Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.В. Коваленко

НЕЛОКАЛЬНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

РГГМУ
Санкт-Петербург
2010

УДК [556.06+556.072]:519.216.3
ББК 26.222
К56

Коваленко В.В. Нелокальная гидрология. – СПб.: РГГМУ, 2010. – 96 с.

ISBN 978-5-86813-265-0

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук С.А. Кондратьев (зам. директора Института озероведения РАН);
кафедра ландшафтоведения и экологии Университета Хавериана, доц., д-р Эфраин Домингес-Калье.

В книге развивается подход к изучению гидрологических объектов, исключающий их самодостаточность с точки зрения математического моделирования. Они «управляются другими», их внутренняя активность, как правило, иллюзорна, реально ситуация контролируется инфинитной реальностью. Несмотря на очевидную методологическую направленность монографии, она содержит совершенно конкретные примеры моделирования и прогнозирования, связанные с речной гидравликой, краткосрочными прогнозами и оценками долгосрочных изменений характеристик многолетнего речного стока.

Предназначена специалистам-гидрологам, студентам, аспирантам и лицам, интересующимся методологией науки.

Kovalenko V.V. Unlocal hydrology. – St. Petersburg, RSHU Publishers, 2010. – 96 pp.

Reviewers: the doctor of physical and mathematical sciences S.A. Kondratyev (the deputy director of Institute of lake study the Russian Academy of Sciences); Chair of landscape study and ecology, University Haveriana, the senior lecturer, doctor Efrain Dominges-Kale.

In the book the approach to study of hydrological objects excluding their self-sufficiency develops from the point of view of mathematical modeling. They «operate by others», their internal activity, as a rule, is illusory, the situation is real is supervised by infinity reality. Despite of an obvious methodological orientation of the monography, it contains completely concrete examples of modeling and forecasting connected to river hydraulics, short-term forecasts and estimations of long-term changes of the characteristics of a long-term river flow.

Is intended to the experts-hydrologists, students and persons interested by methodology of a science.

ISBN 978-5-86813-265-0

© Коваленко В.В., 2010
© Овчинникова Ю.В., обложка, 2010
© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2010

Российский государственный гидрометеорологический университет
БИБЛИОТЕКА
196196, СПб, Малоохтинский пр., 98

Инв. № 14427

Введение (почему природа в целом устойчива)

Монография продолжает серию книг, посвященных различным аспектам частично инфинитного подхода к изучению гидрологии. Ключевое слово в этом подходе – **открытость**. Открытость изучаемых гидрологических объектов, в первую очередь речных бассейнов, окружающему миру (климату, хозяйственной деятельности, тектонике и т. п.) и мутациям. Открытость субъектов познания (гидрологов) к постоянному мутированию своих представлений о процессах формирования стока. Мутации появляются, если объекты и субъекты познания развиваются. Атрибут же развития – **неустойчивость**. Любая математическая задача считается поставленной корректно, если ее решение устойчиво. Поэтому, выражаясь несколько метафорично, можно сказать, что частично инфинитная гидрология имеет дело с «некорректно поставленными задачами».

Получить что-то качественно-новое можно только имея дело именно с такими задачами. Ведь в корректно поставленной задаче все уже сказано (не с точки зрения количественных, а качественных последствий решения – никаких последствий не будет) в стартовой позиции. Недаром же математики часто доказывают существование решения без его конкретного нахождения. Это возможно только в том случае, если на интервале, на котором ищется решение, не происходит ничего нового.

Новое невозможно получить с помощью «старой» логики, заложенной в решаемое уравнение. Его можно получить «не рациональными методами» (тратя энергию, «выжигая» инфинитную реальность, рискуя своей шкурой). Но это – для получения онтологической новизны. Часто же происходит мутирование не самой «объективной реальности», а субъекта познания, его личностное развитие. Что «выжигается» в данном случае и рискует ли субъект своей шкурой? Выжигаются нейроны мозга, именно они (95 % спящих нейронов; как они «спят» см. [27]) – та инфинитная реальность для уже существующих (рациональных) представлений субъекта о мире. А рискует он потерей своей «невинности». Об этом очень хорошо сказано у Ф. М. Достоевского: «...Рефлексия, способная сделать из самого глубокого своего чувства (эмоции – В.К.) **объект**, поставить его пред собою, поклониться ему и сейчас же, пожалуй и **насмеяться** над ним...». То есть: субъект превращает себя в объ-

ект для изучения (рефлексия) и иронизирования над ним (т. е. над собой).

Эту ситуацию можно представить и так (рис. В.1). Есть логическая «плоскость» понятий. Если возникает что-то необъяснимое (в рамках этих понятий), т. е. **абсурд**, то появляется **эмоция**. Последняя – выход в «3-е измерение», но не с помощью понятий (их еще для «3-го измерения» нет), а с помощью «действий» (эмоций, рискуя своей шкурой), т. е. субъективно (на уровне явлений, а не сущности).

Если человек не обладает рефлексивными возможностями (т. е. относится к диффузному типу [7]), то он с этим абсурдом и живет (может быть даже не понимая, что это абсурд). Если же обладает, то начинает смотреть на ситуацию со стороны и пытается ее объяснить. Как? (Ведь понятий для этого абсурдного выброса еще нет.) Через ненаучные формы познания: зрительные и слуховые образы (искусство), а также через «размытые» понятия (философию). Эти образы и размытые понятия могут существовать только, если человек подспудно нелокален, если у него есть ощущение всеобщей взаимосвязи (**религиозность**). Далее размытые образы и понятия фокусируются (локализуются), приобретают статус **научных** и вписываются в систему понятий уже новой (расширенной) «плоскости» (уже «3-хмерной», т. е. гиперплоскости).

Таким образом, нелокальность – это еще один (наряду с неустойчивостью) атрибут процесса познания. Существующая научная система понятий (финитная логическая структура), столкнувшись с абсурдом («по ее понятиям») и проявив свою недееспособность (неустойчивость), вынуждена апеллировать к **ненаучным** (частично инфинитным) формам познания (искусству и философии) для доступа к инфинитным сферам реальности, **веря**, что они существуют. Следовательно, существует «резервуар» (инфинитная

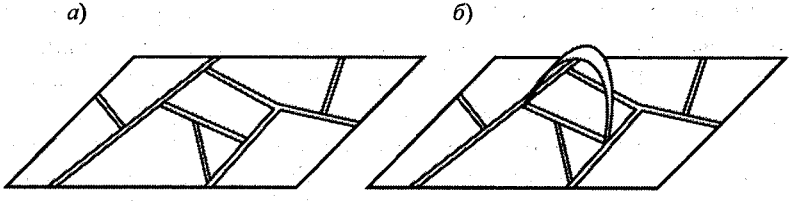

Рис. В.1. Логическая плоскость понятий (*а*) и эмоциональный выход за ее пределы (*б*), ведущий к абсурду.

реальность), сталкиваясь с которым финитная реальность, с одной стороны, теряет устойчивость, а с другой – черпает из него ресурсы, для того чтобы эту неустойчивость побороть (путем своего «поумнения»). Сама же эта инфинитная реальность всегда устойчива, рушатся только локальные представления (предметные области) о ней. (Если прошел все разрушающей на своем пути паводок, то это катастрофа для нас – существ финитных, а не для природы.)

А как же в таком случае «диалектика природы»? Если ее нет, то откуда взялась «диалектика познания»? (Ведь мышление – отражение реальности.) Оттуда, откуда взялись все понятия, которыми оперирует человечество. **Придуманы**, потому что способствуют выживанию (устойчивости). Если этому будет способствовать другая, более совершенная «выдумка», то на вооружение возьмут ее, а не «диалектику природы». Какое бы научное понятие вы не взяли, реально оно не существует. Не верите? Выйдите на улицу и пощупайте «дифференциал» или «случайность» или… что угодно. Гидрологам захочется «пощупать» расход воды. Не получится. Расход – это объем, деленный на время. Лужу видели, ведро видели, а объем – это абстракция. Расход – это одна абстракция, деленная на другую (время).

В контексте этих рассуждений делокализация – это неизбежный этап в построении устойчивой картины окружающей нас реальности (в нашем случае – гидрологической). В монографии будут рассмотрены различные аспекты нелокальности, понимаемой как в узком, так и в широком смысле этого слова. В качестве примера взяты традиционные предметные области: гидравлика (разд. 2), прогнозы и гидрометрия (разд. 3), многолетний речной сток (разд. 4). Новым, в рамках частично инфинитного подхода, является обращение к гидрофизике (разд. 5). Для понимания содержания монографии желательно ознакомиться с учебником по курсу «Моделирование гидрологических процессов» (специальность 073200 – гидрология).

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (в рамках единых наряд-заказов, а также проекта 2.1.1/3355).

1. Делокализация финитной реальности

1.1. Пример бифуркационного стиля мышления

Когда большинство гидрологов встречают такие слова, как «частичная инфинитность», их лица становятся «каменными». Нет, они не возражают, им просто становится неинтересно. О чем речь? Какое это имеет отношение к гидрологии, науке «практической», в которой (как считают многие из них) уже «все сделано» и зафиксировано в нормативных документах (всевозможных наставлениях, сводах правил и т. д.)? А тут еще какая-то «инфинитность».

За этим термином, если его понимать достаточно широко, стоит идея о том, что все мы (живая и «неживая» природа) «повязаны», и если мы что-то из себя представляем, то только благодаря умению уживаться с окружением. Окружение – это не только и не столько то, что контактирует с нами (в том числе и с бассейном) в прямом смысле этого слова. Мы можем быть «окружены» смыслами и понятиями, которые осознанно для нас или бессознательно «руководят» нашими действиями. Человек на необитаемом острове («Робинзон Крузо») – это в основном биологическое существо, и только будучи поставленным в систему социальных взаимоотношений он становится личностью. Но если ты личность, то надо забыть о своей самодостаточности, ты (как личность) нужен, пока есть социальная потребность в тебе (кому нужен учитель, если нет системы образования или нет учеников?).

Эту мысль наглядно можно прояснить на примере такой исторической фигуры, как И. Сталин. Кто бы и что бы о нем не говорил (и хорошее, и плохое) – это не более чем миф. Сталин – негодяй и параноик, убивавший без суда людей, изнасиловавший страну – это мнение его врагов, и в этом есть доля правды. Сталин – великий человек, поднявший страну на небывалый экономический уровень, выигравший войну, создавший государство социальной справедливости – и в этом есть также правда. Но все эти правды – частичные, это полуправды, одномерные проекции многогранной (многофазной – этот термин будет часто нами использоваться в разных контекстах) личности. Правда – это многообразие (матема-

тический термин) и любая конечномерная его проекция не более чем миф (частичка правды, раздувая которую можно из любого человека сделать монстра или «божьего одуванчика»).

Сокровенный вопрос: был ли Сталин самодостаточным, чтобы самостоятельно генерировать то или иное поведение, или им управляли обстоятельства? Эти обстоятельства могут представлять реальность как частично инфинитную – ее Сталин воспринимал, пользуясь своим тезаурусом, – так и инфинитную, для осознания которой у него не было достаточного набора понятий. Яркий пример – его беседа с А. Бергом, который убеждал (и убедил) Сталина создать новую отрасль промышленности для радиолокации. По воспоминаниям Берга, Сталин курил трубку, ходил по кабинету и ругался, что плохо владеет темой, подчас просто не понимает, о чем идет речь. И тем не менее принял положительное решение, опираясь скорее на свою интуицию, обаяние Берга и его убежденность (все эти слова не поддаются строгой формализации, они из лексикона частично инфинитной методологии). Отсюда и ответ на вопрос: не был. Управляла внешняя среда, но у Сталина была цель: не выжить самому (тогда он был бы просто хамелеон), а обеспечить выживаемость страны, организованной в рамках социальной справедливости (насколько это вообще допускает человеческая природа). Отсюда его бесконечные мутации (до него такие задачи не решались). Во всем. Мы не будем описывать подробно критические моменты в жизни СССР, когда Сталин проявлял исключительную гибкость мышления, мутируя просто на глазах (например, ситуация с сельским хозяйством в конце 20-х годов или предвоенный период, см. [2, 30]), но общий смысл ситуации все-таки разберем.

Для того чтобы адекватно реагировать на изменения окружающей среды, мозг должен находиться в так называемом **критическом состоянии.** Представление о нем дает рис. 1.1, *а*, на котором представлен потенциал («перевернутая» плотность вероятности), соответствующий модели фазового перехода Гинзбурга–Ландау:

$$V(x,\alpha)=0{,}25x^4+0{,}5\alpha x^2.$$

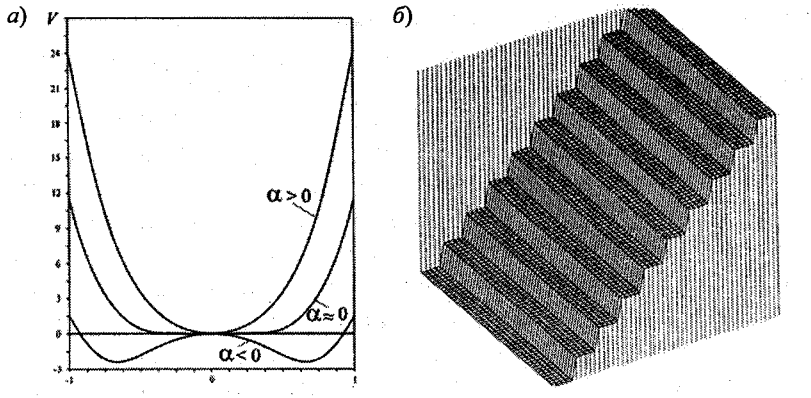

Рис. 1.1. Вид потенциала в зависимости от параметра α (*а*) и иллюстрация осцилляции внимания, приводящей к неоднозначности восприятия (*б* – лестница Шредера).

При $\alpha = 0$ получаем критическое состояние, обладающее, по крайней мере, двумя особенностями. Во-первых, хотя в окрестности критической точки автокорреляционная функция $r(\Delta t)$ спадает по экспоненте $r(\Delta t) = \exp(-\Delta t/\alpha)$, но в самой точке она имеет степенной вид $r(\Delta t) = \text{const} / (\Delta t)^p$ (спадает значительно медленнее, система в бо́льшей степени «чувствует» внешнюю среду и не имеет характерного масштаба). Во-вторых, происходит так называемое критическое замедление: система релаксирует к равновесию очень медленно. Если же $\alpha < 0$, то появляется бугорок (см. рис. 1.1, *а*) и состояние критичности стабилизируется (флуктуируя около бугорка, система не покидает этого критического состояния). Находясь в нем, она чувствительна к внешним воздействиям, что позволяет ей лучше адаптироваться (а живым системам выживать).

Примеров можно привести множество: это и балансирующий канатоходец, и бессмысленная смена власти республиканской и демократической партий в США (финансируемых из одного источника), и даже вертикальная поза человека (это просто критическое состояние, поддерживаемое фрактальным шумом).

Каким образом человек может распознавать эту критичность, существующую повсеместно в косной, живой и социальной формах движения материи? Только в том случае, если его мозг сам находится в критическом состоянии. Главное создать синестезию:

взаимную активацию различных отделов мозга, отвечающих за качественно отличающиеся рецепторные восприятия явлений различной природы. Отсюда метафорическое мышление творческих личностей. Для чего оно нужно? Чтобы создать в мозгу дальние корреляционные связи («степенные»), характерные для критических состояний.

Мозг практически всегда (как и природа) находится в балансировочном (делокализованном) режиме. Реализуется это в неоднозначности восприятия, соответствующей двум модам (рис. 1.1, *а* при $\alpha < 0$). Когда смотришь на рис. 1.1, *б*, то сначала лестница «идет» снизу вверх (над полом), но потом (какое-то время) воспринимаешь ее как «висящую» под потолком. Частота смены образов зависит от личного опыта смотрящего, контекста ситуации и т. п. Этот эффект, связанный с делокализацией потенциала (финитной реальности, в отличие от внешней среды – реальности инфинитной, см. ниже), интерпретируется [11] как самоорганизация системы наблюдатель–рисунок, т. е. живое–неживое.

Примеров подобной делокализации в мышлении Сталина можно привести много. Наиболее показательна ситуация с предвоенным периодом. Неизбежность войны с Германией стала очевидной в 1933 г., когда к власти демократическим путем пришел Гитлер. Думаю, что Сталину было ясно: именно **демократический** приход к власти нацистов означает, что воевать придется не с Гитлером, и даже не с Германией, а с мировым капиталом (можно только догадываться, каких средств стоило воротилам бизнеса «пропиарить» приход ефрейтора на высший государственный пост). Очевидна была и цель навязываемой войны: решить до конца задачу «демократической» революции 1917 года – ликвидировать геополитического игрока на мировой сцене руками Германии.

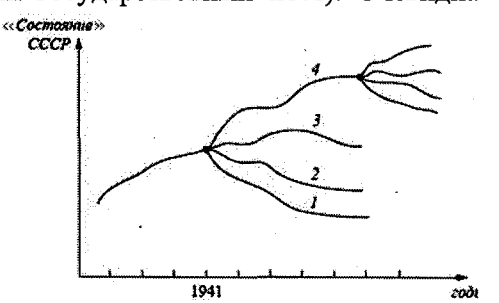

Рис. 1.2. К бифуркационной методологии мышления (цифрами обозначены возможные сценарии развития).

Представим себя на месте Сталина до точки бифуркации 1941 г., понимаемой, конечно, в широком смысле этого слова (см. бифуркационную диаграмму, рис. 1.2). Война неизбежна, но

каков возможный характер траекторий (ход событий) после ее начала? Реальных, более или менее правдоподобных, сценариев было не так уж и много.

1. СССР начинает превентивную войну. Но какова вероятность ее успеха? Японцы (согласно договору с Германией) обязаны были тут же выступить против агрессора. Никакой особой симпатией (и тем более в качестве агрессора) СССР в Европе не пользовался. Дальнейший ход событий показал, что на стороне Германии воевала вся Европа, причем не только принудительно: целые дивизии добровольцев из Испании и Франции участвовали в боях против СССР, в частности на Волховском фронте. Да и настоящие подстрекатели войны вряд ли остались бы в стороне. Они постарались бы втянуть СССР и Германию в затяжную войну. Так что этот сценарий вряд ли пользовался симпатией Сталина, хотя, конечно, его возможность как-то учитывалась.

2. Гитлер вдруг стал серьезным человеком и начал настоящую подготовку к неизбежно длительной войне с СССР (по крайней мере, снабдил армию необходимыми сортами горюче-смазочных материалов и теплыми кальсонами для ее боеспособности в зимнее время). Думаю, что Сталин это «вдруг» учел в полном объеме, готовясь именно к затяжной войне. Тут и создание «схронов» для будущих партизанских отрядов в Белоруссии, и появление (более чем за год до войны) дублеров промышленных предприятий на востоке страны, и формирование стратегических резервов (как явных, так и скрытых), и многое другое.

3. Гитлер серьезным человеком не стал и авантюристически нападает на СССР в уверенности на успешность блицкрига. Сталин оказывается «мудрым» (по меркам демократической общественности) и организовывает эшелонированную оборону в приграничных областях. Гитлер, сообразив, что «влип», отходит, втягивая Красную Армию на территорию Европы. Что дальше? А то, что и в первом варианте: затяжная война без особого сочувствия «мирового цивилизованного сообщества» с неизвестным концом. Или еще хуже: заключается мир с Германией, которую мировое закулисье все равно будет готовить к войне с СССР, но уже на полном серьезе («с кальсонами»).

4. Повторяется третий вариант, но немцев втягивают в глубь страны; потом снова начинаются бифуркации, но уже во многом контролируемые, а главное – предсказуемые (квазибифуркации).

Отказавшись от первого сценария, Сталин готовился к остальным, провоцируя четвертый. Ресурсы выделяются под все варианты, но все нацелено на реализацию провокационного сценария. Под «провокацией» имеется в виду следующее:

1. Полное показное «неверие» в то, что Гитлер нарушит Пакт о ненападении. Все видят концентрацию немецких войск на границе с СССР, один «глупый» Сталин «не видит», да еще напоказ наказывает разведчиков за «дезинформацию» (о подробностях Сталинского блефа можно узнать из книги [2];

2. Для того чтобы отсрочить дату начала войны (приблизить ее к зиме; по плану «Барбаросса» вторжение намечалось на 15 мая), организуется восстание против пронемецкого правительства в Югославии (см. откровения П. Судоплатова, приведенные в книге [8]).

Сценарий сработал. Концептуально Сталин уже 22 июня выиграл войну. А ведь это только один эпизод (хотя и очень важный) за тридцатилетний период управления им государством. И всегда победы. Среди них – коллективизация: это благодаря ей были мобилизованы трудовые ресурсы для индустриализации, без которой никакой бы победы в войне не было. Ведь полубесправные колхозники должны были кормить и себя, и миллионы бывших крестьян, разбросанных по стройкам первых пятилеток. Жестоко? Попробуйте в той ситуации иначе обеспечить выживаемость страны.

Так в чем секрет, каков стиль мышления Сталина? Его мышление бифуркационно. Он всегда готов к любому развитию событий (к любой траектории на рис. 1.2), но по мере сил провоцирует ту, которая выгодна стране для выживания. Но бифуркация – это псевдоним мутации, и Сталин действительно непрерывно мутировал. Вместе с ним мутировала и страна, которая жила будущим; застывшего настоящего практически не было (режим непрерывной бифуркации). Эта устремленность в будущее популярно описана А. Зиновьевым [9].

На «картинке» для потенциала $V(x)$ это критическое состояние выглядит так, как представлено на рис. 1.1, *а*, (при $\alpha = 0$). Должно быть что-то очень «плоское», не связывающее маневр глубокой ямой. Почему? Любое сужение потенциального поля возможностей (рис. 1.1, *а*, при $\alpha > 0$), т. е. остановка внимания на одной идее («Гитлер не может напасть») – это смерть. Надо быть готовым, если не ко всему, то ко многому (рис. 1.1, *а*, $\alpha < 0$).

1.2. Частично инфинитные закономерности

Бифуркационные диаграммы, типа показанной на рис. 1.2, могут носить как «онтологический» характер (построены по фактическим событиям), так и «гносеологический» (в голове у познающего субъекта, в нашем случае – в голове у Сталина). Об успехе гносеологического варианта можно говорить, если он хотя бы частично (хотя бы только для одной точки бифуркации) совпадает с онтологическим вариантом. Конечно, бифуркационным мышлением обладал не один Сталин; любой хороший шахматист просчитывает несколько бифуркаций. Это слово можно употреблять в нескольких смыслах. Классическое его понимание иллюстрирует рис. 1.3, *а*.

Шарик, достигнув максимума потенциального барьера, резко занимает ту или иную нишу до следующей бифуркации. При этом характер фазовой переменной остается прежним (y), меняются только области притяжения (y_1 или y_2).

В более широком смысле под бифуркацией будем понимать расширение фазового пространства: появление наряду с y еще и переменной z (см. двумерный потенциал на рис. 1.3, *б*) и т. д.

Если человек «просчитал» несколько бифуркаций, то он имеет (у себя в голове) n-мерный объект, свойства которого определяются всеми предшествующими бифуркациями и «срез которого» позволяет судить о предшествующем развитии (так по ширине колец пня спиленного дерева можно судить о характере изменения климата). Совпадение спрогнозированного и фактического «среза» (бифуркационной диа-

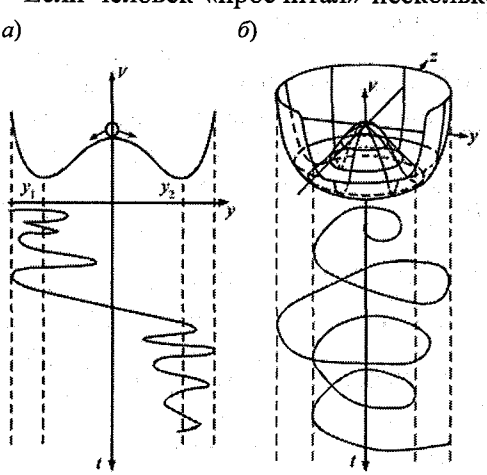

Рис. 1.3. К иллюстрации понятия «бифуркация».

граммы) может указывать на то, что, наряду с динамическими и статистическими закономерностями, существуют и частично инфинитные, позволяющие хотя бы частично формализовать математическое описание качественных изменений (развития). С этой точки зрения бифуркационную диаграмму можно представить, как показано на рис. 1.4. Фактически на этом рисунке «точки бифуркации» имеют уже другой смысл. Они показывают «моменты» смены определяющей закономерности (например, динамической на статистическую в t_1) или «моменты» появления новых фазовых переменных (в точке t_2).

На интервале (t_0, t_1) действует динамическая закономерность (жесткая причинно-следственная связь). Если она не срабатывает, то переходят к использованию статистических закономерностей (интервал $t_1 - t_2$). Если заданы граничные и начальные условия, а также внешние воздействия и сама модель динамического или случайного процесса, то тем самым [как на интервале (t_0, t_1), так и на интервале (t_1, t_2)] **задано «все»**, там не происходит никаких качественных изменений. Меняются только численные значения вектора состояния $\vec{Y}$ или его плотность вероятности $p(\vec{Y})$. Такая же ситуация и на интервале (t_2, t_3). В этом смысле на всех финитных интервалах мы имеем дело с числами (обычными или случайными). Случайное число – это вся «картина» $p(\vec{Y})$, т. е. диапазон, в

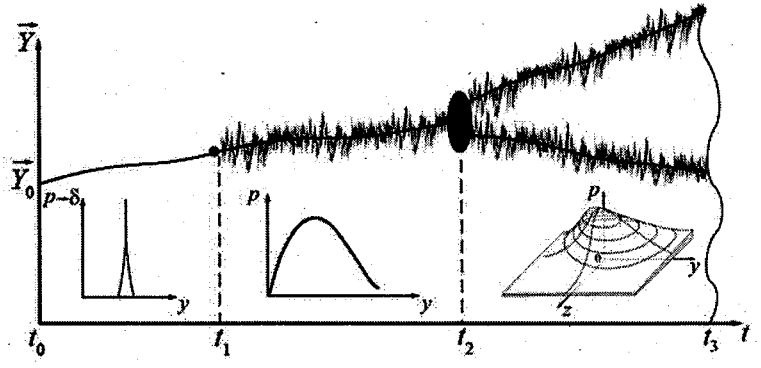

Рис. 1.4. Переход динамической закономерности в статистическую [на интервале (t_1, t_2)] и частично инфинитное расширение фазового пространства статистического описания процесса в точке t_2 (ветви после t_2 – это не потенциально возможные пути развития процесса, а реально существующие области притяжения, на которых «присутствует» процесс в те или иные моменты t).

котором находятся числовые значения компонент вектора $\vec{Y}$ и вероятность реализации тех или иных значений из этого диапазона. Таким образом, мы имеем дело либо с динамической траекторией [интервал (t_0, t_1)], либо с пучком динамических траекторий, т. е. стохастическим процессом [интервал (t_1, t_2)].

А с чем мы имеем дело в «точках бифуркации»? Какие закономерности действуют в них? По мнению И. Пригожина [31] – неизвестно. «Порядок», возникающий после выхода из точки бифуркации, определяется наибольшей (из конкурирующих) флуктуацией в самой этой точке («порядок через флуктуацию»). Видимо, это так, но уж слишком общо. Что конкретно флуктуирует: нечто, имеющее отношение к модели, или нечто, находящееся вне пределов видимости тех рациональных понятий, которыми фиксируется модель (из другого «пространства имен», как сказали бы программисты)? В первом случае есть возможность частично рационализировать события в точке бифуркации, во втором – действует «божий промысел».

Наша гипотеза заключается в том, что в точке бифуркации действует третий вид закономерностей (наряду с динамической и статистической), который мы назвали частично инфинитным. Логика рассуждений такая. Коэффициенты моделей, которыми мы описываем систему в финитной (устойчивой) области (на траектории или пучке траекторий), осуществляют интерфейс системы с окружением. Если интенсивность этого взаимодействия («шумы») достаточно велика, то движение на пучке становится неустойчивым (визуально это может проявиться в появлении толстого хвоста у распределения $p(\vec{Y})$, который «неохотно» стремится к нулю при $y \to \infty$ (хвост спадает степенным образом). Происходит нарушение предельной теоремы теории вероятностей. «Погоду делает» не ряд наблюдений y_i, $i = 1, 2, \ldots$ в целом $\left(S_n = \sum_{i=1}^{n} y_i \to S\right)$, а какое-либо максимальное значение $m_n = \max\{y_1, \ldots, y_i\}$ из ряда $(\lim_{n\to\infty} \mathrm{M}[S_n / m_n] = \mathrm{const})$, т. е. «максимальная флуктуация» Пригожина. Следовательно, в этой ситуации имеет место эквивалентность ($S_n \sim m_n$) системы и каких-то фрагментов окружающей ее реальности. Именно эти «фрагменты» захватывают потерявшую устойчивость систему и выводят ее (вместе с собой) из зоны

неустойчивости (точки бифуркации). Источник, породивший подобную флуктуацию, становится полновесным партнером теряющей устойчивость действующей фазовой переменной. В расширенном таким образом фазовом пространстве поведение нового конгломерата, описываемое уже вероятностным двумерным распределением, устойчиво. В модели этой обновленной системы появляются новые интерфейсные коэффициенты, потом возможна новая неустойчивость и т. д. Так в чем же смысл этой частично инфинитной закономерности (необходимо еще раз отметить, что речь идет не о какой-то новой закономерности, описывающей частное физическое явление, а об еще одном классе закономерностей, наряду с динамическими и статистическими)? В том, что с ее помощью можно формализовать переход через точки бифуркации. Эта закономерность «говорит», что интерфейс (коэффициенты модели) потерявшей устойчивость системы, частично преобразуется в новые фазовые переменные, т. е. становится финитной частью новой устойчивой модели. Этот процесс нельзя формализовать полностью: мы же не знаем на 100 %, что из себя представляет окружение системы, т. е. инфинитная реальность.

Образно ситуацию можно проиллюстрировать на примере эволюционного процесса (рис. 1.5).

Не может рыба в результате мутаций (бифуркаций) сразу превратиться в обезьяну. У нее нет ни «интерфейсных коэффициентов» для контакта с теми сферами окружающей реальности, кото-

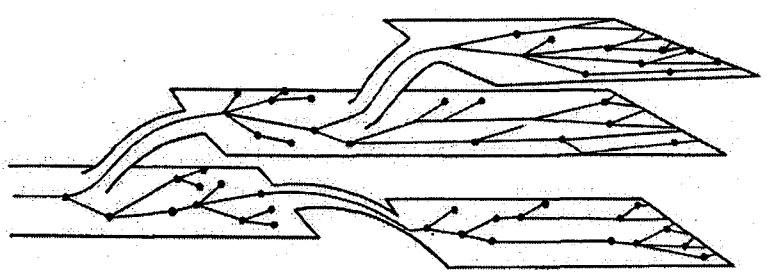

Рис. 1.5. Схема эволюционного процесса по Северцову [4] (в плоскостях происходит идиоадаптация – диффузия групп из-за различных внешних условий, которая сменяется ароморфозмом – подъемом или спуском на другие плоскости – аналог фазовых переходов).

рые могли бы вызвать мутацию рыбы в обезьяну, ни достаточного набора «фазовых переменных», чтобы новая фазовая переменная спровоцировала подобный переход. Самое высшее существо в этой иерархии (человек) обязан пройти все бифуркации (этот путь он повторяет в чреве матери) и в латентном виде сохранить, видимо, если и не все, то многие возможности (например, способность родиться хвостатым).

В отличие от финитных закономерностей (динамических и статистических) данная закономерность является частично инфинитной, в том смысле, что проскочить точку бифуркации (совокупность этих точек есть область действия данной закономерности) полностью формализуемыми действиями нельзя. Можно оценить только число фазовых переменных, которые могут вывести ситуацию в устойчивое положение, но ответить на вопрос, что они из себя представляют конкретно можно, только опираясь на такие «размытые» понятия, как интуиция, опыт и т. п. Их применение делокализует финитную реальность, которая однозначно поддается описанию устойчивыми математическими (динамическими или статистическими) моделями. Делокализованная (частично инфинитная) модель не боится неустойчивости (она ведь «некорректна»). Более того, последняя является для нее атрибутивным свойством (нелишне заметить, что неустойчивость – атрибут развития).

Важно понять, что «пройденная» точка бифуркации перестает быть таковой, а «бифуркационная» диаграмма отражает в этом случае полностью финитную (рационализированную набором общепризнанных понятий) реальность. Время перестает «течь», мы имеем дело с дискретными движениями мысли, которая практически «мгновенно» («одномеменно») пребывает во всех точках бифуркации (сравни с дискретным движением в разд. 5). Отсюда и эффективность бифуркационного стиля мышления (готовность ко всему).

Остановимся на основных понятиях частично инфинитной гидрологии, которые будут использоваться в монографии.

Любая модель связывает вектор состояния $\vec{Y}$ с векторами известных внешних воздействий $\vec{\xi}$ и задаваемых параметров $\vec{\Lambda}$: $L(\vec{Y}, \vec{\xi}, \vec{\Lambda}) = 0$, где L – оператор, включающий также граничные и начальные условия, задание и согласование которых как раз и обеспечивает корректность. Вектор $\vec{\Lambda}$ обеспечивает интерфейс

системы с окружением, и именно «оживление» его составляющих (превращение в фазовые переменные, живущие в одном темпомире с уже существующими фазовыми переменными) является задачей частично инфинитного моделирования.

Рассмотрим основные понятия, используемые в подобном подходе: предметная область; сущность и явление; иррациональный шаблон – «дерево»; финитность, инфинитность, частичная инфинитность. В качестве примера рассмотрим самую простую модель речного бассейна:

$$dY_i/dt = -Y_i/k_i\tau_i + \xi_i/\tau_i\,, \quad (i=1,2) \tag{1.1}$$

где Y_1, Y_2 – расход и испарение; k_1, k_2 – коэффициенты стока и испарения; τ_1, τ_2 – время релаксации для стока и испарения; $\xi_1 = \xi_2$ – интенсивность осадков.

По существу, в такой записи – это два независимых уравнения для стоковой и испарительной предметных областей с общим внешним воздействием, но никак не взаимодействующих друг с другом. Эта система описывает только гидрометеорологическую сущность бассейна (балансы). (Явления, в широком смысле этого слова, никакой моделью описать невозможно: осадки могут сопровождаться молнией, громом и т. п. – «уловить» какие-то аспекты явления может только искусство, очень субъективно и очень неточно с точки зрения «точных» наук.) Парадоксальность ситуации заключается в том, что в зафиксированной предметной области ее сущность не наблюдаема (не может «взаимодействовать» с органами чувств и приборами).

Воднобалансовую сущность, определяемую системой (1.1), «потрогать» нельзя это – умозрительное понятие. Потеря решением устойчивости (эту «потерю» можно интерпретировать достаточно широко) означает, что не «бьет» баланс. Модель надо модифицировать, искать новую сущность. Как? Путем новой фиксации предметной области (бассейна), затрачивая при этом энергию, и путем нового умозрения, расходуя интеллектуальную (эмоциональную) энергию.

Вот и зафиксируем его так, чтобы между переменными $Y_1 = Q$ и $Y_2 = E$ было взаимодействие. Так как по определению $k_1 = Q/(Q + E \pm \Delta U)$, а $k_2 = E/(Q + E \pm \Delta U)$, то запишем (1.1) следующим образом:

Российский государственный гидрометеорологический университет
БИБЛИОТЕКА
195196 СПб, Малоохтинский пр., 98

уп. а. 1477

$$dY_i/dt = -a_i \sum_{i=1}^{2} Y_i + \xi_i/\tau_i, \quad (i = 1, 2) \qquad (1.2)$$

где $a_i = b_i/\tau_i$ (b_i – коэффициент, который отличен от единицы, если игнорируется, как в данном примере, величина ΔU). Это уже настоящая система, в которой фазовые переменные конкурируют за ресурс ξ_i, а также имеет место самолимитирование ($\partial \dot{Y}_i/\partial Y_i < 0$).

Система (1.2) фиксирует некоторую предметную область, которую метафорически можно представить в виде плоскости (так как две фазовые переменные Q и E), пересекающей крону дерева (трехмерное фазовое пространство), рис. 1.6, *а*.

В более метафорическом смысле на «плоскости» располагается финитная (рационализированная) часть модели (1.2), а на «дереве» – нерационализированная (пока) реальность (ΔU и вообще «все что угодно», имеющее отношение к бассейну). Но из финитной части можно «добраться» до каких-то фрагментов этой инфинитной реальности с помощью частично инфинитных параметров, например a_i. Этот параметр частично инфинитен, так как, с одной стороны, он входит в модель, а с другой – определить однозначно, что за ним стоит, нельзя (может быть и не ΔU).

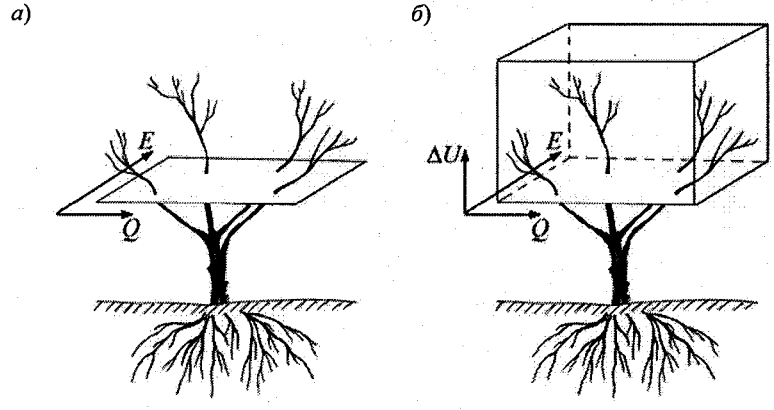

Рис. 1.6. К метафоре «дерево».

Если мы каким-либо образом сумеем «оживить» a_i (сделать его фазовой переменной, связав с ΔU: $\Delta U/dt = f(Y_i, c)$ – это уравнение дополняет (1.2), а a_i превращается в $1/\tau_i$), то финитная часть расширенной модели для (Q, E, ΔU) уже задается в фазовом **пространстве** (рис. 1.6, *б*). За «контакты» с инфинитной реальностью уже отвечает коэффициент c. В любом случае обе фиксации – это отражение не бассейна, а проекций его многомерного фазового пространства. В этом смысле бассейн не исчерпаем как объект реальности.

2. Речная турбулентность

2.1. Возникновение проблемы гидравлических сопротивлений

Существует строго выводимая модель гидромеханики – система уравнений Навье–Стокса:

$$\vec{v}_t - \nu\Delta\vec{v} + \vec{v}_k\vec{v}_{\vec{x}_k} = -\text{grad}\, p + \vec{f}(\vec{x},t); \qquad (2.1)$$

$$\text{div}\,\vec{v} = 0 \qquad (2.2)$$

(здесь $\vec{v}$ – скорость; ν – коэффициент вязкости; $\vec{f}(\vec{x},t)$ – внешняя «сила»).

Решение системы (2.1), (2.2) (например, для бесконечно длинной трубы радиусом c с условием прилипания на стенке) дается формулой Пуазейля, т. е. параболой (рис. 2.1):

$$v_x = a\left(c^2 - r^2\right),$$

где r – координата; a = const.

Однако это распределение справедливо, пока число Рейнольдса меньше критического значения $\text{Re}_{\text{кр}}$:

$$\text{Re} = Ud/\nu < \text{Re}_{\text{кр}}$$

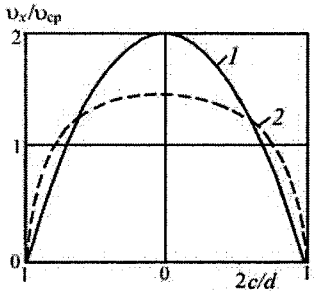

Рис. 2.1. Распределение скорости при ламинарном (*1*) и турбулентном (*2*) режимах.

(здесь d – диаметр трубы; U – средняя скорость).

При больших числах Re (на самом деле кроме него на процесс турбулизации влияние оказывает так называемая «пространственно-временная частота», выводящая на сцену нелокальность, см. ниже) течение становится турбулентным и эпюра приобретает другой вид, т. е. уравнения Навье–Стокса ведут в «тупик».

Таким образом, появляется

важный нефеноменологический парадокс в классической гидромеханике. Его сущность лежит за пределами предметной области, фиксируемой уравнениями Навье–Стокса, так как он возникает при турбулентном режиме течения, где действие закона трения $F_{тр} = \nu \partial^2 \bar{v} / \partial \vec{x}^2$ ставится под сомнение.

Изменение эпюры происходит, когда течение становится нерегулярным. Были предприняты попытки учесть эти нерегулярности (пульсации v') и по-другому зафиксировать предметную область гидромеханики. Стали разбивать скорость на две составляющие: $v = \bar{v} + v'$; $p = \bar{p} + p'$. Однако при подстановке их в уравнения Навье–Стокса возникает как бы новая сила:

$$v \partial v / \partial x = (\bar{v} + v') \partial (v + v') / \partial x = 0{,}5 \partial (v')^2 / \partial x$$

(при $\bar{v} = 0$). Если бы уравнения Навье–Стокса были линейными, то эта новая составляющая не возникла бы (при осреднении: $\bar{v}' = 0$; $\overline{(v')^2} \neq 0$).

Таким образом, у вектора $\vec{Y}$, характеризующего состояние потока, появляется еще одна составляющая $\vec{Y} = \left(\vec{v}, p, \overline{(v')^2} \right)$, и система (2.1), (2.2) становится незамкнутой. Возникает тупик нефеноменологического характера и проблема замыкания: $\overline{(v')^2} = f(\vec{v})$.

Из тупика пытаются выбраться следующим образом.

Возникающий дополнительный член интерпретируется как сила трения $F'_{тр}$. Установлено, что в турбулентном режиме она пропорциональна квадрату скорости: $F'_{тр} \approx k v^2$. Поэтому ситуацию переводят в эмпирическую плоскость, т. е. пытаются найти численные значения коэффициента k для различных конкретных случаев (профиль самолета, шероховатость русла и т. д.).

Например, осредняя по живому сечению деформируемого русла систему (2.1), (2.2) с учетом пульсационных составляющих, получают уравнения одномерной гидравлической идеализации:

$$i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{gF}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2\alpha}{gF^2}\frac{\partial Q}{\partial x} + F'_{\text{тр}}; \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_1(x,t); \tag{2.4}$$

$$B\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = q_2(x,t); \tag{2.5}$$

$$G = f(d, U, ...), \tag{2.6}$$

где $i_0 = -\partial z/\partial x$ – уклон дна; h – глубина; g – ускорение свободного падения; F – площадь живого сечения; Q – расход воды; B – ширина потока; z – отметка дна; G – расход наносов (обычно донные наносы превосходят взвешенные); q_i – задаваемые источники (стоки) жидкой ($i = 1$) и твердой ($i = 2$) фазы; d – диаметр частиц; U – скорость течения; α – коэффициент Кориолиса; x – координата; t – время.

Для соотношения (2.6) используются какие-либо эмпирические формулы, а член трения выражается формулой Шези ($F_{\text{тр}} = U^2/C^2h$, где C – коэффициент Шези). Таким образом, проблема турбулентности на гидравлическом уровне «выступает» как проблема гидравлических сопротивлений. Существует огромное число формул для коэффициента Шези C (для труб его аналогом является коэффициент трения λ). Например, формулы Маннинга, Павловского и т. д. Для коэффициента шероховатости n предложены различные таблицы, например М. Ф. Срибного [35]. Ниже приводится ее фрагмент (табл. 2.1).

С помощью подобных таблиц (имя им «легион», если учесть все инженерные приложения напорной и безнапорной гидравлики) в финитные модели вводятся «эмоции» (для одних людей участки рек представляются «извилистыми», для других – нет), делая процесс моделирования частично инфинитным, а значит – нелокальным.

Формулы различных авторов имеют свою область применения (диапазон обобщенных переменных типа чисел Рейнольдса и Фруда) и, помогая решать конкретные практические задачи, насыщают гидравлику псевдоинформацией. В этом термине нет ничего осуж-

дающего, просто он отражает тот факт, что эмпирические формулы преодолевают только феноменологические тупики (парадоксы). Сущность же механизма трубулентности они не описывают (они на это и не претендуют).

Таблица 2.1

Значения коэффициентов шероховатости для естественных водотоков (фрагмент таблицы М. Ф. Срибного)

Категория	Характеристика русла	*n*
1	а. Для равнинных рек Прямолинейные участки канализованных рек в плотных грунтах с тонким слоем илистых отложений	0,020
2	Извилистые участки канализованных рек в плотных грунтах с тонким слоем илистых отложений	0,022
7	б. Для горных рек Русла (больших и средних рек) значительно засоренные, извилистые и частично заросшие, каменистые с неспокойным течением. Периодические (ливневые и весенние) водотоки с крупногалечным покрытием ложа или с растительностью. Уклон 0,007÷0,015.	0,050

Имея замкнутую систему (2.3) – (2.6), можно решать огромный круг задач, связанных с прогнозами паводков и половодий, размывами в нижних бьефах ГЭС, сгонно-нагонными явлениями и т. д. Однако есть в гидравлике и такие проблемы, которые данной системе «не по зубам»:

1) образование в быстротоках (водоводах с большим уклоном дна) периодических поверхностных волн;

2) низкочастотные (с периодом порядка минут) колебания скорости в реках и каналах при неизменных граничных условиях (подобные явления наблюдаются повсеместно);

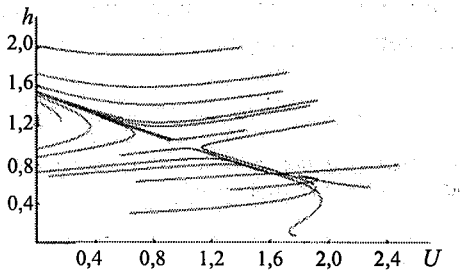

Рис. 2.2. Фазовый портрет при отсутствии замкнутых циклов.

3) грядообразование; ясно, что не песчаное дно («само по себе») образует гряды. Периодические составляющие должны быть в самом течении.

Порождают ли подобные периодические решения уравнения Сен-Венана (два первых уравнения системы (2.3) – (2.6))? Этим вопросом долго занимался Н. А. Картвелишвили [13]. Он пытался построить замкнутые циклы на фазовой плоскости, однако гиперболическая система (2.3), (2.4) их не имеет (рис. 2.2).

Это еще один (уже нефеноменологический) парадокс («тупик»): онтология, построенная на системе Сен-Венана, не описывает сущность подобных волновых явлений. Проблема не в том, что «раньше» подобного явления не было и вдруг оно появилось. Оно было всегда, но в какой-то момент пришло осознание, что у нас нет знаний, чтобы его моделировать. Это – гносеологический тупик гидравлики.

2.2. Преодоление гносеологического гидравлического тупика

Напомним: смысл нефеноменологического парадокса речной гидравлики заключается в том, что в потоках наблюдаются низкочастотные колебания средней по сечению скорости (а также волны на быстротоках), которые невозможно объяснить в рамках классической гидравлики. Из предыдущего изложения проблемы турбулентности можно сделать вывод о том, что наиболее «подозрительным» в уравнении (2.3) является выражение для силы трения $F'_{тр} \approx kU^2$, где k – либо const, либо функция от глубины и шероховатости. В любом случае эта сила оказывается зависящей только от конкретных («текущих») значений h и U, не важно, как эти значения были достигнуты (т. е. не учитывается влияние на сопротивление пространственно-временной предыстории процесса).

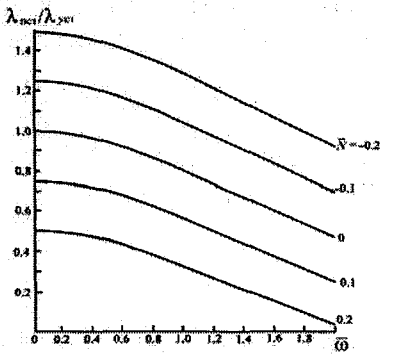

Рис. 2.3 Зависимость отношения неустановившегося $\lambda_{нст}$ и установившегося $\lambda_{уст}$ значений коэффициентов гидравлического сопротивления $\lambda_{нст}/\lambda_{уст}$ от безразмерных частоты $\bar{\omega}$ и ускорения $\bar{N}$.

Однако можно показать [16], что коэффициент гидравлического сопротивления $\lambda = g/C^2$ зависит от (полного) ускорения (dU/dt) и частоты (ω): $\lambda = f(dU/dt, \omega)$, рис. 2.3.

Учет этого обстоятельства приводит к тому, что вместо классических уравнений Сен-Венана имеем расширенную модель неустановившегося движения:

$$\left(\gamma(\omega)\lambda - 1\right)\frac{\partial U}{\partial t} + U\left(\gamma(\omega)\lambda - 1\right)\frac{\partial U}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} = \lambda\frac{U^2}{h} - gi; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h\frac{\partial U}{\partial x} + U\frac{\partial h}{\partial x} = 0; \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + U\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \left(-\lambda + \frac{g}{C^2}\right)\Big/\tau, \quad (2.9)$$

где τ – параметр релаксации; $i = i_0$.

В векторном виде ($\vec{U} = (U, h, \lambda)$) система (2.7) – (2.9) будет

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + A\frac{\partial \vec{U}}{\partial x} = \vec{b}, \quad (2.10)$$

где $A = \begin{vmatrix} U & -g/a & 0 \\ h & U & 0 \\ 0 & 0 & U \end{vmatrix}$; $\vec{b} = \begin{vmatrix} \lambda U^2/ha - gi/a \\ 0 \\ \left(-\lambda + g/C^2\right)/\tau \end{vmatrix}$ (здесь $a = \gamma(\omega)\lambda - 1$).

Тип подобных систем определяется собственными значениями матрицы A [33, 36, 39], которые находятся из уравнения

$$(U-\xi)[(U-\xi)^2+gh/a]=0$$

и имеют следующий вид:

$$\xi_1=U-\sqrt{-gh/a};\quad \xi_2=U+\sqrt{-gh/a};\quad \xi_3=U.$$

Для классической гидравлики [$\vec{U}=(U,\ h)$, $a=-1$] собственные значения ξ_1 и ξ_1 вещественны и различны. Формально это означает, что (2.10) имеет гиперболический тип, а физически – возможность локальных пошаговых вычислений, когда решение зависит не от ситуации «в целом», а определяется ближайшими точками. При $a>0$ классический случай превращается в эллиптический (характеристики мнимы), а с учетом того, что $A=f(U,\ h,\ \lambda)$ тип уравнения в разных точках фазового пространства может меняться (в представленном здесь варианте выражения для a при $\gamma(\omega)\lambda\to 1$ возникает особенность). Это, разумеется, приводит к потери возможности корректно ставить задачу Коши для системы (2.10), хотя следует иметь в виду, что в классе C_1 эта задача в целом (т. е. при любых t) и так некорректна.

Даже если опустить уравнение (2.9), но считать $\gamma(\omega)\neq 0$, то возможно появление замкнутых циклов на фазовой плоскости. Ограничимся уравнением (2.7), предполагая, что информация о глубине h и ее производной $\partial h/\partial x$ известна. Конечно, это будет не более чем «модель от модели», но для начала и это не плохо.

Система характеристических уравнений в этом случае будет:

$$dt/dl = a; \tag{2.11}$$

$$dx/dl = aU; \tag{2.12}$$

$$dU/dl = \lambda U^2/h - gi + g\partial h/\partial x, \tag{2.13}$$

где l – параметр, равный длине дуги интегральной линии (не путать с «обычной» длиной, см. также (4.19 – 4.21)).

Решение системы (2.11) – (2.13) существенно меняется в зависимости от знака a. При $a = -1$ имеем обычный переходной режим к установившемуся равномерному течению, описываемому формулой Шези ($i = \lambda U^2/gh$), рис. 2.4, *а*.

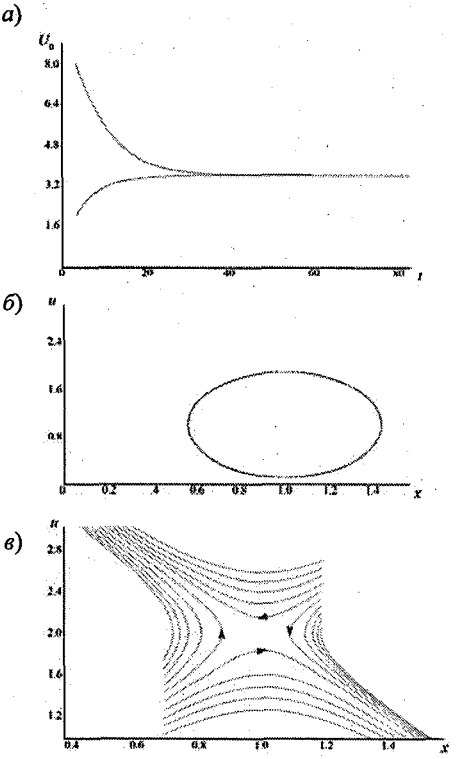

Рис. 2.4. Классический переходной процесс к установившемуся (равномерному) режиму (*а*) и фазовые портреты при наличии (*б*) и отсутствии (*в*) колебательных решений.

Для того чтобы выявить явным образом колебательные решения, примем, что $\partial h/\partial x < 0$ (т. е. $I > i$), а также введем взаимодействие переменных x и $\partial h/\partial x$. Вместо $g\partial h/\partial x$ введем в правую часть уравнения (2.13) член $(1 + kx)\, g\partial h/\partial x$ (здесь k – коэффициент). Тем самым мы предполагаем, что уклон увеличивается вниз по течению. Для чисто качественного исследования решений системы (2.12), (2.13) первые два слагаемых правой части соотношения (2.13) не важны; левую же часть представим в виде $dU/dl = dU_0/dl + du/dl$, причем для «быстрой» переменной u выполняется неравенство $dU_0/dl << du/dl$. В уравнении (2.12) также примем $U = U_0 + u$. Решение системы (2.12), (2.13) для u представлены в виде фазовых портретов на рис. 2.4, *б* и 2.4, *в*.

Из того, что задача Коши для системы (2.7) – (2.9) при $a = 1$ некорректна, вовсе не следует, что для этой системы некорректны любые задачи. Тем более для различных ее модельных вариантов. Конечно, видеть пространственную независимую координату в качестве фазовой переменной, взаимодействующую со скоростью движения, довольно неожиданно, но формально [в рамках системы

(2.11) – (2.13)] это именно так. Причем для колебательных решений нужно взаимодействие по типу «жертва – эксплуататор». Именно оно и реализуется при $\partial h/\partial x < 0$.

В возможности существования колебательных решений, типа показанных на рис. 2.4, *б*, можно сомневаться, если бы не эмпирическое подтверждение. Систему Сен-Венана [т. е. уравнения (2.7), (2.8)], в предположении, что информация об уровне и его производных по x и t известна из измерений, можно преобразовать к обобщенному уравнению Риккати, а его с помощью замены переменной – к уравнению $y'' - ky = 0$ (здесь y связана со скоростью, а k – коэффициент, зависящий от предположительно известных уровня, уклона, морфометрии русла и гидравлических сопротивлений.

При $k < 0$ имеют место колебательные решения с временным T и пространственным L периодами, определяемыми формулами [12, 16]:

$$T \approx \pi C R^{0,5}/[g\,(I-i)^{0,5}]; \qquad (2.14)$$

$$L \approx \pi C R^{0,5} \alpha U_0/(g\sqrt{I-i}\,), \qquad (2.15)$$

где R – гидравлический радиус; α – коэффициент Кориолиса; U_0 – осредненная скорость течения.

Практически все натурные и лабораторные наблюдения выявляют колебания с такими периодами (анализ результатов см. [16]). Это обстоятельство переводит чисто умозрительные (гипотетические) рассуждения, приведенные выше, в теоретический факт, который выводит из тупика, описанного в п. 2.1. Он же, как нам представляется, помогает раскрыть нелокальную природу турбулентности.

Выполним еще одно усложнение модели. Будем совместно рассматривать два дифференциальных уравнения в частных производных первого порядка (2.7) (одно при $a = -1$, другое при $a = 1$) и соответствующие им системы характеристических уравнений типа (2.11) – (2.13) (в предположении, как и раньше, что информация о глубине известна). В первом, классическом для гидравлики, варианте ($a = -1$) находим U_0 (x, t) независимо от второго уравнения. Одновременно, считая, что $\lambda U^2/h \approx gi$ и используя подстановку $U = U_0 + u$, решаем второе уравнение. Фактически мы разделили

движение на медленное и быстрое, причем последнее зависит от первого (но не наоборот).

На рис. 2.5 представлены различные варианты совместных фазовых портретов. Рисунок 2.5, *а* получен путем наложения колебательных решений на переходной процесс изменения медленной переменной, рис. 2.5, *б* – путем задания изменения h на полупериоде синусоиды. Манипулируя параметрами модели, можно и «задавить» (рис. 2.5, *в*), и «раскачать» (рис. 2.5, *г*) быстрые движения, что, видимо, отражает реальные процессы в реках.

Таким образом, любая неравномерность (читай неравновесность) движения, вызываемая поступлением в поток дополнительной (по сравнению с равномерным движением) энергии ($\partial h/\partial x < 0$), приводит к его низкочастотному дрожанию (период порядка 10 мин.). При обычных численных расчетах распространения паводочных волн с шагами вычисления порядка часов эти колебания просто не замечаются (классические уравнения гидравлики их не могут дать, они обнаруживаются только в экспериментах). Но именно они, как нам представляется, запускают механизм турбулизации течения. Об этом и пойдет речь ниже.

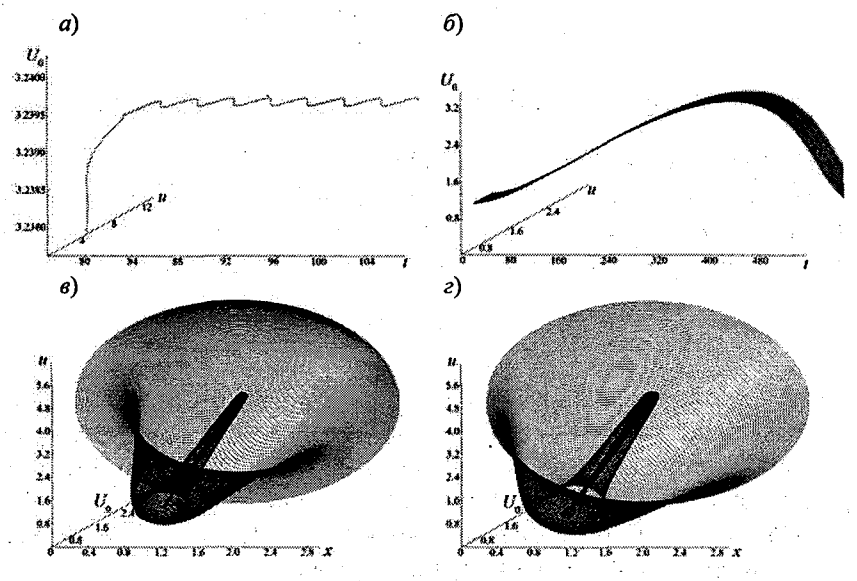

Рис. 2.5. Варианты фазовых портретов.

2.3. Гряды и нелокальная природа турбулентности

Из п. 2.2 следует, что в потоке реализуется механизм автоколебаний (автоволн). Структурно поток можно разделить на ядро и придонный слой, где этот механизм реализуется с разными периодами [16]. Наша гипотеза заключается в том, что именно эти колебания порождают мезо- и микроформы.

Воспользуемся уравнением неразрывности твердой фазы (2.5) для единичной ширины потока, приняв, что G в нем – расход только донных наносов (это допущение подтверждается экспериментальными данными [3]):

$$\frac{\partial z}{\partial t}+\frac{\partial G}{\partial x}=0. \qquad (2.16)$$

Расход донных наносов в общем случае должен состоять из сносовой ($\sim Az$) и диффузионной ($\sim -0{,}5\ (Bz)/\partial x$) составляющих, а соотношение (2.16) – это просто уравнение конвекции – диффузии:

$$\frac{\partial z}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}(Az)+0{,}5\frac{\partial^2}{\partial x^2}(Bz), \qquad (2.17)$$

отражающее закон сохранения $\int_x z dx = \text{const}$ (если на рассматриваемом участке русла нет поступлений или изъятий твердого стока).

Практически все эмпирические формулы для G игнорируют диффузионную составляющую. Например, используется следующая упрощенная зависимость [3]:

$$G \approx 0{,}473\ d\ (U-U_*), \qquad (2.18)$$

где d – диаметр средних по крупности наносов; U_* – критическая размывающая скорость, значение которой можно определить по линейной теории устойчивости ложа русла [15] (напомним, что рассматриваются единичные расходы наносов).

Для расхода G справедлива зависимость [21]: $G = z\ dx/dt$, где dx/dt – скорость перемещения гряды. Примем:

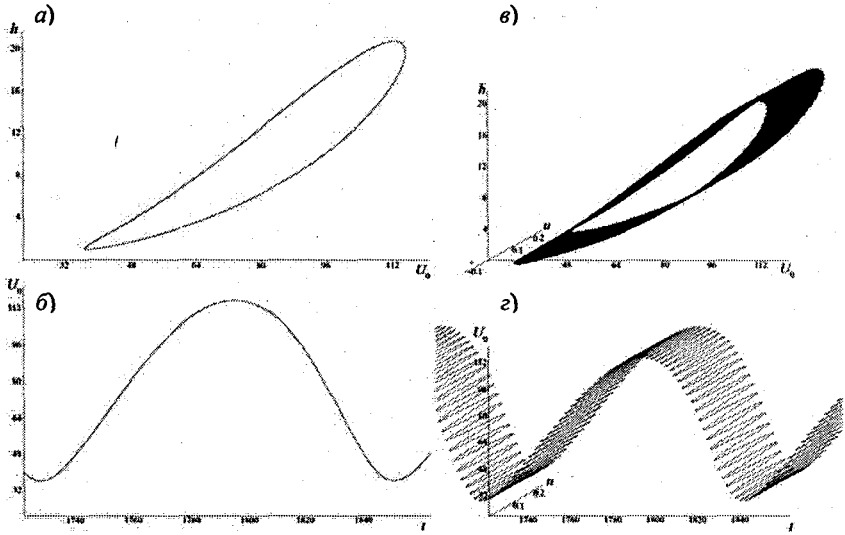

Рис. 2.6. Решения «жидкой» задачи при отсутствии (*а*, *б*) и наличии (*в*, *г*) быстрой переменной (при периодическом изменении медленных переменных).

$$dx/dt = -c\,\varphi(x) + N(t), \qquad (2.19)$$

где $\varphi(x)$ – характеристика, определяющая начало движения наносов, т. е. размывающую скорость; $N(t) = aU$ (здесь U – скорость течения воды; в нашей идеализации она задается как периодическое решение «жидкой» задачи); c и a – коэффициенты, зависящие от гидравлических характеристик потока и грунта. Решение «жидкой» задачи в соответствии с п. 2.2 имеет вид, представленный на рис. 2.6.

Будем считать, что $c = \overline{c} + \widetilde{c}$, $N = \overline{N} + \widetilde{N}$, где $\overline{c}(t)$ и $\overline{N}(t)$ – статистические средние, а $\widetilde{c}$ и $\widetilde{N}$ – белые коррелированные шумы. Тогда для коэффициентов сноса и диффузии по аналогии с уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) (хотя в данном случае мы имеем дело не с плотностью вероятности, а с вполне «материальной» характеристикой z) справедливы выражения:

$$A(x,t) = -(\overline{\tilde{c}}(t) + \mathrm{M}[\tilde{c}(t)])\,\varphi(x) + 0{,}5[(\partial\varphi/\partial x)G_{\tilde{c}}\,\varphi(x) - G_{\tilde{c}\tilde{N}}];$$

$$B(x,t) = G_{\tilde{c}}\,\varphi^2(x) - 2G_{\tilde{c}\tilde{N}}\varphi(x) + G_{\tilde{N}},$$

где $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ – интенсивности и взаимная интенсивность шумов.

Наиболее простой вид уравнение (2.17) примет, если в коэффициентах $A(x,t)$ и $B(x,t)$ принять $\varphi(x) \sim x$ (см. [18]). В этом случае гряда по форме соответствует одной из кривых семейства Пирсона с положительной или отрицательной асимметрией (рис. 2.7).

Если период «жидкого» решения мал (придонный слой), то на грядах образуются рифели (рис. 2.8).

Конечно, изложенные выше построения нельзя считать строгими в математическом смысле этого слова (такая цель сейчас и не стоит). Они были направлены на то, чтобы показать возможности делокализации. Приведение гидравлической модели к эллиптическому типу – уже есть делокализация, так как делает задачу Коши (пошаговые вычисления) некорректной. Однако «запретить» подобные вычисления для интервалов («шагов»), перекрывающих пространственно-временные периоды автоволн нельзя: в реках «идут» непрерывно процессы распространения паводочных волн, попусков, нагонов и т. п. Поэтому делокализация разделяет движения на «быстрые» (эллиптические) и «медленные» (они могут быть и параболического, и гиперболического типа).

Далее, вместо того чтобы изучать совместно расширенную (за счет введения механизмов эллиптичности) систему (2.3) – (2.6), мы разделили задачу на «жидкую» и «твердую» (еще одна делокали-

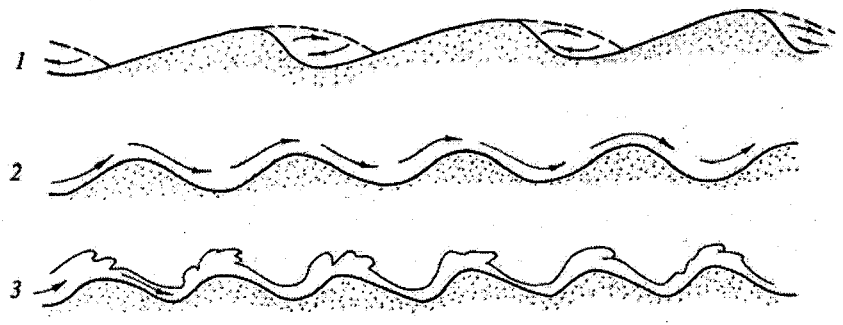

Рис. 2.7. Гряды (*1*, $C_s < 0$), стоячие волны (*2*, $C_s = 0$), антидюны (*3*, $C_s > 0$) [6].

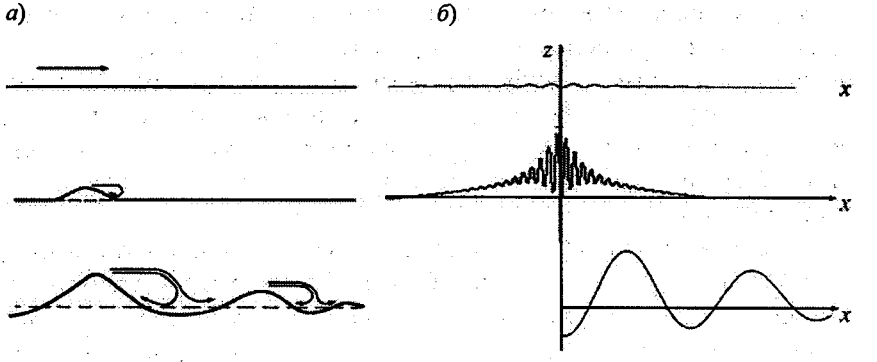

Рис. 2.8. К механизму генерации периодичности: *а* – из монографии Б. А. Шуляка [38], *б* – фрагменты «стационарного» решения уравнения (2.17).

зация). Однако и «жидкую» задачу мы упростили, спроецировав двумерное фазовое пространство (плоскость) на одномерную ось скоростей, считая «известной» вторую фазовую переменную (h).

Полученное таким образом уравнение Риккати оказывается очень полезным, так как допускает преобразования (путем ряда подстановок, см. [29]) к уравнению, имеющему колебательные решения, для которых сразу можно записать формулы периода колебаний (вычисления по ним дают значения периодов, очень близких к наблюдающимся в натурных и лабораторных экспериментах [16]). Но мы и его делокализовали, вернувшись к фазовой плоскости, но уже другой (U, x), сделав довольно подозрительное предположение, что пространственную переменную для «быстрых» движений можно интерпретировать как фазовую переменную.

Обратившись к «твердой» задаче (о грядах), мы «навязали» ей делокализованное внешнее воздействие, сделав процесс грядообразования делокализованным. Гряды образуются не потому, что одна образовавшаяся гряда провоцирует образование другой (это общепринятая точка зрения, проиллюстрированная рис. 2.8, *а*, на котором мы специально оставили изображения локальных воздействий потока на сыпучую среду, которыми пытаются объяснить процесс грядообразования). В нашей интерпретации процесс делокализован событиями во всем потоке в целом. Причина в потоке, а повод естественно дает наличие неоднородности сыпучей среды.

Эту же идею (об «ответственности» потока в целом) можно провести и в отношении процесса турбулизации. Наряду с инженерным подходом к турбулентности (перевод фундаментальных проблем современности на гидравлический уровень, где основную роль играет понятие гидравлического сопротивления, а также эмпирика) существуют и более глубокие попытки изучить механизм турбулизации.

В первую очередь это относится к исследованию математических свойств уравнений Навье–Стокса [22 – 25]: существуют ли вообще у этих уравнений решения при больших числах Re? Опираясь на понятие нормы (|| ||) (ее введение также, в известном смысле, делокализация), из уравнений Навье–Стокса можно получить так называемое энергетическое неравенство:

$$d\left\|\vec{v}\right\|/dt + \nu\lambda\left\|\vec{v}\right\| \le \left\|\vec{f}\right\|, \qquad (2.19)$$

где λ – собственные значения спектральной задачи.

Интегрирование (2.19) дает:

$$\left\|\vec{v}(t)\right\| \le \left\|\vec{v}(0)\right\| e^{-\nu\lambda t} + \left\|\vec{f}\right\|\left(1 - e^{-\nu\lambda t}\right)/\nu\lambda,$$

т. е. $\lim\limits_{t\to\infty}\left\|\vec{v}(t)\right\| < \rho_0 = (\nu\lambda)^{-1}\left\|\vec{f}\right\|.$

Таким образом, любое решение, в конце концов, втягивается в шар и не уходит оттуда (рис. 2.9, *а*).

Применение того же энергетического неравенства к норме разности двух близких решений не дает нулевой радиус ($\rho'_0 \neq 0$), т. е. имеет место неединственность. Говорят, что траектории локально разбегаются (неустойчивость), но глобально остаются в шаре (устойчивость). Это есть признак аттрактора (предположительно турбулентного), а значит, на «сцену выступает» нелокальность. На вопрос, как он возникает и самоподдерживается (т. е. какова сущность турбулентности), уравнения Навье–Стокса не отвечают. Его хаусдорфова размерность мажорируется числом ρ_0 (т. е. фактически – числом Re, зависящим от внешнего воздействия, вязкости и геометрии области).

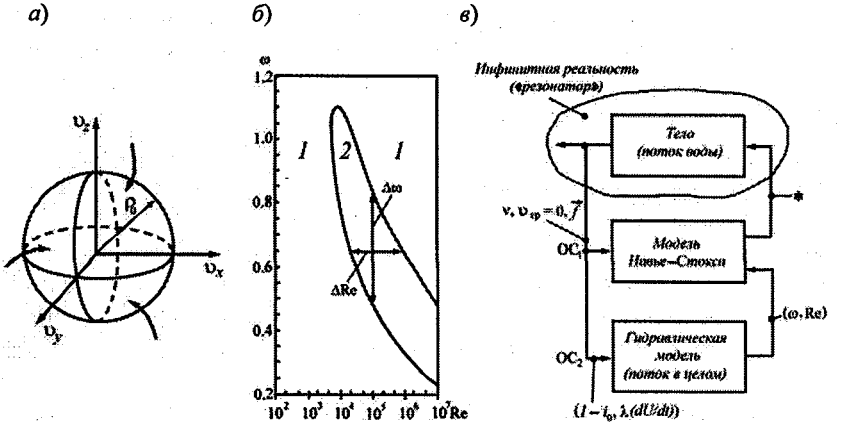

Рис. 2.9. К нелокальности механизма турбулизации: *а* – втягивание решения в шар радиуса ρ_0; *б* – области устойчивости (*1*) и неустойчивости (*2*) ламинарного течения (по Шлихтингу); *в* – пояснение процесса формирования турбулентного решения (* – ламинарные или турбулентные решения в зависимости от ω и Re).

Кроме этого (чисто математического) подхода, существует и другое направление – теоретическое и эмпирическое исследование устойчивости ламинарных течений, т. е. выяснение, при каких условиях возникает неустойчивость, трактуемая как переход к турбулентности. Для этого стационарное решение уравнения Навье–Стокса возмущается при разных числах Re и частоте ω, и в зависимости от поведения возмущения Δv (увеличение или уменьшение) судят о степени устойчивости решений (неустойчивость трактуется как переход к турбулентности). В результате получают изображения типа представленного на рис. 2.9, *б*, которые, как правило, подтверждаются экспериментально. Из этого рисунка также вытекает нелокальность: и частота ω, и число Рейнольдса Re хотя и взаимосвязаны, но «гуляют» в диапазоне (ΔRe, Δω), создающем область неустойчивости.

Подобный подход частично отвечает на вопрос о природе турбулентности, но содержит субъективные моменты: не уравнения дают колебания из области (Re, ω), а их «навязывают» течению и «смотрят», как поведет себя решение. Сущность же турбулентности лежит за пределами модели ламинарного течения, в другой предметной области: поток в целом должен иметь большие числа Re и определенный диапазон частот, чтобы возникла турбулент-

ность (изменился профиль скорости, как представлено на рис. 2.1). В зафиксированном моделью Навье–Стокса поле из другой («инфинитной», гидравлической) реальности появляются периодические воздействия, и при больших числах Re вязкость ν перестает контролировать («держать») течение. Гипотеза состоит в том, что гидравлика (поток в целом) управляет гидромеханикой. «Гидравлика» – это не только поток, но и резонатор (русло). Материальный объект онтологически один и тот же, но гносеологически фиксируется по-разному. Граница между этими различно зафиксированными областями (гидравликой и гидромеханикой) частично инфинитна (иначе бы не было никакого взаимодействия).

Ситуацию поясняет рис. 2.9, *в*. В роли «тела» может выступать как поток воды, перемещающейся в русле, являющимся для воды «инфинитной реальностью» (внутренняя задача), так и «резонатор» (например, самолет или корабль), находящийся в «инфинитной реальности» воздушной или водной среды (внешняя задача обтекания). Для правильной оценки ситуации (модели движения) контур обратной связи $ОС_1$ достаточен, пока режим движения ламинарный и хватает информации о ν, $\vec{v}\,|_{гр} = 0$, $\vec{f}$. Если тело оказывается в неравновесной ситуации ($I - i_0 > 0$), то возникает зависимость $\lambda = f(dU/dt)$, меняющая тип гидравлической модели на частоте ω с гиперболического на эллиптический. В зависимости от численных значений ω и Re гидромеханическое поле турбулизируется или нет.

Если посмотреть на рис. 1.6, метафорически поясняющий сущность частично инфинитного моделирования, то ствол дерева – это гидравлический уровень описания ситуации, а плоскость, рассекающая крону, – гидромеханический. Ветки («дырки») трясутся (турбулентность) не из-за того, что одна ветка влияет на другую (хотя, конечно, как-то влияет), а из-за того, что трясется дерево в целом. Но это не синхронизация, для которой нужны взаимодействующие осцилляторы, обладающие автоколебательной активностью («в гидродинамической системе каждый элемент системы не обладает какой-то собственной динамикой, которую он может демонстрировать в отсутствии остальных» [28]).

В результате подобной тряски (турбулизации) эпюра распределения скоростей выравнивается (см. рис. 2.1). Известны попытки исследовать влияние периодического внешнего течения на эпюру скорости $u(z)$ в пограничном слое [37], течение в котором подчиняется уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial U}{\partial t}, \qquad (2.20)$$

причем $u\big|_{z=0} = 0; \quad u\big|_{z\to\infty} = \overline{U}(x,t) + U_1(x)\sin\omega t.$

В нашем контексте внешнее воздействие генерируется потоком в целом, т. е. гидравлической моделью. Несколько обобщив уравнение (2.20) (введя в него конвективный член $v\,\partial U/\partial z$) и сделав однородным за счет подстановки $u_* = u + U$), его можно привести к виду

$$\frac{\partial u_*}{\partial t} = -v_0 \frac{\partial u_*}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 u_*}{\partial z^2}. \qquad (2.21)$$

Уравнение (2.21) формально можно интерпретировать как уравнение ФПК, описывающее эволюцию распределения u_* (z, t). Последнее формируется за счет шумов как аддитивного характера, так и мультипликативного (за счет «коэффициента сноса», см. [18]). Так же как и в случаях с грядами, пространственную координату (в данном случае z) надо рассматривать как фазовую переменную (глубину h). Характер распределения u_* (h) определяется соотношением интенсивностей шумов, связанных в основном с гидравлическими сопротивлениями.

В члене трения, соответствующему закону Ньютона ($\partial^2(\nu u)/\partial z^2$), сопряжены две предметные области, определяющие разные уровни иерархии: гидромеханическое поле и более глубокий («фундаментальный») уровень, связанный с заданием вязкости в зависимости от принятой модели взаимодействия между собой молекул. В нашем случае имеем диффузионный член (обобщающий член трения): $0{,}5\,\partial^2/(B\,u_*)/\partial z^2$, где $B = G_{\tilde{\lambda}} h^2 - 2\,G_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}_0}\,h + G_{\tilde{\nu}_0}$ (здесь $G_{\tilde{\lambda}}$ – интенсивность шума, порождаемого вариациями коэффициента гидравлического сопротивления; $G_{\tilde{\nu}_0} = 2\nu$ – интенсивность «молекулярного шума»; $G_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}_0}$ – интенсивность шума, связанного с взаимодействием молекулярного и молярного обмена; ламинарный профиль будет при $G_{\tilde{\lambda}} = 0$, $G_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}_0} = 0$). Таким образом добавляется еще и третий гидравлический уровень иерархии.

Ранее были приведены результаты О. А. Ладыженской о втягивании любого решения задачи (2.1), (2.2) в шар с радиусом $\rho_0 \geq \overline{\lim_{t\to\infty}} \|v(t)\|$. В нашем случае подобные рассуждения приведут к тому, что «шар» для u (t) будет «дышать», причем значением ρ_0 управляет гидравлика [т. е. система (2.7) – (2.9)], меняющая своеобразную кривизну фазового пространства. Неравенство $I \neq i_0$ будит спящую фазовую переменную ($\dot{\lambda} \neq 0$), и вся «компания» (U, h, λ) трясет гидромеханическое поле, формируя выровненную (турбулентную) эпюру u (z).

Неравенству (2.19) соответствует «потенциальная функция» для нормы $\|\vec{v}\| : V \sim \lambda\|\vec{v}\|\|\vec{v}\| - \|\vec{f}\|\|\vec{v}\|$ (рис. 2.10).

«Дрожание» реки не столько размывает потенциал до состояния «корыта», сколько делает его управляемым потоком в целом. Значение ρ_0' в каждый момент времени «свое» (шар «дышит», а «корыто» не дает процессу зафиксироваться на конкретном значении $\|\vec{v}\|$). Этим обеспечивается двойная делокализация поля скорости: гидромеханическая (из-за неединственности решения, траектории разбегаются) и гидравлическая (из-за дрожания реки в целом). И обе делокализации находят объяснение (см. п. 1).

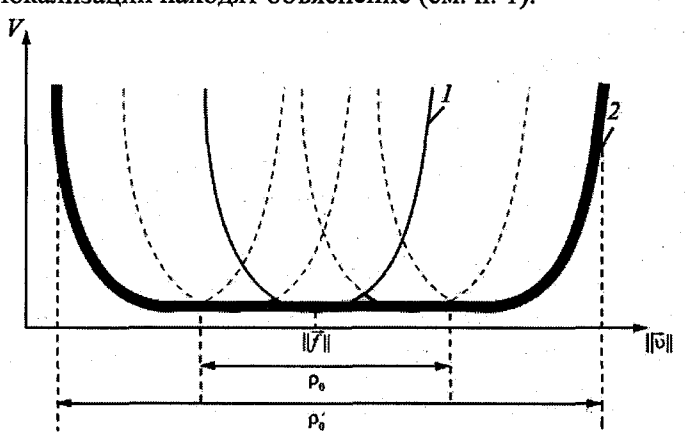

Рис. 2.10. Потенциальная функция (*1*) при фиксированной норме и ее «размывание» при дрожании реки в целом (*2*).

3. Краткосрочные прогнозы и гидрометрия

3.1. Фоновый динамический прогноз

В разд. 3 будут проиллюстрированы различные варианты делокализации (в том понимании, которое приведено во Введении): пространственно-временная (как для природного объекта, так и для его модели); вероятностная; фазового пространства; географическая. Обычно прогнозы делаются для конкретных створов (локально – в прямом смысле этого слова). Опираясь на данные об осадках в бассейне $\dot{X}_i$, $\dot{X}_{i-1}$ и расходах Q_i, Q_{i-1}, …, Q_{i-n} в текущий (i) или предшествующие моменты времени, составляют уравнение регрессии

$$Q_{i+1} = f(\dot{X}_i, \dot{X}_{i-1}, Q_i, Q_{i-1}, ...), \qquad (3.1)$$

оптимальное в том или ином смысле (обычно в смысле метода наименьших квадратов – МНК). Затем это уравнение проверяют по критериям S/σ_Δ и $P\%$ (здесь S – средняя квадратическая погрешность поверочных прогнозов; σ_Δ – среднее квадратическое отклонение изменения прогнозируемой величины за период заблаговременности прогноза от среднего значения этого изменения; $P\%$ – оправдываемость прогнозов, т. е. доля прогнозов с погрешностями, не превышающими 0,674 σ_Δ) на ретроспективном («независимом») материале, и в случае положительного результата используют его для прогнозирования.

Основным недостатком подобной методики является то, что прогноз делается на сутки (декаду), т. е. на один шаг дискретности, после которого осуществляется корректировка прогнозных величин измеренными значениями расходов с заданием новых фактических осадков (суточных или декадных) на дату выпуска нового прогноза. В настоящее время подобное ограничение в отношении суточных расходов является излишним, так как синоптики научились более или менее надежно проводить временную делокализацию осадков. Имеется несколько адресов Интернет-ресурсов с прогнозом хода осадков и других метеовеличин на восемь суток. Этот срок соответствует характерному времени жизни синоптиче-

ских образований. Их обычный размер соответствует радиусу корреляции для поля осадков в сотни километров [5]. Поэтому создаются предпосылки для пространственной делокализации (фоновых прогнозов) характеристик речного стока для значительных территорий, например контролируемых Северо-Западным УГМС.

Так как ставится задача прогнозирования процесса, то вместо уравнений типа (3.1) необходимо использовать дифференциальные уравнения, например первого порядка:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k\tau}Q + \frac{\dot{X}}{\tau}, \qquad (3.2)$$

где Q – расход воды; k – коэффициент стока; τ – время добегания; $\dot{X}$ – интенсивность осадков; t – время.

Возникает вопрос: какая из моделей [(3.1) или (3.2)] более делокализованная? Территориально обе они относятся к фиксированному створу (α_0, φ_0), т. е. локальны в области прогнозирования D (α, φ) (α, φ – географические координаты). Иная ситуация в отношении временно*го* аргумента t. В уравнении (3.1) зафиксированы моменты t_i, t_{i-1}, … и находится локальное (по времени) значение прогнозируемой величины Q (t_i). В уравнении же (3.2) время «течет». С одной стороны, дифференциальный характер уравнения указывает вроде бы на его локальность – оно справедливо в каждый текущий момент времени. С другой стороны, уравнение пишется для того, чтобы его решить, т. е. найти функцию Q (t) для $t \in [t_0, T]$, где T – в нашем случае восемь суток, а t_0 – дата выпуска прогноза **процесса** [а не локального значения Q (t_i) на фиксированную дату t_i]. В этом смысле прогноз по (3.2) делокализован по времени.

Выполним еще одну делокализацию. Уравнение (3.2) описывает процесс в некой «емкости» (в речном бассейне), заполняемой водой ($\dot{X}$), часть которой «теряется» (потери учитываются коэффициентом стока k), а другая часть с каким-то опаздываниям (учитываемым времени добегания τ) «сбрасывается» через замыкающий створ. Тем самым мы локализуем процесс в умозрительно сконструированной одной емкости. Но ведь бассейн более сложное образование – это и русловая сеть, и почво-грунты, и, возможно, под-

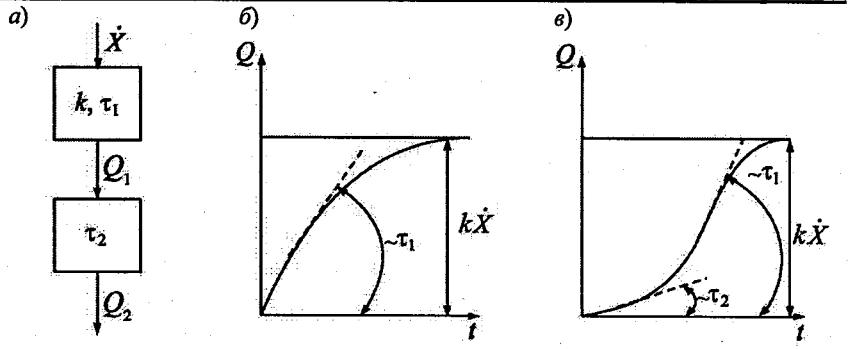

Рис. 3.1. Схема двухъемкостной структуры формирования стока (*а*), реакция одноемкостной (*б*) и двухъемкостной (*в*) модели на «ступенчатое» воздействие осадков (тангенсы углов наклона пропорциональны временам релаксации τ_1 и τ_2).

земные резервуары (например, карстовые образования). Поэтому выполним очередную делокализацию, расширив модель (3.2) до двухъемкостной.

Примем, что время релаксации бассейна не постоянно, а зависит от общей емкости W_Q и текущего расхода Q: $\tau = W_Q/Q$. В этом случае уравнение (3.2) будет

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q^2}{kW_Q} + \frac{\dot{X}Q}{W_Q}. \qquad (3.3)$$

Пусть в формировании стока участвуют два резервуара (рис. 3.1): поверхностный (параметры k и τ_1) и подземный, который в конечном итоге разгружается в реку с временем релаксации τ_2. Балансовое уравнение для верхнего резервуара $dW_1/dt = (\dot{X} - Q/k)$, учтя, что $W_1 \approx \tau_1 Q_1$, запишем так:

$$dQ_1/dt = (\dot{X} - Q_1/k)/\tau_1. \qquad (3.4)$$

Аналогично для второго резервуара ($dW_2/dt = Q_1 - Q_2$):

$$dQ_2/dt = (Q_1 - Q_2)/\tau_2 . \qquad (3.5)$$

Объединяя (3.4) и (3.5), получаем:

$$\tau_2 \frac{d^2Q}{dt^2} + \left(\frac{\tau_2}{k\tau_1} + 1\right)\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{k\tau_1}Q = \frac{1}{\tau_1}\dot{X} \qquad (3.6)$$

[при $\tau_2 = 0$ модель, естественно, локализуется к одномерному уравнению (3.2)].

Из математики известно [29], что уравнение Риккати (3.3) может быть преобразовано в линейное однородное уравнение второго порядка. Именно таковым и является двухъемкостная модель (3.6), если считать $\dot{X}$ = const и сделать подстановку $Q_* = Q - k\dot{X}$. Поэтому нелинейное обобщение модели линейного фильтра – это просто учет возможности влияния второй емкости. Решение обобщенного уравнения усложняется (рис. 3.1, *в*).

Приведем иллюстративный пример фонового динамического прогноза для территории, контролируемой Северо-Западным УГМС. На сегодняшний день автору известны три адреса Интернет-ресурсов, позволяющие получить в открытом доступе суточные значения температуры воздуха (это важно, если речь идет о прогнозе стока в период снеготаяния) и осадков с восьмисуточной заблаговременностью: www.gismeteo.ru; www.arl.noaa.gov; www.westwind.ch (последний ссылается на предпоследний). На рис. 3.2 представлено для иллюстрации окно сайта www.westwind.ch, в котором показан ход осадков, давления и температуры воздуха.

Ограничимся теплым периодом года (лето, осень). Для использования модели (3.2), кроме хода осадков, надо иметь значения параметров k и τ. Идентифицировать их можно различными вариантами. Например, используя скользящий режим предшествующих за несколько недель до прогноза значений суточных осадков и расходов по рассматриваемым створам и выбирая те значения k и τ, которые одновременно доставляют минимум критерию S/σ_Δ и максимум критерию P%.

При подобном (и любом другом) варианте встает вопрос о выборе критерия для оценки качества прогноза (и для оптимизации параметров). Ведь критерии S/σ_Δ и P% предполагают неделокализованный по времени прогноз, и в случае их применения для оценки достоверности спрогнозированного процесса получаются, как правило, «плохие» результаты. Поэтому перед прогнозистами встает проблема разработки подходящих критериев в случае про-

гнозирования процессов (а не фиксированных значений прогнозируемой величины на фиксированную дату).

Самый простой вариант в нашем случае может быть, например, таким: $\delta = \sum_{i=1}^{8} \left(\left| Q_{\text{ф}} - Q_{\text{пр}} \right| / Q_{\text{ф}} \right) / 8$. В приведенном ниже примере подобная оценка составляет в среднем 10 – 15 %, достигая иногда 30 %.

На рис. 3.3 представлена эволюция распределения водности на ретроспективном (1980 г.) материале (использовано 52 гидроствора, сравнительно равномерно расположенных на территории).

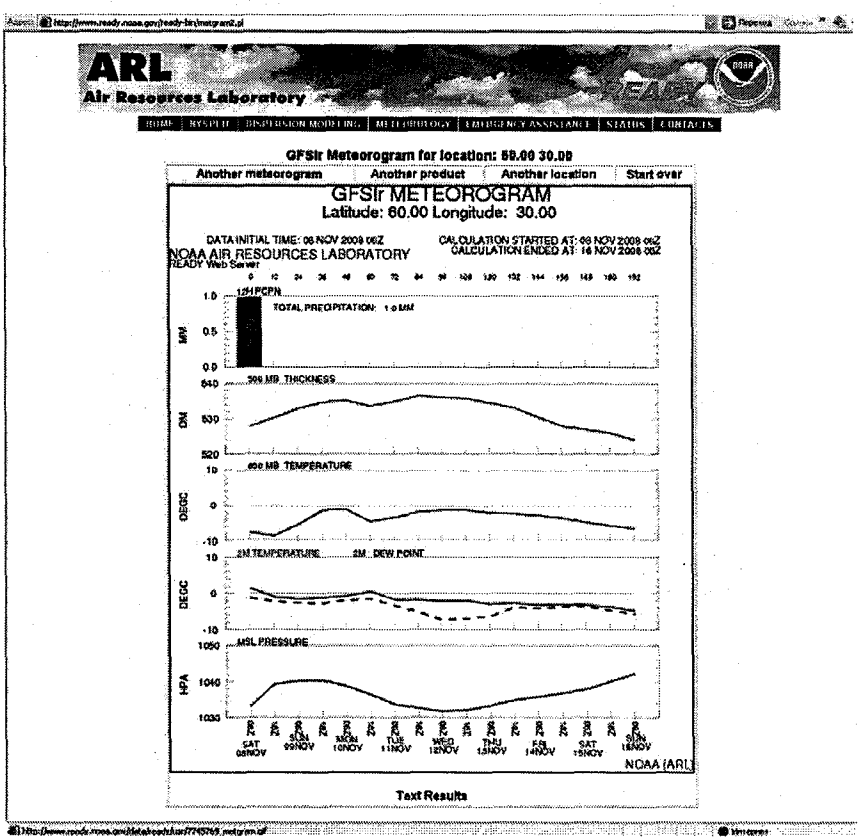

Рис. 3.2. Окно сайта westwind.ch.

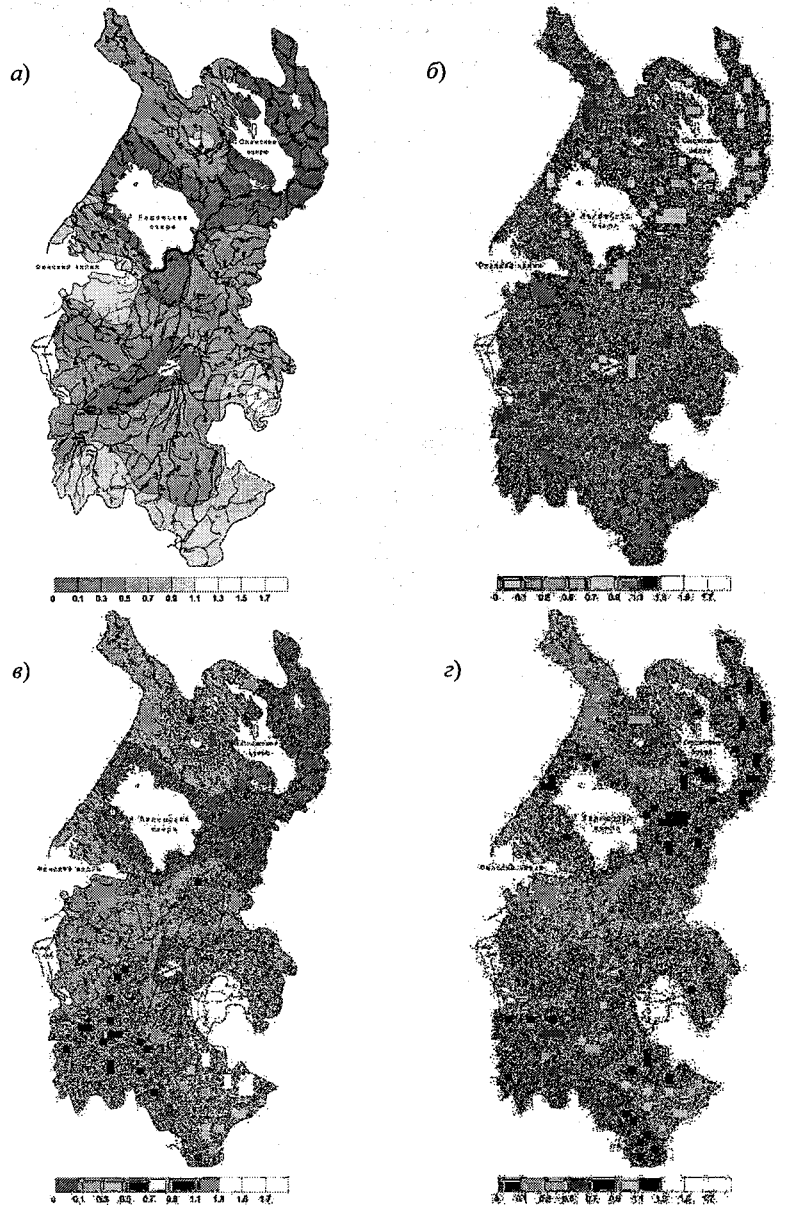

Рис. 3.3. Изменение распределения водности (модуля стока) по территории Северо-Западного УГМС за восемь суток (через день) при использовании модели (3.1) как прогностической.

Наложив схемы друг на друга, можно получить наглядную картину динамики увеличения и уменьшения водности на территории (рис. 3.4).

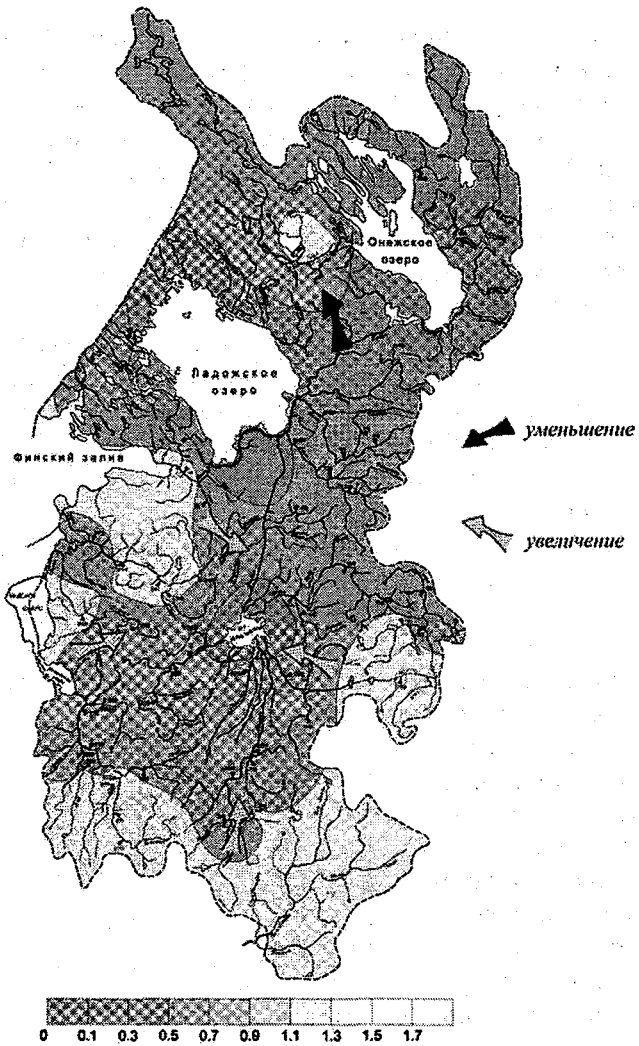

Рис. 3.4. Динамика увеличения и уменьшения модулей стока в течение восьми суток.

3.2. Стохастический прогноз и предпосылки делокализации размерности фазового пространства модели динамики речного стока*

Делая прогноз по динамической (строго детерминистической) модели (3.2), мы на каждый момент времени указываем «точное» значение расхода $Q_д$ (рис. 3.5, *а*). Однако «точность» этого прогноза – иллюзия: существует ряд неопределенностей, не учитываемых динамической моделью. Начальное значение $Q\ (t = 0) = Q_0$ никогда достоверно не известно, так как оно получается гидрометрическими методами (косвенными измерениями), имеющими погрешность $\pm\ \Delta Q$. Прогнозные осадки, взятые из Интернет-ресурсов, – «вещь в себе»: верить им можно еще меньше, чем расходу Q_0. Ни порядок дифференциального уравнения, ни численные значения коэффициентов k и τ точно не известны. Их определение методом оптимизации лишь минимизирует погрешности, но отнюдь не исключает их. Поэтому при динамическом прогнозировании мы, фактически, имеем не конкретное значение $Q_д$, а диапазон неопределенности $Q_д \pm \Delta Q$ (рис. 3.5, *б*).

Естественно, что в такой ситуации возникает желание делокализовать значение $Q_д$ и вместо равномерного закона распределения плотности вероятности получить более реальный, представленный (например) на рис. 3.5, *б*.

Существует процедура перехода от динамического уравнения (3.2) к соответствующему стохастическому (тоже детерминистическому, но не «строго») – путем его «зашумления» – и к статистически эквивалентному ему уравнению ФПК. В результате решения последнего по-

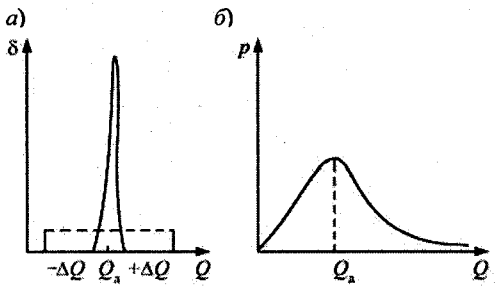

Рис. 3.5. К вероятностной делокализации прогнозируемых расходов.

* Раздел подготовлен совместно с канд. тех. наук Е. В. Гайдуковой (грант мэрии Санкт-Петербурга № 196/08).

лучается не «точное» значение $Q_д$, а распределение плотности вероятности $p\ (Q)$, которое несет в себе гораздо больше информации, чем дельта-функция $\delta\ (Q - Q_д)$.

На первый взгляд, это выглядит довольно парадоксально: с одной стороны, локализованное конкретное значение расхода, а с другой – его делокализация в диапазоне от $Q = 0$ до (возможно) $Q \to \infty$. И тем не менее гораздо «честнее» указать случайное число (т. е. картинку на рис. 3.5, *б* – диапазон расходов и вероятность появления тех или иных его значений в этом диапазоне), чем число не случайное (рис. 3.5, *а*), фиксирующее расход $Q_д$, верить которому нельзя вообще. Все это выглядит как мистика: в модель вводим «дезинформацию» (шумы), а получаем новую более точную информацию (но такова диалектика процесса познания).

В практической гидрологии используют 3–4 момента, которых вполне достаточно, чтобы при ограниченных рядах наблюдений все-таки правильно уловить основные особенности кривой плотности вероятности. Поэтому вместо уравнения ФПК можно использовать аппроксимирующую его систему дифференциальных уравнений для моментов:

$$\begin{aligned}
dm_1/dt &= -\left(\overline{c} - 0{,}5\,G_{\tilde{c}}\right)m_1 + \overline{N} - 0{,}5\,G_{\tilde{c}\tilde{N}};\\
dm_2/dt &= -2\left(\overline{c} - 0{,}5\,G_{\tilde{c}}\right)m_2 + 2\overline{N}m_1 - 3\,G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_1 + G_{\tilde{N}};\\
dm_3/dt &= -3\left(\overline{c} - 1{,}5\,G_{\tilde{c}}\right)m_3 + 3\overline{N}m_2 - 7{,}5\,G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_2 + 3G_{\tilde{N}}m_1;\\
dm_4/dt &= -4\left(\overline{c} - 2\,G_{\tilde{c}}\right)m_4 + 4\overline{N}m_3 - 4\cdot 3{,}5\,G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_3 + 6G_{\tilde{N}}m_2.
\end{aligned} \qquad (3.7)$$

Параметризацию подобной модели можно выполнить по методике, изложенной в учебнике [20]. На рис. 3.6 представлен иллюстративный пример прогнозирования с использованием системы (3.7).

Делокализация («расползание») δ-функции до распределения плотности вероятности $p\ (Q)$ имеет ограничения: при $G_{\tilde{c}} \to 2\overline{c}$ моменты распределения теряют устойчивость (сначала старшие моменты, потом младшие, вплоть до потери устойчивости всего распределения в целом). Практически это ощущается в появлении у распределения $p\ (Q)$ «толстого хвоста», стремящегося к нулю не по

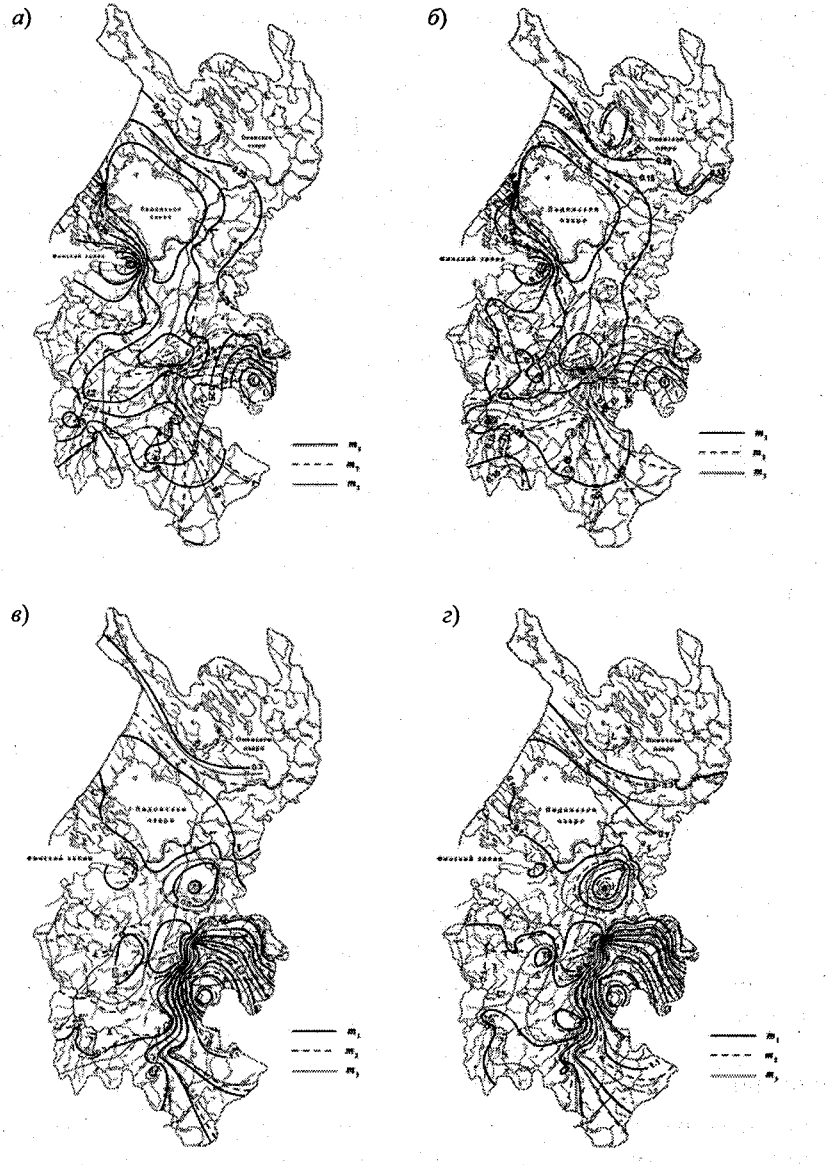

Рис. 3.6. Эволюция распределения по территории моментов плотности вероятности.

экспоненте (как в случае выполнения закона больших чисел), а степенным образом (неустойчивость по дисперсии).

Ранее (см. [18]) был получен критерий, с помощью которого можно оценивать степень неустойчивости:

$$\beta = (2k \ln r)\tau / \Delta t + 2, \qquad (3.8)$$

где $\beta = G_{\tilde{c}} / \bar{c}$; r – коэффициент автокорреляции суточных расходов; Δt – временная сдвижка, при которой берутся значения r.

Характерные его значения представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Численные значения критерия устойчивости

№ п/п	Река – пункт	r	k	β	Фрактальная размерность
1	Нева – д. Новосаратовка	0,63	0,42	0,01	0,99
2	Тосна – ст. Тосно	0,96	0,40	1,94	0,75
3	Асилан-йоки – свх. Застава	0,91	0,41	1,73	0,90
4	Паша – д. Поречье	0,46	0,50	0,01	1,64
5	Паша – ниже д. Дуброво	0,68	0,49	0,01	0,80
6	Паша – с. Часовенское	0,88	0,40	1,20	0,73
7	Капша – д. Еремина Гора	0,70	0,40	0,58	0,76
8	Шуя – д. Бесовец	0,87	0,48	0,24	0,75
9	Сяньга – Чуралахта	0,88	0,46	1,45	0,91
10	Пяльма – д.Пяльма	0,91	0,50	1,80	–
11	Водла – д. Харловская	0,98	0,60	1,70	0,69
12	Сясь – д. Яхново	0,91	0,60	1,09	1,20
13	Воложба – д. Воложба	0,85	0,30	1,71	0,78
14	Тихвинка – д. Горелуха	0,83	0,60	1,54	1,94
15	Пчевжа – д. Белая	0,90	0,42	1,58	1,10
16	Мета – с. Березовский Рядок	0,95	0,43	1,65	0,92
17	Мста – пос. Потерпелицы	0,99	0,44	1,89	0,50
18	Мста – с. Бор	0,98	0,60	1,82	0,45
19	Мста – д. Девкино	0,99	0,60	1,81	0,47
20	Шлина – д. Годыши	0,92	0,44	1,62	1,03
21	Березайка – д. Устье	0,60	0,45	0,01	0,95
22	Уверь – д. Меглецы	0,98	0,42	1,96	0,73
23	Холово – д. Горбуново	0,89	0,43	1,74	1,20
24	Пола – д. Новый Новосел	0,85	0,45	1,57	0,85
25	Пола – д. Налючи	0,91	0,47	1,56	1,24
26	Ловать – г. Великие Луки	0,93	0,77	1,07	–
27	Ловать – д. Сельцо	0,91	0,83	0,77	1,38

№ п/п	Река – пункт	r	k	β	Фрактальная размерность
28	Ловать – г. Холм	0,94	0,81	0,88	1,12
29	Насва – д. Гороховье	0,92	0,49	1,84	1,42
30	Кунья – д. Уварово	0,95	0,51	1,72	1,40
31	Кунья – г. Холм	0,94	0,52	1,70	0,87
32	Полнсть – д. Подтополье	0,85	0,45	1,43	1,002
33	Шелонь – г. Порхов	0,93	0,48	1,60	0,79
34	Шелонь – д. Заполье	0,92	0,48	1,48	1,03
35	Мшага – д. Роглицы	0,90	0,50	1,70	0,18
36	Луга – д. Луга	0,96	0,49	1,84	0,54
37	Луга – ст. Толмачево	0,94	0,49	1,33	1,05
38	Луга – г. Кингисепп	0,93	0,52	1,03	1,07
39	Оредеж – д. Моровино	0,91	0,50	1,54	0,93
40	Саба – д. Райково	0,94	0,60	1,24	1,06
41	Плюсса – с. Плюсса	-0,03	0,41	–	–
42	Плюсса – д. Брод	0,95	0,41	1,68	1,24
43	Великая – д. Мельница	0,90	0,68	1,25	–
44	Великая – г. Опочка	0,80	0,68	0,67	0,90
45	Великая – д. Селихново	0,94	0,53	1,30	1,05
46	Великая – д. Гуйтово	0,96	0,53	1,44	0,96
47	Великая – д. Пятоново	0,96	0,75	1,11	1,01
48	Исса – д. Визги	0,99	0,64	1,96	0,46
49	Сороть – д. Осинкино	0,99	0,48	1,97	0,78
50	Утроя – д. Большая Губа	0,85	0,65	0,98	0,52
51	Лжа – д. Ваньково	0,72	0,63	0,76	–
52	Череха – д. Сорокина	0,94	0,50	1,67	0,67

По данным этой таблицы построена карта распределения зон неустойчивости, из которой видно, что существуют районы с неустойчивыми распределениями (по младшим моментам; по старшим моментам распределения неустойчивы практически всегда). В рамках частично инфинитной гидрологии существуют возможности моделировать и прогнозировать статистически неустойчивые процессы путем расширения фазовых пространств изучаемых систем. Размерность фазового пространства соответствует числу фазовых переменных (а значит – числу дифференциальных уравнений первого порядка и, следовательно, размерности n распределений p $(x_1, \ldots, x_n)$), которые надо применять для устойчивого прогнозирования.

На вопрос: «Сколько их?» – дает ответ так называемая фрактальная диагностика. Ее суть сводится к тому, что по наблюдениям за одной (доступной измерению) фазовой переменной (расходу, в нашем случае) можно судить о числе реальных «участников» процесса формирования стока в речном бассейне. Если изучаемая система находится в процессе развития, то упомянутая выше размерность – дробная, а ближайшее, превосходящее ее, целое число указывает на размерность системы линейных дифференциальных уравнений, позволяющих устойчиво описывать процессы на водосборе (а значит, и делать устойчивые прогнозы). Методика фрактального диагностирования применительно к гидрологии описана в работах [17, 18, 20], а результаты ее применения для суточных расходов в летне-осенний период для рассматриваемой территории – в последней колонке табл. 3.1 и на рис. 3.7.

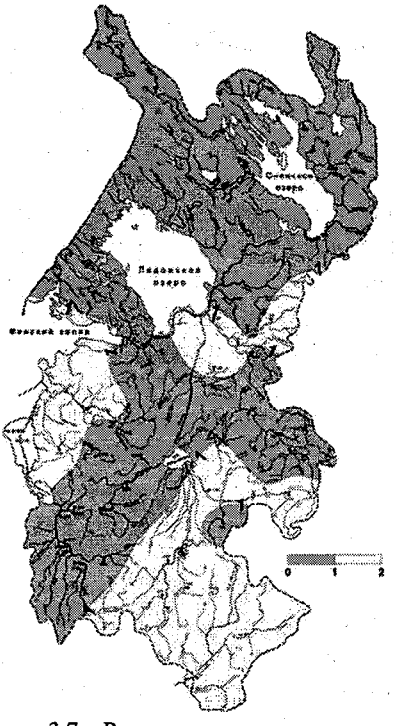

Рис. 3.7. Распределение размерности пространства вложения (схема построена по рядам суточных расходов за летне-осенний период 1980 г.).

Наличие регионов с размерностью пространства вложения больше единицы указывает на необходимость делокализации фазовых пространств бассейнов, расположенных в этих регионах. Природа дополнительных фазовых переменных такова, что (как увидим ниже) точность фонового прогноза стока определяется не только физико-географическими факторами (распределение осадков и характер подстилающей поверхности), но и более глубоким (гидравлическим) уровнем детализации, связанным с особенностями гидрометрического учета речного стока.

3.3. Географическая делокализация

Какова природа второй фазовой переменной? Рационального (выводимого однозначно из каких-либо представлений) ответа не существует. Чтобы ответить на этот вопрос, надо подключить интуицию, опыт, творческое воображение, умозрительные рассуждения и т. д. (т. е. неформализуемые «действия»). Возможны, видимо, два варианта ответа на этот вопрос.

1. Уравнение (3.6) сводится к системе из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{gathered}\frac{dU_1}{dt}-U_2=0;\\ \tau\frac{dU_2}{dt}+\left(\frac{\tau_2}{k\tau_1}+1\right)U_2+\frac{1}{k\tau_1}U_1=\frac{1}{\tau_1}\dot{X},\end{gathered} \tag{3.9}$$

где $U_1 = Q$; $U_2 = dQ/dt$.

Емкости ведут себя как «генераторы» процесса изменения расхода в выходном створе бассейна и каждая из них «задумывается», как реагировать на внешнее воздействие с разным временем релаксации τ_i. Если природа второй фазовой переменной именно в этом, то тогда не надо ничего особенно и выдумывать: уравнения (3.6) достаточно для моделирования и прогнозирования процесса многосуточного изменения речного стока. Уравнение ФПК для системы (3.9) имеет вид (уравнение записано при отсутствии мультипликативных шумов):

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial U_1}(A_1p)+\frac{\partial}{\partial U_2}(A_2p)+0{,}5\frac{\partial^2}{\partial U_2^2}(B_2p), \tag{3.10}$$

где $A_1 = U_2$; $A_2 = (c_2U_1 + c_1U_2 + \overline{N})$; $B_2 = G_{\widetilde{N}}$;

$$c_1=\left(\frac{1}{k\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}\right);\quad c_2=\frac{1}{k\tau_1\tau_2};\quad \overline{N}=\frac{\overline{\dot{X}}}{\tau_1\tau_2};\quad p=p\left(U_1,U_2\right);\ (B_1=0).$$

Разумеется, вероятностная делокализация в этом случае усложняется, но в принципе прогнозировать двумерное распределение $p(Q, \dot{Q})$ (или его моменты) возможно.

2. Второй вариант ответа ведет к более «тяжелым» последствиям с точки зрения практической реализации методики прогнозирования (возможен еще и третий вариант как синтез первого и второго). Вспомним, как организован гидрометрический учет стока на гидрологической сети наблюдений. По непосредственно измеренным в течении года расходам воды в створе (этих измерений, как правило, не больше пятидесяти) находится зависимость $Q = f(H)$, которая является основой для получения ежедневных значений расходов (либо непосредственно по измеряемым уровням, либо с привлечением дополнительной информации при зарастании, русловых деформациях, ледовых явлениях, переменных подпорах).

Если говорить о прогнозах летне-осенних паводков (как, впрочем, и половодий), то основной причиной неоднозначности связи $Q = f(H)$ является неустановившийся и неравномерный характер движения воды в реках, а также влияние инерционности на гидравлические сопротивления. С точки зрения гидрометрии фазовое пространство (Q, H) системы уравнений Сен-Венана имеет смысл спроецировать на ось расходов, так как вся информация об уровне воды и его производных по времени и координате легко получается из непосредственных измерений. В этом случае она сводится к обобщенному уравнению Риккати [16]:

$$dQ/dt = f_1(x_0, t)Q^2 + f_2(x_0, t)Q + f_3(x_0, t), \qquad (3.11)$$

где $f_1(x_0, t) = -g/(C^2RF)$, $f_2(x_0, t) = (2\alpha/F)\,\partial F/\partial t$, $f_3(x_0, t) = gIF$ (здесь C и α – коэффициенты Шези и Кориолиса соответственно; R – гидравлический радиус; F – площадь живого сечения; I – уклон водной поверхности, g – ускорение свободного падения).

Учитывая, что $F = f(H)$, $C = f(H)$ и $R = f(H)$, то при измеренных значениях H и I имеем $Q = f(H, \partial H/\partial x, \partial H/\partial t)$, так как $\partial H/\partial x = -I$, а $\partial H/\partial t$ определяется функцией $H(t)$. Причем, если учитывать, что гидравлические сопротивления (определяемые в данном случае коэффициентом C) зависят не только от наполнения русла, но и от

инерционного характера движения [16], то все равно в конечном итоге эта зависимость может быть учтена с помощью измеряемых величин: $\partial H/\partial x = H_x$, $\partial H/\partial t = H_t$.

Таким образом, фактический расход в русле (а только по нему можно проверять прогнозные расходы) гидравлически (гидрометрически) зависит от трех переменных (H, H_x, H_t), а если его формирование происходит по двухъемкостной модели, то гидрологически («бассейново») – еще от двух переменных (Q_1, Q_2). Если режим стока формируется линейным фильтром (3.2), а движение в русловой сети можно считать близким к равномерному, то расход в створе описывается одной фазовой переменной (H), но в более общей ситуации – определяется системой из трех дифференциальных уравнений (3.9), (3.11). Так как уравнение (3.11) требует измерений в режиме реального времени, то вопрос о прогнозе процесса на несколько суток отпадает автоматически. Но не отпадает вопрос об оперативном учете стока, который можно реализовать, явно включив в рассмотрение погрешность измерений (т. е. выполнив стохастическое обобщение модели (3.11), см. [18]). В этом случае мы вынуждены делокализовать собственно географический уровень описания процесса формирования стока («географический» – так как уравнение (3.2) описывает формирование стока на географическом объекте – речном бассейне), «подключив» гидравлику (т. е. модель движения воды в русловой сети с образованием петель, переменным подпором и т. п.).

Для того чтобы вернуться к возможности прогнозирования, надо если и не подняться полностью на географический уровень описания процесса, то хотя бы огрубить гидравлический уровень, создав определенный географический интерфейс. Такое огрубление производит частично сама природа: производная H_t (с ней связаны локальные ускорения) для обычных условий формирования прямых волн оказывает слабое влияние на результат косвенного определения расхода (другое дело, специально организованные сбросы с ГЭС или резкие сгонно-нагонные явления, но не о них сейчас речь). Кроме этого для прямых волн H_t и H_x коррелируют.

Иначе дело обстоит с производными H_x (более строго надо говорить не отдельно о H_t или о H_x, а о некоторых безразмерных

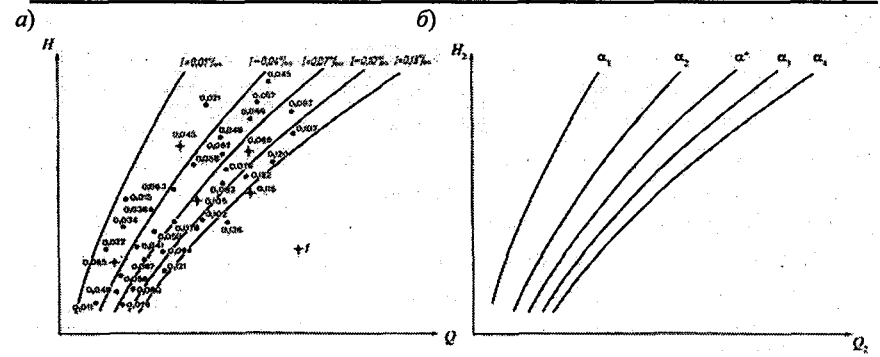

Рис. 3.8. Семейство кривых расходов для различных уклонов [1] (*а*) и параметра $\alpha = Q_1 - Q_2$ (*б*) (*1* – точки расходов, выпадающих из соответствующего интервала уклона).

комплексах). Их влияние ощутимо, и уже достаточно давно в гидрометрии используют графики $Q = f(H, I)$, рис. 3.8.

Для нашего случая пространственную делокализацию ($H_x \approx \approx (H_1 - H_2)/L$, где H_1 и H_2 – уровни воды в створах, удаленных на расстояние L друг от друга) можно сделать, использовав вместо непосредственно уклона ($I = -H_x$,) перепад уровней на соседних постах. Одна из возможных ситуаций, когда достаточно просто уйти от чисто гидравлического уровня описания, представлена на рис. 3.9.

Предположим, что на замыкающем гидростворе г/с 1 большого водосбора связь расходов и уровней близка к однозначной (бассейн, в силу своих размеров, сглаживает резкие колебания гидравлических характеристик). В то же время на г/с 2 ощущается влияние подпора от г/с 1. Так как мы прогнозируем процесс изменения расходов на восемь суток, то измерительная информация об уровнях (или других гидравлических характеристиках) нам неизвестна, но известны (приближенно из

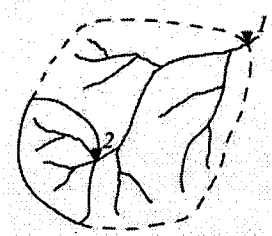

Рис. 3.9. Пример географической локализации предметной области путем пространственной делокализации уклона водной поверхности.

прогнозов) расходы в г/с 1 и 2. Поэтому семейство кривых на рис. 3.8, *а* можно заменить на семейство $H_2 = f(Q_2, \alpha)$. Чем меньше α, тем меньше влияние створов друг на друга; в равномерном режиме всегда $\alpha > 0$, так как расходы с увеличением водосборной площади увеличиваются. В течение прогнозируемого периода осадки могут перераспределяться по бассейнам, вызывая большее или меньшее взаимодействие между г/с 1 и 2 (переменный подпор).

Из рассмотрения данной ситуации следует, что прогнозный расход равен расходу, определенному по кривой равномерного режима (при $\alpha = \alpha^*$) только при $Q_1 - Q_2 \to \alpha^*$. В противном случае он определяется не только уровнем H_2, но и величиной α. В этой ситуации фрактальная размерность ряда измеренных расходов будет находится между 1 и 2 (а в случае, если сток формируется двухъемкостной моделью – между 2 и 3).

Таким образом, для устойчивого прогноза в этом случае (в ситуации неустойчивости при выходе фрактальной размерности прогнозируемого ряда за пределы топологической) надо иметь эмпирически установленное семейство $H_2 = f(Q_2, \alpha)$ и прогнозные значения Q_1 и Q_2. Чтобы спрогнозировать уровень H_2 (от которого зависит площадь затопления), надо просто одновременно иметь прогноз по обоим створам.

Для того чтобы перейти к вероятностным прогнозам, надо использовать двумерное уравнение ФПК для $p(Q_1, Q_2)$:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q_1}\left(A_{Q_1} p\right) - \frac{\partial}{\partial Q_2}\left(A_{Q_2} p\right) + 0{,}5\frac{\partial^2}{\partial Q_1^2}\left(B_{Q_1} p\right) + $$

$$+ 0{,}5\frac{\partial^2}{\partial Q_1 Q_2}\left(B_{Q_1 Q_2} p\right) + 0{,}5\frac{\partial^2}{\partial Q_2^2}\left(B_{Q_2} p\right), \qquad (3.12)$$

где A_{Q_1}, A_{Q_2}, B_Q, $B_{Q_1 Q_2}$, B_{Q_2} – коэффициенты сноса и диффузии.

Решая (3.12), мы находим эволюцию совместного распределения прогнозных расходов в двух взаимодействующих створах, а значит, можем дать прогноз плотности вероятности затопления $p(H_2)$ [для прогноза реальной площади затопления $F_{зат}$ в районе г/с 2 надо иметь морфометрическую зависимость $F_{зат} = f(H_2)$].

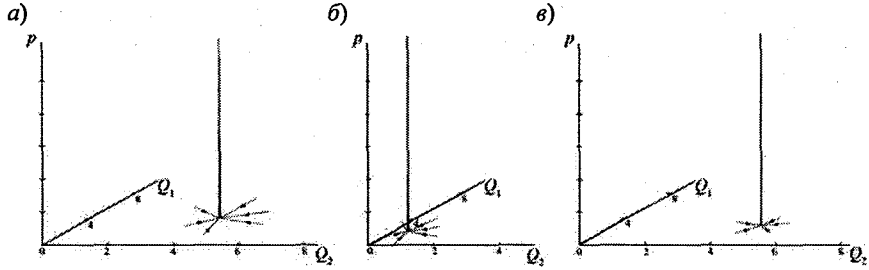

Рис. 3.10. Пример прогноза эволюции двумерного распределения p (Q_1, Q_2; t).

При решении (3.12) мы «стартуем» с начального асимметричного «колокольчика» p (Q_1, Q_2; t_0), который со временем будет смещаться в пространстве фазовых переменных (Q_1, Q_2; t), но главное – делокализовываться в нем за счет параболических свойств (3.12). Эта делокализация – естественное следствие потери начальной информации о расходах Q_1 и Q_2. Если при использовании графика на рис. 3.8, *б* ориентироваться на модальные прогнозные значения Q_1 и Q_2 (а значит, и на $\alpha = Q_1 - Q_2$) и прогнозировать «модальное затопление территории» (т. е. наиболее вероятное), то диффузионными членами в (3.12) можно пренебречь (по крайней мере, в первом приближении). В этом случае мы приходим к дифференциальному уравнению в частных производных первого порядка:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q_1}(A_{Q_1} p) - \frac{\partial}{\partial Q_2}(A_{Q_2} p), \qquad (3.13)$$

а нахождение p (Q_1, Q_2; t) сводится к решению системы характеристических уравнений (о них подробнее см. в разд. 4).

На рис. 3.10 дан иллюстративный пример прогноза p (Q_1, Q_2; t). Распределение быстро («быстрота» зависит от интенсивностей шумов $G_{\tilde{c}_1}$ и $G_{\tilde{c}_2}$) релаксирует к δ-функции, одновременно перемещаясь по фазовой плоскости (Q_1, Q_2) в зависимости от эволюции прогнозного поля осадков.

(Для размышления: если в коэффициенты сноса A_{Q_1} и A_{Q_2} ввести гармонические составляющие, период которых связать с вырождающейся в δ-функцию плотностью вероятности p (Q_1, Q_2), то

получим фрактальную структуру, расположенную в области фазового пространства, не выходящую за узкие пределы интервала неопределенности спрогнозированных расходов, рис. 3.11.)

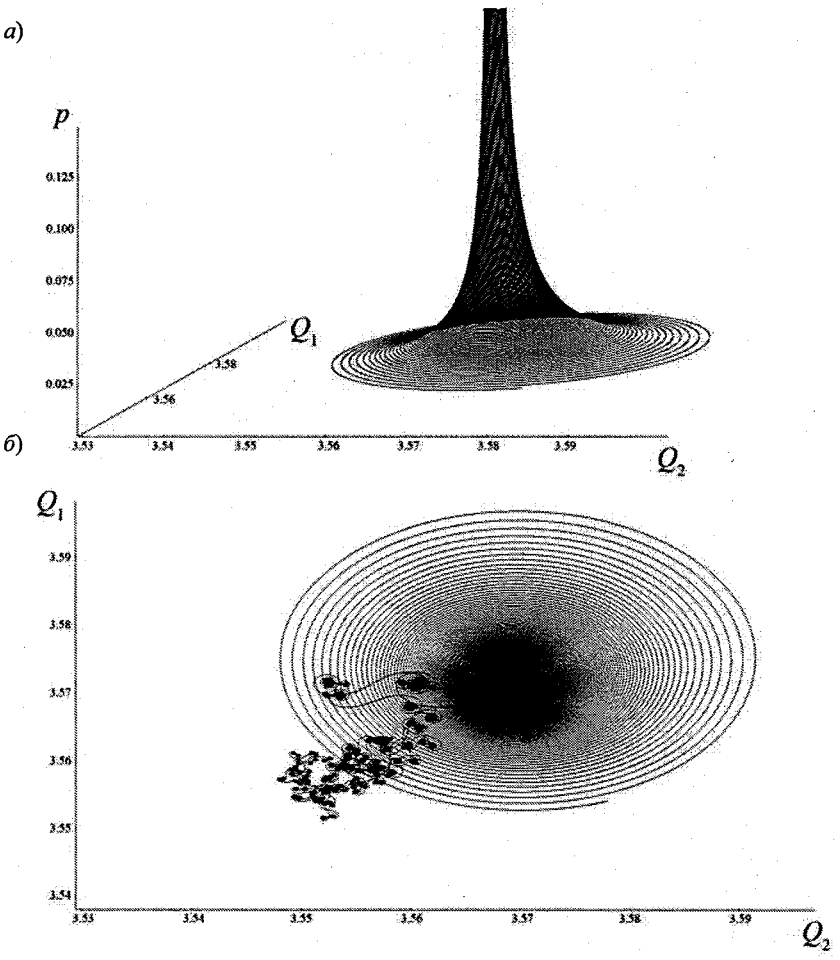

Рис. 3.11. Пример вырождающегося двумерного распределения (*а*) и его проекция на плоскость прогнозируемых расходов (*б*).

4. Многолетний речной сток

4.1. О локальном и нелокальном подходах к изучению многолетнего стока

Многолетний речной сток – основной объект изучения в инженерной гидрологии (и в так называемых «гидрорасчетах»). Ему уделяется основное внимание в главном нормативном документе по гидрологическому обеспечению строительных проектов СП 33-101-2003. Это обеспечение сводится к указанию расхода малой (или большой для минимального стока) обеспеченности (например, $Q_{1\%}$), под который проектируется, например, водопропускное сооружение. Обычный путь получения его значений заключается в формировании многолетних рядов годового (максимального, минимального) стока, их статистической обработке и в построении кривой обеспеченности, исходя из которой и находится $Q_{1\%}$. При таком подходе возникают проблемы, связанные с получением рядов (восстановление «пропущенных наблюдений»; удлинение рядов; действия при недостаточности наблюдений; выборе аналитической зависимости, аппроксимирующей «эмпирическую кривую обеспеченности», т. е. поле точек, и т. д.). Это – внутренние проблемы «классического» подхода; мы же сейчас хотим его сравнить с методологией, основанной на использовании стохастических дифференциальных уравнений формирования стока и эквивалентных им различных вариантов уравнения ФПК. В ее основе лежат динамические модели, например:

$$dQ/dt = -(1/k\tau)Q + \dot{X}/\tau, \qquad (4.1)$$

где Q – скользящие годовые средние расходы воды (модуль, слой); k – коэффициент стока; τ – время релаксации; $\dot{X}$ – интенсивность осадков. (При этом коэффициент стока может быть функцией как гидрометеорологических факторов, например осадков и температуры воздуха, так и факторов «подстилающей поверхности» бассейнов: залесенности, заболоченности, распаханности, урбанизации, плотности населения и т. п. Подобные эмпирические связи в гидрологии используются достаточно давно.)

Иногда «специалисты по гидрорасчетам» издеваются над подобным уравнением: «Ха-ха. Всю гидрологию пытаются впихнуть в три параметра ($\dot{X}$, τ и k). Эта модель не учитывает всего многообразия условий формирования стока», и т. д.

Чтобы выступить в защиту (4.1), давайте доведем это уравнение до кондиции (ведь не с его же непосредственно помощью определяется плотность вероятности). Введем в него шумы $c = 1/k\tau = \overline{c} + \widetilde{c}$, $N = \dot{X}/\tau = \overline{N} + \widetilde{N}$ (здесь $\widetilde{c}$ и $\widetilde{N}$ – белые шумы с интенсивностями $G_{\widetilde{c}}$, $G_{\widetilde{N}}$ и взаимной интенсивностью $G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}$). Выполнив известную в науке процедуру стохастического обобщения (см., например, [20]), придем к уравнению ФПК:

$$\frac{\partial p(Q,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q}\left[A(Q,t)p(Q,t)\right] + 0{,}5\frac{\partial^2}{\partial Q^2}\left[B(Q,t)p(Q,t)\right], \qquad (4.2)$$

где коэффициенты сноса $A(Q, t)$ и диффузии $B(Q, t)$ определяются выражениями:

$$A(Q,t) = -\left(\overline{c} - 0{,}5G_{\widetilde{c}}\right)Q - 0{,}5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} + \overline{N}; \qquad (4.3)$$

$$B(Q,t) = G_{\widetilde{c}}Q^2 - 2G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}Q + G_{\widetilde{N}}. \qquad (4.4)$$

В случае стационарного случайного процесса ($\partial p(Q,t)/\partial t = 0$) приходим к уравнению Пирсона, в котором, однако, становится очевидным физико-статистический гидрологический смысл коэффициентов, которые теперь перестают носить формальный («подгоночный») характер:

$$\frac{dp}{dQ} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2}\,p, \qquad (4.5)$$

где

$$a = \frac{G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} + 2\overline{N}}{2\overline{c} + G_{\widetilde{c}}}; \quad b_0 = \frac{-G_{\widetilde{N}}}{2\overline{c} + G_{\widetilde{c}}}; \quad b_1 = \frac{G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}}{2\overline{c} + G_{\widetilde{c}}}; \quad b_2 = \frac{-G_{\widetilde{c}}}{2\overline{c} + G_{\widetilde{c}}}.$$

Решением уравнения (4.5) является семейство кривых Пирсона (12 типов), причем при подходе к выводу уравнения Пирсона «со стороны» уравнения ФПК достаточно очевидно просматривается генезис каждого из типов.

Использование уравнений, подобных (4.2) и (4.5), позволяет решать практически любые гидрологические задачи, связанные с оценкой влияния на сток метеорологических (климатических) и антропогенных факторов.

Вот теперь мы вооружены, чтобы вступить в дискуссию по поводу «ха-ха». Мы будем пытаться отвечать на следующие вопросы:

1. Какой подход («классический» или «модельный») учитывает больше факторов формирования стока?
2. Какой из них более локален?
3. Где «водораздельная линия» между ними, т. е. в каких случаях эффективен тот или иной подход?

1. В традиционном подходе для получения зависимости $p\ (Q)$ используется только **один** «параметр» – расход воды в замыкающем створе бассейна (или его квазизаместители для разных видов стока: модули и слои). В модели ФПК таких параметров больше **семи** [$k(T, °C)$, $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$, $\overline{\dot{X}}$ (или $\overline{N} = \overline{\dot{X}} / \tau$), Q, τ], да еще – возможность задавать граничные и начальные условия (так как в гидрорасчетах «начала» нет, то нет и начальных условий). Причем это не просто параметры, о которых ведутся физико-географические рассуждения, как это практикуется в гидрорасчетах (разумеется, не об этих семи величинах, там о большинстве из них не знают; рассуждают о так называемых физико-географических характеристиках условий формирования стока).

Эти семь параметров имеют четкий физический, географический, а главное – математический смысл. Они твердо «завязаны» в определенные формулы, и в совокупности с уравнением ФПК [или Пирсона, при расшифровке его коэффициентов, как это сделано в случае уравнения (4.5)] представляют фактически генетическую основу для описания процесса формирования стока. При этом не игнорируются и фактические ряды наблюдений за стоком, так как именно на их основе выполняется параметризация модели. Так что, если математический подход кто-то пытается метафорически охарактеризовать как «гидрологию 3-х параметров», то классический подход – это «гидрология без параметров вообще». А с чем в таком

случае? С гуманитарными рассуждениями, похожими на комментарий футбольной игры спортивными журналистами.

2. О локальности подходов. Где сосредоточена информация, используемая в классическом подходе? В конкретном створе реки, локально. Конечно, расход интегрально отражает факторы стока и процессы, которые его формируют. Но где эти процессы, какие факторы (не в рассуждениях, а в расчетных формулах для определения кривой обеспеченности)? Вот и остается только правдоподобно («физико-географически») рассуждать. При «модельном» подходе в рассуждениях нет особой необходимости, так как численные значения этих семи параметров говорят сами за себя.

У ряда студентов, слушающих параллельно курсы «Моделирование» и «Гидрорасчеты» создается впечатление, что в последнем больше учитывается специфика бассейна (там же ведутся рассуждения о его свойствах). На самом деле там не учитывается вообще ничего – все сказано самим рядом наблюденных расходов в конкретном створе. А физико-географический антураж – просто интуитивная попытка как-то размочить «сухой остаток».

При «моделировании» же нет необходимости что-то «размазывать» или «растворять»: входящие в модель параметры явно учитывают как локальные, так и нелокальные условия формирования стока. За осадками $\dot{X}$ и температурой воздуха T стоят процессы циклонической деятельности, прогноз синоптической ситуации и т. д. За коэффициентом стока k – и урбанизация, и демография, и различные виды хозяйственной деятельности. «Стоят» не в виде гуманитарных рассуждений, а в виде конкретных (путь эмпирических и региональных) формул. Параметр τ «отвечает» за размеры бассейна и свойства почвогрунтов. За интенсивностями шумов $G_{\tilde{c}}, G_{\tilde{N}}$ и $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ – статистические свойства подстилающей поверхности и внешней (для бассейна) гидрометеорологической среды. В нашем подходе расход «окружен свитой», которая его и формирует. Именно она, «свита» ($\dot{X}$, T, τ и т. д.), делает «короля» – сток с бассейна. Ясно, что эта «свита» более «нелокальна», чем «локальный король» (он ведь – в створе). Имея дело только с «королем», мы вообще ничего не знаем наверняка о его окружении (можем только догадываться и «физико-географически» рассуждать).

3. Конечно, у каждого из подходов есть своя ниша, в которой он применим более эффективно. Например, с одной стороны, вне всякого сомнения кривая обеспеченности, построенная непосред-

ственно по ряду, более точна, чем любое распределение, полученное по модели формирования стока. Но, с другой стороны, если ряды перестают быть стационарными по моментам, то нет пучка, а есть одна реализация случайного (а возможно, и нет) процесса. А реализация – процесс динамический и все классические гидрорасчеты становятся бессмысленными для эволюционирующих процессов. Ведь основная предпосылка гидрорасчетов – в бассейне в статистическом смысле ничего не происходит: полученная по ряду прошлых наблюдений кривая обеспеченности останется такой же и через 100 лет (иначе, чего стоит расход $Q_{P\%}$, на который проектируется сооружение?). Недаром в СНиП и СП об этом – молчок. Климат меняется, хозяйственная деятельность усиливается, а гидролог уткнулся в створ: «ничего не вижу, ничего не слышу». Не из-за того, что он такой «плохой», а потому, что у него нет инструментария, чтобы увидеть и конкретно учесть эти изменения.

Но и «модельный» подход без стационарных рядов, которые были до 80-х годов XX века, не очень может «развернуться»: нужны параметризация и верификация моделей (а они делаются на ретроспективном материале). Его «экологическая ниша» – прогнозы.

Исходя из изложенного, мы рассматриваем модельный подход как нелокальный. При этом имеем в виду не столько территориальную нелокальность, сколько предметную. В модельном подходе предметная область формирования стока (это отнюдь не только бассейн) фиксируется, по крайней мере, семью параметрами, обеспечивающими интерфейс гидрологии со смежными предметными областями (метеорологией, экономикой и т. д.). Эта же нелокальность прослеживается и в математическом смысле: появляются стохастические дифференциальные уравнения (чего не требуется в гидрорасчетах), белые шумы, численные методы решения эволюционных уравнений и т. д.

4.2. Математические модели формирования стока

Давайте визуализируем, по возможности, классический и модельный подходы (рис. 4.1). На рис. 4.1, *а* сектор *Каа'* – область классического подхода, связанная с измерениями расходов в створе, а сектор *Ка'б* – область размытых гуманитарных (географических в основном) рассуждений На рис. 4.1, *б* сектор *Маб* – область финитного ядра модели (область жесткой фиксации изучаемой

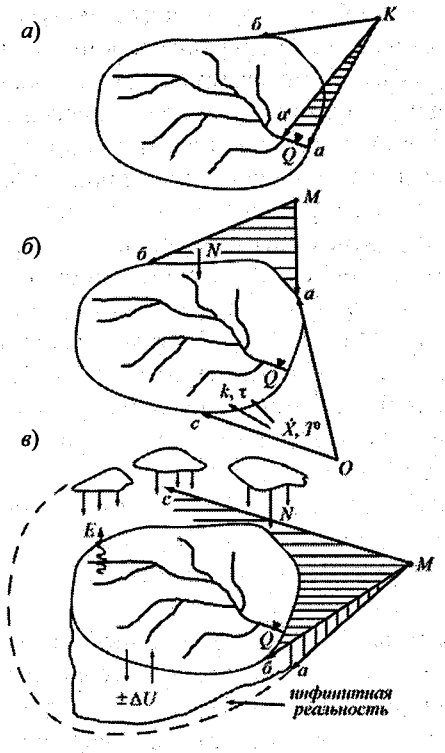

Рис. 4.1. Расширение степени нелокальности при переходе от «общения» с бассейном как «футбольный комментатор» (*а*) к «общению» с ним как «играющий тренер» (*б*) и как руководство «футбольного клуба» (*в*).

предметной области), сектор *aOc* – область гуманитарных рассуждений (частично инфинитная реальность) о влиянии не учтенных (явно) в финитном ядре модели факторов на речной сток.

«Гуманитарные рассуждения» – это вовсе не ирония по поводу географии. Эти рассуждения неизбежно присутствуют в любой ситуации, причем в тем большей степени (не по объему, а по глубине), чем сложнее финитное ядро модели. Это – следствие известного еще со времен Н. Кузанского тезиса: чем больше познано – финитная часть модели – тем «длиннее» граница с непознанным (инфинитностью). А о непознанном можно только «рассуждать» – умозреть. Более того, именно это умозрение и есть источник идей, позволяющих расширять финитную часть модели. Парадокс в другом: чем проще финитная часть модели, тем меньше желания «глубоко рассуждать и философствовать» – ведь граница с непознанным очень мала. Поэтому специалисты по гидрорасчетам и не «философствуют», они, видите ли, занимаются «делом» – обрабатывают ряды наблюдений.

Мы сейчас будем обобщать уравнение (4.2) на случай большего числа переменных (проводить его делокализацию в фазовом пространстве). Какова мотивация для этого? Обобщение осмысленно только в случае, если исходная модель при каких-то условиях «не

срабатывает». А не срабатывает она, если распределение распластываясь турбулизуется, а его моменты теряют устойчивость. Известно, что это происходит при $\bar{c} \approx G_{\tilde{c}}$ (рис. 4.2).

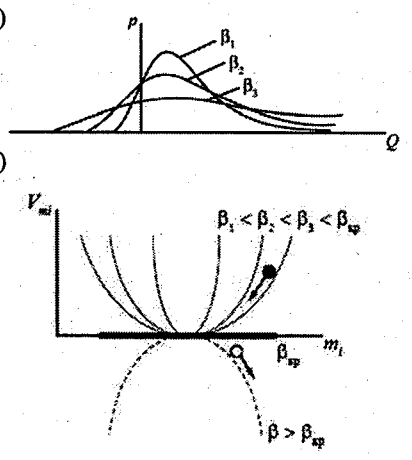

Рис. 4.2. К потере устойчивости начальных моментов (*а*) и наглядная иллюстрация этой «потери» для потенциалов (*б*).

При увеличении β хвост распределения «поднимается» (рис. 4.2, *а*) и $p(Q \to \infty) \not\to 0$. Рисунок 4.2, *б* иллюстрирует ту же ситуацию на более наглядном примере потенциала V (грубо говоря, потенциал – «перевернутая» плотность вероятности); по мере увеличения относительной интенсивности шума ($\beta = G_{\tilde{c}}/\bar{c}$) ветви потенциала расходятся и «шарик» все более «неохотно» стремится в яму, пока вообще не исчезнет устойчивое состояние. Но что такое β или величина ($\bar{c} - 0{,}5G_{\tilde{c}}$)? Ведь $c \sim 1/k$, а k – это способ учесть «потери» воды с бассейна. Если речь идет о многолетнем стоке (как сейчас), то эти «потери» вызываются испарением [т. е. $\beta = f(E)$]. Вместо того чтобы изучать $p(Q, E)$, гидрологи ограничились изучением $p(Q)$, что до определенного момента выглядело вполне обоснованно: ведь отраслям экономики (строительству, например) нужны обеспеченные значения расходов, а не испарения. Фактически это означает, что из двумерной поверхности (рис. 4.3) «вынуто» только одно сечение [$p(Q/E = \text{const}$]. В терминах модели ФПК фиксацию E = const обеспечивают параметр $\bar{c}$ и условие $\bar{c} > 0{,}5G_{\tilde{c}}$. Если последнее не-

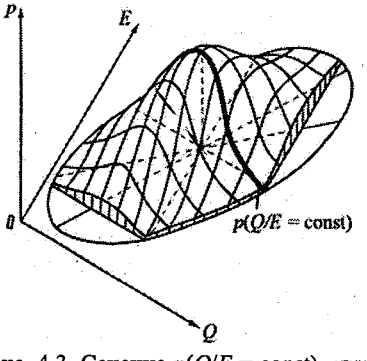

Рис. 4.3. Сечение $p(Q/E = \text{const})$, «вынутое» из двумерной поверхности $p(Q, E)$.

равенство нарушается, то в рамках одномерного распределения это означает, что $m_i \to \infty$ (m_i – начальный момент i-го порядка). Но ведь бесконечных чисел (в данном случае – расходов и его степеней) не существует! Значит, в реальности расход вовсе не стремится к бесконечности. Изображающая точка в фазовом пространстве (для одномерного уравнения ФПК – это прямая линия $0Q$) должна стремиться не к бесконечности, а просто «уходить» с линии расходов. Куда? В «другое» измерение, в плоскость QE [т. е. надо переходить к двумерному распределению $p(Q, E)$]. Это, конечно, тоже локальность, но более широкая по сравнению с $p(Q)$. Мы просто расширили систему отсчета ситуации в бассейне (взгляд на происходящее в нем). Поэтому, образно говоря, одномерное распределение справедливо только в «инерциальной системе отсчета».

Напомним, что в механике инерциальность означает эквивалентность следующих соотношений:

$$m' d^2 \vec{r}' / dt^2 = F'; \tag{4.6}$$

$$m d^2 \vec{r} / dt^2 = F, \tag{4.7}$$

где $\vec{r}' = \vec{r} + vt$ (v – скорость), а в отношении масс m, m' и сил F, F' предполагается, что они «абсолютны», т. е. одинаковы в различных инерциальных системах, т. е. $F = F'$, $m = m'$.

Если проделать то же самое не для геометрического, а фазового пространства (в нашем случае – гидрологического), то для «единицы» массы воды на водосборе имеем «аналог» второго закона Ньютона для изменения запаса воды W:

$$d^2W/dt^2 = F_1, \tag{4.8}$$

где F_1 определяет приходную и расходную части водного баланса, которые считаем «абсолютными», т. е. не зависящими от того, как мы будем менять систему отсчета (т. е. точку зрения на динамику изменения запасов).

Пусть, наряду с расходом воды, запасы меняются также за счет испарения E: $W = W' - v_E t$ (здесь v_E – задаваемая скорость измене-

ния запасов за счет испарения: $v_E = dE/dt = \dot{E}$). Если $\dot{E} = \text{const}$, то $d(W' - \dot{E}t)/dt = Q - \dot{E}$, $d^2(W' - \dot{E}t)/dt^2 = dQ/dt$. Таким образом, инвариантность модели формирования стока к испарению имеет место, если $\dot{E} = \text{const}$ (что и обеспечивается в модели (4.2) с помощью постоянства коэффициента стока и условия $\bar{c} > 0{,}5G_{\tilde{c}}$).

При вероятностном описании процесса формирования стока подобную идеализацию приближают к реальности путем введения мультипликативных и, коррелирующихся с ними, аддитивных шумов. Подобное расширение «абсолютной» модели приводит к одномодальному асимметричному решению уравнения ФПК и к семейству кривых Пирсона в стационарном режиме. Так что повсеместное и, чаще всего, достаточно обоснованное использование распределений Пирсона – это следствие «квазинвариантности» моделей к испарению. Учет того обстоятельства, что $\partial\dot{E}/\partial t \neq \text{const}$ приводит к многомерному уравнению ФПК (т. е. к изменению «системы отсчета» или точки зрения, с которой мы изучаем бассейн). Причем эта «система отсчета» – «тележка» – может быть размещена на другой тележке ($\pm\Delta U$) и т. д. (см. рис. 4.1, *в*).

Многомерное уравнение ФПК имеет вид [19]:

$$\partial p(\vec{x},t)/\partial t = -\vec{\nabla}[\vec{A}(\vec{x},t)\, p(\vec{x},t)] + 0{,}5\mathrm{Sp}[\vec{\nabla}\vec{\nabla}'\vec{B}(\vec{x},t)p(\vec{x},t)], \quad (4.9)$$

где $\vec{x}$ – вектор, характеризующий фазовые переменные исходной системы динамических моделей; $\vec{\nabla} = \|\partial/\partial\vec{x}\|$; штрих и Sp означают операции транспонирования и взятия следа.

Для трехмерного случая имеем систему стохастических дифференциальных уравнений [19]:

$$dQ = [-(\bar{c}_Q + \tilde{c}_Q)(Q + E + \Delta U) + \bar{N}_Q + \tilde{N}_Q]dt; \quad (4.10)$$

$$dE = [-(\bar{c}_E + \tilde{c}_E)(Q + E + \Delta U) + \bar{N}_E + \tilde{N}_E]dt; \quad (4.11)$$

$$d(\Delta U) = [-(\bar{c} + \tilde{c})\mathrm{sgn}(\Delta U) + \bar{N} + \tilde{N}]dt, \quad (4.12)$$

где коэффициентами c_Q, c_E и c учитывается влияние неучтенных факторов формирования стока. В общем случае все шумы могут коррелироваться друг с другом.

Системе (4.10) – (4.12) статистически эквивалентно уравнение ФПК для совместной плотности вероятности $p(Q, E, \Delta U; t)$:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial (A_i p)}{\partial Q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{3} \frac{\partial^2 (B_{ij} p)}{\partial Q_i \partial Q_j}, \qquad (4.13)$$

где $Q_1 = Q$, $Q_2 = E$, $Q_3 = \Delta U$. Коэффициенты сноса A_i и диффузии B_{ij} в уравнении (4.13) определяются при определенных предположениях формулами (см. [19]):

$$A_Q = -\left(\bar{c}_Q - 0{,}5 G_{\tilde{c}_Q}\right)(Q + E + \Delta U) - 0{,}5 G_{\tilde{c}_Q \tilde{N}_Q} + \bar{N};$$

$$A_E = -\left(\bar{c}_E - 0{,}5 G_{\tilde{c}_E}\right)(Q + E + \Delta U) - 0{,}5 G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E} + \bar{N};$$

$$A_{\Delta U} = -\bar{c}_{\Delta U} \operatorname{sgn}(\Delta U) + \delta(\Delta U)\left[G_{\tilde{c}_{\Delta U}} \operatorname{sgn}(\Delta U) - G_{\tilde{c}\tilde{N}}\right] + \bar{N};$$

$$B_Q = G_{\tilde{c}_Q} Q^2 - 2 G_{\tilde{c}_Q \tilde{N}_Q} Q + G_{\tilde{N}_Q};$$

$$B_E = G_{\tilde{c}_E} E^2 - 2 G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E} E + G_{\tilde{N}_E};$$

$$B_{\Delta U} = G_{\tilde{c}} - 2 G_{\tilde{c}\tilde{N}} \operatorname{sgn}(\Delta U) + G_{\tilde{N}};$$

$$B_{QE} = B_{Q\Delta U} = B_{E\Delta U} = 0.$$

Эти формулы нам потребуются в п. 4.3, а сейчас остановимся на «квазиинвариантности» модели формирования стока к фазовым переменным (или инерциальности систем отсчета). На самом деле в данном случае имеет смысл использовать немного другую терминологию (хотя также во многом метафорическую). Что означает, например, инвариантность модели ФПК для p (Q) к испарению? Ведь до потери устойчивости моментов (когда $G_{\tilde{c}} \approx \bar{c}$) у нас вообще имеется только одна «фазовая переменная» (расход Q). Да, мы понимаем, что за $\bar{c}$ и $G_{\tilde{c}}$ стоят вариации испарения (в основном), но нигде в модели само испарение в явном виде не присутствует. Поэтому, видимо, правильнее говорить об инвариантности модели к **потенциальным** фазовым переменным (они же – систе-

ма координат, в которых в принципе может изучаться сток) до того момента, пока значение β, равное $G_{\tilde{c}} / \bar{c}$, мало.

Эта инвариантность дорогого стоит: ведь именно благодаря ей вероятностное описание формирования стока можно проводить с помощью одной и той же модели почти по всему земному шару! Именно она обеспечивает **нелокальность** гидрологии (точнее еще одну грань этого очень емкого понятия).

Что стоит за этим? Выполнение «принципа относительности»: для любых речных бассейнов земного шара, в которых $\nu_E \approx$ const (более строго, $\beta = G_{\tilde{c}} / \bar{c}$ мало или, может быть, совсем не строго и не точно, но гидрологически наглядно: C_v для испарения – мало), формирование стока можно описать кривыми плотности вероятности, принадлежащими семейству распределений Пирсона. Благодаря глобальному круговороту воды в природе («водяному полю Земли»), бассейны в большинстве случаев ведут себя как «марионетки», подчиняясь внешним воздействиям осадков и температуры. В математических терминах это звучит так: динамически бассейны ведут себя линейно, а источник эффекта детектирования [асимметрия распределений $p(Q)$] имеет чисто статистическую природу и связан с корреляцией аддитивных и мультипликативных шумов.

Первый признак динамически нелинейного реагирования бассейна на осадки – появление двухмодальности распределения $p(Q)$. Бассейн перестает быть «марионеткой» метеорологических факторов (разумеется, если они сами не имеют двухмодальные распределения) и начинает проявлять свой «норов» (внутреннюю активность). Если же $\beta \to 2$, то условие $\nu_E =$ const не выполняется и надо вводить более общую (двумерную, с учетом Q и E) систему координат для изучения процесса формирования стока (возможны и дальнейшие обобщения, если, например, $\nu_{\Delta U}$ не ноль и не константа).

4.3. Методика прогноза *n*-мерных вероятностных поверхностей

В предыдущем разделе приведены модели для расчета эволюции вероятностных распределений. Уравнение (4.2) – параболического типа и его диффузионный член будет со временем распла-

стывать (причем строго детерминистически) кривую $p(Q)$. Если в какой-то момент времени мы произведем измерение (эта процедура, как и любые эмпирические действия, имеет вероятностную природу) расхода Q_0 в замыкающем створе, то распределение превращается в почти что дельта-функцию $\delta(Q - Q_0)$ (конечно, на самом деле это «размытый колокольчик»). Дальнейший процесс эволюции вероятности «стартует» именно с этого «колокольчика»: снова идет его размывание (и, конечно, смещение за счет коэффициента сноса).

При долгосрочном прогнозе (несколько десятилетий) вероятностных характеристик многолетних видов речного стока проводить с помощью измерений подобную «редукцию» распределений $p(Q)$ возможности нет. Поэтому такой прогноз через определенное число шагов интегрирования потеряет практический смысл: кривая $p(Q)$ распластается по оси расходов в «бесконечных» пределах с очень слабо выраженной модой, оценить статистическую значимость которой с каждым шагом численного интегрирования все труднее и труднее.

Но стоит ли так мучиться? Время релаксации $\tau_б$ большинства речных бассейнов (по крайней мере, в пределах горизонтального участка редукционных кривых, рис. 4.4) один год. Огромный эмпирический материал [10, 32] дает достаточно надежные статистические оценки для коэффициентов автокорреляции годового стока (табл. 4.1), для других видов многолетнего стока (максимального и минимального) время релаксации заведомо не больше, чем для годового.

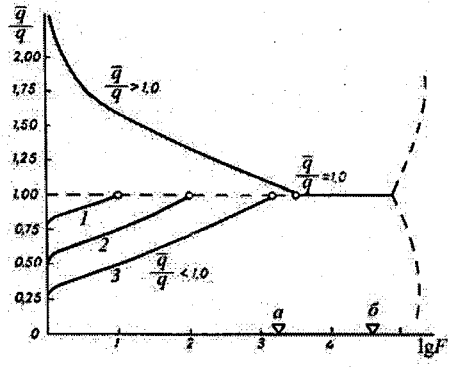

Рис. 4.4. Зависимость $\bar{q} / q = f(\ln F)$ (здесь $\bar{q}$ – норма стока, л/с·км^2; q – модуль стока, определенный по карте; F – площадь речного бассейна, км^2): $\bar{q} / q > 1,0$ – районы недостаточного увлажнения; $\bar{q} / q < 1,0$ – районы умеренного и достаточного увлажнения; *1* – лесная зона ЕТС (Европейская территория СССР); *2* – лесостепная зона; *3* – степная зона; *а* – репрезентативная площадь бассейна; *б* – площадь формирования азонального стока (левая часть рисунка построена по материалам работы [34]).

Таблица 4.1

Коэффициенты автокорреляции для районов СССР и Северного полушария

Район	$r(1)$
Кольский п-ов, Карелия	0,24
Северо-Запад ЕТС и Северный край	0,21
Прибалтика	0,20
Белоруссия, Верхнее Поднепровье, Верхе-Волжский р-н, Средний Урал (б. р. Камы) и Приуралье, Нижнее Поволжье и Западный Казахстан	0,23
Украина, Молдавия, Донской р-н, Северный Кавказ	0,22
Закавказье и Дагестан	0,17
Средний Урал и Приуралье (б. р. Тобола), Западная Сибирь и Северный Казахстан	0,31
Урало-Эмбинский р-н, Актюбинская, Кустанайская обл., Центральный и Южный Казахстан, Средняя Азия	0,24
Ангаро-Енисейский, Лено-Индигирский р-ны, Северо-Восток СССР, Дальний Восток, п-ов Камчатка	0,14
Северное полушарие	0,20

Таким образом, бассейны в течение года релаксируют к равновесному состоянию, определяемому внешними воздействиями на водосбор. А последние характеризуются эволюцией климатической системы, время релаксации которой $\tau_{кл}$ на несколько порядков превосходит таковое для бассейнов ($\tau_{кл} >> \tau_{б}$). На рис. 4.5 приведена реакция первых начальных моментов распределения $p(Q)$ на ступенчатое изменение осадков. Из этого рисунка видно, что переходной режим бассейна – экспоненциальное подстраивание под внешнее воздействие с характерным временем (радиусом корреляции), равным, примерно, одному году. Подобная экспонента наблюдается и на зависимости $r = f(\Delta t)$, рис. 4.6.

О чем говорят все эти данные? О том, что оценку долгосрочных изменений вероятностных характеристик многолетнего стока можно проводить по «квазистационарной методике»: в уравнении ФПК принять $\partial p/\partial t = 0$, но вводя периодически в оставшийся «огрызок» сценарную климатическую информацию, получать временное изменение расчетных гидрологических характеристик.

Стохастическая модель формирования стока (4.9) является уравнением неразрывности

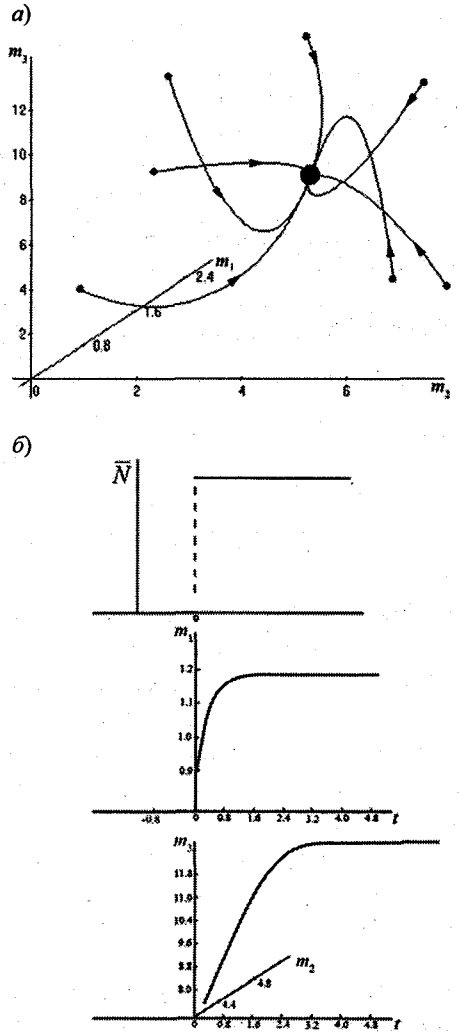

Рис. 4.5. Стремление к аттрактору трехмерной проекции решения системы эволюционных уравнений для начальных моментов (3.7), аппроксимирующей уравнение ФПК (*а*), и реакция моментов на скачкообразное изменение осадков (*б*).

$$\partial p(\vec{x},t)/\partial t = -\mathbf{div}\,\vec{\Pi}(\vec{x},t) \qquad (4.14)$$

потока вероятности

$$\vec{\Pi}(\vec{x},t) = \vec{A}(\vec{x},t)p(\vec{x},t) - 0{,}5\mathbf{div}\vec{B}(\vec{x},t)p(\vec{x},t).$$

Для стационарных распределений ($\partial p/\partial t = 0$) он является величиной постоянной. Исходя из этого, получаем:

$$\vec{\nabla}[\vec{B}(\vec{x},t)p(\vec{x},t)] - 2\vec{A}(\vec{x},t)p(\vec{x},t) = 0. \quad (4.15)$$

Подобными уравнениями в частных производных первого порядка описываются всевозможные поверхности, они применяются в классической механике и оптике. Их специфика в контексте описания вероятностных распределений в том, что они являются линейными

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(\vec{x})\,\partial p(\vec{x})/\partial x_i + b(\vec{x})p(\vec{x}) = 0. \quad (4.16)$$

Данные Коши ставятся на гиперповерхности γ размерности $n-1$, а основной математический факт (подробности опускаем) заключается в однозначной разрешимости задачи Коши для уравнения (4.16). Алгоритм решения сводится к построению характеристик, проходящих через γ. Система характеристических уравнений представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений (сейчас будет рассмотрен конкретный пример), для решения которой используем метод Рунге – Кутты.

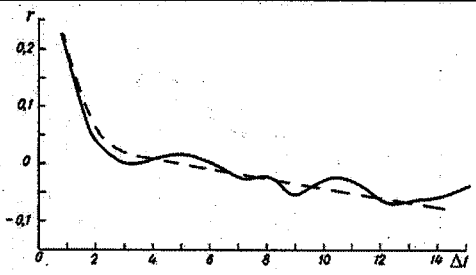

Рис. 4.6. Осредненная по рекам Северного полушария автокорреляционная функция [10].

Мы уделим внимание этому методу, потому что выясняется, что в нем используется идея делокализации. Хотя в приведенном ниже примере вычисления двумерной плотности вероятности используется метод Рунге – Кутты четвертного порядка, идею делокализации можно наглядно проиллюстрировать на методе Эйлера и его модифицированном варианте, являющимся частным случаем метода Рунге – Кутты.

«Базовый» метод Эйлера (он же – метод Рунге – Кутты первого порядка) решения уравнения $dy/dt = f(y, t)$ (это может быть и система уравнений) основан на алгоритме $y_{i+1} = y_i + f(y_i, t_i)\Delta t$, т. е. для нахождения последующего значения искомой функции проводится касательная [с наклоном $f(y_i, t_i)$] по информации, имеющейся в точке i (рис. 4.7, *а*). При этом погрешность на каждом шаге суммируется, что приводит к быстрой потере точности вычислений.

Модифицированный метод вводит в алгоритм вычислений делокализацию путем дополнительной фиксации расчетной сетки промежуточным узлом вычислений $\Delta t/2$ (см. рис. 4.7, *б*):

$$\tilde{y}_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_i, t_i); \qquad (4.17)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{2}\left[f(y_i, t_i) + f(\tilde{y}_{i+1}, t_{i+1})\right]. \qquad (4.18)$$

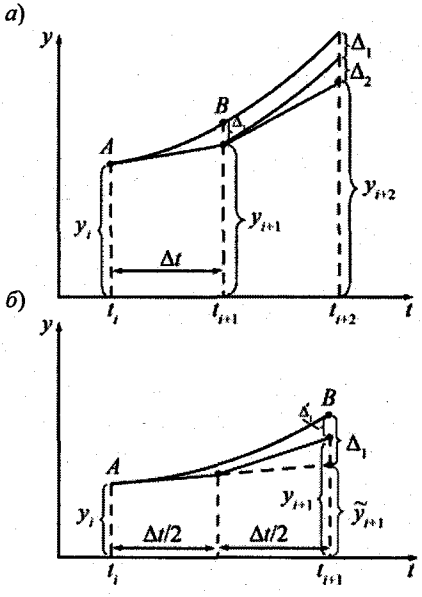

Рис. 4.7. Геометрическая иллюстрация появления погрешностей в методе Эйлера (*а*) и в его модифицированном варианте (*б*).

Из соотношений (4.17), (4.18) видно, что наклон интегральной кривой AB в середине отрезка $[t_i,\ t_{i+1}]$ заменяется средним арифметическим наклоном на границах t_i и t_{i+1}. Этот алгоритм приводит ко второму порядку точности (геометрически это иллюстрирует рис. 4.7, *б*). Если задуматься, то есть чему удивиться: ведь исходная информация осталась неизменной (уравнение и «начальные» условия в точке i). Эффект получен исключительно за счет делокализации, т. е., в конечном счете, за счет изменения точки зрения на ситуацию.

Вернемся к уравнению (4.16). Для случая двух переменных (Q и E) с учетом (4.15) систему характеристических уравнений можно записать так:

$$\frac{dQ}{dl} = B_Q; \qquad (4.19)$$

$$\frac{dE}{dl} = B_E; \qquad (4.20)$$

$$\frac{dp}{dl} = \left(-\frac{\partial B_Q}{\partial Q} - \frac{\partial B_E}{\partial E} + 2A_Q + 2A_E \right) p, \qquad (4.21)$$

где l – параметр, равный длине дуги интегральной линии [эти линии и называются характеристиками уравнения (4.16)].

С учетом выражений для B_Q , B_E, A_Q и A_E система уравнений (4.19) – (4.21) конкретизируется следующим образом:

$$\frac{dQ}{dl} = G_{\tilde{c}_Q} Q^2 - 2G_{\tilde{c}\tilde{N}_Q} Q + G_{\tilde{N}_Q}; \qquad (4.22)$$

$$\frac{dE}{dl} = G_{\tilde{c}_E} E^2 - 2G_{\tilde{c}\tilde{N}_E} E + G_{\tilde{N}_E}; \qquad (4.23)$$

$$\frac{dp}{dl} = \Big(-2G_{\tilde{c}_Q} Q + 2G_{\tilde{c}\tilde{N}_Q} - 2G_{\tilde{c}_E} E + 2G_{\tilde{c}\tilde{N}_E} - 2(\bar{c}_Q - 0{,}5G_{\tilde{c}_Q})(Q+E) - $$
$$- G_{\tilde{c}\tilde{N}_Q} + 2\bar{N}_Q - 2(\bar{c}_E - 0{,}5G_{\tilde{c}_E})(E+Q) - G_{\tilde{c}\tilde{N}_E} + 2\bar{N}_E \Big) p. \qquad (4.24)$$

Уравнение (4.15) – многомерный аналог уравнения Пирсона (причем с раскрытым физическим содержанием параметров), а система (4.22) – (4.24) – эквивалентная ему двумерная конкретизация. Ее решение – двумерное распределение $p(Q, E)$.

Приведем иллюстративный пример прогноза двумерного распределния при $\bar{N}_E = \bar{N}_Q$ (что, видимо, допустимо, так как $\bar{N}$ – это общий ресурс для «конкурирующих» за него расхода и испарения). На рис. 4.8 представлен результат численного интегрирования системы (4.22) – (4.24) при увеличении осадков.

Конечно, это только иллюстрация методики. Еще предстоит решить вопрос о параметризации модели (4.22) – (4.24). Но главное в другом. Ведь само по себе прогнозное (и фактическое) двумерное распределение $p(Q, E)$ не всегда и нужно. Например, при строительном проектировании нужны только расходы $Q_{P\%}$. Если

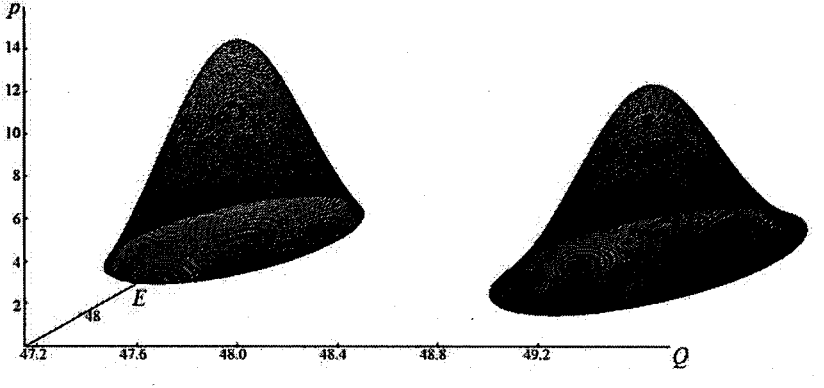

Рис. 4.8. Деформация двумерной плотности вероятности при увеличении осадков.

режим стока (фактический и прогнозный) устойчив, то нет необходимости в использовании $p(Q, E)$. Но если все-таки мы вынуждены иметь дело с многомерным распределением, то можно ли выбрать одномерное сечение, с которым и работать в практическом плане?

5. Живая вода

5.1. Аномальные явления

В пятом разделе монографии речь также пойдет о нелокальности. Но эта нелокальность уже в ее конкретном узком смысле, в котором подобный термин используется в квантовой механике (синонимы: «неделимая целостность», «несиловые взаимодействия», «детерминизация будущим»).

Мотивацией к подобному взгляду на воду являются многочисленные упоминания о необычных ее свойствах, вплоть до применения к ней определения «живая». Вот пример – интервью академика РАЕН В. И. Петрика главному редактору газеты «Общество и экология» С. Лисовскому [газета «Общество и экология», № 6 (51), 2004 г. «Разговор с Мыслителем»].

«...Немногие знают, что вода является самым аномальным химическим соединением на Земле. Нет ни одного химического соединения или элемента, которые бы имели такое количество аномалий, имеющихся у воды. Начать можно с того, что в твердом состоянии всякое вещество тяжелее (и тонет), по отношению к своему жидкому состоянию, а в воде лед плавает. Это первая аномалия. Плотность воды, которая возрастает до 4 градусов, потом резко начинает падать, что позволяет более холодной воде всплывать вверх, а более тяжелой воде оставаться внизу и этим закрывать как подушкой водоем. Это удивительное явление. Вода имеет свою структуру. Прочность межмолекулярных соединений в воде (и это не шутливый тон) может быть проиллюстрирована интересным образом. Например, если вас спросят: «Сколько молекул в озере?», то вы можете ответить: «Одна!». Это одна огромная молекула. Таковы фантастически прочные межмолекулярные соединения...

– Виктор Иванович, а скажите, пожалуйста, какие бы Вы назвали проблемы – экологическую, технического характера – которые стоят и встанут еще в ближайшее время перед человечеством?

– Я считаю, что самое главное – это вода! Проблема воды. Хотелось бы, если у Вас будет телепрограмма, рассказать людям про воду. Рассказать о необыкновенных свойствах воды. Например, мало кто в мире понимает, что такое омагниченная вода. Вода об-

ладает собственной памятью. По всем законам, после того как вы сняли магнитное поле, она должна вернуться в исходное состояние, но вода помнит сутки и больше, что она была магнитной. И именно благодаря этому омагниченную воду применяют на тепловых станциях, ибо будучи омагниченной, она не позволяет создавать накипь на котлах и трубах. Понимаете? Знаете ли Вы, что наука, ученые, обратили внимание на то, что проводя химическую реакцию, в точности такую же, как это делалось, к примеру, несколько дней назад, осадок почему-то выпадает не через 3 секунды, а через 30 секунд. Считали – досадные помехи. Потом несколько тысяч химиков-добровольцев из многих научных центров Земли несколько лет упорно в одно и то же физическое время проводили один и тот же эксперимент и пришли к абсолютно точному выводу, фантастическому. В одно и то же время на всей Земле, во всех ее разноуровневых отделах, реакция в одно и то же время протекает одинаково. На всей Земле.

– **То есть вода – это живая субстанция.**

– Вы знаете, природой, наверное, предназначено, чтобы талая вода была активной. Она по-другому растворяет химические вещества. Она имеет абсолютно иную активность, особенно полезную биологическую. По-другому растут растения, в несколько раз активнее. В несколько раз активнее размножаются дрозофилы, на которых проводились эксперименты. В чем дело? Но попробуйте ее вскипятить, и она потеряет эти свойства. Сутки вода помнит, что она была льдом. Это невероятно интересно. И таких фактов очень много. Я думаю, что головная проблема, которая будет нарастать и нарастать в мире – это проблема питьевой воды. Я думаю, что точно существует физическое решение опреснения морской воды, что где-то есть решение. Легкое и понятное. Может быть это проблема «номер один для Земли…».

Или цитата из книги К. С. Лосева [26, с. 149]: «Родство «душ» у воды и живой материи видно на разных масштабных уровнях. Это элементное сходство, которое показывает, что подавляющая масса живого вещества – это, по сути дела, вода, а остальная часть – элементы, в той или иной форме участвующие в круговороте воды. Это молекулярный уровень, который свидетельствует о том, что обусловленные на этом уровне свойства воды могут обеспечивать жизнь и именно только такие свойства, которые присущи жидкой воде.

А если взять совсем другой масштаб – в целом гидросферу и живую систему, то окажется, что они как системы абсолютно схожи: это – открытые системы, которые на «входе» получают энергию от Солнца и частично внутреннюю энергию Земли, а на «выходе», как результат геохимического и биотического круговорота, образуют вещества, уходящие в осадочные породы – в геологический круговорот. Похоже, что жизнь и здесь вписалась в созданную водой систему, ускорив и разнообразив процессы в ней, которые теперь стали неразрывными и сделали гидросферу полностью приспособленной к жизни...».

Можно привести и просто ошеломляющие высказывания (и факты), заставляющие пристально вглядеться в такую простую и всем знакомую (казалось бы) субстанцию, как вода.

В определенном смысле завесу с мистики приоткрывают (возможно, частично) новые подходы к объяснению квантовомеханических явлений [40], которыми мы и воспользуемся.

5.2. Элементы квантовой механики

Появлению знаменитого уравнения Шредингера предшествовал период (1900 –1925 гг.) преодоления ряда гносеологических тупиков, причем каждый шаг в этом направлении, снимая одни вопросы, порождал другие.

Первый шаг сделал Макс Планк в 1900 г., решив проблему так называемой ультрафиолетовой катастрофы (излучение любым телом бесконечной энергии в ультракоротком диапазоне волн – это следовало из классической электродинамики и не соответствовало действительности). Он получил формулу для излучения во всех диапазонах частот, предположив, что тело излучает энергию не непрерывно, а порциями – квантами с энергией $\varepsilon = h\nu$, где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с – постоянная с размерностью **действия** (энергия $\cdot$ время); ν – частота излучения.

А. Эйнштейн сделал второй шаг, допустив, что дискретно не только излучение, но также передача и поглощение энергии. Появилось понятие световой квант (позже, в 1929 г., появился термин фотон). Таким образом, возрождалась идея Исаака Ньютона о том, что свет – поток частиц, хотя и своеобразный: с нулевой массой

покоя. Эта идея позволила объяснить явление фотоэффекта (не объяснимое в рамках классической электродинамики, так как эксперименты показывали увеличение кинетической энергии выбитых электронов при увеличении частоты излучения), а окончательно утвердилась после открытия в 1922 г. эффекта Комптона (изменение длины волны рентгеновских лучей, обусловленное упругим рассеиванием фотонов на электронах). Таким образом, возник очень плодотворный (с точки зрения дальнейшего развития квантовой механики) тупик: и волновая, и корпускулярная природа света имели экспериментальное подтверждение.

Открытие Резенфордом в 1909 г. «пустотного» устройства атома (маленькое ядро порядка 10^{-14} м и облако электронов порядка 10^{-10} м) сформировало еще один тупик: электроны, вращаясь вокруг ядра и непрерывно излучая энергию (этого требовала классическая электродинамика), должны падать на ядро, чего не наблюдалось. Из этого тупика ситуацию вывел Нильс Бор (1913 г.), предположив, что электрон излучает фотон только при смене орбит и не излучает при своем нахождении на стационарной орбите (на ней момент импульса электрона $\sim nh$, где $n = 1, 2, 3, ...$, т. е. целое число). Стало понятно, почему атом устойчив, но возник вопрос: а почему существуют эти стационарные орбиты?

На этот вопрос ответил Луи де Бройль (1923 г.): он предложил рассматривать микрочастицы как корпускулы и волны одновременно. Точнее он предложил их рассматривать как «нечто», проявляющее и то, и другое свойство. С одной стороны, фотон (например) обладает энергией $\varepsilon = \hbar w$ и импульсом $p = \hbar w/c$ (здесь $\hbar = h/2\pi$, $w = 2\pi\nu$), а с другой – с ним связан волновой процесс с длиной волны $\lambda = 2\pi\hbar/p$. При таком взгляде на ситуацию орбита электрона стационарна, если на ней укладывается целое число волн (электрон образует стоячую волну).

Поучительны условия, при которых появилось основное уравнение квантовой механики [14, 40]. Шредингеру (1925 г.) предложили выступить на семинаре и озвучить идеи де Бройля. Шредингер и представил идеи последнего (хотя он с ними не был согласен) в математической форме. Свое уравнение он не «вывел», а скорее

«угадал» (не «выводили» своих уравнений ни Ньютон, ни Максвелл: новое нельзя «вывести» из старого).

Волна де Бройля была представлена в виде экспоненциальной функции [$\vec{r} = (x, y, z)$]:

$$\psi(\vec{r}, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\,\vec{r} - \varepsilon t)}$$

(вещественное соотношение, например в виде бегущей волны, исключалось по соображениям соблюдения принципов причинности и суперпозиции, приводящих к уравнению, содержащему только первую производную по времени).

Далее, чисто формально, было записано уравнение, которому подобная функция удовлетворяет:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi,$$

где U – потенциальная энергия частицы.

Макс Борн дал физическую трактовку волновой функции:

$$dW \approx |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV,$$

где dW – вероятность обнаружения электрона в момент t в элементе объема dV в окрестности точки $\vec{r}$.

Если эту трактовку дополнить условием нормировки ($\int|\psi(\vec{r})|^2 dV = 1$), то интенсивность волнового поля $|\psi|^2$ приобретает смысл плотности вероятности. Исходя из этого, уравнение Шредингера имеет смысл закона сохранения плотности вероятности (аналог уравнения ФПК):

$$\partial|\psi|^2/\partial t + \mathrm{div} j = 0,$$

где j – плотность потока вероятности.

В 1927 г. появилось соотношение неопределенности Гейзенберга $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$ (здесь Δx – неопределенность в положении частицы; Δp_x – неопределенность в проекции импульса вдоль оси x),

которое запрещает существование вероятностей $W(p_x, x)$ (обычных в классической механике), но разрешает их существование для волновой функции либо в x, либо в p-представлении (эти представления эквивалентны, так как ψ есть вектор в гильбертовом пространстве и переход от одного представления к другому есть его вращение).

Что же дает уравнение Шредингера? Оно объясняет все атомные явления, кроме связанных с магнетизмом и теорией относительности. Решая это уравнение, мы находим, фактически, вероятность обнаружения частицы в окрестности определенной точки. Волна ψ (или их суперпозиция – волновой пакет) представляется неким облаком, состоящим из виртуальных электронов. Это облако с течением времени смещается и расползается до того момента, пока электрон не получит точную координату своего местоположения в облаке. А это может быть сделано только в результате его взаимодействия с измерительным прибором (процесс измерения толкуется достаточно широко как взаимодействие с классическим объектом, неопределенность местоположения которого мала).

В этот момент квантовое состояние микрочастицы скачкообразно меняется (квантовый скачок) и виртуальное облако уменьшается практически до нуля – так называемая редукция (коллапс) волновой функции. Эти два процесса (детерминистическая эволюция волновой функции по уравнению Шредингера и ее случайный коллапс, после которого надо «заново писать уравнение Шредингера») «ортогональны» и имеют совершенно разную природу.

И редукция волновой функции, и ее «расщепление» (например, прохождение электрона одновременно через два отверстия – экспериментально наблюдаемая интерференция) являются парадоксальными и необъяснимыми с механической точки зрения. Однако наибольший ажиотаж вызвало явление нелокальности. Чтобы разобраться в его сути надо остановиться на двух интерпретациях квантовой механики: статистической и копенгагенской. Первая утверждает, что волновая функция описывает лишь вероятность пребывания электрона в том или ином месте «виртуального облака» (отсюда следует «квантомеханическая неполнота»). Вторая утверждает, что электрон **находится** с разной плотностью вероятности во **всем** облаке («размазан» в нем). Из второй интерпретации автоматически следует возможность интерференции, которая и

наблюдается экспериментально. Но каков механизм этого «размазывания»? Не знаем (говорят сторонники копенгагенской точки зрения), так устроен мир. Вот и все. Но если он так устроен, то из этого следует уж совсем фантастические вещи – рассуждал Эйнштейн (сторонник статистической интерпретации) и приводил результаты «мысленных экспериментов», подтверждающих, по его мнению, абсурдность второй интерпретации. Наиболее обсуждаем так называемый мысленный эксперимент Эйнштейна–Подольского–Розена.

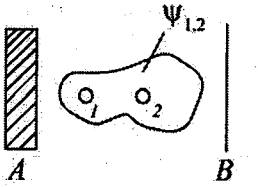

Рис. 5.1. К мысленному эксперименту Эйнштейна–Подольского–Розена.

В упрощенной («вульгаризированной») интерпретации его суть в следующем (рис. 5.1). Пусть система, состоящая из элементарных частиц 1 и 2 с общей волновой функцией $\psi_{1,2}$, распадается, и частицы разлетаются в разные стороны. Хотя квантовая механика может рассчитать только вероятности направлений движения, но если каким-то образом обнаружено, что частица 1 движется в направлении *A*, то на основе закона сохранения импульса следует, что частица 2 движется в направлении *B*. Отсюда можно сделать два возможных вывода.

1. Частица 2 сразу после взаимодействия с частицей 1 движется в направлении *B*, но так как «полное» описание (при статистической интерпретации квантовой механики) невозможно, то это стало известно только после обнаружения частицы 1.

2. Обнаружение (измерение) частицы 1 в направлении *A* мгновенно изменило функцию $\psi_{1,2}$, а так как она дает полное описание движения (в копенгагенской интерпретации), то мгновенно изменилось и состояние частицы 2 (т. е. она стала двигаться в направлении *B*).

Но если верен второй вывод, то это означает, что квантовая механика указывает на существование мгновенного действия на расстоянии. Такую возможность Эйнштейн отрицал категорически.

Бор видел ошибку Эйнштейна в том, что тот подходил к элементарным частицам с логикой, присущей макромиру. На самом же деле до обнаружения частицы 1 в «точке» *A* не было вообще

двух независимых частиц: у них была общая волновая функция $\psi_{1,2}$, и каждый из объектов 1 и 2 (это ведь на самом деле не совсем частицы) двигался сразу в обоих направлениях (и *A*, и *B*). Эти объекты становятся независимыми («частицами») только после регистрации одного из них в направлении *A*, что приводит к редукции $\psi_{1,2}$ и к движению объекта 2 в направлении *B*. Эйнштейн рассуждал так сказать «вообще», без привязки к конкретной экспериментальной установке (предметной области, как сказали бы в частично инфинитной гидрологии). Результатом этого оказалось то, что объекты квантовой механики (1 и 2) ведут себя именно как частицы еще до момента регистрации одного из них.

Надо отметить, что и логика копенгагенской интерпретации также не идеальна. Последняя обвиняет противников в том, что их «механистическое мировоззрение» насыщено догмами, тормозящими процесс понимания реальности. В частности, они в эксперименте Эйнштейна–Подольского–Розена рассматривают один квантовый объект независимо от другого. Но мир – единое целое, рассуждают копенгагенцы, и расчленять его нельзя (у упомянутых объектов, например, общая волновая функция).

Однако это не более чем риторические рассуждения. То, что мир онтологически неделимое целое знали (точнее чувствовали) еще древнеиндийские философы. Но гносеологически (в процессе познания) неизбежна фиксация изучаемых предметных областей. Под фиксирующими элементами надо понимать не только чисто материальные аспекты, но и те понятия, ту логику, которые берутся на вооружение в конкретной ситуации. Познавать мир «вообще» – нельзя, нужна фиксация конкретного куска реальности, а для этого надо затратить энергию (у субъекта познания не хватит энергии, чтобы зафиксировать «весь мир как единое целое» в качестве объекта познания). Эйнштейна понять можно: как могло такого глубокого и «держащего руку на пульсе» современной ему науки человека устроить «объяснение» – «так устроен мир». Как получается, что он устроен именно так? Необходимо было подключение правого полушария, нужен был зрительный образ (картинка) и его дал В. Л. Янчилин.

5.3. Дискретное движение частиц и «душа» воды

Ниже будет дано краткое изложение той визуализации копенгагенской интерпретации квантовой механики, которую предложил Янчилин [40]. Он дал возможное объяснение «размытости» квантового объекта по облаку, в пределах которого $|\psi|^2 \neq 0$, с помощью введенного им понятия дискретного (разрывного) движения. Пусть электрон – частица, но с очень своеобразным поведением: она совершает «квантовые прыжки». Электрон появляется в точке облака, имея маленькую (по сравнению со светом) скорость, затем исчезает (куда именно Янчилин не сообщает) и тут же появляется в другой точке, имея иную скорость, и т. д. Мы имеем как бы два масштаба времени. Одно – «медленное», связанное с эволюцией облака по уравнению Шредингера; другое – «быстрое», связанное с практически мгновенным «прощупыванием» своей «области влияния». Таким образом, электрон оказывается практически «размазанным» по облаку, у каждой точки которого есть своя плотность вероятности $|\psi|^2$ пребывания в ней электрона. А так как последняя в облаке отлична от нуля, то электрон находится сразу везде.

При этом подобное поведение электрона вовсе не противоречит теории относительности, так как последняя ограничивает только **классическую** скорость непрерывного движения физических объектов и ничего не говорит о неопределенности, возникающей при «разрывном» движении электрона. В этом смысле непрерывное движение и есть та «тормозная идея», мешавшая пониманию квантовой механики. Метафорически виртуальное облако можно представить как ночное поле, мигающее светлячками (на самом деле светлячок один, но он как-то ухитряется побывать за очень маленький промежуток времени во всех точках поля). Если каким-то образом «произвести измерение» (кинуть бутылку и попасть в светлячка), то он замирает («редукция»), а затем продолжает свои «прощупывания реальности», но уже с учетом изменившихся обстоятельств (новая «волновая функция»). Подобная интерпретация может объяснить все парадоксы квантовой механики.

Редукция волновой ψ-функции. Лучше всего смысл редукции поясняет рис. 5.2.

Виртуальное облако (рис. 5.2, *а*) $\psi_э$, в котором «размазан» электрон из-за дискретности своего движения, перемещается со скоро-

стью $V < c$ и расползается (рис. 5.2, *б*). Далее в облако $\psi_э$ влетает фотон (облако $\psi_ф$), рис. 5.2, *в*. Если в какой-то промежуток времени Δt фотон и электрон «встретились» (произошло их взаимодействие) в «точке» A, то область локализации электрона $\psi_э$ уменьшается до размеров $\psi_ф$. Это и есть редукция $\psi_э$–функции.

Расщепление волнового пакета (интерференция). Процесс представлен на рис. 5.3. Электрон (размазанный по облаку) перемещается от источника к экрану с двумя отверстиями. Облако увеличивается и достигает экрана.

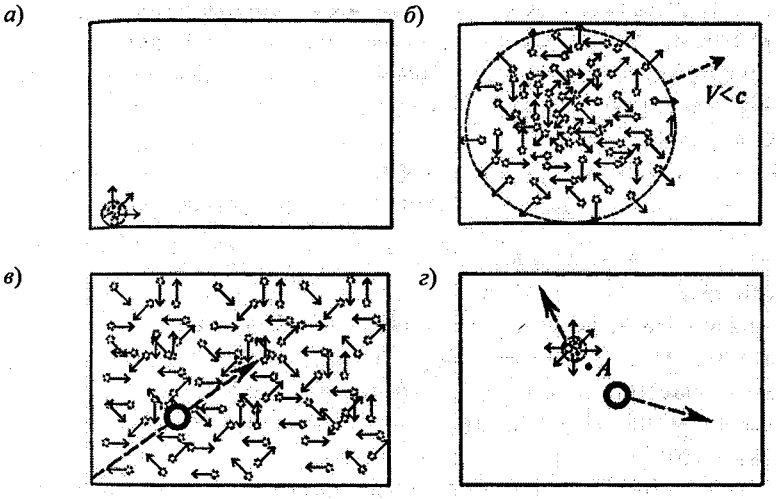

Рис.5.2. Редукция волновой ψ-функции [40].

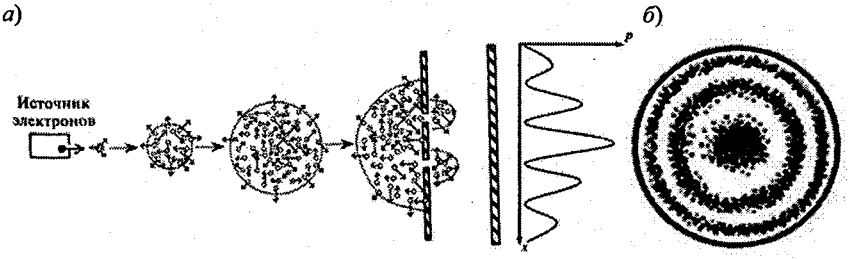

Рис. 5.3. Расщепление волнового пакета (*а*) [40], приводящее к интерференционной картине (*б*).

А теперь вчитайтесь в текст, который (если вы прочувствовали ситуацию) не должен очень сильно резать слух. «Часть электрона» проходит через одно отверстие, часть – через другое (интерферируя с первой своей частью, т. е. сам с собой), а еще одна часть отражается от экрана и движется в обратную сторону. Как это – часть? А очень просто: ведь электрон – это нечто со свойствами частицы и волны, да еще с разрывным движением (электрон одновременно движется и в щели, и обратно от экрана).

Нелокальность. Она фактически автоматически следует из понятия «единого квантового состояния», описываемого общей волновой функцией квантовых объектов. Это единое целое и между ее частями существует нелокальная связь. Наглядно ситуацию поясняет рис. 5.4. Электрон (волновой пакет), столкнувшись с препятствием, разделяется на два облака (но эти облака – единое целое) и фиксация (измерение) электрона в точке *A* приводит к редукции этого единого целого, т. е. к исчезновению облака в точке *B*.

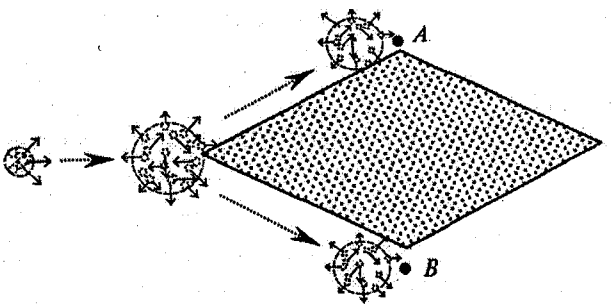

Рис. 5.4. К пояснению нелокальности [40].

Вода, как и все материальные тела на свете, состоит из протонов, нейтронов и электронов. Почему же тогда талая (или дождевая) вода так сильно отличается от водопроводной? Первую часто называют «живой».

С точки зрения предыдущих рассуждений, воду «одухотворяет» квантовое состояние, в котором находятся элементарные частицы в этой воде. Это состояние отличается для различной воды и определяется ее предысторией. Но одновременно вода – единое целое, так как благодаря круговороту воды в природе образуются нелокальные связи. Из-за локальных различий в предыстории той или иной

воды есть существенные отличия, но есть и нечто общее благодаря единому квантовому состоянию. Электроны, имеющие общую волновую функцию, пронизывают (благодаря дискретности своего движения) все воды Земли, что и объясняет их удивительные свойства, о которых упоминалось в п. 5.1.

Только это единое целое могло способствовать образованию биомассы, которая, во-первых, представляет также единое квантовое состояние, а, во-вторых, «использует» воду как среду, в которой материализуется (путем редукции волновых пакетов [40]) интерференционная картина, образованная волновыми пакетами, созданными элементарными частицами неорганических и органических соединений.

Если бы среда (вода) не находилась в едином квантовом состоянии, то вероятность упорядочивания атомов (т. е. лавинообразной их редукции в узлах интерференционной картины), ведущая к появлению живого, была бы очень мала. Для связи элементов, растворенных в воде (а она – один из лучших растворителей), последняя должна находиться в состоянии «бульона». В этом случае взаимодействие элементов будет определяться не только ими самими и ближайшим окружением, но и тем, что происходит во всем объеме воды.

Квантовое состояние воды как единого целого не должно испытывать коллапса, иначе его же испытает и биомасса. Следовательно, вода выступает гарантом жизни (по крайней мере, тех ее форм, которые сложились на Земле). А что выступает гарантом разума? Биомасса: человек такой разумный, потому что его мозг (состоящий на 80 % из воды) управляется квантовым состоянием всей биомассы [40], т. е. информацией, полученной за всю предысторию. (Не ясно пока, кто или что управляет творческой деятельностью человека. Она-то вряд ли гарантируется предыдущей информацией, иначе это уже не творчество.)

Можно задаться таким вопросом: что было бы с одним выжившим человеком, если бы в результате катастрофы погибла вся биомасса на Земле? Исходя из излагаемой логики рассуждений, ответ такой: он моментально бы погиб, потому что он жив, пока существует нелокальная связь «внутри» биомассы.

А что будет с речкой, если исчезнет круговорот воды в природе? Она исчезнет. Как она может жить без «души», создаваемой единым квантовым состоянием воды? Этот круговорот может быть только в нелокальном мире.

Заключение

Поднятые в монографии вопросы для многих гидрологов покажутся «заумными». И действительно, на практике обычно используются простые и понятные методы. Например, перебором различных вариантов находят оптимальное уравнение регрессии и его используют для прогнозирования. Или берется ряд среднегодовых расходов, строится кривая обеспеченности и по ней находится расход требуемой обеспеченности. Все понятно и просто. Но недаром говорят, что «простота хуже воровства». Закрепление этой «простоты» в нормативных документах ситуацию усугубляет.

Предположим, для определенной ситуации удалось найти приемлемое уравнение регрессии для прогнозов. Но вот начались изменения (другой цикл водности, меняется климат и т. п.). Хорошо, если и после переходного периода наступит стабилизация. А если нет?

Пусть установлен по ряду предшествующих наблюдений $Q_{1\%}$. Ну и что? Этому значению можно верить, если в ближайшие сто лет режим формирования стока в бассейне останется таким же, каким он был предшествующие десятилетия. Где гарантия? Все в природе меняется, только режим стока стабилен?

Все эти (и многие другие) допущения могут быть приемлемы, а могут и не быть. Назревает настоящая гидрологическая революция. Грядет дефицит ресурсов (нефть, уголь). Их нехватка неизбежно приведет к использованию возобновляемых энергоресурсов, т. е. биомассы. А для ее роста нужна вода. «Кто с ножом (водой), тот и с мясом». Вся наивная гидрология, построенная на статистическом стационарном восприятии реальности, при всей своей привлекательной простоте не в состоянии обеспечить динамичную (и можно предположить – драматическую) борьбу за ресурсы.

Гидрология (как и каждый человек) живет желаниями. Если желания достигнуты (многие гидрологи считают, что «все сделано» и включено в СНиПы, СП и Наставления), то человек (гидрология) оказывается в финитной скорлупе достигнутых желаний. Включается ген смерти. Потому что только смерть «классической» гидрологии (человека), т. е. разрушение карточного домика достигнутых желаний, вынуждает ее оказаться в инфинитной реальности, полной эмоциональных ожиданий, предчувствия новых открытий и смысла своего существования среди наук о Земле. Только частичная инфинитность гидрологии (т. е. осознание, что она окружена грудой проблем) не дает ей умереть в традиционных гидрорасчетах, базирующихся на фактических рядах наблюдений.

Список литературы

1. *Быков В. Д., Васильев А. В.* Гидрометрия. – Л.: Гидрометеоиздат, 1977. – 448 с.
2. *Верховский Я. Г., Тырмос В. И.* Сталин. Тайный сценарий начала войны. – М.: ОЛМА-ПРЕСС, 2005. – 608 с.
3. *Войнич-Сяноженцкий Т. Г.* Гидродинамика устьевых участков рек и взморий бесприливных морей. – Л.: Гидрометеоиздат, 1972. – 204 с. (Труды Зак. НИГМИ. Вып. 46 (52)).
4. *Волькенштейн М. В.* Биофизика: Учеб. руководство, 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 592 с.
5. *Гандин Л. С., Каган Р. Л.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. – Л.: Гидрометеоиздат, 1976. – 360 с.
6. *Гришанин К. В.* Гидравлическое сопротивление естественных русел. – СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. – 184 с.
7. *Диденко Б. А.* Этическая антропология (видизм). – М.: ООО «ФЭРИ-В», 2003. – 560 с.
8. *Емельянов Ю. В.* Сталин: на вершине власти. – М.: Вече, 2002. – 544 с.
9. *Зиновьев А. А.* На пути к сверхобществу. – М.: ЗАО Изд-во Центрополиграф, 2000. – 638 с.
10. *Калинин Г. П.* Проблемы глобальной гидрологии. – Л.: Гидрометеоиздат, 1968. – 378 с.
11. *Кальоти Дж.* От восприятия к мысли. О динамике неоднозначного и нарушениях симметрии в науке и искусстве: Пер. с нем. – М.: Мир, 1998. – 221 с.
12. *Карасев И. Ф., Коваленко В. В.* Стохастические методы речной гидравлики и гидрометрии. – СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. – 208 с.
13. *Картвелишвили Н. А., Галактионов Ю. А.* Идеализация сложных динамических систем. – М.: Наука, 1976. – 272 с.
14. *Капица П. Л.* Научные труды. Наука и современное общество. – М.: Наука, 1998.
15. *Кереселидзе Н. Б.* Устойчивость ограничивающих поверхностей потока, образованных несвязными грунтами, и критерий грядообразования. // Журн. прикладной механики и технической физики, 1967, № 5, с. 149 – 154.
16. *Коваленко В. В.* Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков. – Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 160 с.
17. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование: основание, примеры, парадоксы. – СПб.: Политехника, 2005. – 408 с.
18. *Коваленко В. В.* Частично инфинитная гидрология. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007. – 230 с.
19. *Коваленко В. В.* Теория катастроф и эволюция дифференцируемых многообразий в частично инфинитной гидрологии. – СПб.: изд. РГГМУ, 2008. – 178 с.
20. *Коваленко В. В., Викторова Н. В., Гайдукова Е. В.* Моделирование гидрологических процессов. – СПб: изд. РГГМУ, 2006. – 559 с.
21. *Кондратьев Н. Е.* Русловые процессы и деформации берегов водохрани-

лищ. Избранные труды. – СПб.: Изд-во «Знак», 2000. – 258 с.
22. *Ладыженская О. А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1970. – 288 с.
23. *Ладыженская О. А.* О динамической системе, порождаемой уравнениями Навье–Стокса. – В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 6 (Записки науч. семинара ЛОМИ, т. 27). – Л.: Наука, 1972, с. 91 – 114.
24. *Ладыженская О. А.* О конечномерности ограниченных инвариантных множеств для системы Навье–Стокса и других диссипативных систем. (Записки науч. семинара ЛОМИ, т. 115). – Л.: Наука, 1982, с. 137 – 155.
25. *Ладыженская О. А.* Об аттракторах нелинейных эволюционных задач с диссипацией. – В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 18 (Записки науч. семинара ЛОМИ, т. 152). – Л.: Наука, 1986, с. 72 – 85.
26. *Лосев К.* С. Вода. – Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 272 с.
27. *Макдональд М.* Научи свой мозг работать. – М.: Эксмо, 2009. – 304 с.
28. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
29. *Матвеев Н. М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск: Высш. шк., 1974. – 768 с.
30. *Мухин Ю. И.* Сталин – хозяин СССР. – М.: Алгоритм, 2008. – 288 с.
31. *Пригожин И.* От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках. – М., 1985. – 328 с.
32. *Пространственно-временные* колебания стока рек СССР / Под. ред. А. В. Рождественского. – Л.: Гидрометеоиздат, 1988. – 376 с.
33. *Рождественский Б. Л., Яненко Н. М.* Системы квазилинейных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 688 с.
34. *Соколовский Д. Л.* Речной сток (основы теории и методики расчетов). Изд. 3-е, испр. и доп. Учебник. – Л.: Гидрометеоиздат , 1968. – 540 с.
35. *Срибный М. Ф.* Формула средней скорости течения рек и их гидравлическая классификация по сопротивлению движению. – В кн.: «Исследование и комплексное использование водных ресурсов». – М.: изд. АН СССР, 1960, с. 204–220.
36. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977. – 623 с.
37. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
38. *Шуляк Б. А.* Физика волн на поверхности сыпучей среды и жидкости. – М.: Наука, 1971. – 400 с.
39. *Эббот М. Б.* Гидравлика открытого потока. Вычислительная гидравлика. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 272 с.
40. *Янчилин В. Л.* Логика квантового мира и возникновение жизни на Земле. – 2-е изд.. – М.: Новый Центр, 2007. – 151 с.

Предметный указатель

Автоколебания 30
Аномальные явления 77
Атрибут развития 3, 16
– процесса познания 4
Аттрактор 34, 72

Биомасса 89
Бифуркационная диаграмма 10, 12, 16
Бифуркационный стиль мышления 6, 11, 16

Виртуальное облако 82, 85
Волновая функция 81, 85
Волновой процесс 80
Время релаксации 41, 52, 71

Гидравлические сопротивления 25, 34, 37
Гносеологический гидравлический тупик 24
Грядообразование 24, 32, 33

Двумерная поверхность 65
Двумерное распределение 15, 52, 57, 58, 75
Делокализация финитной реальности 6, 9, 16
– вероятностная 39,46, 52
– временная 39
– географическая 39, 52
– мышления 9
– пространственно-временная 39
– фазового пространства 39
Диалектика познания 5
Динамическая закономерность 13, 14
Динамическое прогнозирование 46
Дискретное движение 85

Единое квантовое состояние 88

Живая вода 77

Земля 79, 88

Идиоадаптация 15
Интернет-ресурсы 39, 46
Интерференционная картина 86
Инфинитная реальность 3, 4, 5, 9, 15, 36

Квантовая механика 79, 80, 83, 85
Колебательные решения 27, 28
Краткосрочные прогнозы 39
Критическое замедление 8
– состояние 7, 8, 11
Локальный и нелокальный подходы 59, 62, 63

Метафорическое мышление 9
Многообразие 6
Модель линейного фильтра 42
– речного бассейна 17
– стохастическая 71

Неделокализованный прогноз 42
Нелокальная природа турбулентности 30

Нелокальность 4, 34, 35, 87
– гидрологии 69
– механизма турбулизации 35
Неустойчивость 3, 4, 14–16, 34, 35, 49
Нефеноменологический парадокс 21

Оправдываемость прогноза 39

Потенциал 7, 11, 65
Предельная теорема 14
Предметная область 5, 17, 35, 37
Прогноз процесса 40

Размерность пространства вложения 51
Расщепление волнового пакета 86
Редукционные кривые 70
Речная турбулентность 20

Самоорганизация 9
Световой квант 79
Система характеристический уравнений 26, 28, 57, 73, 74
Статистическая закономерность 13, 14
Стохастический прогноз 46

Точка бифуркации 14, 16

Уравнения для моментов 47
– Навье–Стокса 20, 21, 34, 35, 36
– одномерной гидравлической идеализации 21
– Пирсона 60, 61, 75
– Риккати 33, 42, 53
– Сен-Венана 24, 25, 28, 53
– Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) 31, 37, 46, 52, 56, 59, 60, 67, 71, 72
– Шредингера 79, 82, 85

Устойчивость 5, 30, 34, 35, 49, 65

Фазовая плоскость 26, 33
Фазовые переменные 16, 19, 27, 32, 37, 38, 51, 52
– портреты 27, 29
Фазовое пространство 26, 32, 38, 50, 57

Финитная локальная структура 4, 15
– реальность 5, 9, 16
– часть модели 18, 64
Фоновый динамический прогноз 39, 40, 42
Фотон 80
Фрактальная диагностика 51
– размерность 49, 50, 56

Частично инфинитная гидрология 16, 50
– закономерность 12, 14
– инфинитное моделирование 17, 36
Численные расчеты 29
Число Рейнольдса 20, 34

Шумы аддитивные 37
– мультипликативные 37

Эволюционный процесс 15
Эволюция распределений 48, 57
Элементарная частица 83

Содержание

	Введение (почему природа в целом устойчива)	3
1.	**Делокализация финитной реальности**	6
1.1.	Пример бифуркационного стиля мышления	6
1.2.	Частично инфинитные закономерности	12
2.	**Речная турбулентность**	20
2.1.	Возникновение проблемы гидравлических сопротивлений	20
2.2.	Преодоление гносеологического гидравлического тупика	24
2.3.	Гряды и нелокальная природа турбулентности	30
3.	**Краткосрочные прогнозы и гидрометрия**	39
3.1.	Фоновый динамический прогноз	39
3.2.	Стохастический прогноз и предпосылки делокализации размерности фазового пространства модели динамики речного стока	46
3.3.	Географическая делокализация	52
4.	**Многолетний речной сток**	59
4.1.	О локальном и нелокальном подходах к изучению многолетнего стока	59
4.2.	Математические модели формирования стока	63
4.3.	Методика прогноза *n*-мерных вероятностных поверхностей	69
5.	**Живая вода**	77
5.1.	Аномальные явления	77
5.2.	Элементы квантовой механики	79
5.3.	Дискретное движение частиц и «душа» воды	85
	Заключение	89
	Список литературы	90
	Предметный указатель	92

Table of contents

	Introduction (why the nature as a whole is steady)	3
1.	**Delocalization of finity reality**	6
1.1.	Example of bifurcational style of thinking	6
1.2.	Partially infinity law	12
2.	**River turbulence**	20
2.1.	Occurrence of a problem of hydraulic resistance	20
2.2.	Overcoming of epistemological hydraulic impasse	24
2.3.	Ridges and unlocal nature of turbulence	30
3.	**The short-term forecasts and hydrometric**	39
3.1.	The background dynamic forecast	39
3.2.	The stochastic forecast and preconditions of delocalization of dimension of phase space of model of dynamics of a river flow	46
3.3.	Geographical delocalization	52
4.	**Long-term river flow**	59
4.1.	About the local and unlocal approaches to study of a long-term flow	59
4.2.	Mathematical models of formation of a flow	63
4.3.	Technique of the forecast n-мерных вероятностных of surfaces	69
5.	**Alive water**	77
5.1.	The abnormal phenomena	77
5.2.	Elements of the quantum mechanics	79
5.3.	Discrete movements of particles and «soul» of water	85
	The conclusion	89
	The list of the literature	90
	The index	92

81-00

Научное издание

Коваленко Виктор Васильевич

НЕЛОКАЛЬНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

Монография

Редакторы Л.В. Ковель, И.Г. Максимова
Компьютерный набор О.В. Романова
Верстка Е.В. Гайдукова

ЛР № 020309 от 30.12.96

Подписано в печать 20.04.10. Формат 60×90 1/16. Гарнитура Times New Roman.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 6,0. Тираж 250 экз. Заказ № 06/10
РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.
ЗАО «НПП «Система», 197045, Санкт-Петербург, Ушаковская наб., 17/1.