

06
Г52

Т Р У Д Ы
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ
имени А. И. Воейкова

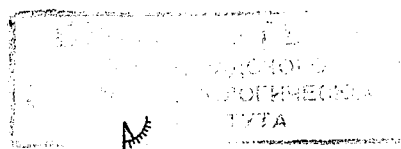
ПРОВЕРЕНО
1960г.

ВЫПУСК 69

ВОПРОСЫ ФИЗИКИ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Под редакцией
докт. физ.-мат. наук
Д. Л. ЛАЙХТМАНА

131123



АННОТАЦИЯ

В сборник включены работы по анализу теплового баланса водоемов и гидрометеорологических характеристик приземного слоя над водоемами и по методике определения теплофизических характеристик.

Кроме этих работ, помещены исследования по распределению ветра и обмену в пограничном слое и на деятельной поверхности.

Сборник рассчитан на специалистов по физике атмосферы.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СУТОЧНОГО ХОДА ИСПАРЕНИЯ НА ТЕМПЕРАТУРУ ПОВЕРХНОСТИ ПОЧВЫ И ВОЗДУХА

1. Введение

При решении задачи о суточном ходе температуры суточный ход испарения имеет большое значение. Многие авторы (А. А. Дородницын [1], И. Г. Лютерштейн и А. Ф. Чудновский [2] и др.), используя в качестве граничного условия уравнение теплового баланса, пренебрегали затратами тепла на испарение. Если это условие можно принять для ночных часов, то в дневное время оно может выполняться лишь в засушливых районах.

В настоящей работе делается попытка оценить обусловленную этим фактором ошибку при расчете температуры почвы и воздуха.

Чтобы учесть испарение, необходимо задать граничные условия для удельной влажности у поверхности земли и решать систему, состоящую из уравнений теплопроводности для воздуха и почвы и уравнения турбулентной диффузии водяного пара. Задача при этом значительно усложняется, так как трудно задать граничные условия для влажности на уровне подстилающей поверхности.

Если для водной поверхности и сильно увлажненной почвы возможно использование условия

$$q(z, t)|_{z=0} = q_{\max}(T),$$

где $q_{\max}(T)$ — максимальная удельная влажность при температуре поверхности почвы (в такой постановке задача наиболее полно решена Швецом М. Е. [3]), то для слабо увлажненной почвы нужно искать другое условие, поскольку в последнем случае удельная влажность у земли не достигает максимального значения при данной температуре.

Введение некоторого эмпирического коэффициента α таким образом, чтобы

$$\lim_{z \rightarrow 0} q(z, t) = \alpha q_{\max}(T),$$

несколько упрощает задачу, но определение α в реальных условиях представляет значительные трудности.

Чтобы оценить влияние суточного хода испарения с подстилающей поверхности на температуру поверхности почвы и воздуха, исходя из решения уравнений теплопроводности для воздуха и почвы, нами была сделана попытка представить испарение как функцию температуры поверхности почвы, поскольку при достаточном увлажнении величина испарения в значительной степени определяется температурой испаряющей поверхности.

Для выяснения возможности такого представления был использован материал Пахта-Аральской экспедиции Главной геофизической обсерватории в 1952 г. и экспедиционных наблюдений на ст. Колтуши летом 1950 г. На основании указан-

ных материалов наблюдений были построены графики зависимости испарения от отклонений температуры от начального или среднесуточного значения. На рис. 1 представлена эта зависимость испарения по средним за 4 серии данным для ст. Колтуши. Как следует из графика, испарение может быть выражено через температуру поверхности почвы в таком виде

$$LE = LE_0 + b\tau(t, 0). \quad (1)$$

Здесь $\tau(t, 0)$ — отклонение температуры от среднесуточного значения, LE_0 — среднесуточная величина испарения, b — коэффициент, характеризующий изменение испарения с изменением температуры поверхности почвы.

Очевидно, коэффициент b зависит от состояния растительного покрова и от степени увлажнения почвы, причем для максимально увлажненной почвы этот коэффициент имеет наибольшее значение, для сухой почвы — близок к нулю.

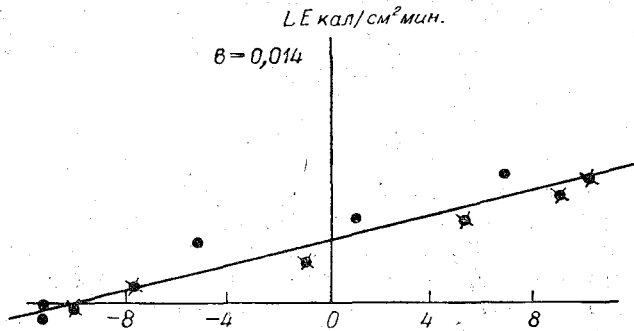


Рис. 1. Зависимость испарения от отклонений температуры от начального или среднесуточного значения для ст. Колтуши.

Значение величины b для ст. Колтуши в среднем за 4 серии составило 0,014 кал/см²мин. град.

2. Постановка и решение задачи

Представление испарения в указанном выше виде позволяет приближенно учесть затраты тепла на испарение при решении задачи суточных колебаний температуры воздуха и на основании полученного решения оценить влияние суточного хода испарения на температуру воздуха и почвы.

Будем искать решение задачи из уравнения притока тепла

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} k(z) \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2)$$

при следующих краевых условиях:

$$z = 0 \quad -\lambda_0 \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda' \frac{\partial T'}{\partial z} - LE = A - B + (1 - \eta) J, \quad (3)$$

$$z = \infty \quad T = \text{const.} \quad (4)$$

Здесь T и T' — температура воздуха и почвы, λ и λ' — коэффициенты теплопроводности воздуха и почвы

$$\lambda = k\rho c_p, \quad \lambda' = k_1\rho_1 c_1,$$

k и k_1 — коэффициенты теплопроводности воздуха и почвы, A и B — потоки длинноволновой радиации, направленные соответственно вниз и вверх, J — поток коротковолновой радиации, η — альbedo подстилающей поверхности.

Для коэффициента турбулентности принималась модель ломающегося коэффициента

$$k = k_0 + mz, \quad z \leq h,$$

$$k = k_0 + mh, \quad z \geq h,$$

где m — параметр, характеризующий рост коэффициента турбулентности с высотой, h — высота излома коэффициента турбулентности.

Для вычисления потока тепла в почву воспользуемся полученным в работе [5] выражением

$$\lambda' \frac{\partial T'}{\partial z} = \alpha (T_0 - T'_\infty) + \beta \frac{\partial T_0}{\partial t}, \quad (5)$$

где T_0 — температура поверхности почвы, T'_∞ — температура почвы на некоторой глубине, где суточные колебания температуры отсутствуют, α и β — некоторые коэффициенты, принимаемые постоянными в течение суток и определяемые на основании параметра $c_1 \rho_1 \sqrt{k_1}$.

Решение ищется для отклонений температуры от среднесуточного значения

$$\tau = T - \bar{T}.$$

В этом случае основное уравнение и краевые условия имеют вид

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (k_0 + mz) \frac{\partial \tau}{\partial z}, \quad z \leq h, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = (k_0 + mh) \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2}, \quad z \geq h, \quad (7)$$

$$z = 0 \quad -\lambda_0 \frac{\partial \tau}{\partial z} + l\tau + \beta \frac{\partial \tau}{\partial t} = r(t), \quad (8)$$

$$z = \infty \quad \tau(t, z) = 0, \quad (9)$$

$$z = h \quad \tau(t, z)|_{h-0} = \tau(t, z)|_{h+0}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} \Big|_{h-0} = \frac{\partial \tau}{\partial z} \Big|_{h+0}. \quad (11)$$

Здесь $\tau(t, z)$ — отклонение температуры от среднесуточного значения,

$$r(t) = a + (1 - \eta)j,$$

$a(t, 0)$ и $j(t, 0)$ — отклонение противоизлучения атмосферы и приходящей коротковолновой радиации от среднесуточного значения,

$$l = a + b + \mu,$$

$$\mu = 4\delta\sigma\bar{T}_0^3.$$

Решение ищется в виде периодических рядов

$$\tau = \sum_{n=1}^{n=\infty} (\tau_{1n} \cos n\omega t + \tau_{2n} \sin n\omega t). \quad (12)$$

Подставляя значение τ в уравнения (6) и (7), после некоторых преобразований получим для комплексной функции $\tau_n = \tau_{1n} + i\tau_{2n}$ два уравнения

$$\frac{d}{dx} x \frac{d\tau_n}{dx} + ix\tau_n = 0, \quad z \leq h, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 \tau_n}{dz^2} + \frac{in\omega}{k_0 + mh} \tau_n = 0, \quad z \geq h, \quad (14)$$

где

$$x = \frac{2}{m} \sqrt{n\omega(k_0 + mz)}.$$

Краевые условия для комплексной функции τ_n запишутся:

$$\begin{aligned} z=0 \quad & -\lambda_0 \frac{d\tau_n}{dz} + l\tau_n - i\beta n\omega\tau_n = r_n, \\ z=\infty \quad & \tau_n = 0, \\ z=h \quad & \tau_n|_{h-0} = \tau_n|_{h+0}, \\ & \left. \frac{d\tau_n}{dz} \right|_{h-0} = \left. \frac{d\tau_n}{dz} \right|_{h+0}. \end{aligned}$$

Решение уравнения (13) получается в цилиндрических функциях и имеет вид

$$\tau_n = R_n J_0(x\sqrt{i}) + S_n N_0(x\sqrt{i}), \quad z \leq h, \quad (15)$$

где $J_0(y)$ и $N_0(y)$ — функции Бесселя и Неймана нулевого порядка, R_n и S_n — постоянные интегрирования.

Учитывая ограниченность температуры на бесконечности, получим решение уравнения (14)

$$\tau_n = A_n \exp\left(\sqrt{-\frac{i n \omega}{k_0 + m h}} z\right), \quad z \geq h. \quad (16)$$

Здесь

$$\operatorname{Re} \sqrt{-i} < 0.$$

R_n , S_n и A_n найдем на основании граничных условий.

Удовлетворяя граничным условиям на границе $z=h$, получим два уравнения, из которых, исключая A_n , будем иметь

$$R_n = -S_n \frac{N_0(x_h \sqrt{i}) - iN_1(x_h \sqrt{i})}{J_0(x_h \sqrt{i}) - iJ_1(x_h \sqrt{i})}. \quad (17)$$

Здесь

$$x_h = \frac{2}{m} \sqrt{n\omega(k_0 + mh)},$$

$J_1(y)$ и $N_1(y)$ — функции Бесселя и Неймана первого порядка.

Удовлетворяя далее уравнению теплового баланса и воспользовавшись уравнением (17), получим выражения для R_n и S_n

$$R_n = -\frac{r_n [N_0(x_h \sqrt{i}) - iN_1(x_h \sqrt{i})]}{\Psi_n [J_0(x_h \sqrt{i}) - iJ_1(x_h \sqrt{i})] - \Phi_n [N_0(x_h \sqrt{i}) - iN_1(x_h \sqrt{i})]}, \quad (18)$$

$$S_n = \frac{r_n [J_0(x_h \sqrt{i}) - iJ_1(x_h \sqrt{i})]}{\Psi_n [J_0(x_h \sqrt{i}) - iJ_1(x_h \sqrt{i})] - \Phi_n [N_0(x_h \sqrt{i}) - iN_1(x_h \sqrt{i})]}, \quad (19)$$

где

$$\Phi_n = \lambda_0 \sqrt{\frac{i n \omega}{k_0}} J_1(x_0 \sqrt{i}) + (l - i\beta n\omega) J_0(x_0 \sqrt{i}), \quad (20)$$

$$\Psi_n = \lambda_0 \sqrt{\frac{i n \omega}{k_0}} N_1(x_0 \sqrt{i}) + (l - i\beta n\omega) N_0(x_0 \sqrt{i}). \quad (21)$$

Уравнение (15) является решением для комплексной функции τ_n . τ_{1n} и τ_{2n} найдем из этого уравнения, разделяя в нем вещественные и мнимые части.

Учитывая, что

$$\begin{aligned}\tau_n &= \tau_{1n} + i\tau_{2n}, \\ R_n &= R_{1n} + iR_{2n}, \\ S_n &= S_{1n} + iS_{2n}, \\ J_0(x\sqrt{i}) &= \text{ber } x + i \text{bei } x, \\ N_0(x\sqrt{i}) &= \text{ner } x + i \text{nei } x,\end{aligned}$$

из уравнения (15) легко получить τ_{1n} и τ_{2n}

$$\tau_{1n} = R_{1n} \text{ber } x - R_{2n} \text{bei } x + S_{1n} \text{per } x - S_{2n} \text{pei } x, \quad (22)$$

$$\tau_{2n} = R_{2n} \text{ber } x + R_{1n} \text{bei } x + S_{2n} \text{per } x + S_{1n} \text{pei } x. \quad (23)$$

Здесь $\text{ber } x$ и $\text{per } x$ — вещественные части функции Бесселя и Неймана соответственно, $\text{bei } x$ и $\text{pei } x$ — коэффициенты при мнимой части тех же функций.

Значения R_{1n} , R_{2n} , S_{1n} и S_{2n} найдем из уравнений (18) и (19).

Заметим, что

$$\begin{aligned}\Psi_n &= \Psi_{1n} + i\Psi_{2n}, \\ \Phi_n &= \Phi_{1n} + i\Phi_{2n}, \\ r_n &= r_{1n} + ir_{2n},\end{aligned}$$

$$J_1(x_h\sqrt{i}) = -\frac{1-i}{\sqrt{2}} (\text{ber}' x + i \text{bei}' x),$$

$$N_1(x_h\sqrt{i}) = -\frac{1-i}{\sqrt{2}} (\text{ner}' x + i \text{nei}' x).$$

Разделяя вещественные и мнимые части в уравнениях (18) и (19), получим

$$R_{1n} = \frac{(r_{2n}H_n - r_{1n}F_n)P_n - (r_{1n}H_n + r_{2n}F_n)P_n}{P_n^2 + U_n^2}, \quad (24)$$

$$R_{2n} = \frac{(r_{1n}F_n - r_{2n}H_n)U_n - (r_{1n}H_n + r_{2n}F_n)U_n}{P_n^2 + U_n^2} \quad (25)$$

$$S_{1n} = \frac{(r_{1n}D_n - r_{2n}G_n)P_n + (r_{1n}G_n + r_{2n}D_n)U_n}{P_n^2 + U_n^2}, \quad (26)$$

$$S_{2n} = \frac{(r_{1n}G_n + r_{2n}D_n)P_n - (r_{1n}D_n - r_{2n}G_n)U_n}{P_n^2 + U_n^2}, \quad (27)$$

где

$$D_n = \text{ber } x_h + \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ber}' x_h - \text{bei}' x_h),$$

$$G_n = \text{bei } x_h + \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ber}' x_h + \text{bei}' x_h),$$

$$F_n = \text{ner } x_h + \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ner}' x_h - \text{nei}' x_h),$$

$$H_n = \text{nei } x_h + \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ner}' x_h + \text{nei}' x_h),$$

$$\begin{aligned}P_n &= \Psi_{1n}D_n - \Psi_{2n}G_n - \Phi_{1n}F_n + \Phi_{2n}H_n, \\ U_n &= \Psi_{1n}G_n + \Psi_{2n}D_n - \Phi_{1n}H_n - \Phi_{2n}P_n.\end{aligned}$$

Учитывая далее, что для малых x

$$J_0(x\sqrt{i}) = 1, \quad N_0(x\sqrt{i}) = \frac{2}{\pi} \ln \frac{\gamma x}{2} + \frac{i}{2},$$

$$J_1(x\sqrt{i}) = \frac{x\sqrt{i}}{2}, \quad N_1(x\sqrt{i}) = \frac{2}{\pi x}\sqrt{-i},$$

на основании (20) и (21) будем иметь

$$\begin{aligned} \Phi_{1n} &= l, \\ \Phi_{2n} &= n\omega \left(\frac{\lambda_0}{m} - \beta \right), \\ \Psi_{1n} &= -\frac{\lambda_0}{k_0} \frac{m}{\pi} + \frac{2l}{\pi} \ln \frac{\gamma x_0}{2} + \frac{\beta n \omega}{2}, \\ \Psi_{2n} &= \frac{l}{2} - \frac{2}{\pi} \beta \omega n \ln \frac{\gamma x_0}{2}. \end{aligned}$$

3. Анализ полученных результатов

Полученные решения позволяют рассчитать суточный ход температуры воздуха и поверхности почвы, если известны коротковолновая радиация и противоизлуче-

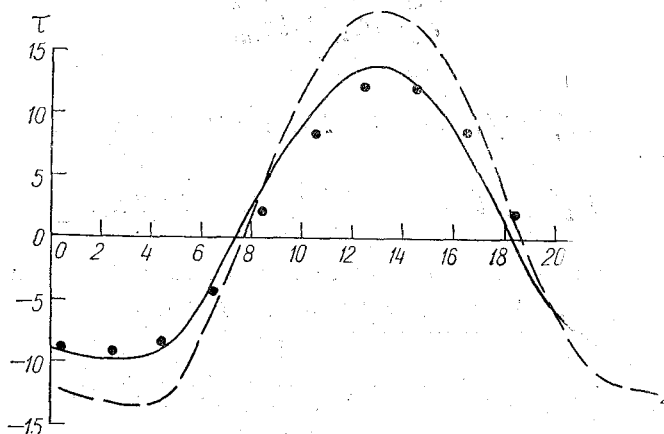


Рис. 2. Суточный ход отклонений температуры поверхности почвы от среднесуточного значения для ст. Колтуши. 9—10 августа 1950 г.

Рассчитанные кривые: 1 — с учетом испарения, 2 — $b = 0$

ние атмосферы. Изменениями последней в течение суток можно пренебречь, т. е. считать противоизлучение постоянным в течение суток.

Для проходящей радиации коэффициенты разложения в ряд Фурье взяты из работы [4], причем $j_{2n} = 0$, т. е. имеем

$$r_{1n} = (1 - \eta)j_{1n}, \quad r_{2n} = 0.$$

На рис. 2 и 3 приводится рассчитанный нами ход температуры поверхности почвы и температуры воздуха на высоте $z = 2$ м 9—10 августа 1950 г. на ст. Колтуши.

На графиках сплошная кривая изображает суточный ход температуры, рассчитанный с учетом испарения, пунктирная — суточный ход температуры, рассчитанный в предположении $b = 0$, т. е. при постоянном в течение суток испарении с подстилающей поверхности.

Расчеты производились при следующих значениях параметров, которые получены из экспериментальных данных

$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ см/сек.}, \\ \alpha &= 0,86 \cdot 10^{-4} \text{ кал/см}^2\text{сек. град.}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 1,11 \text{ кал/см}^2 \text{ град.}, \\ b &= 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ кал/см}^2 \text{ сек. град.}, \\ j_1 &= 0,904 \cdot 10^{-2} \text{ кал/см}^2 \text{ сек.}, \\ j_2 &= 1,71 \cdot 10^{-3} \text{ кал/см}^2 \text{ сек.}, \\ j_3 &= -7,2 \cdot 10^{-4} \text{ кал/см}^2 \text{ сек.}, \\ \eta &= 25\% \end{aligned}$$

M (содержание водяного пара в атмосфере) = 1,6 г/см².

При заданных значениях параметров оказалось возможным ограничиться при расчетах первыми тремя членами ряда.

Как видно из рисунков, влияние изменения испарения в течение суток на температуру воздуха довольно значительно, особенно на поверхности почвы. Расхождения между температурой почвы, рассчитанной с учетом испарения, и темпера-

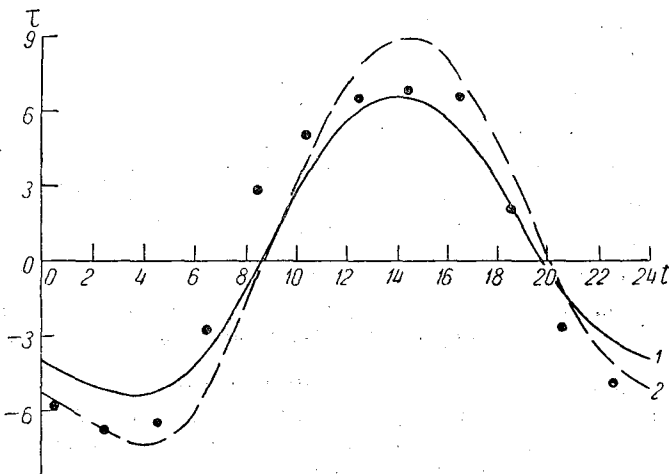


Рис. 3. Суточный ход отклонений температуры воздуха от среднесуточного значения для ст. Колтуши. 9—10 августа 1950 г.

Расчетные кривые: 1 — с учетом испарения, 2 — $b=0$

турой, рассчитанной при условии, что $b=0$, составляют в дневное время 4—6°, ночью —3, —5°. На высоте $z=2$ м в дневные и ночные часы эти расхождения составляют 2—3°.

Расчитанный нами суточный ход температуры поверхности почвы с учетом временной изменчивости испарения (сплошная кривая) довольно хорошо согласуется с наблюдаемой температурой (отдельные точки).

Значения температуры почвы, рассчитанной при условии, что $b=0$, оказываются завышенными в дневные часы и заниженными ночью по сравнению с наблюдаемыми величинами. В среднем за сутки эти расхождения составляют при $b=0 \pm 3,5^\circ$, при учете суточного хода испарения $\pm 1,1^\circ$.

Наибольшие расхождения рассчитанных значений температуры почвы с действительными имеют место в переходные часы (6—10 и 16—19 час.), причем в утренние часы рассчитанная температура оказывается выше, в вечерние — ниже действительной. Эти расхождения, по-видимому, обусловлены неточностью определения испарения. Расчеты испарения с подстилающей поверхности по формуле (1) дают заниженные значения испарения в утренние часы и завышенные — в вечерние, что, несомненно, должно сказаться и на рассчитанных значениях температуры поверхности почвы.

Максимальная ошибка в переходные часы в нашем случае составляет 2—3° (суточная амплитуда температуры поверхности почвы около 20°).

Как следует из рис. 3, рассчитанные с учетом суточного хода испарения значения температуры воздуха оказываются в дневное время заниженными, ночью — завышенными по сравнению с действительными значениями температуры.

Расхождения действительных значений температуры воздуха с рассчитанными отчасти можно объяснить влиянием суточного хода коэффициента турбулентности, не учитываемого нами при решении задачи.

Следует ожидать, что влияние временной изменчивости коэффициента турбулентности на температуру воздуха будет больше, чем на температуру поверхности почвы, поскольку температура воздуха в основном определяется турбулентным теплообменом, тогда как на температуру поверхности почвы больше влияют другие факторы. Погрешности в коэффициенте турбулентности на почве, по-видимому, компенсируются соответствующими изменениями других компонент теплового баланса, а в воздухе такой компенсации нет.

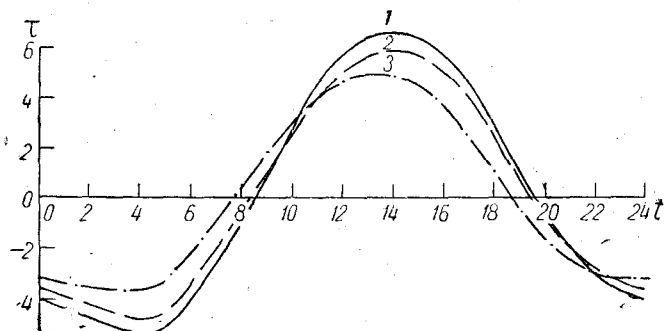


Рис. 4. Влияние высоты h на температуру воздуха ($z = 2$ м).
1— $h = 30$ м; 2— $h = 50$ м; 3— $h = \infty$.

На рис. 2 и 3 был приведен суточный ход температуры, рассчитанный для случая, когда высота излома коэффициента турбулентности $h = 30$ м.

О влиянии высоты h на температуру воздуха можно судить на основании рис. 4, на котором дается суточный ход отклонений температуры воздуха от среднесуточного значения, рассчитанный для данной серии при $h = 30$ м, $h = 50$ м и $h = \infty$ (в последнем случае изменение коэффициента турбулентности с высотой происходит по линейному закону)!

Влияние высоты h существенно сказывается на температуре воздуха уже на высоте $z = 2$ м. Ошибка в температуре воздуха из-за использования линейного закона для коэффициента турбулентности для данной серии составляет $1-2^\circ$, причем днем при линейном коэффициенте турбулентности рассчитанные значения будут занижены, а ночью завышены по сравнению с действительными.

Влияние высоты h на температуру поверхности почвы практически является несущественным, т. е. для расчета суточного хода температуры поверхности почвы, вероятно, можно использовать решение задачи с линейным коэффициентом турбулентности, тем более, что оно значительно проще, чем решение с ломающимся коэффициентом турбулентности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дородницын, А. А. К теории суточного хода температуры в слое перемешивания. ДАН СССР, т. XXX, № 5, 1941.
2. Лютерштейн И. Г. и Чудновский А. Ф. Формула для расчета суточного хода температуры воздуха по тепловому балансу почвы. Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз., № 4, 1945.
3. Швец М. Е. Суточный ход температуры и лучистый теплообмен. Изв. АН СССР, серия геогр. геофиз., № 4, 1943.
4. Орленко Л. Р. К расчету суточного хода коротковолновой радиации в ясные дни. Труды ГГО, вып. 60 (122), 1956.
5. Орленко Л. Р. О зависимости потока тепла в почву от температуры поверхности почвы. Метеорология и гидрология, № 7, 1957.

К ТЕОРИИ ИСПАРЕНИЯ ПРИ УЧЕТЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ (I)

1. Теоретические количественные расчеты испарения всегда имели большое значение как в вопросах сельскохозяйственной метеорологии, так и в вопросах водного баланса морей и океанов. Эти расчеты представляют также значительный

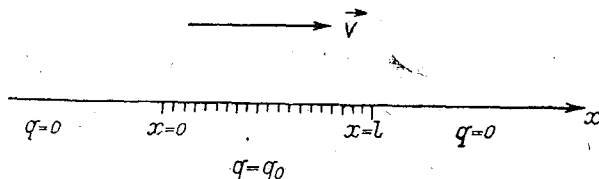


Рис. 1.

интерес для ряда вопросов общей метеорологии (теория климата, трансформация воздушных масс, образование облаков и осадков).

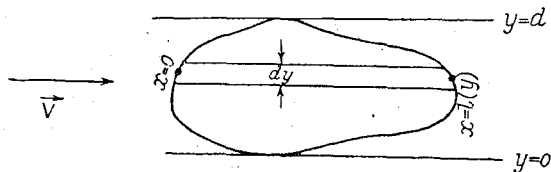


Рис. 2.

Все имеющиеся работы (например [1], [2], [3], [4]) посвящены испарению с полуплоскости. Существует, однако, искусственный прием, позволяющий с помощью полученных решений производить расчет испарения с ограниченных поверхностей.

Для пояснения этого приема рассмотрим испарение с полосы, ориентированной по ветру (рис. 1). Найдем сперва концентрацию водяных паров, поступающих от бесконечной полуполосы, ограниченной слева прямой $x=0$. Сделаем далее аналогичный расчет для полуполосы, ограниченной слева прямой $x=l$. Тогда можно показать, что разность этих двух решений дает распределение водяного пара, поступающего от нашей полосы, при условии, что концентрация пара на продолжении этой полосы вправо равна нулю.

Если теперь мы имеем испаряющую поверхность произвольной формы, то, разбивая ее на полосы рассмотренного вида, найдем испарение и с такой поверхности (рис. 2):

$$q(x, z) = \int_0^d [\bar{q}(x, z; 0) - \bar{q}(x, z; l(y))] dy,$$

где \bar{q} есть соответствующие решения задачи для полуполосы.

Необходимо отметить общий дефект всех этих решений, состоящий в неучете горизонтального перемешивания. Роль горизонтального перемешивания наиболее существенна вблизи границы испаряющей поверхности. Поэтому неучет его вызывает наибольшие сомнения при рассмотрении испарения с ограниченной области.

Попытка учесть горизонтальный обмен была предпринята в работе М. П. Тимофеева [5], однако использованная им физическая постановка задачи вызывает некоторые возражения. Он использовал граничные условия того же вида, что и в работе Сеттона [3], и, в частности, считал заданной и равной нулю концентрацию водяного пара на вертикальной плоскости, ограничивающей просматриваемую область. Между тем задание такого распределения логично только при отсутствии распространения пара в направлении, противоположном направлению ветра. Однако наличие горизонтального перемешивания приводит как раз к этому эффекту.

Целью настоящей работы является решение задачи об испарении с учетом горизонтального перемешивания в более корректной физической постановке этой задачи. Предлагаемая нами постановка задачи излагается в разделе 2.

Раздел 3 посвящен решению поставленной задачи в предположении о постоянстве коэффициентов обмена и скорости ветра, т. е. их независимости от высоты. Это решение не имеет непосредственного практического значения и приводится нами лишь с целью наиболее отчетливого выяснения применяемого метода решения и анализа получаемых результатов. Решение для случая меняющихся с высотой коэффициентов обмена и скорости ветра приводится в разделе 4. Анализ полученных результатов дается в разделе 5. В разделе 6 приводится решение задачи при горизонтальном перемешивании как в направлении ветра, так и в направлении, перпендикулярном ветру, т. е. при полном учете горизонтального перемешивания.

2. Рассмотрим следующую постановку задачи. Будем учитывать горизонтальное перемешивание только в направлении ветра (а также, конечно, и в противоположном). Тогда, выбирая положительное направление оси x по ветру, мы получим, очевидно, что распространение водяных паров в горизонтальном направлении y , перпендикулярном ветру, отсутствует. Поэтому уравнение диффузии водяного пара при такой постановке задачи будет иметь вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial q}{\partial z},$$

где q — массовая концентрация водяного пара (удельная влажность), t — время, u — скорость ветра, z — вертикальная координата, отсчитываемая от испаряющей поверхности вверх, k_x — коэффициент горизонтального обмена в направлении ветра, k_z — коэффициент вертикального обмена.

В подавляющем большинстве случаев естественного испарения процесс можно считать установившимся, т. е. пренебрегать членом $\frac{\partial q}{\partial t}$. Величины k_x , k_z и u будем, как это всегда делается, считать зависящими только от высоты. Тогда уравнение задачи примет следующий вид:

$$u \frac{\partial q}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial q}{\partial z}. \quad (1)$$

В качестве граничного условия считается заданной концентрация паров на всей подстилающей поверхности $z=0$:

$$q|_{z=0} = f(x), \quad -\infty < x < +\infty. \quad (2)$$

Это условие позволяет рассматривать испарение как с неограниченных областей, так и с ограниченных. В последнем случае функцию $f(x)$ нужно задавать равной нулю (или малой) вне испаряющей области.

Кроме того, влажность считается неограниченно убывающей с высотой

$$q|_{z=+\infty} = 0 \quad (3)$$

и не обращающейся в бесконечность на сколь угодно больших удалениях в горизонтальном направлении

$$q|_{x=\pm\infty} < \infty. \quad (4)$$

Заметим, что в процессе решения будет удобно потребовать выполнения некоторых дополнительных условий, которые будут своевременно сформулированы.

Поставленной задаче посвящены разделы 3, 4 и 5 настоящей работы. В этой постановке учитывается горизонтальное перемешивание только в направлении ветра. В тех случаях, когда размеры испаряющей области в направлении, перпендикулярном ветру, имеют тот же порядок величины, что и по ветру, представляется естественным учитывать горизонтальное перемешивание и в направлении, перпендикулярном ветру.

Кроме того, учет горизонтального перемешивания в поперечном направлении естественен и в случае любых размеров испаряющей поверхности, если распределение концентрации пара на ней неоднородно в поперечном ветру направлении.

Математическая постановка этой задачи получается аналогично предыдущему и приводит к дифференциальному уравнению распространения водяного пара

$$u \frac{\partial q}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial q}{\partial z} \quad (1')$$

и граничным условиям:

$$q|_{z=0} = F(x, y) \quad (2')$$

(произвольное задание концентрации водяного пара на испаряющей поверхности),

$$q|_{z=+\infty} = 0 \quad (3')$$

(неограниченное убывание влажности с высотой),

$$q|_{x=\pm\infty} < \infty \quad (4')$$

(ограниченность влажности в направлении ветра) и

$$q|_{y=\pm\infty} < \infty \quad (4'')$$

(ограниченность влажности в направлении, перпендикулярном ветру).

Эта задача решается в разделе 6 настоящей работы.

3. Решим поставленную задачу, считая скорость ветра u и коэффициенты перемешивания k_x и k_z постоянными. Тогда уравнение задачи примет вид:

$$u \frac{\partial q}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}, \quad (5)$$

а граничные условия (2)—(4) останутся без изменения:

$$q|_{z=0} = f(x),$$

$$q|_{z=\infty} = 0,$$

$$q|_{x=\pm\infty} < \infty.$$

Обозначая для удобства

$$\frac{k_x}{u} = a^2, \quad \frac{k_z}{u} = b^2, \quad (6)$$

перепишем уравнение (5) в виде

$$\frac{\partial q}{\partial x} = a^2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + b^2 \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}. \quad (7)$$

Для решения используем несколько видоизмененный метод Гринберга — Контровича—Лебедева [6], [7].

Будем разыскивать вспомогательную функцию $Q(z; \lambda)$ из уравнения

$$\frac{d^2 Q}{dz^2} + \lambda^2 Q = 0 \quad (8)$$

и условия

$$Q(0) = 0, \quad (9)$$

что дает

$$Q(z; \lambda) = \sin \lambda z, \quad (10)$$

где опущен произвольный множитель. Умножим теперь уравнение (7) на найденную функцию $Q(z, \lambda)$ и проинтегрируем его в пределах изменения z , т. е. от 0 до ∞ по z .

Тогда имеем

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\infty} Q q dz - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} Q q dz = b^2 \int_0^{\infty} Q \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} dz. \quad (11)$$

Правую часть интегрируем дважды по частям, используя граничные условия для функции q (2) и (3), а также уравнение (8), условие (9) и выражение (10) для функции Q . Кроме того, поставим дополнительно естественное условие равенства нулю вертикального потока водяного пара на бесконечности

$$k_z \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_{z=\infty} = 0,$$

что дает

$$\frac{\partial q}{\partial z} \Big|_{z=\infty} = 0. \quad (12)$$

Заметим, что условие (12) можно было бы заранее не ставить, а проверить его выполнение после решения задачи.

Итак имеем

$$\begin{aligned} b^2 \int_0^{\infty} Q \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} dz &= b^2 Q \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_0^{\infty} - b^2 \int_0^{\infty} \frac{dQ}{dz} \frac{\partial q}{\partial z} dz = -b^2 \frac{dQ}{dz} q \Big|_0^{\infty} + \\ &+ b^2 \int_0^{\infty} \frac{d^2 Q}{dz^2} q dz = b^2 \lambda f(x) - b^2 \lambda^2 \int_0^{\infty} Q q dz. \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в правую часть (II) и обозначая

$$\int_0^{\infty} Q(z; \lambda) q(x, z) dz = \Psi(x; \lambda), \quad (13)$$

получим

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} - \frac{1}{a^2} \frac{d\Psi}{dx} - b^2 \frac{\lambda^2}{a^2} \Psi = -\frac{b^2}{a^2} \lambda f(x). \quad (14)$$

Общее решение уравнения (14) имеет вид

$$\Psi(x) = A(x) \Psi_1(x) + B(x) \Psi_2(x), \quad (15)$$

где

$$\Psi_1(x) = e^{\frac{1}{2a^2} [1 + \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}] x},$$

$$\Psi_2(x) = e^{\frac{1}{2a^2} [1 - \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}] x},$$

$$\frac{dA}{dx} = -\frac{b^2 \lambda f(x)}{\Psi_1 \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}}; \quad \frac{dB}{dx} = \frac{b^2 \lambda f(x)}{\Psi_2 \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}}.$$

Находя отсюда A и B , будем стремиться удовлетворить (в отношении функции Ψ) граничному условию (4). Так как $\Psi_1(+\infty) = +\infty$, то потребуем, чтобы $A(+\infty) = 0$; соответственно, так как $\Psi_2(-\infty) = +\infty$, то потребуем, чтобы $B(-\infty) = 0$. Тогда для A и B получим выражения:

$$A(x) = \frac{b^2 \lambda}{\sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} \int_x^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{\xi}{2a^2} [1 + \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}]} d\xi,$$

$$B(x) = \frac{b^2 \lambda}{\sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} \int_{-\infty}^x f(\xi) e^{-\frac{\xi}{2a^2} [1 - \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}]} d\xi.$$

Подставляя найденные выражения Ψ_1 , Ψ_2 , A и B в (15), получим

$$\Psi(x; \lambda) = \frac{b^2 \lambda}{\sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} \left\{ \int_x^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2} [1 + \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}]} d\xi + \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^x f(\xi) e^{\frac{x-\xi}{2a^2} [1 - \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}]} d\xi \right\}. \quad (16)$$

Из формулы (13)

$$\int_0^{\infty} q(x, z) \sin \lambda z dz = \Psi(x; \lambda)$$

находим согласно интегралу Фурье

$$q(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Psi(x; \lambda) \sin \lambda z d\lambda. \quad (17)$$

Подстановка (16) в (17) дает решение рассматриваемой задачи

$$q(x, z) = \frac{2b^2}{\pi} \int_x^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2}} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin z\lambda}{\sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} e^{-\frac{\xi-x}{2a^2} \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} d\lambda d\xi + \\ + \frac{2b^2}{\pi} \int_{-\infty}^x f(x) e^{\frac{x-\xi}{2a^2}} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin z\lambda}{\sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} e^{-\frac{x-\xi}{2a^2} \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} d\lambda d\xi, \quad (18)$$

в котором переменен местами порядок интегрирования.

Для вычисления внутренних интегралов воспользуемся формулой Сонина

$$\int_0^{\infty} J_m(at) \frac{K_n(\beta \sqrt{t^2 + y^2})}{(t^2 + y^2)^{\frac{n}{2}}} t^{m+1} dt = \frac{\alpha^m}{\beta^n} \left(\frac{1}{y} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right)^{n-m-1} K_{n-m-1}(y \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}),$$

учитывая, что

$$\sin \lambda z = \sqrt{\frac{\pi \lambda z}{2}} J_{\frac{1}{2}}(\lambda z) \text{ и } e^{-h} = \sqrt{\frac{2h}{\pi}} K_{\frac{1}{2}}(h).$$

Подставляя полученные выражения в уравнение (28) и обозначая

$$\int_0^{\infty} z^m Q(z; \lambda) q(x, z) dz = \Psi(x; \lambda), \quad (30)$$

получим

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} - \frac{1}{a^2} \frac{d \Psi}{dx} - \frac{b^2}{a^2} \lambda^2 \Psi = -b^2 M \lambda^{\frac{1-n}{2+m-n}} f(x), \quad (31)$$

где

$$M = \frac{(2+m-n)^{\frac{1+m}{2+m-n}}}{a^2 \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)}. \quad (32)$$

Общее решение уравнения (31) имеет вид

$$\Psi(x) = A(x) \Psi_1(x) + B(x) \Psi_2(x), \quad (33)$$

где

$$\Psi_1(x) = e^{\frac{1}{2a^2} [1 + \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}] x},$$

$$\Psi_2(x) = e^{\frac{1}{2a^2} [1 - \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}] x},$$

$$\frac{dA}{dx} = -\frac{a^2 b^2 M \lambda^{\frac{1-n}{2+m-n}} f(x)}{\Psi_1 \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}},$$

$$\frac{dB}{dx} = \frac{a^2 b^2 M \lambda^{\frac{1-n}{2+m-n}} f(x)}{\Psi_2 \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}}.$$

Подчиняя теперь A и B тем же условиям, что в разделе 3, а именно $A(+\infty) = B(-\infty) = 0$, получим

$$\begin{aligned} \Psi(x; \lambda) = \frac{a^2 b^2 M \lambda^{\frac{1-n}{2+m-n}}}{\sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}} & \left\{ \int_x^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2} [1 + \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}]} d\xi + \right. \\ & \left. + \int_{-\infty}^x f(\xi) e^{\frac{x-\xi}{2a^2} [1 - \sqrt{1 + 4a^2 b^2 \lambda^2}]} d\xi \right\}. \end{aligned} \quad (34)$$

Из формулы (30)

$$\int_0^{\infty} z^{\frac{1+2m-n}{2}} J_{\frac{1-n}{2+m-n}} \left(\frac{2\lambda}{2+m-n} z^{\frac{2+m-n}{2}} \right) q(x, z) dz = \Psi(x; \lambda),$$

используя интеграл Фурье—Бесселя, найдем

$$q(x, z) = \frac{2}{2+m-n} z^{\frac{1-n}{2}} \int_0^{\infty} \lambda J_{\frac{1-n}{2+m-n}} \left(\frac{2\lambda}{2+m-n} z^{\frac{2+m-n}{2}} \right) \Psi(x; \lambda) d\lambda. \quad (35)$$

Подстановка (34) в (35) дает решение рассматриваемой задачи

$$q(x, z) = \frac{2a^2 b^2 M}{2+m-n} z^{\frac{1-n}{2}} \times \left\{ \int_x^\infty f(\xi) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2}} \int_0^\infty \frac{\lambda^{\frac{3+m-2n}{2+m-n}}}{V \sqrt{1+4a^2 b^2 \lambda^2}} e^{-\frac{\xi-x}{2a^2} V \sqrt{1+4a^2 b^2 \lambda^2}} J_{\frac{1-n}{2+m-n}} \left(\frac{2\lambda z}{2+m-n} \right) d\lambda d\xi + \right. \\ \left. + \int_{-\infty}^x f(\xi) e^{\frac{x-\xi}{2a^2}} \int_0^\infty \frac{\lambda^{\frac{3+m-2n}{2+m-n}}}{V \sqrt{1+4a^2 b^2 \lambda^2}} e^{-\frac{x-\xi}{2a^2} V \sqrt{1+4a^2 b^2 \lambda^2}} J_{\frac{1-n}{2+m-n}} \left(\frac{2\lambda z}{2+m-n} \right) d\lambda d\xi \right\}, \quad (36)$$

в котором изменен порядок интегрирования.

При вычислении внутренних интегралов снова воспользуемся формулой Сонина. Тогда получим, что оба внутренних интеграла равны между собой, и окончательное решение задачи будет иметь вид

$$q(x, z) = \frac{1}{V\pi} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \frac{(2+m-n)^{-\frac{2(1-n)}{2+m-n}} u_1^{\frac{4+m-3n}{2+m-n}}}{2^{\frac{4+m-3n}{2(2+m-n)}} k_0^{\frac{3+m-2n}{2+m-n}} k_1^{\frac{1-n}{2+m-n}}} z^{1-n} \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty f(\xi) e^{-\frac{u_1}{2k_0}(\xi-x)} \frac{K_{\frac{4+m-3n}{2(2+m-n)}} \left(\sqrt{\frac{u_1^2(\xi-x)^2}{4k_0^2} + \frac{1}{(2+m-n)^2} \frac{u_1^2}{k_0 k_1}} z^{2+m-n} \right)}{\left[\frac{u_1^2(\xi-x)^2}{4k_0^2} + \frac{1}{(2+m-n)^2} \frac{u_1^2}{k_0 k_1} z^{2+m-n} \right]^{\frac{4+m-3n}{4(2+m-n)}}} d\xi, \quad (37)$$

где мы еще подставили вместо a^2 , b^2 и M их значения из (24) и (32).

Если положить в (37) $m=n=0$, то мы возвращаемся к решению задачи с постоянными коэффициентами обмена и скоростью ветра. Из рассмотрения решения (37) можно сделать те же общие выводы о поведении решения, что и выше. Именно, решение (37) может рассматриваться как результат наложения точечных источников водяного пара, расположенных на подстилающей поверхности и имеющих переменную интенсивность $f(x)$.

Можно также заметить, что если в (37) пренебречь горизонтальным перемещением, то мы найдем решение задачи, полученное Сеттоном [если еще в (37) дополнительно положить $m=1-n$].

5. Рассмотрим некоторые выводы из решения поставленной задачи. Заметим, что анализ этого решения удобно проводить, введя безразмерные переменные. Обозначим

$$\frac{u_1}{2k_0} x = s; \quad 2^{-\frac{m+n}{2(2+m-n)}} \sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right) q = \bar{q}, \\ \left[\frac{1}{(2+m-n)^2} \frac{u_1^2}{k_0 k_1} \right]^{\frac{1}{2+m-n}} z = \zeta; \quad f(x) = f\left(\frac{2k_0}{u_1} s\right) = \varphi(s).$$

Тогда решение (37) задачи примет следующий вид:

$$\bar{q}(s, \zeta) = \zeta^{1-n} \int_{-\infty}^\infty \varphi(\sigma) e^{-(\sigma-s)} \frac{K_{\frac{4+m-3n}{2(2+m-n)}} \left(\sqrt{(\sigma-s)^2 + \zeta^{2+m-n}} \right)}{\left[(\sigma-s)^2 + \zeta^{2+m-n} \right]^{\frac{4+m-3n}{4(2+m-n)}}} d\sigma. \quad (38)$$

Заметим, что эта формула также наиболее удобна и для практических расчетов.

Рассмотрим задачу об испарении с полуплоскости при учете горизонтального перемешивания. Беря границу полуплоскости за начало отсчета координаты x , мы должны положить $f(x)$ равной нулю для отрицательных x , тогда в формуле (38) нижний предел интегрирования будет нуль.

Обратимся к распределению водяного пара над границей испаряющей поверхности. Его можно выразить формулой

$$\bar{q}(0, \zeta) = \zeta^{1-n} \int_0^{\infty} \varphi(\sigma) e^{-\sigma} \frac{K_{4+m-3n}(\sqrt{\sigma^2 + \zeta^2 + m-n})}{[\sigma^2 - \zeta^2 + m-n]^{4(2+m-n)}} d\sigma.$$

Совершенно очевидно, что эта величина не равна нулю. Ее можно оценить, разлагая $\bar{q}(0, \zeta)$ в ряд. Чтобы не загромождать изложение выкладками, мы проведем такую оценку для частного случая $\varphi(\sigma) = \text{const}$; $m = n = 0$, что соответствует постоянной концентрации водяного пара на испаряющей поверхности и постоянству коэффициентов обмена и скорости ветра. Для этого случая имеем

$$\bar{q}(0, \zeta) = \zeta \int_0^{\infty} \bar{q}_0 e^{-\sigma} \frac{K_1(\sqrt{\sigma^2 + \zeta^2})}{\sqrt{\sigma^2 + \zeta^2}} d\sigma.$$

Разлагая $e^{-\sigma}$ в ряд и используя формулу

$$\int_0^{\infty} \frac{K_\nu(a\sqrt{\sigma^2 + \zeta^2})}{(\sigma^2 + \zeta^2)^{\frac{\nu}{2}}} \sigma^{2\mu+1} d\sigma = 2^\mu \frac{\Gamma(\mu+1)}{a^{\mu+1} \zeta^{\nu-\mu-1}} K_{\nu-\mu-1}(a\zeta),$$

получим

$$\bar{q}(0, \zeta) = \bar{q}_0 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{\frac{n-1}{2}}}{n!} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \zeta^{\frac{n+1}{2}} K_{\frac{n-1}{2}}(\zeta).$$

Как видно, что по крайней мере для малых ζ члены написанного ряда убывают по абсолютной величине. Поэтому оценка суммы ряда может быть дана его первым членом. Тогда

$$\bar{q}(0, \zeta) \approx \bar{q}_0 \frac{1}{2} e^{-\zeta}.$$

Таким образом, рассматриваемая концентрация водяного пара над границей испаряющей поверхности существенно отлична от нуля. Это вполне естественно, поскольку горизонтальное перемешивание приводит, в частности, к распространению водяного пара в направлении, противоположном ветру. Но тем самым ставится под сомнение корректность физической постановки задачи, предложенной М. П. Тимофеевым [5], который рассматривал испарение с полуплоскости, учитывая горизонтальное перемешивание, но тем не менее ставил условие равенства нулю концентрации водяного пара над границей испаряющей полуплоскости.

Сделаем несколько замечаний относительно характерных значений параметров m и n , входящих в полученное решение и связанных с вертикальным распределением ветра и коэффициентов обмена. В метеорологических исследованиях обычно принимают

$$n = 1 - m, \quad (39)$$

что соответствует предположению о независимости от высоты напряжения трения

$$\tau_{xz} = \rho k_z \frac{\partial u}{\partial z}.$$

В задачах об испарении обычно также считается, что условие (39) имеет место, хотя на самом деле можно говорить лишь о приближенном его выполнении, поскольку смена подстилающих поверхностей может существенно влиять на турбулентное трение. Если принять равенство (39) как приближенное, то тогда распределение влажности может быть приближенно найдено подстановкой (39) в (38):

$$q(s, \zeta) = \zeta^m \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\sigma) e^{-(\sigma-s)} \frac{K_{1+4m} (V(\sigma-s)^2 + \zeta^{1+2m})}{\frac{2+4m}{[(\sigma-s)^2 + \zeta^{1+2m}]^{\frac{1+4m}{4(1+2m)}}}}. \quad (40)$$

Относительно параметра m известно, что в равновесных условиях он составляет около $\frac{1}{7}$, возрастает с ростом устойчивости и убывает с ростом неустойчивости. Для характерных значений параметра m , по-видимому, целесообразно произвести табулирование функции

$$\zeta^m e^{-\sigma} \frac{K_{1+4m} (V(\sigma^2 + \zeta^{1+2m}))}{(\sigma^2 + \zeta^{1+2m})^{\frac{1+4m}{4+8m}}},$$

с тем чтобы значение концентрации пара в любой точке над испаряющей поверхностью можно было бы находить численным или графическим интегрированием. Аналогичным путем может быть подсчитана и скорость испарения

$$E = -\rho \left(k_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} :$$

6. Переходим теперь к решению задачи об испарении при учете горизонтального перемешивания как в направлении ветра, так и в поперечном направлении. Чтобы не загромождать изложение выкладками, проведем решение подробно для случая постоянных коэффициентов перемешивания k_x , k_y , k_z и скорости ветра u . Для случая же переменных u , k_x , k_y и k_z ограничимся приведением окончательного результата. Соответствующие выкладки легко могут быть воспроизведены на основе выкладок раздела 4 и настоящего раздела.

Математическая трактовка задачи сформулирована в разделе 2 и сводится для случая постоянных коэффициентов к решению уравнения

$$\frac{\partial q}{\partial x} = a^2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + b^2 \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} + c^2 \frac{\partial^2 q}{\partial y^2} \quad (41)$$

при граничных условиях:

$$q|_{z=0} = F(x, y), \quad (2')$$

$$q|_{z=+\infty} = 0, \quad (3')$$

$$q|_{x=\pm\infty} < \infty, \quad (4')$$

$$q|_{y=\pm\infty} < \infty, \quad (4'')$$

где

$$a^2 = \frac{k_x}{u}, \quad b^2 = \frac{k_z}{u}, \quad c^2 = \frac{k_y}{u}.$$

Предположим сначала, что функция $q|_{z=0}$ является четной по аргументу y . Обозначим тогда $q|_{z=0}$ через $F_1(x, y)$.

Разыскивая сперва вспомогательную функцию $Q(z; \lambda)$, из уравнения

$$\frac{d^2 Q}{dz^2} + \lambda^2 Q = 0$$

и условия

$$Q(0) = 0$$

находим

$$Q(z; \lambda) = \sin \lambda z. \quad (42)$$

Умножая уравнение (41) на $Q(z; \lambda)$, интегрируя его по z от 0 до ∞ и вводя обозначение

$$\Psi(x, y; \lambda) = \int_0^{\infty} Q(z; \lambda) q(x, y, z) dz, \quad (43)$$

найдем

$$a^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} + c^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - b^2 \lambda^2 \Psi = -b^2 \lambda F_1(x, y). \quad (44)$$

Введем теперь еще одну вспомогательную функцию из уравнения

$$\frac{d^2 \Phi}{dy^2} + \mu^2 \Phi = 0.$$

В качестве решения этого уравнения выбираем

$$\Phi = \cos \mu y, \quad (45)$$

поскольку в силу четности распределения влаги на подстилающей поверхности и решение должно быть, очевидно, четной функцией y . Умножая уравнение (44) на $\Phi(y; \mu)$, интегрируя его по y от $-\infty$ до $+\infty$ и вводя обозначение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(y; \mu) \Psi(x, y; \lambda) dy = \Theta(x; \lambda, \mu), \quad (46)$$

получим

$$\frac{d^2 \Theta}{dx^2} - \frac{1}{a^2} \frac{d\Theta}{dx} - \frac{b^2 \lambda^2 + c^2 \mu^2}{a^2} \Theta = -\frac{b^2}{a^2} \lambda f(x; \mu), \quad (47)$$

где

$$f(x; \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x, y) \Phi(y; \mu) dy = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x, y) \cos \mu y dy. \quad (48)$$

Уравнение (47) играет ту же роль, что и уравнение (14), раздел 3. Решение его находится аналогично и имеет вид

$$\begin{aligned} \Theta(x; \lambda, \mu) = & \frac{b^2 \lambda}{V_{1+4a^2(b^2 \lambda^2 + c^2 \mu^2)}} \times \\ & \times \left\{ \int_x^{\infty} f(\xi; \mu) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2} [1+V_{1+4a^2(b^2 \lambda^2 + c^2 \mu^2)}]} d\xi + \right. \\ & \left. + \int_{-\infty}^x f(\xi; \mu) e^{\frac{x-\xi}{2a^2} [1-V_{1+4a^2(b^2 \lambda^2 + c^2 \mu^2)}]} d\xi \right\}. \quad (49) \end{aligned}$$

Находя формулы обращения для выражений (43) и (46) [учитывая (42) и (45)], получаем

$$q(x, y, z) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Theta(x; \lambda, \mu) \cos \mu y \sin \lambda z d\lambda d\mu. \quad (50)$$

Подставим в (50) найденное значение Θ из (49), попутно заменив в нем $f(\xi; \mu)$ его выражением (48). Тогда получим решение рассматриваемой задачи

$$\begin{aligned}
 q(x, y, z) = & \frac{4b^2}{\pi^2} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\xi, \eta) e^{\frac{x-\xi}{2a^2}} \times \\
 & \times \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin \lambda z \cos \mu y \cos \mu \eta}{\sqrt{1+4a^2(b^2\lambda^2+c^2\mu^2)}} e^{-\frac{x-\xi}{2a^2} \sqrt{1+4a^2(b^2\lambda^2+c^2\mu^2)}} d\lambda d\mu d\eta d\xi + \frac{4b^2}{\pi^2} \int_x^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\xi, \eta) \times \\
 & \times e^{-\frac{\xi-x}{2a^2}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\lambda \sin \lambda z \cos \mu y \cos \mu \eta}{\sqrt{1+4a^2(b^2\lambda^2+c^2\mu^2)}} e^{-\frac{\xi-x}{2a^2} \sqrt{1+4a^2(b^2\lambda^2+c^2\mu^2)}} d\lambda d\mu d\eta d\xi. \quad (51)
 \end{aligned}$$

Вычисление внутренних интегралов по λ и μ проводится с помощью формулы Сонина. Не приводя подробно хода вычисления, заметим только, что при интегрировании по μ произведение косинусов надо выразить через сумму косинусов. Тогда окончательным решением задачи будет

$$\begin{aligned}
 q(x, y, z) = & \frac{z}{8\sqrt{2} a^4 b c \pi \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\xi, \eta) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2}} \times \\
 & \times \left\{ \frac{K_{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y+\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2}} \right)}{\left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y+\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2} \right]^{\frac{3}{4}}} + \right. \\
 & \left. + \frac{K_{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y-\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2}} \right)}{\left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y-\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2} \right]^{\frac{3}{4}}} \right\} d\xi d\eta. \quad (52)
 \end{aligned}$$

Аналогичным образом можно получить решение задачи для другого частного случая, когда $q|_{z=0}$ является нечетной функцией y . Решением такой задачи будет

$$\begin{aligned}
 q(x, y, z) = & \frac{z}{8\sqrt{2} a^4 b c \pi \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\xi, \eta) e^{-\frac{\xi-x}{2a^2}} \times \\
 & \times \left\{ \frac{K_{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y+\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2}} \right)}{\left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y+\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2} \right]^{\frac{3}{4}}} - \right. \\
 & \left. - \frac{K_{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y-\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2}} \right)}{\left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y-\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2}{4a^2b^2} \right]^{\frac{3}{4}}} \right\} d\xi d\eta, \quad (53)
 \end{aligned}$$

где

$$F_2(x, y) = q|_{z=0}.$$

В наиболее общем случае произвольного распределения влаги на подстилающей поверхности

$$q|_{z=0} = F(x, y)$$

можно всегда представить функцию $F(x, y)$ суммой четной и нечетной функций по аргументу y

$$F(x, y) = F_1(x, y) + F_2(x, y).$$

В результате такого представления распределение концентрации водяного пара в этом общем случае получится суммированием выражений (52) и (53).

Найденное решение легко обобщается на учет зависимости от высоты коэффициентов перемешивания и скорости ветра. Именно, естественно считать, что коэффициенты горизонтального перемешивания зависят от высоты одинаково и так же, как скорость ветра.

Полагая тогда

$$u = u_1 z^m, \quad k_x = k_{x,1} z^m, \quad k_y = k_{y,1} z^m, \quad k_z = k_{z,1} z^n,$$

получим решение этой задачи в виде

$$q(x, y, z) = \frac{z^{1-n}}{2^{\frac{5+2m-3n}{2+m-n}} (2+m-n)^{\frac{2(1-n)}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right) a^{\frac{3+3m-5n}{2+m-n}} b^{\frac{2(1-n)}{2+m-n}} c} \times$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\xi-x}{2a^2}} \left\{ F(\xi, \eta) \frac{K_{\frac{3+m-2n}{2+m-n}} \left(\sqrt{\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y+\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2+m-n}{(2+m-n)^2 a^2 b^2}} \right)}{\left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y+\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2+m-n}{(2+m-n)^2 a^2 b^2} \right]^{\frac{3+m-2n}{2(2+m-n)}}} + \right.$$

$$\left. + F(\xi, -\eta) \frac{K_{\frac{3+m-2n}{2+m-n}} \left(\sqrt{\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y-\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2+m-n}{(2+m-n)^2 a^2 b^2}} \right)}{\left[\frac{(x-\xi)^2}{4a^4} + \frac{(y-\eta)^2}{4a^2c^2} + \frac{z^2+m-n}{(2+m-n)^2 a^2 b^2} \right]^{\frac{3+m-2n}{2(2+m-n)}}} \right\} d\xi d\eta. \quad (54)$$

Анализ полученных решений и приведение их к безразмерной, более удобной для расчетов форме можно выполнить совершенно так же, как это сделано в разделе 5 для случая учета горизонтального перемешивания только в направлении ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jeffreys H. Phil. Mag. (VI), vol. 35, № 207, 1918.
2. Giblett M. A. Proc. Roy. Soc. (A), vol. 99, № 701, 1921.
3. Sutton O. G. Proc. Roy. Soc. (A), vol. 146, № 858, 1934.
4. Лайхтман Д. Л. Метеорология и гидрология, № 1, 1947.
5. Лайхтман Д. Л. и Чудновский А. Ф. Физика приземного слоя атмосферы, 1949.
6. Гринберг Г. А. Известия АН СССР, сер. физ., т. 10, № 2, 1946.
7. Конторович М. И. и Лебедев Н. Н. ЖЭТФ, т. 8, № 10-11, 1938.

К ТЕОРИИ ИСПАРЕНИЯ ПРИ УЧЕТЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ (II)

1. В предыдущей работе авторов [1] было получено решение задачи о распределении концентрации водяного пара над испаряющей поверхностью, концентрация на которой считается известной функцией горизонтальных координат. Задача была решена с учетом горизонтального перемешивания как в направлении ветра, так и в поперечном направлении. Полученные формулы позволяли вычислять концентрацию водяного пара в любой точке пространства. Однако эти формулы не давали возможности непосредственного вычисления наиболее интересной с практической точки зрения величины, а именно — испарения. Дело в том, что полученное решение обладает сингулярностью при $z=0$ (т. е. на подстилающей поверхности) и поэтому непосредственное дифференцирование его, необходимое для нахождения испарения, было невозможным.

В настоящей работе мы покажем, как может быть определено испарение и некоторые другие важные характеристики процесса. Для этого используем специальный прием, идея которого была указана А. М. Журавским. Этот прием позволяет получить формулы для испарения в замкнутом виде и благодаря этому наиболее отчетливо оценить как с качественной, так и с количественной точки зрения влияние горизонтального перемешивания на испарение. Мы ограничимся здесь исследованием влияния перемешивания в направлении ветра. Анализ совместного влияния горизонтального перемешивания как в направлении ветра, так и в поперечном направлении связан с преодолением дополнительных математических трудностей и может явиться предметом специального исследования.

В настоящей статье сохраняются обозначения, принятые в работе [1].

2. Будем исходить из формулы (37) работы [1], дающей распределение влажности при учете горизонтального перемешивания только в направлении ветра, а также вертикального перемешивания и горизонтального переноса водяного пара ветром, причем скорость ветра и коэффициенты перемешивания принимаются степенными функциями высоты

$$q(x, z) = \frac{1}{V\pi} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \left[\frac{2^{-\frac{4+m-3n}{2}}}{(2+m-n)^{2(1-n)}} \frac{u_1^{4+m-3n}}{k_0^{3+m-2n} k_1^{1-n}} \right]^{\frac{1}{2+m-n}} \times$$

$$\times z^{1-n} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{u_1}{2k_0}(\xi-x)} \frac{K \frac{4+m-3n}{2(2+m-n)} \left[\sqrt{\frac{u_1^2(\xi-x)^2}{4k_0^2} + \frac{1}{(2+m-n)^2 k_0 k_1} u_1^2 z^{2+m-n}} \right]}{\left[\frac{u_1^2(\xi-x)^2}{4k_0^2} + \frac{1}{(2+m-n)^2 k_0 k_1} u_1^2 z^{2+m-n} \right]^{\frac{4+m-3n}{4(2+m-n)}}} d\xi. \quad (1)$$

Запишем эту формулу для удобства дальнейших вычислений в несколько более простом виде, вводя обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_1}{2k_0} x &= \bar{x}; & \frac{u_1}{2k_0} \xi &= \bar{\xi}; & f(\xi) &= \varphi(\bar{\xi}) \\ \frac{1}{(2+m-n)^2 k_0 k_1} u_1^2 z^{2+m-n} &= \frac{z^{-2+m-n}}{z} \\ \frac{4+m-3n}{2(2+m-n)} &= p; & \frac{2^{2(2+m-n)}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} &= A \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Тогда формулу (1) можно представить как

$$q(\bar{x}, \bar{z}) = A \bar{z}^{1-n} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\bar{\xi}) e^{\bar{x}-\bar{\xi}} \frac{K_p \left[\sqrt{(\bar{\xi}-\bar{x})^2 + \bar{z}^{2+m-n}} \right]}{\left[(\bar{\xi}-\bar{x})^2 + \bar{z}^{2+m-n} \right]^{\frac{p}{2}}} d\bar{\xi}. \quad (3)$$

Для вычисления испарения будем исходить не непосредственно из формулы (3), а привлечем также исходное дифференциальное уравнение задачи, которое в новых обозначениях примет вид

$$2 \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{4}{(2+m-n)^2} \bar{z}^{-m} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{z}^n \frac{\partial q}{\partial \bar{z}} \right). \quad (4)$$

Для нахождения испарения, которое в новых обозначениях запишется как

$$E = -\rho k_1 \left(z^n \frac{\partial q}{\partial z} \right) = B \left(-\bar{z}^n \frac{\partial q}{\partial \bar{z}} \right)_{\bar{z}=0} = B \bar{E}, \quad (5)$$

где

$$B = \rho k_1 \left[\frac{(2+m-n)^2 k_0 k_1}{u_1^2} \right]^{\frac{1-n}{2+m-n}}, \quad (6)$$

поступим следующим образом. Умножим уравнение (4) на

$$\frac{(2+m-n)^2}{4} \bar{z}^{-m}$$

и проинтегрируем полученное выражение по \bar{z} от 0 до ∞ . Тогда, вводя

$$\Psi(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{4} \int_0^{\infty} \bar{z}^{-m} q(\bar{x}, \bar{z}) dz, \quad (7)$$

получим

$$\bar{E} = 2 \frac{d\Psi}{d\bar{x}} - \frac{d^2\Psi}{d\bar{x}^2}. \quad (8)$$

Из соотношений (5) и (8) видно, что испарение весьма просто выражается через функцию $\Psi(\bar{x})$. Поэтому нет необходимости непосредственно подставлять (3) в (5) (что, как указано выше, наталкивается на некоторые трудности), а можно подставить (3) в (7) и, определив таким образом функцию $\Psi(\bar{x})$, воспользоваться затем соотношением (8) для нахождения испарения.

Заметим, что функция $\Psi(\bar{x})$ представляет некоторый самостоятельный интерес, а именно она пропорциональна интегральному по высоте адвективному потоку водяного пара.

Перейдем к вычислению этой функции. Имеем

$$\Psi(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{4} A \int_0^{\infty} z^{-1+m-n} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\bar{\xi}) e^{\bar{x}-\bar{\xi}} K_p \frac{[\sqrt{(\bar{\xi}-\bar{x})^2+z^{2+m-n}}]}{[(\bar{\xi}-\bar{x})^2+z^{2+m-n}]^{\frac{p}{2}}} d\bar{\xi} dz. \quad (9)$$

Меняя здесь порядок интегрирования и обозначая

$$\frac{z^{2+m-n}}{z} = \zeta^2,$$

получаем

$$\Psi(\bar{x}) = \frac{2+m-n}{2} A \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\bar{\xi}) e^{\bar{x}-\bar{\xi}} \int_0^{\infty} \zeta \frac{K_p [\sqrt{(\bar{\xi}-\bar{x})^2+\zeta^2}]}{[(\bar{\xi}-\bar{x})^2+\zeta^2]^{\frac{p}{2}}} d\zeta d\bar{\xi}. \quad (10)$$

Внутренний интеграл в этой формуле, как известно, выражается в конечном виде, после чего для $\Psi(\bar{x})$ имеем

$$\Psi(\bar{x}) = \frac{2+m-n}{2} A \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\bar{\xi}) e^{\bar{x}-\bar{\xi}} |\bar{x}-\bar{\xi}|^{1-p} K_{1-p}(|\bar{x}-\bar{\xi}|) d\bar{\xi}. \quad (11)$$

С помощью формулы (11) можно вычислить функцию $\Psi(\bar{x})$, если известно распределение концентрации водяного пара на подстилающей поверхности, т. е. если задана функция $\varphi(\bar{\xi})$. Примем, что функция $\varphi(\bar{\xi})$ постоянна в некотором интервале $(-\bar{l}, \bar{l})$ и равна нулю вне этого интервала. Это означает, что имеется некоторый участок подстилающей поверхности, с которого происходит испарение, а с остальной части подстилающей поверхности испарение не происходит. Такая физическая схема является не только наиболее простой, но и наиболее важной с практической точки зрения.

Подставляя в (11)

$$\varphi(\bar{\xi}) = \begin{cases} q_0 & \text{при } |\bar{\xi}| < \bar{l} \\ 0 & \text{при } |\bar{\xi}| > \bar{l} \end{cases}$$

и вводя еще

$$\eta = \bar{\xi} - \bar{x},$$

получим

$$\Psi(\bar{x}) = \frac{2+m-n}{2} A q_0 \int_{-\bar{l}-\bar{x}}^{\bar{l}-\bar{x}} e^{-\eta} |\eta|^{1-p} K_{1-p}(|\eta|) d\eta. \quad (12)$$

Результаты дальнейших вычислений имеют различный аналитический вид в зависимости от того, где расположена точка \bar{x} : с наветренной стороны от испаряющей области, над испаряющей областью или за ее подветренным краем. В соответствии с этим мы будем вести расчеты отдельно для трех случаев:

- I. $\bar{x} < -\bar{l}$,
- II. $-\bar{l} < \bar{x} < \bar{l}$,
- III. $\bar{x} > \bar{l}$.

При этом будем использовать две вспомогательные формулы:

$$\int \eta^s e^{\eta} K_s(\eta) d\eta = \frac{\eta^{1+s}}{1+2s} e^{\eta} [K_s(\eta) + K_{1+s}(\eta)],$$

$$\int \eta^s e^{-\eta} K_s(\eta) d\eta = \frac{\eta^{1+s}}{1+2s} e^{-\eta} [K_s(\eta) - K_{1+s}(\eta)],$$

справедливость которых легко проверяется дифференцированием. Применение написанных формул в случаях I и III не представляет затруднений, так как величина η в этих случаях не меняет знака в промежутке интегрирования. В случае же II величина η меняет знак, а следовательно, для вычисления соответствующего интеграла естественно разбить промежуток интегрирования на две части.

В результате выражение (12) в упомянутых трех случаях преобразуется:

$$I. \Psi(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{4(1+m)} Aq_0 \left\{ (\bar{l}-\bar{x})^{2-p} e^{\bar{x}-\bar{l}} [K_{1-p}(\bar{l}-\bar{x}) - K_{2-p}(\bar{l}-\bar{x})] - \right. \\ \left. - (-\bar{l}-\bar{x})^{2-p} e^{\bar{x}+\bar{l}} [K_{1-p}(-\bar{l}-\bar{x}) - K_{2-p}(-\bar{l}-\bar{x})] \right\}, \quad (13)$$

$$II. \Psi(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{4(1+m)} Aq_0 \left\{ (\bar{l}+\bar{x})^{2-p} e^{\bar{x}+\bar{l}} [K_{1-p}(\bar{l}+\bar{x}) + K_{2-p}(\bar{l}+\bar{x})] + \right. \\ \left. + (\bar{l}-\bar{x})^{2-p} e^{\bar{x}-\bar{l}} [K_{1-p}(\bar{l}-\bar{x}) - K_{2-p}(\bar{l}-\bar{x})] \right\}, \quad (14)$$

$$III. \Psi(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{4(1+m)} Aq_0 \left\{ (\bar{l}+\bar{x})^{2-p} e^{\bar{x}+\bar{l}} [K_{1-p}(\bar{l}+\bar{x}) + K_{2-p}(\bar{l}+\bar{x})] - \right. \\ \left. - (-\bar{l}+\bar{x})^{2-p} e^{\bar{x}-\bar{l}} [K_{1-p}(-\bar{l}+\bar{x}) + K_{2-p}(-\bar{l}+\bar{x})] \right\}. \quad (15)$$

Таким образом, при рассматриваемом граничном условии функция $\Psi(\bar{x})$ вычисляется в конечном виде.

3. Перейдем теперь к вычислению испарения. Для этого подставим найденные выражения $\Psi(\bar{x})$ (13), (14) и (15) в соотношение (8). Соответственно получим

$$I. \bar{E} = \frac{2+m-n}{2} Aq_0 \left\{ -e^{\bar{x}+\bar{l}} (-\bar{l}-\bar{x})^{1-p} [K_p(-\bar{l}-\bar{x}) - K_{1-p}(-\bar{l}-\bar{x})] + \right. \\ \left. + e^{\bar{x}-\bar{l}} (\bar{l}-\bar{x})^{1-p} [K_p(\bar{l}-\bar{x}) - K_{1-p}(\bar{l}-\bar{x})] \right\}, \quad (16)$$

$$II. \bar{E} = \frac{2+m-n}{2} Aq_0 \left\{ e^{\bar{x}+\bar{l}} (\bar{l}+\bar{x})^{1-p} [K_p(\bar{l}+\bar{x}) + K_{1-p}(\bar{l}+\bar{x})] + \right. \\ \left. + e^{\bar{x}-\bar{l}} (\bar{l}-\bar{x})^{1-p} [K_p(\bar{l}-\bar{x}) - K_{1-p}(\bar{l}-\bar{x})] \right\}, \quad (17)$$

$$III. \bar{E} = \frac{2+m-n}{2} Aq_0 \left\{ e^{\bar{x}+\bar{l}} (\bar{l}+\bar{x})^{1-p} [K_p(\bar{l}+\bar{x}) + K_{1-p}(\bar{l}+\bar{x})] - \right. \\ \left. - e^{\bar{x}-\bar{l}} (-\bar{l}+\bar{x})^{1-p} [K_p(-\bar{l}+\bar{x}) + K_{1-p}(-\bar{l}+\bar{x})] \right\}. \quad (18)$$

Заметим, что в случае II согласно формуле (17) $\bar{E} > 0$, т. е. происходит испарение, в случаях же I и III согласно формулам (16) и (18) $\bar{E} < 0$, т. е. происходит конденсация. Разумеется, этот вывод совершенно очевиден при рассматриваемом граничном условии.

По формулам (16), (17) и (18) вполне возможен количественный расчет распределения испарения (и конденсации) на подстилающей поверхности. Однако практически еще более важной характеристикой процесса испарения является суммарное испарение, т. е. испарение со всей увлажненной части подстилающей поверхности

$$\varepsilon_2 = \int_{-l}^l E dx,$$

или в используемых безразмерных переменных

$$\varepsilon_2 = B \frac{2k_0}{u_1} \int_{-\bar{l}}^{\bar{l}} \bar{E} d\bar{x} = \frac{2k_0 B}{u_1} \bar{\varepsilon}_2. \quad (19)$$

Аналогично можно ввести суммарную конденсацию на наветренном участке неувлажненной поверхности

$$\varepsilon_1 = -B \frac{2k_0}{u_1} \int_{-\infty}^{-\bar{l}} \bar{E} d\bar{x} = \frac{2k_0 B}{u_1} \bar{\varepsilon}_1 \quad (20)$$

и на подветренном ее участке

$$\varepsilon_3 = -B \frac{2k_0}{u_1} \int_{\bar{l}}^{\infty} \bar{E} d\bar{x} = \frac{2k_0 B}{u_1} \bar{\varepsilon}_3. \quad (21)$$

Величины $\bar{\varepsilon}_2$, $\bar{\varepsilon}_1$ и $\bar{\varepsilon}_3$ могут быть получены на основании соотношений (16), (17) и (18), однако более удобно использовать для этого формулу (8), проводя в ней интегрирование по \bar{x} в соответствующих пределах. В результате найдем

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_2 = & \frac{(2+m-n)^2}{1+m} Aq_0 (2\bar{l})^{2-p} [K_{1-p}(2\bar{l}) \operatorname{sh} 2\bar{l} + K_{2-p}(2\bar{l}) \operatorname{ch} 2\bar{l}] - \\ & - (2+m-n) Aq_0 (2\bar{l})^{1-p} K_{1-p}(2\bar{l}) \operatorname{ch} 2\bar{l} + \\ & + \frac{(2+m-n)(1-n)}{2^p(1+m)} \Gamma(1-p) Aq_0, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_1 = & -\frac{(2+m-n)^2}{2(1+m)} Aq_0 (2\bar{l})^{2-p} e^{-2\bar{l}} [K_{1-p}(2\bar{l}) - K_{2-p}(2\bar{l})] - \\ & - \frac{2+m-n}{2} Aq_0 (2\bar{l})^{1-p} e^{-2\bar{l}} K_{1-p}(2\bar{l}) + \\ & + \frac{(2+m-n)(1-n)}{2^{p+1}(1+m)} \Gamma(1-p) Aq_0, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_3 = & \frac{(2+m-n)^2}{2(1+m)} Aq_0 (2\bar{l})^{2-p} e^{2\bar{l}} [K_{1-p}(2\bar{l}) + K_{2-p}(2\bar{l})] - \\ & - \frac{2+m-n}{2} Aq_0 (2\bar{l})^{1-p} e^{2\bar{l}} K_{1-p}(2\bar{l}) + \frac{(2+m-n)(1-n)}{2^{p+1}(1+m)} \Gamma(1-p) Aq_0. \end{aligned} \quad (24)$$

Как и следовало ожидать, суммарное испарение оказывается равным суммарной конденсации, т. е.

$$\bar{\varepsilon}_2 = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_3.$$

4. При анализе полученных результатов мы будем интересоваться главным образом влиянием горизонтального перемешивания на испарение. Поэтому естественно сопоставить полученные соотношения с аналогичными формулами, получающимися из решения такой же задачи, но при пренебрежении горизонтальным перемешиванием. Эта задача описывается уравнением (4) при отброшенном первом члене правой части

$$\frac{\partial q'}{\partial \bar{x}} = \frac{2}{(2+m-n)^2} \bar{z}^{-m} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{z}^n \frac{\partial q'}{\partial \bar{z}} \right)$$

и граничными условиями:

$$q' \Big|_{\bar{z}=\infty} = 0;$$

$$q' \Big|_{\bar{z}=0} = \begin{cases} q_0 & \text{при } |\bar{x}| < \bar{l} \\ 0 & \text{при } |\bar{x}| > \bar{l} \end{cases}.$$

Решение поставленной задачи известно и имеет вид:

$$\text{I. } q' = 0, \quad \bar{x} < -\bar{l};$$

$$\text{II. } q' = \frac{q_0}{2^{2+m-n} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \int_{\frac{z}{\bar{x}+\bar{l}}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\xi} \xi^{-\frac{1+m}{2+m-n}} d\xi, \quad -\bar{l} < \bar{x} < \bar{l};$$

$$\text{III. } q' = \frac{q_0}{2^{2+m-n} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \int_{\frac{z}{\bar{x}+\bar{l}}}^{\frac{z}{\bar{x}-\bar{l}}} e^{-\frac{1}{2}\xi} \xi^{-\frac{1+m}{2+m-n}} d\xi, \quad \bar{x} > \bar{l}.$$

Справедливость решения легко может быть проверена подстановкой его в уравнение и граничные условия.

Подставляя это решение в качестве $q(\bar{x}, \bar{z})$ в формулу (7), получим соответственно для трех интервалов значений \bar{x}

$$\text{I. } \Psi'(\bar{x}) = 0, \quad (25)$$

$$\text{II. } \Psi'(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{2(1+m)} \frac{q_0}{2^{\frac{1-n}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} (\bar{x} + \bar{l})^{\frac{1+m}{2+m-n}}, \quad (26)$$

$$\text{III. } \Psi'(\bar{x}) = \frac{(2+m-n)^2}{2(1+m)} \frac{q_0}{2^{\frac{1-n}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \left[(\bar{x} + \bar{l})^{\frac{1+m}{2+m-n}} - (\bar{x} - \bar{l})^{\frac{1+m}{2+m-n}} \right]. \quad (27)$$

Подставляя $\Psi'(\bar{x})$ вместо Ψ в формулу (8) и отбрасывая в ней второй член правой части, получим

$$\text{I. } \bar{E}' = 0, \quad (28)$$

$$\text{II. } \bar{E}' = \frac{(2+m-n) q_0}{2^{\frac{1-n}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} (\bar{x} + \bar{l})^{-\frac{1-n}{2+m-n}}, \quad (29)$$

$$\text{III. } \bar{E}' = \frac{(2+m-n) q_0}{2^{\frac{1-n}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \left[(\bar{x} + \bar{l})^{-\frac{1-n}{2+m-n}} - (\bar{x} - \bar{l})^{-\frac{1-n}{2+m-n}} \right]. \quad (30)$$

Наконец, для суммарного испарения и суммарной конденсации соответственно найдем

$$\text{I. } \bar{\varepsilon}'_1 = 0, \quad (31)$$

$$\text{II. } \bar{\varepsilon}'_2 = \frac{(2+m-n)^2}{1+m} \frac{q_0}{2^{\frac{1-n}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} (2\bar{l})^{\frac{1+m}{2+m-n}}, \quad (32)$$

$$\text{III. } \bar{\varepsilon}'_3 = \frac{(2+m-n)^2}{1+m} \frac{q_0}{2^{\frac{1-n}{2+m-n}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} (2\bar{l})^{\frac{1+m}{2+m-n}}. \quad (33)$$

Формулы (29), (32) и подобные им сравнительно широко применяются при расчетах испарения и связанных с ним процессов. Очевидно, что наличие горизонтального перемешивания должно вносить некоторые изменения в результаты таких расчетов. Естественно, что влияние горизонтального перемешивания наиболее существенно сказывается на локальном испарении вблизи границ испаряющей области. Что касается суммарного испарения, то для него влияние горизонтального перемешивания тем существеннее, чем меньше размеры испаряющей области. Полученные выше выражения для испарения при учете горизонтального перемешивания позволяют количественно оценить эти эффекты.

5. Поскольку все полученные результаты существенно зависят от параметров задачи m и n , остановимся прежде всего на выяснении физически правильных и практически встречающихся интервалов значений этих параметров.

В начальной стадии исследований испарения и вообще турбулентного обмена в атмосфере считалось возможным принимать коэффициент обмена и скорость ветра не зависящими от высоты [2]. В приведенных выше формулах это соответствует случаю $m = 0$, $n = 0$. Впоследствии было установлено, что эта схематизация далека от действительности. Однако и в настоящее время принято считать, что качественные особенности того или иного процесса могут быть выявлены из рассмотрения этого простейшего случая.

Физически очевидно только, что скорость ветра и коэффициент обмена у поверхности земли обращаются в нуль, а поэтому параметры m и n положительны. Из наблюдений установлено, что скорость ветра растет с высотой сравнительно медленно, так что параметр m существенно меньше единицы. Анализ соответствующих наблюдений показывает также, что коэффициент обмена растет с высотой примерно линейно, по-видимому, несколько медленнее, так что параметр n несколько меньше единицы. Если принять, что напряжение трения в турбулентном пограничном слое атмосферы постоянно по высоте, то параметры m и n оказываются связанными соотношением $m + n = 1$, которое весьма часто используется. Заметим, впрочем, что это предположение выполняется только в самом нижнем, так называемом квазистационарном приземном слое атмосферы. Выше же напряжение трения, как правило, убывает с высотой, вследствие чего $m + n < 1$. Однако и независимо от соотношения $m + n = 1$ есть все основания считать m малой величиной, а n величиной, несколько меньшей единицы.

Анализируя с этой точки зрения формулы (13) — (18) и (22) — (24), можно видеть следующее. В случае $m = 0$, $n = 0$ параметр $p = \frac{4 + m - 3n}{2(2 + m - n)}$ обращается в единицу. Совершенно неожиданным, на наш взгляд, является тот факт, что формула (22) в таком случае теряет смысл, поскольку суммарное испарение обращается в бесконечность (как и суммарная конденсация). Это показывает, что принятие скорости ветра и коэффициента турбулентного обмена не зависящими от высоты может приводить к выводам, абсурдным даже с качественной стороны. При этом важно отметить, что если ограничиться расчетами распределения концентрации водяного пара и локального испарения и не интересоваться суммарным испарением, то абсурдность результатов могла бы остаться невыявленной. Это заставляет осторожно подходить к использованию схем с постоянными по высоте скоростью ветра и коэффициентом обмена.

Полученное решение непригодно также при линейном росте коэффициента обмена с высотой ($n = 1$), что, впрочем, имеет место и для ряда задач атмосферной диффузии. При желании решение этой задачи может быть получено, если принять $k_z = x_0 + k_1 z$, как это сделано при решении некоторых других задач [3].

При дальнейшем анализе нам нужны данные об интервале значений параметра p . Из наблюдений известно, что при инверсионных условиях характерным значением m является $m = \frac{1}{4}$ при равновесных условиях $m = \frac{1}{7}$, а при конвективных условиях $m = \frac{1}{10}$. Соответственно, если принять $m + n = 1$, то для p получим значе-

ния $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{18}$ и $\frac{7}{12}$, откуда видно, что p изменяется в весьма узком интервале, а именно примерно $0,55 < p < 0,70$.¹

Сравнительный анализ начнем с рассмотрения формул (13) — (15) и соответственно (25) — (27) для интегрального адвективного потока. Эта величина представляет интерес лишь постольку, поскольку через нее выражаются величины, имеющие непосредственное практическое значение.

Функция $\Psi(\bar{x})$ так же, как и функция $\Psi'(\bar{x})$, является непрерывной при всех значениях аргумента. Целесообразно рассмотреть значения этих функций на границах испаряющей области. Значения при $\bar{x} = -\bar{l}$ даются формулами:

$$\Psi(-\bar{l}) = \frac{2^{\frac{m+n}{2}}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \frac{(2+m-n)^2}{4(1+m)} q_0 \left\{ (2\bar{l})^{2-p} e^{-2\bar{l}} [K_{1-p}(2\bar{l}) - K_{2-p}(2\bar{l})] + 2^{1-p} \Gamma(2-p) \right\},$$

$$\Psi'(-\bar{l}) = 0.$$

Любопытно, что с увеличением \bar{l} $\Psi(-\bar{l})$ не стремится к нулю, как этого можно было бы ожидать, а растет, приближаясь к постоянному значению,

$$\lim_{\bar{l} \rightarrow \infty} \Psi(-\bar{l}) = \frac{2^{\frac{m+n}{2}}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \frac{(2+m-n)^2}{4(1+m)} \Gamma\left(\frac{4+3m-n}{4+2m-2n}\right) q_0.$$

Значения при $\bar{x} = \bar{l}$ даются формулами:

$$\Psi(\bar{l}) = \frac{2^{\frac{m+n}{2}}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \frac{(2+m-n)^2}{4(1+m)} q_0 \left\{ (2\bar{l})^{2-p} e^{2\bar{l}} [K_{1-p}(2\bar{l}) + K_{2-p}(2\bar{l})] - 2^{1-p} \Gamma(2-p) \right\},$$

$$\Psi'(\bar{l}) = \frac{2^{\frac{1-n}{2+m-n}}}{\Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} \frac{(2+m-n)^2}{2(1+m)} q_0 (2\bar{l})^{\frac{1+m}{2+m-n}}.$$

Можно показать, что с ростом \bar{l} функция $\Psi(\bar{l})$ стремится к функции $\Psi'(\bar{l})$, причем обе они неограниченно возрастают. Итак, влияние горизонтального перемешивания относительно более существенно на наветренной границе испаряющей области. На подветренной границе влияние горизонтального перемешивания уменьшается с увеличением размеров испаряющей области.

Рассмотрим теперь локальное испарение. Как видно из формул (16) — (18), локальное испарение терпит разрыв на границах испаряющей области, а именно при переходе через наветренную границу испаряющей области оно меняется от $-\infty$ до $+\infty$, а при переходе через подветренную границу — от $+\infty$ до $-\infty$. Если горизонтального перемешивания не учитывать, то также получаем разрыв локального испарения, но величины скачков иные. Именно согласно формулам (28) — (30) на наветренной границе имеем скачок от 0 до $+\infty$, а на подветренной границе — от некоторой положительной величины до $-\infty$. Следовательно, наличие горизонтального перемешивания меняет характер распределения испарения над испаряющей областью: испарение убывает с удалением от наветренной гра-

¹ Для дальнейшего важно иметь в виду, что p не может принимать значения 0,50, поскольку тогда, независимо от значения m , n обращается в единицу и наше решение непригодно.

ницы, достигает в некоторой точке минимума, а дальше возрастает по мере приближения к подветренной границе. Можно показать, что значение абсциссы \bar{x} , при котором локальное испарение достигает минимума, определяется уравнением

$$(\bar{l} - \bar{x})^{-p} e^{-(\bar{l} - \bar{x})} K_p(\bar{l} - \bar{x}) - (\bar{l} + \bar{x})^{-p} e^{\bar{l} + \bar{x}} K_p(\bar{l} + \bar{x}) = 0,$$

откуда видно, что эта точка лежит гораздо ближе к подветренной границе области, нежели к наветренной.

Поскольку величина локального испарения представляет значительный интерес, то целесообразно провести сопоставление ее еще в некоторой точке, где она имеет конечное значение. В качестве такой точки возьмем середину испаряющей области $\bar{x} = 0$. Из формул (17) и (29) получаем

$$\bar{E}(0) = \frac{2^{\frac{m+n}{2}} \Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)}{2^{2(2+m-n)}} (2+m-n) q_0 \bar{l}^{1-p} [K_p(\bar{l}) \operatorname{ch} \bar{l} + K_{1-p}(\bar{l}) \operatorname{sh} \bar{l}],$$

$$\bar{E}'(0) = \frac{2^{\frac{1-n}{2+m-n}}}{\Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} (2+m-n) q_0 \bar{l}^{-\frac{1-n}{2+m-n}}.$$

Отсюда можно видеть, что при возрастании размеров испаряющей области $\bar{E}(0)$ стремится к $\bar{E}'(0)$, причем обе эти величины стремятся к нулю. Это показывает, что с ростом размеров испаряющей области влияние горизонтального перемешивания на величину испарения в центре этой области уменьшается.

Перейдем к практически наиболее важной величине — суммарному испарению. Из формул (22) и (32) вытекает, что с ростом размеров испаряющей области суммарное испарение неограниченно возрастает; то же самое имеет место, если не учитывать горизонтального перемешивания. При этом главный член в асимптотической формуле для суммарного испарения (при больших размерах испаряющей области, т. е. больших \bar{l}) совпадает с выражением для суммарного испарения без учета горизонтального перемешивания. Интересно, что разность величин суммарного испарения при учете и без учета горизонтального перемешивания, как раз и описывающая эффект горизонтального перемешивания, с ростом \bar{l} стремится к постоянной величине

$$\lim_{\bar{l} \rightarrow \infty} (\bar{\epsilon}_2 - \bar{\epsilon}_2') = \frac{2^{\frac{2(1-n)}{2+m-n}}}{\sqrt{\pi}} \frac{(2+m-n)(1-n)}{1+m} \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{4+2m-2n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-n}{2+m-n}\right)} q_0. \quad (34)$$

Положительность этой величины соответствует тому факту, что наличие горизонтального перемешивания приводит к увеличению суммарного испарения.

Сопоставление суммарной конденсации на наветренной и подветренной областях подстилающей поверхности показывает, что первая из них значительно меньше второй. В частности, с увеличением размеров испаряющей области ($\bar{l} \rightarrow \infty$) конденсация на подветренной области неограниченно возрастает, в то время как конденсация на наветренной области стремится к постоянному значению. Это постоянное значение вдвое меньше только что найденной величины $\lim_{\bar{l} \rightarrow \infty} (\bar{\epsilon}_2 - \bar{\epsilon}_2')$.

Приведенный анализ носит качественный характер, однако с помощью полученных формул в принципе могут быть произведены и количественные расчеты. Препятствием для выполнения таких расчетов является отсутствие таблиц K с требуемыми дробными индексами, обладающих необходимой точностью. В связи с этим мы ограничимся количественной оценкой величины $\lim_{\bar{l} \rightarrow \infty} (\bar{\epsilon}_2 - \bar{\epsilon}_2')$, представ-

ляющей собой наибольшее значение эффекта горизонтального перемешивания (в абсолютных величинах).

Возвращаясь в формуле (34) к первоначальным обозначениям и снова полагая $m + n = 1$, получим

$$\lim_{l \rightarrow \infty} (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) = \frac{2^{-\frac{2m}{1+2m}}}{V\pi} \frac{(1+2m)m}{1+m} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2+4m}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{1+2m}\right)} \left[\frac{u_1^2}{(1+2m)^2 k_0 k_1} \right]^{1+2m} \frac{\rho k_0 k_1 q_0}{u_1} \quad (35)$$

Отсюда при характерных значениях m будем иметь:

для инверсионных условий $\left(m = \frac{1}{4}\right)$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) = 0,11 \frac{(k_0 k_1)^{\frac{5}{6}}}{u_1^3} \rho q_0,$$

для равновесных условий $\left(m = \frac{1}{7}\right)$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) = 0,04 \frac{(k_0 k_1)^{\frac{8}{9}}}{u_1^9} \rho q_0$$

и для конвективных условий $\left(m = \frac{1}{10}\right)$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) = 0,02 \frac{(k_0 k_1)^{\frac{11}{12}}}{u_1^6} \rho q_0.$$

Для корректного сопоставления этих величин друг с другом следует учесть, что величины u_1 , k_0 и особенно k_1 существенно зависят от условий стратификации. Принимая, например, в системе MTS k_1 равным соответственно 0,05, 0,15 и 0,40 для инверсионных, равновесных и конвективных условий, а u_1 и k_0 одинаковыми для всех условий, а именно $u_1 = 2$, $k_0 = 1$, получим

$$\lim_{l \rightarrow \infty} (\varepsilon_2 - \varepsilon'_2) = \begin{cases} 0,004 \rho q_0 & \text{при } m = \frac{1}{4} \\ 0,005 \rho q_0 & \text{при } m = \frac{1}{7} \\ 0,006 \rho q_0 & \text{при } m = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Можно показать, что даже для испарителя сравнительно больших размеров (длиной 4—5 м) погрешность, вызываемая учетом горизонтального перемешивания при подсчетах суммарного испарения, имеет порядок 5%. Действительно, полагая в формуле (32) $\bar{l} = 2$ и беря те же самые значения параметров, получим соответственно

$$\varepsilon'_2 = \begin{cases} 0,081 \rho q_0 & \text{при } m = \frac{1}{4} \\ 0,106 \rho q_0 & \text{при } m = \frac{1}{7} \\ 0,181 \rho q_0 & \text{при } m = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Отсюда видно, что относительная погрешность

$$\delta = \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_2'}{\epsilon_2} \right) \bar{t} = 2$$

составляет в перечисленных случаях 6, 4 и 2%.

Тот факт, что влияние горизонтального перемешивания на испарение убывает с ростом неустойчивости стратификации, легко истолковать как следствие возрастающей относительной значимости вертикального перемешивания.

Таким образом, количественные оценки подтверждают важность учета горизонтального перемешивания при расчетах испарения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандин Л. С. и Соловейчик Р. Э. К теории испарения при учете горизонтального перемешивания. I (см. настоящий сборник).
2. Jeffreys H. Phil. Mag., (6), vol. 35, № 207, 1918.
3. Берлянд М. Е. Изменение температуры в приземном слое атмосферы и предсказание заморозков. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 1953.

О МОЩНОСТИ КОНВЕКЦИИ И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ ПРОГНОЗАХ

1. Мощность конвекции и энергия неустойчивости как характеристики атмосферной конвекции

В 1952 г. в работе [1] был предложен новый метод подсчета энергии конвективных движений — метод мощности конвекции. Под мощностью конвекции P подразумевается работа, которую совершают за единицу времени все массы, участвующие в конвективных движениях в столбе определенной высоты h с единичным поперечным сечением.

Нетрудно видеть, что мощность конвекции является более полной характеристикой конвективных движений, чем энергия неустойчивости, используемая обычно в службе погоды при прогнозировании конвекции. Прежде всего мощностью конвекции учитывается работа всех масс, участвующих в конвекции, в то время как энергия неустойчивости относится к единице массы. Далее, хотя запас энергии неустойчивости и является некоторым показателем возможной интенсивности предстоящей конвекции, однако для более полной характеристики ее нужно знать, какая часть найденного запаса в действительности превратится за прогнозируемый промежуток времени в кинетическую энергию конвективных движений. Для этого нужно знать скорость изменения кинетической энергии конвективных движений K в единицу времени t , т. е. $\frac{dK}{dt}$. Этой величиной как раз и является мощность конвекции

$$P = \frac{dK}{dt}. \quad (1)$$

Распространяя на конвекцию основные положения теории турбулентности и используя уравнение баланса кинетической энергии турбулентности (например [2], [3], а также выражение для P из работы [1]), формулу для мощности конвекции в слое $0 - h$ в достаточно общем виде можно записать так:

$$P = -g \int_0^h \eta_T (\gamma_0 - \gamma^*) \frac{dz}{T}. \quad (2)$$

Здесь g — ускорение силы тяжести, $\gamma^* = -\frac{\partial T^*}{\partial z}$, $T^* = T e^{-\frac{m}{g} \Gamma^2 z}$, T — абсолютная температура воздуха, z — высота, $m = \text{Ri}_{\text{крит}} \left(1 - \frac{\delta}{\eta_c \Gamma^2}\right)$, η_c , η_T — коэффициенты турбулентного обмена для количества движения и тепла соответственно, $\text{Ri}_{\text{крит}} = \frac{\eta_c}{\eta_T}$ — критическое значение числа Ричардсона, δ — средняя диссипация

кинетической энергии в теплоту (за единицу времени в единице объема), Γ — вертикальный градиент средней скорости ветра, e — основание натуральных логарифмов; $\gamma_0 = \lambda_{\uparrow} \gamma_{\uparrow} + \lambda_{\downarrow} \gamma_{\downarrow}$, λ_{\uparrow} , λ_{\downarrow} — некоторые коэффициенты, которыми учитывается то обстоятельство, что при конвекции подъем отдельных частиц происходит в опускающейся среде. По Д. Л. Лайхтману [1], λ_{\uparrow} , λ_{\downarrow} являются функцией коэффициента обмена η , причем $\lambda_{\uparrow} + \lambda_{\downarrow} = 1$, γ_{\uparrow} , γ_{\downarrow} — изменения температуры на единичном пути для частиц, перемещающихся вертикально соответственно вверх и вниз. Очевидно, введение коэффициентов λ_{\uparrow} , λ_{\downarrow} имеет смысл только в случаях, когда $\gamma_{\uparrow} \neq \gamma_{\downarrow}$. Это может иметь место при конвекции выше уровня конденсации, где происходит влажноадиабатический подъем ($\gamma_{\uparrow} = \gamma''$) и сухоадиабатическое опускание ($\gamma_{\downarrow} = \gamma'$) (γ' и γ'' — соответственно сухоадиабатический и влажноадиабатический градиенты).

Формула (2) позволяет учитывать все факторы, которые имеют существенное значение для конвекции. Однако в практической работе можно пользоваться более простой формулой, приняв некоторые упрощающие предположения, например те, которые обычно принимаются при определении энергии неустойчивости, а именно: $\delta = 0$, $\Gamma = 0$, $\eta_c = \eta_T = \eta$, причем $\eta(z) = \bar{\eta}$ — среднему по слою $0 - h$ коэффициенту обмена. Тогда $Ri_{\text{крит}} = 1$ и $T^* = T$, $\gamma^* = -\frac{\partial T}{\partial z}$.

Приняв далее $\gamma_{\uparrow} = \gamma_{\downarrow} = \gamma_a$, получим $\gamma_0 = \gamma_a = -\frac{\partial T_a}{\partial z}$. Здесь под γ_a подразумевается адиабатический градиент (сухо- или влажноадиабатический, в зависимости от того, ниже или выше уровня конденсации происходит перемещение частицы); T и T_a — температура на заданной высоте z в окружающей среде и в вертикально перемещающейся по адиабатическому закону частице.

Для величины T , которая стоит в знаменателе в подынтегральном выражении формулы (2), можно принять условие $T(z) = \bar{T}$ — средней по слою $0 - h$ температуре. Тогда формулу (2), отнесенную к любому слою $0 - z$ ($z < h$), можно представить в таком виде:

$$P = -\frac{g\bar{\eta}}{T} (T - T_a) \quad (3)$$

(T и T_a относятся к уровню z ; предполагается, что на уровне $z = 0$ $T - T_a = 0$).

Среднее же значение мощности конвекции по слою $0 - h$

$$\bar{P} = -\frac{g\bar{\eta}}{T} \frac{1}{h} \int_0^h (T - T_a) dz. \quad (4)$$

Эту формулу удобно сравнить с формулой энергии неустойчивости W для единицы массы, поднимающейся от уровня $z = 0$ до уровня $z = h$. Приближенно

$$W = -\frac{g}{T} \int_0^h (T - T_a) dz. \quad (5)$$

Сравнивая (4) и (5), находим зависимость между \bar{P} и W

$$\bar{P} = \frac{\bar{\eta}}{h} W. \quad (6)$$

Таким образом, средняя по слою мощность конвекции является величиной, пропорциональной энергии неустойчивости, причем коэффициент пропорциональности равен среднему по слою коэффициенту обмена $\bar{\eta}$, деленному на толщину исследуемого слоя h .

Считая, что величина \bar{P} в течение некоторого промежутка времени $t_2 - t_1$ остается постоянной, можем найти приращение кинетической энергии конвективных движений за этот промежуток времени

$$\Delta K = \bar{P}(t_2 - t_1) = \frac{\bar{\eta}}{h} W(t_2 - t_1). \quad (7)$$

Следовательно, при одной и той же величине энергии неустойчивости W в столбе одной и той же высоты h приращение кинетической энергии ΔK за один и тот же промежуток времени может быть различным в зависимости от численного значения коэффициента обмена $\bar{\eta}$. Величина этого коэффициента зависит, кроме других факторов, от шероховатости подстилающей поверхности. Например, как показали исследования М. П. Чуриновой [4], коэффициент турбулентности над холмистой местностью больше, чем над степной (равнинной). Это значит, что при одном и том же запасе энергии неустойчивости и прочих равных условиях над холмистой местностью можно ожидать большей интенсивности конвекции, чем над равнинной.

2. Применение метода мощности конвекции к прогнозу интенсивности конвекции

Из вышеизложенного вытекает вывод о целесообразности применения метода мощности конвекции к прогнозу интенсивности конвекции. Однако для этого необходимо предварительно решить следующие две задачи:

1) разработать методику определения мощности конвекции по данным аэрологических наблюдений (температурных и ветровых),

2) исследовать зависимость между мощностью конвекции (определяемой по данным утреннего зондирования) и максимальной интенсивностью конвекции в дневное время.

Мы сделали попытку решения этих задач описанными ниже способами.

При решении первой задачи мы стремились к тому, чтобы анализ состояния атмосферы с помощью мощности конвекции включал как можно большее число элементов применяемого в службе погоды метода энергии неустойчивости.

С этой точки зрения представляется целесообразным пользоваться мощностью конвекции \bar{P} , средней по слою от уровня конденсации ($z = z_{\text{кл}}$) до уровня конвекции ($z = z_{\text{кв}}$), и вычислять \bar{P} по формуле (4), измененной соответствующим образом. В рассматриваемом слое предполагается влажноадиабатическое изменение температуры в вертикально перемещающихся частицах. Поэтому можно записать $\gamma_a = \gamma'' = -\frac{\partial T''}{\partial z}$ и $T_a = T''$ (два штриха — символ влажноадиабатического процесса) и ввести в рассмотрение величину

$$\Delta \bar{T}'' = \frac{1}{z_{\text{кв}} - z_{\text{кл}}} \int_{z_{\text{кл}}}^{z_{\text{кв}}} (T - T'') dz, \quad (8)$$

которая представляет собой среднее по слою $z_{\text{кл}} - z_{\text{кв}}$ отклонение кривой стратификации от кривой состояния, т. е. влажной адиабаты. Указанные кривые (на аэрологической диаграмме) для решения поставленной задачи, очевидно, следует проводить по тем же правилам, которые обычно применяются в службе погоды при определении энергии неустойчивости с целью прогнозирования конвекции. Это же относится и к определению высоты уровня конвекции $z_{\text{кв}}$.

Дальнейшие изменения формулы (4) связаны с коэффициентом конвективного обмена $\bar{\eta}$. Определение $\bar{\eta}$ для конвекции в свободной атмосфере представляет значительные трудности, тем более в нашей задаче, где фактически рассматривается прогнозирование коэффициента обмена $\bar{\eta}$ на момент максимального развития конвекции по данным утреннего зондирования. Этот вопрос мало исследован,

По Д. Л. Лайхтману [1], величину $\bar{\eta}$ можно считать пропорциональной скорости геострофического ветра u_g . Практически вместо u_g можно пользоваться средней скоростью ветра \bar{c} по слою 500—1500 м в утренний срок. Второй величиной, определяющей $\bar{\eta}$, является мощность слоя, в котором происходит конвекция, т. е. $z_{\text{кв}} - z_0$, где z_0 — высота поверхности земли над уровнем моря. Исходя из соображений размерности, можно предположить следующую зависимость:

$$\bar{\eta} = a \bar{c} \bar{\rho} (z_{\text{кв}} - z_0), \quad (9)$$

где a — некоторый безразмерный коэффициент пропорциональности, а $\bar{\rho}$ — средняя по слою плотность воздуха.

Учитывая недостаточную точность и относительность (поскольку значение a нам неизвестно) такого метода определения $\bar{\eta}$, изменениями во времени величин \bar{T} и \bar{r} можно пренебречь, а также положить $\frac{a g \bar{\rho}}{\bar{T}} = 1$ при измерении \bar{c} в м/сек. и $z_{\text{кв}} - z_0 = z'_{\text{кв}}$ в километрах. Тогда получим следующую рабочую формулу для определения мощности конвекции:

$$\bar{P} = - \bar{c} z'_{\text{кв}} \Delta \bar{T}'' . \quad (10)$$

Это решение первой задачи.

Для решения второй задачи мы использовали результаты серийных самолетных зондирований и шаропилотных наблюдений, которые производились под руководством Е. С. Селезневой Главной геофизической обсерваторией в летние месяцы 1946, 1947 и 1948 гг. в дни с кучевой облачностью (результаты наблюдений за 1946 и 1947 гг. опубликованы в Трудах ГГО, вып. 7 (69), 13 (75), 1948), а также наблюдения метеорологической станции и синоптические карты. Мы обработали наблюдения за 47 дней с внутримассовой конвективной облачностью. За каждый день по данным утреннего зондирования вычислялись значения \bar{P} по формуле (10) (при этом наземная температура и уровень конденсации, брались из серии наблюдений), а также средняя относительная влажность \bar{r} по слою $z_{\text{кв}} - z_{\text{кд}}$.

Что касается интенсивности конвекции i , то качественным ее показателем принималась погода в момент максимального развития конвекции (количество и форма конвективных облаков, ливни, грозы над пунктом или вблизи него в той же воздушной массе). Эта погода зашифровывалась условными значками, подобными тем, которые наносятся на синоптическую карту.

По данным \bar{P} и \bar{r} мы построили диаграмму интенсивности конвекции, откладывая по оси абсцисс $\lg \bar{P}$, а по оси ординат \bar{r} . В точке с координатами $(\lg \bar{P}, \bar{r})$ наносился соответствующий значок погоды за каждый день.

При рассмотрении диаграммы оказалось возможным выделить на ней три области соответственно трем степеням интенсивности конвекции i :

- $i = 1$ — слабая конвекция (0—10 баллов Cu hum, Cu simpl,
1—3 балла Cu com, Cu cong),
- $i = 2$ — умеренная конвекция (8—10 баллов Cu hum, Cu simpl,
1—10 баллов Cu com, Cu cong, 1—3 балла Cb),
- $i = 3$ — сильная конвекция (1—10 баллов Cb, ливни, грозы).

Вхождение в одну и ту же градацию i облаков различной мощности отражает ту особенность развития конвекции, что при одном и том же значении \bar{P} может наблюдаться как большое количество облаков малой мощности, так и малое количество мощных облаков. При прогнозировании облачности это обстоятельство не должно вносить неопределенности, поскольку синоптик располагает возможностями определять максимальную мощность облаков по данным вертикального зондирования.

Диаграмма интенсивности конвекции с двумя демаркационными диниями, от-

деляющими области с различными значениями i , может служить для целей прогнозирования конвекции, так как она по данным $\lg \bar{P}$ и \bar{r} позволяет определить i .

Возможность четкого разграничения областей с различной интенсивностью конвекции может служить критерием для оценки точности, а следовательно, и практической пригодности диаграммы к прогнозу конвекции. Мы проводили демаркационные линии так, чтобы число точек, попавших не в свою область, было минимальным. Количество таких точек D , выраженное в процентах от общего числа нанесенных на диаграмму точек, можно рассматривать как вероятность ошибки прогнозирования интенсивности конвекции с помощью диаграммы. Для нашей диаграммы оказалось $D = 9\%$ (или оправдываемость прогноза равна 91%). Подобная диаграмма, построенная для энергии неустойчивости W , дала $D = 25\%$, т. е. почти в три раза большую ошибку прогнозирования. Это приводит к заключению, что применение метода мощности конвекции значительно повышает точность прогноза конвекции.

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. Д. Л. Лайхтману, под руководством которого выполнена данная работа, и доц. Е. С. Селезневой, предоставившей экспериментальный материал для выполнения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. К вопросу о мощности конвекции в атмосфере. Труды ГГО, вып. 37 (99) 1952.
2. Лайхтман Д. Л., Чудновский А. Ф. Физика приземного слоя атмосферы. Гостехиздат, М., 1949.
3. Обухов А. М. Турбулентность в температурно-неоднородной атмосфере. Труды Института теорет. геофиз., № 1, 1946.
4. Чуринова М. П. Опыт вычисления коэффициента турбулентности в различных пунктах по шаропилотным наблюдениям. Труды ГГО, вып. 28 (90), 1951.

УЧЕТ РАЗЛИЧИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЛАЖНОСТИ В ЗАДАЧЕ О СОВМЕСТНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Коэффициент турбулентности является важной метеорологической характеристикой. Величина коэффициента турбулентности в каждый момент времени, как об этом свидетельствуют опытные данные, одинакова для всех субстанций, но большинство расчетов в метеорологии производится для средних величин: среднесуточных, среднечасовых, среднемесячных и т. д. В зависимости от периода осреднения величина коэффициента турбулентности для различных субстанций может быть различна. Для того чтобы подробнее остановиться на этом вопросе, уравнение молекулярной диффузии складывают с уравнением неразрывности

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} + w \frac{\partial s}{\partial z} &= \nu \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} s \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial \rho u s}{\partial x} + \frac{\partial \rho v s}{\partial y} + \frac{\partial \rho w s}{\partial z} = \rho \nu \frac{\partial^2 s}{\partial z^2}.$$

Это уравнение справедливо для мгновенных значений входящих в него величин, которые можно представить как средние за определенный период, в течение которого эта средняя величина не меняется, и отклонение от среднего, или пульсацию [1],

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad s = \bar{s} + s'.$$

Если эти величины подставить в уравнение и осреднить для промежутка времени, достаточно большого для того, чтобы пульсации обратились в нуль, но достаточно малого для того, чтобы средние величины не менялись в течение этого промежутка времени (например, за 1 час), то уравнение (1) примет вид

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{w' s'} = \nu \frac{\partial^2 \bar{s}}{\partial z^2},$$

так как по определению осреднения

$$\overline{\bar{u} s} = \frac{1}{\tau} \int_{t-\frac{\tau}{2}}^{t+\frac{\tau}{2}} \bar{u} s dt = \bar{u} \bar{s}.$$

При этом принималось, что плотность воздуха постоянна, средняя скорость вертикальных движений равна нулю и вертикальный перенос обусловлен только

пульсациями, $v = 0$, так как ось x направлена вдоль ветра, поток, вызванный пульсациями горизонтальной скорости, значительно меньше направленного потока

$$\frac{\partial}{\partial x} \overline{u's'} \approx 0.$$

Если считать, что пульсации на определенном уровне вызываются вихревым переносом с другого уровня, т. е.

$$s'_{\downarrow} = l \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}, \quad s'_{\uparrow} = -l \frac{\partial \bar{s}}{\partial z},$$

то

$$\overline{w's'} = -\overline{w'l \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}},$$

где w' — вертикальная скорость пульсаций по абсолютной величине.

Тогда

$$\overline{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} (v + l\overline{w'}) \frac{\partial \bar{s}}{\partial z},$$

или

$$\overline{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} k \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}.$$

В таком виде уравнение справедливо для величин, осредненных за такой период времени, в течение которого \overline{u} и \bar{s} остаются неизменными.

При осреднении за большой промежуток времени (например, сутки), в течение которого \bar{s} меняется, получают

$$\frac{1}{\vartheta} \int_{t-\frac{\vartheta}{2}}^{t+\frac{\vartheta}{2}} \overline{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} dt = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\vartheta} \int_{t-\frac{\vartheta}{2}}^{t+\frac{\vartheta}{2}} k(z, t) \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} dt,$$

$$\overline{\overline{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x}} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\vartheta} \int_{t-\frac{\vartheta}{2}}^{t+\frac{\vartheta}{2}} k(z) \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} dt,$$

где величины с двойной чертой сверху означают осреднение за сутки.

Это уравнение может быть представлено в виде

$$\overline{\overline{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x}} = \frac{\partial}{\partial z} \tilde{k} \frac{\partial \bar{s}}{\partial z},$$

где

$$\tilde{k} = \frac{\frac{1}{\vartheta} \int_{t-\frac{\vartheta}{2}}^{t+\frac{\vartheta}{2}} k \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} dt}{\frac{\partial \bar{s}}{\partial z}}.$$

Таким образом, для того чтобы уравнением можно было пользоваться для среднесуточных значений, необходимо под k понимать средневзвешенное значение \tilde{k} [2]. Эти значения коэффициента турбулентности будут неодинаковы для различных субстанций, так как градиенты средней величины неодинаково меняются

по времени. Расчеты, произведенные на основании материалов Пахта-Аральской экспедиции, показывают, что средневзвешенные значения коэффициента турбулентности в оазисе для температуры \tilde{k}_T за 8 суток равны $0,03 \text{ м}^2/\text{сек.}$, а для влажности \tilde{k}_e составляют $0,07 \text{ м}^2/\text{сек.}$ Это получилось потому, что распределение температуры было инверсионным и максимальные градиенты наблюдались ночью, когда коэффициент турбулентности мал, а потому и средний турбулентный перенос тепла за сутки был невелик, что соответствует малым значениям средневзвешенного \tilde{k}_T .

Распределение градиента влажности в течение суток было обратным температурному, и большим градиентам днем соответствовал больший коэффициент турбулентности, что привело к повышению среднего за сутки потока влажности и, следовательно, к увеличению \tilde{k}_e .

Принимая во внимание результаты этих расчетов, мы сделали попытку учесть различие полученных коэффициентов турбулентности для температуры и влажности в решении задачи о совместной трансформации температуры и влажности воздуха под влиянием орошения.

Постановка задачи и метод решения те же, что и в работе [3], только в данной работе коэффициент турбулентности для переноса водяного пара k_e отличается от коэффициента турбулентности для переноса тепла k_T на постоянную величину: $k_e = \sigma k_T$.

Кроме того, в данной работе принимается тоже степенное распределение ветра и коэффициента турбулентности

$$u = u_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^v, \quad k = k_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^{1-\varepsilon},$$

но

$$v \neq \varepsilon.$$

Исходные уравнения и краевые условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial z} k_T \frac{\partial \tau}{\partial z} \\ u \frac{\partial \chi}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial z} k_e \frac{\partial \chi}{\partial z} \end{aligned} \right\}$$

при следующих краевых условиях:

$$z = 0$$

$$\chi - \frac{dq}{dt} \Big|_{T=T'} = \tau = \varphi_0,$$

$$-k_T \rho c_p \frac{\partial \tau}{\partial z} - k_e \rho L \frac{\partial \chi}{\partial z} + 4\beta \sigma T^{13} \tau = F_0,$$

$$z = \infty$$

$$\tau(x, z) = 0,$$

$$\chi(x, z) = 0,$$

$$x = 0$$

$$\tau(x, z) = 0,$$

$$\chi(x, z) = 0,$$

где

$$\tau = T - T', \quad \chi = q - q'.$$

Решение для разности температур между оазисом и неорошаемым участком τ и разности влажности x будет иметь вид:

$$\tau(z, x) = -\frac{\varphi_0}{\alpha + \beta} P\left(\frac{\zeta^2}{2\xi}, 2n\right) + \left[\frac{F_0}{\mu} + \frac{\varphi_0}{\alpha + \beta}\right] E\left(\frac{\zeta^2}{2\xi}, \bar{y}\right),$$

$$x(z, x) = \frac{\varphi_0}{1 + \frac{\alpha}{\beta}} P\left(\frac{\zeta^2}{2\xi}, 2n\right) + \alpha \left[\frac{F_0}{\mu} + \frac{\varphi_0}{\alpha + \beta}\right] E\left(\frac{\zeta^2}{2\xi}, \bar{y}\right),$$

где

$$\beta = \frac{c_p}{L\sigma^{1-n}}, \quad \sigma = \frac{k_e}{k_T}, \quad n = \frac{\varepsilon}{1 + \nu + \varepsilon}, \quad \zeta = \frac{2}{1 + \nu + \varepsilon} \left(\frac{z}{z_1}\right)^{\frac{1 + \nu + \varepsilon}{2}},$$

$$\bar{y} = \frac{\xi^n}{R^2}, \quad R^2 = \frac{\Gamma(1-n)(c_p + \alpha\beta)a}{\mu}.$$

Остальные обозначения те же, что в работе [3].

Сравнение результатов расчетов, произведенных по этим формулам, с расчетами по формулам работы [3] показало, что если ввести различия коэффициентов турбулентности для переноса тепла и влаги, принимая коэффициент для переноса влаги неизменным, то по мере уменьшения коэффициента для переноса тепла влияние оазиса на температуру будет распространяться до меньших высот, но в нижних слоях результат этого влияния будет значительнее, так как распределение температуры в оазисе инверсионное и из-за уменьшения перемешивания нижние слои окажутся холоднее, а верхние теплее, чем в первом случае.

Понижение температуры у подстилающей поверхности повлечет за собой уменьшение максимальной упругости насыщения, а следовательно, уменьшение градиента влажности. Вследствие этого испарение несколько понизится.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л., Чудновский А. Ф. Физика приземного слоя атмосферы. Гидрометеоздат, Л., 1949.
2. Лайхтман Д. Л. О физических принципах нормирования орошения. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1955.
3. Лайхтман Д. Л. О соотношении коэффициентов турбулентности для различных субстанций. Труды ГГО, вып. 39 (101), 1953.

К ВОПРОСУ О КОНДЕНСАЦИИ ПРИ СМЕШЕНИИ ДВУХ ВОЗДУШНЫХ МАСС

Обычно конденсация водяного пара начинается при условии, если относительная влажность равна 100%.

Как известно, состояние насыщения и последующая конденсация могут быть достигнуты при следующих процессах:

- 1) относительная влажность увеличивается за счет испарения;
- 2) относительная влажность растет вследствие охлаждения воздушной массы;
- 3) увеличение относительной влажности происходит благодаря смешению различных воздушных масс.

При смешении двух масс воздуха различной температуры относительная влажность смеси получается более высокой, чем средняя (арифметическая) относительная влажность смешивающихся масс. В некоторых случаях это может привести к конденсации водяного пара.

Известно, что на основании зависимости упругости насыщенного водяного пара от температуры можно определить состояние смеси двух воздушных масс (рис. 1). Если исходное состояние двух различных воздушных масс изобразить на этом графике точками *A* и *B*, то состояние смеси даст нам точка, лежащая на прямой *AB*.

Положение этой точки зависит от относительного количества смешивающихся масс и определяется как их центр тяжести. На рис. 1 точка *C* дает состояние смеси для случая, когда массы смешиваются в равных количествах.

Интересно рассмотреть процесс смешения для случая, когда воздушные массы смешиваются в неизвестных пропорциях.

Целью данной работы и является исследование изменений температуры и влажности, а главное, возможности возникновения конденсации при таком смешении.

Для выяснения качественной стороны механизма перемешивания рассмотрим задачу в наиболее простой постановке.

Положим, что:

- 1) процесс происходит адиабатически,
- 2) приток водяного пара извне отсутствует,
- 3) коэффициент турбулентности постоянный,
- 4) температура и влажность по горизонтали не меняются,

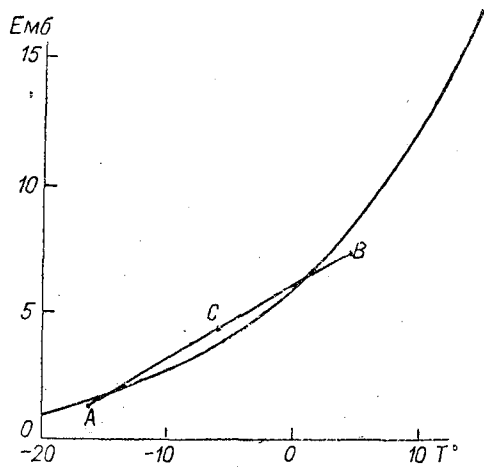


Рис. 1.

б) поверхность раздела между двумя воздушными массами в начальный момент проходит горизонтально на уровне $z = 0$.

Таким образом, наклон поверхности раздела мы не учитываем. Это предположение допустимо, так как для изучения локальных процессов разность высот не существенна.

Более общее решение задачи не представляет принципиальных трудностей и связано с несколько более громоздкими математическими выкладками.

Исходным уравнением как для температуры, так и для влажности будет

$$\frac{\partial S}{\partial t} = k \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где S — температура или влажность, k — коэффициент турбулентности, t — время, z — высота.

Будем искать решение, удовлетворяющее следующим условиям: при $t = 0$ $S = \Phi(z)$; для всех $t > 0$ функция S во всем пространстве конечна, непрерывна и непрерывно дифференцируема.

Полагаем, что температура с высотой меняется по линейному закону, а именно:

$$\text{при } t = 0 \quad \left. \begin{aligned} T &= T_2 - \gamma_2 z && \text{для } z > 0, \\ T &= T_1 - \gamma_1 z && \text{для } z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь T_2 и T_1 — соответствующие температуры воздушных масс по границе их раздела, γ_2 и γ_1 — вертикальные градиенты температуры.

Относительная влажность r в каждой воздушной массе постоянна по высоте, т. е.

$$\text{при } t = 0 \quad r(z) = \frac{a}{a_n} = \text{const}, \quad (3)$$

где a — абсолютная влажность воздуха, a_n — насыщающая абсолютная влажность при данной температуре.

Логарифмируем и дифференцируем (3), тогда

$$\beta = \frac{da}{dz} = \frac{a}{a_n} \frac{da_n}{dT} \frac{dT}{dz} = r \gamma \frac{da_n}{dT}.$$

Величина $\frac{da_n}{dT}$ мало меняется с высотой, поэтому для данной воздушной массы будем считать ее постоянной. Тогда для выполнения условия (3) абсолютная влажность воздуха должна меняться с высотой следующим образом:

$$\text{при } t = 0 \quad \left. \begin{aligned} a &= a_2 - \beta_2 z && \text{для } z > 0 \\ a &= a_1 - \beta_1 z && \text{для } z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Решение поставленной задачи проводится методом Фурье. Оно известно¹ и имеет вид

$$S = \frac{1}{2\sqrt{k\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\alpha) e^{-\frac{(\alpha-z)^2}{4kt}} d\alpha. \quad (5)$$

Проведем преобразование выражения (5) для случая, когда величина S представляет собой температуру. В этом случае

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\alpha) &= T_2 - \gamma_2 \alpha && \text{для } z > 0 \\ \Phi(\alpha) &= T_1 - \gamma_1 \alpha && \text{для } z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

¹ Франк Ф. и Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. Изд. Общетехнической литературы, 1937.

Учитывая равенства (6), решение (5) для температуры можно записать

$$T = \frac{1}{2\sqrt{k\pi t}} \int_0^{\infty} (T_2 - \gamma_2 \alpha) e^{-\frac{(\alpha-z)^2}{4kt}} d\alpha + \frac{1}{2\sqrt{k\pi t}} \int_{-\infty}^0 (T_1 - \gamma_1 \alpha) e^{-\frac{(\alpha-z)^2}{4kt}} d\alpha, \quad (7)$$

Пусть

$$\frac{\alpha - z}{2\sqrt{kt}} = -\sigma, \quad (8)$$

тогда после некоторых преобразований уравнение (7) запишется

$$T = \frac{T_2 + T_1}{2} + [(T_2 - T_1) - z(\gamma_2 - \gamma_1)] \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{z}{2\sqrt{kt}}} e^{-\sigma^2} d\sigma - \frac{z(\gamma_2 + \gamma_1)}{2} - \sqrt{kt}(\gamma_2 - \gamma_1) e^{-\frac{z^2}{4kt}}. \quad (9)$$

Если решение (5) использовать для определения влажности, то тогда:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\alpha) &= a_2 - \beta_2 \alpha && \text{для } z > 0 \\ \Phi(\alpha) &= a_1 - \beta_1 \alpha && \text{для } z < 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Проведя аналогичные преобразования, получим следующую расчетную формулу для определения влажности:

$$a = \frac{a_2 + a_1}{2} + [(a_2 - a_1) - z(\beta_2 - \beta_1)] \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{z}{2\sqrt{kt}}} e^{-\sigma^2} d\sigma - \frac{z(\beta_2 + \beta_1)}{2} - \sqrt{kt}(\beta_2 - \beta_1) e^{-\frac{z^2}{4kt}}. \quad (11)$$

Полученные формулы (9) и (11) позволяют определить температуру и влажность на данной высоте через любой промежуток времени после начала смешения воздушных масс в зависимости от их начальных свойств и величины коэффициента турбулентности. По найденной температуре определяется насыщающая влажность a_n и сравнивается с полученным значением влажности a . Если насыщающая влажность окажется равной или меньше вычисленной для тех же условий, то можно ожидать конденсацию, величина которой определяется разностью $(a - a_n)$.

Таким образом, полученные нами формулы можно применить для определения начала возникновения туманов и облаков, что представляет большой практический интерес.

Известно, что при конденсации водяного пара выделяется скрытая теплота парообразования, которая приводит к повышению температуры воздушной массы, а следовательно, к уменьшению относительной влажности или количества выделившейся влаги.

Влияние скрытой теплоты конденсации учитывалось в нашей задаче введением эквивалентной температуры T_s . Такой способ был предложен Д. Л. Лайхтманом.

В случае конденсации уравнения турбулентной диффузии для температуры и удельной влажности q можно записать

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{L}{c_p} Q(z, t), \quad (12)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = k \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} - Q(z, t), \quad (13)$$

где L — скрытая теплота конденсации, c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении, $Q(z, t)$ — количество водяного пара, которое конденсируется в единице массы за единицу времени.

Если умножить (13) на $\frac{L}{c_p}$ и сложить с (12), то можно получить

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(T + \frac{L}{c_p} q \right) = k \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(T + \frac{L}{c_p} q \right)$$

или

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_3}{\partial z^2}. \quad (14)$$

Решение (14) проводится подобно тому, как это было сделано для температуры. Тогда для расчета эквивалентной температуры имеем

$$T_3 = \frac{T_{23} + T_{13}}{2} + [(T_{23} - T_{13}) - z(\eta_2 - \eta_1)] \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{z}{2\sqrt{kt}}} e^{-\sigma^2} d\sigma - \frac{z(\eta_2 + \eta_1)}{2} - \sqrt{kt}(\eta_2 - \eta_1) e^{-\frac{z^2}{4kt}}. \quad (15)$$

T_{13} и T_{23} — эквивалентные температуры на границе раздела соответственно в холодной и теплой воздушной массе, η_1 и η_2 — вертикальные градиенты эквивалентной температуры до начала смешения.

Градиент эквивалентной температуры рассчитывается по формуле

$$\eta = \frac{dT}{dz} \left(1 + 1,543 r \frac{dE}{dT} \right), \quad (16)$$

которая получена из выражения для эквивалентной температуры.

Здесь E — упругость насыщенного водяного пара.

Теплоту конденсации учитываем следующим образом:

1. Используя формулы (9) и (11), определяем, будет ли конденсация.
2. Если конденсация возможна, то по формуле (15) рассчитываем эквивалентную температуру.

3. Зная эквивалентную температуру, находим величину насыщающей абсолютной влажности. Для определения последней можно воспользоваться графиком, по оси абсцисс которого отложены значения эквивалентной температуры, а по оси ординат — насыщенная влажность. Общий вид такого графика представлен на рис. 2.

4. Вычисляем разность между полученным по формуле (11) значением абсолютной влажности и насыщающей абсолютной влажностью, определенной по эквивалентной температуре. Эта разность даст нам количество водяного пара, которое выделится при конденсации.

На основании полученных формул были проведены расчеты температуры, влажности и величины выделившегося водяного пара на различных высотах и через определенные промежутки времени после начала смешения.

При определении температуры мы полагали, что температурные градиенты в теплой и холодной воздушных массах одинаковы и равны $0,6^\circ/100$ м. Тогда формула (9) примет вид

$$T = \frac{T_2 + T_1}{2} + \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{z}{2\sqrt{kt}}} e^{-\sigma^2} d\sigma - \gamma z.$$

Расчитанные значения температуры, влажности и величины скопированной влаги

z м	100														
	20					50									
	0,5	1	5	10	24	0,5	1	5	10	24					
t час,											0,5	1	5	10	24
T ₀ °	2,49	1,74	0,72	0,47	0,26	5,65	4,14	1,78	1,18	0,66	8,44	7,01	3,42	2,30	1,30
T°	3,52	2,80	1,59	1,01	0,61	6,40	4,99	2,60	1,81	1,00	8,60	7,41	4,08	2,90	1,61
a г/м ³	6,52	6,22	5,68	5,46	5,13	7,61	6,93	6,04	5,70	5,26	8,53	8,00	6,58	6,07	5,46
Δa ₀ г/м ³	0,75	0,75	0,57	0,45	0,18	0,50	0,50	0,55	0,42	0,17	0,02	0,23	0,45	0,38	0,14
Δa г/м ³	0,85	0,35	0,26	0,23	0,07	0,16	0,15	0,24	0,20	0,04	—	0,03	0,18	0,15	0,03

z м	-100														
	-20					-50									
	0,5	1	5	10	24	0,5	1	5	10	24					
t час,											0,5	1	5	10	24
T ₀ °	-2,49	-1,74	-0,72	-0,47	-0,26	-5,65	-4,14	-1,78	-1,18	-0,66	-8,44	-7,01	-3,42	-2,30	-1,30
T°	-1,36	-0,66	0,18	0,21	0,09	-4,89	-3,23	-0,91	-0,50	-0,29	-8,21	-6,54	-2,69	-1,68	-0,93
a г/м ³	4,81	5,03	5,20	5,15	4,96	3,71	4,20	4,83	4,91	4,83	2,75	3,20	4,28	4,53	4,62
Δa ₀ г/м ³	0,72	0,72	0,58	0,45	0,18	0,45	0,56	0,54	0,43	0,18	0,09	0,25	0,46	0,38	0,18
Δa г/м ³	0,38	0,39	0,27	0,23	0,07	0,26	0,32	0,29	0,22	0,07	0,04	0,15	0,25	0,19	0,06

Вертикальные градиенты влажности и эквивалентной температуры принимались постоянными для каждой воздушной массы и определялись на основании температуры, которая была на границе раздела до начала перемешивания.

При расчетах брались различные контрасты температур и высокие относительные влажности.

Из проведенных расчетов следует, что при смешении воздушных масс количество сконденсированной влаги в ряде случаев может оказаться достаточным для образования облаков и тумана.

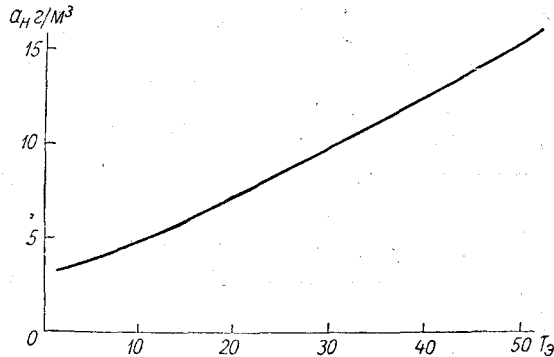


Рис. 2.

При контрастах температур в 10° количество выделившегося водяного пара составляет примерно $0,05 \text{ г/м}^3$. Эта величина может привести к возникновению облака или тумана при низких отрицательных температурах или играть роль добавочного фактора в их образовании при положительных температурах.

В случае контрастов температур в 20° и высокой относительной влажности процесс смешения может привести к возникновению облака или тумана без каких-либо других процессов, так как сконденсированный водяной пар может иметь величину порядка $0,5 \text{ г/м}^3$.

Следует заметить, что именно этим процессом смешения воздушных масс П. А. Молчанов объяснял происхождение облаков слоистого типа.

В качестве примера приводится табл. 1, в которой дается температура, влажность и величина конденсации для высот 20, 50, 100, -20 , -50 , -100 м в различные моменты времени после начала смешения. В этой таблице T_0 , Δa_0 — температура и количество сконденсированного водяного пара без учета скрытой теплоты конденсации; значения T и Δa получены с учетом теплоты парообразования.

Таблица 1 рассчитана для случая, когда на границе раздела в начальный момент времени температура холодной воздушной массы равна -10° , теплой $+10^\circ$. Относительная влажность воздушных масс принималась равной 98% , коэффициент турбулентности $1 \text{ м}^2/\text{сек}$.

О ВЕЛИЧИНАХ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ НАД ВОДОЕМАМИ

В ряде практических задач необходимы данные по коэффициенту турбулентного перемешивания над водными поверхностями. К ним следует отнести прежде всего вопросы определения испарения, оценок трансформации воздушных масс, расчетов изменения скоростей ветра и другие. Однако сведения о реальных величинах коэффициента турбулентности на водоемах весьма ограниченные, можно сказать, что практически вообще отсутствуют. В известных работах по расчетам испарения при использовании законов турбулентной диффузии обычно считают, что эти законы аналогичны как для поверхности суши, так и для водной поверхности. Более часто при таких расчетах используют эмпирические коэффициенты, полученные при эпизодических инструментальных измерениях.

В данной работе рассматривается более частная задача — проводится оценка коэффициента турбулентности на небольших водных пространствах, имеющих протяженность десятки — сотни километров. Можно сказать, что для водоемов таких размеров этот вопрос совсем не решался, несмотря на крайнюю важность его при расчетах испарения.

В работе [1] приведены некоторые предварительные сведения о возможных величинах коэффициента турбулентности на небольших водоемах (показано, что эти величины имеют порядок $\frac{k_1}{u_1} = 0,01$), полученные как при использовании полуэмпирической теории турбулентности, так и на основании законов трансформации воздушных масс. Здесь это направление будет развито несколько больше. Уместно повторить исходные позиции используемого метода. Как известно, скорость изменения свойств (трансформация) воздушной массы при переходе с одной подстилающей поверхности на другую зависит от температуры „новой“ подстилающей поверхности, от скорости движения и расстояния от края, а также от интенсивности вертикального турбулентного перемешивания. На основании полученного в работе [2] решения относительное изменение температуры или влажности воздуха выражается через $F\left(\frac{1}{L}, 2p\right)$ следующим образом:

$$\frac{T_{x,z} - T'_z}{T_0 - T'_z} = F\left(\frac{1}{L}, 2p\right), \quad \frac{q_{x,z} - q'_z}{q_0 - q'_z} = F\left(\frac{1}{L}, 2p\right) \quad (1)$$

Здесь $T_{x,z}$ и $q_{x,z}$ — температура и влажность воздуха на высоте z после трансформации над поверхностью, имеющей температуру T_0 , на расстоянии x от края, T' и q' — начальная температура и влажность, $p = \frac{n}{1+2n}$, где n — показа-

тель степени в простом степенном законе для изменения ветра,

$$L = \frac{1}{2(1-2p)^2} \frac{k_1}{u_1} \frac{x}{z^{1-2p}}, \quad (2)$$

где u_1 — скорость ветра, k_1 — величина коэффициента турбулентности.

Функция $F\left(\frac{1}{L}, 2p\right)$ вычисляется по таблицам и, кроме того, в работах [3, 6, 7] дан график, связывающий $\frac{T_{x,z} - T'_z}{T_0 - T'_z}$ с L .

Следовательно, выражение (1) можно использовать для определения коэффициента турбулентности на водоемах при наличии экспериментальных данных по трансформации температуры или влажности. Некоторые оценки такого рода изложены в работах [1] и [7].

Выражение (1) получено в предположении о неизменности температуры подстилающей поверхности от края до расстояния x и изотермии в воздухе при $x = 0$. Однако такое предположение не всегда может иметь место и, как правило, на небольших водоемах температура воды в прибрежной полосе заметно отличается от температуры в открытой части. М. П. Тимофеев [3] показал, что решение (1) существенно изменится, если принимать температуру подстилающей поверхности не постоянной, а меняющейся. При этом рассматривались два случая: 1) температура поверхности меняется в направлении ветра линейно на расстоянии x , т. е. $T(x) = T(0) + \gamma x$, и 2) температура поверхности меняется по параболе (что часто имеет место на небольших водоемах).

Аналогичные условия приняты и для изменения влажности по поверхности. Введение этих предположений существенно меняет выражения (1) и приводит к следующим значениям их (соответственно для двух принятых условий) для небольших высот (2—3 м) и расстояний x свыше 1 км, когда без больших погрешностей правую часть полученных выражений можно ограничить двумя первыми членами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{x,z} - T'_z}{T_0(0) - T'_z} &= \left[1 + \frac{\gamma x}{T_0(0) - T'_z} \right] F\left(\frac{1}{L}, 2p\right) \\ \frac{q_{x,z} - q'_z}{q_0(0) - q'_z} &= \left[1 + \frac{axq_0(0)}{q_0(0) - q'_z} \right] F\left(\frac{1}{L}, 2p\right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

при

$$a = \frac{17,1\gamma}{235 + T_0(0)},$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{x,z} - T'_z}{T_0(0) - T'_z} &= \left[1 + \frac{\alpha \left(\frac{x}{l}\right)^2 - \alpha \frac{x}{l}}{T_0(0) - T'_z} \right] F\left(\frac{1}{L}, 2p\right) \\ \frac{q_{x,z} - q'_z}{q_0(0) - q'_z} &= \left[1 + \frac{\beta \left(\frac{x}{l}\right)^2 - \beta \frac{x}{l}}{q_0(0) - q'_z} \right] F\left(\frac{1}{L}, 2p\right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

при

$$\alpha = 4 [T_0(0) - T_M],$$

$$\beta = \frac{17,1\alpha q_0(0)}{235 + T_0(0)}.$$

Здесь T_M — температура в вершине параболы, $\frac{l}{2}$ — расстояние от вершины параболы до края.

Полученные выражения означают, что функция $F\left(\frac{1}{L}, 2p\right)$, данная выражениями (1), при учете горизонтального температурного градиента по поверхности водоема будет отличаться в большую или меньшую сторону в зависимости от знака градиента, иными словами, температурная неоднородность подстилающей поверхности может существенно менять величину трансформации свойств воздушной массы и пренебрегать этим нельзя. Для примера приведем некоторые значения поправочных множителей к $F\left(\frac{1}{L}, 2p\right)$ при различных исходных величинах в выражениях (3)

а) для изменения температуры:

при $T_0 - T' = + 2^\circ$	$\gamma = 0,1$ град/км,	$x = 1$ км,	поправка 1,05
		$x = 5$ км,	" 1,25
	$\gamma = 1$ град/км	$x = 1$ км,	" 1,50
		$x = 5$ км,	" 3,50

При большем начальном скачке температуры поправочный множитель увеличивается;

б) для изменения влажности:

при $q_0 - q' = 15$ мб	$\gamma = 0,1$ град/км,	$x = 1$ км,	поправка 1,01
		$x = 5$ км,	" 1,04
	$\gamma = 1$ град/км	$x = 1$ км,	" 1,08
		$x = 5$ км,	" 1,39

Существенно отметить, что поправка для относительного изменения температуры и влажности будет различной при одном и том же горизонтальном температурном градиенте; это говорит о различном влиянии температурной неоднородности на трансформацию температуры и влажности воздуха.

При расчетах коэффициента турбулентности по данным о трансформации воздушных масс не менее существенным должен быть вопрос об оценке погрешности расчета. К этому можно подойти, рассматривая принимаемые для расчета выражения. Из (1) и (2) видно, что ошибки расчета $\frac{k_1}{u_1}$ будут определяться ошибками расчета величины L . Относительную погрешность этой величины $\frac{dL}{L}$ можно определить, используя выражение (1), а также имея в виду, что $F\left(\frac{1}{L}, 2p\right)$, являясь неполной Г-функцией, имеет вид

$$F\left(\frac{1}{L}, 2p\right) = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_{\frac{1}{2L}}^{\infty} e^{-\sigma} \sigma^{p-1} d\sigma. \quad (5)$$

Тогда из (5)

$$\frac{dL}{L} = 2^p \Gamma(p) L^p e^{\frac{1}{2L}} dF = F(L) dF, \quad (6)$$

а из (1)

$$dF = d\left(\frac{T - T'}{T_0 - T'}\right). \quad (7)$$

На основании (6) и (7) относительная погрешность в определении L , а следовательно и в расчете $\frac{k_1}{u_1}$, будет зависеть в основном от измеряемых значений разностей температуры или влажности, а также от характерных величин L и p . В табл. 1 приведены расчеты $\frac{dL}{L}$ (отдельно для $F(L)$ и dF) для различных значений определяющих параметров. Эти данные показывают следующее:

1. $\frac{dL}{L}$ наиболее велико при малых разностях между влажностью или температурой подстилающей поверхности и набегающего воздуха и при $(T_0 - T') < 5^\circ$ может составлять 100% и более.

2. Наименьшая ошибка в $\frac{k_1}{u_1}$ будет при L от 5 до 50, при больших или меньших значениях L $\frac{dL}{L}$ увеличивается.

3. Существенное значение имеет характер изменения вертикальных профилей: изменение p от 0,07 до 0,15 меняет в 1,5—2 раза $F(L)$ независимо от величины L .

Таблица 1

Значения $F(L)$

Значения dF
при $d(T_x - T') = d(T_0 - T') = 0,2$

p	L						$T_0 - T'$	$T_x - T'$				
	1	5	10	50	100	200		0,2	0,5	1	5	10
0,10	16,8	11,5	13,5	15,2	16,3	17,5	2	0,110	0,125	0,150	—	—
0,15	11,4	7,9	10,2	12,6	13,9	15,4	5	0,042	0,044	0,048	0,090	—
0,07	23,9	16,2	17,9	19,0	20,1	21,1	10	0,020	0,021	0,022	0,030	0,040
							15	0,014	0,014	0,014	0,018	0,022
							20	0,010	0,010	0,010	0,012	0,015
							25	0,008	0,008	0,008	0,010	0,011
							30	0,007	0,007	0,007	0,008	0,009
							35	0,006	0,006	0,006	0,007	0,007
							40	0,005	0,005	0,005	0,006	0,006

Перейдем к анализу экспериментального материала по трансформации температуры и влажности воздуха при переходе его на водную поверхность для оценки коэффициента турбулентности над водоемами. Как известно, необходимый для этого материал крайне ограничен; использованные в работе [1] данные могут дать лишь ориентировочное представление о значениях $\frac{k_1}{u_1}$, так как неизвестно распределение температуры поверхности.

В 1955 г. Главная геофизическая обсерватория проводила специальные эксперименты для исследования характеристик трансформации воздуха.

В июне 1955 г. специальные опыты в течение нескольких суток были поставлены в проливе Узун-Арал (оз. Балхаш) на базе экспедиции Ленинградского института гидроэнергопроекта. Для работы на водоеме использовался небольшой катер (водоизмещением около 3 т). На берегу в постоянной точке с наветренной стороны и с катера в различных расстояниях от уреза воды проводились одновременные измерения температуры, влажности воздуха и скорости ветра на высоте 1,5 м с помощью анемометров и аспирационных психрометров; для измерения температуры поверхности воды использовался рудниковый термометр. Измерения на воде проводились по разрезам в разных точках водоема как в направлении ветра, так и в обратном направлении, навстречу ветру, но всегда параллельно набегающему с суши потоку. Так как в каждой из точек велись измерения температуры поверхности, а на полный разрез по направлению ветра и против него затрачивалось 3—5 час. то, следовательно, была получена детальная картина распределения температуры воды в направлении трансформации воздушной массы.

Считая, что такие наблюдения могут представлять интерес не только для проводимого здесь анализа, помещаем полностью эти данные в табл. 2.

Для использования полученных данных по трансформации воздуха при определении коэффициента турбулентности они были обработаны следующим образом: измеренные величины T_0 , T' , T_x , e' , e_x осреднены по x ; в рассчитанные по этим средним данным значения $F(L, 2p)$ введены поправки на горизонтальный градиент температуры поверхности по выражениям (4), поскольку распределение температуры поверхности параболическое; по исправленным таким образом величинам $F(L, 2p)$ для расстояний, начиная с 1 км, определены значения L , а за-

тем рассчитаны величины $\frac{k_1}{u_1}$ по выражению

$$\frac{k_1}{u_1} = 2(1 - 2p)^2 z_1^{\frac{1-4p}{1-2p}} z^{\frac{1}{1-2p}} \frac{L}{x}, \quad (8)$$

полученному из (2).

При расчете учитывались еще некоторые обстоятельства. Во-первых, температура набегающего потока T' уменьшалась на 1° , что объясняется спецификой условий, в которых проводились опыты, а именно берега пролива Узун-Арал на

Таблица 2

Данные по трансформации воздуха на оз. Балхаш (пролив Узун-Арал), 1955 г.

Число ¹	Время, час. мин.	Направ- ление ветра	Скорость на 2 м		x_m	$T_{0,x}$	T_x	T'	e_x	e'
			на воде	на суше						
9/VI ($T_{0,0} = 24,4$)	9 23	СВ	6,2	5,2	200	23,5	23,5	25,2	16,1	15,4
	9 33	"	7,0	4,6	500	23,3	22,9	25,6	17,2	14,7
	9 43	С	7,3	6,0	1200	22,6	23,8	26,0	16,5	14,1
	10 00	"	5,5	4,8	2500	23,4	23,6	26,6	16,8	14,3
	10 15	"	5,7	4,4	3500	23,8	24,1	27,6	16,6	13,6
	10 28	ССВ	5,1	4,2	4200	24,4	24,4	27,6	15,4	14,3
	14 00	"	3,6	4,6	4200	24,1	26,0	29,8	13,7	10,4
	14 15	СВ	3,7	4,1	3500	23,7	25,7	28,6	14,5	10,4
	14 33	"	4,4	3,9	2600	23,2	26,2	29,2	13,7	11,5
	14 50	"	2,0	3,4	900	24,2	26,8	29,4	10,6	11,4
11/VI	16 18	ЗЮЗ	2,3	1,9	1500	22,2	23,5	25,8	20,6	19,6
	16 35	"	2,4	2,1	3600	23,5	24,2	25,2	20,7	21,3
	16 48	ЮЗ	2,7	1,8	6000	23,0	24,4	25,2	19,2	21,5
	17 00	ЗЮЗ	2,8	1,8	7000	23,4	24,5	25,4	19,4	19,8
	17 15	ЮЗ	2,4	1,4	5000	22,7	24,0	25,8	20,9	20,4
	17 35	"	3,3	1,4	3000	23,0	24,0	25,4	21,1	20,0
	17 45	"	2,5	1,6	1500	21,7	24,0	25,0	21,6	19,2
	9 26	СВ	4,4	4,5	1800	20,4	26,0	29,5	12,4	8,6
15/VI ($T_{0,0} = 19,5$)	9 45	"	2,1	3,4	3000	21,5	24,3	29,4	15,8	8,9
	10 12	"	2,1	2,3	4500	21,6	24,5	30,3	15,7	9,0
	10 31	"	2,4	3,8	5000	21,4	25,0	30,8	15,3	9,0
	11 35	"	1,2	2,0	900	21,2	26,0	31,4	14,7	7,6
	11 52	"	1,7	2,4	2000	22,0	25,8	32,0	14,9	6,8
	12 10	С	0,6	2,9	3000	21,5	26,0	32,9	16,6	5,5
	12 35	"	1,1	3,6	4500	23,4	28,7	34,0	11,1	5,3
	12 53	"	0,5	3,8	5300	22,4	27,8	34,2	15,9	5,3
	10 55	"	—	—	0,0	21,5	—	—	—	—
	11 06	СЗ	8,0	6,1	1900	19,5	21,2	25,0	10,3	7,1
17/VII ($T_{0,0} = 21,5$)	11 24	"	6,6	5,6	4300	19,2	22,2	25,3	11,7	7,2
	11 43	"	8,3	6,0	6600	21,4	22,7	25,7	12,1	6,7
	12 01	"	7,6	6,6	9000	21,0	23,5	26,4	10,5	5,8
	12 24	"	8,3	5,9	7500	21,4	23,6	26,4	9,7	5,8
	12 44	"	7,8	7,2	6000	21,4	23,4	26,7	12,5	5,5
	13 01	"	5,9	5,6	4500	20,4	23,2	26,2	12,9	5,9
	13 20	"	6,2	5,9	3000	20,4	23,7	27,5	10,2	4,2
	13 40	"	7,3	6,6	1500	20,6	24,7	27,6	9,9	4,6
	13 50	"	—	—	0,0	22,4	—	—	—	—
	12 20	СВ	—	—	0,0	20,0	—	—	—	—
18/VI ($T_{0,0} = 20^\circ$)	12 30	"	7,5	7,2	2300	18,4	22,4	26,4	11,2	4,7
	12 48	"	7,0	7,9	4600	19,0	22,4	26,9	12,5	4,6
	13 07	"	8,5	6,5	6900	18,8	23,4	27,1	10,2	5,0
	13 25	"	7,8	6,7	9000	20,6	24,7	27,1	8,8	4,1
	13 54	"	6,2	6,7	6400	19,3	23,5	27,0	10,1	4,4
	14 17	"	6,5	6,8	4800	19,2	23,1	27,1	12,2	4,8
	14 35	"	8,6	5,9	2600	19,2	24,5	27,3	8,2	4,0
	14 56	"	6,6	7,4	1000	18,8	23,4	27,1	9,8	4,7
	15 05	"	—	—	0,0	20,0	—	—	—	—

¹ В скобках указаны значения температуры поверхности воды у берега.

оз. Балхаш очень отлогие и заросшие камышом; ширина камышовой полосы, залитой водой, составляет 100—200 м. В наших опытах за T' принималась температура, измеренная на метеоплощадке, которая располагалась на более высокой, сухой, полупустынной поверхности, а за $x=0$ считалась открытая часть озера, начинающаяся после заросшей камышом полосы. Как показали сравнительные наблюдения, воздух, проходящий через камышовую полосу, понижает температуру в среднем на 1° . Во-вторых, параметр p приняли равным 0,15, поскольку, как показано в [5], в условиях инверсий его величина возрастает.

Результаты расчетов $\frac{k_1}{u_1}$ по единичным измерениям, естественно, колеблются в значительных пределах, а осредненные по x значения из всех серий наблюдений, приведенные в табл. 3, дают меньший разброс и показывают, что средняя величина коэффициента турбулентности $\frac{k_1}{u_1}$ соответствует 0,01—0,02 м. Сейчас

Таблица 3

Значения $\frac{k_1}{u_1}$ м, определенные по данным на оз. Балхаш

$\frac{k_1}{u_1}$	x км									Средн.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
По изменению T	0,04	0,06	0,04	0,04	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,026
По изменению e	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,004	0,001	0,001	0,010

пока рано давать какие-либо объяснения временной и пространственной изменчивости коэффициента турбулентности над водоемами и судить о связи между $\frac{k_1}{u_1}$, определенных по изменению температуры и по изменению влажности. Для этого следует иметь значительно больше экспериментального материала. Но некоторые ориентировочные сведения можно получить и на основании данного материала.

Можно привести еще дополнительные данные по некоторым водоемам. В частности, по специально поставленным в 1955 г. опытам на оз. Красавица из 11 измерений по изменению температуры $\frac{k_1}{u_1} = 0,01$ м; из измерений температуры с парохода на Ладожском озере и на основании данных измерений на метеостанциях Петрокрепость и Приозерск $\frac{k_1}{u_1} = 0,02$ м.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Огнева Т. А. Характеристики турбулентного обмена над водоемами. Труды ГГО вып. 59 (121), 1956.
2. Тимофеев М. П. Испарение с водной поверхности в турбулентной атмосфере. Уч. зап. ЛГУ, сер. физ. наук, вып. 7, № 120, 1949.
3. Тимофеев М. П. Об изменении температуры и влажности воздуха над ограниченными водоемами. Труды ГГО, вып. 59 (121) 1956.
4. Лайхтман Д. Л. и Тимофеев М. П. О методике расчета испарения с поверхности ограниченных водоемов. Метеорология и гидрология, № 4, 1956.
5. Огнева Т. А. Распределение метеозлементов над водоемами. Труды ГГО, вып. 59 (121), 1956.
6. Тимофеев М. П. К теории адвективных туманов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1955.
7. Тимофеев М. П. О трансформации воздуха над водоемами. Метеорология и гидрология, № 6, 1955.

О ВЛИЯНИИ ПРОФИЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ВЕТЕР В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Из теоретического рассмотрения известно, что если коэффициент турбулентности принять независимым от высоты, то угол отклонения наземного ветра от геострофического равен 45° и не зависит от величины самого коэффициента турбулентности. Однако этот вывод расходится с опытными данными. Расхождение связано с тем, что коэффициент турбулентности в действительности меняется с высотой. Причем оказалось, что если принять коэффициент турбулентности k зависящим от высоты, то угол отклонения ветра от геострофического у земли уже меняется вместе с k .

Чтобы выяснить влияние характера изменения коэффициента турбулентности на скорость ветра, мы рассматривали задачу, в которой коэффициент турбулентности принимался постоянным, но разным по величине в нижнем и верхнем слоях. В такой простой постановке легче выяснить механизм явления.

Задача сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} k(z) \frac{\partial u}{\partial z} + 2\omega_z v &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{d}{dz} k(z) \frac{\partial v}{\partial z} - 2\omega_z u &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = -2\omega_z U \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Принимается

$$k|_{z \leq h} = a^2, \quad k|_{z \geq h} = b^2 \quad (2)$$

Граничные условия следующие:

$$\left. \begin{aligned} u|_{z=\infty} &= -\frac{1}{2\rho\omega_z} \frac{\partial p}{\partial y} = U, \quad u|_{z=0} = v|_{z=0} = 0, \quad v|_{z=\infty} = 0 \\ u|_{h-0} &= u|_{h+0}, \quad v|_{h-0} = v|_{h+0}, \quad a^2 \frac{du}{dz} \Big|_{h-0} = b^2 \frac{du}{dz} \Big|_{h+0} \\ a^2 \frac{dv}{dz} \Big|_{h-0} &= b^2 \frac{dv}{dz} \Big|_{h+0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решение задачи имеет вид:

Для $z \leq h$

$$\left. \begin{aligned} u - U &= (A_1 \cos az - A_2 \sin az) e^{az} + (B_1 \cos az + B_2 \sin az) e^{-az} \\ v &= (A_2 \cos az + A_1 \sin az) e^{az} + (B_2 \cos az - B_1 \sin az) e^{-az} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 A_1 &= -\frac{U(1-n)e^{-\alpha h}}{M_1^2 + M_2^2} [(1-n)e^{-\alpha h} + (1+n)e^{\alpha h} \cos 2\alpha h] \\
 A_2 &= \frac{U(1-n)}{M_1^2 + M_2^2} (1+n) \sin 2\alpha h \\
 B_1 &= -\frac{U(1+n)e^{\alpha h}}{M_1^2 + M_2^2} [(1-n)e^{-\alpha h} \cos 2\alpha h + (1+n)e^{\alpha h}] \\
 B_2 &= -\frac{U(1+n)}{M_1^2 + M_2^2} (1-n) \sin 2\alpha h \\
 M_1^2 + M_2^2 &= (1-n)^2 e^{-\alpha h} + 2 \cos 2\alpha h (1-n^2) + (1+n)^2 e^{2\alpha h} \\
 n &= \sqrt{\frac{b^2}{a^2}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\omega \sin \varphi}{a^2}}
 \end{aligned} \right\} (5)$$

h — высота излома коэффициента турбулентности;
для $z \geq h$

$$\left. \begin{aligned}
 u - U &= [(u_h - U) \cos \beta (z - h) + v_h \sin \beta (z - h)] e^{-\beta (z - h)} \\
 v &= [v_h \cos \beta (z - h) - (u_h - U) \sin \beta (z - h)] e^{-\beta (z - h)}
 \end{aligned} \right\} (6)$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega \sin \varphi}{b^2}},$$

u_h и v_h — составляющие скорости ветра на высоте h .

При $n = 1$, т. е. $b^2 = a^2$, получается известное решение, данное Экманом:

$$\left. \begin{aligned}
 u &= U(1 - e^{-\beta z} \cos \beta z) \\
 v &= Ue^{-\beta z} \sin \beta z
 \end{aligned} \right\} (7)$$

По формулам (4) и (6) были проведены расчеты составляющих скорости ветра и модуля скорости, а также угла отклонения вектора скорости от геострофического ветра, вдоль которого была направлена ось x .

Расчеты проводились для следующих уровней: 0, 10, 100, 200, 300, 400 и 500 м. Высота излома коэффициента турбулентности принималась 100 и 200 м, а сам коэффициент до высоты излома брался 5 и 10 м²/сек., а выше ее 20 и 40 м²/сек.

Были также рассчитаны составляющие скорости ветра и модуль скорости по формулам (7) для коэффициента турбулентности $b^2 = 20$ м²/сек. ($h = 0$).

Полученные результаты расчетов представлены на рис. 1—6. На рис. 1 приведены кривые для угла отклонения ветра на данной высоте от геострофического ветра при разных k и разных h . По оси x отложены углы отклонения от геострофического ветра, по оси y — высоты в метрах.

Из рис. 1 видно, что при $h = 0$ угол отклонения наземного ветра от геострофического равен 45° (кривая a). С уменьшением k в нижнем слое (кривые b и c , b_1 и c_1) уменьшаются отклонения ветра от геострофического на всех высотах; таким образом, по мере приближения k к нулю ветер будет стремиться к геострофическому. Для того чтобы в этом убедиться, рассмотрим рис. 2, где построены параллелограммы сил, формирующих ветер, на разных высотах.

Мы считали, что движение воздуха установившееся, т. е. силы (Кориолиса — F_K , градиента давления — \bar{F}_p и внутреннего трения — F_r) находятся в равновесии. Сила градиента давления принимается независимой от высоты. Расчет производился

по следующим формулам:

$$\frac{F_k}{U} = 2\omega \sin \varphi \sqrt{\left(\frac{u}{U}\right)^2 + \left(\frac{v}{U}\right)^2}$$

$$\frac{F_p}{U} = \frac{1}{\rho U} \frac{\partial p}{\partial y} = -2\omega \sin \varphi,$$

$$\frac{F_\tau}{U\rho} = k \sqrt{\left(\frac{1}{V} \frac{d^2 u}{dz^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{U} \frac{d^2 v}{dz^2}\right)^2}.$$

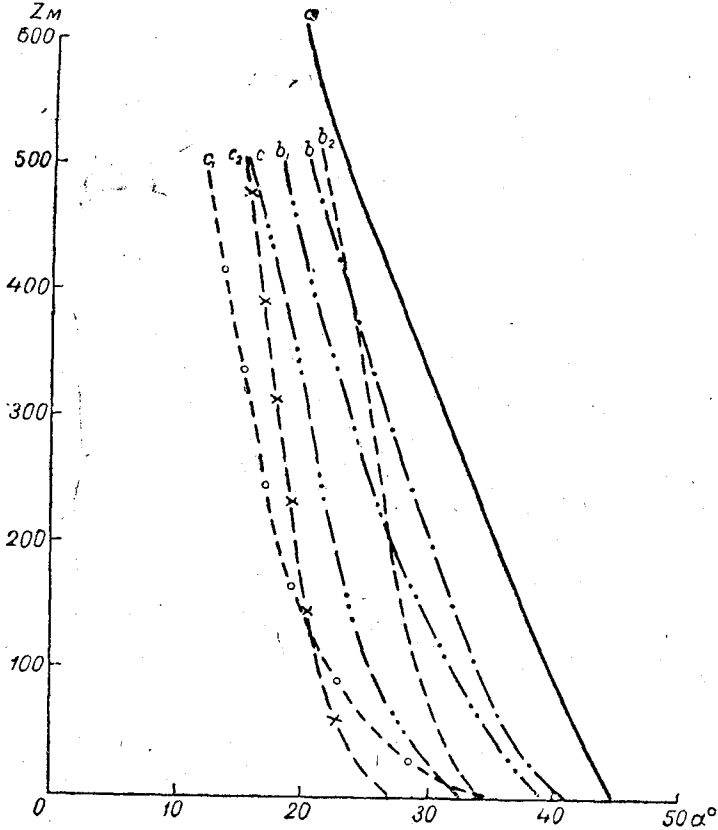


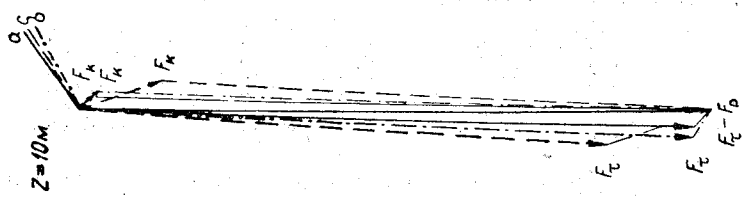
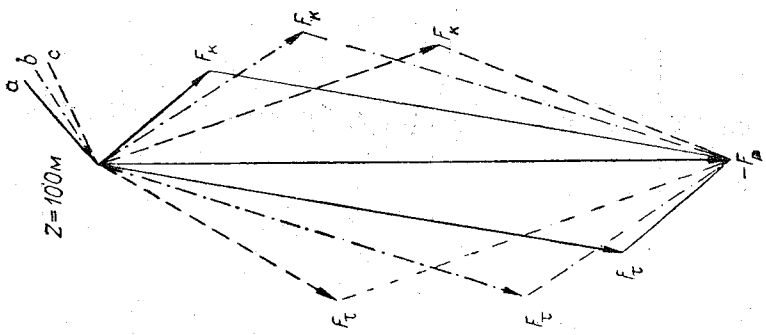
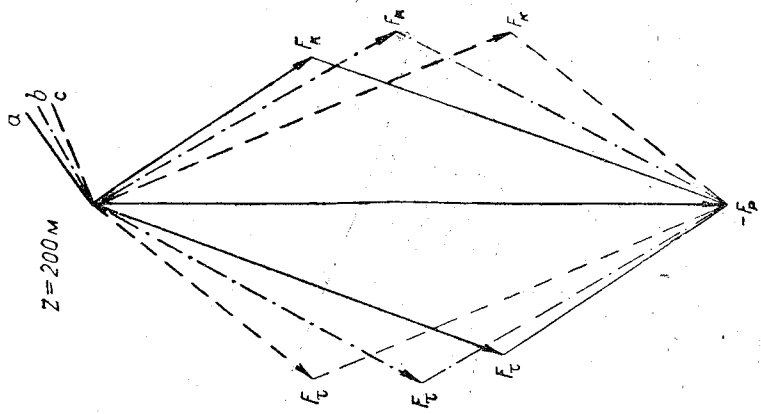
Рис. 1. Изменение с высотой угла отклонения ветра от геострофического.

<i>a</i> при $h = 0$	$k = b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
<i>b</i> " $h = 100 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
<i>b</i> ₁ " $h = 200 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 40 \text{ м}^2/\text{сек.}$
<i>b</i> ₂ " $h = 100 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
<i>c</i> " $h = 100 \text{ м}$	$a^2 = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
<i>c</i> ₁ " $h = 200 \text{ м}$	$a^2 = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
<i>c</i> ₂ " $h = 100 \text{ м}$	$a^2 = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 40 \text{ м}^2/\text{сек.}$

Как видно из рис. 2, уменьшение k в нижнем слое (прямые b и c) приводит к уменьшению силы трения и увеличению силы Кориолиса, что физически вполне понятно. Уменьшение коэффициента турбулентности в слое воздуха, прилегающем к земле, приводит к уменьшению силы трения, а поскольку в нашем случае сила градиента давления принималась постоянной и движение установившимся, то сила Кориолиса должна увеличиваться.

Очевидно, что, когда коэффициент турбулентности равен нулю, сила трения тоже равна нулю, а сила Кориолиса уравнивает силу градиента давления, т. е. ветер является геострофическим.

Известно, что сила Кориолиса составляет с вектором ветра угол 90° . Из



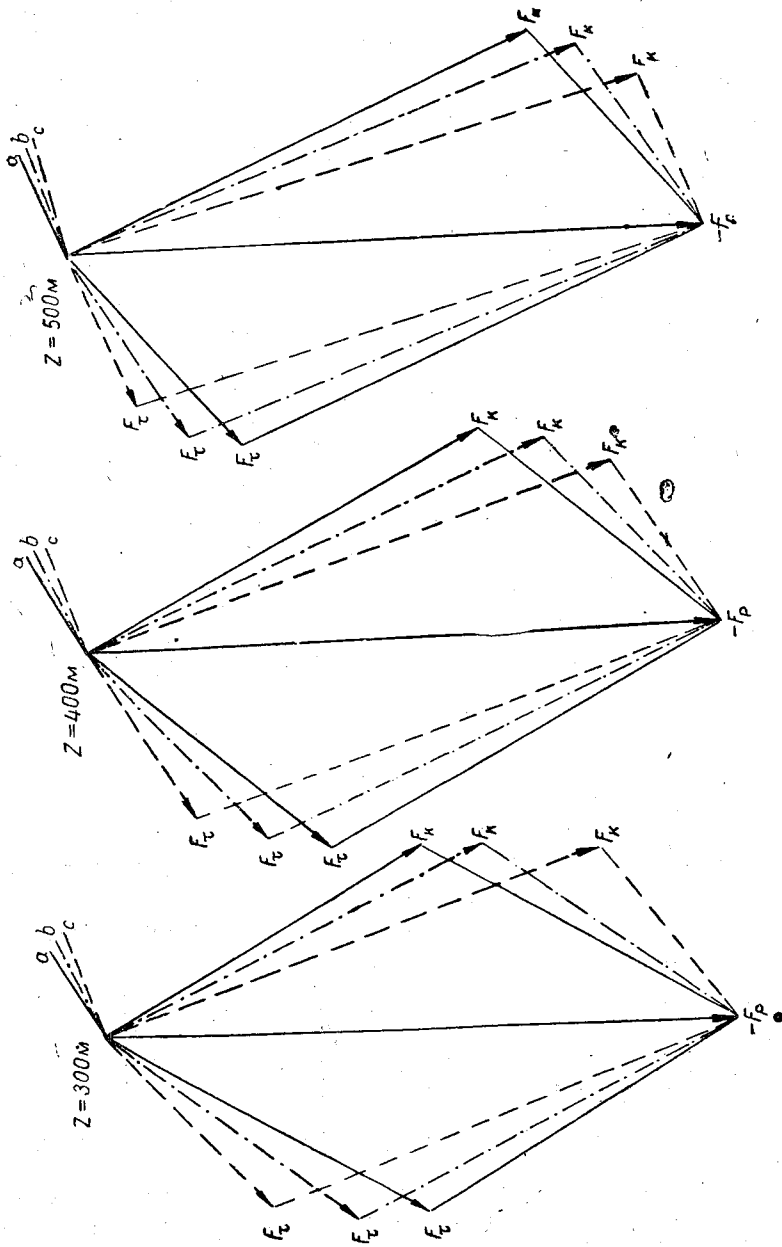


Рис. 2. Параллелограммы сил, формирующих ветер на разных высотах.

a при $h=0$ $b^a = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
 b $h=100 \text{ м}$ $a^a = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$
 c $h=100 \text{ м}$ $a^a = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$
 $b^b = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$

рисунка видно, что по мере уменьшения коэффициента турбулентности сила Кориолиса приближается к направлению, противоположному силе градиента давления.

С поворотом силы Кориолиса вправо вектор скорости ветра тоже поворачивает вправо и приближается к геострофическому (см. рис. 2, направление ветра — прямые a , b и c).

Ослабление турбулентности в нижнем слое вызывает увеличение скорости ветра на всех высотах. Это видно из рис. 3 (кривые b и c , b_1 и c_1). На этом

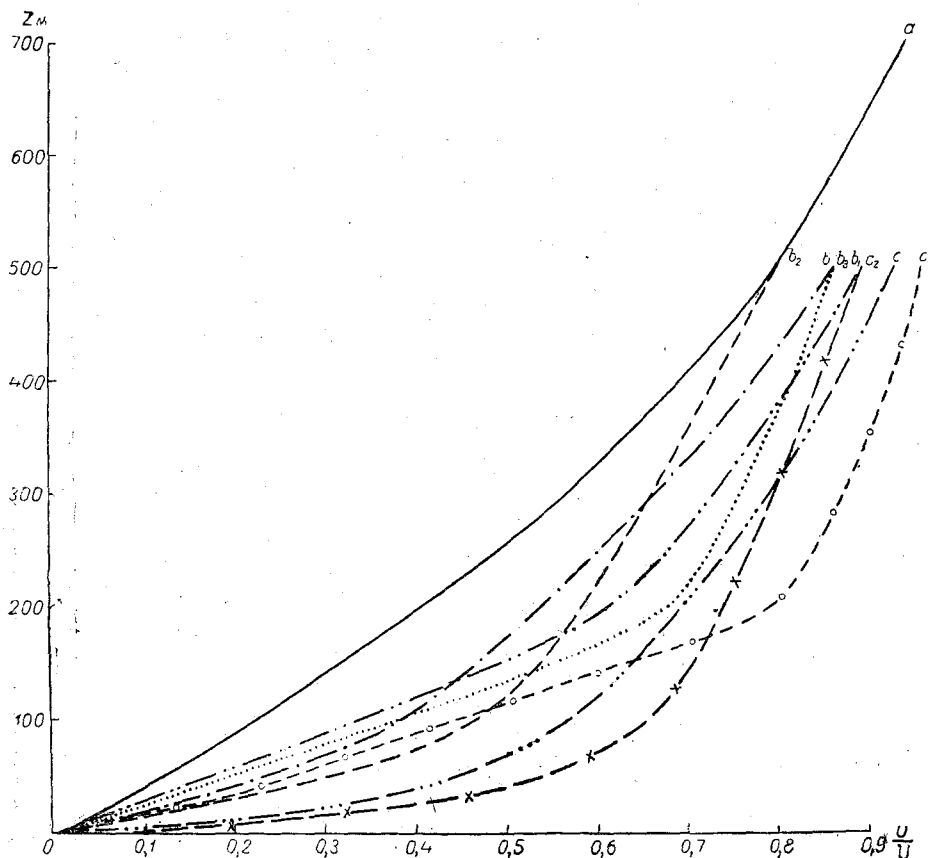


Рис. 3. Изменение с высотой отношения скорости ветра к скорости геострофического ветра.

a при $h=0$	$k = b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$	
b " $h=100 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
b_1 " $h=200 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
b_2 " $h=100 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 40 \text{ м}^2/\text{сек.}$
b_3 " $h=200 \text{ м}$	$a^2 = 10 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 40 \text{ м}^2/\text{сек.}$
c " $h=100 \text{ м}$	$a^2 = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
c_1 " $h=200 \text{ м}$	$a^2 = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 20 \text{ м}^2/\text{сек.}$
c_2 " $h=100 \text{ м}$	$a^2 = 5 \text{ м}^2/\text{сек.}$	$b^2 = 40 \text{ м}^2/\text{сек.}$

графике по оси абсцисс отложено отношение модуля скорости ветра к геострофическому ветру, по оси ординат — высоты.

При уменьшении k в нижнем слое градиент скорости увеличивается, увеличивается и сама скорость, приближаясь к геострофическому значению (мы считаем, что при $k=0$ ветер во всем слое геострофический).

Если же турбулентный обмен в нижнем слое увеличивается, происходит более быстрое выравнивание скоростей, градиент уменьшается и уменьшается скорость. Схематически это изображено на рис. 4, где кривые a и c показывают профили скорости ветра соответственно при увеличении и уменьшении коэффициента турбулентности в нижнем слое. В этих случаях как бы больше сказывается влияние

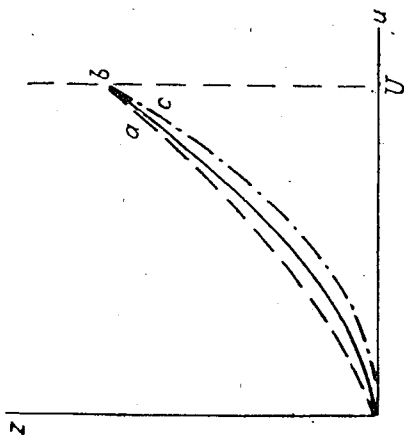


Рис. 4. Профили скорости ветра при изменении коэффициента турбулентности в нижнем слое.

- а) $k = a_2^2, a_2 > a_1^2, b_2^2 = b_1^2 = b_3^2$
 б) $k = a_1^2$
 в) $k = a_3^2, a_3 < a_1^2$

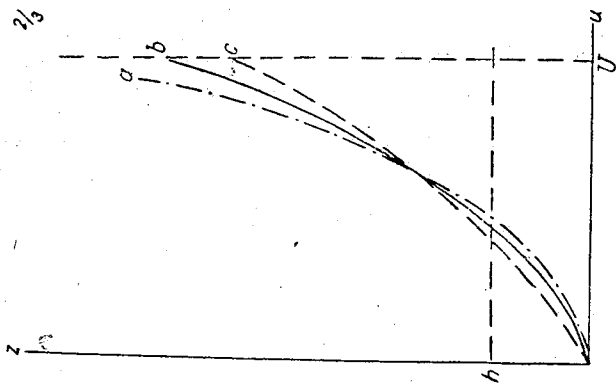


Рис. 5. Профили скорости ветра при изменении коэффициента турбулентности в верхнем слое.

- а) $b^2 = b_2^2, b_2^2 > b_1^2, a_1^2 = a_2^2 = a_3^2$
 б) $b^2 = b_1^2, a_1^2 = a_2^2 = a_3^2$
 в) $b^2 = b_3^2, b_3^2 < b_1^2$

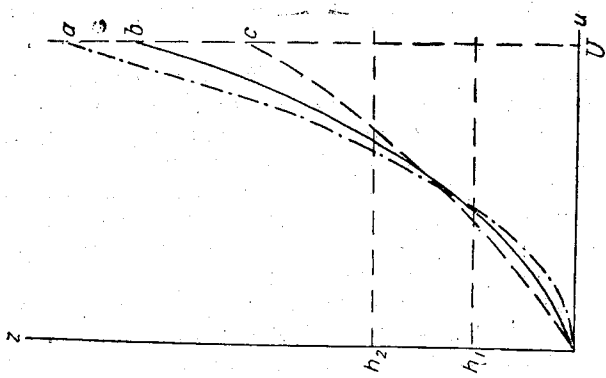


Рис. 6. Профили скорости ветра при изменении высоты излома коэффициента турбулентности.

- а) $a^2 = a_1^2, h = h_1, a_1^2 = a_2^2 = a_3^2$
 б) $a^2 = a_2^2, h = h_2, h_1 < h_2 < h_3$
 в) $a^2 = a_3^2, h = h_3$

земной поверхности, так как мы изменяем k в нижнем слое (принимаем $u|_{z=0} = v|_{z=0} = 0$).

Из рис. 3 также видно, что увеличение k в верхнем слое приводит к увеличению скорости ветра внизу и уменьшению наверху (см. кривые b и b_2 , c и c_2 , b_1 и b_3). Это, очевидно, можно объяснить следующим образом: увеличение k наверху при неизменном k в нижнем слое приводит к уменьшению градиента скорости наверху, т. е. скорость наверху становится меньше. В нижележащий слой приток количества движения увеличивается и скорость увеличивается. На рис. 5 дано схематическое изображение вертикальных профилей скорости при увеличении k наверху (кривая a) и при уменьшении k (кривая c).

Рассмотрим влияние высоты излома коэффициента турбулентности на скорость ветра, для чего сравним кривые b и b_1 , c и c_1 на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что при одинаковом коэффициенте турбулентности увеличение высоты излома приводит к понижению скорости ниже высоты излома. В нашем случае, как уже сказано выше, высота излома принималась равной 100 и 200 м.

Изменение высоты излома эквивалентно изменению коэффициента турбулентности в некотором промежуточном слое (в нашем случае в слое от 100 до 200 м), что приводит к увеличению градиента скорости в этом слое, т. е. к увеличению скорости в вышележащем слое и уменьшению в слое, расположенном ниже рассматриваемого. Схематическое изображение дано на рис. 6.

Известно, что вектор ветра изменяется во времени. У земли днем ветер сильнее, ночью слабее, а наверху наоборот. Причем изменения ветра во времени связаны с изменением интенсивности турбулентности и изменением горизонтального градиента давления.

В нашей задаче горизонтальный градиент давления принимался постоянным, т. е. оставался один фактор, вызывающий изменение вектора ветра во времени, — турбулентность.

Если предположить, что ночью обмен ослаблен по сравнению с днем за счет изменения высоты излома коэффициента турбулентности (см. схему вертикального профиля k), тогда суточный ход вектора ветра согласуется с полученными в нашей работе выводами.

О МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОМ КРИТЕРИИ СУХОВЕЯ

Под суховеем понимают комплекс метеорологических условий, при котором потеря воды растениями превосходит некоторое критическое значение. При этих условиях подача воды в листья через корневую систему не компенсирует транспирации, растения теряют тургор, начинают вянуть и засыхают.

При жестоких суховеях увядание растений может наступать даже при достаточной увлажненности почвы. Это может произойти при таком сочетании метеорологических условий, когда транспирация превышает максимально возможную подачу воды через корневую систему. В таких условиях чем гуще растительность, тем меньше вероятность ее гибели, поскольку при прочих равных условиях с увеличением густоты растений растет максимально возможная скорость поступления воды через корневую систему (при достаточных запасах влаги в почве).

Приведенные выше соображения указывают на то, что интенсивность суховея зависит от четырех метеорологических факторов: влажности воздуха, скорости ветра, температуры воздуха и радиационного баланса (деятельной поверхности). В связи с этим найти чисто эмпирическим путем характеристику интенсивности суховея, которая правильно отражала бы влияние всех метеоэлементов, вряд ли возможно. На наш взгляд, трудно из каких-либо элементарных соображений найти, в какой мере каждый из упомянутых четырех факторов определяет интенсивность суховея. Предложенные рядом авторов критерии интенсивности суховея часто оказываются неудовлетворительными. Мы попытались исходить при решении указанного вопроса из результатов теоретических исследований, отражающих действительное влияние каждого из факторов.

Можно предположить, что существует некоторая оптимальная относительная влажность, при которой обеспечена наиболее благоприятная вегетация сельскохозяйственных культур. Большое количество опытных данных определенно подтверждает это предположение. Для большинства сельскохозяйственных культур в наших южных засушливых районах эта оптимальная относительная влажность на деятельной поверхности равна 70%.

Поддержание относительной влажности на деятельной поверхности на оптимальном уровне, несмотря на колебания метеорологических характеристик приходящих воздушных масс, осуществляется соответствующими изменениями транспирации. Так, например, если приходит относительно сухая воздушная масса, увеличивается потеря воды слоем воздуха, заполняющим растительный покров, благодаря турбулентному обмену с верхними слоями воздуха. Одновременно возрастает подача воды через корневую систему и растет транспирация; таким образом, увлажнение внутри растительного покрова не изменяется. Уменьшение потерь воды этим слоем при увеличении влажности приходящих воздушных масс уравновешивается соответствующим понижением транспирации и подачей воды через корневую систему.

Такое равновесие осуществляется лишь до некоторых пределов. При суховее

потеря воды растениями настолько возрастает, что она не может компенсироваться возросшей подачей воды из почвы даже при достаточной влажности почвы. Особенно велика разбалансировка, если в почве мало влаги. В условиях недостаточного увлажнения почвы орошение является эффективным средством борьбы с засухой.

Когда растения при суховее начинают терять тургор, влажность в растительном покрове становится меньше оптимальной, различие влажностей в растительном покрове и в воздухе уменьшается, при этом понижается транспирация и восстанавливается опять равновесие влажности внутри растительного покрова, но теперь здесь увлажнение более или менее ниже оптимума. При этих условиях в той или иной степени снижается урожай.

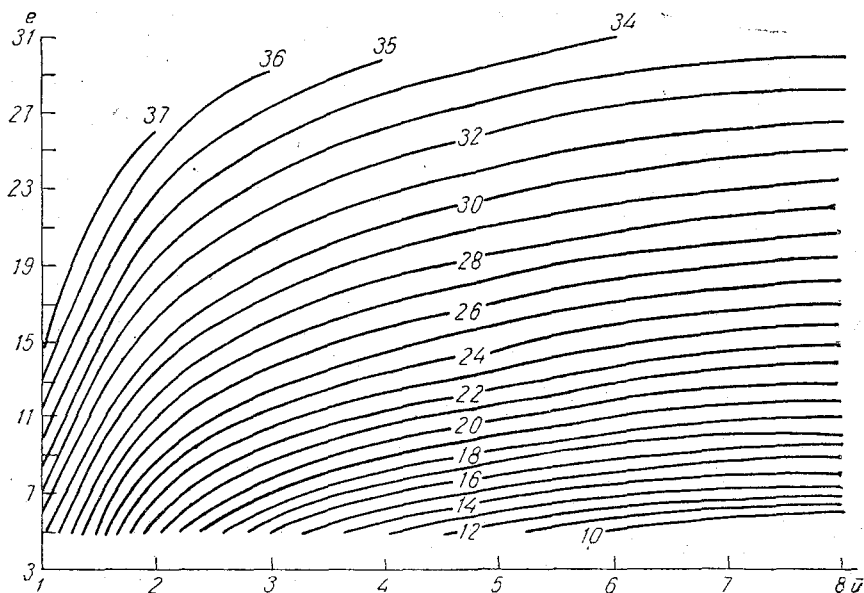


Рис. 1. График для определения интенсивности суховея.

Таким образом, при суховее создается дефицит транспирации, который тем больше, чем сильнее иссушающее действие суховея. Этот дефицит транспирации ΔE в наибольшей степени характеризует интенсивность суховея; его и можно было бы принять как количественный критерий.

На основании решения задачи об изменении температуры и влажности воздуха в приземном слое атмосферы под влиянием деятельной поверхности, свойства которой значительно отличаются от свойств приходящего воздуха, можно найти величину испарения с деятельной поверхности, обусловленную турбулентным обменом, если деятельная поверхность имеет оптимальное увлажнение. Зная фактическое испарение в данных условиях, нетрудно определить дефицит транспирации. На основании опытных данных установлено, что существенно ухудшаются условия вегетации, если $\Delta E = 3$ мм/сутки. На рис. 1 дана связь температуры, скорости ветра и влажности воздуха при $\Delta E = 3$ мм/сутки. На графике по значениям скорости ветра и влажности воздуха находим некоторую температуру. Если рассчитанная температура равна наблюдаемой, то это означает, что имеет место дефицит транспирации в 3 мм/сутки. Отклонение температуры в ту или другую сторону указывает на то, что дефицит больше или меньше 3 мм/сутки. Отклонение температуры характеризует действительный в данных условиях дефицит транспирации. Именно эту величину из чисто практических соображений мы и предлагаем как критерий интенсивности засухи.

Следует указать, что дефицит транспирации, равный 3 мм, характеризует лишь условия начала вредного действия суховея. Совершенно очевидно, что чем

Метеорологические условия при суховеях в 1, 7, 13 и 19 час.

Дата	Температура воздуха на высоте 2 м, град.				Относительная влажность воздуха на высоте 2 м, %				Дефицит влажности воздуха на высоте 2 м, мб				Средняя за 10 мин. скорость ветра на высоте 8 м, м/сек.			
	1	7	13	19	1	7	13	19	1	7	13	19	1	7	13	19
	Май 1953 г.	18	16,0	20,3	28,2	89	72	37	58	1,9	6,7	24,1	13,1	5,1	7,2	9,3
19	19,2	22,3	30,0	25,0	63	59	29	45	8,2	11,1	31,9	14,3	3,2	7,3	8,4	5,1
20	19,5	22,8	30,1	27,0	51	59	38	52	11,1	11,4	26,7	17,2	—	3,6	5,9	2,1
28	5,3	11,0	20,3	18,9	50	48	27	49	4,8	6,9	17,4	11,2	0,0	3,5	4,7	2,3
29	9,2	15,4	25,5	23,3	16	51	23	46	2,7	8,5	25,1	14,8	2,1	3,2	7,0	0,0
30	12,6	16,8	21,7	17,1	78	72	36	41	3,2	5,3	16,7	11,4	0,0	6,2	7,0	0,0
31	8,2	13,1	21,1	19,8	81	61	33	35	2,1	5,9	16,6	14,9	0,0	7,6	8,8	3,0
Июнь 1953 г.	1	15,5	18,3	28,0	39	46	30	31	10,8	11,3	26,6	22,0	6,1	6,3	13,3	8,0
2	17,4	18,8	29,9	25,9	32	44	21	22	13,5	12,2	33,3	26,0	8,1	11,6	12,7	8,1
3	17,7	19,2	27,9	24,4	32	38	22	30	13,8	13,8	29,3	15,4	6,8	7,6	7,5	2,8
4	19,5	19,3	27,4	24,0	56	56	34	35	10,0	9,9	23,9	19,5	7,1	16,8	8,7	6,8
5	16,0	15,9	26,9	25,4	59	63	24	29	7,5	6,7	26,9	23,0	4,3	5,4	6,6	3,1
6	15,1	21,1	29,2	25,9	56	46	28	26	7,5	13,6	29,3	24,7	0,8	1,4	5,9	5,7
7	16,0	21,5	28,4	23,7	42	52	26	48	10,5	12,3	28,8	15,3	2,8	1,6	4,8	2,7
8	18,5	21,5	29,1	23,7	69	59	21	49	6,6	10,5	31,7	15,0	2,7	5,4	6,0	3,8
9	17,1	21,2	30,4	24,8	72	66	24	46	5,4	8,5	32,9	16,9	1,6	3,4	3,8	1,5
Май 1954 г.	1	8	13	20	1	8	13	20	1	8	13	20	1	8	13	20
6	13,6	17,2	23,7	19,7	53	57	32	38	7,3	8,3	21,2	14,2	4,5	10,0	11,9	9,0
7	13,5	15,1	25,4	21,0	48	45	14	28	8,1	9,5	28,1	17,9	5,2	7,3	13,7	7,4
8	13,1	16,4	26,8	22,0	35	40	18	24	9,8	11,2	28,9	20,3	3,7	6,8	13,3	11,3
9	13,0	14,5	27,6	23,6	40	39	16	26	9,0	10,0	31,1	21,6	2,2	5,3	5,9	1,4
10	14,8	16,2	23,6	21,2	41	62	36	55	9,9	7,0	18,8	21,2	2,9	2,5	4,7	3,8
Июнь 1954 г.	9	14,9	15,4	26,9	92	76	31	54	1,4	4,3	24,3	12,5	1,0	2,2	5,1	5,4
10	17,9	18,6	28,4	27,4	76	75	33	35	5,0	5,3	25,8	27,5	2,8	2,6	6,5	7,0
11	20,6	22,1	29,6	24,7	38	43	27	32	15,2	15,3	30,7	21,0	7,2	6,2	6,9	3,5
12	20,4	24,2	28,9	27,3	40	42	32	35	14,1	17,5	27,3	23,7	5,8	6,7	10,4	6,4
14	18,1	23,3	24,9	24,5	58	52	56	37	8,8	13,8	18,6	18,6	3,5	5,1	2,2	3,7
15	20,2	27,0	31,5	31,5	55	33	24	24	10,8	23,9	35,3	35,0	2,7	7,3	5,7	2,8
16	19,7	22,4	35,4	27,0	50	38	21	40	11,5	16,9	45,5	21,6	1,0	1,6	8,0	2,4
17	24,4	23,5	33,8	24,5	52	48	24	75	14,8	15,2	40,4	7,8	1,7	2,6	4,6	—

1 Скорости ветра с 6 по 11 июня 1954 г. приведены на высоте 2 м, а с 9 по 17 июня — на высоте 5 м.

больше дефицит транспирации или чем длительнее период, в течение которого он равен или больше 3 мб, тем вреднее будут последствия засухи.

На основании изучения гидрометеорологического режима различных засух в районе сухих Сальских степей (Ростовская область) в 1953 и 1954 гг., было установлено, что при дефиците транспирации, равном 3 мб, перегрев по нашему графику составит 4,5°. В этих условиях после первого дня засухи наблюдается явление заката растений.

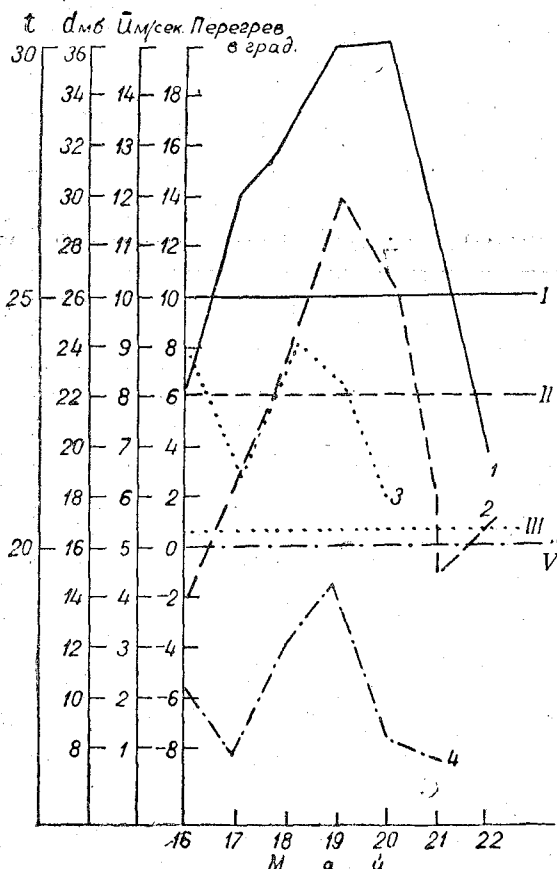


Рис. 2. Метеорологические характеристики периода засухи с 18 по 20 мая 1953 г.

I — нижний предел t° при засухе, II — нижний предел d мб при засухе, III — нижний предел u м/сек. при засухе, IV — начало засухи, 1 — температура, 2 — дефицит влажности, 3 — скорость ветра, 4 — перегрев в градусах.

Определим, насколько оценка интенсивности засухи, сделанная на основании анализа общеметеорологических условий, отражает фактическое состояние растений. Для этого рассмотрим сначала условия испарения, наблюдавшиеся во время каждого засухи (табл. 2).

Таблица 2

		Засухи 1953 г.													
Дата		17/V	18/V	19/V	20/V	28/V	29/V	30/V	31/V	1/VI	2/VI	3/VI	4/VI	5/VI	8/VI
Испарение, мм/сутки		4,4	6,0	5,4	5,8	6,0	5,2	4,9	4,0	4,4	4,3	2,2	2,6	1,2	2,9
		Засухи 1954 г.													
Дата		6/V	7/V	8/V	10/V	11/V	9/VI	11/VI	12/VI	14/VI	15/VI	16/VI	17/VI		
Испарение, мм/сутки		1,4	1,8	2,6	2,7	3,8	1,5	3,3	1,8	1,7	1,2	0,5	0,5		

В то же время при засухах в обычном агрометеорологическом их понимании (т. е. в условиях, когда хотя бы в один из сроков наблюдался ветер больше 5 м/сек., температура воздуха выше 30°, дефицит влажности выше 20—22 мб), когда дефицит транспирации был менее 3 мб, растения не только не испытывали его влияния, но наоборот в эти дни наблюдался наибольший прирост растений.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим несколько засух, метеорологические условия которых приведены в табл. 1 и на рис. 2, 3.

В таблице представлены засухи разной интенсивности. Если рассматривать метеорологические условия первого периода засухи (с 18 по 20 мая 1953 г.) в полуденные часы, то можно видеть, что по температурным условиям, дефициту влажности и скорости ветра, он близок к засухе, наблюдавшемуся в первой декаде июня того же года, и кажется более интенсивным по сравнению с засухами, наблюдавшимися с 6 по 10 мая и с 9 по 12 июня 1954 г. Засухе, наблюдавшийся с 14 по 17 июня 1954 г., по режиму температуры и влажности, на первый взгляд, кажется более жестким по сравнению с предыдущими засухами, хотя скорость ветра в эти дни была несколько ниже.

Как видно из таблицы, во время суховея 18—20 мая испарение было велико. Велико оно было и в предсуховейный период с 28 по 31 мая, но оно резко упало во время суховея 1—6 июня 1953 г. и было очень мало во время суховея 1954 г. Совершенно очевидно, что и дефицит транспирации в каждом из этих суховея будет различен. В табл. 3 приведены среднесуточные значения дефицита транспирации за каждый из суховейных дней 1953—1954 гг. на уровне деятельной поверхности и перегрев в градусах.

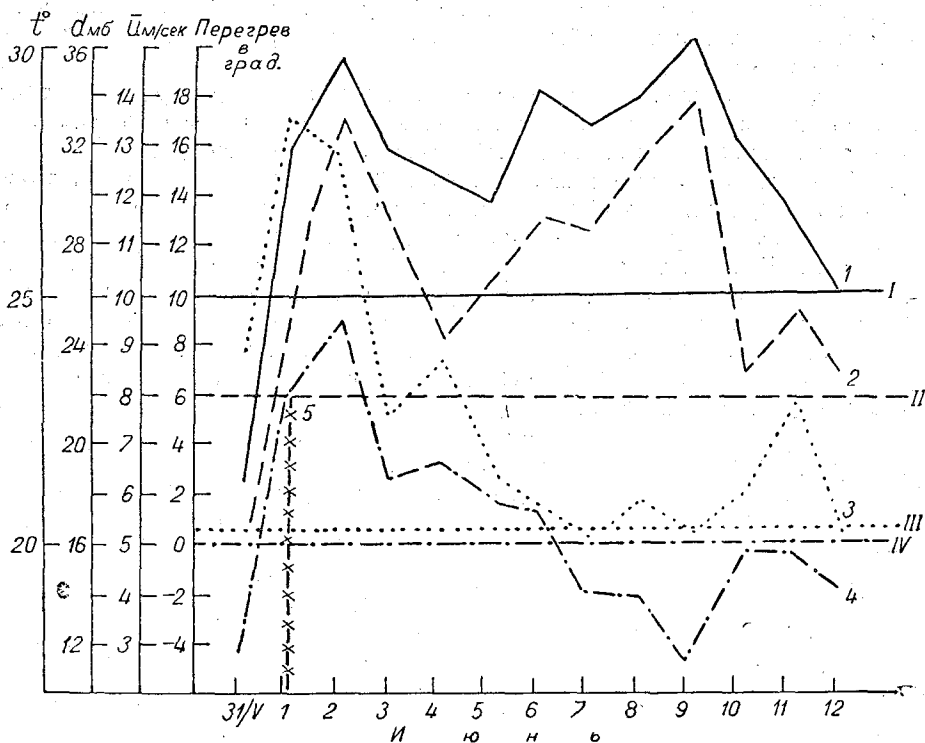


Рис. 3. Метеорологические характеристики периода суховея с 31 мая по 12 июля 1953 г.

I — нижний предел t° при суховея. II — нижний предел d мб при суховея, III — нижний предел u м/сек. при суховея, IV — начало суховея. 1 — температура, 2 — дефицит влажности, 3 — скорость ветра, 4 — перегрев в градусах, 5 — начало захвата.

Таблица 3

Суховея 1953 г.

Дата	16/V	18/V	19/V	20/V	28/V	29/V	30/V	31/V	1/VI	2/VI	3/VI	4/VI	6/VI	7/VI	8/VI
ΔE	1,0	1,6	2,8	1,6	1,4	0,7	1,5	1,8	4,7	7,2	4,0	4,6	3,3	2,5	2,4
Перегрев, град.	-5,7	-4,0	-1,5	-7,8	-8,8	-9,5	-6,5	-4,4	+6,1	+9,2	+2,5	+3,3	+1,5	-2,1	-2,0

Суховея 1954 г.

Дата	6/V	7/V	8/V	9/V	11/V	9/VI	10/VI	11/VI	12/VI	13/VI	14/VI	15/VI	16/VI	17/VI
ΔE	5,0	3,6	6,4	4,4	2,5	1,8	3,0	4,1	5,2	1,8	3,3	3,3	2,9	2,5
Перегрев, град.	+4,8	+1,4	+7,1	+4,7	-2,1	-5,9	0,0	+4,5	+6,2	-5,9	+1,0	+1,0	-1,3	-2,7

Примечание. Знак (-) означает, что фактическая температура ниже температуры, соответствующей $\Delta E = 3$ мм/сутки.

Из табл. 3 и рис. 2 видно, что, несмотря на значительную интенсивность суховея с 18 по 20 мая, дефицита транспирации на уровне деятельной поверхности не наблюдалось, поэтому суховея и не принес вреда, более того, как уже указывалось, благодаря усиленной транспирации он способствовал быстрому росту

растений. За эти 3 дня высота растительного покрова увеличилась на 9 см, тогда как за предыдущие 3 дня — только на 3 см.

При оценке интенсивности суховея на практике нет необходимости каждый раз определять, на сколько дефицит транспирации превышает установленный метеорологический критерий — 3 мм. Для этого, пользуясь номограммой (рис. 1), достаточно определить, каков перегрев на уровне деятельной поверхности. Если перегрева не будет, т. е. температура воздуха будет равна или ниже той, которая получается по номограмме при данной среднесуточной скорости ветра на высоте 1 м и среднесуточной абсолютной влажности в будке, то такой суховея не принесет вреда.¹

Наоборот, чем больше превышение действительной температуры над температурой, указанной в номограмме, тем интенсивнее будет суховея и тем вреднее его действие. При практических наблюдениях установлено, что при перегреве 4—5° наблюдается уже запал растений. Так, при суховея, наблюдавшемся с 1 по 6 июня 1953 г., запал растений наблюдался уже в конце первого дня суховея, а к 6 июня огромные участки поля, засеянного пшеницей, были высушены целиком. Колосья ржи, которая в это время уже цвела, оказались пустыми.

Не менее вредным оказался суховея, наблюдавшийся с 5 по 9 мая 1954 г. Все всходы яровых хлебов подверглись запалу. Особенно большим оказался запал в низинах, хотя влаги в почве там было значительно больше. Только прекращение суховея и почти месячный период обильных осадков спас урожай в этом районе. Интенсивный суховея, начавшийся днем 10 июня, хотя в среднем за сутки и не дал перегрева из-за выпавшего утром кратковременного дождя, но уже к концу дня оказал свое вредное влияние.

Утром 11 июня наблюдался сильный запал листьев у мягкой пшеницы, жесткая пшеница пострадала меньше, просо еще меньше, а у ячменя отмечалось лишь побеление остьев. К концу дня начал подсыхать и ячмень. Тургор листьев у всех растений упал еще к концу дня 10 мая.

12 июня утром прошел кратковременный дождь, который несколько снизил вредное действие суховея. К полдню началась сильная пыльная буря. Шквал продолжался 15—20 мин., после чего вновь выпал дождь.

13 июня в течение дня дождь выпадал несколько раз, и суховея не было. После дождя влияние суховея было очень слабым, а после 15 числа оно прекратилось совсем, несмотря на то, что в дневные часы наблюдались большой дефицит влажности воздуха (до 40—45 мб), а температура воздуха достигала 35° и выше. Ввиду кратковременного действия суховея урожай был спасен.

Приведенные выше примеры являются наглядным доказательством того, что существующие в настоящее время оценки интенсивности суховея на основании общеметеорологических данных являются лишь грубо качественными.

Предлагаемый количественный критерий суховея, как нам представляется, отражает физическую сущность этого явления и позволяет установить начало действия суховея на растения. Этот критерий может найти широкое применение в агрометеорологической и агрономической практике, так как позволяет своевременно принять эффективные меры защиты против вредного влияния суховея.

В заключение следует указать, что так как транспирация растений связана с их физиологическими особенностями, а также с особенностями их посева или посадки, метеорологический критерий суховея для различных сельскохозяйственных культур, видимо, будет несколько отличаться от принятого нами критерия для зерновых культур, но, судя по имеющимся у нас данным, это отличие будет невелико.

¹ При пользовании номограммой (см. рис. 1) из-за малого изменения изолиний температуры скорость ветра при сильных ветрах берется по последнему пределу (8 м/сек.).

НОРМЫ ОРОШЕНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

Для улучшения условий роста и развития растений в засушливых районах производится искусственное орошение. Цель орошения заключается в том, чтобы поддерживать влажность почвы на определенном уровне (около 60—70% максимальной полевой влагоемкости корнеобитаемого слоя). Увеличение влажности почвы влечет за собой дополнительное испарение и увеличение влажности воздуха внутри растительного покрова.

Как известно, нормы орошения определяются тем количеством воды, которое необходимо израсходовать для того, чтобы поддерживать в течение вегетационного периода влажность почвы и воздуха на определенном уровне. При правильно рассчитанных поливных нормах вся вода, затрачиваемая на орошение, должна расходоваться на транспирацию и испарение, т. е. потеря воды путем просачивания в глубь почвы не должна иметь места.

Известно, что испарение зависит в сильной степени от метеорологических факторов, таких как температура и влажность воздуха, радиационный баланс, скорость ветра и т. д. На суммарное водопотребление (расход воды на транспирацию и испарение с почвы) климатические условия оказывают гораздо большее влияние, чем особенности поливаемой культуры. Известно, что при сравнении водопотребления различных сельскохозяйственных культур за один и тот же год имеется больше общего, чем при сравнении водопотребления одной и той же культуры за разные годы.

Следовательно, при определении норм орошения важно учитывать не только влажность, влагоемкость, механический состав почв, уровень грунтовых вод, сток, но и метеорологические условия. До сих пор учет метеорологических условий при определении норм орошения производился на основании опытного материала, накопленного в данном районе. Д. Л. Лайхтман¹ предложил метод количественного определения норм орошения в зависимости от метеорологических условий, который позволяет определять не только средние нормы для вновь осваиваемых районов, но и нормы в годы с аномальными метеорологическими условиями.

Исходным уравнением для определения норм орошения является уравнение водного баланса за вегетационный период:

$$I' = O' - C' + \Delta M', \quad I = O + \Delta \bar{E} - C + \Delta M,$$

где I и I' — испарение на орошаемом участке, O и O' — осадки, C и C' — сток, ΔM и $\Delta M'$ — изменение запаса воды в почве за рассматриваемый период, $\Delta \bar{E}$ — норма орошения

$$\Delta \bar{E} = I - I' - (\Delta M - \Delta M') = \Delta E + \Delta E_m,$$

где $\Delta E = I - I'$ зависит от метеорологических условий.

¹ Лайхтман Д. Л. О физических принципах нормирования орошения. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1955.

Значение ΔE находится путем решения задачи о трансформации температуры и влажности воздушной массы с известными метеорологическими характеристиками. Формула, полученная для определения ΔE , имеет следующий вид:

$$\Delta E = \varphi_0 C(x) + F_0 D(x), \quad (1)$$

где φ_0 — недостаток насыщения до оптимального значения, $C(x)$, $D(x)$ — функции расстояния.

Первый член этой формулы учитывает то дополнительное испарение, которое вызывает увеличение влажности подстилающей поверхности вследствие орошения при условии, что коэффициент турбулентности и альbedo подстилающей поверх-

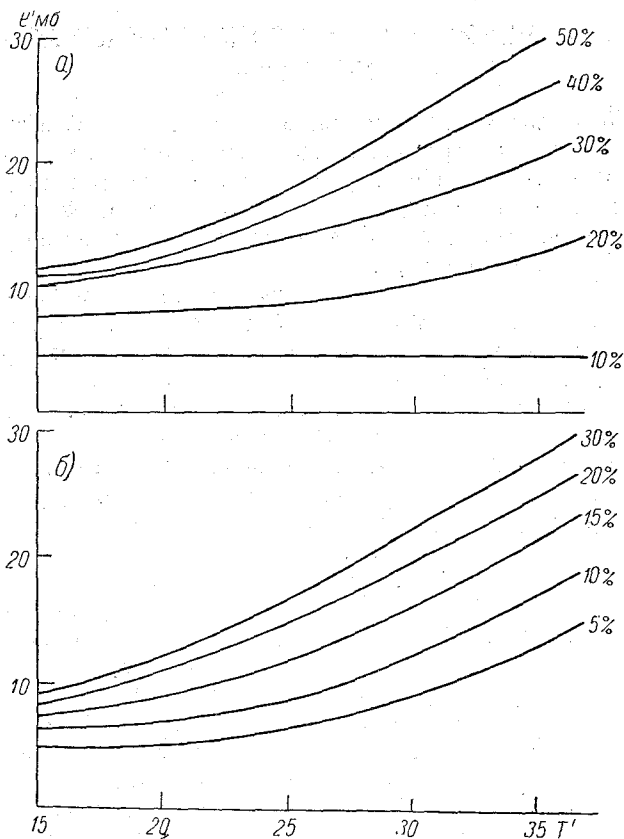


Рис. 1. Изменение дополнительного испарения при изменении температуры (а) и изменении влажности (б).

ности не меняются. Второй член — то дополнительное испарение, которое происходит за счет изменения альbedo и уменьшения коэффициента турбулентности.

По этой формуле был подсчитан дополнительный расход воды для различных метеорологических условий и для орошаемых массивов различной протяженности. Анализ полученных результатов позволил выявить основные факторы, влияющие на нормы, и степень их значимости в тех или иных условиях.

Из числа метеорологических факторов основную роль в определении величины норм орошения играют температура и влажность воздуха. С повышением температуры или уменьшением влажности усиливается транспирационная деятельность растений, что приводит к увеличению расхода воды, поэтому при более высоких температурах и низких влажностях бывают и более высокие нормы.

На рисунках показано, как изменится дополнительное испарение, если при прочих равных условиях температура (рис. 1 а) или влажность (рис. 1 б) воздуха изменится на 10%.

ординат — влажность. Изолинии соответствуют процентам изменения дополнительного испарения.

Как показывает график, при высоких значениях влажности и низких температурах даже небольшое изменение этих факторов сильно влияет на дополнительное испарение, так как само дополнительное испарение невелико. Если влажность или температура изменится не на 10%, а более, то и дополнительное испарение соответственно возрастет во столько же раз.

Кроме температуры и влажности, нормы зависят также от коэффициента турбулентности, хотя и в меньшей степени. С увеличением турбулентного обмена увеличивается отток влаги в более высокие слои воздуха, что и приводит к увеличению расхода воды растениями. Изменение коэффициента турбулентности на 10% при любых значениях остальных факторов изменяет нормы в среднем на 7%, а увеличение k в 10 раз увеличивает нормы в 7 раз.

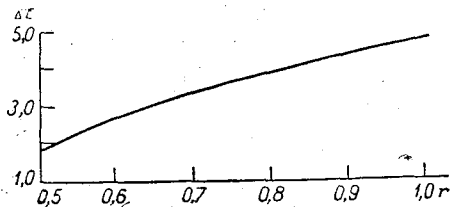


Рис. 2. Связь дополнительного испарения с относительной влажностью.

Относительная влажность воздуха непосредственно внутри растения близка к 100%. Общая влажность внутри растительного покрова меньше 100% благодаря обмену, который непрерывно существует между воздухом внутри растительного покрова и свободным воздушным потоком. Чем ниже относительная влажность свободно протекающего воздуха, тем большее количество воды расходуется растениями и тем большие нормы должны быть в засушливых районах для поддержания их нормальной жизнедеятельности.

Если для некоторых сельскохозяйственных культур можно получить достаточно большой урожай при меньшем расходе воды, то нормы полива для этих культур могут быть уменьшены. В таком случае и влажность внутри растительного покрова будет уменьшена. Связь дополнительного испарения с оптимальной относительной влажностью внутри растительного покрова, которая может быть различной для разных растений, представлена на рис. 2.

При увеличении размеров орошаемого участка расход воды на единицу площади будет уменьшаться. На рис. 3 представлена зависимость изменения суммарного испарения от размеров орошаемого поля.

Большой расход воды на меньших участках объясняется тем, что орошаемый массив окружен сухим воздухом, тогда как при орошении больших территорий воздух уже достаточно увлажнен орошением прилегающих районов.

По формуле (1) производились расчеты норм орошения для ряда пунктов, расположенных в районах Средней Азии и юго-восточной части Европейской территории СССР.

Для расчетов использовались среднемесячные данные по температуре и влажности воздуха и скорости ветра на высоте 1 м, которая рассчитывалась по скорости ветра на высоте флюгера. Среднемесячные данные по температуре и

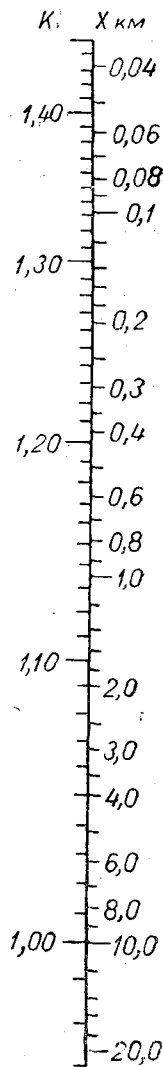


Рис. 3. Зависимость суммарного испарения от размеров орошаемого поля.

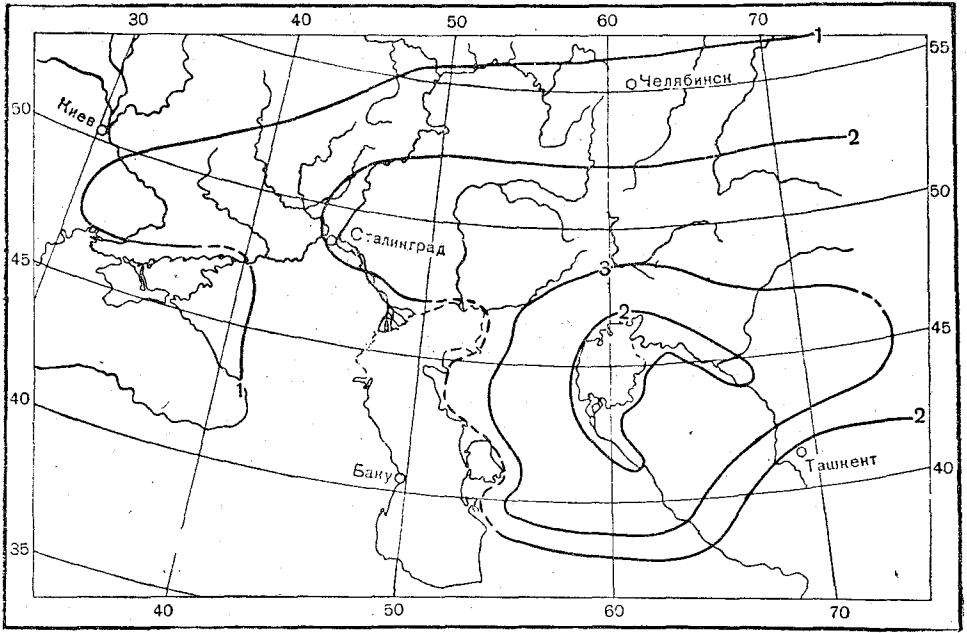


Рис. 4. Нормы орошения яровой пшеницы в тыс. м³/га.

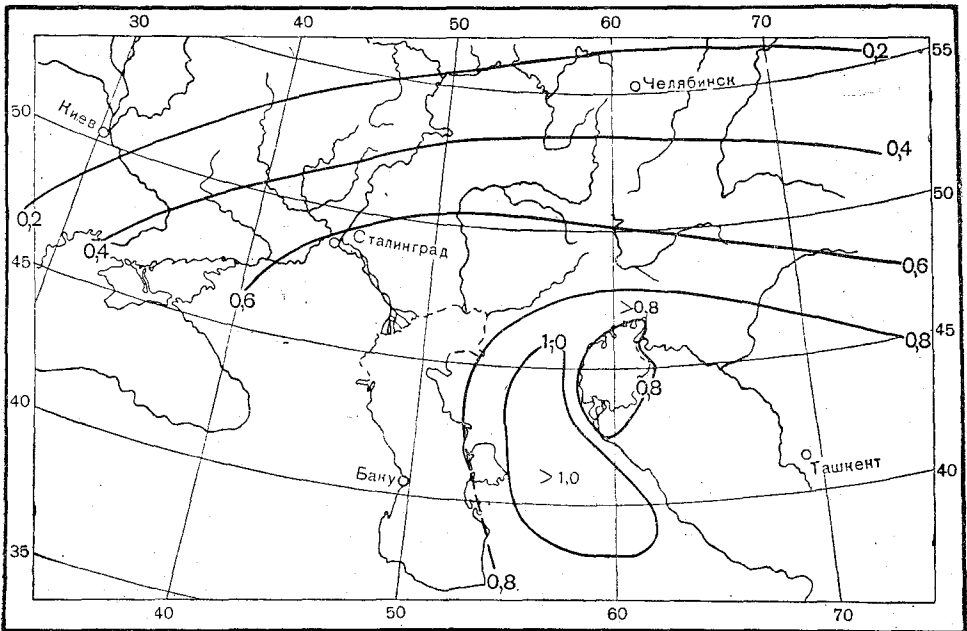


Рис. 5. Нормы орошения за май.

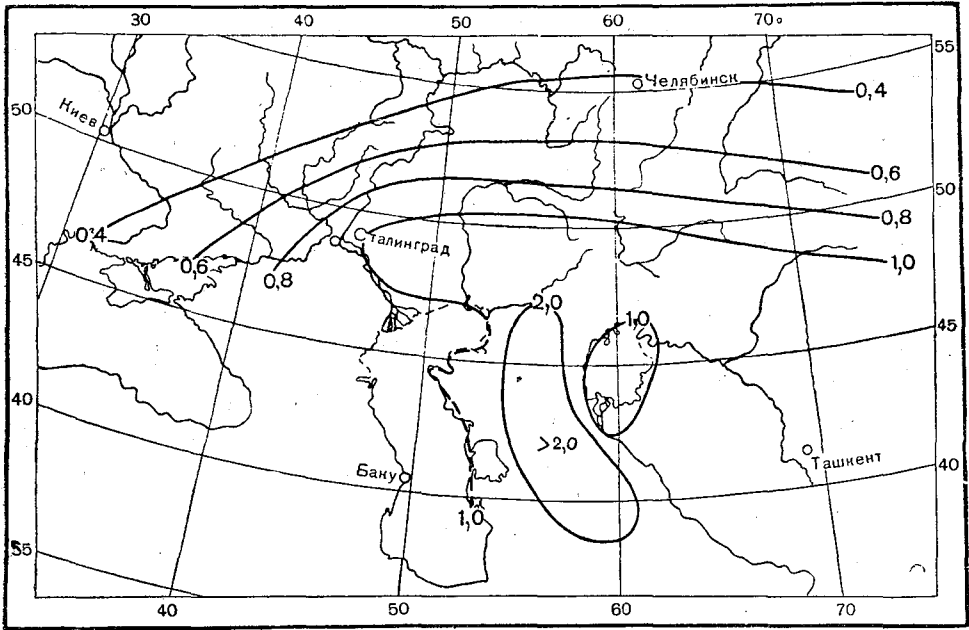


Рис. 6. Нормы орошения за июнь.

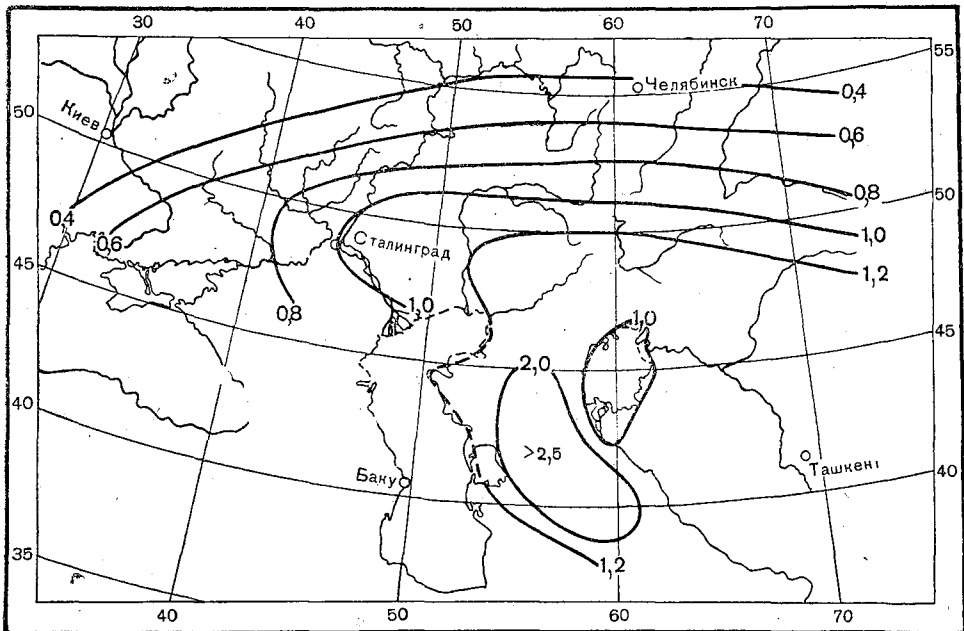


Рис. 7. Нормы орошения за июль.

влажности воздуха и скорости ветра на высоте флюгера брались из климатологических справочников. Использовались также среднемесячные значения суммарной радиации и турбулентных потоков тепла и влаги.

Нормы вычислялись для участков протяженностью в 10 км и периода с мая по август для каждого месяца в отдельности.

Дополнительно построена карта норм орошения яровой пшеницы за весь вегетационный период, сроки которого определялись с помощью карт ВИРа.

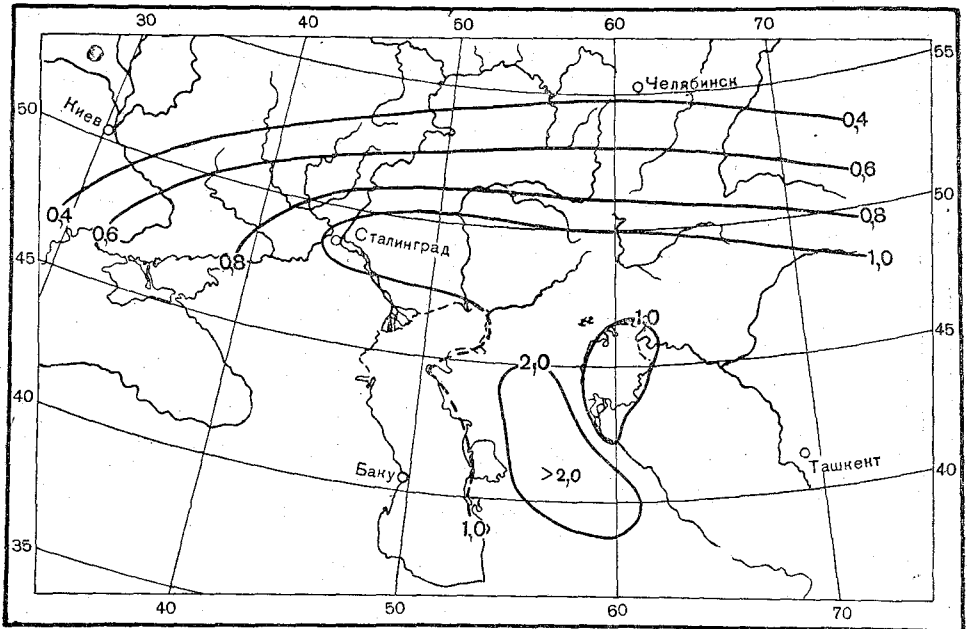


Рис. 8. Нормы орошения за август.

Рассчитываемые нормы представляют собой то количество воды, которое необходимо добавить для того, чтобы повысить влажность воздуха до оптимальной. Необходимо учитывать также, что не вся влага, подаваемая на поля путем транспирации и испарения, переходит в воздух. Часть ее остается в верхнем слое почвы или просачивается в более глубокие слои. Поэтому при построении карт нормы, полученные по метеорологическим данным, увеличивались на 25%.

Как показывает анализ полученной карты (рис. 4), в северной части рассматриваемого района распределение норм широтное. По мере продвижения к югу нормы увеличиваются, достигая максимума в центре Средней Азии. Искажение в этот ход вносят крупные водоемы, такие как Каспийское и Аральское моря и реки Сыр-Дарья и Аму-Дарья, в непосредственной близости от которых нормы уменьшены, так как под влиянием адвекции влажность воздуха в этих районах повышена. По мере продвижения в более южные районы нормы увеличиваются, но здесь сильно сокращаются и сдвигаются к весне сроки выращивания яровой пшеницы, что уменьшает величину норм за вегетационный период. Так, например, в районе Аральского моря оросительный период для пшеницы длится с марта по июнь, а на широте Кокчетова и Магнитогорска — с начала мая до середины августа, т. е. приходится на самый жаркий период лета.

Из анализа карт за каждый отдельный месяц (рис. 5—8) видно, что наибольшие нормы приходятся на полупустынный район Средней Азии. Величина норм увеличивается от весны к лету, достигая максимума в июле. В остальных рассматриваемых районах в течение сезона с мая по август распределение норм широтное с уменьшением величины от юга к северу. За каждый месяц в отдельности наблюдается также отклонение распределения норм от широтного в районах, подвергающихся влиянию крупных водоемов.

РОЛЬ РАЗВОДИЙ В ТЕПЛОМ БАЛАНСЕ АРКТИКИ

Известно, что в северных морях и в Северном Ледовитом океане наблюдаются районы, не покрытые льдом из-за процессов торошения.

Несмотря на то, что площадь открытой воды незначительна по сравнению с площадью ледяного поля, влияние разводий на тепловой баланс Арктики должно быть существенным, особенно в период полярной ночи, когда резкий контраст между температурой воздуха и температурой водной поверхности обуславливает большие турбулентные потоки тепла и водяного пара от подстилающей поверхности в воздух.

В настоящей работе делается попытка оценить роль разводий в тепловом балансе Арктики путем сравнения величин компонентов теплового баланса для поверхности снега и для открытой воды.

Как известно, уравнение теплового баланса подстилающей поверхности имеет следующий вид:

$$P_T + LE + Q + R = 0, \quad (1)$$

где P_T — турбулентный поток тепла, LE — затраты тепла на испарение, Q — поток тепла из глубины океана, R — радиационный баланс.

В данном случае

$$R = A - B,$$

где A — излучение подстилающей поверхности, B — радиация, поступающая сверху.

Имея данные о температуре и влажности подстилающей поверхности и воздуха, можно рассчитать потоки тепла, водяного пара и величину радиационного баланса как с поверхности снега, так и для открытой воды. Величину потока тепла из океана можно рассчитать как остаточный член уравнения [1].

Расчет компонент теплового баланса проводился на основании данных, полученных экспедицией ГГО и Арктического института в октябре—декабре 1955 г.

Величина потоков тепла и водяного пара с поверхности открытой воды рассчитывалась по формулам, полученным в работе [1]:

$$P_T = - \frac{k_1}{z_1} \frac{(1-2n)^{2n-1} \xi^{-n} \rho c_p}{\Gamma(n) (1-n)} [T_{\text{воды}} - T_{\text{возд}}], \quad (2)$$

$$LE = - \frac{k_1 (1-2n)^{2n-1} \rho L \cdot 0,623}{z_1 \Gamma(n) P} [E(T_{\text{воды}}) - e_{\text{возд}}], \quad (3)$$

где k_1 — коэффициент турбулентности на высоте 1 м,

$$n = \frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon},$$

ε — параметр стратификации атмосферы, ρ — плотность воздуха, c_p — теплоемкость воздуха, P — атмосферное давление, L — теплота парообразования,

$$\xi = \frac{k_1 x}{u_1 z_1^2}.$$

Здесь x — ширина разводий, u_1 — скорость ветра на высоте 1 м.

Температура водной поверхности принималась равной $-1,8^\circ$. Благодаря низким температурам воздух в Арктике близок к насыщению, поэтому

$$e(T_{\text{возд}}) = E_m(T_{\text{возд}}),$$

где E_m — насыщающая влажность.

Величины компонентов теплового баланса были рассчитаны для значений температуры воздуха от -5 до -30° и для разводий шириной от 100 до 5000 м.

Полагая $\varepsilon = 0,05$ и $k_1 = 0,055$ м²/сек. (исходя из данных экспедиции 1955 г.), получили следующие значения потоков в зависимости от $T_{\text{возд}}$ и x .

Таблица 1

Составляющие теплового баланса в кал/см² мин. для открытой воды

x м	$T_{\text{возд}}$	LE	P_T	B	A	$A - B = R$	Q
100	-5	0,008	0,015	0,426	0,445	0,019	0,043
	-10	0,018	0,039	0,395	0,445	0,050	0,108
	-20	0,030	0,086	0,339	0,445	0,106	0,222
	-30	0,037	0,134	0,288	0,445	0,157	0,328
1000	-5	0,008	0,014	0,426	0,445	0,019	0,041
	-10	0,017	0,035	0,395	0,445	0,050	0,102
	-20	0,028	0,074	0,339	0,445	0,106	0,208
	-30	0,033	0,122	0,288	0,445	0,157	0,312
5000	-5	0,007	0,013	0,426	0,445	0,019	0,049
	-10	0,016	0,033	0,395	0,445	0,050	0,099
	-20	0,026	0,073	0,339	0,445	0,106	0,205
	-30	0,031	0,114	0,288	0,445	0,157	0,303

Из табл. 1 видно, что величины потоков тепла и водяного пара слабо зависят от ширины разводий и определяются в основном разностью температур вода — воздух, вернее, температурой воздуха, так как температура открытой воды мало меняется.

При температуре воздуха -20 , -30° эти потоки достигают больших значений, что вызывает мощный приток тепла из глубины океана к поверхности.

Полученные данные сравнивались с соответствующими составляющими теплового баланса для ледяного поля, которые были получены путем осреднения данных по 10 суточным сериям наблюдений в Арктике в ноябре 1955 г.

Турбулентный поток тепла рассчитывался градиентным методом. Поток тепла из океана находился также по градиентам температуры в толще льда и снега. Затраты тепла на испарение определялись как остаточный член теплового баланса — уравнение (1).

В табл. 2 даны составляющие теплового баланса в кал/см² мин. для ледяного поля при температуре воздуха около -30° .

Таблица 2

Составляющие теплового баланса для ледяного поля

P_T	LE	R	Q
-0,014	-0,006	+0,039	-0,019

При сравнении величин составляющих теплового баланса (рис. 1) для открытой воды (а) и для ледяного поля (б) при температуре воздуха -30° видно, что

для открытой воды турбулентный поток тепла и водяного пара почти в 10 раз больше, чем для ледяного поля, и имеет обратный знак. Радиационный баланс не меняет знака, но для воды увеличивается в 4—5 раз. Соответственно поток тепла из глубины океана для разводий в 17 раз больше, чем для ледяного поля.

Поскольку потоки тепла и водяного пара почти не зависят от ширины разводий, роль разводий в тепловом балансе всей Арктики зависит от соотношения общей площади открытой воды и ледяного поля.

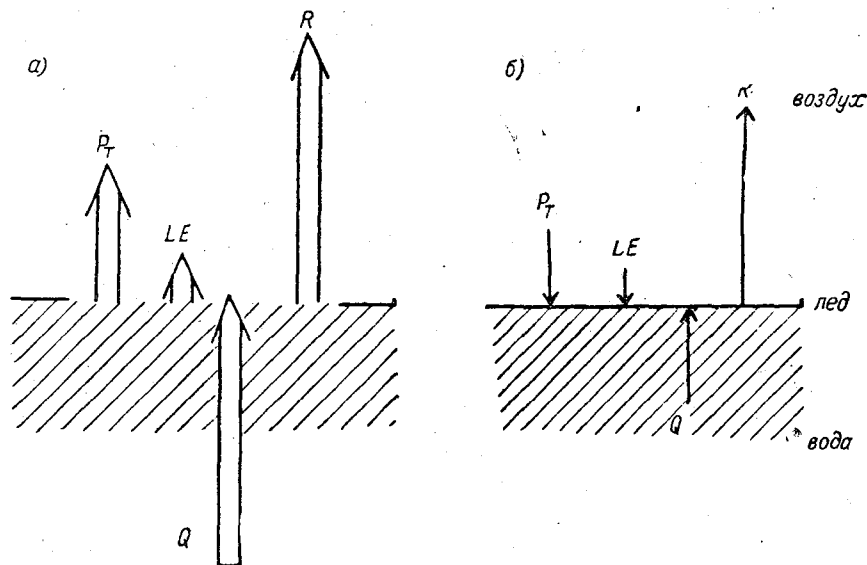


Рис. 1. Составляющие теплового баланса в Арктике.
а — открытая вода, б — ледяное поле.

Если σ — часть океана, не покрытая льдом, то общая теплоотдача воды может быть выражена следующим образом:

$$Q_{\text{общ}} = \sigma Q_1 + (1 - \sigma) Q_2, \quad (4)$$

где Q_1 — поток из океана к поверхности открытой воды, Q_2 — поток из океана к поверхности льда.

Если площадь разводий составляет 5% всей площади ледяного поля Арктики, то

$$Q_{\text{общ}} = Q_1 \cdot 0,05 S + Q_2 (1 - 0,05) S,$$

где S — общая площадь Арктики.

В этом случае для полярной ночи

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0,328 \text{ кал/см}^2\text{мин.}, \quad Q_2 = 0,019 \text{ кал/см}^2 \text{ мин.}, \\ Q_{\text{общ}} &= 0,328 \cdot 0,05 S + 0,019 \cdot 0,95 S = 0,016 S + 0,018 S. \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что теплоотдача воды с 5% площади, не покрытой льдом, составляет почти 50% всей теплоотдачи воды в Арктике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. Трансформация воздушной массы под влиянием подстилающей поверхности. *Метеорология и гидрология* № 1. 1947.

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕРМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕРЗЛОЙ ПОЧВЫ И СНЕГА

1. Термические характеристики мерзлой почвы

При исследовании процессов, происходящих в почвах и грунтах при отрицательной температуре, а следовательно, и при определении термических характеристик мерзлых почв и грунтов, необходимо учитывать их специфику, т. е. непрерывное изменение как в пространстве, так и во времени соотношения между составляющими мерзлый грунт компонентами (твердыми частицами, льдом, водой и воздухом).

Н. А. Цытовичем впервые было показано [1], что в дисперсных грунтах при любой отрицательной температуре всегда содержится некоторое количество незамерзшей воды, существенно влияющей на физические свойства мерзлых грунтов. Это явление объясняется отчасти наличием в почвенной воде большего или меньшего количества растворенных солей, что приводит к понижению точки заморзания почвенной влаги, но главным образом особыми физическими свойствами самой почвенной воды.

Выделяют следующие основные категории почвенной влаги: 1) прочно связанная вода, 2) ориентированная вода и 3) свободная вода.

Прочно связанная вода находится под силовым действием минеральных частиц грунта: сфера силового действия измеряется толщиной слоя в несколько рядов молекул и характеризуется очень высоким давлением, порядка тысяч и десятков тысяч атмосфер. Плотность связанной воды больше, чем свободной, в 1,5—2,5 раза. Связанная вода при замерзании грунта не расширяется и не выделяет скрытой теплоты льдообразования. Она не усваивается корнями растений и имеет меньшую упругость пара, чем свободная вода. Ее диэлектрическая постоянная равна 2,2 вместо 81 для свободной воды. Такие свойства связанной воды дают все основания считать ее твердым телом [2]. Этим и объясняется то обстоятельство, что связанная вода не замерзает при любом понижении температуры. Однако ее физические свойства отличаются от свойств льда (например, ее плотность значительно больше единицы).

П. И. Андриановым было проведено исследование теплоемкости связанной воды [3] путем сравнения теплоемкостей воздушно-сухих и высушенных почв. Величина среднего значения удельной теплоемкости гигроскопической влаги (связанной воды) была найдена равной 0,75. Проведенные П. И. Андриановым подсчеты теплоемкости связанной воды по данным Ульриха дали среднюю величину теплоемкости связанной воды 0,70.

Однако работы последних лет [4] не подтверждают результатов П. И. Андрианова. Величина теплоемкости незамерзшей воды, по данным О. С. Конновой, составляет 0,95—0,98 кал/г град. и в практических расчетах принимается равной 1,0.

Ориентированная, т. е. рыхло связанная, или пленочная вода, представляет собой водную пленку между связанной и свободной водой толщиной в несколько десятков молекулярных слоев. Она находится под действием уже значительно меньшего давления, порядка 10—20 атм. [2], постепенно убывающего по мере удаления от поверхности грунтовых частиц. При охлаждении почвы ниже 0° замерзает вначале лишь часть водяной пленки, а остальная часть требует для замерзания более низкой температуры. Как показывают опыты, некоторое количество ориентированной воды может находиться в жидкой фазе до температуры —78° [5].

Свободная, капиллярно-гравитационная вода заполняет крупные поры грунта и замерзает при температурах, близких к 0°, однако, чем тоньше капилляры грунта, тем температура замерзания будет ниже.

Количество незамерзшей воды в грунте таким образом определяется:

1) природой мерзлого грунта (размером частиц), т. е. величиной удельной поверхности, и минералогическим его составом,

2) содержанием растворимых солей и

3) внешними условиями, т. е. температурой и давлением.

Н. А. Цитовичем [2] предложена теория равновесного состояния воды в мерзлых грунтах, основные положения которой сформулированы следующим образом:

„В любом мерзлом грунте при любой его отрицательной температуре в природных условиях всегда содержится некоторое, хотя бы и весьма незначительное, количество воды в жидкой фазе, находящееся в равновесном состоянии с величиной внешних воздействий и количественно изменяющееся с изменением последних“.

Таким образом, вследствие наличия в мерзлом грунте некоторого количества незамерзающей воды его льдистость, т. е. отношение веса льда к весу всей воды, содержащейся в грунте, будет всегда меньше единицы.

Работы, проведенные в Институте мерзлотоведения АН СССР при исследовании различных грунтов, показывают определенную закономерную связь между температурой мерзлого грунта и количеством незамерзшей воды в нем [6].

Количественное установление этой связи для данного грунта, т. е. получение экспериментальным путем кривой изменения содержания незамерзшей воды в зависимости от температуры, сильно облегчает определение объемной теплоемкости мерзлого грунта: отпадает необходимость в его калориметрировании; нужно знать лишь температуру и влажность грунта в момент определения *ср*. Теплоемкость грунта при этом вычисляется как сумма теплоемкостей составляющих его частей (скелета грунта, льда и незамерзшей воды).

По данной методике автором настоящей статьи были получены кривые зависимости содержания незамерзшей воды от температуры для почвы метеостанции Колтуши и с их помощью вычислялись величины *ср* указанной почвы в течение зимы 1954-55 г. [7]. Полученные данные приведены в табл. 1.

Величина объемной теплоемкости почвы на очищенной от снега площадке, как показывают вычисления, изменялась в течение зимы в пределах от 0,39 до 0,72 кал/см³ град., т. е. почти в 2 раза, в зависимости от содержания влаги в почве и в особенности от состояния воды в ней. Наибольшие значения теплоемкости наблюдались во второй половине декабря и в начале февраля, когда температура воздуха была выше нуля, а также в конце марта из-за высокой общей влажности почвы.

Определение тепло- и температуропроводности мерзлых почв и грунтов представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Все методы измерения термических характеристик основаны на распространении в почве потоков тепла того или иного режима, что приводит к соответствующему изменению температурного поля в почве вблизи источника тепла. Изменение же температуры мерзлой почвы вызывает изменение в соотношении содержащихся в почве льда и незамерзшей воды, в особенности при температурах, близких к 0°, что в свою очередь влечет за собой выделение или поглощение скрытой теплоты льдообразования. Этот тепловой эффект искажает температурное поле, образованное от внешнего

источника. Поэтому следует признать, что в случае мерзлой почвы инструментальные методы измерения теплопроводности и температуропроводности либо вовсе непригодны, либо могут быть применимы лишь в области отрицательных температур, достаточно удаленной от 0°.

Методы определения тепловых характеристик, основанные на их расчете по данным о распределении температуры в почве в естественном состоянии, также не свободны от указанного недостатка, поскольку и естественное распределение температуры обуславливается в случае мерзлой почвы не только внешними, но и внутренними источниками тепла.

Такой метод расчета дает величину так называемого „кажущегося“, или, правильнее было бы назвать, „эффективного“ коэффициента температуропроводности $K_{эфф}$, т. е. температуропроводность мерзлой почвы с учетом фазовых переходов воды в ней.

Проведенные вычисления $K_{эфф}$ для зимних месяцев 1954-55 г. по естественному распределению температуры в почве показали гораздо более значительные по сравнению с теплоемкостью колебания этой величины в течение зимы: от $5,0 \cdot 10^{-5}$ до $3,4 \cdot 10^{-3}$ см²/сек. (табл. 1).

Таблица 1

Температуропроводность $K_{эфф}$ и объемная теплоемкость c_p почвы

Зима 1954-55 г.

Метеостанция Колтуши

Бесснежная площадка

Число	Ноябрь		Декабрь		Январь		Февраль		Март	
	$K_{эфф}$	c_p	$K_{эфф}$	c_p	$K_{эфф}$	c_p	$K_{эфф}$	c_p	$K_{эфф}$	c_p
1			0,0018	0,54	0,0007	0,56	0,0009	0,59	0,0008	0,43
2			0,0016	0,55	0,0006	0,55	0,0009	0,61	0,0009	0,41
3			0,0016	0,55	0,0006	0,54	0,0009	0,62	0,0009	0,40
4			0,0016	0,56	0,0006	0,54	0,0009	0,63	0,0010	0,39
5			0,0016	0,57	0,0012	0,53	0,0008	0,62	0,0010	0,39
6			0,0016	0,58	0,0028	0,53	0,0008	0,60	0,0010	0,40
7			0,0016	0,59	0,0029	0,53	0,0008	0,57	0,0011	0,41
8			0,0016	0,60	0,0026	0,53	0,0008	0,53	0,0011	0,44
9			0,0016	0,61	0,0021	0,53	0,0008	0,51	0,0012	0,48
10			0,0016	0,62	0,0017	0,54	0,0008	0,49	0,0012	0,52
11			0,0016	0,62	0,0014	0,55	0,0008	0,49	0,0012	0,54
12			0,0016	0,63	0,0012	0,55	0,0007	0,49	0,0011	0,55
13			0,0014	0,64	0,0011	0,56	0,0007	0,49	0,0010	0,56
14			0,0010	0,65	0,0011	0,57	0,0007	0,50	0,0008	0,57
15			0,0009	0,66	0,0011	0,57	0,0006	0,52	0,0006	0,58
16			0,0011	0,67	0,0010	0,57	0,0006	0,54	0,0005	0,59
17			0,0023	0,67	0,0008	0,57	0,0006	0,57	0,0004	0,59
18			0,0034	0,68	0,0006	0,57	0,0006	0,58	0,0003	0,60
19			0,0033	0,69	0,0006	0,57	0,0006	0,58	0,0004	0,60
20	0,00005	0,53	0,0012	0,70	0,0010	0,57	0,0005	0,58	0,0003	0,60
21	0,00005	0,53	0,0004	0,71	0,0015	0,56	0,0004	0,58	0,0002	0,60
22	0,00005	0,53	0,0003	0,72	0,0016	0,56	0,0003	0,58	0,0002	0,61
23	0,00005	0,53	0,0003	0,72	0,0016	0,56	0,0007	0,58	0,0004	0,61
24	0,00005	0,53	0,0003	0,73	0,0016	0,55	0,0014	0,57	0,0006	0,61
25	0,00010	0,53	0,0004	0,71	0,0015	0,55	0,0013	0,57	0,0006	0,61
26	0,00015	0,53	0,0005	0,68	0,0010	0,54	0,0010	0,56	0,0005	0,61
27	0,00030	0,54	0,0006	0,65	0,0003	0,54	0,0008	0,53	0,0004	0,60
28	0,00045	0,54	0,0007	0,62	0,00005	0,54	0,0008	0,49	0,0004	0,60
29	0,00075	0,54	0,0008	0,61	0,0007	0,55			0,0003	0,60
30	0,00210	0,54	0,0008	0,59	0,0010	0,56			0,0003	0,60
31			0,0007	0,57	0,0010	0,57			0,0003	0,60

„Истинный“, т. е. при условии отсутствия внутренних источников тепла, коэффициент температуропроводности может быть рассчитан по формуле

$$K_{\text{ист}} = K_{\text{эфф}} \left[1 - \frac{q}{c\rho} W \frac{di}{dT} \right],$$

где q — скрытая теплота льдообразования, $c\rho$ — объемная теплоемкость почвы, W — общая влажность почвы, $\frac{di}{dT}$ — изменение льдистости почвы при изменении температуры.

Средняя величина $K_{\text{ист}}$ для зимы 1954-55 г. была найдена равной 0,0037 см²/сек.

Коэффициент $K_{\text{эфф}}$ всегда должен быть меньше, чем $K_{\text{ист}}$, так как $\frac{di}{dT}$ всегда меньше нуля (с повышением температуры льдистость почвы уменьшается и наоборот).

Сравнение вычисленных величин $K_{\text{эфф}}$ с $K_{\text{ист}}$ показало, что при низких температурах они близки между собой, в то время как при температурах около 0°, т. е. в области интенсивных фазовых переходов, величина $K_{\text{эфф}}$ приближалась к нулю.

2. Термические характеристики снега

Термические характеристики снега не являются постоянными, а зависят от физических свойств снега и прежде всего от его структуры и плотности.

Изменчивость испытуемого материала создает большие трудности при его исследованиях, чем и объясняются значительные различия как в величинах самих термических характеристик, так и в выражениях их зависимости от плотности, полученных разными авторами.

Разногласий нет лишь в определении объемной теплоемкости снега, вычисляемой как произведение $c\rho$, где c — удельная теплоемкость, ρ — плотность снега.

Удельная теплоемкость снега принимается обычно равной примерно 0,5 кал/г град., т. е. равной удельной теплоемкости льда. Однако при температурах, близких к 0°, т. е. для влажного снега, величина c будет больше в соответствии с содержанием воды в снеге.

Для определения теплопроводности и температуропроводности снега предложен ряд эмпирических формул. При этом указанные величины вычисляются как функции плотности снега.

Так, Г. Абельс [8] дает следующую формулу для определения температуропроводности снега, полученную им на основании температурных наблюдений в снеге различной плотности:

$$K = 0,0133 \rho \text{ см}^2/\text{сек.}$$

Коэффициент теплопроводности λ Абельс получает на основании равенства

$$\lambda = Kc\rho.$$

Величину удельной теплоемкости снега c он принимает равной 0,508 кал/г. Откуда

$$\lambda = 0,0068 \rho^2 \text{ кал/см сек. град.}$$

В строительной технике, в указаниях по расчетам промерзания грунтов, рекомендуют при вычислении теплопроводности снега пользоваться формулой Проскурякова [9], [10]

$$\lambda = 0,0018 + 0,87 \rho \text{ ккал/м час} \quad (1)$$

Эта формула, в отличие от формулы Абельса, дает линейную зависимость теплопроводности снега от плотности.

Рассчитанные, исходя из формулы (1), значения температуропроводности снега для различной его плотности получаются почти не зависящими от последней и даже несколько уменьшающимися при увеличении плотности.

Янсон [11] предлагает следующую формулу для вычисления теплопроводности снега в интервалах плотности от 0,1 до 0,4:

$$\lambda = 0,00005 + 0,0019\rho + 0,006\rho^4.$$

Исследованиями термических характеристик снега занимался также Г. К. Сулак-велидзе [12]. Измеряя теплопроводность снега методом „мгновенного источника“,

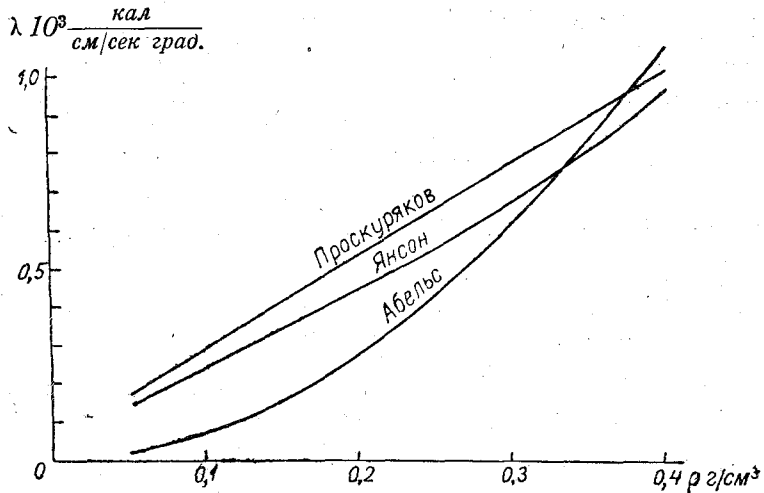


Рис. 1. Зависимость теплопроводности снега от его плотности.

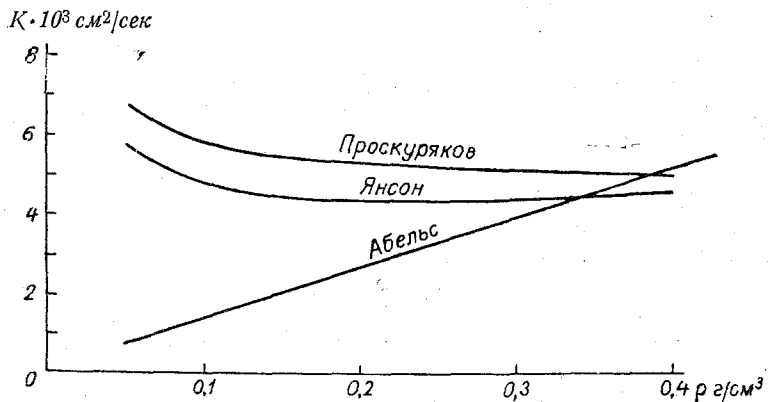


Рис. 2. Зависимость температуропроводности снега от его плотности.

он пришел к выводу, что теплопроводность снега является линейной функцией его плотности.

На рис. 1 изображены зависимости λ снега от его плотности, полученные по всем указанным выше формулам.

Аналогичный график представлен на рис. 2 для коэффициента температуропроводности K . Эта величина, по Проскурякову и Янсону, получилась либо совершенно не зависящей, либо очень слабо зависящей от плотности. Абельс дает довольно сильную линейную зависимость K от ρ .

Одной из основных причин расхождения в величинах термических характеристик снега, полученных разными авторами для одной и той же плотности, является зависимость этих характеристик от структуры снега.

Структура снежного покрова зависит в основном от двух причин: 1) метеорологических условий, при которых выпадает снежный покров и 2) условий залегания снежного покрова. Снег, выпавший при низких температурах, состоит обычно из мелких ледяных игл, а выпавший при температурах, близких к 0°, из более крупных кристаллических образований в виде различных звездочек. Образовавшийся снежный покров может менять структуру под действием ветра, изменений температуры и т. п.

На существование определенной зависимости термических характеристик снега от его структуры указывал А. А. Кузьмин [13]. Он сравнивал, в частности, величины теплопроводности снега на разных глубинах в марте, вычисленные по температурным наблюдениям. При этом оказалось, что верхний слой старого снега — крупнозернистый, ноздреватый — имеет меньшую теплопроводность, чем нижний, несмотря на большую плотность первого.

Следовательно, определение теплопроводности и теплопроводности снега путем вычисления этих величин по плотности снега может привести иногда к значительным ошибкам.

Так как теоретический учет структуры снега в формулах для вычисления его тепловых характеристик чрезвычайно затруднителен, то единственно надежным является непосредственное определение этих характеристик в каждом конкретном случае либо по распределению температур в снежном покрове, либо экспериментальным путем при условии, что данный метод не приводит к изменению структуры, плотности и агрегатного состояния снега.

Автором настоящей работы были вычислены значения коэффициента теплопроводности снега $K_{сн}$ на метеостанции Колтуши для января—марта 1954 г. Вычисления проводились на основании данных о распределении температуры в снеге по формуле Г. Х. Цейтина [14].

Результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

Теплопроводность снега $K_{сн}$

Зима 1954-55 г.

Метеостанция Колтуши

Число	Плотность снега ρ г/см ³	$K_{сн}$ см ² /сек.	Число	Плотность снега ρ г/см ³	$K_{сн}$ см ² /сек.
18/1	0,20	0,0027	29-30/1	0,27	0,0014
19/1	0,20	0,0024	9-10/II	0,28	0,0016
20/1	0,20	0,0024	19-20/II	0,30	0,0022
22-23/1	0,23	0,0014	29-30/III	0,30	0,0027
24-25/1	0,26	0,0018	30-31/III	0,30	0,0019
26/1	0,26	0,0040			

Данные таблицы свидетельствуют о независимости коэффициента теплопроводности снега от его плотности.

Средняя величина $K_{сн}$ равна примерно 0,0022 см²/сек.

Методом, разработанным в ГГО, тепловые характеристики снега λ и K были также измерены непосредственно. Результаты измерений приведены в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п.	K	λ	c_p	$\rho_{расч}$	$\rho_{изм}$
1	0,0026	0,00032	0,12	0,24	0,23
2	0,0027	0,00032	0,12	0,24	0,23
3	0,0025	0,00036	0,14	0,28	0,26
4	0,0025	0,00042	0,17	0,32	0,33

Во всех случаях величина коэффициента температуропроводности получилась примерно одинаковой и равной $2,5 - 2,7 \cdot 10^{-3}$ см²/сек., т. е. очень близкой к вышеприведенной средней расчетной величине.

Так как тепловые константы связаны между собой формулой $K = \frac{\lambda}{c\rho}$, то постоянство коэффициента температуропроводности означает линейную зависимость λ от плотности.

Объемная теплоемкость $c\rho$ рассчитывалась на основании величин λ и K .

В графе $\rho_{\text{изм}}$ даны величины плотности снега, измеренные плотномером. В графе $\rho_{\text{расч}}$ помещены величины плотности, рассчитанные по формуле

$$\rho = \frac{\lambda}{Kc},$$

причем c принималось равным 0,5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цитович Н. А. Тезисы докладов на Якутской конференции (Совет по изучению производительных сил). Изд. АН СССР, 1941.
2. Цитович Н. А. К теории равновесного состояния воды в мерзлых грунтах. Изд. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., т. IX, № 5—6, 1945.
3. Андрианов П. И. Теплоемкость связанной воды и теплоемкость почв. Докл. ВАСХНИЛ, вып. 2, 1936.
4. Коннова О. С. К методике определения теплоемкости мерзлых грунтов. Материалы по лабораторным исследованиям мерзлых грунтов. Сб. 1, 1953.
5. Цитович Н. А. О незамерзающей воде в рыхлых горных породах. Изв. АН СССР, сер. геологич., № 3, 1947.
6. Нерсесова З. А. Инструкция по определению количества незамерзшей воды и льда в мерзлых грунтах. Материалы по лабор. исследованиям мерзл. грунтов. Сб. 2, 1954.
7. Серова Н. В. Вычисление потоков тепла в почве в зимнее время. Труды ГГО, вып. 60 (122), 1956.
8. Абельс Г. Суточный ход температуры снега и определение зависимости между теплопроводностью снега и его плотностью. Приложение к XXII т. записок Императ. АН, № 12, 1893.
9. Лукьянов В. С. и Головкин М. Д. Указания по определению расчетной глубины промерзания грунта. 1955.
10. Указания по подготовке грунта к разработке в зимних условиях. Изд. НИИ Горсельстроя, М., 1956.
11. Jansson M. Om värmeledningsförmågan hos snö. Upsala, 1904.
12. Сулаквелидзе Г. К. Некоторые вопросы теплопроводности влажного снега. Сообщ. АН Груз. ССР, т. 15, № 8, 1954.
13. Кузьмин А. А. Проникновение температурных колебаний в снег. Метеорология и гидрология, № 1, 1939.
14. Цейтин Г. Х. О вычислении коэффициента температуропроводности и потока тепла в почву по осредненным температурам. Труды ГГО, вып. 60 (122), 1956.

О РАСЧЕТЕ СРЕДНЕГО КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

Для вычисления коэффициента теплопроводности почвы предложено довольно большое количество формул, обладающих различной точностью. В нашу задачу не входит критический разбор их. (Часть применяющихся формул была проанализирована Г. А. Волошиновой [1].) Отметим лишь, что, исходя из теоретических предпосылок, наибольшей точностью должна обладать формула, предложенная Г. Х. Цейтиным [2], на которой мы остановимся несколько подробнее. Эта формула позволяет рассчитывать коэффициент теплопроводности K для снега и мерзлой почвы, что по другим формулам сделать не удается.

Необходимо, однако, указать на одну принципиальную неточность, содержащуюся в работе [2] и могущую привести к ошибочным представлениям. Автор совершенно правильно отмечает, что предлагаемая им формула будет давать не истинный коэффициент теплопроводности мерзлой почвы, а так называемый „кажущийся“, включающий в себя эффект фазовых переходов воды. Из соотношения, связывающего кажущийся коэффициент с характеристиками мерзлой почвы и истинным коэффициентом, можно вычислить последний [3]. Но таким образом будет получен коэффициент теплопроводности не талой почвы, как указывает автор, а мерзлой при отсутствии в ней фазовых переходов. Эти коэффициенты не равны между собой, что подтверждается как экспериментами [4], так и тем обстоятельством, что K льда больше K воды.

Следует отметить также, что истинный и кажущийся коэффициенты теплопроводности заметно разнятся лишь при температурах почвы, близких к 0° , и сближаются с понижением температуры. Ниже некоторой температуры (своей для каждой почвы) расчетные методы будут давать уже истинный коэффициент.

По формуле работы [2] в Отделе физики приземного слоя проводилось много расчетов. При этом выяснилось, что иногда результат сильно зависит от выбора интервала времени вычисления. Оказалось, что довольно легко установить критерий, когда ошибки при вычислении K будут минимальными.

В формуле (3) работы [2] подынтегральное выражение в числителе равно разности между площадью, ограниченной кривой $T(t)$, и площадью прямоугольника с высотой $T(0)$. Эта площадь на рис. 1 заштрихована.

Подынтегральное выражение в знаменателе есть разность между площадью прямоугольника, высота которого равна полусумме температур на границах слоя, для которого определяется K , и площадью, ограниченной кривой $T(z)$,

Из рис. 2 видно, что в случае, когда ход $T(z)$ во все моменты времени имеет характер *a*, результирующая площадь будет больше, чем в случае *b*.

Ясно, что для увеличения точности расчета надо по возможности выбирать такие интервалы времени, когда кривые $T(t)$ на всех z и $T(z)$ при всех t располагаются по одну сторону прямой AB и не пересекают ее.

Обычно при выводах расчетных формул для коэффициента теплопро-

водности из уравнения теплопроводности вводится произвольная функция глубины — так называемый „вес“. Более логичным является введение двух весов — по глубине и по времени — и определение их из условий максимальной точности вычисления.

Мы поставили перед собой задачу подобрать такие веса $f(t)$ и $\varphi(z)$, чтобы выражение для коэффициента температуропроводности не содержало разностей и находилось как частное от деления двух двойных интегралов от температуры.

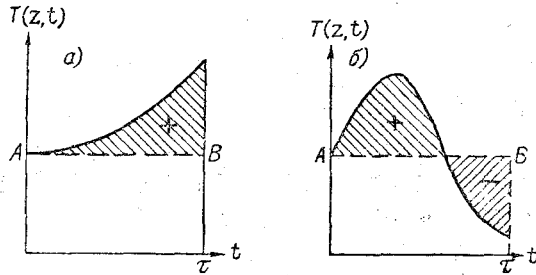


Рис. 1.

Умножим уравнение теплопроводности $\frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ на $f(t) \varphi(z)$ и проинтегрируем обе его части в пределах $0 \leq t \leq \tau$, $0 \leq z \leq H$. Получим

$$\int_0^H \varphi(z) [f(t) T(z, t)]_{t=0}^{\tau} dz - \int_0^{\tau} f'(t) dt \int_0^H \varphi(z) T(z, t) dz =$$

$$= K \left\{ \int_0^{\tau} f(t) \left[\varphi(z) \frac{\partial T}{\partial z} - \varphi'(z) T(z, t) \right]_{z=0}^H dt + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\tau} f(t) dt \int_0^H \varphi''(z) T(z, t) dz \right\}. \quad (1)$$

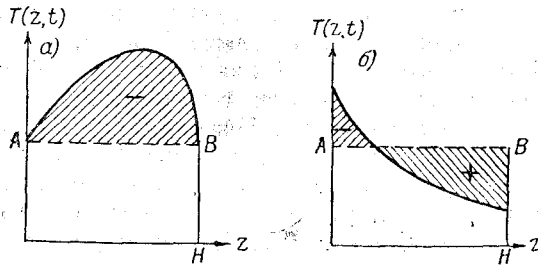


Рис. 2.

Если мы теперь потребуем, чтобы

$$\int_0^H \varphi(z) [f(t) T(z, t)]_{t=0}^{\tau} dz = 0, \quad (2)$$

$$\int_0^{\tau} f(t) \left[\varphi(z) \frac{\partial T}{\partial z} - \varphi'(z) T(z, t) \right]_{z=0}^H dt = 0, \quad (3)$$

то для определения коэффициента температуропроводности из (1) получим

формулу

$$K = \frac{\int_0^\tau \int_0^H \varphi(z) f'(t) T(z, t) dz dt}{\int_0^\tau \int_0^H \varphi''(z) f(t) T(z, t) dz dt} \quad (4)$$

Условия (2) и (3) должны выполняться для любых значений $T(z, t)$ и $\frac{\partial T}{\partial z}$. Кроме того, так как температура обычно измеряется не в абсолютной шкале, необходимо выбрать $\varphi(z)$ и $f(t)$ такими, чтобы всегда имели место следующие равенства:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\tau \int_0^H \varphi(z) f'(t) dz dt &= 0 \\ \int_0^\tau \int_0^H \varphi''(z) f(t) dz dt &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Условия (2), (3) и (5) будут выполняться, если потребовать на границах интегрирования равенства нулю функций $f(t)$ и $\varphi(z)$ и первой производной от $\varphi(z)$. Простейшими функциями, удовлетворяющими поставленным условиям, будут полиномы 2-й и 4-й степени соответственно. Если мы возьмем $f(t) = t^2 + bt$, $\varphi(z) = z^4 + az^3 + dz^2 + ez$ и определим коэффициенты из условий $f(\tau) = f(0) = \varphi(H) = \varphi(0) = \varphi'(H) = \varphi'(0)$, то получим

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= t(t - \tau), & f'(t) &= 2t - \tau \\ \varphi(z) &= [z(z - H)]^2 & \text{и } \varphi''(z) &= 2(6z^2 - 6Hz + H^2) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4), найдем, что

$$K = \frac{\int_0^\tau \int_0^H [z(z - H)]^2 (2t - \tau) T(z, t) dz dt}{2 \int_0^\tau \int_0^H (6z^2 - 6Hz + H^2) t (\tau - t) T(z, t) dz dt} \quad (7)$$

Интересно отметить, что вид формулы (7) не зависит от того, сколько раз проинтегрировать уравнение теплопроводности по t и по z : один, два или три раза, по обоим переменным или по одной. Если только мы задаемся целью получить в числителе и знаменателе по одному двойному интегралу, то веса при $T(z, t)$ всегда будут такими, как в (7).

Перейдем в (7) к безразмерным координатам $\sigma = \frac{t}{\tau}$ и $\zeta = \frac{z}{H}$. Не останавливаясь на простых выкладках, напишем сразу

$$K = \frac{H^2 \int_0^1 \int_0^1 T(\zeta H, \sigma \tau) d\alpha d\beta}{4\tau \int_0^1 \int_0^1 T(\zeta H, \sigma \tau) d\gamma d\Psi} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= 4\sigma(1 - \sigma), \\ \gamma &= \sigma^2(3 - 2\sigma), \end{aligned}$$

$$\alpha = \zeta^3 (6\zeta^2 - 15\zeta + 10),$$

$$\Psi = 10\zeta (2\zeta^2 - 3\zeta + 1). \quad (9)$$

На основании изображенных на рис. 3 и 4 функций (9) видно, что для уменьшения ошибки вычисления надо проводить интегрирование в формуле (8) в числителе сначала по времени, потом по глубине, а в знаменателе — наоборот. Таким образом, расчетный вид формулы для K будет следующим:

$$K = -7 \cdot 10^{-5} \frac{H^2 M}{\tau N}, \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M &= \int_0^1 A(z, \tau) dz, & A(z, \tau) &= \int_0^1 T(z, t) dt \\ N &= \int_0^1 D(H, t) dt, & D(H, t) &= \int_0^1 T(z, t) d\Psi \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Выражение (10) дает величину среднего коэффициента температуропроводности в слое толщиной H за время τ в системе CGS (см²/сек.); глубина в сантиметрах, время — в часах.

Численные величины функций (9) даны в табл. 1 и 2. Их легко рассчитать и для других значений аргументов.

Таблица 1

ζ	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{15}{16}$	1
α	0	—	0,02	0,10	0,28	0,5	0,72	0,90	0,98	—	1,00
Ψ	0	0,51	0,82	0,94	0,59	0	-0,59	-0,94	-0,82	-0,51	0

Таблица 2

σ	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{15}{16}$	1
β	0	0,23	0,44	0,75	0,94	1,00	0,94	0,75	0,44	0,23	0
γ	0	—	0,04	0,16	0,32	0,5	0,68	0,84	0,96	—	1

На основании рис. 3 и 4 можно заключить, что для вычисления интегралов с достаточной точностью надо иметь для числителя не менее 5 точек по времени и по глубине, а для знаменателя — 8 точек по глубине и 5 по времени. Если не имеется таких подробных данных о поле температуры, то недостающие точки надо проинтерполировать.

Проанализируем, соблюдение каких условий даст возможность вычислить коэффициент температуропроводности с наибольшей точностью.

Совершенно ясно, что M и N будут иметь максимальные значения, а следовательно, K будет вычислено с минимальной ошибкой, если функции $A(z, \tau)$ и $D(H, t)$ не меняют знака в области интегрирования. Соблюсти эти условия можно, варьируя пределами осреднения H и τ . Обычно нас интересует значение K для какого-либо определенного слоя. В этом случае рекомендуется начать расчет с вычисления функций $D(H, t)$ и выбрать такой промежуток τ , внутри которого $D(H, t)$ не меняло бы знака.

На рис. 5 представлены некоторые из возможных кривых распределения температуры по глубине, а на рис. 6 — соответствующие кривые, ограничивающие площадь $D(H, t)$.

На рис. 7. даны варианты хода температуры по времени, а на рис. 8 — соответствующие кривые для вычисления интеграла $A(z, \tau)$.

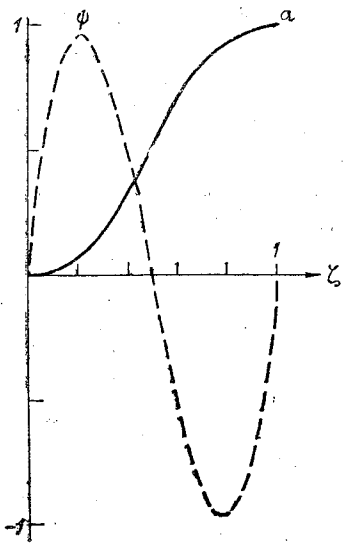


Рис. 3.

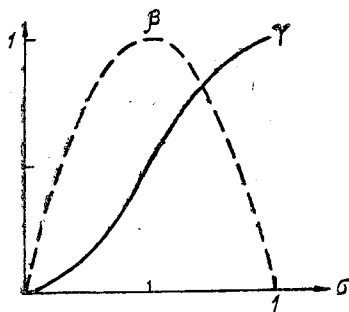


Рис. 4.

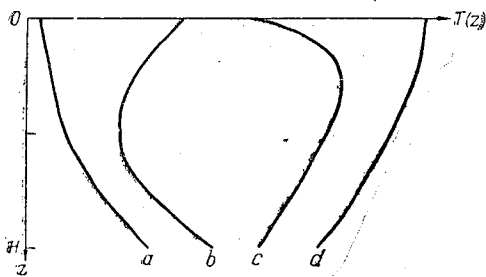


Рис. 5.

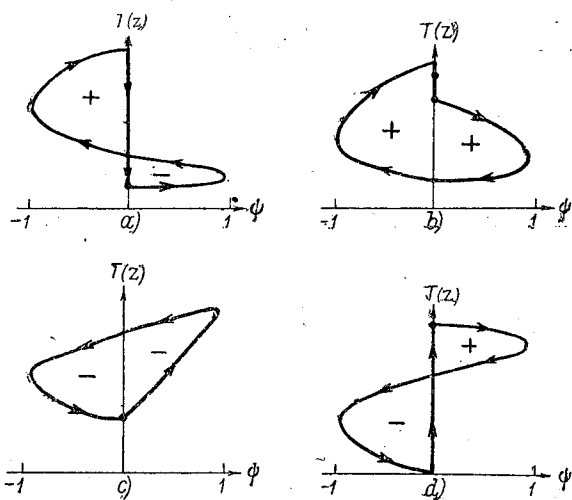


Рис. 6.

Стрелками показано направление интегрирования; знаки $+$ и $-$ указывают, положительна или отрицательна площадь данного участка.

Из рис. 6 и 8 ясно, что следует избегать вычислений K для отрезков времени, в течение которых ход температуры аналогичен изображенному на рис. 7 (кривая c), но симметричен относительно $\frac{\tau}{2}$, и что наиболее благоприятными являются такие периоды, когда в ходе температуры по глубине наблюдается экстремум.

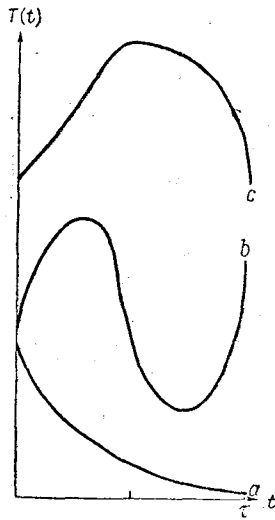


Рис. 7.

Следует также иметь в виду, что в числитель формулы (10) с наибольшим весом входят температуры на глубине $\frac{H}{2}$ в начальный и конечный моменты времени (0 и τ), а в знаменатель — на границах слоя (0 и H) в середине периода осреднения $\frac{\tau}{2}$. Для иллюстрации предлагаемой формулы нами был сосчитан средний коэффициент температуропроводности для снега высотой 20 см за три перекрывающихся периода времени. Данные метеостанции Колтуши за 29—31 января 1955 г. приведены в табл. 3.

Расчеты проводились как по формуле (10), так и по формуле работы [2] для следующих промежутков времени: 01 час 29 января—19 час. 30 января, 07 час. 29 января—07 час. 31 января, 13 час. 29 января—07 час. 31 января. Для вычисления числителя выражения (10) было использовано 5 глубин, знаменателя — 11 (температура на промежуточных уровнях интерполировалась). В табл. 4 приведены результаты расчета по формулам Цейтина [2] и (10).

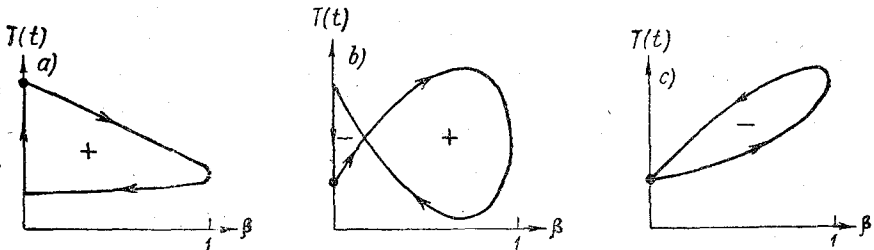


Рис. 8.

Таблица 3

z	29/1				30/1				31/1	
	1	7	13	19	1	7	13	19	1	7
	t									
0	-12,05	-12,20	-3,52	-2,95	-3,66	-5,70	-12,00	-12,72	-8,75	-7,64
5	-11,70	-12,00	-2,95	-2,53	-2,70	-5,10	-8,10	-9,75	-7,00	-5,20
10	-10,88	-11,39	-2,35	-2,08	-1,88	-4,16	-5,15	-6,88	-4,98	-3,25
15	-7,40	-8,1	-1,6	-1,5	-1,3	-2,7	-3,0	-4,0	-3,0	-1,9
20	-0,8	-0,8	-0,8	-0,8	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,1	-1,2

Как видно из табл. 4, величина коэффициента температуропроводности, полученная по (10), также зависит от интервала осреднения τ , но значительно меньше, чем вычисленная по формуле работы [2].

Вычисления по формуле (10) несколько громоздки, но это полностью компенсируется большей точностью, что особенно существенно в тех случаях, когда температура меняется мало или ее ход близок к линейному, например зимой в почве или снеге.

Таблица 4

τ час.	K см ² /сек.	
	[2]	(10)
01—19	0,0014	0,0023
07—07	0,0171	0,0038
13—07	-0,0043	0,0041

ЛИТЕРАТУРА

1. Волошинова Г. А. Сравнение различных методов определения коэффициента температуропроводности. Труды ГГО, вып. 22, 1950.
2. Цейтин Г. X. О вычислении коэффициента температуропроводности и потока тепла в почву по осредненным температурам. Труды ГГО, вып. 60, 1956.
3. Колесников А. Г., Мартынов Г. А. О расчете глубины промерзания и протаивания грунтов. Материалы по лабораторным исследованиям мерзлых грунтов. Сб. 1, изд. АН СССР, М., 1953.
4. Карлсон Г. Расчет протаивания мерзлого грунта. Мерзлотные явления в грунтах. М., 1955.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ЭЛЕМЕНТАРНОГО СПОСОБА РАСЧЕТА ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА В ГРУНТЕ

1. Общие соображения

Для решения некоторых народнохозяйственных задач необходимы данные о количествах тепла, накапливаемых или отдаваемых верхними слоями почвы за те или иные отрезки времени. В настоящее время не имеется достаточно простых приборов, позволяющих непосредственно измерять эти количества. Поэтому их определение производится расчетными методами. Один из таких методов разработан Г. Х. Цейтиным [1] на основании теории, предложенной Д. Л. Лайхтманом [2,3]¹. Анализ теоретических обоснований этого метода, а также проведенное Г. А. Волошиновой [4] сопоставление одного из первоначальных его вариантов с некоторыми ранее предложенными способами расчета позволяют считать, что в настоящее время метод [1] является относительно наиболее точным. В несколько упрощенной форме, рассчитанной на использование на сети, метод [1] изложен Н. П. Русиным [5].

Однако даже в упрощенной форме метод Г. Х. Цейтина требует хотя и не сложных, но трудоемких вычислений. Законность же дальнейшего упрощения, предлагаемого Н. П. Русиным [6], по-видимому, требует дополнительной проверки. Поэтому до настоящего времени продолжает оставаться актуальной задача разработки не только достаточно точного, но в то же время и простого метода расчета тепловых потоков в почве.

В этой связи привлекает к себе внимание работа К. А. Сычева [7], в которой предложен элементарный способ расчета тепловых потоков в почве, основанный на методике определения теплового баланса моря, разработанной В. В. Штокманом. Следует, однако, отметить, что значительная специфичность протекания процесса теплообмена между поверхностью и более глубокими слоями в море по сравнению с соответствующими процессами в твердом грунте требует большой осторожности при „переносе на сушу“ методики расчета, предназначенной для моря. Результаты, получаемые для суши по такой методике, как справедливо отмечает сам автор, могут быть лишь приближенными. В частности, при характерных для почвы вертикальных распределениях температуры, резко отличающихся от линейного, в особенности вблизи поверхности почвы, где наиболее интенсивен как сам теплообмен, так и его изменения, значительные ошибки может вызвать автоматическая замена дифференциалов конечными разностями в соответствующих исходных уравнениях.

В связи с этим представляется целесообразным произвести оценку возможных погрешностей метода [7]. Установление такой оценки и явилось задачей данной

¹ В момент написания настоящей статьи авторам не была известна вышедшая позднее работа [10].

работы, причем в качестве критерия для сравнения использовались результаты, получаемые по методу [1].

При проведении расчетов были использованы измерения температуры почвы в трех районах:

а) на станции физики приземного слоя воздуха в Колтушах, под Ленинградом (июль 1951 г.);

б) на паровом поле в Каменной Степи (июль 1951 г.) [8];

в) в полупустыне в районе оазиса Пахта-Арал в Средней Азии (июль 1952 г.) [9].

Поскольку для вычисления потоков тепла в почве необходимо знание коэффициента температуропроводности, то оценку погрешности метода [7] целесообразно начать с рассмотрения результатов расчета этого коэффициента.

2. Коэффициент температуропроводности

Для расчета коэффициента температуропроводности методом К. А. Сычева из работы [7] была использована формула (10). Формула (11) не использовалась по следующим двум причинам.

а) По трактовке метода [1], примененной в [2], коэффициент температуропроводности определяется по наблюдениям за температурой почвы только в дневные часы, тогда как формула (11) К. А. Сычева предназначена для определения среднего значения этой величины за интервалы времени порядка суток и более и, следовательно, не могла быть использована для проведения расчетов, результаты которых были бы сопоставимы с результатами, получающимися по методу [1].

б) Не вполне очевиден физический смысл величины, получаемой по этой формуле, ибо, как известно, средняя величина отношения не всегда может быть получена простым осреднением отдельно числителя и знаменателя, как это, по-видимому, сделано при получении формулы (11).

Использовавшиеся в качестве „контрольных“ значения коэффициента температуропроводности, по методу Г. Х. Цейтина, вычислялись по соотношению, вытекающему из формул (2), (7), (8) и (8') работы [1]. Несколько упрощенная формула (9), рекомендуемая в [5], здесь не применялась как менее точная.

При обработке всех трех групп исходных данных определялся средний коэффициент температуропроводности верхнего слоя почвы глубиной 20 см. Результаты проведенных расчетов и сопоставления полученных результатов даны в табл. 1, в которой значения, полученные по формуле К. А. Сычева, обозначены a_c , а по формулам Г. Х. Цейтина — $a_{ц}$.

При рассмотрении табл. 1 обращают на себя внимание результаты, полученные для Колтушей за 4 и за 19 июля 1951 г. В первом случае имеет место наибольшее расхождение между значениями, полученными по двум методам, а во втором случае оба метода привели к не имеющим физического смысла отрицательным значениям. Объяснением таких результатов может являться резко неустойчивый характер погоды в эти дни с частым чередованием солнечных периодов и моментов выпадения осадков, в результате чего происходили резкие колебания влажности верхнего слоя почвы, вызывавшие в свою очередь значительные и быстрые изменения коэффициента температуропроводности, не успевавшего принять свою „нормальную“ величину.

Таблица 1 позволяет сделать следующие выводы.

а) В большинстве случаев (в 20 из 27, т. е. в 74%) метод К. А. Сычева правильно отражает динамику изменения коэффициента температуропроводности ото дня ко дню.

б) Как правило (25 случаев из 29, т. е. 86%), расчет по формуле К. А. Сычева приводит к меньшим значениям коэффициента температуропроводности, чем расчет по методу Г. Х. Цейтина.

в) Среднее абсолютное отклонение всех вычисленных значений a_c от

соответствующих им значений $a_{\text{Ц}}$ составляет 1,62 см²/час.

г) Средняя относительная погрешность расчета значений $a_{\text{С}}$ по сравнению с соответствующими им значениями $a_{\text{Ц}}$ составляет для Колтушей 22%, для Каменной Степи и Пахта-Арала 25%, а для всех рассмотренных случаев 24% при среднем квадратичном отклонении от этой величины в 16%.

Таблица 1

Результаты расчета коэффициента температуропроводности по формулам К. А. Сычева и Г. Х. Цейтина для трех районов СССР за отдельные дни июля, см²/час

Число	$a_{\text{С}}$	$a_{\text{Ц}}$	$a_{\text{С}} - a_{\text{Ц}}$	$\left(\frac{a_{\text{С}} - a_{\text{Ц}}}{a_{\text{Ц}}}\right), \%$
-------	----------------	----------------	-------------------------------	---

Колтуши, 1951 г.
(интервал времени с 8 до 16 час.)

1	6,00	9,12	-3,12	34
4	10,00	5,51	4,49	81
7	3,62	4,15	-0,53	13
10	6,38	7,54	-1,16	15
13	5,63	5,67	-0,04	1
16	7,75	8,71	-0,96	11
19	-28,17	-43,50	—	—
22	7,88	9,40	-1,52	16
25	5,38	6,73	-1,35	20
28	3,75	4,70	-0,95	20
31	4,50	5,07	-0,57	11

Среднее 22

Каменная Степь, 1951 г.
(интервал времени с 7 до 19 час.)

3	4,10	3,59	0,51	14
4	2,34	3,34	-1,00	30
5	3,48	6,53	-3,05	47
7	10,40	7,02	3,38	48
8	5,51	9,30	-3,79	41
9	4,94	6,15	-1,21	20
10	5,47	6,44	-0,97	15
13	4,86	6,27	-1,41	22
14	5,00	6,80	-1,80	27
15	6,55	6,39	0,16	3
16	6,05	6,79	-0,74	11
21	9,40	12,95	-3,55	27

Среднее 25

Пахта-Арал, 1952 г.
(интервал времени с 8 час. 30 мин. до 20 час. 30 мин.)

13	4,47	5,35	-0,88	16
15	3,75	5,75	-2,00	35
16	4,27	6,20	-1,93	31
18	4,70	6,07	-1,37	23
23	4,50	6,03	-1,53	25
25	4,84	6,31	-1,47	23
28	4,97	6,45	-1,48	23

Среднее 25

3. Расчет потоков тепла в почве и суточных сумм теплооборота

Для расчета средних потоков тепла в почве за некоторые интервалы времени была применена взятая из работы К. А. Сычева [7] формула (17), а в качестве „контрольных“ использовались результаты вычисления по формуле, вытекающей из соотношений (14'), (16) и (18) работы Г. Х. Цейтина [1]. Получаемые значения потоков условно относились к серединам соответствующих интервалов времени, после чего производилось сопоставление значений, полученных двумя указанными методами. Сопоставление показало, что отдельные значения потоков, полученные методом К. А. Сычева, в основном правильно отражают особенности суточного хода теплообмена в почве [6], т. е. имеет место правильное чередование дневных потоков, направленных от поверхности в глубь почвы, с ночными потоками, имеющими обратное направление. При этом изменение знака потока, как правило, происходит в переходные утренние и вечерние часы. Однако расхождение между отдельными значениями потоков, отнесенных к одному и тому же моменту времени, оказывается довольно значительным. В переходные утренние и вечерние часы, характеризующиеся неустойчивым направлением и величиной тепловых потоков в почве, расхождение между вычисленными величинами также не имеет систематического характера. Однако в дневные и в ночные часы это расхождение становится вполне определенным. В качестве примера приводится табл. 2, в которой средние значения потоков тепла в почве, полученные по формуле К. А. Сычева, обозначены Q_C , а по методу Г. Х. Цейтина — $Q_{Ц}$.

Таблица 2 позволяет сделать следующие выводы.

а) Как в дневные, так и в ночные часы тепловые потоки, вычисляемые по формуле К. А. Сычева, завышены по абсолютной величине по сравнению с потоками, определяемыми по методу Г. Х. Цейтина.

Таблица 2

Потоки тепла в почве, вычисленные для отдельных ночных и дневных часов по формулам К. А. Сычева и Г. Х. Цейтина для трех районов СССР для некоторых дней июля, кал/см² мин.

Число	Колтуши, 1951 г.				Число	Каменная Степь, 1951 г.				Число	Пахта-Арал, 1952 г.	
	0 час.		12 час.			1 час		13 час.			12 час. 30 мин.	
	Q_C	$Q_{Ц}$	Q_C	$Q_{Ц}$		Q_C	$Q_{Ц}$	Q_C	$Q_{Ц}$		Q_C	$Q_{Ц}$
1	-0,095	-0,038	0,032	0,030	3	-0,034	-0,026	0,038	0,008	—	—	—
2	-0,051	-0,034	0,118	0,048	4	-0,028	-0,012	—	—	9	0,212	0,150
3	-0,058	-0,028	0,042	0,017	7	-0,065	-0,032	0,080	0,048	—	—	—
4	-0,070	-0,042	0,057	0,010	8	-0,075	-0,035	0,104	0,062	13	0,196	0,130
5	-0,060	-0,024	0,032	0,042	9	-0,073	-0,032	0,123	0,076	—	—	—
6	-0,048	-0,026	—	—	10	-0,082	-0,034	0,119	0,058	15	0,170	0,130
12	-0,070	-0,049	0,158	0,099	13	-0,078	-0,031	0,103	0,054	—	—	—
13	-0,074	-0,040	0,142	0,076	14	-0,074	-0,031	0,116	0,062	16	0,170	0,130
14	-0,086	-0,020	0,105	0,062	15	-0,074	-0,038	0,098	0,047	—	—	—
15	-0,093	-0,050	0,146	0,074	16	-0,087	-0,028	0,103	0,054	18	0,195	0,110
16	-0,105	-0,049	0,114	0,060	17	-0,073	-0,029	—	—	—	—	—
17	-0,049	-0,032	0,112	0,012	—	—	—	—	—	23	0,191	0,150
18	-0,041	-0,034	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
26	-0,066	-0,037	0,107	0,062	—	—	—	—	—	25	0,218	0,150
27	-0,079	-0,047	0,136	0,084	—	—	—	—	—	—	—	—
28	-0,074	-0,034	0,094	0,059	—	—	—	—	—	28	0,188	0,110
29	-0,076	-0,036	0,111	0,060	—	—	—	—	—	—	—	—
30	-0,061	-0,027	0,019	0,018	—	—	—	—	—	—	—	—
31	-0,079	-0,040	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Число случаев	19	19	16	16	—	11	11	9	9	—	8	8
Среднее	-0,070	-0,036	0,095	0,051	—	-0,068	-0,030	0,098	0,052	—	0,192	0,132

б) Среднее абсолютное отклонение для всех приведенных значений Q_C от соответствующих им значений $Q_{Ц}$ составляет 0,043 кал/см² мин. при средней квадратичной ошибке 0,020 кал/см² мин., а для всех случаев 112%.

в) Среднее относительное отклонение величин потока тепла, полученных по формуле К. А. Сычева, от величин, получающихся методом Г. Х. Цейтина, составляет для Колтушей в 0 час. 102% и в 12 час. 145%, для Каменной Степи в 1 час — 127% и в 13 час. — 118%, для Пахта-Арала в 12 час. 30 мин. — 47%. Отдельные значения различаются между собою еще больше.

Конечной целью многих расчетов тепловых потоков в почве является определение сумм тепла, накопленных или отданных почвой за те или иные интервалы времени, например за сутки. В связи с этим представлялось целесообразным произвести сопоставление суточных сумм тепловых потоков в почве, вычисляемых двумя упомянутыми методами. С этой целью обоими методами вычислялся средний поток тепла за несколько интервалов времени, охватывавших полные сутки. При расчете по формуле К. А. Сычева использовались последовательно перекрывававшиеся („скользящие“) интервалы, а при расчете по методу Г. Х. Цейтина — только соседние друг с другом интервалы. Получаемые значения потоков тепла, как и выше, условно относились к серединам соответствующих интервалов. Далее было предположено, что в пределах двух—четырех часов днем и до шести часов ночью изменение во времени потока тепла в почве происходит в первом приближении линейно. На этом основании расчет суточных сумм тепла по значениям потока, относившимся к отдельным моментам суток, производился по методу трапеций. Сопоставление полученных результатов дается в табл. 3, где суточные или дневные суммы тепла, вычисленные по методу К. А. Сычева, обозначены B_C , а по методу Г. Х. Цейтина — $B_{Ц}$.

В табл. 3 обращают на себя внимание следующие особенности. В Колтушах встречаются как положительные (62% случаев), так и отрицательные (32% случаев) отклонения суточных сумм B_C от соответствующих $B_{Ц}$. При этом, несмотря на летнее время года, сами суточные суммы в отдельные дни также являются отрицательными, что может объясняться лишь неустойчивым характером погоды. Превышение числа положительных отклонений над числом отрицательных отклонений может говорить о том, что превышение дневных Q_C над $Q_{Ц}$ в среднем несколько больше, чем занижение ночных Q_C по сравнению с $Q_{Ц}$. Это частично подтверждается цифрами табл. 2, из которой видно, что в данном районе превышение Q_C над $Q_{Ц}$ в 12 час. в среднем составляет 0,044 кал/см² мин., тогда как среднее ночное занижение — 0,034 кал/см² мин. В Каменной Степи, как правило (10 случаев из 11, т. е. 91%), $B_C < B_{Ц}$, причем две из суточных сумм, рассчитанных по методу К. А. Сычева, оказались отрицательными, что для данного района и сезона представляется не вполне достоверным, тем более, что $B_{Ц}$ ни в одном из 11 случаев не является отрицательным. Полученный результат на первый взгляд не подтверждается цифрами табл. 2, согласно которым здесь, как и в Колтушах, дневное завышение Q_C над $Q_{Ц}$ несколько больше ночного занижения. Но следует учесть, что, во-первых, максимальные значения потока тепла в почву в среднем имеют место не в 13 час., а в более ранние часы [6]. Во-вторых, при расчете суточных сумм теплооборота могут иметь известное значение величины тепловых потоков не только в дневные и ночные часы, характеризующиеся цифрами табл. 2, но и в переходное время суток. Наконец, для Пахта-Арала, где вычислялись суммы тепла только за дневное время, во всех случаях оказалось $B_C > B_{Ц}$, что и следовало ожидать, ибо в данном районе в эти часы всегда имелось значительное превышение Q_C над $Q_{Ц}$ (см. табл. 2).

Таблица 3 позволяет сделать следующие выводы.

а) В большинстве случаев (28 из 35, т. е. 80%) метод К. А. Сычева правильно отражает динамику изменения суточных сумм теплооборота в почве ото дня ко дню.

б) Между отдельными значениями суточных сумм теплооборота, вычисленными для одних и тех же суток двумя методами, имеют место значительные расхождения не только по абсолютной величине, но иногда и по знаку.

в) Среднее абсолютное отклонение сумм B_C от соответствующих им сумм $B_{Ц}$ для всех рассмотренных случаев составляет 13,2 кал/см².

г) Средние относительные отклонения сумм теплооборота в почве, вычисленных методом К. А. Сычева, от соответствующих сумм, рассчитанных по методу Г. Х. Цейтина, составляют для Колтушей 314%, для Каменной Степи 157% и для Пахта-Арала 93%, а для всех рассмотренных случаев 214%.

Таблица 3

Суточные суммы теплооборота в почве, вычисленные по формулам К. А. Сычева и Г. Х. Цейтина для трех районов СССР за отдельные дни июля, кал/см² в сутки

Число	Колтуши, 1951 г.			Число	Каменная Степь, 1951 г.			Число	Пахта-Арал, 1952 г.		
	B_C	$B_{Ц}$	$B_C - B_{Ц}$		B_C	$B_{Ц}$	$B_C - B_{Ц}$		B_C	$B_{Ц}$	$B_C - B_{Ц}$
1	-31,4	-11,0	-20,4	3	-5,0	0,5	-5,5	—	—	—	—
2	21,8	12,2	9,6	4	17,1	9,9	7,2	9	73,2	56,9	16,3
3	3,4	0,7	2,7	5	8,0	13,5	-5,5	—	—	—	—
4	-13,0	-0,5	-12,5	7	-6,2	11,0	-17,2	13	51,7	24,0	27,7
5	-4,3	6,2	-10,5	8	6,1	16,0	-9,9	—	—	—	—
12	34,3	20,4	13,9	9	11,6	23,4	-11,8	15	42,1	22,2	19,9
13	21,1	14,6	6,5	10	12,1	19,4	-7,3	—	—	—	—
14	7,3	-1,0	8,3	13	5,5	11,0	-5,5	16	45,5	21,0	24,5
15	55,5	10,6	44,9	14	9,7	14,6	-4,9	—	—	—	—
16	16,1	16,6	-0,5	15	6,5	17,5	-11,0	18	50,4	21,6	28,8
17	-3,4	-13,0	9,6	16	7,4	19,3	-11,9	—	—	—	—
26	6,5	5,8	0,7	—	—	—	—	23	46,1	28,8	17,3
27	33,1	22,1	11,0	—	—	—	—	—	—	—	—
28	-14,9	-7,0	-7,9	—	—	—	—	25	56,9	29,4	27,5
29	23,5	19,2	4,3	—	—	—	—	—	—	—	—
30	-29,0	-17,1	-11,9	—	—	—	—	28	51,0	25,8	25,2
Число случаев	16	16	16	—	11	11	11	—	8	8	8
Среднее	7,9	4,9	10,9 ²	—	6,6	14,2	8,9 ²	—	52,1	28,7	23,4

ЛИТЕРАТУРА

1. Цейтин Г. Х. К вопросу об определении некоторых тепловых свойств почвы. Труды ГГО, вып. 39 (101), 1953.
2. Лайхтман Д. Л. О точном методе получения коэффициента температуропроводности почвы. Труды ГГО, вып. 2 (64), 1947.
3. Цейтин Г. Х. О новом методе вычисления коэффициента температуропроводности почвы. Труды ГГО, вып. 22 (84), 1950.
4. Волошинова Г. А. Сравнение различных методов определения коэффициента температуропроводности. Труды ГГО, вып. 22 (84), 1950.
5. Методические указания гидрометеорологическим станциям, № 5, ГГО, 1954.
6. Русин Н. П. Об определении теплообмена в почве на гидрометеорологических станциях. Труды ГГО, вып. 52 (114), 1955.
7. Сычев К. А. Элементарный способ расчета теплового баланса в грунте. „Метеорология и гидрология“. № 6, 1954.
8. Материалы экспедиции в Каменную Степь. Труды ГГО, вып. 40 (102), 1953 (приложение).
9. Борушко И. С., Кириллова Т. В., Огнева Т. А., Чуринова И. И. Описание площадок и методики наблюдений. Труды ГГО, вып. 39 (101), 1953.
10. Цейтин Г. Х. О вычислении коэффициента температуропроводности и потока тепла в почву по осредненным температурам. Труды ГГО, вып. 60 (122), 1956.

ПРИБОР ДЛЯ ПИРГЕЛИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

В настоящее время пиргелиометрические измерения производятся главным образом прибором Онгстрема, основанном на температурной компенсации двух металлических пластин, одна из которых подвергается облучению солнца, а другая подогревается электрическим током.

Кроме того, в Америке широко распространен так называемый водоструйный пиргелиометр, устроенный по принципу черного тела, нагреваемого солнечными лучами. В полых стенках черного тела циркулирует вода. По разности начальной и конечной температуры воды судят о величине солнечной радиации.

Оба указанных типа прибора отличаются сложностью конструктивных особенностей и большой трудностью определения их постоянных.

Пиргелиометр Онгстрема, например, трудно изготовить симметричным по тепловым характеристикам обеих пластин, поскольку они представляют собой сложную систему, состоящую из самой пластины, слоя изоляции с нижней стороны, приклеенными к ним концами термобатареи и, наконец, основы, на которой укрепляется эта система.

Наблюдения этими приборами также отличаются большой сложностью и производятся обычно специалистами высокой квалификации.

В Отделе физики приземного слоя Главной геофизической обсерватории разработан пиргелиометр, более простой в изготовлении, в работе с ним и более удобный при расчете его постоянной.

Описание конструкции прибора

Прибор состоит из двух основных частей: толстостенной латунной трубы 1, содержащей приемную пластину 2 (рис. 1), и поворотного механизма (не показан на рисунке).

Приемная труба 1 изготовлена из латуни, толщина стен ее равна 2 мм.

Внутри трубы имеются диафрагмы 3. Диафрагма служит в качестве держателя приемной пластины 2, изготовленной из чистой меди в виде диска диаметром 8 и толщиной 4 мм.

Диск 2 и диафрагма 3 соединены термопарой, изготовленной из медной и константановой проволоки толщиной 0,1 мм.

Концы термопары подводятся к гальванометру. Нижняя часть трубы закрывается навинчивающейся крышкой 4, в центр которой вставлена толстостенная втулка 5.

Для наводки на солнце труба снабжена мушкой 6 и прицелом 7.

Поворот трубы в вертикальном и горизонтальном направлениях осуществляется поворотным устройством от аэрологического теодолита (рис. 2).

Принцип действия и методика наблюдений

Измерение прямой радиации производится в момент равенства температур корпуса прибора (трубы) и приемного медного диска — датчика 2.

Для этой цели перед измерением диск 2 охлаждается путем лучистого теплообмена с латунным стержнем 8, вставленным во втулку 5 с таким расчетом, чтобы расстояние между плоскостями пластины 2 и стержнем 8 было не более одного миллиметра.

Если э. д. с. термопары прибора измерять гальванометром ГЗП-47, то вполне достаточно охладить датчик 2 на 2—3°, для чего требуется приблизительно 1,0—1,5 мин.

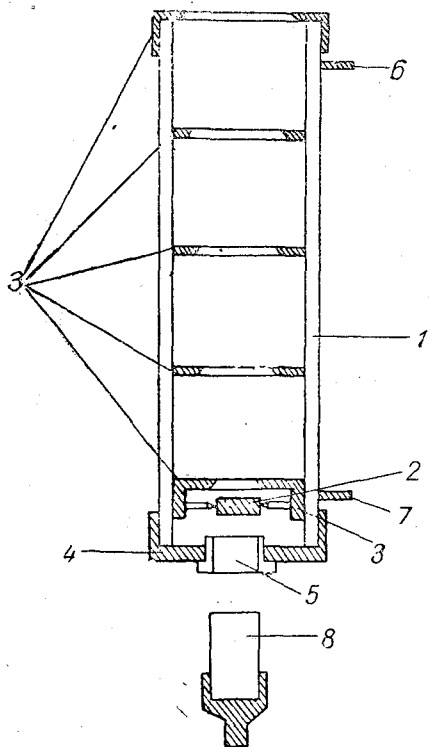


Рис. 1.

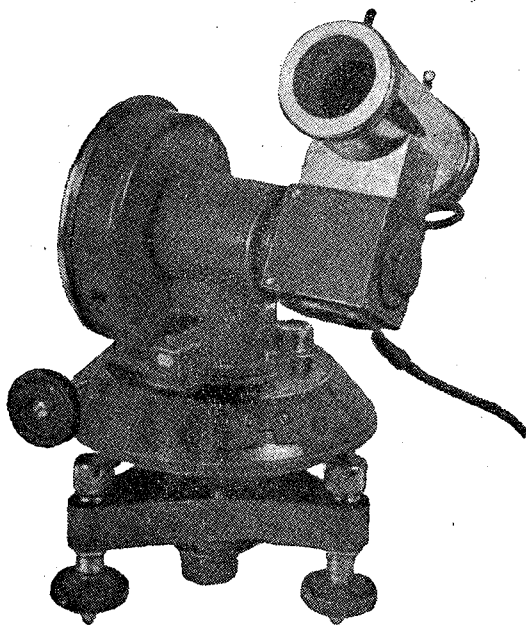


Рис. 2.

После охлаждения стержень 8 удаляется из прибора и отверстие втулки 5 закрывается пробкой.

Чтобы произвести измерение прямой радиации 8, трубу следует ориентировать строго на солнце и открыть крышку. Солнечная радиация, попадая на поверхность датчика, нагревает его.

Измерение температуры датчика отмечается гальванометром, включенным в цепь термопары.

Каждые 5 сек. отмечается положение шкалы, отраженной зеркалом гальванометра, благодаря чему фиксируется ход кривой изменения температуры датчика в зависимости от времени. Пример кривой изображен на рис. 3. По оси ординат отложены показания гальванометра в делениях шкалы, что соответствует разности температур трубы и датчика, по оси абсцисс — время в секундах.

Через точку, означающую момент времени, когда температуры трубы и датчика равны ($N = N_0$), проводится касательная. Тангенс угла наклона ($\frac{\Delta N}{\Delta t}$) в этом случае строго равен притоку тепла только за счет прямой радиации.

Действительно, в момент равенства температур корпуса прибора и медного

датчика теплообмен с корпусом естественно равен нулю, по этой же причине отсутствует и теплообмен по проводам термопары. Поскольку температура воздуха, находящегося внутри трубы, очень близка к температуре трубы, то и теплообмен между датчиком и воздухом также отсутствует. Следовательно, нагревание датчика происходит только за счет прямой радиации. Прямая радиация солнца вычисляется тогда по формуле $S = K \frac{\Delta N}{\Delta t}$, где K — постоянная прибора, а $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ — тангенс угла наклона касательной к кривой изменения температуры датчика в точке, когда температуры датчика и корпуса равны.

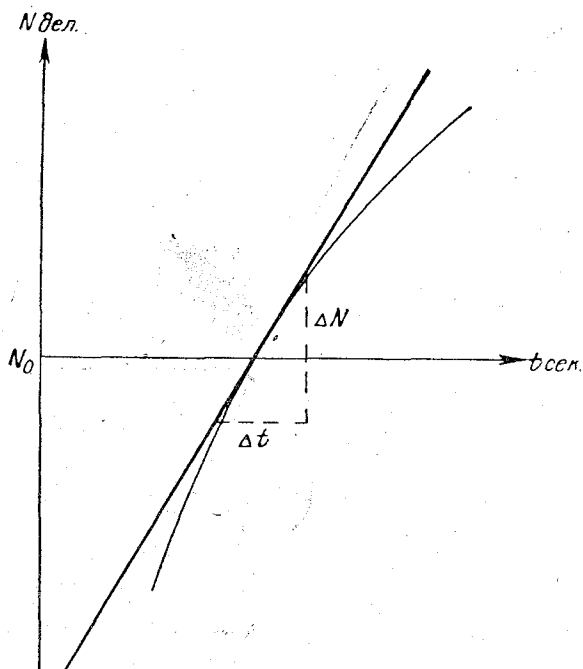


Рис. 3.

Определение постоянной прибора

Постоянная прибора определяется по следующему выражению:

$$K = \frac{m c \alpha}{\sigma} 60,$$

где

m — масса датчика в граммах, c — удельная теплоемкость, σ — площадь датчика, α — чувствительность термопары в градусах на одно деление гальванометра.

Эта дробь умножается на 60 для того, чтобы перевести приток тепла на единицу поверхности к одной минуте.

α определяется путем градуировки термопары, масса — взвешиванием датчика на аналитических весах, теплоемкость c — по таблицам констант, площадь σ — микрометрическим промером.

Испытание прибора

Испытание прибора производилось в Центральной лаборатории поверки Гидрометеорологической службы и в Актинометрической обсерватории на Карадаге (Крым).

В Центральной лаборатории были проведены три серии поверочных наблюдений совместно с образцовым актинометром.

Показания обоих приборов были однородными, и изменения их соответствовали изменению интенсивности источника радиации.

Следует отметить, что источник радиации (электрическая лампа) отличается большим непостоянством.

Поле потока света также в значительной мере было неоднородно относительно оптической оси, что должно было обусловить некоторые расхождения в результатах измерения.

Результаты сравнения пиргелиометра ОФПС и образцового актинометра ЦЛП приведены в табл. 1 как осредненные данные за каждую из серий.

Средние величины, кал/см²мин.

Таблица 1

	Серия № 1	Серия № 2	Серия № 3
Пиргелиометр ОФПС	0,58	0,57	0,53
Образцовый актинометр	0,57	0,55	0,53

Для получения более объективной оценки результатов в Крыму в Актинометрической обсерватории на Карадаге были проведены одновременные наблюдения по пиргелиометрам ОФПС и Онгстрема в ясную солнечную погоду в августе 1956 г.

Результаты сравнений приведены в табл. 2.

Синхронность наблюдений при совершенно безоблачном небосводе обусловило получение надежных результатов.

Средние величины, кал/см²мин.

Таблица 2

	Серия № 1	Серия № 2	Серия № 3
Пиргелиометр ОФПС	1,15 ¹	1,23	1,25
Пиргелиометр Онгстрема	1,18 ¹	1,24	1,25

В результате испытания выяснились некоторые несущественные недостатки прибора, которые учтены при изготовлении более совершенного прибора.

Так, например, диаметр датчика увеличен с 8 до 15 мм. Ранее диск крепился на шелковых растяжках, что могло обусловить некоторое отклонение в ориентации датчика относительно оптической оси. Шелковые растяжки заменены корундовыми иглами, обеспечивающими жесткое крепление диска в центре конечной диафрагмы. Иглы исключили потерю тепла на нагрев шелковых нитей.

В наружной части датчика сделано много углублений малого диаметра, что увеличивает степень „черноты“ его поверхности. Датчик изготовлен не из меди, как раньше, а из серебра, так как теплоемкость серебра в меньшей степени зависит от температуры.

Заключение

Сопоставление первого образца пиргелиометра, изготовленного далеко не совершенным способом, с образцовым актинометром и в особенности с пиргелиометром Онгстрема показало, что результаты измерений достаточно близки друг к другу.

Простота изготовления, определения постоянной прибора и отсутствие сколь угодно существенных источников ошибок, позволяют надеяться, что тщательно выполненный прибор такого типа может быть использован для абсолютных измерений прямой солнечной радиации.

¹ В зените тонкий слой прозрачных облаков.

НОМОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ

Целый ряд задач физики приземного слоя атмосферы связан с определением турбулентных потоков тепла, водяного пара, количества движения и др.

Для определения потоков существуют различные методы: для турбулентного потока — метод теплового баланса, диффузионный метод и др.; для потока водяного пара — метод теплового баланса, водного баланса, диффузионный метод, метод испарителей и т. д. Значительные ограничения при применении диффузионного метода связаны с громоздкостью расчетов.

В настоящей работе дается номограмма для расчета турбулентных потоков тепла, водяного пара и количества движения диффузионным методом, которая существенно упрощает расчеты.

В основе расчетов лежит формула

$$Q = - \rho k \frac{\partial \vartheta}{\partial z},$$

где Q — турбулентный поток любой субстанции, ρ — плотность воздуха, k — коэффициент турбулентности, $\frac{\partial \vartheta}{\partial z}$ — вертикальный градиент концентрации (массовой) переносимой субстанции.

Величина коэффициента турбулентности, характеризующая степень перемешивания в атмосфере, определяется теми же факторами, что и величина турбулентного потока. Поэтому величину потока можно определить по номограмме, минуя вычисление коэффициента турбулентности.

В основу номограммы положена формула Д. Л. Лайхтмана [1]. Поток субстанции на высоте z определяется по формуле

$$Q = - \frac{\rho \cdot \kappa_a^2 z_0^{2\varepsilon} u_1 \varepsilon z^{1-\varepsilon}}{(1-\varepsilon)^2 (z_1^\varepsilon - z_0^\varepsilon)} \frac{\partial \vartheta}{\partial z}, \quad (1)$$

где

$$k = \frac{\kappa_a^2 z_0^\varepsilon u_1 \varepsilon z^{1-\varepsilon}}{z_1^\varepsilon - z_0^\varepsilon},$$

κ_a — постоянная Кармана, равная 0,38, u_1 — скорость ветра на высоте 1 м, ε — параметр устойчивости, z_0 — шероховатость подстилающей поверхности.

В связи с тем, что градиент субстанции в точке измерить трудно, его выражают через разность субстанций на двух уровнях.

Тогда, интегрируя выражение (1) от $z_{0,5}$ до $z_{2,0}$, получим формулу для потока

$$Q = - \frac{\rho \cdot \kappa_a^2 z_0^{2\varepsilon} u_1 \varepsilon^2}{(1-\varepsilon)^2 (z_1^\varepsilon - z_0^\varepsilon)} \frac{\vartheta_{2,0} - \vartheta_{0,5}}{(z_{2,0}^\varepsilon - z_{0,5}^\varepsilon)}, \quad (2)$$

где $\vartheta_{2,0}$ и $\vartheta_{0,5}$ — величины субстанции на уровнях 2,0 и 0,5 м.

0.29
1 + 0.58

На основании формулы (2) построена номограмма (рис. 1).

Номограмма представляет собой систему шкал, на которых отложены входные параметры. Она позволяет рассчитать турбулентный поток любого вещества в зависимости от четырех параметров: скорости ветра на высоте 1 м u_1 , параметра устойчивости ϵ , шероховатости подстилающей поверхности z_0 и градиентов концентрации переносимого вещества.

Величина шероховатости подстилающей поверхности z_0 зависит от стратификации воздушной массы. С увеличением неустойчивости z_0 увеличивается, с увеличением устойчивости — уменьшается. При безразличном равновесии шероховатость зависит только от геометрических свойств поверхности и обозначается z_{00} .

Отсюда

$$z_0 = z_{00} f(\epsilon).$$

Эта зависимость учитывается при построении номограммы [2].

На вертикальной оси номограммы справа и слева нанесены четыре шкалы для разных значений шероховатости подстилающей поверхности при безразличном равновесии z_{00} (по две шкалы с каждой стороны номограммы).

Штрихи, соответствующие значению ϵ , на каждой шкале нанесены с двух сторон, т. е. одна шкала может применяться для двух значений z_{00} в зависимости от того, которая сторона шкалы является рабочей. Например, ближайшая к номограмме шкала справа применима для $z_{00} = 4$ см и $z_{00} = 5$ см.

Шкалы построены для следующих значений z_{00} : слева — 0,5, 1,0 см и 2,0, 3,0 см, справа — 4,0, 5,0 см и 6,0, 7,0 см.

Величина параметра шероховатости ϵ на каждой шкале изменяется от — 0,1 (инверсия) до + 0,3 (конвекция). Наклонные прямые линии на номограмме, идущие справа вверх налево, являются изолиниями скорости ветра на высоте 1 м от 0,2 до 10,0 м/сек. Наклонные прямые линии, идущие слева вверх направо, — изолинии разности, переносимой турбулентным потоком субстанции на двух высотах: $z_{0,5} = 0,5$ м и $z_{2,0} = 2,0$ м.

При расчете турбулентного потока тепла они будут изолиниями разности температуры $\Delta T = T_{2,0} - T_{0,5}$, при расчете испарения — изолиниями разности абсолютной влажности $\Delta e = l_{2,0} - l_{0,5}$ в миллибарах, при расчете касательного напряжения — изолиниями разности скорости ветра $\Delta u = u_{2,0} - u_{0,5}$ в м/сек.

В середине номограммы нанесены три шкалы:

- а) для расчета испарения E в мм/час;
- б) для расчета турбулентного потока тепла P в кал/см² мин.;
- в) для расчета касательного напряжения τ в г/м сек².

Для определения любого из этих потоков по номограмме следует:

- 1) выбрать рабочую шкалу, соответствующую данному значению z_{00} ;
- 2) найти на ней точку, соответствующую данному значению ϵ ;
- 3) от точки на выбранной шкале, соответствующей значению ϵ , двигаться по горизонтали до пересечения с наклонной прямой, соответствующей изолинии скорости ветра на высоте 1 м u_1 ;
- 4) от найденной точки на изолинии u_1 двигаться по вертикали (вверх или вниз) до пересечения с изолинией градиента температуры (если определяется поток тепла) или влажности (если определяется испарение) и т. д.;
- 5) от последней точки двигаться по горизонтали до пересечения со шкалой, соответствующей определяемому потоку (E , P , τ), на которой отсчитать величину потока.

Примеры.

1. $z_{00} = 3$ см, $u_1 = 2,5$ м/сек., $\epsilon = +0,2$, $\Delta T = 1,5^\circ$, $P = 0,47$ кал/см² мин.
При разности влажности $\Delta e = 1,5$ мб и прочих равных условиях $E = 0,64$ мм/час.
Касательное напряжение при разности скорости ветра $\Delta u = 1,5$ см/сек.; $\tau = 33,0$ г/м сек².
2. $z_{00} = 1$ см, $u_1 = 4$ м/сек., $\epsilon = -0,0$.

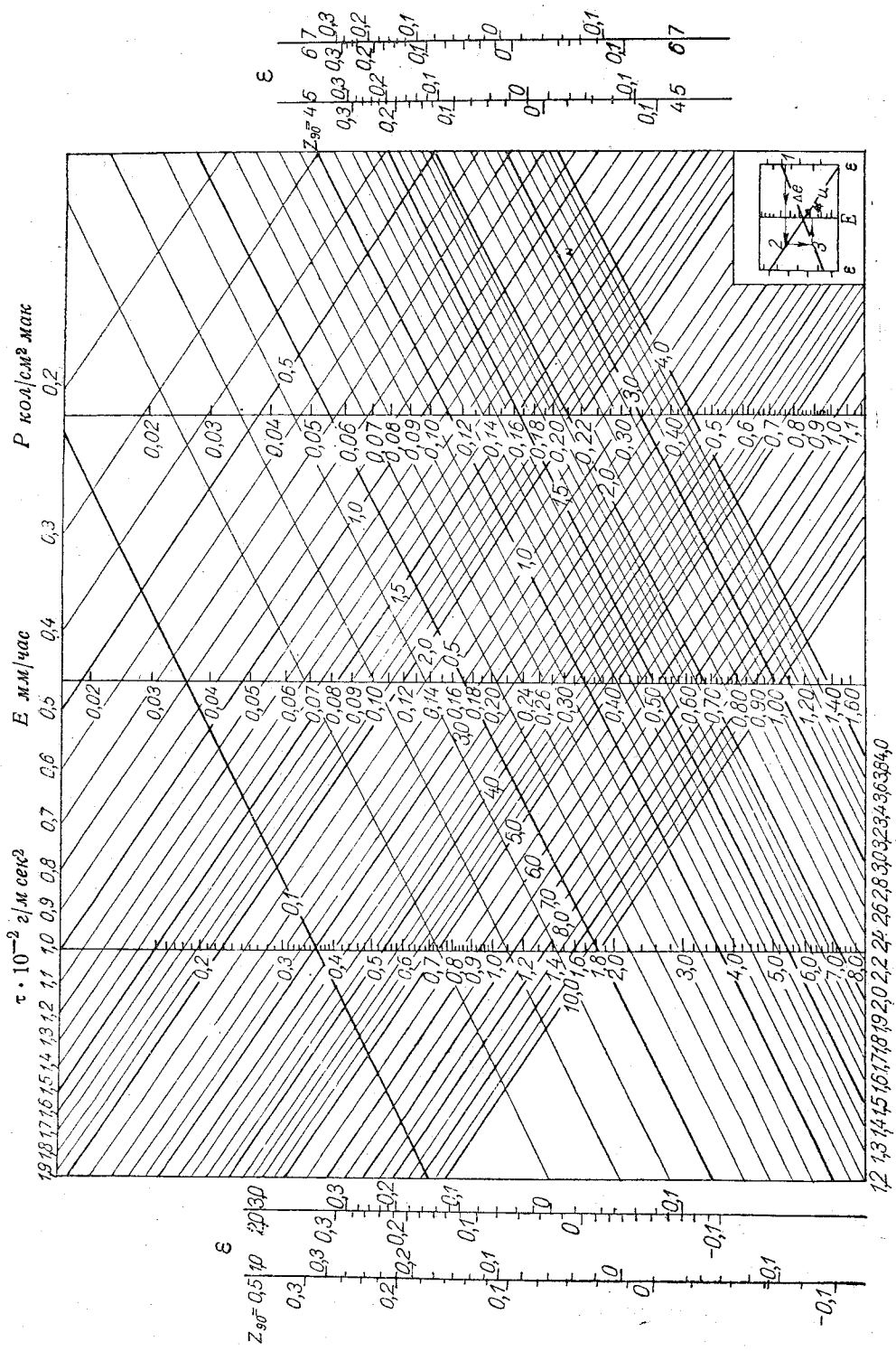


Рис. 1. Номограмма для расчета турбулентных потоков. τ — шкала для расчета касательного напряжения, E — шкала для расчета испарения, P — шкала для расчета потока тепла.

При $\Delta T = 1,0^\circ$ $P = 0,19$ кал/сек., при $\Delta e = 1,5$ мб $E = 0,39$ мм/час, при $\Delta u = 0,5$ м/сек. $\tau = 64,0$ г/м сек².

Направление потока (от подстилающей поверхности в воздух или наоборот) определяется знаком разности субстанции на высотах $z_{2,0}$ и $z_{0,5}$. Если разность $T_{2,0} - T_{0,5} = \Delta T$ положительная, то поток тепла направлен к подстилающей поверхности, при положительном значении Δe будет не испарение, а конденсация.

Если разность ΔT отрицательная, поток тепла направлен от подстилающей поверхности.

Шкалу для определения испарения можно применять для определения потока любых примесей в воздухе (пыль, дым и т. д.). Для этого следует величины, отсчитанные по шкале для испарения, умножить на коэффициент $0,206 \cdot 10^{-2}$.

В этом случае прямые, идущие слева вверх направо, будут изолиниями градиента концентрации пыли или дыма в г/см³.

Если обозначить поток пыли через N , то

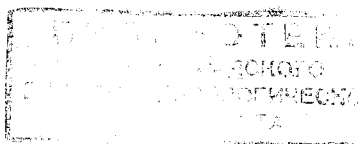
$$N = 0,206 \cdot 10^{-2} E \left(\frac{\text{мм}}{\text{час}} \right) \frac{\text{г}}{\text{см}^2 \text{мин.}} = 2,06 E \left(\frac{\text{мм}}{\text{час}} \right) \frac{\text{мг}}{\text{см}^2 \text{мин.}}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайхтман Д. Л. Физика приземного слоя атмосферы. Гостехиздат, 1949.
2. Огнева Т. А. Некоторые особенности теплового баланса деятельной поверхности Гидрометеониздат, 1955.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Л. Р. Орленко. Оценка влияния суточного хода испарения на температуру поверхности почвы и воздуха	3
Л. С. Гандин и Р. Э. Соловейчик. К теории испарения при учете горизонтального перемешивания (I)	11
Л. С. Гандин и Р. Э. Соловейчик. К теории испарения при учете горизонтального перемешивания (II)	25
А. В. Ткаченко. О мощности конвекции и ее использовании при локальных прогнозах	36
З. М. Утина. Учет различия коэффициента турбулентности для температуры и влажности в задаче о совместной трансформации	41
И. И. Соломатина. К вопросу о конденсации при смешении двух воздушных масс	45
Т. А. Огнева. О величинах коэффициента турбулентности над водоемами	51
Н. З. Ариель. О влиянии профиля коэффициента турбулентности на ветер в пограничном слое	57
Д. Л. Лайхтман и Н. П. Русин. О метеорологическом критерий суховея	65
В. П. Грачева, З. М. Утина и Н. П. Хинейко. Нормы орошения для различных климатических условий	71
Д. Л. Лайхтман и Л. А. Ключникова. Роль разводей в тепловом балансе Арктики	77
Н. В. Серова. К вопросу об определении термических характеристик мерзлой почвы и снега	80
Ф. Н. Шехтер. О расчете среднего коэффициента температуропроводности	87
А. Г. Бройдо и Н. А. Субочь. Оценка погрешности элементарного способа расчета теплового баланса в грунте	94
Н. В. Кучеров. Прибор для пиргелиометрических измерений	100
Л. А. Ключникова. Номограмма для расчета турбулентных потоков	104



Редактор *Ю. В. Власова*.

Техн. редактор *О. Г. Владимиров*.

Корректоры: *З. А. Белкина* и *Б. А. Милиц*.

Сдано в набор 27/VIII 1957 г.

Подписано к печати 22/XI 1957 г.

Бумага 70×108¹/₁₆.

Бум. л. 3,38.

Печ. л. 9,25.

Уч.-изд. л. 9,29.

Тираж 1200 экз.

М-37586.

Индекс МЛ-289.

Гидрометеорологическое издательство. Ленинград, В-53, 2-я линия, д. № 23.

Заказ № 894.

Цена 6 руб. 55 коп.

Типография № 8 Управления полиграфической промышленности Ленсовнархоза.
Ленинград, Прачечный пер., д. 6.