

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ СОВЕТЕ МИНИСТРОВ СССР

ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГЛАВНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ
им. А. И. ВОЕЙКОВА

06

Т78

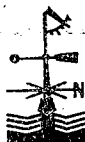
ТРУДЫ

ВЫПУСК 267

ПРИМЕНЕНИЕ
СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В МЕТЕОРОЛОГИИ

51N

Под редакцией
д-ра физ.-мат. наук
Л. С. ГАНДИНА
и
д-ра физ.-мат. наук
Р. Л. КАГАНА



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД • 1970

Сборник является пятым из серии сборников Трудов ГГО под тем же названием. Предыдущие сборники были опубликованы под номерами 165 (1964 г.), 191 (1966 г.), 208 (1967 г.) и 228 (1968 г.). Сборник содержит статьи, посвященные анализу и применению данных о статистической структуре метеорологических полей. Излагаются различные вопросы объективного анализа метеорологических полей, планирования сети станций, интерпретации данных наблюдений. Рассмотрены вопросы применения статистической теории выбросов к анализу метеорологических полей.

Сборник рассчитан на научных работников, аспирантов и студентов метеорологических и родственных специальностей, интересующихся применением статистических методов в метеорологии.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник является продолжением серии трудов ГГО, посвященных применению статистических методов в метеорологии. Ранее под тем же названием были выпущены Труды ГГО, вып. 165 (1964 г.), 191 (1966 г.), 208 (1967 г.), и 228 (1968 г.). Как и предыдущие выпуски, сборник содержит статьи, посвященные приложению данных о статистической структуре к вопросам объективного анализа, рационального размещения сети станций и интерпретации данных наблюдений.

Почти все включенные в сборник работы выполнены в связи с соответствующей плановой тематикой ГГО. Большая часть из них была доложена на Всесоюзном симпозиуме по применению физико-статистических методов в метеорологии, который был проведен в Ленинграде в 1969 г. В сборник включены также работы иностранных специалистов Р. Целнаи (ВНР) и И. Клуге (ГДР), доложенные на том же симпозиуме. Эти работы выполнены в тесном контакте с исследованиями ГГО по той же проблематике.

В статье К. М. Лугиной и Т. Н. Маленко выполнено сравнение точности объективного анализа карт барической топографии, производящегося в различных странах. В дополнение к произведенным ранее сравнениям (Труды ГГО, вып. 228) были рассмотрены карты барической топографии, полученные из США, Швеции и Японии, в том числе и карты АТ₈₅₀. Подтверждено, что точность анализа карт барической топографии, выполненного в Гидрометеорологическом центре СССР, по крайней мере не уступает точности, достигнутой в других странах. В то же время в районах с редкой сетью аэрологических станций погрешности всех методов анализа поля геопотенциала еще больше.

Вопросы уточнения анализа барического поля в таких районах рассматриваются в следующих двух статьях. В работе Г. Х. Хатамкулова исследуется возможность использования наземной информации при анализе аэрологических полей в районах с редкой аэрологической сетью. Испытание предложенной Хатамкуловым схемы учета наземных данных дало весьма удовлетворительные результаты применительно к анализу геопотенциала изобарической поверхности 850 мб. В статье И. Клуге изучается возможность уточнения анализа поля геопотенциала путем привлечения данных о ветре в рамках оптимального согласования полей геопотенциала и ветра. Показано, что надлежащий учет данных

о ветре заметно уточняет анализ барического поля в районах с редкой сетью станций.

Разумеется, метеорологическая освещенность этих районов может быть радикально улучшена путем организации новых аэрологических станций. В статье Ю. М. Либермана на основе данных о статистической структуре аэрологических полей рассмотрены различные варианты выбора местоположения дополнительных аэрологических станций и даны конкретные предложения на этот счет.

В статье Ю. М. Либермана и К. М. Лугиной описывается схема объективного анализа средних месячных значений аэрологических полей и излагаются некоторые результаты, полученные в итоге реализации ее. В этой работе, как и в упомянутых ранее, объективный анализ осуществляется на основе метода оптимальной интерполяции, основанного на использовании данных о статистической структуре анализируемых полей. В статье И. И. Поляка показано, что данные о статистической структуре могут быть использованы и при полиномиальной интерполяции, и приводятся итоги проведенных численных опытов. Во второй статье И. И. Поляка получены априорные оценки точности аппроксимации данных измерений методом наименьших квадратов в одномерном варианте.

В статье М. О. Кричак оцениваются возможности различных способов автоматического контроля данных измерений ветра в свободной атмосфере, который является одним из необходимых этапов объективного анализа поля ветра.

В статье Р. Л. Кагана и Е. И. Федорченко рассматривается вопрос о возможности использования при анализе временных температурных рядов результатов, полученных в разделе теории вероятностей, называемом обычно теорией выбросов. В этой статье оценивается возможность определения характеристик пересечений случайной функцией различных уровней по данным о ее статистической структуре. В статье Г. Г. Еремеева рассматривается вопрос о решении обратной задачи, а именно оценивается возможность определения корреляционной функции по минимальным расчетным температурам.

Статья Л. Л. Брагинской посвящена исследованию зависимости временной статистической структуры температуры от метеорологических условий. Эта зависимость может быть использована при интерпретации показаний инерционных приборов.

В статье Р. Целнай рассматривается вопрос о точности определения средней по площади величины по данным дискретно размещенных станций. Использованный в этой работе подход близок к подходу, применявшемуся в ГГО (Труды ГГО, вып. 191 и 208). Наряду с методикой оценок изложены результаты ее использования применительно к осадкомерной сети Венгерской Народной Республики.

ТОЧНОСТЬ ОБЪЕКТИВНОГО АНАЛИЗА КАРТ БАРИЧЕСКОЙ ТОПОГРАФИИ, ВЫПОЛНЯЕМОГО В СЛУЖБАХ ПОГОДЫ РАЗЛИЧНЫХ СТРАН

В оперативной прогностической практике разных стран применяются различные методы объективного анализа карт барической топографии, отличающейся по объему и характеру используемой исходной информации.

В работе [3] приведены некоторые данные сравнения результатов объективного анализа карт барической топографии поверхности 500 мб, полученных в оперативной службе пяти стран (СССР, Бельгии, Франции, Финляндии и Норвегии). Сравнение осуществлено для районов Атлантического океана, Западной Европы и СССР. Там же дано краткое описание применяемых в этих странах методов объективного анализа.

В настоящее время получены некоторые новые результаты оценки точности объективных методов анализа. В частности, использованы, кроме упомянутых выше, карты, проанализированные объективными методами в США, Швеции и Японии.

Объективный анализ в этих странах выполняется методом коррекции, который заключается во внесении поправок в некоторое предварительное поле, построенное на основе климатических и прогностических данных. Исправления в прогностическое поле вносятся на основании результатов наблюдений за геопотенциалом и ветром.

Объективный оперативный анализ в указанных странах производится для большей части северного полушария, поэтому представляло интерес для карт, проанализированных в Бельгии и Франции, осуществить дополнительные расчеты для районов зарубежной Азии, Северной Америки и Тихого океана. Это позволило сравнить результаты анализа для всех районов, включаемых в расчетную схему в каждой стране (рис. 1).

Сопоставление точности анализов выполнено по четырем районам, показанным на рис. 2, где представлено также 370 аэрологических станций, данные которых использованы при сравнении.

Методика сравнения достаточно подробно описана в работе [3], поэтому мы не будем на ней останавливаться. Напомним только, что сравниваются средние квадратические разности (σ) и коэффициенты корреляции (r) между наблюдаемыми значениями

геопотенциала и значениями, проинтерполированными по картам, которые были проанализированы объективными методами. Расчеты выполнялись как для отдельных станций (осреднение производилось по ситуациям), так и для ситуаций (в этом случае осреднение производилось по станциям).

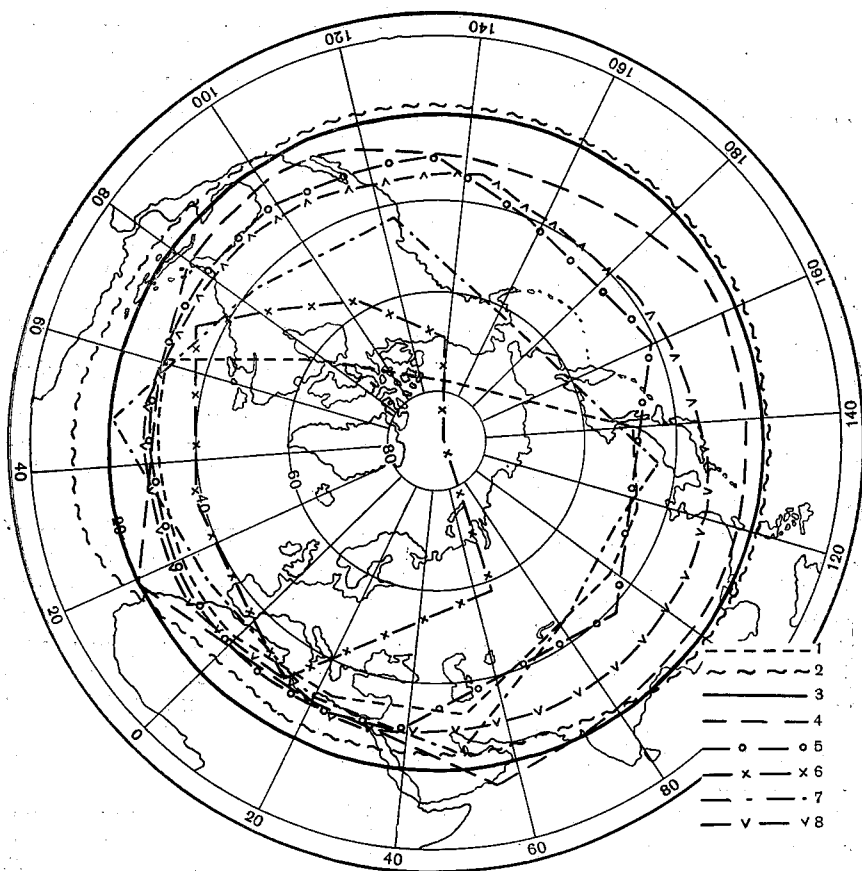


Рис. 1. Территории, для которых производится объективный анализ в различных странах.

1 — СССР, 2 — США, 3 — Франция, 4 — Япония, 5 — Швеция, 6 — Норвегия, 7 — Финляндия, 8 — Бельгия.

В табл. 1 представлены упомянутые характеристики, осредненные для каждого района по всем имеющимся ситуациям. Из таблицы видно, что наиболее успешно выполняется объективный анализ карт в Советском Союзе, США, Швеции и Норвегии. Средние квадратические отклонения для этих анализов составляют 2,5—3,0 дкм для всех районов полушария.

Для карт, проанализированных в бельгийской и японской службах прогнозов, характерно резкое различие точности анализа для различных участков территории. Японский анализ дает неплохие результаты для территории зарубежной Азии (3,6 дкм), в то время как для других участков территории ошибка составляет

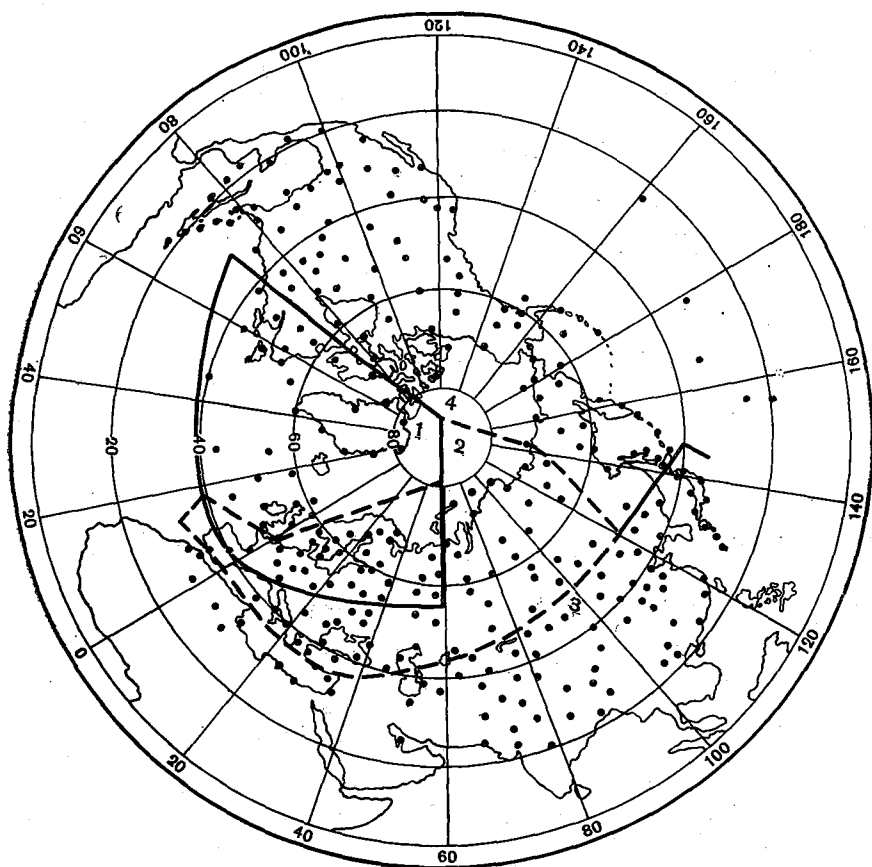


Рис. 2. Расположение станций и границ районов, по которым производилось сравнение объективных анализов, выполненных в различных странах.

4,6—5,1 дкм. В Японии объективный анализ выполняется методом коррекции, однако успешность его, исключая районы Азии, существенно ниже американского и шведского анализов. Это связано, по-видимому, с тем, что японская служба погоды располагает для удаленных от Японии участков территории значительно меньшим количеством информации, чем это необходимо для успешного анализа. Абсолютные ошибки для района Атлантики, например, достигают 20—25 дкм.

Анализ бельгийских карт оказался менее успешным по территории Китая за счет неудачного анализа 15 I 1965 г., для которого средняя ошибка по территории зарубежной Азии составляет 16,0 дкм. Абсолютные ошибки в этом районе достигают для данного случая 30—35 дкм. Причиной таких больших отклонений

Таблица I

Средние квадратические разности (в числителе) и коэффициенты корреляции (в знаменателе), осредненные по каждому району

Страна	Количество ситуаций	Район				Среднее
		1 (81 стан- ция)	2 (104 стан- ции)	3 (86 стан- ций)	4 (93 стан- ции)	
СССР	14	$\frac{2,5}{0,99}$	$\frac{2,4}{0,99}$	—	—	2,5
Норвегия	10	$\frac{3,0}{0,99}$	—	—	—	3,0
Финляндия	10	$\frac{3,3}{0,99}$	$\frac{3,3}{0,96}$	—	—	3,4
США	3	$\frac{2,7}{0,99}$	$\frac{2,3}{0,99}$	$\frac{3,0}{0,94}$	$\frac{2,6}{0,99}$	2,6
Швеция	7	$\frac{2,6}{0,99}$	$\frac{2,5}{0,99}$	—	$\frac{3,3}{0,98}$	2,8
Бельгия	15	$\frac{3,9}{0,98}$	$\frac{3,6}{0,98}$	$\frac{6,5}{0,83}$	$\frac{4,3}{0,97}$	4,6
Франция	16	$\frac{5,3}{0,96}$	$\frac{4,6}{0,96}$	$\frac{4,2}{0,89}$	$\frac{4,9}{0,95}$	4,7
Япония	24	$\frac{5,1}{0,96}$	$\frac{4,6}{0,97}$	$\frac{3,6}{0,92}$	$\frac{4,6}{0,95}$	4,5

в анализе поля может быть либо полное отсутствие данных над этим районом, либо ошибка в расчете. Для остальных районов полушария ошибки бельгийского анализа составляют 3,6—4,3 дкм, причем, как и следовало ожидать, наилучшие результаты получены для хорошо освещенного района 2.

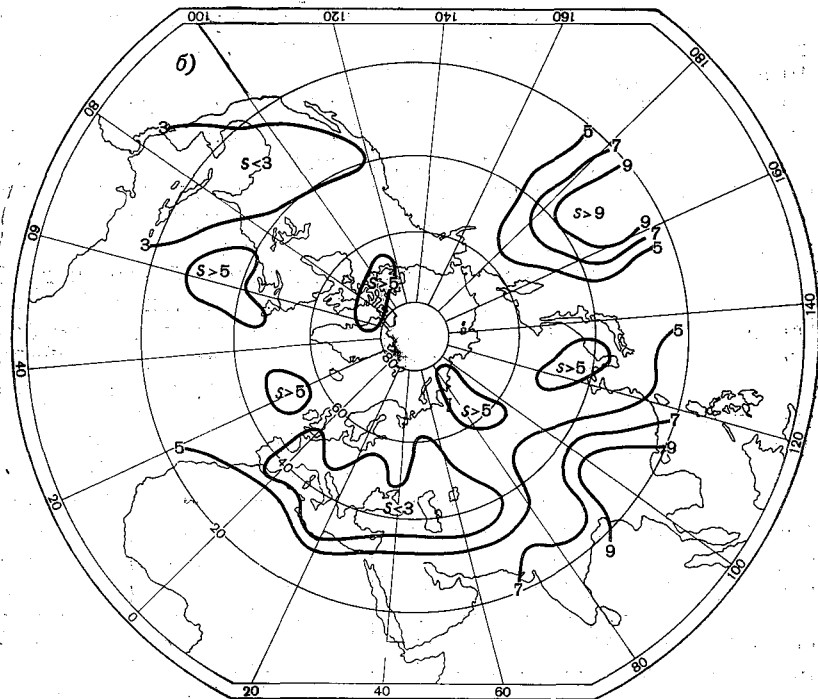
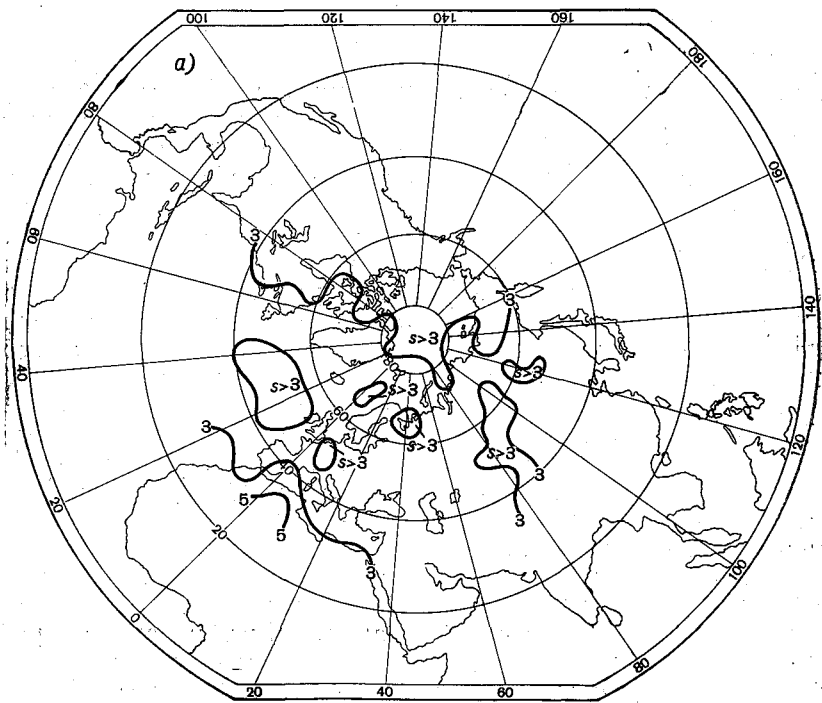
Французский метод анализа обеспечивает наименьшую точность по сравнению со всеми остальными рассмотренными методами. Ошибки анализа французских карт одинаково велики для всех районов и составляют 4,2—5,3 дкм (рис. 3 в). Во французской службе погоды объективный анализ проводится путем аппроксимации поля во всей области анализа с помощью сферических функций географических координат. Такой метод анализа, как показали расчеты, приводит к значительным погрешностям интерполяции.

Представляло интерес сравнить данные различных объективных анализов друг с другом. Сравнение показало, что в группе успешных объективных анализов различия между картами, проанализированными в разных странах, не больше, чем между результатами каждого анализа и наблюдаемыми значениями на данной станции, они колеблются в пределах 2,5—3,0 дкм. Для французского, японского и бельгийского анализов эти различия более существенны. Так, например, сравнение результатов французского анализа с наблюдаемыми значениями для района 1 дает среднее квадратическое отклонение 5,3 дкм. Сравнение этого же анализа с советским, финским и бельгийским дает значения σ , равные 4,7; 5,2; 3,7 дкм соответственно.

Для суждения о географическом распределении ошибок интерполяции были построены карты средних квадратических ошибок анализов, выполненных в различных странах. На рис. 3 в качестве примера приводятся такие карты для советского, бельгийского и французского анализов.

Распределение ошибок интерполяции по территории, как видно из рис. 3, для всех анализов существенно зависит от густоты станций. Наибольшие ошибки для всех анализов наблюдаются в районах с очень редкой сетью станций (например, районы Тихого и Атлантического океанов и Арктического бассейна). Средние квадратические ошибки в этих районах для наиболее успешных анализов (СССР, Швеция, США) составляют 4—5 дкм, а для японского, бельгийского, французского анализов они достигают 8—10 дкм.

При сравнении успешности анализов по отдельным срокам выявились ситуации, для которых объективный анализ оказался менее успешным. К числу неудачных анализов отнесены все случаи, когда ошибка анализа оказалась выше средней для данного района и метода. При этом выявились ситуации, для которых ошибки относительно велики для нескольких методов анализа. Для таких ситуаций карты рассматривались более подробно и сравнивались с картами, приведенными в бюллетенях ЦИП. Как правило, каждая из них характеризовалась наличием глубоких циклонов и мощных антициклонов в районах, где сеть станций относительно редкая (океаны, полярные районы), или обширными многоцентровыми депрессиями с глубокими, но небольшими по площади циклонами. Карты, проанализированные объективно, обычно дают в таких случаях значительные ошибки в центрах барических образований и сильно сглаженное поле. Для группы успешных анализов (СССР, США, Швеция) абсолютные ошибки в центрах глубоких циклонов могут достигать 8—10 дкм, а для менее успешных — 20 дкм и более. В отдельных случаях наблюдается сглаживание очень глубоких (470—480 дкм в центре) циклонов и над хорошо освещенной в метеорологическом отношении территорией. И только в одном случае бельгийский объективный анализ показал наличие циклона над территорией Китая, который



не прослеживался на картах из бюллетеней ЦИП и не был выявлен ни при одном другом объективном анализе.

К сожалению, мы располагали очень малым количеством карт изобарической поверхности 500 мб, проанализированных в США. Поэтому дополнительно были рассчитаны коэффициенты корреляции и средние квадратические отклонения между анализами, выполненными в США и СССР, и наблюдаемыми значениями для изобарической поверхности 850 мб.

Результаты расчетов, выполненных для районов 1 и 2, представлены в табл. 2. Из таблицы видно, что точность анализа карт изобарической поверхности 850 мб объективными методами в США и СССР приблизительно одна и та же. Расхождения средних ошибок для отдельных ситуаций составляют 1,0—1,5 дкм и могут быть отнесены за счет неточности интерполяции между изолиниями. Следует учесть также, что сравнение выполнено для районов Европы и Советского Союза, т. е. для районов, существенно удаленных от территории США.

В табл. 3 представлены средние квадратические ошибки (σ) для района 1 по отдельным ситуациям для карт анализов,

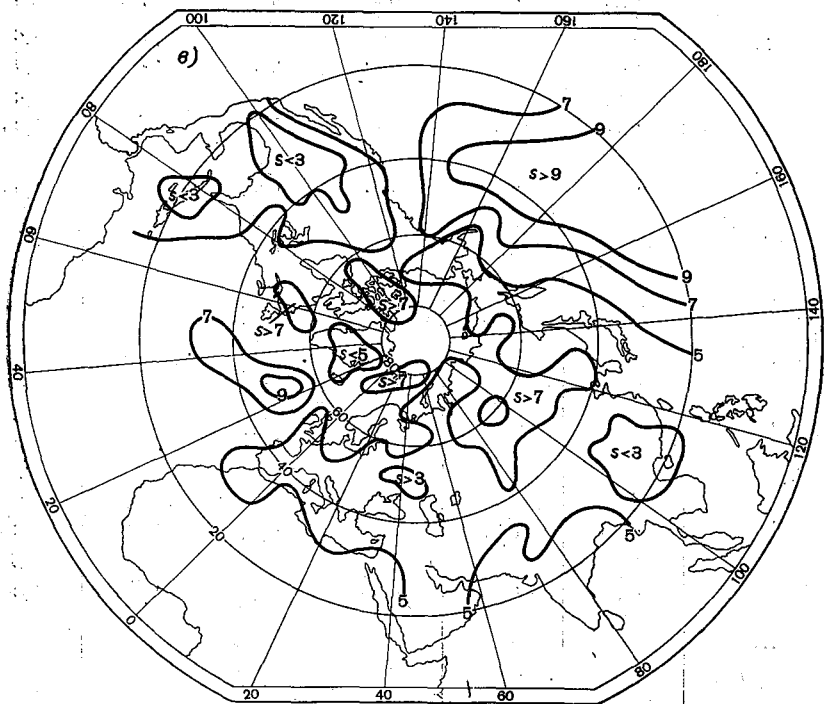


Рис. 3. Распределение ошибок интерполяции поля геопотенциала изобарической поверхности 500 мб по территории для советского (а), бельгийского (б) и французского (в) анализов.

Таблица 2

Средние квадратические разности (в числителе) и коэффициенты корреляции (в знаменателе) для изобарической поверхности 850 мб

Дата	Сравнение с наблюдаемыми значениями				Сравнение анализов СССР и США	
	район I		район 2		район I	район 2
	СССР	США	СССР	США		
1964 г.						
15 I	$\frac{1,6}{0,99}$	$\frac{2,7}{0,98}$	$\frac{1,8}{0,99}$	$\frac{3,1}{0,97}$	$\frac{2,8}{0,97}$	$\frac{2,8}{0,97}$
15 II	$\frac{1,6}{0,98}$	$\frac{2,3}{0,96}$	$\frac{1,3}{0,99}$	$\frac{2,1}{0,97}$	—	$\frac{2,9}{0,96}$
15 III	—	$\frac{3,8}{0,98}$	—	$\frac{3,3}{0,74}$	—	—
15 IV	$\frac{1,2}{0,99}$	$\frac{1,8}{0,92}$	$\frac{1,4}{0,92}$	$\frac{3,5}{0,71}$	$\frac{2,4}{0,94}$	$\frac{3,0}{0,80}$
15 V	$\frac{1,6}{0,97}$	$\frac{2,1}{0,98}$	$\frac{1,6}{0,92}$	$\frac{2,0}{0,88}$	$\frac{2,0}{0,98}$	$\frac{1,8}{0,95}$
15 VI	$\frac{1,4}{0,98}$	$\frac{2,9}{0,95}$	$\frac{1,4}{0,97}$	$\frac{2,1}{0,93}$	$\frac{3,0}{0,95}$	$\frac{2,8}{0,90}$
15 VII	$\frac{2,0}{0,98}$	$\frac{2,2}{0,98}$	$\frac{1,5}{0,96}$	$\frac{2,0}{0,92}$	$\frac{2,5}{0,98}$	$\frac{1,8}{0,96}$
15 VIII	$\frac{1,4}{0,96}$	$\frac{2,8}{0,91}$	$\frac{1,5}{0,97}$	$\frac{1,8}{0,95}$	$\frac{2,3}{0,93}$	$\frac{2,0}{0,93}$
15 IX		$\frac{3,9}{0,93}$	—	$\frac{3,7}{0,96}$	—	—
15 X		$\frac{2,4}{0,94}$	—	$\frac{2,4}{0,96}$	—	—
15 XI		$\frac{2,6}{0,99}$	—	$\frac{2,1}{0,93}$	—	—
15 XII		$\frac{3,4}{0,94}$	—	$\frac{2,6}{0,91}$	—	—
1965 г.						
15 I	$\frac{1,8}{0,99}$	$\frac{3,4}{0,97}$	$\frac{1,4}{0,98}$	$\frac{2,3}{0,94}$	$\frac{3,5}{0,97}$	$\frac{2,5}{0,94}$
15 II	$\frac{2,0}{0,96}$	$\frac{2,3}{0,98}$	$\frac{1,9}{0,95}$	$\frac{1,8}{0,95}$	$\frac{2,4}{0,98}$	$\frac{1,6}{0,99}$
15 III	—	—	—	—	—	—
15 IV	2,0		$\frac{2,0}{0,92}$	—		
15 V	1,7		$\frac{2,4}{0,96}$	—		

Дата	Сравнение с наблюдаемыми значениями				Сравнение анализов СССР и США	
	район 1		район 2		район 1	район 2
	СССР	США	СССР	США		
15 VI	—	—	—	—	—	—
15 VII	—	—	—	—	—	—
15 VIII	—	—	$\frac{5,2}{0,33}$	—	—	—
15 IX	5,2	—	$\frac{1,9}{0,91}$	—	—	—
15 X	5,1	—	$\frac{2,9}{0,99}$	—	—	—
15 XI	—	—	$\frac{2,4}{0,87}$	—	—	—
15 XII	—	—	—	—	—	—
Среднее . . .	$\frac{2,8}{0,94}$	$\frac{3,2}{0,95}$	$\frac{2,6}{0,93}$	$\frac{2,7}{0,94}$	$\frac{3,3}{0,89}$	$\frac{2,9}{0,85}$

выполненных в СССР, США, Швеции и Норвегии, которые дают наименьшие ошибки интерполяции. Из таблицы 3 видно, что объективный анализ, выполненный в Советском Союзе, не хуже, а в большинстве случаев несколько лучше анализов, выполненных в других странах. При этом следует иметь в виду, что метод оптимальной интерполяции использует меньшее количество информации, чем метод коррекции.

В работе М. Шкода [6] проведено сравнение советского и бельгийского оперативных объективных анализов изобарической поверхности 500 мб для территории, ограниченной 70—40° с. ш. и 40 з. д.—40° в. д.

Мы сопоставили ошибки, полученные Шкода, с нашими для района 1. Расхождения в оценке средней по территории средней квадратической ошибки составляют менее 1 дкм. Эти различия можно считать незначительными, если учесть, что по данным [2, 5] средние квадратические отклонения для синоптических анализов, проведенных разными синоптиками, составляют около 1,5 дкм.

Хорошо согласуются полученные результаты и с выводами С. А. Машковича и С. И. Губановой [4], которые провели сопоставление оперативных карт, проанализированных объективными методами в Советском Союзе и США за первую половину 1964 г. В работе [4] указано, что в районах, хорошо освещенных

метеорологическими данными, расхождения в анализе советских и американских карт незначительны, в то время как над океанами максимальные разности достигают 8 дкм.

Как уже было показано в [3], принятая методика сравнения точности анализа имеет ряд недостатков. В частности, сравнение

Таблица 3

Средние квадратические разности (дкм) наблюдаемых и интерполированных значений геопотенциала изобарической поверхности 500 мб (район I)

Дата	СССР	США	Швеция	Норвегия	Дата	СССР	США	Швеция	Норвегия
1964 г.					1965 г.				
15 I	2,7	—	—		15 I	2,5	3,4	—	3,6
15 II	2,2	—	—		15 II	1,6	2,3	2,6	2,9
15 III	—	—	—		15 III	—	—	2,7	3,2
15 IV	2,9	—	—		15 IV	1,9	—	2,3	2,7
15 V	—	—	—		15 V	2,9	—	2,9	2,8
15 VI	2,0	—	—		15 VI	—	—	—	—
15 VII	1,8	—	—		15 VII	2,5	—	—	2,3
15 VIII	2,0	2,3	—		15 VIII	2,8	—	2,2	2,7
15 IX	—	—	—		15 IX	—	—	1,9	2,1
15 X	3,7	—	—		15 X	—	—	3,4	3,8
15 XI	3,1	—	—		15 XI	—	—	—	—
15 XII	—	—	—	3,3	15 XII	—	—	—	—
					Среднее . .	2,5	2,7	2,6	2,7

производилось по тем же станциям, которые использовались в процессе анализа. Кроме того, интерполяция на станции по объективно проанализированным картам производилась вручную, что вносит в оценку некоторую долю субъективизма.

Для исключения указанных недостатков было бы полезно одновременно с получением карт производить интерполяцию на некоторое количество станций, данные которых в процессе анализа не участвуют. Сопоставление этих данных с интерполированными значениями могло бы служить объективным способом оценки качества анализов. Однако следует иметь в виду, что в этом случае объективный анализ будет выполнен по более редкой, чем реально существующая, сети станций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г ан д и н Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоздат, Л., 1963.
2. Л у г и н а К. М. К вопросу о точности анализа синоптических карт различными методами. Труды ГГО, вып. 191, 1966.
3. Л у г и н а К. М. Сравнение результатов объективного анализа карт барической топографии, полученных в оперативной практике различных стран. Труды ГГО, вып. 228, 1968.
4. М а ш к о в и ч С. А., Г у б а н о в а С. И. Опыт применения методики объективного анализа карт барической топографии северного полушария. Труды ММЦ, вып. 10, 1965.
5. B e r g t h o r s s o n P., D ö ö s B. R. Numerical weather map analysis. Tellus, vol. 7, No. 3, 1965.
6. S k o d a M. Objective analysis by means of the optimum interpolation and automatic data processing of aerological reports. Studia Geophysica et Geodetica, 11, No. 1, 1967.

ОПЫТ АНАЛИЗА АЭРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАЗЕМНОЙ ИНФОРМАЦИИ

1. Проблема повышения точности анализа полей метеорологических элементов в районах с редкой сетью станций наблюдений все еще остается актуальной, несмотря на то что ей посвящено значительное число работ [1, 6, 8, 9, 12]. В частности, рассматривалась возможность улучшения качества объективного анализа над территориями, малоосвещенными аэрологической информацией, путем использования наземной (на уровне моря) информации [11, 15]. Один из вариантов учета наземной информации рассмотрен в работах автора [13, 14].

Настоящая работа посвящена тому же вопросу. Именно, для анализа поля высоты изобарической поверхности привлекаются дополнительно данные наземных наблюдений над давлением и температурой. Совместное использование аэрологических и наземных данных производилось на основе метода оптимального согласования [2], при этом была рассмотрена возможность использования двух способов учета наземных данных: в первом из них высотные поля согласуются с наземным давлением, во втором — осуществляется согласование с данными наземных наблюдений как за давлением, так и за температурой. Ранее предполагалось осуществить дополнительное одноточечное согласование значений высот, полученных этими способами. Однако проведенные оценки показали, что вследствие коррелированности получаемых значений геопотенциала существенного уточнения при таком дополнительном согласовании не получается. В связи с этим оказалось целесообразным ограничиваться согласованием по второму способу, которое обеспечивает более высокую точность анализа.

В [14] показано, что наибольшее уточнение высотного анализа в той или иной точке давало бы использование наземных данных в той же точке. При наличии таких данных привлечение дополнительных наземных станций практически оказывается бесполезным. Однако в действительности в оперативной работе значения геопотенциала вычисляются в узлах регулярной сетки, которые, как правило, не совпадают с пунктами, в которых имеются данные на-

блюдений. Поэтому оказывается целесообразным при расчетах значений геопотенциала в узлах сетки использовать наземные данные в ряде пунктов, расположенных в окрестности узла.

В работе [14], кроме того, была показана возможность оптимального согласования аэрологических данных непосредственно с данными наземных наблюдений при наличии достаточно точных данных о взаимных корреляционных связях между согласуемыми величинами. К сожалению, эти корреляционные связи для большой территории не являются очень устойчивыми. Применительно к полю давления изменчивость по территории Евразии вертикальных корреляционных связей установлена И. А. Дюбкиным [4]. Применительно к взаимосвязям температуры и давления такая изменчивость отмечается в работе [7]. Это обстоятельство потребовало бы при анализе над большой территорией детализировать корреляционную функцию, что осложняло бы программу анализа. Поэтому при составлении оперативной программы объективного анализа оказалось предпочтительным осуществлять расчеты в два этапа. На первом этапе вычисляются высоты анализируемой изобарической поверхности над пунктами, в которых имеются наземные данные, но нет наблюдений высоты. На втором этапе определяются значения высоты в узлах сетки путем использования как наблюдаемых, так и вычисленных значений в окружающих пунктах.

2. Вычисление высоты изобарической поверхности p по наземным данным (впредь для краткости будем называть его восстановлением) осуществляется по следующей формуле:

$$H_p = H_{1000} + \overline{H_{1000}^p} + qT'_0, \quad (1)$$

где H_{1000} — абсолютный геопотенциал поверхности 1000 мб, $\overline{H_{1000}^p}$ — среднее значение (норма) относительного геопотенциала, $T'_0 = T_0 - \overline{T_0}$ — отклонение наземной температуры от нормы.

Формулы такой структуры часто используются при восстановлении недостающих аэрологических данных (например, [10]). При этом для коэффициента пропорциональности q берется обычно теоретическое значение, следующей из уравнения статики для геопотенциала. В нашем случае оказалось более выгодным подбирать величину q эмпирически, исходя из условия наиболее точного определения анализируемой величины. В качестве примера на рис 1, 2 производится сопоставление с фактическими данными высот изобарических поверхностей 850 и 500 мб соответственно, восстановленных для зимних сезонов 1961-62 и 1962-63 гг. двумя способами для станций Оренбург и Курск.

На рис. 1 а и в восстановление производилось по обычной формуле

$$H_p = 67,4 \left(T_0 - \frac{\Delta T}{2} \right) \lg \frac{p_0}{p}, \quad (2)$$

где T_0 — наземная температура, ΔT — средняя климатическая разность между температурами на наземном и анализируемом уровнях для данного сезона.

На рис. 1 б и г восстановление осуществлялось по формуле (1) при $q=0,23$.

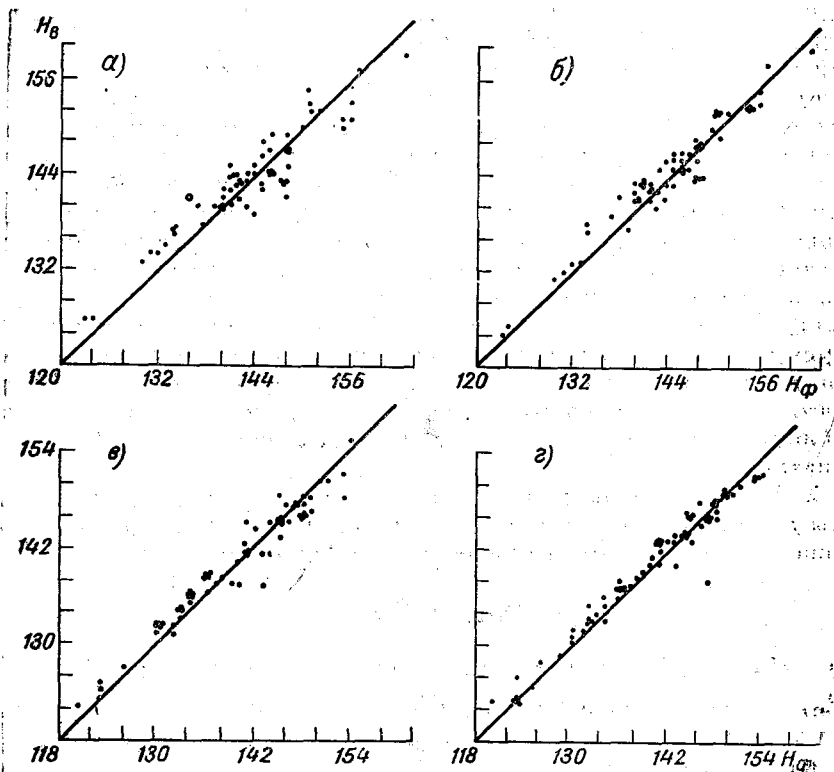


Рис. 1. Сопоставление восстановленных значений геопотенциала поверхности 850 мб с фактическими.

Курск: а — по формуле (2), б — по формуле (1); Оренбург: в — по формуле (2), г — по формуле (1).

Аналогичные результаты представлены на рис. 2 для изобарической поверхности 500 мб, с той разницей, что q принято равным 1,0.

Из рисунков следует, что формула (1) дает заметно более точные результаты по сравнению с формулой (2) для уровня 500 мб и не уступает ей в точности для уровня 850 мб.

В дальнейшем в результате исследования точности восстановления по многим станциям значения коэффициента пропорциональности q были уточнены. При расчетах для ΔT_{850} использова-

лось значение $q=0,3$, а для AT_{500} $q=0,7$. Средняя квадратическая ошибка восстановления составляет 3,2 дкм для AT_{850} и 8,6 дкм для AT_{500} . Это соответствует 0,32 и 0,57 средней квадратической изменчивости на указанных уровнях. Из сравнения этих величин следует, что восстановленные значения на уровне 500 мб несут

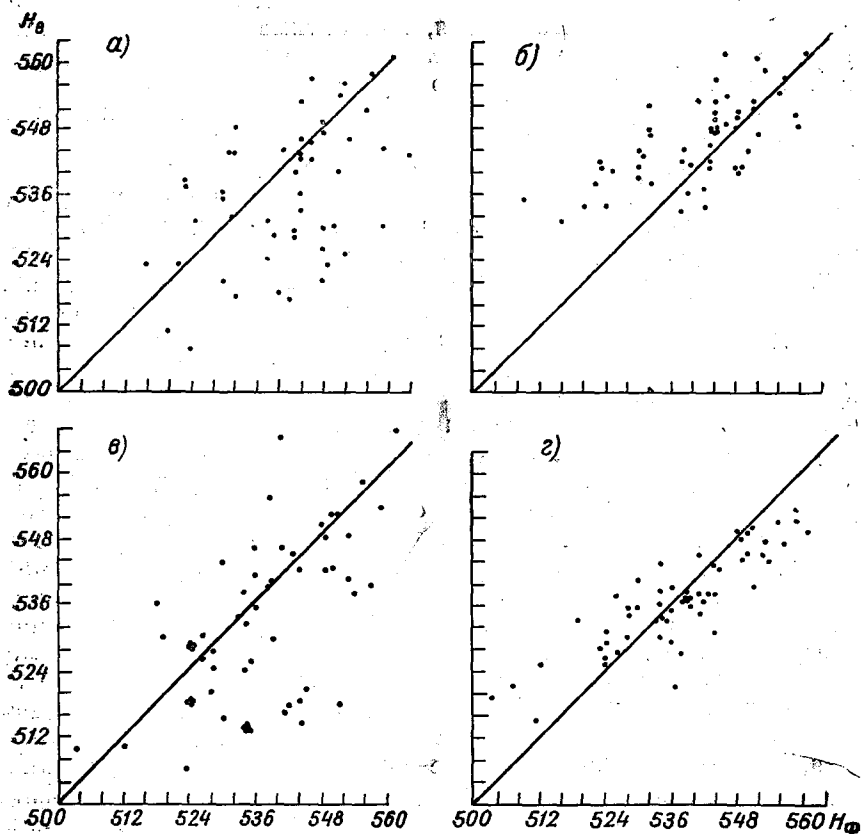


Рис. 2. Сопоставление восстановленных значений геопотенциала поверхности 500 мб с фактическими.
Усл. обозначения см. рис. 1.

гораздо меньше информации об интерполируемом поле, чем восстановленные значения на уровне 850 мб, и использование их гораздо менее перспективно.

В результате восстановления значений геопотенциала, по данным наземных наблюдений, количество пунктов, в которых имеются данные о геопотенциале анализируемой поверхности, существенно повышается. Особенно большим это увеличение может

оказаться на акваториях океанов, где станций радиозондирования очень мало, но в то же время осуществляется большой объем судовых наблюдений на уровне моря. Анализ данных о геопотенциале осуществляется на основе метода оптимальной интерполяции с использованием как непосредственно наблюдаемых, так и восстановленных по наземным данным значений. При этом, естественно, учитывается разная точность наблюдаемых и восстановленных значений. Строго говоря, при оптимальной интерполяции следовало бы учесть то обстоятельство, что восстановленные значения являются сглаженными по сравнению с фактическими (это хорошо видно на рис. 1 и 2) и, следовательно, ошибки их должны коррелировать с анализируемыми значениями. Такой расчет существенно осложнил бы вычисления, и на данном этапе коррелированность ошибок восстановления с полем геопотенциала не учитывалась, тем более, что мы не располагаем для этого достаточно надежными статистическими данными.

3. Изложенная выше методика была реализована в виде программы анализа геопотенциала на одной изобарической поверхности для ЭВМ М-220. Анализ осуществлялся для территории Европы и прилегающей к ней части Атлантического океана и Сибири. На этой территории располагались 32×22 узла принятой в ГМЦ СССР квадратной сетки с шагом 300 км на карте стереографической полярной проекции.

Как уже указывалось, наибольший интерес представляет использование такой методики в океанических районах. Поэтому в программе должно было быть предусмотрено использование данных судовых наблюдений, производящихся в пунктах с переменными координатами, не зафиксированных в словаре станций. С другой стороны, оценка эффективности применения методики непосредственно для океанических районов производиться не могла из-за редкой аэрологической сети, вследствие чего оказывалось затруднительным получить «истинный» анализ для сравнения. Такой «истинный» анализ может быть получен для территории суши, где имеется значительное число аэрологических станций. Поэтому естественно производить методические оценки главным образом по хорошо освещенной территории суши. А в программе должна быть предусмотрена возможность имитации редкой сети путем исключения высотных данных ряда аэрологических станций при сохранении наземных данных.

В качестве основы была использована составленная С. Л. Белоусовым [1] программа анализа, оперативно используемая в ГМЦ СССР. При этом имелась в виду возможность оперативного использования методики после ее апробации. Введенные в программу изменения в основном сводились к следующему:

а) кроме данных аэрологических наблюдений, вводятся дополнительные данные. К ним относятся приземное давление и температура на станциях, нормы наземной температуры и относительной топографии OT_{1000}^p в узлах сетки. Для дополнительных (на-

пример, судовых) станций вместе с данными наблюдений вводятся географические координаты;

б) обеспечено дополнение словаря фиксированных станций станциями, соответствующими текущим координатам судов. Географические координаты преобразуются в декартовы, определяется, к какому квадрату относится эта «станция», и заносится в словарь;

в) предусмотрен блок восстановления геопотенциала изобарической поверхности по наземным данным по формуле (1) в тех случаях, когда в данном пункте отсутствует наблюдаемое значение. Восстановленным данным присваивается признак, позволяющий отличить их от непосредственно наблюдаемых значений;

г) при составлении «машинной карты» отбираются сначала станции с наблюдениями на высотах, после этого производится дополнительный отбор станций с восстановленными значениями высот, при этом для каждого квадрата общее число станций (как с наблюдениями, так и с восстановленными значениями) не должно превышать трех. При наличии большего числа станций в квадрате они не учитываются, так как это могло бы привести к неравномерному окружению узла станциями;

д) при составлении корреляционной матрицы, которая используется в дальнейшем для нахождения интерполяционных весов, принимаются различные значения меры ошибок η для наблюдаемых ($\eta_1=0,02$) и восстановленных ($\eta_2=0,05$) значений;

е) изменен блок контроля данных. Помимо контроля всех имеющихся данных, предусмотрен еще отдельно контроль восстановленных значений по наблюдаемым данным редкой сети. Этот контроль заключается в том, что оценивается невязка между восстановленным значением на станции и интерполированным на эту станцию значением действительно наблюдаемых. Эта интерполяция производится также по восьми станциям. Полученная невязка сравнивается с теоретической невязкой, оцениваемой по данным о статистической структуре. В случае когда отношение фактической невязки к теоретической превышает критическую величину K , восстановленное значение бракуется и не используется в расчетах;

ж) предусмотрено выполнение оценки точности анализа. Этот блок предназначен для выполнения методических проработок в связи с тем, что эффективность использования восстановленных данных практически может оцениваться лишь по тем районам, где имеется сравнительно густая аэрологическая сеть. При этих проработках анализ осуществляется в несколько приемов. Первоначально анализ осуществляется по данным всех имеющихся аэрологических станций. Этот анализ по густой сети принимается за эталонный и условно называется «истиной».

В дальнейшем анализ производится по данным значительно более редкой сети, причем основная часть фактически существующих аэрологических станций считается отсутствующей.

Точность этого анализа оценивается путем сравнения значений в узлах сетки с полученной ранее «истинной».

Наконец, производится анализ с использованием аэрологических данных на станциях редкой сети, а данные остальных аэрологических станций заменяются восстановленными величинами, полученными по соответствующим значениям приземного давления и температуры. Точность этого анализа также оценивается путем сравнения с «истинной». Предусмотрена выдача как значений ошибок в отдельных точках, так и среднего квадратического отклонения их для всего поля. Об эффективности использования восстановленных данных можно судить по уменьшению ошибок анализа по сравнению с ошибками анализа по редкой сети без использования наземной информации. Разумеется, фактические значения ошибок могут отличаться от полученных путем сравнения с «истинной», особенно для районов, где сеть не является густой. Однако такого рода оценки позволяют получить правильные выводы и при существующих условиях являются, по-видимому, вполне оправданными.

Для проверки этого в рамках той же программы производилась интерполяция данных на станцию, где имеются фактически наблюдаемые значения геопотенциала изобарической поверхности 850 мб. Определялись средние квадратические отклонения значений интерполяции от фактических значений на станциях. Одновременно оценивалась теоретическая ошибка такой интерполяции на основе заданной структуры поля геопотенциала, что позволяет также судить о том, насколько заданная корреляционная функция соответствует фактическим данным.

4. Описанная выше методика была испытана при анализе поля геопотенциала изобарических поверхностей 850 и 500 мб. Анализ производился для ряда случаев, относящихся к январю и февралю 1967 г. Зимний сезон был выбран как характеризующийся наибольшей изменчивостью поля геопотенциала и соответственно наибольшими погрешностями анализа. Все случаи относятся к сроку наблюдения 3 часа московского времени.

Для выполнения оптимальной интерполяции, а также для осуществления теоретических оценок точности интерполяции необходимо задать характеристики статистической структуры анализируемого поля. Опыт анализа показывает, что оценки точности сравнительно мало чувствительны к изменениям вида корреляционной функции и очень чувствительны к изменениям дисперсии интерполируемого поля.

Практически нами использовалась нормированная автокорреляционная функция геопотенциала поверхности 500 мб, полученная Л. С. Гандиным и Т. И. Кузнецовой [3].

Значения дисперсий геопотенциала для зимнего периода приняты 99 дкм² для 850 мб и 207 дкм² для 500 мб. При расчетах мера ошибок наблюдения (отношение дисперсии случайных ошибок наблюдения к дисперсии поля геопотенциала) принималась равной

0,02 для непосредственно наблюдаемых величин и 0,05 для восстановленных величин.

В качестве критерия контроля восстановленных данных было использовано $K=2,0$; это значит, что отбраковке подлежали те восстановленные значения геопотенциала H_B , для которых выполнялось неравенство

$$|H_H - H_B| > 2\sigma\sqrt{\varepsilon + \eta_2}, \quad (3)$$

где σ — среднее квадратическое отклонение геопотенциала, H_H — значение геопотенциала, интерполированное на станцию по данным редкой сети, ε — теоретическая мера ошибки такой интерполяции, $\eta_2=0,05$ — мера ошибки восстановленных данных.

Таблица 1

Средние квадратические ошибки анализа поля геопотенциала 850 мб
по редкой сети аэрологических станций

	Малый район			Средний район			Большой район		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
1 I 1967 г.	2,5	1,4	1,5	3,8	2,4	2,5	3,8	2,4	2,4
11 I	2,8	1,5	1,5	4,1	1,8	1,8	4,8	3,6	3,5
1 II	2,4	1,9	1,8	3,1	1,9	1,9	3,6	2,2	2,2
9 II	2,1	1,5	1,5	3,4	1,7	1,9	2,8	1,7	1,8
16 II	2,9	2,1	1,8	4,0	2,2	2,1	4,1	3,0	2,9
26 II	3,4	2,6	1,5	3,6	3,5	2,4	3,1	3,0	2,4
Среднее	2,7	1,8	1,6	3,7	2,3	2,1	3,7	2,6	2,5

В табл. 1 и 2 приводятся некоторые результаты проведенных опытов по анализу геопотенциала изобарических поверхностей 850 и 500 мб соответственно. С целью выявления зависимости точности анализа от освещенности сети оценки осуществлялись для трех районов. Первый из них — большой район — включал всю область анализа и содержал 704 узла сетки. Второй — средний район — содержал $22 \times 16 = 352$ узла сетки. Наконец, третий — малый район — охватывал территорию, наиболее полно освещенную аэрологическими данными и содержащую $15 \times 10 = 150$ узлов сетки. Границы этих районов схематически представлены на рис. 3. На этом же рисунке показано расположение аэрологических станций, использованных для получения «истинного» анализа. Всего в словарь было включено 308 станций, однако практически не все они использовались в анализе в каждом конкретном случае, так как нами использовались материалы, оперативно поступавшие в ГМЦ СССР.

В среднем для построения каждого «истинного» поля использовалось около 250 станций. В качестве редкой сети из числа

станций густой сети были отобраны 48 станций, приблизительно равномерно расположенных по нашей территории и обозначенных кружочками на рис. 3. Практически в каждом случае анализа число этих станций составляло от 31 до 36.

В табл. 1 и 2 приводятся результаты анализа для шести случаев. Для каждого из них даны оценки точности анализа при использовании редкой сети (соответствующие столбцы помечены

Таблица 2

Средние квадратические ошибки анализа поля геопотенциала 500 мб по редкой сети аэрологических станций

	Малый район, $\eta_2=0,05$			Большой район, $\eta_2=0,1$		
	I	II	III $3>\Delta>-8$	I	II	III $0>\Delta>-8$
1 I 1967 г.	6,3	5,8	4,5	4,6	4,8	3,6
11 I	4,4	4,4	3,5	7,5	6,0	6,6
1 II	3,1	6,9	3,4	5,2	6,3	5,4
9 II	5,0	7,8	5,9	4,7	5,1	4,5
16 II	3,8	6,1	4,2	4,7	6,4	5,4
26 II	4,3	5,3	3,6	4,3	5,9	4,6
Среднее . .	4,5	6,0	4,2	5,2	5,8	5,0

цифрой I), оценки точности анализа с использованием восстановленных данных без контроля их (столбцы II) и оценки точности анализа, получаемого после контроля восстановленных данных (столбцы III).

Из табл. 1 видно, что использование наземной информации существенно уточняет анализ для изобарической поверхности 850 мб. Это уточнение составляет в среднем 30%. Как показывают элементарные оценки, без использования наземной информации для такого уточнения необходимо было бы примерно удвоить число станций редкой сети, т. е. привлечь дополнительно около 30 аэрологических станций.

В табл. 3 приведены результаты оценок интерполяции на станции для изобарической поверхности 850 мб. При этом дополнительно оценена точность интерполяции и по густой сети (столбец помечен цифрой 0). Остальные обозначения (столбцы I, II, III) такие же, как в табл. 1, с той разницей, что в этом случае интерполированное значение сопоставляется не с «истиной», а с фактическим значением на станции. Одновременно для данного набора влияющих станций оценивается теоретическая ошибка интерполяции. Средние квадратические величины ошибок сопоставления

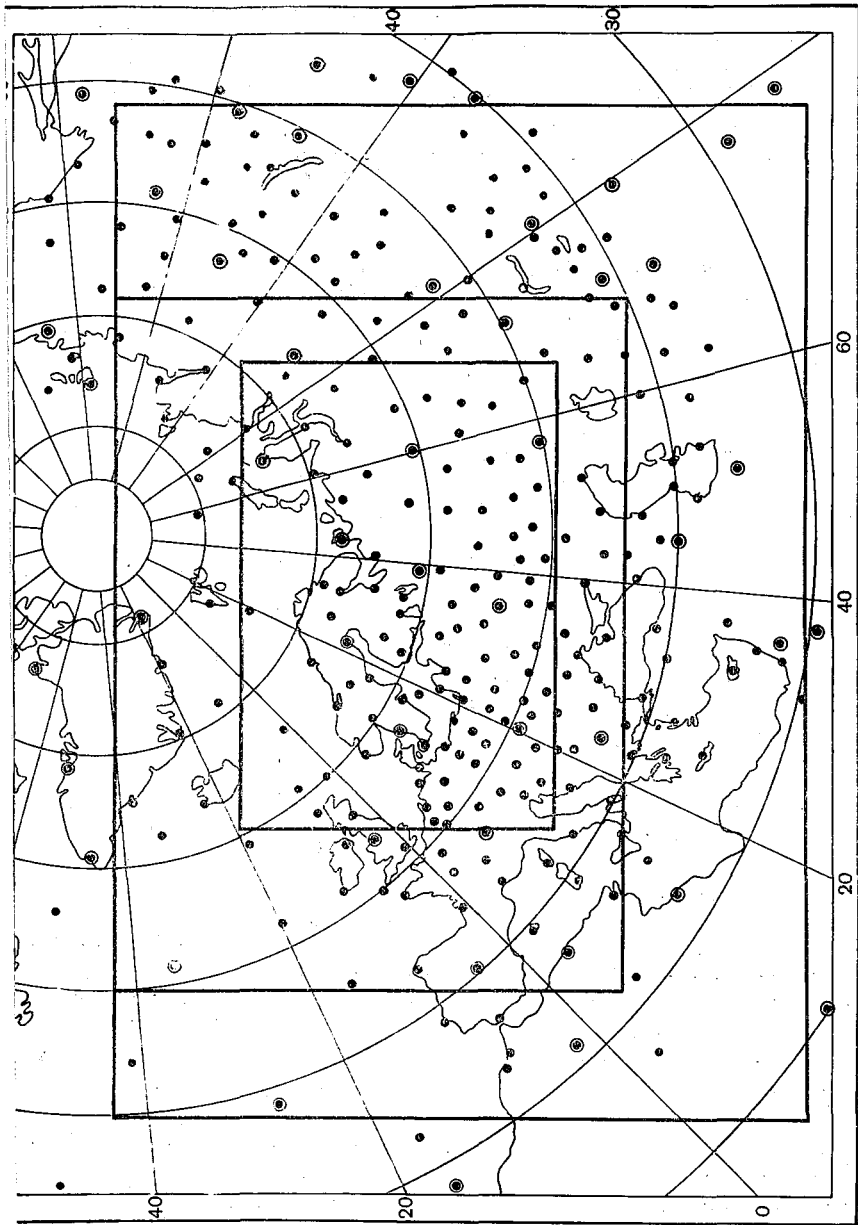


Рис. 3. Область оценок анализов и использованные в анализе станции.
 Кружочки — станции редкой сети.

интерполированных и фактических значений геопотенциала приводятся в первой строке и теоретические средние квадратические значения ошибок приводятся во второй строке. Сравнение соответствующих фактических и теоретических ошибок указывает на достаточную точность задания структуры поля геопотенциала.

Приведенные значения ошибок несколько завышены, так как при интерполяции на станцию сама эта станция исключается и таким образом сеть получается менее густой, чем на самом деле.

Таблица 3

Средние квадратические ошибки интерполяции на станцию поля геопотенциала изобарической поверхности 850 мб

Дата	0	I	II	III	Дата	0	I	II	III
1 I 1967 г.	2,7	4,1	3,0	2,9	9 II 1967 г.	2,4	3,2	2,5	2,5
	2,4	4,4	2,6	2,6		2,3	4,2	2,7	2,8
	238	34	269	262		258	36	186	182
11 I	2,2	4,7	3,0	2,8	16 II	2,1	3,9	2,9	2,7
	2,4	4,3	2,5	2,5		2,3	4,3	2,6	2,6
	241	34	225	213		244	31	179	171
1 II	1,9	3,7	2,8	2,7	26 II	2,2	3,4	2,8	2,6
	2,3	4,4	2,6	2,6		2,3	4,3	2,7	2,7
	253	32	186	183		262	36	178	175
					Среднее . .	2,3	3,8	2,8	2,7
						2,3	4,3	2,6	2,6
						249	34	204	198

В третьей строке столбца 0 указано число станций, в которых имелись наблюдаемые значения геопотенциала и с которыми сопоставлялись интерполированные значения, в столбце I — число станций редкой сети, в столбце II — число станций, в которых восстановлены высоты по наземным данным и, наконец, в столбце III — число станций с восстановленными данными после их контроля и отбраковки.

Данные табл. 3 целиком подтверждают выводы, сделанные при анализе табл. I.

Использование контроля восстановленной информации в среднем обеспечивает незначительное повышение точности анализа. Однако важно отметить, что, хотя контроль практически в большинстве случаев не сказывается на результатах анализа, он ока-

зывается существенным в случаях аномального распределения температуры, когда точность восстановления ухудшается. Из случаев, приведенных в табл. 1, это имеет место 26 февраля 1967 г., когда контроль восстановленных данных позволил отбраковать рассчитанные значения геопотенциала в трех пунктах, что привело к уменьшению ошибки анализа для малого и среднего районов в среднем более чем на 1 дкм.

Такого улучшения не получилось для случая интерполяции на станцию. Это, по-видимому, объясняется тем, что оценки при этом сопоставимы с оценками точности интерполяции на узлы сетки, для которых улучшение за счет контроля сравнительно невелико.

Сопоставление оценок по трем районам, как и следовало ожидать, показывает большую точность анализа над малым районом по сравнению со средним и особенно с большим районом. В то же время создается впечатление, что при увеличении области оценки за счет дополнительного привлечения районов с редкой сетью на краях карты эффективность использования наземной информации не повышается, а даже несколько понижается. Проведенный нами дополнительный анализ показал, что в действительности это не так. В районах с редкой сетью «густая» и «редкая» сети отличались сравнительно мало. Одной из причин в данном случае является то, что к сроку проведения оперативных численных расчетов поступают данные не всех пунктов и это особенно характерно для станций, расположенных на краях карты.

Вследствие этого «истинный» анализ в этих областях мало отличался от анализа с редкой сетью. В этих районах даже в тех случаях, когда дополнительная информация позволяет получить близкое к фактическому поле, оно будет оцениваться как ошибочное из-за несовпадения с «истинной». Поэтому нам представляется, что наиболее показательными являются оценки по малому району.

Для изобарической поверхности 500 мб оценки производились лишь по большому и малому районам. Как следует из табл. 2, учет наземных данных без контроля соответствующих восстановленных значений не только не улучшает, но даже ухудшает результаты анализа по сравнению с анализом только по данным редкой сети. Это связано с малой точностью восстановления геопотенциала для этого уровня. С целью исследования возможностей улучшения результатов анализа были испытаны различные пути. В частности, исследовалась возможность улучшения анализа за счет уточнения параметра q в формуле (1). Выяснилось, однако, что принятое нами значение q для этой поверхности 0,7 близко к оптимальному. По-видимому, некоторое уточнение могло бы быть достигнуто, если задавать различные значения параметра q для разных районов и, возможно, при различных ситуациях. Однако статистическими данными, которые позволяли бы реализовать такой вариант, мы не располагали.

Были испытаны также различные варианты контроля восстановленных данных на этой поверхности. В результате оказалось,

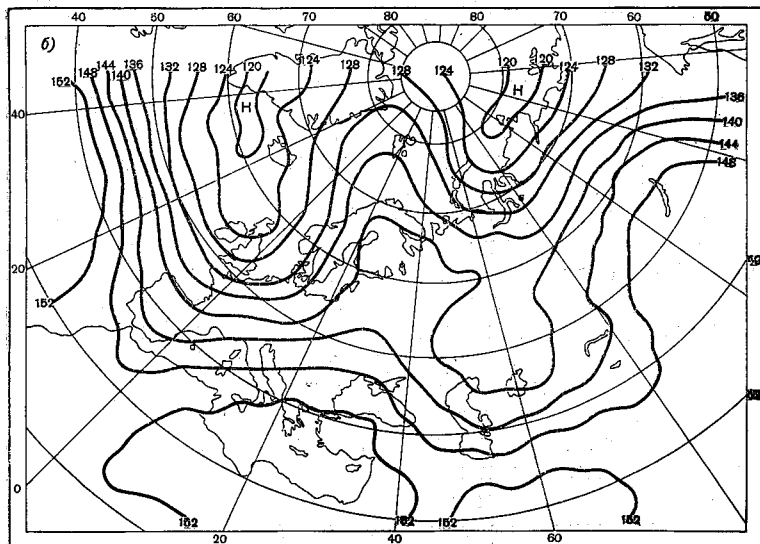
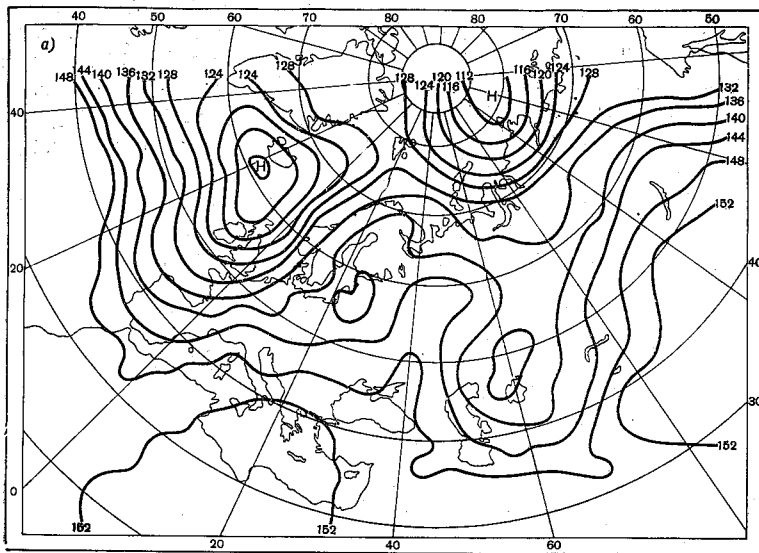
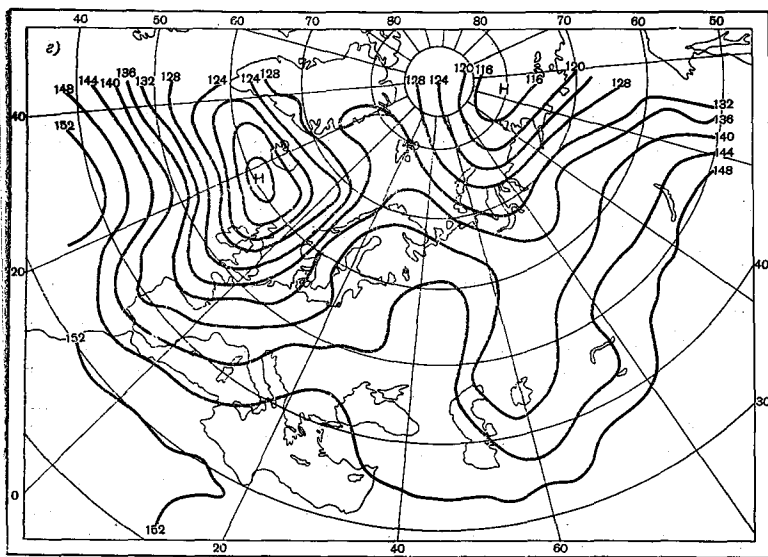
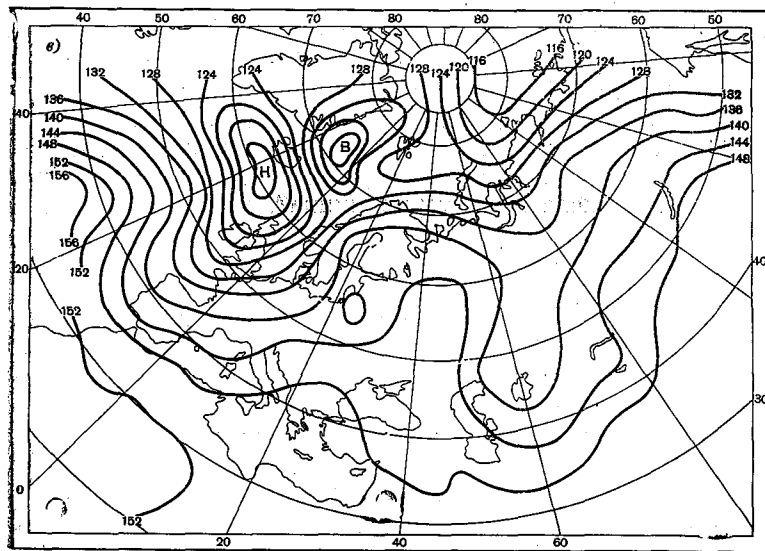


Рис. 4. Объективный анализ геопотенциала поверхности
а — густая сеть, *б* — редкая сеть, *в* — редкая сеть с использованием
 восстановленных



350 мб за 3 часа 26 февраля 1967 г.
 восстановленных данных, σ — редкая сеть с использованием и отбраковкой
 данных.

что применявшийся для поверхности 850 мб критерий отбраковки, описываемый формулой (3), сравнительно малоэффективен. Гораздо лучшие результаты для поверхности 500 мб дает отбраковка путем сопоставления фактической невязки не с теоретической, а с некоторыми заранее заданными предельными величинами. В результате был принят такой вариант, когда в окончательном анализе используются лишь те восстановленные значения, для которых фактические невязки интерполяции Δ по данным редкой сети лежат в пределах

$3 > \Delta > -8$ для малого района,

$0 > \Delta > -8$ для большого района.

Из указанного видно и это подтверждено соответствующим анализом, что имело место систематическое занижение восстановленных данных на поверхности 500 мб. Это обусловлено, по-видимому, отличием средних значений ОТ $\frac{500}{1000}$ для данной выборки от принятого нами поля норм относительного геопотенциала.

Результаты оценок анализа с применением такого контроля приведены в табл. 2. Из нее следует, что даже этот вариант позволяет заметно улучшить результаты анализа по сравнению с анализом без контроля восстановленных значений. Однако и эти результаты практически мало отличаются от результатов, которые получены при анализе по редкой сети без использования наземной информации. Из указанного следует, что использование наземной информации при анализе карт изобарической поверхности 500 мб нецелесообразно, по крайней мере в нашем варианте. Несомненно, что, поскольку между наземными данными и H_{500} статистическая связь существует, существует и принципиальная возможность использования наземной информации. Однако это, как мы уже указывали, потребует более детального и точного знания данных о статистической структуре. При этом следует иметь в виду, что даже сравнительно точное восстановление аэрологических данных не гарантирует автоматического повышения точности анализа, если не будет должным образом учтена взаимная корреляция ошибок восстановления со значением анализируемого поля (например, [8]).

Наконец, на рис. 4 приведены расчерченные карты объективного анализа поля геопотенциала изобарической поверхности 850 мб за 3 часа 26.II 1967 г. Эти карты соответствуют анализам по густой сети аэрологических станций—«истина» (рис. 4 а), по редкой сети (рис. 4 б), по редкой сети с использованием наземных данных (рис. 4 в) и такой же анализ, как на рис. 4 в, с предварительным контролем и отбражкой восстановленных данных (рис. 4 г).

Сравнение трех последних анализов с «истиной» показывает что при анализе по редкой сети происходит сильное сглаживание поля. Например, на рис. 4 б над Северной Атлантикой между Исландией и Ирландией получилась ложбина, тогда как на всех остальных картах там циклон. Ложбина над Северной Землей на рис. 4 б также наиболее сглажена.

Сравнение карт на рис. 4 *в* и *г* показывает, насколько важна для этого случая отбраковка восстановленных данных. Так, на рис. 4 *в* над Гренландским морем наблюдается антициклон, которого нет на рис. 4 *а*. Однако после контроля и отбраковки двух станций с восстановленными данными в этом районе этот антициклон исчезает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов С. Л., Гандин Л. С., Машкович С. А. Обработка оперативной метеорологической информации с помощью ЭВМ. Гидрометеоздат, Л., 1968.
2. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоздат, Л., 1963.
3. Гандин Л. С., Кузнецова Т. И. О пространственной статистической структуре поля геопотенциала. Труды ГГО, вып. 168, 1965.
4. Дюбкин И. А. Взаимосвязь давления на уровне моря и высот изобарических поверхностей в высоких широтах северного полушария. Труды ААНИИ, том 277, 1966.
5. Каган Р. Л. К вопросу о согласовании полей геопотенциала и ветра. Метеорология и гидрология, № 1, 1969.
6. Машкович С. А. О повышении качества объективного анализа барического поля над районами с редкой сетью аэрологических станций. Труды ММЦ, вып. 10, 1965.
7. Мерцалова О. Б., Федорова А. М. Корреляционные связи между температурой и давлением в свободной атмосфере над северным полушарием. Труды НИИАК, вып. 30, 1965.
8. Мусаелян Ш. А., Апрашева И. Н. О совместном использовании данных наблюдений со спутников и редкой сети аэрологических станций для восстановления полей метеорологических элементов. Труды ГМЦ, вып. 30, 1968.
9. Петров А. А. Опыт экстраполяции аэрологических данных на верхние уровни с помощью ЭВМ. Труды ММЦ, вып. 10, 1965.
10. Руководство по краткосрочным прогнозам погоды. ч. 1, Гидрометеоздат, Л., 1964.
11. Советова В. Д. Объективный анализ поля геопотенциала с привлечением дополнительной информации. Труды ГМЦ, вып. 19, 1968.
12. Фукс-Рабинович М. С. О повышении качества анализа поля геопотенциала над районами, мало освещенными исходной информацией. Метеорология и гидрология, № 5, 1964.
13. Хатамкулов Г. Об объективном анализе поля относительного геопотенциала над океанами. Сб. «Динамическая метеорология», Изд-во «Наука», Ташкент, 1965.
14. Хатамкулов Г. Об использовании наземной информации при объективном анализе аэрологических полей. Труды ГГО, вып. 208, 1967.
15. Döös V. R., Eaton M. A. Upper-air analysis over ocean areas. Tellus, vol. 9, No. 2, 1957.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДАННЫХ О ВЕТРЕ ПРИ ОБЪЕКТИВНОМ АНАЛИЗЕ ВЫСОТНОГО БАРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Введение. Недостаточная густота сети метеорологических станций над обширными районами земного шара является в настоящее время одним из основных препятствий к улучшению качества анализов метеорологических полей. Можно говорить о двух путях повышения качества анализов.

Кардинальным путем является дальнейшее расширение сети станций. Соответствующие работы велись и ведутся в рамках ВМО и других организаций. Были приняты предварительные планы поэтапного расширения аэрологической сети. По этим планам создание новых станций предусматривается в первую очередь в районах с чрезвычайно низкой густотой сети, например, в экваториальных областях. А в таких районах, как Северная Атлантика, где расстояние между постоянно действующими станциями может быть больше 1200 км, создание новых станций пока не запланировано. Однако ошибка анализа в этом же районе оказывается значительной. В связи с этим особое значение приобретает второй путь повышения качества анализов, который заключается в привлечении дополнительной информации при интерполяции. Использование дополнительной информации в определенном смысле может смягчить требования к густоте сети. Способы интерполяции с привлечением дополнительной информации основываются как на статистических связях между различными элементами, так и на решении соответствующих диагностических гидродинамических уравнений.

В настоящей работе рассматривается проблема использования данных о ветре в качестве дополнительной информации на основе статистических связей при интерполяции значений геопотенциала со станций в узлы регулярной сети.

Вывод оптимальной в статистическом смысле формулы интерполяции. Имеется ряд диагностических дифференциальных соотношений между геопотенциалом и ветром, таких, как геострофическое соотношение или уравнение баланса, которые выполняются с разной степенью точности. Статистические связи между гео-

потенциалом и ветром можно рассматривать как отражение динамических соотношений между ними. Корректное использование динамических соотношений возможно при помощи вариационного метода, предложенного Сасаки [22]. Статистические связи в виде корреляционных функций можно в явном виде привлечь на основе оптимальной интерполяции [1]. Некоторые проблемы статистического согласования случайного поля и его первых производных, в частности геопотенциала и ветра, рассмотрены в [5 и 6].

В соответствии с методом оптимальной интерполяции оценка отклонения значения геопотенциала в узле сетки от нормы (φ_0^*) выражается в виде

$$\varphi_0^* = \sum_{i=1}^{n_1} a_i \tilde{\varphi}_i + \sum_{k=1}^{n_2} b_k l_k \tilde{u}_k + \sum_{s=1}^{n_3} c_s l_s \tilde{v}_s, \quad (1)$$

где $\tilde{\varphi}_i$, \tilde{u}_k , \tilde{v}_s — отклонения измеренных значений геопотенциала и ветра от нормы в окружающих точках i , k , s ($i=1, \dots, n_1$, $k=1, \dots, n_2$, $s=1, \dots, n_3$); l_i , l_k , l_s — значения параметра Кориолиса в соответствующих точках.

Здесь и дальше скорость выражена в м/сек., а геопотенциал — в гп. дкм. В статистическом смысле оптимальные веса a_i , b_k , c_s определяются из условия

$$E = \overline{(\varphi_0 - \varphi_0^*)^2} = \min, \quad (2)$$

где φ_0 — истинное значение геопотенциала в узле. Будем считать, что ошибки наблюдений $\Delta_{\varphi_i} = \tilde{\varphi}_i - \varphi_i$, $\Delta_{u_k} = \tilde{u}_k - u_k$, $\Delta_{v_s} = \tilde{v}_s - v_s$ являются чисто случайными [1], т. е. они вызывают только повышенные дисперсии. Этот случай соответствует тому, что в радиофизике принято называть «белым шумом». Из уравнений (1) и (2) получим следующую систему нормальных уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_1} a_j \overline{\varphi_i \varphi_j} + a_i \overline{\Delta_{\varphi_i}^2} + \sum_{l=1}^{n_2} b_l l_l \overline{\varphi_i u_l} + \sum_{r=1}^{n_3} c_r l_r \overline{\varphi_i v_r} &= \overline{\varphi_0 \varphi_i}, \\ i &= 1, \dots, n_1 \\ \sum_{j=1}^{n_1} a_j l_k \overline{\varphi_j u_k} + \sum_{l=1}^{n_2} b_l l_k l_l \overline{u_k u_l} + b_k l_k^2 \overline{\Delta_{u_k}^2} + \sum_{r=1}^{n_3} c_r l_k l_r \overline{u_k v_r} &= \overline{l_k \varphi_0 u_k}, \\ k &= 1, \dots, n_2 \\ \sum_{j=1}^{n_1} a_j l_s \overline{\varphi_j v_s} + \sum_{l=1}^{n_2} b_l l_l l_s \overline{u_l v_s} + \sum_{r=1}^{n_3} c_r l_r l_s \overline{v_r v_s} + c_s l_s^2 \overline{\Delta_{v_s}^2} &= \overline{l_s \varphi_0 v_s}, \\ s &= 1, \dots, n_3. \end{aligned} \quad (3)$$

для определения оптимальных весов.

С помощью уравнений (3) получим для среднего значения квадрата невязки выражение

$$E = \overline{\varphi_0^2} - \sum_{j=1}^{n_1} a_j \overline{\varphi_0 \varphi_j} - \sum_{k=1}^{n_2} b_k \overline{\varphi_0 u_k} - \sum_{s=1}^{n_3} c_s \overline{\varphi_0 v_s} = \overline{\varphi_0^2} - \overline{\varphi_0 \Phi_0^*} \quad (4)$$

Систему (3) можно получить и другим путем. Для этого можно требовать выполнения не условия (2), а условий:

$$\overline{\varphi_0^* \tilde{\varphi}_i} = \overline{\varphi_0 \varphi_i}, \quad \overline{\varphi_0^* \tilde{u}_k} = \overline{\varphi_0 u_k}, \quad \overline{\varphi_0^* \tilde{v}_s} = \overline{\varphi_0 v_s},$$

или, учитывая предположение о статистической структуре полей ошибок,

$$\overline{\varphi_0^* \Phi_i} = \overline{\varphi_0 \Phi_i}, \quad \overline{\varphi_0^* u_k} = \overline{\varphi_0 u_k}, \quad \overline{\varphi_0^* v_s} = \overline{\varphi_0 v_s}, \quad (5)$$

при этом $i \neq 0$, $k \neq 0$, $s \neq 0$. Действительно, вводя уравнение (1) в (5), сразу получим (3).

Правые части уравнений (5) заданы, они отождествляются с соответствующими значениями авто- и кросскорреляционных функций данных полей. В результате интерполяции при условиях (5) получим искомое значение φ_0^* , корреляция которого со значениями геопотенциала и ветра на окружающих станциях, участвующих в интерполяции, совпадает с корреляцией истинных величин. Таким образом, при такой интерполяции имеет место частичное сохранение статистической структуры. Можно говорить только о частичном сохранении потому, что на практике значения в соседних узлах находятся примерно по одной и той же совокупности данных наблюдений, что приводит к повышению корреляции между значениями в узлах по сравнению с естественной изменчивостью элемента. Кроме того, в соответствии с формулой (4) имеет место неравенство $(\varphi_0^*)^2 < \overline{\varphi_0^2}$.

Определение корреляционной матрицы. Входящие в систему (3) двухточечные моменты второго порядка отождествляются с соответствующими значениями автокорреляционных и взаимных корреляционных функций статистической системы, состоящей из скалярного поля геопотенциала и векторного поля ветра.

При этом используем предположение о случайном характере агеострофических отклонений. О систематических отклонениях реального ветра от геострофического можно говорить только в трех случаях.

1. В области струйных течений, в частности в так называемом нулевом слое [20], реальный ветер превышает геострофический по модулю и отклоняется от него в сторону высокого давления.

2. В пограничном слое атмосферы реальный ветер меньше геострофического, по модулю и отклоняется в сторону низкого давления.

3. В тропических районах скорость геострофического ветра больше скорости реального.

Из сказанного следует, что для средней тропосферы умеренных и высоких широт физически обоснованы следующие аппроксимации:

$$l_j \overline{\varphi_i u_j} \approx l_j \overline{\varphi_i u_{gj}} = -\overline{\varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial y}},$$

$$l_k l_j \overline{u_k u_j} \approx l_k l_j \overline{u_{gk} u_{gj}} + \delta_{kj} l_k^2 \overline{\Delta_{agk}^2} = \frac{\partial \varphi_k}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + \delta_{kj} l_k^2 \overline{\Delta_{agk}^2} \quad (6)$$

и аналогичные аппроксимации других моментов. Здесь δ_{kj} — символ Кронекера и $\overline{\Delta_{agk}^2}$ — дисперсия агеострофических отклонений.

Следует подчеркнуть, что замена реального ветра геострофическим в статистических соотношениях (6) не эквивалентна замене реального ветра геострофическим в соответственных динамических соотношениях. Есть основание предполагать, что статистические соотношения типа (6) выполняются с большей точностью, чем соответствующие динамические. В работах [3, 9] указано на близость эмпирических изотропных автокорреляционных функций реального и геострофического ветра. В работах [15, 16, 17] аппроксимации типа (6) были проверены на фактическом материале для некоторых аэрологических станций Северной Америки и результаты оказались удовлетворительными.

Преимущество аппроксимаций типа (6) состоит в том, что корреляционные функции данной системы можно определить теоретически, если известна автокорреляционная функция геопотенциала.

В частности получим:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_j} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \overline{\varphi \varphi^*} = -\frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} m' \right)' r_i r_j + \frac{1}{r} m' \delta_{ij}, \quad (7)$$

$$\overline{\varphi \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_i}} = \frac{r_i}{r} m', \quad (8)$$

где $m = \overline{\varphi \varphi^*}$ — автокорреляционная функция геопотенциала, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $r_i = x_i^* - x_i$, $r^2 = (x_1^* - x_1)^2 + (x_2^* - x_2)^2$, а штрих обозначает d/dr .

Будем считать, что корреляционная функция поля геопотенциала задана в виде $m = \sigma \sigma^* \mu(r)$, где $\mu(r)$ — нормированная

автокорреляционная функция, σ , σ^* — стандартные отклонения в соответственных точках. Тогда из уравнений (7) и (8) получим:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_j^*} = \sigma \sigma^* \left\{ -\frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} \mu' \right)' r_i r_j + \frac{1}{r} \mu' \delta_{ij} + \right. \\ \left. + \left(\frac{|\nabla \sigma|}{\sigma} r_j v_i - \frac{|\nabla \sigma^*|}{\sigma^*} r_i v_j^* \right) \frac{\mu'}{r} + \mu \frac{|\nabla \sigma| |\nabla \sigma^*|}{\sigma \sigma^*} v_i v_j^* \right\}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_i^*} = \sigma \sigma^* \left(\frac{r_i}{r} \mu' + \mu \frac{|\nabla \sigma^*|}{\sigma^*} v_i^* \right), \quad (10)$$

$$\text{где } \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} = |\nabla \sigma| v_i.$$

В случае однородности и изотропности отклонений геопотенциала от норм по отношению к корреляционной функции уравнения (9) и (10) упрощаются, потому что $\nabla \sigma = \nabla \sigma^* = 0$. В этом случае геопотенциал и ветер в одной точке не коррелированы.

Однако хорошо известно, что градиент дисперсии не равен нулю. Распределение дисперсии геопотенциала является в первом приближении зональным, а именно значения ее возрастают с юга на север. Вследствие этого дополнительный член в уравнении (10) является положительным и имеет максимальное значение при $r=0$. Таким образом, одним из следствий переменности дисперсии является повышение связанности полей геопотенциала и ветра, особенно при небольших расстояниях.

Корреляционные моменты, входящие в систему (3), полностью определены, если заданы автокорреляционная функция для геопотенциала и ее первая и вторая производные, т. е. функция фактически должна быть известна в аналитическом виде. Однако процесс аппроксимации эмпирических корреляционных функций — процесс не однозначный. В общем, аналитическая функция, аппроксимирующая эмпирическую корреляционную функцию, подбирается таким образом, чтобы она удовлетворяла определенным требованиям [14]. Она должна быть положительно определена и достаточно согласована с эмпирическими данными. Число параметров, определяемых путем подбора, должно быть по возможности малым. В нашем случае функция должна быть, кроме того, дважды дифференцируема, потому что мы предполагаем существование первых производных от φ . Очевидно, что данные требования не полностью определяют корреляционную функцию. Кроме того, надо учитывать то обстоятельство, что влияние неточностей аппроксимации возрастает во много раз при дифференцировании и, таким образом, сказывается на остальных корреляционных функциях. Были рассмотрены разные аналитические аппроксимации автокорреляционной функции геопотенциала, чтобы методом численных экспериментов на ЭВМ выявить их поведение по отношению к интерполяции типа (1).

Использованы следующие функции для геопотенциала AT_{500} , удовлетворяющие приведенным выше требованиям:

$$m_1(r) = \sigma(1 + r/L_1) \exp(-r/L_1), \quad (11)$$

$$m_2(r) = \sigma(1 + r/L_2 + r^2/3L_2^2) \exp(-r/L_2), \quad (12)$$

$$m_3(r) = \sigma \exp(-r^2/L_3^2), \quad (13)$$

$$m_4(r) = \sigma I_0(r/L_4) \exp(-cr^2/L_4^2). \quad (14)$$

Дисперсия σ считается постоянной, L_i являются масштабами корреляции в тысячах километров.

Корреляционная функция m_1 была предложена в [14], где L_1 принималось равным 0,98 для AT_{500} и AT_{300} , функция m_2 использовалась в [7] без конкретизации L_2 , функция m_3 была применена в [11, 17 и 21] при $L_3 \approx 0,6-0,5$. При $L_3 \approx 0,65$ аппроксимация m_3 хорошо согласуется с данными [3]. Функция m_4 была применена в [12] для AT_{300} и AT_{100} .

Входящие в уравнения (11) — (14) величины L_i следующим образом связаны с дисперсией геопотенциала и геострофического ветра. При помощи уравнения (6б) можно получить

$$\overline{u_g u_g^*} + \overline{v_g v_g^*} = -\frac{98^2}{H^*} \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) m(r), \quad (15)$$

или при $r \rightarrow 0$

$$\frac{1}{L_1^2} = \frac{l^2}{98^2} \frac{1}{\sigma^2} \frac{\overline{u_g^2} + \overline{v_g^2}}{2}, \quad (16)$$

$$\frac{1}{L_2^2} = \frac{3}{L_1^2}, \quad (17)$$

$$\frac{1}{L_3^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{L_1^2}, \quad (18)$$

$$2c = \frac{l^2}{98^2} \frac{L_4^2}{\sigma^2} \frac{\overline{u_g^2} + \overline{v_g^2}}{2} - \frac{1}{2}. \quad (19)$$

Учитывая, что $\sigma^2 \approx 200$ (гп. дкм)², $\frac{\overline{u_g^2} + \overline{v_g^2}}{2} \approx 120$ м²/сек.² зимой, $\sigma^2 \approx 100$ (гп. дкм)² и $\frac{\overline{u_g^2} + \overline{v_g^2}}{2} \approx 80$ м²/сек.² летом, $l^2 \approx 1,4 \cdot 10^{-8}$, $L_4 \approx \approx 1,2$ (корреляционная функция равна нулю при $r \approx 2900$ км), получим значения, приведенные в табл. 1. Эти значения хорошо согласуются с приведенными выше значениями для L_i . Чтобы сравнить теоретические соотношения типа (7), (8) с эмпирическими данными, имеющимися в литературе, целесообразно перейти к продольным и поперечным компонентам векторного поля

геострофического ветра. Приводим соответствующие формулы для однородного и изотропного поля геопотенциала:

$$m_{ll} = \overline{u_{ll} u_{ll}^*} = -\frac{98^2}{l^2} \frac{m'}{r}, \quad (20)$$

$$m_{nn} = \overline{u_{nn} u_{nn}^*} = -\frac{98^2}{l^2} m'', \quad (21)$$

$$m_{uu} = \overline{uu^*} = \frac{m_{ll} + m_{nn}}{2} + \frac{m_{ll} - m_{nn}}{2} \cos 2\alpha, \quad (22)$$

$$m_{vv} = \overline{vv^*} = \frac{m_{ll} + m_{nn}}{2} - \frac{m_{ll} - m_{nn}}{2} \cos 2\alpha, \quad \text{см. [2]}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} m_{uu} d\alpha &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} m_{vv} d\alpha = \frac{m_{ll} + m_{nn}}{2} = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{98^2}{l^2} \left(\frac{m'}{r} + m'' \right), \end{aligned} \quad (24)$$

$$m_{\varphi n} = \overline{\varphi u_{nn}^*} = \frac{98}{l} m'. \quad (25)$$

Формулы (20), (21) для L_i по табл. 1 можно непосредственно сравнить с данными [8, 17, 19]; формулу (24) — с данными [9]; формулу (25) — с результатами [15, 8].

Оказывается, что различия между функциями, полученными исходя из разных корреляционных функций m_i , имеют тот же порядок, что и различия между данными разных авторов. Однако общие характерные черты эмпирического материала вполне удовлетворительно описываются теоретическими формулами. Важное различие между функциями, полученными на основе функций m_1, m_2 , с одной стороны, и m_3, m_4 — с другой, состоит в том, что взаимная корреляционная функция геопотенциала и ветра для функций m_3 и m_4 затухает быстрее, при этом максимальные значения для m_3 и m_4 выше максимальных значений для m_1 и m_2 .

Укажем еще на одно принципиальное различие между этими функциями. Для этого рассмотрим следующий частный случай. Ищем значение в узле по данным одной станции

$$\varphi_0^* = a_1 \tilde{\varphi}_1 + c_1 l_1 r_1 \tilde{v}_1. \quad (26)$$

Учитывая (3) и (10), получим

$$a_1 = \frac{\mu(r_1)}{1 + \eta}, \quad c_1 = -\frac{\mu'(r_1)}{r_1 \mu''(0)(1 + \lambda \eta)}, \quad (27)$$

$$\text{где } \eta = \frac{\Delta_{\varphi_1}^2}{\sigma^2}, \quad \lambda \eta = \frac{\Delta_{v_1}^2}{\sigma^2}.$$

Тогда имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} (1 + \lambda \eta) c_1^{(1)} &= -\exp(-r/L_1), \\ (1 + \lambda \eta) c_1^{(2)} &= -(1 + r/L_2) \exp(-r/L_2), \\ (1 + \lambda \eta) c_1^{(3)} &= -\exp(-r^2/L_3^2), \\ (1 + \lambda \eta) c_1^{(4)} &= -\exp(-cr^2/L_4^2) \frac{(L_4/r) I_1(r/L_4) + 2cI_0(r/L_4)}{\frac{1}{2} + 2c} \end{aligned} \quad (28)$$

для веса $c_1^{(i)}$ при разных функциях m_i . Ради упрощения допустим $\lambda = 1$, тогда из (16) и (17) следует:

$$\begin{aligned} |c_1^{(1)}| < |a_1^{(1)}|, \quad |c_1^{(2)}| < |a_1^{(2)}| \quad \text{и} \quad |c_1^{(4)}| < |a_1^{(4)}| \quad \text{при} \quad r > 0, \\ |c_1^{(3)}| = |a_1^{(3)}| \quad \text{при} \quad r \geq 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Результаты для m_3 и m_4 противоречат более мелкомасштабному характеру поля ветра и не согласуются со значениями для весовых функций, полученных в [18]. С другой стороны, они указывают на определенное преимущество функций m_1 и m_2 .

Испытание метода интерполяции на фактическом материале. Изложенный метод интерполяции испытывался двумя способами, первый из которых состоит в следующем. Из сети аэрологических станций Северной Америки были выбраны три распределения станций, моделирующих густую (шесть станций со средним расстоянием от центра около 450 км), среднюю (семь станций со средним расстоянием около 700 км) и редкую сети (восемь станций со средним расстоянием около 1100 км). Интерполяция геопотенциала производилась на центральную станцию по данным геопотенциала и ветра на окружающих станциях по формулам (1), (3), (6), (9) — (14). При этом дисперсия σ^2 считалась постоянной. Значения на центральной станции при интерполяции не использовались, они рассматривались как эталонные. Всего анализировалось 90 независимых случаев (52 для декабря — января и 38 для июня 1958—1962 гг.). Считалось, что в исходных данных имеются только случайные ошибки (ситуации с грубыми ошибками были исключены), которые характеризуются параметрами $\eta = \Delta_{\varphi}^2 / \sigma^2$ для геопотенциала и Δ_u^2 / u^2 для поля ветра; одинаковыми для всех станций, $\Delta_{\varphi i}^2 = \Delta_{\varphi}^2 = \text{const}$, $\Delta_{ui}^2 = \Delta_{vi}^2 = \Delta_u^2 = \text{const}$. Считалось также,

что $\overline{\Delta_{ag}^2} = \overline{\Delta_{ag}^2} = \text{const}$. В дальнейшем используем следующее обозначение: $1,5(\overline{\Delta_u^2} = \overline{\Delta_{ag}^2})/\sigma^2 = k\eta$ ($k \geq 0$). Величина $k\eta$ характеризует, таким образом, ошибки информации о ветре. Были определены эмпирические средние квадратические ошибки сопоставления $\Delta_e = \sqrt{(\tilde{\varphi}_0 - \varphi_0^*)^2}$ и теоретические средние квадратические ошибки

сопоставления Δ_t (Δ_e и Δ_t в гп. дкм, $\tilde{\varphi}_0$ является измеренным значением на центральной станции). При этом для дисперсии геопотенциала σ^2 использовались значения, равные 200 (гп. дкм)² для зимы, 100 (гп. дкм)² для лета и 150 (гп. дкм)² для годового среднего.

На основе проведенных численных экспериментов можно сформулировать следующие выводы:

1. Корреляционные функции, выведенные на основе функций m_i , количественно отличаются друг от друга. Можно ожидать, что эти различия будут особенно заметны при редкой сети. Ход ошибок Δ_e для функций m_1 и m_2 оказывается одинаковым (приложение 3). Аналогично обстоит дело и для функций m_3 и m_4 . При возрастающем k ошибки Δ_e для m_3 и m_4 уменьшаются (примерно на 0,3) и стремятся при $k \approx 5$ к тому же значению, к которому стремятся ошибки для m_1 и m_2 при $k=1$. Значение $k=5$ при $\eta=0,01$ соответствует случайной ошибке поля ветра около 7 м/сек., что явно слишком много. Таким образом, придавая k неестественно большие значения, мы искусственно уменьшаем удельный вес данных о ветре. Все это свидетельствует о том, что повышение удельного веса данных о ветре по сравнению с функциями m_1 и m_2 не приводит к улучшению и что веса по m_1 и m_2 близки к оптимальным. Сравнение данных приложений 1 и 3 показывает, что вариация значений $1/L_1^2$ от 1,0 до 0,85 и $1/L_2^2$ от 0,65 до 0,42 довольно мало влияет на ошибки Δ_e , если не рассматривать случай малых η . Этот на первый взгляд непонятный факт связан с тем, что в системе (3) имеет место определенная компенсация при вариации параметров L_i , потому что повышение корреляции данных наблюдений с искомым значением [левая часть системы (3)] одновременно приводит к повышению корреляции между самими исходными данными (что равносильно уменьшению значения определителя матрицы системы).

2. Из данных приложений 1—3 видно, что теоретические ошибки Δ_t для функций m_1 , m_2 и m_3 , m_4 довольно заметно отличаются друг от друга и существенно зависят от вариации параметра L_1 . Эффект компенсации, описанный ранее, здесь не имеет места, что непосредственно следует из структуры формулы (4). Для функций m_3 и m_4 типичны более выраженный ход ошибок Δ_t в зависимости от η и явная переоценка данных о ветре, хотя используется $k=5$. Последний факт согласуется с неравенствами (29). Соответствие между теоретическими и фактическими ошибками оказывается наилучшим в том случае, если параметры L_i выбираются из

табл. 1, что указывает на определенное преимущество формул (16) — (19). Самые репрезентативные значения теоретических ошибок дает функция m_1 .

3. Для зимнего сезона при средней густоте сети привлечение данных о ветре не дало улучшения анализа. Детальный анализ отдельных ситуаций показал, что в том случае, когда центральная станция находится на краю струйного течения, возникают большие ошибки интерполяции из-за того, что вес, с которым входят данные о ветре, на станции оказывается слишком большим. Данный эффект имеет место и при густой, и при редкой сети, но реже и в ослабленном виде. Из этого следует, что при наличии струйных течений требуется модификация схемы интерполяции.

4. Уменьшение средней квадратической ошибки сопоставлений при привлечении данных о ветре для сети со средним расстоянием между станциями от 450 до 1100 км составляет 15—20%. С увеличением густоты сети данные о ветре в рамках данной модели теряют свое информационное значение. Для летнего сезона критическая густота достигается уже при среднем расстоянии около 450 км (приложение 3), для зимнего — при меньшем расстоянии. Следует отметить, что при редкой сети (минимальное расстояние от центра около 850 км, среднее расстояние около 1100 км) информация о ветре является еще полезной. В схеме [18] данные о ветре при расстоянии между станциями 800—900 км полностью теряют информационное значение.

5. Система (3) плохо обусловлена вследствие того, что исходные данные, особенно при большом количестве влияющих станций, сильно коррелированы. Заметная зависимость ошибок Δ_e от ошибки исходных данных η (приложения 1—3) при небольших ее значениях для функций m_3 и m_4 является признаком особенно плохой обусловленности.

Были случаи, когда при очень густой сети для $\eta=0$ при функциях m_3 и m_4 получились отрицательные значения дисперсии теоретических ошибок интерполяции E . Поэтому существенным явился выбор метода решения системы (3) и соответствующих значений η . Опыт расчетов показал, что при использовании метода Ершова для решения системы (3) при $\eta \geq 0,005$ для функций m_1 , m_2 и при $\eta \geq 0,01$ для m_3 и m_4 всегда получаются надежные результаты.

6. При $k \rightarrow \infty$ ($k\eta$ характеризует ошибку исходных данных) $E_2 \rightarrow E_1$ (E_1 — ошибка интерполяции при использовании только данных о геопотенциале, E_2 — ошибка при привлечении ветра); можно показать, что $(E_2 - E_1) \sim 1/k$. Интересно, что начиная с $k=3$ E_2 крайне медленно стремится к E_1 . При соответственных оценках оказывается, что данные о ветре с ошибкой, например, $k\eta=0,7$ еще весьма ценны. При интерпретации данного результата надо иметь в виду, что он был получен на основе концепции «белого шума», т. е. случайности ошибок исходных данных. В действительности часть ошибок исходных данных о ветре носит систе-

матический характер в том смысле, что ошибки коррелированы между собой и со значениями самого ветра (например, ошибки измерений в области струйных течений). Учет этого обстоятельства непременно приводит к повышению значения E_2 .

7. Для случая редкой сети специальными экспериментами оценивалась возможность уменьшения числа влияющих станций от восьми до пяти путем исключения самых удаленных станций. В случае использования данных о ветре ошибки сопоставления Δ_e для шести и семи станций оказались немного меньше ошибки Δ_e для восьми станций, для пяти влияющих станций Δ_e немного больше соответствующей ошибки для шести и семи станций. При интерполяции только на основе данных о геопотенциале определенное повышение ошибок Δ_e отмечается для шести станций по сравнению с восьмью влияющими станциями. Таким образом, подтверждается возможность уменьшения числа влияющих станций. Особый интерес представляет тот факт, что при уменьшении числа станций от восьми до семи и шести в случае привлечения данных о ветре имело место определенное улучшение результата интерполяции. Это является следствием того, что корреляционные функции статистической системы известны с определенной ошибкой. Уменьшение числа влияющих станций в случае привлечения дополнительной информации особенно важно, потому что при меньшем числе станций лучше выполняются предположения об однородности и изотропности, повышается обусловленность системы, возможна экономия машинного времени.

Второй способ испытания схемы интерполяции состоял в следующем. Были проведены анализы поля геопотенциала AT_{500} для так называемой малой прогностической сети (Северная Атлантика, Европа и Западная Сибирь, 22×26 узлов с шагом 300 км). Общая схема программы для ЭВМ основывается на принципах, изложенных в [13], в частности использован тот же метод поиска.

При реализации программы автор смог воспользоваться некоторыми блоками программы и данными схемы объективного анализа ветра [10], которые были любезно предоставлены М. О. Кричак. В частности, были использованы те же нормы и та же схема их интерполяции, что и в [10].

Поскольку для испытания метода случай редкой сети особенно интересен, а район Северной Атлантики для Европы очень важен, путем исключения лишних станций на континенте Европы и в Сибири имитировалось распределение станций на Северной Атлантике.

Первые же испытания схемы в неизменном виде вновь показали необходимость ее модификации в районах струйных течений. Этот результат не является неожиданным по следующим причинам: во-первых, в струйных течениях отмечаются систематические отклонения ветра от геострофического [20]. Это обстоятельство, несомненно, требует увеличения величины $\Delta^2_{\alpha gh}$ в уравнениях (6).

Однако можно ожидать, что и после этой коррекции качество аппроксимации типа (6) в струйных течениях хуже, чем вне их. Во-вторых, предположение о постоянстве дисперсии составляющих ветра для всех влияющих станций при наличии струйных течений явно не выполняется, она оказывается выше в струйных течениях. На основании этих соображений был проведен ряд специальных опытов для выяснения наилучшего варианта модификации в предположении, что корреляционная функция геопотенциала описывается функцией m_1 .

В частности, исследовались следующие варианты:

а. Параметр $1/L_1^2$ определялся по формуле (16) по фактическим данным влияющих станций, и полученные значения вводились во все формулы для расчета корреляционных моментов. Этот вариант представляет интерес не только с точки зрения устранения дефекта схемы интерполяции, но и в связи с более общей проблемой применения корреляционных функций. При анализе конкретного поля возникает вопрос о применимости статистических данных, определенных по независимому материалу. Если мы определим характеристики статистической структуры по исходным, относящимся к конкретному случаю данным и затем, используя их, произведем анализ поля, то это может приводить к другим результатам.

б. Считаю, что дисперсия геопотенциала σ^2 постоянна и что наличие струйных течений сказывается только на взаимных корреляционных функциях, рассматриваем следующий частный случай варианта «а».

Параметр $1/L_1^2$ определяется при $\sigma^2 \equiv 200$ (гп. дкм)² по формуле (16) и вводится только в соответствующие взаимные корреляционные моменты.

в. Параметр $1/L_1^2$ определялся при $\sigma^2 \equiv 200$ (гп. дкм)² по формуле (16) и вводился только в диагональные элементы автокорреляционных матриц составляющих ветра, в случае, если $1/L_1^2$ оказывалось меньше $(1+k\eta)$, использовалось значение $1/L_1^2 = 1+k\eta$.

д. Параметр $1/L_1^2$ определялся для каждой влияющей станции отдельно, при этом в формуле (16) вместо \bar{u}_g^2 и \bar{v}_g^2 использовались квадраты наблюдаемых значений ветра u_i^2 и v_i^2 . Затем определялось среднее значение квадратов отклонения наблюдаемых значений геопотенциала от норм по всем влияющим станциям. Эта величина использовалась вместо σ^2 в формуле (16), если она оказывалась больше 250 (гп. дкм)², в противном случае считалась равной 250 (гп. дкм)². Изменялся только соответствующий диагональный элемент в автокорреляционной матрице составляющих ветра. Так, в случае варианта «в», как и «д», учитывался эффект повышенной дисперсии составляющих ветра, который имеет место в области струйных течений. При этом в варианте «д» принимаются во внимание экстремальные превышения характерного

значения дисперсии геопотенциала для данного случая [в нашем случае для зимнего сезона максимальным считалось $\sigma^2 \gg 250$ гп. дмк²) и поправки вводятся только в диагональные элементы, соответствующие станциям, на которых наблюдался сильный ветер. Следует иметь в виду, что с формальной математической точки зрения безразлично, чему приписывается это увеличение диагональных элементов, повышенной ли дисперсии ветра, или увеличению ошибок Δ_{agh}^2 в уравнениях (6), однако изменение диагональных элементов, вызываемое первым эффектом, гораздо больше. Вариант «д» дал наилучшие результаты, он оказался намного лучше варианта «а» и немного лучше варианта «в».

Для варианта «б» иногда получались отрицательные дисперсии ошибки интерполяции E и заведомо ошибочные интерполированные величины. Это может служить признаком нарушения внутренней согласованности системы (3).

В приложении 4 приведены результаты, полученные для варианта «д». Анализы производились для случаев, относящихся к зимнему сезону. Использовались корреляционные функции m_1 , m_2 и m_3 при следующих значениях параметров: $1/L_1^2 = 1,0$; $1/L_2^2 = 0,5$; $1/L_3^2 = 3,0$; $\eta = 0,01$; $k\eta = 0,03$. При использовании только информации о геопотенциале учитывалось шесть влияющих станций, при привлечении информации о ветре — пять станций. Оценка анализов производилась только для района, в котором имитировалось распределение станций на Северной Атлантике, всего для 130 узлов для каждой ситуации. В качестве эталона использовались анализы, полученные при помощи оптимальной интерполяции с учетом только данных о геопотенциале по всей аэрологической сети. Аэрологическая сеть в данном районе настолько густа, что эталоны, полученные при использовании функций m_1 , m_2 и m_3 , не отличаются друг от друга и хорошо согласуются с соответствующими субъективными анализами. Кроме эмпирических средних

квадратических ошибок сопоставления $\Delta_e = \sqrt{(\tilde{\varphi}_0 - \varphi_0^*)^2}$ ($\tilde{\varphi}_0$ — эталонное значение, φ_0^* — проинтерполированное значение, $[\Delta_e] =$ гп. дкм) и теоретических ошибок E/σ^2 , определялись средние квадратические ошибки градиента $\Delta_g = \sqrt{(\Delta\tilde{\varphi}_0 - \Delta\varphi_0^*)^2}$ (производные аппроксимировались центральными конечными разностями, шагом 600 км, $[\Delta_g] =$ гп. дкм/км. Приведенные в приложении 4 значения Δ_e и Δ_g определены по 130 узлам для каждой ситуации. Значения последней строки приложения 4 представляют собой средние по всем 17 ситуациям (всего $17 \times 130 = 2210$ узловых значений).

Анализ данных приложения 4 приводит к следующим выводам.

1. Средние квадратические ошибки Δ_e и Δ_g , определенные по всем ситуациям, для функций m_1 и m_2 фактически не отличаются друг от друга, соответствующие ошибки для m_3 оказываются больше. Уточнение анализа за счет использования данных о ветре

составляет около 17% для m_1 , 15% для m_2 , 9% для m_3 по сравнению с Δ_e функции m_1 при отсутствии данных о ветре и соответственно 21, 19 и 14% по сравнению с Δ_e функции m_3 . Как уже говорилось, функция m_3 отличается от m_1 главным образом тем, что она придает данным о ветре больший вес. Полученные результаты свидетельствуют о том, что данное увеличение весов в среднем не приводит к улучшению анализов.

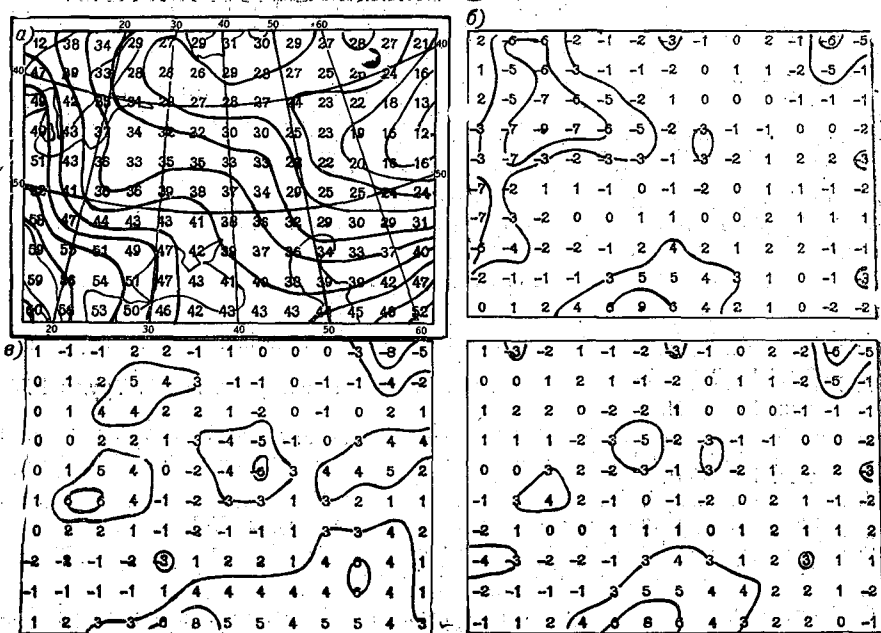


Рис. 1. Точность анализа AT_{500} за 3 часа 24 января 1969 г. (Расположение станций имитирует сеть пунктов зондирования над Северной Атлантикой).

а — анализ по полной сети (эталон), б — ошибки анализа с учетом ветра, но без коррекции, в — ошибки анализа, выполненного без учета ветра, г — ошибка анализа с учетом ветра с коррекцией по варианту «д».

2. Для функции m_3 вновь подтверждается тенденция к явной переоценке информации о ветре. Для m_3 при $\sigma^2=200$ получаем улучшение на 39% по теоретическим ошибкам, но в действительности имеет место улучшение на 14%. Для функции m_1 получается хорошее согласие теоретических и эмпирических ошибок (улучшение на 20% теоретически, 17% фактически).

3. В областях струйных течений корректировка по варианту «д» обеспечивает хорошее согласие между полями геопотенциала и ветра. На рис. 1 показан случай, когда в западной части карты имеет место струйное течение

4. Детальный анализ отдельных ситуаций показал, что наибольшее улучшение наблюдается в тех случаях, когда данные о ветре, особенно направление ветра, репрезентативны для данного макромасштабного распределения геопотенциала и не связаны с относительно мелкомасштабными барическими образованиями.

5. Хотя снижение средней квадратической ошибки интерполяции за счет ветра небольшое, важно, что улучшение осуществляется прежде всего за счет уменьшения именно максимальных ошибок анализа, полученного только на основе данных о геопотенциале.

Полученные в данной работе результаты можно использовать при разработке более полных схем объективного анализа геопотенциала в районах с редкой сетью станций.

Автор выражает признательность Л. С. Гандину за ценные советы, полученные при выполнении настоящей работы, и М. О. Кричак за любезно предоставленные материалы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоздат, Л., 1963.
2. Гандин Л. С. Об оптимальной интерполяции векторных полей. Труды ГГО, вып. 165, 1964.
3. Гандин Л. С., Кузнецова Т. И. О структуре полей давления и ветра в средней тропосфере при разных формах циркуляции. Труды ГГО, вып. 121, 1961.
4. Добрышман Е. М., Тагаймуратов Ю. Т. Об использовании корреляционных функций при объективном анализе. Труды ГМЦ, вып. 1, 1967.
5. Каган Р. Л. О построении оптимальных конечно-разностных и квадратурных формул для однородных и изотропных случайных полей. Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. 3, № 6, 1967.
6. Каган Р. Л. К вопросу о согласовании полей геопотенциала и ветра. Метеорология и гидрология, № 1, 1969.
7. Каган Р. Л., Хатамкулов Г. Х. О точности конечно-разностного представления производных. Труды ГГО, вып. 228, 1968.
8. Калугина Т. П., Карташова М. В. О статистических характеристиках поля ветра в экваториальной зоне и в средних широтах. Труды ГМЦ, вып. 39, 1969.
9. Кричак М. О. Некоторые результаты исследования статистических характеристик поля ветра. Труды ГГО, вып. 208, 1967.
10. Кричак М. О. Методика объективного анализа поля ветра на уровне 850, 500 и 300 мб. Метеорология и гидрология, № 1, 1968.
11. Панчев С. Случайные функции и турбулентность. Гидрометеоздат, Л., 1967.
12. Татарская М. С. Пространственная статистическая структура геопотенциала. Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. 1, № 7, 1965.
13. Четвериков И. А. Схема объективного анализа карт барической топографии методом оптимальной интерполяции. Труды ЦИП, вып. 102, 1962.
14. Юдин М. И. Некоторые закономерности структуры поля геопотенциала. Труды ГГО, вып. 121, 1961.
15. Вилл С. Е. The correlation between wind and height on an isobaric surface. J. Meteorol., vol. 15, No. 3, 1958.
16. Вилл С. Е. The correlation between wind and height on an isobaric surface II: Summer data. J. Meteorol., vol. 15, No. 6, 1958.

17. Buehl C. E. The structure of the two-point wind correlations in the atmosphere. *J. Geophys. Res.*, vol. 65, No. 10, 1960.
18. Bergthorsson P., Döös B. R. Numerical weather map analysis. *Tellus*, vol. 7, No. 3, 1955.
19. Durst C. S. The statistical variation of wind with distance. *Q. J. Roy. Meteorol. Soc.*, vol. 86, No. 370, 1960.
20. Faust H. Die Strahlströme als Erscheinung der Nullschicht. *Meteorologische Rundschau*, No 7, 1954.
21. Kuipers W. J. A. Density of meteorological networks in relation to accuracy of estimation. WMO—Commission for Synoptic Meteorology. Final report of the working group on networks, Appendix I, 1962.
22. Sasaki Y. An objective analysis based on the variational method. *J. Meteorol. Soc. Japan*, vol. 36, No. 3, 1958.

СРЕДНИЕ КВАДРАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ СОПОСТАВЛЕНИЯ
ЗИМНИЙ СЕЗОН

η												
0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	
Δ _f						Δ _e						

Густая сеть

*	1,7	2,0	2,3	2,8	3,9	5,2	2,0	1,9	1,8	1,8	1,8	1,9
<i>m</i> ₁												
**	1,1	1,5	1,8	2,3	3,6	5,0	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,4
*	1,0	1,5	1,8	2,4	3,7	5,0	2,5	1,9	1,7	1,7	1,7	1,7
<i>m</i> ₃												
**	0,5	1,1	1,5	2,2	3,5	4,9	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5

Средняя сеть

*	2,5	2,8	3,0	3,5	4,5	5,7	2,9	3,0	3,0	3,1	3,3	3,4
<i>m</i> ₁												
**	1,6	1,9	2,2	2,7	3,8	5,1	2,9	3,0	3,0	3,0	3,0	3,1
*	1,5	2,1	2,5	3,0	4,2	5,5	2,9	2,8	2,8	3,0	3,2	3,3
<i>m</i> ₃												
**	0,6	1,3	1,7	2,3	3,6	5,0	2,9	3,1	3,2	3,2	3,2	3,2

Редкая сеть

*	5,4	5,5	5,7	5,9	6,6	7,6	4,9	4,8	4,8	4,8	4,9	5,0
<i>m</i> ₁												
**	4,0	4,2	4,4	4,6	5,4	6,4	3,8	3,8	3,8	3,8	3,9	4,0
*	7,4	7,5	7,6	7,9	8,5	9,4	5,2	5,1	5,1	5,0	4,8	4,8
<i>m</i> ₃												
**	2,5	2,9	3,3	3,9	5,1	6,5	8,0	4,3	4,1	3,9	3,9	4,0

Примечание. * — без учета ветра; ** — с учетом ветра; $1/L_1^2 = 0,85$, $k = 1$; $1/L_3^2 = 0,42$, $k = 5$; для редкой сети: $1/L_3^2 = 0,65$, $k = 5$; $1/L_1^2 = 1,0$, $k = 1$.

СРЕДНИЕ КВАДРАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ СОПОСТАВЛЕНИЯ
ЛЕТНИЙ СЕЗОН

	η											
	0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1
	Δ_t						Δ_e					
Густая сеть												
* m_1	1,4	1,5	1,8	3,0	4,0	5,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5
**	0,9	1,1	1,3	1,7	2,6	3,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4
* m_3	1,0	1,3	1,5	2,8	3,9	5,2	1,7	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4
**	0,3	0,8	1,1	1,5	2,5	3,5	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
Средняя сеть												
* m_1	2,0	2,1	2,3	2,6	3,3	4,1	2,7	2,7	2,8	2,8	2,8	2,8
**	1,3	1,4	1,7	2,0	2,8	3,7	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2
* m_3	1,7	2,0	2,3	2,6	3,4	4,3	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,8
**	0,4	0,9	1,2	1,7	2,4	3,6	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3
Редкая сеть												
* m_1	3,8	3,9	4,0	4,2	4,7	5,4	4,1	4,1	4,1	4,1	4,2	4,3
**	2,9	3,0	3,1	3,3	3,8	4,5	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3
* m_3	5,2	5,3	5,4	5,6	6,0	6,7	4,5	4,2	4,1	4,1	4,2	4,4
**	1,7	2,0	2,3	2,7	3,6	4,6	3,9	3,5	3,4	3,4	3,3	3,4

Примечание. * — без учета ветра; ** — с учетом ветра; $1/L_1^2 = 1,17$, $k = 1$; $1/L_3^2 = 0,6$, $k = 5$.

СРЕДНИЕ КВАДРАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ
ЗИМНИЙ СЕЗОН, РЕДКАЯ СЕТЬ

	η											
	0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1	0,001	0,005	0,01	0,02	0,05	0,1
	Δ _t						Δ _e					
*	4,9	5,0	5,2	5,5	6,2	7,2	4,9	4,9	4,8	4,8	4,9	5,0
<i>m</i> ₁												
**	3,7	3,8	4,0	4,3	5,1	6,2	3,8	3,8	3,8	3,8	4,0	4,1
*	5,1	5,3	5,5	5,8	5,6	7,6	5,0	4,9	4,9	4,8	4,8	4,8
<i>m</i> ₂												
**	3,0	3,2	3,4	3,8	4,8	6,1	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,9
*	4,5	4,7	5,0	5,4	6,4	7,4	5,9	5,7	5,4	5,2	4,8	4,7
<i>m</i> ₃												
**	1,2	1,8	2,3	2,9	4,2	5,7	4,4	3,8	3,7	3,8	3,9	4,1
*	4,3	4,5	4,8	5,3	6,3	7,5	6,1	5,8	5,6	5,2	4,8	4,6
<i>m</i> ₄												
**	1,0	1,7	2,1	2,8	4,2	5,7	4,3	3,7	3,7	3,8	4,0	4,1

Примечание. $1/L_1^2 = 0,85, k = 1; 1/L_3^2 = 2,5, k = 1; 1/L_3^2 = 0,42, k = 5;$
 $L_4 = 1,2, c = 0,38, k = 5; * — без ветра; ** — с ветром.$

ЭМПИРИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ АНАЛИЗОВ

Дата	$m_1 (1/L_1^2 = 1,0; \eta = 0,01; k = 3)$						$m_2 (1/L_2^2 = 3,0; \eta = 0,01; k = 3)$						$m_3 (1/L_3^2 = 0,5; \eta = 0,01; k = 3)$					
	без учета ветра			с учетом ветра			с учетом ветра			с учетом ветра			без учета ветра			с учетом ветра		
	E/σ^2	Δ_e	Δ_g	E/σ^2	Δ_e	Δ_g	E/σ^2	Δ_e	Δ_g	E/σ^2	Δ_e	Δ_g	E/σ^2	Δ_e	Δ_g	E/σ^2	Δ_e	Δ_g
1969 г.																		
3 I	0,089	6,43	2,85	0,060	4,94	2,39	0,047	4,84	2,37	0,082	6,62	0,029	4,80					
7 I	0,087	4,58	1,96	0,051	3,08	1,33	0,042	3,03	1,37	0,081	4,72	0,033	3,03					
10 I	0,089	2,35	1,38	0,057	2,27	1,33	0,045	2,47	1,40	0,085	2,50	0,029	2,50					
14 I	0,074	3,70	1,79	0,047	3,19	1,50	0,034	3,38	1,61	0,064	3,69	0,022	3,43					
17 I	0,082	2,60	1,37	0,052	2,11	1,10	0,038	2,56	1,26	0,074	3,19	0,023	2,61					
21 I	0,072	3,17	1,69	0,047	2,72	1,49	0,034	2,71	1,47	0,062	3,32	0,021	2,59					
24 I	0,078	3,02	1,61	0,051	2,35	1,26	0,038	2,55	1,37	0,069	2,92	0,024	2,40					
27 I	0,073	3,64	1,75	0,050	3,18	1,52	0,040	3,30	1,56	0,062	3,61	0,026	3,33					
30 I	0,071	3,85	2,11	0,047	3,78	2,00	0,035	3,96	2,01	0,061	4,05	0,022	4,05					
3 II	0,077	2,82	1,50	0,049	2,43	1,25	0,036	2,52	1,41	0,067	3,09	0,023	2,74					
6 II	0,092	4,06	2,35	0,061	2,80	1,69	0,047	2,49	1,54	0,085	4,39	0,029	2,64					
10 II	0,086	4,54	2,00	0,062	2,77	1,35	0,054	3,15	1,47	0,079	4,46	0,037	4,21					
13 II	0,070	3,78	1,81	0,046	3,06	1,62	0,035	3,19	1,71	0,057	4,21	0,023	3,22					
17 II	0,071	2,58	1,45	0,046	2,22	1,31	0,035	2,45	1,39	0,060	2,72	0,023	2,71					
20 II	0,084	3,25	1,61	0,054	2,46	1,32	0,040	2,75	1,42	0,076	3,13	0,025	3,05					
24 II	0,073	2,60	1,42	0,047	1,72	0,92	0,036	2,03	0,96	0,063	2,50	0,023	2,32					
27 II	0,073	2,52	1,73	0,048	1,92	1,44	0,036	2,22	1,54	0,061	2,79	0,022	2,27					
Среднее	0,079	3,60	1,84	0,051	2,99	1,50	0,040	3,05	1,55	0,070	3,78	0,026	3,27					

О ВЫБОРЕ ПУНКТОВ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ НОВЫХ АЭРОЛОГИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ НА СЕВЕРНОМ ПОЛУШАРИИ

Проблема оптимального расширения существующей аэрологической сети стала особенно актуальна в последние годы в связи с широким распространением численных методов прогноза погоды и реализацией ряда международных проектов исследования атмосферы. Строго говоря, оптимальным является такое расширение сети, при котором повышение качества аэрологической информации достигается при минимальных затратах и тем самым обеспечивается наибольший экономический эффект [2, 11]. Однако в настоящее время не представляется возможным учесть экономическую сторону вопроса и поэтому приходится ограничиваться чисто метеорологическим аспектом.

В последнее пятилетие выполнен ряд работ, в которых на основании численных экспериментов предлагаются те или иные рекомендации по расширению сети. Принцип, положенный в основу этих работ, заключается в следующем. Если известны координаты аэрологических станций и сведения о статистической структуре исследуемого элемента, то можно априорно оценить средние квадратические ошибки объективного анализа поля элемента в узлах регулярной сетки. Узлы, соответствующие максимальным ошибкам анализа, и представляют собой пункты, в которых целесообразно организовать новые аэрологические станции в дополнение к уже существующей сети. Такой подход реализован в работах [4, 6, 7, 8].

На нынешнем этапе важно получить конкретные практические рекомендации по расширению сети, на необходимость которых указывает Всемирная метеорологическая организация [13]. При этом результаты расчетов на ЭВМ естественно рассматривать только как основу для окончательного выбора пунктов, поскольку многие факторы пока что не поддаются количественному выражению и могут учитываться лишь косвенно (наличие островов в океане, близость судоходных и авиационных трасс, районы рыбного промысла и т. п.). Такая попытка предпринята в настоящей работе. Прежде чем приступить к ее изложению, сделаем несколько замечаний.

В рассматриваемой задаче в качестве характеристик статистической структуры элемента используются автокорреляционная функция и поле дисперсии. Обе эти характеристики, в особенности вторая, зависят от сезона и высоты исследуемой изобарической поверхности. Поэтому желательно выполнить расчеты для разных сезонов и разных изобарических поверхностей, соответственно меняя хранящуюся в машинной памяти информацию о статистической структуре. Помимо статистической структуры, результаты расчета зависят от того, какая именно величина используется в качестве показателя точности анализа, какая выбрана сетка узлов, чему равно число станций, «влияющих» на каждый узел и т. п. Таким образом, число возможных вариантов расчета оказывается весьма большим, особенно в случае, когда исследуются поля не одного, а нескольких элементов. Каждому варианту будет соответствовать своя совокупность пунктов, где обнаружены максимальные ошибки анализа. Окончательные рекомендации должны учитывать по возможности все выявленные особенности проанализированных полей, но, поскольку это невозможно, они всегда могут быть оспорены в том или другом отношении. Тем не менее нам представляется, что такая попытка уже сейчас целесообразна и практически осуществима. На первых порах можно ограничиться анализом полей геопотенциала и температуры — двух элементов, информация о которых наиболее широко используется в современных схемах численного прогноза.

Возникает вопрос о том, какую именно характеристику точности анализа следует использовать для «расстановки» новых станций: среднюю квадратическую ошибку оптимальной интерполяции $\delta = \sqrt{E}$ или меру ошибки такой интерполяции $\varepsilon = \frac{E}{\sigma^2}$ (σ — изменчивость элемента).

Здесь нужно иметь в виду, что величина ε зависит только от густоты сети и потому принимает максимальное значение в тех районах, где сеть наиболее редкая. Такими районами являются экваториальные и тропические зоны океанов: именно здесь оказывается наибольшее число дополнительных станций, размещенных по критерию ε . Но, как известно, изменчивость геопотенциала и температуры в низких широтах минимальна, вследствие чего абсолютные ошибки анализа здесь малы, несмотря на большие значения ε .

Наоборот, в умеренных широтах над океанами изменчивость полей максимальна, и с целью уменьшения больших абсолютных ошибок анализа новые аэрологические станции должны быть организованы в первую очередь именно в этих районах. Таким путем можно добиться примерно одинаковой абсолютной точности анализа на всем полушарии. По этой причине использование величины δ , учитывающей не только густоту сети, но и фактическую изменчивость поля, предпочтительно по сравнению с ε .

Расширение сети преимущественно в умеренных широтах важно еще по следующей причине. Именно эти широты представляют собой районы, для которых составляются основные численные прогнозы на полушарии; тропические же широты оказываются для таких прогнозов пограничной областью. Ясно, что в первую очередь необходимо улучшить освещение исходными данными в центральных частях обслуживаемых территорий. Что касается тропических и экваториальных районов, то проблема сети здесь должна рассматриваться отдельно, с учетом особенностей структуры полей и характера процессов [5].

Заметим, что при расстановке станций можно руководствоваться требованием максимального повышения точности анализа не самого элемента, а его дифференциальных характеристик, например первых конечных разностей. Такой подход обладает определенными преимуществами, поскольку именно дифференциальные характеристики полей наиболее важны для численного прогнозирования. Однако расчет точности дифференциальных характеристик оказывается весьма сложным, а его результаты в большой степени зависят от особенностей конкретных корреляционных функций и от шага дифференцирования. С другой стороны, как показали выполненные опыты, при переходе от поля элемента к полю его конечных разностей области максимальных ошибок не меняются [6, 7]. Поэтому в основу рекомендаций по расширению сети, как нам представляется, следует положить точность анализа элемента, характеристикой которой служит критерий δ .

Излагаемая работа состоит из двух частей: 1) выполнение численных опытов по расширению существующей аэрологической сети северного полушария и 2) анализ результатов расчета и выработка конкретных рекомендаций с учетом косвенных факторов.

Остановимся сначала на алгоритме расчета.

Средняя квадратическая ошибка оптимальной интерполяции δ вычисляется в узлах квадратной сетки стандартного бланка формы МПК-6. Шаг сетки 25 мм (750 км по главному масштабу). После того как определен пункт, соответствующий максимальной на полушарии ошибке анализа $\delta_{\text{макс}}$, в этот пункт «помещается» дополнительная аэрологическая станция и расчет повторяется с учетом этой станции. Таким образом, вся процедура представляет собой последовательность туров, в каждом из которых определяется положение одной дополнительной станции.

Последовательное снижение величины $\delta_{\text{макс}}$ характеризует количественный эффект такого «расширения» сети, а совокупность найденных пунктов служит основой для выработки окончательных рекомендаций.

В работах [4, 8] в каждом туре определялось положение не одной, а нескольких дополнительных станций, которые помещались в точки локальных максимумов величин δ или ϵ . Такой подход вполне приемлем при первоначальном анализе. Имея же в виду выработку конкретных рекомендаций, естественно интере-

соваться не локальными, а абсолютными максимумами ошибок на полушарии.

Программа расчета описана в работах [6, 7], поэтому здесь мы не будем на ней останавливаться. Укажем только на два следующих усовершенствования.

Для более точного определения максимума ошибки по величине и положению использован принцип последовательного приближения. Именно после окончания расчета по основной сетке узлов с шагом 25 мм выполняется расчет по сгущенной сетке с шагом 5 мм в окрестности того узла, где обнаружена максимальная ошибка $\delta_{\text{макс}}$. Затем выполняется расчет по еще более густой сетке с шагом 1 мм в окрестности вновь обнаруженного максимума. Такой прием позволяет повысить «разрешающую способность» схемы до 1 мм карты (30 км по главному масштабу), при незначительном увеличении потребного машинного времени.

Поскольку в основу расчета положено использование величины $\delta = \sigma \sqrt{E}$, важно возможно детальнее описать поле изменчивости элемента σ . В настоящей работе поле задано в виде мозаики квадратов. Сторона квадрата равна 25 мм, а вся сетка на карте полушария состоит из $32 \times 32 = 1024$ квадратов. В работах [6, 7] использовалась более крупная сетка из $27 \times 27 = 749$ квадратов со стороной 30 мм. Такое усовершенствование потребовало более экономного использования памяти машины. В частности, предусмотрено, что информация о поле σ хранится в «упакованном» виде: по четыре значения, соответствующих четырем соседним квадратам, в одной ячейки памяти.

Другим возможным способом задания изменчивости является интерполяция значений σ в узлы регулярной сетки с близлежащих станций. Мы сочли использование такого способа нецелесообразным по соображениям экономии машинного времени.

Перейдем теперь к рассмотрению полученных результатов.

Рассчитаны 7 вариантов размещения дополнительных станций по 11 станций в каждом варианте. Вариант 1 условно принят за основной, а каждый из остальных отличается от основного в том или ином отношении.

В варианте 1 (основном) анализировалось поле геопотенциала поверхности 500 мб с использованием автокорреляционной функции по М. И. Юдину [9]. Поле изменчивости элемента соответствовало январю, а число влияющих станций n равнялось 10. Варианты 2 и 3 отличались от варианта 1 только числом влияющих станций — 6 и 4 соответственно. В варианте 4 вместо поля изменчивости в январе использовалось поле изменчивости в июле, в варианте 5 поверхность 500 мб была заменена поверхностью 200 мб, а в варианте 6 вместо автокорреляционной функции по Юдину использовалась функция по Гандину — Кузнецовой [3]. Наконец, в варианте 7 анализировалось поле температуры с использованием автокорреляционной функции по В. П. Болтенкову [1].

Рассчитанные географические координаты дополнительных станций и соответствующие значения максимальной ошибки δ (в геопотенциальных декаметрах или градусах) представлены в табл. 1 (верхняя строка таблицы отвечает существующей в настоящее время аэрологической сети). Здесь же приведены значения E , осредненные по полушарию. Взаимное положение дополнительных станций для всех вариантов показано на рис. 1, где на осях абсцисс и ординат нанесены условные декартовы координаты в миллиметрах карты.

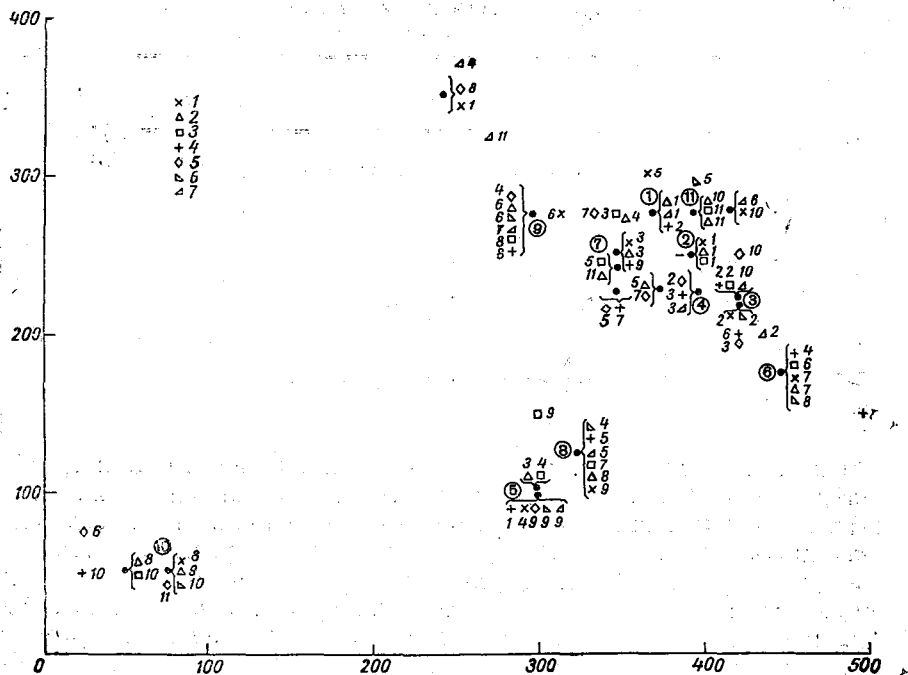


Рис. 1. Взаимное положение дополнительных станций.

Все 77 дополнительных станций оказались размещенными в центральных частях океанов, причем подавляющая их часть, а именно 55, находится в Тихом океане, 14 станций — в Центральном Полярном бассейне и 8 — в Атлантическом океане. Из данных табл. 1 видно, что станции, соответствующие разным вариантам, размещаются, как правило, группами по 3—6 в одном и том же пункте или в непосредственной близости друг к другу. Иначе говоря, в зависимости от варианта меняется лишь порядок расстановки станций, географическая же локализация их оказывается вполне определенной. Такое групповое расположение станций хорошо видно и на рис. 1.

Расчет по вариантам 1, 2 и 3 преследовал цель выявить зависимость результатов от числа влияющих станций n . Как видно из табл. 1 и 2, переход от $n=10$ к $n=6$ и $n=4$ сопровождается закономерным увеличением ошибок. Однако положение максимумов при этом меняется мало. Так положение первых станций в этих трех вариантах одинаково ($\varphi=40,0^\circ$, $\lambda=167,2^\circ\text{З}$), а положение вторых станций весьма близко друг к другу. В дальнейшем меняется

Таблица 2

Средние по полушарию ошибки анализа при существующей сети (δ_1) и после организации 10 новых станций (δ_2)

Вариант	δ_1	δ_2	$\frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1} \cdot 100\%$
1	2,5 гп. дкм	2,1 гп. дкм	16
2	2,6	2,2	15
3	2,8	2,3	18
4	1,6	1,4	12
5	3,2	2,6	19
6	2,7	2,4	11
7	1,8 град.	1,6 град.	11

в основном порядок расстановки, но не положение станций: третья станция варианта 2 совпадает с четвертой станцией варианта 3 и расположена вблизи четвертой станции варианта 1, седьмые станции вариантов 1 и 2 совпадают друг с другом и с шестой станцией варианта 3 и т. п. Это обстоятельство позволяет считать, что число влияющих станций не очень существенно для выбора дополнительных пунктов. По-видимому, в дальнейшем следует использовать значение $n=6 \div 8$, принятое в оперативных программах анализа.

Поле изменчивости геопотенциала в январе характеризуется максимальными значениями 20—22 гп. дкм, а в июле 10—12 гп. дкм. Соответственно этому максимальные ошибки $\delta_{\text{макс}}$ в варианте 1 примерно вдвое больше, чем в варианте 4. Поскольку при расширении сети первоочередной задачей является уменьшение наибольших абсолютных ошибок анализа, естественно вести расчет применительно к зимнему (январскому) полю изменчивости. Сказанное относится, по-видимому, не только к геопотенциалу, но и к другим элементам.

Обращает на себя внимание близость по величине двух первых максимумов в варианте 4: 4,9 и 4,8 гп. дкм. Такая близость говорит о существовании на полушарии двух ядер максимальных ошибок. Первая дополнительная станция, помещенная в Цент-

ральном Полярном бассейне, повышает здесь точность анализа, и после этого выявляется второе ядро — в центральной части Тихого океана, куда помещается вторая станция. Аналогичная ситуация наблюдается в парах станций 6 и 7 и 9 и 10 того же варианта. Дело в том, что максимумы изменчивости σ на полушарии в июле выражены значительно менее резко, чем в январе, и потому максимальные значения δ на больших территориях оказываются близкими.

На поверхности 200 мб максимальные значения σ составляют 24—26 гп. дкм, а их географическое положение вполне соответствует максимумам на поверхности 500 мб. Поэтому в варианте 5 значения $\delta_{\text{макс}}$ лишь немного больше, чем в варианте 1.

Представляло интерес исследовать зависимость результатов от вида используемой автокорреляционной функции при неизменных прочих условиях. Эта зависимость выявляется при сравнении вариантов 1 и 6. Как видно из табл. 1, замена функции [3] на функцию [9] практически не сказывается на значениях $\delta_{\text{макс}}$. Характерно большое число совпадений пунктов в этих вариантах: совпадают или почти совпадают пункты 1—1, 2—2, 3—3, 4—9, 7—8, 8—10, 9—4 (в этих парах первым указан номер пункта в варианте 1, а вторым — в варианте 6). Сравнительно много совпадений отмечено также после перехода от геопотенциала к температуре, а именно: 2—10, 4—9, 9—5, 10—6 (варианты 1 и 7).

Данные табл. 2 показывают, что организация всего лишь 10 новых аэрологических станций при условии правильного выбора пунктов заметно повысит точность анализа полей: значения средних по полушарию ошибок уменьшатся на 10—15%. При этом максимальные ошибки снизятся на 30—50% (рис. 2).

Полученные результаты позволяют предложить некоторые конкретные рекомендации по расширению сети. Разработка таких рекомендаций облегчается групповым расположением найденных пунктов. Действительно, полученная картина свидетельствует о двух обстоятельствах. Во-первых, максимумы ошибок анализа

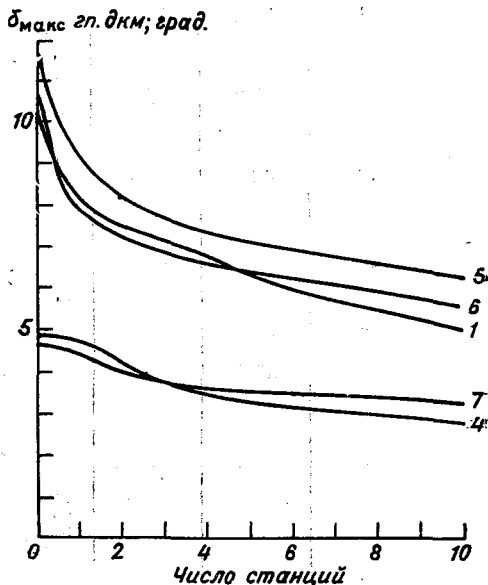


Рис. 2. Уменьшение значения $\delta_{\text{макс}}$ при расширении сети в вариантах 1, 4—7.

Рекомендуемое положение дополнительных станций

Порядковый номер станции	Координаты		Ближайшие регулярные судоходные линии
	φ°	λ°	
1	38,0	159,5 З	Манила — Сан-Франциско, Лос-Анджелес; Манила — Панама
2	40,0	167,2	Манила — Сан-Франциско, Лос-Анджелес; Манила — Панама
3	42,0	177,0 В	Иокогама — Панама; Иокогама — Ванкувер, Сиэтл, Виктория
4	45,0	175,0 З	Манила — Сан-Франциско, Лос-Анджелес; Иокогама — Панама
5	88,0	160,0	—
6	43,5	160,7 В	Иокогама — Сан-Франциско, Лос-Анджелес; Иокогама — Ванкувер, Сиэтл, Виктория
7	46,5	155,5 З	Манила — Сан-Франциско, Лос-Анджелес; Иокогама — Сан-Франциско, Лос-Анджелес
8	78,5	173,0 В	—
9	42,5	137,0 З	Гонолулу — Ванкувер, Сиэтл, Виктория; Манила — Сан-Франциско, Лос-Анджелес; Иокогама — Сан-Франциско, Лос-Анджелес
10	31,0	32,5	Гавана — Мадейра; Гибралтар — Пуэрто-Рико
11	35,5	165,5	Иокогама — Сан-Франциско, Лос-Анджелес

не являются выраженными очень резко: имеет место некоторое смещение их на акватории океанов в зависимости от целого ряда факторов. Во-вторых, такое смещение носит ограниченный характер и не выходит за пределы вполне определенных районов. Следовательно, нет нужды жестко обуславливать положение новых станций — достаточно указать лишь их примерное положение, допустив варьирование его в разумных пределах. Можно при этом думать, что удачный выбор пунктов применительно к одному эле-

менту окажется удачным и для других элементов, сходных по пространственной структуре. Можно также предположить, что радикального изменения не произойдет и в тех случаях, когда «начальные условия» будут расширены за счет привлечения данных о других уровнях, сезонах и т. п.

Здесь следует отметить, что организация станций в пунктах, где обнаружены значения $\delta_{\text{макс}}$, не является единственным возможным путем расширения сети. Может оказаться, что организация станций на некотором удалении от пунктов максимумов будет более эффективной, чем организация их непосредственно в таких пунктах, тем более, что станции, расположенные вблизи нескольких максимумов, будут оказывать влияние на все эти максимумы. Однако заранее трудно указать подобную наиболее эффективную схему размещения станций, поэтому использованный путь представляется нам наиболее естественным.

Примерным является не только рекомендуемое положение новых станций, но и последовательность их организации.

По-видимому, целесообразно организовать дополнительные аэрологические станции в пунктах, координаты которых указаны в табл. 3. Эти пункты являются групповыми центрами для станций, «расставленных» в процессе счета. На рпс. 1 положение и примерная последовательность организации станций указаны цифрами в кружках.

Поскольку все рекомендуемые пункты находятся в центральных районах океанов вдали от островов, новые станции могут быть организованы на стационарных кораблях погоды. Крупным препятствием для этого является высокая стоимость таких кораблей, составляющая, по данным [12], 650—880 тыс. долларов в год. С другой стороны, годовые расходы на производство аэрологических наблюдений с борта обычного коммерческого судна, по данным того же источника, колеблются от 30 до 80 тыс. долларов. В период 1968—1971 гг. ВМО предполагает оборудовать станции радиозондирования на борту 100 коммерческих судов [12]. Чтобы обеспечить максимальную эффективность затрат, нужно правильно выбрать те трансокеанские линии, суда которых следует оборудовать в первую очередь. Наиболее подходящие с этой точки зрения регулярные линии указаны в табл. 3: рекомендуемые пункты зондирования отстоят от соответствующих линий не более чем на $1-2^\circ$ к северу или югу [10].

Особенно важными представляются линии Манила — Сан-Франциско, Лос-Анджелес и Иокогама — Сан-Франциско, Лос-Анджелес, вблизи которых оказываются соответственно пять и четыре из одиннадцати рекомендуемых пунктов.

Особое положение занимают пункты 5 и 8, находящиеся в Центральном Полярном бассейне. При условии, что в этом районе постоянно функционируют две советские дрейфующие станции «Северный Полюс», организовывать здесь еще две станции,

по-видимому, нет необходимости. Практическая же ценность действующих дрейфующих станций несомненна.

Отметим также, что пункт 6 находится непосредственно на важной воздушной трассе Йокогама—Виктория, Портленд. Целесообразно организовать в этом пункте регулярное аэрологическое зондирование с помощью самолетных радиозондов. Все другие пункты, указанные в табл. 3, находятся вдали от воздушных трасс.

Разумеется, предлагаемые рекомендации нельзя рассматривать как окончательные, но, как нам представляется, они могут оказаться полезными уже на нынешнем этапе осуществления Всемирной службы погоды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болтенков В. П. Исследование статистической структуры температуры воздуха. Труды ГГО, вып. 165, 1964.
2. Гандин Л. С. О принципах рационального размещения станций. Труды ГГО, вып. 111, 1961.
3. Гандин Л. С., Кузнецова Т. И. О структуре полей давления и ветра в средней тропосфере при разных формах циркуляции. Труды ГГО, вып. 121, 1961.
4. Губанова С. И. О рациональном размещении аэрологических станций на северном полушарии. Метеорология и гидрология, № 8, 1965.
5. Добрышман Е. М. Исследование статистических характеристик поля давления в низких широтах и определение движения по полю давления в экваториальной области. Труды ММЦ, вып. 7, 1965.
6. Либерман Ю. М. О точности определения конечных разностей при анализе поля геопотенциала по данным существующей аэрологической сети. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. 1, № 11, 1965.
7. Либерман Ю. М. О точности анализа поля геопотенциала над северным и южным полушариями, Труды ГГО, вып. 228, 1968.
8. Машкович С. А. Некоторые вопросы размещения аэрологических станций в свете задач объективного анализа аэрологических наблюдений. Труды симпозиума по численным методам прогноза погоды, 1964.
9. Юдин М. И. Некоторые закономерности структуры поля геопотенциала, Труды 220, вып. 121, 1961.
10. The Mercantile Marine Atlas. The London Geographical Institute, 1959.
11. Thompson P. D. An essay of the technical and economical aspects of the network problem. WMO Bulletin, vol. XII, No. 1, 1963.
12. Meteorological Observations from Mobile and Fixed Ships. WMO—World Weather Watch Planning Report No. 7, 1966.
13. Design of Optimum Networks for Aerological Observing Stations. WMO—World Weather Watch Planning Report No. 21, 1967.

Ю. М. ЛИБЕРМАН, К. М. ЛУГИНА

ОПЫТ ОБЪЕКТИВНОГО АНАЛИЗА СРЕДНИХ МЕСЯЧНЫХ АЭРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

В настоящее время методы объективного анализа широко используются в оперативном прогнозе, а также для решения некоторых прикладных задач метеорологии. Описан ряд программ, позволяющих выполнять машинный анализ полей как на ограниченной территории, так и на полушарии [2, 6, 11, 12]. Однако в климатологических расчетах для сколько-нибудь больших территорий эти методы до сих пор не применялись. Между тем здесь их использование весьма желательно, так как трудоемкость подобных расчетов велика, а практические потребности в их выполнении постоянно возрастают. В частности, представляется целесообразной разработка схемы объективного анализа средних месячных аэрологических полей. В настоящей статье излагается методика и результаты такого анализа применительно к полям геопотенциала и температуры поверхности 500 мб на северном полушарии с помощью оптимальной интерполяции [3]. Расчеты выполнены на ЭВМ М-220.

Интерполируются отклонения средних месячных значений элемента f от нормы \bar{f} , отнесенные к среднему квадратическому отклонению σ , т. е. величины

$$\varphi_i = \frac{f_i - \bar{f}_i}{\sigma_i} \quad (1)$$

(индекс i соответствует определенной станции).

Такое нормирование аномалий на изменчивость элемента введено с целью повысить степень однородности и изотропности интерполируемого поля. Это повышение особенно существенно, если иметь в виду анализ с помощью предлагаемой схемы не только аэрологических, но и приземных полей. Нормирование потребовало введения в память машины дополнительно к полю норм \bar{f} также поля изменчивости σ . Предварительно оказалось необходимым специально исследовать распределение σ на полушарии, поскольку имеющиеся данные нельзя было признать достаточными. Результаты такого исследования приводятся ниже. Для повыше-

ния степени однородности и изотропности мы не только ввели нормирование аномалий, но и отказались от сравнительно грубого зонального способа задания норм, заменив его заданием норм по квадратам. Указанные здесь обстоятельства представляют собой отличия описываемой схемы от ранее предложенных схем.

Интерполяция осуществляется по формуле

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^n P_i \varphi_i \quad (2)$$

или, что то же,

$$f_0 = \bar{f}_0 + \sigma_0 \sum_{i=1}^n P_i \frac{f_i - \bar{f}_i}{\sigma_i}, \quad (3)$$

где n — число «влияющих» станций, по данным которых выполняется интерполяция в соответствующий узел; индексы i, j относятся к станциям, индекс 0 — к узлу. Интерполяционные веса P_i , как обычно, представляют собой решение системы

$$\sum_{j=1}^n P_j \mu_{ij} + \eta_i P_i = \mu_{0i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

Здесь μ — нормированная автокорреляционная функция элемента, η — мера ошибки наблюдения.

Результаты интерполяции f_0 печатаются в узлах квадратной сетки с помощью алфавитно-цифрового печатающего устройства.

Одновременно с f_0 вычисляется и печатается средняя квадратическая теоретическая ошибка такого анализа

$$\sqrt{E_0} = \sigma_0 \sqrt{1 - \sum_{i=1}^n P_i \mu_{0i}}. \quad (5)$$

Предусмотрена возможность выдачи вместо поля $\sqrt{E_0}$ поля

$$\sqrt{\varepsilon_0} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{E_0} \quad (6)$$

(ε_0 — мера ошибки интерполяции в узел).

Исходной информацией для расчетов служат следующие данные:

1. Нормированная автокорреляционная функция, заданная в виде таблицы. Использовалась корреляционная функция средних месячных значений геопотенциала и температуры, полученная в работе [5].

2. Координаты аэрологических станций северного полушария (около 700 станций). Каждая станция приписывается к одному из квадратов поиска (см. ниже). Совокупность ячеек памяти, в кото-

рых хранится информация о станциях и квадратах поиска, образует так называемый словарь станций.

3. Нормы \bar{f} и изменчивости σ , заданные для центра каждого квадрата.

4. Средние месячные значения исследуемого элемента f , хранящиеся наряду с координатами соответствующих станций в словаре. В каждом конкретном случае обычно удается использовать информацию лишь 400—500 станций; остальные станции, сведения по которым в данном случае отсутствуют, исключаются из анализа.

Анализ выполняется в узлы квадратной сетки с шагом 750 км на широте 60° (25 мм на бланке МПК-6). Всего на территории полушария таких узлов оказывается 709. Использована схема поиска влияющих станций, основанная на принципе последовательного осмотра квадратов, прилегающих к анализируемому узлу, с помощью так называемой машинной карты. Описание схемы поиска приведено в работах [7, 8]. Сетка квадратов поиска на территории полушария состоит из 24×24 квадрата.

При выполнении анализа необходимо иметь значения нормы \bar{f} и изменчивости σ на всех станциях и в узлах. В простейшем случае можно использовать в качестве таковых хранящиеся в памяти значения для соответствующих квадратов. Однако, как показали предварительные расчеты, такой способ задания \bar{f} и особенно σ может вносить значительную погрешность. С другой стороны, хранение величин \bar{f} и σ не только для центров квадратов, но и для каждой станции предъявило бы чрезмерные требования к памяти машины. Поэтому значения \bar{f} и σ на станциях, а также в узлах находятся путем линейной интерполяции по формулам:

$$\begin{aligned}\bar{f} &= \bar{f}_0 + \frac{1}{2a} [(\bar{f}_1 - \bar{f}_2)x + (\bar{f}_3 - \bar{f}_4)y], \\ \sigma &= \sigma_0 + \frac{1}{2a} [(\sigma_1 - \sigma_2)x + (\sigma_3 - \sigma_4)y].\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь x, y — локальные координаты станции (узла), d — шаг сетки квадратов, индексы 0, 1, 2, 3, 4 соответствуют центрам пяти квадратов, показанных на рис. 1.

С целью экономии памяти нормы, относящиеся к центрам квадратов, хранятся в «упакованном» виде: по четыре значения в одной ячейке. Массив норм для всех 1024 квадратов занимает, следовательно, 256 ячеек. Столько же ячеек отведено под массив изменчивостей. Формирование массивов норм и изменчивостей в упакованном виде выполняется машиной до начала анализа.

Машинное время, необходимое для расчетов, существенно зависит от выбранного числа влияющих станций n . При n , равном 6, 8 и 10, оно составляет соответственно 16, 23 и 28 мин.

Как показал опыт использования программы, имеются некоторые возможности сокращения указанного времени за счет усовер-

шенствования системы хранения и поиска без ущерба для точности результатов.

Прежде чем перейти к рассмотрению полученных результатов, упомянем о двух модификациях программы. Первая из них позволяет выполнять анализ не только на всем полушарии, но и в пределах любой его области, ограниченной прямоугольным контуром. При этом сетка узлов может быть сколь угодно густой, машинная же карта и словарь станций остаются неизменными. Вторая модификация предусматривает наряду с анализом поля расчет среднего взвешенного значения элемента

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i f_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (8)$$

Здесь \bar{f} — значение элемента в узле, n — число узлов, по которому вычисляется среднее взвешенное значение, λ — вес, пропорциональный площади квадрата, центром которого является

соответствующий узел. Вес рассматривается как функция географической широты. Величины \bar{f} могут оказаться полезными, например, при изучении колебаний климата.

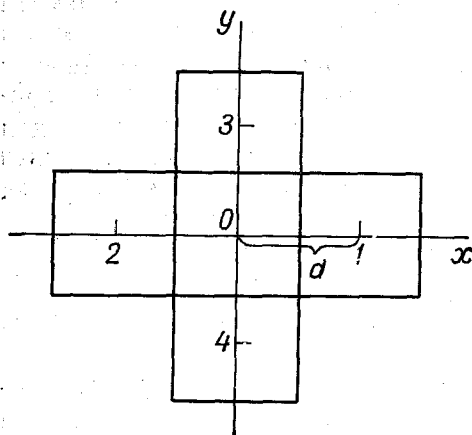


Рис. 1. Схема интерполяции \bar{f} и σ .

Данные о средних месячных значениях геопотенциала и температуры изобарической поверхности 500 мб опубликованы в [14], где достаточно полно освещаются районы Североамериканского континента и Западной Европы и приводятся данные для кораблей погоды и островных станций. По территории Советского Союза в [14] сведений

о геопотенциале и температуре недостаточно, поэтому они были дополнены данными со средних месячных карт ААНИИ. Поскольку в [14] совершенно отсутствуют данные по территории Китая, средние месячные значения для этого района получены путем осреднения срочных значений, выписанных с карт ААНИИ. В отличие от данных, опубликованных в [14], которые рассчитывались по двум срокам, наши расчеты выполнены по данным только одного срока (3 часа московского времени).

Данные всех имеющихся станций были нанесены на карты. При синоптическом анализе этих карт выявлен ряд ошибочных данных. Большинство из них исправлено методом статического контроля, предложенным Л. С. Гандиным [4], остальные исключены. Нормы геопотенциала и температуры в узлах квадратной сетки получены по климатическим данным путем интерполяции между изолиниями.

Вычисление значений изменчивости σ средних месячных полей геопотенциала и температуры производилось одновременно с расчетом соответствующих корреляционных функций для Североамериканского континента по 48 станциям за 1956—1965 гг. [5] и для того же количества станций по территории ЕТС и Западной Европы. Кроме того, для плохо освещенных в метеорологическом отношении районов океанов и приэкваториальных областей были дополнительно рассчитаны значения изменчивости геопотенциала и температуры изобарической поверхности 500 мб для 60 аэрологических станций. Расчеты производились по данным о средних месячных значениях геопотенциала и температуры, опубликованным в ежемесячниках бюро погоды США [14]. Использовался 12-летний период наблюдений (1956—1967 гг.).

Полученные поля изменчивости средних месячных значений геопотенциала поверхности 500 мб сравнивались с картами, построенными Н. А. Багровым и А. П. Кухто [1]. Эти авторы вычислили средние месячные значения в узлах географической сетки по меридиану через 10° , а по параллели через 20° для широт 30° — 50° , через 30° для широты 60° и через 60° для широт 70° — 80° . Они использовали 10-летний ряд наблюдений (1948—1957 гг.). В работе [1] приведены карты, осредненные для двух смежных месяцев (январь — февраль, март — апрель и т. д.).

Сравнение показало достаточно хорошую согласованность полей σ для районов Северной Америки и Европы.

Только над юго-западной частью Тихого океана наблюдаются некоторые различия. По данным работы [1], в этом районе расположена обширная область высоких значений изменчивости (порядка 7—8 дкм). По нашим расчетам, указанная область существенно меньше по площади, а максимальные значения изменчивости составляют здесь 4—6 дкм.

Поскольку 156 аэрологических станций, использованных нами для расчета изменчивости, расположены на территории северного полушария неравномерно, при проведении изолиний учитывались результаты работы [1]. На рис. 2 а представлена карта средней месячной изменчивости поля геопотенциала для января.

К сожалению, карт изменчивости средних месячных значений температуры изобарической поверхности 500 мб для северного полушария в настоящее время нет. Мы попытались получить хотя бы приближенные значения для тех районов полушария, для которых отсутствуют непосредственные данные расчета. С этой целью было выполнено сравнение полей σ средних месячных



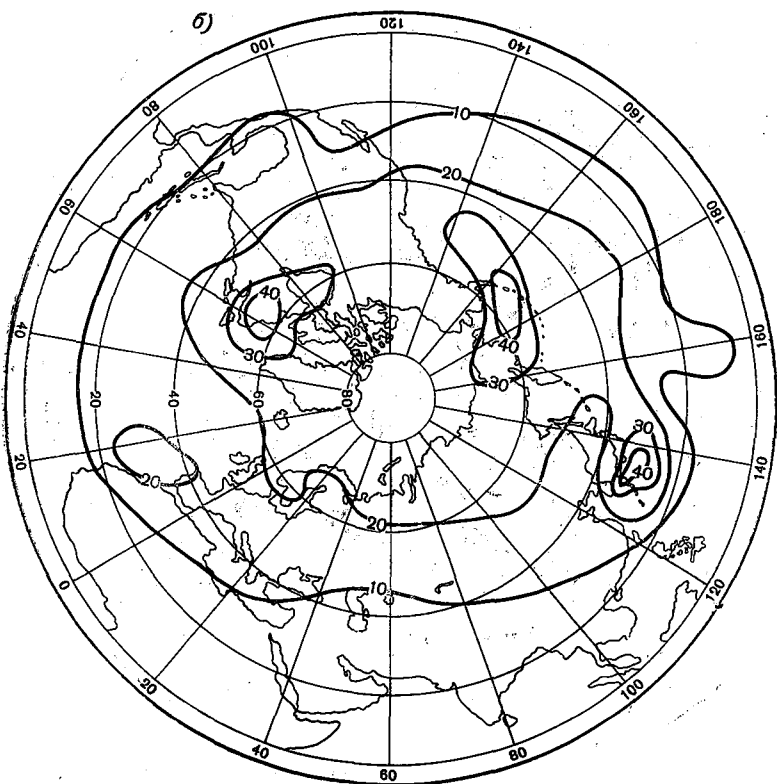
Рис. 2. Изменчивость средних месячных значений геопотенциала (а)

и срочных значений по тем районам, для которых имеются данные по изменчивости средних месячных значений. Карты изменчивости срочных значений температуры опубликованы И. В. Ханевской [13]. Сравнение показало, что изменчивость срочных значений температуры на изобарической поверхности 500 мб в 2—3 раза больше изменчивости средних месячных значений этих величин. Географическое положение районов с максимальными и минимальными значениями изменчивости срочных и средних месячных величин согласуется достаточно хорошо.

С учетом отношения $\sigma_{\text{срочн}} / \sigma_{\text{ср. мес}}$ была выполнена экстраполяция изменчивости средних месячных значений по районам, для которых непосредственных расчетов не производилось. На рис. 2 б представлена карта изменчивости средней месячной температуры на изобарической поверхности 500 мб, построенная описанным способом.

Перейдем к рассмотрению полученных результатов.

В настоящей статье приводятся в качестве примеров резуль-



и температуры (б) на изобарической поверхности 500 мб. Январь.

таты объективного анализа для двух полей геопотенциала и двух полей температуры изобарической поверхности 500 мб, а именно для января 1965 и 1966 гг. Численный анализ поля геопотенциала для января 1966 г. (рис. 3 б) сравнивался с шестью синоптическими анализами, выполненными различными синоптиками. Поясним методику такого сравнения. Исходной информацией во всех случаях служили средние месячные данные на 470 станциях северного полушария. По этим данным каждый синоптик независимо проводил изогипсы и затем путем субъективной интерполяции определял значения в узлах регулярной сетки. Полученные значения геопотенциала в узлах сопоставлялись между собой. Сравнивались также положение центров барических образований, ложбин и гребней, конфигурация и густота изогипс.

Для примера на рис. 3 а приведен один из шести синоптических анализов. Сравнение 3 а и 3 б показывает, что поля на них хорошо согласуются. В частности, одинаково положение обширной двухцентральной депрессии над Центральной Арктикой. Значе-

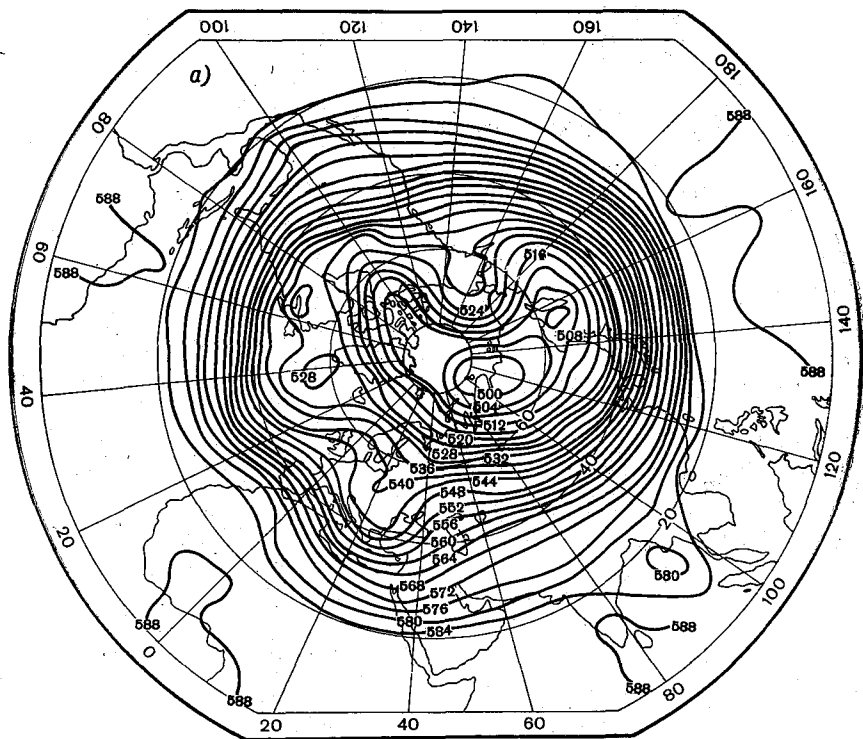


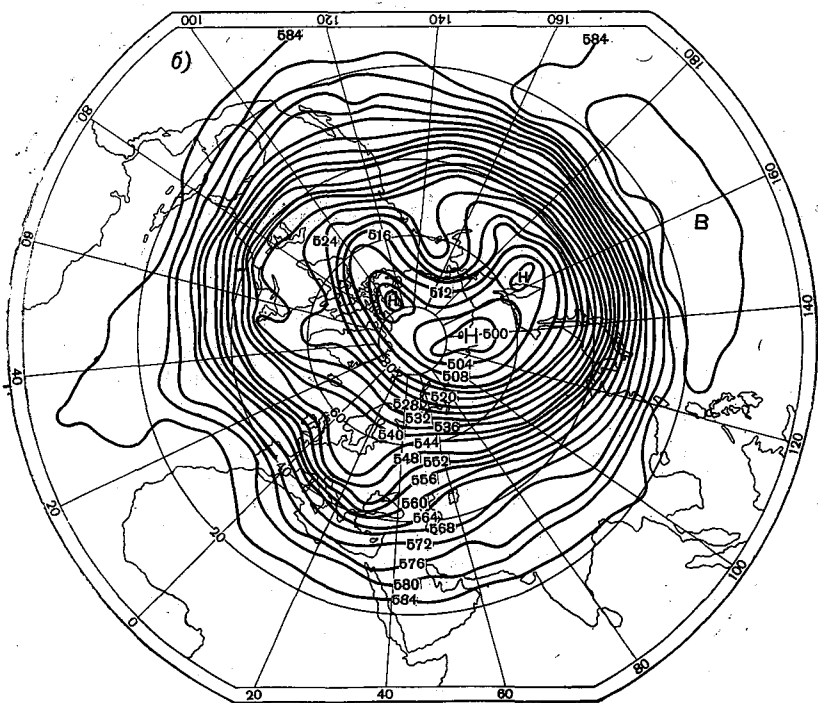
Рис. 3. Среднее месячное поле геопотенциала изобарической
а — синоптический анализ,

ния геопотенциала в этих центрах также одинаковы. В обоих случаях четко выражена ложбина над Беринговым морем и гребень над Аляской. Замкнутая изогипса 528 дкм южнее Гренландии на рис. 3 б несколько смещена к западу по сравнению с такой же изогипсой на рис. 3 а. На обоих рисунках выделяются зоны увеличенных градиентов над Японией и восточным побережьем США.

Визуальное сравнение шести синоптических анализов показало, что различия между ними имеют такой же характер, как и различие между объективным анализом и одним из синоптических (рис. 3).

Кроме визуального сравнения карт, получены также средние по всем узлам отклонения каждого из пяти синоптических анализов от шестого (представленного на рис. 3 а) и каждого из шести синоптических от численного анализа. Указанные характеристики приведены в табл. 1.

Из таблицы видно, что различия между синоптическими анализами несколько меньше, чем между синоптическими и численным анализами.



поверхности 500 мб. Январь 1966 г.
 б — численный анализ.

На рис. 4 представлены результаты синоптического и численного анализов поля температуры поверхности 500 мб для января 1965 г. Эти анализы также хорошо согласуются между собой.

Наряду с полями интерполированных величин представляют интерес поля ошибок интерполяции.

Таблица 1

	Номер синоптического анализа						Среднее
	1	2	3	4	5	6	
Средние отклонения, дкм:							
от шестого синоптического анализа	1,3	1,7	1,3	1,6	1,4	—	1,5
от численного анализа	2,2	2,4	2,1	2,1	1,8	1,7	2,0

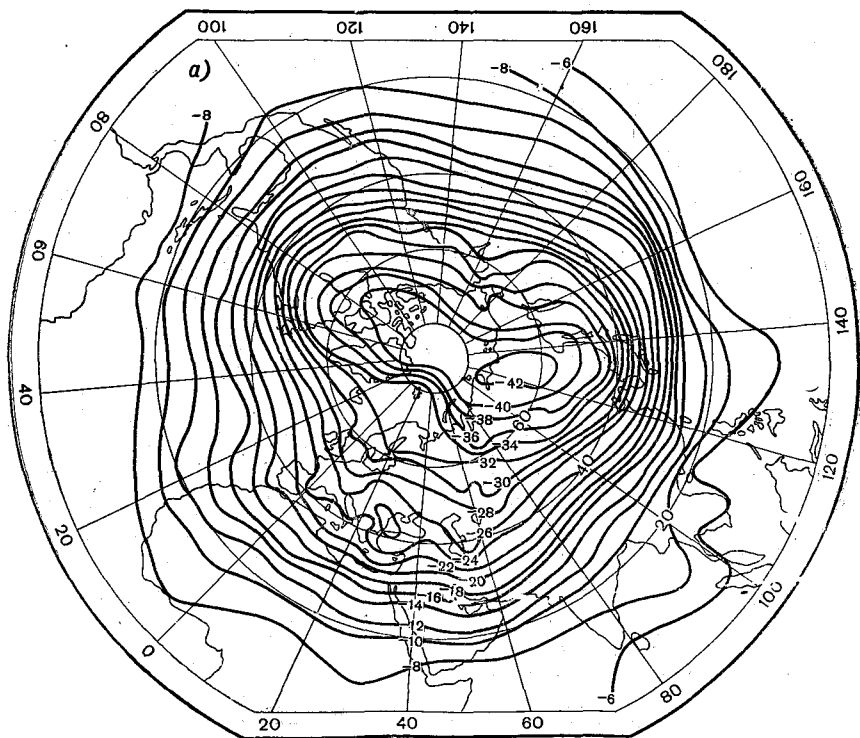
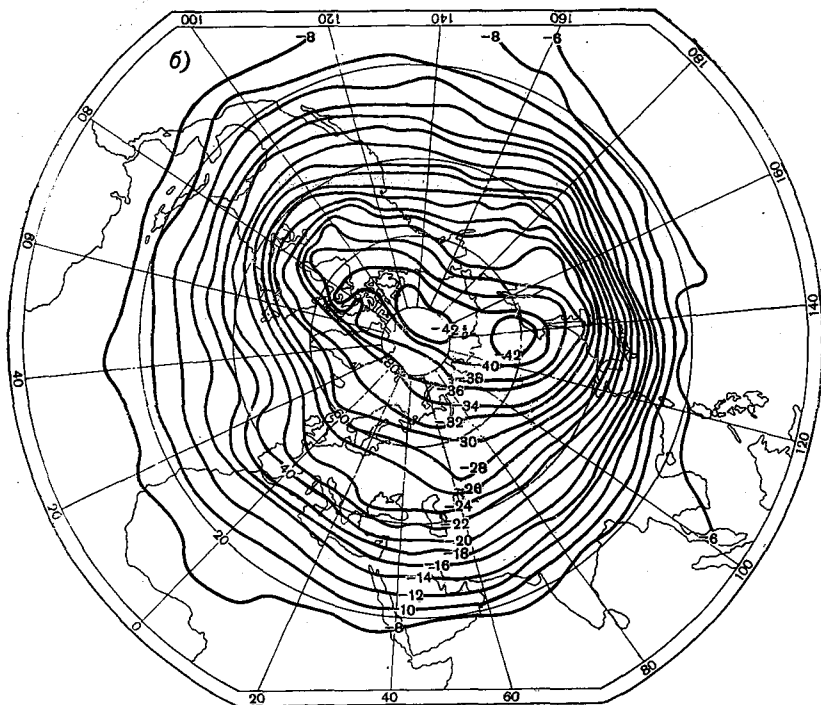


Рис. 4. Среднее месячное поле температуры изобарической
а — синоптический анализ,

Как для поля температуры, так и для поля высоты изобарической поверхности 500 мб рассматривались две характеристики: относительные средние квадратические погрешности интерполяции и средние квадратические абсолютные ошибки интерполяции. В дальнейшем для краткости будем называть их соответственно относительными и абсолютными ошибками.

Существующая сеть станций размещена на территории полушария крайне неравномерно, и эта неравномерность обуславливает резкие различия в точности анализа.

Поле относительных ошибок геопотенциала представлено на рис. 5 а. Видно, что над Европой и Северной Америкой относительные ошибки не превышают 0,4, а над значительными частями этих территорий составляют лишь 0,1—0,15. Над территорией Африки, где сеть гораздо реже, значения ошибок увеличиваются до 0,5—0,6. Для акваторий океанов характерна малая точность интерполяции. В целом над ними значения относительных ошибок увеличиваются с севера на юг — от 0,3—0,4 на широте 40—50° до 0,7—0,8 на широте 10°. Обширный максимум имеет



поверхности 500 мб. Январь 1965 г.

б — численный анализ.

место в умеренных широтах Тихого океана. Над Северным Ледовитым океаном значения ошибок интерполяции существенно выше, чем над континентальными частями Арктики (до 0,5), однако ввиду сравнительно небольших размеров этого района относительная ошибка не достигает здесь столь высоких значений, какие характерны для Тихого и Атлантического океанов. Описанное распределение относительных ошибок соответствует результатам, полученным ранее другими авторами для срочных значений [9, 10].

На рис. 5 б приводится поле относительной погрешности интерполяции средней месячной температуры на изобарической поверхности 500 мб. Сопоставление рис. 5 а и 5 б показывает, что конфигурация изолиний в обоих случаях одинакова, а сами значения $\sqrt{\epsilon}$ на рис. 5 б несколько выше. Осредненные по всем узлам значения $\sqrt{\epsilon}$ оказались для геопотенциала и температуры равными соответственно 0,41 и 0,45. Более высокие значения ошибок для поля температуры связаны главным образом с наибольшей ошибкой измерения этого элемента. По данным работы

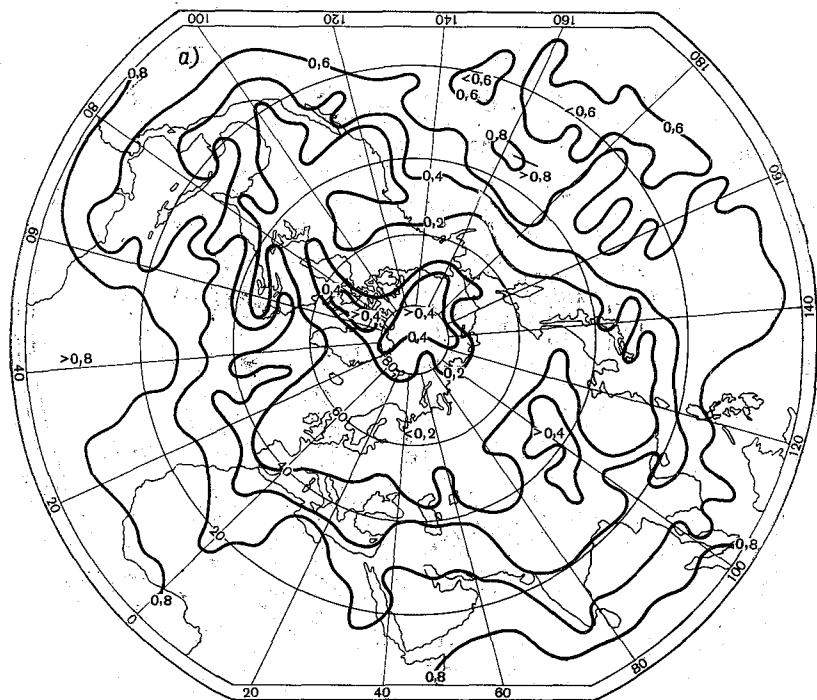


Рис. 5. Распределение относительной средней квадратической

[6], мера ошибки наблюдения для температуры в 5 раз больше, чем для геопотенциала.

Существенно иной вид имеют поля абсолютных ошибок интерполяции геопотенциала и температуры, которые представлены на рис. 6. Эти ошибки малы не только над районами с густой аэрологической сетью (например, над районами Западной Европы и ЕТС, где погрешность интерполяции для геопотенциала меньше 1,0 дкм, а для температуры меньше $0,5^\circ$), но и над экваториальными районами, хотя аэрологическая сеть в этих районах является очень редкой. Это связано с тем, что изменчивость полей геопотенциала и температуры в экваториальных районах весьма мала, так что даже очень высокие относительные ошибки соответствуют небольшим абсолютным ошибкам.

Следует отметить, что использование при объективном анализе карт изменчивости поля геопотенциала из работы [1] приводит к весьма существенному увеличению теоретических значений ошибки интерполяции над районами Японии и юго-запада Тихого океана по сравнению с другими океаническими районами. Эти различия не могут быть объяснены недостаточным количеством аэро-



ошибки анализа $\sqrt{\epsilon}$ геопотенциала (а) и температуры (б).

логических станций, а являются следствием неточных сведений об изменчивости поля геопотенциала.

Определенный интерес представляет вопрос о том, в какой мере результаты анализа зависят от числа влияющих станций. В программу расчетов входило сопоставление таких результатов при n , равном 10, 8 и 6. Оказалось, что основные особенности поля достаточно хорошо улавливаются во всех этих случаях. Различия между ними сводятся к изменению градиентов в отдельных районах. Учитывая, что от числа влияющих станций существенно зависит необходимое машинное время, целесообразно, по-видимому, в дальнейшем принять $n=8$.

Описанные результаты получены при значениях средних квадратических ошибок наблюдения (σ_n) 0,6 дкм и 0,5°, соответствующих данным работы [6]. Заметим, что соответствующие значения для срочных наблюдений составляют обычно 1,5 дкм и 1°. Интересно было исследовать зависимость результатов анализа от величины σ_n . С этой целью, помимо указанных значений σ_n , расчеты выполнены также при специально завышенных значениях, равных 1,5 дкм и 1,0°. Следствием такого завышения явилось некоторое



Рис. 6. Распределение абсолютной средней квадратической

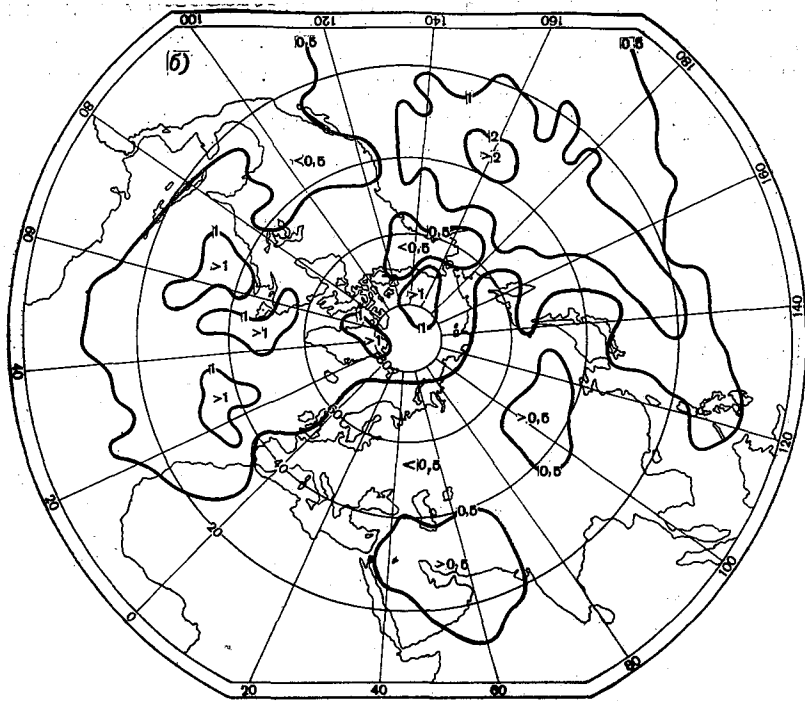
сглаживание полей, особенно в барических и термических центрах.

Использование корреляционных функций для срочных значений геопотенциала вместо корреляционной функции для средних месячных значений не дает существенных погрешностей при анализе.

В заключение отметим, что объективный анализ средних месячных значений аэрологических полей по точности не уступает синоптическому. Для успешного использования объективного анализа необходимы более точные сведения об изменчивости анализируемых полей, в частности, в тропических и субтропических широтах. Особенно важное значение приобретают достоверные сведения об изменчивости при переходе к анализу наземных полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багров Н. А., Кухто А. П. Изменчивость средних месячных температур и высот AT_{500} . Сборник работ по синоптике, № 3, Гидрометеониздат, 1959.
2. Белоусов С. Л. Схемы программ оперативного анализа и прогноза полей



ошибки анализа $\sqrt{\epsilon}$ геопотенциала (а) и температуры (б).

- геопотенциала на трех уровнях атмосферы. В книге М. В. Завариной и М. И. Юдина «Счетные машины в метеорологии», Гидрометеиздат, 1963.
3. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеиздат, Л., 1963.
 4. Гандин Л. С. О статическом контроле аэрологических телеграмм. Метеорология и гидрология, № 9, 1963.
 5. Каган Р. Л., Лугина К. М. Статистическая структура аномалий аэрологических полей над североамериканским континентом. Труды ГГО, вып. 228, 1968.
 6. Кобякова А. А., Руховец Л. В. Схема объективного анализа полей метеорологических элементов на полушарии для произвольной сетки. Труды ГГО, вып. 208, 1967.
 7. Либерман Ю. М. О точности определения конечных разностей при анализе поля геопотенциала по данным существующей аэрологической сети. Изв. АН СССР, сер. физика атмосферы и океана, т. 1, № 11, 1965.
 8. Либерман Ю. М. Анализ плана ВМО по расширению существующей аэрологической сети с точки зрения потребностей численных прогнозов. Метеорология и гидрология, № 4, 1967.
 9. Либерман Ю. М. О точности анализа поля геопотенциала над северным и южным полушариями. Труды ГГО, вып. 228, 1968.
 10. Машкович С. А. Применение быстродействующих вычислительных машин в целях планирования развития сети аэрологических станций. Метеорология и гидрология, № 7, 1963.

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ ПОЛИНОМИАЛЬНОМ ОБЪЕКТИВНОМ АНАЛИЗЕ

В настоящее время при объективном анализе метеорологических полей наибольшее распространение нашли два метода: метод оптимальной интерполяции и метод наименьших квадратов, причем в качестве аппроксимирующих функций последнего используются полиномы от двух переменных. Такое положение обусловлено тем фактом, что оба метода статистически обоснованы и обладают рядом существенных достоинств.

В свою очередь применяются несколько схем объективного анализа по методу наименьших квадратов [2, 3, 4]. В части, касающейся учета статистической структуры метеорологических полей, эти схемы отличаются друг от друга в основном различными эмпирическими способами подбора весов измерений. В связи с выходом в свет книги С. Р. Рао [1] появилась возможность написания общей схемы интерполяции метеоэлементов по методу наименьших квадратов.

Вместо эмпирического подбора весов мы будем использовать корреляционную матрицу измерений, что, на наш взгляд, статистически более обосновано [1].

Рассмотрим, в соответствии с Рао [1], общую схему метода наименьших квадратов и приведем некоторые численные результаты объективного анализа метеорологических полей с помощью данной схемы. Пусть в окрестности узла, в который проводится интерполяция, имеются n станций с прямоугольными координатами (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n) и измерения какого-либо метеоэлемента f_1, f_2, \dots, f_n . Требуется оценить значение метеоэлемента в данном узле.

Предположим, что измерения аппроксимируются многочленом от двух переменных и система условных уравнений имеет вид:

$$E(f_i) = x_{i0}\beta_0 + x_{i1}\beta_1 + \dots + x_{im}\beta_m, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

где E — знак математического ожидания, β_i — неизвестные параметры, подлежащие определению, x_{ij} — известные коэффициенты матрицы условной системы уравнений,

$$x_{ij} = x_i^{\alpha_j} y_i^{\gamma_j}, \quad (2)$$

где $\alpha_i = \gamma_i = 0$, а остальные α_j, γ_j — целые положительные числа.

Предположим, что измерения f_i зависимы и матрица ковариаций $D(F)$ вектора $F = \{f_i\}_{i=1}^n$ имеет вид:

$$D(F) = \sigma^2 M, \quad (3)$$

где $M = \{m_{ij}\}_{i,j=1}^n$ — известная матрица, σ — средняя квадратическая ошибка аппроксимации.

Матрица M представляет собой корреляционную матрицу измерений метеозлемента f_i , которую легко вычислить, если известна корреляционная функция данного элемента [3].

Запишем уравнение (1) в виде:

$$E(F) = X\beta, \quad (4)$$

где $X = \{x_{ij}\}_{i=1, j=0}^{n, m}$ — матрица условной системы уравнений, $\beta = \{\beta_j\}_{j=0}^m$ — вектор неизвестных параметров.

Для оценки параметров β_i необходимо минимизировать квадратичную форму [1]:

$$(F - X\beta)^T M^{-1} (F - X\beta), \quad (5)$$

что приводит к системе нормальных уравнений:

$$X^T M^{-1} X \beta = X^T M^{-1} F. \quad (6)$$

Решая систему (6), получим оценки $\hat{\beta}_i$ для параметров β_i . Оценка $\hat{\sigma}^2$ дисперсии $\hat{\sigma}^2$ дается формулой [1]:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(F - X\hat{\beta})^T M^{-1} (F - X\hat{\beta})}{n - m} = \frac{F^T M^{-1} F - X^T M^{-1} F \hat{\beta}}{n - m}. \quad (7)$$

Матрица ковариаций $D(\hat{\beta})$ вектора $\hat{\beta} = \{\hat{\beta}_i\}_{i=0}^m$ имеет вид:

$$D(\hat{\beta}) = \hat{\sigma}^2 (X^T M^{-1} X)^{-1}. \quad (8)$$

Если начало прямоугольной системы координат поместить в узел, то оценка интерполируемого элемента

$$f_0 = \hat{\beta}_0, \quad (9)$$

а оценка дисперсии $\sigma_{f_0}^2$ дается формулой

$$\sigma_{f_0}^2 = \sigma_{\hat{\beta}_0}^2 = \hat{\sigma}^2 \{(X^T M^{-1} X)^{-1}\}_{11}. \quad (10)$$

Легко показать, что различные схемы метода наименьших квадратов, приводимые, например, в работах [2, 4], являются частными случаями рассмотренной схемы.

Действительно, в работе [4] дана схема в предположении, что измерения независимы, т. е. матрица M равна единичной матрице. В работе [2] измерениям f_i придается вес s_i .

Если положить

$$m_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{s_i} & \text{при } i = j \\ 0 & \text{при } i \neq j, \end{cases}$$

то получим схему, описанную в [2]. Рассмотренный в настоящей работе алгоритм реализован в программе на АЛГОЛе.

Аппроксимирующими функциями являются многочлены последовательно возрастающих степеней (от нулевой до третьей). Корреляционная матрица вычисляется по задаваемой корреляционной функции аппроксимируемого метеоэлемента.

В расчетах используются данные станций, заключенных в кольце с радиусами r и R и центром в данном узле.

Приведем некоторые результаты интерполяции рассмотренным способом измерений геопотенциала поверхности 500 мб. В качестве узлов будем использовать точки, в которых имеются реальные измерения (сами станции), и результаты интерполяции будем сравнивать с этими измерениями. Исходной информацией при проведении расчетов будут служить данные со станций, заключенных в кольцо с большим радиусом $R=800$ км и меньшим $r=10$ км (т. е. измерение на станции, для которой проводится интерполяция, в расчетах не участвует).

Для проведения исследований были выбраны 115 станций хорошо освещенного района (на Европейском континенте). Элементы матрицы M вычислялись с помощью корреляционной функции для геопотенциала поверхности 500 мб, которая имеется в работе [3].

Расчеты проводились в следующем порядке.

В окрестности каждой станции аппроксимировались нормы геопотенциала поверхности 500 мб (значение нормы на станции не участвовало в расчетах), определялось отклонение вычисленного значения от того, которое имеется на данной станции. Затем по всем отклонениям для выбранных 115 станций определялось среднее квадратическое отклонение (σ интерполяции). Результаты приведены в табл. 1. В табл. 2 приведены конкретные результаты интерполяции норм для нескольких станций и величины σ_f .

Таблица 1

Средние квадратические ошибки интерполяции поля норм многочленами различных степеней

Степень многочлена m	0	1	2	3
σ интерполяции	2,05	1,01	0,64	0,69

Результаты интерполяции поля норм геотензинала поверхности 500 мб для нескольких станций

Индекс станций	Полиномиальная интерполяция норм											
	m=0			m=1			m=2			m=3		
	σ_f	$f_{\text{инт}}$	$\Delta f = f_{\text{изм}} - f_{\text{инт}}$	σ_f	$f_{\text{инт}}$	$\Delta f = f_{\text{изм}} - f_{\text{инт}}$	σ_f	$f_{\text{инт}}$	$\Delta f = f_{\text{изм}} - f_{\text{инт}}$	σ_f	$f_{\text{инт}}$	$\Delta f = f_{\text{изм}} - f_{\text{инт}}$
26 038	2,9	526,0	2,0	1,5	525,1	1,1	2,4	523,5	-0,5	2,7	523,5	-0,5
063	2,5	523,7	0,7	1,4	523,7	0,7	2,3	523,4	0,4	2,7	523,4	0,4
258	2,7	527,3	1,3	1,6	526,3	0,3	2,4	525,6	-0,4	2,5	525,7	-0,3
298	2,4	525,5	-0,5	1,4	525,7	-0,3	2,2	525,4	-0,6	2,2	525,4	-0,6
422	2,6	527,7	1,7	1,4	527,2	1,2	2,3	526,9	0,9	2,5	526,9	0,9
629	2,4	530,1	1,1	1,6	530,1	1,1	2,5	528,9	-0,1	2,4	528,9	-0,1
702	2,9	530,2	1,2	1,7	530,4	1,4	2,7	529,3	0,3	2,6	529,2	0,2
781	2,5	528,7	-1,3	1,2	529,0	-1,0	1,9	529,4	-0,6	2,2	529,5	-0,5
850	2,8	531,8	1,8	1,6	531,5	1,5	2,4	529,9	-0,1	2,6	530,0	0,0
27 037	2,5	525,0	1,0	1,3	524,4	0,4	1,9	523,8	-0,2	1,8	523,7	-0,3
196	3,2	525,0	0,0	1,5	524,9	-0,1	2,6	524,9	-0,1	3,3	525,0	0,0
553	3,0	528,1	1,1	1,5	528,4	1,4	2,5	527,5	0,5	2,9	527,3	0,3
595	3,1	530,1	3,1	1,5	529,3	2,3	2,3	527,1	0,1	2,8	527,4	0,4
612	2,9	528,6	0,6	1,5	528,5	0,5	2,3	527,8	-0,2	2,0	527,7	-0,3
947	2,6	531,7	0,7	1,4	532,4	1,4	2,3	531,5	0,5	2,5	531,7	0,7

Таблица 3

Результаты интерполяции измерений геопотенциала поверхности 500 мб. для нескольких станций

Индекс станций	Количество станций, используемых для интерполяции	Полномасштабная интерполяция												Метод оптимальной интерполяции	$\Delta f = f_{\text{ИНТ}} - f_{\text{ИЗМ}}$	$f_{\text{ИНТ}}$	$\Delta f = f_{\text{ИНТ}} - f_{\text{ИЗМ}}$	σ^2
		$m=0$			$m=1$			$m=2$			$m=3$							
		$f_{\text{ИНТ}}$	$\Delta f = f_{\text{ИНТ}} - f_{\text{ИЗМ}}$	σ^2	$f_{\text{ИНТ}}$	$\Delta f = f_{\text{ИНТ}} - f_{\text{ИЗМ}}$	σ^2	$f_{\text{ИНТ}}$	$\Delta f = f_{\text{ИНТ}} - f_{\text{ИЗМ}}$	σ^2	$f_{\text{ИНТ}}$	$\Delta f = f_{\text{ИНТ}} - f_{\text{ИЗМ}}$	σ^2					
26 038	17	8,8	527,5	-2,5	8,8	526,5	-3,5	13,6	530,0	0,0	11,4	529,0	-1,0	530,1	0,1	0,011		
063	17	6,8	524,3	-4,7	5,1	524,4	-4,6	6,9	529,8	0,8	6,4	529,6	0,6	529,0	0,0	0,010		
258	17	8,7	531,7	-5,3	7,9	529,8	-7,2	11,6	536,7	-0,3	12,4	536,0	-1,0	536,4	-0,6	0,013		
298	18	5,2	534,4	-1,6	4,6	534,6	-1,4	7,5	535,6	-0,4	6,1	535,7	-0,3	535,8	-0,2	0,015		
422	22	8,3	528,2	-9,8	8,4	528,2	-9,8	12,7	537,5	-0,5	11,6	537,2	-0,8	538,8	0,8	0,014		
629	22	8,1	531,4	-13,6	7,9	532,0	-13,0	11,4	544,8	-0,2	11,8	544,5	-0,5	545,5	0,5	0,010		
702	22	7,5	532,2	-11,8	7,8	532,5	-11,5	12,1	541,5	-2,5	9,8	543,1	-0,9	546,5	2,5	0,023		
781	22	7,2	538,4	-8,6	7,5	538,6	-8,4	10,8	545,5	-1,5	9,9	546,2	-0,8	547,1	0,1	0,017		
850	22	7,4	540,8	-9,2	7,4	540,6	-9,4	11,6	547,0	-3,0	13,0	546,9	-3,1	549,0	-1,0	0,012		
27 037	14	6,1	528,3	-1,3	5,2	527,2	0,2	7,5	531,1	4,1	6,6	531,2	4,2	531,5	4,5	0,032		
196	14	10,2	535,4	-7,4	10,2	535,3	-7,3	17,1	525,4	-2,6	18,3	525,4	-2,6	526,0	-2,0	0,022		
553	15	7,6	537,0	-3,0	7,3	537,3	-2,7	12,1	535,4	4,6	13,3	535,7	-4,3	536,2	-3,8	0,021		
595	14	9,5	537,3	5,3	9,5	536,4	4,4	16,0	535,8	3,8	16,4	535,7	3,7	537,1	5,1	0,016		
612	18	6,4	534,6	-7,4	6,3	534,7	-7,3	9,9	542,4	0,4	9,8	541,9	-0,1	542,4	0,4	0,019		
947	16	8,7	544,9	-4,1	7,7	546,6	-2,4	12,4	547,0	-2,0	12,1	545,9	-3,1	548,9	-0,1	0,017		

вычисляемые по формуле (10). Данные табл. 1 и 2 показывают, что поле геопотенциала поверхности 500 мб практически точно можно аппроксимировать многочленом второй и третьей степеней (в районе, имеющем форму круга радиусом 800 км).

Рассмотрим результаты интерполяции непосредственно измерений геопотенциала поверхности 500 мб.

В табл. 3 приводятся данные интерполяции измерений за 23 I 1959 г. многочленами по вышерассмотренной схеме ($m=0, 1, 2, 3$) и методом оптимальной интерполяции [3]. Район и станции, для которых проводилась аппроксимация, соответствуют данным табл. 2. Сравнивая результаты интерполяции с помощью многочленов ($m=2$ и $m=3$) и методом оптимальной интерполяции, видим, что они примерно одинаковы. Здесь же отметим, что отклонения вычисленного значения от измеренного и величины σ_f возросли в несколько раз по сравнению с данными табл. 2.

Таблица 4

Средние квадратические отклонения интерполяции измерений геопотенциала поверхности 500 мб за 16 сроков. Январь 1959 г.

Степень m	Число															Среднее	
	11	12	13	14	16	18	19	20	21	22	23	25	26	28	29		30
0	9,4	9,1	10,6	9,2	6,8	7,8	8,6	8,9	9,8	8,6	7,9	9,8	11,3	10,2	8,1	8,1	9,0
1	9,2	9,5	10,5	9,2	6,2	7,1	8,1	8,1	9,6	7,3	6,9	9,6	10,8	9,8	7,6	7,7	8,6
2	3,6	3,0	3,8	4,0	2,9	3,4	3,2	2,6	3,4	3,0	2,8	3,6	3,5	3,0	2,5	3,5	3,2
3	3,1	3,6	3,6	4,2	2,8	3,3	2,9	3,1	3,8	2,4	2,8	3,8	3,1	3,3	2,7	2,9	3,2

В табл. 4 приведены средние квадратические отклонения интерполированных значений от измеренных за 16 сроков (январь 1959 г.) и их средние значения для многочленов различных степеней.

Результаты наглядно показывают, что для интерполяции следует использовать многочлены второй степени ($m=2$), так как при $m=0$ и $m=1$ отклонения интерполированных значений от измеренных слишком велики, а при $m=3$ и $m=2$ — примерно одинаковы.

Рассмотренные результаты получены при интерполяции непосредственно измерений, производимых на станциях. Ввиду того что на каждой станции для данного элемента имеются нормы (средние значения), можно интерполировать не сами измерения, а их отклонения от норм. Такие вычисления были проделаны. Однако точность результатов получилась примерно такой же, как и при интерполяции самих значений. Не приводя полностью таблицы, укажем лишь для этого случая средние значения средних квадратических отклонений, аналогичные данным последнего столбца табл. 4: 8,8; 8,7; 3,3; 3,3.

В заключение следует отметить, что измерения, используемые для интерполяции при получении данных табл. 3 и 4, не подвергались строгому контролю. Предварительное исключение и исправление аномальных измерений, по-видимому, позволит получить более высокую точность результатов.

Тот факт, что при аппроксимации измерение на станции, для которой проводится интерполяция, не используется в расчетах, также приводит к снижению точности интерполяции.

Сравнение результатов, которые приведены в [2], с данными настоящей статьи позволяет сделать вывод, что рассмотренный метод можно применять для объективного анализа метеорологических полей.

Практическое использование метода наименьших квадратов с учетом статистической структуры метеорологических измерений имеет смысл только после тщательной разработки методики аппроксимации применительно к конкретным видам измерений и условиям, при которых проводятся эти измерения. Большое значение имеет также вся проблема, в рамках которой ставится задача аппроксимации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения. Изд. «Наука», М., 1968.
2. Белоусов С. Л., Гандин Л. С., Машкович С. А. Обработка оперативной метеорологической информации с помощью электронных вычислительных машин. Гидрометеиздат, Л., 1968.
3. Гандин Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеиздат, Л., 1963.
4. Петров А. А. Об объективном анализе на основе аппроксимации полей полиномами. Метеорология и гидрология, № 6, 1968.

Р. Л. КАГАН, Е. И. ФЕДОРЧЕНКО

О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ВЫБРОСОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЯДОВ

1. При решении ряда практических задач требуются сведения о повторяемости и длительности периодов, в течение которых метеорологические элементы превышают те или иные значения. Например, при теплотехнических расчетах и определении нагрузок на машины и механизмы необходимы данные о повторяемости и продолжительности периодов с высокими и низкими температурами. Эти данные получаются путем непосредственной обработки рядов наблюдений, которая является очень трудоемкой. Получение их осложняется еще тем, что на многих станциях ряды наблюдений коротки и не обеспечивают надлежащей точности определения упомянутых характеристик (например, [3]). В связи с этим представляется желательным возможно большее использование для их определения расчетных методов.

В настоящее время в теории вероятностей разработан математический аппарат для выполнения подобных расчетов. Так называемая теория выбросов позволяет по заданному закону распределения случайной функции оценивать вероятность пересечения ею того или иного уровня (выброса случайной функции), вероятность выбросов различной продолжительности и т. д. Изложение теории выбросов можно найти в [4, 6, 7]. До сих пор она использовалась главным образом в задачах теории связи и автоматического регулирования. К настоящему времени появилось несколько работ [1, 8, 9], в которых методы теории выбросов используются при решении метеорологических задач.

В настоящей статье рассматриваются некоторые вопросы, возникающие при применении теории выбросов к исследованию временных рядов.

Задачи теории выбросов могут формулироваться как для случайных процессов (случайных функций с непрерывным временем), так и для случайных последовательностей (случайных функций с дискретным временем). Приведем некоторые формулы, относящиеся к случайным процессам.

На рис. 1 представлена реализация некоторого случайного процесса $f(t)$, о свойствах которого мы никаких специальных пред-

положений делать не будем. Эта реализация на промежутке (t_0, t_1) пересекает некоторый фиксированный уровень c снизу вверх N_c раз. Будем называть событие, состоящее в том, что процесс $f(t)$ пересекает уровень c снизу вверх, выбросом.

Среднее число выбросов за уровень c на промежутке времени (t_0, t_1) определяется по формуле

$$\bar{N}_c = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^{\infty} f' \cdot F_t(c, f') df' dt, \quad \forall \quad (1)$$

где $F_t(c, f')$ — совместная плотность распределения значений процесса и его производной в момент времени t .

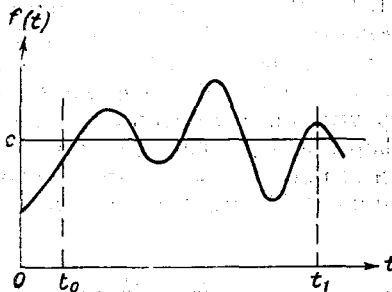


Рис. 1. К определению понятия выброса за уровень.

Применение этой формулы требует задания аналитического вида функции F_t . В случае когда рассматривается гауссовский (нормальный) процесс, формула (1) упрощается и принимает вид

$$\bar{N}_c = \frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{-r''(t, t)} e^{-\frac{[c-m(t)]^2}{2\sigma^2(t)}} dt, \quad (2)$$

где $m(t)$ — математическое ожидание процесса, $\sigma^2(t)$ — дисперсия, а $r(t_1, t_2)$ — нормированная корреляционная функция его.

Интегрирование в формуле (2), вообще говоря, должно производиться численно. Однако в каждом частном случае, когда процесс является стационарным, $m(t) = m$, $\sigma^2(t) = \sigma^2$, а $r(t_1, t_2) = r(|\xi|)$, где $\xi = t_1 - t_2$, получаем

$$\bar{N}_c = \frac{\sqrt{-r''(0)}}{2\pi} (t_1 - t_0) e^{-\frac{(c-m)^2}{2\sigma^2}}. \quad (3)$$

Для гауссовского процесса полное время пребывания над уровнем c составляет

$$T_c = (t_1 - t_0) \left[1 - \Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right) \right], \quad (4)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ — интеграл вероятностей. В связи с этим, средняя продолжительность выброса за уровень c равна

$$\bar{\tau}_c = \frac{T_c}{N_c} = \frac{2\pi \left[1 - \Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right) \right]}{\sqrt{-r''(0)}} e^{\frac{(c-m)^2}{2\sigma^2}}. \quad (5)$$

Приведенные формулы относятся к процессам, дифференцируемым в среднем квадратическом, что с математической точки зрения эквивалентно требованию наличия второй производной от корреляционной функции при $\xi=0$. Соответствующее значение $r''(0)$ входит в формулы (3) и (5) и точность расчета по ним существенно зависит от надежности его определения. Как правило, имеющиеся в распоряжении метеоролога ряды наблюдений не обеспечивают достаточно детального определения корреляционной функции при малых значениях аргумента, что очень осложняет практическое использование этих формул. Однако если нам известны статистические характеристики выбросов для одного из уровней, который обозначим c_0 , то величина $r''(0)$ может быть исключена, так что, например,

$$\bar{N}_c = \bar{N}_{c_0} e^{\frac{(2m-c-c_0)(c-c_0)}{2\sigma^2}}. \quad (6)$$

В огромном большинстве случаев мы располагаем не непрерывными значениями метеорологических элементов, а лишь значениями их в дискретные моменты времени. С этой точки зрения является естественным представление их в виде случайных последовательностей. Считается, что в момент времени t_i имеет место выброс случайной последовательности за уровень c , если $f(t_i) < c$, а последующий член последовательности $f(t_{i+1}) > c$. Следовательно, вероятность выброса может быть определена формулой

$$p_c(t_i) = \int_{-\infty}^c \int_c^{\infty} F(f_i, f_{i+1}) df_i df_{i+1}, \quad (7)$$

где $F(f_i, f_{i+1})$ — совместная плотность распределения значений случайной последовательности в моменты времени t_i и t_{i+1} .

Для стационарных гауссовских последовательностей эта формула принимает вид:

$$p_c = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^c e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \left[1 - \Phi\left(\frac{c-r_1(x-m)}{\sigma\sqrt{1-r_1^2}}\right) \right] dx, \quad (8)$$

где r_1 — коэффициент корреляции между соседними членами последовательности.

Интегрирование в формуле (8), вообще говоря, должно выполняться численно. В частном случае при $c=m$ квадратуры выполняются точно, в результате чего получается простая формула

$$p_m = \frac{1}{2\pi} \arccos r_1. \quad (8')$$

В табл. 1 приводится вероятность выброса p_c при некоторых значениях коэффициента корреляции r_1 и параметра $c_1 = \frac{c-m}{\sigma}$, т. е. фактически для нормированной последовательности с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной единице.

Для последовательности с равноотстоящими членами аналогично формуле (5) может быть определена средняя продолжительность выбросов по формуле

$$\bar{\tau}_c = \frac{1 - \Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right)}{p_c}. \quad (9)$$

Полученные по этой формуле значения $\bar{\tau}$ для различных r_1 и c_1 приводятся в табл. 2.

Выброс определялся нами как пересечение случайной функцией уровня снизу вверх. Аналогичные рассуждения можно было бы провести и для «выброса вниз», т. е. для пересечения случайной функцией уровня сверху вниз. Очевидно, что для стационарной случайной функции вероятность и среднее число «выбросов вверх» и «выбросов вниз» одинаковы и могут считаться по одним и тем же формулам. Формулы для средней продолжительности «выбросов вниз» гауссовского процесса отличаются от формул (5) и (9) для «выбросов вверх» тем, что в них вместо величины $1 - \Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right)$ в числителе стоит величина $\Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right)$. Именно такая формула используется нами далее для оценки средней продолжительности периодов с температурами ниже того или иного уровня.

Заметим также, что для гауссовского процесса число и продолжительность «выбросов вверх» за уровень c совпадает с числом и продолжительностью «выбросов вниз» за уровень $2m - c$.

2. Приведенные выше формулы могут быть использованы для стационарных случайных функций, обладающих гауссовским распределением. Известно, что температурные ряды имеют распределения, близкие к гауссовскому, для центральных летних и зимних месяцев, когда не наблюдается переходов температуры воздуха через 0° . Естественно предположить, что и совместные распределения для различных моментов времени также являются гауссовскими. Что касается условия стационарности, то оно, вообще говоря, не выполняется главным образом из-за наличия четко выраженного суточного и годового хода температуры. Применительно

Средняя продолжительность выбросов нормированной (0,1) последовательности через уровень c_1 при корреляции r_1 между смежными членами последовательности

c_1	r_1											
	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
-3,0	740	740	740	740	741	746	766	825	892	1021	1348	1844
-2,5	160	160	160	160	161	164	172	191	210	246	332	459
-2,0	43,0	43,0	43,0	43,2	44,0	45,7	49,3	56,7	63,5	75,6	104	145
-1,5	14,0	14,0	14,1	14,4	15,0	16,0	17,9	21,2	24,1	29,2	40,8	57,4
-1,0	5,30	5,36	5,54	5,84	6,30	6,98	8,01	9,76	11,3	13,8	19,5	27,6
-0,5	2,29	2,44	2,65	2,91	3,24	3,68	4,32	5,36	6,23	7,68	10,9	15,5
0	1,26	1,42	1,58	1,77	2,00	2,29	2,71	3,39	3,95	4,88	6,97	9,89
0,5	1,02	1,09	1,16	1,30	1,45	1,64	1,93	2,39	2,78	3,43	4,88	6,92
1,0	1,00	1,01	1,04	1,10	1,19	1,32	1,51	1,84	2,12	2,00	3,68	5,20
1,5	1,00	1,00	1,01	1,03	1,07	1,15	1,28	1,52	1,73	2,09	2,92	4,11
2,0	1,00	1,00	1,00	1,01	1,02	1,06	1,15	1,32	1,48	1,76	2,42	3,38
2,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,03	1,07	1,19	1,31	1,54	2,08	2,87
3,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,04	1,12	1,21	1,38	1,83	2,49

к средней суточной температуре основной причиной нарушения стационарности является годовой ход. Однако в центральные месяцы летнего и зимнего сезонов, в течение которых средняя многолетняя температура мало изменяется, ряды средних суточных температур, по-видимому, могут рассматриваться как стационарные последовательности. К аналогичному выводу применительно к рядам температуры воздуха за определенные сроки приводит работа [5].

Таблица 3
Эмпирические характеристики выбросов средней суточной температуры воздуха вниз за уровень c .
Станция Сургут, январь

c°	T_c суток	\bar{N}	$\bar{\tau}$ суток	σ_N
-10	27,8	1,53	18,1	1,41
-15	22,5	2,90	7,76	1,33
-20	16,7	3,60	4,64	1,53
-25	11,0	3,14	3,53	1,46
-30	6,64	2,43	2,73	1,27
-35	3,52	1,52	2,32	1,23
-40	1,55	0,72	2,16	0,81

Для оценки возможности использования приведенных выше формул к рядам средней суточной температуры воздуха были рассмотрены данные наблюдений за январь на ст. Сургут, Тюменской области, с 1884 по 1960 г. В течение некоторых лет этого периода имели место пропуски наблюдений, в результате чего данные наблюдений имелись за 60 лет.

В табл. 3 для ряда уровней приводятся данные о средней общей продолжительности T_c пребывания средней суточной температуры ниже уровня, среднее число пересечений уровня (\bar{N}) и средняя непрерывная продолжительность периодов с температурой ниже уровня. В соответствии с определением средняя непрерывная продолжительность рассчитывалась путем деления средней общей продолжительности на среднее число пересечений. Очевидно, что для достаточно высоких уровней, для которых среднее число пересечений в течение месяца меньше единицы, величина $\bar{\tau}$ может превысить длину месяца. Это представляется более оправданным, чем ограничение длины выброса календарным месяцем, которое ставится, например, в [3].

Величина \bar{N} получается путем осреднения числа выбросов, полученных за отдельные годы. Разброс числа выбросов за отдельные годы характеризуется средним квадратическим отклонением

σ_N , которое также приводится в табл. 3. Эта величина составляет менее 50% среднего числа выбросов для уровней, близких к норме ($-22,0^\circ$), и достигает почти 100% \bar{N} для крайних уровней.

Для получения расчетных значений этих величин необходимы данные о временной корреляции средних суточных температур. Значения нормированной корреляционной функции для различных интервалов времени до 10 суток включительно приводятся в табл. 4. Корреляционная функция рассчитывалась в предположении стационарности ряда средних суточных температур в течение месяца, путем осреднения коэффициентов корреляции с заданным сдвигом во времени для различных дней месяца.

Таблица 4

Временная корреляционная функция средней суточной температуры воздуха. Ст. Сургут, январь

ξ суток	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r	0,75	0,50	0,36	0,30	0,24	0,18	0,15	0,13	0,12	0,10
σ_r	0,07	0,13	0,16	0,15	0,14	0,14	0,15	0,16	0,13	0,11

В табл. 4 приводятся также значения среднего квадратического отклонения σ_r , которое характеризует разброс индивидуальных коэффициентов корреляции. Величины σ_r сравнительно мало отличаются от случайного разброса, который можно было бы ожидать при объеме выборки 60 лет. Погрешность осредненных значений корреляционной функции, приведенных в табл. 4, разумеется, меньше, чем σ_r . Учитывая связность значений температуры за различные дни месяца, можно считать, что средние квадратические отклонения этой погрешности составляют около 0,03—0,04.

Воспользовавшись полученным значением коэффициента корреляции $r_1 = 0,75$ для сдвига во времени за сутки, можно получить расчетные значения величин \bar{N} и \bar{t} . Эти значения, полученные по формулам (8) и (9) в предположении, что имеет место гауссовское распределение со средним $-22,0^\circ$ и средним квадратическим отклонением $9,7^\circ$, приводятся в табл. 5.

Сравнение табл. 3 и 5 показывает, что эмпирические и расчетные значения характеристик выбросов для большинства уровней различаются друг от друга сравнительно мало. Наиболее заметными являются различия между эмпирическими значениями средней общей продолжительности пребывания ниже уровней -35° и -40° и соответствующими расчетными оценками для гауссовского распределения. Элементарная оценка показывает, что считать эти отклонения от гауссовского закона закономерными нет оснований. Возможные ошибки в эмпирических значениях T_c для низких температур из-за недостаточного объема исходных данных столь велики, что представляется более предпочтительным пользоваться расчетными данными.

Значительно меньше оказываются различия между расчетными и эмпирическими значениями среднего числа выбросов \bar{N} , которые не превышают 15%. Эти различия лежат в пределах возможных ошибок выборочных величин при данном объеме связанной выборки.

Учитывая сказанное выше, согласование между эмпирическими и расчетными значениями характеристик выбросов можно считать удовлетворительным. Это подтверждает возможность априорной

Таблица 5

Расчетные характеристики выбросов средней суточной температуры воздуха вниз за уровень c .

Ст. Сургут, январь

$$(m = -22,0^\circ, \sigma = 9,7^\circ, r_1 = 0,75)$$

c°	c_1	ρ	$\Phi\left(\frac{c-m}{\sigma}\right)$	T_c суток	\bar{N}	$\bar{\tau}$ суток
-10	+1,24	0,052	0,893	27,7	1,60	17,3
-15	+0,72	0,088	0,764	23,7	2,72	8,73
-20	+0,21	0,112	0,583	18,0	3,48	5,17
-25	-0,31	0,109	0,378	11,7	3,39	3,46
-30	-0,82	0,081	0,206	6,35	2,50	2,54
-35	-1,34	0,045	0,090	2,79	1,39	2,00
-40	-1,86	0,019	0,032	0,98	0,59	1,67

оценки этих характеристик для рядов температуры в экстремальные месяцы и при исключенном суточном ходе. Такие расчеты можно выполнять не только для средних суточных температур, но и для рядов температуры за тот или иной срок.

В качестве примера воспользуемся данными о временной структуре рядов температуры воздуха за сроки 1 и 13 часов, приведенными в работе А. С. Марченко, Л. И. Помозовой и М. А. Чубенко [5], по пяти станциям Западной Сибири. В табл. 6 приводятся средние значения и средние квадратические отклонения температуры для января. Временные корреляционные функции для разных станций и за различные сроки, которые приводятся в [5], сравнительно мало отличаются друг от друга. В табл. 6 приводятся осредненные по всем пяти станциям корреляционные функции. Величина σ , характеризует разброс значений корреляционной функции на различных станциях относительно осредненных величин. Нетрудно видеть, что этот разброс находится в пределах точности оценки выборочного коэффициента корреляции (расчеты в [5] проводились по данным за 25 лет, т. е. объем данных по каждой станции составлял 775 наблюдений; следует также иметь в виду связность ряда).

Таблица 6

Средние за январь значения температуры m
и средние квадратические отклонения σ от них
(град.)

Станция	1 час		13 час.	
	m	σ	m	σ
Александровское . .	-21,3	9,5	-20,2	9,0
Маслянино	-21,6	10,9	-17,3	8,2
Барабинск	-21,0	8,7	-18,5	7,5
Ключи	-19,5	9,5	-16,0	8,5
Кош-Агач	-34,0	8,2	-27,1	7,3

Из табл. 7 следует, что для всех пяти станций, расположенных в различных районах Западной Сибири, как для срока 1 час, так и для срока 13 час., может быть взято приближенное значение междусуточной корреляции $r_1=0,65$. Воспользовавшись им и приведенными в табл. 6 значениями параметров m и σ , можно рассчитать вероятность выбросов температуры за тот или иной уровень, или, что то же самое, среднее число выбросов за месяц.

Результаты расчета для некоторых уровней приведены в табл. 8. Степень соответствия их фактически наблюдающемуся числу уровней зависит, разумеется, от справедливости предположений о стационарности и гауссовости рядов, принятых при выводе основных формул. Однако можно ожидать, как это и было для Сургута, что отклонения от стационарности и гауссовости сравнительно невелики. Более серьезные расхождения между расчетными и фактическими данными могут быть вызваны тем, что при расчете характеристик статистической структуры использованы

Таблица 7

Временная корреляционная функция температуры воздуха
за отдельные сроки. Западная Сибирь, январь

Срок	Обозначение	ξ суток									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	r	0,63	0,44	0,34	0,28	0,23	0,17	0,12	0,10	0,08	0,08
	σ_r	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,05	0,07	0,07	0,06	0,06
13	r	0,67	0,48	0,38	0,31	0,25	0,18	0,13	0,12	0,10	0,11
	σ_r	0,05	0,04	0,03	0,04	0,05	0,08	0,10	0,10	0,09	0,08
Среднее . .	r	0,65	0,46	0,36	0,30	0,24	0,18	0,12	0,11	0,09	0,10

сравнительно небольшие ряды наблюдений. Заметим, однако, что до сих пор данных о временной структуре метеорологических элементов имеется еще очень мало. Для решения ряда практически важных задач, в том числе и рассмотренной выше, необходимо проведение работ по накоплению этих данных.

Таблица 8

Среднее за месяц число выбросов срочной температуры воздуха через заданный уровень. Западная Сибирь, январь

Станция	Уровень, град.							
	-10	-20	-30	-40	-10	-20	-30	-40
	1 час				13 час.			
Александровское	2,00	4,38	2,71	0,54	2,15	4,26	2,26	0,33
Маслянино	2,34	4,21	3,10	0,92	2,79	4,02	1,18	0,07
Барабинск	1,80	4,23	2,36	0,34	2,16	4,17	1,20	0,05
Ключи	2,50	4,26	2,21	0,37	3,25	3,79	1,00	0,06
Кош-Агач	0,05	0,90	3,75	3,21	0,23	2,57	3,91	0,81

3. Рассмотренные выше случайные функции — ряды средней суточной температуры, ряды наблюдений за 1 или 13 час., — являются по своему определению функциями с дискретным временем, т. е. случайными последовательностями. Однако даже в том случае, если фактически имеет место процесс с непрерывным временем, измерения его в большинстве случаев производятся дискретно. Поэтому в результате их непосредственной обработки мы получаем фактически не характеристики процесса, а характеристики соответствующей последовательности. При расчете одномерных характеристик стационарного процесса это различие несущественно, если ряды наблюдений достаточно длинны. Для расчета же многомерных характеристик это оказывается весьма существенным, поскольку позволяет производить прямой их расчет лишь для моментов времени, кратных интервалу между измерениями. Для других моментов приходится осуществлять интерполяцию этих характеристик, что не всегда приводит к удовлетворительным результатам (например, [2]).

По этой причине представляется не всегда рациональным для расчета характеристик выбросов стационарного гауссовского процесса с конечным значением $\sqrt{-r''(0)}$ (т. е. такого процесса, для которого число выбросов конечно и справедлива формула (3)) предварительное получение $r''(0)$.

Поскольку для такого процесса число выбросов за любой фиксированный уровень, полученное по дискретному ряду значений процесса, при уменьшении интервала между измерениями будет стремиться к истинному числу выбросов процесса в качестве оцен

ки среднего числа выбросов процесса, вообще говоря, можно брать значение среднего числа выбросов соответствующей последовательности.

При этом предполагается, что в промежутке времени между измерениями процесса случайная функция меняется монотонно, что приводит к занижению числа выбросов (разумеется, это предположение имеет место независимо от того, каким способом находится число выбросов последовательности — непосредственным подсчетом или с помощью формулы (8)).

Искажения, получаемые при дискретизации отсчетов, являются тем более грубыми, чем больше интервал времени между измерениями. Вместе с тем ясно, что при фиксированном интервале между измерениями занижение числа выбросов тем больше, чем выше заданный уровень, поскольку с увеличением уровней уменьшается продолжительность выбросов, а при дискретизации отсчетов чем меньше длительность выбросов, тем хуже они улавливаются.

Для иллюстрации этого на рис. 2 а для некоторых уровней приведена зависимость от r_1 отношения $\frac{P_c}{\bar{N}_c} / \frac{P_m}{\bar{N}_m}$, где величины P_c вычислены по формуле (8), а \bar{N}_c — по формуле (3). Из рисунка видно, что если число выбросов через уровень $c_1=0$ при дискретных измерениях процесса составляет $n\%$ истинного числа выбросов, то для $c_1=3$ уже при $r_1=0,7$ оно составляет примерно $0,8n\%$.

Из сказанного следует, что в качестве оценки числа выбросов процесса за достаточно высокий уровень нецелесообразно брать значение числа выбросов для соответствующей последовательности. Нужно вычислить число выбросов за уровень, возможно более близкий к среднему значению. Взяв его в качестве приближенной

оценки \tilde{N}_{c_0} числа выбросов процесса за этот базовый уровень c_0 , для всех других уровней число выбросов можно определить по формуле (6). Ясно, что в случае, когда известен коэффициент корреляции r_1 между значениями процесса, полученными в последовательные моменты измерений, в качестве базового уровня нужно брать уровень, равный среднему значению, и вычислять приближенное значение \tilde{N}_c среднего числа выбросов процесса за уровень c на промежутке (t_0, t_1) по следующей простой формуле:

$$\tilde{N}_c = (t_1 - t_0) \frac{\arccos r_1}{2\pi \Delta} e^{-\frac{(c-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (10)$$

где Δ — интервал времени между измерениями процесса.

Очевидно, что, поступая таким образом, мы фактически пользуемся формулой (3), где в качестве оценки $\sqrt{-r''(0)}$ берется выражение

$$\sigma_{c_0} = \tilde{N}_{c_0}(\Delta) 2\pi e^{-\frac{(c_0-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (11)$$

в котором $\tilde{N}_{c_0}(\Delta)$ — приближенное значение среднего числа выбросов процесса за базовый уровень c_0 на промежутке Δ . Это выражение σ_{c_0} можно использовать в качестве оценки $\sqrt{-r''(0)}$ и при решении других статистических задач.

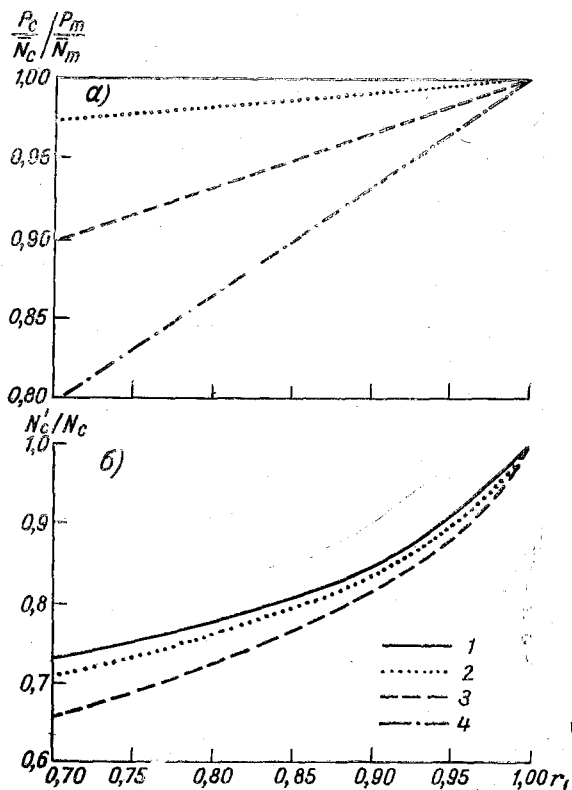


Рис. 2. Зависимость от коэффициента корреляции r_1 отношения числа выбросов за заданный уровень при дискретных и непрерывных измерениях.

1) $c_1=0$, 2) $c_1=1$, 3) $c_1=2$, 4) $c_1=3$.

Как отмечалось выше, $\sigma_{c_0} \leq \sigma_m < \sqrt{-r''(0)}$, а $\sigma_{c_0} - \sqrt{-r''(0)}$ стремится к нулю при $\Delta \rightarrow 0$. Скорость сходимости σ_{c_0} к $\sqrt{-r''(0)}$ (или $\tilde{N}_{c_0}(\Delta)$ к $\bar{N}_{c_0}(\Delta)$) зависит от корреляционной функции процесса.

В качестве примера рассмотрим стационарный нормированный (0,1) гауссовский процесс, корреляционная функция которого имеет вид

$$r(\xi) = (1 + \alpha|\xi|) e^{-\alpha|\xi|}. \quad (12)$$

Поскольку в этом случае $r''(0) = -\alpha^2$, то, согласно формуле (3), получаем для промежутка времени, равного интервалу корреляции $1/\alpha$,

$$\overline{N_c} = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{c^2}{2}}. \quad (13)$$

С другой стороны, в этом же промежутке времени последовательность, интервал времени между членами которой составляет Δ , будет в среднем иметь количество выбросов

$$\overline{N_c} = \frac{1}{\alpha \Delta} p_c. \quad (14)$$

Учитывая, что r_1 и $\alpha\Delta$ связаны формулой (12), можно, пользуясь ею и табл. 1, произвести сравнение величин $\overline{N_c}$ и \overline{N}_c . Зависимость их отношения от r_1 для некоторых значений уровня c представлена на рис. 2 б. Из него видно, что, например, при $r_1 = 0,9$ за счет дискретности отсчетов число выбросов через уровень $c=0$ занижается приблизительно на 15%.

Заметим, что и в тех случаях, когда в действительности имеет место случайная последовательность, не всегда рационально пользоваться формулой (8), поскольку для этого требуется знание коэффициента корреляции r_1 . Когда не требуется большая точность для характеристики выбросов последовательности, можно путем непосредственного подсчета определить число выбросов за уровень, возможно более близкий к среднему значению, а затем воспользоваться формулой (6). Из рис. 2 б видно, что ошибки, которые возникают при такого рода оценках, уже при коэффициенте корреляции $r_1 \geq 0,8$ не превышают 15%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзен А. М., Ципенюк А. Л. Анализ изменчивости солнечной радиации с помощью статистической теории выбросов. Труды ГГО, вып. 250, 1969.
2. Гандин Л. С., Каган Р. Л. К вопросу об аппроксимации характеристик статистической структуры. Труды ГГО, вып. 191, 1966.
3. Зыкова Г. Г. Продолжительность периодов с низкими температурами на Азиатской части СССР. Гидрометеоздат, Л., 1969.
4. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Изд. «Мир», М., 1969.
5. Марченко А. С., Помозова Л. И., Чубенко М. А. Временная статистическая структура метеорологических процессов. Труды НИИАК, вып. 54(4), 1968.
6. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. Изд. «Наука», М. 1968.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. Советское радио, М., 1966.
8. Хваленский Ю. А. Вероятностный прогноз времени сохранения знака аномалий температуры воздуха. Метеорология и гидрология, № 2, 1969.
9. Roden G. I. A modern statistical analysis and documentation of historical temperature records in California, Oregon and Washington 1821—1964. J. Appl. Meteorol., vol. 5, No. 1, 1966.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВРЕМЕННОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТЕМПЕРАТУРЫ

В работах [1, 2] рассмотрен вопрос о точности замены осредненных за некоторый период времени значений метеорологического элемента данными мгновенных отсчетов инерционного прибора и дана оценка ошибок такой замены. Показано, что точность измерений инерционным прибором существенно зависит от статистической структуры измеряемой величины. В связи с этим большой интерес представляет изучение статистической структуры измеряемых элементов при различных метеорологических условиях. Применительно к спектральным характеристикам и дисперсии температурных пульсаций исследование влияния метеорологических условий производилось в [3, 4, 5, 8]. В связи с тем что в упомянутых ранее работах [1, 2] основной характеристикой структуры измеряемой величины являлась ее корреляционная функция, нами была предпринята попытка оценить зависимость от метеорологических условий именно этой характеристики.

В данной работе использовались записи флюктуаций температуры, измеренные термоанемометром конструкции А. Р. Константинова, в котором в качестве датчика применялся малоинерционный термометр сопротивления. Описание прибора дано в работе [6]. Запись велась с помощью фоторегистратора на светочувствительной бумаге. Одновременно со структурными наблюдениями велись градиентные на высотах 0,5 и 1,5 м или 0,65 и 2 м. По градиентным наблюдениям вычислялся параметр ε , характеризующий стратификацию атмосферы и равный отношению разности температур на высотах 0,5 и 2 м к квадрату скорости ветра на высоте 1 м, т. е.

$$\varepsilon = \frac{T_{0,5} - T_{2,0}}{v_1^2}$$

Записи велись в течение 5—10 мин. на высоте 2 м. Были обработаны 22 серии записей пульсаций температуры. Ординаты сни-

мались через 1 сек. с точностью до 1 мм, что соответствует $0,14^\circ$. На основании полученных данных были рассчитаны средние квадратические отклонения температуры σ_t и корреляционные функции. Оказалось, что σ_t меняется от $0,3$ до $1,2^\circ$. В связи с ограниченным объемом данных и большим их разбросом оказалось невозможным получить четкую зависимость σ_t от стратификации атмосферы. В дальнейшем для получения σ_t по данным об устойчивости мы пользовались графиком, полученным Н. З. Ариель [3]. При нанесении рассчитанных нами величин σ_t на график Ариель оказалось, что они хорошо ложатся на график в области неустойчивой стратификации, при устойчивой стратификации полученные нами величины σ_t значительно больше, чем на графике.

На рис. 1 приводится пример зависимости σ_t^2 от периода осреднения τ . Начиная с 3—4 мин. σ_t практически не изменяется,

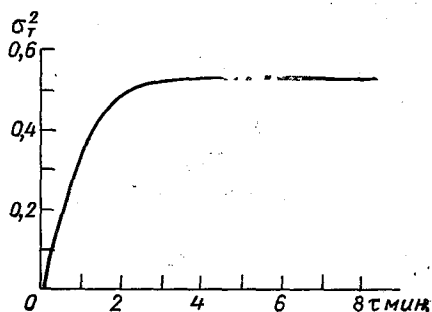


Рис. 1. Зависимость σ_t^2 от периода τ .

что указывает на возможность расчета статистических характеристик пульсаций температуры путем обработки пятиминутных записей. Аналогичные результаты получены в работе [8].

Далее были рассчитаны корреляционные функции температуры при разных значениях параметра устойчивости ε . Вид корреляционной функции температуры обнаруживает тесную связь со стратификацией атмосферы.

При инверсии имеют место малые амплитуды турбулентных пульсаций и быстрое затухание корреляции, корреляционная функция затухает через 15—20 сек. При неустойчивой стратификации преобладают пульсации больших масштабов, наблюдается медленное затухание корреляции, корреляционная функция затухает через 50—80 сек.

При аппроксимации временной корреляционной функции температуры степенным законом вида

$$r(\tau) = r(0) [1 - A \tau^n]$$

оказалось, что полученный по экспериментальным данным показатель степени n близок к теоретическому значению 0,66 (закон двух третей) в течение первых 5—8 сек.

С увеличением интервала времени τ аппроксимация степенным законом перестает быть удовлетворительной. Лучшие результаты для больших интервалов дает аппроксимация экспоненциальным

законом. На рис. 2 показан вид корреляционной функции при разных значениях параметра ε и аппроксимирующая ее функция вида

$$r(\tau) = Ae^{-\alpha|\tau|},$$

где $\frac{1}{\alpha}$ интервал корреляции, т. е. время, за которое корреляционная функция убывает в e раз. Из рисунка видно, что при неустойчивой стратификации корреляционная функция хорошо аппроксими-

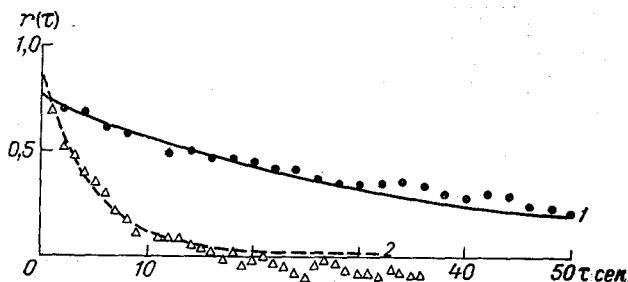


Рис. 2. Корреляционная функция пульсаций температуры при разных значениях параметра устойчивости ε .

1 — при $\varepsilon = 0,22$ $r(\tau) = 0,74 e^{-0,028|\tau|}$, 2 — при $\varepsilon = 0$ $r(\tau) = 0,84e^{-0,20|\tau|}$.

мируется экспоненциальной функцией. В случае устойчивой стратификации, когда корреляционная функция переходит через нуль при $\tau \approx 15 \div 20$ сек., было бы точнее аппроксимировать ее выражением вида

$$r(\tau) = Ae^{-\alpha|\tau|} \cos(\omega\tau).$$

Однако, как показано в работе [1], при небольших значениях параметра ωT_0 (где T_0 — постоянная времени прибора) можно приближенно воспользоваться оценкой ошибки определения средней, полученной для случая $r(\tau) = Ae^{-\alpha\tau}$. Примерно до значений $\omega T_0 = 0,5$ искажение не превышает 10%, и лишь при больших величинах параметра ωT_0 учет его оказывается существенным. Поэтому мы сочли возможным во всех случаях приближенно представить экспериментальную корреляционную функцию экспонентой, тем более, что при $\tau = 20$ сек. относительная ошибка расчета корреляционной функции по экспериментальным данным за счет конечности длины записи составляет около 20%.

Относительная ошибка расчета корреляционной функции по записям длиной 5 мин. возрастает от 0 до 30% с изменением τ от 0 до $\tau = 0,5$ мин. Для записи длиной 10 мин. относительная ошибка расчета корреляционной функции, по данным Ариель [7], возрастет до 30% при $\tau = 1$ мин.

Анализ полученных корреляционных функций показывает, что интервал корреляции $\frac{1}{\alpha}$ тесно связан со стратификацией атмосферы. При неустойчивой стратификации наблюдается медленное затухание корреляции и интервал корреляции составляет около 20—40 сек., причем с ростом неустойчивости $\frac{1}{\alpha}$ растет. При устойчивой стратификации имеет место быстрое затухание корреляции, интервал корреляции составляет 5—6 сек. и мало зависит от степени устойчивости.

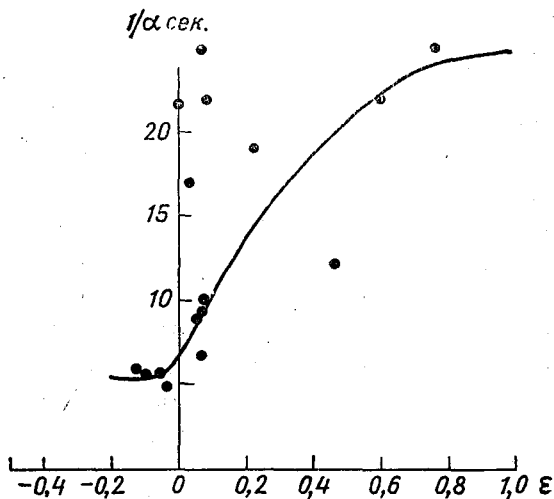


Рис. 3. Зависимость интервала корреляции $1/\alpha$ от стратификации.

На рис. 3 показана зависимость интервала корреляции от параметра устойчивости ϵ . Несмотря на большой разброс точек, четко видна зависимость интервала корреляции от метеорологических условий.

Используя полученную зависимость, мы попытались оценить влияние стратификации атмосферы на ошибку измерений инерционным прибором. В табл. 1 приведена средняя квадратическая ошибка E определения среднего за некоторый период значения температуры по данным прибора в зависимости от его инерции и от стратификации атмосферы. При этом был использован рис. 5, величина σ_t из работы [3] и оценки относительной ошибки определения среднего за некоторый период значения метеорологического элемента по данным инерционного прибора из работы [1].

В [1] показано, что ошибка определения средней по данным инерционного прибора минимальна в случае, когда период осреднения приблизительно в 1,7 раза больше постоянной времени

прибора. Поэтому мы оценили величину ошибки инерционного прибора для этого случая, считая, что отсчет производится в конце периода осреднения.

Анализ данных табл. I показывает, что независимо от величины постоянной времени прибора ошибка определения средней температуры увеличивается с ростом неустойчивости. Максимального

Таблица I

Средняя квадратическая ошибка (град.) определения средней температуры за период $T = 1,7 T_0$ при мгновенном отсчете температуры по прибору с постоянной времени T_0 для различных значений ε

T_0 сек.	ε град. сек. ² /м ²								
	-0,2	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0,1	0,003	0,003	0,005	0,006	0,009	0,013	0,015	0,020	0,023
0,5	0,007	0,007	0,010	0,013	0,016	0,024	0,025	0,032	0,038
1,0	0,010	0,010	0,014	0,018	0,025	0,035	0,037	0,048	0,056
2,0	0,014	0,014	0,019	0,024	0,034	0,049	0,052	0,066	0,078
3,0	0,016	0,016	0,022	0,029	0,041	0,058	0,062	0,080	0,094
4,0	0,017	0,017	0,025	0,033	0,048	0,065	0,072	0,093	0,108
5,0	0,019	0,019	0,026	0,036	0,051	0,072	0,078	0,101	0,118
7,0	0,020	0,020	0,029	0,040	0,059	0,083	0,090	0,116	0,135
10,0	0,020	0,020	0,030	0,043	0,057	0,095	0,103	0,133	0,155
20,0	0,019	0,019	0,029	0,046	0,078	0,115	0,128	0,166	0,194
30,0	0,017	0,017	0,027	0,045	0,080	0,121	0,138	0,178	0,208
40,0	0,016	0,016	0,025	0,043	0,080	0,121	0,141	0,181	0,211
50,0	0,014	0,014	0,023	0,041	0,078	0,119	0,141	0,181	0,211
70,0	0,013	0,013	0,021	0,036	0,072	0,113	0,137	0,175	0,204
100,0	0,011	0,011	0,018	0,032	0,065	0,103	0,126	0,162	0,189
200,0	0,008	0,008	0,012	0,024	0,052	0,082	0,100	0,129	0,150

значения $0,21^\circ$ ошибка достигает при $T_0 = 40$ сек. и $\varepsilon = 0,6$. Заметим, что все приведенные в таблице значения рассчитаны для случая, когда средняя определяется за период в 1,7 раза больше постоянной времени прибора; в случае когда средняя определяется за период на порядок больше или на порядок меньше постоянной времени прибора, значения ошибки возрастают в 3—5 раз.

Зависимость ошибки определения средней температуры от постоянной времени прибора не является монотонной. С увеличением постоянной времени прибора ошибка сначала растет, достигает максимума при некотором T_0 (величина которого различна для разных значений ε и лежит в пределах 7—40 сек.), а затем медлен-

но убывает. Это связано с тем, что с увеличением постоянной времени прибора изменяется соотношение постоянной времени T_0 и интервала корреляции $\frac{1}{\alpha}$. При малых T_0 ($\alpha T_0 \ll 1$ — большая связь между значениями измеряемой величины) и больших T_0 ($\alpha T_0 \gg 1$ — слабая связь) ошибки малы. Наибольшие ошибки имеют место, когда постоянная времени прибора имеет тот же порядок, что и время затухания связи.

Таблица 2

Средняя квадратическая ошибка (град.) определения средней температуры за период $T = 5$ мин.

T_0 сек.	ϵ град. сек. ² /м ²								
	-0,4	-0,1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
60	0,022	0,022	0,035	0,064	0,135	0,214	0,264	0,340	0,397
100	0,014	0,014	0,023	0,042	0,087	0,138	0,172	0,221	0,258
200	0,008	0,008	0,012	0,023	0,053	0,083	0,101	0,130	0,152
300	0,009	0,009	0,015	0,027	0,057	0,094	0,120	0,155	0,181

В табл. 2 приведены величины средних квадратических ошибок термометров с различными постоянными времени для периода осреднения 5 мин.

Из таблицы видно, что с увеличением неустойчивости ошибка возрастает и достигает $0,3^\circ$. Кроме того, чем меньше инерция, тем соотношение $\frac{T}{T_0}$ дальше от оптимального, соответственно ошибка больше; максимальная ошибка имеет место при $T_0 = 60$ сек. Если бы

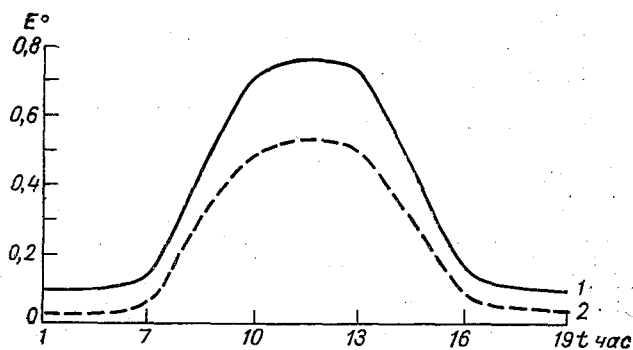


Рис. 4. Суточный ход ошибок прибора с постоянной времени $T_0 = 20$ сек.

1 — при определении мгновенных значений температуры, 2 — при определении средней температуры за 1,5 мин.

эта таблица была продолжена в сторону меньших величин постоянной времени прибора T_0 , то ошибка увеличилась бы.

Исходя из суточного хода стратификации легко видеть, что должен иметь место и суточный ход ошибок за счет инерции термометра.

В качестве примера на рис. 4 приведен суточный ход ошибок определения средней температуры за период 1,5 мин. и ошибок определения мгновенных значений температуры по аспирационному психрометру на ст. Айдарлы, находящейся на юге Казахстана, в ясный июньский день. Днем, когда неустойчивость наибольшая, ошибки определения средней температуры за период 1,5 мин. достигают $0,5^\circ$, а ошибки определения мгновенных значений температуры достигают $0,8^\circ$. После 16 час. и до 7 час. ошибки аспирационного психрометра резко понижаются и составляют около $0,1^\circ$.

Выводы

1. Полученные результаты показывают, что вид корреляционной функции температуры тесно связан с метеорологическими условиями. Пользуясь полученной зависимостью интервала корреляции от стратификации, можно приблизительно оценить вид корреляционной функции температуры при известных метеорологических условиях.

2. Зная условия стратификации атмосферы, можно заранее оценить ошибки определения средней температуры по мгновенному отсчету инерционного прибора в зависимости от сезона и времени суток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинская Л. Л., Каган Р. Л. О точности определения средних величин по мгновенным отсчетам инерционных приборов. Труды ГГО, вып. 174, 1965.
2. Каган Р. Л. Об учете инерции прибора при метеорологических измерениях. Труды ГГО, вып. 174, 1965.
3. Ариель Н. З. Некоторые результаты наблюдений за пульсациями температуры и направления ветра. Труды ГГО, вып. 107, 1961.
4. Перепелкина А. В. Некоторые результаты исследования турбулентных пульсаций температуры и вертикальной составляющей скорости ветра. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1957.
5. Цванг Л. Р. Измерение частотных спектров температурных пульсаций в приземном слое атмосферы. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1960.
6. Константинов А. Р. Термоанемограф — прибор для исследования турбулентной структуры ветра. Изд. Ин-та технико-экономической инф. АН СССР, М., 1955.
7. Ариель Н. З. Искажения и погрешности, возникающие при расчетах статистических характеристик по экспериментальным данным. Труды ГГО, ч. I, вып. 187, 1966.
8. Ариель Н. З. и др. Результаты измерения пульсаций температуры и направления ветра в приземном слое атмосферы. Труды ГГО, вып. 144, 1963.

ТОЧЕЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ДИСПЕРСИИ НЕЗАВИСИМЫХ И КОРРЕЛИРОВАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПО СПОСОБУ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

1. Метод наименьших квадратов часто используется для обработки результатов метеорологических измерений. При этом предполагается, что измерения независимы, в то время как в реальных условиях это предположение может и не иметь места. В связи с развитием теории метода наименьших квадратов [1] появилась возможность учитывать коррелированность измерений при построении аппроксимирующих зависимостей. Эта теория допускает априорное точечное оценивание нормированных дисперсий измерений.

Проведем такое оценивание для некоторых функций, которые наиболее часто встречаются в различных задачах. Предположим, что проводится обработка измерений y_i, \dots, y_k с известной корреляционной матрицей M .

$$M = \{m_{ij}\}_{i,j=1}^k. \quad (1)$$

Будем считать, что аппроксимирующая функция выбрана и система условных уравнений имеет вид

$$y_i = x_{i0} \beta_0 + x_{i1} \beta_1 + \dots + x_{im} \beta_m, \quad (2)$$

где β_j — неизвестные параметры, подлежащие определению, x_{ij} — известные коэффициенты условной системы, зависящие от вида аппроксимирующей функции.

Введем обозначения:

$$X = \{x_{ij}\}_{i=1, j=0}^{k, m}, \quad \beta = \{\beta_i\}_{i=0}^m, \quad Y = \{y_i\}_{i=1}^k. \quad (3)$$

Система нормальных уравнений для определения величин β_i имеет вид [1]

$$X^T M^{-1} X \beta = X^T M^{-1} Y, \quad (4)$$

где T — знак транспонирования.

Пусть

$$\hat{\beta} = \{\hat{\beta}_i\}_{i=0}^m \quad (5)$$

является вектором оценок неизвестных параметров, найденных решением системы (5).

Тогда равенство

$$\hat{Y} = X \hat{\beta} \quad (6)$$

определяет вектор точечных оценок исходных измерений. Более подробно равенство (6) можно записать в виде

$$y_i = x_{i0} \hat{\beta}_0 + x_{i1} \hat{\beta}_1 + \dots + x_{im} \hat{\beta}_m, \quad (7)$$

($i = 1, 2, \dots, k$).

Вектор \hat{Y} является случайным вектором, оценка его корреляционной матрицы $M_{\hat{Y}}$ зависит от вида матриц (1) и (3) и определяется формулой [1]:

$$M_{\hat{Y}} = X(X^T M^{-1} X)^{-1} X^T. \quad (8)$$

Элементы

$$\sigma_i^2 = \{M_{\hat{Y}}\}_{ii} = \{X(X^T M^{-1} X)^{-1} X^T\}_{ii}, \quad (9)$$

стоящие на главной диагонали матрицы (8), являются оценками нормированных дисперсий, соответствующими точечным оценкам y_i (6).

Пусть измерения y_1, y_2, \dots, y_k фиксируются в точках t_1, t_2, \dots, t_k . Тогда каждой точке t_i будет соответствовать оценка дисперсий σ_i^2 , стоящая на соответствующем месте главной диагонали матрицы (8), причем эти дисперсии могут быть вычислены до получения самих измерений. Для тех функций, которые наиболее часто используются при аппроксимации, можно построить кривые зависимости σ_i^2 от t_i при данном виде корреляционной матрицы M .

2. Полиномиальное оценивание равноотстоящих измерений. Пусть значения y_i , фиксируемые на равноотстоящей системе узлов

$$t_{i+1} = t_i + h, \quad (i = 1, 2, \dots, k), \quad (10)$$

аппроксимируются многочленом

$$y = \beta_0 + \beta_1 t + \dots + \beta_m t^m. \quad (11)$$

а. Предположим, что измерения y_i независимы.

Тогда

$$\sigma_i^2 = \{X(X^T X)^{-1} X^T\}_{ii}, \quad (12)$$

$$x_{ij} = t_i^j, \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 0, 1, \dots, m). \quad (13)$$

Так как заменой переменных система узлов (10) может быть сделана симметричной относительно нуля с шагом $h=1$, то будем считать, что измерения фиксируются именно для таких узлов. На

рис. 1 приведены графики изменения оценок дисперсий на участке аппроксимации при различных степенях многочлена ($m=0,1, \dots, 7$) и закрепленном числе узлов ($k=31$).

Естественно, что оценка дисперсий с возрастанием степени многочлена m возрастает. Можно показать, что вне участка

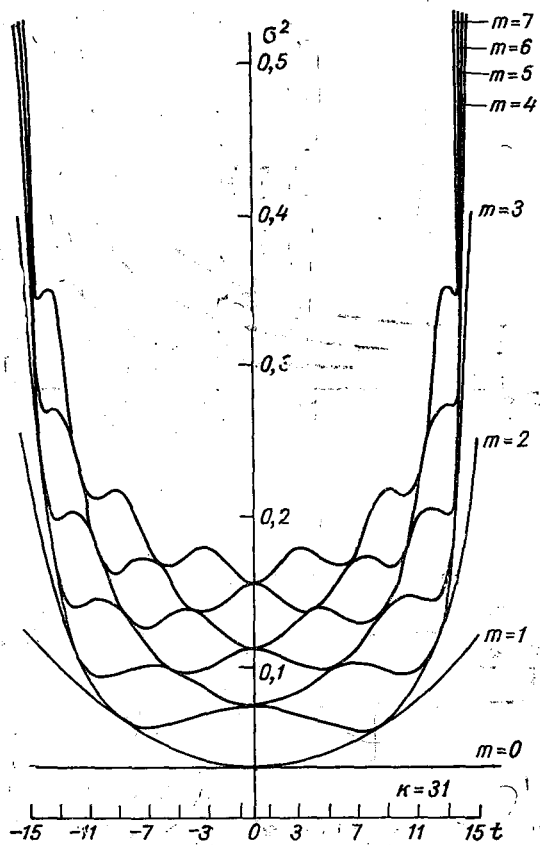


Рис. 1. Изменение оценок дисперсий независимых измерений при различных степенях многочлена.

аппроксимации σ^2 растет как t^{2m} . На рис. 2 показан характер изменения оценок дисперсии при закрепленной степени ($m=3$) и изменяющемся количестве точек ($k=11, 13, 15$). Из рисунка следует, что при различном числе узлов кривые оценок дисперсий будут подобны кривым рис. 1 и чем больше узлов, тем ближе к оси абсцисс будут расположены эти кривые. Ясно, что при $t=0$ точки на кривых рис. 1 и 2 соответствуют оценкам дисперсии σ_{β}^2 .

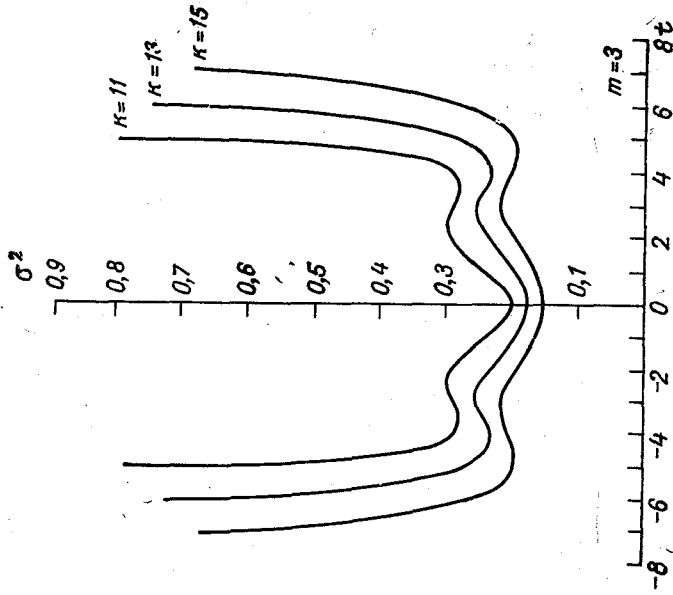


Рис. 2. Изменение оценок дисперсий независимых измерений при различном числе узлов.

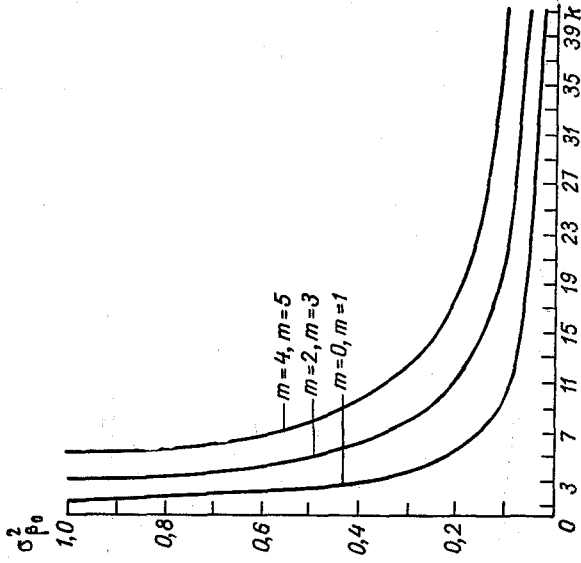


Рис. 3. Зависимость σ^2 от числа узлов на участке аппроксимации.

коэффициента $\hat{\beta}_0$ многочлена (11). Зная значение $\sigma_{\hat{\beta}_0}^2$ и степень многочлена m , можно с помощью рис. 1 сделать заключение о характере кривой оценок дисперсий.

На рис. 3 построены кривые зависимости $\sigma_{\hat{\beta}_0}^2$ от числа точек k при различных величинах m . Рисунок наглядно иллюстрирует тот практически полезный факт, что увеличение числа измерений на участке аппроксимации более 22—23 не дает существенного уменьшения дисперсии.

Пользуясь этим графиком, легко определить количество измерений, необходимых для получения точечных оценок с требуемой точностью.

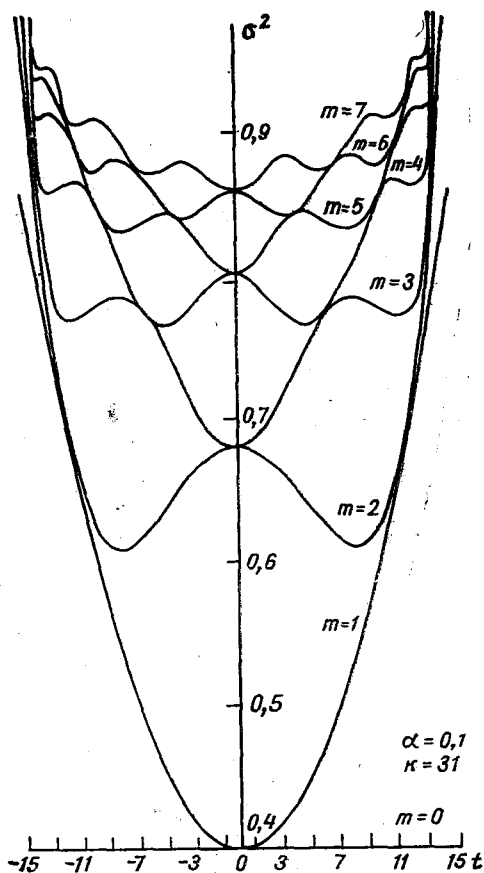


Рис. 4. Изменение оценок дисперсий коррелированных измерений при различных степенях многочлена.

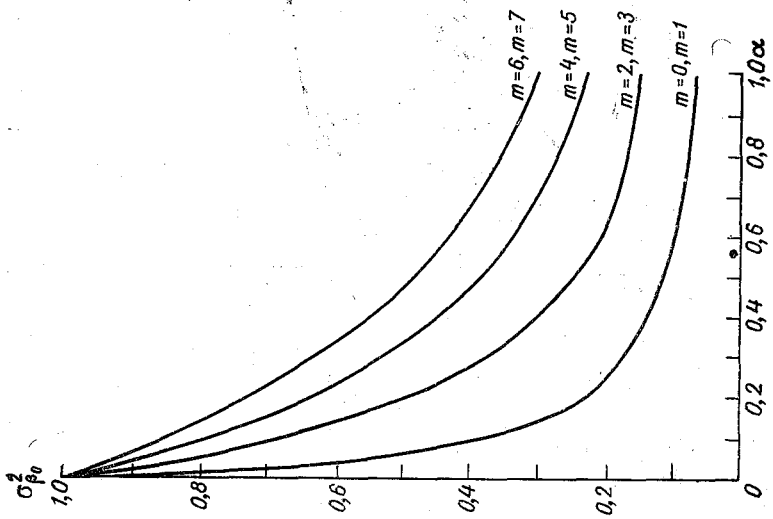


Рис. 5. Зависимость $\sigma^2_{\Delta} / \sigma^2_{\beta_0}$ от степени коррелированности измерений α .

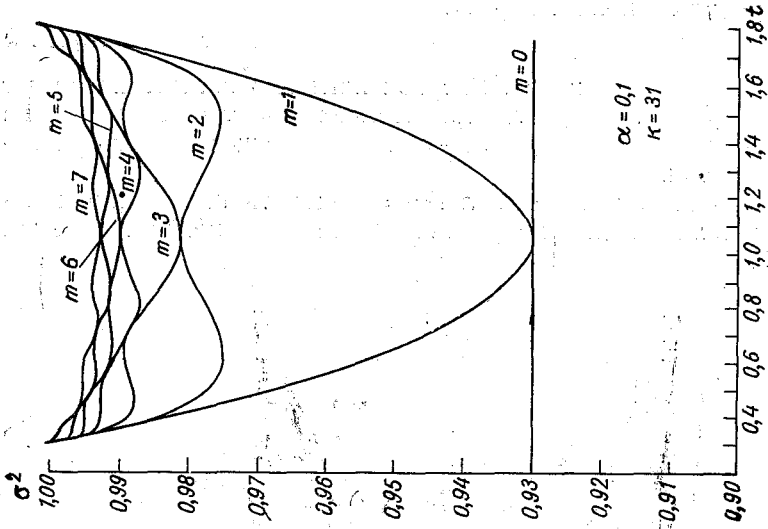


Рис. 6. Зависимость оенок дисперсий коррелированных измерений от величины участка аппроксимации.

б. Будем считать, что измерения y_i статистически связаны, корреляционная матрица имеет вид

$$M = \{e^{-\alpha|t_i - t_j|}\}_{i,j=0}^k, \quad (14)$$

а σ_i^2 определяются формулой (9). В этом случае кривым рис. 1 будут соответствовать кривые рис. 4 ($\alpha=0,1$). Оценки, естественно,

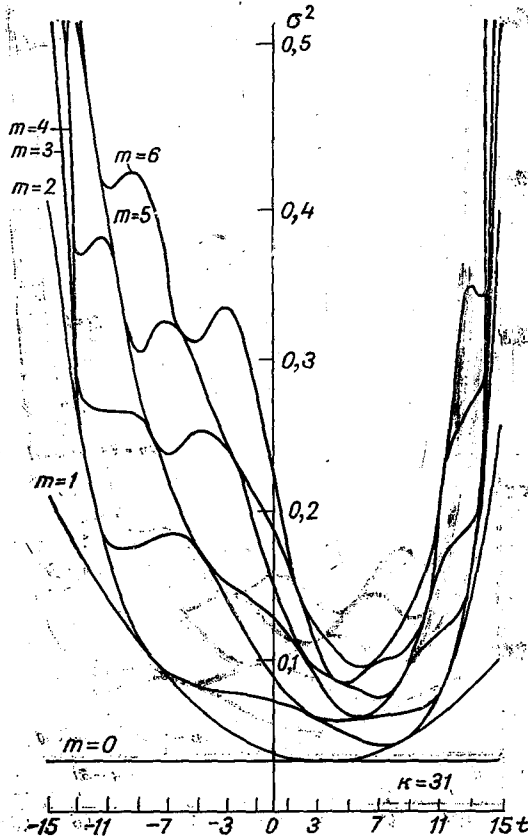


Рис. 7. Изменение оценок дисперсий независимых неравноотстоящих измерений.

возросли, так как зависимые измерения несут значительно меньше информации, чем независимые.

На рис. 5 даны зависимости $\sigma_{\beta_0}^2$ от варьируемой степени корреляции (в данном случае от параметра α). Интервал и число узлов соответствуют рис. 4, степень многочлена m изменяется от 0 до 7.

Ясно, что асимптотами этих кривых являются прямые, параллельные оси t и отстоящие от нее на величины σ_{Δ}^2 , вычисленные для независимых измерений (рис. 1).

При обработке статистически зависимых измерений величина интервала аппроксимации имеет существенное значение. Например

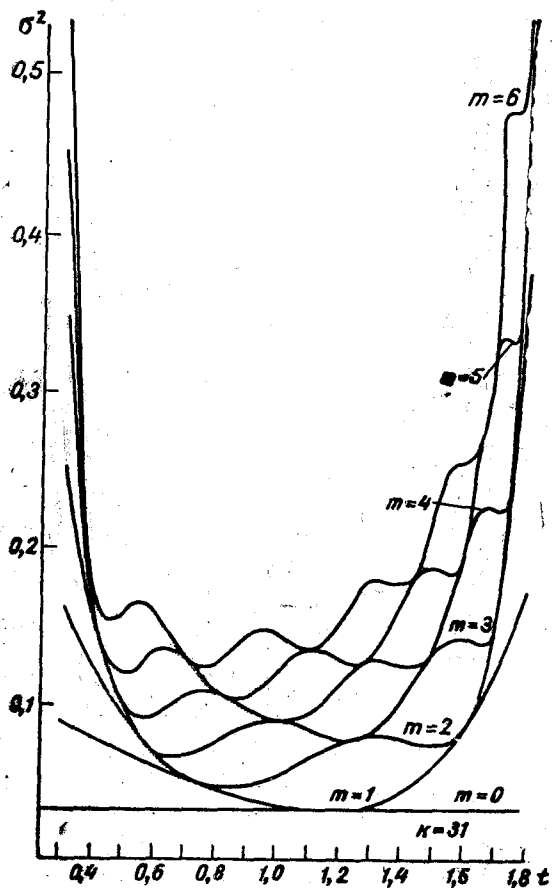


Рис. 8. Изменение оценок дисперсий при аппроксимации функцией вида:

$$y = \beta_0 + \beta_1 e^x + \beta_2 e^{2x} + \dots + \beta_m e^{mx}.$$

(рис. 6), на интервале $[0,3; 1,8]$ (31 точка, $h=0,5$) кривые оценок дисперсий смещаются еще более вверх вдоль оси ординат по сравнению с их смещением на рис. 4.

Приведем еще несколько результатов точечного оценивания дисперсий независимых измерений.

На рис. 7 даны графики кривых оценивания дисперсий для неравноотстоящих измерений. Искомая зависимость дается равенством (11). Положение и вид кривых существенно зависят от расположения точек на участке аппроксимации. Ясно, что кривые рис. 7 являются деформированными кривыми рис. 1.

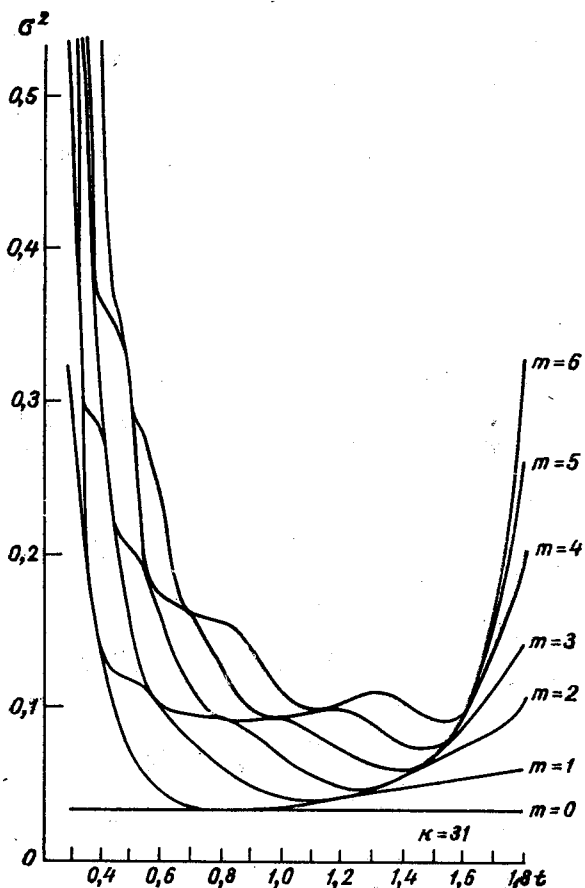


Рис. 9. Изменение оценок дисперсий при аппроксимации функцией вида:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x^{-1} + \beta_2 x^{-2} + \dots + \beta_m x^{-m}.$$

На рис. 8 изображены кривые оценок дисперсий равноотстоящих измерений при аппроксимации функцией вида

$$y = \beta_0 + \beta_1 e^x + \beta_2 e^{2x} + \dots + \beta_m e^{mx}, \quad (15)$$

а на рис. 9 — функцией вида

$$y = \beta_0 + \beta_1 x^{-1} + \beta_2 x^{-2} + \dots + \beta_m x^{-m}. \quad (16)$$

Приведенные результаты носят, конечно, частный характер, однако дают реальное представление о поведении точечных оценок дисперсий на участке аппроксимации. Для независимых равноотстоящих измерений при полиномиальной аппроксимации результаты имеют некоторую общность в том смысле, что форма кривых зависит только от степени многочлена, а их положение определяется одной величиной $\sigma_{\beta_0}^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. Изд-во «Наука», М., 1968.

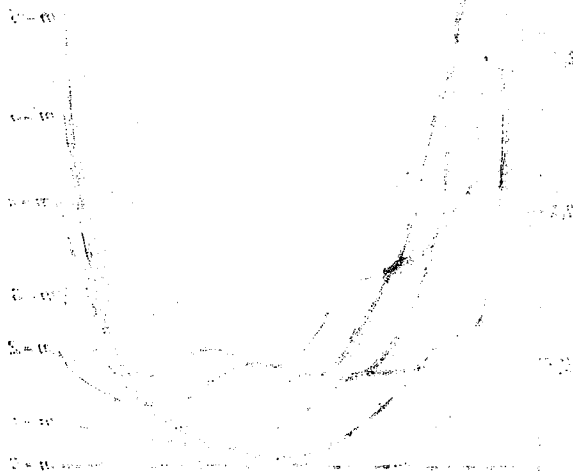


Рис. 1. Зависимость дисперсии точечных оценок от степени многочлена аппроксимации для различных значений $\sigma_{\beta_0}^2$.

где $\sigma_{\beta_0}^2$ — дисперсия оценок параметров β_0 при $n \rightarrow \infty$.

Из рисунка видно, что дисперсия точечных оценок дисперсий зависит от степени многочлена аппроксимации и от дисперсии оценок параметров β_0 .

Для $n=1$ дисперсия точечных оценок дисперсий равна дисперсии оценок параметров β_0 .

Для $n=2$ дисперсия точечных оценок дисперсий равна дисперсии оценок параметров β_0 плюс дисперсия оценок параметров β_1 .

Для $n=3$ дисперсия точечных оценок дисперсий равна дисперсии оценок параметров β_0 плюс дисперсия оценок параметров β_1 плюс дисперсия оценок параметров β_2 .

Для $n=4$ дисперсия точечных оценок дисперсий равна дисперсии оценок параметров β_0 плюс дисперсия оценок параметров β_1 плюс дисперсия оценок параметров β_2 плюс дисперсия оценок параметров β_3 .

К ВОПРОСУ ОБ АВТОМАТИЧЕСКОМ КОНТРОЛЕ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ВЕТРА В СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

В задачу объективного анализа метеорологических полей в широком смысле слова, помимо интерполяции данных измерений в узлы регулярной прогностической сетки, входит также автоматический контроль исходных данных. Необходимость контроля определяется наличием различного рода ошибок. Это приборные ошибки, возникающие в процессе измерений за счет несовершенства и неисправности измерительной аппаратуры, ошибки первичной обработки, ошибки на каналах связи, куда входят, естественно, и ошибки кодирования и раскодирования информации.

Большинство существующих в настоящее время схем автоматического контроля исходных данных было разработано применительно к полю геопотенциала.

Схем автоматического контроля данных о ветре не существует. Однако основные идеи методов контроля данных о геопотенциале могут быть применены и к задаче контроля данных о ветре.

Автоматический контроль геопотенциала основан на анализе невязок сопоставления вычисленных и наблюдаемых значений. Расчет геопотенциала на станциях можно производить путем интерполяции с использованием корреляционных связей поля H как по горизонтали — в применении к конкретным изобарическим поверхностям, так и по вертикали — для значений геопотенциала в одном и том же пункте на различных уровнях. Соответственно разработаны и применяются метод горизонтального [3, 4] и метод вертикального автоматического контроля [11].

Значения геопотенциала на станциях могут быть получены также из уравнения статики с использованием данных, которые содержатся в аэрологических телеграммах. Подробно все эти методы изложены в обзорной статье Л. С. Гандина [1].

Как показали работы [2, 10], статический контроль обладает наибольшими возможностями обнаружения и исправления ошибочных данных. К сожалению, применительно к данным о ветре на отдельной станции содержащаяся в аэрологической телеграмме информация не является избыточной. Однако вследствие близости

ветра в свободной атмосфере к геострофическому данные о геопотенциале содержат информацию о ветре на окружающих станциях. Это обстоятельство позволяет осуществить горизонтальный геострофический контроль на отдельных изобарических поверхностях, который в какой-то степени аналогичен статическому контролю данных о геопотенциале именно в том смысле, что тоже использует для контроля дополнительную информацию, полученную независимо. Однако геострофический контроль ветра по сравнению со статическим является гораздо более грубым.

В оперативной практике Гидрометеорологического центра СССР наряду с горизонтальным и статическим контролем применяется метод С. Л. Белоусова, основанный на проверке распределения (для всего поля) средней температуры в слоях между основными изобарическими поверхностями, которая вычисляется по данным о геопотенциале на аэрологических станциях. Отклонения конкретных значений от средних, превышающие некоторый предел, свидетельствуют об ошибке в исходных данных.

Подробно этот метод изложен в статье [6]. Формально он может быть применен и к контролю данных о ветре. При этом контролируемые величинами могли бы явиться разности составляющих ветра на различных уровнях, т. е. составляющие термического ветра. Однако ввиду большей неоднородности поля ветра по сравнению с полем геопотенциала использование данного метода контроля не представляется целесообразным.

В настоящей статье рассматриваются возможности реализации для контроля данных о ветре в свободной атмосфере методов, в основе которых используется оптимальная интерполяция. Это либо оптимальная интерполяция по горизонтали, либо оптимальная интерполяция по вертикали, либо геострофический контроль, основанный на сравнении измеренного ветра с геострофическим, рассчитанным методом оптимального дифференцирования [5]. Метод оптимальной интерполяции позволяет вычислить теоретическую ошибку интерполяции, что дает возможность оценить ошибки соответствующих методов контроля.

Горизонтальный контроль. В работе [8] был описан вариант программы объективного анализа поля ветра, с помощью которого осуществляется оптимальная интерполяция составляющих вектора ветра последовательно на все станции, участвующие в анализе. Естественной является попытка использовать этот вариант программы не только для исследования точности анализа поля ветра, но и для выяснения возможностей и перспектив реализации горизонтального контроля данных о ветре. Действительно, осуществив интерполяцию составляющих вектора ветра на станции, мы имеем возможность сопоставить значения составляющих вектора ветра u и v с их значениями, известными из данных измерений, и составить скалярные невязки $\Delta u = u_p - u_n$, $\Delta v = v_p - v_n$ (здесь и далее индексы «р» и «и» относятся к реальным, т. е. изме-

ренным, и полученным в процессе интерполяции значениям составляющих u и v соответственно).

Производя численные эксперименты, можно, как это делается в работах [3, 4], найти эмпирические значения критических невязок $\Delta u_{кр}$ и $\Delta v_{кр}$, превышение которых позволяет брать данные соответствующих станций, содержащиеся в телеграмме, под сомнение.

Выбор критериев отбраковки представляется наиболее разумным осуществлять в соответствии с идеями Л. С. Гандина [3], которые были реализованы С. И. Губановой применительно к задаче контроля поля геопотенциала [4]. Имеется в виду отказ от использования одних и тех же эмпирических критериев для всего поля. Действительно, в районах с редкой сетью станций ошибки интерполяции настолько велики, что даже очень большие невязки проинтерполированных и измеренных величин не указывают на ошибочность последних. В то же время в районах с густой сетью, где точность интерполяции на станции оказывается высокой, даже относительно небольшие невязки могут говорить о наличии ошибок в данных измерений. Естественно, поэтому связывать критерий отбраковки со средней квадратической абсолютной ошибкой сопоставления проинтерполированных и измеренных на отдельных станциях величин, которая вычисляется по формуле

$$E = \left[m_{00} \left(1 - \sum_{i=1}^n p_i \mu_{0i} + \eta \right) \right]^{0,5}, \quad (1)$$

где m_{00} — дисперсия, μ_{0i} — значения автокорреляционной функции поля элемента, p_i — интерполяционные веса, $i=1, 2, 3, \dots, n$ — индексы станций, η — средний квадрат ошибки наблюдений, а в качестве критического значения невязок выбирать значения

$$\Delta u_{кр} = \delta_{кр} E_u, \quad \Delta v_{кр} = \delta_{кр} E_v, \quad (2)$$

где $\delta_{кр}$ — безразмерная величина, которая должна быть найдена эмпирически или выбрана из теоретических соображений.

На близость эмпирических ошибок оптимальной интерполяции составляющих вектора ветра и их теоретических оценок указывалось в работе [8].

Поскольку составляющие вектора u и v подчинены нормальному закону распределения, а метод оптимальной интерполяции линеен по отношению к значениям метеорологического элемента на отдельных станциях, естественно предположить, что и ошибки интерполяции будут распределены согласно нормальному закону.

Для проверки нормальности распределения ошибок интерполяции по данным аэрологических зондирований за 3 часа 12 II 1965 г. была произведена интерполяция на станции и вычислены относительные значения невязок — разности составляющих ветра, полученных по данным измерений и в результате интерполяции, делен-

ные на средние квадратические ошибки сопоставления,

$$\delta = \left| \frac{u_p - u_n}{E_n} \right|. \quad (3)$$

В табл. 1 в первых двух строках представлено интегральное распределение ошибок сопоставления.

Для сравнения в третьей строке представлены значения вероятности, соответствующие закону нормального распределения. Уже визуальная оценка показывает близость обоих распределений. Применение различных статистических критериев согласия и, в частности, критерия Колмогорова подтверждает, что имеющие место

Таблица 1

**Интегральное распределение невязок сопоставления
интерполированных и измеренных величин
составляющих вектора ветра**

	δ							
	0—0,5	0—1	0—1,5	0—2,0	0—2,5	0—3,0	0—4,0	0—∞
n	98	167	211	226	235	236	244	245
$\frac{n}{\Sigma n}$	0,400	0,681	0,861	0,922	0,959	0,963	0,996	1
$P_{\text{норм}}$	0,383	0,683	0,866	0,954	0,987	0,997	0,999	1

Примечание. n — число случаев.

небольшие отличия распределения ошибок сопоставления от нормального закона с очень большой вероятностью являются случайными и, следовательно, распределение невязок можно считать нормальным.

Нормальность распределения построенных нами относительных ошибок сопоставления проинтерполированных и измеренных величин возможна только при равенстве средних квадратических эмпирических ошибок сопоставления и их теоретической оценки. Настоящий результат подтверждает, что вычисления по теоретическим формулам дают правильные оценки ошибок оптимальной интерполяции.

Поскольку известен закон распределения ошибок сопоставления, вопрос о выборе критериев отбраковки данных измерений при сравнении их с проинтерполированными значениями может решаться на основании следующих соображений.

Не имеется никакой возможности точно установить, является ли данное измерение ошибочным, сколь бы велики ни были невязки Δu и Δv . Однако по мере увеличения этих невязок по сравнению со средней квадратической ошибкой сопоставления увеличивается вероятность того, что данное измерение является ошибочным.

Всегда можно пожертвовать каким-то количеством данных из-

мерений, не содержащих ошибок, зато иметь уверенность, что при этом будут отброшены наиболее грубые ошибки. Необходимо только априори задать долю от полного количества данных измерений, которой мы жертвуем. Она и определит критерий отбраковки.

Пусть, например, мы готовы пожертвовать 5% данных измерений. В этом случае в качестве безразмерного критерия отбраковки $\delta_{кр}$ следует выбрать значение, близкое к двум; т. е. если невязки между проинтерполированными и измеренными значениями составляющих вектора ветра окажутся больше значения

$$\Delta u_{кр} = 2E, \quad (2')$$

то данные измерений бракуются.

Если мы готовы пожертвовать 10% данных измерений, имеем значение $\delta_{кр}$, равное 1,67; т. е. $\Delta u_{кр} = 1,67 E$. При этом мы, естественно, отбрасываем соответствующий процент истинных значений, не содержащих больших ошибок измерений, но зато бракуем те измерения, которые содержат ошибки, превышающие $\Delta u_{кр}$.

Как следует из приведенных в работе [7] карт меры ошибки интерполяции, значения $\Delta u_{кр}$ оказываются разными в различных географических районах. В районах с очень редкой сетью станций, где мера ошибки оптимальной интерполяции ϵ близка к единице, по сути, могут быть отбракованы лишь значения, не имеющие ничего общего с истинными.

При $\epsilon \approx 1$ и $m_{00} \approx 100 \text{ м}^2/\text{сек.}^2$ пятипроцентный критерий отбраковки соответствует $\Delta u_{кр} \approx 20 \text{ м/сек.}$ Даже в районах с густой сетью станций, где мера ошибки оптимальной интерполяции составляет около 0,1—0,2, при $m_{00} \approx 100 \text{ м}^2/\text{сек.}^2$ пятипроцентный критерий отбраковки дает $\Delta u_{кр} \approx 7 \div 10 \text{ м/сек.}$

Как видим, горизонтальный контроль методом интерполяции на станцию не в состоянии обеспечить отбраковку тех случайных ошибок измерений составляющих вектора скорости ветра, которые соответствуют используемому при анализе значению меры случайной ошибки измерений η , равному 0,02. Этот метод контроля способен обнаружить только очень грубые просчеты в процессе первичной обработки данных измерений и искажения информации в процессе передачи по линиям связи. Необходимо, однако, отметить, что искажения на линиях связи, как правило, приводят к таким ошибкам, которые могут быть легко выявлены любым методом контроля. Более того, можно полагать, что ошибки такого рода составляют подавляющее число ошибок в данных, содержащихся в аэрологических телеграммах. На это обстоятельство указывает статистика ошибок данных о геопотенциале, полученная И. Н. Пантелеевой [10] в процессе отработки метода статического контроля аэрологических телеграмм.

В свете сказанного нам представляется целесообразным применение даже столь «мягкого» метода горизонтального контроля данных о ветре; как описанный выше. Для иллюстрации рассмотрим

Таблица 2

Абсолютные и относительные невязки сопоставления составляющих вектора ветра u и v , полученных по данным измерений и интерполяции

Индекс станции	$\Delta u_{рн}$ м/сек.	$\Delta v_{рн}$ м/сек.	$\epsilon_{u, v}$	$\delta u_{рн}$	$\delta v_{рн}$
01—152	38	28	0,555	5,00	3,60
01—384	9	10	0,348	1,48	1,65
02—836	12	20	0,410	1,83	3,05
04—320	—5	18	0,837	—0,54	1,95
06—610	—3	13	0,319	—0,52	2,23
15—480	15	—5	0,381	2,37	—0,79
17—030	6	—8	0,477	0,85	—1,13
60—119	—9	—4	0,432	—1,33	—0,60
62—011	—32	19	0,844	—3,44	2,04
20—353	0	—11	0,485	0	—1,55
20—674	19	0	0,552	2,50	0
22—217	—6	—14	0,310	—1,04	—2,44
23—472	11	19	0,614	1,35	2,34
23—955	—10	—1	0,460	—1,48	—0,14
26—063	8	22	0,385	1,25	3,46
26—298	—6	—23	0,355	—0,97	—3,76
33—658	—22	12	0,414	—3,34	1,82
34—122	—3	12	0,286	—0,54	2,17
34—243	9	—10	0,292	1,61	—1,79
34—172	5	—12	0,289	0,90	—2,16
34—560	—15	23	0,355	—2,45	3,75
34—880	25	—14	0,527	3,38	—1,89
37—789	3	8	0,684	0,36	0,95
38—750	9	0	0,554	1,18	0

конкретные примеры контроля данных о ветре за 3 часа 12 II 1965 г.

В табл. 2 приведены для ряда станций абсолютные и относительные невязки сопоставления составляющих вектора ветра u и v , полученных по данным измерений и интерполяции, а также значения меры невязки сопоставления, которые равны для обеих составляющих. Для этой таблицы были отобраны станции, на которых относительные невязки хотя бы по одной из составляющих вектора ветра при горизонтальном контроле методом интерполяции на станцию (или при геострофическом контроле, о котором мы будем

говорить далее) превосходят критическое значение 1,67, соответствующее десятипроцентному критерию браковки.

Из таблицы видно, что при пятипроцентном критерии отбраковки по u бракуется 7 станций, а по v 11. Из них 3 станции бракуются одновременно и по u и по v .

Осуществляя формальный контроль исходных данных по каждой из составляющих вектора ветра, мы вынуждены считаться с тем обстоятельством, что только в небольшой части исходных данных будут забракованы обе составляющие вектора ветра,

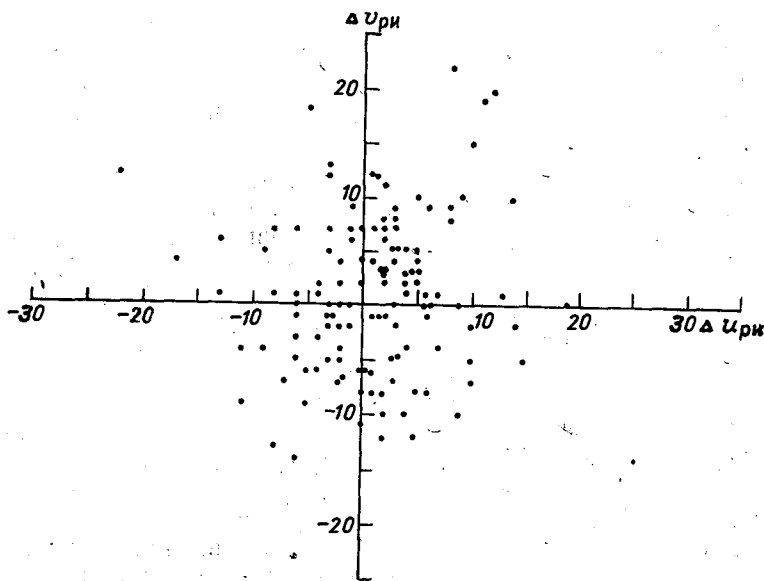


Рис. 1. График сравнения невязок сопоставления $\Delta u_{ри}$ и $\Delta v_{ри}$.

а в большинстве случаев окажется, что только одна из составляющих ветра будет взята под сомнение. Вместе с тем, поскольку составляющие вектора ветра u и v вычисляются по данным о скорости и направлении ветра на станции, выявив большую ошибку в одной из составляющих, мы должны предполагать наличие ошибки и в другой. Отсюда следует вывод о целесообразности одновременного контроля обеих составляющих вектора ветра и выработки соответствующего критерия браковки исходных данных наблюдений на каждой станции.

Наиболее просто такой подход реализуется в случае, если невязки сопоставления ($\Delta u_{ри}$ и $\Delta v_{ри}$) измерений и расчетов отдельных составляющих вектора ветра не коррелируют между собой. Для проверки этого обстоятельства построен корреляционный график невязок сопоставления $\Delta u_{ри}$ и $\Delta v_{ри}$ (рис. 1), из которого видно, что между ошибками сопоставления составляющих вектора ветра,

полученных по данным измерений и интерполяции, корреляция отсутствует.

Поскольку на графике были нанесены точки, относящиеся к разным станциям, оптимальная интерполяция на которые характеризуется различными ошибками, был построен корреляционный график (здесь не приводится) нормированных невязок сопоставления $\delta_{\text{ри}}^u$ и $\delta_{\text{ри}}^v$, который также подтвердил отсутствие корреляции между соответствующими нормированными невязками. Поэтому можно ожидать, что корреляция между невязками сопоставления данных измерений и результатов интерполяции обеих составляющих вектора ветра отсутствует не только для выбранной совокупности станций, но и для каждой станции в отдельности.

Предположим теперь, что для контроля исходных данных о ветре на какой-то станции применен рассмотренный метод горизонтального контроля и вычислены нормированные невязки $\delta_{\text{ри}}^u$ и $\delta_{\text{ри}}^v$.

Так как распределение невязок сопоставления $\delta_{\text{ри}}^u$ и $\delta_{\text{ри}}^v$ подчиняется нормальному закону, можно вычислить вероятность тех случаев, когда невязки сопоставления превышают конкретные значения, полученные по каждой из составляющих вектора ветра $\delta_{\text{ри}}^{u*}$ и $\delta_{\text{ри}}^{v*}$:

$$P\{|\delta_{\text{ри}}^u| > |\delta_{\text{ри}}^{u*}|\} = 1 - 2\Phi_0(\delta_{\text{ри}}^{u*}), \quad (4)$$

$$P\{|\delta_{\text{ри}}^v| > |\delta_{\text{ри}}^{v*}|\} = 1 - 2\Phi_0(\delta_{\text{ри}}^{v*}), \quad (5)$$

где $\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ — интеграл вероятностей.

Поскольку невязки $\delta_{\text{ри}}^u$ и $\delta_{\text{ри}}^v$ не коррелируют между собой, вероятность тех случаев, когда невязки сопоставления обеих составляющих по абсолютной величине одновременно превысят полученные конкретные значения $\delta_{\text{ри}}^{u*}$ и $\delta_{\text{ри}}^{v*}$, равна произведению указанных вероятностей

$$\begin{aligned} P_{\text{ри}}^* &= P\{|\delta_{\text{ри}}^u| > |\delta_{\text{ри}}^{u*}|, |\delta_{\text{ри}}^v| > |\delta_{\text{ри}}^{v*}|\} = \\ &= P\{|\delta_{\text{ри}}^u| > |\delta_{\text{ри}}^{u*}|\} P\{|\delta_{\text{ри}}^v| > |\delta_{\text{ри}}^{v*}|\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выбирая соответствующее критическое значение $P_{\text{кр}}$, равное той доле данных о ветре на станциях, которой мы готовы пожертвовать, можно осуществлять контроль сразу по обоим составляющим вектора ветра и отфильтровать при этом наиболее грубые ошибки в исходных данных. Формальное условие браковки данных измерений имеет вид

$$P_{\text{ри}}^* < P_{\text{кр}}.$$

В табл. 3 приведены результаты расчета соответствующих вероятностей $P_{\text{ри}}^*$ при контроле данных о ветре методом интерполяции

на станцию. Вычисления выполнены для данных, приведенных в табл. 2.

В сумме при однопроцентном критерии контроля в рассмотренных данных за 3 часа 12 II 1965 г. сомнительными признаны данные на 12 станциях из примерно 240, что составляет 5% всех данных.

Таблица 3

Индекс станции	$P_{\text{ри}}^*$	$P_{\text{рг}}^*$	$P_{\text{ри}}^{**}$	$P_{\text{рг}}^{**}$
01—152	0,000	0,000	0,000	0,000
01—384	0,014	0,008	0,085	0,053
02—836	0,000	0,035	0,002	0,164
04—320	0,030	0,172	0,129	0,472
06—610	0,015	0,126	0,073	0,402
15—480	0,008	0,207	0,044	0,522
17—030	0,102	0,033	0,368	0,142
60—119	0,101	0,002	0,346	0,019
62—011	0,000	0,000	0,000	0,000
20—353	0,121	0,045	0,301	0,164
20—674	0,012	0,061	0,044	0,188
22—217	0,004	0,024	0,030	0,110
23—472	0,003	0,022	0,026	0,110
23—955	0,123	0,024	0,333	0,088
26—063	0,000	0,047	0,001	0,174
26—298	0,000	0,000	0,001	0,004
33—658	0,000	0,000	0,001	0,002
34—122	0,035	0,047	0,105	0,170
34—243	0,008	0,033	0,055	0,159
34—172	0,011	0,306	0,065	0,644
34—560	0,000	0,000	0,000	0,000
34—880	0,000	0,153	0,001	0,395
37—789	0,246	0,047	0,595	0,169
38—750	0,238	0,009	0,497	0,060

Применяя тот же вероятностный подход для выбора критерия браковки данных о ветре, при горизонтальном контроле можно исходить также из модуля векторной ошибки, а именно модуля вектора разности векторов ветра на станциях, полученных по данным измерений и в результате интерполяции.

Закон распределения модуля случайного вектора в общем случае получен Е. С. Кузнецовым [9]

$$p(\rho) = \frac{\rho}{L} e^{-\frac{k\rho^2}{4L^2}} I_0 \left(\frac{\rho^2 \sqrt{k^2 - 4L^2}}{4L^2} \right), \quad (7)$$

где $p(\rho)$ — плотность вероятности; $\rho = \sqrt{u^2 + v^2}$ — модуль вектора с компонентами u и v ($\bar{u} = \bar{v} = 0$), распределение которых предполагается нормальным; $k = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$; σ_u и σ_v — средние квадратические отклонения величин u и v ; $L = \sigma_u \sigma_v \sqrt{1 - r^2}$; r — коэффициент корреляции между u и v ; I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента.

Проинтегрировав равенство (7) от R до ∞ , получаем вероятность того, что величина ρ превзойдет определенное значение $\rho = R$

$$P\{R < \rho < \infty\} = \int_R^{\infty} p(\rho) d\rho. \quad (8)$$

Если компоненты случайного вектора u и v некоррелированы, то, разделив их на σ_u и σ_v соответственно и введя новые переменные $x' = \frac{u}{\sigma_u}$ и $y' = \frac{v}{\sigma_v}$, можно получить закон распределения величины $\rho' = \sqrt{(x')^2 + (y')^2}$. В этом частном случае выражение (8) сильно упрощается и для вероятности того, что величина ρ' превзойдет определенное значение R' , имеем

$$P\{R' < \rho' < \infty\} = e^{-\frac{(R')^2}{2}}. \quad (9)$$

Чтобы отбросить определенную часть наибольших значений ρ или ρ' , достаточно поставить условия отбраковки

$$P\{R < \rho < \infty\} < P_{кр}, \quad (10)$$

или

$$P\{R' < \rho' < \infty\} < P_{кр}. \quad (11)$$

Применительно к задаче горизонтального контроля данных о ветре методом интерполяции на станцию условия (10) и (11) эквивалентны, поскольку средние квадратические значения невязок сопоставления измеренных и полученных в результате интерполяции компонентов вектора ветра $E_{ри}^u$ и $E_{ри}^v$ равны (в рамках использованной нами схемы интерполяции).

Записывая условие браковки для контроля данных о ветре методом интерполяции на станцию, имеем:

$$P_{ри}^{**} = e^{-\frac{(\delta_{ри}^{u*})^2 + (\delta_{ри}^{v*})^2}{2}} < P_{кр} \quad (12)$$

или

$$(\delta_{ри}^{u*})^2 + (\delta_{ри}^{v*})^2 > -2 \ln P_{кр}, \quad (13)$$

где $P_{кр}$ — соответствует той доле данных, которые не содержат ошибок, выходящих за пределы обычных случайных ошибок наблюдений, но которой мы вынуждены пожертвовать, чтобы устранить грубые искажения в исходных данных.

Соответствующие вероятности для ранее рассмотренных данных измерений приведены в табл. 3 (столбец 4). При однопроцентном критерии контроля под сомнением оказываются данные уже только 8, а не 12 станций, забракованных в предыдущем случае.

На 4 станциях, которые были ранее забракованы, вероятности векторных невязок оказались больше 1%.

По своему физическому содержанию векторный подход представляется более обоснованным, поскольку ветер есть вектор, измеряется как вектор и именно векторные ошибки, а не ошибки его составляющих необходимо устранять. Помимо этого, векторный подход является более простым и не требует больших вычислений. Поэтому он может быть использован в оперативных программах объективного анализа ветра.

Вертикальный контроль. Метод оптимальной интерполяции, как уже указывалось, может быть применен и для вертикального контроля данных о ветре. В том случае, когда используются данные на достаточном числе уровней, метод этот может быть весьма эффективным. Чтобы проиллюстрировать это обстоятельство, мы воспользовались сведениями о вертикальной статистической структуре составляющих вектора ветра, полученными Чарльзом [12].

Поскольку интерполяция по вертикали может основываться на данных, относящихся всегда к одним и тем же уровням, интерполяционные веса (коэффициенты уравнения линейной регрессии) могут быть определены раз и навсегда для отдельных районов и сезонов года в пределах применимости одних и тех же сведений по статистической структуре.

Для широтной зоны 40—50° в северном полушарии интерполяционные формулы для расчета составляющих вектора ветра на уровнях 850, 500 и 300 мб по данным измерений на уровнях 850, 700, 500, 300, 200 и 100 мб имеют для летнего сезона следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{850} &= 0,560u_{700} + 0,062u_{500} - 0,012u_{300} - 0,047u_{200} - 0,035u_{100} \\ u_{500} &= 0,080u_{850} + 0,515u_{700} + 0,260u_{300} + 0,066u_{200} + 0,054u_{100} \\ u_{300} &= -0,039u_{850} + 0,024u_{700} + 0,625u_{500} + 0,434u_{200} + 0,133u_{100} \end{aligned} \right\} (14)$$

Коэффициенты в формулах для зимнего сезона оказались близки к таковым для летнего сезона:

$$\left. \begin{aligned} v_{850} &= 0,618u_{700} + 0,032u_{500} - 0,039u_{300} - 0,025u_{200} - 0,007u_{100} \\ v_{500} &= 0,048u_{850} + 0,565u_{700} + 0,294u_{300} + 0,086u_{200} + 0,033u_{100} \\ v_{300} &= -0,131u_{850} + 0,075u_{700} + 0,633u_{500} + 0,524u_{200} + 0,021u_{100} \end{aligned} \right\} (15)$$

Естественно, что все приведенные выражения записаны для отклонений составляющих вектора ветра от их средних значений.

На основании невязок сопоставления вычисленных значений и полученных по данным измерений и их теоретических оценок, как и прежде, привлекая, например, критерий отбраковки по величине модуля векторной ошибки, можно судить о степени надеж-

Таблица 4
Мера ошибки вертикальной интерполяции составляющих вектора ветра

Сезон	Зима	Лето
ϵ_{850}	0,609	0,615
ϵ_{500}	0,256	0,322
ϵ_{300}	0,090	0,117

ности информации о ветре на трех уровнях, на которых производится объективный анализ.

В табл. 4 приведены меры ошибок расчета составляющих вектора ветра на уровнях 850, 500 и 300 мб.

Судя по приведенным оценкам, интерполяция по вертикали при использовании данных на указанных уровнях в среднем осуществляется более точно, чем интерполяция по гори-

зонтали (последняя, как уже указывалось, имеет среднюю меру ошибки 0,46) для уровней 500 и 300 мб, и менее точно для уровня 850 мб. Малая точность расчета составляющих ветра на уровне 850 мб связана с тем, что в настоящих оценках не используются данные с более низких уровней. При использовании данных о ветре вблизи земной поверхности точность вычисления составляющих ветра на уровне 850 мб должна существенно повыситься.

В районах с редкой сетью станций контроль данных по вертикали должен быть существенно эффективнее горизонтального контроля. В районах с густой сетью станций оба метода контроля, по видимому, будут иметь примерно одинаковую эффективность.

Необходимо, однако, отметить, что метод вертикального контроля применим только тогда, когда исходные данные на остальных уровнях не содержат существенных ошибок. Если же данные о ветре в аэрологической телеграмме совершенно неверны или перепутаны телеграммы, то ошибки такого рода могут быть выявлены только методом горизонтального контроля.

Геострофический контроль данных о ветре. Идея метода геострофического контроля, как уже говорилось, аналогична идее контроля методом интерполяции на станцию. Действительно, сопоставляя значения составляющих вектора геострофического ветра, вычисленные в пунктах, в которых имеются данные измерений реального ветра, с результатами этих измерений и учитывая высокую точность геострофического приближения, можно по величинам невязок судить о правдоподобности измеренных величин.

Недавно Р. Л. Каганом для расчета дифференциальных характеристик поля по данным на нерегулярной сети станций был предложен метод оптимального дифференцирования, являющийся обобщением метода оптимальной интерполяции [5]. Этот метод был использован в работе [8] для расчета составляющих геострофического

ветра как в узлах регулярной сетки, так и на станциях. Выполненное сравнение эмпирических невязок между составляющими геострофического ветра, вычисленными методом оптимального дифференцирования, и составляющими вектора ветра, полученными по данным измерений, указывает, что имеющие место агеострофические отклонения можно трактовать как случайные ошибки вычислений составляющих вектора ветра по данным о геопотенциале. Результат этот получен в среднем по ряду конкретных метеорологических полей и по всем станциям района анализа, на которых имелись исходные данные о ветре и геопотенциале.

Для реализации идеи горизонтального геострофического контроля и выбора критериев отбраковки необходимо получить функцию распределения соответствующих невязок.

Расчеты показали, что распределение нормированных невязок сопоставления для составляющих геострофического и измеренного ветра, является нормальным.

Поскольку дисперсия этих невязок оказалась близка к единице, можно полагать, что теоретические оценки средних квадратических ошибок сопоставления и их средние квадратические значения, полученные по эмпирическим данным, практически совпадают. Соответственно теоретические оценки точности вычисления геострофического ветра методом оптимального дифференцирования можно рассматривать как оценки точности вычисления реального ветра по данным о геопотенциале. Истинные агеострофические отклонения, следовательно, оказываются малыми по сравнению с ошибками расчета геострофического ветра и измерений ветра в атмосфере и не могут быть выделены на их фоне.

Применительно к каждой из составляющих вектора ветра задача геострофического контроля полностью совпадает с задачей горизонтального контроля данных о ветре методом интерполяции на станцию.

Для иллюстрации рассмотрим результаты контроля данных о ветре за 3 часа 12 П 1965 г.

В табл. 5 помещены результаты контроля составляющих вектора ветра u и v для той же группы станций и тех измерений, которые были рассмотрены в описании горизонтального контроля.

Сравнение табл. 5 и 2 показывает, что относительно составляющей u данные на станциях 01—152, 62—11, 33—658 и 34—560 оказались забракованными по пятипроцентному критерию как методом интерполяции на станцию, так и методом геострофического контроля. Данные станций 15—480, 20—674 и 34—880 бракуются по пятипроцентному критерию только методом интерполяции на станцию, хотя во всех трех случаях геострофический контроль является более строгим (т. е. мера ошибки расчета геострофического ветра меньше меры ошибки оптимальной интерполяции реального ветра). В одном случае — станция 23—955 — геострофический контроль (в данном случае этот метод более строгий) обнаружил большую

Абсолютные и относительные невязки сопоставления
составляющих ветра u и v , полученных по данным измерений
и рассчитанных методом оптимального дифференцирования

Индекс станции	Δu_{pr} м/сек.	Δv_{pr} м/сек.	εu г	εv г	δu пр	δv пр
01—152	28	17	0,517	0,406	3,20	2,60
01—384	8	11	0,288	0,300	1,44	1,95
02—836	6	10	0,461	0,325	0,86	1,70
04—320	-3	8	0,650	0,646	-0,37	1,17
06—610	-8	3	0,403	0,331	-1,23	0,56
15—480	16	-2	0,274	0,423	1,10	-0,30
17—030	4	-11	0,413	0,324	0,61	-1,88
60—119	-14	-16	0,551	0,546	-1,85	-2,13
62—011	-36	12	0,608	0,640	-4,55	1,47
20—353	2	-12	0,399	0,386	0,31	-1,88
20—674	12	-1	0,405	0,454	1,82	-0,14
22—217	-5	-11	0,312	0,330	-0,87	-1,86
23—472	8	11	0,435	0,413	1,19	1,67
23—955	-14	-1	0,386	0,329	-2,20	-0,17
26—063	2	11	0,256	0,341	0,38	1,83
26—298	-6	-19	0,346	0,342	-0,99	-3,16
33—658	-20	10	0,370	0,514	-3,20	1,37
34—122	-2	10	0,311	0,271	-0,35	1,85
34—243	-5	9	0,295	0,259	-0,89	1,70
34—172	-1	-5	0,305	0,274	-0,18	-0,92
34—560	-25	35	0,267	0,284	-4,66	6,35
34—880	9	-1	0,422	0,310	1,35	-0,17
37—789	13	2	0,469	0,369	1,86	0,32
38—750	13	9	0,494	0,321	1,81	1,54

невязку, пропущенную при контроле методом интерполяции на станцию.

Данные по v оказались забракованными обоими методами (пятипроцентный критерий) на станциях 01—152, 26—298, 34—560. На двух из них были также забракованы данные по u , но на станции 26—298 данные по u не вызывают подозрений.

На 8 станциях: 02—836, 06—610, 62—011, 22—217, 23—472, 26—063, 34—122 и 34—172 значения составляющей ветра v были забракованы только методом интерполяции на станцию. Причем на стан-

циях 02—836, 62—011, 23—472 и 26—063 контроль методом интерполяции на станцию являлся менее строгим по сравнению с геострофическим. Браковка составляющей v только по геострофическому ветру осуществлена на станции 60—119.

Таким образом, имеется возможность осуществить горизонтальный контроль отдельных составляющих ветра u и v двумя методами: 1) методом интерполяции на станцию и 2) путем сравнения

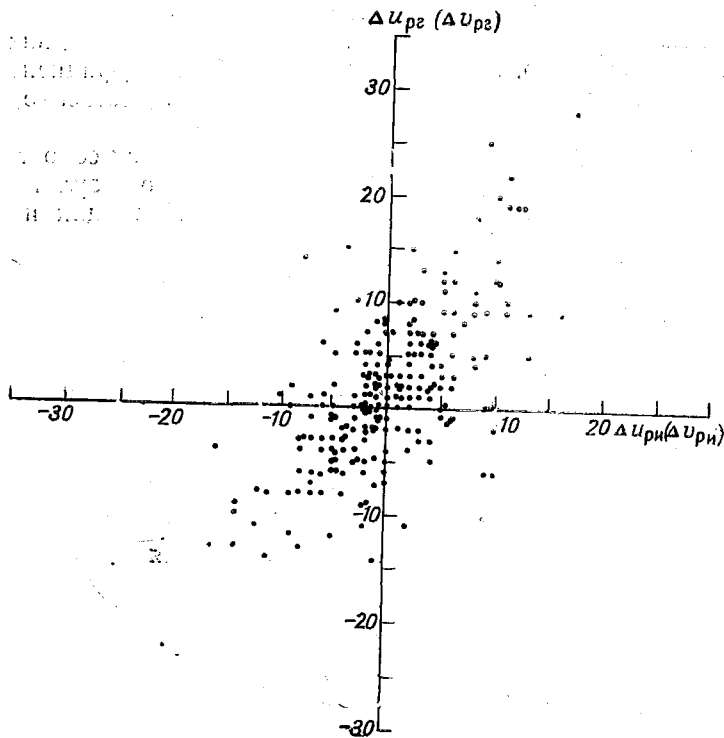


Рис. 2. График сравнения невязок сопоставления $\Delta u_{рi}$ и $\Delta u_{рг}$, а также $\Delta v_{рi}$ и $\Delta v_{рг}$, полученных по результатам интерполяции реального ветра и расчета геострофического ветра за один и тот же срок.

с геострофическим ветром. Как уже указывалось, эти методы связаны с искусственным разрежением сети станций. В этих условиях, как правило, более высокую точность контроля должен обеспечивать геострофический метод, поскольку в среднем по всем станциям нашего района он обеспечивает меру ошибки определения составляющих ветра 0,37 по сравнению с 0,44 — средней мерой ошибки метода оптимальной интерполяции. Вместе с тем, хотя один из этих методов использует данные ветровых измерений на окружающих станциях, а другой — данные о геопотенциале, ошибки обоих мето-

дов определения составляющих вектора ветра не являются независимыми. Действительно, так как оба метода расчета ветра являются статистически оптимальными, они обеспечивают приближение полученных значений к их средним значениям, что является причиной корреляции ошибок обоих методов тем более высокой, чем меньше точность методов. Например, при очень редкой сети станций, когда мера ошибки обоих методов близка к единице, результатом применения их будут средние климатические значения составляющих ветра. Соответственно ошибки обоих методов будут равны отклонениям компонентов вектора ветра от средних значений и, следовательно, приблизительно равны. Коэффициент корреляции ошибок обоих методов будет при этом, естественно, близок к единице.

На рис. 2 представлен график сравнения невязок сопоставления Δu_{pr} и Δv_{pr} , а также Δv_{pr} и Δu_{pr} , полученных по результатам интерполяции и расчета геострофического ветра за одии и тот же срок.

Расположение точек на графике свидетельствует о высокой корреляционной связи между ошибками обоих методов вычисления составляющих вектора ветра. Следовательно, оба метода горизонтального контроля данных о ветре не являются независимыми и по сути дела дают одну и ту же информацию. По-видимому, решающее слово должно принадлежать тому из них, который обеспечивает более строгий контроль данных наблюдений, т. е. большую точность расчета компонентов вектора ветра.

Как и в случае горизонтального контроля методом интерполяции на станцию, при горизонтальном геострофическом контроле невязки сопоставления Δu_{pr} и Δv_{pr} оказываются некоррелированными.

Указанное обстоятельство позволяет нам применить методы контроля исходных данных о ветре на станциях с помощью критериев отбраковки, предложенных для горизонтального контроля

$$1. P_{pr}^* = P\{|\delta_{pr}^{u*}| > |\delta_{pr}^{u*}|, |\delta_{pr}^{v*}| > |\delta_{pr}^{v*}|\} < P_{кр}, \quad (16)$$

где

$$P_{pr}^* = [1 - 2\Phi_0(\delta_{pr}^{u*})][1 - 2\Phi_0(\delta_{pr}^{v*})];$$

$$2. P_{pr}^{**} = P\left\{\sqrt{(\delta_{pr}^{u*})^2 + (\delta_{pr}^{v*})^2} < \rho < \infty\right\} < P_{кр}, \quad (17)$$

последний из которых, реализующий контроль по модулю вектора невязки сопоставления, сводится к условию

$$(\delta_{pr}^{u*})^2 + (\delta_{pr}^{v*})^2 > -2 \ln P_{кр}. \quad (18)$$

Результаты конкретного расчета соответствующих вероятностей приведены в столбцах 3 и 5 табл. 3.

Рассматривая результаты применения первого критерия при геострофическом контроле параллельно с результатами применения аналогичного критерия при контроле методом интерполяции на

станцию, видим, что при $P_{кр}=1\%$ имеются основания усомниться в данных о ветре на 15 станциях из 24. Причем контроль методом интерполяции на станцию обнаруживает 12 станций с невязками в данных, имеющими вероятность менее 1%, а метод геострофического контроля — 8 станций. Из них 5 — совпадают и, следовательно, безусловно содержат существенные погрешности в исходных данных о ветре — это станции 01—152, 62—011, 26—298, 33—658 и 34—560.

В трех случаях — на станциях 02—836, 26—063 и 34—880, которые легко проходят геострофический контроль и бракуются методом интерполяции на станцию, исходные данные, по-видимому, являются верными, поскольку обнаружилось, что ближайшие, расположенные рядом с ними станции, содержат явно ошибочные данные о ветре (01—152, 26—298, 34—560).

В отдельных случаях, как, например, на станции 38—750, данные о ветре бракуются более жестким из двух примененных методов контроля — геострофическим.

На ряде станций, однако, более строгий метод контроля не обнаруживает ошибок, в то время как более мягкий контроль бракует исходные данные.

Последнее обстоятельство несомненно свидетельствует об известном несовершенстве критерия 1.

Применение геострофического горизонтального контроля по векторной невязке, т. е. использования критерия 2 при однопроцентном значении $P_{кр}$ для анализа тех же данных измерений, выявляет 5 станций, дающих ошибочные значения (01—152, 62—011, 26—298, 33—658 и 34—560). При этом данные на указанных станциях оказываются также забракованными при горизонтальном контроле методом интерполяции на станцию (при использовании для последнего векторного критерия браковки 2).

Как и ранее, данные на станциях 02—836, 26—063 и 34—880, забракованные по векторной ошибке методом интерполяции на станцию и не забракованные при геострофическом контроле, по-видимому, не содержат больших погрешностей. Действительно, поскольку рядом с ними расположены станции 01—152, 26—298 и 34—560, данные которых несомненно содержат большие погрешности и бракуются всеми рассмотренными методами контроля, естественно ожидать, что не исходные данные на станциях 02—836, 26—063, 34—880 являются ошибочными, а интерполяция на них осуществляется по ошибочным значениям и, следовательно, с большими погрешностями.

Численные эксперименты, позволившие оценить сравнительную эффективность предложенных критериев браковки маловероятных значений в исходных данных о ветре показали, что могут быть замечены лишь самые грубые ошибки, устранение которых является однако наиболее важным. Для достижения большей эффективности автоматического контроля целесообразно одновременно использовать все рассмотренные методы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г ан д и н Л. С. Об автоматическом контроле текущей метеорологической информации. Метеорология и гидрология, № 3, 1969.
2. Г ан д и н Л. С. и др. О статическом контроле аэрологических телеграмм. Труды ГГО, вып. 151, 1964.
3. Г ан д и н Л. С. Объективный анализ метеорологических полей. Гидрометеоздат, Л. 1963.
4. Г у б а н о в а С. И. Объективный контроль исходных данных на станциях северного полушария методом оптимальной интерполяции. Изв. АН УзССР, сер. физ.-мат., № 4, 1964.
5. К а г а н Р. Л. О построении оптимальных конечно-разностных и квадратурных формул для однородных и изотропных случайных полей. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. 3, № 6, 1967.
6. К р и ч а к М. О. Опыт объективного контроля исходных данных при оперативном прогнозе поля геопотенциала. Сб. «Объективный анализ и прогноз метеорологических элементов». Изд. АН СССР, 1963.
7. К р и ч а к М. О. Методика объективного анализа поля ветра на уровнях 850, 500 и 300 мб. Метеорология и гидрология, № 1, 1968.
8. К р и ч а к М. О. Некоторые вопросы объективного анализа поля ветра. Труды ГГО, вып. 228, 1968.
9. К у з н е ц о в Е. С. Закон распределения случайного вектора. ДАН СССР, т. II, № 3—4, 1935.
10. П а н т е л е е в а И. Н. Статический контроль аэрологических телеграмм. Труды ГГО, вып. 168, 1965.
11. Ю д и н М. И., И л ь и н Б. М., Р у х о в е ц Л. В. Об одном способе контроля и исправления аэрологических телеграмм. Метеорология и гидрология, № 5, 1964.
12. Charles B. H. Empirical models of interlevel correlation of winds. J. Meteorol., vol. 16, No. 5, 1959.

О ТОЧНОСТИ ОЦЕНКИ СРЕДНИХ ПО ПЛОЩАДИ ЗНАЧЕНИЙ

Введение. Почти во всех отраслях метеорологии, особенно в климатологических исследованиях, связанных с водным и энергетическим балансами, важную роль играют средние по площади значения, характеризующие условия географических и гидрологических районов разного масштаба. Оценка этих характеристик производится, вообще говоря, на основе измерений, проведенных на обычных, дискретно расположенных станциях, путем вычисления арифметических или взвешенных средних значений. Возникает вопрос, с какой точностью измерения на станциях характеризуют средние условия в окрестности их.

Особую трудность при определении водного баланса представляет то, что в этих случаях вычисляются малые разности компонентов, имеющих сравнительно большие значения. При этом нередко вероятная ошибка оценки компонентов достигает значений того же порядка, что и искомый результат. При таких обстоятельствах анализ ошибок является не менее важной задачей, чем определение самих компонентов водного баланса.

В случае метеорологических компонентов водного баланса точность оценки средних по площади зависит прежде всего от изменчивости данного элемента по территории. Эту изменчивость, точнее — статистическую структуру поля данного элемента в однородном и изотропном поле можно описать при помощи автокорреляционной или структурной функции. О вычислении этих характеристик, а также их особенностей в советской литературе имеется большой материал. Это главным образом работы сотрудников ГГО и прежде всего работы Л. С. Гандина и Р. Л. Кагана. Общеизвестны также работы Р. Л. Кагана и его сотрудников [1, 2, 3], в которых изложен метод оценки точности определения средних по территории значений.

В нашей работе мы исходили из метода Р. Л. Кагана и пытались разработать способ его применения, с одной стороны, при структуре любого типа, а с другой — для случая средних значений, вычисленных методом полигонов Тиссена для сети неодина-

ковой густоты. Вместе с тем мы пытались также разработать метод расчетов, который мог бы полностью реализоваться на ЭВМ, так как вероятную ошибку средних по площади значений надо вычислять отдельно для многочисленных площадей и различных периодов времени.

Методика расчетов. Пусть необходимо определить среднюю квадратическую ошибку среднего для территории S значения, оцененного на основе данных n станций. Распределение станций внутри изучаемой территории пока считается произвольным, и мы предполагаем, что эта территория разделяется на полигоны, построенные вокруг станций при помощи метода Тиссена. Если полученные таким образом полигоны заменяются кругами с площадями s_i , то описание территории S будет не вполне точным, так как некоторые части территории остаются вне кругов, а некоторые участки перекрываются. Эти неточности являются незначительными, если станции помещаются в узлах сети, состоящей из правильных треугольников и, конечно, будут тем большими, чем более нерегулярным будет размещение станций. Во всяком случае использование кругов дает более точные элементарные территории, сконструированные путем применения так называемого метода полигонов (которые являются преимущественно шестиугольниками), нежели использование квадратов.

Относительно площадей элементарных кругов принято условие

$$\sum_{i=1}^n s_i = S, \quad (1)$$

т. е. сумма их должна быть равна полной площади, покрываемой кругами. Предполагается также, что площадь каждого элементарного круга s_i должна быть идентичной с площадью s_{ip} полигона, который он заменяет,

$$s_i \equiv s_{ip}. \quad (2)$$

Значение $f(0)$, наблюдаемое в центре элементарной площади s_i , можно считать оценкой среднего значения, относящегося к этой площади. Вычислим среднюю квадратическую разность этой оценки и соответствующего истинного среднего значения. Искомая величина выражается следующей формулой:

$$\epsilon^2 = \left[f(0) - \frac{1}{s_i} \int_{s_i} f(s) ds \right]^2, \quad (3)$$

где второй член в скобках является реальным средним значением по территории s_i , а ds указывает на интегрирование по элементам территории.

После проведения указанных операций формулу (3) можно выразить при помощи структурной функции, определенной следующей формулой:

$$b(s, s') = \overline{[f(s) - f(s')]^2}. \quad (4)$$

Подстановка (4) в (3) дает

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{s_i} \int_{s_i} b(0, s) ds - \frac{1}{2s_i^2} \int_{s_i} \int_{s_i} b(s, s') ds ds'. \quad (5)$$

Интегралы по площади можно вычислять с использованием полярных координат. В однократном интеграле по площади, фигурирующем в первом члене, записанном в полярной системе (рис. 1),

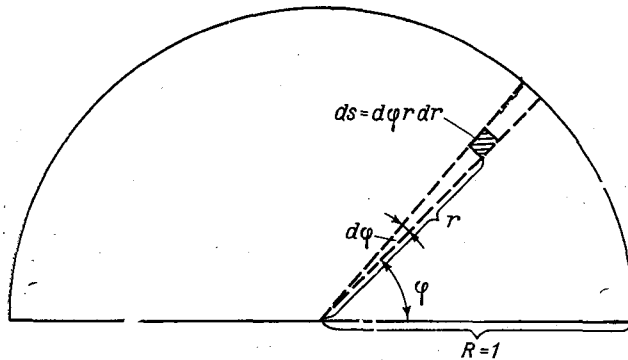


Рис. 1. К вычислению интеграла по формуле (6).

в предположении, что структурная функция b является функцией только аргумента r , может быть выполнено интегрирование по φ , так что

$$\frac{1}{s_i} \int_{s_i} b(0, s) ds = \frac{1}{\pi R_i^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} r b(r) dr d\varphi = 2 \int_0^1 r b(r) dr \quad (6)$$

(как видно из рис. 1, принято для упрощения $R_i = 1$, что не уменьшает общности выводов).

Двойной интеграл, фигурирующий во втором члене, имеет в полярной системе координат вид (рис. 2)

$$I = -\frac{1}{2s_i^2} \int_{s_i} \int_{s_i} b(s, s') ds ds' =$$

$$= -\frac{1}{2\pi^2 R_i^4} \int_{\xi(r)}^{R_i} \int_0^{2R_i} \int_0^{2\pi} \int_{-\beta^*}^{\beta^*} x r b(r) dx dr d\varphi d\beta, \quad (7)$$

где

$$\beta^*(x, r) = \arccos \left(\frac{x^2 + r^2 - R_i^2}{2xr} \right) \quad (7a)$$

и

$$\xi(r) = \begin{cases} 0, & \text{если } r \leq 1 \\ r - 1, & \text{если } r > 1 \end{cases} \quad (7b)$$

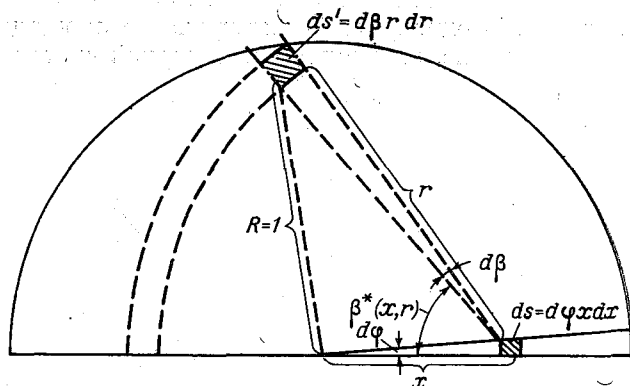


Рис. 2. К вычислению двойного интеграла по формуле (7).

Если снова принять упрощение $R_i=1$ и учесть, что b является функцией только аргумента r , то после интегрирования по углам φ и β получаем

$$I = -\frac{2}{\pi} \int_{\xi(r)}^1 \int_0^2 xr \arccos \left(\frac{x^2 + r^2 - 1}{2xr} \right) b(r) dx dr. \quad (8)$$

Двойное интегрирование в формуле (8) будем проводить численным методом. Прежде всего вынесем выражение $rb(r)$, не зависящее от x , из под знака интегрирования по x , а оставшееся выражение — обозначим через $q(r)$

$$q(r) = \frac{2}{\pi} \int_{\xi(r)}^1 x \arccos \left(\frac{x^2 + r^2 - 1}{2xr} \right) dx = \frac{2}{\pi} \int_{\xi(r)}^1 x \beta^*(x, r) dx. \quad (9)$$

Нижняя граница интегрирования $\xi(r)$ определена формулой (7 б).

Функция $\frac{1}{\pi} \beta^*(x, r)$, входящая в формулу (9), представлена серией кривых на рис. 3, а подынтегральное выражение $\frac{1}{\pi} x \beta^*(x, r)$ — серией кривых на рис. 4. Важное различие между двумя сериями кривых заключается в том, что на рис. 3 даны кривые, являющиеся функциями аргумента r для значений параметра $x_i = 0,1; 0,2; \dots; 1,0$, а на рис. 4 кривые представляют собой функции от x и относятся к значениям параметра $r = 0,1; 0,2; \dots; 1,0; \dots 1,9$.

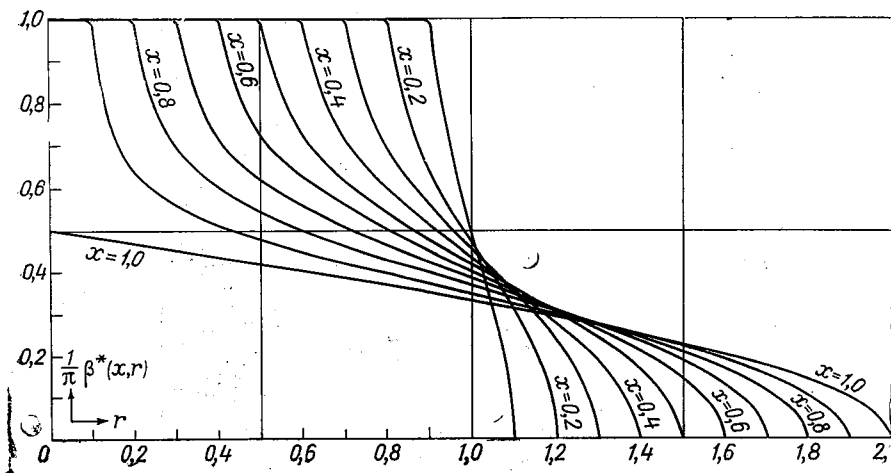


Рис. 3. Функция $\frac{1}{\pi} \beta^*(x, r)$.

Численное интегрирование кривых на рис. 4 проводилось с большой точностью и функция $q(r)$, полученная как результат вычисления по формуле (9), представлена на рис. 5. Эта функция может быть аппроксимирована тригонометрической суммой вида

$$q(r) = 1 + \sum_{i=0}^2 C_i \sin\left(2^i \frac{\pi}{4} r\right), \quad (9a)$$

где $C_0 = -1,0$, $C_1 = 0,0974$, $C_2 = 0,002$.

С учетом формул (6)–(9) выражение (5) принимает следующий вид:

$$\varepsilon^2 = 2 \int_0^1 r b(r) dr - \int_0^2 r q(r) b(r) dr, \quad (10)$$

где функция $q(r)$ известна из (9a).

На рис. 5, кроме функции $q(r)$, показана и кривая, описывающая функцию $\omega(r) = 2rq(r)$, которая ограничивает на графике единичную площадь. Интересно, что $\omega(r)$ может рассматриваться как функция распределения, выражающая относительную повторяемость различных полярных расстояний r между точками с радиусом $R_i = 1$.

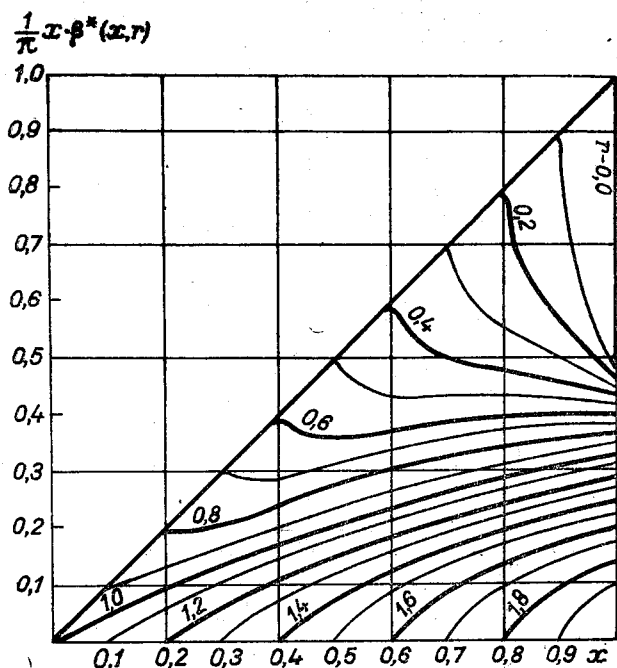


Рис. 4 Функция $\frac{1}{\pi} x \beta^*(x, r)$.

Если проинтегрировать выражение $r \omega(r)$ (соответствующая кривая на рис. 5), то можно также получить среднее расстояние $\bar{r} = 0,9106$.

Значения функции $r q(r)$ можно представить в виде таблицы по любым градациям r_k , и, таким образом, формулу (10) можно записать в виде суммы

$$\varepsilon^2 = 2 \sum_{k=0,1}^{1,0} \frac{1}{10} r_k b(r_k) - \sum_{k=0,1}^{2,0} \frac{r_k}{10} q(r_k) b(r_k). \quad (10a)$$

Формула (10a) пригодна для проведения расчетов при помощи ЭВМ. Особенно удобно, что эмпирические значения структурной функции $b(r)$ потребуются только в интервале не более диаметра изучаемого элемента площади, а самое важное, что значения $b(r_k)$,

принадлежащие к области маленьких значений r , входят в оба члена формулы (10а) с малыми весами.

Таким образом, средний квадрат ошибки, вычисленный по формуле (10а), мало зависит от значений структурной функции $b(r_k)$

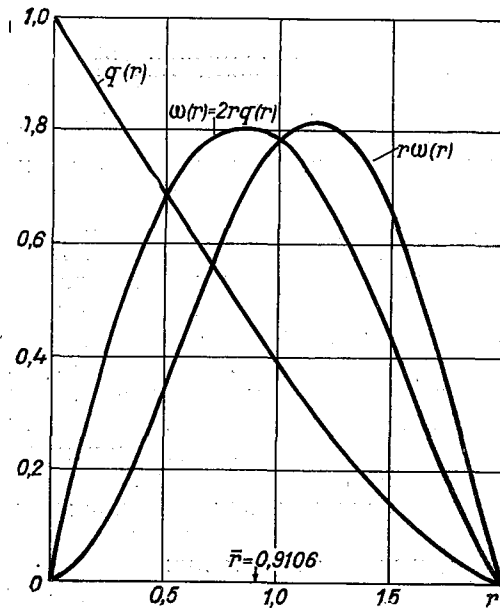


Рис. 5. Весовые функции $q(r)$ и $w(r)$.

при малых аргументах r , которые из-за недостатка данных являются неизвестными, и от насыщающего значения, часто трудно определяемого по эмпирическим структурным функциям.

Формула (10а) дает дисперсию ошибки среднего значения, для одного элементарного круга радиусом R_i . Ошибку E^2 , которая относится к территории S , покрытой n элементарными кругами радиусами R_1, R_2, \dots, R_n , можно вычислить с применением результатов Р. Л. Кагана [1] на основе предположения, что ошибки, относящиеся к отдельным элементарным кругам, являются статистически независимыми. В этом случае

$$E^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{s_i}{S} \varepsilon_i^2, \quad (11)$$

и если $s_i \equiv \frac{S}{n}$, то

$$E^2 = \frac{\varepsilon^2}{n}. \quad (11a)$$

Эти формулы и будут использованы в дальнейшем.

Применение метода к средним по площади месячным суммам осадков. В некоторых из наших прежних работ [4, 5] мы уже занимались определением вероятной ошибки, возникающей при оценке средних по территории сумм осадков. В то время метод Р. Л. Кагана нам еще не был известен, и поэтому мы сталкивались с некоторыми проблемами, которые с тех пор стали разрешимы. Кроме того, при выполнении вышеупомянутых работ у нас еще не было достаточного материала по статистической структуре полей осадков. В течение следующих лет мы концентрировали свое внимание прежде всего на изучении структурных характеристик (структурная и автокорреляционная функции). Для подготовки машинной обработки осадкомерных данных Сакач и Тонаи [6] в 1965 г. изучали распределение суточных, месячных и годовых сумм осадков различного типа. В результате этой работы выяснилось, что месячные суммы осадков около 1000 осадкомерных станций, работающих на территории Венгрии, почти в половине случаев имеют нормальное распределение (по отношению к среднему значению по всей территории страны); в остальных случаях распределения выглядят как суперпозиция двух или нескольких совокупностей с нормальным распределением. С другой стороны, было показано, что при надлежащем разделении территории страны на сектора совокупности данных для каждой из них имеют нормальное распределение. Опираясь на результаты этой работы, в последующих исследованиях расчеты [7] были проведены для следующих четырех секторов:

Сектор А: северная часть Дунайской низменности	190 станций
Сектор В: южная часть Дунайской низменности (без района гор Мечек)	145 станций
Сектор С: территория между реками Дунай и Тисса	120 станций
Сектор D: территория за р. Тисса	150 станций
Всего	605 станций

Детальное описание вышеуказанных секторов, а также методов расчета содержится в работе [7]. Заметим, что структурные и автокорреляционные функции месячных сумм осадков были вычислены на основе 10-летних данных (1955—1964 гг.), собранных на 605 станциях, работающих на исследуемой территории. Исходные данные были разделены на средние по территории значения, относящиеся к данному периоду, с той целью, чтобы структурные характеристики, вычисленные таким образом, выражали изменчивость полей в процентах от средних по площади.

Во всех случаях была использована обычная процедура приведения данных к однородному виду, из матрицы данных были

вычтены матрицы средних значений отдельных станций. Расчеты были проведены при помощи ЭВМ типа ГИЕР. Некоторые из структурных и автокорреляционных функций, полученных в результате расчетов, были обобщены в работе [7]. Эти структурные функции употребляются в дальнейшем для вычисления вероятных ошибок, возникающих при оценке средних по территории значений осадков.

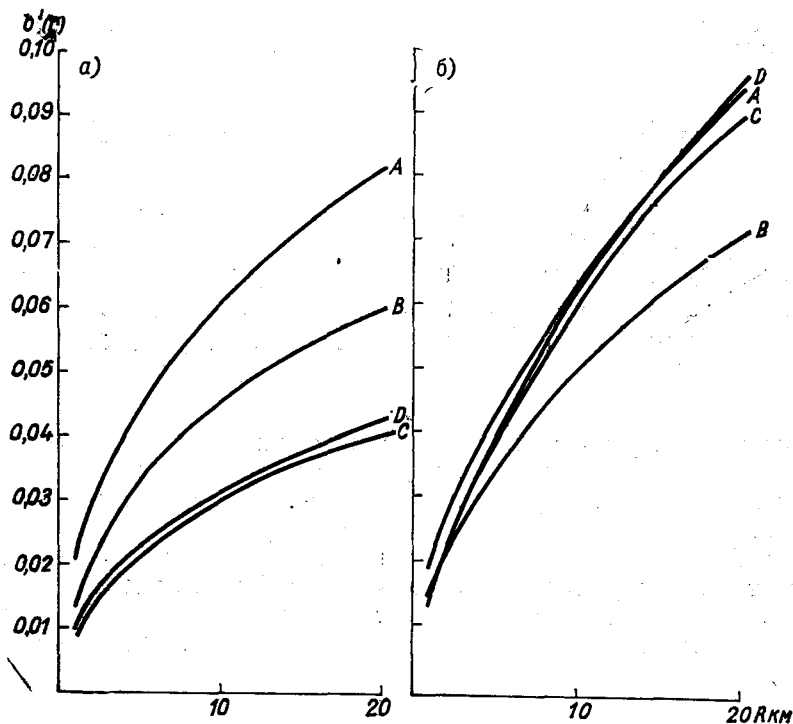


Рис. 6. Структурные функции месячных сумм осадков.

a — январь, *b* — апрель.

На рис. 6 *a* и *b* представлены участки структурных функций для января и апреля по секторам *A*, *B*, *C*, и *D* при $r < 20$ км. При наших расчетах потребуется именно этот интервал. Как видно из рисунка, структурные функции месячных сумм осадков, выраженных в долях от средних по территории значений, в январе и апреле расходятся не очень сильно. Это объясняется тем, что в апреле не только изменчивость осадков, но и средняя по территории сумма осадков является более высокой, чем в январе. Отметим, что в июле, например, положение совсем иное, однако эти результаты

здесь не приводятся, так как наши расчеты для этого месяца к моменту написания данной работы еще не были закончены.

С использованием структурных функций, показанных на рис. 6 а и б, были вычислены по формуле (10а) средние квадраты ошибок средних значений, относящиеся к площади элементарных кругов с радиусами R , равными 10; 7,5 и 5 км.

Значения ε^2 , полученные таким образом, содержатся в табл. 1.

Таблица 1

Средние квадраты ошибок средней по площади (в долях от средней) элементарного круга радиуса R месячной суммы осадков для различных секторов Венгрии

Сектор	R км			Сектор	R км		
	10	7,5	5		10	7,5	5
Январь				Апрель			
<i>A</i>	0,0215	0,0192	0,0158	<i>A</i>	0,0204	0,0174	0,0144
<i>B</i>	0,0164	0,0141	0,0113	<i>B</i>	0,0162	0,0140	0,0113
<i>C</i>	0,0105	0,0089	0,0072	<i>C</i>	0,0183	0,0150	0,0117
<i>D</i>	0,0109	0,0094	0,0078	<i>D</i>	0,0188	0,0154	0,0118

Извлекая корень из значений, приведенных в табл. 1, и умножая полученные таким образом данные на 100, получим значения вероятных ошибок, выраженные в процентах от средних по площади.

В табл. 2 содержатся вычисленные таким образом ошибки для элементарных кругов различного размера. По этим данным были построены кривые (рис. 7), по которым можно вычислять значения относительной ошибки для территорий с радиусами от 5 до 10 км.

Таблица 2

Средние квадратические относительные ошибки (в процентах) средней по площади элементарного круга радиуса R месячной суммы осадков для различных секторов Венгрии

Сектор	R км			Сектор	R км		
	10	7,5	5		10	7,5	5
Январь				Апрель			
<i>A</i>	14,7	13,8	12,6	<i>A</i>	14,3	13,2	12,0
<i>B</i>	12,8	11,9	10,6	<i>B</i>	12,7	11,9	10,6
<i>C</i>	10,2	9,5	8,5	<i>C</i>	13,5	12,2	10,8
<i>D</i>	10,4	9,7	8,9	<i>D</i>	13,7	12,4	10,9

В практическом отношении более интересные данные, получаются, если результаты, показанные на рис. 7, распространяются на любую территорию S , внутри которой имеем данные n станций. Для простоты, а также для сравнения этих данных с результатами Р. Л. Кагана значения вычислялись в предположении равномерного распределения сети. Считается, что внутри территории S имеется n станций, образующих сеть правильных треугольников. В этом случае элементарные круги имеют одинаковый размер, и их радиус R выбирается таким образом чтобы выполнялись условия (1) и (2). При этих предположениях расстояние d между соседними станциями и радиус R элементарных кругов связаны следующим образом:

$$R = 0,525d,$$

$$d = 1,905R. \quad (12)$$

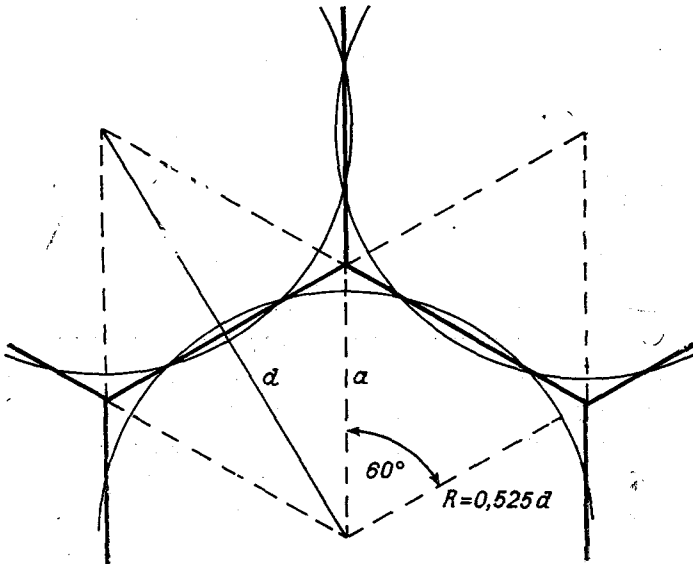


Рис. 8. Схема описания площади шестиугольниками и кругами.

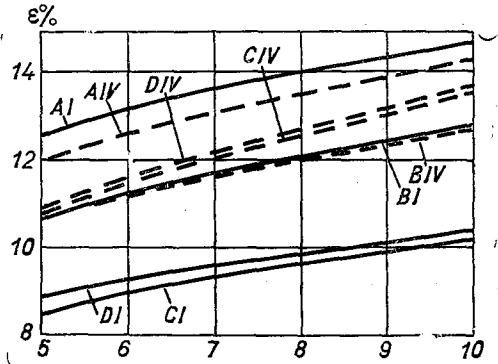


Рис. 7. Средняя квадратическая относительная ошибка (проценты) замены средней по площади круга радиуса R месячной суммы осадков данными наблюдений в центре.

Из рис. 8, на котором представлено схематически размещение станций, можно видеть, что различия между кругами и шестиугольниками не являются значительными.

Результаты дальнейших расчетов, относящиеся к суммам осадков за апрель для южной части Дунайской низменности (сектор В), показаны на рис. 9. Сначала с помощью кривой В IV (рис. 9) и формулы (11а) были получены численные значения,

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}} \%$$

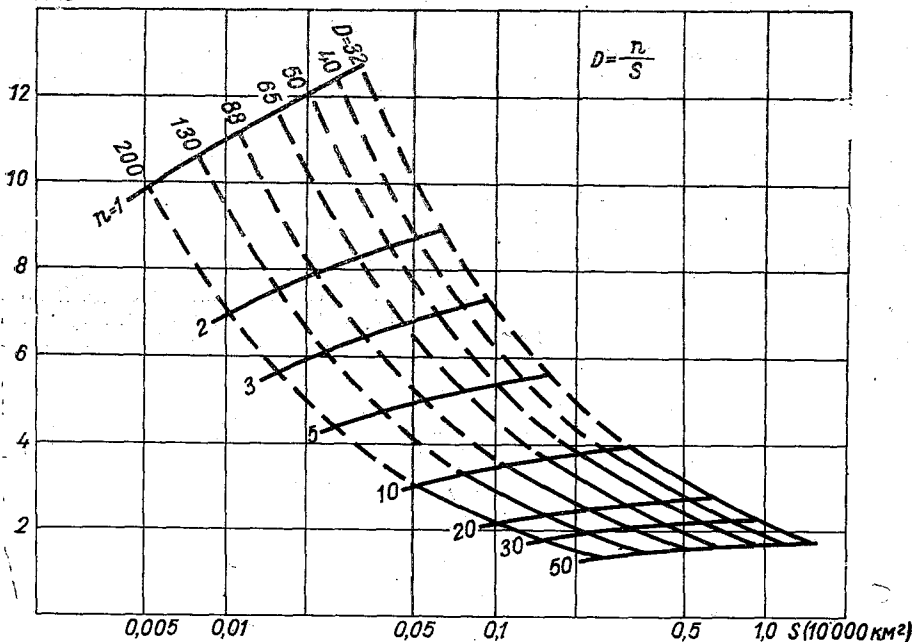


Рис. 9. Зависимость средней квадратической относительной ошибки осреднения месячных сумм осадков от числа станций и густоты сети (сектор В, апрель).

которые приведены в табл. 3. После этого было вычислено значение S в случае различных комбинаций значений R и n , что позволило определить значения $D = \frac{n}{S}$, характеризующие густоту сети станций внутри данной территории. На горизонтальной оси рис. 9 откладывалась площадь S территории в логарифмической шкале, причем за единицу площади принято $10\,000\text{ км}^2$. На вертикальной оси откладывались вероятные ошибки средних по площади, выраженные в процентах. На рисунке видны два семейства кривых, пересекающие друг друга, а именно семейство кривых, которые связывают пункты, относящиеся к фиксированным значениям n

и D . При помощи этого рисунка можно находить значения вероятной ошибки при оценке сумм осадков в секторе в апреле по размеру территории и числу станций (или хотя бы по густоте сети). Сопоставляя эти данные с результатами Р. Л. Кагана и его сотрудников, можно уже теперь установить, что порядок величин оцененных ошибок является близким. Возможность детального сравнения представится только после того, как подобные расчеты будут проведены для нескольких областей применительно к каждому месяцу.

Таблица 3

Средние квадратические относительные ошибки
(в процентах) средней по площади суммы осадков
за апрель. Сектор B

n	\sqrt{n}	R км							
		4	5	6	7	8	9	10	
1	1	9,9	10,6	11,2	11,7	12,1	12,4	12,7	
2	1,42	7,0	7,5	7,9	8,3	8,5	8,7	8,9	
3	1,73	5,7	6,1	6,5	6,8	7,0	7,2	7,3	
5	2,24	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,5	5,6	
10	3,16	3,1	3,3	3,5	3,7	3,8	3,9	4,0	
20	4,50	2,2	2,4	2,5	2,6	2,7	2,75	2,8	
30	5,50	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	
50	7,10	1,4	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	

ЛИТЕРАТУРА

1. Каган Р. Л. О точности определения средней по площади по данным точечных измерений. Труды ГГО, вып. 175, 1965.
2. Каган Р. Л. К оценке репрезентативности осадкомерных данных. Труды ГГО, вып. 191, 1966.
3. Гущина М. В., Каган Р. Л., Полищук А. И. О точности определения среднего слоя осадков на площади. Труды ГГО, вып. 208, 1967.
4. CzeItnai R., Dési F., Rákoczi F. On determining the rational density of precipitation measuring networks. Part I. Időjárás, vol. 67, No. 5, 1963.
5. CzeItnai R., Dési F., Rákoczi F. On determining the rational density of precipitation measuring networks. Part II. Időjárás, vol. 68, No. 1, 1964.
6. Szakácsné F. A., Tópayné B. J. On the areal distribution of diurnal and monthly precipitation amounts. Időjárás, vol. 69, No. 6, 1965.
7. CzeItnai R., Dési F., Rákoczi F., Szakácsné F. A. Structural and auto-correlation functions of the precipitation field. Időjárás, vol. 71, No. 4, 1967.

ОБ ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА ПО ЗАДАНЫМ РАСЧЕТНЫМ ТЕМПЕРАТУРАМ И ИХ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ

При учете воздействия на здания и сооружения колебаний температуры воздуха, ветра и снеговой нагрузки случайный характер метеорологических параметров учитывается обеспеченностью их расчетных значений. Более общую картину климатических воздействий дает интерпретация их как случайного процесса. Одним из важных метеорологических параметров является температура воздуха. Ее центрированное значение можно рассматривать как процесс, стационарный относительно математического ожидания. Относительно дисперсии ход центрированной температуры воздуха в годовом цикле является существенно нестационарным: в летний период дисперсия температуры воздуха примерно в 3 раза меньше, чем в зимний период. Однако в течение зимнего (или летнего) сезона центрированный ход температуры воздуха можно принимать стационарным и относительно дисперсии, о чем свидетельствует незначительный разброс значений на диагоналях корреляционных матриц, рассчитываемых на ЭВМ по экспериментальным данным. Допущение о нормальном характере распределения температуры в любой момент времени позволяет рассчитать параметры корреляционной функции температуры воздуха для зимнего (или летнего) сезона по расчетным температурам воздуха и их обеспеченности. Для этого задаем аналитическое выражение корреляционной функции и подбираем его параметры таким образом, чтобы средняя частота выбросов за уровень расчетных значений температуры соответствовала бы экспериментальной обеспеченности.

В табл. 1 СНиП П-А. 6-62 [1] приведены для большого числа пунктов территории СССР расчетные значения средней температуры наиболее холодной пятидневки $\bar{\vartheta}_{5p}$ и суток $\bar{\vartheta}_{1p}$. Они получены как математическое ожидание средних температур восьми наиболее холодных пятидневок и суток за 50-летний период. Полагая, что 4 пятидневки или 4 суток за 50-летний период имеют среднюю температуру ниже расчетной, получим, что среднее число событий

$\bar{\vartheta}_5 < \bar{\vartheta}_{5p}$ и $\bar{\vartheta}_1 < \bar{\vartheta}_{1p}$ составляет $4/50 = 0,08$ в год, или средние температуры ниже расчетных наблюдаются 1 раз за 12,5 лет.

Выбираем аналитическое выражение корреляционной функции в виде

$$K_{\vartheta}(\tau) = D_1 \exp(-\alpha_1^2 \tau^2) + D_2 \exp(-\alpha_2^2 \tau^2) \cos \beta \tau,$$

в котором $\beta = \frac{2\pi}{24}$ час $^{-1}$ = 2 π сутки $^{-1}$, т. е. второй член отражает влияние на $K_{\vartheta}(\tau)$ суточных колебаний температуры. При практических расчетах оказывается, что значение α_2 достаточно мало и можно пренебречь затуханием корреляции суточных колебаний температуры на отрезке времени $\tau \leq 5$ суток. Поэтому в дальнейшем полагаем

$$K_{\vartheta}(\tau) = D_{\vartheta} \exp(-\alpha_1^2 \tau^2) + D_2 \cos \beta \tau. \quad (1)$$

Известно, что дисперсия среднего за интервал времени значения стационарной случайной функции

$$\bar{\vartheta}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \vartheta(\tau) d\tau$$

выражается через ее корреляционную функцию

$$D[\bar{\vartheta}(t)] = \frac{2}{t^2} \int_0^t (t - \tau) K_{\vartheta}(\tau) d\tau. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2) и полагая, что величина t кратна суткам, получим

$$D\bar{\vartheta}(t) = \sigma_{\bar{\vartheta}}^2(t) = \frac{D_1 \sqrt{\pi}}{\alpha t} \Phi(\alpha t \sqrt{2}) - \frac{D_1}{\alpha^2 t^2} (1 - e^{-\alpha^2 t^2}), \quad (3)$$

где $\Phi(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$; дисперсия суточных колебаний температуры не влияет на дисперсию средней температуры, если t кратко суткам.

Подставляя в (3) значения t равные 1 и 5 суткам, получим систему двух уравнений для определения D_1 и α :

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\bar{\vartheta}}^2(1) &= \frac{D_1 \sqrt{\pi}}{1 \alpha} \Phi(1 \alpha \sqrt{2}) - \frac{D_1}{1^2 \alpha^2} (1 - e^{-1^2 \alpha^2}), \\ \sigma_{\bar{\vartheta}}^2(5) &= \frac{D_1 \sqrt{\pi}}{5 \alpha} \Phi(5 \alpha \sqrt{2}) - \frac{D_1}{25 \alpha^2} (1 - e^{-25 \alpha^2}). \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\bar{\vartheta}}^2(1) &= \frac{D_1 \sqrt{\pi}}{1 \alpha} \Phi(1 \alpha \sqrt{2}) - \frac{D_1}{1^2 \alpha^2} (1 - e^{-1^2 \alpha^2}), \\ \sigma_{\bar{\vartheta}}^2(5) &= \frac{D_1 \sqrt{\pi}}{5 \alpha} \Phi(5 \alpha \sqrt{2}) - \frac{D_1}{25 \alpha^2} (1 - e^{-25 \alpha^2}). \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Разделив (5) на (4), исключаем неизвестное D_1

$$\psi(\alpha) = \frac{\sigma_{\bar{\vartheta}}^2(5)}{\sigma_{\bar{\vartheta}}^2(1)} = \frac{\frac{\sqrt{\pi}}{5} \Phi(5 \alpha \sqrt{2}) - \frac{1}{25 \alpha} (1 - e^{-25 \alpha^2})}{\sqrt{\pi} \Phi(1 \alpha \sqrt{2}) - \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-1^2 \alpha^2})}. \quad (6)$$

Значения $\psi(\alpha)$ для α от 0,01 до 0,5 суток⁻¹ с шагом 0,01 суток⁻¹ приведены в табл. 1.

Таким образом, если известны значения дисперсии средней суточной температуры $\sigma_{\bar{\theta}}^2$ (1) и дисперсии средней пятидневной температуры $\sigma_{\bar{\theta}_5}^2$ (5), то, определив $\psi(\alpha)$, по табл. 1 находим α , а затем по уравнению (4) или (5) находим D_1 .

Таблица 1

α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$	α	$\psi(\alpha)$
0,01	0,99959	0,11	0,95439	0,21	0,85621	0,31	0,74419	0,41	0,64444
0,02	0,99837	0,12	0,94632	0,22	0,84504	0,32	0,73342	0,42	0,63555
0,03	0,99641	0,13	0,93774	0,23	0,83378	0,33	0,72279	0,43	0,62687
0,04	0,99364	0,14	0,92870	0,24	0,82246	0,34	0,71234	0,44	0,61838
0,05	0,99012	0,15	0,91925	0,25	0,81113	0,35	0,70206	0,45	0,61011
0,06	0,98585	0,16	0,90042	0,26	0,79980	0,36	0,69196	0,46	0,60203
0,07	0,98087	0,17	0,89927	0,27	0,78851	0,37	0,68206	0,47	0,59415
0,08	0,97520	0,18	0,88883	0,28	0,77729	0,38	0,67235	0,48	0,58647
0,09	0,96887	0,19	0,87814	0,29	0,76614	0,39	0,66284	0,49	0,57898
0,10	0,96192	0,20	0,86726	0,30	0,75511	0,40	0,65354	0,50	0,57168

Для определения $\sigma_{\bar{\theta}}^2$ (1) и $\sigma_{\bar{\theta}_5}^2$ (5) полагаем, что математическое ожидание средней суточной и средней пятидневной температуры для каждого первого месяца сезона равно многолетней средней месячной температуре $\bar{\theta}_i$. Тогда для любых суток i -того месяца вероятность наблюдения температуры ниже расчетной $\bar{\theta}_{1p}$ равна

$$P_{1i}(\bar{\theta}_1 < \bar{\theta}_{1p}) = 0,5 [1 - \Phi(z_{1i})],$$

где $z_{1i} = \frac{\bar{\theta}_i - \bar{\theta}_{1p}}{\sigma_1}$, значения $\bar{\theta}_i$ и $\bar{\theta}_{1p}$ берутся из табл. 1 [1], σ_1 — неизвестный стандарт средней суточной температуры.

По теореме сложения вероятностей независимых событий, число событий $\bar{\theta}_1 < \bar{\theta}_{1p}$ в каждом месяце равно произведению $n_i P_{1i}(\bar{\theta}_1 < \bar{\theta}_{1p})$, где n_i — число суток в месяце; суммируя эти произведения для всех месяцев с отрицательной средней месячной температурой ($\bar{\theta}_i < 0$), получим уравнение для определения стандарта средней суточной температуры

$$\sum_i n_i P_{1i}(\bar{\theta}_1 < \bar{\theta}_{1p}) = 0,08. \quad (7)$$

Аналогично получим уравнение для определения стандарта средней температуры пятидневки

$$\frac{1}{5} \sum_i n_i P_{5i}(\bar{\vartheta}_5 < \bar{\vartheta}_{5p}) = 0,08, \quad (8)$$

в котором аргумент интеграла вероятности $z_{5i} = \frac{\bar{\vartheta}_i - \bar{\vartheta}_{5p}}{\sigma_5}$.

Уравнения (7) и (8) решаются на ЭВМ «Наири» подбором значений стандартов σ_1 и σ_5 . Здесь необходимо сделать следующее замечание. Для некоторых пунктов в табл. 1 [1] приведены очень близкие, а иногда и одинаковые значения $\bar{\vartheta}_{1p}$ и $\bar{\vartheta}_{5p}$. В этом случае оказывается невозможным удовлетворить уравнениям (7) и (8) с тем, чтобы стандарт средней пятидневки был бы меньше стандарта средней суточной температуры. Учитывая, что значения $\bar{\vartheta}_{1p}$ и $\bar{\vartheta}_{5p}$, приведенные в [1], округлены, следует повторить расчет, увеличив $\bar{\vartheta}_{5p}$ на $0,5^\circ$ и уменьшив $\bar{\vartheta}_{1p}$ на $0,5^\circ$; если и в этом случае нельзя удовлетворить уравнениям (7) и (8) с соблюдением условия $\frac{\sigma_5}{\sigma_1} < 1$, нужно повторить эту операцию, раздвигая разницу $\bar{\vartheta}_{5p} - \bar{\vartheta}_{1p}$ каждый раз на 1° . Обычно одно-два повторения дают удовлетворительный результат.

Изложенным методом были рассчитаны значения σ_1 , σ_5 , D_1 и α для ряда пунктов, результаты расчета приведены в табл. 2.

Если в формуле С. О. Райса [2]

$$N_a = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\bar{\vartheta}}}{\sigma_{\vartheta}} \exp \left[-\frac{(a - \bar{a})^2}{2\sigma_a^2} \right]$$

положить уровень выброса a равным математическому ожиданию процесса \bar{a} , то временная плотность выбросов средних температур за многолетний годовой ход температуры $N_{\bar{\vartheta}}$ связана с α уравнением

$$N_{\bar{\vartheta}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\bar{\vartheta}}}{\sigma_{\vartheta}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{2\alpha^2 D_1}}{\sqrt{D_1}} = \frac{\alpha}{\pi\sqrt{2}} \text{ сутки}^{-1}.$$

Величину, обратную $N_{\bar{\vartheta}}$, можно трактовать как характерный период изменчивости средних температур в течение сезона, или как эффективный период, равный

$$T_{\bar{\vartheta}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{\alpha} \text{ сутки}.$$

Величина $T_{\bar{\vartheta}}$ приведена в табл. 2.

Таблица 2

Но- мер пунк- та	Пункт	σ_1 град.	σ_5 град.	D_1 град. ²	α сутки ⁻¹	T_9 сутки
1	Абакан	7,40	7,37	54,7	0,0448	99,2
2	Ачинск	7,68	7,27	59,4	0,1730	25,7
3	Байкит	7,81	7,05	61,0	0,2350	18,9
4	Барнаул	7,79	6,11	62,7	0,4430	10,0
5	Владивосток	4,20	3,89	17,6	0,2040	21,8
6	Енисейск	7,97	7,67	63,7	0,1440	30,8
7	Иркутск	6,01	5,68	36,3	0,1750	25,4
8	Кежма	8,15	7,86	66,9	0,1384	32,0
9	Красноярск	7,62	7,24	58,3	0,1665	26,6
10	Ленинград	6,62	6,38	44,0	0,1400	31,8
11	Минусинск	7,80	7,42	61,1	0,1643	26,9
12	Москва	6,85	6,27	47,3	0,2230	20,0
13	Нижеангарск	6,10	4,41	37,2	0,5390	8,2
14	Новосибирск	7,72	6,04	61,6	0,4460	10,0
15	Омск	7,40	6,95	55,1	0,1870	23,8
16	Саратов	6,98	6,45	49,1	0,2110	20,8
17	Свердловск	7,20	6,68	51,9	0,2040	21,6
18	Сургут	7,91	7,17	63,2	0,2400	18,3
19	Туруханск	7,90	7,55	62,6	0,1560	28,3
20	Урюпинск	6,50	5,49	43,1	0,3990	11,1
21	Уфа	7,16	6,63	51,6	0,2180	20,1
22	Челябинск	7,16	6,63	51,6	0,2180	20,1
23	Якутск	5,81	5,41	34,0	0,200	21,9

Так определяются величины D_1 и α_1 . Для оценки величины D_2 полагаем, что амплитуда суточных колебаний температуры ϑ_0 имеет плотность распределения Релея

$$f(\vartheta_0) = \frac{\vartheta_0}{D_2} \exp\left(-\frac{\vartheta_0^2}{2D_2}\right),$$

а математическое ожидание суточной амплитуды в каждый i -тый месяц считаем равным средней амплитуде суточных колебаний температуры ϑ_0 , тогда

$$M[\vartheta_0] = \bar{\vartheta}_0 = \int_0^{\infty} \vartheta_0 f(\vartheta_0) d\vartheta_0 = \int_0^{\infty} \frac{\vartheta_0^2}{D_2} \exp\left(-\frac{\vartheta_0^2}{2D_2}\right) d\vartheta_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} D_2.$$

Отсюда $D_2 = \frac{2}{\pi} \bar{\vartheta}_0^2$. В табл. 2 работы [1], а также в [3] приведен средний перепад температуры в течение суток $\bar{\vartheta}^c = 2\bar{\vartheta}_0$; с учетом этого получаем

$$D_2 = \frac{1}{2\pi} \bar{\vartheta}_c^2. \quad (9)$$

Таким образом определяются параметры корреляционной функции, записанной в форме (1). Проверка полученных результатов осуществлена расчетом среднего числа оттепелей для зимних месяцев и сопоставлением результатов расчета с данными, приведенными в [4]. При расчетах за оттепель принимался выброс температуры воздуха в зимние месяцы ($\bar{\vartheta}_i < 0$) выше уровня 0°C . По формуле Райса, приведенной к виду

$$N_{0^\circ\text{C}}(i) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\alpha_1^2 D_1 + \omega_c^2 D_2}{D_1 + D_2}} \exp\left[-\frac{\bar{\vartheta}_i^2}{2(D_1 + D_2)}\right],$$

рассчитывалась средняя временная плотность выбросов температуры выше 0° для зимних месяцев, умножением $N_{0^\circ\text{C}}(i)$ на n_i получали число выбросов температуры воздуха выше 0° для i -того месяца и сравнивали это число с числом дней с оттепелью по месяцам, приведенным в табл. 16 работы [4]. При расчетах использованы значения D_1 и α из табл. 2, величина D_2 определялась по уравнению (9) с использованием данных о средних амплитудах температуры воздуха из [3], величина ω_c равна круговой частоте суточных колебаний температуры, значение $\bar{\vartheta}_i$ брали из табл. 1 работы [1].

В качестве примера определим среднее число оттепелей в ноябре в г. Абакане. По табл. 1 из [1] $\bar{\vartheta}_{X1} = -9,4^\circ$, по [3] средняя амплитуда суточных колебаний температуры воздуха в г. Абакане в ноябре $\bar{\vartheta}_c = 9,4^\circ$; по (9) $D_2 = \frac{1}{2\pi} 9,4^2 = 14,1$ град.² С использованием результатов, приведенных в табл. 2, дисперсия температуры равна $D_1 + D_2 = 54,7 + 14,1 = 68,8$ град.², дисперсия скорости температуры $2\alpha^2 D_1 + \omega_c^2 D_2 = 2 \cdot 0,0448^2 \times 54,7 + 4\pi^2 \cdot 14,1 = 557$ град.²/сутки²; средняя временная плотность

$$N_{0^\circ\text{C}}(X1) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{557}{68,8}} \exp\left(-\frac{9,4^2}{2 \cdot 68,8}\right) = 0,238 \frac{\text{оттепель}}{\text{сутки}},$$

среднее число оттепелей в ноябре $N_{0^\circ\text{C}}(X1) \cdot n_{X1} = 0,238 \cdot 30 = 7,14$.

Результаты расчета приведены в табл. 3. Среднее число оттепелей, меньшее 0,01, принималось равным нулю. В числителе приведены результаты, полученные расчетом, в знаменателе — данные из табл. 16 работы [4].

Таблица 3

Но- мер пунк- та	Пункт	Месяц							
		X	XI	XII	I	II	III	IV	V
1	Абакан		$\frac{7,14}{5}$	$\frac{1,27}{1,2}$	$\frac{0,998}{0,3}$	$\frac{1,03}{1,5}$	$\frac{7,26}{12}$		
2	Ачинск		$\frac{6,27}{6}$	$\frac{2,21}{1,5}$	$\frac{1,73}{0,4}$	$\frac{2,90}{1,3}$	$\frac{9,01}{9}$	$\frac{14,0}{10}$	
3	Байкит	$\frac{9,08}{1}$	$\frac{0,69}{3}$	$\frac{0,05}{0}$	$\frac{0,06}{0,2}$	$\frac{0,35}{0,2}$	$\frac{7,97}{5}$	$\frac{16,5}{16}$	
4	Барнаул		$\frac{7,79}{2}$	$\frac{2,94}{2}$	$\frac{2,03}{0,7}$	$\frac{2,85}{2}$	$\frac{8,84}{10}$		
5	Владивосток		$\frac{16,4}{1}$	$\frac{2,14}{5}$	$\frac{0,42}{1}$	$\frac{2,31}{3}$	$\frac{13,7}{15}$		
6	Енисейск	$\frac{10,1}{1}$	$\frac{4,50}{4}$	$\frac{0,81}{0,8}$	$\frac{0,69}{0,1}$	$\frac{1,91}{1,2}$	$\frac{9,52}{8}$	$\frac{14,98}{14}$	
7	Иркутск		$\frac{5,62}{3}$	$\frac{0,47}{0,4}$	$\frac{0,25}{0,1}$	$\frac{1,12}{1}$	$\frac{9,79}{11}$		
8	Кежма	$\frac{10,5}{2}$	$\frac{3,13}{2}$	$\frac{0,41}{0,6}$	$\frac{0,35}{0,1}$	$\frac{1,15}{0,6}$	$\frac{9,38}{6}$	$\frac{15,6}{16}$	
9	Красноярск		$\frac{6,24}{6}$	$\frac{1,77}{2}$	$\frac{1,29}{0,5}$	$\frac{1,97}{2}$	$\frac{8,81}{11}$	$\frac{13,1}{4}$	
10	Ленинград		$\frac{6,72}{3}$	$\frac{5,93}{12}$	$\frac{5,40}{8}$	$\frac{5,49}{6}$	$\frac{10,6}{16}$		
11	Минусинск		$\frac{8,49}{9}$	$\frac{2,22}{2}$	$\frac{1,49}{1}$	$\frac{1,90}{1}$	$\frac{9,56}{12}$		
12	Москва		$\frac{7,48}{4}$	$\frac{4,79}{8}$	$\frac{3,93}{5}$	$\frac{4,49}{5}$	$\frac{9,85}{16}$		
13	Нижнеангарск	$\frac{13,2}{0}$	$\frac{2,73}{3}$	$\frac{0,51}{0,5}$	$\frac{0,07}{0}$	$\frac{0,19}{0}$	$\frac{3,40}{3,5}$	$\frac{14,7}{18}$	
14	Новосибирск		$\frac{6,22}{2}$	$\frac{2,01}{1}$	$\frac{1,23}{0,4}$	$\frac{1,94}{1}$	$\frac{7,11}{7}$	$\frac{13,7}{11}$	
15	Омск		$\frac{6,59}{1}$	$\frac{1,76}{1}$	$\frac{0,96}{0,4}$	$\frac{1,41}{1}$	$\frac{6,25}{5}$		
16	Саратов		$\frac{9,43}{2}$	$\frac{4,92}{6}$	$\frac{3,15}{4}$	$\frac{3,25}{4}$	$\frac{8,92}{12}$		
17	Свердловск		$\frac{6,06}{6}$	$\frac{2,19}{1}$	$\frac{1,41}{1}$	$\frac{2,86}{2}$	$\frac{9,49}{11}$		
18	Сургут	$\frac{8,63}{1}$	$\frac{3,58}{4}$	$\frac{0,97}{0,4}$	$\frac{0,58}{0,2}$	$\frac{1,32}{0,4}$	$\frac{6,78}{5}$	$\frac{12,57}{10}$	
19	Туруханск	$\frac{6,02}{2}$	$\frac{0,70}{1}$	$\frac{0,07}{0}$	$\frac{0,04}{0,1}$	$\frac{0,23}{0}$	$\frac{2,55}{2}$	$\frac{8,77}{14}$	$\frac{12,56}{13}$

Но- мер пунк- та	Пункт	Месяц							
		X	XI	XII	I	II	III	IV	V
20	Урюпинск		$\frac{11,4}{0}$	$\frac{6,61}{10}$	$\frac{5,15}{8}$	$\frac{5,04}{7}$	$\frac{11,9}{15}$		
21	Уфа		$\frac{7,50}{7}$	$\frac{3,20}{2}$	$\frac{1,81}{1}$	$\frac{2,64}{1}$	$\frac{8,92}{8}$		
22	Челябинск		$\frac{8,27}{6}$	$\frac{3,19}{1}$	$\frac{1,85}{1}$	$\frac{2,88}{2}$	$\frac{9,22}{10}$		
23	Якутск	$\frac{8,82}{2}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{1,02}{1}$	$\frac{13,9}{15}$	

Из табл. 3 видно, что расчет дает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными, за исключением первых зимних месяцев в некоторых пунктах (№ 3, 4, 5, 6, 8, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20, 23).

Таким образом, оценка параметров корреляционной функции для зимнего сезона по расчетным зимним температурам за сутки и пятидневку и их обеспеченности позволяет получить в основном правильное представление об изменчивости хода температуры воздуха. Это свидетельствует о допустимости и приемлемости математической модели стационарного нормального случайного процесса для описания центрированного хода температуры воздуха в зимний сезон.

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП П-А. 6-62 «Строительная климатология и геофизика. Основные положения проектирования». М. 1963.
2. Райс С. О. Теория флуктуационных шумов. В кн. «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех». М. 1953.
3. Справочник по климату СССР, ч. II, вып. 1—34, 1966—1968 гг.
4. Хайруллин К. Ш. Оттепели на территории СССР. Л. 1969.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
К. М. Лугина, Т. Н. Маленко. Точность объективного анализа карт барической топографии, выполняемого в службах погоды различных стран	5
Г. Х. Хатамкулов. Опыт анализа аэрологических полей с использованием наземной информации	16
И. Клуге. Об использовании данных о ветре при объективном анализе высотного барического поля	32
Ю. М. Либерман. О выборе пунктов для организации новых аэрологических станций на северном полушарии	52
Ю. М. Либерман, К. М. Лугина. Опыт объективного анализа средних месячных аэрологических полей	63
И. И. Поляк. О возможности использования статистической структуры метеорологических полей при полиномиальном объективном анализе	79
Р. Л. Каган, Е. И. Федорченко. О применении теории выбросов к исследованию температурных рядов	86
Л. Л. Брагинская. Некоторые результаты исследования временной статистической структуры температуры	100
И. И. Поляк. Точечное оценивание дисперсий независимых и коррелированных измерений по способу наименьших квадратов	107
М. О. Кричак. К вопросу об автоматическом контроле данных измерений ветра в свободной атмосфере	117
Р. Целнан. О точности оценки средних по площади значений	135
Г. Г. Еремеев. Об оценке параметров корреляционной функции температуры воздуха по заданным расчетным температурам и их обеспеченности	148

ТРУДЫ ГГО, ВЫП. 267

**Применение
статистических методов
в метеорологии**

Ответственные редакторы *Л. С. Гандин, Р. Л. Каган*

Редактор *Л. В. Царькова*

Технический редактор *М. С. Костакова*

Корректоры: *М. А. Гальперина*

и *Т. Н. Черненко*

Сдано в набор 18/III 1970 г. Подписано к печати 5/VI
1970 г. Бумага 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 1. Бум. л. 5,125.
Печ. л. 10,25. Уч.-изд. л. 10,45. Тираж 900 экз. М-12286.
Индекс МЛ-282. Заказ 361. Цена 73 коп.

Гидрометеорологическое издательство. Ленинград.
В-53, 2-я линия, д. № 23.

Сортавальская книжная типография Управления по
печати при Совете Министров Карельской АССР.
Сортавала, Карельская, 42.

Точность объективного анализа карт барической топографии, выполняемого в службах погоды различных стран. Лугина К. М., Маленко Т. Н. Труды ГГО, 1970, вып. 267, стр. 5—15.

Выполнено сравнение карт изобарической поверхности 500 мб, проанализированных объективными методами в оперативной прогностической службе восьми стран (США, СССР, Швеция, Бельгия, Франция, Финляндия, Норвегия и Япония), и карт изобарической поверхности 850 мб, рассчитанных в СССР и США.

Показано, что в СССР, США, Швеции и Норвегии точность анализа выше, чем в остальных странах. Отмечено также, что точность советского анализа (метода оптимальной интерполяции) не ниже, а в ряде случаев выше точности метода коррекции, несмотря на то что в первом используется значительно меньше информации.

Табл. 3, илл. 3, библи. 6.

Опыт анализа аэрологических полей с использованием наземной информации. Хатамкулов Г. Х. Труды ГГО, 1970, вып. 267, стр. 16—31.

Излагается один из способов повышения качества объективного анализа поля геопотенциала в районах с редкой сетью аэрологических станций. Для анализа поля высоты изобарических поверхностей 850 и 500 мб используются данные наземных наблюдений над давлением и температурой. Расчет значений высоты производится в два этапа.

1. Восстанавливаются высоты в пунктах, где имеются наземные данные, но нет аэрологических наблюдений по формуле $H_p = H_{1000} + H_{1000}^p + q(T_p - \bar{T}_0)$. Коэффициент пропорциональности q подбирается эмпирически.

2. Определяется геопотенциал в узлах сетки методом оптимальной интерполяции путем использования как наблюдаемых, так и восстановленных значений в окружающих пунктах. Учитывается разная точность наблюдаемых и восстановленных значений.

Анализ производился для хорошо освещенной аэрологической информацией территории — Европы, северных частей Азии и Африки. Искусственно разрежается густая сеть, и результаты анализов по такой редкой сети с учетом и без учета восстановленных данных сравниваются с результатами анализа по фактической густой сети. Сравнение показывает, что для анализа поля геопотенциала 500 мб методика существенного улучшения не дает. Для поверхности 850 мб использование наземной информации уточняет анализ в среднем на 30%. Таким образом, целесообразно применять методику использования наземной информации (на акваториях океанов — наблюдений на судах) для улучшения качества объективного анализа в малоосвещенных аэрологической информацией районах.

Сопоставление интерполированных на станцию значений с фактически наблюдаемыми значениями высоты подтверждает эти выводы.

Табл. 3, илл. 4, библи. 15.