

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ им. А. И. ВОЕЙКОВА

ТРУДЫ

06

778

ВЫПУСК 353

СТАТИСТИЧЕСКИЕ
И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ АНАЛИЗА
И ПРОГНОЗА
АТМОСФЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ

283490
0674382

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук М. И. ЮДИНА
канд. физ.-мат. наук Л. В. РУХОВЦА
канд. геогр. наук А. В. МЕЩЕРСКОЙ



ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ

ЛЕНИНГРАД • 1975

Излагаются результаты работ по статистическому и гидродинамико-статистическому прогнозу процессов в атмосфере. Ряд статей посвящен вопросам анализа этих процессов с помощью методов математической статистики.

Предназначен для специалистов в области динамической метеорологии, климатологии, математической статистики.

The results of studies on statistical and hydrodynamico-statistical forecasting of atmospheric processes are presented. Some papers deal with the problems on analysis of these processes by mathematical statistics methods.

The publication is meant for specialists in dynamic meteorology, climatology, mathematical statistics.

УЧЕТ ФЛУКТУАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ЧИСЛЕННОМ ПРОГНОЗЕ МЕТЕОЭЛЕМЕНТОВ

1. На основании ряда исследований, проведенных в работе [1], М. И. Юдиным сделано предположение, что имеющееся в современных моделях общей циркуляции атмосферы и долгосрочного прогноза погоды несоответствие рассчитываемых и фактических величин кинетической энергии связано с недооценкой составляющих агеострофического ветра (u'_T, v'_T) и вертикальной скорости (\tilde{w}_T), вызванных флуктуациями температуры. В работе показано, что при определенном способе осреднения можно опустить в уравнениях движения слагаемые, связанные с флуктуациями скорости, но при этом нельзя пренебречь слагаемыми, которые характеризуют связь между флуктуациями температуры и значениями агеострофического ветра и вертикальной скорости.

Предварительная проверка гипотезы о том, что учет значений u'_T, v'_T, \tilde{w}_T , возникающих за счет флуктуаций температуры, позволяет более правильно описать интегральные энергетические соотношения в атмосфере, нами проведена на модели краткосрочного прогноза метеоэлементов.

2. Для проверки указанной гипотезы мы провели расчет составляющих агеострофического ветра (u'_T, v'_T) и вертикальной скорости (\tilde{w}_T), вызванных флуктуациями температуры, и включение их в прогностическую модель. Наиболее удобной для этой цели оказалась агеострофическая модель прогноза полей ветра и температуры [2—6].

Чтобы оценить влияние флуктуаций температуры на указанные поля, потребовалось решить дифференциальные уравнения, определяющие корреляцию между флуктуациями температуры, агеострофического ветра и вертикальной скорости. Решение этих уравнений проведено в работе [8]. Полученные решения довольно громоздки. Но, предполагая, что флуктуации температуры создаются температурными неоднородностями подстилающей поверхности ($\eta = 1$), решения для u'_T, v'_T, \tilde{w}_T удалось упростить.

Упрощенные решения имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} u'_T(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left[A_0(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_0 + A_1(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial x} \right)_1 \right]_{\eta=1, 0}, \\ v'_T(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} \left[A_0(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_0 + A_1(\zeta) \left(k \frac{\partial T'}{\partial y} \right)_1 \right]_{\eta=1, 0}, \\ \tilde{w}_T(\zeta) &= \frac{R}{l^2 H_0^2} [B_0(\zeta) (k \Delta T')_0 + B_1(\zeta) (k \Delta T')_1]_{\eta=1, 0}. \end{aligned} \right\} (1)$$

Здесь T' — флуктуации температуры, k — вертикальный коэффициент турбулентности, R — газовая постоянная, H_0 — высота однородной атмосферы, l — параметр Кориолиса, $\zeta = \frac{p}{p_0}$ (p — давление, $P_0 = 1000$ мб — стандартное атмосферное давление), $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} +$

$+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Функция с индексом «0» означает функцию в точке расчета, с индексом «1» — функцию, осредненную по точкам первого круга [4, 9].

Коэффициенты $A_0(\zeta)$, $A_1(\zeta)$, $B_0(\zeta)$, $B_1(\zeta)$ для рассматриваемых уровней ζ имеют значения, представленные в табл. 1.

Таблица 1
Значения коэффициентов $A_0(\zeta)$, $A_1(\zeta)$, $B_0(\zeta)$, $B_1(\zeta)$

ζ	0,85	0,50	0,30	0,20
$A_0(\zeta)$	-2,518	-0,376	-0,092	-0,037
$A_1(\zeta)$	0,550	-0,561	-0,289	-0,143
$B_0(\zeta)$	0,463	0,050	0,009	0,002
$B_1(\zeta)$	0,225	0,119	0,032	0,010

Значение коэффициента турбулентности k в наших расчетах взято равным $5 \text{ м}^2/\text{с}$.

Так как в схеме прогноза полей ветра и температуры, основанной на агеострофической модели, начальные данные на уровне $\eta=1$ не входят [5—8], то производные флуктуаций температуры $\frac{\partial T'}{\partial x}$, $\frac{\partial T'}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 T'}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 T'}{\partial y^2}$ пришлось заменить соответствующими производными на уровне 850 мб. Кроме того, исходя из гипотезы автоматичности макро- и мезомасштабных процессов, значения производных флуктуаций температуры мы заменили значениями

производных фактической температуры с некоторым коэффициентом β , а именно: $\frac{\partial T'}{\partial x} = \beta \frac{\partial T}{\partial x}$, $\frac{\partial T'}{\partial y} = \beta \frac{\partial T}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} = \beta^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 T'}{\partial y^2} = \beta^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$.

Производилась вариация коэффициента β , его значения принимались равными 2, 4, 5, 6.

3. Применяв указанную методику расчета производных флуктуаций температуры, мы провели расчет составляющих агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры, и их учет на каждом временном шаге в агеострофической схеме прогноза полей ветра и температуры. Этот расчет проведен для 5 случаев из серии прогнозов, полученных ранее в оперативном порядке [7].

Если учет флуктуаций температуры для варианта $\beta=2$ почти не изменил оценок оправдываемости прогноза полей ветра и температуры, то для вариантов $\beta=4$, $\beta=5$, $\beta=6$ имеем уменьшение ошибок прогноза. Это видно из табл. 2, где даны средние оценки для 5 случаев прогноза (осреднение для одного прогноза проводится по 97 точкам сетки [7]). Здесь введены следующие обозначения: V_{ϕ} — фактическое значение модуля скорости ветра (м/с), δ_V — средняя абсолютная ошибка прогноза модуля скорости ветра (м/с), $\alpha = \sqrt{[(\delta u)^2 + (\delta v)^2]} / V_{\phi}^2$ — отношение средней квадратической векторной ошибки прогноза ветра к среднему квадратическому значению скорости, $\delta_{\phi} T$ — среднее абсолютное значение фактического изменения температуры ($^{\circ}\text{C}$), δ_T — средняя абсолютная ошибка прогноза температуры ($^{\circ}\text{C}$), R_T — коэффициент корреляции между прогностическими и фактическими изменениями температуры за сутки.

Следует отметить, что существенное уменьшение ошибок прогноза дали варианты $\beta=5$ и $\beta=6$ для уровня 850 мб, особенно при прогнозе температуры. Так, коэффициент корреляции R_T увеличился на 0,05, средняя абсолютная ошибка температуры δ_T уменьшилась на $0,2^{\circ}\text{C}$. Для уровня 850 мб варианты $\beta=5$ и $\beta=6$ имеют одинаковые средние оценки оправдываемости прогнозов. Но для уровней 500 и 200 мб по варианту $\beta=6$ средние ошибки несколько меньше, чем по варианту $\beta=5$.

Чтобы окончательно убедиться в преимуществе варианта $\beta=6$, в дальнейшем учет флуктуаций температуры для вариантов $\beta=5$, $\beta=6$ мы провели еще для 7 случаев. В результате имеем таблицу средних оценок оправдываемости прогнозов для 12 случаев (табл. 3), которая еще раз подтверждает преимущество варианта $\beta=6$ по сравнению с вариантом $\beta=5$. Кроме того, средние оценки для уровня 850 мб почти не изменились по сравнению со средними оценками для 5 прогнозов.

Отметим, что учет флуктуаций температуры на уровне 850 мб наиболее существенным оказался для тех случаев, когда коэффициенты корреляции R_T были сравнительно низкие. Это видно из табл. 4, где ошибки прогнозов температуры δ_T и R_T даны не как средние для 12 случаев, а для каждого случая в отдельности.

Средние оценки оправдываемости прогноза (5 случаев)

Схема предвычисления		Уровень, мб											
		850						500					
Основная с учетом $\tilde{u}_T, \tilde{v}_T, \tilde{w}_T$		V_Φ	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T	V_Φ	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T
		$\beta=2$	10,2	3,2	0,66	2,9	1,9	0,80	17,4	5,7	0,55	2,8	1,9
$\beta=4$		3,2	0,66		1,9	0,81		5,7	0,55		1,8	0,78	
$\beta=5$		3,2	0,66		1,8	0,83		5,7	0,55		1,8	0,78	
$\beta=6$		3,1	0,66		1,7	0,85		5,6	0,55		1,8	0,78	
		3,1	0,66		1,7	0,85		5,6	0,54		1,8	0,78	
Схема предвычисления		Уровень, мб											
		300						200					
Основная с учетом $\tilde{u}_T, \tilde{v}_T, \tilde{w}_T$		V_Φ	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T	V_Φ	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T
		23,8	9,2	0,63	2,3	1,8	0,71	22,4	7,6	0,65	3,2	2,7	0,66
$\beta=2$		9,1	0,63		1,8	0,71		7,6	0,65		2,7	0,66	
$\beta=4$		9,1	0,63		1,8	0,71		7,6	0,64		2,7	0,67	
$\beta=5$		9,1	0,63		1,8	0,71		7,6	0,64		2,7	0,66	
$\beta=6$		9,1	0,63		1,8	0,71		7,6	0,64		2,7	0,66	

Средние оценки оправдываемости прогноза (12 случаев)

Схема предвычисления	Уровень, мБ											
	850						500					
	V_{Φ}	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T	V_{Φ}	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T
Основная с учетом $\beta=5$ u_T, v_T, w_T	9,2	3,0	0,63	3,0	1,8	0,80	16,5	5,2	0,53	2,9	1,9	0,79
		3,0	0,63		1,6	0,84		5,1	0,53		2,0	0,78
		2,9	0,63		1,6	0,85		5,1	0,53		1,9	0,78
Схема предвычисления	Уровень, мБ											
	300						200					
	V_{Φ}	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T	V_{Φ}	δ_V	α	$\delta_{\Phi T}$	δ_T	R_T
Основная с учетом $\beta=5$ u_T, v_T, w_T	22,6	8,3	0,62	2,2	1,8	0,69	19,9	7,3	0,64	3,6	2,8	0,69
		8,3	0,62		1,8	0,69		7,3	0,64		2,7	0,69
		8,3	0,62		1,8	0,69		7,3	0,64		2,7	0,70

Так, например, в случаях 14—15 июня и 12—13 октября коэффициент корреляции R_T увеличился на 0,14, при этом значение δ_T уменьшилось соответственно на 0,3 и 0,5°C.

Так как влияние флуктуаций температуры на точность прогнозов оказалось наиболее существенным для уровня 850 мб, то дальнейший анализ расчетов будем проводить только для этого уровня.

Таблица 4

Оценки оправдываемости прогноза на уровне 850 мб ($\beta=6$)

Дата	δ_T		R_T	
	без учета T'	с учетом T'	без учета T'	с учетом T'
24—25 II	1,7	1,6	0,85	0,87
17—18 III	1,9	1,6	0,51	0,59
6—7 IV	1,8	1,4	0,72	0,82
17—18 V	1,7	1,6	0,94	0,96
18—19 V	1,9	1,4	0,93	0,95
19—20 V	1,9	1,8	0,88	0,86
20—21 V	1,6	1,6	0,89	0,91
14—15 VI	1,2	0,9	0,66	0,80
6—7 VII	1,5	1,5	0,86	0,86
11—12 X	1,8	1,5	0,72	0,81
12—13 X	2,4	1,9	0,69	0,83
13—14 X	2,0	2,0	0,89	0,88
Среднее	1,8	1,6	0,80	0,85

4. Проанализируем влияние флуктуаций температуры на кинетическую энергию горизонтальных движений, а также на скорость вертикальных движений.

Прежде чем переходить к вопросу о том, как изменяется кинетическая энергия со временем, если в прогностической схеме учесть u'_T , v'_T , $\tilde{\omega}_T$, остановимся на значениях этих составляющих. Так как значения u'_T , v'_T , $\tilde{\omega}_T$ для вариантов $\beta=4$ и $\beta=5$ оказались промежуточными между значениями их для вариантов $\beta=2$ и $\beta=6$, то средние значения для прогнозов приведены только по вариантам $\beta=2$ и $\beta=6$, а для 12 прогнозов — по варианту $\beta=6$ (табл. 5). Значения u'_T , v'_T , $\tilde{\omega}_T$ приведены для начального и конечного моментов времени. В конечный срок, кроме прогностических значений, приведены значения указанных величин, рассчитанные по фактическим данным следующего дня.

Из табл. 5 видно, что для варианта $\beta=6$ значения w_T почти на порядок больше, чем для варианта $\beta=2$, а значения u_T, v_T почти в 3 раза больше.

В табл. 6 приведены средние квадратические значения вертикальной скорости на уровне 850 мб с учетом и без учета флуктуаций температуры. Как видно из этой таблицы, предвычисленные значения вертикальной скорости являются заниженными по сравнению с ее значениями, вычисленными по фактическим данным. Учет u_T', v_T', \bar{w}_T приводит к увеличению их значений как предвы-

Таблица 5

Средние квадратические значения u_T, v_T, w_T

	Число прогнозов	Вариант	$t=0$	$t=24$	
				предвычисленные	фактические
w_T см/с	5	$\beta=2$	0,058	0,052	0,061
		$\beta=6$	0,521	0,379	0,553
u_T м/с	12	$\beta=6$	0,531	0,386	0,524
		$\beta=2$	0,038	0,035	0,037
v_T м/с	5	$\beta=2$	0,114	0,087	0,111
		$\beta=6$	0,111	0,082	0,103
v_T м/с	12	$\beta=2$	0,034	0,024	0,033
		$\beta=6$	0,102	0,068	0,099
	5	$\beta=6$	0,117	0,098	0,116

Таблица 6

Средние квадратические значения вертикальной скорости (см/с)

Схема предвычисления		$t=0$	$t=24$	
			предвычисленные	фактические
		$n=5$		
Основная		0,405	0,216	0,427
С учетом u_T', v_T', \bar{w}_T	$\beta=2$	0,424	0,241	0,452
	$\beta=6$	0,743	0,490	0,810
		$n=12$		
Основная		0,414	0,260	0,410
С учетом u_T', v_T', \bar{w}_T	$\beta=6$	0,778	0,553	0,787

численных, так и рассчитанных по фактическим данным, при этом для варианта $\beta=6$ это увеличение значительно больше, чем для варианта $\beta=2$. Отношение среднеквадратических значений предвычисленной и рассчитанной по фактическим данным вертикальной скорости следующее:

	$n = 5$	$n = 12$
Основная схема	0,51	0,63
Вариант	0,60	0,70

Таким образом, учет u'_T, v'_T, \bar{w}_T приблизил предвычисленные и рассчитанные по фактическим данным значения вертикальной скорости в среднем на 7—9%.

Сопоставление табл. 5 и 6 показывает, что вертикальная скорость, вызванная флуктуациями температуры, составляет значи-

Таблица 7

Значения удвоенной кинетической энергии ($\text{м}^2/\text{сек}^2$)

Схема предвычисления	$t = 0$	$t = 24$	
		предвычисленные	фактические
$n = 5$			
Основная	99,4	89,6	118,1
С учетом u'_T, v'_T, w_T	$\beta = 2$	92,7	
	$\beta = 6$	99,8	
$n = 12$			
Основная	90,9	86,7	98,2
С учетом u'_T, v'_T, w_T	$\beta = 6$	96,9	

тельную долю суммарной вертикальной скорости. Так, например, для варианта $\beta=6$ отношение $\sqrt{\bar{w}_T^2} / \sqrt{(\bar{w} + \bar{w}_T)^2}$ приблизительно равно 0,7. Это говорит о том, что значения вертикальной скорости за счет флуктуаций температуры на уровне 850 мб оказались существенными.

Рассмотрим изменение со временем кинетической энергии горизонтальных движений.

В табл. 7 представлены средние значения удвоенной кинетической энергии ($2K$) на уровне 850 мб для основного варианта

и вариантов с учетом флуктуаций температуры. Значения кинетической энергии даны в начальный и конечный моменты времени. В конечный момент, кроме предвычисленных значений, даны значения, вычисленные по фактическим данным следующего дня. С учетом флуктуаций температуры для 5 случаев прогноза ($n=5$) рассмотрены варианты $\beta=2$ и $\beta=6$, для 12 случаев — вариант $\beta=6$.

Данная таблица показывает, что для основной схемы предвычисленные значения кинетической энергии являются заниженными по сравнению с ее фактическими значениями. Учет флуктуаций температуры приводит к увеличению кинетической энергии. Это увеличение с ростом коэффициента β при расчете производных флуктуаций температуры возрастает, приближая предвычисленные значения кинетической энергии на уровне 850 мб к ее фактическим значениям. На остальных уровнях это приближение несколько меньше. В то же время максимум увеличения кинетической энергии горизонтальных движений за счет влияния флуктуаций температуры для варианта $\beta=6$ в 10 случаях отмечается на уровне 500 мб и только в 2 случаях — на уровне 850 мб. Для рассмотренных нами 12 случаев варианта $\beta=6$ величина $2K$ в конечный момент времени за счет учета u'_T , v'_T , w_T увеличилась по сравнению с величиной $2K$ основной схемы предвычисления на уровне 850 мб в среднем на $10,2 \text{ м}^2/\text{с}^2$, а на уровне 500 мб — на $12,8 \text{ м}^2/\text{с}^2$.

Таким образом, учет составляющих агеострофического ветра (u'_T , v'_T) и вертикальной скорости (w_T), вызванных флуктуациями температуры, привел к увеличению кинетической энергии как горизонтальных, так и вертикальных движений и в то же время к увеличению оправданности прогноза полей ветра и температуры. Уменьшение ошибок прогноза оказалось наиболее существенным для уровня 850 мб, особенно при прогнозе температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин М. И. К определению среднего движения в задачах долгосрочного прогноза и теории климата.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 272, с. 3—14.
2. Юдин М. И. Предвычисление поля ветра и связанных с ним метеорологических элементов.—ДАН СССР, 1957, т. 112, № 1, с. 49—52.
3. Юдин М. И. Решение уравнений динамики атмосферы при использовании закономерностей структуры метеорологических полей в целях краткосрочного прогноза погоды.—«Тр. ГГО», 1963, вып. 143, с. 36—50.
4. Пятыгина К. В. Расчетная схема предвычисления полей ветра и температуры в тропосфере и нижней стратосфере.—«Тр. ГГО», 1961, вып. 121, с. 80—94.
5. Пятыгина К. В. Агеострофическая модель прогноза метеозлементов на большом количестве уровней.—В кн.: Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды. Л., Гидрометеиздат, 1964, с. 132—142.
6. Пятыгина К. В., Блажевич В. Г., Федорова Э. А. Результаты испытания агеострофической модели прогноза полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы.—«Тр. ГГО», 1965, вып. 168, с. 3—13.

7. Пятыгина К. В. и др. Прогноз полей ветра и температуры для нескольких уровней атмосферы на основе агеострофической схемы.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 197, с. 48—59.

8. Пятыгина К. В., Коморина Э. А. Определение агеострофического ветра и вертикальной скорости, вызванных флуктуациями температуры и притоком тепла.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 298, с. 38—53.

9. Пятыгина К. В., Рудик И. Ф. К вопросу численного прогноза перемещений циклонов.—В кн.: Материалы совещания координационной комиссии по численным методам прогноза. Л., Гидрометеиздат, 1961, с. 88—93.

О ВОЗМОЖНОСТИ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ РАДИАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗОРВАННОЙ КУЧЕВОЙ ОБЛАЧНОСТИ

К настоящему времени выполнены обширные теоретические и экспериментальные исследования закономерностей радиационного переноса тепла в безоблачной атмосфере при наличии достаточно устойчивых однослойных сплошных слоистообразных облаков [1, 2, 3, 4]. Существуют точные и приближенные методы расчета потоков радиации над облаками, в облаках и подоблачном слое [5, 6, 7]. Эти исследования показали существенное влияние облаков на радиационную энергетику атмосферы и подстилающей поверхности. Перенос радиации в атмосфере в условиях кучевообразной облачности имеет особенности, которые несколько отличают этот процесс от процесса переноса радиации в условиях слоистообразной облачности, хотя само влияние облаков и в этом случае остается существенным [8].

Кучевая облачность очень изменчива в пространстве и времени, ее микрофизические и оптические характеристики также весьма изменчивы [9, 10, 11]. Подобная нестабильность, а также недостаток сведений о некоторых параметрах затрудняют детерминистическое описание процесса переноса радиации в условиях кучевообразной облачности и описание самой облачности.

Поэтому в настоящее время широко развиваются методы статистического описания полей кучевой облачности и радиации и проводятся экспериментальные исследования поля радиации при наличии кучевой облачности. При этом объекты исследования — облачность и радиация — рассматриваются как случайные величины и для их изучения привлекается аппарат теории случайных процессов [8—11]. На основе статистических обобщений становится возможным разработка методов параметризации переноса радиации в условиях кучевой облачности. Наряду со статистическими характеристиками радиационного поля в атмосфере для некоторых задач могут быть полезны средние значения радиационных притоков и потоков.

Для решения задачи параметризации радиационного режима атмосферы в различных условиях, в том числе и при разорванной

облачности, необходимо выявление главных зависимостей радиационных полей от характеристик влагосодержания атмосферы и облачности, содержания аэрозолей и т. д. Решение такой задачи возможно как путем численных экспериментов, так и на основе экспериментов в реальных условиях.

Данная статья основана на материалах 19 полетов, выполненных в течение 1971—1972 гг. на Украине. Во время четырех полетов обрабатывались методика исследований, облет и тарировка аппаратуры, в трех полетах осуществлялось горизонтальное зондирование по различным маршрутам на территории Украины, а в остальных выполнялось вертикальное зондирование. В ходе полетов с помощью актиметрической аппаратуры регистрировались потоки восходящей и нисходящей радиации на различных уровнях в атмосфере, фиксировался балл облачности. Измерения производились, как правило, в середине дня, и высота солнца от случая к случаю изменялась в небольших пределах, от 40 до 62°.

Так как известно, что основным фактором, регулирующим перенос радиации в атмосфере, является облачность, то в данной работе произведена попытка построить формулы для параметризации радиационных свойств облачности на основе одного параметра — балла облачности.

Основная идея учета влияния облачности состоит в том, чтобы из экспериментальных данных найти поправки к радиационным характеристикам, которые для безоблачных условий считаются известными.

Материал наблюдений был использован для разработки способов параметризации следующих величин:

1) притока коротковолновой радиации к слою атмосферы, в котором развиваются облака, в зависимости от балла облачности;

2) альbedo облачного слоя в зависимости от балла облачности;

3) функции пропускания суммарной радиации слоем, в котором развиваются облака, в зависимости от балла облачности.

Так как поправки на влияние облачности определяются по отношению к безоблачным условиям, то в нижней части тропосферы (0—5 км) был условно выделен слой, в котором развиваются кучевые облака. Этот слой назван „облачным”. Границы его в среднем относятся к высотам 1 и 2 км, хотя от случая к случаю они колеблются относительно этих уровней. В том случае, когда облака отсутствовали, были также проведены измерения для определения значений радиационных характеристик в этом слое, средних для безоблачных условий.

По измеренным величинам потоков были рассчитаны: баланс коротковолновой радиации на верхней ($B_{в.г}$) и нижней ($B_{н.г}$) границах „облачного” слоя, приток к этому слою ΔB , альbedo облачного слоя A и эффективная поглощательная способность слоя

$$b_{эф} = \frac{\Delta B}{B_{в.г}}. \quad (1)$$

Поскольку альbedo облачных образований существенно отличается от альbedo земной поверхности и безоблачной атмосферы, появление облачных образований существенно влияет на радиационный режим облачного слоя. Для оценки влияния балла кучевых облаков на альbedo на верхней границе облачного слоя $A_{в.г}(c)$ были рассмотрены не сами величины альbedo, а разность

$$\Delta A(c) = A_{в.г}(c) - A_{в.г}(0), \quad (2)$$

где $A_{в.г}(0)$ — альbedo на верхней границе облачного слоя при $c=0$.

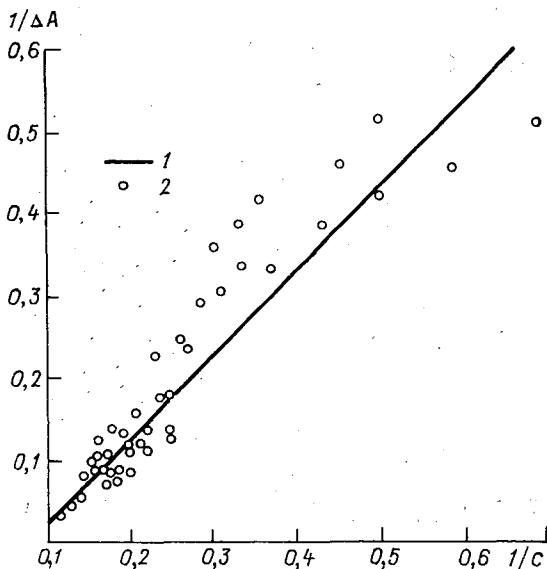


Рис. 1. Зависимость $1/\Delta A$ от балла облачности. 1 — аппроксимационная линейная зависимость, 2 — отдельные измерения.

На рис. 1 представлена зависимость $1/\Delta A$ и $1/c$. На график нанесены данные скользящего осреднения, каждая точка есть результат осреднения трех случаев. Из рисунка следует, что связь между этими величинами близка к линейной. Аналитическая зависимость между поправкой на облачность $\Delta A(c)$ и баллом облачности имеет следующий вид:

$$\Delta A(c) = \frac{c}{1,03 - 0,082c}, \quad (3)$$

где c изменяется от 1 до 10.

На рис. 2 представлена кривая, построенная с использованием формулы (3). Здесь же кружками нанесены экспериментальные данные. Видно, что выражение (3) достаточно хорошо аппроксимирует экспериментальные данные. На этом же рисунке изображена зависимость функции пропускания P суммарной радиации облачным слоем:

$$P = \frac{Q_{н.г}}{Q_{в.г}} \quad (4)$$

где $Q_{в.г}$ — суммарная радиация, приходящая на верхнюю границу;

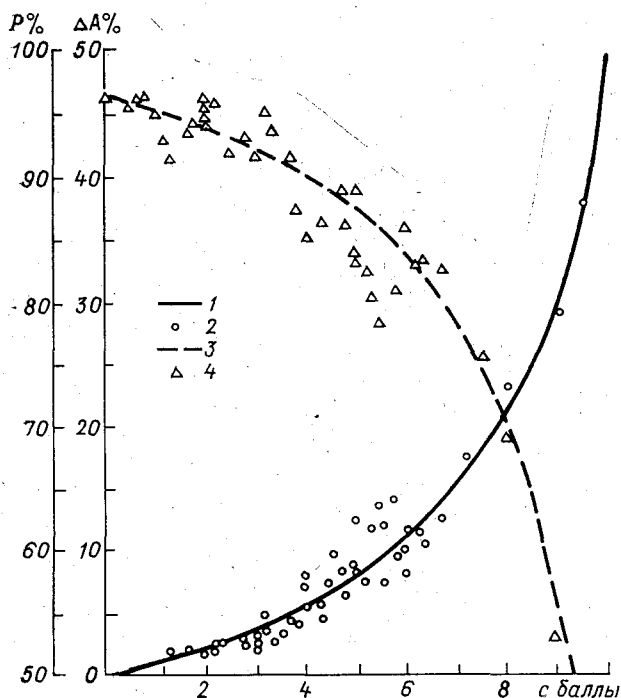


Рис. 2. Зависимость поправки на альbedo $\Delta A(c)$ верхней границы облачного слоя и функции пропускания $P(c)$ от количества кучевой облачности.

1 — ΔA , рассчитанное по формуле (3); 2 — ΔA измеренное; 3 — P , рассчитанное по формуле (5); 4 — P измеренное.

$Q_{н.г}$ — суммарная радиация, выходящая через нижнюю границу этого слоя. Связь между P и c описывается уравнением

$$P = P(0) - \frac{c}{1 - 0,086c}, \quad (5)$$

где $P(0) = 96,3\%$ — среднее значение функции пропускания облачного слоя при $c=0$. Треугольниками обозначены данные измерений.

С функцией пропускания суммарной радиации тесно связана характеристика поглощательной способности $b_{эф}$. Используя (1), (4), (5), получим

$$b_{эф}(c) = b_{эф}(0) + \frac{c}{1,85 - 0,172c}. \quad (6)$$

На рис. 3 графически представлена зависимость (6). Рисунок показывает, что аппроксимация (6) достаточно хорошо описывает

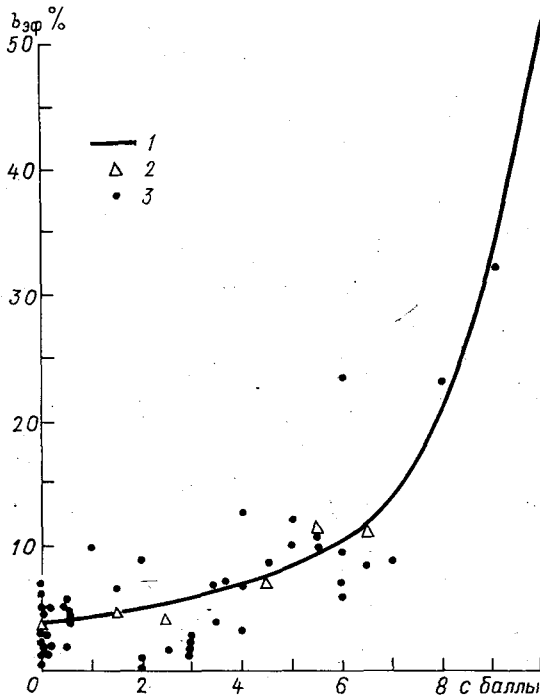


Рис. 3. Зависимость эффективной поглощательной способности от балла облачности.
1 — $b_{эф}$ рассчитанное по формуле (6); 2 — средние экспериментальные значения, 3 — отдельные измерения.

рассматриваемую зависимость $b_{эф}$ от балла облачности. На величину разброса точек влияют неучтенные факторы, такие, как различия в микрофизических свойствах облаков, их вертикальная протяженность и др. Рисунки 2 и 3 отражают тот факт [7, 8], что балл облачности является главным фактором, влияющим на радиационные характеристики атмосферных слоев в облачных условиях.

В табл. 1 представлены средние значения величины эффективной поглощательной способности и радиационного притока тепла к облачному слою при разной величине закрытости небосвода облаками. Так как толщина слоя колеблется от случая к случаю, то для сравнимости все величины даны по отношению к слою толщиной 1 км.

В таблице приведены также следующие статистические характеристики изучаемых величин: среднее арифметическое отклонение от среднего δ , среднее квадратическое отклонение от среднего σ , отношение этих величин $\delta_1 = \delta/\sigma$ и коэффициент вариации v . Достаточно большие коэффициенты вариации свидетельствуют об ограниченности выборки, которая использована в данной работе. Однако, как видно из рис. 1 и 2, имеющийся материал дает возможность выявить некоторые основные закономерности.

Из таблицы видно, что эффективная поглощательная способность и приток к облачному слою может изменяться в несколько раз при увеличении облачного покрова. Максимальная средняя эффективная поглощательная способность для рассматриваемых случаев составляет 11,4%.

Формулы (3), (5), (6) могут быть использованы для определения соответствующих радиационных характеристик, если известен балл облачности.

Для параметризации притока радиации к облачному слою может быть также использовано следующее выражение:

$$\Delta B(c) = k(c) \Delta B(0), \quad (7)$$

где $\Delta B(0)$ — приток коротковолновой радиации к рассматриваемому слою при $c=0$; $k(c)$ — коэффициент, с помощью которого осуществляется переход от величины притока в безоблачных условиях к притоку при заданном балле облачности.

Представим $k(c)$ в виде

$$k(c) = \frac{\Delta B(c)}{\Delta B(0)} = \frac{b_{эф}(c) B_{в.г}(c)}{b_{эф}(0) B_{в.г}(0)} = \frac{b_{эф}(c) Q_{в.г}(c) [1 - A_{в.г}]}{b_{эф} Q_{в.г}(0) [1 - A_{в.г}(0)]}. \quad (8)$$

В формуле (8) отношение $\frac{Q_{в.г}(c)}{Q_{в.г}(0)}$ можно приближенно положить равным единице, так как поток суммарной радиации мало зависит от альбедо нижележащей подстилающей поверхности [12]. Тогда выражение (8) с учетом (2) можно преобразовать:

$$k(c) = \frac{b_{эф}(c)}{b_{эф}(0)} \left(1 - \frac{\Delta A}{1 - A_{в.г}(0)} \right). \quad (9)$$

Используя (3) и (6), окончательно для коэффициента параметризации получим

$$k(c) = (1 + b_{эф}(0) (1,85 - 0,172c)) \left\{ 1 - \frac{10^{-2}c}{(1,03 - 0,082c) [1 - A_{в.г}(0)]} \right\}. \quad (10)$$

Таблица 1
Приток коротковолновой радиации к облачному слою и эффективная поглощательная способность

Статистические характеристики	$b_{\text{эф}}$ % на 1 км слоя						ΔB кал/(см·мин·км)						
	число баллов						число баллов						
	0—2	3—4	4—5	5—6	6—7		0—2	3—4	4—5	5—6	6—7		
Число случаев	32	9	10	10	7		.32	9	10	10	7		
Среднее значение	4,1	6,4	8,2	9,5	11,4		0,038	0,063	0,078	0,075	0,092		
Максимальное	10,0	13,3	13,3	17,8	23,0		0,089	0,136	0,136	0,121	0,177		
Минимальное	0,8	2,2	2,4	3,1	5,6		0,008	0,020	0,022	0,030	0,030		
Модальный интервал	4,0—5,0	—	—	—	—		0,040—0,060	—	—	—	—		
Среднее арифметическое отклонение от среднего δ	1,8	3,7	2,8	2,9	5,1		0,015	0,039	0,026	0,018	0,032		
Среднее квадратическое отклонение от среднего σ	2,3	4,2	3,5	4,0	6,0		0,018	0,043	0,034	0,023	0,043		
Отношение δ/σ	0,77	0,88	0,80	0,72	0,85		0,81	0,91	0,85	0,78	0,74		
Коэффициент вариации, %	56	66	43	42	53		49	68	44	31	47		

На рис. 4 представлена кривая $k(c)$, рассчитанная по формуле (10) в предположении, что $b_{эф}(0) = 3,8$, а альbedo на верхней границе облачного слоя при $c=0$ равно альbedo земной поверхности ($A_{в.г}(0) = A_з$). Для района наблюдений $A_з = 0,15$. По рассчитанным значениям $k(c)$ и заданному среднему значению $\Delta B(0)$, характерному для данного района, была построена кривая $\Delta B(c)$.

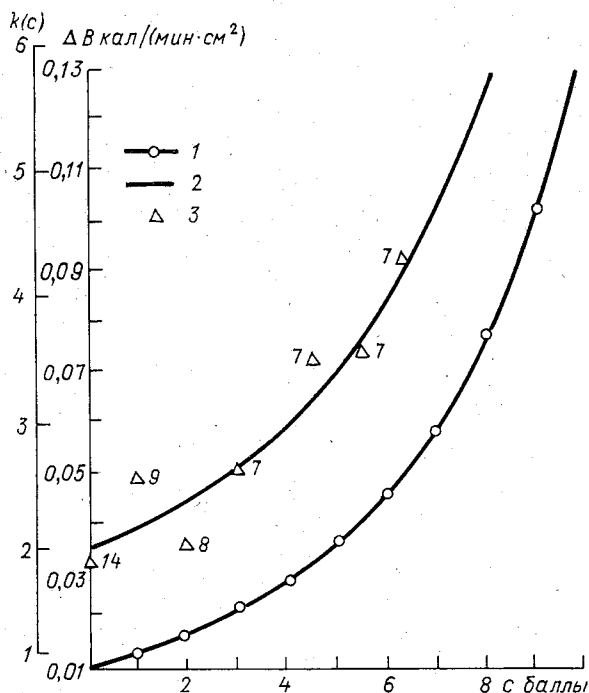


Рис. 4. Коэффициент $k(c)$ и приток к облачному слою.

1 — $k(c)$, рассчитанное по формуле (10); 2 — $\Delta B(c)$, рассчитанное по формуле (7); 3 — величины, полученные путем осреднения измеренных значений притока при разных условиях облачности. Цифры у треугольников означают число случаев, использованных при осреднении.

Учитывая ограниченность материала наблюдений, согласие между наблюдаемыми и рассчитанными величинами следует считать удовлетворительным.

Таким образом, если известны радиационные характеристики, соответствующие безоблачным условиям, то по формулам (3), (5), (6), (7), (10) можно определить эти же характеристики при различных условиях облачности по одному главному параметру — баллу облачности, изменяющемуся от 1 до 10.

Эти формулы могут быть применены для учета мезомасштабных радиационных эффектов при изучении крупномасштабных ат-

моносферных движений, если прогнозируется балл кучевой облачности.

Для распространения формул на большие территории требуется проверка пригодности средних значений, соответствующих безоблачным условиям, а также коэффициентов, входящих в формулы. Сформулированный в статье подход к параметризации радиационных характеристик может быть использован в любом географическом районе.

Полученные в статье результаты являются лишь первым шагом на пути изучения возможностей параметризации радиационных характеристик атмосферы. Для более полного решения этой задачи необходимы новые, более широкие комплексные экспериментальные исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фейгельсон Е. М. Радиационные процессы в слоистообразных облаках. М., «Наука», 1964. 230 с.
2. Фейгельсон Е. М. Лучистый теплообмен в атмосфере. Л., Гидрометеоиздат, 1970. 229 с.
3. Гойса Н. И., Шошин В. М. Экспериментальная модель радиационного режима «среднего» слоистообразного облака.—«Тр. УкрНИГМИ», 1969, вып. 82, с. 16—21.
4. Гойса Н. И., Шошин В. М. Экспериментальные исследования потоков солнечной радиации в нижней тропосфере при облаках St и Sc.—В кн.: Теплообмен в атмосфере. М., «Наука», 1972, с. 60—70.
5. Романова Л. М. Распределение фотонов по пробегам в плоском слое однородной мутной среды.—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 6, с. 599—606.
6. Каргин Б. А., Краснокутская Л. Д., Фейгельсон Е. М. Отражение и поглощение лучистой энергии Солнца облачными слоями.—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1972, т. 8, № 5, с. 505—512.
7. Дмитриева-Арраго Л. Р., Паршина Г. В., Самойлова Л. В. Расчет потоков коротковолновой радиации в облачных условиях.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 272, с. 70—78.
8. Тимановская Р. Г., Фейгельсон Е. М. Потоки солнечного излучения у поверхности земли при кучевой облачности.—В кн.: Теплообмен в атмосфере. М., «Наука», 1972, с. 112—120.
9. Тимановская Р. Г., Фейгельсон Е. М. Некоторые параметры кучевых облаков, полученные по фотографиям небесного свода и из наземных актинометрических измерений.—В кн.: Теплообмен в атмосфере. М., «Наука», 1972, с. 107—111.
10. Мулламаа Ю.-А.Р. и др. Стохастическая структура полей облачности и радиации. Тарту, Изд-во АН ЭССР, 1972. 280 с.
11. Шметер С. М. Физика конвективных облаков. Л., Гидрометеоиздат, 1972. 232 с.
12. Дмитриева-Арраго Л. Р., Самойлова Л. В. К расчету поля коротковолновой радиации в схеме общей циркуляции атмосферы.—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1970, т. 6, № 1, с. 29—36.

ОПЫТ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ МЕЗОМАСШТАБНЫХ ТЕРМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОЛЕ ВЕТРА

Численный прогноз погоды, основанный на учете макромасштабных характеристик атмосферных процессов, не может быть достаточно точным, если он не учитывает взаимодействия между макро- и мезометеорологическими процессами. Это в особенности относится к прогнозу погоды для районов со сложным рельефом или неоднородной подстилающей поверхностью, где под влиянием топографических особенностей возникают мезомасштабные возмущения в поле ветра и других метеорологических элементов.

Известно, что сеть станций с шагом между ее узлами 300 км или более, используемая в прогностических схемах, не может учесть влияния мезометеорологических процессов, поскольку их масштаб меньше пространственного разрешения сетки. Этот учет мог бы выполняться путем уменьшения шага сетки, что часто неосуществимо из-за редкой сети станций во многих районах земного шара, а также из-за недостаточной производительности вычислительной техники и других методических трудностей.

Другой путь учета влияния мезометеорологических факторов состоит в параметризации мезомасштабных процессов с помощью некоторых интегральных характеристик, описывающих совокупное влияние мезометеорологических процессов на макрометеорологические.

В настоящей работе показана возможность параметризации мезомасштабных термических возмущений в поле ветра и сопоставлена статистическая структура временного режима предлагаемого параметра со статистической структурой местных периодических ветров.

Как уже было показано в [1], мезомасштабные возмущения в поле ветра имеют разную природу. В сильном воздушном потоке локальные возмущения носят обычно механический характер. Они возникают при обтекании потоком горного препятствия, сопровождаются образованием вертикальных движений, что существенно влияет на режим погоды.

В слабом воздушном потоке мезомасштабные возмущения но-

сят преимущественно термический характер, связанный с образованием горизонтальных градиентов температуры. Последние возникают вследствие неравномерности в прогреве воздуха над сушей и морем или склоном и свободной атмосферой.

Сами по себе локальные ветры термического происхождения не представляют опасного явления, так как скорость их невелика, и формально общая терминология прогноза для всего большого квадрата „ветер слабый переменных направлений” включает в себя все необходимые данные. Однако специальный прогноз, необходимый для учета переноса вредных примесей в атмосфере или обслуживания сельскохозяйственной авиации, не может ограничиваться такой общей формулировкой, а нуждается в детализации режима ветра как во времени, так и в пространстве. Это важно также и потому, что локальные циркуляции, помимо характерного для них суточного хода направления ветра, создают особый, свойственный им режим температуры, влажности, облачности, который также необходимо учитывать в локальном прогнозе погоды.

Локальные термические возмущения в поле ветра образуются за счет потенциальной энергии неустойчивости горизонтально-смежных воздушных масс, имеющих различную температуру. Возникающие при определенных условиях мезомасштабные горизонтальные градиенты температуры (склон — свободная атмосфера, суша — море) порождают соответственно горно-долинные ветры или бризы.

Из анализа системы уравнений гидро- и термодинамики методами теории подобия следует, что почти все характеристики локальных циркуляций зависят от горизонтального контраста температуры. Таковы, например [6], горизонтальный масштаб местной циркуляции над прямолинейным берегом

$$X = (\beta g)^{\frac{1}{2}} K^{-1} \Gamma_{\pi}^{-\frac{5}{2}} (\Delta \theta)^3, \quad (1)$$

вертикальный масштаб

$$z = \Gamma_{\pi}^{-1} \Delta \theta, \quad (2)$$

горизонтальная скорость

$$v = (\beta g)^{\frac{1}{2}} \Gamma_{\pi}^{-\frac{1}{2}} \Delta \theta, \quad (3)$$

где β — коэффициент объемного расширения воздуха, g — ускорение силы тяжести, K — коэффициент турбулентности, Γ_{π} — вертикальный градиент потенциальной температуры.

Из этого же анализа вытекает, что горизонтальный перепад температуры суша — море $\Delta \theta$, от которого зависят интегральные характеристики локальной циркуляции, равен $\delta \theta$ — отклонению максимального значения температуры от его среднего значения, т. е. в физическом смысле этого слова амплитуде суточного хода

температуры. Нетрудно показать, что аналогичные характеристики склонового ветра зависят от $\delta\theta \sin \alpha$, где α — крутизна склона.

Очевидно, существует некоторое минимальное значение $\delta\theta$, ниже которого условия для развития локальных циркуляций должны быть неблагоприятными, так как при этом энергия неустойчивости горизонтально-смежных масс воздуха будет недостаточной для преодоления инерции неподвижного воздуха и силы трения. Указанное минимальное значение можно считать критическим.

Несколько иным путем это было показано в работе [1], с той лишь разницей, что вместо $\delta\theta$ в качестве параметра, характеризующего условия развития локальных циркуляций, вводится более удобная величина A — амплитуда суточного хода температуры воздуха в принятом в метеорологии смысле, т. е. разность между максимальным и минимальным ее значением за сутки.

Тогда условия, благоприятные для развития мезомасштабных термических возмущений в поле ветра, могут быть параметризованы следующим образом: $A \geq A_{кр}$, где $A_{кр}$ — минимальное значение амплитуды, достаточное для развития бриза или горнодолинного ветра.

Сформулируем задачу определения статистической структуры временного режима мезомасштабных термических возмущений в поле ветра. Так как при $A \geq A_{кр}$ при благоприятных топографических условиях следует ожидать развития локальных циркуляций, то представляется важным знать, как часто в среднем многолетнем это явление наблюдается, наблюдаются ли факты появления дней с $A \geq A_{кр}$ в виде отдельных случаев или они проходят сериями и какова продолжительность этих серий.

Ранее уже были предложены методы климатологического прогноза повторяемости дней с местными периодическими ветрами. Один из них состоит в составлении прогностических уравнений, учитывающих связь между повторяемостью бризов и параметром, характеризующим радиационные и циркуляционные условия климата [6].

Этот параметр представляет собой безразмерный коэффициент

$$K_{бр} = \frac{S_{\tau}}{\theta \rho c_p v} \quad (4)$$

или

$$K_{скл} = \frac{S_{\tau} \sin \alpha}{\theta \rho c_p v}, \quad (5)$$

который комплексно характеризует радиационные или циркуляционные условия возникновения бризовых ($K_{бр}$) или склоновых ($K_{скл}$) ветров. При этом S_{τ} — суммарная радиация, v — скорость термически невозмущенного ветра, θ — температура воздуха, ρ — плотность, c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

Другой метод предложен в работе [2]. Он основан на вычислении количества дней с амплитудой температуры, превышающей критическое значение $A_{кр}$, по известному среднему многолетнему значению амплитуды суточного хода температуры воздуха. Метод основан на том, что распределение повторяемости различных значений амплитуды температуры, согласно Д. А. Педь и З. Л. Туркетти [8], подчиняется нормальному закону.

Предлагаемый здесь метод предвычисления статистических характеристик временного режима амплитуды суточного хода температуры воздуха является более общим и включает в себя метод [2] в качестве частного случая.

Определение среднего числа дней с $A \geq A_{кр} - \bar{t}$, средней продолжительности пребывания A выше $A_{кр} - \tau$ и среднего числа серий с $A \geq A_{кр} - \bar{n}$ сводится в теории случайных функций к задаче о выбросах, сущность которой состоит в следующем.

Рассматривая временной режим изменения амплитуды суточного хода температуры $A(t)$ как случайный процесс, будем считать $A_{кр}$ ординатой функции $A(t)$, выбросы за которую нас интересуют.

Как показано в [8], среднее время пребывания случайной функции выше уровня $A_{кр}$, рассчитанное для промежутка времени T , равно

$$\bar{t}_{A_{кр}} = \int_0^T \int_{A_{кр}}^{\infty} f(A/t) dA dt, \quad (6)$$

Среднее число выбросов за уровень $A_{кр}$, имевших место за промежутки времени T ,

$$\bar{n}_{A_{кр}} = \int_0^T \int_0^{\infty} v f(A_{кр} v/t) dv dt, \quad (7)$$

Средняя продолжительность выброса

$$\bar{\tau}_{A_{кр}} = \frac{\bar{t}_{A_{кр}}}{\bar{n}_{A_{кр}}}. \quad (8)$$

Изучая временной режим амплитуды суточного хода температуры воздуха, авторам удалось установить, что эта характеристика имеет довольно заметно выраженный годовой ход. Однако закономерные колебания амплитуды в течение отдельного месяца практически отсутствуют, что позволяет считать процесс стационарным. В этом случае (6), (7) и (8) можно переписать следующим образом:

$$\bar{t}_{A_{кр}} = T \int_{A_{кр}}^{\infty} f(A) dA; \quad (9)$$

$$\bar{n}_{A_{кр}} = T \int_0^{\infty} v f(A_{кр}, v) dv; \quad (10)$$

$$\bar{\tau}_{A_{кр}} = \frac{\int_0^{\infty} f(A_{кр}) dA}{\int_0^{\infty} v f(A_{кр}, v) dv}. \quad (11)$$

Здесь T — продолжительность интервала времени. Так как вероятность распределения амплитуд суточного хода температуры воздуха подчиняется нормальному закону, то нетрудно получить простые формулы для вычисления интересующих нас характеристик.

Действительно, для нормального процесса закон распределения ординат случайной функции выражается через ее математическое ожидание \bar{A} и дисперсию

$$\sigma_A^2 = K_A(0), \quad (12)$$

так как

$$f(A) = \frac{1}{\sigma_A \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}}. \quad (13)$$

Учитывая, что скорость изменения ординаты случайной функции и сами ординаты не коррелированные случайные величины [9], получим

$$f(A, v) = \frac{1}{\sigma_A \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}} \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}}, \quad (14)$$

где

$$\sigma_v^2 = -\frac{d^2}{d\tau^2} K_A(\tau)|_{\tau=0}. \quad (15)$$

При этом $\bar{v}(t) = 0$, так как процесс стационарный. Подставляя (14) в (10), получим

$$\frac{\bar{n}_{A_{кр}}}{T} = \nu(A_{кр}) = \frac{\sigma_v}{2\pi\sigma_A} e^{-\frac{(A_{кр}-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}}, \quad (16)$$

где T — число дней в месяце. И аналогично из (11) после подстановки в нее (13) и (14) получим

$$\bar{\tau}_{A_{кр}} = \pi \frac{\sigma_A}{\sigma_v} e^{-\frac{(A_{кр}-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}} \left[1 - \Phi\left(\frac{A_{кр}-\bar{A}}{\sigma_A}\right) \right]. \quad (17)$$

Здесь $\gamma_{A_{кр}} = P(A_{кр})$ — среднее число выбросов в единицу времени, или плотность вероятности выброса через $A_{кр}$; Φ — интегральная функция Лапласа.

Итак, формулы (16) и (17) дают возможность вычислить интегральные характеристики временного режима суточного хода температуры, так как $\bar{t}_{A_{кр}} = \bar{n}_{A_{кр}} \bar{\tau}_{A_{кр}}$. Но этими формулами можно пользоваться в том случае, если известен вид корреляционной функции.

Такие автокоррелограммы были получены на основе данных наблюдений над температурой воздуха на станциях Алушта и Никитский Сад за 15 лет (1946—1960). Данные наблюдений обрабатывались по месяцам. Функцию $A(t)$ можно считать эргодичной, т. е. для нее среднее по времени равно среднему по множеству наблюдений и все характеристики можно определить по одной, достаточно длинной реализации.

Первые расчеты показали, что автокорреляционная функция, описывающая устойчивость временного режима амплитуды суточного хода температуры, может быть аппроксимирована аналитическим выражением типа

$$K_A = \sigma_A^2 e^{-\alpha t} \quad (18)$$

с большим декрементом затухания α [3].

Однако, как следует из дальнейшего анализа, причиной столь быстрого убывания корреляционной функции являются короткопериодные колебания небольшой амплитуды, накладывающиеся на общий более плавный характер изменения амплитуды суточного хода температуры воздуха.

В связи с этим возникла необходимость введения в программу счета операции сглаживания с целью отфильтрования колебаний высокой частоты, которая осуществлялась с помощью сглаживающей функции

$$R(f) = e^{-2\pi^2 \sigma^2 f}, \quad (19)$$

где f — частота колебаний. Численно сглаживающая функция выражается рядом 0,06; 0,25; 0,38; 0,25; 0,06 [7].

Введение сглаживания в программу счета на ЭВМ существенно сказалось на характере корреляционной функции (рис. 1).

Последнее обстоятельство может быть истолковано следующим образом. Если исключить незначительные колебания амплитуды температуры, а сохранить лишь существенные, т. е. только те колебания, которые сопровождаются пересечением уровня $A_{кр}$, то радиус корреляции составляет 5—6 дней и, следовательно, устойчивость временного режима амплитуды сохраняется в течение естественного синоптического периода (ЕСП). После окончания ЕСП корреляция становится отрицательной.

Изображенная на рис. 1 корреляционная функция может быть аппроксимирована выражением

$$K_A = \sigma_A^2 e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \beta|\tau| + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta|\tau| \right), \quad (20)$$

которое в рамках данной задачи имеет то преимущество, что оно дифференцируемо: Здесь $\sigma_A^2 = K(0)$, а постоянные α и β находятся по некоторым характерным точкам кривой $K_A(\tau)$. Так как

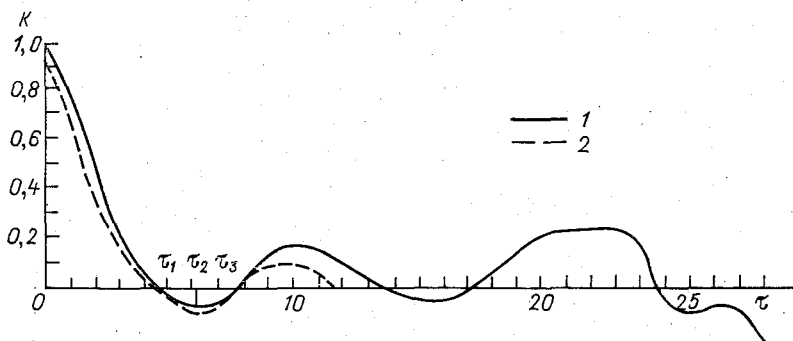


Рис. 1. Вид корреляционной функции, рассчитанной на ЭВМ и аппроксимированной. Алушта, июль.

1 — расчетная, 2 — аппроксимированная.

точность ординат с ростом τ убывает, то следует выбирать наиболее близко расположенные характерные точки. Таковыми являются: τ_1 — точка первого перехода $K_A(\tau)$ через нуль, τ_2 — место первого минимума, $K_A(\tau)$, τ_3 — точка первого перехода через нуль снизу вверх (рис. 1).

Обозначив

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{\beta} \quad (21)$$

и подставив его в (20), получим

$$K_A(\tau) = \sigma_A^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos(\beta|\tau| - \gamma). \quad (22)$$

Так как $\cos(\beta|\tau| - \gamma) = 0$ при выражении, стоящем в скобках и равном $\frac{\pi}{2}$ и $\frac{3\pi}{2}$, то для определения β и γ имеем

$$\beta \tau_1 - \gamma = \frac{\pi}{2}, \quad (23)$$

$$\beta \tau_3 - \gamma = \frac{3\pi}{2}, \quad (24)$$

откуда

$$\beta = \frac{\pi}{\tau_3 - \tau_1}, \quad (25)$$

$$\gamma = \frac{(3\tau_1 - \tau_3)\pi}{2(\tau_3 - \tau_1)}, \quad (26)$$

$$\alpha = \beta \operatorname{tg} \gamma. \quad (27)$$

С помощью формул (25)—(27) были определены параметры α и β , которые приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Значения параметров α , β , τ_1 и τ_3

Месяц	Никитский Сад				Алушта			
	α	β	τ_1	τ_3	α	β	τ_1	τ_3
I	0,88	0,52	5	13	0,88	0,52	5	11
II	0,95	0,39	4	11	0,88	0,52	5	11
III	0,88	0,52	8	16	0,95	0,39	7	15
IV	0,88	0,52	5	13	0,97	0,26	6	13
V	0,87	0,53	4	9	0,97	0,26	6	13
VI	0,85	0,55	3	7	0,96	0,35	8	17
VII	0,88	0,52	4	10	0,88	0,52	5	11
VIII	0,95	0,39	7	12	0,88	0,52	5	11
IX	0,92	0,41	6	15	0,97	0,26	6	13
X	0,97	0,26	7	15	0,96	0,31	9	19
XI	0,87	0,53	6	11	0,88	0,52	5	11
XII	0,96	0,35	6	11	0,96	0,35	8	17

Из таблицы видно, что сколько-нибудь закономерных колебаний в годовом ходе τ_1 и τ_3 обнаружить не удастся. В Никитском Саду величина τ_1 колеблется около 5 дней, в Алуште — около 6, в то время как τ_3 соответственно 11 и 13 дней. Вероятно, в других физико-географических районах эта величина изменяется в более широких пределах, однако это явление еще нуждается в проверке. Возможно, что величина радиуса корреляции $\tau_1 = 5-6$ дней определяется продолжительностью ЕСП, которая, как известно, тоже равна 5—6 дням. Что касается параметров α и β , то их изменение хотя и отражает некоторые тонкости в свойствах корреляционной функции, но в разной степени. Более четкая связь обнаруживается между τ_1 и τ_3 и параметром β .

Перейдем теперь к выводу рабочих формул для вычисления интересующих нас параметров. Если искомое число выбросов в месяц $\bar{n}_{A_{кр}}$, то с учетом (15) и (20) получим

$$\sigma_v^2 = \sigma_A^2 (\alpha^2 + \beta^2), \quad (28)$$

а

$$\bar{n}_{A_{кр}} = T \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2\pi} e^{-\frac{(A_{кр} - \bar{A})^2}{2\sigma_A^2}}. \quad (29)$$

Средняя длительность выброса амплитуды за $A_{кр}$ (17) с учетом (15) и (20) составит

$$\bar{\tau}_{A_{кр}} = \frac{\pi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-\frac{(A_{кр} - \bar{A})^2}{2\sigma_A^2}} \left[1 - \Phi\left(\frac{A_{кр} - \bar{A}}{\sigma_A}\right) \right]. \quad (30)$$

При расчете по формулам (29) и (30) следует использовать σ_A полученное до сглаживания.

Приведем результаты расчетов статистических параметров временного режима амплитуды суточного хода температуры воздуха в сравнении с фактическими данными, полученными на основе прямых выборок (табл. 2).

Данные табл. 2 интересны по крайней мере с двух точек зрения. Во-первых, потому что они характеризуют особенность временного режима появления условий, благоприятных для термического возмущения поля ветра, а во-вторых, из-за возможности сопоставления фактических данных с рассчитанными теоретически.

Таблица 2 иллюстрирует то обстоятельство, что дни с $A \geq A_{кр}$ наблюдаются сериями, количество которых \bar{n}_Φ на обеих станциях колеблется между 5 и 6. При этом зимой количество серий ближе к нижнему пределу, а летом — к верхнему. Более длительными (τ_Φ) эти серии оказываются также летом, в среднем до 4—6, тогда как зимой длительность снижается до 1,4—1,6 дня. Соответственно колеблется и среднее число дней \bar{t}_Φ с $A \geq A_{кр}$ в годовом ходе. На обеих станциях зимний минимум составляет 6—8 дней, а летний максимум около 23. Нетрудно объяснить это явление климатическими и погодными условиями Южного берега Крыма.

Что касается совпадения расчетных и фактических данных по параметрам \bar{n} , τ и \bar{t} , то оно представляется нам удовлетворительным. Расчетные данные имеют тот же годовой ход, что и полученные путем выборок, а расхождения между ними, по-видимому,

Таблица 2

Годовой ход среднего числа периодов с $A \geq A_{кр} - \bar{n}_{р, ф}$,
 средней длительности периодов $\bar{\tau}_{р, ф}$, среднего числа дней
 с $A \geq A_{кр} - \bar{t}_{р, ф}$ и числа дней с периодическим ветром Π

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Алушта												
$\bar{n}_р$	4,1	3,6	4,4	4,6	4,9	4,7	4,4	4,1	3,5	4,5	4,7	4,6
$\bar{n}_ф$	5,5	4,8	5,1	5,7	6,0	5,8	5,7	5,0	5,1	6,3	5,5	5,9
$\bar{\tau}_р$	2,5	2,6	2,7	2,6	2,8	3,4	4,6	4,9	6,0	4,1	2,7	2,7
$\bar{\tau}_ф$	1,6	1,5	2,0	2,1	2,4	3,2	3,3	4,6	4,6	3,2	2,1	1,8
$\bar{t}_р$	10,2	9,4	11,9	12,0	13,7	16,0	20,2	20,1	21,0	18,4	12,7	12,4
$\bar{t}_ф$	8,8	7,3	10,1	12,2	14,4	18,6	21,7	22,8	23,5	20,2	11,5	10,6
Π	9,6	7,6	13,6	14,4	15,5	18,3	22,6	20,2	18,0	14,6	13,2	9,6
Никитский Сад												
$\bar{n}_р$	4,1	4,2	4,9	4,7	4,6	4,5	4,1	4,5	4,7	4,5	4,2	4,8
$\bar{n}_ф$	4,9	5,3	5,7	5,6	5,5	6,2	5,4	5,0	6,3	5,6	5,1	4,7
$\bar{\tau}_р$	2,6	2,3	3,1	3,1	3,4	3,9	4,7	4,1	3,3	2,8	2,6	2,2
$\bar{\tau}_ф$	1,4	1,8	2,4	3,1	3,6	3,0	4,3	4,4	2,8	2,7	1,8	1,6
$\bar{t}_р$	10,6	9,8	15,5	15,5	17,7	17,6	19,6	19,2	16,2	12,9	11,0	10,0
$\bar{t}_ф$	6,7	9,3	13,7	17,3	20,0	18,5	23,2	22,0	17,6	16,0	9,1	7,7
Π	9,9	10,6	14,0	16,2	18,0	19,2	22,6	20,5	17,7	16,0	13,5	8,7

Примечание. Индексы „р“ относятся к расчетным данным, „ф“ — к фактическим.

можно считать находящимися в пределах точности, с которой подобные данные вообще могут быть получены.

Сравнение числа дней с периодическими ветрами (Π) с расчетными и фактическими значениями \bar{t} показало, что величина Π находится, как правило, между ними, но эти расхождения нельзя считать систематическими, так как разности в различные месяцы имеют разные знаки и малы по абсолютной величине.

Возможно, что частично эти расхождения объясняются известной субъективностью, которая всегда имеет место при отборе дней с местными периодическими ветрами.

Таким образом, возможность параметризации мезомасштабных термических возмущений в поле ветра с помощью амплитуды суточного хода температуры воздуха можно считать доказанной.

Перейдем к обсуждению вопроса об использовании параметра

A в прогнозе локальных циркуляций внутри макромасштабной сетки.

При переносе воздуха над гористой или неоднородной в термическом отношении территорией внутри квадрата сетки с шагом 300—400 км поле ветра может быть однородным, если скорость переноса достаточно велика, а ожидаемая амплитуда суточного хода температуры ниже критической. В противном случае поле ветра разбивается на мезомасштабные ячейки термической циркуляции типа бризов или горно-долинных ветров. Механическое возмущение поля ветра рельефом здесь не рассматривается.

Процедура прогноза мезомасштабных термических возмущений в поле ветра может быть сформулирована следующим образом. Предполагается, что известен прогноз в узлах макромасштабной сетки скорости ветра на уровнях 700 или 500 мб, а также величина амплитуды суточного хода температуры воздуха на уровне психометрической будки. Если скорости ветра v_{700} и v_{500} соответственно для уровней 700 и 500 мб меньше критического значения $v_{кр700}$ и $v_{кр500}$ для этих уровней, а прогнозируемая $A \geq A_{кр}$, то следует ожидать развития локальных периодических ветров в горных, предгорных и прибрежных районах, расположенных вокруг узла сетки.

Критические значения $v_{кр700}$ и $v_{кр500}$ известны из статистических разработок [5] и равны соответственно 11 и 14 м/с.

Остановимся подробнее на методе определения $A_{кр}$. Трудность определения этой величины состоит в том, что теория, из которой она выводится, предполагает отсутствие внешнего ветра. Так как в реальных условиях внешний ветер практически всегда наблюдается, то критическая амплитуда в каждом конкретном случае зависит от скорости внешнего ветра, что существенно усложняет выбор $A_{кр}$. Для того чтобы сделать его возможно более объективным, будем исходить из следующих статистических соображений.

Признаком удачности выбора $A_{кр}$ может служить наибольшее совпадение рассчитанной повторяемости амплитуд $A \geq A_{кр}$ с повторяемостью местных периодических ветров.

Предположим, что в течение длительного времени на метеорологической станции регистрировалось значение амплитуды суточного хода температуры воздуха и отмечалось наличие или отсутствие местного периодического ветра. Из полученной статистической совокупности можно построить распределение числа дней с амплитудами разной величины $F(A)$ и числа дней с периодическим ветром при различных амплитудах $f(A)$ (рис. 2). Можно утверждать, что $F(A) > f(A)$, так как число дней с периодическим ветром меньше числа дней с амплитудой соответствующей величины. Тогда признаком удачности выбора критической амплитуды должно быть равенство

$$\int_{A_{кр}}^{\infty} F(A) dA = \int_0^{\infty} f(A) dA \quad (31)$$

и, как видно из рис. 2,

$$\int_0^{A_{кр}} F(A)dA = \int_0^{\infty} F(A)dA - \int_0^{\infty} f(A)dA. \quad (32)$$

Уравнение (32) графически может быть представлено интегральными функциями распределения (рис. 3). Для определения $A_{кр}$ необходимо из максимальной ординаты интегральной функции распределения ΣA вычесть максимальную ординату функции $\Sigma П$, а затем из ординаты, равной $\Sigma A - \Sigma П$, дойти до пересечения с кривой $F(A)$, абсцисса которой и является $A_{кр}$.

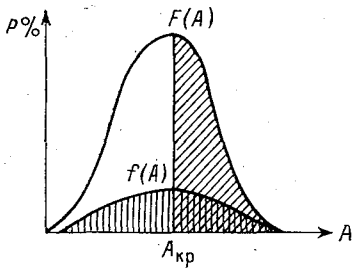


Рис. 2. Кривые распределения повторяемости амплитуд $F(A)$ и повторяемости бризов $f(A)$.

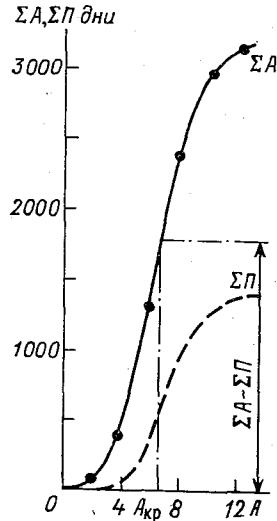


Рис. 3. Интегральные кривые распределения числа дней с амплитудами разных значений ΣA и числа дней с периодическими ветрами $\Sigma П$. Ялта.

Примеры определения $A_{кр}$ приводятся на рис. 3, из которого видно, что в Ялте из 3226 рассмотренных дней с разными значениями амплитуды 1416 дней было с бризами. Расчет показывает, что такое же число дней с периодическими ветрами может быть предсказано, если положить $A_{кр} = 7^\circ$.

Таким образом, определить $A_{кр}$ для каждого пункта нетрудно, если имеется хотя бы небольшой ряд наблюдений над скоростью и направлением ветра и температурой воздуха. Необходимость предварительного расчета $A_{кр}$ имеет тот недостаток, что при ред-

кой сети станций внутри большого квадрата прогноз становится менее детальным.

Желательно было бы определить $A_{кр}$ исходя из общих ее свойств. Последние же несомненно связаны с особенностями топографии района, где наблюдаются местные периодические ветры. Такая зависимость исследовалась еще в работе [2]. Сравнение величин $A_{кр}$, определенных для береговых станций на водоемах различной ширины, показало, что критическое значение амплитуды температуры, обеспечивающее появление бризов, изменяется (в некотором приближении) обратно пропорционально логарифму ширины водоема:

$$A_{кр} = 12,5 - 2,5 \lg L, \quad (33)$$

где L — ширина водоема. Полученная зависимость показывает, что при $L \leq 100$ км дальнейшего роста $A_{кр}$ не происходит.

Можно думать, что зависимость, показанная в (33), в скрытой форме выражает зависимость $A_{кр}$ от глубины водоема, статистически связанной с L . Соответствующие разработки были проделаны Л. В. Улановой, которая установила, что существует связь между величиной $A_{кр}$ и глубиной водоема в прибрежной части h :

$$A_{кр} = 20 - 9,1 \lg h, \quad (34)$$

где h — глубина водоема.

Как следует из (33) — (34), $A_{кр}$ тем меньше, чем глубже и больше по размерам водоем, на берегу которого находится станция, а следовательно, условия развития бризов на берегу больших и глубоких водоемов являются наиболее благоприятными.

Условия развития бризов на станциях, удаленных от берега, также могут быть оценены величиной $A_{кр}$, которая, как и следовало предположить, быстро растет по мере удаления от береговой черты.

На основании данных о величине $A_{кр}$ на станциях, расположенных на Балтийском, Черном, Каспийском и Аральском морях (по 3 станции в районе каждого моря), получена зависимость $A_{кр}$ от расстояния станции от береговой черты:

$$A_{кр} = A_{кр,0} + 28 \lg \lg S, \quad (35)$$

где $A_{кр,0}$ — критическая амплитуда береговой станции, S — расстояние станции от берега.

Резкое возрастание $A_{кр}$ по мере удаления станции от побережья ухудшает условия для развития бризов, а на некотором расстоянии от берега, где $A < A_{кр}$, появление бризов становится невозможным.

Хотя в качественной форме соображения о зависимости условий развития бризов от размера глубоких водоемов, а также от

удаленности станции от берега известны, в количественной форме они получены впервые.

Зная размер или глубину водоема и расстояние пункта, для которого дается прогноз, от береговой черты, можно определить величину $A_{кр}$ даже в неосвещенном в метеорологическом отношении районе.

К сожалению, подобные разработки для горных районов еще не выполнены, хотя можно предвидеть, что при их осуществлении придется преодолеть довольно значительные методические трудности.

В целом же следует сделать вывод о том, что опыт параметризации мезомасштабных термических возмущений в поле ветра представляется обнадеживающим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурман Э. А., Местные ветры. Л., Гидрометеиздат, 1969. 341 с.
2. Бурман Э. А., Уланова Л. В. Применение статистических методов для климатологического прогноза повторяемости бризов на прибрежных станциях.— В кн.: Тр. Всесоюз. совещания по морской метеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1966, с. 68—73.
3. Бурман Э. А. и др. О мезоклиматическом аспекте климатологии теплового баланса.— В кн.: Тр. VII межведомственного совещания по актинометрии и оптике атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1969, с. 201—208.
4. Бурман Э. А., Зорина Г. И., Уланова Л. В. О возможности объективной оценки условий, благоприятных для развития бризов.—«Метеорология, климатология и гидрология». Вып. 1. Киев, изд. КГУ, 1965, 48 с.
5. Гандин Л. С. и др. Основы динамической метеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1955. 646 с.
6. Зорина Г. И. Исследование общих условий возникновения и развития бризов.— В кн.: Тр. Всесоюз. совещания по морской метеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1966, с. 25—34.
7. Пановский Г. А., Брайер Г. В. Статистические методы в метеорологии. Л., Гидрометеиздат, 1967. 242 с.
8. Педь Д. А., Туркетти З. Л. Распределение суточных амплитуд температуры воздуха на территории СССР. Л., Гидрометеиздат, 1961. 168 с.
9. Свещников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968. 464 с.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СРЕДНЕГО ДВИЖЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ В СТРАТОСФЕРЕ

В цикле преобразований различных форм энергии, происходящих при циркуляционных процессах, существенную роль играет трансформация кинетической энергии, т. е. перенос кинетической энергии по спектру. Расчет трансформации кинетической энергии исследуемого циркуляционного процесса важен в ряде отношений. Так, подобные расчеты позволяют определить приток кинетической энергии от движения одних масштабов к движению других масштабов, далее позволяют выделить зоны усиленного нелинейного обмена между волновыми возмущениями, а также локализовать в атмосфере зоны процессов с положительной и отрицательной вязкостью. При этом в зонах процессов с отрицательной вязкостью происходит приток кинетической энергии к среднему движению от макротурбулентного (т. е. к движению большего масштаба от движений меньшего масштаба). Тем самым подобные процессы могут характеризовать аномальность проявления некоторых черт циркуляции на фоне средней циркуляции, так как при них реализуется механизм нелинейного энергопереноса от нерегулярного макротурбулентного движения в детерминированный поток среднего движения. Зоны же процессов с положительной вязкостью являются зонами притока кинетической энергии от волн больших масштабов к волнам меньших масштабов, т. е. зонами усиления макротурбулентности за счет энергии среднего движения. Особый интерес представляет расчет трансформации для целей определения среднего движения.

В связи с вышесказанным нами были проведены расчеты трансформации кинетической энергии для стратосферной циркуляции. В настоящей статье будут представлены предельные результаты расчетов трансформации с целью определения спектральной границы между средним и пульсационным движениями по принципу минимальной трансформации, предложенному в [1]. При этом, следуя идее, высказанной в [1], нами ранее был разработан метод спектрального представления составляющих уравнения баланса кинетической энергии планетарной турбулентности [2],

и в данной работе мы использовали полученные в [2] формулы для расчета трансформации. Функция, представляющая трансформацию кинетической энергии планетарной турбулентности, задавалась в виде ряда по обобщенным сферическим функциям

$$Tr = \sum_{l=0}^{l_1} \sum_{n=-l}^l S_{l,n}(t, p) T_{0n}^l(\theta, \varphi),$$

где Tr — трансформация, $T_{0n}^l(\theta, \varphi)$ — обобщенные сферические функции, $S_{l,n}(t, p)$ — коэффициенты разложения. Согласно [2],

$$S_{l,n} = \sum_{k=s}^{l_1} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=2}^{l_1} \sum_{j=-q}^q \frac{\sigma}{2a} [Z_{k,s} \sqrt{(q+2)(q-1)} V_{q,j} \times \\ \times c(k, q, l; -2, 2, 0) + R_{k,s} \sqrt{(q+2)(q-1)}] \times \\ \times U_{q,j} C(k, q, l; 2, -2, 0) + \Pi_{k,s} \sqrt{q(q+1)} \times \\ \times (V_{q,j} + U_{q,j}) c(k, q, l; 0, 0, 0),$$

где

$$\Pi_{l,n} = \sum_{k=l+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma c(k, q, l; -1, 1, 0) U_{k,s} V_{q,j}, \\ Z_{l,n} = \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma c(k, q, l; 1, 1, 2) U_{k,s}, U_{q,j}, \\ R_{l,n} = \sum_{k=l_1+1}^{l_2} \sum_{s=-k}^k \sum_{q=l_1+1}^{l_2} \sum_{j=-q}^q (*) \sigma c(k, q, l; 1, 1, 2) V_{k,s}, V_{q,j}.$$

Здесь символ $\sum_{l=l_1+n}^{l_2} \sum_{n=-1}^l (*)$ означает суммирование по волновым числам n, r , удовлетворяющим неравенству $r > l_1$ либо $|n| > l_1$, где r — волновое число по меридиану, n — по широте, $c(k, q, l; 1, 1, 2)$ — коэффициенты Клебша — Гордана, $V_{k,s}, V_{q,j}$ — коэффициенты разложения поля ветра в ряды по обобщенным сферическим функциям.

Итак, используя изложенную выше методику [2] для целей определения спектральной границы среднего и пульсационного движений, мы произвели расчет трансформации для пяти уровней в стратосфере (10, 30, 50, 70 и 90 мб). При этом коэффициенты разложения скорости ветра $V_{k,s}, V_{q,j}$ были взяты из результатов численного эксперимента по интегрированию уравнений, описывающих циркуляцию в стратосфере согласно модели, разработанной в [3].

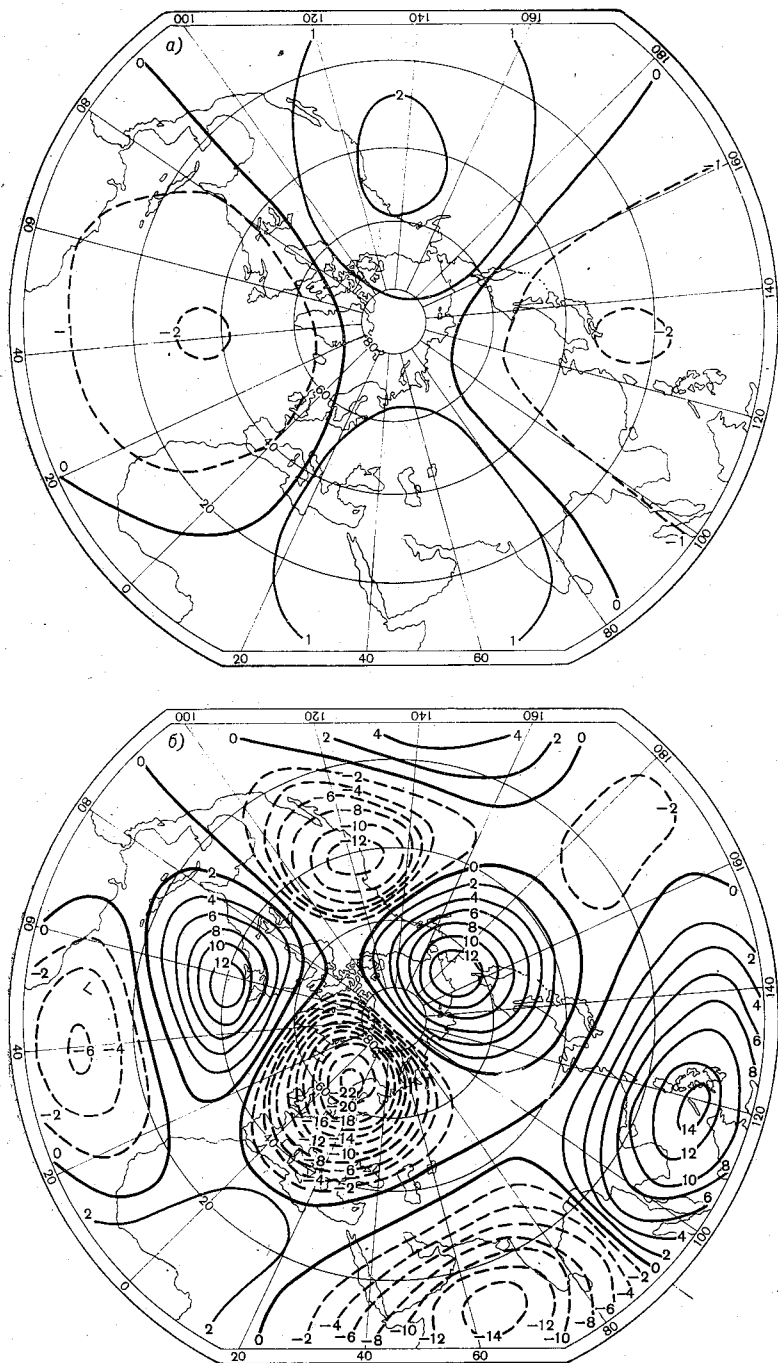


Рис. 1. Поле трансформации кинетической энергии планетарной турбулентности на поверхности 10 мб для спектральных интервалов среднего и пульсационного движения 1—4÷5—9 (а) и 1—6÷÷7—9 (б).

Интегрирование уравнений модели производилось от начальных полей, соответствующих 15 января 1968 г. Такой численный эксперимент был произведен в ААНИИ, и мы воспользовались данными интегрирования сроком на 5 суток для последующего энергетического анализа моделируемого циркуляционного процесса в стратосфере.

В работах М. И. Юдина [1 и др.] рассматривался вопрос о целесообразном способе осреднения в целях численного долгосрочного прогноза. При этом была предложена и обоснована идея об определении среднего движения в пределах волновых чисел таким образом, чтобы отток и приток кинетической энергии от него в зону пульсационного движения был минимальным. При таком подходе существенно уменьшается неопределенность описания энергетического взаимодействия между средним и флуктуационным движениями. Для этого рассматривалась трансформация кинетической энергии Tr , и те волновые числа, при которых наблюдается ее минимум, принимались за границы среднего движения. Для расчета величины трансформации применялся аппарат разложений в ряд Фурье по кругам широты, и расчеты Tr были проведены применительно к тропосферной циркуляции.

На основании выполненных расчетов в [1] был сделан вывод о том, что обмен кинетической энергией между системами атмосферных движений, включающими волновые числа $m \leq 8$ и $m > 8$, очень мал. Таким образом, для тропосферы границей среднего движения следует считать волновое число $m = 8$.

С аналогичной целью определения среднего движения нами был выполнен анализ Tr для северного полушария с помощью обобщенных сферических функций применительно к стратосферной циркуляции. При этом расчеты Tr производились для различных спектральных интервалов среднего и пульсационного движений $1-3 \div 4-9$; $1-4 \div 5-9$; $1-5 \div 6-9$; $1-6 \div 7-9$; $1-7 \div 8-9$.

На рис. 1 представлены для иллюстрации поля трансформации на уровне 10 мб для спектральных интервалов $1-4 \div 5-9$ (рис. 1а) и $1-6 \div 7-9$ (рис. 1б). Результаты расчетов позволяют сделать предварительный вывод о том, что среднее движение для смоделированного циркуляционного процесса в стратосфере следует определить в пределах волновых чисел $1-4$ и пульсационное — в пределах $5-9$, так как трансформационный перенос кинетической энергии между этими системами атмосферных движений минимален как в том, так и в другом направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин М. И. К определению среднего движения в задачах долгосрочного прогноза и теории климата.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 272, с. 3—14.
2. Ефимова Л. К. Спектральное представление составляющих уравнения баланса турбулентности.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 298, с. 15—24.
3. Ефимов В. А., Ефимова Л. К. Моделирование взаимосвязанной циркуляции тропосферы, стратосферы и мезосферы.—«Тр. ГГО», 1973, вып. 315, с. 114—122.

О СТАТИСТИЧЕСКИХ СВЯЗЯХ ПОЛОЖЕНИЯ ГРАНИЦЫ СНЕЖНОГО ПОКРОВА С ТЕМПЕРАТУРОЙ, ЛЕДОВИТОСТЬЮ И ЦИРКУЛЯЦИОННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В настоящей статье представлены результаты продолжающихся исследований по установлению синхронных статистических связей положения границы снежного покрова с температурой, циркуляционными характеристиками и ледовитостью северных морей для осеннего периода (октябрь, ноябрь).

Как и в опубликованной ранее работе [3], где использовались данные, относящиеся к весеннему периоду, были выбраны следующие циркуляционные характеристики: зональный индекс (I_z), используемый в работах Е. Н. Блиновой, меридиональный индекс (I_m), введенный М. И. Юдиным и А. А. Рождественским, и введенный нами гидродинамический индекс (I_i), пропорциональный циркуляции скорости по замкнутому контуру. Данные по температуре снимались с карт ГМЦ.

Все вычисления проводились для среднедекадных аномалий пересчитанных выше величин, причем были использованы наблюдения за 20 лет (с 1949 по 1968 г.). Значения температуры определялись в узлах сетки с шагом 5° по долготе и 3° по широте (рис. 2 а). Для характеристики положения границы снежного покрова были использованы среднедекадные карты, на которых проводились изолинии «0», «5» и «10 дней с наличием снежного покрова в декаде». Методика построения карт достаточно подробно приведена в работе [1] и здесь мы на ней останавливаться не будем.

Положение границы снежного покрова осенью, так же как и для весеннего периода, характеризовалось значениями широты изолиний «5» и «10 дней со снегом в декаде» на семи постоянных долготах, от 30 до 60° в. д. На рис. 1 представлен ход коэффициентов корреляции между положением границы снежного покрова и циркуляционными характеристиками. На графиках по оси абсцисс отложены значения долгот, а по оси ординат — значения коэффициентов корреляции для весны и осени.

Мы располагали сравнительно длинными рядами наблюдений (180 декад для весны и 120 для осени), но вследствие того, что декадные значения по температуре и снежному покрову не являются независимыми, мы здесь фактически имеем дело примерно с 60 независимыми наблюдениями для весны и 40 наблюдениями для осени. Среднюю квадратическую ошибку коэффициента корреляции

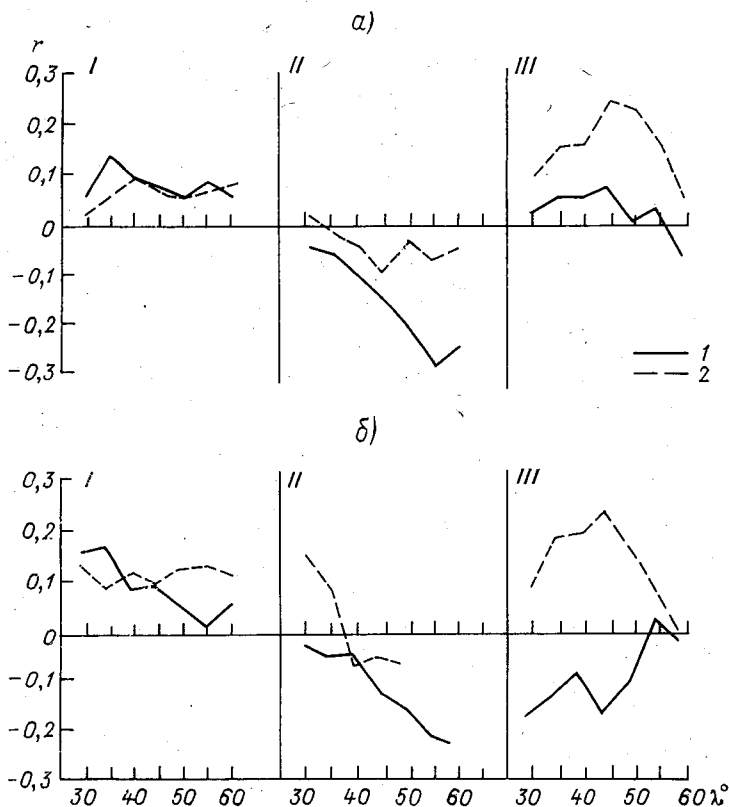


Рис. 1. Ход коэффициентов корреляции между положением границы снежного покрова («5» и «10 дней со снегом в декаде») и циркуляционными факторами весной и осенью.

а — «5 дней со снегом в декаде», *б* — «10 дней со снегом в декаде»; *I* — с индексом, пропорциональным циркуляции скорости (I_z), *II* — с зональным индексом (I_M), *III* — с меридиональным индексом (I_M); 1 — весна, 2 — осень.

ляции (σ_r) в данном случае следует вычислять по известной формуле $\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$, заменив n на величину, равную примерно $n/3$.

Значимыми можно считать коэффициенты корреляции, превышающие значения $2\sigma_r$. Для осени это значение составляет 0,26, для весны 0,24. Коэффициенты корреляции между положением гра-

ницы снежного покрова (как для «5», так и для «10 дней со снегом») и I_i (рис. 1, график I) для обоих периодов (весна и осень) по всей исследуемой территории остаются малыми и не могут считаться значимыми. Значения коэффициентов корреляции между положением границы снежного покрова с I_3 и I_M (рис. 1, графики II и III) лежат частично в пределах $2\sigma_r$, однако ход кривых на графиках имеет некоторые характерные особенности, на которых следует остановиться.

Коэффициенты корреляции с I_3 весной остаются отрицательными на всей территории и неуклонно увеличиваются к востоку,

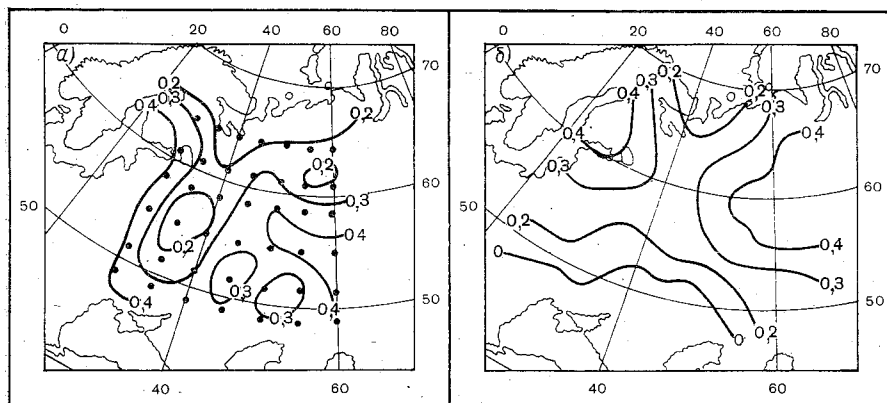


Рис. 2. Карты географического распределения коэффициентов корреляции между положением границы снежного покрова («5» и «10 дней со снегом») и температурой весной.

a — «5 дней со снегом в декаде», *б* — «10 дней со снегом в декаде».

достигая весной 0,28 для изолинии «5 дней со снегом» и 0,22 для изолинии «10 дней со снегом», т. е. являются значимыми в восточных районах ЕТС. Осенью связь очень слабая.

Значения коэффициента корреляции с I_M в противоположность I_3 осенью остаются повсеместно положительными и наибольших значений достигают в средней части ЕТС (0,25 для изолинии «5 дней со снегом» и 0,22 для изолинии «10 дней со снегом»). Весной связь очень слабая.

Иными словами, увеличение и уменьшение значений I_M должно оказывать на перемещение границы снежного покрова влияние, обратное тому, которое оказывает изменение I_3 .

Все эти выводы носят, разумеется, лишь ориентировочный характер.

Поскольку данные по температуре снимались нами по регулярной сетке из 42 точек (рис. 2 *a*), результаты корреляции между положением границы снежного покрова и среднедекадной темпе-

ратурой могут быть представлены в виде полей (рис. 2 и 3). Эти поля как весной, так и осенью оказались достаточно однородными, и почти на всей исследуемой территории (за исключением самых южных районов) значения коэффициентов корреляции превышают значения 2σ , и могут считаться значимыми. Следует отметить, что направления изолиний на картах весеннего и осеннего периодов заметно различаются. Весной наиболее высокие коэффициенты корреляции наблюдаются на западе и востоке (как для «5», так и для «10 дней со снегом») и достигают значения 0,4 (рис. 2). Осенью значения коэффициента корреляции в центральных и северных районах увеличиваются до 0,6 (рис. 3).

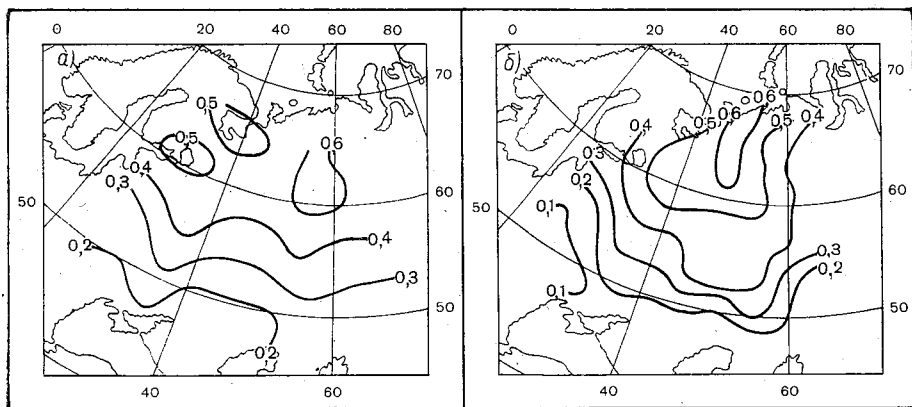


Рис. 3. Карты географического распределения коэффициентов корреляции между положением границы снежного покрова («5» и «10 дней со снегом») и температурой осенью.

a — «5 дней со снегом в декаде», *b* — «10 дней со снегом в декаде».

Из сказанного выше следует, что наиболее сильная связь существует между положением границы снежного покрова и температурой, поэтому все дальнейшие разработки проводились в направлении исследования этих связей.

В частности, были прокоррелированы для осени (как ранее для весны) среднедекадные значения широт, на которых проходят изолинии «5» и «10 дней со снегом в декаде» с широтами прохождения изотерм 3, 0 и -3° на семи постоянных долготях за период с 1949 по 1968 г. Результаты приведены в табл. 1.

Из таблицы видно, что наиболее сильная связь существует между положением границы снежного покрова («5» и «10 дней со снегом в декаде») и изотермой 0° . Весной коэффициент корреляции составляет в среднем 0,86, осенью 0,79 (для изолинии «5 дней со снегом»). При коррелировании изолинии «10 дней со снегом» коэффициент корреляции увеличивается весной до 0,87, а осенью

уменьшается до 0,66. Наиболее слабая связь наблюдается как весной, так и осенью с изотермой -3° . Для изолинии «5 дней со снегом в декаде» коэффициент корреляции равен весной 0,62, осенью 0,57, для изолинии «10 дней со снегом» — соответственно 0,60 и 0,52.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции (%) между положением границы снежного покрова и изотермами $3, 0$ и -3° для весны (в) и осени (о) на разных долготах

t°	Долгота, град.														Среднее	
	30		35		40		45		50		55		60			
	в	о	в	о	в	о	в	о	в	о	в	о	в	о	в	о
5 дней со снегом в декаде																
3	81	72	74	66	74	63	74	58	84	60	75	61	69	53	76	62
0	91	87	88	76	87	74	83	83	85	86	84	76	81	72	86	79
-3	63	59	70	38	55	43	58	63	51	75	53	69	77	53	62	57
10 дней со снегом в декаде																
3	68	59	71	56	78	59	79	49	79	52	80	56	74	50	76	54
0	88	64	88	68	90	70	89	64	86	68	86	70	79	61	87	66
-3	65	61	60	48	72	40	49	40	58	57	54	69	65	46	60	52

До последнего времени во всех наших расчетах ледовитость северных морей характеризовалась одним числом (отношение площади моря, покрытого льдом, ко всей его площади). Для более точной информации о наличии льда в качестве параметра была выбрана широта φ пересечения кромки льда как функция долготы и времени t , аналогично тому, как это было сделано при определении положения границы снежного покрова [1, 2].

Мы располагали данными за 20 лет как для весеннего, так и для осеннего периода. Среднедекадные положения кромки льда наносились на карты, после чего на те же карты была нанесена граница снежного покрова. Оказалось, что в холодные годы, когда кромка льда располагается южнее, чем в теплые, граница снежного покрова также смещена на юг. Было подсчитано число совпадающих и не совпадающих по знаку декадных аномалий положения кромки льда и границы снежного покрова для каждой из семи долгот (от 30 до 60° в. д.) за весь ряд лет. После этого был произведен подсчет значений ρ по формуле

$$\rho = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-},$$

где N_+ — число аномалий, совпадающих по знаку; N_- — число аномалий, не совпадающих по знаку.

Были получены следующие результаты:

λ	30	35	40	45	50	55	60
ρ	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0	-0,1

Из этих данных видно, что наиболее частое совпадение знака аномалий между положением кромки льда и границы снежного покрова имеет место в западной части территории (30—50° в. д.), на 55° в. д. число совпадений уменьшается до нуля и далее число несовпадающих знаков аномалий становится больше, чем совпадающих.

Исследования в этом направлении еще только начаты, поэтому здесь приводятся предварительные результаты, которые требуют дальнейших уточнений.

В заключение можно сказать, что, так же как и для весеннего периода, наиболее значимой оказалась связь положения границы снежного покрова с температурой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. О способах характеристики аномалий облачности, снежного покрова и радиационных потоков.—«Тр. ГГО», 1962, вып. 143, с. 104—112.
2. Есакова Н. П., Афанасьева В. Б. Статистические связи между аномалиями некоторых погодных характеристик.—«Тр. ГГО», 1964, вып. 165, с. 105—114.
3. Афанасьева В. Б., Есакова Н. П., Титов В. М. Статистические связи между термическими и циркуляционными условиями и положением границы снежного покрова.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 298, с. 130—134.

Т. А. БУШКОВА, Б. М. ИЛЬИН, Г. А. КОБЫШЕВ,
А. А. КОБЯКОВА, А. Е. ПРИГОДИЧ, Л. В. РУХОВЕЦ

ОПИСАНИЕ СХЕМЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА, ОПЕРАТИВНО ПРИМЕНЯЕМОЙ В СЕВЕРО-ЗАПАДНОМ УГМС

Введение

Оперативная работа по численному прогнозированию полей метеорологических элементов ведется в Северо-Западном УГМС с начала 1964 г. В качестве первой оперативной модели использовалась малопараметрическая модель прогноза приземного поля давления и высот изобарических поверхностей 850, 700, 500, 300 и 200 мб [1]. Оперативные испытания этой модели [2, 3] показали ее достаточно высокую эффективность при прогнозе высотных карт. Что касается прогнозов приземного поля давления, то их оправдываемость оказалась ниже оправдываемости официальных прогнозов, получаемых синоптическим методом, а также прогнозов по модели И. З. Лутфулина [4]. В этой модели, как известно, впервые был предложен способ учета информации о приземных барических тенденциях, что позволило оправдываемость численных прогнозов приземного поля поднять до уровня оправдываемости синоптических прогнозов.

Идея И. З. Лутфулина о включении данных о приземных барических тенденциях в численный прогноз с несколько иных позиций была использована в работе [5]. В этой работе построена двухуровневая прогностическая модель (кроме прогноза приземного барического поля, дается прогноз AT_{500}), и несмотря на то, что динамические факторы в этой модели учитывались довольно грубо (по баротропной схеме), оправдываемость прогнозов приземного поля оказалась высокой.

Модель [5] была подключена к малопараметрической модели, и такая объединенная модель с 1969 г. используется в качестве основной оперативной прогностической схемы Северо-Западного УГМС. В работе [6] было проведено сопоставление оценок оправ-

дываемости прогнозов по объединенной и малопараметрической моделям. Это сопоставление показало, что успешность прогнозов приземного поля давления по объединенной модели существенно выше успешности прогнозов по малопараметрической модели. Кроме того, по объединенной модели повысилась оправдываемость прогнозов AT_{850} . На оправдываемости прогнозов вышележащих поверхностей учет приземных изаллобар, естественно, не сказался.

Учитывая, что сведения о малопараметрической модели [1] и модели с учетом исходных тенденций [5] в печати уже имеются, мы ниже приведем лишь краткое описание объединенной модели.

Кроме прогностической схемы, опишем применяемые в Северо-Западном УГМС схемы подготовки, контроля и объективного анализа исходных данных, а также схемы вывода и передачи прогностической информации.

Подготовка исходных данных

Аэрологическая информация, передаваемая по I и II программам телетайпных передач московского ГРМЦ, принимается на бумажную перфолену в интервале времени от 1 до 5—5,5 ч после срока наблюдения. Затем перфолену вводится в ЭВМ М-220 и производится обработка информации при помощи алгоритма и программы, разработанных С. Л. Белоусовым [7, 8]. Используемый словарь содержит 351 индекс аэрологических станций, в том числе 8 индексов фиктивных «станций», расположенных в центрах «пустых» областей Северной Атлантики. Данные для этих фиктивных станций могут сниматься с синоптических карт или устанавливаться иными способами (по данным о ветре, истории процесса и др.). Введение фиктивных станций бывает особенно полезным в случаях, когда вблизи них находятся особые точки барического поля, главным образом центры циклонов и антициклонов.

Подготовка данных о приземных барических тенденциях до последнего времени производилась вручную, что существенно замедляло этот процесс и увеличивало его трудоемкость. В настоящее время внедрена автоматизированная система первичной обработки синоптической информации, созданная на основе программ М. В. Карташовой и А. Н. Багрова.

Из синоптических сводок за 00 ч среднего гринвичского времени, поступивших в Северо-Западное УГМС, выбираются величины *arr* для 451 станции из 37 синоптических районов, а также для стационарных кораблей погоды и дрейфующих станций. При отсутствии сводок из некоторых районов для пополнения недостающей информации используется факсимильная карта, поступающая из Гидрометцентра. Данные заносятся на бумажную перфолену, причем имеются соответствующие правила исправления обнаруженных ошибок, возникающих при занесении информации

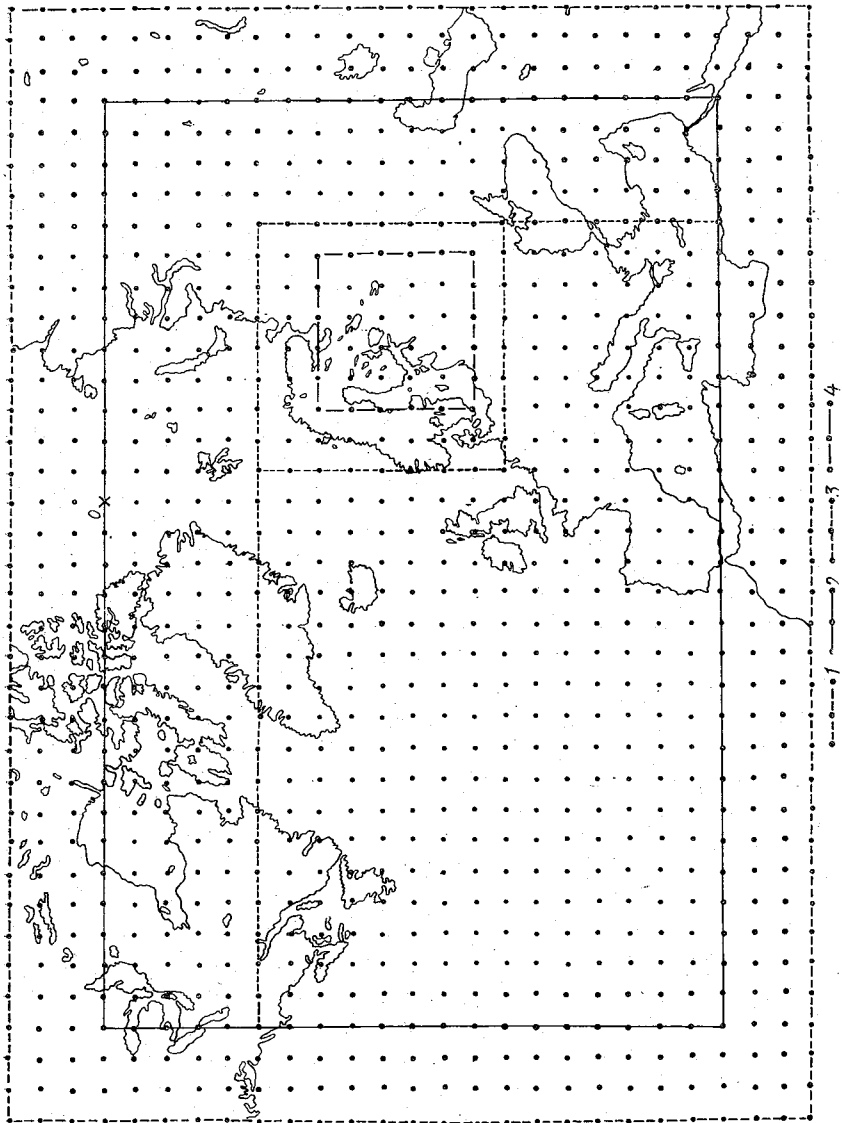


Рис. 1. Сетка узлов.

1 — область анализа (27×37), 2 — область прогноза (21×31), 3 — область выдачи на перфорацию вертикальных токов (6×6), 4 — область расчета и выдачи на перфорацию вертикальных токов (6×6).

на перфоленту. Введенная в машину информация далее обрабатывается с помощью соответствующей программы поиска, раскодировки и внесения исправлений.

Контроль исходных данных

Контроль данных о барических тенденциях осуществляется методом оптимальной интерполяции [4, 7, 10]. Характеристика тенденции используется лишь для установления знака тенденции, причем цифра кода 4 отнесена к отрицательным значениям.

Контроль данных о геопотенциале осуществляется с помощью трех последовательно применяемых методов. Первый из них — статистический контроль — осуществляет проверку данных, а также в значительной части случаев и исправление ошибочных значений [7]. Этот вид контроля производится на этапе первичной обработки информации. После этого данные подвергаются статистическому контролю по вертикали [11]. Важной особенностью этого метода контроля является исправление единичных ошибок в данных о геопотенциале, а также восстановление отсутствующего значения (главным образом на верхнем уровне).

Окончательно данные о геопотенциале проверяются с помощью статистического горизонтального контроля [7]. На этом этапе данные не восстанавливаются.

Последовательное применение указанных трех методов хотя и образует довольно надежный заслон от ошибок в данных о геопотенциале, но не является наиболее эффективным способом использования этих методов. Необходимы разработка и внедрение так называемых комплексных методов контроля [12, 13].

Объективный анализ (ОА)

Сетка для объективного анализа изображена на рис. 1. Из этого рисунка видно, что Ленинград расположен примерно на равном расстоянии от северной и южной границ и существенно ближе к восточной границе, чем к западной. Включение Северной Атлантики в анализируемую область связано с задачами по проводке судов в этом районе, возложенными на Северо-Западное УГМС. Таким образом, значительная часть анализируемой области приходится на акватории океанов, что, конечно, ухудшает качество объективного анализа и, как следствие, качество прогноза.

Программа объективного анализа подготовлена на основе программы С. Л. Белоусова для сетки 37×27 узлов.

Для анализа поля тенденций применяется та же программа, что и для полей геопотенциала, но используется автокорреляционная функция приземных тенденций, полученная в [5].

В целях унификации в программе ОА поля тенденций число влияющих станций также берется равным восьми, в то время как авторы [9, 10, 14] используют лишь четыре влияющие станции.

Так как величины приземной барической тенденции значительно меняются в годовом ходе, было решено подсчитывать среднее квадратическое отклонение тенденций σ_{pp} для каждого срока заново (рассчитываемая величина может служить характеристикой интенсивности атмосферных процессов). Затем подсчитывается мера ошибки наблюдения тенденций $\eta_{pp} = \delta_{pp}^2 / \sigma_{pp}^2$. Эта величина используется при контроле и анализе. Среднее значение ошибки определения тенденции δ_{pp} было принято равным 0,25 мб/3 ч. Программа ОА тенденций позволяет использовать данные максимально 575 станций.

После ОА тенденций производится обратное сглаживание поля в точках сетки по методу, предложенному в работе [9]. Так как величина тенденции определяется как изменение давления за 3 ч, то она может быть отнесена к середине промежутка времени, за который она определена, т. е. к моменту времени на 1,5 часа раньше, чем основной срок наблюдений. Чтобы привести значения тенденции к основному сроку наблюдений, осуществляется перенос этих значений с помощью направленных разностей со скоростью, равной 0,6 скорости геострофического ветра, определенного по полю ведущего потока. В отличие от [4], где поле ведущего потока в каждом узле определяется как среднее значение геопотенциала поверхности 500 мб по кругу с радиусом $3\delta s$ (где δs — шаг сетки), мы рассчитываем поле ведущего потока в каждом узле как среднее значение H_{500} в восьми ближайших узлах, окружающих данный узел.

Анализ поля геопотенциала производится сначала для нижних трех уровней (АТ₁₀₀₀, АТ₈₅₀, АТ₇₀₀), а затем для трех верхних (АТ₅₀₀, АТ₃₀₀, АТ₂₀₀). Далее производится разглаживание результатов анализа по формуле

$$H'_0 = H_0 + 0,1 \left(\sum_{i=1}^4 H_i - \sum_{i=5}^8 H_i \right),$$

при этом первая сумма относится к точкам, отстоящим от центральной на расстоянии δs , вторая — к точкам, отстоящим от центральной на расстоянии $\sqrt{2} \delta s$.

При такой процедуре разглаживания значения геопотенциала обычно изменяются на величину до 0,5 дам, а в центрах циклонов и антициклонов — на величину до 1—1,5 дам. Программа допускает увеличение числа используемых станций до 923.

На все виды контроля и объективного анализа затрачивается примерно 20 мин работы ЭВМ М-220.

Прогностическая схема

В качестве прогностических уравнений используются уравнения вихря и притока тепла в квазигеострофическом и адиабатическом приближениях:

$$\Delta^2 q + \frac{1}{l} I\left(\Phi, \nabla^2 \Phi + \frac{l^2}{2}\right) = l^2 \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \zeta}, \quad (1)$$

$$\zeta \frac{\partial q}{\partial \zeta} + \frac{1}{l} I\left(\Phi, \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}\right) + \frac{d^2 l^2}{\zeta} \tilde{w} = 0 \quad (2)$$

Здесь Φ — геопотенциал; $\zeta = p/P$ (p — давление, P — стандартное давление у поверхности Земли); $\tilde{w} = d\zeta/dt$; $l = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса; $q = \partial \zeta / \partial t$; $d^2 = \frac{(\gamma_a - \gamma) R^2 T}{g l^2}$ — параметр устойчивости, рассматриваемый как функция только вертикальной координаты; T — температура; R — газовая постоянная;

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad I(A, B) = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x}.$$

Граничные условия по вертикали:

$$\tilde{w} = 0 \quad \text{при } \zeta = 0;$$

$$\tilde{w} = \frac{\rho}{P} q - \frac{g \rho}{P} w_{\text{погр}} \quad \text{при } \zeta = 1 - \delta. \quad (3)$$

Здесь ρ — плотность воздуха, δ — толщина приземного слоя.

Производные по вертикали, входящие в (1) и (2), аппроксимируются конечными разностями с шагом $\Delta \zeta = 0,075$, вертикальный профиль величины d^2 задается по климатологическим данным. После исключения \tilde{w} и использования граничных условий (3) получаем систему:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 q_j + a_{j, j-1} q_{j-1} - a_{j, j} q_j + a_{j, j+1} q_{j+1} &= I_j \\ (j=1, 2, \dots, 6), \\ \nabla^2 q_7 + a_{7, 5} q_5 + a_{7, 6} q_6 - a_{7, 7} q_7 &= I_7. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь $q_1 = q(0,075)$; $q_2 = q(0,225)$, ..., $q_7 = q(0,975)$. Коэффициенты a_{kl} зависят от величины d^2 . Величины I_m ($m=1, \dots, 7$) выражаются через значения адвекции вихря и тепла на различных уровнях. Последнее уравнение в (4) несколько отличается по своей структуре от остальных, что связано с учетом второго граничного условия (3).

Применяя метод канонизации [15, 16], систему (4) можно свести к совокупности независимых уравнений, каждое из которых содержит лишь одну неизвестную функцию X_i :

$$\nabla^2 X_i + \lambda_i X_i = F_i, \quad (5)$$

где

$$X_i = \sum_{k=1}^7 q_k x_{ik}, \quad (6)$$

$$F_i = \sum_{k=1}^7 I_k x_{ik}, \quad (7)$$

λ_i — собственные значения матрицы коэффициентов системы (4), $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i7})$ — соответствующие собственные векторы.

В работе [1] были получены следующие значения λ_i (в m^{-2}):

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0,16 \cdot 10^{-12}, & \lambda_5 &= -41,94 \cdot 10^{-12}, \\ \lambda_2 &= -0,86 \cdot 10^{-12}, & \lambda_6 &= -80,40 \cdot 10^{-12}, \\ \lambda_3 &= -5,25 \cdot 10^{-12}, & \lambda_7 &= -132,59 \cdot 10^{-12}, \\ \lambda_4 &= -16,22 \cdot 10^{-12}, \end{aligned}$$

Расчет соответствующих величин характерных масштабов

$L_i = \frac{1}{\sqrt{-\lambda_i}}$ областей влияния правых частей (5) дает (в километрах):

$$\begin{aligned} L_1 &= 2500, & L_5 &= 150, \\ L_2 &= 1100, & L_6 &= 110, \\ L_3 &= 440, & L_7 &= 90, \\ L_4 &= 250, \end{aligned}$$

Учет в (5) уравнений, соответствующих $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$, нецелесообразен в силу того, что эти уравнения описывают процессы «подсеточных» масштабов и их интегрирование на сетке с шагом 300 км невозможно. Кроме того, в [1] было показано, что вклад X_4, X_5, X_6, X_7 в общую дисперсию незначителен и они могут быть отброшены без существенной потери точности.

Что касается величины X_2 , то здесь дело обстоит сложнее. Уравнение для X_2 описывает процессы с характерным масштабом 1100 км. Кроме того, вклад X_2 в решение сопоставим с вкладом X_3 . Однако учет X_2 связан с необходимостью включения в модель уровней, лежащих выше 100 мб. Такая модель была изложена в [17] и [18], однако ее использование в оперативных условиях пока является затруднительным главным образом из-за недостаточности и сравнительно малой точности метеорологической информации, относящейся к уровням выше 100 мб.

Учитывая приведенные соображения, в оперативной модели прогноза для тропосферы и нижней стратосферы (уровни 1000,

850, 700, 500, 300 и 200 мб) в (5) были сохранены лишь два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 X_1 - 0,16 \cdot 10^{-12} X_1 &= F_1, \\ \nabla^2 X_3 - 5,25 \cdot 10^{-12} X_3 &= F_3. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Как уже упоминалось выше, правые части (8) представляют собой линейные комбинации адвекции вихря и тепла на различных уровнях атмосферы. Так как левые части уравнений (8) выражены через два параметра X_1 и X_3 , то для того чтобы сделать задачу полностью двухпараметрической, необходимо выразить через выбранные два параметра и правые части F_1 и F_3 . Сведение шестиуровневой задачи к двухпараметрической существенно уменьшает требования к объему оперативной памяти ЭВМ и уменьшает время счета. В качестве двух параметров модели были выбраны первые два коэффициента разложения вертикального профиля геопотенциала по эмпирическим ортогональным функциям. Как известно [19], использование аппарата эмпирических ортогональных функций позволяет при выбранном количестве параметров в среднем статистически с наибольшей точностью описать случайную функцию. В работе [20] было показано, что эмпирические ортогональные функции геопотенциала и его производных по времени и горизонтальным координатам универсальны. Используя это свойство и обозначая через a_1 и a_2 коэффициенты разложения вертикальных профилей геопотенциала по эмпирическим ортогональным функциям, можно получить, как это показано в [1], следующие выражения для правых частей (8):

$$\begin{aligned} F_1 = \frac{1}{l} [&-0,111 \cdot 10^{-12} I(a_1, a_2) - 0,345 I(a_1, \nabla^2 a_1) - \\ &- 0,047 I(a_1, \nabla^2 a_2) - 0,047 I(a_2, \nabla^2 a_1) - \\ &- 0,255 I(a_2, \nabla^2 a_2)] - I(0,893 a_1 + 0,320 a_2, 0) - \\ &- 0,032 \cdot 10^{-6} k_{\text{тр}} (0,186 \nabla^2 a_1 + 0,602 \nabla^2 a_2); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_3 = \frac{1}{l} [&1,601 \cdot 10^{-12} I(a_1, a_2) + 0,249 I(a_1, \nabla^2 a_1) - \\ &- 0,264 I(a_1, \nabla^2 a_2) - 0,264 I(a_2, \nabla^2 a_1) - 0,172 I(a_2, \nabla^2 a_2)] + \\ &+ I(0,293 a_1 - 0,640 a_2, l) - 0,033 \cdot 10^{-6} k_{\text{тр}} (0,186 \nabla^2 a_1 + 0,602 \nabla^2 a_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $k_{\text{тр}} = 128$ м — коэффициент трения. Значения величин a_1 и a_2 в начальный момент времени определяются по исходным значениям геопотенциала изобарических поверхностей 1000, 850, 700, 500, 300 и 200 мб с использованием соотношений [19]

$$a_i = \sum_{j=1}^6 \Phi(\zeta_j) \varphi_i(\zeta_j), \quad (i=1, 2), \quad 6 \quad (11)$$

где $\Phi(\xi_j)$ — геопотенциал указанных изобарических поверхностей; $\varphi_i(\xi_j)$ — эмпирические ортогональные функции, значения которых приведены в табл. 1. В правой части формулы можно использовать не отклонения геопотенциала от нормы, а сами значения $\Phi(\xi_j)$, так как в дальнейшем величины a_i дифференцируются по x, y, t . По найденным значениям a_i определяются правые части

Таблица 1

Значения $\varphi_1(\xi_j)$ и $\varphi_2(\xi_j)$

Функция	Уровень, мб					
	1000	850	700	500	300	100
φ_1	0,197	0,218	0,289	0,417	0,601	0,542
φ_2	0,602	0,466	0,382	0,164	-0,325	-0,376

F_1, F_3 и решаются уравнения (8) для определения величин X_1 и X_3 . В работе [1] были получены соотношения, позволяющие по найденным величинам X_1 и X_3 определять значения $\frac{\partial a_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial a_2}{\partial t}$:

$$\frac{\partial a_1}{\partial t} = 1,027X_1 - 0,219X_3, \quad (12)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial t} = 0,381X_1 + 1,219X_3. \quad (13)$$

В найденные по формуле (12) и (13) значения $\frac{\partial a_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial a_2}{\partial t}$ вносятся поправки, связанные с учетом в модели данных о приземных барических тенденциях. Для этой цели используется методика, предложенная в работе [8], но приспособленная к особенностям мало-параметрической модели. В [5] было предложено определять изменение приземного давления по формуле

$$\frac{\partial p}{\partial t} = K \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{тенд}} + (1 - K) \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{дин}}, \quad (14)$$

где $\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{тенд}}$ — изменение давления, определяемое приземной барической тенденцией; $\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{дин}}$ — изменение давления, определяемое как решение уравнений динамики атмосферы; K — некоторая функция времени, определяющая вклад каждого слагаемого в правой части формулы (14) в изменение приземного давления. Эта функция выбирается таким образом, чтобы в начальные моменты времени с большим весом входил первый член правой

части (14). В последующие моменты в связи с уменьшением влияния начального поля тенденций бóльший вес придается, наоборот, второму члену. Таким образом, $K=1$ при $t=0$ и $K=0$ в конце прогноза. Определение промежуточных значений функции K производится в зависимости от длины пути $r(t)$, проходимого частицей от начального момента времени до n -го шага. При этом считается, что чем больше длина траектории, проходимой частицей, тем меньше связь между приземными тенденциями в начальный и n -й моменты времени и соответственно тем с меньшим весом в этот момент времени должна входить начальная величина барической тенденции. В [5] был принят следующий алгоритм определения функции K :

$$K = \begin{cases} 1 - 0,98r(t) & \text{при } r < 1, \\ 0 & \text{при } r \geq 1. \end{cases} \quad (15)$$

Длина пути r вычисляется по формуле

$$r = 10^{-3} \Delta t \sum_{t=1}^n V_{gt}, \quad (16)$$

где V_{gt} — модуль скорости ветра на поверхности 500 мб, Δt — шаг по времени.

Для определения величины барической тенденции $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{\text{тенд}}$ на каждом временном шаге осуществляется перенос исходного поля тенденций по ведущему потоку. В качестве ведущего потока принят геострофический ветер на уровне 500 мб со скоростью, умноженной на 0,7. Аналогичный прием широко используется в синоптических методах.

Величина $\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{\text{дин}}$ определяется на основе решения системы уравнений для малопараметрической модели

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{\text{дин}} = 1,25 \left[\varphi_1(1) \frac{\partial a_1}{\partial t} + \varphi_2(1) \frac{\partial a_2}{\partial t} \right]. \quad (17)$$

K вычисленной по формуле (14) скорости изменения давления вводится поправка на трение

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{\text{трени}} = b \nabla^2 p, \quad (18)$$

где коэффициент b определяется величиной коэффициента турбулентности и параметра Кориолиса [21]. Для коэффициента турбулентности, равного $10 \text{ м}^2/\text{с}$, и значения параметра Кориолиса, соответствующего широте 60° , получаем значение для коэффициента b , равное $0,33 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}$.

Таким образом, окончательно изменение давления у поверхности Земли определяется по формуле

$$\frac{\partial p}{\partial t} = K \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{тенд}} + 1,25(1 - K) \times \\ \times \left[\varphi_1(1) \frac{\partial a_1}{\partial t} + \varphi_2(1) \frac{\partial a_2}{\partial t} \right] + 0,33 \cdot 10^5 \nabla^2 p. \quad (19)$$

Определив величину $\frac{\partial p}{\partial t}$, осуществляем прогноз приземного давления для следующего шага по времени:

$$p_{t+\Delta t} = p_t + \frac{\partial p}{\partial t} \Delta t \quad (20)$$

(Δt — шаг по времени, принимаемый равным 1 ч). На каждом шаге по времени производится сглаживание поля давления по формуле

$$p'_0 = 0,96 p_0 + 0,01 \sum_{k=1}^4 p_k, \quad (21)$$

где p'_0 — сглаженное значение, p_0 и p_k — значения давления в центральной и ближайшей точках сетки.

Как уже отмечалось выше, величина $\frac{\partial p}{\partial t}$, найденная по формуле (19), учитывается для уточнения величин $\frac{\partial a_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial a_2}{\partial t}$, рассчитываемых по формулам (12) и (13). Для этой цели вклад изменения высоты поверхности 1000 мб в изменения параметров a_1 и a_2 заменяется соответствующим вкладом, получаемым с помощью (19). Таким образом, окончательные значения $\frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t}$ рассчитываются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t} &= \frac{\partial a_1}{\partial t} + \left[0,8K \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{тенд}} - K \varphi_1(1) \frac{\partial a_1}{\partial t} - \right. \\ &\quad \left. - K \varphi_2(1) \frac{\partial a_2}{\partial t} + 0,264 \cdot 10^{-5} \nabla^2 p \right] \varphi_1(1); \\ \frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t} &= \frac{\partial a_2}{\partial t} + \left[0,8K \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\text{тенд}} - K \varphi_1(1) \frac{\partial a_1}{\partial t} - \right. \\ &\quad \left. - K \varphi_2(1) \frac{\partial a_2}{\partial t} + 0,264 \cdot 10^{-5} \nabla^2 p \right] \varphi_2(1). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Здесь $\frac{\partial a_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial a_2}{\partial t}$ определяются по формулам (12) и (13).

Определив $\frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t}$ и $\frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t}$, находим значения a_1 и a_2 в следующий момент времени. Для этого в начальный момент используется ме-

год Эйлера, на последующих шагах — метод центральных разностей. Шаг по времени равен 1 ч. На каждом шаге по времени поля a_1 и a_2 подвергаются сглаживанию по формулам, аналогичным (21). Получив значения a_1 и a_2 в конечный момент времени, определяем изменения этих величин за срок прогноза: δa_1 и δa_2 . По этим изменениям находим изменения геопотенциала изобарических поверхностей 850, 700, 500, 300 и 200 мб за срок прогноза:

$$\delta \Phi_k = \delta a_1 \varphi_1(\zeta_k) + \delta a_2 \varphi_2(\zeta_k). \quad (23)$$

Прибавив эти изменения к начальным полям, находим прогностические поля геопотенциала. Прогноз геопотенциала поверхности 1000 мб выполнять нет необходимости, так как производится прогноз приземного поля давления по формулам (19)—(21).

Наряду с прогнозом барического поля в модели производится вычисление вертикальных скоростей для изобарических поверхностей 850, 700, 500 и 300 мб. Для этой цели используется уравнение притока тепла (2), в котором величины q и Φ выражены через параметры модели $\frac{\partial \tilde{a}_i}{\partial t}$ и \tilde{a}_i ($i=1,2$).

После простых преобразований получаем следующие формулы:

$$\left. \begin{aligned} 10l^2 \tilde{\omega}(0, 3) &= 0,039 \frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t} - 0,188 \frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t} - \frac{0,105}{l} I(a_1, a_2), \\ 10l^2 \tilde{\omega}(0, 5) &= 0,381 \frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t} - 0,727 \frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t} - \frac{0,370}{l} I(a_1, a_2), \\ 10l^2 \tilde{\omega}(0, 7) &= 0,347 \frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t} - 0,467 \frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t} - \frac{0,279}{l} I(a_1, a_2), \\ 10l^2 \tilde{\omega}(0,85) &= 0,211 \frac{\partial \tilde{a}_1}{\partial t} - 0,444 \frac{\partial \tilde{a}_2}{\partial t} - \frac{0,208}{l} I(a_1, a_2). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Для прогноза погоды важно иметь информацию о траекториях воздушных частиц или, точнее говоря, вычислять начальные координаты L_x^k и L_y^k тех воздушных частиц, которые будут проходить над интересующими нас пунктами на изобарической поверхности ζ_k к концу прогностического срока. Для этой цели в модели используется процедура, предложенная И. З. Лутфулиным [4]. Траектории строятся для семи пунктов: Ленинград, Новгород, Псков, Бологое, Петрозаводск, Смоленск, Калинин, на четырех уровнях (1000, 850, 700, 500 мб).

Так как указанные пункты не совпадают с узлами сетки, то производится билинейная интерполяция прогностических значений L_x^k и L_y^k в интересующую нас точку. Для удобства использования

по найденным значениям L_x^k, L_y^k вычисляются их географические координаты:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{r}{k}, \\ \lambda &= \operatorname{arcsin} \frac{L_x^k - L_{xn}^0}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Здесь $r = \delta s \sqrt{(L_x^k - L_{xn}^0)^2 + (L_y^k - L_{yn}^0)^2}$; $k = 1,8659 R$; R — радиус Земли (км); $\delta s = 300$ — шаг сетки (км); L_{xn}^0, L_{yn}^0 — исходные значения для полюса.

Выдача прогностической информации

Выдача прогностической информации производится по специальной программе на два вида внешних устройств: печатающее (АЦПУ-128) и ленточный перфоратор (ПЛ-80). Необходимость в перфорировании прогностической информации связана с территориальной удаленностью Северо-Западного УГМС от Главной геофизической обсерватории, где расположена ЭВМ М-220, на которой производится счет.

Прогностическая информация выводится из машины в телеграфном коде на перфоленту и передается в Северо-Западное УГМС по телеграфной линии связи. Выдача прогностической информации на печать производится главным образом для более детального (неоперативного) анализа получаемых результатов.

На печать выводятся значения исходных и прогностических полей приземного давления и высоты поверхности 500 мб для сетки, содержащей 27×37 узлов за сроки $t, t+12, t+24, t+36, t+48$ ч, где t — начальный срок прогноза. Указанные поля печатаются в виде двумерного массива, удобного для проведения изолиний (изобар, изогипс) и последующего использования в качестве карты.

Набор печатаемых уровней можно варьировать с помощью специальной шкалы. Эта же схема позволяет выдавать на печать уменьшенный двумерный массив для области, содержащей 21×31 узлов («область прогноза» на рис. 1). Другая шкала позволяет печатать поля функций L_x^k, L_y^k для узлов сетки на уровнях 1000, 850, 700 и 500 мб.

На перфорацию выдаются прогностические поля приземного давления и AT_{500} за сроки $t+12, t+24, t+36$ ч для области, содержащей 9×9 узлов с центром в районе Ленинграда, и за срок $t+48$ ч для области, содержащей 16×27 узлов (см. рис. 1). Так же как и в подпрограмме печати, количество выдаваемого на перфорацию материала определяется специальной шкалой и может легко меняться.

Вертикальные токи рассчитываются по формулам (24) на уров-

нях 850, 700, 500, 300 мб для сроков $t+12$, $t+24$, $t+36$ ч для области, содержащей 6×6 узлов (см. рис. 1), и выдаются на перфорацию.

Траектории для указанных выше семи пунктов рассчитываются на уровнях 1000, 850, 700, 500 мб для сроков $t+12$, $t+24$, $t+36$, $t+48$ ч и также выдаются на перфорацию.

Время на ЭВМЦ М-220, необходимое для счета по всему комплексу описанных программ, начиная с ввода информации и кончая выдачей на печать и перфорацию, составляет 1,5 ч.

Некоторые результаты

В связи с тем, что оперативные испытания модели проводились в Северо-Западном УГМС сравнительно давно (в 1970 г.) с использованием сетки, насчитывающей $26 \times 22 = 572$ узла, мы не будем в настоящей статье подробно останавливаться на результатах этих испытаний. Укажем лишь, что средняя оправдываемость суточных прогнозов приземного поля давления по этой модели оказалась несколько выше, чем оправдываемость аналогичных прогнозов по схемам Лутфулина и синоптических прогнозов ГМЦ (средние относительные ошибки составили соответственно 0,70; 0,74; 0,80). Оправдываемость прогнозов выпадения или отсутствия осадков, рассчитанных по методу А. А. Бачуриной с использованием прогностических вертикальных токов по изложенной модели, выше, чем по модели ГМЦ.

Таблица 2

Оценки оправдываемости прогнозов приземного поля давления

Срок, ч	δ	δ_{ϕ}	$\delta_{\text{пр}}$	ϵ	η	r	ρ
6	2,0	2,9	3,2	0,69	1,10	0,65	0,51
12	2,4	4,8	4,9	0,50	1,02	0,77	0,73
18	3,7	7,0	7,0	0,53	1,00	0,79	0,63

Что касается прогнозов высотных карт, то их оправдываемость примерно одинакова для всех трех упомянутых моделей.

Для проверки возможности применения изложенной модели в целях прогноза ленинградских наводнений в 1973 г. были выполнены расчеты по прогнозу барического поля на 6, 12 и 18 ч вперед. Для этих расчетов были отобраны 30 случаев за осенние периоды 1971 и 1972 гг., относящихся к метеорологическим ситуациям, благоприятным для развития ленинградских наводнений.

В табл. 2 приведены средние оценки оправдываемости прогнозов, полученные по данным 32 станций, расположенных в районах,

примыкающих к Финскому заливу (районы 02, 12, 22, 26). В этой таблице δ — средняя по модулю ошибка прогноза, $\delta_{\text{ф}}$ — средняя по модулю фактическая изменчивость, $\delta_{\text{пр}}$ — средняя по модулю прогностическая изменчивость, ε — средняя относительная ошибка, $\eta = \frac{\delta_{\text{пр}}}{\delta_{\text{ф}}}$, r — коэффициент корреляции между прогностическими и фактическими изменениями, ρ — оценка по знаку.

В заключение хотелось бы отметить, что на протяжении более 10 лет в оперативной работе авторы использовали большое количество программ, любезно предоставленных С. Л. Белоусовым. Пользуясь случаем, авторы выражают С. Л. Белоусову свою глубокую признательность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 3 1. Руховец Л. В. Многоуровневая модель прогноза поля геопотенциала, основанная на малом числе параметров.— «Тр. ГГО», 1964, вып. 151, с. 17—31.
2. Ильин Б. М., Орлова Л. С., Руховец Л. В. Малопараметрическая модель прогноза поля геопотенциала и ее оперативные испытания.— «Метеорология и гидрология», 1967, № 10, с. 15—21.
3. Орлова Л. С. К вопросу об оперативном испытании численных схем прогнозов карт барической топографии и приземного поля давления.— «Сб. работ Ленинградской ГМО», 1966, вып. 3, с. 284—298.
4. Лутфулин И. З. Новые методы предвычисления метеорологических полей. Л., Гидрометеоиздат, 1966, 196 с.
5. Ильин Б. М. Об одной схеме прогноза поля давления у земли.— «Тр. ГГО», 1968, вып. 226, с. 89—97.
6. Дубов А. С., Ильин Б. М. Об учете барических тенденций в гидрометеорологических прогнозах.— «Метеорология и гидрология», 1971, № 11, с. 12—18.
7. Белоусов С. Л., Гаидин Л. С., Машкович С. А. Обработка оперативной метеорологической информации с помощью электронных вычислительных машин. Л., Гидрометеоиздат, 1968, 282 с.
8. Белоусов С. Л. Опыт применения автоматической обработки аэрологической информации для численного оперативного прогноза.— «Тр. ММЦ», 1965, вып. 10, с. 3—7.
9. Багров А. Н., Белоусов С. Л., Таринопольский А. Г. Схема объективного анализа полей давления, барической тенденции, температуры и точки росы по данным сети синоптических станций.— «Тр. Гидрометцентра СССР», 1972, № 91, с. 58—76.
10. Белоусов С. Л., Стрижевский Л. Н. Способ учета мелкомасштабных составляющих при объективном анализе полей барической тенденции и приземного давления.— «Метеорология и гидрология», 1969, № 5, с. 13—20.
11. Юдин М. И., Ильин Б. М., Руховец Л. В. Об одном способе контроля и исправления аэрологических телеграмм.— «Метеорология и гидрология», 1964, № 5, с. 35—39.
12. Гаидин Л. С., Тарасюк В. В. О комплексном контроле аэрологической информации.— «Метеорология и гидрология», 1971, № 5, с. 3—9.
13. Гаидин Л. С., Смирнова Л. В. Об автоматическом контроле оперативной метеорологической информации.— «Тр. ГГО», 1973, № 308, с. 60—73.
14. Белоусов С. Л., Стрижевский Л. Н. Оперативная схема объективного анализа приземного давления и барических тенденций для учащенной сетки.— «Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, № 54, с. 3—10.
15. Фаддеева В. Н. Метод прямых в применении к некоторым крайевым задачам.— «Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова», 1949, т. 28.

- 2 16. Немчинов С. В. Исследование решения уравнения для прогноза барического поля атмосферы.—«Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1960, № 11, с. 1635—1641.
- 4 17. Муталов Р. Трехпараметрическая модель прогноза геопотенциала в тропосфере и стратосфере.—«Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. наук», 1971, № 6, с. 24—30.
- 5 18. Муталов Р., Руховец Л. В. Прогноз полей метеорологических элементов в тропосфере с помощью трехпараметрической модели.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 298, с. 25—37.
- 6 19. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л. Гидрометеиздат, 1970. 199 с.
- 7 20. Руховец Л. В. Об оптимальном представлении вертикальных распределений метеорологических элементов.—«Изв. АН СССР. Сер. геофиз.», 1963, № 4, с. 626—636.
- 9 21. Дубов А. С. Об учете приземного трения при прогнозе поля давления у земли.—«Тр. ГГО», 1957, вып. 71, с. 66—71.

СРАВНЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ НЕКОТОРЫХ СПОСОБОВ КОНТРОЛЯ АЭРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В настоящее время в оперативную практику все в большей степени внедряются негеострофические модели прогноза. Наряду с этим наличие мощных вычислительных машин позволяет преодолевать трудности, связанные с фиктивными граничными условиями, путем перехода к полушарным и глобальным моделям. Известно, что, с одной стороны, нефилтрованные модели гораздо чувствительнее геострофических реагируют на качество начальных полей, с другой стороны, объективный анализ, производимый в районах, относительно плохо освещенных данными, приводит из-за пропуска ошибок к существенному искажению исходной информации. В связи с этими двумя обстоятельствами возникает настоятельная потребность улучшения контроля и исправления ошибок в исходных данных.

Согласно теории информации [6], [10], всякий контроль базируется на избыточности информации, что является следствием корреляционных связей, свойственных как структуре источника информации (семантика сообщений), так и способу кодирования и передачи (язык сообщений). Применение количественных методов теории информации в метеорологии затруднительно, поскольку эффективная методика разработана преимущественно для систем (языков) передачи сообщений, в то время как методы контроля метеорологической информации опираются в основном на структуру полей, получаемую на основе данных телеграмм, т. е. опираются на семантику сообщений¹.

Используемые на практике способы контроля аэрологической информации можно разделить на статистические и статические методы.

¹ Попытки расширительного толкования понятия информации типа теории семантической информации, выходящего за рамки идеи Шенона, находятся на стадии сугубо предварительного развития [9].

Статический контроль базируется на проверке выполнения барометрической формулы

$$\delta_i^{i+1} = h_{i+1} - h_i - A_i^{i+1} - B_i^{i+1} \bar{t}, \quad (1)$$

где h_{i+1} , h_i — геопотенциал верхней и нижней границ рассматриваемого поля; $A_i^{i+1} = 273 \ln(p_i/p_{i+1}) R/g$ (p_{i+1} , p_i — давление на границах слоя, R — газовая постоянная, g — ускорение силы тяжести); \bar{t} — средняя температура в слое; B_i^{i+1} — коэффициент, зависящий от способа определения \bar{t} . Полагая линейность изменения температуры с высотой, получаем $\bar{t} = 0,5(t_i + t_{i+1})$ (t_i , t_{i+1} — температура на границах слоя); $B_i^{i+1} = 0,5 (R/g) \ln(p_i/p_{i+1})$; δ_i^{i+1} — невязка барометрической формулы, если в качестве h и t подставить значения, полученные из телеграммы.

Известны и другие способы статического контроля, в основе которых лежит барометрическая формула для политропной атмосферы. Однако формула (1) эффективнее, поскольку она соответствует методике обработки зонда на станции и несмотря на то, что предположение о линейности профиля температуры и пренебрежение виртуальной добавкой вносят погрешность в определение относительной высоты слоя, с ее помощью также можно проверить формальную связь (язык передачи) между значениями h и t в аэрологической телеграмме.

Сравнение вычисленных значений невязок с допустимыми для данного слоя позволяет оценить с определенной степенью уверенности правильность поступающей аэрологической информации.

Преимущество статического контроля над статистическим выражается в том, что по его результатам в ряде случаев возможно корректное исправление ошибок.

Из многих статистических методов контроля целесообразно рассмотреть вертикальный и горизонтальный контроли, опирающиеся на оптимальную интерполяцию. С использованием сведений о горизонтальной или вертикальной статистических структур геопотенциала или температуры вычисляется интерполированное значение по «влияющим станциям» на данном уровне или по «влияющим уровням» на данный уровень. Сравнение невязки с допустимой позволяет оценить, является ли сомнительной рассматриваемая величина.

Оперативная работа крупнейших метеорологических центров выполняется по следующей схеме: 1 — первичная обработка данных (главным образом аэрологических телеграмм), 2 — объективный анализ метеорологических полей, 3 — прогноз определенных метеоэлементов. Контроль осуществляется обычно на этапе первичной обработки и объективного анализа.

В Гидрометцентре СССР [1] первичная обработка включает статический контроль, а в блоке объективного анализа реализуется горизонтальный контроль.

В Вашингтонском центре США [11] исходная информация контролируется иначе. Последовательно проверяется согласованность исходных данных с прогностическими значениями, затем с помощью уравнения статики соответствие h и t . Далее, на этапе объективного анализа, выполняемого методом коррекции с применением сглаживания, сравниваются уже проинтерполированные значения с исходными. Исходные данные, отличающиеся от проинтерполированных на величину более допустимого значения, определяемого в зависимости от очередного приближения, бракуются синоптиком. Отметим, что в описываемом методе исправления в принципе не производятся. Кроме того, оценка исходных данных после интерполяции с использованием тех же значений допускает пропуск грубых ошибок, особенно в районах с редкой сетью станций.

Очевидно, контроль множества значений h и t должен удовлетворять следующим условиям: а) выявлять при заданном пороге чувствительности по возможности все ошибки, содержащиеся в переданной информации; б) сомнительными считать минимальное количество правильных сведений; в) действие контроля должно быть одновременно вступительным этапом для исправления по возможности большинства данных, признанных сомнительными.

Применяемые в различных метеорологических центрах последовательные методы контроля далеко не оптимальны. Они плохи тем, что возможности исправления ошибок определены в основном лишь одним статическим контролем, причем корректность исправления зависит от определения с помощью достаточно строгих критериев вида ошибок. В то же время, если придерживаться жестких критериев, гарантирующих отбраковку всех грубых ошибок, это привело бы к большой потере правильной информации. Выход из положения состоит в использовании методов контроля в комплексе. Л. С. Гандиным показано [3—5], что в таком случае взаимосвязь между результатами отдельных контролей резко увеличивает количество полезной для контроля и исправления информации.

На основе конструирования модели комплексного контроля геопотенциала и температуры выработан общий подход применительно к комплексному контролю грубых ошибок любых элементов. Во-первых, рекомендуется исследовать вид и генезис всевозможных ошибок, содержащихся в информации об анализируемых элементах. В зависимости от причины возникновения ошибок можно разделить «пространство ошибок» по классам. Второй этап заключается в подборе методов контроля. Оптимальность выбора зависит от количества привлеченных отдельных способов контроля, которое должно быть минимальным, но в то же время необходимо, чтобы обнаруживались все ошибки при заданном пороге чувствительности. Количественные критерии оптимизации комплексного контроля пока не выработаны. В-третьих, необходимо сравнить чувствительность используемых отдельных методов контроля (ком-

понт комплексного контроля) и определить взаимоднозначные соотношения ошибок и результатов комплексного контроля.

Реализации комплексного контроля посвящена отдельная работа. Здесь ограничимся сравнением чувствительности горизонтального и статического способов контроля геопотенциала и температуры аэрологических телеграмм.

Оценка правильности полученной информации производится путем сравнения невязок данного вида контроля со свойственными ему допустимыми значениями. Допустимые значения невязок горизонтальных способов контроля h и t определяются с помощью известной теоретической оценки оптимальной интерполяции и статистически отыскиваемого множителя [1]:

$$\Delta h_{i \text{ доп}} = N_h \sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h^i},$$

$$\Delta t_{i \text{ доп}} = N_t \sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_t^i},$$

где ε — квадрат теоретической невязки оптимальной интерполяции; η — мера ошибок наблюдения; σ_h^i , σ_t^i — средние квадратические отклонения геопотенциала и температуры; i — индекс, обозначающий номер уровня; N_h , N_t — некие множители, определяющие допустимую погрешность оптимальной интерполяции и характеризующие чувствительность горизонтального контроля (как показали исследования), N_h , N_t практически не зависят от высоты уровней, т. е. $N_i = N$ для всех i).

Допустимые невязки статистического контроля могут быть оценены как эмпирическим, так и аналитическим путем. В последнем случае оцениваются вклады случайных отклонений вертикального профиля температуры от линейного (невязка статического контроля полагается в среднем равной нулю) и случайных ошибок наблюдения по методике, предложенной Л. С. Гандиным и Р. Л. Каганом [2], с привлечением сведений о вертикальной статистической структуре температуры. В табл. 1 показаны допустимые значения невязок формулы (1) в слоях между стандартными изобарически-

Таблица 1

Допустимые значения (дам) невязок барометрической формулы

Данные	Слой, мб							
	1000—850	850—700	700—500	500—400	400—300	300—200	200—150	150—100
По И. В. Рубцову	3,0	3,0	4,0	3,0	4,0	5,0	8,0	8,0
По К. А. Семендяеву	3,0	3,0	4,0	3,0	4,0	8,0	6,0	6,0
Аналитические вычисления	3,0	2,1	3,8	2,5	3,5	12,0	5,8	6,0

ми поверхностями, полученные разными авторами статистическим путем, и расчетные значения соответственно упомянутой методике. Из сравнения невязок, полученных И. В. Рубцовым [7] и К. А. Семендяевым [8], видна их удовлетворительная близость, что оправдывает статистический подход для их определения. Отметим, что фактически профиль температуры даже в среднем не является линейным (по отношению к $\ln p$), поэтому значения невязок, вычисленных по формуле (1), отнюдь не нули. Например, в слое 200—300 мб для летнего сезона и умеренных широт $\delta_{300}^{200} < 0$ и в среднем $\bar{\delta}_{300}^{200} = -1,28$ (табл. 2).

Отсюда вытекают две существенные возможности улучшения статического контроля: 1 — ввести в формулу (1) добавку, равную δ_i^{i+1} ; 2 — менять допустимые значения невязок статического контроля соответственно характерным изменениям температуры от сезона к сезону.

Таблица 2

Средние (по 360 случаям радиозондирования) значения невязок статического контроля и их средние абсолютные значения

	Слой, мб				
	850—700	700—500	500—400	400—300	300—200
$\bar{\delta}_i^{i+1}$ дам	-0,56	0,59	0,28	0,14	-1,28
$ \bar{\delta}_i^{i+1} $ дам	0,64	0,84	0,47	0,70	1,93
$\gamma_{кр}$	0,21	0,21	0,16	0,18	0,24

В дальнейшем, следуя [8], будем пользоваться значениями допустимых невязок статического контроля, пропорциональными эталонным граничным значениям, определенным эмпирически, т. е. вместо $\Delta_{i \text{ доп}}^{i+1}$ будем употреблять $\gamma \Delta_{i \text{ доп}}^{i+1}$, где $\Delta_{i \text{ доп}}^{i+1}$ — допустимые значения, найденные К. А. Семендяевым [8] эмпирическим путем. Множитель γ определяет, таким образом, чувствительность статического контроля.

Сравнение чувствительности компонент комплексного контроля — задача отыскания зависимостей γ от N_h и γ от N_l . Чтобы найти эти связи, необходимо исследовать некоторые шумы каждого из отдельных видов контроля. Методный шум определяется как вероятная ошибка контроля по отношению к правильной информации. Поскольку статистическое распределение невязок контроля близко к нормальному, вероятная ошибка численно равна среднему квадратическому отклонению. Для горизонтального

$$N_{кр} = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma}}\right)^2}, \text{ для статического } \gamma_{кр} = \sqrt{\left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^2}.$$

Результаты статистической обработки по выборке из 360 правильных телеграмм показали, что:

1) методный шум горизонтальной интерполяции практически не зависит от высоты и определяется для геопотенциала значением $N_{hкр}=2$ и для температуры значением $N_{tкр}=3$;

2) средняя погрешность статического контроля также мало меняется от слоя к слою (табл. 2) и в среднем $\gamma_{кр}=0,2$.

Используя полученные результаты, нетрудно сравнить чувствительность статического контроля геопотенциала и горизонтального контроля геопотенциала или статического контроля температуры и горизонтального контроля температуры.

Пусть δh — ошибка в значении геопотенциала. Тогда $h' = h + \delta h$, где h — истинные значения, и N_h определяется неравенствами:

$$\frac{|\delta h|}{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h}} - N_{hкр} \leq N_h \leq \frac{|\delta h|}{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h}} + N_{hкр}. \quad (2)$$

С другой стороны, коэффициент γ ошибки геопотенциала оценивается неравенствами:

$$\frac{|\delta h|}{\Delta_{доп}} - \tilde{\gamma}_{кр} \leq \gamma \leq \frac{|\delta h|}{\Delta_{доп}} + \tilde{\gamma}_{кр}. \quad (3)$$

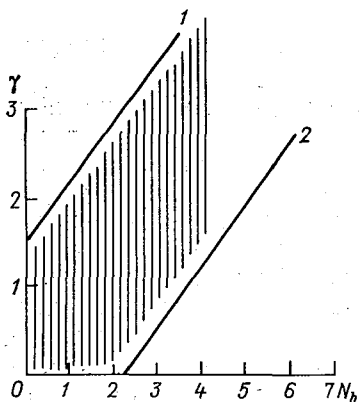


Рис. 1. Сравнение чувствительности статического и горизонтального контролей геопотенциала.

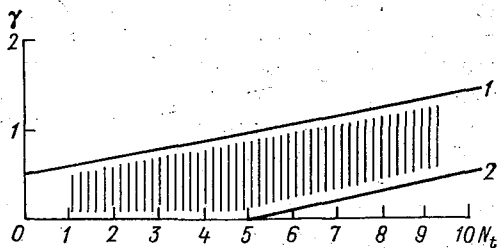


Рис. 2. Сравнение чувствительности статического и горизонтального контролей температуры.

$$1 - \gamma_{\max}^h = 0,7N_h + 1,6; \quad 2 - \gamma_{\min}^h = 0,7N_h - 1,6. \quad 1 - \gamma_{\max}^t = 0,1N_t + 0,5; \quad 2 - \gamma_{\min}^t = 0,1N_t - 0,5.$$

Из соотношений (2) и (3) найдем экстремальные значения γ как функции от N_h :

$$\gamma_{\min} = \frac{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h}}{\Delta_{доп}} N_h - \left[\frac{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h}}{\Delta_{доп}} N_{hкр} + \tilde{\gamma}_{кр} \right], \quad (4)$$

$$\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h}}{\Delta_{доп}} N_h + \left[\frac{\sqrt{\varepsilon + \eta \sigma_h}}{\Delta_{доп}} N_{hкр} + \tilde{\gamma}_{кр} \right]. \quad (5)$$

На рис. 1 представлены полученные зависимости $\gamma_{\text{мин}}$ и $\gamma_{\text{макс}}$, причем $\frac{V\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t}{\Delta_{\text{доп}}} = 0,7$, что соответствует условиям густой сети ($\varepsilon = 0,02$). Заштрихованное поле показывает возможные интервалы значений γ при фиксированном значении N_h . Аналогичные рассуждения относительно температуры приводят к неравенствам:

$$\frac{|\delta t|}{V\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t} - N_{t \text{кр}} \leq N_t \leq \frac{|\delta t|}{V\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t} + N_{t \text{кр}}, \quad (6)$$

$$\frac{B|\delta t|}{\Delta_{\text{доп}}} - \gamma_{\text{кр}} \leq \gamma \leq \frac{|\delta t| B}{\Delta_{\text{доп}}} + \gamma_{\text{кр}} \quad (7)$$

и к экстремальным соотношениям:

$$\gamma_{\text{мин}} = \frac{B\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t}{\Delta_{\text{доп}}} N_t - \left[\frac{B\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t}{\Delta_{\text{доп}}} N_{t \text{кр}} + \gamma_{\text{кр}} \right], \quad (8)$$

$$\gamma_{\text{макс}} = \frac{B\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t}{\Delta_{\text{доп}}} N_t + \left[\frac{B\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t}{\Delta_{\text{доп}}} N_{t \text{кр}} + \gamma_{\text{кр}} \right]. \quad (9)$$

Рисунок 2 иллюстрирует эффективные интервалы при фиксированном значении $B\sqrt{\varepsilon + \eta} \sigma_t / \Delta_{\text{доп}} = 0,2$.

Из результатов работы [1] следует, что целесообразно положить $N_h = 4$. Такому значению множителя N_h соответствует точность статического контроля, определяемая множителем $\gamma \approx 1,2$. Этим объясняются хорошие результаты статического контроля в выявлении и исправлении ошибок в значениях геопотенциала. Хуже обстоит дело при контроле температуры статическим способом. Из уравнения (8) следует, что даже ошибки, выявленные при пороге чувствительности горизонтального контроля, определяемого множителем $N_t = 5$, могут давать невязки статического контроля на уровне его методного шума. Эксперименты показали, что для горизонтального контроля температуры оптимальное значение множителя N_t не более 5. Если пренебречь наличием методных шумов (соответственно положению, что в среднем оптимальная интерполяция дает точные результаты, то значению множителя $N_t = 5$ соответствует $\gamma \approx 0,5$. Используя в дальнейшем эту величину, следует считаться с пропуском ошибок температуры порядка даже 10° при статическом контроле, но повышать порог чувствительности (т. е. понижать величину γ) бессмысленно из-за близости этой величины к уровню, соответствующему методному шуму статического контроля.

Подводя итоги, можно заключить, что на ошибки в значениях геопотенциала чувствительнее реагирует статический контроль, а ошибки в значениях температуры более надежно выявляются горизонтальным контролем.

Автор выражает благодарность проф. Л. С. Гандину, под руководством которого была выполнена эта работа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов С. Л., Гандин Л. С., Машкович С. А. Обработка оперативной метеорологической информации с помощью электронных вычислительных машин. Л., Гидрометеиздат, 1968. 282 с.
2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. О точности определения высоты снежного покрова по дискретным данным.—«Тр. ГГО», 1962, вып. 130, с. 3—10.
3. Гандин Л. С., Смирнова Л. В. Об автоматическом контроле оперативной метеорологической информации.—«Тр. ГГО», 1973, вып. 308, с. 60—78.
4. Гандин Л. С., Тарасюк В. В. О комплексном контроле аэрологической информации.—«Метеорология и гидрология», 1971, № 5, с. 3—9.
5. Гандин Л. С. Об автоматическом контроле текущей метеорологической информации.—«Метеорология и гидрология», 1969, № 3, с. 3—13.
6. Голдман С. Теория информации. М., Изд-во иностр. лит., 1957. 446 с.
7. Рубцов И. В. Автоматическая подготовка исходных данных для численного анализа и прогноза погоды.—«Тр. ГГО», 1962, вып. 124, с. 30—38.
8. Семендяев К. Н., Гладкая З. Ф., Ульянова Н. Н. Автоматическая раскодировка аэрологических телеграмм.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1967, вып. 1, с. 72—79.
9. Шрейдер Ю. А. Об одной модели семантической теории информации.—«Проблемы кибернетики», 1965, вып. 13, с. 233—240.
10. Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М., «Наука», 1973, 511 с.
11. Cressman G. P. An operational objective analysis system. MWR, 1959, v. 87, N 10, p. 367—374.

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, К. В. ЛЕДНЕВА, В. М. ПАСОВ

ОПЫТ ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗА УРОЖАЯ ЯРОВОГО ЯЧМЕНЯ С БОЛЬШОЙ ЗАБЛАГОВРЕМЕННОСТЬЮ

За последние годы достигнуты значительные успехи в количественном прогнозировании урожая зерновых культур с учетом данных о состоянии посевов в момент составления прогнозов [11, 12]. Необходимость и практическая значимость таких прогнозов неоспоримы. Еще большее практическое значение имели бы прогнозы урожайности зерновых культур большой заблаговременности, т. е. прогнозы, составляемые до начала сева [8]. Несмотря на очевидную сложность второй задачи, первые попытки в этом направлении уже сделаны [2, 9].

С 1970 г. в ГГО под руководством М. И. Юдина на базе физико-статистического метода также проводятся некоторые разработки по прогнозу урожайности сельскохозяйственных культур с большой заблаговременностью. Первые результаты этих разработок были доложены на Всесоюзной конференции «Состояние и перспективы применения физико-статистических методов в агрометеорологических прогнозах» (декабрь 1970 г.).

Анализ полученных результатов выявил ряд недостатков в методике прогноза урожайности, независимых от физико-статистического метода. Вместо традиционного для физико-статистического метода представления предиктантов в виде коэффициентов разложения по естественным ортогональным функциям (е. о. ф.), было сделано довольно грубое осреднение предиктантов (данных по урожайности ярового ячменя) для больших и не всегда однородных по физико-географическим условиям территорий. Это в какой-то мере обусловило значительные ошибки прогноза. Кроме того, далеко не оптимальными оказались выбранные способы исключения влияния на урожай роста агротехники, в том числе с помощью линейной регрессии. На это указывает, в частности, тот факт, что во всех вариантах прогноза ошибки прогноза урожайности оказались отрицательными [16].

Представлялось целесообразным продолжить разработки по долгосрочному прогнозу урожая физико-статистическим методом с учетом отмеченных методических недостатков.

Остановимся прежде всего на форме представления полей предиктантов. В качестве предиктантов были использованы данные ЦСУ об урожайности ярового ячменя за 20 лет (1950—1969 гг.) в 55 административных областях ЕТС.

Первая трудность прогноза урожая сельскохозяйственных культур связана с исключением влияния на урожай роста агротехники. Известно, что, помимо метеорологических условий, урожай сельскохозяйственных культур определяется уровнем агротехники и типом почв.

Характер почв является постоянно действующим фактором и проявляется в среднем уровне урожая каждой административной области.

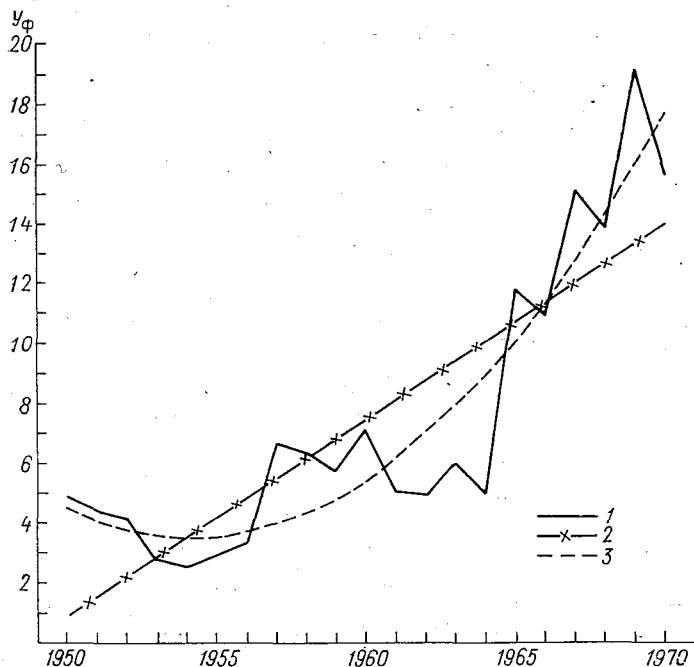


Рис. 1. Временной ход урожая ярового ячменя $У_{\text{ф}}$ (в условных единицах) в Смоленской области (1) и его аппроксимация прямой (2) и параболой (3).

Уровень агротехники в целом растет со временем. Чтобы рассмотреть зависимость урожая от гидрометеорологических факторов, необходимо исключить влияние на урожай уровня агротехники. Один из возможных путей исключения тренда за счет агротехники состоит в аппроксимации временного хода урожайности прямой линией и расчете отклонений фактического урожая от этой линии тренда. Именно такая аппроксимация была использована в первом варианте прогноза урожайности ярового ячменя.

Однако, как показала практика, во многих случаях рост урожайности за счет агротехники идет явно не по прямой. На рис. 1 для примера приведены фактические значения урожая ярового

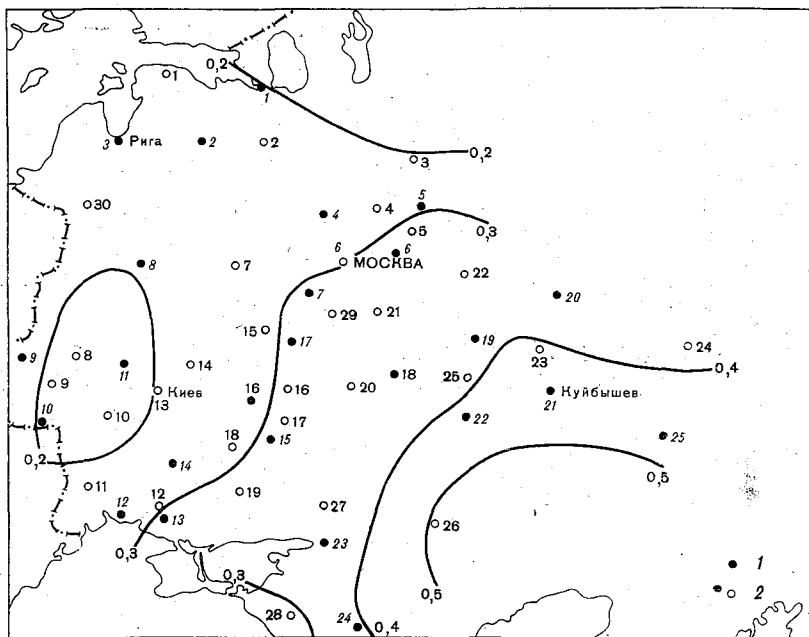


Рис. 2. Административные области первой (1) и второй (2) групп. Изолиниями показано распределение по территории дисперсии урожайности ярового ячменя.

Первая группа.

1. Ленинградская обл.
2. Псковская обл.
3. Латвийская ССР.
4. Калининская обл.
5. Костромская обл.
6. Владимирская обл.
7. Калужская обл.
8. Белорусская ССР
9. Львовская обл.
10. Черновицкая обл.
11. Житомирская обл.
12. Херсонская обл.
13. Херсонская обл.
14. Кировоградская обл.
15. Харьковская обл.
16. Сумская обл.
17. Орловская обл.
18. Тамбовская обл.
19. Мордовская АССР
20. Татарская АССР.
21. Куйбышевская обл.
22. Саратовская обл.
23. Ростовская обл.
24. Ставропольский край
25. Оренбургская обл.

Вторая группа

1. Эстонская ССР

2. Новгородская обл.
3. Вологодская обл.
4. Ярославская обл.
5. Ивановская обл.
6. Московская обл.
7. Смоленская обл.
8. Ровенская обл.
9. Тернопольская обл.
10. Винницкая обл.
11. Молдавская ССР
12. Николаевская обл.
13. Киевская обл.
14. Черниговская обл.
15. Брянская обл.
16. Курская обл.
17. Белгородская обл.
18. Полтавская обл.
19. Днепропетровская обл.
20. Воронежская обл.
21. Рязанская обл.
22. Горьковская обл.
23. Ульяновская обл.
24. Башкирская АССР
25. Пензенская обл.
26. Волгоградская обл.
27. Луганская обл.
28. Краснодарский край
29. Тульская обл.
30. Литовская ССР

ячменя (в условных единицах) в Смоленской области за период с 1950—1970 г., а также прямая, характеризующая рост урожая за счет агротехники. Из рисунка следует, что при аппроксимации хода урожая прямой линией в начале и конце рассматриваемого периода получаются большие погрешности: кривая фактических значений урожая оказалась значительно выше аппроксимирующей прямой.

Росту урожая в приведенном примере значительно лучше соответствует парабола. На этом основании для исключения тренда за счет роста агротехники для всех областей было решено использовать аппроксимацию с помощью параболы второго порядка. По данным о фактических урожаях ярового ячменя по каждой административной области строилось уравнение вида $y = ax^2 + bx + c$. Отклонение фактического урожая (Y_{ϕ}) от значения на этой кривой за данный год (Y_n), нормированное на Y_n , можно считать независимым от уровня агротехники. Ряды величин $\frac{Y_{\phi} - Y_n}{Y_n}$ по каждой из 55 областей являются объектами прогноза.

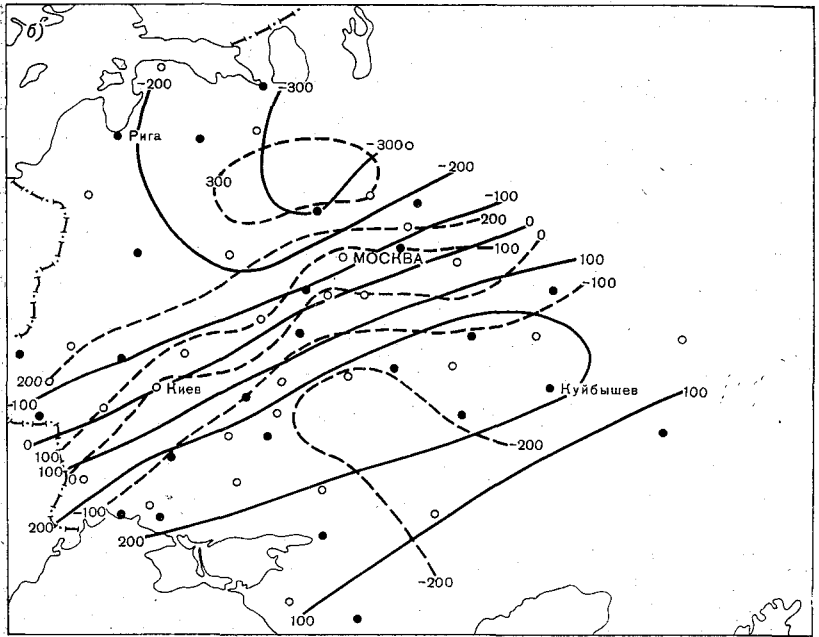
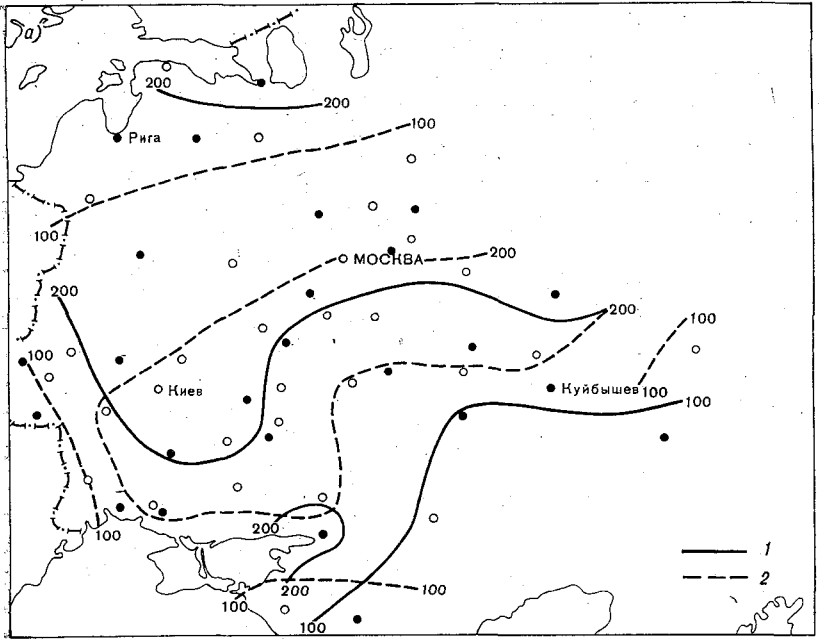
В целях взаимного контроля результатов все административные области были разбиты на две группы: в первую из них было включено 25 районов, во вторую—30. Административные районы распределялись по рассматриваемой территории примерно равномерно, так, чтобы первая группа районов дублировала вторую. Положение административных районов на карте приведено на рис. 2. По этой карте можно судить также об изменчивости урожаев ярового ячменя в разных районах ЕТС. Она подтверждает хорошо известный факт увеличения изменчивости урожаев с северо-запада на юго-восток ЕТС. Более подробно изменчивость урожая ярового ячменя рассмотрена в работе [10].

В отличие от первого варианта прогноза ярового ячменя, где предсказывались значения урожаев, осредненные по большим площадям (например, по территории Украины или Прибалтики), во втором варианте прогноза проводилось разложение полей областей урожаев по е. о. ф. Цель такого разложения состоит в выделении естественных и наиболее крупномасштабных особенностей в распределении урожаев ярового ячменя по ЕТС, поскольку с большой заблаговременностью можно предсказать только эти крупномасштабные особенности.

На рис. 3 приведены поля первых трех е. о. ф. (X_1 , X_2 и X_3), причем на каждом рисунке совмещены поля е. о. ф. соответствующего номера как для первой, так и для второй группы районов.

Рассмотрим поля е. о. ф. первой группы районов. Поле X_1 урожая ярового ячменя одного знака по всей ЕТС и малоградиентно (рис. 3а). На долю X_1 приходится 30,1% общей дисперсии. Правильный прогноз первого коэффициента разложения (a_1) очень важен [13], поскольку a_1 пропорционален среднему значению урожая по всем 25 областям.

Поле X_2 двухцентровое (рис. 3 б) и отражает тенденцию к отрицательной корреляции между урожаем ярового ячменя в севе-



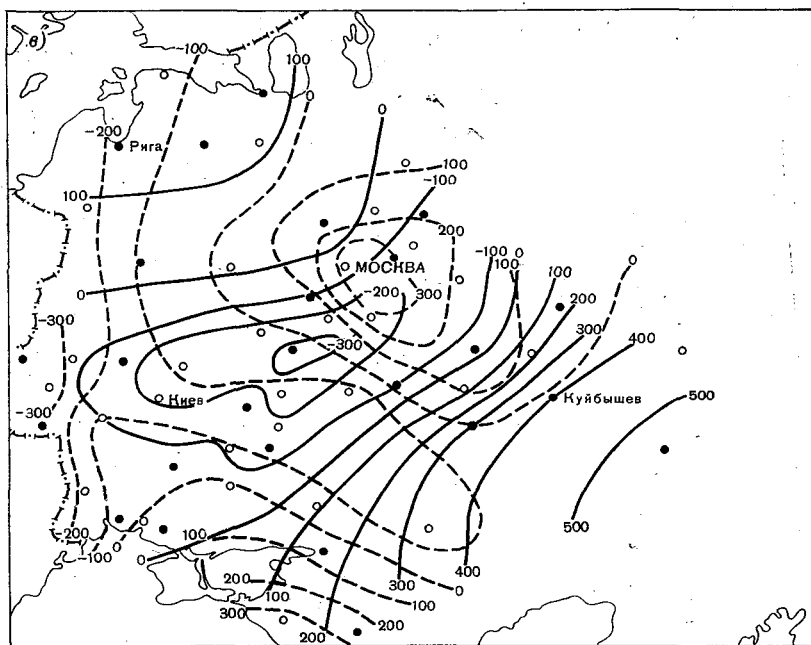


Рис. 3. Поля естественных ортогональных функций урожайности ярового ячменя по первой (1) и второй (2) группам районов.

a — поле X_1 , *б* — поле X_2 , *в* — поле X_3 .

ро-западной и юго-восточной частях ЕТС. На долю X_2 приходится 23,1% общей дисперсии.

Поле X_3 еще более мелкомасштабно, что проявляется в наличии трех центров на соответствующей карте (рис. 3 *в*). Третья е. о. ф. содержит всего 9,7% суммарной дисперсии. Поле X_4 еще более мелкомасштабно.

Сравним поля е. о. ф., рассчитанные по первой и второй группам районов. Из анализа рис. 3 нетрудно заметить, что поля X_1 по обеим группам районов близки; в равной мере это относится к полю X_2 . Поля X_3 различаются существенно. По первой группе областей поле X_3 характеризует различие в урожайности в центральных, северо-западных и юго-восточных районах. По второй группе областей поле X_3 характеризует особенности в распределении урожайности в северо-восточных и юго-западных районах ЕТС. Следовательно, поле X_3 менее устойчиво, чем X_1 и X_2 .

Анализ полей е. о. ф., их устойчивости и вкладов е. о. ф. в суммарную дисперсию поля позволяет установить число прогнозируемых коэффициентов разложения предиктантов. По всем признакам целесообразно предсказывать первые два коэффициента разложения урожайности ярового ячменя. Возможность прогноза a_3

сомнительна: недавние статистические проработки еще раз показали, что мелкомасштабные особенности полей непредсказуемы с большой заблаговременностью. Однако прогноз a_3 не так уж важен, поскольку его вклад в суммарную дисперсию невелик.

Исходя из этих соображений прогнозировались первые два коэффициента разложения ярового ячменя по двум группам районов. В порядке эксперимента составлялся также прогноз a_3 . Результаты этого эксперимента будут приведены ниже.

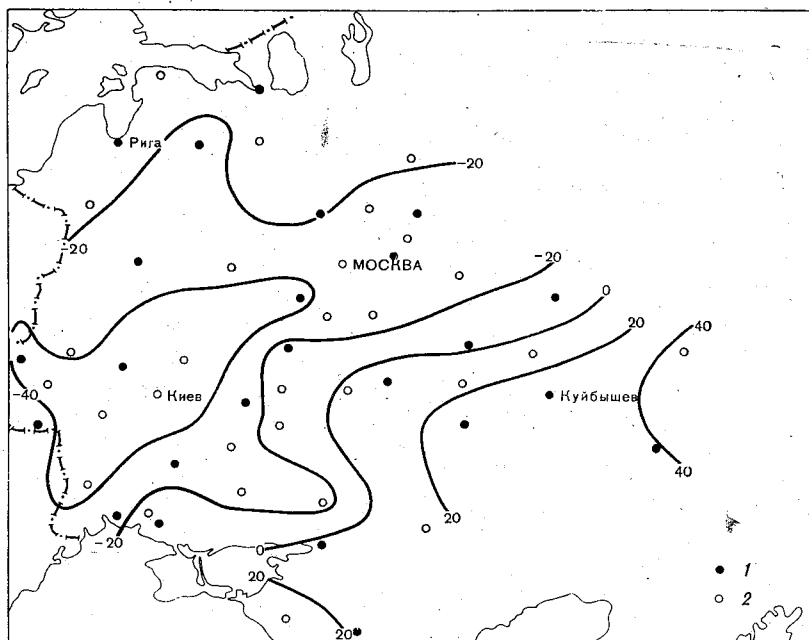


Рис. 4. Коэффициенты корреляции между урожаем ярового ячменя и температурой поверхности воды в Северной Атлантике (корабль D) в ноябре прошлого года.

1 — первая группа районов, 2 — вторая группа.

В основу физико-статистического метода, как известно, положен корреляционный анализ. Рассчитанные коэффициенты разложения полей урожайности ярового ячменя коррелировались со всеми многочисленными предикторами [6, 14] и отбирались наиболее высокие коэффициенты корреляции. Анализ этих корреляционных связей позволил выявить ряд интересных зависимостей. Остановимся на некоторых из них.

Среди гидрометеорологических факторов, влияющих на последующий урожай ярового ячменя на ЕТС, особенно выделяется тепловое состояние Северной Атлантики.

Для характеристики теплового состояния Северной Атлантики использована средняя месячная температура поверхности воды по

наблюдениям на девяти кораблях погоды (1948—1973 гг.), а также многолетние ряды наблюдений за температурой воды на корабле D. Необходимость включения последних в состав предикторов показана в [6]. Отметим только, что первый коэффициент разложения температуры поверхности воды характеризует фон температуры в северной части Северной Атлантики, а данные корабля D — в южной ее части. Причем корреляция между a_1 и температурой поверхности воды в районе корабля D — отрицательная.

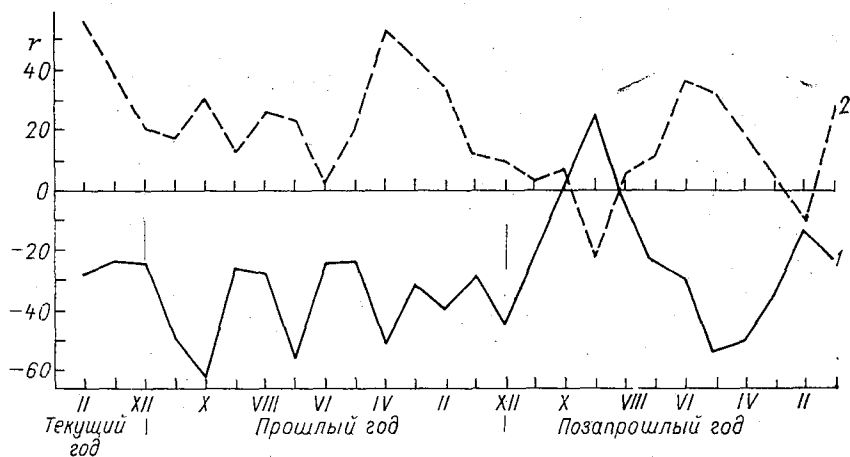


Рис. 5. Изменение во времени коэффициентов корреляции между температурой воды в Северной Атлантике (корабль D) и урожаем ярового ячменя в Тернопольской (1) и Пензенской (2) областях.

На рис. 4 представлена наиболее характерная карта коэффициентов корреляции между урожаем ярового ячменя и температурой поверхности воды в ноябре предыдущего года по наблюдениям на корабле D. Отметим, что ряды данных по кораблям погоды довольно коротки, что определяет очень высокие ошибки расчета коэффициентов корреляции. Во всех приведенных ниже примерах удвоенная ошибка определения коэффициентов корреляции равна приблизительно 0,4.

Анализ рис. 4 показывает, что между температурой воды в южной части Северной Атлантики осенью прошлого года и урожаем ярового ячменя существует обратная зависимость на большей части ЕТС. Наиболее высокие отрицательные коэффициенты корреляции (до 0,5) отмечаются в районе Молдавии и Западной Украины. Только над Средним Поволжьем и в Башкирии зависимость между температурой воды и урожаем ярового ячменя прямая.

Близкая к рассмотренной, но противоположной по знаку картина распределения коэффициентов корреляции получилась для

урожая ярового ячменя и a_1 температуры поверхности воды Северной Атлантики за тот же месяц (ноябрь). Физический механизм обнаруженной зависимости пока что неясен.

Необходимо подчеркнуть устойчивость во времени найденной корреляционной связи. На рис. 5 приведен ход во времени коэффициентов корреляции между температурой воды в районе корабля D и урожаем ярового ячменя в двух областях (Тернопольской и Пензенской). Температура воды в районе корабля D представлена в виде 27 многолетних рядов данных; каждый ряд относится

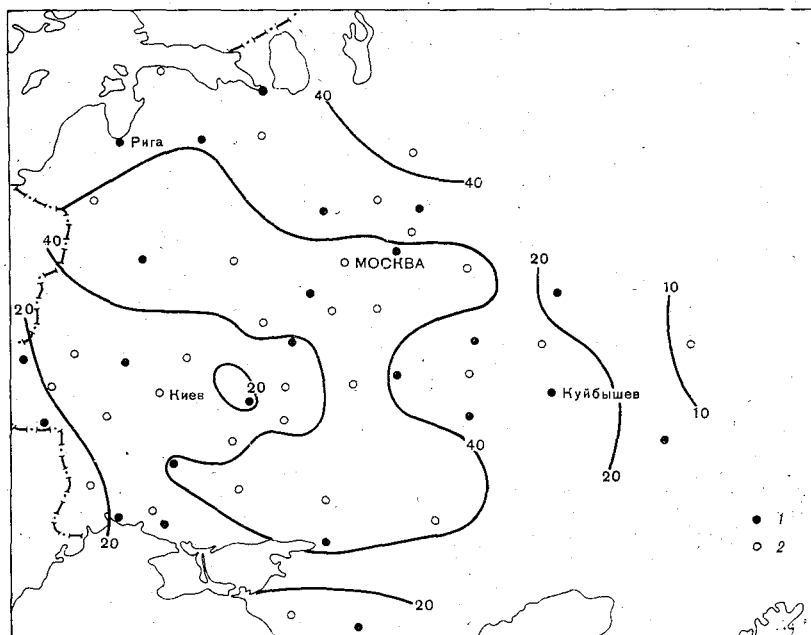


Рис. 6. Коэффициенты корреляции между урожаем ярового ячменя и осадками на Северо-Западе ЕТС в феврале текущего года.

Усл. обозначения см. рис. 4.

к одному из месяцев текущего, прошлого или позапрошлого годов. График свидетельствует об устойчивости знака коэффициентов корреляции между урожаем и температурой воды в течение длительного периода. На отрезке в 27 месяцев отрицательный коэффициент корреляции между температурой воды и урожаем Тернопольской области лишь однажды сменился на положительный (в сентябре позапрошлого года).

Устойчивость знака корреляции, по-видимому, связана с большой инерционностью температуры поверхности воды в Северной Атлантике [3, 4, 7].

Среди других влияющих предикторов можно указать на осад-

ки, выпадающие на Северо-Западе ЕТС в осенне-зимний период. Большое количество осадков в этот период на Северо-Западе ЕТС служит индикатором хорошего урожая ярового ячменя на всей ЕТС (рис. 6). Этот вывод согласуется с выводом Г. В. Дегтяревой, которая по материалам Саратовской области показала, что урожайным годам предшествует сухая осень и снежная зима [2].

После расчета корреляционных связей между предикторами и предиктантами отбирались наиболее значимые из них и подвергались тщательному и многостороннему анализу [15]. Из окончательно отобранных предикторов для каждого предиктанта составлялось уравнение регрессии. На базе ортогонализированных предикторов [1, 15] уравнения регрессии решались относительно предиктантов-коэффициентов разложения полей урожая ярового ячменя по е.о.ф. Восстанавливая поля предиктантов по известным векторам и нормам, получали искомые значения урожая ярового ячменя для каждой административной области. Прогноз составлялся на 1970, 1971 и 1972 гг. для двух групп районов.

Средняя ошибка прогноза урожайности по всем административным областям за все годы равна 3,2 ц/га. Таким образом, по сравнению с первым вариантом не удалось существенно уменьшить ошибку прогноза.

Наиболее удачным был прогноз на 1970 г. Абсолютная ошибка прогноза по двум коэффициентам разложения для первой группы районов оказалась равной 2,2 ц/га, для второй 2,7 ц/га. Самым неудачным, как и следовало ожидать, был прогноз на аномальный 1972 г., когда средняя абсолютная ошибка прогноза составила 3,7 ц/га по первой группе и 3,8 ц/га по второй группе областей.

Проведенные расчеты подтвердили, что прогноз третьего коэффициента разложения урожая ярового ячменя не играет существенной роли. Во всяком случае средние абсолютные ошибки прогнозов двух и трех коэффициентов разложения практически одинаковы (3,20 и 3,13 ц/га соответственно). Прогнозы по первой и второй группам районов также достаточно близки.

Дальнейшие пути совершенствования прогноза урожая сельскохозяйственных культур физико-статистическим методом связаны с расширением информации о гидротермическом состоянии подстилающей поверхности, в значительной мере ответственной за формирование будущего урожая. Это прежде всего сведения об осенней влажности почвы, глубине ее промерзания и данные о запасах воды в снеге в конце зимы. Вся эта информация может и должна быть использована при прогнозе урожая с большой заблаговременностью. Подготовка такой информации активно ведется в ГГО.

Еще одна возможность улучшения методики прогноза урожайности может состоять в более корректном исключении тренда за счет агротехники. В описанном варианте прогноза временной ход урожая по каждой области аппроксимировался параболой только один раз за период 1951—1969 гг. Значения координат линии тренда на 1970—1972 гг. получились путем экстраполяции. Есте-

ственно, что ошибки экстраполяции на второй и третий годы могут быть большими. Желательно поэтому аппроксимацию временного хода урожайности проводить каждый год заново с учетом данных о фактическом урожае за последний год.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блажевич В. Г. Некоторые вопросы статистического отбора предикторов в целях долгосрочного прогноза погоды.— В кн.: Труды Всесоюзной конференции молодых ученых Гидрометеорологической службы СССР. Л., Гидрометеоздат, 1971, с. 75—82.
2. Дегтярева Г. В. Прогноз урожая яровой пшеницы до ее посева по инерционным факторам.—«Метеорология и гидрология», 1973, № 4, с. 77—84.
3. Дуйцева М. А., Педь Д. А. О многопараметрической схеме прогноза аномалии средней месячной температуры воздуха.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 64, с. 49—68.
4. Мерцалова Н. И., Педь Д. А. О прогнозе температуры воздуха над Северной Атлантикой.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1969, вып. 43, с. 105—120.
5. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Долгосрочный прогноз осадков для отдельных административных районов и некоторые вопросы интерпретации прогностических связей.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 116—130.
6. Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе.— См. настоящий сб., с. 115—122.
7. Пагава С. Т. и др. Влияние Северной Атлантики на развитие синоптических процессов. М., Гидрометеоздат, 1958. 71 с.
8. Пасов В. М. Путь увеличения заблаговременности составления прогноза урожая сельскохозяйственных культур.—«Тр. ИЭМ», 1971, вып. 22, с. 82—88.
9. Пасов В. М. Численные эксперименты по составлению прогноза урожая яровых культур с большой заблаговременностью.—«Метеорология и гидрология», 1972, № 2, с. 71—78.
10. Пасов В. М. Изменчивость урожая яровых зерновых культур в различных климатических зонах СССР.—«Метеорология и гидрология», 1973, № 7, с. 82—86.
11. Уланова Е. С. Использование данных авиационных обследований состояния озимой пшеницы на больших площадях в прогнозах ее урожайности.—«Метеорология и гидрология», 1970, № 8, с. 64—72.
12. Федоров Е. К. Погода и урожай. Л., Гидрометеоздат, 1973. 56 с.
13. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 3—15.
14. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.—«Тр. ГГО», 1970, вып. 236, с. 45—55.
15. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г.— В кн.: Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеоздат, 1972. 364 с.
16. Мещерская А. В., Пасов В. М. К применению физико-статистического метода для долгосрочного прогноза урожая ярового ячменя.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 329, с. 117—128.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРИНЦИПА АНАЛОГИЧНОСТИ В ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ПРОГНОЗА ПОГОДЫ

Принцип аналогичности в долгосрочном прогнозировании начали применять в нашей стране по инициативе Б. П. Мультиановского с 30-х годов. В настоящее время он остается одним из основных методов, на которых базируются долгосрочные прогнозы. Особенно широко принцип аналогичности используется в Гидрометцентре СССР.

Центральный момент применения аналогов в прогнозе связан с определением степени аналогичности. В синоптических методах долгосрочных прогнозов степень аналогичности устанавливалась визуально и потому допускался значительный субъективизм в выборе аналогов. С внедрением ЭВМ начали все шире применяться количественные критерии аналогичности [3, 7, 8], причем в последние годы отмечается общая тенденция использования многопараметрических показателей [1, 7].

В ГГО интенсивное развитие и внедрение метода разложения метеорологических полей по е. о. ф. для анализа и прогноза потребовало разработки критерия аналогичности на базе коэффициентов разложения по е. о. ф. Такой критерий аналогичности метеорологических полей, предложенный М. И. Юдиным, был впервые рассмотрен Г. Д. Кудашкиным и впоследствии применен для уточнения гидродинамического прогноза [4, 5]:

$$S = \sum_{j=1}^h [T_j(t_2) - T_j(t_1)]^2 \leq \varepsilon, \quad (1)$$

где $T_j(t)$ — коэффициент разложения поля за момент времени t ; суммирование распространяется на h первых коэффициентов.

Предложенный критерий аналогичности (1) сделал возможным распространение принципа аналогичности на те методы прогноза, в которых поля предикторов и предиктантов представляются в виде коэффициентов разложения по каким-либо функциям.

В первые годы разработки физико-статистический метод был чисто корреляционным методом. В 1970 г. наряду с корреляционным анализом были введены дополнительные приемы и методы, в том числе прогноз по аналогии.

Необходимо подчеркнуть, что прогноз по аналогии в физико-статистическом методе не является совершенно самостоятельным прогнозом. Дело в том, что аналогичность определяется только по значимым предикторам, которые выделяются в результате корреляционного анализа. Поэтому прогноз по аналогии в физико-статистическом методе следует рассматривать как один из вариантов основного прогноза.

Значимость той или иной статистической связи между предиктором и предиктантом определяется величиной $\left| \frac{z}{\sigma_z} \right|$. Здесь z — переменная Фишера, связанная с коэффициентом корреляции r соотношением

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r};$$

$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$ — средняя квадратическая ошибка величины z (n — число членов последовательности).

Аналогия устанавливается по тем предикторам, зависимость которых от предиктантов удовлетворяет условию

$$\left| \frac{z}{\sigma_z} \right| \geq \alpha. \quad (2)$$

Величина α для различных предиктантов меняется в зависимости от того, какой элемент представляет предиктант и каким по счету коэффициентом разложения по е. о. ф. он является.

Для первого, наиболее крупномасштабного и устойчивого коэффициента разложения используются более мягкие критерии отбора корреляционных связей; с увеличением номера коэффициента разложения величина α увеличивается. Исключение сделано для четвертого коэффициента разложения полей давления над Атлантико-Европейским сектором, так как a_4 характеризует поле давления главным образом над территорией ЕТС и Казахстана, для которых составляется прогноз осадков и температуры. Значения α , соответствующие различным коэффициентам, приведены в табл. 1.

Годы-аналоги по предикторам определяются следующим образом.

Каждый из предикторов, отобранных в соответствии с условием (2), представляет ряд из n значений a_i ($i=1, \dots, n$) и значения его в $n+1$ -й год (год, для которого составляется прогноз) a_{n+1} .

Имея ряд значений предиктора за $(n+1)$ лет, можно рассчи-

тать квадрат разности значений предиктора за последний ($n+1$) год с каждым из предыдущих по формуле

$$S_i = [a_i - a_{n+1}]^2. \quad (3)$$

Чем меньше квадрат этой разности, тем ближе значение предиктора выбранного года к значению предиктора за последний год и, следовательно, в соответствии с выдвигаемой нами гипотезой ближе должны быть и значения предиктантов. Формула (3) может рассматриваться как частный случай формулы (1) при $h=1$.

Таблица 1

Значения α для разных метеорологических элементов в зависимости от номера коэффициента разложения по е. о. ф.

Метеоэлемент	Район	Номер коэффициента разложения предиктанта				
		1	2	3	4	5
Осадки	ЕТС и Казахстан	2,3	2,5	2,7	2,9	
Температура	ЕТС и Казахстан	2,3	2,5	2,7		
Давление	Атлантико-Европейский сектор	2,5	2,7	2,7	2,5	2,7

Она применима для определения аналогов в любых рядах данных, в том числе представленных в виде коэффициентов разложения по е. о. ф. Расчет расстояний S_i производился на ЭВМ по программе, составленной Г. Д. Кудашкиным.

Для примера на рис. 1 представлены в графическом виде значения S_i для первого коэффициента разложения (a_1) аномалий средней месячной температуры в северном полушарии за февраль, рассчитанные при составлении прогноза на 1973 г.

Следующая задача заключается в том, чтобы ввести некоторые граничные значения, соответствующие аналогам и антиподам. Согласно методике, предложенной М. И. Юдиным, граничные значения устанавливаются в зависимости от величины M (M — медианное значение ряда S_i). В результате имеем: лучшие аналоги (A_1^2): $S_i \leq 0,06 M$, хорошие аналоги (A_2^2): $0,06 M < S_i \leq 0,4 M$, антиподы (A_3^2): $S_i > 2,5 M$.

На рис. 1 нанесены граничные значения A_1^2 , A_2^2 , A_3^2 и значение $A_0^2 = M$, что позволяет наглядно видеть, какие годы данного предиктора попали в лучшие аналоги, хорошие аналоги и антиподы.

Значение коэффициента a_1 аномалий средней месячной температуры в северном полушарии за февраль 1973 г. близко по величине к значению a_1 за февраль 1899, 1959, 1935, 1972 и 1963 гг. (лучшие аналоги). В хорошие аналоги попали 1933, 1950, 1966, 1965 гг. Антиподами являются 1932, 1938, 1961, 1960, 1968 г. При

этом лучшим аналогам решено присваивать балл +2, хорошим +1 и антиподам -1.

Такой обработке подвергается каждый предиктор, удовлетворяющий условию (2). При прогнозе осадков, температуры и давления на один год рассматривается несколько сотен таких предикторов.

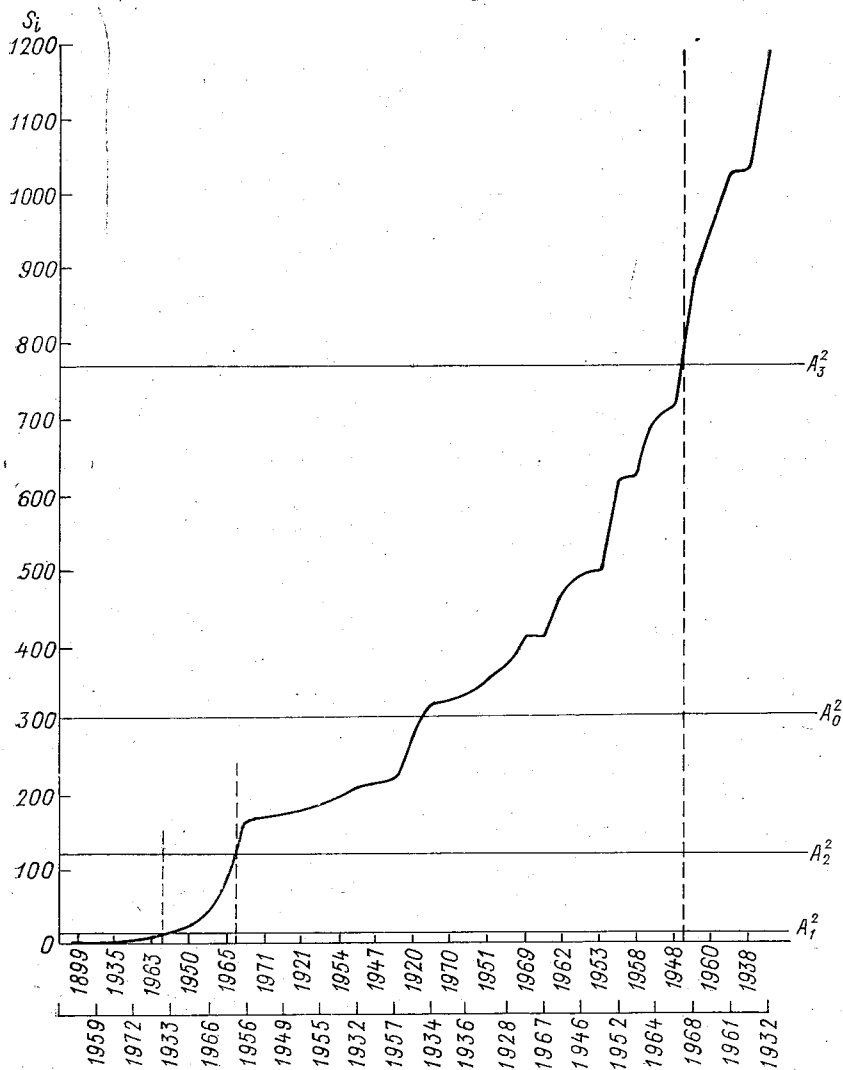


Рис. 1. Значения S_i по годам для первого коэффициента разложения аномалий средней месячной температуры в северном полушарии за февраль, рассчитанные при составлении прогноза на 1973 г.

Предполагая, что будущее состояние атмосферы определяется всем комплексом гидрометеорологических условий в прошлом, годы-аналоги и годы-антиподы должны определяться по совокупности всех отобранных предикторов. С этой целью для каждого года i из n лет по данным всех предикторов подсчитывается число плюсов l_i и минусов m_i , а также общее число плюсов $\sum_{i=1}^n l_i$ и общее число минусов $\sum_{i=1}^n m_i$.

Далее, исходя из простейшей схемы Бернулли, определяется вероятность появления аналога при данном числе испытаний

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n (l_i + m_i)} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n N_i} = \frac{L}{N},$$

вероятность появления антипода

$$q = 1 - p.$$

Среднее значение $\bar{N}_i = N_i p$, дисперсия $\sigma_i^2 = N_i p q$. Тогда распределение величины

$$\Delta_i = \frac{l_i - \bar{N}_i}{\sigma_i}$$

при достаточно большом N_i будет стремиться к нормальному закону распределения. Большие положительные значения Δ_i соответствуют году-аналогу, большие отрицательные значения Δ_i — году-антиподу. В качестве границы сильных аналогов и антиподов взят уровень $p = 0,012$, для слабых $p = 0,046$.

В результате такой обработки удается установить несколько годов-аналогов и годов-антиподов. Поскольку значения предиктантов — коэффициентов разложения метеорологического элемента — за эти годы известны, легко найти прогностические значения предиктанта на будущий год. Они рассчитываются путем осреднения коэффициентов разложения предиктантов за годы-аналоги. Рассчитываются также средние значения коэффициентов разложения за годы-антиподы.

Средние значения за годы-аналоги и годы-антиподы можно назвать групповыми характеристиками аналогов и антиподов (контр-аналогов), следуя терминам, введенным в свое время Л. А. Вительсом [2]. Если среднее значение коэффициентов разложения за годы-антиподы близко по величине и обратно по знаку среднему значению коэффициентов разложения за годы-аналоги, то это служит дополнительным показателем хорошей обеспеченности прогноза по аналогам.

Успешность составленных прогнозов может быть оценена в количественной форме. В тех случаях, когда прогнозируются коэффициенты разложения метеорологического поля по е. о. ф., возможны два вида оценок оправдываемости прогноза. Во-первых, используя прогноз некоторого числа коэффициентов разложения предиктантов, можно восстановить значения метеорологического поля в заданном числе станций и применить одну из принятых оценок успешности прогноза (по ρ или R — коэффициенту корреляции). Во-вторых, можно оценить успешность прогноза коэффициентов разложения. В данной работе использовалась вторая оценка.

Для оценки успешности прогнозов коэффициентов разложения М. И. Юдин ввел следующие градации:

- | | | |
|--|-------------------|--------------------------|
| 5. $D \leq 0,06 M$ — очень хорошие | } Лучшие прогнозы | } Оправдавшиеся прогнозы |
| 4. $0,06 M < D \leq 0,4 M$ — хорошие | | |
| 3. $0,4 M < D \leq M$ — удовлетворительные | | |
| 2. $M < D \leq 2,5 M$ — неудовлетворительные | | |
| 1. $2,5 M < D$ — плохие | | |

Здесь D — квадрат разности прогностического (b') значения коэффициента разложения предиктанта за данный (n) год, на которое указывает данный предиктор, и фактического (b) его значения:

$$D = (b'_n - b_n)^2;$$

M — медиана ряда значений величин D_i :

$$D_i = (b_n - b_k)^2,$$

где k — все предшествующие годы ($k=1, \dots, n-1$) рассматриваемого ряда.

Если аналог определяется по случайному признаку, то квадрат ошибки такого прогноза в 50% случаев будет меньше M , что и определяет смысл введения этой величины.

В дальнейшем очень хорошие и хорошие прогнозы (вместе) будем называть лучшими прогнозами. Очень хорошие, хорошие и удовлетворительные прогнозы будем называть общим термином оправдавшиеся прогнозы.

По этой методике были оценены прогнозы коэффициентов разложения осадков (апрель — июль) и температуры (май — июль) на территории ЕТС и Северного Казахстана, а также прогнозы среднего месячного давления (май — июль) на территории Атлантико-Европейского сектора, рассчитанные на 1970, 1971 и 1972 гг. Для каждого метеоэлемента прогнозировались три — пять коэффициентов разложения по е. о. ф.

Поскольку методика подбора аналогов варьировалась, общее число прогнозов коэффициентов разложения с помощью аналогов составило 629, с помощью антиподов 529.

Повторяемость очень хороших, хороших, удовлетворительных и плохих прогнозов при различных вариантах расчета позволяет сделать ряд выводов, касающихся как метода аналогов в целом,

так и некоторых частных вопросов, связанных с методикой подбора годов-аналогов и годов-антиподов.

Чтобы оценить метод аналогов в том варианте, в каком он применяется в физико-статистическом методе, обратимся к табл. 2. Здесь приведены повторяемости прогнозов пяти оценок, составленных разными методами: по аналогам, корреляционным методом, оперативным комплексным физико-статистическим методам, а также при случайном прогнозе.

Таблица 2

Число прогнозов различных оценок (а), повторяемость (%) прогнозов (б) и накопленные повторяемости (%) прогнозов (в), составленных разными методами

Метод прогнозов	Число прогнозов	Прогнозы				
		очень хорошие	хорошие	удовлетворительные	неудовлетворительные	плохие
По аналогам	а	89	128	164	167	81
	б	14,2	20,3	26,1	26,5	12,9
	в	14,2	34,5	60,6	87,1	100
Корреляционный	а	459	779	995	1012	279
	б	13,1	22,1	28,2	28,7	7,9
	в	13,1	35,2	63,4	92,1	100
Оперативный комплексный физико-статистический	а	25	35	48	37	16
	б	15,5	21,9	29,8	23,0	9,9
	в	15,5	37,4	67,2	90,2	100
Случайный прогноз	а	35	61	94	94	59
	б	10,2	17,8	27,4	27,4	17,2
	в	10,2	28,0	55,4	82,8	100

Отметим, что под корреляционным прогнозом понимается прогностическое указание, которое дает каждый значимый предиктор в отношении соответствующего предиктанта. Так как в физико-статистическом методе число предикторов очень велико, число прогностических указаний за три года для указанных выше предиктантов составило внушительную цифру—3524.

Число оперативных прогнозов коэффициентов разложения полей осадков, температуры и давления за 1970—1972 гг., рассчитанных с помощью комплексного физико-статистического метода, равно всего лишь 161.

По оценкам комплексный физико-статистический метод существенно отличается от корреляционного. Можно указать по крайней мере две причины этих различий. Во-первых, прогностические ука-

зания отдельных предикторов (3524) далеко не все используются в оперативном прогнозе. Большая часть из них после анализа отсеивается, из остальных формируются уравнения множественной регрессии. Значения предиктантов, полученные по уравнениям регрессии, составляют основу для оперативных прогнозов, но не тождественны им.

Физико-статистический метод в настоящее время является комплексным и в этом заключается вторая причина отличий оперативных физико-статистических прогнозов от прогнозов по корреляционному методу. Наряду с основным корреляционным методом в оперативном прогнозе используются аналоги, дискриминантный анализ, методы исключения многолетнего тренда. В каждом конкретном случае учитывается обеспеченность прогноза по основному и дополнительным методам. При расхождении прогнозов предпочтение отдается наиболее обеспеченному из них.

За уровень случайного прогноза в табл. 2 принят прогноз четвертого коэффициента разложения полей осадков и давления. Многочисленные проверки результатов прогнозов показали, что с большой заблаговременностью можно прогнозировать [9] только первые два коэффициента разложения предиктантов. Это дает основание предполагать, что прогноз четвертого коэффициента разложения является случайным. Однако приведенные оценки случайного прогноза нельзя считать абсолютными, поскольку они получены по некоторой выборке. По другим группам материала уровень случайного прогноза отличается от приведенного в табл. 2, который можно рассматривать как нижнюю границу случайного прогноза.

Из табл. 2 следует, что по всем рассматриваемым методам оценки прогнозов выше случайных. За рассматриваемый период самые высокие оценки показал комплексный оперативный физико-статистический метод. Судя по накопленным повторностям прогнозов лучшие прогнозы превосходят уровень случайного прогноза на 9,4% (37,4—28,0%), а оправдавшиеся прогнозы превосходят уровень случайных на 11,8%.

На втором месте по успешности оказался корреляционный метод, на третьем — метод аналогов. Для лучших прогнозов превышение успешности корреляционного метода над методом аналогов невелико (0,7%), а для оправдавшихся прогнозов довольно значительно (2,8%).

По сравнению со случайным прогнозом метод аналогов несет некоторую прогностическую информацию, особенно заметную для лучших прогнозов, для которых превышение над уровнем случайного равно 6,5%.

Как известно, основной постулат метода аналогов заключается в предположении, что аналогичность в ходе атмосферных процессов сохраняется в течение некоторого времени, охватывая период, на который составляется прогноз. Годы-аналоги, установленные по предикторам, должны быть годами-аналогами и для предиктантов. По нашим материалам это соответствие бывает довольно

редко. Из 97 годов-аналогов, найденных по совокупности предикторов для разных предиктантов (разные метеозлементы, разные территории), только 13 оказались годами-аналогами по предиктантам.

Остановимся теперь на некоторых методических вопросах, относящихся к методу подбора годов-аналогов и годов-антиподов.

Зависимость успешности прогнозов от степени аналогичности годов-аналогов. При отыскании годов-аналогов по совокупности предикторов могут быть найдены как очень близкие годы-аналоги к данному году (сильные аналоги, $p \leq 0,012$), так и менее близкие (общие аналоги, $p < 0,046$). По-видимому, сильные годы-аналоги должны обеспечивать более успешные прогнозы, чем общие годы-аналоги. Однако это предположение нашими данными не подтверждается.

Таблица 3

Повторяемость (%) лучших и оправдавшихся прогнозов, составленных по сильным и общим аналогам

Прогноз	Число случаев	Пределы различения повторяемостей, %	Повторяемость прогнозов		Разность повторяемостей прогнозов	
			лучших	оправдавшихся	лучших	оправдавшихся
По сильным аналогам	339	1,3—2,6	34,8	58,1	0,3	—2,5
По общим аналогам	290	1,3—2,6	34,1	63,5	—0,4	2,9
Вся совокупность	629		34,5	60,6	0	0

В табл. 3 приведены повторяемости прогнозов разных оценок для трех групп материала: для прогнозов, рассчитанных по сильным аналогам, общим аналогам и по всей совокупности. Повторяемость оценок прогнозов по сильным и общим аналогам будем сравнивать с повторяемостью по всей совокупности.

Чтобы судить о том, являются ли полученные разности повторяемостей значимыми, для каждой группы прогнозов рассчитаем пределы различения повторяемостей.

Методика расчета пределов была рассмотрена в работах [6, 10]. Отметим лишь, что пределы различения повторяемостей в основном зависят от объема всей совокупности (в данном примере 629 случаев) и отношения объема данных в каждой группе к объему всей совокупности (0,54 для сильных и 0,46 для общих аналогов). Пределы различения повторяемостей также приведены в табл. 3.

При анализе повторяемостей будем руководствоваться следующим правилом: если разность повторяемостей лучших (или оправ-

давшихся) прогнозов по группе и по всей совокупности положительна и попадает в пределы, указанные в табл. 3, будем считать, что различия значимы, а гипотеза подтверждается удовлетворительно. Если эта разность положительна и больше предельных, то гипотеза подтверждается хорошо, если меньше предельных, то гипотеза не подтверждается. При значимых отрицательных разностях принимается прямо противоположная гипотеза.

Обратимся к табл. 3. Повторяемость лучших прогнозов по сильным аналогам на 0,3% выше, чем по всей совокупности. Эта разность является незначимой, поскольку она меньше предельных (1,3—2,5%). В равной мере этот вывод относится к общим аналогам.

Таблица 4

Повторяемость (%) лучших и оправдавшихся прогнозов при разной методике подбора аналогов

Прогнозы	Число случаев	Пределы различия повторяемостей, %	Повторяемость прогнозов		Разность повторяемостей прогнозов	
			лучших	оправдавшихся	лучших	оправдавшихся
Первая группа	629	0,8—1,6	34,5	60,6	1,2	1,4
Вторая группа	366	1,2—2,4	31,1	56,8	-2,2	-2,4
Вся совокупность	995		33,3	59,2	0	0

Повторяемость оправдавшихся прогнозов по сильным аналогам на 2,5% ниже, чем по всей совокупности; разность повторяемостей попадает в указанные пределы и, следовательно, является значимой. Повторяемость оправдавшихся прогнозов по общим аналогам на 2,9% выше, чем по всей совокупности, и превосходит пределы.

Таким образом, большую успешность прогнозов обеспечивают общие, а не сильные годы-аналоги. С точки зрения перспектив уточнения метода аналогов, этот вывод мало утешителен. При удлинении рядов данных по предикторам можно подобрать более сильные аналоги, однако это, по-видимому, не приведет к улучшению прогнозов.

Зависимость успешности прогнозов от методики подбора аналогов. В целях выявления оптимальной методики подбора годов-аналогов сравнивалась успешность прогнозов по двум группам. Годы-аналоги в первой группе рассчитывались для каждого элемента и по каждой территории отдельно. Годы-аналоги во второй

группе были получены в результате обработки материалов по всем метеоэлементам и территориям вместе.

Из табл. 4 следует, что первая методика подбора аналогов более эффективна. Повторяемость как лучших, так и оправдавшихся прогнозов по первой группе прогнозов больше, чем по всей совокупности, причем эти различия значимы, поскольку они попадают в пределы различения повторяемостей. Гипотеза о том, что первая методика подбора аналогов лучше, подтверждается удовлетворительно.

Таблица 5

Повторяемость (%) лучших и оправдавшихся прогнозов по аналогам и антиподам

Прогноз	Число случаев	Пределы различения повторяемостей, %	Повторяемость прогнозов		Разность повторяемостей прогнозов	
			лучших	оправдавшихся	лучших	оправдавшихся
По аналогам	629	0,8—1,6	34,5	60,6	—1,0	0,7
По антиподам	412	1,2—2,4	37,1	59,0	1,6	—0,9
Вся совокупность	1041		35,5	59,9	0	0

Сравнение успешности прогнозов, рассчитанных по годам-аналогам и годам-антиподам. Как правило, прогнозы по аналогии строятся по значениям коэффициентов разложения предиктантов за годы-аналоги. Однако нередки случаи, когда прогноз данного коэффициента разложения по годам-аналогам не очень надежен, так как годы-аналоги дают противоречивые указания.

В этих же случаях годы-антиподы могут давать согласованные указания. Поэтому желательно знать, можно ли опираться на годы-аналоги в такой же степени, как на годы-антиподы, или прогноз по годам-антиподам (с обратным знаком) менее надежен.

Судя по табл. 5, для лучших прогнозов прогноз по антиподам даже более надежен, чем прогноз по аналогам. Правда, этот вывод обоснован лишь удовлетворительно, поскольку различия повторяемостей не выходят за пределы различения повторяемостей.

Что касается оправдавшихся прогнозов, то успешность прогнозов по аналогам и антиподам примерно одинакова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. О некоторых вопросах подыскания аналога для данного образа.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1973, вып. 106, с. 3—12.
2. Вительс Л. А. Групповые характеристики аналогов.—«Метеорология и гидрология», 1948, № 4, с. 31—37.

3. Зверев Н. И., Педь Д. А. Определение аналогичности полей метеорологических элементов при помощи электронной счетной машины «Погода».—«Метеорология и гидрология», 1960, № 10, с. 14—18.

4. Кудашкин Г. Д. Оценка аналогичности атмосферных состояний и процессов с помощью параметров разложения метеорологических полей по естественным ортогональным функциям.—«Тр. ГГО», 1965, вып. 168, с. 36—45.

5. Кудашкин Г. Д., Юдин М. И. О выборе и применении аналогов в целях уточнения численных прогнозов погоды.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 197, с. 3—18.

6. Мещерская А. В., Блажевич В. Г. К оценке некоторых методических положений физико-статистического метода.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 329, с. 54—64.

7. Педь Д. А. О критериях аналогичности гидрометеорологических полей.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 64, с. 103—110.

8. Рафаилова Х. Х. Объективный способ подбора аналогов по сборно-кинематическим картам естественных синоптических периодов с помощью ЭВМ.—«Метеорология и гидрология», 1968, № 8, с. 20—27.

9. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.—В кн.: Тр. V Всесоюзн. метеорол. съезда. Т. 2. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 83—94.

10. Юдин М. И. Задача многоаспектной статистической оценки информативности прогностических соотношений.—«Тр. ГГО», 1974, вып. 329, с. 33—40.

ЛЕДОВИТОСТЬ ГРЕНЛАНДСКОГО МОРЯ КАК ОДИН ИЗ ПРЕДИКТОРОВ ДОЛГОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА

Лед как специфическая подстилающая поверхность в силу своих особенностей (большого альбедо, малой теплопроводности и др.) играет немаловажную роль в формировании крупномасштабных циркуляционных процессов, создающих многообразие климатических и погодных условий [1, 2, 3].

Влияние ледовитости северных морей на формирование режима температуры и влаги на ЕТС и в Казахстане, а также влияние ледовитости Гренландского моря на настоящее и последующее состояние атмосферы было показано еще в работах В. Ю. Визе [1, 2].

Прогностическая значимость ледовитости северных морей была подтверждена в работах по физико-статистическому методу прогноза [7, 8]. Однако в физико-статистическом методе прогноза в основном использовалась ледовитость Советского сектора Арктики. Представлялось целесообразным включить в состав предикторов данные о ледовитости Гренландского моря.

Первая попытка использовать данные о ледовитости Гренландского моря для физико-статистического прогноза была сделана еще в 1965 г. в отделе динамической метеорологии ГГО. При этом весь район Северной Атлантики, по рекомендации В. П. Хрола, был разделен на четыре района:

I. Море Баффина,

II. Восточно-Алушканская часть Северной Атлантики,

III. Гренландское море (Северо-Восточный район) (рис. 1),

IV. Гренландское море (Юго-Западный район) (рис. 1):

Первые два района освещены недостаточно, и ледовитость этих районов в прогнозе не использовалась. Данные о ледовитости третьего и четвертого районов за 1934—1955 гг. взяты из Датских ледовых ежегодников. За последующие годы трудоемкая работа по сбору материалов по ледовитости была выполнена сотрудниками ГГО Л. Р. Дмитриевой, Л. В. Самойловой и Н. Д. Шапаевой. С этой целью использовались журналы «The Marine observer» (1959—1968 гг.) и данные о границах кромки льда в Северной Ат-

ланктике, полученные в результате самолетных ледовых разведок (с 1960 г.). Дополнительным источником информации служили спутниковые данные и данные кораблей погоды.

В настоящее время систематические сведения о координатах кромки льда в Гренландском море любезно предоставляет нам старший научный сотрудник ААНИИ Н. С. Уралов.

Существует несколько способов вычисления ледовитости. Необходимо было выбрать наиболее точный и удобный. С этой целью

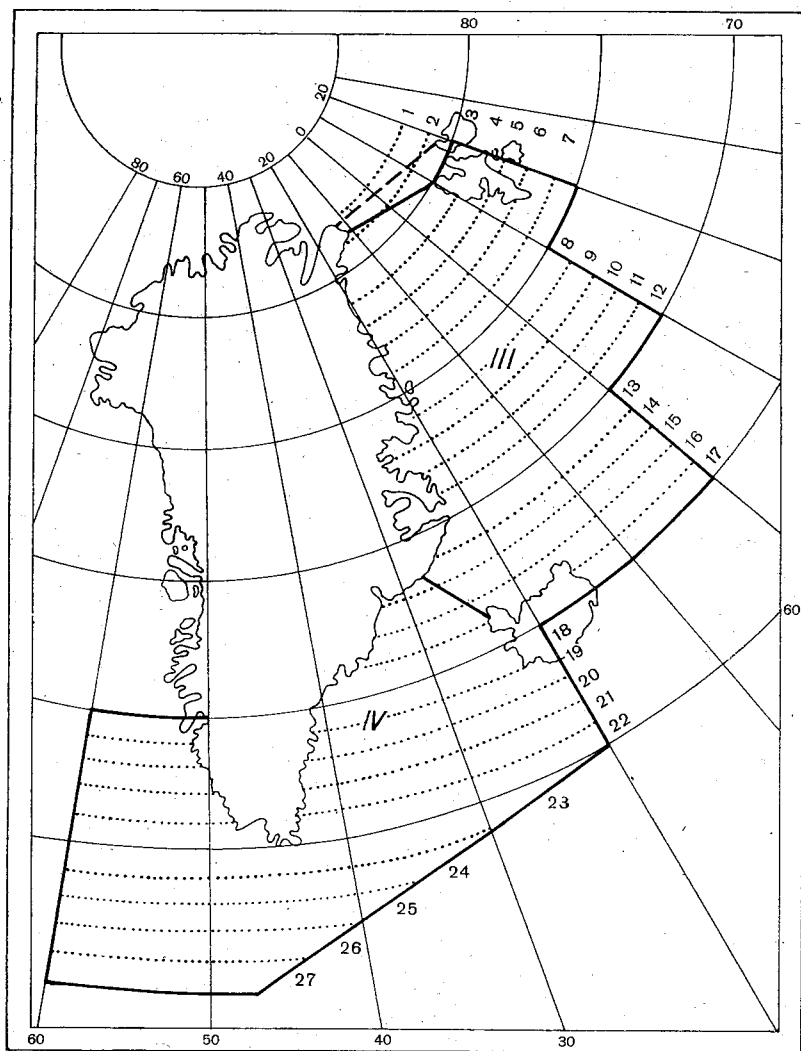


Рис. 1. Районы Гренландского моря, по которым производился расчет ледовитости.

III — Северо-Восточный район, *IV* — Юго-Западный район; 1 — 27 — широтные зоны.

за четырехлетний период (1966—1969) расчет ледовитости проводился двумя методами (табл. 1). Первый метод — суммирование одноградусных широтных зон, занятых льдом, второй — общеизвестный метод планиметрирования.

Для расчета ледовитости первым способом на карту наносятся координаты кромки льда в Гренландском море. Вся площадь III и IV районов делится на одноградусные широтные зоны (17 и 14 зон соответственно). В каждой широтной зоне подсчитывается ко-

Таблица 1

Расчет ледовитости Гренландского моря методом планиметрирования (А) и методом суммирования одноградусных широтных зон (В)

Год	Апрель			Май			Июнь			Июль			Август		
	А	В	$\frac{А-В}{А} \%$	А	В	$\frac{А-В}{А} \%$	А	В	$\frac{А-В}{А} \%$	А	В	$\frac{А-В}{А} \%$	А	В	$\frac{А-В}{А} \%$
Северо-Восточный район															
1966	—	—	—	595	584	1,8	655	665	1,5	629	650	3,4	331	330	0,2
1967	797	768	3,7	857	851	0,7	708	683	3,6	555	596	7,4	537	574	6,9
1968	1049	1040	0,9	1035	1019	1,5	950	937	1,4	863	846	2,0	669	642	4,1
1969	1057	1058	0,0	943	966	2,3	915	912	0,3	537	535	0,4	440	460	4,5
Юго-Западный район															
1966	—	—	—	130	144	10,4	196	202	3,2	138	142	2,5	123	112	8,5
1967	228	232	2,0	168	164	2,4	243	231	5,0	245	236	3,8	89	77	13,5
1968	309	279	9,6	291	290	0,2	287	294	2,6	271	280	3,4	105	110	4,9
1969	239	219	8,5	289	292	0,9	240	244	1,6	225	237	5,2	176	144	18,0

личество одноградусных трапеций, занятых льдом. Поскольку площади одноградусных трапеций каждой широтной зоны (Н. Н. Зубов. «Океанологические таблицы») и количество трапеций, занятых льдом, известны, можно определить площадь, занятую льдом, каждой широтной зоны. Суммируя площади всех (17 и 14) широтных зон, легко получить ледовитость III и IV районов (тыс. км²).

Как следует из табл. 1, разность в расчетах первым способом и методом планиметрирования составляет в среднем 4%. Но метод планиметрирования более трудоемкий. Поэтому начиная с 1970 г. подсчет ледовитости производился только методом суммирования одноградусных широтных зон, занятых льдом.

Несмотря на то что с 1965 г. ряды по ледовитости Гренландского моря дополняются ежегодно текущими данными, все же они остаются относительно короткими (31 год). И если учесть, что ряд лет по осадкам, выпадающим в этих районах, удлиннен до

Таблица 2
Ледовитость (тыс. км³) Северо-Восточного (А), Юго-Западного (Б) и объединенного (В) районов Гренландского моря

Год	Апрель			Май			Июнь			Июль			Август			Средняя за 5 мес.
	А	Б	В	А	Б	В	А	Б	В	А	Б	В	А	Б	В	
1921	—	—	1025	—	—	1124	—	—	1007	—	—	713	—	—	463	866
1922	—	—	1106	—	—	914	—	—	772	—	—	525	—	—	340	731
1923	—	—	1112	—	—	1093	—	—	927	—	—	859	—	—	574	913
1924	—	—	1019	—	—	778	—	—	834	—	—	469	—	—	506	721
1925	—	—	834	—	—	673	—	—	623	—	—	543	—	—	457	626
1926	—	—	889	—	—	679	—	—	772	—	—	772	—	—	587	740
1927	—	—	957	—	—	951	—	—	809	—	—	772	—	—	500	798
1928	—	—	1099	—	—	1034	—	—	982	—	—	636	—	—	513	853
1929	—	—	1031	—	—	896	—	—	667	—	—	630	—	—	636	772
1930	—	—	803	—	—	797	—	—	624	—	—	506	—	—	340	614
1931	—	—	834	—	—	686	—	—	747	—	—	636	—	—	494	679
1932	—	—	1007	—	—	834	—	—	803	—	—	587	—	—	290	704
1933	—	—	760	—	—	766	—	—	624	—	—	618	—	—	272	608
1934	660	473	1133	707	352	1059	667	204	871	667	263	930	707	112	819	962
1935	526	360	886	621	263	884	685	195	880	369	210	579	345	127	472	740
1936	644	269	913	567	189	756	597	225	822	369	119	488	188	26	214	639
1937	691	360	1051	684	299	983	634	278	912	400	195	595	354	106	460	800
1938	660	299	959	878	225	1103	725	225	950	322	278	600	500	165	665	855
1939	507	269	776	450	225	675	572	263	835	370	30	400	306	0	306	598
1946	921	276	1197	954	260	1214	540	140	680	688	62	750	317	21	338	836
1947	827	189	1016	627	151	778	609	140	749	460	55	515	384	36	420	696

1948	896	223	1119	872	229	1101	809	184	993	570	118	688	440	17	457	872
1949	830	269	1099	877	210	1087	834	233	1067	756	234	990	488	129	617	972
1950	845	153	998	829	269	1098	834	223	1057	704	127	831	462	45	507	898
1951	861	271	1132	892	282	1174	823	257	1080	742	193	935	450	21	471	958
1952	874	316	1190	873	333	1206	834	227	1061	591	163	754	584	153	737	990
1953	751	257	1008	767	200	967	817	263	1080	650	172	822	434	21	455	866
1954	1037	192	1229	1027	191	1218	600	172	772	504	98	602	331	11	342	833
1955	904	196	1100	634	201	835	631	178	809	494	159	653	462	19	481	776
1956	764	218	982	727	263	990	579	114	693	450	123	573	217	50	267	701
1957	—	—	646	—	—	636	—	—	463	—	—	575	—	—	542	572
1958	—	—	766	—	—	655	—	—	530	—	—	412	—	—	400	553
1959	—	—	923	—	—	987	—	—	941	—	—	736	—	—	548	827
1960	498	154	652	525	158	683	462	153	615	346	138	484	249	81	330	553
1961	839	114	953	768	85	853	832	108	940	394	116	510	404	101	505	752
1962	652	123	775	708	129	837	850	145	995	498	143	641	446	94	540	758
1963	837	122	959	730	181	910	662	131	793	614	208	822	556	82	638	825
1964	767	132	900	718	178	896	562	145	707	536	96	632	524	37	561	739
1965	1114	267	1381	932	160	1092	775	155	930	742	157	899	540	123	663	993
1966	600	216	816	580	144	724	665	202	867	650	142	792	330	112	442	728
1967	768	232	1000	851	164	1015	683	231	914	596	236	832	574	77	651	882
1968	1040	279	1319	1019	290	1309	937	294	1231	846	280	1126	642	110	752	1147
1969	1058	219	1277	966	292	1258	912	244	1156	535	237	772	460	144	604	1013
1970	980	200	1180	651	204	855	536	200	736	412	161	573	388	62	450	759
1971	851	321	1172	694	293	987	567	193	760	462	265	727	484	84	568	843
1972	755	199	954	670	239	909	540	171	711	362	135	497	321	59	380	690
1973	690	180	870	661	207	868	496	229	725	473	160	633	438	87	525	724

80 лет, то вполне понятно, что встал вопрос о возможности удлинения ряда лет по ледовитости Гренландского моря за счет более ранних лет. С этой целью использована работа Д. Б. Карелина.

В 1941 г. Д. Б. Карелин [4] опубликовал данные о площади льдов в Гренландском море за период 1921—1938 гг. Географические границы района, который рассматривает Д. Б. Карелин, очень близки к географическим границам использованных нами районов. Северная граница района, рассматриваемого Д. Б. Карелиным, на рис. 1 отмечена пунктиром. Как видно, она проходит

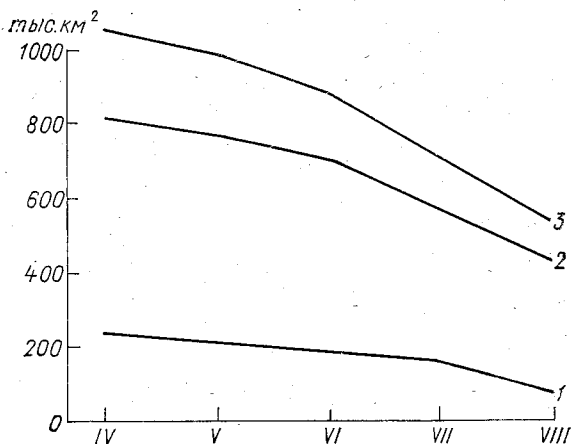


Рис. 2. Нормы ледовитости Гренландского моря, рассчитанные за период 1934—1972 гг.

1 — Юго-Западный район, 2 — Северо-Восточный район
3 — объединенный район.

несколько севернее принятой нами границы. Расхождение в площадях при этом составляет 31 тыс. км². В табл. 2 данные о площади льдов в Гренландском море за период 1921—1934 гг. приведены с поправкой на разницу в площадях.

В 1971 г. вышла работа А. А. Кириллова и М. С. Хромцовой [5], в которой рассчитывается ледовитость только северо-восточной части Гренландского моря, по площади совпадающей примерно с III районом. Используя данные, приведенные в этой работе, а также Датские ледовые ежегодники, удалось восстановить данные об общей ледовитости Гренландского моря за 1957—1959 гг.

Таким образом, ряд данных по общей ледовитости Гренландского моря сформирован за 47 лет, с 1921 по 1973 г., исключая военные годы (1940—1945), когда наблюдений не проводилось.

Все данные о ледовитости объединенного района Гренландского моря за 1921—1973 гг., а также Северо-Восточного и Юго-Западного районов за 1934—1939, 1946—1956 и 1960—1973 гг. с апреля по август, полученные из различных источников, представ-

лены в табл. 2. Здесь же приведены средние за пять месяцев значения ледовитости.

Анализ имеющихся данных показал, что среднее за месяц значение ледовитости уменьшается от апреля к августу (рис. 2). Изменения ледовитости от месяца к месяцу в Северо-Восточном районе больше, чем в Юго-Западном. Амплитуда изменения ледовитости Северо-Восточного района от апреля к августу составляет 10,6% многолетней нормы (1934—1972 гг.), а Юго-Западного 9,6%. Изменение общей ледовитости от месяца к месяцу близко к изменению ледовитости Северо-Восточного района. Это связано с тем, что вклад Северо-Восточного района в общую ледовитость Гренландского моря является определяющим, так как площадь, занятая льдом в Северо-Восточном районе, в среднем в 2 раза больше площади льда в Юго-Западном районе.

Интересно проследить, как меняется ледовитость

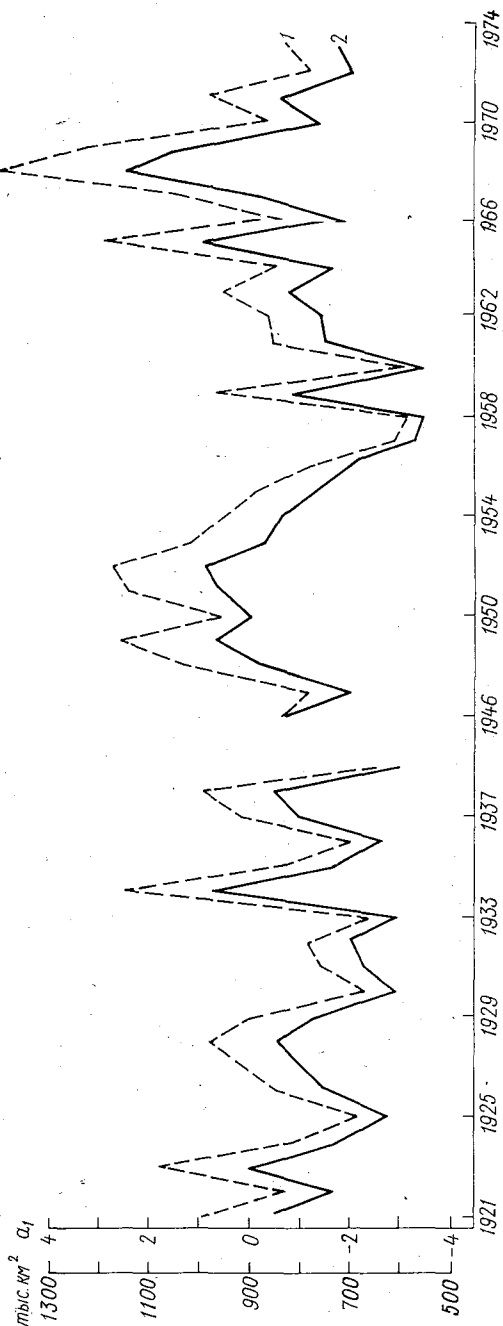


Рис. 3. Многолетний ход первого временного коэффициента разложения a_1 (1) и осредненного за пять летних месяцев значения ледовитости объединенного района Гренландского моря (2).

Гренландского моря от года к году. Это изменение иллюстрирует рис. 3. Период 30-х годов характеризуется пониженным значением ледовитости, что хорошо согласуется с общим уменьшением ледовитости северных морей в этот период. Второй минимум ледовитости наблюдается с 1957 по 1961 г. Максимальное значение ледовитости приходится на начало 20-х годов, на период 1949—1953 гг., а также на период 1966—1969 гг. В последние годы вновь отмечается уменьшение ледовитости Гренландского моря. Максимальное значение ледовитости за весь рассматриваемый период отмечалось в 1968 г. (1147 тыс. км²), минимальное значение — в 1960 г.

Таблица 3

Скорость сходимости рядов членов разложения ледовитости.
Апрель — август

l	Юго-Западный район		Северо-Восточный район		Объединенный район	
	a	s	a	s	a	s
1	56,2	56,2	61,3	61,3	66,6	66,6
2	20,3	76,5	17,1	78,4	15,6	82,2
3	12,6	89,1	10,8	89,2	8,7	90,9
4	5,5	94,6	7,7	96,9	5,8	96,7
5	5,3	99,9	3,1	100,0	3,2	99,9

Примечание. l — номер члена разложения в порядке значимости, a — вклад каждого члена разложения (%) от суммарной дисперсии поля, s — вклад l членов разложения (%) от суммарной дисперсии поля.

(404 тыс. км²). Среднее абсолютное изменение ледовитости Гренландского моря от года к году составляет 17%.

Начиная с 1970 г. в прогнозе физико-статистическим методом стали систематически использоваться в качестве предикторов данные по ледовитости Гренландского моря, а также коэффициенты разложения по е.о.ф. В табл. 3 приведены вклады членов разложения в суммарную дисперсию поля за полный ряд наблюдений, включая последние годы, а именно за 1934—1972 гг. для Северо-Восточного и Юго-Западного районов и за 1921—1972 гг. для объединенного района Гренландского моря.

Из таблицы следует, что первый член разложения содержит 56,2% суммарной дисперсии по Юго-Западному району, 61,3% по Северо-Восточному и 66,6% по объединенному району Гренландского моря. В качестве предикторов для прогноза взяты первые два коэффициента разложения.

Высокая сходимость рядов определяется, с одной стороны, матрицей невысокого (5-го) порядка и, с другой стороны, отражает известную консервативность самой ледовитости.

Рассчитанные коэффициенты разложения ледовитости Гренландского моря характеризуют изменение ледовитости во времени.

На рис. 3 наряду с многолетним ходом средних значений ледовитости приведен многолетний ход первого коэффициента разложения ледовитости Гренландского моря. Первый коэффициент разложения изменяется во времени параллельно изменению средней ледовитости. Следовательно, с достаточной надежностью вместо первого коэффициента разложения можно использовать средние значения ледовитости за пять летних месяцев.

Рассмотрим зависимость между ледовитостью Гренландского моря прошлого и позапрошлого годов и осадками и температурой ЕТС и Северного Казахстана в текущем году.

Ледовитость Гренландского моря была представлена средними значениями за пять летних месяцев, первым коэффициентом разложения по е. о. ф., а также ледовитостью за отдельные месяцы с апреля по август. По температуре использовались данные 34 станций на ЕТС и 21 станции в Северном Казахстане за апрель, май, июнь и июль 1921—1972 г. Поля осадков представлены рядами осредненных по площади значений осадков для 61 административного района ЕТС и Северного Казахстана.

В общей сложности построено и проанализировано 96 карт изокоррелят. Зависимость между указанными гидрометеорологическими характеристиками проанализируем на примере карт коэффициентов корреляции между первым коэффициентом разложения ледовитости Гренландского моря, с одной стороны, и осадками и температурой на ЕТС и в Северном Казахстане в мае — с другой (рис. 4). Отметим, что первый коэффициент разложения ледовитости Гренландского моря характеризует фон ледовитости в каждом году и поэтому наиболее интересен для рассмотрения.

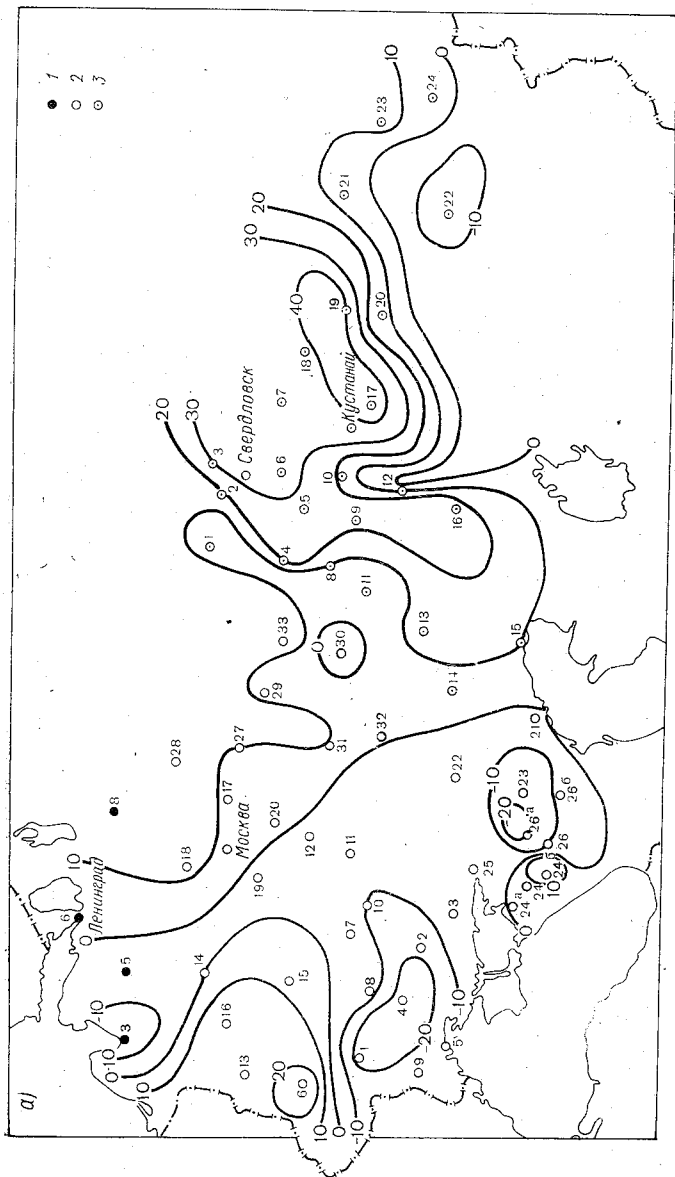
Оценивая в целом зависимость между ледовитостью Гренландского моря и последующим режимом осадков и температуры, можно считать, что она не очень сильная, поскольку только в отдельных районах величины коэффициентов корреляции r превосходят удвоенную ошибку его определения ($\sigma_r = 0,28$, где σ_r — ошибка определения r). Однако распределение коэффициентов корреляции по территории довольно закономерно, что повышает надежность полученных корреляционных зависимостей.

Как следует из рис. 4 а, связь ледовитости Гренландского моря прошлого года с осадками текущего года на рассматриваемой территории неоднозначна.

Наиболее четко зависимость между осадками и ледовитостью Гренландского моря отмечается в районе Северного Казахстана, для которого коэффициент корреляции превышает 0,4.

Необходимо отметить, что полученная четкая корреляция ледовитости Гренландского моря с осадками в Северном Казахстане хорошо согласуется с ранее отмеченной [6] зависимостью между осадками в Северном Казахстане и ледовитостью Баренцева моря.

Область положительных значений корреляции распространяется на весь Северо-Восток ЕТС, но величины коэффициентов корреляции здесь намного меньше. На остальной территории четкой связи между осадками и ледовитостью не обнаружено.



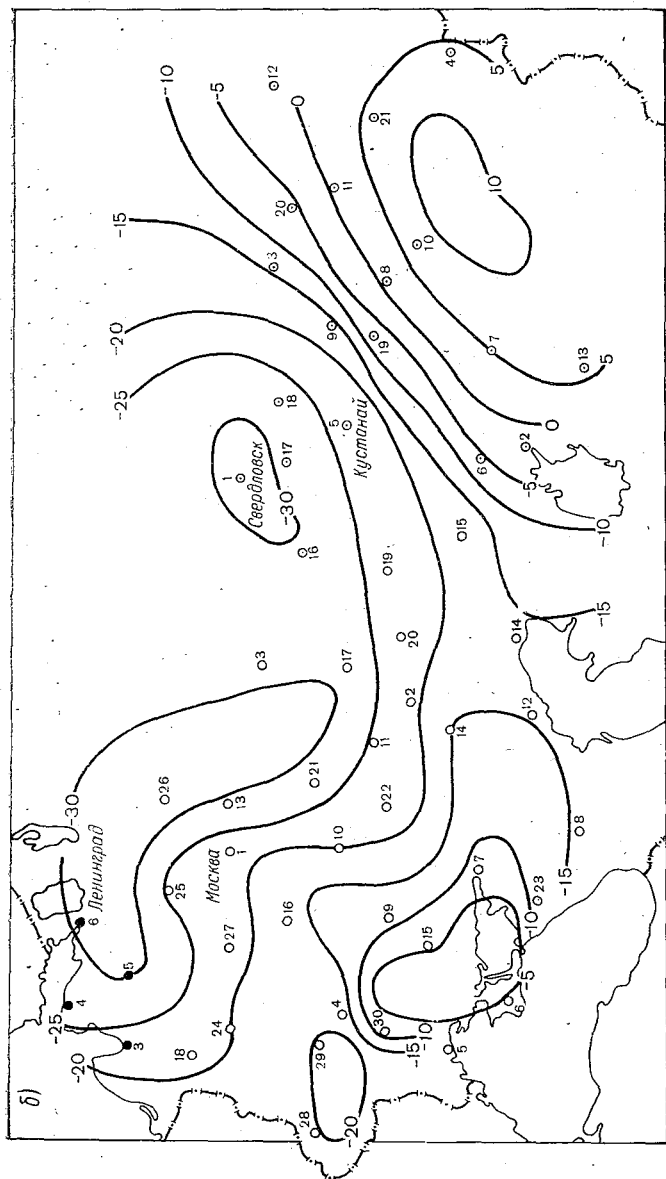


Рис. 4. Коэффициенты корреляции (%) между первым коэффициентом разложения ледовитости обьединенного района Гренландского моря прошлого года и осадками (а), а также температурой воздуха (б) в мае на ЕТС и в Северном Казахстане.

1 — станции Северо-Запада ЕТС, 2—станции ЕТС, 3—станции Северного Казахстана.

Корреляцию ледовитости Гренландского моря прошлого года с температурой текущего года иллюстрирует рис. 4 б. На большей части рассматриваемой территории связь между ледовитостью и температурой обратная. Область наибольших значений коэффициентов корреляции приходится на северные районы ЕТС, Урала и Казахстана и только на юго-востоке Северного Казахстана отмечаются небольшие положительные значения коэффициентов корреляции.

Таким образом, существует зависимость между ледовитостью Гренландского моря и температурой в северных районах ЕТС и Казахстана. Увеличение ледовитости сопровождается понижением температуры и некоторым увеличением осадков в следующем году в северных районах ЕТС. На остальной территории ЕТС и особенно в Северном Казахстане после повышения ледовитости Гренландского моря, как и ледовитости Баренцева моря, отмечается повышение температуры воздуха и уменьшение осадков.

Выводы

1. Получены ряды по ледовитости Гренландского моря за 1921—1972 гг. путем обобщения данных из разных источников.

2. Показано, что ледовитость объединенного района Гренландского моря определяется главным образом ледовитостью Северо-Восточного района.

3. Первый коэффициент разложения ледовитости Гренландского моря изменяется во времени параллельно изменению средней ледовитости за летние пять месяцев. В качестве предиктора можно использовать любой из этих двух показателей.

4. Зависимость между ледовитостью Гренландского моря и последующими полями температуры и осадков на ЕТС и в Северном Казахстане не очень велика, однако достаточно закономерна. Увеличение ледовитости Гренландского моря сопровождается понижением температуры и увеличением осадков на севере ЕТС. На остальной территории ЕТС и особенно в Северном Казахстане после повышения ледовитости Гренландского моря отмечается повышение температуры воздуха и уменьшение осадков.

5. Зависимость полей осадков и температуры от состояния ледового режима Гренландского моря аналогична зависимости этих полей от ледового режима в Баренцевом море [6]. Однако синхронные коэффициенты корреляции между ледовитостью Гренландского моря и ледовитостью Баренцева моря не превышают 0,35, т. е. использование данных по ледовитости Гренландского моря не приводит к дублированию информации. При составлении долгосрочных прогнозов наряду с ледовитостью по другим секторам Арктики целесообразно использовать в качестве предикторов данные по ледовитости Гренландского моря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Визе В. Ю. Значение режима льдов весной в Гренландском море и Восточно-Исландского течения для температуры воздуха в последующую зиму в Европе.—«Изв. Российского гидрологического ин-та», 1925, № 14, с. 52—59.
2. Визе В. Ю. Льды в полярных морях и общая циркуляция атмосферы.—«Геофизика и метеорология», 1924, с. 78—85.
3. Доронин Ю. П. Взаимодействие атмосферы и океана.—«Тр. ААНИИ», 1970, т. 296, с. 22—31.
4. Карелин Д. Б. Ледовитость Гренландского моря.—«Проблемы Арктики», 1941, № 3, с. 14—18.
5. Кириллов А. А., Хромцова М. С. О многолетней изменчивости ледовитости Гренландского моря и методике ее прогноза.—«Тр. ААНИИ», 1970, т. 303, с. 46—54.
6. Мещерская А. В., Арраго Л. Р. Разложение годового хода ледовитости северных морей по естественным ортогональным функциям.—«Метеорология и гидрология», 1968, № 10, с. 56—64.
7. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1968. 28 с.
8. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 16—28.

Н. А. БОЛДЫРЕВА, А. В. МЕЩЕРСКАЯ, Н. Д. ШАПАЕВА

ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ТЕМПЕРАТУРЫ ДЛЯ РАЙОНОВ СЕВЕРО-ЗАПАДА ЕТС НА ВЕСЕННЕ-ЛЕТНИЙ ПЕРИОД

С 1969 г. по методике, разработанной в ОДМ ГГО под руководством М. И. Юдина, составляется оперативный долгосрочный прогноз осадков для Северо-Запада ЕТС. Результаты прогнозов осадков, составленных физико-статистическим методом за пять лет (1966—1970 гг.), приведены в работе [3].

Представлялось целесообразным прогноз осадков дополнить прогнозом температуры воздуха по той же территории. Первый оперативный физико-статистический прогноз температуры воздуха на май, июнь, июль был составлен в 1971 г. Сеть станций, для которых рассчитывался прогноз температуры воздуха, приведена на рис. 1.

Принципиальные и методические основы физико-статистического метода достаточно подробно освещены в литературе [9, 10, 11, 13]. Одна из особенностей этого метода состоит в том, что в качестве предиктантов используются не сами значения метеорологического элемента в отдельных пунктах или районах, а коэффициенты разложения по естественным ортогональным функциям (е.о.ф.). В работе [6] было показано, что прогноз коэффициентов разложения требует на порядок меньше вычислений, чем прогноз в отдельных пунктах при тех же или даже лучших результатах прогноза.

Согласно принятой методике прогноза, поля средней месячной температуры для территории Северо-Запада были разложены по е.о.ф. с помощью программы, составленной И. И. Поляком [8]. Разложение сделано на основе корреляционной матрицы:

Для прогноза необходимо было определить число прогнозируемых коэффициентов разложения. С этой целью, как обычно, строились поля естественных составляющих (рис. 2) и рассчитывались вклады каждого члена разложения в суммарную дисперсию поля.

Поле первой е.о.ф. однородное по всей территории, с одним

максимумом в центре района (рис. 2 а). Поле второй е.о.ф. двух-
 центровое (рис. 2 б). Область одного знака расположена на запа-
 де, в районе Калининграда, область противоположного знака —
 на востоке, в районе Ярославля. Поле третьей е.о.ф. также состоит
 из двух центров, один из которых расположен на севере, другой —
 на юге территории (рис. 2 в). Поля четвертой (рис. 2 г) и пятой
 е.о.ф. разбиваются на 4 и 5 областей, т. е. они безусловно мелко-
 масштабны. Анализ полей е.о.ф. показал, что три первые е.о.ф.
 отражают процессы крупномасштабные и их следует учитывать
 при составлении прогноза.

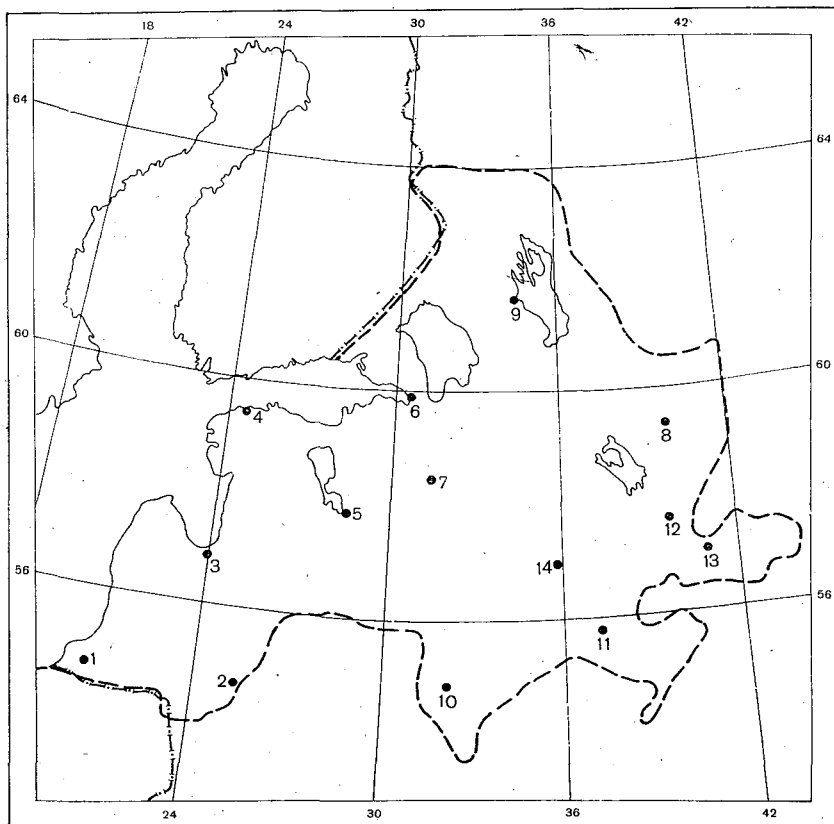


Рис. 1. Сеть станций, для которых рассчитывался прогноз температуры
 воздуха.

Пунктиром обозначены границы рассматриваемой территории.

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1. Калининград | 8. Вологда |
| 2. Вильнюс | 9. Петрозаводск |
| 3. Рига | 10. Смоленск |
| 4. Таллин | 11. Москва |
| 5. Псков | 12. Данилов |
| 6. Ленинград | 13. Иваново |
| 7. Новгород | 14. Вышний Волочек |

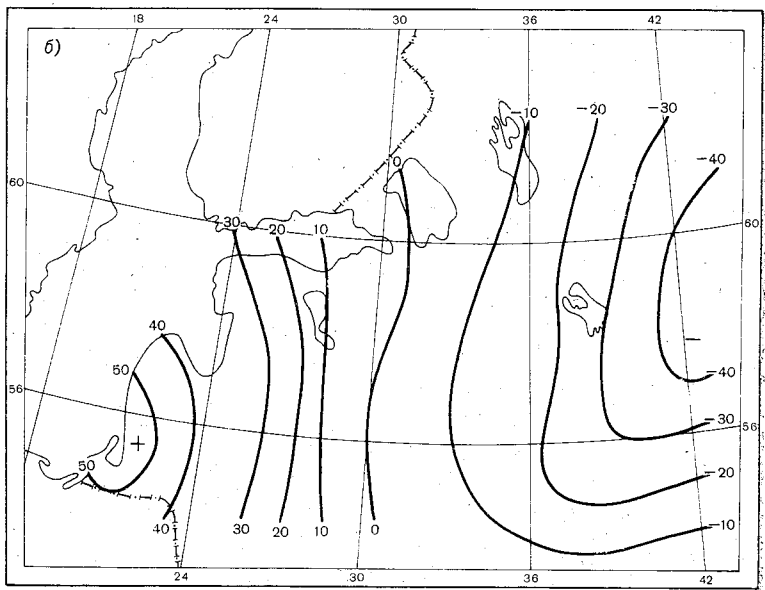
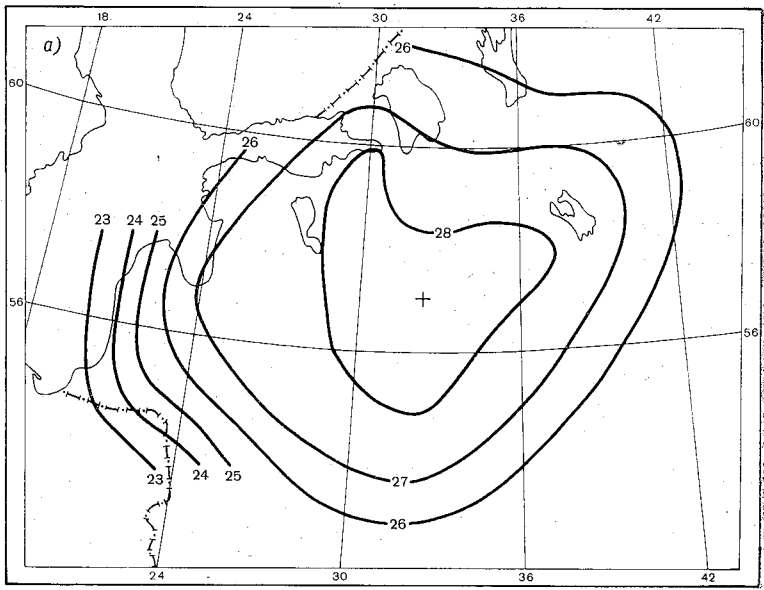
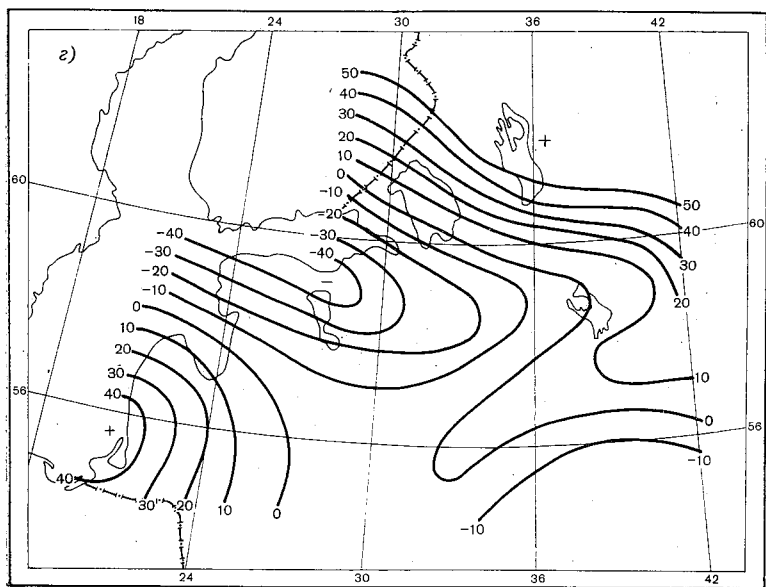
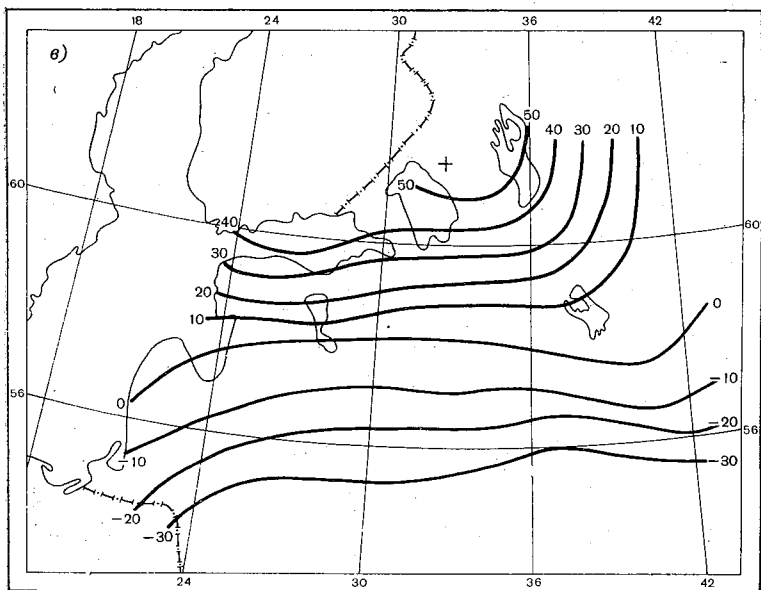


Рис. 2. Поля первой (а), второй (б), третьей (в) и четвертой (г) туры для Северо-Запада ЕТС за май и
 На рис. 2 а изолинии проведены через каждую.



естественных ортогональных функций средней месячной температуры. (Значения е. о. ф. увеличены на 10^2 .)
единицу ввиду малой изменчивости поля.

Представим вклады членов разложения в суммарную дисперсию поля:

i	1	2	3	4
$\frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i} \%$	84	9	3	1

(i — номер члена разложения, λ_i — собственное число i -того члена разложения).

Из этих данных по своему вкладу выделяется первая е.о.ф., которая содержит 84% информации о поле. Вклады второй и третьей е.о.ф. составляют соответственно 9 и 3%. Судя по вкладам, по-видимому, достаточно прогнозировать один коэффициент разложения. Однако анализ полей е.о.ф. показал, что наиболее крупномасштабными являются три коэффициента разложения. Учет трех коэффициентов разложения позволяет описывать 96% дисперсии поля.

В качестве предикторов в прогнозе использована обширная исходная информация, собранная и обработанная сотрудниками ГГО. Их подробная характеристика дана в двух статьях [7, 14].

Один из основных этапов составления физико-статистических прогнозов заключается в расчете корреляционных зависимостей между предиктантами (в данном случае коэффициентами разложения средней месячной температуры Северо-Запада ЕТС) и всеми предикторами.

Прогноз строится на использовании прежде всего тесных корреляционных связей, для которых $\frac{Z}{\sigma_Z} > 2,5$ (Z — преобразование Фишера, σ_Z — ошибка Z). Однако результат последних проработок [16] показал, что для прогноза целесообразно привлекать и более слабые связи. Поэтому дополнительно отбирались предикторы, у которых значение $\frac{Z}{\sigma_Z}$ находилось в пределах 2,2—2,5.

После отбора корреляционных связей проводится их тщательный анализ, который определяет возможность использования данной корреляционной связи в текущем году [9, 10]. При этом некоторая часть отобранных связей отсеивается. Для каждой значимой связи строится график корреляционной зависимости между предиктором и предиктантом.

Если в предыдущие годы основное внимание при выборе прогностических предикторов, т. е. таких предикторов, которые входят в уравнение регрессии, уделялось анализу графиков, то при составлении прогноза на май — июль 1971 и 1972 гг., кроме анализа этих графиков, при выборе прогностических связей большое место отводилось балловой оценке предикторов. Балловая оценка предикторов составлялась исходя из вероятности неслучайного появления связей данного предиктора, физичности предиктора и его крупномасштабности [16].

Дальнейшая процедура составления прогноза разветвляется. С одной стороны, отобранные корреляционные связи после ортогонализации используются для расчета прогностических значений по уравнениям регрессии. С другой стороны, группа отобранных предикторов служит базой для прогноза по аналогам.

Расчет прогностических значений по уравнениям регрессии проводился на базе ортогонализированных предикторов. Необходимость ортогонализации предикторов связана с тем, что в прогнозе используются самые различные гидрометеорологические элементы, нередко дублирующие друг друга. Для ортогонализации надо установить место каждого предиктора в уравнении регрессии. С этой целью проще всего было бы использовать метод просеивания. Суть его состоит в последовательном выборе предикторов, вносящих наибольший вклад в величину сводного коэффициента корреляции R . При этом одновременно с выбором порядка предикторов в уравнении регрессии производится их ортогонализация.

Однако использование этого метода в классическом варианте нежелательно. Дело в том, что в физико-статистическом методе предикторы имеют разную длину рядов. Предикторы, характеризующие поля давления и температуры, являются длиннорядными. Предикторы, характеризующие AT_{500} , ледовитость Гренландского моря, положение границы снежного покрова, интенсивность зональной циркуляции, имеют довольно короткие ряды, в основном за послевоенный период. Применяя классический метод просеивания, пришлось бы обрезать все длинные ряды, уравнив их с самыми короткими. При этом часть информации неизбежно терялась бы. Поэтому для составления уравнения регрессии используется метод просеивания с видоизменениями, предложенными еще в 1965 г. М. И. Юдиным [9, 13]. Он заключается в следующем. Порядок предикторов в уравнении регрессии определяется, во-первых, длиной рядов и, во-вторых, величиной коэффициентов корреляции между предикторами и предиктантами. При этом сначала отбираются все предикторы с длинными рядами и располагаются в таком порядке, чтобы предикторы с большими коэффициентами корреляции предшествовали предикторам, имеющим меньшие коэффициенты корреляции с предиктантом. Затем отбираются предикторы с более короткими рядами и также расставляются по величине коэффициентов корреляции с предиктантом.

Согласно указанным принципам, устанавливается место каждого предиктора в уравнении регрессии, а сами предикторы ортогонализуются с помощью приема последовательной ортогонализации, разработанного в 1931 г. В. И. Романовским. Ортогональные переменные, которые при этом получаются, Н. А. Багров [1] предложил называть переменными В. И. Романовского.

В физико-статистическом методе применено сочетание последовательной ортогонализации предикторов с отсеиванием тех ортогонализированных предикторов, коэффициент корреляции которых с предиктантом оказывается ниже уровня значимости. Такой

способ отбора предикторов можно рассматривать как некоторый вариант метода просеивания. После ортогонализации уменьшаются коэффициенты корреляции между предиктантом и всеми предикторами (кроме первого, который не ортогонализируется) и коэффициенты регрессии a' , изменяются значения предиктора X' . В результате этого меняется вклад каждого ортогонализованного предиктора в уравнении регрессии, определяемый как произведение $a'(X' - X)$ (табл. 1), где X — среднее значение предиктора. Величина изменения вкладов зависит от порядка предикторов в уравнении регрессии.

Таблица 1

Значения первого коэффициента разложения средней месячной температуры за годы-аналоги для прогноза на май—июль 1971—1972 гг.

Годы-аналоги на 1971 г.	Май	Июнь	Июль	Годы-аналоги на 1972 г.	Май	Июнь	Июль
1970	0,134	0,956	0,350	1971	1,02	-1,11	-1,18
1967	3,894	-1,236	-0,992	1966	2,72	2,08	0,86
1965	-6,365	-0,328	-4,439	1965	-6,36	-0,33	-4,44
1961	-0,496	4,666	-0,539	Среднее значение	-0,87	0,21	-1,59
Среднее значение	-0,71	1,01	-1,40				
По уравнению регрессии	-1,97	-0,89	-5,1	По уравнению регрессии	1,10	-1,38	-1,43

В табл. 1 приведены прогностические значения первых коэффициентов разложения средней месячной температуры на Северо-Западе ЕТС, полученные в результате решения уравнений регрессии на базе ортогонализованных предикторов.

Как отмечалось выше, в физико-статистических методах наряду с прогнозом по уравнениям регрессии составляется прогноз по аналогам. Прогноз по аналогам не является полностью самостоятельным, поскольку годы-аналоги рассчитываются только по материалам значимых предикторов. Методика прогноза по годам-аналогам и годам-антиподам, предложенная М. И. Юдиным, рассмотрена в статье [15].

В табл. 1 приведены годы-аналоги, использованные при составлении прогноза на май—июль 1971—1972 гг. Здесь же даны значения первого коэффициента разложения температуры за эти годы и средние значения коэффициентов разложения температуры за годы-аналоги.

Метод аналогов, привлеченный к физико-статистическому прогнозу, является вспомогательным методом и используется как дополнение к основным этапам прогноза. Когда прогностические указания по уравнению регрессии и по аналогам не противоречат друг другу, используется значение коэффициента разложения, по-

лученное по уравнению регрессии. Так, например, прогностическое значение первого коэффициента разложения температуры для Северо-Запада ЕТС на май 1971 г. оказалось равным по уравнению регрессии $-1,97$, что подтверждается знаком среднего значения коэффициента разложения ($-0,7$), рассчитанного по аналогам. В противном случае предпочтение отдается тому методу, где прогностические указания более обеспечены.

Значения температуры воздуха на отдельных станциях Северо-Запада ЕТС получаются в результате восстановления поля по данным трех коэффициентов разложения.

Анализ оправдываемости прогнозов температуры воздуха чаще всего проводится по показателю

$$\rho = \frac{n_+ - n_-}{N},$$

где n_+ — число станций, в которых прогноз знака оправдался; n_- — число станций, в которых прогноз знака не оправдался; N — общее число станций.

Оценки по ρ имеют ряд недостатков. Один из них состоит в том, что значения температуры воздуха делятся только на два класса, класс нормы отсутствует. Это приводит к довольно абсурдным результатам. Так, например, если прогностическое значение аномалии температуры равно $-0,1$, а фактическое значение аномалии температуры равно $+0,1$, прогноз считается не оправдавшимся. Поэтому в Гидрометцентре СССР оценка успешности прогнозов температуры производится по новой методике, которая заключается в том, что прогностические и фактические аномалии температуры делятся на шесть классов в зависимости от величины аномалии и среднего квадратического отклонения температуры на данной станции. Назовем эту оценку прогнозов оценкой по S .

Средняя оправдываемость прогнозов температуры для Северо-Запада ЕТС на 1971—1972 гг. по показателю S составила 64%, что ниже средней оправдываемости прогнозов температуры по югу ЕТС (68%) и Казахстану (71%) за те же месяцы и годы. Возможно, это объясняется тем, что Северо-Запад ЕТС охватывает сравнительно небольшую территорию.

В дальнейшем целесообразно территорию Северо-Запада присоединить к южным районам ЕТС и составлять единый прогноз температуры воздуха по объединенной территории.

Для повышения надежности прогнозов желательно также удлинить ряды данных по температуре и всем возможным предикторам за счет старых лет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров Н. А. Преобразование и отбор предсказателей в корреляционном анализе.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 64, с. 3—23.
2. Борисенков Е. П. Физико-статистические методы анализа и предвычисления метеорологических полей. Л., «Морской транспорт», 1963, с. 19—24.

3. Болдырева Н. А., Мещерская А. В., Шапаева Н. Д. Физико-статистический долгосрочный прогноз осадков для районов Северо-Запада на весенне-летний период.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 146—156.

4. Груза Г. В. Основные вопросы корреляционного прогноза погоды.—«Тр. САНИГМИ», 1968, вып. 38(53), с. 78—104.

5. Добрышман Е. М., Тагаймурадов Ю. Г. Использование метода просивания для анализа и прогноза поля геопотенциала над Средней Азией при холодных вторжениях.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1969, вып. 39, с. 84—111.

6. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Долгосрочный прогноз осадков для отдельных административных районов и некоторые вопросы интерпретации прогностических связей.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 116—130.

7. Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе.—См. настоящий сб., с. 115—122.

8. Поляк И. И., Мещерская А. В., Яковлева Н. И. Вычисление главных компонент систем случайных векторов.—«Тр. ГГО», 1971, вып. 289, с. 11—19.

9. Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеоздат, 1972, 365 с.

10. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеоздат, 1968, 28 с.

11. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.—В кн.: Тр. V Всесоюз. метеорол. съезда. Л., Гидрометеоздат, 1972, с. 83—94.

12. Юдин М. И., Мещерская А. В. Некоторые оценки естественных составляющих как предикторов и предиктантов.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 3—15.

13. Юдин М. И. Физико-статистические методы прогнозов погоды и возможности их внедрения.—«Метеорология и гидрология», 1967, № 11, с. 39—49.

14. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 45—63.

15. Блажевич В. Г., Мещерская А. В. Об использовании принципа аналогичности в физико-статистическом методе прогноза погоды.—См. настоящий сб., с. 81—92.

16. Юдин М. И., Блажевич В. Г., Репинская Р. П. Некоторые вопросы отбора значимых предикторов.—«Тр. ГГО», 1972, вып. 273, с. 16—28.

А. В. МЕЩЕРСКАЯ, К. В. ЛЕДНЕВА, В. Г. БЛАЖЕВИЧ

ХАРАКТЕРИСТИКА ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ, ИСПОЛЪЗУЕМОЙ В ФИЗИКО-СТАТИСТИЧЕСКОМ ПРОГНОЗЕ

Как уже неоднократно отмечалось, физико-статистический метод характеризуется использованием очень большого объема исходной информации. Для составления прогноза используется более 4000 многолетних рядов наблюдений. Подробная характеристика этой информации по состоянию на 1968 г. дана в статье [14] и в Руководстве по месячным прогнозам погоды [11]. В последующие годы архив предикторов был значительно изменен и дополнен. Некоторые сведения об информативности новых предикторов наряду с использованными ранее можно найти в работе [15].

В данной статье содержится сводка новых предикторов, введенных в 1969—1972 гг. (табл. 1), и дана их краткая характеристика.

Температура поверхности воды Северной Атлантики. Исходным материалом служит средняя месячная температура поверхности воды по данным девяти кораблей погоды за период 1948—1967 гг., собранным и систематизированным А. Н. Крындиным [4]. Текущая информация (1968—1973 гг.) поступает из Гидрометцентра. В качестве предикторов используются коэффициенты разложения полей средней месячной температуры поверхности воды за теплый (май—октябрь) и холодный (ноябрь—апрель) периоды, полученные по данным всех кораблей, а также многолетние ряды наблюдений за температурой воды на корабле D. Необходимость включения последних в состав предикторов определяется тем обстоятельством, что термические условия в южной части Атлантики, т. е. в районе расположения кораблей D и E отличаются значительным своеобразием по сравнению с северной ее частью (районы кораблей A, I, J, C и K). Это следует уже из анализа полей разложения температуры поверхности воды по е.о.ф. (рис. 1). К аналогичному выводу можно прийти при сопоставлении временного хода температуры поверхности воды в октябре в течение 1951—1972 гг. по данным кораблей D и I (рис. 2).

Таблица 1

Элемент	Период осреднения	Территория	Годы	Число лет	Число точек поля	Месяц	Вклады (%) членов разложения			
							1-го	2-го	3-го	4-го
Давление	Среднее за месяц	Европейский сектор	1920—21; 1928; 1932—38; 1946—72	37	26	X—III IV—IX	20,0	17,0	14,5	11,5
							16,5	14,5	11,5	9,2
Геопотенциал АТ ₅₀₀	Средний за месяц	Американский сектор	1951—72	22	25	IV V VI	16,9	13,9	11,0	9,1
							19,0	14,0	10,0	7,8
							17,8	12,9	10,6	8,2
Осадки	Сумма за месяц	ЕТС	1928; 1932—38; 1946—72	35	30	XI—XII I—III	34,8	18,7	8,2	—
							36,5	11,8	8,7	—
Осадки	То же	Казахстан	1928; 1932—38; 1946—72	35	21	Σ(XI—II) Σ(XI—III) XI—XII I—III	51,2	14,6	5,6	—
							50,2	13,6	6,6	—
							32,7	13,8	8,6	—
							36,2	12,5	9,1	—
Осадки	То же	Казахстан	1928; 1932—38; 1946—72	35	21	Σ(XI—II) Σ(XI—III)	40,8	13,1	8,7	—
							37,1	12,5	8,6	—

Осадки	"	Северо-Запад ЕТС	1920—21; 1928; 1932—38; 1946— 72	37	14	XI—XII I—III Σ(XI—II) Σ(XI—III)	58,6 56,6 53,3 54,6	11,3 11,6 17,1 16,8	7,6 6,7 7,5 7,8	5,3 6,2 5,2 5,1
Температура поверх- ности воды	Средняя за месяц	Северная Ат- лантика	1951—72	22	9	XI—IV V—X	28,2 24,9	22,2 21,3	14,1 13,8	— —
Ледовитость	Середина месяца	Гренландское море, севе- ро-восток	1934—39; 1946— 56; 1960—72	30	5	IV—VIII	68,0	16,0	8,4	4,6
Ледовитость	То же	Гренландское море, юго- запад	1934—39; 1946— 56; 1960—72	30	5	IV—VIII	62,0	15,2	12,7	5,9
Аномалии температу- ры	Средние за месяц	Северное по- лушарие	1920—21; 1928; 1932—38; 1946— 72	37	33	X—IV V—IX	18,0 17,0	14,0 9,0	12,0 8,0	10,0 6,0
Индекс геомагнитной возмущенности	Средний за месяц	Вся Земля	1899; 1920—21; 1928; 1932—38; 1946—72	38	—	I—XII	Разложение по е. ф. не проводилось			
Индекс зональной циркуляции	То же	Американский сектор	1899; 1920—21; 1928; 1932—38; 1946—72	38	—	I—XII	То же			

1 Средние значения рассчитаны по 10 полям за данный месяц.

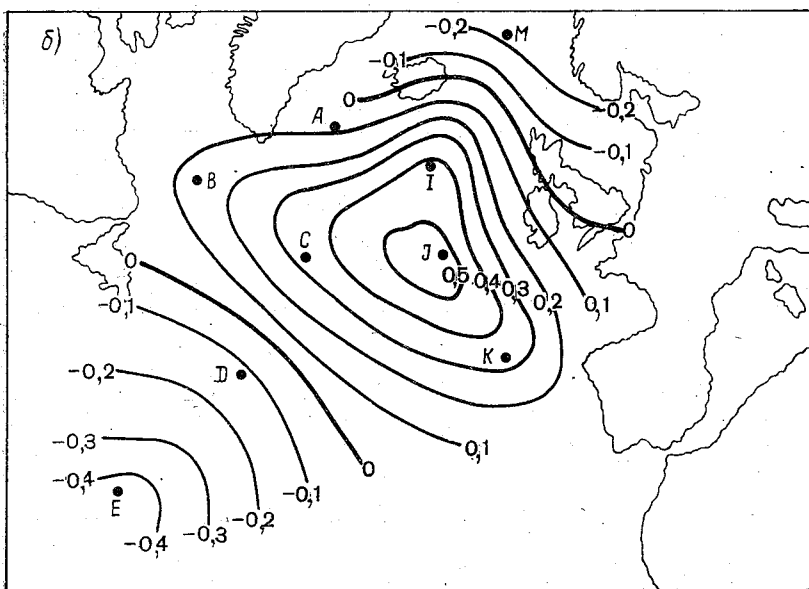
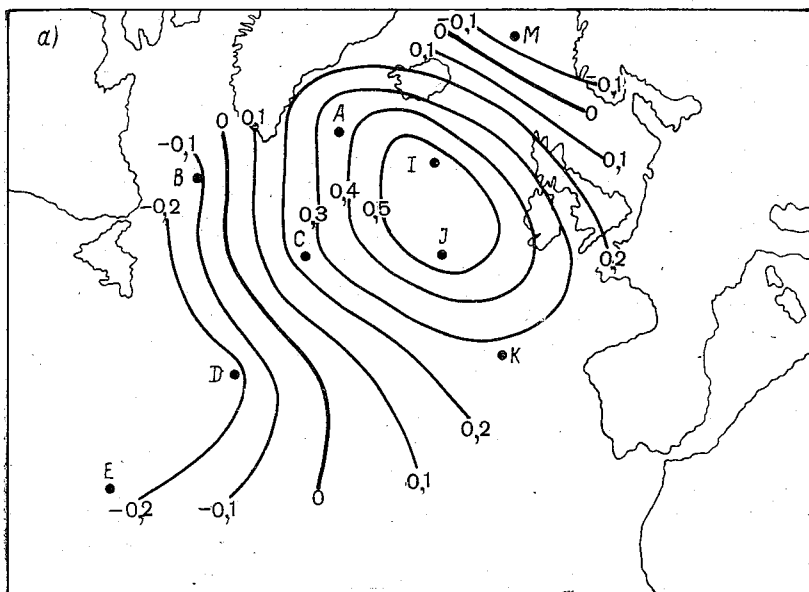


Рис. 1. Поля первых естественных ортогональных функций температуры поверхности воды по данным девяти кораблей погоды в Северной Атлантике.

a — поле X_1 за теплый период года, *б* — поле X_1 за холодный период года.

Изменения температуры в северной и южной частях Атлантики находятся в противофазе: повышение температуры в северной части Атлантики сопровождается ее понижением в южной и наоборот.

Расчет числа значимых корреляционных связей показал, что информативность температуры в Северной Атлантике как предиктора невелика [14]. Однако в Гидрометцентре океаническая информация с успехом используется в долгосрочных прогнозах погоды [2, 5, 10, 12]. Очевидно, необходимы дальнейшие работы в этом направлении.

Среднее месячное давление в Атлантико-Европейском секторе за ряд месяцев (февраль, июнь — декабрь) использовалось в прогнозе и ранее [14]. В 1969 г. ряды данных (26 станций) были

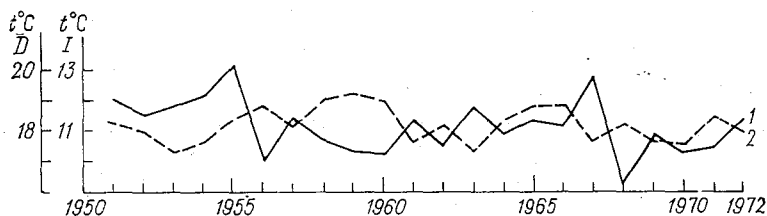


Рис. 2. Временной ход температуры поверхности воды по данным кораблей D (1) и I (2) в октябре в течение 1951—1972 гг.

удлинены до 36 лет. Полностью собран материал за недостающие месяцы. Предикторами служили коэффициенты разложения по е.о.ф. полей давления за все 12 месяцев года.

Геопотенциал AT_{500} над Американским сектором северного полушария. Архив данных дополнен за апрель, май и июнь. Данные за январь — март 1951—1968 гг. были собраны раньше. Каждый месяц характеризуется десятью полями геопотенциала за 03 ч, снятыми с интервалом 2—3 дня. Поскольку с марта по июнь сильно выражен годовой ход геопотенциала, разложение полей геопотенциала по е.о.ф. проводилось после исключения годового хода. Необходимость исключения годового хода показана на примере средней суточной температуры в работе [7].

Средние за месяц индексы магнитной возмущенности K_p были включены в архив предикторов еще в первые годы составления прогноза физико-статистическим методом. Вследствие слабой прогностической информативности индекс K_p в течение ряда лет не использовался, но в 1969 г. был введен вновь, отчасти под влиянием работ Т. В. Покровской по прогнозу засух [9]. Индексы K_p удобны в прогнозе, так как являются длиннорядными и не требуют дополнительной обработки.

Значения индекса K_p за старые годы были выписаны из каталога [8]. Текущая информация любезно предоставляется А. И. Олем.

Индексы зональной циркуляции над Американским сектором включены в состав предикторов в 1969 г. За показатель интенсивности зональной циркуляции приняты индексы, предложенные А. Л. Кацем [3].

Исходный материал за период 1949—1968 гг. предоставлен Е. В. Воробьевой. Текущие значения определяются по ежедневным картам АТ₅₀₀. В прогнозе используются среднемесячные значения индексов, которые получаются путем осреднения ежедневных значений.

Показатели интенсивности зональной циркуляции находят применение во многих работах. В частности, на базе индексов зональной циркуляции составляются долгосрочные прогнозы Е. В. Воробьевой [1].

Осадки. До 1971 г. в качестве предикторов использовались декадные суммы осадков. Однако расчет информативности предикторов [15] показал, что целесообразно использовать не декадные, а месячные суммы осадков, так как с увеличением периода осреднения информативность предикторов увеличивается.

Предикторами служат коэффициенты разложения сумм осадков по месяцам (ноябрь, декабрь, январь, февраль, март) и коэффициенты разложения сумм осадков за весь зимний сезон (ноябрь — февраль, ноябрь — март) для ЕТС, Казахстана и территории Северо-Запада ЕТС. Разложение полей осадков проводится на основе ковариационной матрицы с предварительным делением аномалий осадков на норму.

Ледовитость Гренландского моря включена в состав предикторов в 1971 г. Подробный анализ ледовитости Гренландского моря содержится в статье [13].

Основной материал по *аномалиям средней месячной температуры* над северным полушарием был ранее подготовлен и обработан с помощью е.о.ф. [6]. В последние годы этот материал был дополнен текущей информацией и введен в физико-статистический прогноз как группа крупномасштабных и длиннорядных предикторов.

Прогностическая ценность этих предикторов повышается в связи с тем, что первые коэффициенты разложения средней месячной температуры в какой-то мере являются аналогами индексов зональности, характеризующих интенсивность зонального переноса. Коэффициенты корреляции между индексами зональности (по Кацу) и коэффициентами разложения средней месячной температуры в некоторых случаях достигают 0,7—0,8 [6].

В табл. 1 для каждой группы предикторов, рассмотренной выше, приведены сведения об объеме использованного материала с указанием конкретных лет, о периоде осреднения, территории и числе точек поля, в которых снимались исходные данные. Указаны также вклады отдельных членов разложения в суммарную дисперсию для полей предикторов, представленных с помощью е.о.ф.

Несмотря на очень большой объем исходных данных, исполь-

зуемых в физико-статистическом прогнозе, необходимо дальнейшее его расширение. Особенно плохо до последнего времени обстояло дело с информацией о деятельном слое почвы. Однако материалы наблюдений последних двух десятилетий позволяют перейти к обобщению и осреднению по площади таких характеристик, как влажность почвы, содержание воды в снеге, температура почвы на разных глубинах. Предполагается, что уже в 1975 г. эти данные будут использованы в качестве предикторов. Характеристики деятельного слоя почвы будут особенно важны для предполагаемых прогнозов урожайности сельскохозяйственных культур.

Еще один существенный недостаток архива исходных данных связан с относительно короткими рядами предикторов и предиктантов. Как следует из работы [14] и табл. 1, ряды исходных данных имеют длину от 25 до 38 лет (1973 г.) с пропусками в военные годы.

К сожалению, переход к длиннорядным предикторам возможен далеко не для всех гидрометеорологических показателей. Ряды исходных данных по геопотенциалу AT_{500} , температуре поверхности воды в Атлантическом океане, границе снежного покрова и другим характеристикам ограничены из-за отсутствия наблюдений за более ранние годы. Однако по целому ряду других предикторов удлинение рядов вполне возможно (наземное давление, температура, осадки). В этом направлении сейчас проводятся работы.

Увеличиваются также ряды данных по предиктантам: осадкам на ЕТС и в Северном Казахстане и температуре (с 1891 г. по текущий год).

С точки зрения применения статистических методов, переход к длинным рядам очень важен. Во-первых, это повысит надежность получаемых корреляционных зависимостей. Во-вторых, ряды в 70—80 лет и без пропусков позволят в широких масштабах использовать такие статистические методы, как дискриминантный анализ и учет многолетнего тренда на основе цикличности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воробьева Е. В. Сопряженность атмосферных процессов в северном полушарии. Л., Гидрометеиздат, 1962. 116 с.
2. Дуйцева М. А., Педь Д. А. О многопараметрической схеме прогноза аномалии средней месячной температуры воздуха.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 64, с. 49—68.
3. Кац А. Л. Об изучении и оценке общей циркуляции атмосферы.—«Метеорология и гидрология», 1954, № 6, с. 13—18.
4. Крындин А. Н. Средние месячные температуры воды, воздуха и разности температур вода—воздух в Северной Атлантике (1948—1967 гг.). М., изд. ГМЦ, 1968. 75 с.
5. Крындин А. Н. Крупномасштабный тепло- и влагообмен между океаном и атмосферой и долгосрочные прогнозы погоды.—«Тр. Гидрометцентра СССР», 1970, вып. 64, с. 91—102.

6. Мещерская А. В., Ключвин Л. Н. О разложении полей аномалий средней месячной температуры по естественным ортогональным функциям.—«Тр. ГГО», 1968, вып. 201, с. 14—51.

7. Мещерская А. В., Блажевич В. Г., Леднева К. В. Разложение полей средней суточной температуры по естественным ортогональным функциям с учетом годового хода температуры.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 106—119.

8. Оль А. И. Возмущенность магнитного поля Земли и ее изменение в 11-летнем цикле.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 245, с. 35—48.

9. Покровская Т. В. Синоптико-климатологические и гелиогеофизические долгосрочные прогнозы погоды. Л., Гидрометеиздат, 1969. 254 с.

10. Пагава С. Т. и др. Основы синоптического метода сезонных прогнозов погоды. Л., Гидрометеиздат, 1966. 361 с.

11. Руководство по месячным прогнозам погоды. Гл. 4, § 3. Л., Гидрометеиздат, 1972, 365 с.

12. Семенов В. Г. К оценке влияния температуры океана и атмосферной циркуляции на температуру воздуха.—«Метеорология и гидрология», 1963, № 4, с. 24—27.

13. Шапаева Н. Д., Болдырева Н. А., Мещерская А. В. Ледовитость Гренландского моря как один из предикторов долгосрочного прогноза.—См. настоящий сб., с. 93—105.

14. Юдин М. И., Мещерская А. В., Блажевич В. Г. Характеристика гидрометеорологической информации, использованной при долгосрочном физико-статистическом прогнозе температуры и осадков для районов недостаточного увлажнения.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 45—63.

15. Юдин М. И., Мещерская А. В. Результаты применения физико-статистического метода прогноза осадков и температуры с большой заблаговременностью.—В кн.: Тр. V Всесоюз. метеорол. съезда. Л., Гидрометеиздат, 1972, с. 83—94.

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЕСТЕСТВЕННЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ПО ВРЕМЕНИ ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ

Естественные ортогональные функции по времени $T_{jn}(t_k)$ получены [4] путем аппроксимации совокупности полей давления на пространстве Атлантико-Европейского сектора в ряде точек с координатами x_i, y_i в дискретные моменты времени t_k в течение месяца, отстоящие друг от друга примерно на трое суток, двойным рядом

$$P(x_i, y_i, t_k) \approx \sum_{j=1}^h X_j(x_i, y_i) \sum_{n=1}^q B_{jn} T_{jn}(t_k). \quad (1)$$

Здесь $j=1, 2, \dots, h, \dots, i; k=1, 2, \dots, 10; n=1, 2, \dots, q, \dots, 10; X_{ji}$ — пространственные естественные ортогональные функции; B_{jn} — коэффициенты разложения по времени; $T_{jn}(t_k)$ — естественные ортогональные функции по времени — (ЕОФВ), представляющие собой веса моментов t_k внутри месячного интервала времени.

Амплитуда колебаний ЕОФВ над всем сектором определяется значением параметров B_{jn} , а в любом конкретном узле сетки — значением весовых функций X_{ji} .

Далее речь будет идти о наиболее крупных в пространственно-временном и энергетическом отношениях естественных колебаниях в поле давления в течение месяца ($j=1, 2, 3; n=1, 2, 3, 4$). Формы ЕОФВ, описывающих эти колебания (см. рис. 1, кривые 1), устойчивы при переходе от месяца к месяцу, от сезона к сезону и над различными районами полушария [3]. Как отмечено в [2], естественные колебания во времени носят общий характер для различных метеорологических элементов.

Первая ЕОФВ представляет собой, как правило, «взвешенную» среднюю. Остальные ЕОФВ знакопеременные: вторая напоминает синус с периодом около двух месяцев, третья — косинус с периодом, близким к месяцу, и так далее. С увеличением порядкового номера период ЕОФВ монотонно уменьшается. ЕОФВ высокого порядка представляют собой быстро осциллирующие функции.

Число перемен знака l в ряду значений естественных ортогональных функций по времени $T_{jn}(t_k)$ и $\bar{T}_{jn}(t_k)$

Месяц	j	n									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	1	0	1	2	3	5	4	6	9	7	8
	2	0	1	2	3	4	5	6	9	6	7
	3	0	1	2	3	6	5	4	7	8	9
II	1	0	1	2	3	4	5	8	6	7	—
	2	0	1	3	2	4	5	6	8	7	—
	3	0	2	1	3	4	5	8	7	6	—
III	1	0	1	2	3	4	6	5	8	7	9
	2	0	2	1	3	4	5	6	7	9	8
	3	0	1	2	3	5	4	7	7	6	4
IV	1	0	1	2	3	6	5	4	7	8	9
	2	1	0	2	3	5	4	6	7	8	9
	3	0	1	2	3	4	5	6	8	7	9
V	1	0	1	2	3	4	5	7	6	6	7
	2	0	1	2	3	5	4	4	9	7	8
	3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
VI	1	1	2	0	5	4	3	6	7	8	9
	2	0	1	3	4	2	5	9	6	7	8
	3	1	2	4	5	3	0	7	6	4	9
VII	1	1	2	0	4	3	5	6	7	9	8
	2	0	2	1	4	3	9	8	7	7	6
	3	0	2	1	3	4	7	6	5	6	9
VIII	1	0	2	1	3	4	5	6	7	8	9
	2	1	2	0	3	4	5	6	9	6	7
	3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
IX	1	0	1	2	5	4	3	9	7	6	4
	2	0	2	1	5	6	4	9	5	7	8
	3	1	0	2	3	4	5	8	7	6	7
X	1	0	1	2	3	4	5	8	7	6	9
	2	0	2	1	3	4	7	6	5	7	8
	3	0	1	3	4	2	6	5	6	7	9

Месяц	j	n									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XI	1	1	0	2	3	4	6	7	5	6	7
	2	0	1	2	3	4	5	6	7	7	8
	3	1	2	0	6	7	3	5	4	7	8
XII	1	0	1	2	3	5	4	4	7	8	9
	2	0	2	3	1	4	5	6	7	6	9
	3	0	1	2	3	4	5	8	9	6	7
XI—IV	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V—X	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	0	1	2	3	4	5	6	9	7	8
	3	0	1	2	3	4	5	6	8	7	9

Таким образом, атмосферные движения в течение месяца представляют собой систему наложенных друг на друга колебаний, весьма схожих с периодическими функциями. В связи с этим представляет интерес провести гармонический анализ ЕОФВ для получения их аналитических выражений и более детального анализа их свойств и особенностей. Этой задаче и посвящена настоящая работа.

Сначала остановимся на некоторых свойствах ЕОФВ.

При переходе от сезона к сезону и даже от месяца к месяцу точность представления исходной совокупности полей несколькими первыми членами ряда (1) оказывается неодинаковой. Особенно сильно разнится вклад «взвешенной» средней, а от этого в свою очередь зависит ее форма. Оказалось, что чем большую долю суммарной дисперсии описывает «взвешенная» средняя, тем меньше отличаются ее значения на концах месячного интервала времени от значений на его середине. Кроме того, число перемен знака в ряду значений ЕОФВ — собственных векторов корреляционных матриц — не всегда соответствует их порядковому номеру, как, например, в случае якобиевых матриц. В некоторых месяцах при разложении первой появляется не «взвешенная» средняя, а знакопеременные ЕОФВ. Эти факты объясняются, по нашему мнению, с одной стороны, климатическими особенностями месяцев и сезонов, с другой стороны, пространственными масштабами атмосферных процессов и недостаточной статистической обеспеченностью элементов корреляционных матриц. Так, длина рядов исходной информации при вычислении ЕОФВ составляла всего около 30

лет [4]. Осреднение элементов корреляционных матриц по полугодиям¹ приводит к тому, что по своим спектральным свойствам осредненные корреляционные матрицы почти полностью совпадают с якобиевыми.

В качестве иллюстрации сказанного в табл. 1 приводятся сведения о числе перемен знака l в ряду значений ЕОФВ в течение месяца в зависимости от порядкового номера. Опираясь на нее, мы составили таблицу дисперсий ЕОФВ, имеющих 0, 1, 2, 3 узло-

Таблица 2

Годовой ход дисперсии естественных ортогональных функций по времени в процентах от суммарной дисперсии исходной информации

Месяц	l				l				l			
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
	$i = 1$				$j = 2$				$j = 3$			
I	31,5	25,2	12,3	9,3	29,6	21,2	15,1	10,7	37,8	17,7	9,6	9,1
II	42,6	22,7	8,2	6,7	45,5	11,9	9,8	10,0	26,6	14,6	15,0	12,4
III	50,4	16,0	11,4	6,5	25,9	15,1	15,3	13,8	29,6	16,9	15,2	13,1
IV	29,9	17,8	16,9	9,7	16,3	16,3	15,7	13,1	28,3	21,6	13,4	12,8
V	23,7	20,0	13,5	13,4	24,1	22,0	13,3	11,6	28,4	17,6	15,1	9,4
VI	16,4	18,3	18,3	7,8	32,6	21,0	6,7	10,0	8,0	20,4	16,5	9,5
VII	13,8	19,1	17,8	11,7	23,9	14,2	15,5	10,0	29,1	16,9	17,3	10,8
VIII	24,4	17,1	17,7	11,4	14,8	22,7	20,9	11,1	29,8	15,4	13,3	12,4
IX	28,7	22,0	14,2	5,6	28,1	16,9	18,8	—	19,9	20,3	17,6	9,4
X	23,5	15,6	15,1	10,6	19,0	15,6	16,2	11,7	26,7	15,1	10,1	12,5
XI	24,9	28,1	15,7	9,9	26,4	18,6	15,4	14,8	15,2	32,5	26,7	5,1
XII	33,9	25,2	14,5	8,1	33,3	12,6	14,7	14,6	26,4	19,0	14,9	11,1

вых точки (перемен знака) с осью абсцисс в каждом месяце. Эти результаты представлены в табл. 2. Из нее видно, что годовой ход имеют не только знакопеременные ЕОФВ, но и «взвешенные» средние. Можно предположить поэтому, что коэффициенты Фурье, которые мы получим, применив гармонический анализ к ЕОФВ, также будут иметь годовой ход.

Обратимся к задаче о гармоническом анализе ЕОФВ.

Поскольку естественные ортогональные функции по времени заданы рядом своих значений в дискретные моменты времени t_k ,

¹ См., напр., работу [3], в которой таким образом получены унифицированные ЕОФВ $T_{jn}(t_k)$ для теплого (май — октябрь) и холодного (ноябрь — апрель) полугодий.

непосредственное применение известных формул для определения коэффициентов Эйлера — Фурье становится невозможным. Вопрос о разложении ЕОФВ на гармоники может быть сформулирован в таком виде.

Положим, что данная естественная ортогональная функция $T_{jn}(t_k)$ — функция периода 2π . Отрезок $[0, 2\pi]$ разделен на равные части десятью точками k . Переменную t_k определим таким образом:

$$t_k = \frac{2k\pi}{10} - \frac{\pi}{10} = \frac{(2k-1)\pi}{10}, \quad (2)$$

где $\frac{\pi}{10}$ — начальная фаза естественного колебания.

Вследствие периодичности ЕОФВ для симметричных из них, имеющих четное число перемен знака в течение месяца, справедливо равенство

$$T_{jn}(t_k) = T_{jn}(t_{11-k}). \quad (3)$$

а для асимметричных

$$T_{jn}(t_k) = -T_{jn}(t_{11-k}). \quad (4)$$

Требуется представить заданную функцию в виде ряда

$$T_{jn}(t_k) = \alpha_{jn0} + \sum_{m=1}^p \left[\alpha_{jnm} \cos \frac{(2k-1)m\pi}{10} + \beta_{jnm} \sin \frac{(2k-1)m\pi}{10} \right] \quad (5)$$

при условии, что коэффициенты α_{jnm} и β_{jnm} сводят к минимуму среднюю квадратическую ошибку аппроксимации.

Напишем формулы для определения коэффициентов Фурье:

$$\alpha_{jnm} = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{k=10} T_{jn}(t_k) \cos \frac{(2k-1)m\pi}{10}, \quad (6)$$

$$\beta_{jnm} = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{k=10} T_{jn}(t_k) \sin \frac{(2k-1)m\pi}{10}. \quad (7)$$

Используя равенства (3) и (4), перепишем формулы (6) и (7) в окончательном виде:

$$\alpha_{inm} = \frac{2}{5} \sum_{k=1}^{k=5} (-1)^m T_{jn}(t_k) \cos \frac{(11-2k)m\pi}{10}, \quad (8)$$

$$\beta_{jnm} = \frac{2}{5} \sum_{k=1}^{k=5} (-1)^{m+1} T_{jn}(t_k) \sin \frac{(11-2k)m\pi}{10}. \quad (9)$$

Поскольку симметричные ЕОФВ являются четными функциями, их ряд Фурье содержит лишь косинусы:

$$T_{jn}(t_k)_{\text{чет}} = \sum_m \alpha_{jnm} \cos \frac{(2k-1)m\pi}{10}. \quad (10)$$

Ряд Фурье асимметричных ЕОФВ — нечетных функций — содержит лишь синусы:

$$T_{jn}(t_k)_{\text{нечет}} = \sum_m \beta_{jnm} \sin \frac{(2k-1)m\pi}{10}. \quad (11)$$

Отметим, что февральские ЕОФВ заданы лишь девятью значениями внутримесячного интервала, поэтому для них

$$T_{jn}(t_k)_{\text{чет}} = T_{jn}(t_{10-k}), \quad (12)$$

$$T_{jn}(t_k)_{\text{нечет}} = -T_{jn}(t_{10-k}), \quad (13)$$

$$t_k = \frac{2k\pi}{9} - \frac{\pi}{9} = \frac{(2k-1)\pi}{9}. \quad (14)$$

Коэффициенты Фурье в этом случае вычисляются по формулам

$$\alpha_{jnm} = \frac{4}{9} \sum_{k=1}^{k=5} (-1)^m T_{jn}(t_k) \cos \frac{(10-2k)m\pi}{9}, \quad (15)$$

$$\beta_{jnm} = \frac{4}{9} \sum_{k=1}^{k=5} (-1)^{m+1} T_{jn}(t_k) \sin \frac{(10-2k)m\pi}{9}. \quad (16)$$

Определив коэффициенты α_{jnm} и β_{jnm} , можем написать:

$$T_{jn}(t_k)_{\text{чет}} = \sum_m \alpha_{jnm} \cos \frac{(2k-1)m\pi}{9}, \quad (17)$$

$$T_{jn}(t_k)_{\text{нечет}} = \sum_m \beta_{jnm} \sin \frac{(2k-1)m\pi}{9}. \quad (18)$$

В формулах (10), (11), (17) и (18) всюду стоит суммирование по индексу m . Чтобы определить, сколько гармоник необходимо использовать для описания ЕОФВ с достаточной для практики точностью, мы провели гармонический анализ естественных ортогональных функций по времени для каждого месяца. Аппроксимируя каждую ЕОФВ одним, двумя, тремя и так далее членами ряда и рассчитывая для каждого случая среднюю квадратическую ошибку, мы пришли к выводу, что для аппроксимации первых трех ЕОФВ (как симметричных, так и асимметричных) во всех месяцах и для всех трех значений индекса j достаточно использовать всего две гармоники. Следовательно, в формулах (10) и (17) индекс m принимает значения 0 и 1, а в формулах (11) и (18) — 1 и 2.

В принципе для описания хода основного звена циркуляции в течение месяца над сектором (примерно около 70% дисперсии исходной информации о давлении на уровне моря) достаточно первых трех ЕОФВ для каждого значения индекса j . Однако, если необходимо более точно представить ход давления, то придется привлекать и четвертую, более сложную по форме ЕОФВ,

меняющуюю знак в отдельные месяцы пять и даже шесть раз (см., например, июнь, сентябрь, ноябрь в табл. 1). Но чем сложнее форма естественного колебания, тем больше членов ряда необходимо для его описания. В табл. 3 приведены первые два коэффициента Фурье для ЕОФВ во всех месяцах при $j=1, 2, 3$ и $n=1, 2, 3, 4$.

На рис. 1 представлены результаты аппроксимации первых четырех ЕОФВ $T_{1n}(t_h)$ в январе одной и двумя гармониками. Вид-

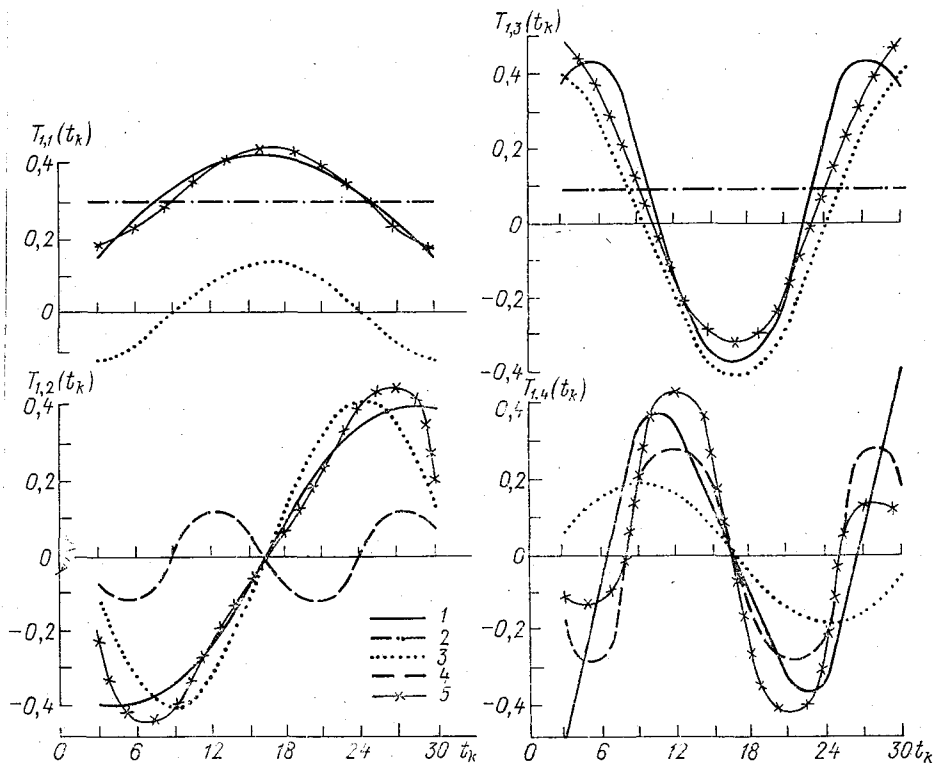


Рис. 1. Аппроксимация январских ЕОФВ $T_{1n}(t_h)$ одной и двумя гармониками. 1—исходная ЕОФВ; 2—нулевая гармоника, 3—первая гармоника, 4—вторая гармоника, 5—суммарная гармоника (нулевая плюс первая для симметричных или нулевая плюс вторая для асимметричных ЕОФВ).

но, что при использовании двух гармоник аппроксимированные (будем их называть суммарные) ЕОФВ довольно хорошо согласуются с исходными.

Таким образом, используя данные табл. 3 и формулы (10), (11) и (17), (18), можно легко получить форму естественных колебаний в поле давления над сектором в любом месяце. При известных значениях коэффициентов B_{jn} (предсказанных, например,

Таблица 3
 Коэффициенты α_{jnt} и β_{jnt} , полученные при разложении естественных ортогональных функций
 по времени в ряды Фурье

Месяц	n				n							
	1	2	3	4	1	2	3	4				
	$j = 1$											
I	0,300	-0,137	-0,406	-0,128	0,089	0,414	0,187	-0,291	0,308	-0,098	-0,427	-0,090
II	0,327	-0,045	-0,207	-0,063	0,057	0,225	-0,103	0,196	0,333	-0,011	-0,164	-0,102
III	0,316	-0,028	-0,430	-0,092	0,020	0,445	0,115	-0,403	0,315	-0,010	0,008	-0,395
IV	0,315	-0,024	-0,447	0,004	-0,014	-0,440	0,009	-0,357	-0,446	0,021	0,260	-0,254
V	0,301	-0,130	-0,383	-0,183	0,059	0,358	-0,223	0,365	0,293	-0,163	-0,407	-0,127
VI	-0,447	-0,019	-0,005	0,442	0,314	0,001	0,021	-0,268 ¹	0,308	-0,097	-0,348	-0,223
VII	0,441	0,074	0,069	-0,427	0,286	0,053	0,114	0,121 ¹	0,313	0,058	0,042	-0,441
VIII	0,315	0,025	0,023	-0,433	-0,437	0,090	-0,095	-0,407	0,445	0,021	0,068	-0,434
IX	0,305	-0,118	-0,427	-0,092	0,081	0,421	0,068	0,120 ¹	0,294	0,164	0,117	-0,412
X	0,316	-0,020	-0,447	-0,091	-0,014	-0,445	0,021	-0,445	0,310	0,088	0,063	-0,436
XI	0,430	0,098	0,234	-0,299	0,210	0,332	0,110	-0,427	0,309	-0,078	-0,397	-0,141
XII	0,304	-0,119	-0,422	-0,102	0,081	0,427	0,148	-0,320	0,315	-0,002	0,010	-0,388
XI-IV	0,311	-0,080	-0,427	-0,097	0,055	0,438	0,124	-0,397	0,313	-0,055	-0,492	-0,104
V-X	0,309	-0,087	-0,436	-0,077	0,060	0,430	0,091	-0,424	0,309	-0,089	-0,441	-0,042

Месяц	n				n							
	3	4	1	2	3	4						
	$j = 2$				$j = 3$							
I	0,062	0,425	0,126	-0,371	0,313	-0,060	-0,379	-0,155	0,033	0,409	0,235	-0,265
II	-0,166	-0,162	-0,005	0,198	0,339	0,000	0,013	-0,215	-0,205	0,127	-0,115	-0,152
III	0,374	-0,235	-0,244	-0,342	0,314	-0,040	-0,435	-0,035	-0,019	-0,424	0,101	-0,233
IV	0,169	0,343	-0,005	-0,344	0,304	-0,115	-0,391	-0,156	0,060	0,387	-0,210	0,346
V	0,101	0,394	-0,183	0,295	0,314	-0,048	-0,441	-0,063	-0,033	-0,443	0,060	-0,440
VI	-0,243	0,375	0,004	0,149 ¹	0,424	0,118	0,096	-0,414	0,054	-0,080 ¹	-0,063	0,377 ¹
VII	-0,442	0,050	0,010	0,040 ¹	0,316	0,006	0,009	-0,435	-0,441	0,072	-0,074	-0,410
VIII	0,303	0,085	0,036	-0,368	0,314	-0,041	-0,418	-0,112	0,017	0,404	0,151	-0,374
IX	-0,413	0,126	-0,073	0,096 ¹	-0,445	-0,032	0,251	-0,272	0,190	0,351	0,043	-0,390
X	-0,441	0,072	-0,072	-0,441	0,313	-0,051	-0,300	-0,305	-0,326	0,303	0,004	0,246
XI	0,033	0,393	0,200	-0,342	0,435	0,073	0,174	-0,373	0,264	0,246	0,003	0,093 ¹
XII	0,298	-0,316	-0,333	-0,272	0,310	-0,086	-0,431	-0,077	0,054	0,427	0,113	-0,327
XI-IV	0,025	0,405	0,143	-0,323	0,308	-0,094	-0,423	-0,096	0,058	0,422	0,143	-0,335
V-X	-0,059	-0,432	0,068	-0,417	0,313	-0,059	-0,434	-0,054	-0,038	-0,428	0,099	-0,419

¹ Приведенных здесь коэффициентов недостаточно для описания соответствующей ЕОФВ.
Примечание. Коэффициенты при синусах выделены.

физико-статистическим методом [5, 6]) переход к внутримесячному ходу давления в любом узле сетки по формуле (1) особых трудностей не представляет. Использование для этой цели унифицированных ЕОФВ [3] даже с учетом числа перемен знака месячными ЕОФВ представляется не очень желательным, во-первых, из-за наличия годового хода естественных колебаний в поле давления, во-вторых, из-за того, что коэффициенты вариации γ_α и γ_β коэффициентов Фурье, определяемые по соотношениям

$$\gamma_\alpha = \frac{\sigma_\alpha}{\overline{\alpha_{jnm}^I}}$$

и

$$\gamma_\beta = \frac{\sigma_\beta}{\overline{\beta_{jnm}^I}} \quad (19)$$

($\overline{\alpha_{jnm}^I}$ и $\overline{\beta_{jnm}^I}$ — средние значения коэффициентов Фурье; σ_α , σ_β — их средние квадратические отклонения, или стандарты), оказываются в пределах допустимых значений только для наиболее информативных коэффициентов α_{jnm} и β_{jnm} , имеющих один и тот же знак в течение всего года, но тем не менее также свидетельствуют о наличии годового хода последних.

Полезность выполненного разложения ЕОФВ в ряды Фурье заключается в том, что при проведении расчетов на ЭВМ отпадает необходимость хранить таблицы их значений для 10 моментов времени в каждом месяце. Достаточно будет «помнить» лишь два-три коэффициента Фурье.

В заключение считаю своим приятным долгом поблагодарить проф. М. И. Юдина — моего научного руководителя за постановку задачи и обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гантмахер Ф. Р., Крейн М. Г. Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем. М., Гостехиздат, 1950. 359 с.
2. Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л., Гидрометеоздат, 1970. 199 с.
3. Репинская Р. П. Об устойчивости естественных функций времени поля давления.—«Тр. ГГО», 1969, вып. 236, с. 139—145.
4. Репинская Р. П. Разложение поля давления в двойные ряды по естественным составляющим горизонтальных координат и времени.—«Метеорология и гидрология», 1969, № 5, с. 28—37.
5. Юдин М. И. Физико-статистический метод долгосрочных прогнозов погоды. Л., Гидрометеоздат, 1968. 28 с.
6. Юдин М. И., Репинская Р. П. Прогноз внутримесячного хода давления физико-статистическим методом.—«Метеорология и гидрология», 1974, № 1, с. 24—35.

Н. К. ГРИБ, М. Д. МАСАНОВА, И. И. ПОЛЯК

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СРЕДНЕГОДОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА В г. ЛЕНИНГРАДЕ

Анализ временных рядов метеорологических наблюдений методами теории стационарных случайных функций является одним из способов изучения процессов, происходящих в атмосфере. Имеется ряд работ [3, 4, 5 и др.], в которых получены новые результаты, характеризующие тонкую структуру временных рядов метеорологических наблюдений.

Наряду с оценками спектральных плотностей, которые рассматриваются в работах [3, 4, 5], оказывается интересен и анализ непосредственно периодограмм, с помощью которых эти оценки формируются.

Периодограмма показывает частотный состав анализируемого ряда наблюдений на данном временном интервале и, конечно, не имеет обобщающего значения спектральной плотности. Однако подробный анализ амплитуд гармоник позволяет ответить на некоторые вопросы, имеющие важное значение. В частности, при вычислениях разложения Фурье на отдельных, может быть, перекрывающихся участках ряда наблюдений видно, какие частоты реально составляют процесс на этих участках и как происходит трансформация амплитуд при переходе от одного временного интервала к другому. Таким образом, можно получить представление о том, насколько верно предположение о стационарности случайного процесса.

Имеющиеся в нашем распоряжении записи наблюдений настолько коротки, что оценки спектральной плотности в широком диапазоне низких частот (с периодами в несколько десятков лет) недостаточно надежны и изучение таких колебаний можно начинать с анализа значений амплитуд, им соответствующих.

Не делая обобщающих заключений о том, что найденные гармоника колебаний метеорологического элемента за исследуемый промежуток времени присущи анализируемому временному ряду в среднем, т. е. не связывая их со спектральной плотностью, можно проследить возникновение этих колебаний, их развитие и распад. Интерес представляет и сам процесс формирования особен-

ностей периодограмм, так как он сопровождается передачей части дисперсии от одного участка частот к другому. Анализ величин амплитуд, которым соответствуют те или иные особенности оценок спектра, позволяет судить о надежности оценок, о количестве гармоник, сформировавших особенность.

Рассмотрим пример одного из возможных вариантов эмпирического изучения периодограмм. Результаты, приводимые ниже,

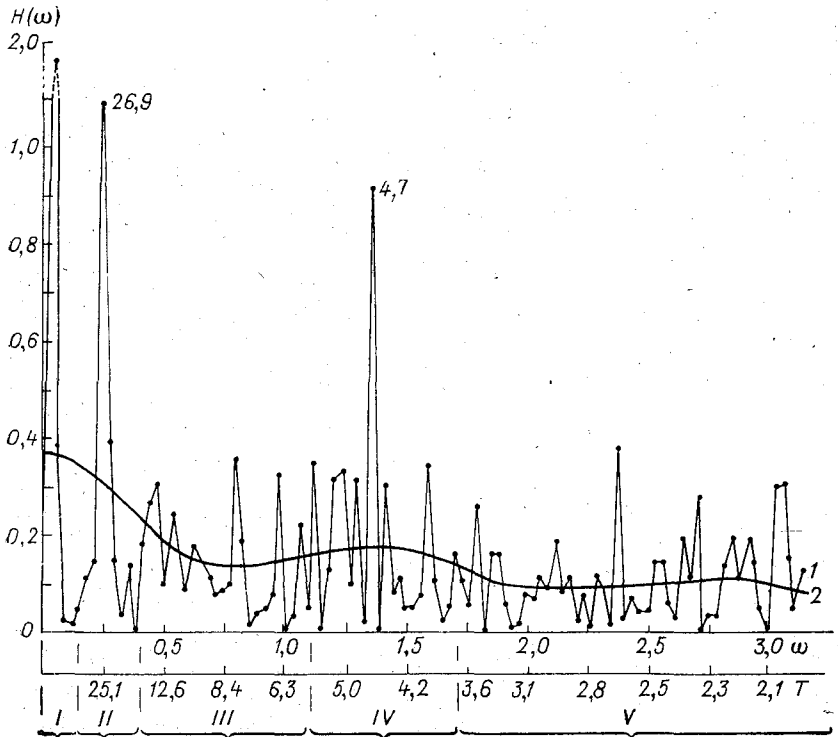


Рис. 1. Периодограмма (1) и оценки спектральной плотности (2).
 ω — частота, T — период (годы).

найлены с помощью временного ряда среднегодовых наблюдений температуры воздуха за 1752—1966 гг. в г. Ленинграде [2]. Схема вычислений, с помощью которой получены основные результаты настоящей работы, подробно рассмотрена в [1].

Расчитанная периодограмма и оценки спектральной плотности приведены на рис. 1. Периодограмма показывает, что имеются три максимума большой мощности с периодами порядка 5, 27 и более 100 лет. Последние два колебания формируют особенность оценок спектра низких частот, а гармоника с периодом порядка 5 лет — небольшой размытый максимум между периодами 5 и 4 года.

Таблица 1

№ кадра	Период	\bar{Y}	σ_y^2	Доля дисперсии (%), приходящаяся на частотные интервалы, соответствующие периодам (годы)				
				I (∞, 43]	II (43—16]	III (16—6]	IV (6—3, 8]	V (3, 8—2]
1	1752—1879	3,65	1,018	4	19	18	25	34
2	1755—1882	3,64	1,018	4	18	19	24	35
3	1758—1885	3,63	1,007	4	18	18	25	35
4	1761—1838	3,65	1,009	5	19	15	26	35
5	1764—1891	3,66	1,018	5	19	15	26	35
6	1767—1894	3,63	1,029	4	20	14	27	35
7	1770—1897	3,65	1,033	4	20	14	28	34
8	1773—1900	3,65	1,033	5	20	14	27	34
9	1776—1903	3,63	1,032	3	17	16	26	38
10	1779—1906	3,63	1,040	3	17	17	26	37
11	1782—1909	3,63	1,030	3	16	16	26	39
12	1785—1912	3,68	1,021	4	12	19	28	37
13	1788—1915	3,72	1,021	7	10	16	31	36
14	1791—1918	3,74	1,014	8	10	15	30	37
15	1794—1921	3,76	1,029	8	10	16	30	36
16	1797—1924	3,75	1,022	8	10	16	30	36
17	1800—1927	3,76	1,020	8	10	15	29	38
18	1803—1930	3,79	1,029	6	12	15	29	38
19	1806—1933	3,82	1,035	6	13	16	27	38
20	1809—1936	3,87	1,078	6	11	17	27	39
21	1812—1939	3,96	1,064	12	10	16	24	38
22	1815—1942	3,95	1,080	10	11	19	25	35
23	1818—1945	3,98	1,094	12	6	20	26	36
24	1821—1948	3,99	1,096	13	6	19	27	35
25	1824—1951	4,01	1,104	14	6	18	27	35
26	1827—1954	4,00	1,091	14	7	19	25	35
27	1830—1957	4,02	1,085	13	7	19	24	37
28	1833—1960	4,05	1,095	12	6	20	25	37
29	1836—1963	4,09	1,111	12	6	23	23	36
30	1839—1966	4,11	1,100	12	6	20	25	37
	1752—1966	3,93	1,160	15	12	18	23	32
	Белый шум	0	- 1	5	7	22	19	47

Рассмотрим, на каких интервалах времени с 1752 по 1966 г. эти три колебания наиболее выражены. Выделим на оси частот небольшие окрестности точек, которым соответствуют найденные особенности. При этом интервал частот от 0 до π оказался разбитым на пять подынтервалов, указанных на рис. 1. Будем рассчитывать периодограммы по отдельным участкам временного

ряда продолжительностью 128 лет каждый. Периоды наблюдений, соответствующие этим участкам, будем сдвигать относительно друг друга на три года (табл. 1). Рассчитанные величины для каждого такого участка представляют собой кадры изменяющейся во времени периодограммы.

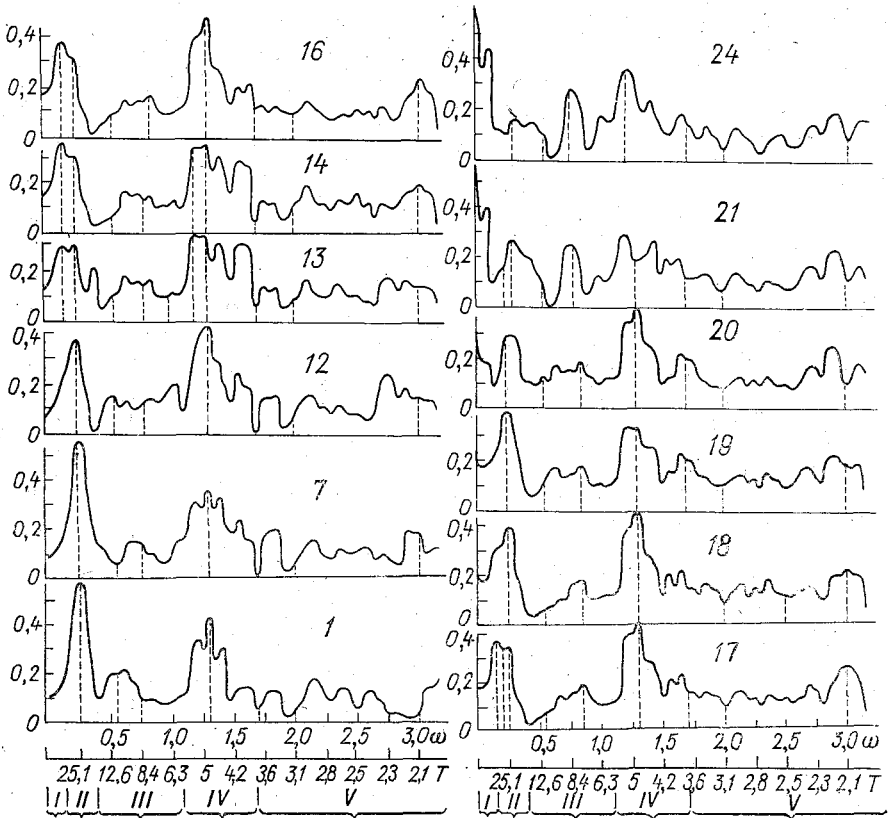


Рис. 2. Периодограммы, изменяющиеся во времени.

Результаты вычислений помещены в табл. 1, где даны оценки среднего, дисперсии и долей дисперсии (в процентах), приходящихся на каждый из пяти выделенных подынтервалов оси частот. Строки таблицы содержат данные, характеризующие отдельные кадры. В последних двух строках таблицы приведены такие же величины, рассчитанные по данным всего ряда наблюдений и для теоретического белого шума соответственно.

Кадры, представляющие наиболее характерные изменения периодограммы во времени, даны на рис. 2, а их нумерация соответ-

ствуется периодам наблюдений, указанным в табл. 1. Графики получены сглаживанием периодограммы по трем точкам:

$$\overline{H}_p = \frac{H_{p+1} + H_p + H_{p-1}}{3}.$$

На кадрах 1—8 наибольший пик (порядка 20% дисперсии) соответствует гармонике с периодом 27 лет. Заметно также увеличение доли дисперсии в окрестности точки с периодом 5 лет. Следующие кадры (9—12) показывают, что максимум во втором интервале сохраняется, но его величина становится несколько меньше. При этом доля дисперсии, приходящейся на третий интервал частот, растет, т. е. происходит передача небольшой части дисперсии из низких частот в более высокие. Кадры 13—20 иллюстрируют постепенный распад пика с периодом 27 лет и передачу мощности как в низкие, так и в более высокие частоты. Максимум раздваивается, появляется вторая вершина в окрестности периода 43 года (кадры 13—17). Следующие кадры иллюстрируют процесс дальнейшего увеличения мощности низких частот. Заметно формирование какого-то длиннопериодного колебания, которое из-за ограниченности выборки воспринимается как тренд. Начиная с 23 кадра максимум с 27-летним периодом распадается полностью, при этом формируется особенность низких частот, точное значение периода которой определить невозможно.

Анализируя трансформацию во времени доли дисперсии, соответствующей каждому из пяти участков частот, представляется возможным сделать следующие выводы.

1. Вариация мощности, приходящейся на III, IV и V частотные интервалы, по-видимому, находится в рамках выборочной изменчивости, т. е. амплитуды гармоник, им соответствующие, достаточно устойчивы во времени, что указывает на стационарность этих колебаний.

2. Распад гармоник с периодом 27 лет и формирование длиннопериодного колебания наглядно демонстрируют возможную нестационарность, передачу мощности от одних частот к другим, т. е. изменение во времени величин гармоник с низкими частотами.

Если считать, что колебание с периодом 27 лет полностью распалось на 23-м кадре, то получим, что эта особенность была сформирована наблюдениями за временной интервал с 1752 по 1818 г., в котором содержалось не более двух гармоник с периодом 27 лет. Причины возникновения и распада этого колебания в настоящее время объяснить трудно.

3. Постепенное возрастание доли дисперсии, приходящейся на низкие частоты, начинается с 13—14 кадров, т. е. по мере использования в расчетах наблюдений 10—40-х годов XX в. Несомненно, что формирование особенности обусловлено общим потеплением в первой половине нашего века. Об этом же свидетельствует и небольшое возрастание оценок среднего значения температуры, соответствующих кадрам с номерами больше 13.

Далее заметим, что максимум с периодом немногим менее 5 лет сохраняется на всех кадрах. Это обуславливает появление размытого максимума оценок спектра между двумя и пятью годами, обнаруженного, например, в работе [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курьянов Б. Ф., Медведева Л. Е. Гармонический анализ стационарных процессов (с использованием быстрого преобразования Фурье). М., Изд. ВЦ МГУ, 1970. 60 с.
2. World weather records. Washington, 1927, 1934, 1947, 1959, 1966.
3. Monin A. S., Vulis I. L., On the spectra of long-period oscillations of geophysical parameters.— „Tellus”, 1971, v. 23, N 4—5, p. 337—346.
4. Монин А. С. Прогноз погоды как задача физики. М., «Наука», 1969. 184 с.
5. Колесникова В. Н., Монин А. С. О спектрах колебаний метеорологических полей.—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 7, с. 653—669.

СОДЕРЖАНИЕ

Пятыгина К. В., Коморина Э. А. Учет флуктуаций температуры в численном прогнозе метеоэлементов	3
Гойса Н. И., Горб А. С., Дмитриева-Арраго Л. Р. О возможности параметризации радиационных характеристик разорванной кучевой облачности	13
Бурман Э. А., Волошина Ж. В., Зорина Г. И. Опыт параметризации мезомасштабных термических возмущений в поле ветра	22
Ефимова Л. К. К определению среднего движения по результатам численного моделирования циркуляции в стратосфере	36
Афанасьева В. Б., Есакова Н. П., Титов В. М. О статистических связях положения границы снежного покрова с температурой, ледовитостью и циркуляционными характеристиками	40
Бушкова Т. А., Ильин Б. М., Кобышев Г. А., Кобыкова А. А., Пригодич А. Е., Руховец Л. В. Описание схемы численного анализа и прогноза, оперативно применяемой в Северо-Западном УГМС	46
Парфиневич Я. В. Сравнение чувствительности некоторых способов контроля аэрологической информации	62
Мещерская А. В., Леднева К. В., Пасов В. М. Опыт физико-статистического прогноза урожая ярового ячменя с большой заблаговременностью	70
Блажевич В. Г., Мещерская А. В. Об использовании принципа аналогичности в физико-статистическом методе прогноза погоды	81
Шапаева Н. Д., Болдырева Н. А., Мещерская А. В. Ледовитость Гренландского моря как один из предикторов долгосрочного прогноза	93
Болдырева Н. А., Мещерская А. В., Шапаева Н. Д. Физико-статистический долгосрочный прогноз температуры для районов Северо-Запада ЕТС на весенне-летний период	106
Мещерская А. В., Леднева К. В., Блажевич В. Г. Характеристика дополнительной гидрометеорологической информации, используемой в физико-статистическом прогнозе	115
Репинская Р. П. Гармонический анализ естественных ортогональных функций по времени поля давления	123
Гриб Н. К., Масанова М. Д., Поляк И. И. Гармонический анализ среднегодовых значений температуры воздуха в г. Ленинграде	133

ТРУДЫ ГГО, вып. 353

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА АТМОСФЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Редактор *Г. И. Слабкович*
Техн. редактор *Л. М. Шишкова*
Корректоры: *Л. А. Сандлер* и *Т. Н. Черненко*.

Сдано в набор 29/VIII 1974 г. Подписано к печати 16/IV 1975 г. М-17143
Формат 60×90^{1/16}, бумага тип. № 1. Печ. л. 9,0 Уч.-изд. л. 9,28
Тираж 500 экз. Индекс МЛ-90. Заказ № 6. Цена 65 коп.

Гидрометеиздат, 199053. Ленинград, 2-я линия, д. 23.

Сортавальская книжная типография Управления по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли Совета Министров Карельской АССР
Сортавала, Карельская, 42