

6
78
ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ТРУДЫ
ГЛАВНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ
имени А. И. Воейкова

ВЫПУСК 151

ВОПРОСЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА
ПОГОДЫ

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук
А. С. ДУБОВА

БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1964

АННОТАЦИЯ

В сборнике рассматриваются физические основы и математические схемы численного прогноза погоды, предлагаются усовершенствованные прогностические модели. Излагаются результаты практического испытания контроля исходных данных, способы введения поправок к численным прогнозам.

Сборник рассчитан на специалистов метеорологов, аспирантов и студентов старших курсов.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

1. С. Гандин, Е. И. Багрова, М. И. Захарова, А. В. Мещерская. О статическом контроле аэрологических телеграмм	3
1. В. Руховец. Многоуровневая модель прогноза поля геопотенциала, основанная на малом числе параметров	17
3. П. Мелешко. К вопросу о численном прогнозе облачности и осадков с учетом трансформации воздушной массы	32
А. С. Дубов. Об учете притоков тепла при прогнозе температуры	41
С. В. Пятыгина. Метод расчета пространственных траекторий воздушных частиц	48
Г. Д. Кудашкин. Об ошибках численных прогнозов AT_{500} и AT_{850} в зависимости от циркуляционных условий	60
3. Б. Афанасьева, Н. П. Есакова. О связи снежного покрова с типами циркуляции Г. Я. Вангенгейма	77

Редактор А. Б. Котиковская

Техн. редактор Г. В. Изкова

Корректоры: Л. Р. Дубинская, В. В. Мамедова

Дано в набор 2/XII 1963 г.

Подписано к печати 3/III 1964 г.

Листы 70×108¹/₁₆
тираж 820Бум. л. 2,5
М-15129

Печ. л. 6,85

Уч.-изд. л. 6,49
Индекс МЛ-104

Гидрометеорологическое издательство.

Ленинград, В-53, 2-я линия, дом № 23.

Заказ № 760

Цена 45 коп.

Тем. план 1964 г., № 37

Ленинградская типография № 8 «Главполиграфпрома»
Государственного комитета Совета Министров СССР по печати
Ленинград, Прачечный пер., д. № 6

Л. С. ГАНДИН, Е. И. БАГРОВА, М. Н. ЗАХАРОВА, А. В. МЕЩЕРСКАЯ

О СТАТИЧЕСКОМ КОНТРОЛЕ АЭРОЛОГИЧЕСКИХ ТЕЛЕГРАММ

Рассматриваются пути и возможности контроля аэрологических телеграмм на основе уравнения статики атмосферы с помощью электронной вычислительной машины и вручную. Приведены результаты испытаний статического контроля на массовом материале.

1. Среди текущей информации, которая поступает в прогностические центры, всегда имеется некоторая доля грубо ошибочных данных. Грубые ошибки могут быть обусловлены неисправностью измерительной передающей или приемной аппаратуры, а также погрешностями в процессе вычислений, кодирований и других операций, производимых вручную. Процент грубо ошибочных данных обычно невелик, однако вследствие их большой величины грубые ошибки могут существенно изменить результат анализа, а потому и прогноза погоды. Поэтому естественно, что в процессе анализа карт стремятся обнаружить ошибочные данные и исправить их или, если это невозможно, хотя бы исключить из рассмотрения.

При разработке методики объективного анализа, производимого автоматически с помощью быстродействующей вычислительной машины необходимо предусмотреть меры по выявлению и исправлению грубо ошибочных данных. Понятно, что использование вычислительной машины существенно расширяет возможности выявления ошибок по сравнению с теми средствами, которыми может пользоваться синоптик при анализе, производимом вручную. Автоматизация исключения грубых ошибок представляется особенно важной еще и потому, что ни в чем инном не проявляется столь сильно субъективность анализа, как в обработке данных, полагаемых ошибочными. Иногда синоптик бракует отдельные данные лишь по той причине, что иначе не реализуется его представления о том, как должен протекать процесс, хотя эти представления бывают весьма спорными.

При автоматизации исключения грубых ошибок меняются возможности, а потому и роль различных способов контроля правильности метеорологической информации. В рамках субъективного анализа карт основную роль играет обнаружение «выскакивающих» значений метеорологических элементов на каждой карте в отдельности, т. е. контроль данных на непрерывности вдоль горизонтальной плоскости или изобразительной поверхности. При объективном анализе главная роль переходит к контролю выполнимости уравнения статики по вертикали по данным каждого отдельного вертикального зондирования — процедуре которую мы будем называть статическим контролем.

Причина этого перехода состоит в том, что в данных о геопотенциале и температуре главных изобарических поверхностей над каждым пунктом зондирования, содержащихся в аэрологических телеграммах, имеется избыточная информация. Именно в телеграммах передаются независимо значения температуры и геопотенциала, которые в действительности связаны между собой уравнением статики атмосферы в проекции на вертикаль. Это уравнение имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = - \frac{RT}{p}, \quad (1)$$

где Φ — геопотенциал, p — давление, T — абсолютная температура, R — газовая постоянная для воздуха. В результате интегрирования уравнения (1) в слое между двумя соседними главными изобарическими поверхностями p_i и p_{i+1} получим барометрическую формулу относительного геопотенциала

$$\Phi_{i+1} - \Phi_i = R\bar{T} \ln \frac{p_i}{p_{i+1}}, \quad (2)$$

где \bar{T} — средняя температура слоя. Если заменить ее приближенно средней арифметической из температур на границах слоя, а также перейти к температуре t , измеренной в градусах Цельсия, и геопотенциалу H в геопотенциальных декаметрах, то получим формулы вида

$$H_{i+1} - H_i = A_i + B_i (t_i + t_{i+1}). \quad (3)$$

Значения коэффициентов A_i и B_i для главных изобарических слоев до 100 мб приведены в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты A_i и B_i и допустимые невязки Δ_i

мб	1000	850	700	500	400	300	200	100
A_i гп. дкм	130	155	269	178	230	324	554	
B_i гп. дкм/°С	0,24	0,29	0,49	0,33	0,42	0,59	1,01	
Δ_i гп. дкм	3	3	4	3	4	5	8	

Поскольку замена средней температуры слоя полусуммой температур на его границах является приближенной, равенства (3) не будут выполняться точно, и при отсутствии ошибок в данных о температуре и геопотенциале левая часть каждого из этих равенств будет, вообще говоря, отличаться от правой на некоторую величину δ_i — невязку соответствующего равенства

$$\delta_i = H_{i+1} - H_i - A_i - B_i (t_i + t_{i+1}). \quad (4)$$

Однако, как показала специальная проработка, выполненная А. В. Рубцовым [2], эти невязки, обусловленные нелинейностью вертикального профиля температуры в соответствующем слое, не бывают велики — они не превосходят по модулю величин Δ_i , приведенных в нижней строке табл. 1 и именуемых допустимыми невязками. Поэтому если какая-либо из невязок δ_i превосходит допустимую невязку, то это свидетельствует о наличии ошибок в аэрологической телеграмме. Если же все невязки меньше допустимых, то ошибок либо нет, либо их не удастся обнаружить с помощью статического контроля.

Чтобы выяснить возможности использования формул (4) для обнаружения и исправления ошибок в аэрологических телеграммах, проанализируем, как скажутся на величинах δ_i ошибки, обусловленные различными причинами. Этих причин может быть три:

- 1) неисправность радиозонда;
- 2) просчеты при вычислении геопотенциала на станциях аэрологического зондирования;
- 3) искажения величины геопотенциала или температуры на линиях связи.

Ошибки, обусловленные первой причиной, никак не скажутся на величинах δ_i . Действительно, поскольку геопотенциал изобарически поверхностей вычисляется по данным о температуре и давлении на основании уравнения статики (1), то если ошибка вкралась до начал этих вычислений (а не во время или после них), она не повлияет на полноту уравнения статики. Это означает, что ошибки радиозондирования не обнаруживаются с помощью статического контроля при временной методике вертикального зондирования атмосферы. Лишь в будущем, после перехода к независимому измерению высот радиозонда с помощью радиолокационного определения наклонной дальности, станет возможным обнаружение ошибки радиозондирования путем статического контроля.

Что же касается грубых ошибок, обусловленных двумя остальными причинами, то они могут быть полностью выявлены и, как правило, исправлены с помощью статического контроля. Рассмотрим последовательно способы исправления этих ошибок, причем будем сначала предполагать, что в телеграмме имеется лишь одна ошибка и что она не относится к крайней из фигурирующих в телеграмме изобарически-поверхностей.

2. Пусть при вычислении геопотенциала на станции вкралась ошибка δH_k^0 в значение относительного геопотенциала

$$H_k^0 = H_{k+1} - H_k, \quad (5)$$

так что вместо H_k^0 ошибочно получена величина

$$H_k^0' = H_k^0 + \delta H_k^0. \quad (6)$$

Как известно, значения геопотенциальных высот главных изобарически-поверхностей вычисляются на станциях «снизу вверх»: сначала определяется высота поверхности 1000 мб, затем толщина слоя 1000—850 мб, прибавление которой к высоте поверхности 1000 мб дает высоту поверхности 850 мб, затем вычисляется и прибавляется к высоте поверхности 850 мб толщина слоя 850—700 мб и т. д. Поэтому ошибка δH_k^0 приведет к тому, что будут искажены на величину δH_k^0 значения высот H_{k+1} , H_{k+2} и т. д., в то время как значения H_k и высоты ниже расположенных поверхностей останутся правильными. Таким образом, вместо истинного значения $H_{k+1} = H_k + H_k^0$ получим ошибочное значение H_{k+1}' , которое в силу (5) и (6) будет равно

$$H_{k+1}' = H_{k+1} + \delta H_k^0. \quad (7)$$

Совершенно так же будут иметь место ошибочные значения

$$H_{k+2}' = H_{k+2} + \delta H_k^0, \quad (8)$$

$$H_{k+3}' = H_{k+3} + \delta H_k^0$$

и т. д., вплоть до наивысшей из поверхностей, представленных в телеграмме.

Легко видеть, что в результате этой ошибки возникает дополнительная невязка лишь в одном, k -том уравнении (3)

$$\delta'_k = H'_{k+1} - H_k - A_k - B_k (t_k + t_{k+1}). \quad (9)$$

Вычитая из (9) соотношение (4), записанное для k -того слоя, получим в силу (7)

$$\delta H_k^0 = \delta'_k - \delta_k. \quad (10)$$

Если величина $|\delta H_k^0|$ существенно превышает допустимую невязку для k -того слоя Δ_h , то и δ'_k будет больше допустимой невязки, так как δ_k не превосходит ее. Примем, что верно и обратное — наличие невязки δ'_k , превышающей допустимую, только в одном, не крайнем изобарическом слое свидетельствует о погрешности вычисления относительного геопотенциала этого слоя на станции. Для оценки этой погрешности δH_k^0 мы имеем по результатам статического контроля величину δ'_k и не знаем величины δ_k , также входящей в формулу (10). Известно, однако, что δ_k меньше, чем δ'_k , и среднее значение δ_k равно нулю. Заменим поэтому приближенно δH_k^0 на величину

$$\overline{\delta H_k^0} = \delta'_k. \quad (11)$$

Тогда с помощью (7), (8) и (11) получим формулы исправления:

$$\left. \begin{aligned} H_{k+1} &= H'_{k+1} - \delta'_k \\ H_{k+2} &= H'_{k+2} - \delta'_k \\ H_{k+3} &= H'_{k+3} - \delta'_k \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Таким образом, если обнаружена невязка, превышающая допустимую только в одном, k -том равенстве, то исправление ошибки производится путем прибавления к высотам всех поверхностей, начиная с $k+1$ -ой, этой невязки с обратным знаком.

Пусть теперь все вычисления были выполнены правильно, но в процессе передачи по каналам связи исказилось одно из значений геопотенциала, например H_k , так что вместо H_k фигурирует величина

$$H'_k = H_k + \delta H'_k. \quad (13)$$

Величина H_k входит в два последовательных соотношения (4):

$$\delta_{k-1} = H_k - H_{k-1} - A_{k-1} - B_{k-1} (t_{k-1} + t_k), \quad (14)$$

$$\delta_k = H_{k+1} - H_k - A_k - B_k (t_k + t_{k+1}), \quad (15)$$

и которых вследствие замены истинного значения H_k ошибочным значением H'_k будут иметь место невязки:

$$\delta'_{k-1} = H'_k - H_{k-1} - A_{k-1} - B_{k-1} (t_{k-1} + t_k), \quad (16)$$

$$\delta'_k = H_{k+1} - H'_k - A_k - B_k (t_k + t_{k+1}). \quad (17)$$

Вычитая (15) из (17) и (14) из (16), получим, учитывая (13):

$$\delta H_k = \delta'_{k-1} - \delta_{k-1}, \quad (18)$$

$$-\delta H_k = \delta'_k - \delta_k. \quad (19)$$

Если бы невязок δ_{k-1} и δ_k , обусловленных нелинейностью профиля температуры, не было, то, как видно из (18) и (19), невязки соседних равенств (3), вызванные искажением геопотенциала H_k , были бы равны

по величине и имели противоположные знаки. Но поскольку речь идет о грубой ошибке, предполагается, что δH_k существенно превосходит допустимые невязки Δ_{k-1} и Δ_k , в противном случае это искажение нельзя было обнаружить. Поэтому из равенств (18) и (19) следует, что результатом искажения геопотенциала одной из поверхностей является появление невязок, превышающих допустимые, в двух соседних соотношениях (4), причем эти невязки близки по величине и противоположны по знаку.

Примем, что верно и обратное, а именно наличие таких невязок в двух соседних соотношениях $k-1$ -ом и k -том свидетельствует о искажении геопотенциала H_k . Величину искажения можно было бы оценить, если отбросить малые величины δ_{k-1} и δ_k из равенств (18) и (19). Более точную (в среднем) оценку получим, беря среднее арифметическое из этих оценок. Формула исправления будет следующей:

$$H_k = H'_k + \frac{1}{2}(\delta'_k - \delta'_{k-1}), \quad (20)$$

согласно которой поправка равна полусумме абсолютных величин невязок, взятой со знаком невязки верхнего слоя δ_k .

Наконец, если искажена температура, например t_k , то вместо формул (16) и (17) будем иметь

$$\delta'_{k-1} = H_k - H_{k-1} - A_{k-1} - B_{k-1}(t_{k-1} + t'_k), \quad (21)$$

$$\delta'_k = H_{k+1} - H_k - A_k - B_k(t'_k + t_{k+1}), \quad (22)$$

где

$$t'_k = t_k + \delta t_k, \quad (23)$$

t'_k — искаженное значение температуры. Вычитая (14) из (21) и (15) из (22), получим, учитывая (23),

$$-B_{k-1} \delta t_k = \delta'_{k-1} - \delta_{k-1}, \quad (24)$$

$$-B_k \delta t_k = \delta'_k - \delta_k. \quad (25)$$

При отсутствии δ_{k-1} и δ_k невязки δ'_{k-1} и δ'_k имели бы одинаковый знак, а по величине были бы пропорциональны коэффициентам B_{k-1} и B_k соответственно. Поэтому наличие двух невязок в соседних соотношениях (4), превосходящих допустимые, имеющих одинаковый знак и приблизительно пропорциональных коэффициентам B , можно принять за признак искажения температуры.

Соответствующая формула исправления имеет вид

$$t_k = t'_k + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta'_{k-1}}{B_{k-1}} + \frac{\delta'_k}{B_k} \right). \quad (26)$$

3. Если невязка, превышающая допустимую, обнаруживается для самого верхнего или самого нижнего из слоев, представленных в таблице, то однозначное исправление ошибки невозможно и приходится выдвигать несколько вариантов исправлений.

Рассмотрим сначала случай, когда невязка, превышающая допустимую, обнаружена лишь для самого верхнего слоя. Обозначим эту невязку δ_{n-1} , понимая под n общее число уровней. Так как невязка для остальных слоев меньше допустимых и так как геопотенциал вычисляется снизу вверх, то все значения H_i и t_i вплоть до $i=n-1$ верны, а неверно либо H_n , либо t_n . Если неверно значение геопотенциала (обозначим его H'_n), то его можно исправить по формуле

$$H_n = H'_n - \delta'_{n-1}, \quad (27)$$

независимо от того, вызвана ли ошибка искажением геопотенциала в процессе передачи или погрешностью вычисления относительного геопотенциала H_{n-1}^0 на станции. Если неверна величина температуры t_n , то исправление может быть осуществлено по формуле

$$t_n = t'_n + \frac{\delta'_{n-1}}{B_{n-1}}. \quad (28)$$

Однако нет никаких оснований для выбора между исправлениями (27) и (28), приходится предусматривать обе эти возможности.

Пусть теперь невязка, превышающая допустимую, обнаружена лишь для самого нижнего слоя. В этом случае возможны три варианта исправления. Если невязка δ'_1 получилась вследствие искажения геопотенциала H_1 самой нижней поверхности, то исправлению подлежит этот геопотенциал H'_1 по формуле

$$H_1 = H'_1 + \delta'_1. \quad (29)$$

Если невязка вызвана искажением температуры t_1 , то нужно ввести поправку в значение t'_1 этой температуры по формуле

$$t_1 = t'_1 + \frac{\delta'_1}{B_1}. \quad (30)$$

Наконец, если невязка обусловлена просчетом при вычислении относительного геопотенциала H_1^0 на станции, то надлежит оставить H_1 и t_1 неизменными, а внести исправления в значения геопотенциала всех остальных изобарических поверхностей H_2', H_3', \dots по формулам

$$\begin{aligned} H_2 &= H'_2 - \delta'_1, \\ H_3 &= H'_3 - \delta'_1 \end{aligned} \quad (31)$$

и т. д. Таким образом, в этом случае приходится иметь дело с трехвариантным исправлением.

Возможны еще случаи искажения телеграммы вследствие влияния не одной, а двух или более ошибок. Было бы бессмысленно перечислять всевозможные варианты таких случаев, потому что этих вариантов может быть в принципе весьма много и потому что подобные случаи вообще встречаются весьма редко. Полезно иметь в виду лишь следующее общее положение. Если влияния различных ошибок удастся изолировать друг от друга, то такие ошибки целесообразно исправлять. Например, если обнаружены невязки $\delta'_2, \delta'_3, \delta'_5$, превосходящие предельные, причем невязки δ'_2 и δ'_3 близки по величине и противоположны по знаку, то следует исправить геопотенциал H_3' по формуле (20) при $k=3$ геопотенциалы H_6' и т. д. по формулам (12) при $k=5$. Если же влияние различных ошибок не поддается изолированию, как, например, в случае невязок δ'_1, δ'_2 и δ'_3 , превышающих предельные, то наиболее целесообразно полностью отбраковать данные о температуре и геопотенциале этой телеграммы.

4. Как видно из изложенного, статический контроль аэрологических телеграмм позволяет выявить и исправить весьма большую долю грубых ошибок в сведениях о геопотенциале и температуре главных изобарических поверхностей. Вместе с тем выявились и ограничения этого способа контроля метеорологической информации. Во-первых, статический контроль совершенно нечувствителен к ошибкам, обусловленным погрешностями радиозондирования. Во-вторых, в некоторых сравнительно немногочисленных случаях статический контроль, обнаружив ошибку, не может ее однозначно исправить, а может лишь предложить несколько

вариантов исправления. В-третьих, в еще более редких случаях количество возможных вариантов исправления оказывается настолько большим, что целесообразнее забраковать все данные.

Однако возможности статического контроля существенно возрастают если выполнять его в сочетании с контролем горизонтальной согласованности полей геопотенциала и температуры. Не останавливаясь здесь на методике такого контроля, укажем лишь, что в рамках объективного анализа он может производиться на основе интерполяции на каждую станцию с окружающих станций. Сочетание этих двух методов контроля может быть выполнено следующим образом.

Сначала данные всех станций подвергаются статическому контролю в результате которого телеграммы оказываются разделенными на 4 группы:

- 1) правильные;
- 2) однозначно исправленные;
- 3) имеющие несколько вариантов исправления;
- 4) полностью ошибочные.

Полностью ошибочные телеграммы из дальнейшего рассмотрения исключаются. Сведения о них выдаются на печать с целью последующего выяснения и ликвидации причин искажения телеграмм. С этой же целью на печать выдаются также сведения об однозначно исправленных телеграммах. В дальнейшем правильные и однозначно исправленные телеграммы фигурируют на равных правах. В результате получается лишь две группы телеграмм: правильные и имеющие несколько вариантов исправления. Сведения об этих вариантах сохраняются в машине.

Далее выполняется горизонтальный контроль полей геопотенциала и температуры для всех изобарических поверхностей. В результате этого контроля обнаруживаются лишь данные, подозреваемые ошибочными. Они могут оказаться как среди телеграмм, признанных ранее правильными, так и среди тех телеграмм, для которых было выявлено несколько возможных вариантов исправления. Сомнительность телеграмм в свете горизонтального контроля заставляет предполагать ошибку радиозондирования. В этом случае сомнительными для данной станции и данного уровня должны быть и величина геопотенциала, и величина температуры. Существенно также, что если на некотором уровне проявилась неисправность радиозонда, то искажаются также данные выше лежащих уровней. Поэтому и эти данные должны считаться сомнительными в свете горизонтального контроля. Если это действительно так, то сведения с соответствующей станции, начиная с того уровня, где обнаружилась сомнительность, исключаются из дальнейшего рассмотрения и заново выполняется горизонтальный контроль без этих данных. Кроме того, информация об исключении данных выдается на печать.

Может случиться, что таким образом будут забракованы все значения геопотенциала и температуры для некоторой станции, начиная с самой нижней поверхности. В таких случаях следует иметь в виду, что эти данные могли быть верны, но искажен индекс станции, в результате чего место расположения станции опознано неверно.

Если же сомнительные данные не удовлетворяют указанным условиям, т. е. если сомнителен только геопотенциал или только температура, то данные признаются верными и свидетельствующими о наличии больших градиентов температуры или геопотенциала вблизи данной станции. Сведения об этом также выдаются на печать.

Поскольку горизонтальный контроль менее чувствителен к ошибкам чем статический, может случиться, что те данные, для которых

статическим контролем установлено несколько вариантов исправлений, не будут выявлены в числе подозрительных на ошибку при горизонтальном контроле. Поэтому независимо от результатов горизонтального контроля для каждой телеграммы с вариантами исправлений производится анализ того, какой из вариантов исправления приводит к лучшим согласующимся по горизонтали полям. Соответствующие исправления и вносятся, а сведения о них выдаются на печать наряду со сведениями об однозначных исправлениях.

5. После серии опытных подсчетов, показавших целесообразность внедрения статического контроля в оперативную практику прогностических подразделений, этот способ контроля аэрологической информации начал применяться на оперативной основе в расчетной группе Северо-Западного управления гидрометслужбы. Проверке подвергались данные, указанные дежурными синоптиками как сомнительные в свете производимого ими анализа карт. Вычисления производились вручную на основании формул (3) и записывались в табличной форме (табл. 2).

Таблица 2

Форма таблицы для статического контроля аэрологических телеграмм

(1) P	1000	850	700	500	400	300	200	100
(2) $H_{сдв}$								
(3) H								
(4) (2) — (3)								
(5) A	130	155	269	178	230	324	554	
(6) (4) — (5)								
(7) $t_{сдв}$								
(8) t								
(9) (7) + (8)								
(10) B	0,24	0,29	0,49	0,33	0,42	0,59	1,01	
(11) (9) · (10)								
(12) (6) — (11)								

По данным аэрологической телеграммы заполняются строки (3) и 8) табл. 2, причем геопотенциал H всех поверхностей записывается в декаметрах. Затем заполняются строки (2) и (7), в них заносятся те же значения, но сдвинутые на столбец влево. После выполнения всех указанных в таблице действий в строке (12) получаются невязки. Ониравниваются с допустимыми невязками (табл. 1), и в случае надобности вносятся исправления, как это описано в п. 2 и 3.

Использование такого способа статического контроля оказалось полезным. Вместе с тем выяснилось, что этот способ едва ли можно рекомендовать для оперативного применения в мелких подразделениях службы погоды, поскольку вычисления требуют значительного времени — проверка и исправление одной телеграммы занимает около 0 минут. В связи с этим был разработан и опробован специальный планшет-номограмма для статического контроля. В планшете номографированы формулы, получающиеся простым преобразованием формул (3)

$$H_{i+1} - H_i = C_i + B_i \left[(t_i - \tilde{t}) + (t_{i+1} - \tilde{t}) \right], \quad (32)$$

где

$$C_i = A_i + 2B_i \tilde{t},$$

\tilde{t} — некоторая «отсчетная температура» ($\tilde{t} = -90^\circ$), введенная для удобства пользования планшетом.

Идея номографирования состоит в следующем. По оси абсцисс отсчитывается температура, возрастающая от значения \tilde{t} по обе сто-

роны этой оси, причем температура каждой двух соседних изобарических поверхностей берется по разные стороны от значения \bar{t} . По оси ординат отсчитывается геопотенциал, причем шкалы геопотенциала соседних поверхностей сдвинуты по ординате друг относительно друга на величину C_i . Тогда, как видно из (32), при отсутствии невязок пара точек с координатами (H_i, t_i) и (H_{i+1}, t_{i+1}) должна лежать на одной прямой с угловым коэффициентом B_i (или $-B_i$). Соответствующие семейства прямых также нанесены на планшете.

Работа с планшетом сводится к отметке на нем точек H_i, t_i (1, 2,, n) с последующим выяснением, лежит ли каждая пара точек для соседних поверхностей на соответствующей прямой с точностью, определяемой допустимыми невязками. В случае отрицательного ответа необходимы исправления, которые также определяются весьма просто на планшете. В частности, если только одна пара точек не лежит на нужной прямой (ошибка вычисления геопотенциала на станции), то верхняя точка этой пары заменяется точкой, сдвинутой по вертикали так, чтобы она удовлетворяла этому условию; следом за ней так же сдвигаются все точки, соответствующие выше расположенным поверхностям. Если же две соседние пары точек не лежат на нужных прямых (искажение на линиях связи), то общая точка этих пар заменяется точкой пересечения указанных прямых. При этом если новая точка лежит на одной ординате со старой, то получается исправление геопотенциала, а если на одной абсциссе, то исправление температуры.

Для удобства шкалы геопотенциала не помещены на средней вертикали планшета, а разнесены по разные стороны от нее. Также для удобства пользования планшетом различные линии на нем нанесены разными цветами. Схема планшета представлена на рис. 1.

Описанный планшет также испытан в оперативной практике сотрудниками расчетной группы Северо-Западного УГМС. Испытание показало, что применение планшета позволяет существенно снизить время статического контроля. Проверка одной телеграммы занимает от 1 до 4 мин. в зависимости от количества необходимых исправлений. В настоящее время планшет используется в оперативной практике Северо-Западного УГМС.

6. В течение 1961—1962 гг. в расчетной группе выполнялся оперативный статический контроль аэрологических телеграмм, указанных дежурным синоптиком в качестве сомнительных. Сначала контроль производился путем вычислений в форме таблиц (табл. 2). В последнее время контроль выполняется с помощью планшета. Кроме абсолютного геопотенциала, контролировались также сведения по относительному геопотенциалу OT_{1000}^{500} .

В табл. 3 приведены статистические данные о результатах этого контроля.

Анализируя табл. 3, необходимо иметь в виду, что обработанные телеграммы ни в коей мере не представляют собой репрезентативной выборки из всего множества поступающих аэрологических телеграмм. Поскольку проверялись лишь сомнительные телеграммы, очевидно, что процент ошибочных телеграмм среди проверенных значительно выше, чем среди всех поступающих телеграмм. Кроме того, поскольку поля температуры на главных изобарических поверхностях не анализируются, дежурный синоптик уславливал только сомнительность данных о геопотенциале, хотя в некоторых случаях (они входят в группу 3) в действительности ошибочной была температура.

Наконец, следует иметь в виду, что применявшаяся проверка

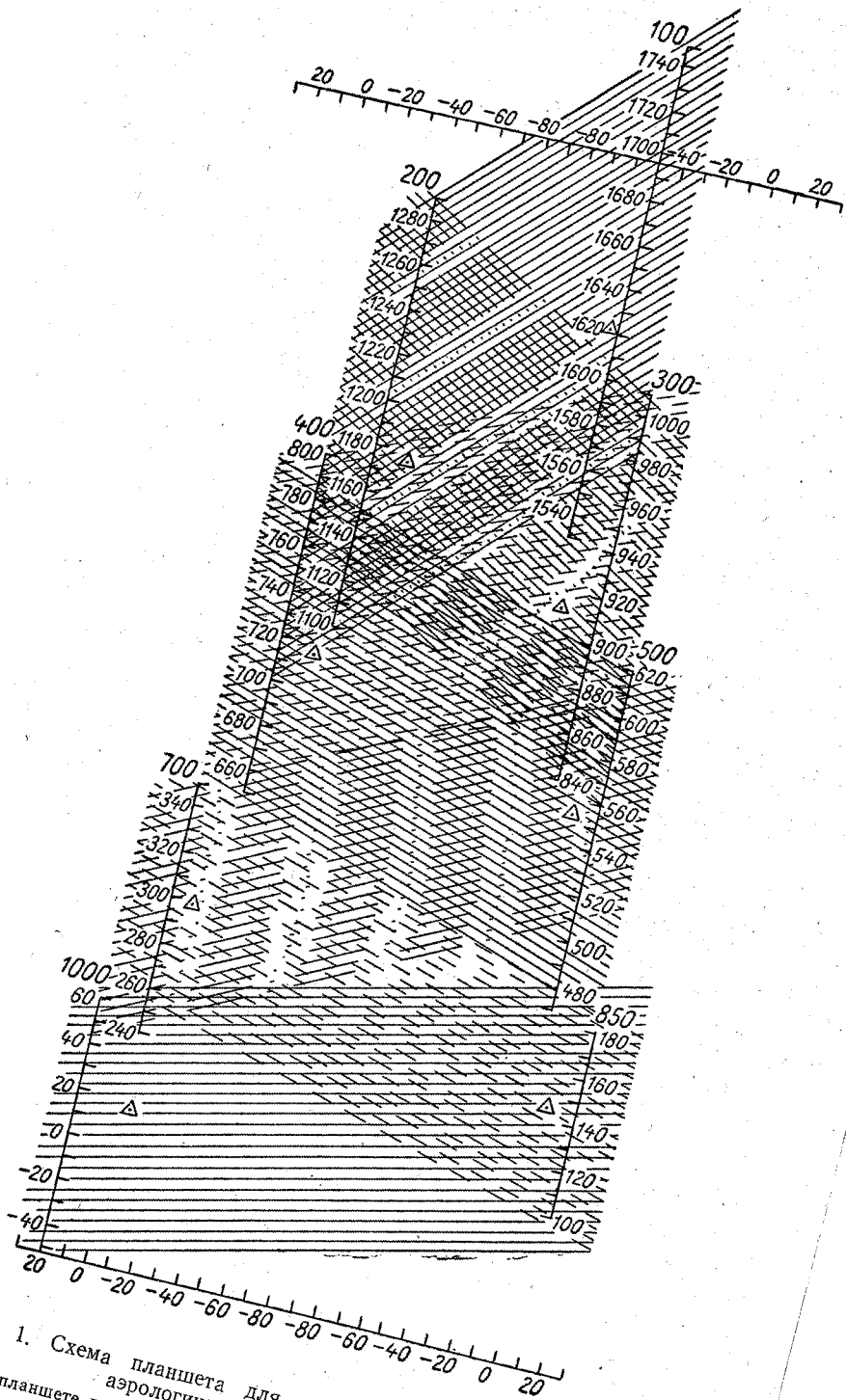


Рис. 1. Схема планшета для статического контроля аэрологических телеграмм. На планшете представлены данные правильной телеграммы.

Результаты оперативного статического контроля аэрологических телеграмм

№ п/п		Количество телеграмм	Проценты
1	Всего проверено	432	100
2	Оказались верны	128	29,6
3	Ошибки на линиях связи	104	24,1
4	Ошибки АТ ₁₀₀₀ и ОТ ₁₀₀₀ ⁵³⁰	65	15,0
5	Ошибки при вычислении <i>H</i> на станциях	53	12,3
6	Ошибки радиозондирования	44	10,2
7	Ошибки при вычислении ОТ ₁₀₀₀ ⁵⁰⁰	21	4,9
8	Нанесены в неправильном месте	16	3,7
9	Полностью искаженная телеграмма	1	0,2

несколько выходила за рамки статического контроля. В тех случаях, когда статический контроль не обнаруживал ошибок, дополнительно выяснялось, нет ли ошибки радиозондирования (т. е. не «выскакивают» ли одновременно и геопотенциал, и температуры) и в правильном ли месте нанесены данные станции. Если бы этого не делалось, то все телеграммы, отнесенные к группам 6 и 8 (табл. 2), считались бы правильными.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что многие сомнительные телеграммы оказались в действительности верными (около 30%). Часто в таких случаях оказывались неправильными данные соседних станций. Это показывает, что при субъективном анализе часто имеет место отбраковка правильных данных, в то время как ошибочные данные оставляются. Тем самым подтверждается необходимость внедрения объективных методов контроля аэрологических телеграмм.

Из всех 304 телеграмм, содержащих ошибки, лишь в 60 (20%), отнесенных к группам 6 и 8, статический контроль не выявил бы ошибок и еще в одной (0,2%) ошибки были бы выявлены, но не исправлены, так что данные этой станции пришлось бы браковать. Во всех остальных случаях ошибки были бы выявлены и исправлены. Таким образом, внедрение автоматического статического контроля в рамках объективного анализа метеорологических полей даже без сочетания с другими методами контроля позволит выявлять и исправлять около 80% всех грубых ошибок. Разумеется, при этом ни в одном случае не будут отбракованы правильные данные.

Существенно отметить также, что искажения на линиях связи (группы 3 и 4) встречаются существенно чаще, чем ошибки, обусловленные просчетами на станциях (группы 5 и 7). В действительности различие между численностью этих групп должно быть еще больше, поскольку сомнительные телеграммы выбирались только по данным о геопотенциале, вследствие чего в данной выборке занижен процент искажений температуры на каналах связи. Поэтому очень важно повысить надежность передачи метеорологических сообщений по каналам связи. В качестве одной из мер в этом направлении можно предложить введение так называемых контрольных цифр [1].

В аэрологических телеграммах в настоящее время отсутствуют данные по температуре поверхности 1000 мб, а часто не приводится и геопотенциал этой поверхности. Поэтому при оперативном контроле приходилось оценивать эти величины по данным о температуре и давлении, снятым с наземных карт. Вместе с тем из табл. 3 видно, что

искажения геопотенциала поверхности 1000 мб (группа 4) встречаются сравнительно часто. Поэтому следует признать обязательной передачу геопотенциала и температуры поверхности 1000 мб в каждой аэрологической телеграмме.

7. Кроме оперативной проверки, был произведен опыт по статическому контролю всех поступающих в Бюро погоды СЗ УГМС аэрологических телеграмм на старом материале. Контроль производился на машине Урал-1 с помощью специальной программы. Поскольку использовались только данные, имеющиеся в аэрологических телеграммах, в качестве нижней изобарической поверхности была принята поверхность 850 мб, а данные для поверхности 1000 мб не учитывались. Всего было проверено 640 телеграмм, относящихся к трем конкретным срокам — 03 часа 16, 18 и 19/IX 1961 г. Часть телеграмм оказалась дублирующей друг друга. Кроме того, во многих случаях, когда станции оказывались в плохо освещенных аэрологической информацией районах, невозможно было оценить по картам барической топографии результаты статического контроля. По этим причинам пришлось исключить из рассмотрения 187 сообщений, так что дальнейшие выводы основаны на материале 453 телеграмм.

Результаты статического контроля на машине подвергались анализу на картах барической топографии, и в тех случаях, когда эти результаты казались неправдоподобными, производился повторный статический контроль вручную. Кроме того, путем совместного анализа полей геопотенциала и температуры разыскивались ошибки радиозондирования. В результате этих мер удалось с большой степенью достоверности установить характер и величину всех содержащихся в телеграммах ошибок.

В табл. 4 приведены статистические данные о результатах этого контроля.

Прежде всего обращает на себя внимание весьма высокий процент грубых ошибок в аэрологических телеграммах (24%). Если не применять никаких объективных способов контроля, то иногда будет невозможно обнаружить и лишь в редких случаях удастся исправить эти ошибки. Так, около 25% ошибок в величинах геопотенциала не превосходят 10 дкм; обнаружить такие ошибки в районах с редкой сетью станций трудно. Около 10% ошибок геопотенциала составляют не более 5 дкм; такие ошибки трудно распознать и в районах с густой сетью.

Что касается исправлений, то они возможны главным образом в тех случаях, когда ошибка кратна 10, а процент таких ошибок не превышает 20. Таким образом, при отсутствии объективного контроля аэрологических телеграмм примерно около 5% всех телеграмм удается исправить при субъективном анализе карт, около 13% телеграмм содержат данные, выбраковываемые синоптиком, вместо того, чтобы быть исправленными, и около 6% содержат данные, ошибочность которых не замечается при визуальном анализе карт. Кроме того, как указывалось выше, нередко при таком анализе бракуются правильные данные.

Возвращаясь к табл. 4, можно видеть далее, что из 109 телеграмм, в которых имеются ошибки, 101 телеграмма искажена по одной из причин, лишь 8 — по двум однородным или разным причинам и ни одна телеграмма не искажена под действием трех или более причин. Отсюда следует, что случаи многократных ошибок, представляющие затруднения для автоматического исправления, будут встречаться весьма редко, значительно чаще ошибку можно будет не только обнаружить с помощью машины, но и исправить.

Как видно из табл. 4, основным источником ошибок являются иска-

№ п/п	Вид грубой ошибки	Количество		В процентах к общему количеству	
		телеграмм	ошибок	телеграмм	ошибок
1	Искажение геопотенциала на линиях связи	51	62	11,1	53
2	Искажение температуры на линиях связи	10	19	3,5	16
3	Ошибка вычисления геопотенциала на станции	14	15	3,1	13
4	Ошибка радиозондирования	20	21	4,4	18
5	Искажение двух значений геопотенциала на линиях связи	4		0,9	
6	Искажение на линиях связи одного значения геопотенциала и одного значения температуры	2		0,4	
7	Ошибка вычисления геопотенциала на станции и искажение геопотенциала на линиях связи	1		0,2	
8	Ошибка радиозондирования и искажение температуры на линиях связи	1		0,2	
	Сумма	109	117	24,0	100

жения значений геопотенциала на линиях связи. Ошибки, обусловленные другими причинами, встречаются примерно одинаково часто, при чем суммарная повторяемость их даже несколько ниже, чем искажений геопотенциала на каналах связи.

Особенно интересно, что искажения температуры на линиях связи встречаются значительно реже, нежели искажения геопотенциала хотя, казалось бы, искажения на каналах связи должны быть одинаковыми по отношению ко всем элементам.

Одна из причин этого заключается в том, что геопотенциал кодируется тремя цифрами, а температура — двумя (если не считать цифры содержащие малосущественную информацию о десятых долях градуса температуры). Если принять весьма правдоподобную гипотезу, что искажения всех цифр телеграммы равновероятны и статистически независимы, то получится, что искажения геопотенциала должны встречаться в 1,5 раза чаще, чем температуры.

Однако при статическом контроле обнаруживаются не все ошибки а лишь грубые, применительно же к грубым ошибкам указанное соотношение увеличивается в пользу геопотенциала. Так, если принять, что удастся обнаружить ошибку лишь в первых двух цифрах геопотенциала и в первой цифре температуры, то соотношение получается не 1,5, а 2,0. Истинное значение соотношения повторяемости ошибок должно быть очевидно, промежуточным между этими двумя величинами.

Заметим в этой связи, что употребление трех цифр для кодирования геопотенциала не неизбежно, а является следствием недостаточно удачного способа кодирования этого элемента. Так, например, первая цифра в коде геопотенциала поверхности 500 мб почти всегда есть 5, поверхности 400 мб — 7, поверхности 300 мб — 9. Следовательно, первая цифра не несет почти никакой информации, а искажаться она может наравн

с другими цифрами. Этого можно было бы избежать, если отсчитывать геопотенциальные высоты не от нуля (а для поверхностей 200 и 100 мб не от 1000 дкм), а от более разумным образом выбранных нижних пределов или средних значений. Разумеется, этот вопрос может решаться лишь в плане общего усовершенствования существующих аэрологических кодов.

Вместе с тем очевидно, что только одной указанной причиной нельзя объяснить того, что искажения геопотенциала на каналах связи встречаются более чем втрое чаще, чем искажения температуры. Поэтому остается предположить, что существенная доля искажений вносится при кодировании аэрологической информации и притом значительно чаще при кодировании геопотенциала, чем температуры. Разумеется, после внедрения систем автоматической обработки и кодирования данных радиозондирования можно рассчитывать на полное исключение этого источника ошибок. То же можно сказать и об ошибках вычисления геопотенциала на станциях.

Ошибки радиозондирования встречаются в сравнительно небольшом числе случаев — в 13% общего числа ошибок. Однако эти ошибки весьма неприятны, так как их не удастся исправлять, и приходится поэтому исключать такие данные. Поскольку зондирование часто оказывается ошибочным не целиком, а лишь начиная с некоторого уровня, в результате исключения таких данных будет теряться сравнительно небольшая часть общего объема информации. Но потеря информации относится больше к высоким уровням, где вообще плотность информации меньше, кроме того, потеря информации особенно нежелательна в районах с редкой сетью станций. Вместе с тем в таких районах весьма ограничены возможности выявления ошибок радиозондирования, поскольку чувствительность горизонтального контроля тем меньше, чем реже сеть станций.

Возможности обнаружения ошибок радиозондирования существенно возрастут после того, как геопотенциальные высоты изобарических поверхностей будут не вычисляться из уравнения статики, а определяться независимым путем, скажем, путем радиолокационного определения наклонной дальности радиозонда.

Вместе с тем, поскольку процент ошибок радиозондирования невелик, можно на основании табл. 4 утверждать, что в результате оперативного внедрения только статического контроля телеграмм с помощью вычислительной машины удастся обнаружить и исправить более 80% всех содержащихся в телеграммах грубых ошибок. Этот вывод полностью совпадает с заключением, высказанным выше. Он показывает, что внедрение статического контроля позволит существенно повысить качество исходной информации для объективного анализа и численного прогноза метеорологических полей.

ЛИТЕРАТУРА

- Г ан д и н Л. С. Расчетные методы анализа карт. Тр. ГГО, вып. 99, 1959.
- Р у б ц о в И. В. Автоматическая подготовка исходных данных для численного анализа и прогноза погоды. Тр. ГГО, вып. 124, 1962.

МНОГОУРОВЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ПОЛЯ ГЕОПОТЕНЦИАЛА, ОСНОВАННАЯ НА МАЛОМ ЧИСЛЕ ПАРАМЕТРОВ

Рассматривается двухпараметрическая модель прогноза геопотенциала шести изобарических поверхностей 1000, 850, 700, 500, 300 и 200 мб.

1. Один из наиболее употребительных приемов упрощения уравнений, применяемых в численных методах прогноза, основан на использовании особенностей вертикальной структуры метеоэлементов.

В ряде работ для этой цели принималась априорная стилизация вертикальных профилей метеоэлементов. В качестве примера укажем на политропную, эквивалентно-баротропную, ряд $2^{1/2}$ -мерных моделей и т. д.

Чтобы точнее учесть особенности вертикального распределения метеоэлементов, в некоторых работах принималась стилизация вертикальных профилей, допускавшая эмпирическое определение параметров (функций) моделей.

Так, в термотропной модели функция, описывающая распределение по вертикали горизонтальных градиентов температуры, может определяться эмпирически, например, по начальному распределению температуры.

Проведенный статистический анализ погрешностей перечисленных выше моделей показал преимущества использования оптимальных функций, предложенных для описания вертикальных профилей метеоэлементов А. М. Обуховым [5]. Статистическая устойчивость этих функций и их универсальность для ряда метеоэлементов были показаны в работе [7].

2. В качестве прогностических уравнений рассмотрим уравнение вихря и уравнение притока тепла в квазигеострофическом приближении

$$\Delta q + \frac{1}{l} J(\Phi, \Delta\Phi + \frac{l^2}{2}) = l^2 \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \zeta}; \quad (1)$$

$$\zeta \frac{\partial q}{\partial \zeta} + \frac{1}{l} J(\Phi, \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}) + \frac{d^2 l^2}{\zeta} \tilde{w} = 0. \quad (2)$$

Здесь

$$\tilde{w} = \frac{d\zeta}{dt}$$

— аналог вертикальной скорости в изобарической системе координат,

$$q = \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad \zeta = \frac{p}{P_0}$$

— приведенное давление,

$$d^2 = \frac{(\gamma_a - \gamma) R^2 T}{g l^2}$$

— параметр устойчивости,

$$A_{\zeta} = \frac{1}{l^2} J \left(\Phi, \Delta \Phi + \frac{l^2}{2} \right)$$

— адвекция вихря,

$$A_{\tau} = -\frac{1}{l} J(\Phi, T) = \frac{1}{Rl} J \left(\Phi, \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right)$$

— адвекция тепла,

$$J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

γ_a — адиабатический градиент температуры, γ — истинный градиент температуры, T — абсолютная температура, R — удельная газовая постоянная воздуха, l — параметр Кориолиса, g — ускорение силы тяжести.

Выпишем граничные условия:

$$\tilde{w} = 0 \quad \text{при} \quad \zeta = 0; \quad (3)$$

$$\tilde{w} = \frac{\rho}{P_0} q - \frac{g\rho}{P_0} \omega_{\text{погр}} \quad \text{при} \quad \zeta = 1 - \delta, \quad (4)$$

где δ — толщина пограничного слоя, ρ — плотность воздуха, $\omega_{\text{погр}}$ — вертикальная скорость на верхней границе пограничного слоя.

Для замены производных по вертикали конечными разностями выедем равноотстоящие узлы с шагом $\Delta\zeta = 0,075$: $\zeta_1 = 0$; $\zeta_2 = 0,075$; $\zeta_3 = 0,15$; $\zeta_4 = 0,225$; ..., $\zeta_{12} = 0,9$; $\zeta_{13} = 0,975$.

Граничное условие (4) будем записывать на уровне $\zeta_{13} = 0,975$.

Воспользовавшись данными Лондона [11] о вертикальном распределении температуры для зимних условий, можно приближенно стилизовать вертикальный профиль параметра устойчивости d^2 следующим образом:

$$\begin{aligned} d_1^2 &= 1,3 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \quad \text{при} \quad 0,075 < \zeta < 0,225, \\ d_2^2 &= 0,8 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \quad \text{при} \quad 0,225 < \zeta < 0,375, \\ d_3^2 &= 0,5 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \quad \text{при} \quad 0,375 < \zeta < 0,525, \\ d_4^2 &= 0,6 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \quad \text{при} \quad 0,525 < \zeta < 0,675, \\ d_5^2 &= 0,8 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \quad \text{при} \quad 0,675 < \zeta < 0,825, \\ d_6^2 &= 1,3 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \quad \text{при} \quad 0,825 < \zeta < 0,975. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, один из коэффициентов системы, подлежащей интегрированию, задан в виде разрывной функции.

Будем решать многослойную задачу с границами слоев, совпадающими с поверхностями разрывов коэффициентов.

Для многослойной задачи решения в смежных слоях должны быть склеены на границе раздела.

Вопрос об условиях склейки на поверхности слабого разрыва в атмосфере рассматривался в работах [2] и [6]. Было показано, что в случае, когда поверхность разрыва совпадает с некоторой изобарической поверхностью, в качестве условий склейки можно выбрать, например, следующие:

$$[q] = 0;$$

$$[\tilde{\omega}] = 0.$$

Здесь $[f]$ означает скачок функции f при переходе через поверхность разрыва.

Будем считать, что границу между тропосферой и стратосферой можно стилизовать в виде поверхности, на которой претерпевает разрыв вертикальный градиент температуры, а с ним и величина d^2 . Таким образом, тропопаузу будем считать поверхностью слабого разрыва.

Как известно, тропопауза может иметь значительный наклон по отношению к изобарическим поверхностям. В работе [6] было показано, что влияние наклона тропопаузы на изменение поля давления очень мало и в задаче прогноза тропопауза может считаться совпадающей с некоторой изобарической поверхностью. Обычно принимают, что тропопауза совпадает с поверхностью 225 мб.

Заменим производные по ζ центральными разностями. Уравнение (1) запишем для ζ_i с четным индексом, уравнение (2) — для ζ_i с нечетным индексом.

Уравнение (1), таким образом, записывается на поверхностях разрыва. Убедимся в том, что все члены уравнения (1) не претерпевают разрыв при переходе через эти поверхности.

Очевидно, что для рассматриваемых поверхностей слабого разрыва выполняются соотношения:

$$[\Phi] = 0,$$

$$[T] = 0.$$

Дифференцируя (6) по s ($s = x, y, t$) вдоль поверхности разрыва получим

$$\left[\frac{\partial \Phi}{\partial s} \right] + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta_i} \right] \frac{\partial \zeta_i}{\partial s} = 0.$$

Используем уравнение статики

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} = - \frac{R}{\zeta} T$$

и условие (7). Тогда

$$\left[\frac{\partial \Phi}{\partial s} \right] = 0.$$

Дифференцируем теперь (8) по s_1 ($s_1 = x, y$) вдоль поверхности разрыва

$$\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial s \partial s_1} \right] + \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial s \partial \zeta_i} \right] \frac{\partial \zeta_i}{\partial s_1} = 0.$$

Для поверхности разрыва, совпадающей с некоторой изобарической поверхностью $\zeta = \text{const}$, будем иметь

$$\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial s \partial s_1} \right] = 0. \quad (10)$$

Аналогично можно показать, что и третьи производные не претерпевают разрыв.

Отсюда вытекает непрерывность каждого члена левой части (1). о тогда должна быть непрерывна и правая часть этого уравнения.

3. Учитывая эти результаты и заменяя производные по вертикали конечными разностями, получим:

$$\begin{aligned} \Delta q(0,075) - \frac{l^2}{0,15} [\tilde{w}(0,15) - \tilde{w}(0)] &= -IA_z(0,075); \\ \frac{d_1^2 l^2}{0,15} \tilde{w}(0,15) + [q(0,225) - q(0,075)] &= -RA_r(0,15); \\ \Delta q(0,225) - \frac{l^2}{0,15} [\tilde{w}(0,3) - \tilde{w}(0,15)] &= -IA_z(0,225); \\ \frac{d_2^2 l^2}{0,3} \tilde{w}(0,3) + 2[q(0,375) - q(0,225)] &= -RA_r(0,3); \\ \Delta q(0,375) - \frac{l^2}{0,15} [\tilde{w}(0,45) - \tilde{w}(0,3)] &= -IA_z(0,375); \\ \frac{d_3^2 l^2}{0,45} \tilde{w}(0,45) + 3[q(0,525) - q(0,375)] &= -RA_r(0,45); \\ \Delta q(0,525) - \frac{l^2}{0,15} [\tilde{w}(0,6) - \tilde{w}(0,45)] &= -IA_z(0,525); \quad (11) \\ \frac{d_4^2 l^2}{0,6} \tilde{w}(0,6) + 4[q(0,675) - q(0,525)] &= -RA_r(0,6); \\ \Delta q(0,675) - \frac{l^2}{0,15} [\tilde{w}(0,75) - \tilde{w}(0,6)] &= -IA_z(0,675); \\ \frac{d_5^2 l^2}{0,75} \tilde{w}(0,75) + 5[q(0,825) - q(0,675)] &= -RA_r(0,75); \\ \Delta q(0,825) - \frac{l^2}{0,15} [\tilde{w}(0,9) - \tilde{w}(0,75)] &= -IA_z(0,825); \\ \frac{d_6^2 l^2}{0,9} \tilde{w}(0,9) + 6[q(0,975) - q(0,825)] &= -RA_r(0,9); \\ \int_{0,9}^{0,975} \Delta q d\zeta - l^2 [\tilde{w}(0,975) - \tilde{w}(0,9)] &= -l \int_{0,9}^{0,975} A_z d\zeta. \end{aligned}$$

Последнее соотношение в (11) получено путем интегрирования уравнения вихря (1) в слое от $\zeta=0,9$ до $\zeta=0,975$. Это позволяет избежать применения односторонних разностей при замене $\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \zeta}$. Использование односторонних разностей, особенно вблизи поверхности земли, нежелательно.

После исключения \tilde{w} и использования (3) и (4) получим [вводя обозначения: $q(0,075) = q_1 \dots q(0,975) = q_7$]:

$$\begin{aligned} \Delta q_1 + \frac{1}{d_1^2} (q_2 - q_1) &= -\frac{1}{d_1^2} RA_T(0,15) - LA_Q(0,075) \equiv J_1, \\ \Delta q_2 + \frac{4}{d_2^2} (q_3 - q_2) - \frac{1}{d_1^2} (q_2 - q_1) &= -\frac{2}{d_2^2} RA_T(0,3) + \\ &+ \frac{1}{d_1^2} RA_T(0,15) - LA_Q(0,225) \equiv J_2, \\ \Delta q_3 + \frac{9}{d_3^2} (q_4 - q_3) - \frac{4}{d_2^2} (q_3 - q_2) &= -\frac{3}{d_3^2} RA_T(0,45) + \\ &+ \frac{2}{d_2^2} RA_T(0,3) - LA_Q(0,375) \equiv J_3, \\ \Delta q_4 + \frac{16}{d_4^2} (q_5 - q_4) - \frac{9}{d_3^2} (q_4 - q_3) &= -\frac{4}{d_4^2} RA_T(0,6) + \\ &+ \frac{3}{d_3^2} RA_T(0,45) - LA_Q(0,525) \equiv J_4, \\ \Delta q_5 + \frac{25}{d_5^2} (q_6 - q_5) - \frac{16}{d_4^2} (q_5 - q_4) &= -\frac{5}{d_5^2} RA_T(0,75) + \\ &+ \frac{4}{d_4^2} RA_T(0,6) - LA_Q(0,675) \equiv J_5, \\ \Delta q_6 + \frac{36}{d_6^2} (q_7 - q_6) - \frac{25}{d_5^2} (q_6 - q_5) &= -\frac{6}{d_6^2} RA_T(0,9) + \\ &+ \frac{5}{d_5^2} RA_T(0,75) - LA_Q(0,825) \equiv J_6, \\ \Delta q_7 + \frac{1}{3} \Delta q_6 - \frac{8l^2 q_7}{450} - \frac{96}{d_6^2} (q_7 - q_6) &= \frac{16}{d_6^2} RA_T(0,9) - \frac{8l^2 g_{\text{пр}} w_{\text{пор}}}{450} - \\ &- l \left[A_Q(0,975) + \frac{1}{3} A_Q(0,825) \right] \equiv J_7. \end{aligned}$$

При получении последнего уравнения было использовано следующее приближенное соотношение:

$$\int_{0,9}^{0,975} f d\zeta \approx 0,075 \cdot \frac{1}{3} [f(0,975) + f(0,9)] \approx 0,0375 \left[f(0,975) + \frac{f(0,825) + f(0,975)}{2} \right] = \frac{3}{2} \cdot 0,0375 \left[f(0,975) + \frac{1}{3} f(0,825) \right].$$

Заменим в последнем уравнении Δq_6 из предпоследнего. Тогда получим:

$$\begin{aligned} \Delta q_1 - a_{11} q_1 + a_{12} q_2 &= J_1, \\ \Delta q_2 + a_{21} q_1 - a_{22} q_2 + a_{23} q_3 &= J_2, \\ \Delta q_3 + a_{32} q_2 - a_{33} q_3 + a_{34} q_4 &= J_3, \\ \Delta q_4 + a_{43} q_3 - a_{44} q_4 + a_{45} q_5 &= J_4, \\ \Delta q_5 + a_{54} q_4 - a_{55} q_5 + a_{56} q_6 &= J_5, \\ \Delta q_6 + a_{65} q_5 - a_{66} q_6 + a_{67} q_7 &= J_6, \\ \Delta q_7 + a_{75} q_5 + a_{76} q_6 - a_{77} q_7 &= J_7 - \frac{1}{3} J_6. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned}
 a_{11} = a_{12} = a_{21} &= \frac{1}{d_1^2}; & a_{22} &= \frac{1}{d_1^2} + \frac{4}{d_2^2}; \\
 a_{23} = a_{32} &= \frac{4}{d_2^2}; & a_{33} &= \frac{4}{d_2^2} + \frac{9}{d_3^2}; \\
 a_{34} = a_{43} &= \frac{9}{d_2^2}; & a_{44} &= \frac{9}{d_3^2} + \frac{16}{d_4^2}; \\
 a_{45} = a_{54} &= \frac{16}{d_4^2}; & a_{55} &= \frac{16}{d_4^2} + \frac{25}{d_5^2}; \\
 a_{56} = a_{65} &= \frac{25}{d_5^2}; & a_{66} &= \frac{25}{d_5^2} + \frac{36}{d_6^2}; \\
 a_{67} &= \frac{36}{d_6^2}; & a_{75} &= -\frac{25}{3d_5^2} = -\frac{1}{3} a_{56}; \\
 a_{76} &= \frac{25}{3d_5^2} + \frac{108}{d_6^2}; & a_{77} &= \frac{108}{d_6^2} + \frac{8l^2\rho}{450}.
 \end{aligned}$$

4. С помощью метода канонизации система (12) может быть сведена семи уравнениям, каждое из которых содержит лишь одну неизвестную функцию.

В применении к прогностическим уравнениям этот метод использовался в работах С. В. Немчинова [3], Б. Е. Шнеерова [8], Чарни и Филпса [9].

Умножим каждое из уравнений (12) на некоторый множитель x_i и сложим полученные равенства:

$$\begin{aligned}
 \Delta \sum_{i=1}^7 q_i x_i + (-a_{11}x_1 + a_{21}x_2)q_1 + (a_{12}x_1 - a_{22}x_2 + a_{32}x_3)q_2 + \\
 + (a_{23}x_2 - a_{33}x_3 + a_{43}x_4)q_3 + (a_{34}x_3 - a_{44}x_4 + a_{54}x_5)q_4 + \\
 + (a_{45}x_4 - a_{55}x_5 + a_{65}x_6 + a_{75}x_7)q_5 + (a_{56}x_5 - a_{66}x_6 + a_{76}x_7)q_6 + \\
 + (a_{67}x_6 - a_{77}x_7)q_7 = \sum_{i=1}^7 J_i x_i - \frac{1}{3} J_6 x_7.
 \end{aligned}$$

Положим

$$a_{i-1, i} x_{i-1} - a_{ii} x_i + a_{i+1, i} x_{i+1} = \lambda x_i \quad (i=1, 2, \dots, 7). \quad (13)$$

Таким образом, для определения x_i имеем систему однородных уравнений, для существования нетривиальных решений которой необходимо, чтобы определитель коэффициентов равнялся нулю:

$$= \begin{vmatrix}
 -a_{11} - \lambda; & a_{21}; & 0; & 0; & 0; & 0; & 0 \\
 a_{12}; & -a_{22} - \lambda; & a_{32}; & 0; & 0; & 0; & 0 \\
 0; & a_{23}; & -a_{33} - \lambda; & a_{43}; & 0; & 0; & 0 \\
 0; & 0; & a_{34}; & -a_{44} - \lambda; & a_{54}; & 0; & 0 \\
 0; & 0; & 0; & a_{45}; & -a_{55} - \lambda; & a_{65}; & a_{75} \\
 0; & 0; & 0; & 0; & a_{56}; & -a_{66} - \lambda; & a_{76} \\
 0; & 0; & 0; & 0; & 0; & a_{67}; & -a_{77} - \lambda
 \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) позволяет определить семь значений λ — собственных чисел матрицы коэффициентов системы (12). Значения x_1, x_2, \dots, x_7 определяются из системы (13) как составляющие собственного вектора матрицы, транспонированной по отношению к матрице коэффициентов системы (12). Впрочем, система (13) представляет собой цепочку рекуррентных соотношений, позволяющих определить последовательно значения x_1, x_2, \dots, x_7 , задавшись одним из них произвольно (так как определитель однородной системы равен нулю).

Приведем определитель Δ к симметричному виду с помощью преобразований, не меняющих значений λ . Элементы определителя Δ , нарушающие симметричность, выделены.

Учитывая, что $a_{75} = -\frac{1}{3} a_{65}$, умножим шестой столбец определителя на $\frac{1}{3}$ и сложим с седьмым. После этого умножаем последнюю строку получившегося определителя на $\frac{1}{3}$ и вычитаем из предпоследней. В результате получим:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -a_{11} - \lambda; & a_{21}; & 0; & 0; & 0; & 0; & 0 \\ a_{12}; & -a_{22} - \lambda; & a_{32}; & 0; & 0; & 0; & 0 \\ 0; & a_{23}; & -a_{33} - \lambda; & a_{43}; & 0; & 0; & 0 \\ 0; & 0; & a_{34}; & -a_{44} - \lambda; & a_{54}; & 0; & 0 \\ 0; & 0; & 0; & a_{45}; & -a_{55} - \lambda; & a_{65}; & 0 \\ 0; & 0; & 0; & 0; & a_{56}; & -a_{66} - \frac{1}{3}a_{67} - \lambda; & a'_{76} \\ 0; & 0; & 0; & 0; & 0; & a_{67}; & \frac{1}{3}a_{67} - a_{77} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$a'_{76} = -\frac{1}{3} a_{66} + a_{76} - \frac{1}{9} a_{67} + \frac{1}{3} a_{77}.$$

Умножим последнюю строку в (15) на $\sqrt{\frac{a'_{76}}{a_{67}}}$, последний же столбец разделим на эту же величину. От этой операции изменятся лишь элементы a_{67} и a'_{76} . В результате определитель (15) станет симметричным, так как каждый из этих элементов заменится величиной $a'_{67} = \sqrt{a'_{76} a_{67}}$.

Таким образом, λ_i определяются как собственные числа симметричной матрицы. Но тогда, как известно, все λ_i вещественны. Можно показать, что если параметр устойчивости положителен, то все λ_i отрицательны [3].

5. Для значений параметра устойчивости, принятых согласно рисункам (5), получаем следующие значения собственных чисел:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0,161 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}; \\ \lambda_2 &= -0,856 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}; \\ \lambda_3 &= -5,251 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}; \\ \lambda_4 &= -16,217 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}; \\ \lambda_5 &= -41,937 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}; \\ \lambda_6 &= -80,402 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}; \\ \lambda_7 &= -132,585 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}. \end{aligned} \quad (1)$$

С помощью (13) для каждого λ_i находим с точностью до постоянного множителя составляющие собственного вектора

$$x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{i7}.$$

Значения составляющих собственных векторов приведены в табл. 1.

Таблица 1

k	x_{1k}	x_{2k}	x_{3k}	x_{4k}	x_{5k}	x_{6k}	x_{7k}	Уровни, мб
7	0,125	-0,095	0,129	0,193	-0,208	-0,227	-0,461	975
6	0,389	-0,291	0,379	0,488	-0,334	-0,049	0,769	825
5	0,358	-0,257	0,264	0,091	0,443	0,712	-0,435	675
4	0,368	-0,248	0,127	-0,354	0,576	-0,632	0,136	525
3	0,380	-0,223	-0,111	-0,695	-0,569	0,199	-0,023	375
2	0,409	-0,094	-0,854	0,334	0,078	-0,014	0,001	225
1	0,517	0,846	0,146	-0,016	-0,001	-0,000	-0,000	75

Обозначим $X_i = \sum_{k=1}^7 x_{ik} q_k$. Будем называть величины X_i динамическими векторами.

Из (12) и (13) следует, что для определения X_i имеем уравнения типа Гельмгольца:

$$\Delta X_i + \lambda_i X_i = F_i \quad (i=1, 2, \dots, 7), \quad (17)$$

$$F_i = \sum_{k=1}^7 J_k x_{ik} - \frac{1}{3} J_6 x_{7k}. \quad (18)$$

Если решать уравнение (17) на бесконечной плоскости, то, как известно, функцией влияния (удовлетворяющей условию ограниченности на бесконечности) является функция Макдональда $K_0(\sqrt{-\lambda_i} r)$, затухающая с увеличением r (все $\lambda_i < 0$).

Величина $\sqrt{-\lambda_i}$ определяет характерный масштаб L_i области влияния правой части (17)

$$L_i = \frac{1}{\sqrt{-\lambda_i}}.$$

А. М. Обухов [4] для осредненных по высоте движений получил уравнение типа Гельмгольца, для которого характерный масштаб области озмущений L оказался равным примерно 2200—2500 км для средних широт. Определяя характерный масштаб, соответствующий λ_1 , получим

$$L_1 = \frac{1}{\sqrt{-\lambda_1}} = 2500 \text{ км.}$$

Близость L_1 к величине параметра Обухова может быть объяснена тем, что первый динамический вектор приближенно представляет собой изменение геопотенциала, осредненного по высоте.

Какова область влияния для других динамических векторов? Вычисления дают:

$$L_2 = 1100 \text{ км; } L_3 = 440 \text{ км; } L_4 = 250 \text{ км;}$$

$$L_5 = 150 \text{ км; } L_6 = 110 \text{ км; } L_7 = 90 \text{ км.}$$

Эти результаты показывают, что различные динамические векторы описывают процессы существенно различных масштабов. Последнее обстоятельство позволяет предположить, что вклад отдельных динамиче-

ских векторов в решение задачи должен быть различен. Ниже мы вернемся к этому вопросу.

Представляет интерес выяснить, влияет ли на приводимые здесь результаты выбор той или иной стилизации вертикального профиля: температуры и числа слоев.

С. В. Немчинов [3] рассмотрел задачу прогноза высот двух изобарических поверхностей (300 и 700 мб). В этом случае λ_i являются собственными числами матрицы 2-го порядка. Первое собственное число $\lambda_1 = -0,12 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2}$. Тогда $L_1 \approx 2900 \text{ км}$.

Таким образом, изменение числа слоев, а вместе с этим и значения параметра устойчивости, характеризующего стратификацию атмосферы мало меняет по крайней мере первые собственные числа матрицы.

6. Для оценки вклада, вносимого в решение отдельными динамическими векторами, привлечем в рассмотрение статистически оптимальные функции вертикальных распределений метеоэлементов [5].

Пусть функция $q(x, y, \zeta, t)$ расположена в ряд по оптимальным функциям $\varphi_i(\zeta)$

$$q(x, y, \zeta, t) = \sum_{i=1}^n a_i(x, y, t) \varphi_i(\zeta).$$

Коэффициенты разложения

$$a_i(x, y, t) = \sum_{k=1}^n \varphi_i(\zeta_k) q(x, y, \zeta_k, t)$$

будем называть статистическими векторами.

Для возможности сопоставления динамических векторов со статистическими нужно иметь значения функций $\varphi_i(\zeta)$ для уровней ζ_k , указанных в табл. 1.

Для построения функций $\varphi_i(\zeta)$ мы воспользовались данными работ Чарльза [10], где приводятся значения межуровневых коэффициентов корреляции составляющих скорости ветра. При этом мы опирались на показанную в [7] универсальность функций $\varphi_i(\zeta)$ для составляющих скорости ветра и изменений геопотенциала.

В табл. 2 приводятся значения оптимальных функций (собственных векторов) и собственных чисел меридиональной составляющей скорости ветра (зима, 40—50° с. ш.), соответствующих уровням $\zeta = 0,95; 0,85; 0,75; 0,65; 0,5; 0,4; 0,2; 0,08$.

В нижней строке таблицы приведены величины

$$d_i = \frac{\sum_{k=1}^i \lambda_k}{\sum_{k=1}^7 \lambda_k} \quad (i = 1, 2, \dots, 7)$$

— относительные дисперсии, описываемые суммой одного, двух и т. д. слагаемых в разложении составляющей скорости ветра по оптимальным функциям [5].

Сопоставим динамические векторы со статистическими с целью определения аналогичных пар. Для этой цели будем рассматривать векторы X_i и a_j как семимерные векторы с координатами $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i7}$ $\varphi_j(0,95), \varphi_j(0,85), \dots, \varphi_j(0,08)$ в соответствующем пространстве. Тогда

Близость пары векторов X_i и a_j можно определять по величине угла между ними:

$$\cos \gamma_{ij} = \sum_{k=1}^7 X_{ik} \varphi_{jk}$$

векторы нормированы),

де

$$\varphi_{j1} = \varphi_j(0,08), \dots, \varphi_{j7}(0,95).$$

В табл. 3 приводятся значения $\cos \gamma_{ij}$. Максимальные значения для каждой графы (строки) выделены. Как видно из этих результатов, статистическим векторам $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ могут соответствовать динамические векторы $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$. (При сопоставлении этих векторов следует учитывать, что статистические и динамические векторы относятся хотя и к близким, но все же к различным уровням.)

Таблица 2

Собственные числа λ_i и собственные функции φ_i меридиональной составляющей скорости ветра (зима, 40–50° с. ш.)

Уровни, мб	<i>i</i>						
	1	2	3	4	5	6	7
	Собственные числа λ_i						
	701,46	100,49	58,58	27,74	19,46	15,09	10,96

	Собственные функции σ_i						
950	0,007	0,342	0,267	-0,083	-0,318	-0,470	-0,695
850	0,170	0,535	0,417	0,008	-0,297	-0,098	0,642
700	0,274	0,409	0,273	0,025	0,423	0,644	0,296
500	0,476	0,192	-0,317	0,106	0,580	-0,526	0,107
400	0,596	0,045	-0,531	-0,035	-0,533	0,269	-0,056
200	0,531	-0,575	0,504	-0,356	0,028	-0,070	0,017
80	0,166	-0,245	0,208	0,927	-0,096	0,010	-0,030
d_i %	75,0	85,7	92,1	95,0	97,2	98,8	100

Таблица 3

Значения косинусов углов между динамическими X_i и статистическими a_i векторами

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
X_1	0,870	0,123	0,181	0,361	-0,031	0,019	0,278
X_2	-0,281	-0,504	0,109	0,798	-0,101	-0,007	-0,238
X_3	-0,297	0,830	-0,117	0,456	0,053	0,035	0,233
X_4	-0,299	0,077	0,926	-0,157	0,008	-0,104	0,213
X_5	0,039	-0,028	0,085	0,078	0,992	0,260	0,156
X_6	-0,004	0,083	0,201	-0,033	-0,085	0,957	0,258
X_7	0,060	0,100	0,048	0,048	-0,175	-0,217	0,701

Близость динамических векторов к соответствующим статистическим позволяет оценить вклад в решение каждого динамического вектора.

Действительно, из табл. 2 следует, что на векторы $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ приходится соответственно 75,0, 10,7, 6,4, 2,9, 2,2, 1,6 и 1,2% сум-

марной дисперсии. Таким образом, первые два вектора описывают уже 85,7% дисперсии.

В связи с этим ограничимся рассмотрением двух динамических векторов X_1 и X_3 , соответствующих главным статистическим векторам a_1 и a_2 .

7. Таким образом, задача сводится к интегрированию двух уравнений типа Гельмгольца:

$$\Delta X_1 - 0,161 \cdot 10^{-12} X_1 = F_1; \quad (1)$$

$$\Delta X_3 - 5,251 \cdot 10^{-12} X_3 = F_3. \quad (2)$$

Эта система позволяет определить динамические векторы X_1 и X_3

$$X_1 = \sum_k x_{1k} q'_k; \quad X_3 = \sum_k x_{3k} q'_k. \quad (2)$$

Здесь q'_k — значения $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ на уровнях 975, 825, 675, 525, 375, 225 75 мб.

Значения $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ на стандартных уровнях 1000, 850, 700, 500, 300 200 мб будем обозначать через q_k .

Будем искать представление

$$q_k = \alpha_{1k} X_1 + \alpha_{3k} X_3 \quad (2)$$

так, чтобы

$$\overline{(q_k - \alpha_{1k} X_1 - \alpha_{3k} X_3)^2} = \min.$$

Тогда для определения α_{1k} и α_{3k} получим шесть систем алгебраических уравнений:

$$\overline{(q_k - \alpha_{1k} X_1 - \alpha_{3k} X_3) X_1} = 0$$

$$\overline{(q_k - \alpha_{1k} X_1 - \alpha_{3k} X_3) X_3} = 0 \quad (k=1, 2, \dots, 6)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \sum_l x_{1l} \overline{q_k q_l} - \alpha_{1k} \sum_l \sum_m x_{1l} x_{1m} \overline{q_l q_m} - \sum_l \sum_m x_{1l} x_{3m} \overline{q_l q_m} &= 0 \\ \sum_l x_{3l} \overline{q_k q_l} - \alpha_{1k} \sum_l \sum_m x_{1l} x_{3m} \overline{q_l q_m} - \alpha_{3k} \sum_l \sum_m x_{3l} x_{3m} \overline{q_l q_m} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Значения x_{ij} берутся из табл. 1. Для составления систем (23) необходимо определить $B_{kl} = \overline{q_k q_l}$ и $B''_{kl} = \overline{q_k q_l}$, т. е. значения корреляционной функции при значениях ее аргументов из следующего ряда: 0,075; 0,2; 0,225; 0,3; 0,375; 0,500; 0,525; 0,675; 0,700; 0,825; 0,85; 0,975; 1,000.

Значения корреляционной функции для стандартных уровней при различных выборках (сезонам) приведены в табл. 1 работы [7]. Определение значений корреляционной функции для промежуточных уровней производилось путем интерполяции с помощью специальных карт изоплет корреляционной функции, построенных К. В. Ледневой по данным табл. 1 работы [7].

Для составления систем (23) необходимо, кроме того, определить значения корреляционной функции, когда один из ее аргументов или оба принимают значения $\zeta = 0,075$. Так как статистическими сведениями об изменениях геопотенциала этой изобарической поверхности мы не располагали, то для определения значений корреляционной функции был применен следующий приближенный прием.

Выразим значения $q(0,075)$ через значения q на других (ниже лежащих) поверхностях. Для этого используем малость 4-го статистического вектора, который содержит $q(0,075)$ с максимальным весом:

$$),927q(0,075) - 0,356q(0,2) - 0,035q(0,4) + 0,106q(0,5) + 0,025q(0,7) + 0,008q(0,85) - 0,083q(0,95) = \varepsilon.$$

Отсюда, пренебрегая величиной $\frac{\varepsilon}{0,927}$ как малой, получим

$$q(0,075) = 0,385q(0,2) + 0,038q(0,4) - 0,114q(0,5) - 0,027q(0,7) - 0,009q(0,85) + 0,090q(0,95). \quad (24)$$

В результате решения системы (23) были получены (для холодного юлугодия) следующие равенства:

$$\left. \begin{aligned} q(0,2) &= 0,40X_1 - 0,64X_3 \\ q(0,3) &= 0,49X_1 - 0,50X_3 \\ q(0,5) &= 0,51X_1 + 0,14X_3 \\ q(0,7) &= 0,45X_1 + 0,43X_3 \\ q(0,85) &= 0,41X_1 + 0,53X_3 \\ q(1,0) &= 0,41X_1 + 0,63X_3 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

8. Обратимся теперь к рассмотрению правых частей (19) и (20). Правые части содержат адвекции вихря и тепла как на стандартных, так и на промежуточных уровнях.

Определение адвекций на промежуточных уровнях нужно заменить вычислением функций на стандартных уровнях. Удобнее всего воспользоваться для этой цели оптимальными разложениями производных геопотенциала, соответствующих уровням $\zeta = 0,2; 0,3; 0,5; 0,7; 0,85$ и 1,00.

Считая, что оптимальные функции универсальны для разложений производных геопотенциала и ограничиваясь первыми двумя членами таких разложений, будем иметь:

$$\frac{\partial \Phi_k}{\partial s} = \frac{\partial a_1}{\partial s} \varphi_1(\zeta_k) + \frac{\partial a_2}{\partial s} \varphi_2(\zeta_k) \quad (s = x, y, t), \quad (26)$$

де

$$\frac{\partial a_i}{\partial s} = \sum_{j=1}^6 \frac{\partial \Phi_j}{\partial s} \varphi_i(\zeta_j), \quad (27)$$

$$\frac{\partial \Delta \Phi_k}{\partial s} = \frac{\partial \Delta a_1}{\partial s} \varphi_1(\zeta_k) + \frac{\partial \Delta a_2}{\partial s} \varphi_2(\zeta_k). \quad (28)$$

Значения φ_1 и φ_2 для $0,2 \leq \zeta \leq 1,0$ определяются с помощью корреляционной матрицы, приведенной в [7]. Определение значений этих функций для $\zeta = 0,075$ и $\zeta = 0,15$ производилось по формуле [5]

$$\varphi_{k\zeta} = \frac{1}{\lambda_k} \sum_{l=1}^6 B_{cl} \varphi_{kl}. \quad (28')$$

Для определения правой части (28') использовались корреляционные матрицы и оптимальные разложения составляющих скорости ветра. В табл. 4 приведены значения оптимальных функций $\varphi_1(\zeta)$ и $\varphi_2(\zeta)$ полученные по осредненным значениям корреляционных матриц для холодного полугодия, взятым из табл. 1 [7] (январь и октябрь).

Таблица

ζ	φ_1	φ_2	ζ	φ_1	φ_2	ζ	φ_1	φ_2
✓ 1,00	0,181	0,619	✓ 0,70	0,276	0,426	0,40	0,509	-0,024
0,975	0,186	0,602	0,675	0,291	0,410	0,375	0,530	-0,042
0,95	0,192	0,578	0,65	0,305	0,379	0,35	0,573	-0,166
0,90	0,230	0,530	0,60	0,340	0,318	✓ 0,30	0,613	-0,275
✓ 0,85	0,215	0,493	0,55	0,376	0,250	0,25	0,599	-0,298
0,825	0,225	0,482	0,525	0,397	0,226	0,225	0,582	-0,293
0,80	0,232	0,472	✓ 0,500	0,416	0,175	✓ 0,200	0,555	-0,278
0,75	0,253	0,454	0,45	0,459	0,085	0,15	0,380	-0,190
						0,075	0,180	-0,090

Преобразуем теперь правые части уравнений (19) и (20). Учитывая (18), имеем:

$$\left. \begin{aligned}
 F_1 &= 0,517J_1 + 0,409J_2 + 0,380J_3 + 0,368J_4 + 0,358J_5 + 0,389J_6 + \\
 &+ 0,125 \left(J_7 - \frac{1}{3} J_6 \right) = 0,517J_1 + 0,409J_2 + 0,380J_3 + 0,368J_4 + \\
 &+ 0,358J_5 + 0,347J_6 + 0,125J_7 \\
 F_3 &= 0,146J_1 - 0,854J_2 - 0,111J_3 + 0,127J_4 + 0,264J_5 + 0,379J_6 + \\
 &+ 0,129 \left(J_7 - \frac{1}{3} J_6 \right) = 0,146J_1 - 0,854J_2 - 0,111J_3 + 0,127J_4 + \\
 &+ 0,264J_5 + 0,336J_6 + 0,129J_7
 \end{aligned} \right\} (2)$$

Подставляя в (29) значения J_k , получим:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -0,083 \cdot 10^{-12} RA_T(0,15) - 0,072 \cdot 10^{-12} RA_T(0,3) - \\
 &- 0,072 \cdot 10^{-12} RA_T(0,45) - 0,067 \cdot 10^{-12} RA_T(0,6) - \\
 &- 0,069 \cdot 10^{-12} RA_T(0,75) - 0,066 \cdot 10^{-12} RA_T(0,9) - 0,517IA_2(0,075) - \\
 &- 0,409IA_2(0,225) - 0,380IA_2(0,375) - 0,368IA_2(0,525) - \\
 &- 0,358IA_2(0,675) - 0,389IA_2(0,825) - 0,125IA_2(0,975) - \\
 &- 0,040 \cdot 10^{-10} \omega_{пор}; \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_3 &= -0,77 \cdot 10^{-12} RA_T(0,15) + 1,86 \cdot 10^{-12} RA_T(0,3) + \\
 &+ 1,43 \cdot 10^{-12} RA_T(0,45) + 0,91 \cdot 10^{-12} RA_T(0,6) + 0,45 \cdot 10^{-12} RA_T(0,75) - \\
 &+ 0,16 \cdot 10^{-12} RA_T(0,9) - 0,146IA_2(0,075) + 0,854IA_2(0,225) + \\
 &+ 0,111IA_2(0,375) - 0,127IA_2(0,525) - 0,264IA_2(0,675) - \\
 &- 0,379IA_2(0,825) - 0,129IA_2(0,975) - 0,041 \cdot 10^{-10} \omega_{пор}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Выразим члены, содержащие адвекции вихря и тепла, через статистические векторы. Для этого заменим производные по ζ в выражении

для адвекции тепла конечными разностями. Кроме того, воспользуемся (26), (28) и данными табл. 4. Окончательно получим:

$$\begin{aligned} lF_1 = & -0,111 \cdot 10^{-12} J(a_1, a_2) - 0,345 J(a_1, \Delta a_1) - 0,047 J(a_1, \Delta a_2) - \\ & - 0,047 J(a_2, \Delta a_1) - 0,255 J(a_2, \Delta a_2) - J\left(0,893a_1 + 0,320a_2, \frac{l^2}{2}\right) - \\ & - 0,040 \cdot 10^{-10} l w_{\text{порр}}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} lF_3 = & 1,601 \cdot 10^{-12} J(a_1, a_2) + 0,249 J(a_1, \Delta a_1) - 0,264 J(a_1, \Delta a_2) - \\ & - 0,264 J(a_2, \Delta a_1) - 0,172 J(a_2, \Delta a_2) + J\left(0,293a_1 - 0,640a_2, \frac{l^2}{2}\right) - \\ & - 0,041 \cdot 10^{-10} l w_{\text{порр}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Как известно [1], вертикальная скорость, обусловленная трением в пограничном слое, может быть представлена в виде

$$w_{\text{порр}} \approx \frac{k}{l} \Delta \Phi(0,975), \quad (34)$$

где k — величина, определяемая коэффициентом турбулентности.

Выразим $\Delta \Phi(0,975)$ через статистические векторы. Тогда получим

$$w_{\text{порр}} = \frac{k}{l} (0,186 \Delta a_1 + 0,602 \Delta a_2). \quad (35)$$

Таким образом, окончательно, учитывая (19), (20), (32), (33) и (35), имеем:

$$\begin{aligned} \Delta X_1 - 0,161 \cdot 10^{-12} X_1 = & - \frac{0,111 \cdot 10^{-12}}{l} J(a_1, a_2) - \frac{0,345}{l} J(a_1, \Delta a_1) - \\ & - \frac{0,047}{l} J(a_1, \Delta a_2) - \frac{0,047}{l} J(a_2, \Delta a_1) - \frac{0,255}{l} J(a_2, \Delta a_2) - \\ & - \frac{1}{l} J\left(0,893a_1 + 0,320a_2, \frac{l^2}{2}\right) - 0,032 \cdot 10^{-6} k (0,186 \Delta a_1 + \\ & + 0,602 \Delta a_2); \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \Delta X_3 - 5,251 \cdot 10^{-12} X_3 = & \frac{1,601 \cdot 10^{-12}}{l} J(a_1, a_2) + \frac{0,249}{l} J(a_1, \Delta a_1) - \\ & - \frac{0,264}{l} J(a_1, \Delta a_2) - \frac{0,264}{l} J(a_2, \Delta a_1) - \frac{0,172}{l} J(a_2, \Delta a_2) + \\ & + \frac{1}{l} J\left(0,293a_1 - 0,640a_2, \frac{l^2}{2}\right) - \\ & - 0,033 \cdot 10^{-6} k (0,186 \Delta a_1 + 0,602 \Delta a_2). \end{aligned} \quad (37)$$

С помощью (36) и (37) будем прогнозировать геопотенциал изобарических поверхностей 200, 300, 500, 700, 850 и 1000 мб. В начальный момент по значениям геопотенциала этих поверхностей в регулярной сетке точек определяются правые части (36) и (37). Для этой цели используются формулы (27). Далее, левые части уравнения (36) и (37) записываются в конечно-разностной форме, после чего для решения используется итерационный процесс.

Определив X_1 и X_3 , можно по формулам (25) найти изменения геопотенциала всех изобарических поверхностей. Но правые части (36) и (37) выражены через производные функций a_1 и a_2 . Поэтому в конце каждого шага по времени нет необходимости определять все q_i ; доста-

точно найти $\frac{\partial a_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial a_2}{\partial t}$.

Используя (25) и (27), получаем:

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} = 1,027 X_1 - 0,219 X_3;$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} = 0,381 X_1 + 1,219 X_3.$$

(38)

Определив по (38) $\frac{\partial a_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial a_2}{\partial t}$, находим значения a_1 и a_2 в следующий момент времени. Далее процесс циклически повторяется. Получив значения a_1 и a_2 в конечный момент времени, можем определить изменения этих величин за срок прогноза δa_1 и δa_2 . Но, используя тогда (26), можем найти изменения геопотенциала всех основных изобарических поверхностей за срок прогноза

$$\delta \Phi_k = \delta a_1 \varphi_1(\zeta_k) + \delta a_2 \varphi_2(\zeta_k).$$

Прибавив эти изменения к начальным полям, получаем прогностические поля геопотенциала.

Автор выражает свою признательность проф. М. И. Юдину, ряд советов которого был использован при выполнении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г андин Л. С., Л айхтман Д. Л., М атвеев Л. Т., Ю дин М. И. Основ динамической метеорологии. Гидрометеиздат, Л., 1955.
2. Каган Р. Л. К расчету вертикальных токов и конденсации в облаках. Тр. ГГО вып. 114, 1960.
3. Немчинов С. В. О решении уравнения для прогноза поля атмосферного давления. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12, 1959.
4. Обухов А. М. К вопросу о геострофическом ветре. Изв. АН СССР, сер. геогр. геофиз., т. 13, № 4, 1949.
5. Обухов А. М. О статистически ортогональных разложениях эмпирических функций. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1960.
6. Руховец Л. В. О влиянии наклона тропопаузы на изменение поля давления. Тр. ГГО, вып. 124, 1962.
7. Руховец Л. В. О статистически оптимальных представлениях вертикальных распределений некоторых метеозлементов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 1960.
8. Шнейеров Б. Е. К учету изменения устойчивости с высотой при вычислении вертикальных токов в атмосфере. Тр. ГГО, вып. 114, 1960.
9. Chagny J. G., Phillips N. A. Numerical integration of the quasigeostroph equations for barotropic and simple baroclinic flows. J. Meteor. 10 N 2 1953.
10. Charles B. N. Empirical models of interlevel correlation of winds. J. of Meteor. v. 16, No 5, 1959.
11. London J. A study of atmospheric heat balance. New York, Univ. Fin. Rep. Com. NAT 19, July, 1957.

К ВОПРОСУ О ЧИСЛЕННОМ ПРОГНОЗЕ ОБЛАЧНОСТИ И ОСАДКОВ С УЧЕТОМ ТРАНСФОРМАЦИИ ВОЗДУШНОЙ МАССЫ

В работе учитывается неадиабатичность атмосферных процессов при численном прогнозе облачности и осадков. В качестве исходных уравнений рассматриваются уравнения переноса влаги и тепла и уравнение теплового баланса для подстилающей поверхности. При выводе прогностических уравнений используется условие термотропности в слое от земли до поверхности 700 мб.

1. До настоящего времени в работах по численному прогнозу облачности и осадков обычно рассматривались адиабатические схемы [3, 5, 6, 0], поскольку учет притоков тепла и влаги в основных прогностических уравнениях вызывает определенные трудности.

Цель данной работы заключается в попытке учета неадиабатичности процесса при прогнозе облачности и осадков.

Как известно, перенос влаги и тепла в атмосфере описывается помощью уравнения переноса удельной влажности

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \rho D \frac{\partial q}{\partial z} - r \quad (1)$$

уравнения притока тепла

$$\frac{dT}{dt} - \frac{ART}{c_p p} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{L}{c_p} r. \quad (2)$$

Здесь q — удельная влажность, ρ — плотность воздуха, D — коэффициент турбулентного обмена, r — количество сконденсировавшегося водяного пара в единице массы воздуха за единицу времени, T — температура, p — давление, c_p — теплоемкость при $p = \text{const}$, R — газовая постоянная, A — термический эквивалент работы, L — скрытая теплота конденсации, Q — величина, равная сумме турбулентного и радиационного потоков, т. е.

$$Q = \rho D \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_p \right) + \frac{1}{c_p} (S - F), \quad (2')$$

где F — эффективное излучение, S — суммарная радиация, γ_p — равновесный градиент температуры.

В уравнениях (1) и (2) не учитываются турбулентные притоки тепла и влаги в горизонтальной плоскости, поскольку роль этих членов в процессах облакообразования, вообще говоря, не является существенной.

Следуя работе [5], заменим в левой части уравнения (1) величину q на новую переменную τ — температуру точки росы — с помощью соотношения

$$\ln q = \ln e(\tau) - \ln p + \text{const} \quad (3)$$

и формулы Магнуса

$$\ln e(\tau) = \frac{17,1(\tau - 273)}{\tau - 38}. \quad (4)$$

Разделим уравнение (1) на q и подставим (3) и (4) в левую часть. После некоторых преобразований получим

$$\frac{d\tau}{dt} - \frac{k_1}{p} \frac{dp}{dt} = \frac{k_2}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \rho D \frac{\partial q}{\partial z} - k_2 r. \quad (5)$$

Здесь

$$k_1 = \frac{(\tau - 38)^2}{4,1 \cdot 10^3}, \quad k_2 = \frac{k_1}{q}.$$

Перепишем уравнения (2) и (5) в системе координат x, y, ζ, t ($\zeta = \frac{p}{P_0}$, $P_0 = 1000$ мб), причем в членах, описывающих притоки тепла и влаги перейдем к изобарической системе координат только один раз.

Принимая во внимание квазигеострофичность движения, имеем:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \frac{g}{l}(H, \tau) - \lambda_1 \frac{\omega}{\zeta} = - \frac{g}{P_0} k_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \rho D \frac{\partial q}{\partial z} - k_2 r, \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{g}{l}(H, T) - \lambda_2 \frac{\omega}{\zeta} = - \frac{g}{P_0} \frac{\partial Q}{\partial \zeta} + \frac{L}{c_p} r. \quad (7)$$

Здесь

$$\omega = \frac{dp}{dt}, \quad \lambda_1 = \frac{RT}{P_0 g} (\gamma_{a\tau} - \gamma_\tau), \quad \lambda_2 = \frac{RT}{P_0 g} (\gamma_a - \gamma),$$

$\gamma_\tau = - \frac{\partial \tau}{\partial z}$ — фактический градиент температуры точки росы, γ — фактический градиент температуры. По аналогии с адиабатическим градиентом температуры γ_a величину $\gamma_{a\tau}$ назовем адиабатическим градиентом температуры точки росы, т. е.

$$\gamma_{a\tau} = \frac{(\tau - 38)^2 g}{4,1 \cdot 10^3 RT}.$$

Действительно, дифференцируя выражение (3) по z и принимая во внимание (4), получим

$$\frac{1}{q} \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{4,1 \cdot 10^3}{(\tau - 38)^2} \frac{\partial \tau}{\partial z} - \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Если единица массы воздуха поднимается без обмена влаги, то удельная влажность остается постоянной

$$q(z) = \text{const}, \quad \frac{\partial q}{\partial z} = 0.$$

С помощью уравнения статики

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{g}{RT}$$

получаем

$$\gamma_{a\tau} = - \frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{(\tau - 38)^2 g}{4,1 \cdot 10^3 RT}.$$

Если в некотором объеме происходит конденсация ($T - \tau = 0$), то интенсивность конденсации r можно определить из уравнений (6) и (7) путем вычитания первого уравнения из второго

$$r \left(\frac{L}{c_p} + k_2 \right) = - \frac{1}{P_0} \left(\frac{ART}{c_p} - k_1 \right) \frac{\omega}{\zeta} + \frac{g}{P_0} \left(\frac{\partial Q}{\partial \zeta} - k_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \rho D \frac{\partial q}{\partial z} \right). \quad (8)$$

До настоящего времени в ряде работ для вычисления количества сконденсировавшейся влаги (количества осадков) вторым слагаемым в правой части обычно пренебрегают.

2. Хотя в процессах образования и эволюции облачности, а также выпадения осадков основная роль принадлежит охлаждению воздуха, обусловленному адиабатическими процессами, тем не менее хорошо известно, что в холодное время года в системах антициклонов при слабых нисходящих вертикальных движениях часто наблюдается образование облачности и даже выпадение слабых моросящих осадков. В таких случаях образование облачности может происходить за счет неадиабатичности процесса, т. е. за счет трансформации воздушной массы.

В нижнем слое атмосферы примерно до 1 км порядок изменения температуры вследствие трансформации такой же, как и вследствие адвекции температуры. По данным Бачуриной А. А. [1], охлаждение воздуха, обусловленное неадиабатичностью процесса за 24 часа, может достигать $8-10^\circ$ у поверхности Земли и $2-6^\circ$ выше слоя трения. Поэтому неучет трансформации воздушной массы может приводить к существенным погрешностям прогноза облачности и осадков.

Переходя к выводу основных прогностических уравнений, примем, то для температуры воздуха выполняется условие термотропности [4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, y, \zeta, t)}{\partial x} &= \overline{\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x}} \Psi(\zeta), \\ \frac{\partial T(x, y, \zeta, t)}{\partial y} &= \overline{\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial y}} \Psi(\zeta). \end{aligned} \quad (9)$$

Распространим понятие о термотропности и на температуру точки росы, т. е. будем считать, что температуру точки росы также можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau(x, y, \zeta, t)}{\partial x} &= \overline{\frac{\partial \tau(x, y, t)}{\partial x}} \Phi(\zeta), \\ \frac{\partial \tau(x, y, \zeta, t)}{\partial y} &= \overline{\frac{\partial \tau(x, y, t)}{\partial y}} \Phi(\zeta), \end{aligned} \quad (10)$$

пи

$$\begin{aligned} T(x, y, \zeta, t) &= \overline{T(x, y, t)} \Psi(\zeta) + f_1(\zeta), \\ \tau(x, y, \zeta, t) &= \overline{\tau(x, y, t)} \Phi(\zeta) + f_2(\zeta). \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \overline{T} &= \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} T(x, y, \zeta, t) d\zeta, \quad \overline{\tau} = \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \tau(x, y, \zeta, t) d\zeta, \\ \alpha' &= (\zeta_0 - \zeta_1)^{-1}, \end{aligned} \quad (10')$$

$\Psi(\zeta)$ и $\Phi(\zeta)$ — некоторые стандартные функции, определяемые эмпирическим путем, причем, как следует из (9) и (10), эти функции удовлетворяют условию

$$\alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \Psi(\zeta) d\zeta = 1; \quad \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \Phi(\zeta) d\zeta = 1.$$

Преобразуем сначала уравнение переноса температуры точки росы (6). С этой целью умножим его на α' и проинтегрируем по ζ от ζ_1 до ζ_0

$$\alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \frac{\partial \tau}{\partial t} d\zeta + \alpha' \frac{g}{l} \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} (H, \tau) d\zeta - \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \lambda_1 \frac{\omega}{\zeta} d\zeta = - \frac{g}{P_0} \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} k_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \rho D \frac{\partial q}{\partial z} - \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} k_2 r d\zeta. \quad (11)$$

Рассмотрим второй член в левой части уравнения (11). Для этого проинтегрируем уравнение статики

$$H = H_0 - \frac{R}{g} \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{T}{\eta} d\eta \quad (12)$$

по ζ от ζ_1 до ζ_0 и умножим на α' . Согласно (10'), имеем

$$\bar{H} = H_0 - \alpha' \frac{R}{g} \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \left(\int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{T}{\eta} d\eta \right) d\zeta,$$

или окончательно получаем

$$\bar{H} = H_0 - \frac{R}{g} \bar{T} \left(\alpha' \zeta_1 \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \frac{\Psi(\eta)}{\eta} d\eta + 1 \right) + \text{const.} \quad (13)$$

Далее, вычтем (12) из (13)

$$\bar{H} = H + \frac{R}{g} \bar{T} \left(\int_{\zeta_1}^{\zeta} \frac{\Psi(\eta)}{\eta} d\eta + \alpha' \zeta_1 \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \frac{\Psi(\eta)}{\eta} d\eta + 1 \right) + \Lambda(\zeta).$$

Здесь $\Lambda(\zeta)$ — некоторая функция.

Введем обозначение

$$G(\zeta) = \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{\Psi(\eta)}{\eta} d\eta + \alpha' \zeta_1 \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \frac{\Psi(\eta)}{\eta} d\eta + 1,$$

тогда второй член в левой части (11) принимает вид

$$\alpha' \frac{g}{l} \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} (H, \tau) d\zeta = \frac{g}{l} (\bar{H}, \bar{\tau}) - \overline{G(\zeta) \Phi(\zeta)} \frac{R}{l} (\bar{T}, \bar{\tau}).$$

Поскольку k_2 слабо меняется по высоте в пределах нижних трех километров, можно считать, что $k_2 = k_2(\bar{\tau})$, тогда уравнение переноса температуры точки росы переписывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial t} + \frac{g}{l} (\bar{H}, \bar{\tau}) - \overline{G(\zeta) \Phi(\zeta)} \frac{R}{l} (\bar{T}, \bar{\tau}) - W_1 = \\ = - \alpha' k_2 \frac{g}{P_0} \left(\rho D \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_{\zeta_0} - \rho D \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_{\zeta_1} \right) - k_2 \bar{r}. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнение притока тепла (7) с помощью аналогичных преобразований приводится к виду

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{g}{l} (\bar{H}, \bar{T}) - W_2 = - \alpha' \frac{g}{P_0} (Q|_{\zeta_0} - Q|_{\zeta_1}) + \frac{L}{c_p} \bar{r}. \quad (15)$$

Здесь

$$W_i = \alpha' \int_{\zeta_1}^{\zeta_0} \lambda_i \frac{\omega}{\zeta} d\zeta \quad (i=1, 2).$$

Таким образом, зная $\frac{\partial T}{\partial t}$ и $\frac{\partial \tau}{\partial t}$, можно составить прогноз температуры точки росы и температуры на любом уровне в пределах от ζ_1 до ζ_0 , отправляясь от формул, которые являются следствием (9) и (10), т. е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial t} &= \frac{\partial \tau}{\partial t} \bar{\Phi}(\zeta), \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial T}{\partial t} \bar{\Psi}(\zeta). \end{aligned} \quad (16)$$

Известно, что в холодное время года процессы, приводящие к образованию облачности и выпадению осадков, в основном протекают в нижнем трехкилометровом слое. Поэтому можно ограничиться рассмотрением процессов в этом слое.

Учитывая сказанное, положим $\zeta_1=0,7$, $\zeta_0=1,0$. Предполагаем также, что поверхность земли совпадает с изобарической поверхностью $\zeta_0=1$.

Поскольку турбулентные потоки тепла и влаги на верхней границе рассматриваемого слоя атмосферы (при $\zeta_1=0,7$) пренебрежимо малы по сравнению с другими членами в уравнениях (14) и (15), можно с достаточной степенью точности считать

$$\rho D \left. \frac{\partial q}{\partial z} \right|_{\zeta_1} \approx 0,$$

$$\rho D \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_p \right) \Big|_{\zeta_1} \approx 0. \quad (17)$$

В качестве дополнительного уравнения целесообразно привлечь уравнение теплового баланса для поверхности ζ_0

$$P_\tau + LE + \Pi = S - F. \quad (18)$$

Здесь

$$P_\tau = -c_p \rho D \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_p \right)$$

— турбулентный поток тепла,

$$E = -\rho D \frac{\partial q}{\partial z}$$

— турбулентный поток влаги,

$$\Pi = \lambda \frac{\partial T}{\partial z}$$

— поток тепла в почву.

С помощью уравнения теплового баланса (18) и соотношений (2') и (17), выражение для разности потоков $Q|_{\zeta_1} - Q|_{\zeta_0}$ в уравнении (15) переписывается в виде

$$Q|_{\zeta_1} - Q|_{\zeta_0} = \frac{1}{c_p} (S - F)|_{\zeta_1} - \frac{1}{c_p} (EL + \Pi)|_{\zeta_0}. \quad (19)$$

3. Поскольку уравнения (14) и (15) решаются применительно к холодному времени года, представляет интерес оценить роль каждого излагаемых, входящих в уравнение теплового баланса, а тем самым и соотношение (19).

Как следует из [7], величина турбулентного потока тепла в суточном ходе за период с ноября по март изменяется от нуля до 0,06 кал/см² мин., величина радиационного баланса колеблется в пределах 0,00—0,08 кал/см² мин.

В то же время средние значения потока тепла в почву составляют примерно 10% радиационного баланса. Зимой при наличии снежного покрова средняя величина потока оказывается еще меньшей [8]. Тем самым в соотношении (19) вторым слагаемым в правой части можно пренебречь; тогда в уравнении (15) турбулентный и радиационный потоки тепла определяются через радиационный баланс на верхней границе рассматриваемого слоя атмосферы.

В ряде случаев, например при инверсиях, когда турбулентный поток равен нулю, поток тепла в почву становится сравнимым с величиной радиационного баланса. Тогда выражение для $Q|_{\tau_1} - Q|_{\tau_0}$ принимает вид

$$Q|_{\tau_1} - Q|_{\tau_0} = \frac{1}{c_p} [(S - F)|_{\tau_1} - (S - F)|_{\tau_0}]. \quad (20)$$

Уравнение теплового баланса для океана имеет такой же вид, как и для суши, однако роль членов LE и Π^1 в тепловом балансе поверхности океана весьма велика. Так, согласно [9], они имеют всегда такой же порядок, как и величина радиационного баланса. Кроме того, как следует из [9], даже в холодное время года в средних широтах турбулентный поток тепла представляет собой малую разность больших величин, поэтому небольшие ошибки в определении каждого слагаемого порозни могут приводить к существенным ошибкам в определении P_T . В связи с этим при вычислении турбулентного потока тепла над океаном целесообразно не привлекать уравнение теплового баланса, а использовать эмпирическую формулу вида [2]

$$P_T = a_1 V (T_w - T).$$

Здесь T_w — температура поверхности океана, T — температура воздуха на уровне наблюдений, a_1 — коэффициент пропорциональности V — скорость ветра.

Таким образом, вместо (19) для поверхности океана имеем

$$Q|_{\tau_1} - Q|_{\tau_0} = \frac{1}{c_p} [(S - F)|_{\tau_1} - (S - F)|_{\tau_0} + a_1 V (T_w - T)], \quad (21)$$

при

$$T_w - T \leq 0, P_T = 0. \quad (22)$$

Определение потока влаги за счет испарения над океаном в уравнении (14) не представляет принципиальных трудностей. Так, зная температуру деятельной поверхности океана и влажность воздуха можно использовать известную формулу, экспериментально полученную М. И. Будыко [2],

$$E = a_2 V (q_w - q). \quad (23)$$

Здесь q_w — удельная влажность насыщенного водяным паром воздуха при температуре поверхности океана, q — удельная влажность на уровне наблюдений.

¹ Здесь под Π следует понимать поток тепла в глубь океана.

При

$$q_w - q \leq 0 \quad E = 0. \quad (24)$$

Над сушей в холодное время года притоком влаги от подстилающей поверхности можно пренебречь.

4. При наличии конденсации водяного пара возникает необходимость в учете стоков водяного пара в уравнении (6) и скрытой теплоты конденсации в уравнении (7).

В связи с этим подставим выражение (8), решенное относительно r , в уравнение (6)

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \frac{g}{l} (H, \tau) - \lambda'_1 \frac{\omega}{\zeta} = - (1 - \delta \beta_1) k_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \rho D \frac{\partial q}{\partial z} - \delta \beta_1 \frac{g}{P_0} \frac{\partial Q}{\partial \zeta_1}. \quad (25)$$

Здесь

$$\lambda'_1 = \frac{RT}{P_0 g} (\gamma_{a\tau} - \gamma_\tau + \delta N_1), \quad N_1 = \frac{(\gamma_a - \gamma_{a\tau}) k_2}{k_2 + \frac{L}{c_p}},$$

$$\beta_1 = \frac{k_2}{k_2 + \frac{L}{c_p}},$$

причем

$$\delta = \begin{cases} 0 & T - \tau > 0 \\ 1 & T - \tau = 0 \end{cases}$$

В табл. 1 даны значения N_1 и β_1 для различных температур.

Таблица 1

Значения N_1 (град/100 м) и β_1 для различных температур T°

T°	243	253	263	273	283	293
N_1	0,78	0,70	0,58	0,45	0,32	0,22
β_1	0,92	0,83	0,70	0,54	0,39	0,27

Согласно табл. 1, при конденсации водяного пара изменения температуры точки росы под влиянием упорядоченных вертикальных движений существенно возрастают с понижением температуры. Так, оценки оказывают (табл. 2), что в холодное время года изменения температуры точки росы при конденсации за счет упорядоченных вертикальных движений могут достигать значительной величины. В то же время при низких температурах турбулентным притоком влаги можно пренебречь.

Таблица 2

Изменения температуры точки росы $\Delta \tau$ за 12 час. под влиянием упорядоченных вертикальных движений за счет учета конденсации водяного пара ($w = 2$ см/сек.)

T°	243	253	263	273	283	293
$\Delta \tau$	6,8	6,0	5,0	3,8	2,7	1,9

Рассмотрим теперь уравнение притока тепла. При условии конденсации уравнение (7) с помощью (8) переписывается в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{g}{l} (H, T) - \lambda'_2 \frac{\omega}{\zeta} = - \frac{g}{P_0} (1 - \delta \beta_2) \frac{\partial Q}{\partial \zeta} - \delta \beta_2 k_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \rho D \frac{\partial q}{\partial z}. \quad (26)$$

Здесь

$$\lambda'_2 = \frac{RT}{P_0 g} (\gamma_a - \gamma - \delta N_2), \quad N_2 = \frac{L(\gamma_a - \gamma_{\tau a})}{c_p \left(k_2 + \frac{L}{c_p} \right)},$$

$$\beta_2 = \frac{L}{c_p \left(\frac{L}{c_p} + k_2 \right)}.$$

В табл. 3 приведены значения N_2 и β_2 , а также изменения температуры за счет конденсации, обусловленные упорядоченными вертикальными движениями за 12 час. ($w = 2$ см/сек.).

Т а б л и ц а

T°	243	253	263	273	283	293
N_2	0,07	0,14	0,25	0,37	0,49	0,59
β_2	0,08	0,17	0,30	0,46	0,61	0,73
ΔT	0,6	1,2	2,1	3,2	4,2	5,1

Таким образом, неучет конденсационных притоков тепла и в особенности влаги (стоков влаги) в холодное время года может приводить к существенным ошибкам в прогнозе облачности¹. Это замечание не относится к прогнозу осадков, поскольку при температурах ниже 0° количество влаги в атмосфере невелико, поэтому ошибка в вычислении количества сконденсировавшейся влаги порядка самой величины не играет существенной роли.

Уравнения (25) и (26) также можно привести к виду (14) и (15).

5. Система уравнений (14) и (15) с граничными условиями (17) (19)—(23) и (26) будет замкнутой, если известны элементы движения:

Поскольку в настоящей работе вопрос о прогнозе поля геопотенциала не рассматривается, будем считать составляющие скорости u , и ω заданными в течение всего срока прогноза.

Одним из методов численного решения уравнений (14) и (15) может служить конечно-разностный метод, предложенный в работе [5].

Рассмотрим теперь вопрос, связанный с реализацией данной схемы на вычислительной машине большого быстродействия.

В качестве начальных данных в задаче прогноза облачности и осадков используются: температура точки росы и температура на трех изобарических уровнях ($\xi = 0,7, 0,85, 1,00$), температура поверхности океана, облачность и альbedo в узлах регулярной сетки².

Поскольку температура поверхности океана слабо меняется в течение срока прогноза, в первом приближении можно считать ее постоянной и использовать при вычислении потоков начальные данные. В качестве альbedo подстилающей поверхности можно использовать известные среднемесячные климатические значения.

В начальный момент времени по данным о температуре, влажности облачности и альbedo находятся потоки тепла³ и над океаном потоки влаги, затем, решая уравнения (14) и (15), предвычисляются \bar{T} и $\bar{\tau}$ для

¹ Этот вывод справедлив в том случае, если турбулентные и радиационные потоки тепла и турбулентные притоки влаги не меняются.

² Здесь в начальный и последующие моменты времени поля геопотенциала считаются заданными.

³ При расчете коротковолновой радиации учитывается ее суточный ход, который в данном случае зависит от высоты солнца и облачности.

момента времени $t_0 + \delta t$ (δt — временной шаг). С помощью соотношений (16) дается прогноз температуры точки росы и температуры на основных изобарических поверхностях, заключенных между поверхностью земли и $\zeta_1 = 0,7$.

Наконец, используя демаркационный график, аналогичный графику Ёьюиса [10], можно вновь построить поле облачности и затем использовать его в качестве начального поля для прогноза температуры точки росы и температуры на следующем шаге.

Таким образом, в изложенной численной схеме предполагается дать прогноз облачности на каждом временном шаге с тем, чтобы использовать эти данные для прогноза облачности (осадков) на последующем шаге.

Предварительные результаты, полученные с помощью описанной схемы, показывают, что учет неадиабатичности процесса приводит к заметному улучшению прогноза поля облачности по сравнению с адиабатическим прогнозом на сутки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бачурина А. А., Туркетти З. Л. Условия образования осадков холодного полугодия и возможности их прогноза. Гидрометеоздат, Л., 1955.
2. Бudyko М. И. Тепловой баланс земной поверхности. Гидрометеоздат, Л., 1956.
3. Душкин П. К., Ломоносов Е. Г., Лукин Ю. Н. Опыт численного прогноза влажности, облачности и осадков на вычислительной машине. Метеорология и гидрология, № 12, 1960.
4. Кибель И. А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды. ГИТТЛ, М., 1957.
5. Мелешко В. П., Швеиц М. Е. К вопросу о прогнозе дефицита влажности. Тр. ГГО, вып. 114, 1960.
6. Овсянников В. В. О гидродинамическом методе прогноза влажности, облачности и атмосферных осадков. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 11, 1960.
7. Огнева Т. А. Некоторые особенности теплового баланса деятельной поверхности. Гидрометеоздат, Л., 1955.
8. Тверской П. Н. Курс метеорологии. Гидрометеоздат, Л., 1951.
9. Шулейкин В. В., Гушин В. Ф., Песков П. И. Колебания теплового баланса Атлантического океана. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1958.
10. Carlstead E. M. Forecasting middle cloudiness and precipitation areas by numerical methods. Monthly weather review, vol. 87, No 10, 1959.

ОБ УЧЕТЕ ПРИТОКОВ ТЕПЛА ПРИ ПРОГНОЗЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Рассчитываются изменения средней температуры нижнего пятикилометрового слоя за счет радиационных и турбулентных притоков тепла. Отмечается компенсация радиационных притоков турбулентными (при безоблачной погоде). Определяются также изменения температуры воздуха на уровне будки за счет трансформационных факторов, согласно М. Е. Берлянду. Сопоставление двух крайних стилизаций: стационарной облачности и облачности, перемещающейся вместе с воздушной массой, показало заметное преимущество второй схемы расчета.

Современное состояние численных методов прогноза погоды характеризуется весьма высоким уровнем теоретических исследований, позволяющих в принципе учитывать в прогностических моделях так тонкие и сложные физические процессы, как притоки тепла, отклонения ветра от геострофического, взаимодействие атмосферы с подстилающей поверхностью и др. Что касается реализации этих общих решений в том или иных прогностических схемах, то здесь сделано гораздо меньше. Несколько больше разработана динамическая сторона вопроса — в настоящее время проводятся испытания ряда прогностических схем как у нас в СССР, так и за рубежом, в которых в той или иной форме учитывается отличие реального ветра от геострофического.

Конкретных расчетов будущих значений метеозаэментов с учетом неадиабатичности атмосферных процессов выполнено значительно меньше. Этот учет осуществляется иногда в виде эмпирически найденных поправок к расчетам в рамках адиабатической модели. Серьезные проработки этого вопроса были выполнены при исследовании трансформации воздушных масс [1, 6], но и там существует целый ряд методических неясностей, связанных, например, с учетом изменений радиационного баланса во времени.

В настоящей работе прежде всего выясняется, в какой степени притоки тепла сказываются на изменениях средней температуры нижнего пятикилометрового слоя. С этой целью представим локальные изменения температуры в уравнении притока тепла состоящими из двух частей: одна часть обусловлена переносом температуры по горизонтали и наличием вертикальных скоростей воздуха, а вторая связана с наличием притоков тепла. Эта вторая часть записывается в виде

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{c_p},$$

где ε — приток тепла к единице массы, c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

¹ Работа выполнена в 1953 г.

Выразим приток тепла через вертикальный градиент потока

$$\varepsilon = - \frac{\partial Q}{\partial z} \quad (2)$$

проинтегрируем уравнение (1) по некоторому слою. Тогда локальные изменения средней температуры слоя

$$\tilde{T} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} T dz,$$

условленные влиянием неадиабатичности процессов, могут быть определены по соотношению

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = \frac{Q_1 - Q_2}{c_p (z_2 - z_1)}. \quad (3)$$

Если теперь среднюю температуру слоя выразить через относительную топографию ($H_2 - H_1$) ограничивающих изобарических поверхностей P_2 и P_1 , то уравнение (3) может быть переписано в виде

$$\frac{\partial (H_2 - H_1)}{\partial t} = R \bar{\rho} \frac{Q_1 - Q_2}{c_p (P_1 - P_2)} \ln \frac{P_1}{P_2}, \quad (4)$$

где $\bar{\rho}$ — средняя плотность слоя, R — газовая постоянная.

В дальнейшем мы будем анализировать только потоки тепла, обусловленные турбулентностью и радиационными процессами, не касаясь процессов конденсации в силу сложности их учета и недостаточной определенности общей физической картины процесса. Таким образом, в дальнейшем мы ограничимся расчетами притоков тепла для малооблачной антициклональной погоды.

Разность радиационных потоков тепла считалась непосредственно по диаграмме Ф. Н. Шехтер [7]. Эта диаграмма имеет ряд преимуществ к методическому, так и общезначимому характеру по сравнению с аналогичными номограммами других авторов. Она выдержала проверку временем и успешно используется в подавляющем большинстве метеорологических радиационных расчетов.

Значительно большие трудности представляет расчет турбулентных потоков тепла. Наиболее естественно считать эти потоки прямым методом по формуле

$$Q_T = -k \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma \right), \quad (5)$$

где k — коэффициент турбулентного обмена, γ — адиабатический или равновесный градиент, не зависящий от координат. Отметим сразу же, что если коэффициент турбулентного обмена принимается постоянным (или зависит от высоты), то для расчета разностей потоков на двух уровнях совершенно безразлично, принимали ли γ равновесным градиентом и адиабатическим.

Градиент температур снимается с кривой стратификации (данные профилирования). Коэффициент обмена должен определяться специально, но, вообще говоря, есть два пути. Первый — это принять коэффициент обмена постоянным для всех случаев. Неудобства такого способа задания k заключаются в том, что турбулентные потоки тепла будут при этом меняться только в силу изменчивости градиентов температуры, а будут обусловлены только термическими факторами. На самом деле в слоях выше слоя трения (пограничного слоя земли) турбулентность имеет в основном динамический характер и ее изменения обусловлены в основном образом сдвигом ветра, особенно в безоблачную погоду. Поэтому от задания постоянного коэффициента обмена мы отказались.

Чтобы использовать данные высотных карт для определения k , мы воспользовались методом М. П. Чуриновой [18], которая на основании статистического сопоставления характеристик полей скоростей и температур со значениями коэффициента обмена, полученного по распределению ветра с высотой в пограничном слое атмосферы, получила следующую зависимость:

$$k = u_g \left(0,8 - 4,48 \frac{\partial T}{\partial z} \right) \text{ м}^2/\text{сек.}, \quad (1)$$

где u_g — скорость градиентного ветра в м/сек., $\frac{\partial T}{\partial z}$ — градиент температуры в град/100 м.

Согласно М. П. Чуриновой, эта формула верна лишь для $-\frac{\partial T}{\partial z} >$ для $-\frac{\partial T}{\partial z} < 0$ следует брать $k = 0,8u_g$.

Этот способ, естественно, не лишен недостатков. Так, физически не оправдана линейная зависимость коэффициента обмена от скорости ветра. Более естественной была бы зависимость от перепада скорости по вертикали (сдвига ветра). Относительное влияние температурной стратификации на интенсивность турбулентного обмена оказывает не зависящим от скорости, что также не вяжется с общими физическими соображениями по этому поводу. И, наконец, сами параметры уравнения регрессии (6) получены по данным наблюдений одной станции Колтуши, так что их распространение на более обширную территорию также сопряжено с дополнительными ошибками.

Необходимые сведения о градиентах температуры на уровнях 10 и 500 мб брались из тех же данных о профиле температуры, по которым считался радиационный приток тепла. Результаты расчетов для 11 безоблачных дней даны в табл. I.

Т а б л и ц а

Пункт	Дата	Время, час. мин.	Разность потоков тепла на двух уровнях (1000 и 500 мб), кал/см ² м	
			за счет радиации	за счет турбулентност
Псков	8/VIII 1951	05 00	-0,036	0,037
	8/VIII 1951	17 00	-0,029	0,006
Оренбург	9/VIII 1951	17 00	-0,032	0,228
	12/VI 1949	06 25	-0,048	-0,054
	13/VI 1949	23 00	-0,057	-0,045
	19/VIII 1949	05 00	-0,037	0,017
	19/VIII 1949	17 00	-0,024	0,086
	20/VIII 1949	05 00	-0,021	0,160
	20/VIII 1949	17 00	-0,026	0,00
	21/VIII 1949	06 50	-0,037	0,103
21/VIII 1949	23 50	-0,033	0,059	

Обращает на себя внимание различие знаков притоков тепла в сл обусловленных различными процессами. Среднее по модулю значение притока тепла за счет радиации составляет 0,035 кал/см² мин., за счет турбулентности — 0,072 кал/см² мин.

Таким образом, при безоблачном небе радиационный приток тепла к слою между поверхностями 500 и 1000 мб, как прави

компенсируется турбулентным притоком, который, согласно проведенным расчетам, примерно в два раза больше радиационного.

Следует отметить, что расчеты турбулентного притока тепла связаны со значительными погрешностями. Дело в том, что при постоянном коэффициенте обмена рассчитываемый приток тепла оказывается пропорциональным второй производной от температуры по высоте, поскольку профиль температуры близок к линейному, определение этой производной выполняется весьма неточно.

Влияние неадиабатических процессов сказывается на суточных изменениях средней температуры слоя не слишком значительно. Эти дополнительные изменения обычно не превышают градуса. Поскольку влияние притоков тепла наиболее заметно прослеживается в самых нижних слоях атмосферы, естественно, что роль их в формировании изменений средней температуры пятикилометрового слоя оказывается очень большой. Более естественно ставить задачу следующим образом. Будем считать, что изменения температуры у земли складываются из двух частей. Первая — это изменения средней температуры слоя между изобарическими поверхностями 500 и 1000 мб, обусловленные адвективными факторами, вторая — это дополнительные изменения, связанные с неадиабатичностью процессов у земли, или, как их иногда называют, трансформационные поправки.

Суточные прогнозы OT_{1000}^{500} для 25 точек территории ЕТС выполнялись с помощью графоаналитического метода, предложенного И. Юдиным [9]. Структура ведущих потоков и методика расчетов для аналогична методике, использованной при прогнозе полей давления [4]. Средний коэффициент корреляции между фактическими и прогнозными изменениями OT_{1000}^{500} для 9 дней составил 0,72, средняя оправдываемость с допуском 5 дкм — 74%. Следует отметить, что из дней 4 дня были выбраны по указанию работников Северо-Западного ЦМС из числа случаев неудачных синоптических прогнозов, т. е. случаев с достаточно сложными атмосферными процессами. Один из дней (0/VII 1953 г.) дал малый коэффициент корреляции (0,40) в силу малости фактической суточной изменчивости OT_{1000}^{500} . Оправдываемость в этом случае была, естественно, достаточно высока (89%).

Упомянутые ранее трансформационные поправки определялись согласно работам М. Е. Берлянда [1]. В соответствии с этими работами изменения температуры в движущейся частице могут быть представлены в виде

$$\Delta T_{\text{тр}} = a \Delta R + b \Delta T_0, \quad (7)$$

где ΔT_0 — разность температур в начальный момент времени в начальной и конечной точках траектории частицы, ΔR — разность значений радиационного баланса в конечной точке траектории в конечный момент времени и в начальной точке в начальный момент времени, a и b — коэффициенты, зависящие от скорости перемещения воздушной массы характера подстилающей поверхности.

Требуемые для решения этой задачи траектории брались из данных прогноза средней температуры слоя (ведущий поток). Значительно сложнее определить ΔR . Дело в том, что эта величина существенно зависит от облачности.

Работы по предсказанию изменений облачности гидродинамическими методами еще только начинаются, и в 1953 г. этот вопрос был совершенно неизучен. В связи с этим было использовано несколько способов расчета, соответствующих предельным стилизациям влияния облачности. Сначала полагалось, что облачность мало меняется со

временем, т. е. ΔR можно заменить ΔR_0 . По сути дела это означало, что облачность закреплена в тех или иных точках пространства, а воздушные массы перемещаются, входя в облачные зоны или выходя из них. Результаты расчетов для одного из дней (14/XII 1953 г.) приведены на рис. 1. Стрелками отмечены случаи перемещения масс, соответствующие трансформационным изменениям, большим или равным. Сплошные стрелки показывают правильный знак поправки, пунктирные — неправильный. Число случаев правильных и неправильных знаков примерно одинаково, что привело к заключению о непригодности такого метода расчета.

Другой испробованный метод заключался в следующем. Считалось, что облачность не сохраняется в закрепленных точках пространства

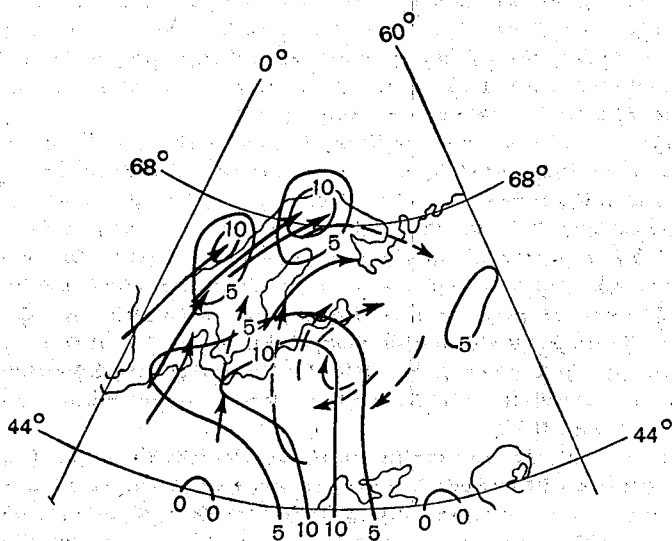


Рис. 1.
Цифры у изолиний означают баллы облачности в начальный момент времени.

а перемещается вместе с движущейся частицей. На самом деле облачность меняется и в движущихся массах, но это уже есть следствие нашей трансформации, и в первом приближении этим эффектом мы можем пренебрегать. В дальнейшем, располагая данными о таком первом приближении, можно рассчитать изменения облачности и на основании этого внести поправки в первый грубый расчет.

Изменения радиационного баланса ΔR в данном случае считали как ΔR для безоблачного неба, а затем вносились поправки на облачность в той точке, откуда пришла данная воздушная масса. Расчеты показали, что для того же дня (14/XII 1953 г.) из 32 точек знак поправки оказался правильным для 31 точки. Величины изменений трансформационной поправки $\Delta \Delta R$ были при этом заметно меньше, чем в расчетах по первому способу.

Расчеты радиационного баланса проводились по известной формуле

$$R = (Q + q)_0 (1 + kn) (1 - \gamma) - E_0 (1 - cn^2).$$

Здесь $(Q + q)$ — приходящая радиация при безоблачном небе, n — общая облачность, k — коэффициент, учитывающий влияние облачности на приходящую радиацию, γ — альbedo подстилающей поверхности.

Q_0 — эффективное излучение при безоблачном небе, c — коэффициент, учитывающий влияние облачности на эффективное излучение.

Данные для расчетов по формуле (8) определялись следующим образом. Величины $(Q+q)_0$, k и c брались из работы М. И. Будыко, И. И. Зубенок и Т. Г. Берлянд [3]. Эти величины зависят только от широты и времени года. Альбедо определялось по характеру подстилающей поверхности. Характеристики облачности n , температура и влажность на высоте 2 м снимались с синоптических карт.

Для расчета эффективного излучения при безоблачном небе по значениям температуры и влажности на 2 м мы использовали рекомендации М. Е. Берлянда [2]. Рекомендации предусматривают введение поправки за счет разности температур воздуха на высоте 2 м и почвы. Эта поправка нами не вводилась в силу того, что, во-первых, вообще эффект влияния радиационного баланса учитывается в данной схеме весьма слабо, а во-вторых, поправку невозможно было рассчитать без привлечения дополнительных материалов в силу того, что на синоптических картах температура почвы не наносится.

Для определения интересующей нас величины ΔR по второму способу сначала находилась разность значений приходящей радиации и эффективного излучения при безоблачном небе, а затем эта разность делилась соответственно на коэффициенты $(1 + kn)$ и $(1 - cn^2)$.

Расчеты ΔR обоими вышеуказанными способами были выполнены на 87 точек на территории ЕТС на материале трех дней. Были оценены коэффициенты корреляции между расчетными и фактическими значениями трансформационной поправки. Для расчетов при неизменной облачности (значение ΔR заменяется ΔR_0) коэффициент корреляции оказался равным $-0,05$, для схемы с перемещающейся облачностью он составил $0,75$.

Хотя рассчитанные значения трансформационной поправки во втором случае имели правильный знак, ее величина оказалась заниженной, поэтому резкого увеличения оправдываемости прогноза наземной температуры при переходе от адиабатической модели к неадиабатической не было обнаружено.

Одной из существенных причин недостаточного совпадения фактических и расчетных данных является отсутствие учета трансформации облачности в движущейся массе. Отметим, что в некоторых случаях учет этой трансформации будет косвенно выполняться, если заменить ΔR на R_0 , т.е. воспользоваться первым из изложенных способов расчета ΔR . Так, например, при меридиональных перемещениях масс в начальный момент времени облачность, как правило, убывает с севера на юг. По мере продвижения воздушной массы к югу вследствие ее прогрева облачность рассеивается и приращение радиационного баланса вдоль траектории делается близким к приращению баланса в тех же точках начальный момент времени.

Этими соображениями может быть объяснено успешное использование условия стационарности облачности (замена ΔR на ΔR_0) в работах по трансформации меридионально смещающихся масс, выполненных В. В. Завариной [6].

ЛИТЕРАТУРА

- Берлянд М. Е. Предсказание и регулирование теплового режима приземного слоя атмосферы. Гидрометеоздат, Л., 1956.
Берлянд М. Е. и Берлянд Т. Г. Определение эффективного излучения земли с учетом влияния облачности. Изв. АН СССР, сер. геогр., № 1, 1952.

3. Б удько М. И., Берлянд Т. Г., Зубенок Л. И. Тепловой баланс поверхности земли. Изв. АН СССР, сер. геогр., № 3, 1954.
4. Дубов А. С., Орлова Л. С. Результаты прогноза наземного поля давления карт барической топографии графоаналитическим методом. Тр. ГГО, вып. 7, 1957.
5. Дубов А. С. Определение коэффициента обмена по ускорениям самолета. Тр. ГГО, вып. 58, 1959.
6. Заварина М. В. Аэросиноптический анализ тепловой трансформации при холодных воздушных массах. Тр. ГГО, вып. 41, 1953.
7. Шехтер Ф. Н. К вычислению лучистых потоков тепла в атмосфере. Тр. ГГО, вып. 22, 1950.
8. Чуринова М. П. Некоторые данные о коэффициенте турбулентности в свободной атмосфере. Тр. ГГО, вып. 28, 1951.
9. Юдин М. И. О прогнозе поля давления численными методами. Тр. ГГО, вып. 7, 1957.

К. В. ПЯТЫГИНА

МЕТОД РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ВОЗДУШНЫХ ЧАСТИЦ

В статье дается метод расчета траекторий воздушных частиц между уровнями 850—500, 500—300 и 300—200 мб. При расчете траекторий учитываются вертикальные движения, а также влияние агеострофичности и ускорения движения воздушных частиц. Предлагаемый метод можно реализовать при помощи электронной вычислительной машины достаточного быстродействия.

1. В данной работе будет рассмотрен метод расчета трехмерных траекторий воздушных частиц, основанный на использовании карт барической топографии, сроки которых отличаются на 12 часов.

Предполагается, что этот метод будет использоваться в основном для расчета траекторий в диагностических целях, хотя при наличии редвычисленных карт барической топографии его можно применить и для прогноза.

Отметим, что прогностические траектории могут быть получены одновременно с прогнозом полей ветра, когда интерполирование выполняется небольшими шагами по времени. В такой постановке расчет пространственных траекторий на нескольких уровнях является весьма громоздкой задачей.

Рассматриваемый в настоящей статье метод, основанный на сохранении ускорения движения частицы неизменным в течение 12 часов, позволяет значительно упростить задачу, для решения которой все же необходимо применение электронной вычислительной машины.

1. Перейдем к изложению метода. Рассмотрим метод расчета пространственных траекторий, т. е. траекторий с учетом вертикальных движений.

Чтобы рассчитать траектории, например на 36 часов, воспользуемся тремя картами барической топографии за сроки, отличающиеся на 2 часов. Для каждой из этих карт вычисляем траектории на 6 часов вперед по направлению движения и траектории на 6 часов назад против направления движения. Таким образом, для трех сроков вычисляем эти поля 12-часовых траекторий.

Напишем формулы для расчета горизонтальных проекций траекторий.

Траектории вперед на 6 часов вычисляем по формулам

$$\left. \begin{aligned} x - x_0 &= \left(u + \frac{du}{dt} \frac{\tau}{2} \right) \tau \\ y - y_0 &= \left(v + \frac{dv}{dt} \frac{\tau}{2} \right) \tau \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь τ — промежуток времени.

При расчете траекторий назад на 6 часов (против направления ветра) в формулах (1) величину τ следует взять с обратным знаком.

Составляющие скорости u , v представляем в виде суммы составляющих геострофического ветра и составляющих отклонений ветра от геострофического

$$\left. \begin{aligned} u &= u_r + u' \\ v &= v_r + v' \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Подставляя (2) в формулы (1), получаем

$$\left. \begin{aligned} x - x_0 &= (u_r + u')\tau + \frac{\tau^2}{2} \frac{du}{dt} \\ y - y_0 &= (v_r + v')\tau + \frac{\tau^2}{2} \frac{dv}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Таким образом, горизонтальные проекции траекторий вычисляются с учетом влияния отклонения ветра от геострофического и ускорения движения воздушных частиц. Отметим, что, как показывает оценка порядка слагаемых в формулах (3), для 12-часовых траекторий влияние ускорения примерно в два раза больше влияния агеострофичности движения, а для 6-часовых траекторий оба эти фактора одинаковы. Такой же результат в отношении 6-часовых траекторий для конкретного случая был получен М. И. Рузиным [5].

Как следует из уравнений движения, ускорения $\frac{du}{dt}$ и $\frac{dv}{dt}$ можно выразить через составляющие агеострофического ветра

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= lv' \\ \frac{dv}{dt} &= -lu' \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где l — параметр Кориолиса.

Тогда формулы (3) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} x - x_0 &= (u_r + u')\tau + \frac{\tau^2}{2} lv' \\ y - y_0 &= (v_r + v')\tau - \frac{\tau^2}{2} lu' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для расчета горизонтальных проекций траекторий можно воспользоваться и непосредственно формулами (1), если в качестве исходных данных использовать данные о фактическом ветре, а ускорения $\frac{du}{dt}$ и $\frac{dv}{dt}$ определять, например, способом, предложенным в работах [4, 5].

Вертикальные проекции траекторий рассчитываем по формуле, приведенной в работе [6],

$$\zeta - \zeta_0 = \tau \tilde{\omega}(x_0, y_0, \zeta_0, t_0). \quad (5)$$

Обозначения в формуле (6)

$$\zeta = \frac{p}{P_0},$$

где p — давление, P_0 — стандартное атмосферное давление, равно

000 мб, \tilde{w} — вертикальная скорость в изобарической системе координат, равная $\frac{1}{P_0} \frac{dp}{dt}$.

Из формулы (6) следует, что для расчета вертикальных проекций траекторий достаточно рассчитать вертикальные скорости.

2. Рассмотрим методику расчета траекторий для треугольной сетки очек с шагом 330 км (о преимуществе треугольной сетки по сравнению с квадратной сказано в работе [7]).

В качестве основных уровней, т. е. уровней, для которых будут рассчитываться горизонтальные проекции траекторий, возьмем изобарические поверхности 850, 500, 300 и 200 мб. Тогда пространственные траектории можно будет рассчитывать между уровнями 850—500, 500—300, 300—200 мб. При этом составляющие геострофического и агеострофического ветра и вертикальную скорость необходимо рассчитывать для тех же четырех уровней.

Для расчета полей $u_r, v_r, u', v', \tilde{w}$ можно воспользоваться методикой расчета этих величин в начальный момент времени, разработанной для задачи предвычисления полей ветра и температуры на основе агеострофической модели [2, 3]. При расчете вертикальных скоростей для уровней 850 и 500 мб надо учесть также вертикальную скорость, возникающую за счет приземного турбулентного трения.

Тогда для расчета пространственных траекторий продолжительностью 36 часов необходимо воспользоваться значениями геопотенциала и температуры в узлах треугольной сетки для трех сроков, отличающихся на 12 часов.

II. Формулы (5), (6) приведем к рабочему виду. Величину τ принимаем равной 6 часам ($21,6 \cdot 10^3$ сек.).

Значения горизонтальных проекций траекторий удобнее вычислять в относительных координатах, учитывая расстояния между узлами выработанной нами сетки в направлениях x и y [6, 8]. Так как расстояния между узлами сетки в меридиональном направлении равны 3° , а в широтном направлении 10° , то в относительных координатах формулы (5) принимают вид:

для движения вперед

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \bar{x}_0 + \frac{0,0195}{\cos \varphi} (u_r + u') + \frac{0,0306 \sin \varphi}{\cos \varphi} v' \\ \bar{y} &= \bar{y}_0 + 0,0654 (v_r + v') - 0,1031 \sin \varphi u' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

для движения назад

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \bar{x}_0 - \frac{0,0195}{\cos \varphi} (u_r + u') + \frac{0,0306 \sin \varphi}{\cos \varphi} v' \\ \bar{y} &= \bar{y}_0 - 0,0654 (v_r + v') - 0,1031 \sin \varphi u' \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Обозначения в формулах (7), (8) следующие: φ — широта, $\bar{x}_0 = \frac{x_0}{1110 \cos \varphi}$, $\bar{y}_0 = \frac{y_0}{330}$ — относительные координаты точек сетки. Значения u_r, v_r, u', v' в формулах (7), (8) необходимо подставлять в м/сек. ось x следует направить по касательной к кругу широт с запада на восток, а ось y — по меридиану с юга на север. Начало координат удобнее выбрать в центре рассматриваемой территории.

Расчет горизонтальных проекций траекторий по формулам (7), (8) производим по данным трех сроков, отличающихся на 12 часов. В результате получаем шесть ветвей траекторий. Это можно представить

в виде трех полей, части которых представлены на рис. 1. Кроме того на рис. 1 для конкретного дня каждого поля в увеличенном масштабе вынесена одна ветвь 12-часовой траектории.

Как будет ясно из дальнейшего, расчет горизонтальных проекций траекторий для среднего момента времени t_1 следует производить по формулам (7) и (8); т. е. необходимо вычислять обе ветви траектории. Для момента t_0 достаточно вычислить ветвь A_0b_0 , т. е. по формуле (7) а для момента t_2 , наоборот, ветвь a_2A_2 , — по формуле (8).

При расчете ζ по формуле (6) для траекторий против направления движения и для траекторий по направлению движения также надо учитывать знак величины τ . На рис. 2 показан пример, на котором траектория представлена в вертикальной плоскости.

Таким образом, вертикальная проекция траекторий для точек b равна

$$\zeta = \zeta_0 + \tau \tilde{w}(x_0, y_0, \zeta_0, t_0), \quad (1)$$

а для точек a

$$\zeta = \zeta_0 - \tau \tilde{w}(x_0, y_0, \zeta_0, t_0). \quad (1)$$

Возьмем $\tau = 6$ час. и, пользуясь зависимостью $\tilde{w} = -\frac{\rho g}{P_0} w$ (ρ — плотность воздуха, g — ускорение силы тяжести), перейдем от вертикальной скорости в изобарической системе координат \tilde{w} к действительной вертикальной скорости w . Тогда формулы (9) и (10) соответственно примут вид

$$\zeta = \zeta_0 - \alpha(\zeta_0) w, \quad (1)$$

$$\zeta = \zeta_0 + \alpha(\zeta_0) w. \quad (1)$$

Коэффициент $\alpha(\zeta_0)$, если w вычислять в см/сек., принимает следующие значения:

ζ_0	0,85	0,5	0,3	0,2
$\alpha(\zeta_0)$	0,0224	0,0148	0,00995	0,00677

III. Чтобы иметь поле непрерывных траекторий продолжительностью 36 часов, необходимо к каждой ветви поля траекторий за какое либо 12-часовой срок присоединить ветви траекторий за другие два срока. С этой целью придется воспользоваться интерполяцией поля траекторий.

Наиболее удобно присоединить к полю пространственных траекторий за средний срок поле траекторий за предыдущие 12 часов и поле траекторий за последующие 12 часов.

Возьмем какую-либо точку сетки карты среднего срока, например A_1 (рис. 1 и 2). К точке a_1' надо присоединить траекторию за 12 часов с карты первого срока (t_0), а к точке b_1' — с карты третьего срока (t_2).

1. Сначала рассмотрим присоединение траектории к точке a_1' . С этой целью за первый срок рассмотрим поле шестичасовых отрезков траекторий A_0b_0' .

В этом поле надо найти такую исходную точку, двигаясь из которой по направлению ветра воздушная частица через 6 часов окажется в точке b_0' , имеющей координаты, совпадающие с координатами точки a_1' . Это означает, что должны иметь место следующие равенства

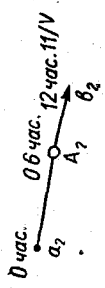
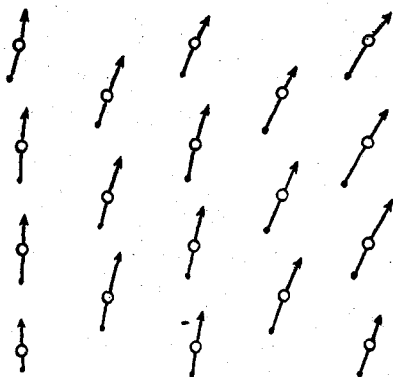
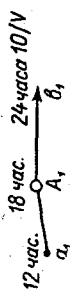
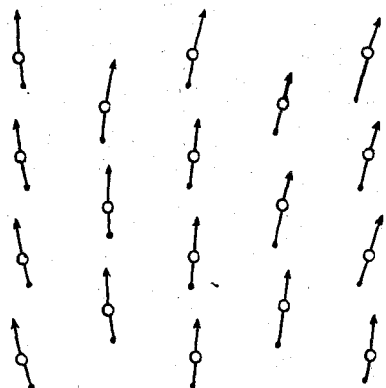
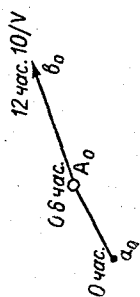
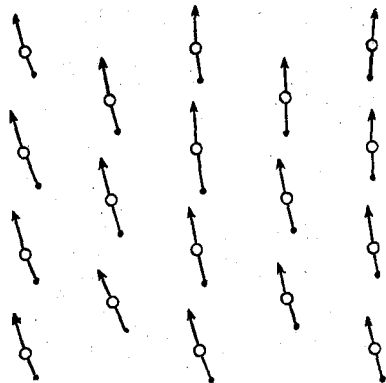
τ_2  τ_1  τ_0 

Рис. 1.

$$\left. \begin{aligned} x(t_0 + \tau, x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0)) &= x(t_1 - \tau, x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)) \\ y(t_0 + \tau, x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0)) &= y(t_1 - \tau, x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)) \\ \zeta(t_0 + \tau, x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0)) &= \zeta(t_1 - \tau, x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Обратимся сначала к равенствам (13), т. е. постараемся в пол $A_0 b_0$ найти такую точку, выйдя из которой воздушная частица чере

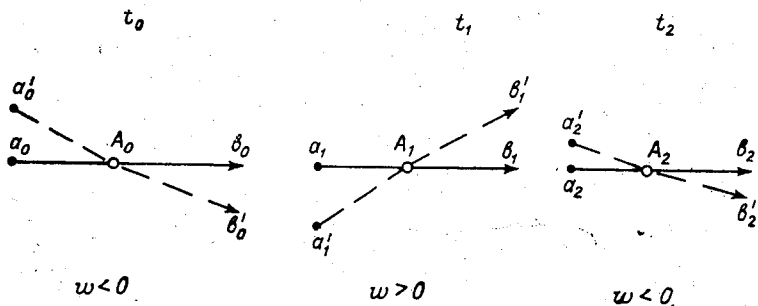


Рис. 2.

6 часов окажется в точке b_0 , имеющей такие же горизонтальные координаты, как и точка a_1 . С этой целью определяем расстояние r_i между точкой $a_1(x, y)$ и ближайшими точками $(b_0)_i$

$$r_i = \sqrt{[x_{a_1} - (x_{b_0})_i]^2 + [y_{a_1} - (y_{b_0})_i]^2}. \quad (1)$$

Из них выбираем три кратчайших расстояния на рассматриваемой изобарической поверхности и соответственно выписываем координаты исходных узлов сетки (x_0, y_0) .²

Затем в зависимости от соотношений $(a_1' < \zeta_0(t_1), \zeta_{a_1'} > \zeta_0(t_1))$ в исследуемой точке a_1' рассматриваем поле горизонтальных траекторий $A_0 b_0$ на выше или ниже лежащей поверхности. На этой поверхности также определяем горизонтальные расстояния между точкой a_1 и точками $(b_0)_i$. Берем три точки с кратчайшими расстояниями, выписывая для них координаты трех исходных узлов сетки.

Далее для обеих указанных изобарических поверхностей находим значения u_r, v_r, u', v', ω в точке (x_0, y_0) поля $b_0 A_0$, являющейся начальной для точки (x, y) . Эти значения находим при помощи линейной интерполяции по значениям в трех точках сетки [1]. При этом точка (x_0, y_0) не совпадающая с каким-либо узлом сетки, является точкой пока еще с неопределенными координатами.

Интерполяцию производим по формуле

$$f(x_0, y_0) = \frac{f_B s_B + f_C s_C + f_D s_D}{S}, \quad (1)$$

где s_B, s_C, s_D — площади малых треугольников, указанных на рис.

¹ Здесь правые части представляют собой координаты точек a_1' , вычисленные соответственно по формулам (8) и (10) для момента t_1 .

² Здесь и в дальнейшем для простоты записи относительные координаты \bar{x}, \bar{y}_0 записываются в виде $x, y; x_0, y_0$.

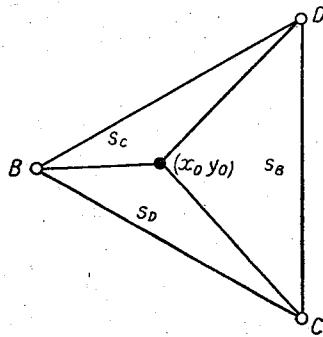


Рис. 3.

$S = s_B + s_C + s_D$ — площадь большого треугольника. Допустим, что точки B, C, D имеют относительные координаты $B(x_1, y_1), C(x_2, y_2), D(x_3, y_3)$.

Тогда при обходе против часовой стрелки для выбранной нами сетки получаем следующие выражения для площадей треугольников:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}, \quad (17)$$

$$s_B = \frac{1}{2} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + x_0 (y_2 - y_3) + y_0 (x_3 - x_2)], \quad (18)$$

$$s_C = \frac{1}{2} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + x_0 (y_1 - y_2) + y_0 (x_2 - x_1)], \quad (19)$$

$$s_D = \frac{1}{2} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + x_0 (y_3 - y_1) + y_0 (x_1 - x_3)]. \quad (20)$$

Далее воспользуемся равенствами (13) и формулами (7), тогда получим

$$\left. \begin{aligned} x_0(t_0) + \frac{0,0195}{\cos \varphi} (u_r + u')|_{t_0} + \frac{0,0306 \sin \varphi}{\cos \varphi} v' |_{t_0} &= x_{a_1} \\ y_0(t_0) + 0,0654 (v_r + v')|_{t_0} - 0,1031 \sin \varphi u' |_{t_0} &= y_{a_1} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

В левые части равенств (21) необходимо подставить интерполированные значения u_r, v_r, u', v' . Правые части представляют собой известные величины (координаты точки a_1).

Из этих равенств определяем $x_0(t_0), y_0(t_0)$ для обеих рассматриваемых поверхностей. При этом необходимо учесть, что $x_0(t_0), y_0(t_0)$ в левых частях равенств (21) содержатся не только как свободные члены, но также входят в интерполированные значения $(u_r + u'), (v_r + v'), u', v'$ через площади треугольников s_B, s_C, s_D .

Из равенств (21) с учетом (17) — (20) для определения $x_0(t_0)$ и $y_0(t_0)$ получаем следующую систему двух линейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} c_1 x_0 + d_1 y_0 &= F_1 \\ f_1 x_0 + e_1 y_0 &= F_2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

В системе (22) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} c_1 &= 1 + \frac{0,0225}{\cos \varphi} [(y_2 - y_3)(u_r + u')_B + (y_3 - y_1)(u_r + u')_C + \\ &+ (y_1 - y_2)(u_r + u')_D] |_{t_0} + \frac{0,0353 \sin \varphi}{\cos \varphi} [(y_2 - y_3)v'_B + \\ &+ (y_3 - y_1)v'_C + (y_1 - y_2)v'_D] |_{t_0}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{0,0225}{\cos \varphi} [(x_3 - x_2)(u_r + u')_B + (x_1 - x_3)(u_r + u')_C + \\ &+ (x_2 - x_1)(u_r + u')_D] |_{t_0} + \frac{0,0353 \sin \varphi}{\cos \varphi} [(x_3 - x_2)v'_B + \\ &+ (x_1 - x_3)v'_C + (x_2 - x_1)v'_D] |_{t_0}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} f_1 &= 0,0755 [(y_2 - y_3)(v_r + v')_B + (y_3 - y_1)(v_r + v')_C + \\ &+ (y_1 - y_2)(v_r + v')_D] |_{t_0} - 0,1190 \sin \varphi [(y_2 - y_3)u'_B + \\ &+ (y_3 - y_1)u'_C + (y_1 - y_2)u'_D] |_{t_0}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} e_1 &= 1 + 0,0755 [(x_3 - x_2)(v_r + v')_B + (x_1 - x_3)(v_r + v')_C + \\ &+ (x_2 - x_1)(v_r + v')_D] |_{t_0} - 0,1190 \sin \varphi [(x_3 - x_2)u'_B + \\ &+ (x_1 - x_3)u'_C + (x_2 - x_1)u'_D] |_{t_0}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$F_1 = x_{a_1} - \frac{0,0225}{\cos \varphi} [(x_2 y_3 - x_3 y_2)(u_r + u')_B + (x_3 y_1 - x_1 y_3)(u_r + u')_C + \\ + (x_1 y_2 - x_2 y_1)(u_r + u')_D] |_{t_0} - \frac{0,0353 \sin \varphi}{\cos \varphi} [(x_2 y_3 - x_3 y_2)v'_B + \\ + (x_3 y_1 - x_1 y_2)v'_C + (x_1 y_2 - x_2 y_1)v'_D] |_{t_0}, \quad (27)$$

$$F_2 = y_{a_1} - 0,0755 [(x_2 y_3 - x_3 y_2)(v_r + v')_B + (x_3 y_1 - x_1 y_3)(v_r + v')_C + \\ + (x_1 y_2 - x_2 y_1)(v_r + v')_D] |_{t_0} + 0,1190 \sin \varphi [(x_2 y_3 - x_3 y_2)u'_B + \\ + (x_3 y_1 - x_1 y_3)u'_C + (x_1 y_2 - x_2 y_1)u'_D] |_{t_0}. \quad (28)$$

Вычисления $x_0(t_0)$, $y_0(t_0)$ производим для двух изобарических поверхностей. Затем линейной интерполяцией [формула (16)] по трем точкам находим вертикальную скорость w в точке (x_0, y_0) для обеих изобарических поверхностей. Таким образом, для этих поверхностей значения u_r, v_r, u', v', w в начальной точке будут известны.

В дальнейшем необходимо найти исходную точку $\zeta_0'(t_0)$, для которой ζ в точке b_0' равна ζ в точке a_1' .

С этой целью воспользуемся равенством (14). Если учесть формулы (11) и (12), то равенство (14) можно переписать в виде

$$\zeta_0'(t_0) - \alpha(\zeta_0') w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0'(t_0)) = \\ = \zeta_0(t_1) - \alpha(\zeta_0) w(x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)), \quad (29)$$

или

$$\zeta_0'(t_0) - \alpha(\zeta_0') w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0'(t_0)) = \zeta_{a_1}'. \quad (30)$$

Здесь штрих у $\zeta_0'(t_0)$ указывает на то, что этот уровень обычно не совпадает с основной изобарической поверхностью, а расположен между двумя рассматриваемыми изобарическими поверхностями.

Из равенства (30) надо определить $\zeta_0'(t_0)$. Но прежде надо определить вертикальную скорость для этого уровня. Вертикальную скорость $w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0'(t_0))$ находим линейной интерполяцией по вертикали между значениями $w(x_0(t_0), y_0(t_0))$, полученными линейной интерполяцией по горизонтали (по трем точкам) для двух поверхностей $\zeta_0(t_0)$ и $\zeta_1(t_0)$,

$$\alpha(\zeta_0') w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0'(t_0)) = \alpha(\zeta_0) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0)) + \\ + \frac{\zeta_0' - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [\alpha(\zeta_1) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_1(t_0)) - \\ - \alpha(\zeta_0) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0))]. \quad (31)$$

Здесь уровень $\zeta_0'(t_0)$ является пока еще неопределенным.

Подставляя (31) в (30), находим $\zeta_0'(t_0)$

$$\zeta_0'(t_0) = \frac{A}{C}, \quad (32)$$

где

$$A = \zeta_{a_1}' + \alpha(\zeta_0) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0)) - \\ - \frac{\zeta_0(t_0)}{\zeta_1(t_0) - \zeta_0(t_0)} [\alpha(\zeta_1) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_1(t_0)) - \\ - \alpha(\zeta_0) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0))], \quad (33)$$

$$C = 1 - \frac{1}{\zeta_1(t_0) - \zeta_0(t_0)} [\alpha(\zeta_1) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_1(t_0)) - \\ - \alpha(\zeta_0) w(x_0(t_0), y_0(t_0), \zeta_0(t_0))]. \quad (34)$$

Вычислив $\zeta'_0(t_0)$, определяем для этого уровня по формуле (31) интерполированное значение $\alpha(\zeta'_0)\psi(\zeta'_0)$.

Таким же образом для $\zeta'_0(t_0)$ находим интерполированные по высоте значения $x_0, y_0, u_r, v_r, u', v'$ по значениям, которые были получены для двух поверхностей интерполяцией соответствующих величин по горизонтали:

$$\left. \begin{aligned} x_0(\zeta'_0(t_0)) &= x_0(\zeta_0(t_0)) + \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [x_0(\zeta_1(t_0)) - x_0(\zeta_0(t_0))] \\ y_0(\zeta'_0(t_0)) &= y_0(\zeta_0(t_0)) + \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [y_0(\zeta_1(t_0)) - y_0(\zeta_0(t_0))] \end{aligned} \right\} (35)$$

$$\left. \begin{aligned} u_r(x_0, y_0, \zeta'_0(t_0)) &= u_r(x_0, y_0, \zeta_0(t_0)) + \\ &+ \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [u_r(x_0, y_0, \zeta_1(t_0)) - u_r(x_0, y_0, \zeta_0(t_0))] \\ v_r(x_0, y_0, \zeta'_0(t_0)) &= v_r(x_0, y_0, \zeta_0(t_0)) + \\ &+ \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [v_r(x_0, y_0, \zeta_1(t_0)) - v_r(x_0, y_0, \zeta_0(t_0))] \end{aligned} \right\} (36)$$

$$\left. \begin{aligned} u'(x_0, y_0, \zeta'_0(t_0)) &= u'(x_0, y_0, \zeta_0(t_0)) + \\ &+ \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [u'(x_0, y_0, \zeta_1(t_0)) - u'(x_0, y_0, \zeta_0(t_0))] \\ v'(x_0, y_0, \zeta'_0(t_0)) &= v'(x_0, y_0, \zeta_0(t_0)) + \\ &+ \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} [v'(x_0, y_0, \zeta_1(t_0)) - v'(x_0, y_0, \zeta_0(t_0))] \end{aligned} \right\} (37)$$

Соединяя точку $(x_0, y_0, \zeta'_0)_t$ с точкой a_1' , получаем 6-часовую траекторию, предшествующую 12-часовой траектории $a_1 A b_1'$ (рис. 1 и 2). Затем по формуле (8), используя интерполированные значения соответствующих величин, полученных в результате интерполяции по формулам (35) — (37), рассчитываем ветвь траектории $a_0 A_0$ за предыдущие 6 часов (в момент t_0). Используя интерполированное значение вертикальной жорости ω , полученное применением формулы (31), определяем с помощью (12) вертикальную проекцию траектории $\zeta_{a'_0}$ для точки a_0 . Таким образом получаем пространственную траекторию воздушной частицы за 24 часа.

2. Аналогичные расчеты следует произвести, чтобы к точке b_1' присоединить траекторию за последующие 12 часов. В этом случае формулы (13), (14), (21) — (28), (31) — (34) примут несколько иной вид.

Равенства (13), (14) в данном случае следует написать таким образом:

$$\left. \begin{aligned} x(t_2 - \tau, x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2)) &= x(t_1 + \tau, x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)) \\ y(t_2 - \tau, x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2)) &= y(t_1 + \tau, x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)) \end{aligned} \right\} (13')$$

$$\zeta(t_2 - \tau, x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2)) = \zeta(t_1 + \tau, x_0(t_1), y_0(t_1), \zeta_0(t_1)). \quad (14')$$

Здесь правые части представляют собой координаты точек b_1' , вычисленные соответственно по формулам (7) и (11) для момента t_1 .

Формулы (21) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} x_0(t_2) - \frac{0,0195}{\cos \varphi} (u_r + u')|_{t_2} + \frac{0,0306 \sin \varphi}{\cos \varphi} v'|_{t_2} &= x_{b_1} \\ y_0(t_2) - 0,0654 (v_r + v')|_{t_2} - 0,1031 \sin \varphi u'|_{t_2} &= y_{b_1} \end{aligned} \right\} (21')$$

Система уравнений (22) преобразуется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} c'_1 x_0 + d'_1 y_0 &= F'_1 \\ f'_1 x_0 + e'_1 y_0 &= F'_2 \end{aligned} \right\} \quad (22')$$

Обозначения в системе (22'):

$$\begin{aligned} c'_1 &= 1 - \frac{0,0225}{\cos \varphi} [(y_2 - y_3)(u_r + u')_B + (y_3 - y_1)(u_r + u')_C + \\ &+ (y_1 - y_2)(u_r + u')_D] |_{t_2} + \frac{0,0353 \sin \varphi}{\cos \varphi} [(y_2 - y_3)v'_B + \\ &+ (y_3 - y_1)v'_C + (y_1 - y_2)v'_D] |_{t_2}, \end{aligned} \quad (23')$$

$$\begin{aligned} d'_1 &= -\frac{0,0225}{\cos \varphi} [(x_3 - x_2)(u_r + u')_B + (x_1 - x_3)(u_r + u')_C + \\ &+ (x_2 - x_1)(u_r + u')_D] |_{t_2} + \frac{0,0353 \sin \varphi}{\cos \varphi} [(x_3 - x_2)v'_B + \\ &+ (x_1 - x_3)v'_C + (x_2 - x_1)v'_D] |_{t_2}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} f'_1 &= -0,0755 [(y_2 - y_3)(v_r + v')_B + (y_3 - y_1)(v_r + v')_C + \\ &+ (y_1 - y_2)(v_r + v')_D] |_{t_2} - 0,1190 \sin \varphi [(y_2 - y_3)u'_B + (y_3 - y_1)u'_C + \\ &+ (y_1 - y_2)u'_D] |_{t_2}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} e'_1 &= 1 - 0,0755 [(x_3 - x_2)(v_r + v')_B + (x_1 - x_3)(v_r + v')_C + \\ &+ (x_2 - x_1)(v_r + v')_D] |_{t_2} - 0,1190 \sin \varphi [(x_3 - x_2)u'_B + (x_1 - x_3)u'_C + \\ &+ (x_2 - x_1)u'_D] |_{t_2}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} F'_1 &= x_{b_1} + \frac{0,0225}{\cos \varphi} [(x_2 y_3 - x_3 y_2)(u_r + u')_B + (x_3 y_1 - x_1 y_3)(u_r + u')_C + \\ &+ (x_1 y_2 - x_2 y_1)(u_r + u')_D] |_{t_2} - \frac{0,0353 \sin \varphi}{\cos \varphi} [(x_2 y_3 - x_3 y_2)v'_B + \\ &+ (x_3 y_1 - x_1 y_3)v'_C + (x_1 y_2 - x_2 y_1)v'_D] |_{t_2}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} F'_2 &= y_{b_1} + 0,0755 [(x_2 y_3 - x_3 y_2)(v_r + v')_B + (x_3 y_1 - x_1 y_3)(v_r + v')_C + \\ &+ (x_1 y_2 - x_2 y_1)(v_r + v')_D] |_{t_2} + 0,1190 \sin \varphi [(x_2 y_3 - x_3 y_2)u'_B + \\ &+ (x_3 y_1 - x_1 y_3)u'_C + (x_1 y_2 - x_2 y_1)u'_D] |_{t_2}. \end{aligned} \quad (28)$$

Равенства (31) — (34) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \alpha(\zeta'_0) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta'_0(t_2)) &= \alpha(\zeta_0) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2)) + \\ &+ \frac{\zeta'_0 - \zeta_0}{\zeta'_1 - \zeta_0} [\alpha(\zeta_1) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_1(t_2)) - \\ &- \alpha(\zeta_0) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2))], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\zeta'_0(t_2) = \frac{A'}{C'}, \quad (32)$$

де

$$A' = \zeta_{b_1'} - \alpha(\zeta_0) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2)) + \\ + \frac{\zeta_0(t_2)}{\zeta_1(t_2) - \zeta_0(t_2)} [\alpha(\zeta_1) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_1(t_2)) - \\ - \alpha(\zeta_0) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2))], \quad (33')$$

$$C' = 1 + \frac{1}{\zeta_1(t_2) - \zeta_0(t_2)} [\alpha(\zeta_1) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_1(t_2)) - \\ - \alpha(\zeta_0) \omega(x_0(t_2), y_0(t_2), \zeta_0(t_2))]. \quad (34')$$

В формулах (35) — (37) значения величин в момент времени t_0 следует заменить соответствующими величинами в момент t_2 .

Соединяя точку $(x_0, y_0, \zeta_0')|_{t_2}$ с точкой b_1' , получаем 6-часовую траекторию, последующую за траекторией $a_1'A_1b_1'$.

Затем по формуле (7), взяв интерполированные значения x_0, y_0, u_r, u', v' , полученные с помощью формул (35) — (37) для момента t_2 , рассчитываем горизонтальную ветвь траектории за последующие 6 часов. Используя интерполированное значение вертикальной скорости, с помощью формулы (11) вычисляем вертикальную проекцию траектории.

Таким образом, получаем 36-часовую траекторию (с учетом вертикальных движений) для воздушной частицы, которая в середине рассматриваемого интервала времени t_1 находилась в узле сетки A_1 .

3. Аналогичные расчеты 36-часовой траектории производим для всех воздушных частиц, находящихся в момент t_1 в узлах сетки рассматриваемой изобарической поверхности. Далее переходим к расчету пространственных траекторий для воздушных частиц, находящихся в момент t_1 в узлах сетки другой поверхности.

Отметим, что для рассматриваемого нами диапазона высот непрерывные траектории продолжительностью 36 часов можно получить только для уровней 500 и 300 мб. Это связано с тем, что при расчете пространственных траекторий для этих уровней имеются и выше и ниже лежащие поверхности, что существенно для интерполяции по ζ .

Для уровней 850 и 200 мб непрерывные пространственные траектории можно получить только за 24 часа. Это вызвано тем, что для уровня 50 мб имеется только выше лежащая поверхность (500 мб), поэтому присоединить ветвь траектории к траектории $a_1'A_1b_1'$ можно только того конца, где $\zeta_{a_1'} < \zeta_0(t_1)$ или $\zeta_{b_1'} < \zeta_0(t_1)$, т. е. при восходящих движениях. Для уровня 200 мб, наоборот, присоединение ветви траектории траектории $a_1'A_1b_1'$ можно произвести только для нисходящих воздушных движений.

Предлагаемый метод расчета пространственных траекторий можно реализовать при помощи быстродействующей электронной вычислительной машины.

ЛИТЕРАТУРА

- Гандин Л. С. О линейной интерполяции метеорологических элементов в двух измерениях. Тр. ГГО, вып. 71, 1957.
Пятыгина К. В. Расчетная схема предвычисления полей ветра и температуры в тропосфере и нижней стратосфере. Тр. ГГО, вып. 121, 1961.
Пятыгина К. В., Федорова Э. А., Блажевич В. Г. Предварительные результаты испытания агеострофической схемы предвычисления полей ветра, температуры и вертикальных токов. Тр. ГГО, вып. 143, 1963.

4. Пятыгина К. В. Определение вертикальных скоростей из уравнений динамики атмосферы. Тр. ГГО, вып. 143, 1963.
5. Рузин М. И. Некоторые вопросы кинематики воздушных течений. Вестн. ЛГУ, № 5, 1954.
6. Юдин М. И. Решение уравнений динамики атмосферы при использовании закономерностей структуры метеорологических полей в целях краткосрочного прогноза погоды. Тр. ГГО, вып. 143, 1963.
7. Юдин М. И. О выборе опорной сети пунктов в целях численного прогноза метеорологических полей. Тр. ГГО, вып. 114, 1960.
8. Юдин М. И. и Кобякова А. А. Прогноз полей H_{500} и H_{850} с помощью электронной счетной машины «Стрела-3». Материалы совещания координационной комиссии по численным методам прогноза. Гидрометеиздат, Л., 1961.

Г. Д. КУДАШКИН

ОБ ОШИБКАХ ЧИСЛЕННЫХ ПРОГНОЗОВ AT_{500} И AT_{850} В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЦИРКУЛЯЦИОННЫХ УСЛОВИЙ

Рассмотрены ошибки 40 численных прогнозов AT_{500} и AT_{850} на один и двое суток, составленных в отделе динамической метеорологии Главной геофизической обсерватории. Заметной систематической ошибки по всей серии прогнозов не выявлено. При разделении всей серии на 3 группы по типу циркуляции в исходный для прогноза день для каждой группы получились значительные по величине систематические ошибки.

Постановка задачи

К настоящему времени разработано значительное число схем численного прогноза поля давления в атмосфере. Однако несмотря на большое число схем, успешность прогнозов, получаемых при их реализации, еще недостаточно высока.

Одним из возможных путей повышения качества численных прогнозов признается дифференцированное решение задачи применительно к однотипным циркуляционным условиям. Так, например, границы, на которых формулируются граничные условия, характер оптимального сглаживания, пространственный и временный шаг следует выбирать в зависимости от характера синоптических процессов.

Попытки учета синоптических условий при численном прогнозировании сделаны Е. П. Борисенковым и А. Л. Кацем, показавшими различие эмпирических функций влияния для прогноза поля давления при разных условиях циркуляции в атмосфере [8, 16].

Для дифференцированного решения задачи прогноза необходимо определять степень аналогичности процессов в атмосфере. Некоторые критерии аналогичности используются в целях численного прогноза и в настоящее время. В какой-то мере тип циркуляции учитывается использованием в некоторых схемах переноса координатной системы со скоростью среднего зонального переноса [23, 24]. Скорость зонального переноса не является достаточной характеристикой циркуляции и, как показано в работе [24], ее учет не ведет к полному устранению ошибок в прогнозах, вызванных влиянием искусственных граничных условий и не учитываемых схемой прогноза преобразования полей.

До настоящего времени нет приемлемого метода объективного определения аналогичности состояний и процессов в атмосфере, особенно применительно к целям краткосрочного прогноза, хотя имеется ряд капитальных работ по субъективной типизации атмосферных процессов. К ним относятся работы Б. П. Мультиановского, Б. Л. Дзерdzeевского,

О. А. Дроздова, Г. Я. Вангенгейма, Э. А. Исаева, В. Г. Шишкова и других авторов.

Не имея возможности подробно остановиться на особенностях типизаций, отметим лишь, что все они вызваны к жизни в основном практической необходимостью в прогнозах малой и большой заблаговременности (от нескольких суток до сезона). Поэтому изучались процессы, обладающие устойчивостью в течение нескольких суток, их характеристики и преемственность. Определялись нормы повторяемости однотипных процессов в определенный отрезок времени (месяц, сезон).

Распределение метеорологических элементов зависит от преобладающих процессов в данный промежуток времени. Поэтому для прогноза аномалии метеоэлементов нужно в первую очередь установить характер ожидаемых процессов в прогностическом периоде, а затем использовать найденные для определенных сочетаний процессов значения метеоэлементов.

Установление характера ожидаемых процессов в прогностическом периоде является весьма трудной задачей по двум причинам: во-первых, из-за отсутствия ясного и единого критерия для определения аналогичности и, во-вторых, из-за того, что аналогичность процесса в исходном периоде не всегда дает четкие указания на их аналогичность в будущем. В. Г. Шишков [22] отмечает, что вопрос о длительности промежутка времени, в течение которого должна наблюдаться аналогия в прошлом для наибольшей вероятности аналогии в будущем, остается открытым.

Отметим еще, что в большинстве типизаций процессов основное внимание уделялось крупномасштабным характеристикам атмосферных движений. Такой подход нельзя не считать оправданным. Так, типизация Г. Я. Вангенгейма, которой мы воспользовались в данном исследовании, сводит синоптические процессы к трем основным типам: западному, восточному и меридиональному. Каждый тип имеет ряд разновидностей, которые характеризуются определенной локализацией барических систем и направленностью их перемещения.

Таким образом, вопросы определения аналогичности разрабатывались больше всего специалистами по долгосрочным прогнозам и применительно к долгосрочным прогнозам. Это, по-видимому, в значительной мере мешало решению вопроса об объективном выборе аналогов применительно к целям краткосрочного прогноза погоды.

Остановимся на вопросе о методах объективного определения аналогичности и о возможных путях использования аналогов в гидродинамическом прогнозе погоды. Особенность вопроса состоит в том, что аналог для целей краткосрочного прогноза необходимо подбирать к полям (например, температуры или геопотенциала, либо одновременно к нескольким полям), которые сравнительно быстро меняются во времени и довольно неоднородны в пространстве. Аналог для этой цели можно было бы попытаться подобрать по методу разностей полей (Н. А. Багров [1, 4]). Однако, по-видимому, применение этого метода нецелесообразно даже при использовании быстродействующей вычислительной машины для сколько-нибудь значительной территории. Для подбора подходящего аналога в этом случае необходимо задавать в память машины большое число полей, так как метод может обеспечить получение удовлетворительного критерия аналогичности лишь при очень большом сходстве сравниваемых полей. Использование метода разностей при кажущейся детальности может не отразить основных динамически значимых черт процесса. По-видимому, нет необходимости отыскивать абсолютно сходные поля, а следует отыскивать динамически

сходные с достаточной внешней аналогией. Опыт субъективных типизаций и повседневный синоптический опыт подтверждают законность такого подхода, так как внутри однородных синоптических процессов не предполагается стационарирование барических образований и абсолютное сходство полей. В большинстве случаев барические образования смещаются ото дня ко дню, хотя направленность процесса сохраняется в течение более длительного промежутка времени, чем и определяется однотипность процесса.

Задача отыскания аналогов, описывающих наиболее значимые черты метеорологических полей и процессов, может быть решена на основе сравнения коэффициентов разложения данного поля или ряда последовательных полей по ортогональным функциям. Способ разложения метеорологических полей по естественным ортогональным составляющим, определяемым по последовательности метеорологических полей, подробно разработан в работах Н. А. Багрова [5, 6] и А. М. Обухова [19]. Показана возможность представления полей небольшим числом членов разложения. Кроме того, такие разложения обладают наибольшим физическим смыслом по сравнению с разложениями по другим ортогональным функциям (сферическим, тригонометрическим или полиномам Чебышева).

Группой сотрудников отдела динамической метеорологии ГГО под руководством М. И. Юдина проведено исследование по определению аналогичности полей давления с помощью естественных ортогональных составляющих. Исследование показало возможность использования в качестве критериев аналогичности коэффициентов разложения полей по естественным функциям. Оказалось достаточным брать для сравнения не более четырех коэффициентов разложения, что сильно упрощает реализацию задачи по сравнению с использованием других видов разложений и метода разностей сравниваемых полей. При использовании быстродействующих вычислительных машин достаточно хранить в памяти машины несколько групповых критериев аналогичности, вычисленных по нескольким коэффициентам, либо сами коэффициенты разложения, рассчитанные на архивном материале. Затем, вычислив критерии аналогичности для исследуемого поля, легко подобрать аналоги, сравнить их с групповыми критериями. Чтобы оценить степень аналогичности процесса, достаточно провести оценку критериев аналогичности последовательных во времени полей.

Намечается два способа использования аналогов в гидродинамическом прогнозе. Во-первых, можно найти эмпирические поправки к численным прогнозам. Очевидно, что при однотипных синоптических процессах ошибки численных прогнозов также должны быть сходными. В настоящей статье изложены предварительные результаты проверки этого положения, для чего исследованы ошибки ряда гидродинамических прогнозов AT_{350} и AT_{500} на 24 и 48 часов с учетом типа циркуляции в исходный для прогноза срок. Работа в этом направлении будет продолжена на основе объективного определения однотипности процессов. Использование большого количества прогнозов позволит рассмотреть ошибки прогнозов при разных видах преобразований после исходного срока. В первом приближении учет преобразования процессов в прогнозный период возможен путем определения типа процесса в конечный срок прогноза по предвычисленному полю. Полученные результаты позволяют надеяться на значительное улучшение прогнозов в результате применения эмпирической поправки, найденной с учетом исходного и конечного положений. Такую коррекцию легко проводить одновременно с расчетом прогноза.

Исправление численного прогноза можно проводить в этом случае в такой последовательности:

1. Предварительно находятся эмпирические поправки численных прогнозов для всевозможных преобразований процессов от исходного срока к конечному (на 24 и 48 часов). Пусть, например, объективный метод позволяет определить 4 группы аналогов: a, b, c, d . Тогда находятся эмпирические поправки для преобразований:

$$\begin{array}{cccc}
 1) & \rightarrow a & 2) & \rightarrow a & 3) & \rightarrow a & 4) & \rightarrow a \\
 & a \rightarrow b & & b \rightarrow b & & c \rightarrow b & & d \rightarrow b \\
 & \rightarrow c & & b \rightarrow c & & c \rightarrow c & & \rightarrow c \\
 & \rightarrow d & & \rightarrow d & & \rightarrow d & & \rightarrow d
 \end{array}$$

причем тип процесса определяется по фактическим данным.

2. После расчета прогностического поля по данным за исходный срок и по прогностическим данным определяется характер преобразования от исходного к прогностическому сроку.

3. Из памяти машины выбирается поле поправок, соответствующее характеру преобразования от исходного к прогностическому сроку, которое суммируется с прогностическим полем.

Второй подход заключается в следующем: решается прогностическая задача относительно отклонений параметров исходного поля от параметров аналога, подобранного к этому полю. В этом случае можно линеаризовать исходные уравнения, считая величины, относящиеся к аналогу, заданными, а отклонения величин исходного поля от аналога относительно малыми.

Примем следующие обозначения: Ω_0, u_0, v_0 — значения абсолютного вихря скорости и горизонтальных составляющих скорости ветра для подобранного аналога к исходному полю. Тогда исходное поле можно охарактеризовать величинами

$$\Omega_0 + \Omega', \quad u_0 + u', \quad v_0 + v',$$

где Ω', u', v' — отклонения соответствующих параметров исходного поля от поля аналога.

Запишем уравнение сохранения вихря скорости для исходного поля в простейшем баротропном случае.

$$\frac{\partial (\Omega_0 + \Omega')}{\partial t} + (u_0 + u') \frac{\partial (\Omega_0 + \Omega')}{\partial x} + (v_0 + v') \frac{\partial (\Omega_0 + \Omega')}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) удовлетворяется также для поля аналога

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \Omega_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \Omega_0}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Тогда, пренебрегая произведениями двух относительно малых величин, уравнение (1) с учетом (2) запишем в виде

$$\frac{\partial \Omega'}{\partial t} + u' \frac{\partial \Omega_0}{\partial x} + v' \frac{\partial \Omega_0}{\partial y} + u_0 \frac{\partial \Omega'}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \Omega'}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Из решения уравнения (3) можно получить прогностические значения отклонений геопотенциала от поля геопотенциала аналога. Поле аналога к исходному полю и прогностические значения отклонений определяют нам прогностическое поле, например высоты поверхности 500 мб (AT_{500}). При этом есть возможность сравнить полученное прогностическое поле с полем, отстоящим от исходного поля аналога на срок прогноза. Если сравнение укажет на значительное различие этих

толей, то следует повторить процедуру подбора аналога и численного прогнозирования, так как значительное расхождение укажет на некорректный подбор аналога.

При таком подходе к задаче прогнозирования численным методом появляется возможность уточнить подбор аналога по результатам прогноза.

Этот вопрос явится предметом дальнейшего исследования. Теперь же перейдем к краткому обзору литературы, касающейся пространственного распределения ошибок численных прогнозов.

Обзор литературы

Развитие численных методов прогноза невозможно без тщательного анализа их успешности. Рассмотрение только суммарных характеристик успешности прогнозов (коэффициент корреляции предвычисленного и фактического полей, средняя квадратическая ошибка, относительная ошибка и др.) не может выявить неучитываемых схемой черт процессов. Дополнительную ясность может внести изучение пространственного распределения фактических ошибок. Этому вопросу посвящен ряд работ советских и зарубежных авторов.

Известен ряд исследований ошибок баротропных прогнозов [13, 26, 27, 29, 30], в которых обнаружены значительные систематические ошибки, локализованные во вполне определенных районах. В работе Мартина [26] обнаружена тенденция баротропных прогнозов сильно завышать значения геопотенциала поверхности 500 мб у юго-восточных берегов континентов и занижать у северо-западных, хотя в отдельные дни картина может также сильно различаться. Систематические ошибки связываются Мартином с источниками и стоками тепла, с неправильной фазой прогнозов для волновых чисел от 1 до 4. Связь успешности прогнозов с волновым числом проанализирована в работе Уолфа [30], причем автор получил улучшение прогнозов при условии сохранения стационарности ультрадлинных волн.

Уильямс [29] рассмотрел ошибки баротропных прогнозов по несколько меньшей территории и получил улучшение качества баротропных прогнозов путем введения эмпирической поправки, а именно путем вычитания из баротропного прогноза поля средней ошибки нескольких непосредственно предшествующих прогнозов. При этом суточные прогнозы улучшаются значительно, чем прогнозы на 48 и особенно 72 часа, причем плохие прогнозы исправляются более существенно. Эти исправления оказались зависящими от сезона года и количества прогнозов, по которым находится среднее поле ошибок. Объяснение этому, по-видимому, заключается в различной устойчивости процессов в атмосфере в разные сезоны и изменчивости процессов во времени.

В работе А. С. Дубова и Л. С. Орловой [12] проанализировано качество прогнозов, составленных графоаналитическим методом. Авторы построили карты распределения оправдываемости прогнозов по территории. Отмечено понижение оправдываемости у западных и северных границ области, по которой проводилась оценка успешности. Выявлено соответствие районов больших суточных изменений геопотенциала изобарической поверхности и районов больших ошибок, и наоборот.

В работе М. И. Юдина и А. А. Кобяковой [25] также выявлено, что наибольшие ошибки наблюдаются вблизи границ области. Это указывает на неполное исключение влияния искусственных граничных условий, несмотря на использование подвижной системы координат и экстраполяцию адвекции вихря на краях области прогноза.

Если для баротропных прогнозов можно было выявить крупные систематические ошибки, появляющиеся независимо от характера синоптических процессов в определенных районах, то в более поздних схемах вследствие учета дополнительных физических факторов такие ошибки при суммарном изучении все более и более нивелируются. Отсюда вытекает необходимость изучения ошибок для однотипных синоптических процессов. Такие попытки сделаны в работах [24, 20].

В статье М. И. Юдина и А. А. Кобыковой [24] приводятся результаты оценки прогнозов для случаев меридиональных и зональных процессов. Оценки для выделенных групп отличаются весьма незначительно. Результаты не позволили выявить циркуляционные условия, не учитываемые схемой прогноза. Некоторый ответ на этот вопрос дает пространственное распределение средних фактических ошибок прогнозов, к рассмотрению которых мы переходим.

Исследование ошибок численных прогнозов

Исходным материалом для исследования ошибок послужили 40 прогнозов полей AT_{850} и AT_{500} на одни и двое суток, составленных в ГГО по методу М. И. Юдина (схема 3). Сюда вошли 34 из 35 прогнозов, рассмотренных в работе [25], и еще 6 прогнозов, рассчитанных теми же авторами в конце 1962 г. Из рассмотрения был исключен прогноз по исходным данным за 19/1 1958 г., так как в этих данных была обнаружена ошибка. К моменту испытания не был рассчитан также прогноз AT_{850} на 48 час. по исходным данным за 3/II 1958 г. Таким образом, в статье использованы ошибки 40 прогнозов AT_{500} на 24 и 48 часов, AT_{850} на 24 часа и 39 прогнозов AT_{850} на 48 часов. Даты прогнозов с разбивкой их на 3 группы по типу циркуляции в исходный для прогноза день (по Г. Я. Вангенгейму) приведены в табл. 1.

Аналізу были подвергнуты поля ошибок в 91 точке сетки. Сетка точек приводится в работах [24, 25]. Результаты прогнозов были любезно предоставлены А. А. Кобыковой, которая оказывала постоянное содействие в сборе материала.

Теоретическая основа и расчетная схема прогнозов разработаны М. И. Юдиным [23, 24, 25]. Кратко изложим лишь те моменты, которые имеют непосредственное значение для дальнейшего анализа.

Для уменьшения влияния переноса вихря через западную границу области, не учитываемой схемой, решение задачи проводится в подвижной системе координат, движущейся в зональном направлении. Скорость зонального переноса существенно зависит от характера циркуляции в заданном районе и рассчитывается по формуле

$$\alpha = \frac{1}{2} (\alpha'_{500} + \alpha'_{850}) - 3,5 \text{ град/сутки}, \quad (4)$$

где

$$\alpha' = \frac{1}{3} (\bar{H}|_{\varphi=40,5^\circ} - \bar{H}|_{\varphi=73,5^\circ}).$$

Здесь α'_{500} и α'_{850} — угловые скорости зонального переноса на поверхностях 500 и 850 мб соответственно; $\bar{H}|_{\varphi=40,5^\circ}$ и $\bar{H}|_{\varphi=73,5^\circ}$ — средние значения геопотенциала соответствующей изобарической поверхности на широтах 40,5 и 73,5° в исходный для прогноза срок.

На границах области задания исходных данных высота изобарической поверхности и вихрь считаются постоянными во времени. Кроме того, проводится экстраполяция адвекции вихря в ближайшие узлы сетки по данным в тех узлах, в которых адвекция вихря могла быть

Таблица 1

Даты исходных дней для численных прогнозов и тип циркуляции
(по Г. Я. Вангенгейму) в эти дни

№ пп	Западный тип			Меридиональный тип			Восточный тип		
	дата	синоптиче- ский процесс ¹	α	дата	синоптиче- ский процесс ¹	α	дата	синоптиче- ский процесс ¹	α
1	21/1 1956	Зап. пер.	7,5	17/X 1956	Лпл 1 ^a	7,5	13/VI 1956	КСВ	2,5
2	21/X 1956	Дв. пвд.	12,5	18/X 1956	Лпл 1 ^b	12,5	7/1 1958	Вед	7,5
3	22/X 1956	То же	12,5	19/X 1956	"	12,5	23/1 1958	Е1	5,0
4	23/X 1956	"	10,0	29/1 1958	Лпл 1	2,5	10/III 1958	Вед	2,5
5	24/X 1956	"	10,0	1/II 1958	Лпл 1 ^b	7,5	11/III 1958	"	2,5
6	25/X 1956	"	7,5	8/VI 1958	Юск	5,0	12/III 1958	"	2,5
7	7/X 1957	Кар	2,5	4/VII 1958	Ан СВ	2,5	13/III 1958	КСВ	2,5
8	3/II 1958	Гр. ан	7,5	11/VII 1958	Лпл 2	5,0	15/III 1958	"	0,0
9	7/II 1958	То же	7,5	12/VII 1958	"	5,0	1/IV 1958	С 1 ^a	2,5
10	5/V 1958	Кар	0,0				4/IV 1958	С 1 ^b	5,0
11	12/V 1958	Гр. ан	7,5				22/IV 1958	Кар СВ	2,5
12	21/V 1958	Гр.	7,5				26/V 1958	Кар	2,5
13	10/XII 1958	Дв. ап	10,0				27/V 1958	"	0,0
14							28/V 1958	"	2,5
15							21/VI 1958	Кар.	2,5
16							26/VI 1958	"	0,0
17							27/VI 1958	"	-2,5
18							4/XI 1958	Ст. у.	7,5

¹ Синоптические процессы даны также по классификации Г. Я. Вангенгейма.

рассчитана непосредственно с помощью соотношений, основанных на статистических исследованиях.

Через каждые 12 часов проводилось анизотропное сглаживание, причем сглаживание было более сильным в зональном направлении.

В нашем распоряжении оказалось 159 полей ошибок с данными в 91 точке. Из-за особенностей схемы (применение подвижной системы координат) поля ошибок оказались сдвинутыми по отношению к исходной сетке точек на величину α при прогнозе на 24 часа и 2α — на 48 часов (значения α приводятся в табл. 1). Поэтому была проведена интерполяция значений в фиксированные для каждого срока точки.

Затем были найдены средние арифметические ошибки $\bar{\delta}$ в каждой точке сдвинутой сетки как для всей совокупности прогнозов, так и отдельно для каждой из трех групп прогнозов, выделенных по типу циркуляции в исходный день.

По значениям $\bar{\delta}$ рассчитаны еще два вида характеристик ошибок: $\bar{\delta}_{\text{ср}}$ найдена путем осреднения по пространству абсолютных значений $\bar{\delta}$ для каждой группы прогнозов, $\bar{\delta}_{\text{ср}}$ — путем осреднения по пространству $\bar{\delta}$ для каждой выборки. Кроме того, были подсчитаны средние квадратичные отклонения средних арифметических ошибок σ в некоторых точках преимущественно с экстремальными значениями $\bar{\delta}$ в отдельных выборках.

Величины $|\bar{\delta}_{\text{ср}}|$, $\bar{\delta}_{\text{ср}}$ и $\bar{\delta} \pm \sigma$ приведены в табл. 2.

Использование более детальной субъективной типизации процессов и учет преобразований процессов в прогностический период потребовали

бы увеличить число прогнозов в десятки раз. Тем не менее мы не получили бы четких прогностических выводов, так как нет возможности точно прогнозировать тип циркуляции и тем более характер элементарного синоптического процесса на сутки и двое вперед. Без этого изучение ошибок для разных преобразований от исходного дня к конечному имело бы в основном познавательный характер. Возможность учета таких преобразований отмечена нами выше применительно к численному прогнозу и объективному выбору аналогов.

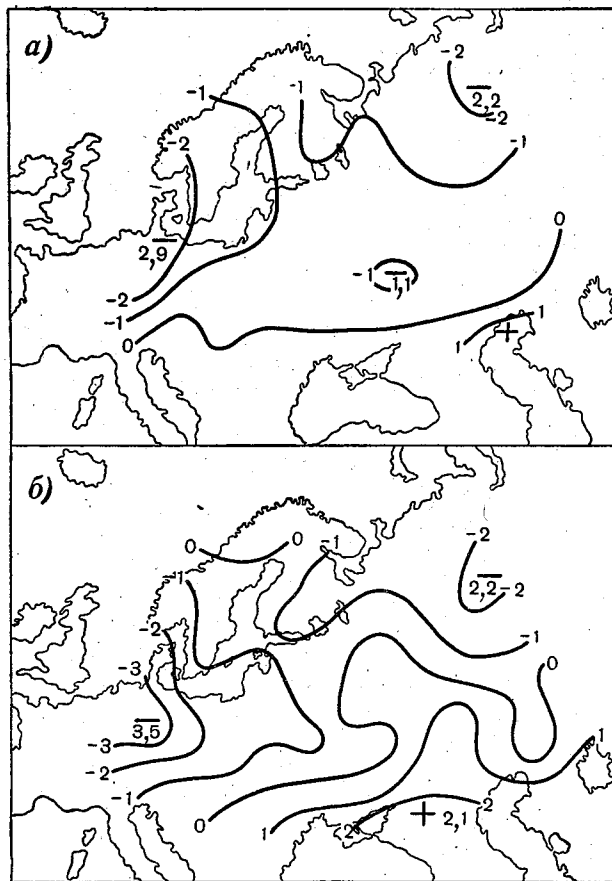


Рис. 1. Средние арифметические ошибки прогнозов $\bar{\delta}$ для полной выборки без учета типа циркуляции.
 а — $\bar{\delta}$ прогнозов AT_{850} на 48 часов, б — $\bar{\delta}$ прогнозов AT_{500} на 48 часов.

По полученным средним ошибкам построены карты их пространственного распределения: 4 карты ошибок по всей совокупности прогнозов и по 4 карты для каждой из трех групп прогнозов.

На рис. 1 приводятся карты средних арифметических ошибок AT_{500} и AT_{850} на 48 часов, полученные по всей совокупности рассмотренных прогнозов. Отметим некоторые характерные особенности полученных полей средних ошибок¹. Ошибки прогнозов AT_{850} на 48 часов (рис. 1 а)

¹ В последующем изложении, если не оговорено особо, под словом ошибки следует понимать средние арифметические ошибки на заданной территории.

Ошибки прогнозов с заблаговременностью 24 и 48 часов

Число случаев	Полная группа прогнозов				Прогнозы с западной циркуляцией в исходный день				Прогнозы с восточной циркуляцией в исходный день				Прогнозы с меридиональной циркуляцией в исходный день				
	АТ ₈₅₀		АТ ₅₀₀		АТ ₈₅₀		АТ ₅₀₀		АТ ₈₅₀		АТ ₅₀₀		АТ ₈₅₀		АТ ₅₀₀		
	24	48	24	48	24	48	24	48	24	48	24	48	24	48	24	48	
40	39	40	40	13	13	12	13	18	18	18	18	18	18	9	9	9	9
0,7	0,9	0,7	1,1	1,0	1,7	1,5	3,0	1,2	2,6	1,7	3,4	1,3	2,3	1,3	1,8	3,9	3,9
-0,28	-0,89	-0,17	-0,67	+0,09	+0,38	+0,16	+0,73	-1,11	-2,6	-1,55	-3,4	+0,59	+1,04	+0,59	+1,3	+2,46	+2,46
						2,9±2,4	4,7±3,4	-4,2±1,9				-6,6±2,2		5,7±2,9	6,5±1,6	6,7±3,7	6,7±3,7
						2,5±2,4	3,1±1,6	-2,6±1,3				-6,6±2,2		2,7±1,2	3,6±3,0	5,8±3,0	5,8±3,0
						-3,9±3,2	-5,1±3,3	-0,9±1,5				-0,7±1,6		2,1±1,6	3,6±1,9	5,6±4,3	5,6±4,3
														1,8±1,7	2,9±1,7	-2,7±1,8	-2,7±1,8
														1,0±1,1	-2,7±1,5	-2,9±1,7	-2,9±1,7
														0,0±1,0	-3,3±1,3	-6,1±2,3	-6,1±2,3
														-1,1±1,6			
														-0,6±1,4			

отрицательны почти на всей территории. Только в крайних южных точках сетки получены положительные ошибки около + 1 дкм. Наибольшие отрицательные ошибки получились у западной границы (-2,9 дкм) и на северо-востоке территории (-2,2 дкм). На большей же части территории ошибка не превосходит по абсолютной величине 1 дкм. Ошибки прогнозов AT_{850} на 24 часа несколько меньше, чем для AT_{850} на 48 часов, пространственная же картина одинаковая. Лишь над югом Европейской части СССР ясно прослеживается область положительных ошибок с максимальными значениями, несколько большими 1 дкм. На картах как на 24 часа, так и на 48 экстремальные значения получились у границ области.

На карте ошибок прогнозов AT_{500} на 48 часов отрицательные ошибки занимают большую часть территории, причем у западной границы они достигают -3,5 дкм (рис. 1 б). Четко вырисовывается область положительных ошибок в юго-восточной части территории. Это обстоятельство, по-видимому, объясняется более сильным влиянием граничных условий на уровне изобарической поверхности 500 мб, что согласуется с большей изменчивостью высоты этой поверхности по сравнению с изменчивостью высоты поверхности 850 мб.

Средние ошибки суточных прогнозов AT_{500} отличаются от ошибок AT_{850} лишь небольшим увеличением по абсолютной величине. Заметного изменения в пространственном распределении нет. Так, на карте ошибок AT_{500} на 24 часа выделяется область отрицательных ошибок над северо-востоком территории (до -1,4 дкм), на AT_{850} в этом районе отрицательные ошибки не достигали 1 дкм. На западе области значения ошибок AT_{500} и AT_{850} составляют соответственно -2 и -1,2 дкм. Для большей же части территории ошибка не превосходит по абсолютному значению 1 дкм.

Малость полученных ошибок для всей группы прогнозов (табл. 2) указывает на достаточную корректность решения задачи безотносительно к разным циркуляционным условиям. Можно тем не менее сделать вывод о большом вкладе в ошибки искусственности граничных условий, влияние которых возрастает с высотой. Распространение ошибок в глубь территории особенно заметно на прогнозах на 48 часов.

При различных синоптических процессах суммарные характеристики успешности численных прогнозов могут несущественно отличаться, в то время как пространственное распределение ошибок, отражающее в некоторой степени характер неучитываемых схемой прогноза преобразований, будет резко различно.

Переходим к результатам предварительного испытания этого предположения.

На рис. 2 приведены карты средних арифметических ошибок прогнозов AT_{500} на 48 часов для случаев, когда циркуляция исходного дня для прогноза относилась к западному, восточному или меридиональному типу по классификации Г. Я. Вангенгейма. Число случаев, использованных для построения карт, дано в табл. 2.

На рис. 3 приведены карты средних ошибок прогнозов AT_{850} на 24 и 48 часов для случаев с восточной циркуляцией в исходный день. Поля ошибок, карты для которых мы не смогли здесь поместить, будут проанализированы путем сравнения с приведенными на рисунках.

Западный тип циркуляции

В целом для всей области метод завышает значения высоты изобарических поверхностей (табл. 2).

Поле ошибок прогнозов AT_{500} на 48 часов характеризуется обла-

стью значительных отрицательных ошибок в западной части территории, причем максимальные абсолютные значения превышают у западной границы области 5 дкм (рис. 2 а). В юго-восточной и центральной частях территории ошибки положительны и также превышают 5 дкм. И здесь экстремальные значения получены у южной границы.

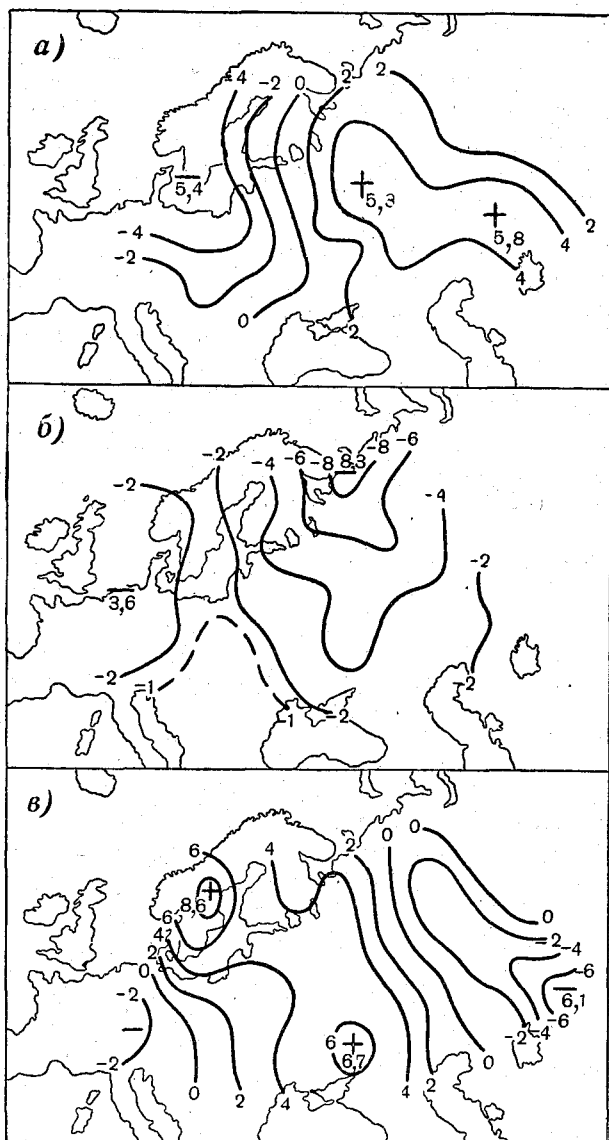


Рис. 2. Карты $\bar{\delta}$ прогнозов AT_{500} на 48 часов.
 а — при западной циркуляции в исходный день, б — при восточной циркуляции в исходный день, в — при меридиональной циркуляции в исходный день.

Ошибки для AT_{850} на 48 часов несколько меньше по величине, чем для AT_{500} . Центр отрицательных ошибок смещен к северо-западной границе территории, а на юго-западе появился самостоятельный центр положительных ошибок.

Ошибки прогнозов на 24 часа по территориальному распределению

не отличаются от ошибок 48-часовых прогнозов. Для AT_{500} отрицательные ошибки в западной части территории уменьшаются по величине примерно в 2 раза по сравнению с ошибками прогнозов на 48 часов, в то время как в центральной части территории ошибки различаются очень мало. Ошибки прогнозов AT_{850} на 24 часа распределены почти зонально с отрицательными значениями на севере и положительными

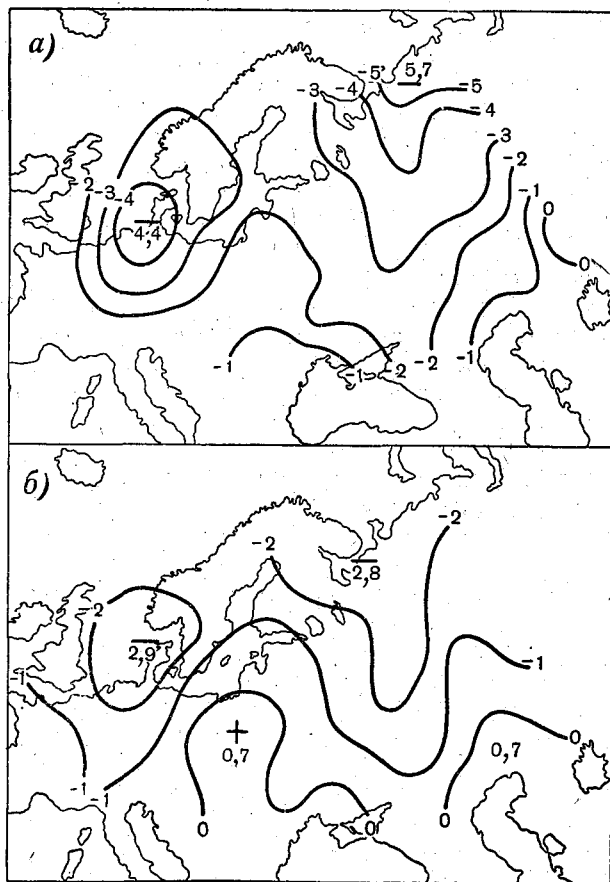


Рис. 3. Карты $\bar{\delta}$ прогнозов AT_{850} при восточной циркуляции в исходный день.

а — $\bar{\delta}$ прогнозов AT_{850} на 48 часов, б — $\bar{\delta}$ прогнозов AT_{850} на 24 часа.

на юге, причем максимальные значения отрицательных ошибок получились, как и на 48-часовой карте, в северо-западной части территории, а в зоне положительных ошибок выделяются два центра: один над юго-востоком Европейской части СССР (+2,6 дкм), второй над Германией (+1,2 дкм).

Восточный тип циркуляции

Прогнозы, рассчитанные по исходным данным за дни, которые отнесены к восточному типу циркуляции, сильно занижают действительную высоту изобарических поверхностей (табл. 2). Ошибки прогнозов AT_{500} на 48 часов представлены на рис. 2 б. Наибольшие значения отрицатель-

ных ошибок получились в северо-восточной части территории, причем максимальные значения у границы области ($-8,3$ дкм). Второй центр наметился над западом области ($-3,6$ дкм). Он также примыкает к границе территории. На карте ошибок прогнозов AT_{500} на 24 часа над Польшей расположился центр положительных ошибок со значениями, несколько большими 1 дкм; интенсивность же очагов отрицательных ошибок примерно вдвое меньше, чем у ошибок прогнозов на 48 часов.

Распределение ошибок прогнозов AT_{850} на 48 и 24 часа (рис. 3 а и б) аналогично распределению ошибок прогнозов AT_{500} на соответствующие сроки. Различие состоит лишь в том, что интенсивность обоих получающихся очагов отрицательных ошибок примерно одинакова, тогда как у ошибок прогнозов AT_{500} выделяется очаг на северо-востоке территории.

Меридиональный тип циркуляции

Если исходное положение относится к меридиональному типу, то численный метод завышает значения геопотенциала на большей части территории (табл. 2), причем завышение оказывается гораздо большим, чем при западном типе циркуляции.

На карте ошибок прогнозов AT_{500} на 48 часов (рис. 2 в) отрицательные ошибки получились только над крайней юго-западной частью и на востоке территории. Вся остальная территория занята положительными ошибками, причем выделяются два самостоятельных центра положительных ошибок: один над югом Европейской части СССР с максимумом $+6,7$ дкм, а второй над югом Скандинавии с максимумом более 8 дкм.

Области ошибок сильно вытянуты в меридиональном направлении. Максимальные же значения ошибок и в этом случае получились у границ области. Это позволяет считать, что основной причиной появления ошибок являются фиктивные граничные условия, влияние которых распространяется в направлении основных потоков в глубь территории.

Пространственное распределение ошибок прогнозов AT_{500} на 24 часа совпадает с только что рассмотренной картиной распределения ошибок 48-часовых прогнозов, величина же ошибок уменьшается в полтора раза. Распределение ошибок AT_{850} также хорошо согласуется с распределением ошибок прогнозов AT_{500} . Для AT_{850} хуже выражен лишь центр положительных ошибок над югом ЕТС, а абсолютные значения ошибок примерно в 1,5 раза меньше ошибок прогнозов AT_{500} на соответствующие сроки, что хорошо согласуется с различной изменчивостью высот этих поверхностей.

Интерпретация результатов

На ошибки прогнозов влияет большое число факторов, разграничение относительной роли которых весьма затруднительно. Важнейшими источниками ошибок являются: недостатки физической модели, фиктивные граничные условия, неточность исходных данных и вычислительные погрешности. Мы не ставим задачу отыскания роли каждого фактора в формировании ошибок рассмотренных прогнозов. Влияние разных факторов на численный прогноз исследовано в работах отечественных и зарубежных авторов: Л. А. Дикого, М. И. Юдина, Ку Чен-чао, Томпсона, Чарни и других.

Отсутствие сколько-нибудь существенных средних ошибок, полученных для всей выборки прогнозов, указывает на достаточную коррект-

ность постановки и реализации задачи безотносительно к типу синоптических процессов. На это же указывают достаточно высокие показатели успешности и их устойчивость от срока к сроку [24].

Обращает на себя внимание значительное различие пространственного распределения ошибок, знаков и величин ошибок при разных исходных синоптических процессах. Наибольшие по абсолютному значению ошибки во всех случаях получились у границ области, внутри которой они рассматриваются. Совокупность этих фактов указывает, что основным источником ошибок в рассмотренных прогнозах является искусственность граничных условий. Очевидно, что фактические условия на границах области при неаналогичных синоптических процессах в исходный срок различны. Эти отличия и проявляются в различной локализации систематических ошибок, получившихся для каждой выделенной группы процессов.

Л. А. Дикий в работе [11] указал на зависимость успешности прогнозов от фактической изменчивости поля геопотенциала на границах области в течение прогностического периода. По-видимому, расположение экстремумов ошибок $\bar{\delta}$ как раз указывает на области, в которых при данном типе циркуляции происходят наиболее интенсивные изменения геопотенциала на границах. При рассмотрении прогнозов без учета синоптических условий взаимная компенсация ошибок может дать неправильное представление о характере неучитываемых преобразований полей и районах, в которых они происходят.

Решение задачи в подвижных координатах и применение экстраполяции адвекции вихря не исключает полностью влияния искусственных граничных условий, которое имеет свойство быстро распространяться в глубь области [17, 26].

Для устранения влияния искусственных условий на границе ряд исследователей указывает на необходимость расширения сетки на все полушарие. При всей очевидности такого предложения подобное расширение области задания данных не всегда целесообразно, особенно при испытаниях различных схем прогнозов, так как при этом резко возрастает объем подготовительных и вычислительных работ, привлекаются данные над слабо освещенными территориями. По-видимому, статистические исследования граничных условий для корректно определенных аналогов позволят значительно уменьшить ошибки численных прогнозов для ограниченной территории.

Конечно, не все ошибки связаны непосредственно с влиянием искусственных граничных условий, особенно в центральных районах области. Но они так или иначе характеризуют преобразования полей давления, присущие каждому отдельному типу циркуляции и не учитываемые схемой прогноза.

Полученные средние арифметические ошибки для отдельных групп могут, на первый взгляд, с успехом использоваться для коррекции прогноза. Введение поправки в прогноз при учете только типа циркуляции в исходный для прогноза день, казалось бы, может уменьшить на несколько процентов относительную ошибку прогнозов и соответственно повысить другие характеристики успешности. Для иллюстрации в табл. 3 приведены значения средних абсолютных ошибок и средней изменчивости AT_{500} , полученные Л. С. Орловой [20] для 35 прогнозов для большинства дней, за которые мы проанализировали прогнозы.

Однако эффект эмпирического исправления в действительности окажется меньше кажущегося. Об этом можно судить по средним квадратичным отклонениям средних арифметических ошибок $\sigma_{\bar{\delta}}$ (см. табл. 2). Полученные отклонения указывают, что не на всей территории можно

Таблица 3

	Полная группа прогнозов АТ ₅₀₀		Прогнозы с западной циркуляцией в исходный день АТ ₅₀₀		Прогнозы с восточной и меридиональной циркуляцией в исходный день АТ ₅₀₀	
	заблаговременность, часы					
	24	48	24	48	24	48
δ_{Φ}	6,6	8,9	8,4	10,3	5,9	8,4
$\frac{\delta}{\delta_{\Phi}}$	5,6	8,2	7,7	10,5	5,0	7,6
$\frac{\delta}{\delta_{\Phi}}$	0,85	0,92	0,91	1,02	0,85	0,90

Примечание. Здесь δ —средняя абсолютная ошибка прогнозов; δ_{Φ} —среднее абсолютное фактическое изменение геопотенциала [20].

применять эмпирическую коррекцию прогнозов. Величина $\sigma_{\bar{\sigma}}$ всюду больше 1 дкм. С увеличением $\bar{\delta}$ наблюдается рост $\sigma_{\bar{\sigma}}$, однако относительная доля σ в $\bar{\delta}$ уменьшается приблизительно от $\frac{3}{4}$ (при $\bar{\delta}=3$) до $\frac{1}{2}$ (при $\bar{\delta}=6$). Из табл. 2 видно, что наиболее устойчивы ошибки прогнозов при восточной циркуляции в исходный день. При процессах же западного и меридионального типов ошибки весьма неустойчивы как по знаку, так и по величине. Это объясняется, по-видимому, большим разнообразием элементарных синоптических процессов внутри этих типов циркуляции, большой изменчивостью процессов, особенно при зональной циркуляции. Процессы же восточного типа более стационарны и однородны. Необходимо учесть еще, что прогнозы относились к разным сезонам года (см. табл. 1).

На неоднородность процессов, отнесенных нами к определенной группе, указывает значительная изменчивость скорости зонального переноса α внутри каждой группы прогнозов.

Для дней, отнесенных к западной циркуляции, α изменяется от 0 до 12,5 град/сутки, для меридиональной циркуляции — от 2,5 до 12,5 град/сутки. Естественно, что при таком различии процессов в одной группе получились значительные средние квадратические отклонения ошибок. В группе прогнозов с восточной циркуляцией в исходный день значения α меняются гораздо меньше. Здесь преобладают значения α от 0 до 2,5 град/сутки (72%), что хорошо согласуется с большей устойчивостью средних ошибок.

Отсюда вытекает необходимость изучения ошибок для более однородных процессов, чем три основных типа циркуляции по классификации Вангенгейма. В отношении же ошибок, полученных в настоящей статье, надо сказать, что их можно использовать для уточнения прогнозов в районах, где получились ошибки больше 2 дкм по величине. При этом в качестве поправки следует брать $-\bar{\delta}$ с коэффициентом регрессии. Коэффициент при $\bar{\delta}$, как показано выше, зависит от абсолютного значения $\bar{\delta}$ и от типа циркуляции.

Мы не ставили задачу получить эмпирические поправки к прогнозам уже на данном этапе работы ввиду большого разнообразия процессов, вошедших в каждую группу, и малого числа случаев.

Задача эмпирического уточнения численных прогнозов будет решаться на основе объективного определения аналогичности, которое позволит в первом приближении учесть также характер преобразования процессов в прогностическом периоде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А. Аналогичность полей метеорологических элементов. Тр. ЦИП, вып. 46, 1956.
2. Багров Н. А. Аналитическое представление полей. Тр. ЦИП, вып. 64, 1958.
3. Багров Н. А. Аналитическое представление последовательности метеорологических полей посредством естественных ортогональных составляющих. Тр. ЦИП, вып. 74, 1959.
4. Багров Н. А. Аналогичность метеорологических полей и оценка прогнозов. Тр. ЦИП, вып. 74, 1959.
5. Багров Н. А. Разложение метеорологических полей по естественным ортогональным составляющим. Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
6. Белов П. Н. Некоторые результаты испытания метода прогноза давления, основанного на использовании эмпирических функций влияния. Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
7. Белов П. Н. Результаты испытания численного метода прогноза карт AT_{850} , AT_{500} и AT_{200} . Метеорология и гидрология, № 10, 1962.
8. Борисенков Е. П. Опыт использования эмпирических функций влияния для прогноза давления у земли от 1—2 до 3—5 суток. Тр. АНИИ, т. 240, 1961.
9. Вангенгейм Г. Я. Основы макроциркуляционного метода долгосрочных прогнозов для Арктики. Тр. АНИИ, т. 34, 1952.
10. Вительс Л. А. Групповые характеристики аналогов. Метеорология и гидрология, № 4, 1948.
11. Дикий Л. А. О снижении точности численных прогнозов барического поля вследствие фиктивных граничных условий. Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
12. Дубов А. С. и Орлова Л. С. Результаты прогноза наземного поля давления и карт барической топографии графоаналитическим методом. Тр. ГГО, вып. 71, 1957.
13. Дубов А. С., Зайцева Т. Г., Ракова З. С. Сравнительный анализ некоторых простейших методов численного прогноза. Тр. ГГО, вып. 81, 1959.
14. Дулетова Т. А., Пагава С. Т., Рождественский А. А., Ширкина Н. А. Основы синоптического метода долгосрочных прогнозов погоды. Гидрометеоздат, Л.—М., 1940.
15. Зверев Н. И., Педь Д. А. Определение аналогичности полей метеозаэментов при помощи электронной счетной машины «Погода». Метеорология и гидрология, № 10, 1960.
16. Кац А. Л. Особенности эмпирических функций влияния на северном полушарии для прогноза барического поля на 3—5 дней по однотипным исходным процессам. Метеорология и гидрология, № 12, 1961.
17. Машкович С. Л., Громова Л. Г. О некоторых результатах численного прогноза барического поля с помощью электронной вычислительной машины «Стрела». Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
18. Монин А. С. Об использовании статистических методов в задачах прогноза погоды. Метеорология и гидрология, № 7, 1962.
19. Обухов А. М. О статистически ортогональных разложениях эмпирических функций. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 3, 1960.
20. Орлова Л. С. Опыт работы расчетной группы Ленинградского бюро погоды по предвычислению полей давления и перемещений циклонов. Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
21. Чаплыгина А. С. Статистическая структура полей метеорологических элементов в атмосфере и экстраполяция поля геопотенциала в пространстве. Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
22. Шишков В. Г. Исследование аналогичных положений в атмосферной циркуляции и погоде. Тр. ЦИП, вып. 89, 1960.
23. Юдин М. И. О прогнозе поля давления численными методами. Тр. ГГО, вып. 71, 1957.
24. Юдин М. И. и Кобякова А. А. Прогноз полей H_{500} и H_{850} с помощью электронной счетной машины «Стрела-3». Тр. ЦИП, вып. 106, 1960.
25. Юдин М. И., Кобякова А. А. О результатах прогноза поля геопотенциала на уровнях 500 и 850 мб на 24 и 48 часов с помощью двухуровневой модели.

Материалы совещания координационной комиссии по численным методам прогноза. Гидрометеоздат, Л., 1961.

26. Martin D. E. An investigation of systematic errors in the barotropic forecasts. *Tellus*, vol. 10, No 4, 1958.
27. Namias J. The success of 72-hour barotropic forecasts in relation to mean flow patterns. *Tellus*, vol. 8, No 2, 1956.
28. Staff Members, Joint Numerical Weather Prediction Unit. One year of operational numerical weather prediction, Part II. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, vol. 38, No 6, 1957.
29. Williams S. An empirical correction to the barotropic forecast. *Tellus*, vol. 10, No 2, 1958.
30. Wolff P. M. The error in numerical forecasts due to retrogression of ultra-long waves. *Monthly Weather Review*, vol. 86, No 7, 1958.

О СВЯЗИ СНЕЖНОГО ПОКРОВА С ТИПАМИ ЦИРКУЛЯЦИИ Г. Я. ВАНГЕНГЕЙМА

В статье исследуется связь положения границы снежного покрова с типами циркуляции Вангенгейма.

Снежный покров является одним из существеннейших факторов зимнего режима физико-географического процесса умеренного и арктического поясов. Обладая своеобразными радиационными и тепловыми свойствами, снежный покров образует поверхность, резко отличающуюся по своим свойствам, что сказывается на характере всех метеорологических процессов.

Для того чтобы иметь возможность учесть влияние снежного покрова при статистическом прогнозе, были построены декадные карты распределения снежного покрова за 9 лет с 1949 по 1957 г.

Для построения карт было отобрано около 300 станций, расположенных на территории СССР. По этим станциям за октябрь, ноябрь и декабрь подсчитывалось число дней с наличием снежного покрова в каждой из декад, входящих в эти месяцы. Затем данные по каждой из отобранных станций наносились на бланки и, таким образом, строились карты числа дней с наличием снежного покрова для каждой декады октября, ноября и декабря за указанные выше годы. На картах проводились изолинии, показывающие числа дней со снегом в данной декаде. При этом изолиния 0 ограничивает территорию, свободную от снежного покрова. Изолиния 10 является границей устойчивого снежного покрова. Территория, заключенная между изолиниями 0 и 10 дней со снегом, представляет собой зону неустойчивого снежного покрова. В виде примера приводится карта числа дней со снегом за III декаду октября 1957 г. (рис. 1). Изолинии на карте проведены с интервалом 5 дней, т. е. для отсутствия дней со снегом, 5 и 10 дней со снегом.

Построенные карты достаточно наглядно показывают последовательное перемещение границы снежного покрова в направлении с северо-востока на юго-запад.

Сравнивая описанные выше карты распределения снежного покрова, можно заметить, что в различные годы граница снежного покрова перемещается с разной скоростью.

Нами была сделана попытка увязать положение границы снежного покрова (изолиния 0 дней со снегом) с имеющими место в предшествующее время типами циркуляции Г. Я. Вангенгейма.

Для сравнения с карт снежного покрова бралось положение его границы в третьей декаде ноября. Положение границы увязывалось с типами циркуляции, которые анализировались за период времени

в полтора месяца до данного срока, т. е. за октябрь и две декады ноября. Было выяснено, что все исследованные случаи можно разбить на две группы:

1) случаи, когда граница снежного покрова в третьей декаде ноября занимает наиболее южное положение (юг ЕТС) и когда она в течение

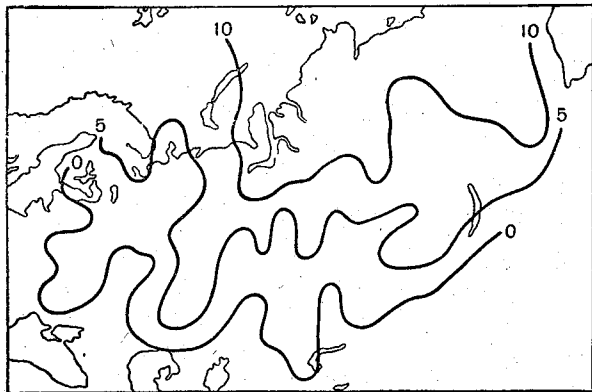


Рис. 1. Карта распространения снежного покрова за III декаду октября 1957 г.

предшествующих двух месяцев перемещается более или менее равномерно на юго-запад (рис. 2). К этим случаям можно отнести 1949, 1954, 1955 и 1957 гг.;

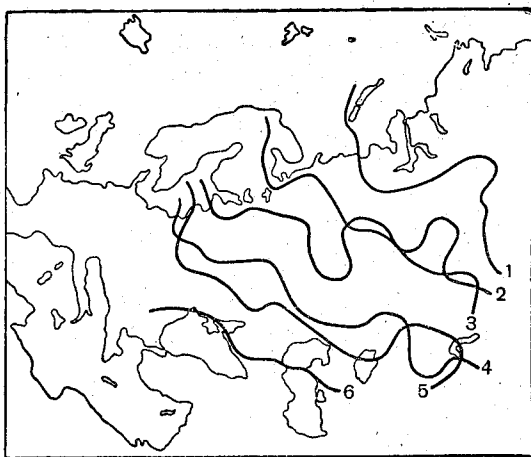


Рис. 2. Перемещение границы снежного покрова при преобладающем типе циркуляции W по Вангенгейму (1955 г.).

1 — I декада октября, 2 — II декада октября, 3 — III декада октября, 4 — I декада ноября, 5 — II декада ноября, 6 — III декада ноября.

2) случаи, когда граница снежного покрова в третьей декаде ноября занимает более северное положение и проходит через центральную часть ЕТС (рис. 3). К этим случаям относятся 1950, 1951, 1952, 1953 и 1956 гг.

Было установлено, что в годы с наиболее южным положением гра-

ницы снежного покрова (в третьей декаде ноября) в предшествующие месяцы — октябрь и начало ноября, преобладающим типом циркуляции, по Вангенгейму, был тип W, который, как известно, обуславливает пасмурную с осадками погоду, что в совокупности со сравнительно низкой температурой должно было привести к установлению относительно раннего снежного покрова.

В годы же с более северным положением границы снежного покрова в предшествующие месяцы преобладающими типами циркуляции являлись: меридиональный С и восточный Е, причем преобладал тип Е, как известно, дающий минимальное количество осадков или не дающий их вовсе. Таким образом, создавались условия для замедленного установления снежного покрова и продвижения его на юго-запад.

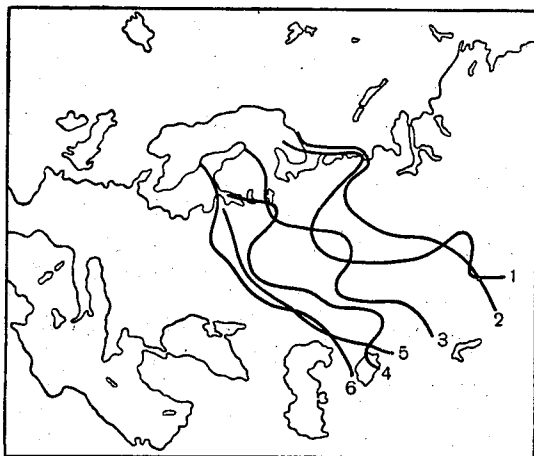


Рис. 3. Перемещение границы снежного покрова при преобладающем типе циркуляции Е по Вангенгейму (1951 г.).
Уел. обозначения см. рис. 2.

Исследования были подтверждены цифровым материалом. Подсчитывались суммы дней с различными типами циркуляции (за октябрь и две декады ноября) в отдельности для лет с южным и северным положением границы снежного покрова в третьей декаде ноября.

Для южного положения границы были получены следующие результаты (в днях):

Год	1949	1954	1955	1957
W	30	36	30	30
E	21	2	14	6
C	—	13	7	15

Как видно, во все эти годы преобладающим являлся тип W. В процентном отношении это составляет:

Год	1949	1954	1955	1957
W	59	71	59	59
E	41	4	27	12
C	0	25	14	29

В среднем по всем годам W равно 62%, E составляет 21%, C — 17%.
Для замедленного продвижения границы снежного покрова получены следующие данные (в днях):

Год	1950	1951	1952	1953	1956
W	11	3	12	13	10
E	30	27	30	25	15
C	10	21	9	13	26

Как видно, преобладающим в эти годы является тип E при малом числе дней с типом W.

В процентном отношении это составляет:

Год	1950	1951	1952	1953	1956
W	22	6	23	26	20
E	59	53	59	48	29
C	19	41	18	26	51

В среднем по всем годам W равно 19%, E составляет 50%, C — 31%.
Учитывая то обстоятельство, что при типе C наблюдается также большей частью холодная антициклоническая погода, обуславливающая малое количество осадков, его можно объединить с типом E. Тогда окажется, что замедленное продвижение снежного покрова в 81% случаев обусловлено циркуляциями типов E и C в предыдущие месяцы.

Таким образом, можно сказать, что между перемещением границы снежного покрова и типами циркуляции, по Вангенгейму, имеется достаточно хорошая связь, которая может быть учтена при прогнозе перемещения границы снежного покрова.

