

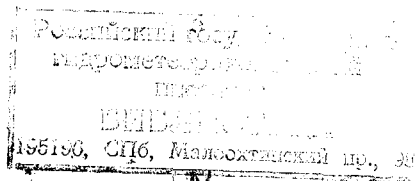
ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

Т Р У Д Ы
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ
имени А. И. Воейкова

ВЫПУСК 31 (93)

ВОПРОСЫ ФИЗИКИ ОСАДКОВ

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук
В. Я. НИКАНДРОВА



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1951

АННОТАЦИЯ

Сборник посвящен теоретическим и экспериментальным исследованиям вопросов конденсации и сублимации водяного пара в атмосфере и коагуляции облачных капель и их испарения.

Сборник может представить интерес для всех занимающихся исследованием физики образования осадков.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Статьи данного сборника освещают некоторые вопросы физики осадков.

В статье Н. С. Шишкина „О влажности воздуха в кучевых облаках“ приводится расчет возможных пересыщений при наличии восходящих потоков внутри облаков.

В его же статье „Приближенное решение задачи о конденсационном росте капель...“ изложена приближенная теория конденсационного роста капель, при учете зависимости упругости насыщающего пара от размера капель и концентрации примесей.

Статья К. С. Шифрина „Об испарении осадков в процессе их выпадения“ посвящена анализу испарения выпадающих осадков и вычислению критического размера области, из которой осадки могут достигнуть поверхности земли.

В его же статье „О возрастании среднего размера капель в облаке с высотой“ выводится соответствующая формула, дающая возможность оценить это явление.

В статье В. Я. Никандрова „Об ассоциации молекул водяного пара в атмосфере“ рассматривается природа комплексов молекул водяного пара в атмосфере, их число и размеры, а также их роль как центров конденсации в условиях пересыщения воздуха водяным паром.

Его же статья „К вопросу о сублимационном образовании твердых облачных элементов“ посвящена определению температурной границы образования во влажном воздухе твердой фазы воды в отсутствие примесей, облегчающих этот процесс.

М. А. Химач и Н. С. Шишкин в работе „Определение коэффициента эффективности соударения водяных капель“ излагают метод экспериментального определения коэффициента эффективности соударения капель и приводят предварительные результаты измерений.

В статье В. Я. Никандрова „Опыты с переохлажденными каплями воды“ описываются наблюдения за слиянием переохлажденных капель, которые показали, что, по крайней мере, до -20°C слияние переохлажденных капель не приводит к их замерзанию, а также наблюдения за взаимодействием близко расположенных между собой переохлажденных капель и льдинок (снежинок).

В статье Н. С. Шишкина „Об интенсивности дождя из облака с равномерным восходящим потоком“ выполнен теоретический расчет роста интенсивности дождя из облака с восходящим потоком, имеющим скорость 10 см/сек. , по методу, ранее предложенному автором.

В статье К. С. Шифрина „Кинетика образования осадков“ систематически исследуется процесс образования дождевых капель в облаке, дается теория кристаллизации облаков.

О влажности воздуха в кучевых облаках

Вопрос о влажности воздуха в облаках, несмотря на многочисленные исследования, до сих пор является предметом дискуссий. Причина этого лежит в неточности методов исследования влажности и в недостаточном развитии теории конденсационных явлений. Методы измерения влажности в облаках очень грубы, особенно при самолетных исследованиях. Разные методы дают очень противоречивые результаты.

Что влажность воздуха в облаках может иметь весьма различные значения, ясно уже из элементарных соображений. В областях, где идет активная конденсация (восходящие потоки), влажность воздуха может превышать 100%, в то время как в области нисходящих потоков или в областях, где нет вертикальных движений воздуха, влажность может быть и не насыщающей, особенно на периферии облака.

Задачей настоящей статьи является выяснение вопроса о влажности воздуха в кучевых облаках в областях восходящих движений.

Достижимые пересыщения в восходящем потоке зависят от скорости подъема воздуха, изменения температуры с высотой, размеров и количества частиц, на которых идет конденсация, и концентрации в них примесей.

Величину пересыщений в облаках можно оценить по данным о конденсационном росте облачных частиц.

Как известно, конденсация в атмосфере при сравнительно небольших пересыщениях, встречающихся в естественных условиях, происходит лишь при наличии ядер конденсации.

Можно считать, что ядра конденсации встречаются в двух состояниях:

1) сухие ядра — гигроскопические частицы, не содержащие влаги; они могут существовать при низких относительных влажностях воздуха,

2) влажные ядра — капельки раствора гигроскопического вещества в воде.

Процесс увлажнения ядер начинается при достижении влажностью воздуха некоторого критического значения, различного для разных гигроскопических веществ. До момента достижения такого состояния, при котором увеличение упругости насыщающего пара над поверхностью частицы, связанное с уменьшением концентрации при растворении, станет равным уменьшению упругости насыщающего пара благодаря увеличению радиуса, процесс конденсации идет квазистационарно.

Влажные ядра могут длительное время существовать в равновесии с окружающим воздухом, образуя дымку.

Так как число ядер достигает нескольких тысяч или даже десятков тысяч на кубический сантиметр воздуха, то для них существенную роль играет броуновская коагуляция.

Как показал М. Смолуховский [3], даже в том случае, если первоначально все частицы, участвующие в броуновском движении, имели одинаковые размеры,

со временем устанавливается вполне определенное распределение частиц по размерам:

$$n(r) = \frac{25q_w}{4\pi r_m^6} r^2 e^{-\frac{5}{3} \frac{r^3}{r_m^3}}, \quad (1)$$

где q_w — масса броуновских частиц в единице объема, r_m — радиус частиц, при котором $r^3 n(r)$ максимально. Частицы предполагаются сферическими. При развитии восходящих движений, которые приводят к увеличению в поднимающейся воздушной массе относительной влажности воздуха, облачные капли образуются сначала на наиболее крупных ядрах. Если, несмотря на конденсацию части влаги, пересыщение в поднимающейся облачной массе увеличивается, то вступают в игру ядра меньших размеров и т. д. Между облачными каплями с самого начала возникает разность размеров, обуславливающая то, что спектр капель по своему виду напоминает распределение Смолуховского (1). Это подтверждается исследованиями В. А. Зайцева [1, 2].

Характерным размером облачных капель, легко определяемым экспериментально, является радиус r_m капель, дающих наибольший вклад в водность.

По изменению r_m с высотой можно судить о величине пересыщения в облаке. Для облачных капель можно пользоваться следующей формулой конденсационного роста (см. нашу статью на стр. 17):

$$r^2 = 2\varepsilon Dt, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{q_v - q_0}{\rho}$ — пересыщение, $q_v - q_0$ — разность объемных концентраций водяного пара вдали от капли и у ее поверхности, ρ — плотность воды, D — коэффициент диффузии водяного пара в воздух, t — время.

Считая вертикальное развитие облака равномерным, мы можем подставить в уравнение (2)

$$t = \frac{H}{u}, \quad (3)$$

где H — высота над основанием облака, u — скорость восходящего потока. Для капель радиуса r_m мы получаем:

$$r_m^2 = 2\varepsilon D \frac{H}{u}. \quad (4)$$

В. А. Зайцев [1, 2] показал, что изменение r_m с высотой более или менее одинаково для разных облаков, так что для каждого уровня облака характерно определенное значение r_m , по крайней мере в центральной части облака.

На высоте 100 м над основанием облака, по его данным, $r_m = 5,5 \mu$, на высоте 1000 м $r_m = 14,5 \mu$. Таким образом, приближенно можно считать, что

$$\frac{\varepsilon}{u} = \text{const.} \quad (5)$$

На уровнях выше 1 км над основанием облака в росте r_m уже начинает играть роль коагуляция капель. Согласно исследованиям Ленгмюра [3], капли радиусов r и r_1 могут испытать соударение, если выполняется условие

$$\lambda_1 \geq 1,214r, \quad (6)$$

где λ_1 — инерционный путь капли радиуса r_1 .

Величина λ_1 определяется формулой (4):

$$\lambda_1 = g\tau_1(\tau - \tau_1),$$

где g — ускорение силы тяжести, $\tau_1 = \frac{2}{9} \frac{\rho}{\eta} r_1^2$ — время релаксации для инерцион-

ного движения капли радиуса r_1 , τ — время релаксации для капли радиуса r , ρ — плотность вещества капель, η — коэффициент вязкости воздуха.

Получаем следующее условие коагуляции [4]:

$$r\sqrt{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{R^3}{4r^3}}} \leq r_1 \leq r\sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{R^3}{4r^3}}} \quad (7)$$

где

$$R = \sqrt[3]{\frac{1,214}{g} \left(\frac{9\eta}{\rho}\right)^2} \approx 14,5 \mu.$$

характерный радиус для коагуляции благодаря действию силы тяжести.

Область коагуляции определяется условием (6). Капля начинает коагулировать с меньшими каплями после того, как ее радиус достигает значения $r = 14,5 \mu$.

На тех уровнях, где $r_m < 14,5 \mu$, можем пользоваться для роста r_m конденсационной формулой (4).

Из формулы (4) находим для пересыщения при скорости восходящего потока $u = 10$ см/сек. значение $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-10}$, при $u = 100$ см/сек. $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-9}$.

В конкретных случаях за скорость восходящего потока можно принять среднюю скорость вертикального развития облака. Например, 14 VII 1948 г., когда исследовавшееся облако возникло и развилось во время полета самолета, средняя скорость его развития оказалась равной 20 см/сек. Среднее пересыщение в этом случае равно

$$\varepsilon = 2 \cdot 10^{-9}.$$

Для практических целей удобно пользоваться величиной $\xi = \frac{q_v - q_0}{q_0}$, дающей пересыщение в процентах. Значение $\varepsilon = 10^{-7}$ приблизительно соответствует пересыщению $\xi = 1\%$.

Таким образом, пересыщения внутри конвективных облаков в областях восходящих потоков составляют тысячные или сотые доли процента и лишь в случае аномально больших значений скорости воздушного потока могут достигать десятых долей процента.

Экспериментальных способов определения столь малых пересыщений не существует, и мы лишены возможности сопоставить наши данные с результатами непосредственных измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зайцев В. А. Труды ГГО, вып. 13, 1948.
2. Зайцев В. А. Труды ГГО, вып. 19, 1950.
3. Смолуховский М. Коагуляция коллоидов. ОНТИ, 1936.
4. Шишкин Н. С. Труды ГГО, вып. 24, 1950.
5. Langmuir I. J. Meteor. v 5, № 5, 1948.
6. Schumann T. Q. J. Roy. Met Soc. 66, 195, 1940.

Об ассоциации молекул водяного пара в атмосфере

Введение

Молекулярные силы и их электрическая природа являются основой образования комплексов водяного пара, капелек воды и снежинок, т. е. тех элементов, которые вместе с единичными молекулами пара составляют облака. Эти силы проявляются здесь при взаимодействии молекул водяного пара между собой и с взвешенными в воздухе твердыми и жидкими телами — центрами конденсации. Несмотря на общеизвестность этого положения, исследования молекулярной природы образования облаков и осадков в метеорологии развиты очень слабо. Поэтому на изучении конденсационных процессов со стороны их внутренней динамики, на выяснении роли молекулярных сил и механизма их действия, с учетом особенностей свободной атмосферы, мы и сосредоточиваем свое внимание. В данной статье освещается первая часть вопроса, а именно вопрос о комплексах водяного пара в атмосфере.

При рассмотрении вопроса о молекулярной ассоциации водяного пара в атмосфере мы положили в основу теорию ассоциации молекул газа, разработанную советскими учеными М. П. Вуколовичем и И. И. Новиковым [1].

Основные положения, вытекающие на этой теории, следующие:

1. Ассоциация молекул реального газа присуща всем состояниям его и является всепроникающим молекулярным процессом. Это относится и к водяному пару.

2. Явление ассоциации состоит в объединении одиночных молекул водяного пара в комплексные, состоящие из двух, трех, четырех и более молекул.

3. Основной причиной ассоциации является силовое взаимодействие молекул пара между собой.

4. Под ассоциацией молекул пара понимается их объединение в более сложные частицы (без перегруппировки атомов в молекулах, составляющих комплекс), приобретающие значение самостоятельных газовых частиц, но имеющих только некоторые свойства больших молекул.

5. Образование комплексов происходит при столкновении значительного числа молекул (не менее трех), в результате чего часть соударяющихся молекул объединяется, а остальные из соударяющихся молекул воспринимают высвобождаемую объединившимися молекулами энергию поступательного движения и тем самым предохраняют образовавшиеся комплексы от немедленного распада.

6. Образующиеся в результате ассоциации комплексы имеют известную стойкость и некоторую долговечность, превосходящую во много раз длительность простого столкновения молекул.

7. Совокупность частиц того или иного типа, образующаяся в результате ассоциации молекул водяного пара, представляется как обычный пар, подчиняющийся всем известным газовым законам. Поэтому водяной пар можно рассматривать как смесь нескольких паров (фракций частиц с одинаковым количеством объединившихся молекул).

8. В среде этих фракций водяного пара непрерывно происходят взаимопревращения: более сложные частицы распадаются на более простые, другие же частицы соединяются в более сложные.

Если система находится в равновесии, то убыль вследствие распада частиц какой-либо фракции в точности компенсируется образованием их из более простых частиц.

Каждому равновесному состоянию отвечает вполне определенное распределение молекул по фракциям водяного пара.

О числе молекулярных комплексов водяного пара в атмосфере

Для рассмотрения процессов, протекающих между различными фракциями молекулярных частиц водяного пара, применим закон действующих масс:

$$\pi N_i^{\nu_i} = CT^{\frac{\sum \nu_i c_{\nu_i}}{k}} e^{-\frac{\sum \nu_i u_{0i}}{kT}} \cdot \frac{1}{(v - b_0 N)^{\sum \nu_i}}, \quad (1)$$

где правая часть уравнения представляет собой константу равновесия A , характеризующую степень неполноты превращения водяного пара, состоящего из одиночных молекул H_2O , в водяной пар, состоящий из комплексных молекул $(H_2O)_n$; c_{ν_i} — теплоемкость комплексов, u_{0i} — теплота образования комплексов, v — объем влажного воздуха, b_0 — собственный объем одной молекулы водяного пара.

$$N = N_{(H_2O)} + 2N_{(H_2O)_2} + \dots + nN_{(H_2O)_n} \quad (2)$$

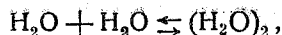
есть число молекул H_2O как входящих в комплексы, так и остающихся одиночными;

$$C = e^{-\sum \nu_i \frac{\gamma_i}{k}}$$

есть постоянная, характерная для каждой из фракций комплексов; ν_i — число молей пара данной фракции.

Перед ν_i удерживается знак минус или плюс в зависимости от того, относится оно к начальному или конечному образованию.

Для случая образования



когда два моля из одинаковых молекул образуют один моль из двойных, т. е. когда $\nu_1 = -2$ и $\nu_2 = 1$, выражение (1) будет иметь вид

$$\frac{N_2}{N_1^2} = C_1 T^{\frac{-2c_{\nu_1} + c_{\nu_2}}{k}} e^{-\frac{-2u_{01} + u_{02}}{kT}} \cdot \frac{1}{v - b_0 N}.$$

Теплота образования комплексов

$$u_{02} = 2u_{01} + u_{011},$$

где u_{01} — энергия равновесия атомов в одиночных молекулах; u_{011} — энергия взаимодействия двух молекул, объединяющихся в комплекс.

Поэтому

$$\frac{N_2}{N_1^2} = C_1 T^{\frac{-2c_{\nu_1} + c_{\nu_2}}{k}} e^{-\frac{u_{011}}{kT}} \cdot \frac{1}{v - b_0 N}. \quad (3)$$

Для газов, критическая температура которых лежит выше 300° абс., в том числе и для водяного пара, энергия равновесия двух молекул близка к критической, а именно

$$-u_{011} \approx kT_{\text{кр}}.$$

Произведя замену в (3), получим

$$\frac{N_2}{N_1^2} = C_1 T^{\frac{-2c_{v1} + c_{v2}}{k}} \frac{e^{\frac{T_{\text{кр}}}{T}}}{v - b_0 N}.$$

Соответственно при учете тройных и более крупных комплексов будем иметь

$$\frac{N_n}{N_1^n} = C_{n-1} T^{\frac{-c_{vI} - c_{vII} + c_{vn}}{k}} \cdot \frac{e^{\frac{(n-1)T_{\text{кр}}}{T}}}{(v - b_0 N)^{n-1}}, \quad (4)$$

где c_{vI} — теплоемкость комплексов первой взаимодействующей фракции пара; c_{vII} — теплоемкость комплексов второй взаимодействующей фракции пара; c_{vn} — теплоемкость образующихся комплексов пара.

При определении теплоемкости комплексов молекул водяного пара учитывается, что общая потеря степеней свободы движения молекулами в комплексе составляет из $3n - 3$ нереализованных степеней свободы поступательного движения и nm нереализованных вращений, а вместе из

$$3n - 3 + nm,$$

где n — число молекул, составляющих комплекс, m — число нереализованных вращений.

Следовательно, в соответствии с кинетической теорией газов, теплоемкость комплекса пара будет на $\frac{(3n - 3 + nm)k}{2}$ меньше суммы отдельных теплоемкостей простых молекул, составляющих комплекс. По данным, имеющимся в современной литературе [2], для молекул водяного пара, объединяющихся в двойной комплекс $m_1 = 1,968 \approx 2$, и для молекул, объединяющихся в тройной или еще более крупный комплекс, $m_2 = 2,957 \approx 3$, соответственно теплоемкости комплексов будут равны:

$$c_{v_2} = 2c_{v_1} - \frac{3 + 2m_1}{2} k,$$

$$c_{v_{n \geq 3}} = nc_{v_1} - \frac{(m+3)(n-3)}{2} k.$$

Подставляя значения c_v в уравнение (4), получим:

$$\frac{N_n}{N_1^n} = \frac{C_{n-1} e^{\frac{(n-1)T_{\text{кр}}}{T}}}{T^{\frac{(m+3)n-3}{2}} (v - b_0 N)^{n-1}}. \quad (5)$$

Здесь N_n — число комплексов $(\text{H}_2\text{O})_n$ данной фракции водяного пара, N_1 — число одиночных молекул H_2O , не входящих в комплексы, $b_0 N$ — собственный объем молекул водяного пара.

Для реальных атмосферных условий b_0N как поправка к объему воздуха пренебрежимо мала. Из этого выражения следует, что

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_2}{N_1^2} &= \frac{C_1 e^{\frac{T_{кр}}{T}}}{T^{3,5} (v - b_0 N)}, \\ \frac{N_3}{N_1^3} &= \frac{C_2 e^{\frac{2T_{кр}}{T}}}{T^{7,5} (v - b_0 N)^2}, \\ \frac{N_4}{N_1^4} &= \frac{C_3 e^{\frac{3T_{кр}}{T}}}{T^{10,5} (v - b_0 N)^3} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

и так далее, или

$$N_2 = A_1 N_1^2, \quad N_3 = A_2 N_1^3, \quad N_4 = A_3 N_1^4.$$

Поскольку из (2)

$$N = N_1 + 2N_2 + 3N_3 + 4N_4 + \dots,$$

постольку

$$N = N_1 + 2A_1 N_1^2 + 3A_2 N_1^3 + 4A_3 N_1^4 + \dots$$

Это есть степенной ряд, обращение которого дает

$$N_1 = N - 2A_1 N^2 + (8A_1^2 - 3A_2) N^3 - (40A_1^3 - 30A_1 A_2 + 4A_3) N^4 + \dots \quad (7)$$

Отсюда представляется возможным определить число простых молекул H_2O , остающихся в каждый данный момент вне ассоциации. Это в свою очередь, по (6), позволяет определить и число различных комплексов молекул водяного пара.

Значения постоянных взяты из работы профессора М. П. Вуколовича [2].

Преобразуем формулы (6), обозначив

$$\frac{e^{\frac{T_{кр}}{T}}}{T^{s,5} v} = \alpha,$$

тогда будем иметь

$$A_1 = C_1 \alpha; \quad A_2 = C_2 \alpha^2 T^{-1/2}; \quad A_3 = C_3 \alpha^3;$$

$$A_4 = C_4 \alpha^4 T^{1/2}; \quad A_5 = C_5 \alpha^5 T; \quad A_6 = C_6 \alpha^6 T^{1 1/2}$$

и так далее.

Таким образом, константы равновесия водяного пара при ассоциации его молекул, начиная с образования тройных комплексов $(H_2O)_3$, могут быть определены следующим образом:

$$A_{n-1} = C_{n-1} \alpha^{n-1} T^{\frac{n-4}{2}}. \quad (8)$$

Произведя соответствующие расчеты и подставляя значения A в формулу (7), получим числа простых молекул N_1 , остающихся вне ассоциации одиночными. Исходя из того, что $N_2 = A_1 N_1^2$; $N_3 = A_2 N_1^3$ и так далее, находим числа различных комплексов молекул водяного пара в воздухе (табл. 1).

Из этой таблицы вытекает, что ассоциированных частиц водяного пара в воздухе в процентном отношении даже в условиях полного насыщения немного, а именно для положительных температур двойных примерно 1%, тройных 0,01%, более крупных совсем немного, поэтому давление водяного пара под влиянием

Таблица 1

Числа комплексов $(H_2O)_n$ в м³ влажного воздуха при 100% относительной влажности

Число молекул в комплексе	40° С	15° С	0° С	-40° С	-60° С
2	$2,0 \cdot 10^{22}$	$3,4 \cdot 10^{21}$	$4,3 \cdot 10^{20}$	$8,1 \cdot 10^{17}$	$1 \cdot 10^{16}$
3	$1,5 \cdot 10^{20}$	$1 \cdot 10^{19}$	$4,9 \cdot 10^{17}$	$9,3 \cdot 10^{13}$	$2 \cdot 10^{11}$
4	$5,1 \cdot 10^{17}$	$5,1 \cdot 10^{16}$	$2,4 \cdot 10^{15}$	$2,3 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^6$
5	$4,1 \cdot 10^{15}$	$1,4 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10^{12}$	$3,5 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10$
6	$2,6 \cdot 10^{13}$	$5,1 \cdot 10^{11}$	$4,9 \cdot 10^9$	$5,8 \cdot 10^3$	
7	$1,5 \cdot 10^{11}$	$1,5 \cdot 10^9$	$9,7 \cdot 10^6$	$9,3 \cdot 10$	
8	$5,1 \cdot 10^8$	$8,5 \cdot 10^6$	$1,9 \cdot 10^4$		
9	$4,1 \cdot 10^6$	$1,7 \cdot 10^4$	$3,4 \cdot 10$		
10	$2,6 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^2$			
11	$1,5 \cdot 10^2$				

ассоциации его молекул почти не меняется. Однако, поскольку абсолютное число таких комплексов велико, постольку на многие другие явления в атмосфере ассоциация молекул водяного пара может оказывать свое влияние, что и следует учитывать.

Из табл. 1 также видно, что в реальных атмосферных условиях при охлаждении воздуха наблюдается замедление роста как общего числа его комплексов, так и, в особенности, крупных комплексов. Этим отличается процесс комплексообразования молекул в атмосфере от процесса комплексообразования в закрытых объемах, где вследствие того, что количество водяного пара не изменяется, число крупных комплексов при охлаждении растет, а при повышении температуры уменьшается таким образом, что при приближении к критической температуре комплексы уже не образуются. Банд [1] расчетным путем определил средние числа молекул H_2O в комплексах, в условиях насыщенного пара, для положительных температур.

Таблица (по Банду) средних значений числа молекул H_2O в комплексах

$T_{абс}$	647	466	427	398	367	336	312
n	1	2,8	3,4	3,9	4,5	5,3	5,8

В атмосфере же, наоборот, максимум комплексообразования обнаруживается при возможно более высоких температурах, в условиях большой абсолютной влажности. При этом здесь имеет место сравнительно четкий верхний предел степени ассоциированности водяного пара в комплексы, состоящие из 12 молекул, при температурах 40°—50°С.

О размерах молекулярных комплексов водяного пара

При оценке размеров молекулярных комплексов водяного пара необходимо учитывать плотность упаковки в них молекул H_2O , зависящую, в первую очередь, от характера расположения последних при объединении. Объем комплекса:

$$b = \frac{b_0 n}{\eta},$$

где b_0 — объем одиночной молекулы, n — число молекул, составляющих комплекс, η — коэффициент упаковки.

Молекула, являясь системой заряженных атомов, окружена электрическим полем, имеющим, вообще говоря, бесконечную протяженность. Однако это поле быстро убывает с расстоянием от центра молекулы, становясь на некотором его отрезке пренебрежимо малым. Из этого расстояния наиболее существенным для оценки размера молекулы служит та часть, на которой происходят основные явления, связанные с их взаимодействием. Таким образом, диаметры молекул могут определяться как диаметры „сфер их действия“.

Расстояние, на которое сблизятся две сталкивающиеся молекулы пара, находящегося в равновесии, движущиеся вначале со средней кинетической энергией, равной kT , определяется условием

$$u_{(d)} = 2kT.$$

В уравнении состояния водяного пара учитывается значение собственного объема его молекул, определяемого именно этим диаметром. Общая энергия взаимодействия молекул пара, соответствующая силам их притяжения:

$$u = - \left(\frac{2}{3} \frac{\mu^4}{kT} + 2\alpha\mu^2 + \frac{3}{4} \alpha^2 h\nu \right) \frac{1}{L^6},$$

где μ — дипольный момент молекулы, α — коэффициент поляризации, L — расстояние между взаимодействующими молекулами.

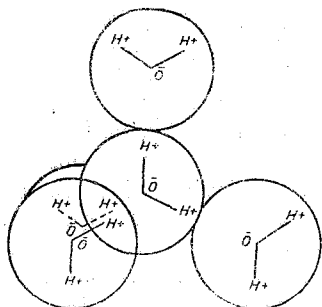


Рис. 1. Строение комплекса $(\text{H}_2\text{O})_5$.

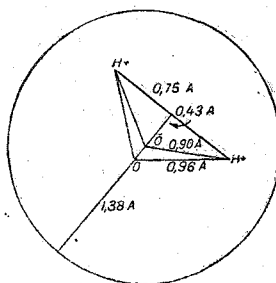


Рис. 2. Строение молекулы H_2O .

Отсюда и определяются d , которые соответствуют межмолекулярным расстояниям в комплексах водяного пара (рис. 1).

Рассматривая, таким образом, молекулы пара как несжимаемые шарики с определенными для каждой температуры радиусами, можно сложную задачу формирования комплексов решать до известной степени упрощенно, заменяя ее геометрической задачей об упаковке в пространстве равновеликих сфер, притягивающихся друг к другу. Принцип минимума потенциальной энергии такой системы шаров сводится к принципу наибольшей экономии пространства при упаковке шаров. Однако следует иметь в виду, что принятие сферической формы молекул H_2O не исключает необходимости учета влияния расположения в них различно заряженных атомов водорода и кислорода на формирование комплексов $(\text{H}_2\text{O})_n$, поскольку это приводит к отклонению от правильного тетраэдрического строения, а именно к преувеличенным расстояниям между крайними молекулами, составляющими элементарный тетраэдр (рис. 1).

Молекулы водяного пара имеют форму равнобедренного треугольника с углами HOH , равными $104,40^\circ$, и межатомными расстояниями OH , равными $0,97\text{Å}$, и HH , равным $1,51\text{Å}$ (рис. 2).

Приведенная структура молекул определяет собой их систему расположения при объединении в комплексы относительно друг друга. Как известно, наиболее устойчивой формой объединения молекул с геометрической структурой, присущей

молекулам водяного пара, является тетраэдр, в котором каждую молекулу окружают четыре других таких же молекулы (рис 1). Построенный таким образом самостоятельный комплекс из пяти молекул $(\text{H}_2\text{O})_5$ представляет собой частицу, в некотором смысле законченно сформированную эмбриональную капельку, поскольку с окруженной в центре комплекса молекулой не может больше связаться непосредственно ни одна другая молекула. В ней все крайние молекулы удерживаются в первую очередь силами сцепления с центральной молекулой, „изолированной“ от свободных молекул. При этом они находятся между собой на равных расстояниях, несколько больших, чем их расстояния от центральной молекулы.

Вследствие того что внутренняя молекула комплекса становится недостижимой для свободных молекул, последующие присоединения молекул H_2O к этому комплексу могут происходить за счет образования четырехмолекулярного окружения каждой из крайних его молекул. Таким образом, оценку плотности комплексов водяного пара следует производить с учетом особенностей их тетраэдрического строения.

Тетраэдрическая упаковка молекул водяного пара в комплексах отличается преувеличенной некомпактностью. Если для упаковки шаров в правильном тетраэдре $\eta = 0,74$, то для объединения молекул H_2O $\eta_b \simeq 0,3$.

Произведя расчет, получаем размеры (r) комплексов водяного пара в атмосфере при температуре вблизи 0°C .

Таблица 2

Комплексы водяного пара $(\text{H}_2\text{O})_n$											
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r \cdot 10^8$ см	2,73	3,12	3,39	3,65	3,86	4,07	4,24	4,41	4,56	4,60	4,84

Следует отметить, что принятый нами коэффициент упаковки является приближенным, так как нами сделано допущение о шарообразной форме любых комплексов. Однако здесь не будет большой ошибки, поскольку, во-первых, вследствие сохранения комплексами свойств газообразных частиц их внешней границей, как и отдельных молекул, является „сфера влияния“ и, во-вторых, поскольку определяемые с учетом этого коэффициента значения радиусов комплексов принимаются как значения, имеющие смысл лишь порядка величины.

З а к л ю ч е н и е

Таким образом, как это выясняется, в естественных условиях комплексы молекул $(\text{H}_2\text{O})_n$ не вырастают до размеров, при которых они явились бы центрами образования капелек воды, но в условиях пересыщения они могут играть роль таких центров.

Из ряда опытов в камере Вильсона известно, что если для системы воздух — водяной пар, в отсутствие посторонних примесей, степень расширения превосходит 1,38, т. е. наступает более чем восьмикратное пересыщение воздуха водяным паром, происходит образование тумана. Указанное пересыщение, таким образом, является нижней границей самостоятельного образования капель жидкой воды или льдинок путем непосредственного перехода от молекулярной ассоциации к конденсации и сублимации, без участия примесей, облегчающих эти процессы в их начальной стадии. Исходными образованиями (центрами конденсации и сублимации) здесь служат молекулярные комплексы. Их число, а также размеры, соответствующие необходимым пересыщениям для того, чтобы они могли играть роль центров конденсации, приведены в табл. 3.

Из этой таблицы видно, что, начиная с двенадцатикратного пересыщения воздуха водяным паром, число капелек, которое может образоваться на комплексах молекул пара, становится близким к числу капелек в тумане реальной плотности. Установленный опытами в камере Вильсона факт возрастания плотности тумана

Таблица 3

Пересыщения $\frac{p_r}{p_\infty}$ для комплексов $(H_2O)_n$ как центров конденсации

n	$r \cdot 10^8$ см	$\frac{p_r}{p_\infty}$	N , см ³	n	$r \cdot 10^8$ см	$\frac{p_r}{p_\infty}$	N , см ³
4	3,39	80	10^{12}				
5	3,65	25	10^{10}	9	4,41	12,0	10^1
6	3,85	17	10^7	10	4,56	10,9	10^{-2}
7	4,07	15,4	10^5	11	4,70	10,0	10^{-5}
8	4,24	13,2	10^3	12	4,85	9,3	10^{-8}

с увеличением пересыщения подтверждает данные таблицы, показывающие, что при повышенных пересыщениях конденсация может происходить и на относительно мелких комплексах, которые в природе существуют уже в гораздо больших количествах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вуколович М. П. и Новиков И. И. Уравнение состояния реальных газов. Госэнергоиздат, 1943.
2. Вуколович М. П. Термодинамические свойства водяного пара. Госэнергоиздат, 1946.
3. Эванс Р. Введение в кристаллохимию. Госхимиздат, 1943.
4. Жданов Г. С. Основы рентгеновского структурного анализа. Гостехиздат, 1940.
5. Вейнберг Б. П. Лед. Гостехиздат, 1940.
6. Дас Гаупта Н. Н. и Гош С. К. Камера Вильсона и ее применение в физике. Ж. УФН, т. XXXI, вып. 4, 1947.

Приближенное решение задачи о конденсационном росте капель при учете кривизны их поверхности и концентрации примесей

Разработанный М. Е. Швецом [4, 5] метод приближенного решения уравнений параболического типа, уже нашедший применение в исследовании ряда геофизических задач, позволяет, в частности, решить и задачу о конденсационном росте капель растворов при учете кривизны их поверхности и концентрации примесей.

В естественных атмосферных условиях для начала конденсации требуется присутствие в увлажненном воздухе так называемых ядер конденсации, которые представляют собой мельчайшие капельки водного раствора гигроскопических веществ. При влажности воздуха, близкой к насыщающей, ядра конденсации можно рассматривать как капельки слабого раствора.

Упругость насыщающего пара над водяной каплей радиуса r определяется, как известно, формулой Томсона

$$q_r = q_{\infty} e^{\alpha/r}, \quad (1)$$

где q_{∞} — упругость насыщающего пара над плоской поверхностью воды, $\alpha = \frac{2\sigma}{\rho R_w T}$, σ — поверхностное натяжение воды, R_w — газовая постоянная для водяного пара, ρ — плотность воды, T — абсолютная температура.

Для слабых растворов, согласно формуле Рауля, упругость насыщающего пара над поверхностью жидкости равна

$$q_n = \frac{n}{n+n'} q, \quad (2)$$

где n и n' — числа граммолекул воды и примеси, q — упругость насыщающего пара над поверхностью чистого растворителя.

В случае капли водного раствора, содержащей m' граммов примеси,

$$\frac{n}{n+n'} = \frac{1}{1 + \frac{\beta^3}{r^3}}, \quad (2')$$

где $\beta^3 = \frac{m'}{4\pi r} \frac{\mu_n}{\mu_v}$, μ_n и μ_v — молекулярные веса примеси и воды.

Объединяя (1), (2) и (2'), получим

$$q_n = \frac{q_{\infty} e^{\alpha/r}}{1 + \frac{\beta^3}{r^3}}. \quad (3)$$

α и β имеют размерность длины, оценим их величину. При $T = 290^\circ$ для водяной капли $\sigma = 70$ дин/см², $\rho = 1$ г/см³ и, следовательно,

$$\alpha \approx 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ см.}$$

Предположим, что ядро конденсации содержит $2,25 \cdot 10^{-18}$ г NaCl, тогда

$$\beta \approx 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ см.}$$

Так как эти величины много меньше размера капель, встречающихся в облаках и туманах, то можем написать для последних приближенную формулу, разложив (3) в ряд:

$$q_n = q_\infty \left[1 + \frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha^2}{2r^2} + \left(\frac{\alpha^3}{6r^3} - \frac{\beta^3}{r^3} \right) + \dots \right], \quad (4)$$

которая и дает упругость насыщающего пара над каплей раствора.

Если упругость пара окружающего воздуха q_B превышает это значение для некоторой капли, то будет иметь место диффузия молекул водяного пара к капле.

Мы рассмотрим диффузионный рост изолированной капли. Процесс характеризуется в этом случае сферической симметрией.

Вокруг растущей капельки образуется сферический пограничный слой, в котором упругость водяного пара переменна. Подвижную границу, на которой упругость пара практически остается неизменной и равной q_B , мы назовем радиусом пограничного слоя δ .

Процесс диффузии водяного пара внутри пограничного слоя описывается уравнением диффузии в сферических координатах:

$$D \frac{\partial^2 (qR)}{\partial R^2} = \frac{\partial (qR)}{\partial t} \quad (5)$$

(D — коэффициент диффузии водяного пара) и пограничными условиями на границах слоя.

Условие на поверхности капли определяется уравнением

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 D \left. \frac{\partial q}{\partial R} \right|_{R=r}$$

(m — масса капли)

или

$$\frac{dr}{dt} = \frac{D}{\rho} \left. \frac{\partial q}{\partial R} \right|_{R=r}, \quad (6)$$

причем предполагается, что у поверхности капли пар насыщающий.¹

¹ Может быть также сделано предположение, что пар у поверхности капли не насыщающий, а скорость роста радиуса пропорциональна отклонению упругости пара у поверхности капли от насыщающего значения [3]:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{c}{\rho} (q - q_n) \Big|_{R=r}, \quad (6')$$

где $c = \alpha \sqrt{\frac{R_w T}{2\pi\mu_B}}$, α — коэффициент аккомодации.

При решении этой задачи оказалось, что результат совпадает с полученным в данной статье, кроме ничтожно малого промежутка времени в начальный период конденсации.

Внешняя граница пограничного слоя характеризуется равенством нулю потока водяного пара через эту поверхность:

$$\frac{\partial q}{\partial R} \Big|_{R=\delta} = 0. \quad (7)$$

Кроме того, как мы уже указали выше, на внешней границе имеет место условие:

$$q \Big|_{R=\delta} = q_b. \quad (8)$$

Решение задачи при предположении, что у поверхности капли упругость пара равна упругости насыщающего водяного пара над плоской водяной поверхностью

$$q \Big|_{R=r} = q_{\infty},$$

выполнено М. Е. Швецом.

Он получил для изменения радиуса капли и радиуса пограничного слоя со временем:

$$r = \sqrt{2\varepsilon Dt}, \quad (9)$$

$$\delta = 2\sqrt{Dt}, \quad (10)$$

где $\varepsilon = \frac{q_b - q_{\infty}}{\rho}$ — пересыщение в абсолютных единицах. Это решение дает бесконечное значение скорости роста капли

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{\varepsilon D}{2t}}$$

в начальный момент времени.

Линейная зависимость площади поверхности капли от времени при постоянном пересыщении подтверждается экспериментальными исследованиями роста капелек в камере Вильсона, выполнявшимися Хазеном [7], Барретом и Джерменом [6].

Так как ε — очень малая величина, то всегда можно считать, что

$$r \ll \delta. \quad (11)$$

Соотношение (11) будет использовано в наших расчетах.

Введем для решения задачи о конденсации безразмерные переменные:

$$R' = \frac{R}{a}, \quad t' = \frac{D}{a^2} t, \quad \vartheta = \frac{q_b - q}{q_b - q_{\infty}}. \quad (12)$$

В новых переменных вместо уравнений (4), (5), (6) и (7) мы получим, отбросив для удобства штрихи,

$$\frac{\partial^2 (\vartheta R)}{\partial R^2} = \frac{\partial (\vartheta R)}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\frac{dr}{dt} = -\varepsilon \frac{\partial \vartheta}{\partial R} \Big|_{R=r}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial R} \Big|_{R=\delta} = 0, \quad (15)$$

$$\vartheta \Big|_{R=r} = 1 - \frac{K}{\xi}, \quad (16)$$

где $\xi = \frac{q_{\text{в}} - q_{\infty}}{q_{\infty}}$ — пересыщение по отношению к плоской водной поверхности

$$K = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r^2} + \left(\frac{1}{6} - \frac{\beta^3}{\alpha^3}\right) \frac{1}{r^3} + \dots$$

Для решения этой системы уравнений воспользуемся, как уже указано выше, приближенным методом М. Е. Швеца, представляющим сочетание метода пограничного слоя и метода последовательных приближений.

За нулевое приближение примем стационарное решение:

$$\frac{\partial(\vartheta R)}{\partial t} = 0.$$

В этом случае уравнение (13) примет вид:

$$\frac{\partial^2(\vartheta_0 R)}{\partial R^2} = 0,$$

при граничных условиях

$$\vartheta_0|_{R=r} = 1 - \frac{K}{\xi}, \quad \vartheta_0|_{R=\delta} = 0.$$

Решение нулевого приближения:

$$\vartheta_0 = \left(\frac{r}{R} - \frac{r}{\delta}\right) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right).$$

Подставляя это выражение в правую часть (13), получим уравнение первого приближения

$$\frac{\partial^2(\vartheta_1 R)}{\partial R^2} = \left[(r\dot{\delta} - \delta\dot{r}) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{r\delta}{\xi} \dot{K}\right] \frac{R}{\delta^2} - \frac{r}{\xi} \dot{K} + \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) \dot{r},$$

при граничных условиях

$$\vartheta_1|_{R=r} = 0; \quad \vartheta_1|_{R=\delta} = 0$$

(общее решение рассматривается как сумма решений нулевого и первого приближений). Точка означает дифференцирование по времени.

Решение первого приближения имеет вид

$$\vartheta_1 = \left[(r\dot{\delta} - \delta\dot{r}) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{r}{\xi} \delta\dot{K}\right] \frac{R^2}{6\delta^2} - \left[\frac{r}{\xi} \dot{K} - \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) \dot{r}\right] \frac{R}{2} + c_1 + \frac{c_2}{R}.$$

Используя граничные условия и принимая во внимание, что $\delta \gg r$, мы находим c_1 и c_2 :

$$c_1 = -\frac{1}{6} \left[(r\dot{\delta} - \delta\dot{r}) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{r}{\xi} \delta\dot{K}\right] + \frac{1}{2} \left[\frac{r}{\xi} \dot{K} - \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) \dot{r}\right] \delta,$$

$$c_2 = -c_1 r.$$

Таким образом, ограничиваясь первым приближением, получаем

$$\begin{aligned} \vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_1 = & \left(\frac{r}{R} - \frac{r}{\delta}\right) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{1}{6} \left[(r\dot{\delta} - \delta\dot{r}) \left(1 - \frac{\xi}{K}\right) + \right. \\ & \left. + \frac{r}{\xi} \delta\dot{K}\right] \left(\frac{R^2}{\delta^2} - 1 + \frac{r}{R}\right) + \frac{1}{2} \left[\frac{r}{\xi} \dot{K} - \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) \dot{r}\right] \left(\delta - R - \frac{\delta r}{R}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Для нахождения r и δ воспользуемся уравнениями (14) и (15). Они дадут при учете (11):

$$\left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{1}{6} \left[(r\dot{\delta} - \delta\dot{r}) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{r}{\xi} \delta \dot{K} \right] - \frac{\delta}{2} \left[\frac{r}{\xi} \dot{K} - \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) \dot{r} \right] = \frac{r}{\xi} \dot{r}, \quad (18)$$

$$6r \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) - 2\delta \left[(r\dot{\delta} - \delta\dot{r}) \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) + \frac{r}{\xi} \delta \dot{K} \right] + 3\delta^2 \left[\frac{r}{\xi} \dot{K} - \left(1 - \frac{K}{\xi}\right) \dot{r} \right] = 0. \quad (19)$$

Уравнение (19) выполняется тождественно, если положим

$$1 - \frac{K}{\xi} = 0 \quad (\text{тогда } \dot{K} = 0),$$

но при этом из (18) получаем

$$\dot{r} = 0.$$

Следовательно, равновесное состояние капли имеет место при условии

$$K = \xi \quad (20)$$

или после подстановки значений K и ξ и перехода к размерным переменным:

$$\frac{q_B - q_\infty}{q_\infty} = \frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha^2}{2r^2} + \left(\frac{\alpha^3}{6} - \beta^3\right) \frac{1}{r^3} + \dots \quad (20')$$

Это выражение совпадает с (4) при $q_B = q_n$. Оно означает, что капля будет находиться в равновесном состоянии, если упругость паров воздуха равна упругости насыщающих паров у поверхности капли радиуса r .

При $q_B > q_n$ капля будет расти за счет конденсации, а при $q_B < q_n$ она испаряется.

Сравнивая уравнения (18) и (19), видим, что последние члены в правой части (18) малы по сравнению с $\left(1 - \frac{K}{\xi}\right)$, благодаря (11), и можем пренебречь ими. Таким образом, для изменения радиуса капли со временем получаем приближенное дифференциальное уравнение

$$r\dot{r} = \varepsilon \left(1 - \frac{K}{\xi}\right). \quad (21)$$

Это уравнение, как легко убедиться, получается из (14) при подстановке в него решения нулевого приближения.

Таким образом, неравенство (11), с помощью которого получено уравнение (21), эквивалентно предположению о квазистационарности задачи.

Из (21) можно найти условие, при котором скорость роста радиуса капли максимальна. Полагая $\frac{d\dot{r}}{dr} = 0$, приходим к соотношению

$$\frac{2\alpha}{r} + \frac{3\alpha^2}{2r^2} + \left(\frac{1}{6} - \frac{\beta^3}{\alpha^3}\right) \frac{4\alpha^3}{r^3} = \frac{q_B - q_\infty}{q_\infty}. \quad (22)$$

Сопоставляя с (21), мы убеждаемся, что \dot{r} максимально, когда радиус капли примерно равен удвоенному радиусу начального ядра конденсации.¹ Максимальная

¹ Аналогичный результат получен Б. Я. Пинесом [2] для роста сферических зародышей в пересыщенном твердом растворе.

скорость роста радиуса равна:

$$\dot{r}_{\max} \approx \frac{\varepsilon \xi}{4\alpha} = \frac{(q_B - q_{\infty})^2}{4\alpha^2 \rho q_{\infty}} \quad (23)$$

График скорости конденсационного роста капли дан на рис. 1. Пунктирные линии дают \dot{r} , полученные без учета кривизны поверхности капли и концентрации раствора. При больших r оба семейства кривых совпадают.

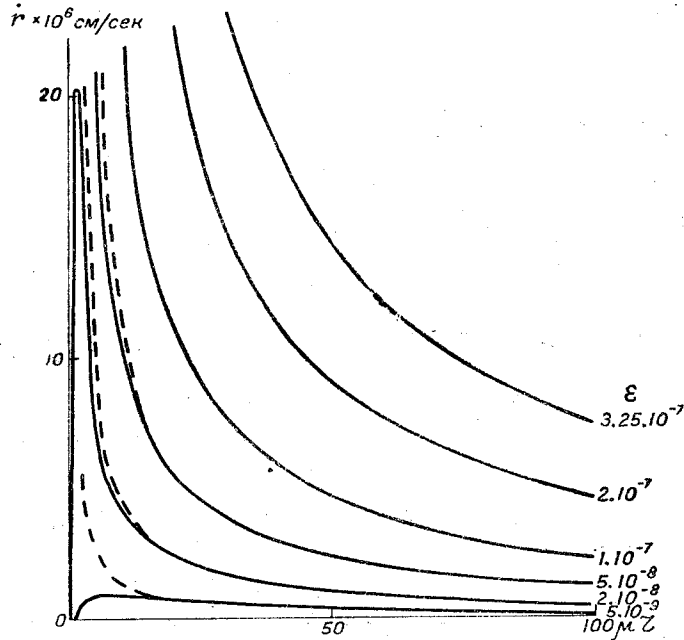


Рис. 1. Скорость роста капли за счет конденсации при постоянном пересыщении.

Интегрирование уравнения (21) после подстановки значения K при учете того, что безразмерная переменная $1/r$ является малой величиной, дает для времени, в течение которого радиус капли увеличивается от r_0 до r :

$$t = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{r^2}{2} + \frac{r}{\xi} + \frac{1}{2\xi} \ln r - \left(\frac{1}{6} - \frac{\beta^3}{\alpha^3} \right) \frac{1}{\xi r} + \dots \right]_{r_0}^r \quad (24)$$

Переходя к размерным координатам, получаем

$$t = \frac{1}{2\varepsilon D} \left[r^2 + 2 \frac{\alpha}{\xi} r + \frac{\alpha^2}{\xi} \ln \frac{r}{\alpha} - \left(\frac{1}{6} - \frac{\beta^3}{\alpha^3} \right) \frac{2\alpha^3}{\xi r} + \dots \right]_{r_0}^r \quad (25)$$

При $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ выражение (25) совпадает с (9). Если ограничиться членами с первой степенью α , то приходим к уравнению

$$r^2 + 2 \frac{\alpha}{\xi} r - 2\varepsilon D t = 0,$$

откуда

$$r = -\frac{\alpha}{\xi} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{\xi^2} + 2\varepsilon D t}. \quad (26)$$

В общем случае из (25) можно найти либо время, требующееся для роста от заданного значения r_0 до r , либо, задавая время t , можно найти радиус капли, например, по методу Л. Ш. Волохонского [1].

Величины α , β и ξ должны быть заданы или найдены экспериментально.

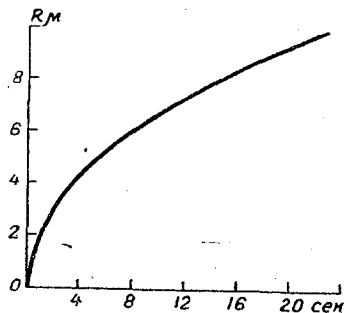


Рис. 2. Рост капли со временем за счет конденсации при постоянном пересыщении 10%.

На рис. 2 дан график роста капли за счет конденсации при постоянном пересыщении $\xi = 10\%$ и тех же значениях α и β , как принято выше.

Из графика видно, что при постоянном пересыщении рост капель постепенно замедляется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волохонский Л. Ш. Уч. зап. ЛГУ, т. III, вып. 3, 1937.
2. Пинеев Б. Я. ЖЭТФ, т. XVIII, вып. I, 1948.
3. Тимофеев М. П. и Швец М. Е. Метеорология и гидрология, № 2, 1948.
4. Швец М. Е. Прикладн. мат. и мех. 13, 25, 1949.
5. Швец М. Е. Труды ИГО, вып. 19, 1950 г.
6. Barret E. a. Germain L., Rev. S i. Instr. 18, 84, 1947.
7. Hasen W. Rev. Sci Instr. 13, 247, 1942.

О возрастании среднего размера капель в облаке с высотой¹

В результате многочисленных исследований, выполненных различными авторами (Е. С. Селезневой в ГГО [1], А. М. Боровиковым в ЦАО [2] и др.), в настоящий момент можно считать твердо установленным факт возрастания среднего размера капель с высотой в облаке. В некоторых случаях наибольший размер капель находится не на верхней границе облака, а несколько ниже. Скорость роста радиуса капель с высотой, большая внизу, уменьшается с высотой. Насколько нам известно, до сих пор не существует объяснения этого обстоятельства. Этот важный и твердо установленный факт должен объясниться фундаментальной причиной. Такой причиной на наш взгляд является уменьшение температуры с высотой внутри облака. Рассмотрим это подробнее.

При подъеме массы воздуха вверх, как только будет достигнута точка росы, в ней возникнут капли воды. При дальнейшем подъеме и охлаждении число капель уже возрастать не будет, так как при наличии жидких капель в воздухе излишний водяной пар (который возникает из-за того, что при понижении температуры количество его, способное находиться в воздухе, уменьшается) будет с большей охотой садиться на уже существующие капли, увеличивая их в размере, чем образовывать новые капли. Обозначим через x количество водяного пара, способное находиться в 1 кг воздуха при данной температуре, через y — количество жидкой воды в том же килограмме воздуха. Очевидно, в силу того что полный запас воды в данной массе воздуха неизменен, мы имеем:

$$x + y = \text{const} = x_0.$$

Здесь x_0 — водосодержание массы воздуха у земли; $x_0 = x$ до уровня конденсации, так как до этого уровня $y = 0$.

Величина x определяется по формуле:

$$x = \frac{0,622E}{p - E} \text{ г/кг},$$

а водность облака связана с y соотношением

$$w = yr.$$

Чтобы получить здесь w в г/м³, нужно подставлять ρ (плотность воздуха) в г/л, а y — в г/кг.

Подчеркнем, что число капель остается неизменным не в единице объема, а в единице массы. Следовательно, если число капель в 1 кг воздуха на некотором уровне n' и масса капли в граммах m' , то на этом уровне

$$y' = n'm'.$$

¹ Статья написана в ноябре 1949 г.

Для радиуса капель на любом уровне, полагая $n' = \text{const}$, получим (σ — плотность воды):

$$r(H) = \sqrt[3]{\frac{3y(H)}{4\pi n' \sigma}}$$

Отсюда, вводя радиус капель на том же уровне, что и y' , получим

$$r(H) = r' \sqrt[3]{\frac{y}{y'}}$$

Мы произвели расчет изменения $r(H)$ в условиях, указанных в [3] табл. 7. Результаты вычислений представлены в табл. 1. y , ω и r , равные нулю под уровнем конденсации, становятся отличными от нуля при переходе через этот уровень.

Таблица 1

H	x	y	ω	r	n
0	5,82	0	0	0	
0,5	5,82	0	0	0	
1,5	4,60	1,22	1,30	8	605
2,5	3,60	2,22	2,12	9,9	553
3,5	2,79	3,03	2,59	10,9	495
4,5	2,13	3,69	2,81	11,6	442
5,5	1,62	4,20	2,86	12,1	395

При составлении табл. 1 мы приняли, в соответствии с наблюдениями, что на высоте в 1 км от основания облака ($H=1,5$ км) средний радиус капель равен 8 μ . Это дает здесь около 600 капель в кубическом сантиметре.

В таблице указаны H в км, x — в граммах на килограмм воздуха, y — в г/кг, ω — в г/м³, r — в микронах, n — число частиц в см³. Для n на разных высотах имеем простую формулу

$$n(H) = n' \frac{\rho(H)}{\rho'}$$

Здесь ρ — плотность воздуха. Значение n с высотой убывает, так как при подъеме воздух расширяется и то же количество капель заполняет больший объем. На рис. 1 мы приводим зависимость r от H по данным таблицы. Сравнивая с графиками в [2], легко убедиться в том, что основной ход явления объясняется нами правильно. Возможны, конечно, отступления от указанного на рис. 1 хода r от H , которые определяются тем, что ∇T может быть непостоянен внутри облака. Если он будет уменьшаться, то кривая r от H станет более крутой.

В реальных условиях изменение в размере капель с высотой, наряду с рассмотренной нами здесь фундаментальной причиной — понижением температуры, — определяется также и некоторыми другими обстоятельствами. Это — процессы ядро-

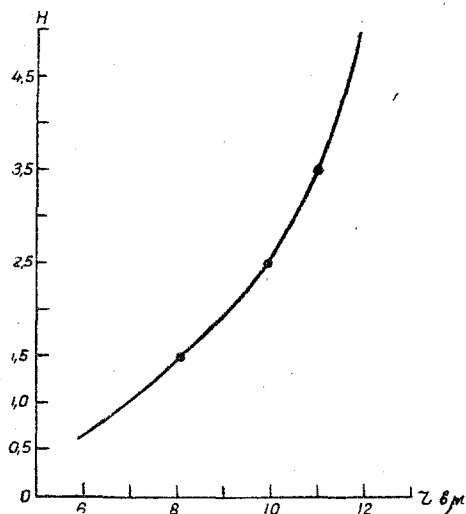


Рис. 1.

образования, выпадения и коагуляции, изменяющие число капель в единице массы (первый увеличивает, второй и третий уменьшают это число). Изучение отклонения наблюдаемого распределения капель по высоте от указанного здесь хода дает нам в руки простой метод исследования интенсивности названных выше процессов. Существенно, что эти процессы носят специфический характер, меняющийся от случая к случаю, тогда как причина, рассмотренная нами здесь, является универсальной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Селезнева Е. С. Метеорология и гидрология, № 2, 1948.
2. Боровиков А. М. Труды ЦАО, № 3, 1948.
3. Шифрин К. С. Настоящий сборник, стр. 60. Кинетика образования осадков.

К вопросу о сублимационном образовании твердых облачных элементов

Из опытов в камере Вильсона известно, что в воздухе, не содержащем взвешенных твердых или жидких частиц, при температуре выше -35°C образуются только жидкие капли, ниже -41°C — только кристаллы льда. Причем эти температурные границы не зависят от степени пересыщения воздуха водяным паром. Физическая сущность этого явления может быть до некоторой степени вскрыта при исследовании влияния температуры на расстояния между молекулами водяного пара при их объединении. Взаимная потенциальная энергия молекул, не способных вступить между собою в химическую связь, к каковым относятся и молекулы водяного пара, в первом приближении может быть представлена следующим образом:

$$u = u_0 - u_B, \quad (1)$$

где u_0 — потенциал сил отталкивания, а u_B — потенциал вандерваальсовых сил притяжения.

Отрицательный знак потенциала вандерваальсовых сил показывает, что все молекулы независимо от их химической природы притягиваются. Однако в случае валентнонасыщенных молекул на вандерваальсовы силы притяжения накладываются химические силы отталкивания. В результате этого обычная кривая отталкивания (рис. 1) имеет неглубокий минимум. Здесь координата L характеризует собой расстояние максимально возможного сближения молекул за счет вандерваальсовых сил. Величина же L_k , соответствующая наибольшей ординате этого минимума, отвечает расстоянию между молекулами в кристаллической решетке.

Энергия взаимодействия молекул, соответствующая силам притяжения, имеет три составляющих:

$$u_B = u_{\text{ор}} + u_{\text{пол}} + u_{\text{дис}}, \quad (2)$$

где $u_{\text{ор}}$ — энергия ориентационного эффекта, $u_{\text{пол}}$ — энергия поляризационного эффекта, $u_{\text{дис}}$ — энергия дисперсионного эффекта.

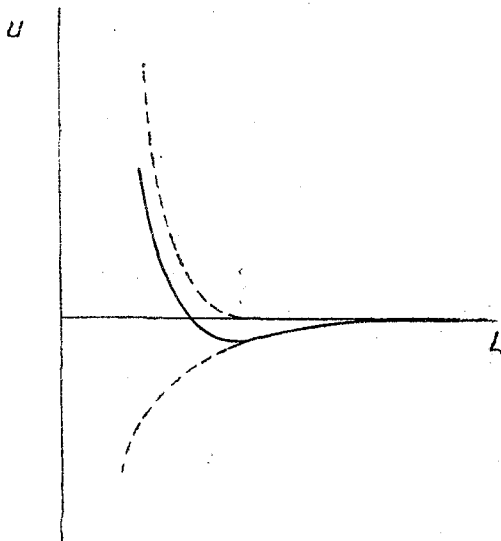


Рис. 1. Потенциальная энергия взаимодействия молекул пара.

Причем

$$u_{\text{ор}} = \frac{2}{3} \frac{\mu^2}{kL^6}, \quad (3)$$

$$u_{\text{пол}} = \frac{2\alpha\mu^2}{L^6}, \quad (4)$$

$$u_{\text{дис}} = \frac{3}{4} \frac{\alpha^2 h\nu}{L^6}, \quad (5)$$

где μ — дипольный момент, α — коэффициент поляризации. Соотношение составляющих эффектов молекулярных сил

$$m = \frac{u_{\text{пол}} + u_{\text{дис}}}{u_{\text{ор}}} \quad (6)$$

для молекул водяного пара показано в табл. 1.

Таблица 1

$T_{\text{абс}}^\circ$	277	273	253	234	233	232
m	0,287	0,280	0,259	0,240	0,238	0,237

От температуры непосредственно зависит энергия ориентационного эффекта. Рассмотрим в связи с этим вначале эту составляющую. Эффективное сближение молекул, приводящее к их объединению благодаря возникновению сил сцепления, вызываемых энергией ориентационного эффекта, возможно при условии

$$u_{\text{ор}} \simeq 2kT.$$

Подставляя это значение в (3), получим

$$L^6 T^2 = \frac{\mu^4}{3k^2} = \text{const}, \quad (7)$$

откуда для двух расстояний между молекулой, отвечающей температурам T_1 и T_2 :

$$L_2 = L_1 + L_1 \left(\sqrt[3]{T_1/T_2} - 1 \right).$$

Далее, в качестве второго приближения учтем молекулярные силы поляризационного и дисперсионного характера.

Изменение расстояния эффективного сближения между молекулами-диполями, получающееся в процессе ориентации, при смене температур сказывается на энергии и этих эффектов, что в свою очередь вносит изменение в расстояния между молекулами.

Это изменение можно учесть, используя отношение (2), поскольку зависимость энергии взаимодействия молекул от расстояния для всех трех эффектов одинакова, тогда

$$L_2 = L_1 + L_1 \left(\sqrt[3]{T_1/T_2} - 1 \right) + mL_1 \left(\sqrt[3]{T_1/T_2} - 1 \right)$$

и окончательно

$$L_2 = L_1 \left[(1 + m) \sqrt[3]{T_1/T_2} - m \right]. \quad (8)$$

Эта формула справедлива только для веществ, молекулы которых дипольны. К ним относятся и молекулы H_2O .

Произведем расчет расстояний между молекулами при их объединении в кристаллы льда.

Из рентгенографических исследований [2] известно, что характерное для кристаллической решетки льда расстояние между молекулами H_2O в составляющих

е плоскостях равно $4,5 \text{ \AA}$, или, еще точнее, $4,52 \text{ \AA}$. Для воды как псевдокристаллической жидкости это расстояние равно $4,2 \text{ \AA}$.

Эти данные отнесем к температуре, при которой самостоятельно образуются кристаллики льда, т. е. без участия примесей, облегчающих процесс их образования, а именно к -41°C , и к температуре, которая является для воды нижней границей своего существования как жидкости псевдокристаллического кварцеобразного строения, а именно к 4°C [3].

Принимая, таким образом, $T_1 = 277,2^\circ$ абс. и соответствующее ей $L_1 = 4,2 \text{ \AA}$, подставляя их в полученную формулу, определим значения упомянутых ранее расстояний между молекулами для некоторых температур (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

$T^\circ \text{C}$	4	0	-20	-39	-40	-41
$L \text{ \AA}$	4,20	4,23	4,36	4,50	4,51	4,52

Сравнивая полученные величины с данными рентгенографии льда, находим, что расстояние между молекулами H_2O при их объединении, имеющее место при температуре от -39 до 41°C , соответствует расположению молекул в плоскостях, составляющих элементарный кристалл льда.

Отсюда можно сделать вывод, что только такое понижение температуры при нормальном давлении и при отсутствии мощного электрического поля может отвечать условиям, необходимым для формирования кристаллов льда. До этого предела без участия примесей, облегчающих процесс такого формирования, образуются жидкие частицы воды.

Тот факт, что при опытах в камере Вильсона кристаллы льда появляются в некотором количестве и при температурах на $5-6^\circ$ выше температуры -41°C , объясняется кратковременными флуктуациями температуры около среднего ее значения, фиксируемого термометром.

Рассмотренные здесь представления о температурных условиях самостоятельного формирования начальных образований льда могут быть развиты применительно к реальной атмосфере, в которой взвешенные частицы пылевых примесей, являясь центрами сублимации, облегчают процесс образования твердой фазы воды.

При этом следует иметь в виду, что в атмосфере при отрицательных температурах наблюдаются облака, состоящие не только из твердых элементов, но и из переохлажденных водяных капель. Известно, что до -10°C более часто встречаются водяные облака, чем ледяные. Однако и при температурах ниже -20°C встречаются облака, состоящие из переохлажденных капель. В связи с этим считается, что в образовании облачных элементов и при температуре ниже 0°C участвуют не только ядра сублимации, но и ядра конденсации, действие которых аналогично их действию при положительных температурах. Кроме того, различными опытами выявлено существование как бы двух родов ядер сублимации, а именно: ядер, проявляющихся в процессе образования твердой фазы воды в атмосфере, при сравнительно высоких отрицательных температурах выше -40°C , и ядер, проявляющихся при температурах ниже -40°C . Не останавливаясь на объяснении понижения температуры замерзания капель, представляющих собой водный раствор микроскопического вещества ядер конденсации, уточним причину различной роли нерастворимых частиц, служащих при одних условиях ядрами образования переохлажденных капель, а при других условиях — ядрами образования твердых облачных элементов.

Роль таких центров двойная. С одной стороны, имея относительно большие размеры ($10^{-6}-10^{-5}$ см), они снижают потребное насыщение для сублимации водяного пара на них до уровня нормального насыщения свободной атмосферы, а с другой стороны, обуславливают характер размещения молекул пара на своей поверхности. Первое связано с насыщением воздуха паром: требуется определенный критический размер ядра, для того чтобы при существующем насыщении воз-

духа образовавшаяся на нем капелька или кристаллик льда не испарились, а продолжали расти. Второе связано с влиянием строения ядра, и в особенности строения и свойств его поверхности.

Как известно, молекулы, попадающие из газовой фазы на поверхность кристалла имеют возможность перемещаться по поверхности вследствие того, что при физической адсорбции силы, удерживающие их, невелики. Такая миграция молекул пара по кристаллу продолжается до тех пор, пока они не достигнут его ребра, где и происходит их прочное закрепление. Происходит в известном смысле „принудительное“ размещение на нем молекул водяного пара с развитием решетки кристалла. Благодаря этому только на тех взвешенных частицах, вещество которых имеет строение, близкое к строению льда, размещение молекул пара при всех отрицательных температурах происходит на расстояниях, соответствующих расположению их в кристалле льда, т. е. происходит сублимация водяного пара. На

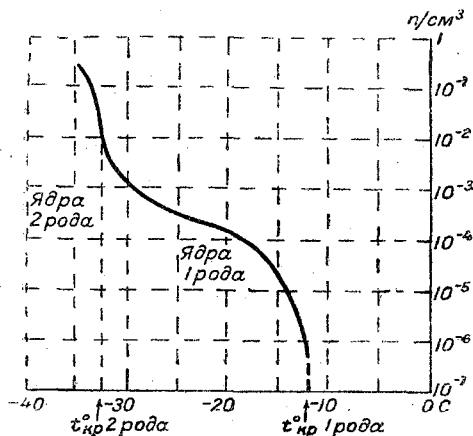


Рис. 2.

Как мы уже сделали вывод из табл. 2, предельное расстояние между молекулами H_2O , соответствующее расположению их в кристалле льда, имеет место при температуре равной $-39^\circ C$ и ниже.

Отсюда следует, что при такой температуре на всех ядрах, вне зависимости от их строения, молекулы пара будут размещаться, образуя твердое строение воды. Роль же ядер соответствующих размеров при этом сведется только к снижению уровня потребного насыщения для сублимационного образования льдинок.

В этом находит свое объяснение обнаружение в атмосфере двух родов ядер сублимации (рис. 2). Дело в том, что при снижении температуры воздуха до $-39^\circ C$ как ядра сублимации действуют взвешенные частицы только веществ, изоморфных льду, а при более низких температурах все частицы, в том числе и многочисленные пылинки, могут являться ядрами для образования твердых облачных элементов. Изоморфных льду частиц в воздухе, т. е. ядер первого рода, действующих при сравнительно высоких отрицательных температурах, очень мало. Всевозможных пылинок другого строения, действующих как ядра сублимации только ниже критической температуры $-39^\circ C$, гораздо больше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вуколович М. П. и Новилов И. И. Уравнение состояния реальных газов. Госэнергоиздат, 1948, стр. 187.
2. Вейнберг Б. П. Лед. Гостехиздат, 1940.
3. Эванс Р. Введение в кристаллохимию. Госхимиздат, 1948, стр. 289.
4. Альтберг В. Я. Аномалии воды и кристаллические структуры льда. Природа, № 2, 1928.
5. G wilong Joura of Appl. Phys. 18, 1945.

Определение коэффициента эффективности соударения водяных капель

Введение

Для теории осадков весьма существенно решение вопроса о коэффициенте слияния капель. Коэффициент слияния определяет отношение числа облачных капель, сливающихся с падающей через облако каплей, к общему числу их в объеме, вырезаемом крупной каплей при падении.

Величина этого коэффициента зависит от физических свойств капель (размер, вещество капель, их заряд), вязкости, влажности и температуры воздуха и геометрических условий столкновения. Его можно представить как произведение коэффициента соударения, определяемого аэродинамическими законами взаимного движения капель, и коэффициента эффективности соударения.

Наша работа посвящена исследованию второго коэффициента. Вопрос об эффективности соударения уже исследовался рядом авторов.

М. А. Аганин [1] в 1935 г. проделал весьма тщательные опыты по соударению падающей капли с наклонно расположенной тонкой водяной пленкой, нанесенной на зеркало. Он установил, что слияние капли с пленкой происходит в том случае, если нормальная к зеркалу составляющая скорости падения капли превосходит некоторое критическое значение. Если скорость падения меньше критической, то в момент удара между каплей и пленкой образуется тонкая трубка жидкости, по которой часть вещества капли перетекает в пленку, а остальная часть капли после разрыва соединительной трубки отделяется от пленки, подобно упругому шару.

Потеря веса капли зависит от ее скорости и заряда. Чем больше скорость, тем быстрее происходит разрыв трубки и меньшая масса успеет перейти на пленку. С ростом заряда капли потеря ее массы при ударе увеличивается почти пропорционально заряду, если пленка имеет заряд противоположного знака.

Перетекание части массы при соударении капель показано и опытами С. В. Горбачева и В. М. Никифоровой [2]. Они помещали одну из соударяющихся капель на парафиновый столик, а вторую — на конец стеклянной нити, прикрепленной к длинному маятнику. В первую из капель вводились тонкие серебряная и платиновая проволочки и некоторое количество лимонной кислоты, а во вторую — азотнокислое серебро. При попадании ионов серебра в первую каплю она становилась гальваническим элементом. Ток в гальванометре при ударе с отражением указывал, таким образом, на перетекание части жидкости из одной капли в другую. Показания гальванометра увеличивались при уменьшении скорости качания маятника. Если она становилась очень малой, то капли сливались.

В 1949 г. Б. В. Дерягин и П. С. Прохоров [3, 5] показали, что слияние сталкивающихся водяных капель в сильной степени зависит от влажности окружающего воздуха. В ненасыщенном воздухе неподвижные капли могут длительное время находиться в контакте, не сливаясь, а падающие капли сливаются лишь

при почти центральном ударе. При 100% влажности и скорости падения меньше 3 см/сек. и больше 20 см/сек. (для капель радиусом 1 мм) все столкновения оказываются эффективными. Б. В. Дерягин и П. С. Прохоров связывают неслияние при столкновении в ненасыщенном воздухе с тем, что в промежуточном слое между каплями образуется избыточное давление за счет испарения влаги.

В данной статье излагается новый метод исследования условий слияния капель. В отличие от упомянутых выше работ, в которых исследовались отдельные акты столкновений, мы изучали результирующий рост крупной капли за счет слияния с каплями проходящего мимо нее искусственного тумана, водность которого и спектр капель измерялись. В сопоставлении с теоретическим расчетом роста капель удалось получить численно значение результирующего коэффициента эффективности соударения. Оказалось, что при использовавшихся нами скоростях потока (от 30 см/сек. до нескольких метров в секунду) он, в пределах погрешности опыта, равен единице.

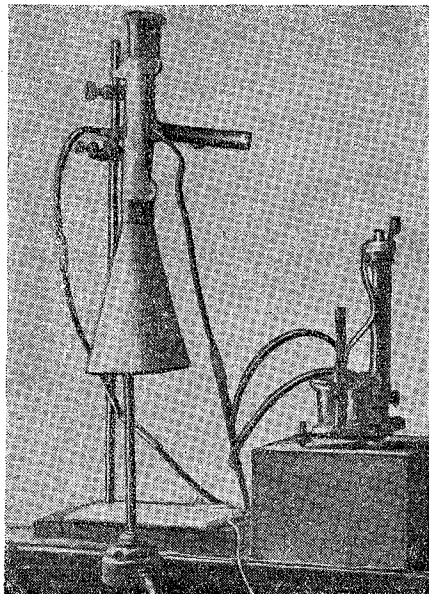


Рис. 1. Общий вид установки.

Метод исследования

Установка для производства опытов представляет собой небольшую аэродинамическую трубку с несложным вспомогательным оборудованием, помещаемую в камеру туманов. Внешний вид установки дан на рис. 1.

Внутри рабочей части трубы помещается капля на тонкой стеклянной нити, за ростом которой при пропускании через трубу потока туманного воздуха ведется наблюдение с помощью специально смонтированного длиннофокусного микроскопа (фокусное расстояние 7 см, увеличение $\times 25$). Фотографирование капель выполнялось зеркальным фотоаппаратом „Спорт“.

Камера туманов Главной геофизической обсерватории, в которой производились опыты, имеет объем 109,3 м³. В ней можно было создавать искусственный туман как путем адиабатического расширения, так и с помощью пропускания весьма сильного электрического тока через спираль, помещенную в воду (туман испарения). Последний способ особенно удобен, так как дает крупнокапельный туман, который можно поддерживать неограниченно долгое время, причем удается получать значительные водности тумана до 7—8 г/м³, а если нужно, то и более.

Водность тумана измерялась с помощью прибора В. А. Зайцева [4], а спектр капель тумана определялся микрофотографированием.

Поток тумана через аэродинамическую трубку создавался с помощью вентилятора.

В качестве держателя исследуемой капли использовалась стеклянная трубка с вытянутым концом, внутрь которой вставлялась нить стеклянной ваты, диаметром около 20 μ . Капли на нити оседали при пропускании тумана и удавалось начинать наблюдение роста с весьма малых капель радиуса 25—30 μ .

Скорость потока воздуха внутри аэродинамической трубы определялась с помощью микроанометра АДД (выпуск 1948 г.), градуировка которого для больших давлений, соответствующих большим скоростям воздушного потока, выполнялась в ВИМС им. Д. И. Менделеева, а для малых давлений она выполнялась нами в Центральном бюро поверки ГГО с помощью гидростатических весов. Для

контроля использовался также микроманометр типа Шульца, изготовленный в том же Центральном бюро поверки ГГО.

Для измерения скорости потока в разных частях рабочего сечения аэродинамической трубы туда помещалась микротрубка Пито, и разность динамического и статического давлений измерялась микроманометром. При малых скоростях этот способ дает значительные ошибки.

Обычно после создания потока туманного воздуха мимо стеклянной нити на ней образуются несколько капель. Одновременно с измерениями водности и взятием проб микрофотографии капель тумана при визуальном наблюдении ведется запись размеров капель через определенные промежутки времени. Измерение размера исследуемой капли производится по окулярной шкале. Капли тумана при использовании увеличения микроскопа не были видны.

При фотографировании капель измерение их размеров велось после проявления пленки.

Измерения позволяют в каждом случае получать скорость роста капли. При небольших водностях тумана и малой скорости потока за ростом отдельной капли удавалось вести наблюдение в течение длительного времени (до 30—40 мин.).

Теория явления

Полученные в эксперименте значения скорости роста радиуса неподвижной крупной капли за счет коагуляции с каплями тумана мы можем сопоставить с результатами теоретического расчета, откуда и находится коэффициент эффективности соударения.

Пусть мимо неподвижной капли радиуса r движется туман со скоростью u . Распределение капель по размерам будем предполагать удовлетворяющим асимптотической формуле Смолуховского [6]:

$$n(r_1) = \frac{25q_w}{4\pi r_m^6} r_1^2 e^{-\frac{5}{3} \frac{r_1^3}{r_m^3}}, \quad (1)$$

где q_w — водность тумана, r_m — радиус капель, дающих наибольший вклад в водность. Для капель радиуса r_1 вероятность столкновения за 1 сек. с неподвижной каплей будет равна

$$w_{\text{сек}} = ESn_1u, \quad (2)$$

где E — коэффициент соударения, т. е. доля частиц радиуса r_1 из объема, вырезаемого в движущемся тумане неподвижной каплей за 1 сек., испытывающих столкновения с нею; $S = \pi(r+r_1)^2$ — эффективное сечение столкновения. Скоростью падения капель тумана под действием тяжести мы будем пренебрегать по сравнению со скоростью u .

Увеличение радиуса неподвижной капли благодаря слиянию с каплей радиуса r_1 в случае $r \gg r_1$ будет

$$\Delta r = \frac{r_1^3}{3r^2}. \quad (3)$$

Допустим, что каждое столкновение приводит к слиянию (ниже будет доказано, что это предположение оправдывается с той точностью, какую допускает эксперимент), тогда увеличение за 1 сек. радиуса неподвижной капли за счет слияния с каплями радиуса r_1 дается выражением

$$\frac{dr}{dt} = ESn_1u\Delta r. \quad (4)$$

Чтобы получить полную скорость роста за счет слияния с каплями тумана всех встречающихся размеров, мы должны проинтегрировать (4) по r_1 :

$$\frac{dr}{dt} = \int_{r_0}^{r_{\max}} ES n_1 u \Delta r dr_1. \quad (5)$$

Под r_0 подразумевается минимальный радиус капель, могущих коагулировать при данных условиях с каплей радиуса r ; r_{\max} — максимальный радиус капель тумана.

Коэффициент соударения исследовался Ленгмюром [7]. Для случая столкновения капель со сферическим коллектором радиуса r им получен следующий вид E :

$$E = \left(1 + \frac{\frac{3}{4} \ln 2k}{k - 1,214} \right)^{-2}, \quad (6)$$

где $k = \frac{\lambda}{r}$ — коэффициент инерции; λ — путь, проходимый каплей по инерции в вязкой среде; 1,214 — значение k , при котором начинаются соударения капель.

Инерционный путь при скорости движения тумана u дается выражением

$$\lambda = u \tau_1, \quad (7)$$

$\tau_1 = \frac{2}{9} \frac{\rho}{\eta} r_1^2$ — время релаксации, т. е. время, в течение которого скорость инерционного движения капли радиуса r_1 изменится в e раз под действием сопротивления воздуха (η — вязкость воздуха, ρ — плотность воды).

Мы примем для коэффициента соударения более простое выражение

$$E' = \left(\frac{k - 1,214}{k} \right)^2, \quad (8)$$

которое дает лишь незначительное отклонение значений от полученных по формуле (7).

В табл. 1 дано сопоставление E и E' при разных значениях k .

k	1,214	1,5	2	3	5	10	20	50	100	200
E	0	0,066	0,186	0,326	0,472	0,614	0,760	0,872	0,924	0,956
E'	0	0,036	0,155	0,353	0,57	0,77	0,88	0,95	0,97	0,986

Подставляя в (8) значение k , получим

$$E' = \left(1 - \frac{Rr}{r_1^2} \right)^2, \quad (9)$$

где

$$R = \frac{1,214}{u} \cdot \frac{9\eta}{2\rho}.$$

Из условия $k \geq 1,214$ находится нижний предел интегрирования в (5):

$$r_0 = \sqrt{Rr} = \sqrt{1,214 \frac{9\eta}{2\rho} \frac{r}{u}}; \quad (10)$$

например, при $r = 100 \mu$ и $u = 1$ м/сек. получается $r_0 \approx 3 \mu$. Интегрирование (5) выполняется элементарно, и мы получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{4} q_w u \left\{ \left[1 - (1+x)e^{-x} + 2\left(\frac{3}{5}\right)^{1/3} \gamma\left(\frac{7}{3}, x\right) \frac{r_m}{r} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{3}{5}\right)^{2/3} \gamma\left(\frac{8}{3}, x\right) \frac{r_m^2}{r^2} \right] - 2 \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{2/3} \gamma\left(\frac{4}{3}, x\right) + 2\left(\frac{5}{3}\right)^{1/3} \gamma\left(\frac{5}{3}, x\right) \frac{r_m}{r} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{r_m^2}{r^2} - (1+x)e^{-x} \cdot \frac{r_m^2}{r^2} \right] \frac{Rr}{r_m^2} + \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{4/3} \gamma\left(\frac{2}{3}, x\right) + 2 \cdot \frac{5}{3} (1 - e^{-x}) \frac{r_m}{r} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{5}{3}\right)^{2/3} \gamma\left(\frac{4}{3}, x\right) \frac{r_m^2}{r^2} \right] \frac{R^2 r^2}{r_m^4} \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $x = \frac{5}{3} \frac{r_1^3}{r_m^3}$, $\gamma(p, x)$ — неполная гамма-функция.

Выражение в фигурных скобках берется в пределах для r_1 от r_0 до максимального радиуса капля тумана r_{\max} .

С учетом (10) можно написать

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{4} q_w u \left\{ \left[1 + (1-x)e^{-x} + 2\left(\frac{3}{5}\right)^{1/3} \gamma\left(\frac{7}{3}, x\right) \frac{r_m}{r} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{3}{5}\right)^{2/3} \gamma\left(\frac{8}{3}, x\right) \frac{r_m^2}{r^2} \right] - 2 \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{2/3} \gamma\left(\frac{4}{3}, x\right) + 2\left(\frac{5}{3}\right)^{1/3} \gamma\left(\frac{5}{3}, x\right) \frac{r_m}{r} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{r_m^2}{r^2} - (1-x)e^{-x} \frac{r_m^2}{r^2} \right] \frac{r_0^2}{r_m^2} + \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{4/3} \gamma\left(\frac{2}{3}, x\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cdot \frac{5}{3} (1 - e^{-x}) \frac{r_m}{r} + \left(\frac{5}{3}\right)^{2/3} \gamma\left(\frac{4}{3}, x\right) \frac{r_m^2}{r^2} \right] \frac{r_0^4}{r_m^4} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Если скорость движения воздуха в аэродинамической трубе и радиус неподвижной капли таковы, что $r_0 \ll r_m$, то последними двумя выражениями в квадратных скобках можно пренебречь.

Так как в наших опытах $r \gg r_m$, то для грубых расчетов можно пользоваться формулой

$$\frac{dr}{dt} \approx \frac{1}{4} q_w u. \quad (13)$$

Приблизительное постоянство скорости роста радиуса при заданных q_w и u , полученное в теории, подтверждается и в опытах.

Результаты некоторых опытов

Опыты по определению коэффициента эффективности соударения нами проводились с марта по июнь 1950 г. Всего проделано свыше 50 опытов.

Как уже сказано в § 2, в опытах производилось измерение размера капли, растущей за счет коагуляции, что позволяло находить скорость ее роста. Кроме того, измерялись скорость потока в аэродинамической трубе, водность и размеры капель тумана, которые необходимы для теоретического расчета скорости роста исследуемых капель по формулам (12) или (13). Отношение экспериментального и теоретического значений скорости роста капли и дает коэффициент эффективности соударения.

В настоящей статье подробно описаны лишь несколько опытов. Результаты остальных опытов представлены в виде сводной таблицы (табл. 7).

22, III 1950 г. опыты проводились с 10 час. 20 мин. до 11 час. 30 мин. Туман испарения был создан в 10 час. утра и дополнительное образование тумана производилось в 10.39, 10.48, 10.55. Графики изменения водности тумана и спектра капель даны на рис. 2 и 3.

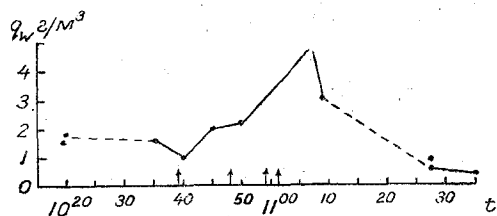


Рис. 2. Изменение водности тумана в опытах 22/III 1950 г. Стрелки обозначают пуск новых порций тумана.

Значения r_m в кривых распределения капель по размерам в указанные на рис. 3 сроки были соответственно 10, 13 и 16 μ .

Из проведенных трех опытов оказались удачными два (№ 1 и 3). В опыте № 2 капля быстро слетела с нити. В опыте № 1 (10.30—10.40) скорость потока в аэродинамической трубе равнялась 1,0 м/сек. Запись размера растущей за счет коагуляции капли велась через 1 мин. Данные о росте капли приведены в табл. 2.

Таблица 2

Рост капли в опыте № 1											
Время в мин.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Радиус капли, μ^1	310	360	380	380	410	420	450	480	480	520	530
Скорость роста, μ /сек:											
Экспериментальная	—	0,83	0,33	0,00	0,50	0,17	0,50	0,50	0,00	0,67	0,17
Теоретическая	—	0,41	0,41	0,40	0,40	0,40	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25

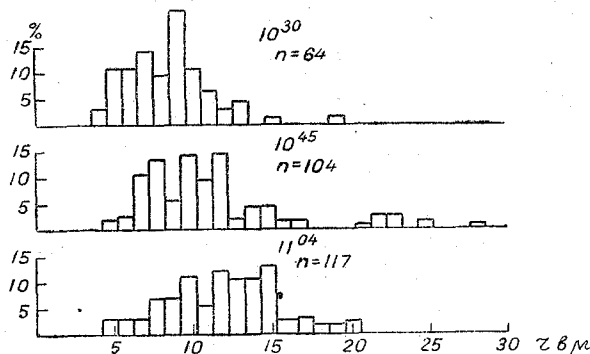


Рис. 3. Спектр капель тумана в опытах 22/III 1950 г.

Теоретические значения скорости роста вычислялись по формуле (13). Коэффициент эффективности соударения в опыте № 1 равен $1,03 \pm 0,08$.

В опыте № 3 (11.20—11.30) скорость потока была 2,2 м/сек. Данные о росте капли приведены в табл. 3.

Таблица 3

Рост капли в опыте № 3										
Время, в мин.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Радиус капли, μ	190	220	240	260	290	310	330	340	400 ²	410
Скорость роста в μ /сек:										
Экспериментальная	—	0,50	0,33	0,33	0,50	0,33	0,33	0,17	0,04	0,17
Теоретическая	—	0,49	0,41	0,33	0,30	0,28	0,27	0,26	0,25	0,23

¹ Возможная ошибка в измерении диаметра капли составляла $\pm 10 \mu$.

Неравномерность роста капли связана с изменением водности тумана за время опыта, неоднородностью тумана и, в незначительной степени, с пульсацией скорости потока.

² Капля, за которой велось наблюдение, слилась с соседней каплей радиусом 200 μ .

Коэффициент эффективности соударения в опыте № 3 равен $1,09 \pm 0,21$.

В обоих случаях, как легко проверить с помощью подстановки в формулу (12) соответствующих значений радиусов капель, учет спектра капель вносит лишь малую поправку и можно пользоваться для вычислений упрощенной формулой (13).

29/III в опыте № 7 (12.13—12.47) при скорости потока $u = 1,3$ м/сек. удалось получить длительный ряд наблюдений за ростом капли в сочетании с измерениями

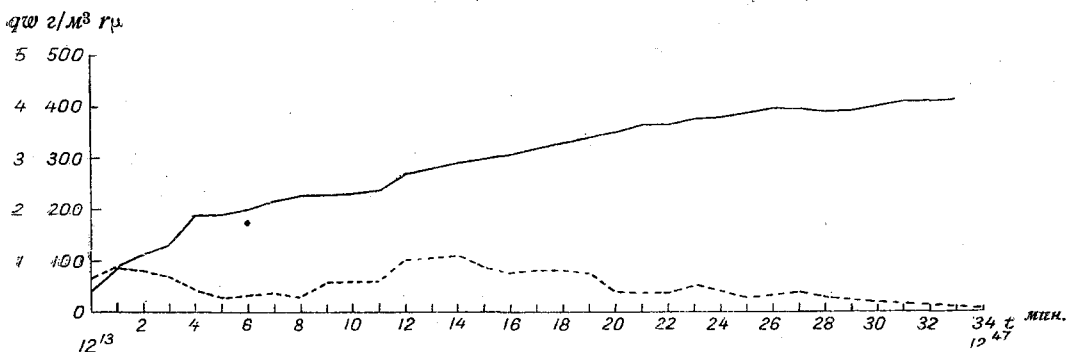


Рис. 4. Рост капли за счет коагуляции (сплошная линия) и изменение влажности (пунктирная линия) в опыте № 7 29/III 1950 г.

влажности тумана. Данные представлены в табл. 4—6 и графически на рис. 4. На рис. 5 дан спектр капель тумана в опытах 29, III 1950 г. Во всех трех случаях $r_m = 7 \mu$.

Рост капли в опыте № 7

Таблица 4

Время, мин.	Радиус капли, μ	Влажность тумана, г/м ³	Скорость роста, μ /сек.		Время, мин.	Радиус капли, μ	Влажность тумана, г/м ³	Скорость роста μ /сек.	
			экспериментальная	теоретическая				экспериментальная	теоретическая
0	40	0,68	—	0,30	17	320	0,81	0,17	0,27
1	80	0,81	0,67	0,31	18	330	0,85	0,17	0,29
2	110	0,81	0,50	0,29	19	340	0,85	0,17	0,29
3	130	0,69	0,33	0,24	20	350	0,40	0,17	0,14
4	190	0,45	1,00	0,16	21	370	0,74	0,33	0,25
5	190	0,29	0	0,11	22	370	0,45	0	0,16
6	200	—	0,17	—	23	380	0,45	0,17	0,16
7	220	0,39	0,33	0,14	24	380	0,59	0	0,20
8	228	0,28	0,13	0,10	25	390	0,41	0,17	0,13
9	230	0,64	0,03	0,22	26	400	0,30	0,17	0,10
10	230	0,64	0	0,22	27	400	0,41	0	0,13
11	240	0,64	0,17	0,22	28	400	—	0	—
12	270	1,03	0,50	0,35	29	400	0,26	0	0,08
13	280	1,10	0,17	0,37	30	410	—	0,17	—
14	290	0,88	0,17	0,30	31	420	—	0,17	—
15	300	0,74	0,17	0,25	32	420	—	0	—
16	310	0,60	0,17	0,21	33	420	—	0	—
					34	—	0,11	—	0,04

Так как начальный размер исследуемой капли невелик, то при подсчете мы пользовались формулой (12).

Коэффициент эффективности соударения в опыте № 7 равен $1,09 \pm 0,81$.

6/IV 1950 г. в опыте № 24 (13.18—13.28) производилось микрофотографирование растущих за счет коагуляции капель с интервалом в 1 мин. Серия фотографий за интервал 5 мин. приведена на рис. 6. Мы видим, что в начальный момент на нити имелось 4 капли почти одинаковых размеров. На втором снимке видно,

что вторая и третья капли слились и начала образовываться новая капля на нижней части нити. На четвертом снимке крупная капля является результатом слияния двух капель. На следующих снимках заметен постепенный рост капель, причем можно было сопоставлять одновременный рост капель разных размеров.

Радиусы капель даны в табл. 5.

Таблица 5

Радиусы капель, растущих за счет коагуляции, и водность тумана в опыте № 24						
№ снимка	1	2	3	4	5	6
Радиус капли μ :						
первой	83	101	118	—	—	—
второй	78	123	134	163	170	182
третьей	86	—	47	51	85	86
Водность, $г/м^3$	1,0	—	1,2	0,8	—	0,8

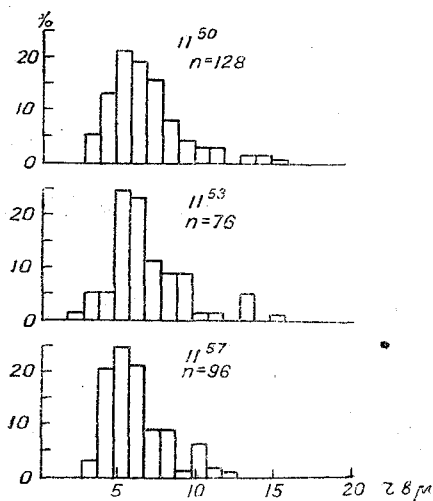


Рис. 5. Спектр капель тумана в опытах 29/III 1950 г.

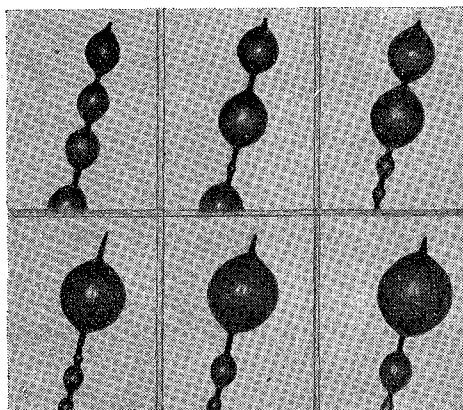


Рис. 6. Фотографии капель, растущих за счет коагуляции с каплями тумана, в опыте № 24.

Капли считались эллипсоидальными и средний радиус их определялся с помощью формулы $r = \sqrt{r_1 r_2}$, где r_1 и r_2 — длины наибольшей и наименьшей полуосей. Средняя погрешность измерения r составляет $\pm 2,5 \mu$. Скорость потока в аэродинамической трубе равнялась в течение опыта 0,85 м/сек.

Вычисление среднего коэффициента эффективности соударения для двух капель (с учетом слияния крупных капель, сидящих на нити, друг с другом) дало значения $(1,00 \pm 0,23)$ и $(0,94 \pm 0,18)$.

8/IV было проведено 13 опытов за время с 10.50 до 12.55. Ход изменения водности за 2 часа показан на рис. 7.

Измерения водности производились с интервалом в 2 мин.; случаи пропусков наблюдений указаны пунктиром. График дает довольно плавные изменения водности со временем.

Приведем описание опыта № 37. Опыт выполнялся с 11.12 до 11.22.

Радиусы исследовавшихся капель и водность тумана даны в табл. 6.

Таблица 6

Радиусы капель, растущих за счет коагуляции, и водность тумана в опыте № 37									
Номер снимка	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Радиус капли, μ :									
первой	104	133	158	174	193	203	214	218	220
второй	115	162	189	198	216	225	232	237	242
третьей	99	—	—	—	—	—	—	—	—
Водность тумана, $г/м^3$	2,0	—	1,8	—	1,3	—	1,0	—	0,8

Скорость потока в аэродинамической трубе равнялась 0,85 м/сек. Средние коэффициенты эффективности соударения для двух капель оказались равными $(0,93 \pm 0,24)$ и $(0,84 \pm 0,24)$.

Среднее значение коэффициента эффективности соударения для 33 опытов, приведенных в табл. 7, равно $0,97 \pm 0,24$.

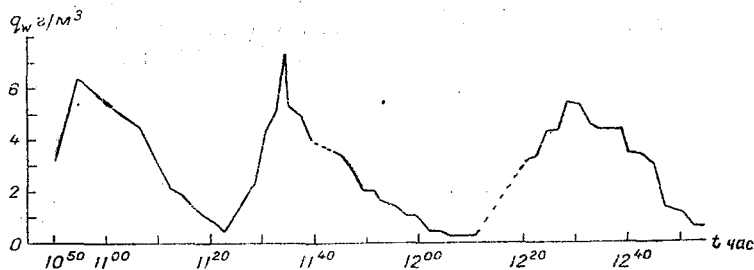


Рис. 7. Изменение влажности тумана в опытах 8/IV 1950 г.

Таблица 7

Результаты опытов по измерению коэффициента эффективности соударения капель

Номера опытов	Скорость потока v м/сек.	Средняя влажность тумана q_w г/м ³	Средняя экспериментальная скорость роста радиуса капли $(dr/dt)_э$	Средняя теоретическая скорость роста радиуса капли $(dr/dt)_т$	Коэффициент эффективности соударения K	Погрешность при определении коэффициента $\pm \Delta K$
1	1,00	1,43	0,37	0,36	1,03	0,08
3	2,20	0,65	0,39	0,36	1,09	0,21
7	1,30	0,58	0,20	0,19	1,09	0,31
8	1,30	1,50	0,44	0,50	0,88	0,09
8	1,30	1,10	0,40	0,38	1,05	0,24
9	1,30	1,30	0,41	0,41	1,00	0,07
9	1,30	2,90	0,51	0,95	0,54	0,34
10	1,30	1,50	0,19	0,50	0,38	0,66
11	1,30	0,74	0,27	0,24	1,12	0,16
24	0,85	0,80	0,17	0,17	1,00	0,23
24	0,85	0,80	0,16	0,17	0,94	0,18
25	0,85	1,64	0,31	0,35	0,90	0,04
27	1,91	1,46	0,60	0,31	1,93	1,06
28	0,85	0,70	0,14	0,15	0,93	0,08
28	0,85	0,70	0,17	0,15	1,13	0,53
28	0,85	0,70	0,13	0,15	0,90	0,18
30	0,85	0,70	0,18	0,15	1,20	0,66
30	0,85	1,83	0,37	0,39	0,95	0,08
31	0,85	1,83	0,32	0,39	0,82	0,17
31	0,85	2,49	0,58	0,53	1,09	0,11
34	0,85	5,64	1,20	1,20	1,00	0,06
35	0,85	4,70	0,93	1,00	0,93	0,08
36	0,85	3,67	0,77	0,78	0,99	0,08
37	0,85	1,36	0,27	0,29	0,93	0,24
37	0,85	1,36	0,24	0,29	0,84	0,24
38	0,85	4,09	0,47	0,87	0,54	0,37
43	0,44	3,22	0,41	0,38	1,07	0,37
44	0,44	4,27	0,44	0,47	0,93	0,16
49	1,91	1,30	0,60	0,62	0,97	0,06
50	1,91	0,88	0,44	0,42	1,05	0,08
51	2,68	1,10	1,10	1,09	1,00	0,08
52	0,85	1,64	0,36	0,35	1,02	0,08
53	0,85	4,00	0,81	0,85	0,95	0,31

Таким образом, коэффициент эффективности соударения для капель тумана, в условиях наших опытов, можно положить равным единице, т. е. считать, что всякое состоявшееся столкновение приводит к слиянию капель. Этот вывод согласуется с данными опытов Б. В. Дерягина и П. С. Прохорова.

Наши исследования выполнялись с помощью весьма примитивной установки. В данное время разработана более совершенная установка, которая позволит определить коэффициент эффективности соударения с большей точностью. В работе принимали участие сотрудники ГГО А. А. Круковский, Т. А. Першина, М. А. Дабкина, М. Г. Файнштейн, которым авторы приносят свою благодарность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аганин М. А. Журн. геоф., т. V, вып. 4, 1935.
2. Горбачев С. В. и Никифорова В. М. Журн. геоф., т. V, вып. 2, 1935.
3. Дерягин Б. В. и Прохоров П. С. Сб. „Новые идеи в области изучения аэрозолей“. Изд. АН СССР, 1949.
4. Зайцев В. А. Труды ГГО, вып. 13, 1948.
5. Прохоров П. С. Сб. „Новые идеи в области изучения аэрозолей“, Изд. АН СССР, 1949.
6. Шишкин Н. С. Труды ГГО, вып. 13, 1948.
7. Langmuir I. J. Meteor. V. 5, № 5, 1948.

Опыты с переохлажденными каплями воды

Как известно, в атмосфере очень часто встречаются облака, состоящие из переохлажденных капель различных размеров. В связи с этим нам представлялось важным опытным путем проверить, замерзают ли переохлажденные капли при слиянии их друг с другом или остаются в жидком виде, а также, каково взаимовлияние расположенных на близком расстоянии переохлажденных капель и снежинок.

Установка для наблюдений

Установка для наблюдений состояла из микроскопа с фотоаппаратом и специально оборудованного столика от бинокулярной лупы. На этом столике было смонтировано устройство из четырех тонких стерженьков, прикрепленных к подвижным пластинам небольшой диафрагмы. Диафрагма была расположена в плоскости, перпендикулярной к оси микроскопа, с таким расчетом, чтобы середина отверстия диафрагмы находилась в поле зрения микроскопа. Капли помещались на кончиках стержней и в процессе опытов сближались в направлении к центру диафрагмы. В центре отверстия диафрагмы был установлен пятый, неподвижный, стерженец, закрепленный на миниатюрном кронштейне, отведенном от каркаса диафрагмы.

Толщина стерженьков в 50 μ ограничивала минимальный размер исследуемых капель порядком 100 μ в диаметре. Следует иметь в виду, что в естественных облаках основная масса капель бывает более мелкой по сравнению с исследуемыми нами. Особенностью наших опытов является также и то, что при наблюдениях капли помещались на металлических стерженьках, что в известной мере могло отразиться на процессе их замерзания.

Опыты производились в открытом помещении передвижной метеорологической станции (ПМС). Переохлаждение капель достигалось путем естественного их охлаждения в морозном воздухе. Время выдержки на переохлаждение давалось не менее 5 мин. Мы считали это время достаточным, чтобы капли приняли температуру окружающего воздуха. Для предосторожности подсветка в микрофотоустановке осуществлялась отраженным светом. Все это упростило опыты, позволив не измерять температуру самой капли, а принимать ее с известной степенью точности равной температуре воздуха.

Наблюдения за слиянием переохлажденных капель

Опыты по слиянию переохлажденных капель производились для различных температур сериями из следующих вариантов: сближалась пара мелких капель, сближалась пара более крупных капель, сближались крупная и мелкая капли, сближались последовательно одна за другой несколько капель, с постепенным слиянием их в одну каплю. Для проверки замерзания капли, кроме прямых наблюдений, производилось фотографирование самих капель. Фотографировались также

вытаскиваемые из незамерзших капель стерженьки и стерженьки, вмержшие в отвердевшие капли.

Результаты опытов сведены в общую табл. 1. Из этой таблицы видно, что при температурах воздуха -15°C и выше переохлажденные капли при слиянии не замерзали.

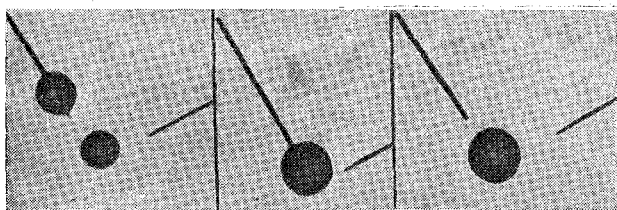


Рис. 1. Слияние капель при температуре -15°C .

при температурах воздуха -15°C и выше переохлажденные капли при слиянии не замерзали. На рис. 1 дана фотография, подтверждающая этот факт для температуры -15°C .

Во всех опытах при температуре воздуха, начиная с -15°C и выше, величина сливающихся капель не сказывалась на результатах слияния. Не сказывалась на них

и неоднократность последовательных слияний капель. Объединенные капли во всех этих случаях не замерзали.

Замерзание переохлажденных капель было отмечено при температуре воздуха -20°C . Это подтверждается рис. 2. При этом замерзание крупной, диаметром 1,2 мм, объединенной капли наблюдалось не в процессе ее образования из мелких, а несколько позднее, что также указывает на отсутствие непосредственной связи между слиянием переохлажденных капель и их замерзанием. Как видно из рис. 2, при присоединении к этой замерзающей капле более мелких жидких капель, на стерженьках, где до этого находились их центры, обнаружались ледяные комочки, с которых вода слилась на центральную каплю, замерзнув при этом. Из этого факта можно усмотреть, что при низких температурах, порядка -20°C , у поверхности твердого тела (в данном случае металлического стерженька) внутри переохлажденных капель образуются ледяные основания, дающие начало их замерзанию.

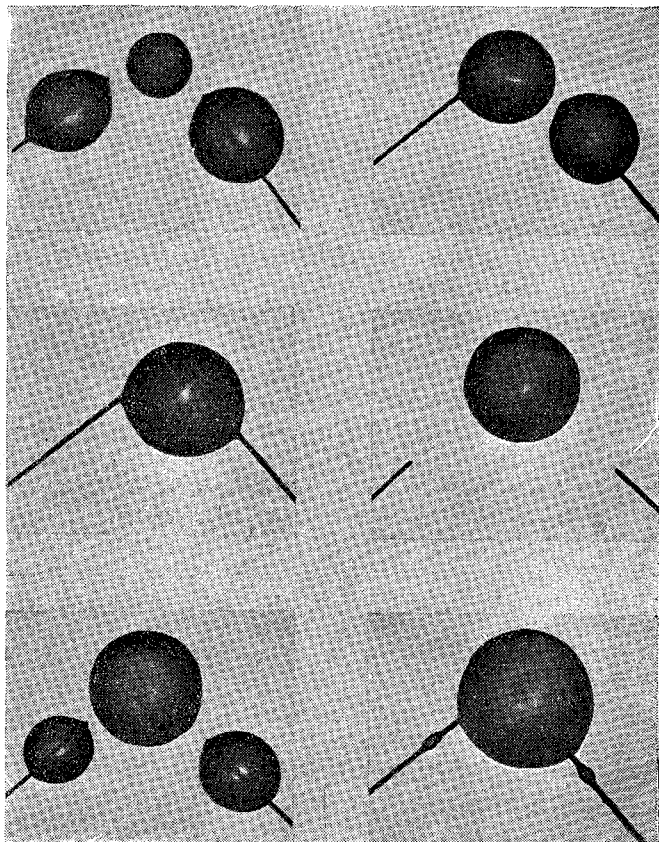


Рис. 2. Слияние капель при температуре -20°C .

Наблюдения за переносом влаги с капель на льдинки

Опыты по изучению взаимовлияния переохлажденных капель и льдинок (снежинок), находящихся на близком расстоянии друг от друга, представляли собой наблюдения за изменением их размеров и формы

в результате перегонки влаги с капелек на льдинки, обусловленной разностью в упругости водяного пара над водой и льдом.

Таблица 1

Результаты опытов по слиянию переохлажденных капель

№ опыта	Влажность воздуха, %	t° воздуха	Диаметры капель (1-4) до слияния, мм				Диаметр капель после слияния, мм	Результат
			1	2	3	4		
1	94	-2	0,75	0,51			0,82	Капли при слиянии не замерзли То же
			0,67	0,61			0,81	
2		-4	0,95	0,93			1,17	
			1,56	0,85			1,65	
3	90	-5	0,39	0,47			0,54	
			0,49	0,59			0,69	
4		-6	0,65	0,62			0,80	
			0,50	0,82			0,88	
5	81	-7	0,53	0,57			0,69	
			0,49	0,40			0,56	
6	88	-8	0,56	0,87			0,94	
			0,90	0,95			1,16	
			0,48	0,40			0,56	
			0,88	0,99			1,18	
			0,80	0,55			0,87	
			1,06	1,02	1,08	1,03	1,32	
			1,02	0,95	1,05	0,76	1,24	
			0,96	0,65	0,68	0,59	1,05	
			1,26	1,24			1,58	
			1,37	0,98			1,49	
			0,67	0,92			1,02	
			0,75	0,77			0,94	
7	92	-9	0,86	0,69			0,98	
			0,88	0,64			0,98	
8		-10	0,59	0,59			0,74	
			0,43	0,44			0,54	
9	86	-12	1,01	0,86			1,18	
			1,35	1,31			1,67	
10	75	-13	1,18	0,84			1,30	
			0,91	0,84			1,10	
11		-15	0,47	0,48			0,60	
			0,88	0,87			1,10	
12		-20	0,79	0,30			0,0	
			0,95	0,85			1,11	
			0,65	0,99			1,08	
			1,18	1,16			1,46	
			0,79	0,84			1,01	
			0,63	0,53			0,79	
			0,68	0,65	0,79		0,86	
			0,75	1,17			1,27	
			0,87	0,78			1,05	
			0,64	0,48	1,02		0,72	

Эти опыты сопровождались наблюдениями:

а) при условии начального фиксированного положения капли и льдинки (снежинки) с большим зазором между ними, естественно уменьшающимся по мере роста ответвлений кристалла;

б) при условии постоянного увеличения расстояния между каплей и льдинкой, по мере роста ответвлений кристалла, с примерным сохранением постоянства размера зазора между каплей и отростком — ответвлением кристалла.

При этом для опытов брались свежеснеженные снежинки, частицы лежалого снега и льдинки — замерзшие капельки.

Во всех опытах картина взаимодействия капли и льдинки была в общем однообразной, а именно, при сближении их на расстояние порядка десятых долей миллиметра на льдинке (снежинке) образовывалось ответвление капли. Происходящее при отсутствии насыщения воздуха водяным паром некоторое уменьшение объема как капли, так и льдинки, в общем не меняло картины, и ответвления льдинки в сторону капли росли своим чередом. В зависимости от состояния снежинки (свежая, лежалая, плотная, рыхлая и др.) менялась скорость появления ответвления. Наибольшая скорость возникновения отростков наблюдалась у свежесыпавших снежинок. Дальнейшая же скорость роста образовавшегося ответвления у твердой частицы зависела не от первоначального состояния ее, а от расстояния между каплей и льдинкой и от влажности воздуха. При этом, чем меньше было такое расстояние, тем больше был темп удлинения отростков. Для расстояний между каплей и снежинкой порядка 10μ и

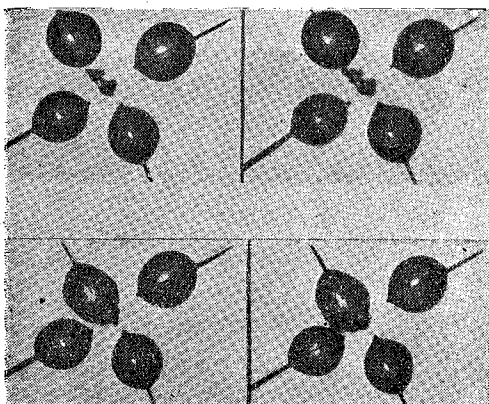


Рис. 3. Замораживание капли отростком льдинки при температуре -10°C и влажности 86% .

меньше ответвление дорастало до капли практически мгновенно. Ответвления льдинок имели, как правило, вначале вид пучка иголочек, а при дальнейшем росте — вид одной иголки.

При первом условии наблюдений, т. е. в случаях фиксированной установки капли и льдинки, появившийся отросток льдинки довольно быстро достигал капли. При прикосновении отростка льдинки к капле последняя немедленно заморозала.

В опытах, когда льдинка (снежинка) помещалась среди нескольких капель (рис. 3), кристалл рос сначала в направлении наиболее близкорасположенной капли. Достигнув ее своим отростком, замораживал каплю, после чего возникал и начинал расти новый отросток в сторону следующей более близ-

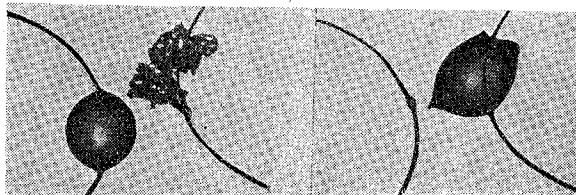


Рис. 4.

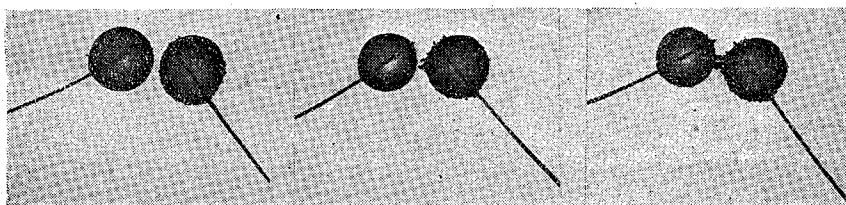


Рис. 5.

кой капли, также смерзаясь с ней, и т. д. Из рис. 3 видно, что одна из капель, заморознув самостоятельно, уже не взаимодействовала со льдинкой, не взаимодействовала она также и с каплями, поскольку находилась от них на расстоянии большем, чем начальная льдинка. При этом замораживание происходило двояко: или (что происходило в большинстве случаев) капля по соединившемуся отростку пере-

ливалась на льдинку, образуя одну укрупненную ледяную частицу в виде градины (рис. 4), или (что происходило более редко) капля не переливалась на льдинку, а замерзала, соединившись со льдинкой отростком, образуя с первоначальной льдинкой частицу вида „гантели“ (рис. 5, 6).

Первая форма объединения имела место и при снежинках и при льдинках — замороженных каплях, вторая форма имела место только при льдинках — замороженных каплях.

Было замечено, что образование укрупненной льдинки в виде градины особенно эффективно в случаях, когда температура капли несколько выше температуры льдинки. Образование же укрупненных льдинок вида „гантели“ происходило при более низких температурах капель и льдинок. После того как происходило соединение растущего отростка льдинки (снежинки) с каплей и капля в том или

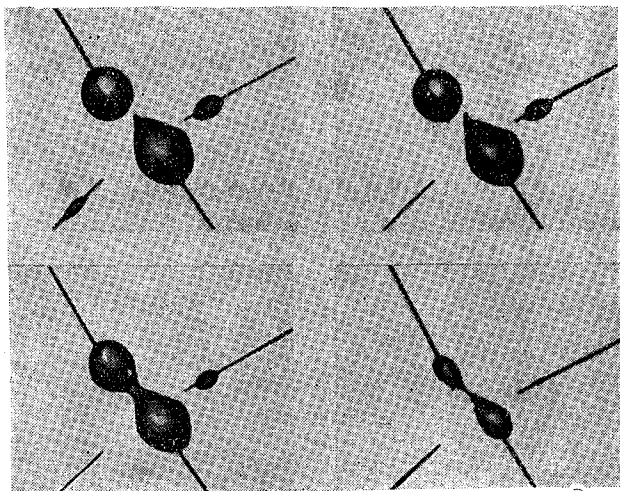


Рис. 6.

другом виде замерзла, кристалл, при отсутствии других капель вблизи, не имея источника „питания“, прекращал рост. При ненасыщенности воздуха водяным паром такой кристалл начинал к тому же и быстро испаряться. В случае „гантели“ испарялась в первую очередь середина соединительного отростка. Налицо оказывались две льдинки (рис. 6).



Рис. 7.

которое быстро достигало капли. По этому отростку капля переливалась на снежинку, закрепляясь на ней в виде замерзшего шарика и сминая под собой занятую часть снежинки (рис. 7).

В связи с этим есть основание предполагать, что в естественных условиях, при падении объединившихся частиц таким образом, оставшиеся свободными от облива кончики снежинок могут обламываться, что в свою очередь может дать начало новым образованиям укрупненных ледяных частиц.

При сравнительно высоких отрицательных температурах воздуха, а именно -1° и -2° C, наблюдалось более быстрое испарение льдинки, чем капли, в результате чего не происходил рост новых ответвлений снежинки и не замораживалась

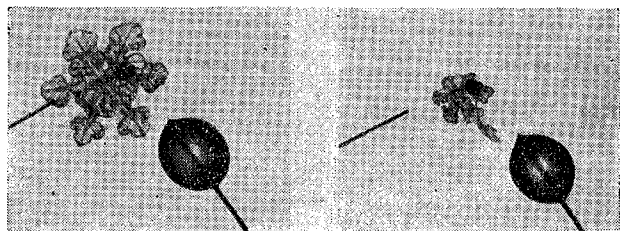


Рис. 8.

находящаяся вблизи капли. Но в этих случаях в присутствии капель снежинки испарялись неравномерно (рис. 8).

Здесь условия для переконденсации влаги были не благоприятны, но все же капли взаимодействовали со снежинками, обеспечивая более длительное существование направленных к ним ветвей снежинок.

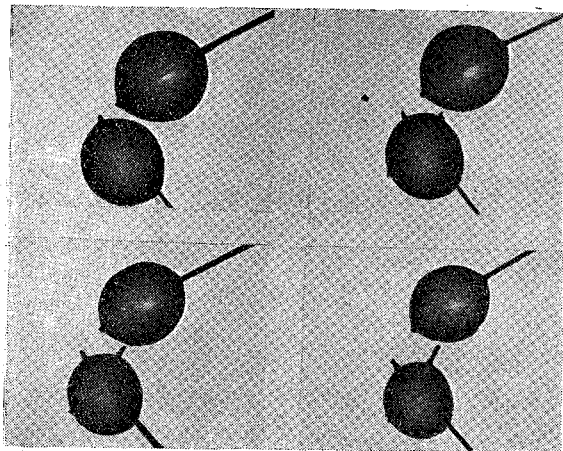


Рис. 9.

При втором условии наблюдений, т. е. в случаях, когда мере роста ответвления льдинки капля отодвигалась и зазор между отростком и каплей, примерно, сохранялся постоянным в несколько микрон, отросток постепенно вытягивался в направлении капли в виде иголочки. На рис. 9 показан отросток, выросший за 20 мин.

В этих опытах нам удавалось получать отростки размером радиуса капли. При дальнейшем увеличении расстояния между каплей и льдинкой отросток разрушался. Разрушение начиналось не с края отростка, а, примерно, с сере-

дины, что обуславливается увеличенной интенсивностью испарения его на этом наиболее удаленном расстоянии от „питающей“ капли и своей основы — льдинки. В результате кончик отростка отламывался.

Выводы

Проведенные опыты позволяют сделать некоторые выводы, имеющие отношение к микрофизическим процессам, происходящим в переохлажденных водяных и смешанных облаках.

1. Процесс слияния переохлажденных капель не оказывает заметного влияния на их замерзание, по крайней мере, до -20° .

2. При нахождении переохлажденных капель вблизи льдинок (снежинок) на последних возникают дополнительные ответвления, очень быстро растущие в направлении капель. При этом появляется возможность замораживания капель посредством таких отростков, без непосредственного столкновения их с льдинками (снежинками). Видимо, и само понятие объединения капель и льдинок (снежинок) следует связывать с образованием таких активных ответвлений у твердых облачных элементов в присутствии переохлажденных капель.

В заключение считаем приятным долгом отметить, что подготовка аппаратуры к опытам и текущие наблюдения проведены старшим техником Т. А. Першиной с большой тщательностью и старанием.

Об интенсивности дождя из облака с равномерным восходящим потоком

В 1948 г. нами дан метод расчета числа дождевых капель и интенсивности дождя из облака с равномерным восходящим потоком [1]. Как показано в цитированной статье, число дождевых капель можно рассчитывать, допустив, что капли, достигшие верхней точки своей траектории, в процессе последующего падения не сталкиваются друг с другом.

Радиус капель в момент, когда скорость их падения относительно воздуха равна скорости восходящего потока, мы обозначим через $r_{кр}$.

Для мелких капель, удовлетворяющих закону Стокса,

$$r_{кр} = \sqrt{\frac{9\eta u}{2\rho g}}, \quad (1)$$

где η — коэффициент вязкости воздуха, u — скорость восходящего потока, ρ — плотность вещества капли, g — ускорение силы тяжести.

Для крупных капель необходимо учитывать отклонение от закона Стокса.

Если вести вычисления ступенчатым способом, разбивая весь период образования дождя на ряд этапов и выполняя расчет отдельно для каждого этапа, то число капель с радиусом $r \geq r_{кр}$, образующихся в столбе с единичной площадью сечения за единицу времени, будет

$$N_k = u \left(n_k e^{-\frac{5}{3} \frac{r_{кр}^3}{r_m^3}} - n_{k-1} e^{-\frac{5}{3} \frac{R^3}{r_m^3}} \right), \quad (2)$$

где n_k — общее число капель в единице объема на уровне, где $r_k = r_{кр}$; r_m — радиус капель, дающих наибольший вклад в водность на этом уровне, R — радиус капель, которые достигли размера $r = r_{кр}$ в конце предыдущего этапа расчета и которые начнут свое падение по отношению к земле на меньших уровнях над основанием облака.

Значение R можно получать непосредственно из графика $r(t)$, вычерченного для капель различного начального размера при данной скорости восходящего потока (см. рис. 2): достаточно от значения $r = r_{кр}$ на кривой для данного этапа провести линию, параллельную оси ординат, точка пересечения с кривой для предыдущего этапа даст значение R .

Умножая число капель N на объем капли в момент выпадения из облака, мы получим интенсивность дождя (на уровне основания облака), связанного с каплями данного размера.

Чтобы получить полную интенсивность дождя, мы должны просуммировать по всем размерам капель, т. е. по всем этапам расчета:

$$I = \sum_k \frac{4}{3} \pi r_k^3 N_k \quad (3)$$

Мы произвели детальный расчет интенсивности дождя для случая облака с восходящим потоком $u = 10$ см/сек.

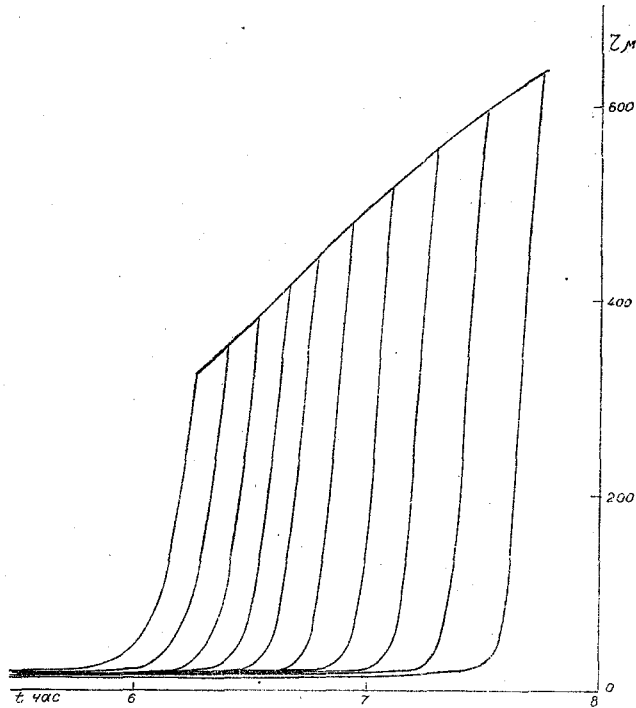


Рис. 2. Рост капель со временем в облаке с восходящим потоком = 10 см/сек.

На рис. 1 и 2 даны зависимости радиуса капель от высоты над основанием облака и от времени. Кривые вычерчены для различных значений радиуса на

Таблица 1

Данные теоретического расчета для дождя из облака с восходящим потоком $u = 10$ см/сек.

Характеристики дождя	Радиус капель в μ на уровне 100 м от основания облака								
	10	9,5	9	8,5	8	7,5	7	6,5	6
Радиус дождевых капель, μ	330	355	385	415	450	485	525	560	595
Время выпадения (от момента возникновения облака), мин.	376	384	393	400	407	416	427	438	451
Число дождевых капель, выпадающих через 1 см ² основания облака за 1 сек.	0	0,0011	0,0027	0,0072	0,0177	0,0431	0,0805	0,212	0,890
Интенсивность дождя, мм/час.	0	0,008	0,031	0,11	0,35	1,09	2,85	8,50	36,9

уровне 100 м от основания облака (принимаемых за начальные значения расчета) с интервалом через 0,5 р.

Вычисления произведены численным интегрированием, теория дана в нашей статье [2].

Результат вычисления размеров капель и интенсивности дождя представлен в табл. 1.

На рис. 3 представлен рост интенсивности дождя со временем.

Мы видим, что в течение часа после начала дождя его интенсивность растет сравнительно медленно и достигает 8,5 мм/час. Затем начинается очень быстрый рост интенсивности. При продолжении восходящего потока интенсивность дождя может достичь очень больших значений. Однако в реальных условиях после начала дождя восходящие потоки обычно прекращаются и даже развиваются нисходящие потоки. Поэтому аномально большие интенсивности дождя могут достигаться лишь

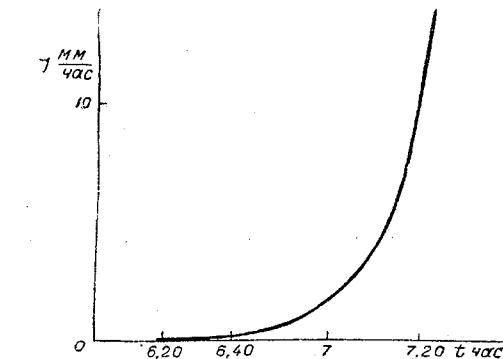


Рис. 3. Рост интенсивности дождя со временем для облака с восходящим потоком = 10 см/сек.

при значительных скоростях восходящего потока в начальный период развития облака, до его перехода в дождевое.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шйшкин Н. С. Труды ГГО, вып. 13, 1948.
2. Шйшкин Н. С. Труды ГГО, вып. 24, 1950.

Об испарении осадков в процессе их выпадения¹

Введение

В теории образования осадков до сих пор внимание исследователей сосредоточено, главным образом, на причинах, вызывающих так называемое разрешение коллоидальной неустойчивости облака. Несомненно, однако, что существенный интерес для всего круга рассматриваемых здесь вопросов должно иметь также исследование процесса развития разрешения неустойчивости во времени, иными словами, — сам процесс выпадения осадков.

В настоящей статье мы хотим указать несколько соображений в этом направлении.

Нам кажется, что область, в которой выпадают осадки, надо рассматривать как существенно отличную от соседних других областей, свободных от осадков. Осадки создают внутри области, занимаемой ими, свою собственную микропогоду. Например, температура, ветер, влажность должны внутри области, занимаемой осадками, отличаться от температуры, ветра и влажности в окружающей среде. Вообще область, занимаемую осадками, надо рассматривать как некоторую систему, которая характеризуется свойствами, относящимися к ней как к целому.

Ясно, однако, что если мы рассматриваем область, занимаемую осадками, как некоторое „тело“, то для того, чтобы такое „тело“ могло существовать, оно должно иметь достаточные размеры, обуславливающие его устойчивость как целого по отношению к процессам, его разрушающим. В частности, если мы будем схематически рассматривать область, занимаемую осадками, в виде вертикального цилиндра, простирающегося от облака к поверхности земли, то радиус этого цилиндра должен быть достаточно велик, чтобы диффузия водяного пара из его внутренних областей через его поверхность наружу не могла существенно изменить избытка давления водяного пара внутри по сравнению с его давлением снаружи. Радиус той минимальной области, внутри которой могут при данном состоянии атмосферы идти осадки, мы назовем критическим. Величину его мы оценим далее. Заметим сразу же, что он должен сильно зависеть от коэффициента турбулентной диффузии, т. е. от состояния обмена в атмосфере.

Две стадии процесса выпадения осадков

Развитые выше соображения позволяют разделить процесс выпадения осадков на две стадии. Первая стадия заключается в том, что крупные капли, выпадающие из облака, создают в некотором пространстве необходимые условия (повышенную влажность) для того, чтобы в ней могли выпасть осадки. Этот первый слой капель, который мы по аналогии с молнией назовем „лидером“, вероятно, большей частью испаряется и не достигает земли. Но он создает канал, в который затем пройдут следующие слои пока не будет достигнута поверхность земли. Вторая

¹ Статья написана и доложена в ГГО в мае 1948 г.

стадия процесса как раз заключается в том, что в канал, созданный лидером, затем проходит вся масса осадков из облака. При этом капельки падают не испаряясь, так как внутри области осадков влажность как раз соответствующим образом повышена. Это обстоятельство, насколько нам известно, не учитывается в теории образования осадков. Обычно рассматривается падение отдельной капельки, которая при этом падении заметно испаряется. Поэтому обычно предполагают, что для выпадения осадков необходимо, чтобы капля доросла внутри облака до значительных размеров. Это приводит к известным трудностям в теории, которые при учете изложенного выше могут быть уменьшены.

Существенной трудностью для теории также является объяснение практически лавинного характера процесса образования осадков. Развитые нами соображения позволяют в известной мере устранить и эту трудность. Если в результате сцепления различных обстоятельств лидер сумел прорваться до земли так, что область между облаком и землей оказалось „сформированной“, капли из облака немедленно устремляются в созданный канал. Из облака могут начать расти сразу несколько лидеров в различных пунктах, где создались подходящие условия. Часть из них сольется друг с другом, часть испарится, наиболее мощные дойдут до земли. Процесс продвижения лидера зависит от скорости его испарения по мере приближения к земле, которая определяется ходом относительной влажности в данном пункте. Если она к земле возрастает, то испарение лидера будет уменьшаться. Внутри области осадков относительная влажность (в стационарной стадии процесса), конечно, не будет изменяться с высотой.

Если лидер испаряется по дороге, не доходя до земли, мы получаем так называемые полосы падения. Если он пробивается до земли, то обычно в канал повышенной влажности сразу же устремляются осадки. Таким образом обе стадии процесса во времени практически не разделены. Если же метеорологические условия неустойчивы и обстоятельства, благоприятные образованию дождя, выражены нерезко, то возможно разделение обеих стадий во времени. В этом случае предварительная стадия, состоящая в „пробивании“ одного или нескольких лидеров, может быть даже зафиксирована. Л. А. Вительс обратил наше внимание на сообщение Е. Хвольсона [1], который наблюдал это явление в Петрограде 15 мая 1915 г. В этот день в 3 часа 15 мин. „появилось облако (N) с длинными отростками (почти до поверхности земли), которые утоньшались внизу и были выражены очень резко. Отростки, спускающиеся из облака, были резко ограничены и отстояли довольно далеко друг от друга, причем были расположены совершенно беспорядочно. Число отростков было невелико и некоторые из них были загнуты вправо“ (по направлению ветра). После прохождения этих отростков пошел слабый дождь.

Аналогия рассматриваемого процесса с молнией может быть распространена и на учет подстилающей поверхности. Подобно тому, как там повышенная электропроводность подстилающей поверхности способствует образованию молнии, так и здесь повышенная локальная влажность должна способствовать образованию осадков из облака. Над морями, озерами, лесами и др. из облаков должны чаще выливаться дожди, чем над сухими местами. Отсюда напрашивается естественный способ местного увеличения осадков: повышение влажности подстилающей поверхности (прямое увлажнение, ирригация, лесоразведение), подобно устройству громотвода для молнии.¹

Испарение осадков

Исследуем форму столба осадков и оценим его критические размеры. Естественной идеализацией будет рассмотрение следующей схемы. Во-первых, мы будем изучать процесс уже после прохождения лидера, т. е. его стационарную стадию; во-вторых, мы будем считать, что размеры падающих капель, их скорость, коэффициент перемешивания и другие характеристики процесса являются величинами

¹ Именно эти мероприятия содержатся в грандиозном Сталинском плане преобразования природы нашей страны.

постоянными и что процесс протекает в идеально однородной атмосфере при отсутствии ветра.

Полагая, что столб осадков представляет собой тело вращения, наша задача будет заключаться в определении радиуса столба R в зависимости от расстояния до облака z , т. е. функции $R(z)$.

Пусть D — коэффициент горизонтальной диффузии, ∇p — величина градиента давления водяного пара, существующего на границе осадки — свободная атмосфера, m_0 — средняя масса капельки и n — среднее число капель в единице объема.

Рассмотрим некоторый тонкий горизонтальный слой осадков толщиной Δh , который опускается от облака на землю. Наш слой опустился на величину dz за время $dt = \frac{dz}{v}$, где v — скорость падения капель. За это время поток вещества, который уйдет из этого слоя во внешнее пространство, будет

$$d\Pi = -D \Delta p \cdot \nabla h 2\pi R \frac{dz}{v}.$$

Здесь мы будем рассматривать дело таким образом, будто испаряются только капли, находящиеся в наружных слоях столба осадков, так что на поверхности столба создается некоторый слой, в котором, главным образом, сосредоточен градиент давления ∇p . Мы покажем далее, что это предположение действительно имеет место, т. е. что граница осадки — свободная атмосфера является достаточно резкой. Поток $d\Pi$ обязан испарению dN частиц:

$$dN = \frac{d\Pi}{m_0}.$$

Это приводит к уменьшению радиуса слоя R на величину dR , определяемую соотношением

$$dN = n \Delta h \cdot 2\pi R dR.$$

Отсюда получим

$$\begin{aligned} -dR &= \frac{D \nabla p}{v m_0 n} dz, \\ R &= R^0 - \frac{D \nabla p}{b} z. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $b = v m_0 n$ — интенсивность осадков, R^0 — радиус слоя осадков на уровне облака. Таким образом, столб осадков в рассматриваемом нами случае имеет форму усеченного кругового конуса с большим радиусом R^0 (у облака) и с малым радиусом $R^{(1)} = R^0 - \frac{D \nabla p}{b} H$, где H — высота облака. Критический радиус у облака определяется из условия, чтобы на уровне земли $R = R^{(1)} = 0$. Таким образом,

$$R_{кр}^0 = \frac{D \nabla p}{b} H. \quad (2)$$

Из этой формулы видно, что чем более интенсивны осадки, тем они устойчивее на меньшей площади.

При $R \gg R_{кр}^0$ мы получим осадки, доходящие до земли. При вычислении $R = R(z)$ мы пренебрегли испарением столба осадков вверх и вниз, так как вверху и внизу влажность у нас 100% (облако, увлажненная земля).

Для вычисления $R_{кр}^0$ необходимо иметь представление о величине ∇p .

Нам нужно вычислить поток водяного пара на границе некоторой конечной области, равномерно заполненной каплями воды.

Пусть c_a — концентрация насыщения при данной температуре, c — концентрация в точке нахождения капли. Количество вещества, испаряющегося из капли в единицу времени, как известно, будет:

$$e_1 = 4\pi D' a (c_a - c) \xi, \quad (3)$$

где D' — коэффициент молекулярной диффузии, a — радиус капли, ξ — коэффициент, зависящий от скорости капли (числа Рейнольдса). Функция $\xi = f(\text{Re})$ подробно исследовалась Л. С. Лейбензоном [2] и Я. И. Френкелем [3]. Для средних чисел Re :

$$\xi = 1 + k\sqrt{\text{Re}}, \quad (4)$$

а для больших Re :

$$\xi = 1 + k'(\text{Re})^{0.6}. \quad (5)$$

Здесь k и k' — численные коэффициенты, которые для нашего случая будут равны:

$$k = 0,24 \text{ и } k' = 0,12.$$

„Средние“ числа Re переходят в „большие“, когда ξ , вычисленные по формуле (5), становятся меньше, чем ξ по формуле (4). Для нашего случая это будет $\text{Re} \sim 1024$.

Пусть e — плотность объемных источников водяного пара:

$$e = ne_1 = \alpha(c_a - c),$$

где

$$\alpha = 4\pi a n D' \xi. \quad (6)$$

Функция $c = c(\mathbf{r})$ должна удовлетворять уравнению стационарной диффузии

$$D\Delta c + \alpha(c_a - c) = 0. \quad (7)$$

Здесь D — коэффициент макродиффузии. Кроме уравнения (7), $c(\mathbf{r})$ должно быть подчинено некоторым добавочным условиям:

- 1) она должна быть всюду ограниченной;
- 2) она, а также ее производная должны быть непрерывны на границе области осадков („сшивание“ концентраций и потоков);
- 3) в свободном пространстве, на бесконечности, $c(\mathbf{r})$ должна переходить в заданную концентрацию c_0 .

Все перечисленные выше условия обеспечивают регулярность функции $c(\mathbf{r})$ и удовлетворения ею необходимых граничных условий. Что касается начальных условий, то они отсутствуют в силу того, что речь далее будет идти о стационарной задаче.

Введем новую искомую функцию $\psi(\mathbf{r}) = c_a - c(\mathbf{r})$. Обозначая $\gamma^2 = \frac{\alpha}{D}$, получим

$$\Delta\psi - \gamma^2\psi = 0. \quad (8)$$

Функция $\psi(\mathbf{r})$ должна на бесконечности стремиться к $\Delta c = c_a - c_0$. В остальном она должна удовлетворять тем же условиям, что и $c(\mathbf{r})$.

Уравнение для функции ψ есть уравнение Даламбера с мнимым волновым вектором, и соответственно наша задача аналогична задаче на определение собственных частот. В нашем случае вместо колеблющихся бесселевых функций в решение войдут затухающие функции.

Обычно радиус области, занятой осадками, достаточно велик, чтобы можно было считать границу раздела приблизительно плоской, а нашу задачу сделать одномерной.

Направляя здесь ось x перпендикулярно плоскости раздела (от осадков наружу) и помещая начало координат на плоскости раздела, имеем:

а) вне полупространства осадков

$$\gamma = 0 \text{ (так как } n = 0 \text{ и } \alpha = 0),$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = 0, \quad \psi = ax + b;$$

б) внутри области осадков

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - \gamma^2\psi = 0, \quad \psi = Ac^{-\gamma x} + Be^{\gamma x}.$$

Чтобы ψ осталось ограниченным внутри области осадков, т. е. при $x \rightarrow -\infty$, нужно положить $A = 0$.

При $x \rightarrow +\infty$ ψ должна возрастать и стремиться к Δc . Это граничное условие не может быть удовлетворено нашим решением вне области осадков. Причиной этого является то, что уравнение решалось для неограниченной плоскости, тогда как в действительности наша граница раздела имеет высоту H . Мы поступим, как обычно делают в таких случаях, и заменим математическую бесконечность конечной величиной, которой в нашем случае будет являться расстояние порядка высоты H . Это означает, что мы будем считать, что на расстояниях от границы раздела порядка H , концентрация водяного пара уже будет мало отличаться от концентрации его в свободной атмосфере. Итак, при $x = H$:

$$\psi = aH + b = \Delta c.$$

На границе раздела, при $x = 0$ имеем:

а) непрерывность ψ

$$B = b;$$

б) непрерывность потоков $\Pi = -D\nabla c = D\nabla\psi$:

$$D_1 b \gamma e^{\gamma x} = D_2 a.$$

Здесь D_1 и D_2 — коэффициенты переноса внутри и вне области осадков.

Обозначим через $\beta_2 = \frac{D_2}{D_1}$, а через $\beta_1 = \frac{D_1}{D}$.

Теперь получим

$$a = \frac{\Delta c}{H + \frac{\beta_2}{\gamma}},$$

$$B = b = \frac{\Delta c}{1 + \frac{\gamma}{\beta_2} H}.$$

Подставляя указанные здесь значения для постоянных интегрирования, получим следующие выражения для хода концентрации водяного пара:

а) внутри области осадков:

$$c(x) = c_a - \frac{\Delta c}{1 + \frac{\gamma}{\beta_2} H} e^{\gamma x}; \quad (9)$$

б) вне осадков:

$$c(x) = c_0 - \frac{\Delta c}{H + \frac{\beta_2}{\gamma}} \left(x + \frac{\beta_2}{\gamma}\right) \quad (0 < x \leq H), \quad (10)$$

$$c(x) = c_0 \quad (x \geq H).$$

Поток с 1 см² в единицу времени на границе раздела будет

$$\Pi_0 = -D_2 \nabla c = D_2 \frac{\Delta c}{H + \frac{\beta_2}{\gamma}}. \quad (11)$$

Внутри области осадков влажность быстро (экспоненциально) возрастает, приближаясь к насыщению. Толщина переходного слоя, на протяжении которого $c_a - c(x)$ возрастает от границы в e раз, будет

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{\frac{\beta_1}{4\pi a n \xi}}. \quad (12)$$

Чем меньше область осадков, тем глубже проникает внутрь нее этот переходной слой и тем меньше в ней средняя (интегральная) влажность.

Эти же соотношения имеют место и для облаков. Именно эту среднюю влажность мы обычно измеряем внутри облака, и она, следовательно, обязательно должна быть меньше насыщенной.

Надо учесть, кроме того, обычно многослойный характер облака и наличие в нем свободных от капель пространств. Испарение облака в эти области и

наружу должно приводить к спадению влажности от глубоких внутренних областей, где влажность 100%, к границам.

Это обстоятельство, насколько нам известно, обычно не учитывается при объяснении того, что влажность, измеряемая внутри облака, отличается от 100%. Оно безусловно должно иметь значение наряду с другими причинами.

Численные оценки

Численные оценки, приводимые ниже, служат для иллюстрации порядков величин, входящих в наши рассуждения, так как используемые в них характеристики осадков и обмена сильно меняются от случая к случаю.

Вне приземного слоя, т. е. практически на всем пути выпадающих осадков, коэффициент диффузии является изотропной величиной и отношение $\frac{D_1}{D'} = \beta$ будет там порядка 10^5 — 10^6 . Мы положим $\beta_1 = 5 \cdot 10^5$, а $\beta_2 = 1$, т. е. будем считать коэффициент диффузии внутри и вне облака одинаковым.

При этих предположениях получим

$$R_{кр} = \beta \cdot D' \frac{\Delta c}{b(H + \alpha)} H. \quad (13)$$

Входящий сюда коэффициент диффузии D' относится к потоку вещества в г/см² сек., между тем как приводимый в таблицах коэффициент D'' относится к потоку числа частиц. Следовательно, $D' = M_0 D''$, где M_0 — масса молекулы воды.

Заменяя, далее, разность концентраций разностью парциальных давлений ($\nabla p = kT \nabla c$), получим

$$R_{кр} = \beta_1 D''' \frac{\nabla p}{(H + \alpha) b} H, \quad (14)$$

где $D''' = \frac{M_0}{kT} D'$ — молекулярная постоянная. Полагая $D' = 0,2$ см²/сек., имеем:

$$D''' = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ сек.},$$

$$\beta_1 D''' = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ сек.}$$

В тех случаях, когда $\alpha \ll H$, формулы для $R_{кр}$ будут выглядеть особенно просто:

$$R_{кр} = \beta_1 D''' \frac{\nabla p}{b}. \quad (15)$$

Используя данные об осадках, приведенные в [3], мы можем оценить $R_{кр}$. Толщина слоя, на протяжении которого происходит постепенный переход влажности от состояния насыщения внутри осадков до влажности на границе раздела, приблизительно одинакова для различных типов осадков и равна 50—150 м.

Так как радиус областей осадков обычно значительно больше (десятки километров), то это означает, что наше предположение о том, что мы имеем дело в основном не с объемным, а с поверхностным испарением, является правильным.

Числа Рейнольда, соответствующие четырем рассмотренным типам осадков, указаны в табл. 1. В той же таблице приведены вычисленные для этих случаев величины ξ [по формулам (4) и (5), столбец 6]. Они указывают, во сколько раз интенсивность испарения выпадающих осадков больше, чем испарение в тех же условиях неподвижных капель.

Все вычисления, проведенные нами, относились к бесконечно протяженной области осадков. Они позволяют вычислить угол сжатия конусов осадков. Зная этот угол, мы можем оценить критические радиусы. Напомним, что под критическим радиусом мы понимаем радиус конуса осадков у основания облака, полученный при подобном сжатии конуса так, чтоб сечение конуса поверхностью земли стало точкой. Данные, полученные таким образом, для соответствующих типов осадков приведены в столбце 7 табл. 1.

Мы рассмотрели для определенности случай, когда разность давлений водяного пара внутри области осадков и в свободной атмосфере равна 3 мм

$Hg = 4 \cdot 10^8$ бар. Если считать, что давление насыщенных паров порядка 10 мм Hg, то рассмотренный нами случай соответствует тому, что влажность в свободной атмосфере равна 70% от насыщенной.

Из таблицы видим, что если капли мороси из-за „обдувания“ испаряются в 1,8 раза больше, чем если бы они были неподвижны, то капли сильного дождя, для которых числа $Re \sim 600$, испаряются в семь раз быстрее.

Таблица 1

Тип осадка	Интенсивность, г/см ² · сек.	Высота облака, м	Радиус капель, мм	Re	ξ	$R_{кр}$, м
1	2	3	4	5	6	7
Морось	$7 \cdot 10^{-6}$	200	0,10	11,5	1,81	270
Легкий дождь	$2,8 \cdot 10^{-5}$	600	0,22	69	3,00	100
Умеренный дождь	$11,2 \cdot 10^{-5}$	600	0,50	306	5,20	24
Сильный дождь	$4,2 \cdot 10^{-4}$	1000	0,75	574	6,80	7

При вычислениях выше мы рассматривали распределение давления водяного пара вблизи границы осадки — свободная атмосфера, полагая, что оно описывается уравнением диффузии с неподвижными граничными условиями. В действительности поверхность раздела слоя спускающихся осадков движется внутрь области осадков. Мы рассмотрели также эту задачу с подвижной границей. Опущая выкладки, укажем окончательный результат. Порядок величин $R_{кр}$ не изменится, но величины $R_{кр}$, указанные в таблице, должны быть увеличены примерно в три раза для интенсивных осадков и раза в 1,5 для слабых. Для сильного дождя $R_{кр} \sim 20$ м, для мороси ~ 400 м.

С помощью скорости перемещения границы w формула для $R_{кр}$ может быть переписана так:

$$R_{кр} = \frac{w}{v} \cdot H. \quad (16)$$

Заметим, что $t = \frac{H}{v}$ есть время падения капель, wt — расстояние, на которое за это время успеет переместиться граница осадка. Ясно, что для того, чтобы осадки дошли до земли, нужно, чтобы радиус столба осадков был бы не меньше, чем wt . В этом простой смысл формулы (16) для $R_{кр}$.

Некоторые осложняющие обстоятельства. Заключение

Наши вычисления относились к случаю однородной атмосферы при отсутствии ветра. Как изменятся результаты при отказе от этих предположений?

Если коэффициент горизонтальной диффузии считать внизу линейно возрастающим с высотой, то наш конус осадков на границе приземного слоя перейдет в тело вращения, образованное параболой при вращении ее около оси, лежащей в плоскости параболы и перпендикулярной оси симметрии. Горизонтальный ветер загнет конус падения. Вертикальный ветер сожмет конус вверх — в этом случае капли будут дольше падать до земли. Если вертикальный ветер изменяется с высотой, причем так, что на некоторой высоте скорости его больше, чем скорость падающих капель, то образуется запорный слой.

Сверху, где вертикальная скорость ветра меньше, капли будут поступать в этот слой; вниз они проходить не смогут. Концентрация в запорном слое будет расти до тех пор, пока резко ускоряющиеся с концентрацией процессы укрупнения капель не создадут капель, способных пройти через запорный слой. Это означает, что переменный по высоте вертикальный ветер может из мелкого дождя создать крупный ливень.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хвольсон Е. Метеор. вестник, 25, 343, 1915.
2. Лейбензон Л. С. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 3, 1940.
3. Френкель Я. И. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 6, 1944.
4. Гемфрис. Физика воздуха, 1936, стр. 254.

Кинетика образования осадков¹

1. Введение

В настоящий момент распространено повсеместно и общепризнано рассмотрение атмосферы как коллоидной системы. Эта точка зрения означает, что при исследовании различных процессов в атмосфере мы должны исходить из законов коллоидной физики.

Основным свойством всякой коллоидной системы является ее принципиальная термодинамическая неустойчивость. Дисперсная система обладает избытком свободной энергии из-за наличия у нее огромной разветвленной поверхности. Второе начало требует поэтому, чтобы все естественные процессы в коллоидах шли в направлении уменьшения общей поверхности, т. е. в направлении укрупнения частиц. Это, к сожалению, почти все, что может сказать термодинамика о естественных процессах в коллоидах.

Принципиально мыслимы два пути укрупнения частиц в коллоидной системе. Это либо коагуляция частиц, вызванная теми или иными причинами, либо так называемая „перегонка“, означающая переход вещества с одних частиц на другие через посредство среды, в которой частицы погружены. В ряде коллоидов, у которых частицы погружены в твердую или жидкую среду, последний процесс является решающим (цветные стекла, фотоэмульсии и др.). В других системах, напротив, главным процессом является коагуляция (дымы). Исследование соотношения между обоими типами процессов укрупнения и установление, таким образом, законов развития во времени коллоидной системы представляет собой предмет физической кинетики задачи. И как это характерно для всякой кинетической проблемы вообще, кинетика развития коллоидной системы существенно определяется конкретными свойствами системы, хотя направление процесса развития определяется общими законами термодинамики.

Естественно рассматривать процесс образования осадков в атмосфере в виде следующих двух стадий: а) образование облаков; б) образование осадков из облаков.

В работе [1] мы занимались макрохарактеристиками процесса образования осадков и исследовали условия, при которых осадки, выходящие из облака, достигнут поверхности земли.

В отличие от этого здесь мы будем заниматься, в основном, процессами внутри облака. Наша цель заключается в том, чтобы систематически исследовать процесс возникновения дождевых капель внутри облака.

Наряду с различными микрофизическими обстоятельствами, необходимо учесть также и данные аэрологических исследований. Несмотря на кажущееся бесконечное разнообразие и неповторимость облаков и условий, при которых из них возникают осадки, аэрологические наблюдения позволяют установить в общем определенный набор значений физических условий, характеризующих дождевые облака и осадки.

¹ Статья написана и была доложена в ГГО в конце 1949 г.

Мы приведем здесь краткую сводку основных аэрологических данных об облаках типа Сb, которые приводят к интенсивным осадкам. Приведем здесь также некоторые новые соображения по вопросу о возникновении облаков. При этом ни в какой мере не будем стремиться дать полное изложение результатов наблюдений или теорий по вопросу об образовании осадков и изложим здесь только то, что необходимо для нашей работы, или то, что находится в плане тех идей, которые мы развиваем.

Обзор состояния вопроса на начало 1947 г. читатель найдет в интересной статье проф. П. Н. Тверского [2].

Соединяя вместе условия, благоприятные как для укрупнения облачных частиц, так и для достижения осадками земли, получим полную систему условий, определяющих процесс выпадения осадков на поверхность земли.

Установление и анализ этой системы условий и составляют на наш взгляд предмет теории образования осадков в атмосфере.

2. О возникновении облаков. Ядра конденсации и сублимации

Наблюдения показывают, что при охлаждении воздуха до точки росы находящийся в нем водяной пар начинает конденсироваться в виде маленьких капелек. Возникающие при этом в первый момент зародышевые капли с радиусом около 10^{-6} см затем быстро увеличиваются, достигая размеров облачных капель ($r \sim 10^{-4}$ см).

Образование зародышевой капли, составляющее первый этап процесса, не может происходить в однородной газовой среде флюктуационным путем.

Вычисления показывают, что для образования зародыша флюктуационным путем при двукратном пересыщении потребовалось бы 10^{63} лет, а при пятикратном пересыщении потребовалось бы 10^5 суток. Так как в атмосфере образование зародышевых капелек начинается немедленно при самых слабых пересыщениях (это было экспериментально установлено В. Н. Оболенским [3]), то это означает, что конденсация здесь происходит на посторонних частицах — ядрах конденсации. Ядрами конденсации служат мельчайшие частички различных веществ.

Наряду с принятым сейчас взглядом о „земном“ происхождении ядер проф. Я. И. Френкель указал недавно на возможное атмосферное происхождение ядер. По гипотезе Я. И. Френкеля ядра могут возникать в высоких слоях атмосферы (над слоем озона) в результате фотохимических реакций в различных газовых примесях атмосферы под действием ультрафиолетовой радиации солнца [4].

Обычной причиной для охлаждения воздуха в естественных условиях является подъем его массы. Если после возникновения облака подъем его продолжается, то дальнейшее охлаждение приводит вначале к переохлаждению водяных капель, а при достижении температур в среднем около -12°C в облаке начинают возникать ледяные кристаллы. Эти ледяные кристаллы возникают либо путем замерзания капель воды, либо непосредственно на так называемых ядрах сублимации.

Надо заметить, однако, что критика гипотезы об особых ядрах сублимации, развиваемая различными авторами [2], является обоснованной и реальность ядер сублимации в атмосфере — гипотетической.

Исключение ядер сублимации из арсенала современной метеорологии кажется нам заманчивым. С этой точки зрения образование ледяных частиц должно происходить в результате замерзания капель воды в атмосфере. Эти замерзшие капли в дальнейшем приводят к осадкам.

Закономерности замерзания капель воды те же, что и всех других аморфных жидкостей. Вероятность замерзания проходит при некоторой температуре ниже нуля через максимум. Она мала для очень низких температур (велика вязкость) и мала для температур, близких к нулю.

Подробный анализ закономерности замерзания приведен в книге Я. И. Френкеля [5].

Над облаками различных форм часто наблюдаются температурные инверсии. Пеплер из материала наблюдений за 16 лет (1911—1927) в Фридрихсгафене и Мюнхене отобрал 31 случай, когда удалось во время осадков поднять баллон до вершины облака.

Во всех случаях речь шла о слабых осадках, так как при сильных осадках баллон, из-за осаждающейся на нем воды, не мог достигнуть верхней границы. Поэтому полученные им вертикальные мощности минимальны. Его данные указаны в табл. 4.

Здесь высоты указаны в метрах. В среднем нижняя граница располагается на высоте в 1 км, верхняя — на высоте 3 км, а средняя мощность 2 км. При дожде облако толще, чем при снеге. Средняя высота нуль-изотермы при дожде выше (на 300 м) нижней границы, при снеге — ниже ее. Градиенты температур γ_1 , γ_2 и γ_3 приведены для нижней, средней и верхней частей облака. Цифры в скобках вычислены теоретически и соответствуют влажноадиабатическому процессу над льдом. На больших высотах средний градиент γ_3 близок к вычисленному. Откло-

Таблица 4

	Граница облака		Мощность	Температура		Влажность		Градиенты температур			Высота $t = 0^\circ\text{C}$
	нижняя	верхняя		нижней границы	верхней границы	нижней границы	верхней границы	γ_1	γ_2	γ_3	
Средние	1 070	3 040	1 970	-1,1	-12,1	97	95	(0,57)	(0,60)	(0,68)	1 020
Максимальные	2 300	4 080	3 260	6,8	-4,1	100	100	0,51	0,56	0,64	2 620
Минимальные	500	2 100	700	-10,7	-21,2	88	79	-0,15	0,27	0,41	400
Средние при дожде	1 160	2 030	860	1,1	-9,8	99	95	0,52	0,55	0,62	1 380
Средние при снеге	930	2 900	1 960	-3,9	-14,9	98	94	0,57	0,50	0,66	520

нение относительной влажности от 100% объясняется безоблачными промежутками. Для характеристики условий, господствующих в дни с осадками в более высоких слоях, Пеплер дает следующую таблицу (табл. 5).

Таблица 5

Высота, км	0,5	1	2	3	4	5	6
Температура	5,7	3,4	-1,8	-6,7	-11,3	-16,8	-22,9
Наблюденный градиент температуры	0,47	0,53	0,48	0,46	0,55	0,61	—
Теоретический градиент температуры (над льдом)	0,59	0,59	0,60	0,65	0,70	0,75	—
Относительная влажность	90	91	92	92	88	83	76
Теоретическая относительная влажность (над льдом)	97	95	94	92	90	85	80
Число случаев	30	30	30	30	30	30	30
Высота, км	7	8	9	10	11	12	13
Температура	-29,9	-36,9	-44,2	-50,5	-5,4	-54,9	-53
Наблюденный градиент температуры	0,68	0,72	0,72	0,68	0,35	0,19	-0,18
Теоретический градиент температуры (над льдом)	0,81	0,86	0,89	0,94	0,95	0,95	0,95
Относительная влажность	72	69	66	63	63	63	64
Теоретическая относительная влажность (над льдом)	75	70	65	62	60	59	60
Число случаев	29	28	26	23	17	16	10

Таблица составлена по 30 зондовым подъемам, за период 1910—1934 гг.

В дни с осадками относительная влажность убывает очень медленно и на больших высотах совпадает с насыщением по отношению ко льду. Температурный градиент в среднем около $0,5^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$.

Пеплер приводит также ряд данных специально о Сб, полученных с помощью самолетных зондирований. Нижняя граница по этим данным лежит ниже 1,4 км, верхняя — выше 4 км. В 43% подъемов оказалось, что вершина Сб лежит значительно выше 5 км. В 138 случаях вообще не удалось достичь вершин Сб. Средняя температура на нижнем основании Сб оказалась $7,2^{\circ}$, на вершине — 13° . В тех случаях, когда вершины достичь не удалось, средняя температура в высшей точке оказалась — $14,5^{\circ}$.

В [14] приводятся данные о повторяемости температуры на вершине Сб при дожде.

Средняя температура вершины для всех 79 случаев оказывается ниже -16° .

В соответствии с приведенными выше данными мы составим себе следующую схему кучевого облака. Уровень конденсации совпадает с нижней границей облака.

Градиент:

а) в облаке $\nabla T = 0,5 \frac{^{\circ}\text{C}}{100\text{ м}}$

б) под облаком $\nabla T = 1 \frac{^{\circ}\text{C}}{100\text{ м}}$

Нижняя граница на высоте	0,5 км
Верхняя " " "	5,5 "
Толщина	5 "
Температура у поверхности	10° "
Давление	1000 мб

Пользуясь известными соотношениями между температурой, давлением, влажностью и разностью между насыщением над водой и льдом, легко получим распределение различных элементов внутри нашего облака (табл. 6).

Таблица 6

H , км	$t^{\circ}\text{C}$	p , мб	E_w , мб	$\Delta = (c_w - c_l) \frac{\Gamma}{\text{м}^3}$	$\rho \cdot 10^3$	$c_w, \frac{\Gamma}{\text{м}^3}$
0	10°	1000	8,72	0	1,23	
0,5	5°	940	8,72	0	1,19	
1,5	0°	832	6,10	0	1,06	4,92
2,5	-5°	734	4,22	0,158	0,953	3,47
3,5	-10°	645	2,88	0,214	0,853	2,40
4,5	-15°	565	1,93	0,214	0,762	1,64
5,5	-20°	494	1,28	0,184	0,680	1,11

В таблице указана плотность воздуха ρ , высота, температура, давление (в граммах на литр), давление насыщающих паров воды E_w (при $T < 0$ над переохлажденной водой), плотность насыщающих паров над водой и разность плотностей насыщающих паров над водой и льдом $(c_w - c_l)$. Две последние величины вычисляются по известным соотношениям, связывающим плотность пара с его давлением и температурой.

Влажность у поверхности земли оказывается равной 71%, водность в среднем около $2,5\text{ г/м}^3$, средний радиус капель $\sim 10\text{ м}$, число частиц около 600 в 1 см^3 . Переохлажденную часть мы считаем капельной.

Мы уже отмечали, что причиной возникновения облаков обычно являются восходящие токи воздуха. Эти вертикальные токи изменяются в кучевых облаках в довольно широких пределах от слабых $\sim 0,5\text{ м/сек}$. до сильных $\sim 10\text{ м/сек}$.

Мы рассмотрим далее кинетику возникновения дождевых капель в облаке, свойства которого заданы табл. 7. Будем рассматривать явление в системе координат, движущейся вместе с воздухом, а затем отметим обстоятельства, которые существенны для наблюдателя на земле.

4. О возникновении осадков

Обледенение верхушки облака является исходной предпосылкой, выдвигаемой ныне [2] для объяснения интенсивных осадков. Согласно этой схеме, облако, приводящее к интенсивным осадкам, имеет четырехслойную структуру: а) верхняя часть — льдинки, б) средняя часть — смесь льдинок и переохлажденных капель воды, в) нижняя часть — переохлажденные капли воды и далее самая нижняя часть г) — непереохлажденные капли воды.

Эта схема до сих пор строго не рассчитывалась. Соответствующий расчет с учетом указанных выше аэрологических данных и составит нашу основную задачу. При этом мы одновременно с ростом льдинок из-за конденсации будем учитывать их рост из-за коагуляции, причиной которой является разность скоростей. Аналогичный расчет был в свое время выполнен Финдайзеном для роста переохлажденной капли в более теплом облаке. Работа Финдайзена имела целью объяснить возможность получения ливней из чисто водяных облаков. Критика его расчетов была недавно выполнена Ленгмюром [15], который указал, что Финдайзен не учел двух важных обстоятельств: а) отклонения скоростей от стоковских и б) наличия обтекания мелкими каплями крупных. Однако учет этих обстоятельств, оказывается, также не может обеспечить возникновения ливней из теплых облаков, здесь оказывается необходим учет особого явления, сущность которого состоит в развале крупных капель у дна облака, приводящем к их цепному размножению. Существенно важным здесь является присутствие под облаком вертикальных токов. Роль вертикальных токов исследована в работах Н. С. Шишкина [8], Б. В. Дерягина и О. М. Тодеса [9], Ф. Б. Лейба [10]. С иной точки зрения роль этих токов проанализирована Ленгмюром [15]. По этой причине мы не будем здесь исследовать явления при вертикальных токах.

Существенным моментом в обеих схемах образования осадков (двухфазной и цепной) является предположение о слипании капель при их соударении.

Критика Ленгмюра, которую мы привели выше, относится к коэффициенту обтекания. При этом Ленгмюр, так же как и Финдайзен, предполагает, что если поверхности капль прирут в соприкосновение, то капль сольются.

Обсудим здесь два следующих возражения, которые можно было бы привести против слияния капль при их соприкосновении.

1. Столкновению капль должно помешать выдавливание воздушного промежутка между ними. Если сближение капль происходит достаточно быстро, то возрастание давления в воздушной подушке между каплями приведет к появлению гидродинамических сил отталкивания, которые воспрепятствуют сближению капль. Разжатой „подушкой“ капль будут разбросаны в стороны.

2. Столкновение капль происходит в течение очень короткого времени. Известно, что по отношению к быстро идущим, резким процессам жидкость ведет себя как твердое тело. Поэтому, рассматривая быстрое столкновение каплек как удар двух упругих шаров, мы должны ожидать, что если удар происходит достаточно быстро, то капль могут при этом отскочить, не слившись.

Рассмотрим первое возражение.

Известно, что всякое превышение давления в газе приводит к возникновению волн, с помощью которых этот избыток давления рассасывается в пространство. Таким образом, если мы обозначим скорость звука в газе через c , то время существования „подушки“ будет порядка $\tau' = \frac{a}{c}$, где a — радиус капль. С другой стороны, время сближения капль будет порядка $\tau'' = \frac{a}{v}$, где v — относительная

скорость капель. „Подушка“ возникнет и будет расти при условии $\tau'' \leq \tau'$, т. е. при $v \geq c$.

Так как, однако, всегда $v \ll c$, то это означает, что „подушка“ возникать не будет.

Подчеркнем, что если бы и возникла „подушка“ между каплями, то она не смогла бы помешать сближению капель. Причина этого состоит в том, что в нашем случае разность скоростей обусловлена действием постоянной силы. Поэтому, как это особенно ясно, например, при падении капли на плоскость, сильное увеличение сопротивления, имеющее здесь место, приводит к уменьшению скорости сближения, но не может остановить падающую каплю.

Рассмотрим теперь второе возражение.

Из дисперсии ультразвука в воде известно, что время релаксации для упруговязких процессов в воде порядка $\tau = 10^{-9}$ сек. Время столкновения капель лежит между временем столкновения двух жидких шаров, которое порядка $\tau'' = \frac{a}{v}$, и временем столкновения двух твердых шаров, которые порядка $\tau''' = \frac{a}{c_1}$. Здесь c_1 — скорость звука в воде. Время столкновения твердых шаров определяется временем возвращения упругой волны удара, которая отражается от задней поверхности капли. Так как $c_1 \gg v$, то упругость столкновения двух капель воды может начать играть роль для таких капель, у которых $\tau''' \sim \tau$, т. е.

$$a \ll a_1 = c_1 \tau.$$

Полагая $c_1 = 1,4 \cdot 10^5$ см/сек., найдем что $a_1 = 1,4 \cdot 10^{-4}$ см, т. е. $a_1 = 1,4\mu$.

Следовательно, для облачных капель, радиус которых $\sim 10\mu$, рассматриваемый эффект несущественен.

Добавим, что по вопросу о слиянии капель ряд интересных данных был недавно опубликован Б. В. Дерягиным и П. С. Прохоровым [11].

Наряду с этими принципиальными соображениями, ряд практических замечаний также может быть высказан по поводу количественных соотношений в теориях образования осадков, изложенных выше. Это соображения относятся к неучету некоторых эффектов, определяющих скорость падающих капель.

1) Трение особого рода.¹ При падении крупной капли через облако мелких последние оказывают сопротивление падающей капле. Это сопротивление подобно давлению газа из мелких капель, которые все летят с относительной скоростью v на крупную каплю. Давление идеального газа, как известно, вычисляется по формуле

$$p = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2}.$$

Здесь n — число частиц в единице объема, m — масса частицы:

$$nm = q, p = \frac{1}{3} qv^2.$$

q — водность.

Формула для p написана у нас в предположении, что удары упругие и что $\frac{1}{6}$ всех частиц летит на нашу стенку. При неупругом ударе изменением пульса при ударе будет вдвое меньше, чем при упругом ударе. Учитывая также, что у нас

¹ „Трение особого рода“ эквивалентно переменности массы при коагуляции. Анализ этого обстоятельства был недавно опубликован Л. Крыстановым (ДАН, т. 76, 1951). Мы не можем, однако, согласиться с Л. Крыстановым в том, что рассматриваемый эффект существует и полагаем, что он практического значения не имеет.

все частицы летят на стенку, мы должны ввести в формулу для p множитель 6; таким образом, получим:

$$p_{\text{упр}} = 2qv^2; p_{\text{неупр}} = qv^2.$$

Если мы будем считать удары неупругими (частицы — слипающимися), то сила сопротивления, вызванная этим своеобразным трением об „облачный газ“, будет

$$f'_{\text{сопр}} = \pi a^2 q v^2.$$

Сравним ее со стоксовой силой:

$$f_{\text{ст}} = 6\pi a \mu v; \frac{f'_{\text{сопр}}}{f_{\text{ст}}} = \frac{avq}{6\mu}.$$

Для $a = 100 \mu$, $q = 5 \text{ г/м}^3$, $v = 3 \text{ м/сек.}$ найдем, что

$$\frac{f'_{\text{сопр}}}{f_{\text{ст}}} = 1,50/0.$$

Рассматриваемое отношение растет с a . Однако уже для $a = 100 \mu$ формула Стокса неприменима. Для больших капель ($a \sim 1 \text{ мм}$) мы имеем

$$f'_{\text{сопр}} = c_D \pi a^2 \frac{\rho v^2}{2},$$

где коэффициент сопротивления $c_D \approx 0,40$, а ρ — плотность воздуха. Здесь получим

$$\frac{f'_{\text{сопр}}}{f_{\text{сопр}}} = \frac{2q}{c_D \rho}.$$

Для $q = 5 \text{ г/м}^3$, $\rho = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$ найдем

$$\frac{f'_{\text{сопр}}}{f_{\text{сопр}}} = 20/0.$$

При водности в $10 - 15 \text{ г/м}^3$ (в грозовых облаках) этот эффект может достигнуть заметных величин в $4 - 60/0$ от гидродинамического сопротивления. В обычных условиях его можно не учитывать.

2) Нешаровая форма падающих капель и их вибрации. Падающие капли сжаты силами воздушного сопротивления и имеют равновесную форму лепешек. Поверхность их вибрирует около равновесного положения с частотой ν . Полагая, что эта частота может зависеть от радиуса капель a , коэффициента поверхностного натяжения α , плотности вещества капель ρ , легко найдем, что величина, имеющая размерность частоты, будет:

$$\nu \sim \sqrt{\frac{\alpha}{\rho a^3}}.$$

Для $a = 1 \mu$ частота $\nu \sim 10^5 \text{ сек.}^{-1}$.

Энергия вибраций непрерывно переходит в тепло, это тепло в конечном счете черпается из кинетической энергии движущейся капли. Следовательно, это явление должно уменьшить скорость капли, т. е. оно эквивалентно некоторому добавочному сопротивлению.

5. Теория „перекачки“ для бесконечно разбавленного раствора

1. Процесс „перекачки“, т. е. укрупнения ледяного ядра посредством конденсации водяного пара из облака, можно рассматривать как три одновременно идущих в облаке процесса. Это: а) рост ледяных кристаллов, б) испарение переохлажденных капель воды, в) изменение концентрации или давления водяного пара.

Все три процесса связаны друг с другом законом сохранения материи, т. е. соответствующим уравнением неразрывности, и должны рассматриваться совместно. Если, однако, относительная концентрация ледяных ядер ν , т. е. отношение числа ледяных ядер n_2 к числу капель n_1 в единице объема

$$\nu = \frac{n_2}{n_1}, \quad (5.1)$$

будет мала, то, очевидно, что укрупнение ледяных кристаллов практически не скажется ни на каплях воды, ни на концентрации пара. В этом случае, являющемся нулевым членом в разложении полного решения в ряд по ν , мы можем рассматривать процесс как процесс укрупнения одного ледяного кристалла, находящегося в пространстве с постоянной и заданной концентрацией водяного пара. В настоящем параграфе мы и рассмотрим теорию роста такого одного кристалла, соответствующую случаю бесконечно разбавленного раствора ледяных ядер в массе переохлажденных капель.

2. Задача о конденсации пара на поверхность твердого тела или жидкости была много лет тому назад рассмотрена Стефаном и Максвеллом. В основе их теории лежит предположение, что на поверхности твердого тела концентрация пара равна насыщенной и что кинетика процесса определяется скоростью диффузии пара из внешнего пространства к поверхности твердого тела. Для случая шарика количество вещества, которое в единицу времени сублимируется в твердое состояние, будет

$$I_0 = 4\pi a D (c - c_2). \quad (5.2)$$

Здесь a — радиус шарика, D — коэффициент диффузии, c — концентрация пара на бесконечности, c_2 — насыщенная концентрация на поверхности твердого тела.

Для нешаровых частиц положим

$$I = \eta I_0. \quad (5.3)$$

Коэффициент η , который мы будем называть коэффициентом формы, является количественной мерой отклонения от шаровой формы.

Изменение радиуса шара за время dt определяется соотношением:

$$4\pi\sigma_2 a^2 da = I_0 dt = 4\pi D \cdot a dt \cdot \Delta c.$$

Здесь $\Delta c = c_2 - c$, а σ_2 — плотность вещества шара (льда). Отсюда найдем, что величина поверхности S линейно растет со временем:

$$S(t) = \frac{8\pi D \Delta c}{\sigma_2} t + S_0. \quad (5.4)$$

S_0 — величина поверхности при $t = 0$.

Для $a(t)$ получим

$$\left. \begin{aligned} a(t) &= \sqrt{\frac{D \Delta c}{\sigma_2} t + a_0^2} \\ (a_0 &= a(0)). \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Рассмотрим, как будет расти в соответствии с этой формулой ледяное ядро с $a_0 = 10^{-6}$ см, помещенное в верхушку переохлажденного облака, свойство которого описывается табл. 7. Здесь $\Delta c = 0,184 \cdot 10^{-6}$ г/см³ и $D = 0,2$ см²/сек.

Для S в см^2 получим (t в секундах):

$$S = (1,03 \cdot 10^{-6} t + 12,6 \cdot 10^{-12}) \text{ см}^2.$$

Уже через одну секунду поверхность шарика станет в 100 тысяч раз больше его начальной поверхности. Это означает, что мы с высокой степенью точности для $t > 1$ сек. можем писать:

$$S = 1,03 \cdot 10^{-6} t \text{ см}^2, \quad (5.6)$$

$$a = 2,86 \sqrt{t} \text{ м}. \quad (5.7)$$

В начальный момент времени рост из-за конденсации очень быстрый. Постепенно он замедляется. Для иллюстрации этой зависимости мы вычислили по последней формуле времена, которые требуются для достижения шариком того или иного размера. Они указаны в табл. 7 (второй столбец), а график соответствующей функции $a(t)$ приведен на рис. 1 (кривая 1).

Таблица 7

a в μ	t , сек.	t^* , сек.	a в μ	t , сек.	t^* , сек.
0	0	0	40	196	172
2,86	1	1	50	307	—
5	3,6	—	60	442	356
10	12,5	—	70	601	—
15	27,4	—	80	784	582
20	49	46,5	100	1 225	839
30	110,4	—	120	1 765	—

Мы видим, что примерно за 20 мин. радиус нашего ледяного шарика вырастет до 100 μ .

Формула для потока (I_0), которой мы пользовались выше, выведена при следующих упрощающих предположениях:

- 1) частица имеет ту же температуру, что и внешняя среда,
- 2) процесс конденсации стационарен,
- 3) частица неподвижна,
- 4) расстояние от частицы до капель воды бесконечно велико,
- 5) частица шарообразна.

Рассмотрим, какие неточности вводятся этими упрощениями и учтем те из них, которые оказывают заметное влияние на конденсацию в нашей задаче.

1. При конденсации частица будет несколько теплее окружающей среды. Повышение температуры капли ΔT может быть вычислено, если мы учтем, что в стационарном состоянии между оттоком тепла от капли в 1 сек. Q и потоком вещества I имеет место следующее соотношение:

$$Q = \lambda I. \quad (5.8)$$

Здесь λ — теплота испарения льда. При $t = -20^\circ$ $\lambda = 677$ к./г. Для Q в случае шара получим:

$$Q = 4\pi a k \Delta T. \quad (5.9)$$

Здесь k — коэффициент молекулярной теплопроводности воздуха. При $t = -20^\circ$

$$k = 0,52 \cdot 10^{-4} \text{ к./см} \cdot \text{град.} \cdot \text{сек.}$$

С помощью формул (5.2), (5.8) и (5.9) теперь получим

$$\Delta T = \frac{\lambda D}{k} \Delta c. \quad (5.10)$$

Таким образом, повышение температуры частицы не зависит от ее радиуса и во время процесса постоянно (пока постоянно Δc). Так как само Δc зависит от

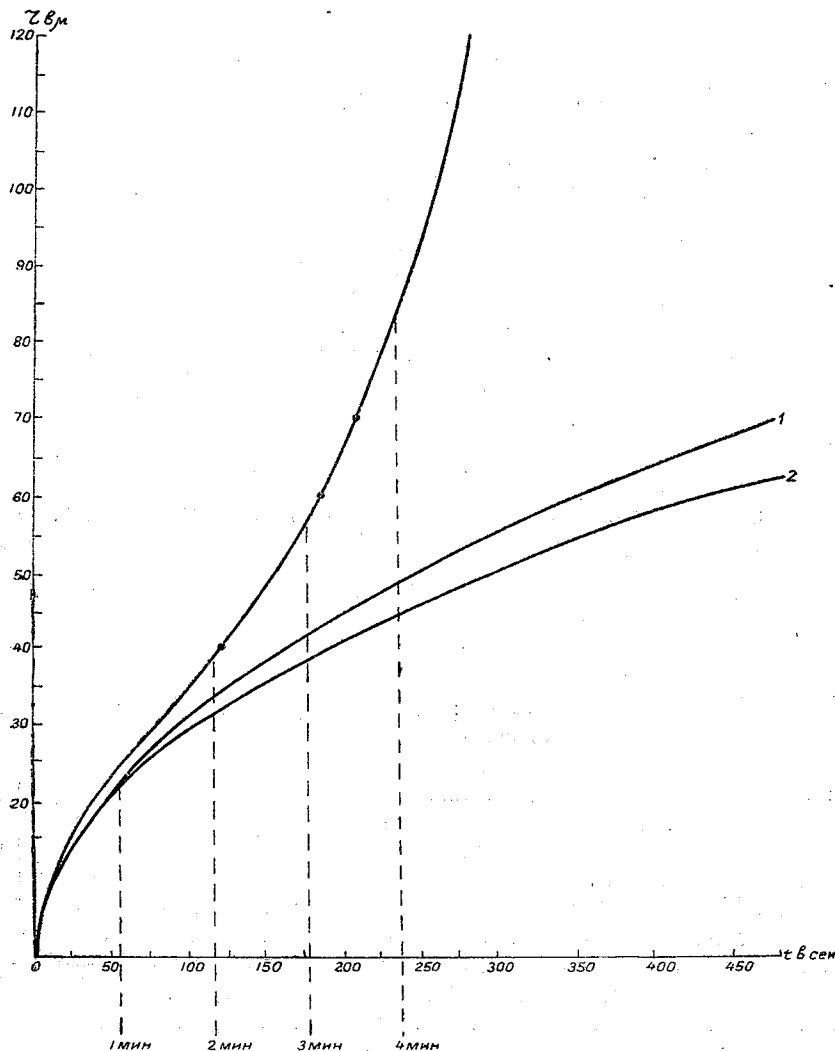


Рис. 1.

температуры поверхности частицы, то одного соотношения (5.10) недостаточно для определения Δc и ΔT . Полагая, однако (в порядке последовательных приближений), что Δc не изменилось и равно $0,184 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^3$, легко найдем, что $\Delta T \approx 0,48^\circ$. Это значит, что практически мы должны во всей переохлажденной части облака считать, что температура льдинки, примерно, на $0,5^\circ$ выше температуры окружающей среды. При температурах -20° это приводит к небольшому изменению Δc и I_0 , которое легко может быть учтено. Путем последующих приближений мо-

жем оценить, что окончательное значение ΔT будет около $+0,38^\circ$, что даст уменьшение Δc на 17% .

При более высоких температурах это явление будет играть большую роль. Но в область более высоких температур капля уже попадает настолько большой, что явление конденсации становится несущественным.

2. Точное решение нестационарной задачи о росте частицы было недавно опубликовано Б. Я. Любовым [12], который рассматривал кинетику роста ферритных зерен при распаде аустенита. Для функции $a(t)$ он получил ($a(0) = 0$):

$$a(t) = 2\beta \sqrt{Dt}, \quad (5.11)$$

где β — корень следующего трансцендентного уравнения:

$$\frac{\Delta c}{\sigma_2} = F(\beta) = 2\beta^2 \left\{ 1 - \beta \sqrt{\pi} e^{\beta^2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta}^{\infty} e^{-\eta^2} d\eta \right\}. \quad (5.12)$$

Для сравнения со стационарным решением заметим, что стационарное решение может быть записано так:

$$a_{ст}(t) = 2\beta_0 \sqrt{Dt},$$

где

$$\beta_0 = \sqrt{\frac{\Delta c}{2\sigma_2}}.$$

В нашей задаче численное значение $\beta_0 = 3 \cdot 10^{-4}$. Легко видеть, что β при малых β_0 будет порядка β_0 , так как

$$F(\beta) = 2\beta^2 (1 - \sqrt{\pi} \beta) \quad (5.13)$$

при малых β .

Отсюда легко найдем, что

$$\beta = \beta_0 \left(1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \beta_0 \right). \quad (5.14)$$

Таким образом, с точностью до величины $\sim 10^{-4}$, т. е. до одной сотой процента, $\beta = \beta_0$, и стационарное решение совпадает с полным решением.

3. Из-за движения частицы интенсивность процесса конденсации возрастает, так как частица попадает при этом в новые области, где разность концентраций еще не исчерпана. Ускорение конденсации из-за движения исследовалось в большом числе теоретических и экспериментальных работ и для различных областей значений чисел Рейнольдса предлагаются различные формулы для учета этого явления. В нашем случае Re возрастают от 0 до значений порядка 10^3 . Экспериментальные исследования Фреслинга показывают, что здесь можно пользоваться формулой

$$I(v) = I_0 (1 + 0,276 \sqrt{Re}). \quad (5.15)$$

При $Re = 10^3$ член в скобках, содержащий скорость, в 87 раз больше единицы, так что учет движения частицы необходим. Надо отметить, впрочем, что в начальные моменты, где конденсация является основным процессом, влияние движения незначительно.

4. В действительности концентрация, соответствующая насыщению над водой, будет не на бесконечности, а у поверхности всех других капель воды. Это дает множитель $\left(1 + \frac{a}{l} \right)$. Здесь a — радиус частицы, l — среднее расстояние от частицы

до капель воды, а α — величина порядка $\frac{8r^2}{4l^3}$ (отношение площадей ближайших соседей к площади сферы радиуса l), r — радиус каплей облака.

Вся поправка будет порядка

$$\varepsilon = \frac{2r^2\alpha}{l^3}.$$

Она невелика, так как $r \sim 10^{-3}$ см, $l \sim 10^{-1}$ см, и радиус частицы $a \lesssim 10^{-1}$ см. Таким образом ε будет порядка 0,01%, т. е. пренебрежимо мала.

Пятый пункт мы рассмотрим далее.

Наибольшее значение из рассмотренных здесь поправок имеет 3, а наименьшее 2.

Итак, мы имеем

$$I = 4\pi a D \Delta c (1 + 0,276\sqrt{Re}). \quad (5.16)$$

Для вычисления скорости процесса конденсации по последней формуле нужно знать числа Рейнольдса, соответствующие падению шарика заданного радиуса в данных условиях. Для этого необходимо иметь зависимость коэффициента сопротивления c_D от Re . Мы воспользовались графиком, приведенным у Гольдштейна [13].

Обозначая $\frac{c_D Re}{24} = Q$, получаем следующую систему уравнений:

$$a v = \frac{\mu}{2\rho} Re, \quad (5.17)$$

$$\frac{a^2}{v} = \frac{9\mu Q}{2\sigma g}. \quad (5.18)$$

Отсюда получим

$$a = \sqrt[3]{\frac{9\mu Re Q}{4\rho\sigma g}}. \quad (5.19)$$

Задавая Re (и, следовательно, Q), находим соответствующее ему a . С помощью этой схемы нами были вычислены времена, необходимые, чтобы шарик дорос до соответствующего радиуса. Они указаны в третьем столбце табл. 8 (t^*):

$$t^* = \int_0^a \frac{a da}{D \Delta (1 + 0,276\sqrt{Re})}. \quad (5.20)$$

График зависимости $a = a(t^*)$ указан на рис. 1 (кривая 2).

6. Кинетика образования осадков

Наряду с укрупнением за счет конденсации падающая ледяная частица укрупняется за счет коагуляции.

В единицу времени увеличение радиуса частицы за счет коагуляции будет:

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{4} \frac{E \omega u}{\sigma_2} \left(1 + \frac{r}{a}\right)^2. \quad (6.1)$$

Здесь E — ленгмюровский коэффициент обтекания, ω — водность облака, r — радиус облачных частиц, σ_2 — плотность частицы (льда).

Если мы примем за u стоксовскую скорость, то получающаяся здесь зависимость $a(t)$ будет:

$$u = \beta a^2 \left(\beta_{\infty} 1,2 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{см. сек.}} \right),$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{E\omega\beta}{4\sigma_2} (a+r)^2 = \gamma_1 (a+r)^2; \quad \gamma_1 = \frac{E\omega\beta}{4\sigma_2}, \quad (6.2)$$

$$a = \frac{r}{\frac{t}{t_{\infty}} - 1}, \quad \text{где } t_{\infty} = \frac{1}{\gamma_1 r}. \quad (6.3)$$

Таким образом, при $t = t_{\infty}$ $a = \infty$. В нашей задаче $\gamma_1 = 0,64 \frac{1}{\text{см.сек.}}$, $r = 10^{-3}$ см и $t_{\infty} = 1562$ сек.

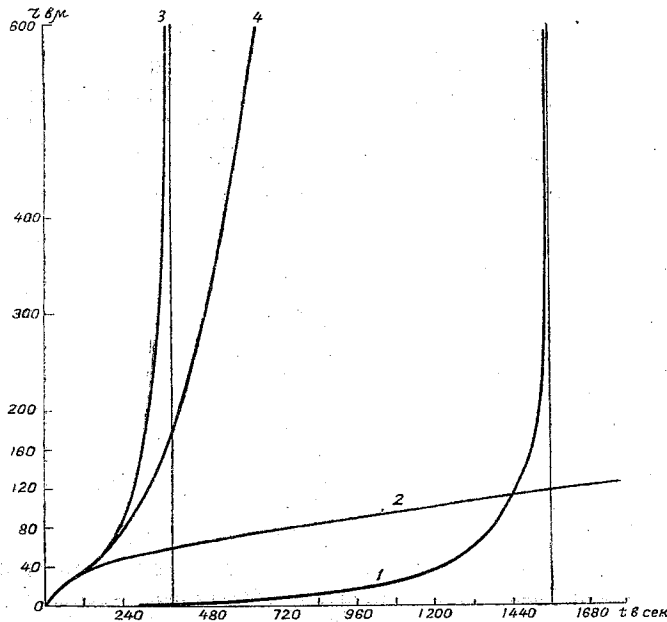


Рис. 2.

Результаты вычислений роста a по этой формуле указаны в табл. 8, а график $a(t)$ — на рис. 2 (кривая 1). Кривая 2 дает в том же масштабе скорость роста из-за конденсации, а кривая 3 соответствует обоим процессам, идущим одновременно.

Таблица 8

a в μ	0	10	20	40	60	100	150	∞
t , сек.	0	781	1042	1250	1340	1420	1465	1562

Мы видим, что в этом случае рост до 20 μ требует 17,5 мин., а рост от 20 μ до ∞ требует всего 8,5 мин. Весь процесс роста от 0 до ∞ требует 26 мин. В действительности, однако, уже для частицы радиусом в 30 μ скорость будет нестоксовская. При учете этого получим, что для больших частиц $\frac{da}{dt} = \text{const}$, т. е. кривая на рис. 2 перейдет в наклонную прямую. Рост частицы будет здесь пропорционален времени и $a = \infty$ будет достигнуто только при $t = \infty$.

На рис. 3 кривая 1 дает скорость роста из-за конденсации, а кривая 2 — из-за коагуляции. При $a \approx 34 \mu$ скорости обоих процессов одинаковы. При $a \ll 34 \mu$

Рост частицы осуществляется в основном конденсацией, а при $a \gg 34 \mu$ — в основном коагуляцией. Пунктирная кривая дает скорость роста из-за конденсации при учете поправки на движение, а сплошная — без учета ее.

Общее уравнение, учитывающее оба процесса, будет:

$$\frac{da}{dt} = \frac{D\Delta c}{\sigma_2} \frac{(1 + 0,276\sqrt{Re})}{a} + \frac{Ewu}{4\sigma_2} \left(1 + \frac{r}{a}\right)^2. \quad (6.4)$$

Это уравнение является основным уравнением кинетики образования осадков при бесконечном разбавлении ($v = 0$).

Интегрируя основное уравнение, получим:

$$t = \int_0^a \frac{da}{\frac{D\Delta c}{\sigma_2} \left(\frac{1 + 0,276\sqrt{Re}}{a} \right) + \frac{Ewu}{4\sigma_2} \left(1 + \frac{r}{a} \right)^2}. \quad (6.5)$$

Мы произвели вычисление этого интеграла для рассматриваемого нами случая. При этом мы учли: нестоксовскую зависимость u от a , конденсационное „нагревание“ и зависимость от a коэффициента обтекания. Для последнего мы использовали результаты вычислений Ленгмюра ([15], табл. 3). Результаты наших вычислений даны в табл. 9, а соответствующий график указан на рис. 2 (кривая 4). Мы видим, что последняя кривая существенно отличается от кривой 3, в которой не учитываются как коэффициент обтекания, так и нестоксовость скоростей.

В соответствии с этими данными мы видим, что достаточно всего 13 мин., чтобы в нашем облаке из ледяной частицы в его вершине возникла ливневая капля с $d = 2$ мм. Какой путь при этом будет пройден каплей? Выполняя соответствующее вычисление по указанным выше формулам, легко найдем, что весь пройденный путь будет около 1800 м.

Таблица 9

a в μ	0	20	40	60	80	100	140	200	400	600	800	1000
t , сек.	0	48	120	189	244	287	352	422	566	654	720	778

Таким образом, если наше дождевое облако имеет толщину в 5 км, то не только льдинки из самой вершины, но и льдинки из слоя облака толщиной в 3 км могут образовать ливневые капли. Это означает также, что интенсивные осадки могут, по нашим расчетам, выпадать из облаков с мощностью всего около 2 км.

7. „Перекачка“ при конечной концентрации. Кинетика кристаллизации облаков

Рассмотрим теперь полную теорию явления „перекачки“, учитывающую конечную концентрацию ледяных ядер. Это означает, что процесс конденсации на ледяные ядра уже не будет идти сколько угодно долго, как в случае нулевой концентрации (§ 5).

Здесь, после того как все переохлажденные капли, а также начальный излишек водяного пара сконденсируются на льдинках, рост льдинок прекратится. Следовательно, в нашей теории появляется принципиально новое, отсутствовавшее у нас ранее понятие о времени кристаллизации T .

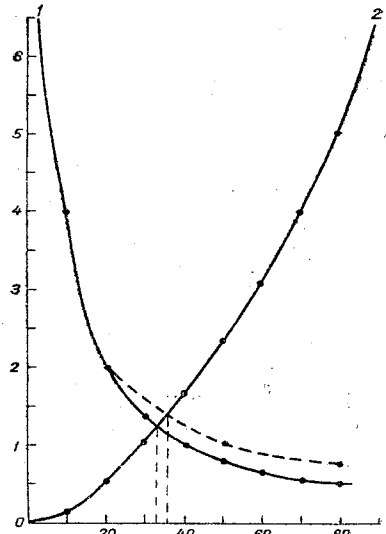


Рис. 3.

Под величиной T будем понимать время превращения водяного облака в ледяное.

Как мы уже отмечали ранее, процесс описывается тремя переменными величинами: $a_1(t)$ — радиусом капель воды, $a_2(t)$ — радиусом льдинок, $c(t)$ — концентрацией водяного пара (в г/см³).

Все величины, относящиеся к воде, будем обозначать значком 1, а ко льду — значком 2. Концентрации насыщения будут c_1 и c_2 . Концентрация $c(t)$ удовлетворяет очевидному условию:

$$c_2 \leq c(t) \leq c_1. \quad (7.1)$$

Изменение $c(t)$ в данном месте облака описывается следующим уравнением неразрывности:

$$\frac{dc}{dt} = q_1 + q_2. \quad (7.2)$$

Здесь $q_1(t)$ и $q_2(t)$ — плотность объемных источников водяного пара ($q_2 < 0$, так как оно соответствует стокам). Обозначая число частиц в единице объема через n_1 и n_2 , имеем:

$$\left. \begin{aligned} q_1(t) &= 4\pi D a_1(t) [c_1 - c(t)] n_1 \geq 0, \\ q_2(t) &= 4\pi D a_2(t) [c_2 - c(t)] n_2 \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

Подставляя эти соотношения в уравнение неразрывности и присоединяя сюда уравнение для $a_1(t)$ и $a_2(t)$, получаем следующую систему дифференциальных уравнений, полностью описывающую процесс перекачки для монодисперсного случая:

$$\frac{dc}{dt} - n_1 4\pi a_1 D (c_1 - c) - n_2 4\pi a_2 D (c_2 - c) = 0, \quad (7.4)$$

$$\sigma_1 a_1 \frac{da_1}{dt} = D (c - c_1), \quad (7.5)$$

$$\sigma_2 a_2 \frac{da_2}{dt} = D (c - c_2). \quad (7.6)$$

Следующие соотношения описывают начальное состояние нашей системы:

$$a_1 = a_1(0); \quad a_2 = 0; \quad c = c_1. \quad (7.7)$$

Они означают, что в начальный момент в системе имеются переохлажденные капли воды с начальным радиусом $a_1(0)$ (в численных подсчетах ниже мы будем полагать $a_1(0) = 10 \mu$), ледяные ядра, радиус которых пренебрежимо мал, и пары воды, концентрация которых соответствует насыщению над переохлажденной водой.

Подставляя уравнения для a_1 и a_2 в уравнение неразрывности, легко получим следующий первый интеграл нашей системы уравнений:

$$\frac{d}{dt} \{c(t) + \sigma_1 n_1 v_1(t) + \sigma_2 n_2 v_2(t)\} = 0. \quad (7.8)$$

Величина, стоящая в фигурных скобках, есть полный запас воды в системе. Смысл полученного интеграла очень простой: при перекачке полный запас воды в системе не изменяется, происходит только ее перераспределение между тремя фазами.

Введем следующие обозначения:

$$\varphi_1(t) = c - c_1 < 0; \quad \Delta c = c_1 - c_2.$$

Для φ_1 легко получим

$$\frac{3}{4\pi n_1} \varphi_1 = \sigma_1 a_1^3(0) - [\sigma_1 a_1^3(t) + \nu \sigma_2 a_2^3(t)].$$

При $t = 0$:

$$a_1 = a_1(0), \quad a_2 = 0 \quad \text{и} \quad \varphi_1 = 0.$$

При $t = T$ (в конце процесса перекачки):

$$a_1(T) = 0, \quad a_2 = a_{2 \max}, \quad c = c_2 \quad \text{и} \quad \varphi_1 = -\Delta c.$$

Таким образом, для $a_{2 \max}$ получим

$$a_{2 \max} = \sqrt[3]{\frac{1}{\nu \sigma_2} \left\{ \sigma_1 a_1^3(0) + \frac{3\Delta c}{4\pi n_1} \right\}}. \quad (7.9)$$

Первый член в фигурных скобках соответствует льду, возникшему за счет переохлажденной воды, а второй — льду, возникшему за счет избытка давления насыщения над водой по сравнению со льдом. Последнюю формулу можно переписать еще в более наглядном виде, если ввести в рассмотрение массу капель воды в начальный момент $m_1(0)$ (в г/см³; Δc — в тех же единицах):

$$m_1(0) = \frac{4}{3} \pi a_1^3(0) \sigma_1, \\ a_{2 \max} = a_1(0) \sqrt[3]{\frac{1}{\nu \sigma_2} \left\{ 1 + \frac{\Delta c}{m_1} \right\}}. \quad (7.10)$$

В рассматриваемом нами случае получим

$$a_{2 \max} = 10^{-3} \sqrt[3]{\frac{1}{0,9\nu} \{1 + 0,073\}} = 10,61 \sqrt[3]{\frac{1}{\nu}} \mu.$$

Перекачка происходит в вершине облака, свойства которого описываются табл. 6. Таким образом, количество воды, перешедшее из пара в лед, составляет только 7⁰/₁₀ от количества переохлажденной воды, превратившейся в лед. При $\nu = 1$, т. е. если в начальный момент число капель и ядер одинаково,

$$a_{2 \max} = 10,61 \mu.$$

С уменьшением ν $a_{2 \max}$ растет как $\frac{1}{\sqrt[3]{\nu}}$.

При $\nu = 0$ получим $a_{2 \max} = \infty$ в соответствии с результатами § 5.

Второй интеграл системы легко получить, если вычесть из третьего уравнения второе.

Здесь имеем

$$\sigma_2 a_2^2(t) - \sigma_1 a_1^2(t) = 2D \Delta c t + c'.$$

Из условия $t = 0$ находим:

$$c' = -\sigma_1 a_1^2(0),$$

так что окончательно второй интеграл будет

$$\sigma_2 a_2^2(t) - \sigma_1 a_1^2(t) = 2D \Delta c t - \sigma_1 a_1^2(0). \quad (7.11)$$

Смысл этого выражения очень простой. Разность поверхностей ледяной частицы и капли (умноженных на соответствующие плотности) линейно растет со временем. Заметим, что этот интеграл не зависит от ν . Это является очевидным следствием того, что испарение и конденсация частиц происходят в неограниченном пространстве. Мы уже видели ранее (§ 5), что это условие в действительности хорошо выполняется. При $\nu = 0$ $a_1(t) \equiv a_1(0)$, и мы получим соотношение из § 5:

$$\sigma_2 a_2^2(t) = 2D \Delta c t.$$

В конце перекачки при $t = T_1$ a_1 будет равно нулю, а $a_2 = a_{2\max}$. С помощью второго интеграла легко найдем теперь формулу для времени T :

$$T = \frac{\sigma_1 a_1^2(0) + \sigma_2 a_{2\max}^2}{2D \Delta c}. \quad (7.12)$$

Это время тем меньше, чем больше коэффициент диффузии и разность насыщений, и тем больше, чем больше поверхности испаряющихся и конденсирующихся частиц.

Подставляя в соотношение для T выражение для $a_{2\max}$, легко получим

$$T = \frac{\sigma_1 a_1^2(0)}{2D \Delta c} \left\{ 1 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^{1/3} \left[\frac{1}{\nu} \left(1 + \frac{\Delta c}{m_1} \right) \right]^{2/3} \right\}, \quad (7.13)$$

или

$$T = T_\infty \left\{ 1 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^{1/3} \left[\frac{1}{\nu} \left(1 + \frac{\Delta c}{m_1} \right) \right]^{2/3} \right\}. \quad (7.14)$$

Здесь T_∞ — время кристаллизации облака при $\nu = \infty$:

$$T_\infty = \frac{\sigma_1 a_1^2(0)}{2D \Delta c}. \quad (7.15)$$

Это есть время испарения капель воды, находящихся в пространстве с постоянным дефицитом концентрации водяного пара. В нашем примере это время будет:

$$T_\infty = 13,6 \text{ сек.}$$

В табл. 10 приводим результаты вычисления времени перекачки в рассматриваемом нами случае ($t = -20^\circ$) для различных значений концентрации ν .

Таблица 10

ν	T	$a_{2\max, \nu} \mu$
1	27,3	10,6
$\frac{1}{5}$	53,8	18,1
10^{-1}	77,2	22,8
10^{-2}	309	49,1
10^{-3}	1390	106

При малых ν ($\nu < 10^{-2}$) можем с ошибкой в 5% писать

$$T \simeq \frac{T_{\infty}}{\nu^{1/2}}. \quad (7.16)$$

В третьем столбце табл. 10 приведены радиусы частиц, получающиеся при окончании процесса „перекачки“.

Мы видим, что крупные капли размером в 100 μ могут возникнуть лишь при $\nu = 10^{-3}$. На „перегонку“ в этом случае требуется 23 мин.

Обратимся теперь к исследованию кинетики кристаллизации переохлажденного облака.

Легко получить точное дифференциальное уравнение для функции $a_1(t)$ или $a_2(t)$, если воспользоваться указанными выше двумя интегралами задачи.

Получающееся при этом дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{dz}{d\xi} = a' - b'z^{3/2} - c'(z + \xi)^{3/2}, \quad (7.17)$$

так что решение оказывается зависящим от трех независимых параметров.

Анализ этого дифференциального уравнения представляет собой довольно громоздкую задачу. Проще и быстрее результат может быть получен следующим образом. Исследуем заново то время, в течение которого концентрация принимает стационарное значение c , соответствующее данным a_1 и a_2 . С помощью φ_1 уравнение неразрывности можно переписать так:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = -\lambda\varphi_1 - \eta, \quad (7.18)$$

где

$$\lambda = 4\pi n_1 D a_1 + 4\pi n_2 D a_2; \quad (7.19)$$

$$\eta = 4\pi n_2 D \Delta c.$$

Учитывая, что при $t = 0$ $\varphi_1 = 0$, легко получим

$$\varphi_1 = \frac{\eta}{\lambda} (e^{-\lambda t} - 1). \quad (7.20)$$

Время $\tau = \frac{1}{\lambda}$, в течение которого концентрация достигает стационарного значения, будет

$$\tau = \frac{1}{4\pi D (n_1 a_1 + n_2 a_2)}. \quad (7.21)$$

В нашем случае это время $\approx 0,7$ сек. Таким образом, при изменении a_1 и a_2 сразу же меняется и φ_1 , причем оно достигает своего равновесного значения (для данных a_1 и a_2) через время порядка 0,7 сек.

Это равновесное значение будет

$$\varphi_1 = -\frac{\eta}{\lambda} = -\frac{\nu a_2 \Delta c}{a_1 + \nu a_2}. \quad (7.22)$$

Эта формула правильно описывает изменение квазистационарного φ_1 .

Действительно, мы из нее получаем:

при $t = 0$:

$$a_2 = 0 \text{ и } \varphi_1 = 0,$$

при $t = T$:

$$a_1 = 0 \text{ и } \varphi_1 = -\Delta c.$$

Последняя формула сразу же получается из уравнения неразрывности, если положим $\frac{dc}{dt} = 0$, т. е. $q_1 + q_2 = 0$. Это означает, что она как бы соответствует случаю перегонки воды в лед при постоянной концентрации водяного пара.

С помощью указанного выше φ_1 получим следующую квазистационарную систему задачи:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1}{D} a_1 \frac{da_1}{dt} &= -\frac{\nu a_2 \Delta c}{a_1 + \nu a_2} \\ \frac{\sigma_2}{D} a_2 \frac{da_2}{dt} &= \frac{a_1 \Delta c}{a_1 + \nu a_2} \end{aligned} \right\} (7.23)$$

Эта система приводит к интегралу материи:

$$\sigma_1 v_1(t) + \sigma_2 v_2(t) = \text{const.}$$

Общий интеграл переходит в этот интеграл при постоянном c . Чтобы учесть изменение c (φ_1), мы при численном решении будем решать задачу по этапам, изменяя для каждого следующего этапа φ_1 по данным предыдущего этапа. Численное решение в условиях нашего примера для случая $\nu = 1$ приводит к табл. 11.

Заметим, что окончательные значения для $a_1(t)$ и начальные значения для $a_2(t)$, строго говоря, не нуль, как указано здесь, а величины, значительно меньшие, чем $a_1(0)$.

Мы видели раньше из точных интегралов задачи, что в этом случае время кристаллизации облака из водяного в ледяное будет 27,3 сек. и конечный радиус $a_2 = 10,61$. Наш приближенный метод дает $a_2 = 10,63$, т. е. ошибка здесь порядка 0,02%.

График, показывающий изменение со временем $a_2(t)$, $a_1(t)$ и $\frac{\varphi_1(t)}{\Delta c}$, указан на рис. 4 (соответственно кривые 2, 4 и 3).

Для сравнения указываем на том же рисунке кривую $a_2(t)$ при $\nu = 0$ (рост в постоянных условиях; кривая 1). Все семейство кривых $a_2(t, \nu)$ при различных ν в интервале (0,1) будет расположено между этими кривыми.

Таблица 11

t	a_2 в μ	a_1 в μ	$\frac{\varphi_1}{\Delta c}$
0	0	10	0
1	2,86	10	0,222
2	3,80	9,91	0,277
3	4,52	9,81	0,316
4	5,10	9,69	0,345
5	5,60	9,56	0,370
10	7,19	8,54	0,457
15	8,59	7,48	0,534
20	9,64	6,04	0,615
25	10,42	3,70	0,738
27,3	10,625	0	1,000

Мы рассмотрели изотермическую перегонку. В действительности растущие льдинки будут несколько теплее испаряющихся капель. Это приводит к некоторым поправкам в таблице. Относительная величина этих поправок может быть оценена методом последовательных приближений, указанным в § 4. Так как в начальный

момент насыщения над водой равно нулю, а в конце процесса отсутствует перенасыщение над льдом, то величина поправки будет здесь примерно такая же, как в § 4, т. е. около 17—20%. Это означает, что скорость процесса будет меньше, примерно, на 15—20% (или меньше), а времена перегонки будут на столько же больше. Другое упрощение задачи, сделанное нами, заключалось в том, что мы

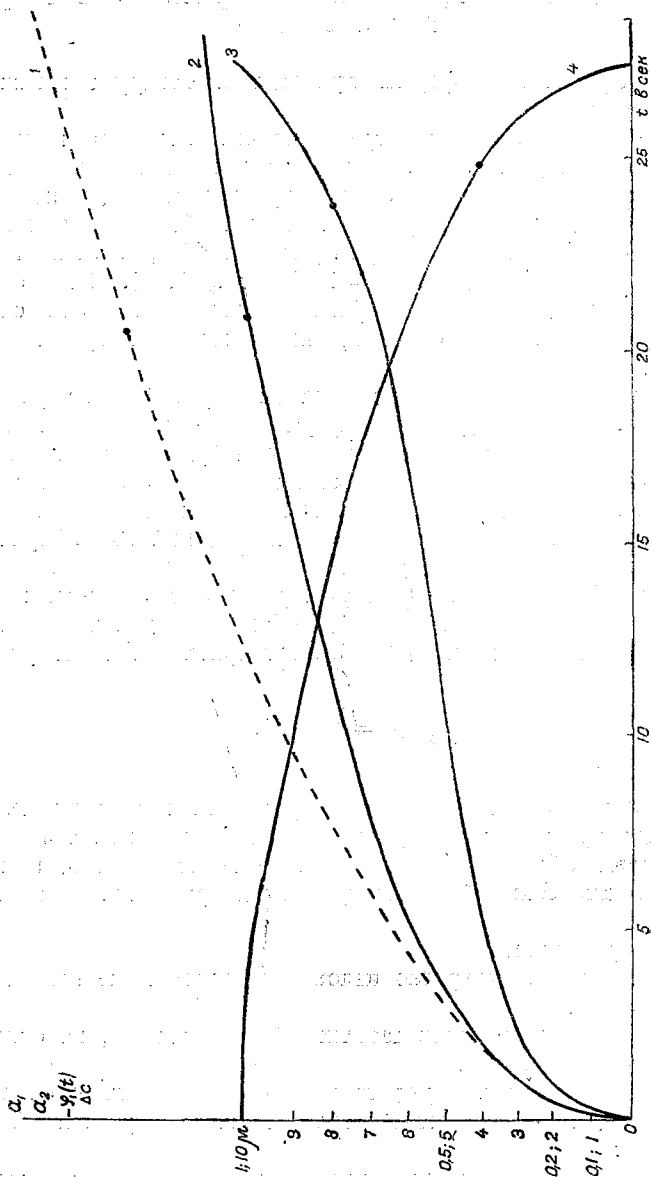


Рис. 4.

не учитывали влияние изменения концентрации веществ, растворенных в каплях облака, или ядрышек, на которых выросли наши льдинки. Легко видеть, что эта поправка несущественна. Известно, что концентрация хлоридов (основная примесь) в дождевой воде в среднем порядка 5 мг/л. Такая же концентрация, очевидно, будет и в каплях облака, поскольку дождевые капли образуются из облачных главным образом за счет слияния (§ 6). Известно также, что влияние растворимого вещества на давление насыщающих паров начнется только от концентраций,

примерно, в 10^4 раз больших, т. е. при уменьшении радиуса капли в 22 раза. Насыщенный раствор получится при уменьшении радиуса раз в 40. Это означает, что капли воды не испарятся начисто, а что останутся мельчайшие капельки с радиусом около $0,2 \mu$, водосодержание которых ничтожно.

8. Отклонение от сферической формы. Роль ветра. Заключение

Отклонение от сферической формы приводит к следующим важным обстоятельствам.

1) Вытянутая частица (мы рассмотрели случай палочек) конденсирует вещество значительно быстрее, чем шаровая того же объема, просто за счет того, что она обедняет больший объем пространства (у нее поверхность больше). Так, палочка, длина которой в 5 раз больше ширины, сконденсирует на себе в единицу времени, примерно, на 25% больше вещества, чем шарик того же объема [величина $\eta = 1,25$ (см. 5.3)]. Это обстоятельство уменьшает потребное время для образования дождевых капель и, следовательно, уменьшает минимальные толщи облаков, из которых могут идти интенсивные осадки.

2) Сферическая форма является положением неустойчивого равновесия. Это означает, что отклонения от сферической формы стремятся увеличиваться со временем. Так, в случае указанной выше палочки она будет расти в длину в 25 раз быстрее, чем в ширину. Но палочка не может расти до бесконечности. Это означает, что она будет ломаться в обтекающем ее гидродинамическом потоке, обломки в свою очередь также будут расти и далее обламываться. Мы получаем лавинный цепной процесс спонтанного ядрозаражения.

При наличии вертикальных токов со скоростью u льдинка, которая всегда будет падать относительно воздуха, может относительно земли подниматься, если ее радиус меньше некоторого критического. Этот критический радиус определяется соотношением

$$v_{\text{льдинки}} = u(a_{\text{кр}}).$$

В этом случае льдинка при определенных условиях может проделать двойной путь. Льдинка будет сначала двигаться вверх и расти, затем падать и также расти. Минимальная толщина облака, из которого может идти ливень, при этом может уменьшаться до 1 км. Это обстоятельство подтверждается и аэрологическими данными.

Подведем некоторые итоги.

1. В работе после введения кратко изложены современные взгляды по вопросу образования облаков.

2. Сделан обзор аэрологических данных об облаках Сb, на основании которого создана схема исследования.

3. В работе проанализирован ряд важных обстоятельств о слипании капель и о силах, действующих на падающие капли, обычно не учитываемых в теориях образования осадков.

4. Приведена теория перекачки для бесконечно разбавленного раствора льдинок в облаке.

5. В работе рассмотрена кинетика образования осадков, причем все вычисления выполнены при учете как отклонения скоростей частиц от стоксовых, так и коэффициента обтекания.

6. В работе теоретически рассмотрена „перекачка“ при конечной концентрации льдинок и развита теория кристаллизации облаков.

7. Указана роль ветра и отклонения от шаровой формы. Последнее приводит к цепному механизму спонтанного ядрообразования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шифрин К. С. Испарение осадков при падении (см. стр. 48).
2. Тверской П. Н. Вестник ЛГУ, № 1, 1947.
3. Оболенский В. Н. Журнал геофизики, 4, 81, 1934.
4. Френкель Я. И. Теория основных явлений атмосферного электричества. Гостехиздат 1949.
5. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкости. Изд. АН СССР, 1948.
6. Воронцов П. А. Метеорология и гидрология, № 11 и 12, 1938.
7. Зак Е. Г. Там же, № 5, 1938.
8. Шишкин Н. С. Труды ГГО, вып. 13, 1948.
9. Дерягин Б. В. и Годес О. М. Новые идеи в области изучения аэрозолей, Изд. АН СССР, 1949, стр. 43.
10. Лейб Ф. Б. Там же, стр. 52.
11. Дерягин Б. В. и Прохоров П. С. Новые идеи в области изучения аэрозолей Изд. АН СССР, 1949, стр. 84.
12. Любов Б. Я. ДАН, X, № 5, 795, 1948.
13. Гольдштейн С. Современное состояние гидродинамики вязкой жидкости. Изд. ИЛ 1948.
14. Reppler W. Das Wetter 57, № 9—11, 1940.
15. Langmuir I. Journ. of Met. 5, № 5, 175, 1948.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

	Стр.
Предисловие	3
Н. С. Шишкин. О влажности воздуха в кучевых облаках	4
В. Я. Никандров. Об ассоциации молекул водяного пара в атмосфере	7
Н. С. Шишкин. Приближенное решение задачи о конденсационном росте капель при учете кривизны их поверхности и концентрации примесей	15
К. С. Шифрин. О возрастании среднего размера капель в облаке с высотой	22
В. Я. Никандров. К вопросу о сублимационном образовании твердых облачных элементов	25
М. А. Химач и Н. С. Шишкин. Определение коэффициента эффективности соударения водяных капель	29
В. Я. Никандров. Опыты с переохлажденными каплями воды	39
Н. С. Шишкин. Об интенсивности дождя из облака с равномерным восходящим потоком	45
К. С. Шифрин. Об испарении осадков в процессе их выпадения	48
К. С. Шифрин. Кинетика образования осадков	55

Редактор *В. Я. Никандров.*

Техн. редакторы *Ф. А. Юлиш* и *М. С. Рулева.*

Корректоры *М. П. Бушева* и *Б. Л. Хасин.*

Сдано в набор 8/V 1951 г.	Подписано к печати 8/XII 1951 г.	
Изд. № 99.	Индекс М-Л-99.	Бумага 70×108.
Печ. зн. в 1 бум л. 104 600.	Печ. л. 6,65.	Уч.-изд. л. 6,55.
Гидрометеиздат.	г. Ленинград, 1951.	М-40348. Зак. 1223.
		Тираж 600 экз. Цена 4 р.

2-я типо-литография Гидрометеиздата, Ленинград, Прачечный пер., 6.

