\partial^2 \Theta_0}{\partial z^2} = 0$, что приблизительно соответствует постоянному вертикальному температурному градиенту.

В полученной системе подчеркнутые слагаемые явно меньше, по крайней мере в 25 раз, некоторых из оставшихся слагаемых, в связи с чем мы будем ими пренебрегать.

Краевые условия задачи будут неоднородными только для Θ , на основании (1) они напишутся так;

$$\Theta(x, z)|_{z=0} = \begin{cases} C_+ - \Theta_0(0) = +\Delta\Theta, & x > 0, \\ C_- - \Theta_0(0) = -\Delta\Theta, & x < 0. \end{cases} \quad (19)$$

Остальные краевые условия однородные, и нас не интересуют.

Перейдем теперь к безразмерным функциям, введя характерные масштабы для всех переменных.

$$u = \sqrt{\frac{g}{\Theta_{cp} \Gamma}} \Delta\Theta u_+, \quad (20)$$

$$v = \sqrt{\frac{g}{\Theta_{cp} \Gamma}} \Delta\Theta v_+, \quad (21)$$

$$w = l \frac{\Delta\Theta}{\Gamma} w_+, \quad (22)$$

$$z = \frac{\Delta\Theta}{\Gamma} z_+, \quad (23)$$

$$x = \sqrt{\frac{g}{\Theta_{cp} \Gamma}} \frac{\Delta\Theta}{l} x_+, \quad (24)$$

$$k_z = l_z \overline{w'} = \left(\frac{\Delta\Theta}{\Gamma}\right)^2 k_+, \quad (25)$$

$$\pi = \frac{\gamma_a}{\Gamma} \frac{\Delta\Theta^2}{\Theta_{cp}^2} \pi_+. \quad (26)$$

Нам представляется вполне естественной зависимость k_z от тех же внешних параметров, которые формируют циркуляцию в целом. Если Φ_0 заменить средним значением, то подстановка (20) — (26) в (14) — (19) показывает, что система уравнений и краевых условий в безразмерных переменных не содержит ни одного параметра, а значит и решения не могут содержать никаких параметров, т. е. любая из неизвестных функций может зависеть только от x_+ и z_+ . Вследствие этого легко получить следующие выводы:

1. Средние горизонтальные скорости и горизонтальные масштабы установившейся циркуляции прямо пропорциональны перепаду температуры и обратно пропорциональны корню квадратному из среднего градиента потенциальной температуры.

2. Средняя вертикальная скорость и вертикальный масштаб прямо пропорциональны перепаду температуры и обратно пропорциональны среднему градиенту из потенциальной температуры.

Совершенно естественной представляется большая зависимость вертикальных характеристик от устойчивости, чем горизонтальных.

На основании полученных выше результатов легко вычислить с точностью до постоянного множителя теплоотдачу нагретой полуплоскости

$$P = - \int_0^{\infty} \rho c_p k_2 \left. \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} \right|_{z=0} dx = - c_p \rho' \sqrt{\frac{g}{\Theta_{cp} \Gamma}} (\Delta\Theta)^{3/2}. \quad (27)$$

На первый взгляд кажется неожиданной такая сильная зависимость теплоотдачи от перепада температуры. Однако если обратить внимание на то, что с ростом $\Delta\Theta$ растут коэффициент теплопроводности, вертикальный температурный градиент и теплоотдающая поверхность, то найденная зависимость представляется вполне естественной.

Полученные выше соотношения могут быть проверены экспериментально. Для этого необходимо было бы провести измерения любой из характерных величин, входящих в формулы (20) — (27), при различных скоростях ветра и затем экстраполированием найти соответствующие значения для нулевой скорости ветра. Полученные таким образом асимптотические значения могут быть сравнены с результатами, найденными теоретически.

3. Мы рассмотрим теперь другую задачу — установившееся распределение ветра при криволинейных изобарах.

В простейшем случае, когда скорость есть функция только расстояния r от центра барической особенности и высоты z , уравнения задачи имеют следующий вид:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} - l v_\theta = -lU + \frac{\lambda}{\partial z} \left[k(z) \frac{\partial v_r}{\partial z} \right], \quad (28)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta v_r}{r} + l v_r = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(z) \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right]; \quad (29)$$

здесь $U = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$ — сила градиента давления, отнесенная к единице массы, которую будем считать постоянной всюду при $r > 0$.

Для достаточно больших высот можно положить

$$\frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = 0.$$

Тогда уравнения (28) и (29) напишутся так:

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} - l v_\theta = -l v_r, \quad (30)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta v_r}{r} + l v_r = 0. \quad (31)$$

Решение этих уравнений должно удовлетворять условию

$$v_r|_{r=0} = v_\theta|_{r=0} = 0.$$

Если теперь ввести безразмерные функции:

$$r_+ = \frac{rl}{U}, \quad (32)$$

$$v_\theta = \frac{v_\theta}{U}, \quad (33)$$

$$v_{r_+} = \frac{v_r}{U}, \quad (34)$$

то система не будет содержать ни одного параметра, и решение должно иметь следующий вид:

$$v_r = U f_r \left(\frac{rl}{U} \right), \quad (35)$$

$$v_\theta = U f_\theta \left(\frac{rl}{U} \right). \quad (36)$$

Заметим, что известные выражения для градиентного ветра являются частным случаем приведенных.

Для системы (28) и (29) краевые условия следующие:

$$\left. \begin{aligned} v_r = v_\theta = 0 & \quad \text{при } z = 0 \text{ и при } r = 0 \\ v_r = U f_r \left(\frac{rl}{U} \right) \\ v_\theta = U f_\theta \left(\frac{rl}{U} \right) \end{aligned} \right\} \text{при } z \rightarrow \infty \quad (37)$$

Введя теперь безразмерные переменные, согласно (32) — (34), и, кроме того, полагая

$$k = k_1 k_+, \quad (38)$$

$$z = \sqrt{\frac{k_1}{l}} z_+, \quad (39)$$

легко убедиться, что система уравнений и краевых условий оказывается автономной (не содержит ни одного параметра). На этом основании мы можем написать:

$$v_r = U F_r \left(z \sqrt{\frac{l}{k_1}}, \frac{rl}{U} \right), \quad (40)$$

$$v_\theta = U F_\theta \left(z \sqrt{\frac{l}{k_1}}, \frac{lr}{U} \right). \quad (41)$$

Соотношения (40) и (41) позволяют определить высоту слоя трения. На основании предыдущего для этой высоты можно положить

$$v_r = (1 - \alpha) f_r \left(\frac{rl}{U} \right), \quad (42)$$

$$v_\theta = (1 - \beta) f_\theta \left(\frac{rl}{U} \right), \quad (43)$$

где α, β — малые по сравнению с единицей числа.

На основании (40) и (41) и (42) и (43) высота слоя трения

$$H = \sqrt{\frac{k_1}{l}} \psi \left(\frac{rl}{U} \right). \quad (44)$$

Поскольку из опытных данных известно, что высота слоя трения растет вместе с U , то из (44) следует, что в центральной области барического образования трение сказывается до значительно больших высот, чем на периферии.

Из тех же формул можно получить весьма важную для ряда метеорологических проблем величину — касательное напряжение:

$$\tau_r = -k\rho \left. \frac{\partial v_r}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (45)$$

$$\tau_\theta = -k\rho \left. \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right|_{z=0}. \quad (46)$$

Подставляя значение k, v_r, v_θ в приведенные формулы, имеем

$$\tau_r = -\rho U \sqrt{k_1 l} \left[k_+(z) \frac{\partial F_r}{\partial z} \left(z \sqrt{\frac{l}{k_1}}, \frac{rl}{U} \right) \right] \Big|_{z=0},$$

$$\tau_\theta = -\rho U \sqrt{k_1 l} \left[k_+(z) \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \left(z \sqrt{\frac{l}{k_1}}, \frac{rl}{U} \right) \right] \Big|_{z=0}.$$

Полагая, что $k_+(z)$ для малых z — степенная функция высоты $k_+(z) = \left(z \sqrt{\frac{l}{k_1}}\right)^n$, и учитывая, что τ_r и τ_θ — величины конечные и отличные от нуля, получаем

$$\tau_r = \rho U V \sqrt{k_1 l} \psi_r \left(\frac{rl}{U}\right), \quad (47)$$

$$\tau_\theta = \rho U V \sqrt{k_1 l} \psi_\theta \left(\frac{rl}{U}\right). \quad (48)$$

Если предположить, что $k_1 \sim U$, а $\tau \sim U^2$, как это делается в ряде работ и частично подтверждено экспериментально, то

$$\tau = \sqrt{\tau_r^2 + \tau_\theta^2} = \text{число} \cdot \rho \frac{U^2}{\sqrt{r}}. \quad (49)$$

Заметим, что из эмпирического материала могут быть определены функции f_r и f_θ , входящие в формулы (42) и (43), что дало бы возможность вычислять значительно точнее градиентный ветер. Обычные формулы градиентного ветра в ряде случаев дают совершенно неправильные результаты.

4. Весьма важный для практики вопрос — прогноз точных температур на поверхности почвы — также может быть исследован методами теории подобия.

Указанная задача сводится в простейшем случае к решению уравнения теплопроводности

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[k_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^{1-\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial z} \right] \text{ для } z \geq 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \text{ для } z \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

при следующих краевых условиях:

$$\kappa \rho_1 c_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-0} - \left| k \rho c_p \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=+0} = R, \quad (51)$$

$$T(t, z)|_{z=-0} = T(t, z)|_{z=+0}, \quad (52)$$

$$T(t, z)|_{t=0} = \begin{cases} T_0 - \gamma_+ z^\varepsilon & \text{для } z \geq 0, \\ T_0 + \gamma_- z & \text{для } z \leq 0. \end{cases} \quad (53)$$

Здесь γ_+ и γ_- некоторые коэффициенты, которые находятся по заданному начальному распределению температуры. Заметим попутно, что начальный момент следует выбирать таким образом, чтобы формулы (52) наилучшим образом аппроксимировали заданное распределение температуры.

Выше приняты следующие обозначения:

$k(z) = k_1 \left(\frac{z}{z_1}\right)^{1-\varepsilon}$ — коэффициент турбулентной теплопроводности воздуха;

κ — коэффициент теплопроводности почвы;

ρc_p ; $\rho_1 c_1$ — объемные теплоемкости воздуха и почвы.

R — радиационный баланс, который для ночи будем считать постоянным, хотя все выкладки легко могут быть проделаны и для случая, когда R — степенная функция температуры поверхности почвы.

Введем новую функцию

$$\tau = \begin{cases} T(z) - T_0 + \gamma_+ z^\varepsilon & \text{для } z \geq 0 \\ T(z) - T_0 - \gamma_- z & \text{для } z \leq 0, \end{cases}$$

тогда исходная система переписывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial z} &= \frac{k_1}{z_1^{1-\varepsilon}} \frac{\partial}{\partial z} \left(z_1^{1-\varepsilon} \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \text{ для } z \geq 0, \\ \frac{\partial \tau}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} \text{ для } z \leq 0, \end{aligned} \right\} \quad (50a)$$

$$\kappa \rho_1 c_1 \left. \frac{\partial \tau}{\partial z} \right|_{z=-0} - k \rho c_p \left. \frac{\partial \tau}{\partial z} \right|_{z=+0} = R + \kappa \rho_1 c_1 \gamma - \frac{k_1 \varepsilon}{z_1^{1-\varepsilon}} \rho c_p = R_1, \quad (51a)$$

$$\tau|_{z=-0} = \tau|_{z=+0}, \quad (52a)$$

$$\tau|_{t=0} = 0. \quad (53a)$$

Будем искать решение методом последовательных приближений.

Допустим, что в первом приближении можно пренебречь теплоотдачей в воздух посредством теплопроводности, т. е. в первом приближении $\tau = \tau_1$ должно быть определено из следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau_1}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial z^2}, \\ \kappa \rho_1 c_1 \left. \frac{\partial \tau_1}{\partial z} \right|_{z=0} &= R_1, \\ \tau_1(t, z)|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Введем следующие безразмерные величины:

$$\left. \begin{aligned} t &= t_0 t_+, \\ z &= \sqrt{\kappa t_0} z_+, \\ \tau_1 &= \sqrt{\frac{t_0}{\kappa}} \frac{R_1}{\rho_1 c_1} \tau_+. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Тогда система (55) будет автомодельной, и решение должно иметь следующий вид:

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{t_0}{\kappa}} \frac{R_1}{\rho_1 c_1} f_1 \left(\frac{t}{t_0}, \frac{z}{\sqrt{\kappa t_0}} \right), \quad (56)$$

$$\tau_1(t, 0) = \sqrt{\frac{t_0}{\kappa}} \frac{R_1}{\rho_1 c_1} f \left(\frac{t}{t_0} \right). \quad (57)$$

Так как t_0 — произвольно, а решение должно быть однозначным, то в (57) не может входить t_0 . На этом основании получаем

$$\tau_1(t, 0) = B_1 \frac{R_1}{\rho_1 c_1} \sqrt{\frac{t}{\kappa}}. \quad (58)$$

Найдем теперь первое приближение для $z > 0$, для этого будем искать решение первого из уравнений (50a), считая, что для $z = 0$ τ задано формулой (58), а начальное условие — формулой (53a). Пусть $\tau = \bar{\tau}_1$ — первое приближение для воздуха, тогда, введя в (50a), (53a) и (58) безразмерные функции, согласно следующим равенствам

$$\left. \begin{aligned} t &= t_0 t_+, \\ z &= \left(\frac{k_1 t_0}{z_1^{1-\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{1+\varepsilon}} z_+, \\ \bar{\tau}_1 &= \frac{R_1 \sqrt{t_0}}{\rho_1 c_1 \sqrt{\kappa}} \tau_+, \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

получим опять автомодельную систему, из которой искомое решение может быть написано в следующем виде:

$$\bar{\tau}_1 = \frac{R_1 \sqrt{t_0}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} \varphi_1 \left(\frac{t}{t_0}, \frac{z}{\left(\frac{k_1 t_0}{z_1^{1-\varepsilon}} \right)^{\frac{1}{1+\varepsilon}}} \right), \quad (60)$$

откуда легко найдем, что

$$k \rho c_p \frac{\partial \bar{\tau}_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \left| \rho c_p k_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{1-\varepsilon} \frac{R_1 \sqrt{t_0}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} \left(\frac{z_1^{1-\varepsilon}}{k_1 t_0} \right)^{\frac{1}{1+\varepsilon}} \frac{\partial \varphi_1(t_+, z_+)}{\partial z_+} \right|_{z=0}.$$

Так как предел справа является конечной величиной и отличен от нуля, что очевидно из физических соображений, то

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z_+} \sim \left[z \left(\frac{z_1^{1-\varepsilon}}{k_1 t_0} \right)^{\frac{1}{1+\varepsilon}} \right]^{\varepsilon-1},$$

после чего получаем

$$k \rho c_p \frac{\partial \bar{\tau}_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} \frac{R_1}{z_1^{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}} (k_1 t_0)^{\frac{1-\varepsilon}{2(1+\varepsilon)}} \psi \left(\frac{t}{t_0} \right). \quad (61)$$

Поскольку правая часть не может зависеть от произвольного параметра t_0 , то должно быть

$$k \rho c_p \frac{\partial \bar{\tau}_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = D_1 \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t}}{z_1} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}. \quad (62)$$

Получив теперь в первом приближении теплоотдачу в воздух, посредством теплопроводности будем искать второе приближение для почвы. На основании (54), (62) и (51) для отыскания второго приближения необходимо решить следующую систему

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tau_r}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \tau_r}{\partial z^2}, \\ x \rho_1 c_1 \frac{\partial \tau_r}{\partial z} \Big|_{z=0} &= R_1 + D_1 \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t}}{z_1} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}, \\ \tau_r \Big|_{z=0} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

τ_r будем искать в виде суммы:

$$\tau_r = \tau_r' + \tau_r'',$$

причем

$$\left. \begin{aligned} x \rho_1 c_1 \frac{\partial \tau_r'}{\partial z} \Big|_{z=0} &= R_1, \\ x \rho_1 c_1 \frac{\partial \tau_r''}{\partial z} \Big|_{z=0} &= D_1 \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t}}{z_1} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Остальные два уравнения для τ_r' и τ_r'' одинаковы. На основании предыдущего заключаем, что

$$\tau_r' = \tau_1'. \quad (65)$$

Для отыскания τ_r'' в систему, определяющую τ_r'' , введем безразмерные переменные.

$$\left. \begin{aligned} t &= t_0 t_+ , \\ z &= \sqrt{k_1 t_0} z_+ , \\ \tau_r &= \frac{\sqrt{k_1 t_0}}{\lambda \rho_1 c_1} \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t_0}}{z_1} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \tau_+'' . \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Благодаря автомодельности полученной системы должно быть

$$\tau_r'' = \frac{\sqrt{k_1 t_0}}{\lambda \rho_1 c_1} \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t_0}}{z_1} \right)^{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} f_r \left(\frac{t}{t_0}, \frac{z}{\sqrt{k_1 t_0}} \right) .$$

Пользуясь высказанными ранее соображениями, находим, что

$$\tau_r''(t, 0) \sim \frac{z_1}{\lambda \rho_1 c_1} \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t}}{z_1} \right)^{\frac{r}{1+\varepsilon}} .$$

После чего температура поверхности почвы во втором приближении найдется:

$$\tau_r(t, 0) = B_1 \frac{R_1}{\rho_1 c_1} \sqrt{\frac{t}{z}} + B_2 \frac{z_1}{\lambda \rho_1 c_1} \frac{\rho c_p \sqrt{k_1}}{\rho_1 c_1 \sqrt{z}} R_1 \left(\frac{\sqrt{k_1 t}}{z_1} \right)^{\frac{z}{1+\varepsilon}} . \quad (67)$$

Решение можно продолжать совершенно таким же путем и дальше, т. е. найти второе приближение для воздуха, второе приближение для теплоотдачи в воздух, затем искать третье приближение для почвы и т. д. Указанный путь позволяет получить температуру поверхности с любой степенью точности.

Для вычисления температуры необходимо определить раз навсегда некоторую систему констант B_1 , B_2 и т. д.

Нам представляется, что, присоединяя соответствующие экспериментальные данные к полученным выше выводам, можно получить ряд практически важных результатов.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	Стр.
Д. Л. Лайхтман. К вопросу о вычислении испарения и потока тепла	3
Д. Л. Лайхтман и М. П. Тимофеев. Турбулентный обмен в нижних слоях атмосферы	7
М. П. Тимофеев и Т. А. Огиева. Оперативный метод определения коэффициента турбулентного обмена на основании наблюдений над вертикальным профилем ветра. Расчет теплообмена и влагообмена земля—воздух	16
Д. Л. Лайхтман. О применении теории подобия в метеорологии	29

Редактор *Д. Л. Лайхтман.*

Техн. ред. *М. С. Рулева.*

Сдано в набор 13/VIII 1949 г. Подписано к печати 14/X 1949 г. Изд. № 68. Индекс М-Л-68.
Тираж 800 экз. Бумага $70 \times 105^{1/16}$. Зн. в 1 печ. л. 44 800. Печ. л. 2,5. Уч.-изд. л. 2,8.
Цена 2 руб. 50 коп. М-27434. г. Ленинград. Гидрометеиздат. 1949 г. Зак. 1478.

2-я типо-литография Гидрометеиздата. г. Ленинград, Прачечный, 6.