

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.В. КОВАЛЕНКО

ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА



Санкт-Петербург
2004

УДК 556.048

Коваленко В.В. Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процесса формирования речного стока. – СПб.: изд. РГГМУ, 2004. – 198 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А. В. Рождественский (Государственный гидрологический институт)

В книге сделана попытка применить идеи частично инфинитного моделирования к процессу формирования многолетнего речного стока. Рассматриваются как философско-методологические, так и научно-естественные основания подобного подхода, который заключается в том, что роль «начального условия» играют не численные значения составляющих вектора состояния, а сама модель, формирующая этот вектор размерности n . Частично инфинитное моделирование – это формирование модели расширенной предметной области с вектором состояния размерности $n + 1$, т.е. организация переходного гносеологического процесса, который не может быть полностью рационализирован.

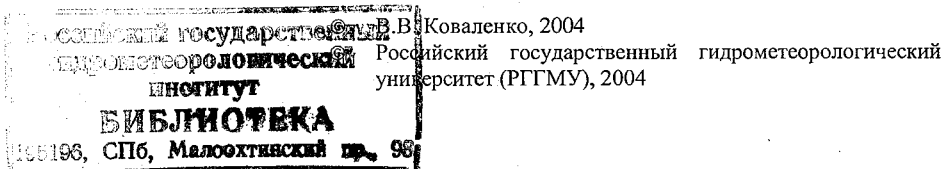
Адресована специалистам, аспирантам и студентам ВУЗов, занимающимся гидрологией суши.

Kovalenko V.V. Partial infinite modelling and forecasting of the process of river-runoff formation. – St. Petersburg: RSHU Publishers, 2004. – 198 pp.

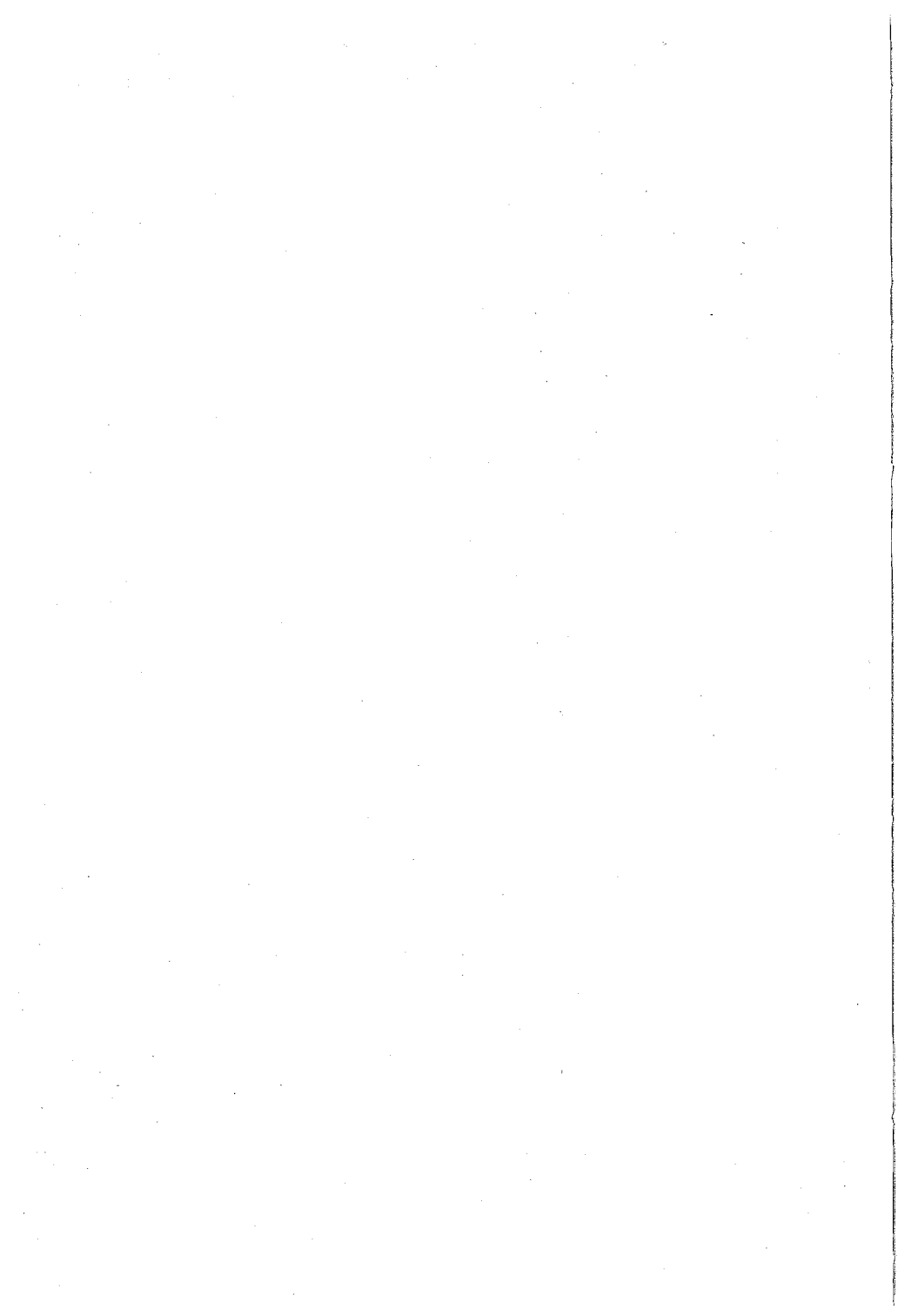
Reviewer: Prof. A.V. Rozhdestvensky, D. Sc. (Science and Technology) of the State Hydrological Institute

The author attempts to apply the ideas of partial infinite modelling to formation process of long-term river runoff. Considered in the book are both philosophic-methodological and natural-science fundamentals of such approach, where the role of the "initial condition" is played not by numerical values of the state-vector components but by the model itself forming this vector of n dimension. Partial infinite modelling is formation of a model of the expanded subject domain with a state vector of $n + 1$ dimension, i.e. organization of a transitional epistemological process which cannot be completely rationalized.

ISBN 5-86813-036-7



*VI Всероссийскому
гидрологическому съезду
посвящается*



ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование (в том числе и гидрологических процессов) имеет длительную историю. Методы апробированы, терминология устоялась, и появление какого-то «частично инфинитного» моделирования вызывает либо откровенное раздражение, либо (в лучшем случае) ироническую улыбку по поводу претенциозности автора.

Чем отличается частично инфинитное моделирование от «просто» моделирования? В каком-то (широком) смысле – «ничем», а в каком-то (узком) – «все». «Обычное» моделирование подразумевает так называемую корректную постановку задачи: выписываются уравнения, отражающие действующие в моделируемом объекте закономерности, которые дополняются информацией (граничными и начальными условиями), гарантирующей существование и единственность решения, а также его непрерывную зависимость от этих самых условий и параметров уравнений (т. е. устойчивость). Действительно, с одной стороны, что мы будем моделировать, если решение априори не существует или неустойчиво? Но, с другой стороны, корректно («финитно») можно моделировать только системы, в которых не происходит ничего нового, имеют место только количественные изменения составляющих вектора состояния. Если при жестких требованиях к классу допустимых решений добиться успеха не удастся, то эту корректность («финитность») начинают размывать: расширять функциональные пространства в которых ищут решения и задают исходную информацию (например переходят к так называемым обобщенным решениям).

Ну а если мы хотим моделировать процессы развития, качественные скачки? Нельзя, «говорит» классическая наука. И она права: жестко зафиксировав изучаемую предметную область набором рациональных понятий (а по другому никак) действительно нельзя прогнозировать появление чего-то принципиально нового, не входящего в набор этих рациональных (освоенных наукой) понятий (иначе это уже не наука, а угадывание). Ну а если мы все-таки хотим (пусть не в полном объеме – иначе мы моделировали бы творческие процессы, став «богом»)? Если очень хотим, то «можем» (но «частично инфинитно»), т. е. нарушив условия корректности. На самом деле все, что появляется в науке нового (а для этого наука и существует) получено путем частично инфинитного моделирования, нарушения корректности. Более того, любая «кор-

ректная» задача всегда частично инфинитна. Для того чтобы прояснить ситуацию рассмотрим пример.

Пусть сток моделируется уравнением

$$dQ/dt = -1/k\tau \cdot Q + \dot{X}/\tau, \quad (\text{В.1})$$

где Q – расход воды; k – коэффициент стока; τ – время добегания; $\dot{X}$ – интенсивность осадков. Перечисленные в этом перечне величины (Q , k , τ , $\dot{X}$) и есть «финитное» – конечный набор рациональных (освоенных гидрологией) понятий, причем под расходом воды понимается решение (В.1), т. е. численные значения, имеющие размерность $\text{м}^3/\text{с}$, полученные путем рациональных манипуляций над рациональными понятиями, входящими в уравнение. Все что в него не входит (например циклон, формирующий осадки $\dot{X}$) представляет полностью инфинитные (для этой конкретной модели) понятия.

Но для корректности решения нужно знать стартовые значения расхода, т. е. начальное условие. Оно получается из измерений, т. е. с использованием совсем других рациональных (гидрометрических) понятий, не входящих в предметную область, фиксируемую моделью. Таким образом начальное условие $Q|_{t=t_0}$ частично инфинитно для этой модели – это граница между гидрологией и гидрометрией. Такие же рассуждения можно привести и в отношении коэффициентов модели (задаваемых параметров).

В этом широком смысле слова любая модель частично инфинитна (как и любой фрагмент реальности, который, чтобы стать объектом гносеологии, должен быть зафиксирован, т. е. должно быть указано, что для него является инфинитным – а это все, что не входит в перечень рациональных понятий их этого фрагмента).

В более узком смысле слова под частично инфинитным моделированием мы понимаем моделирование процессов развития, т. е. математическое описание процесса расширения набора переменных вектора состояния системы (фазовых переменных). Такое моделирование частично инфинитно, так как в рамках стартовой модели нельзя однозначно указать качество новых фазовых переменных.

Обрисуем в общих чертах идеологию этого частично инфинитного моделирования. Основная философская предпосылка состоит в том,

что окружающая нас реальность (какой бы природы она ни была) гносеологически структурируется на отдельные предметные области, фиксируемые субъективной системой взаимодействий. Сам факт выделения (фиксации) объекта реальности (предметной области) уже говорит о том, что он стал для нас финитным (выразимым в рациональных структурах, т. е. образах или понятиях). Все, что за пределами этой рациональной фиксации – инфинитное окружение. При этом любые две предметные области инфинитны по отношению друг к другу (т. е. «вторая» предметная область не выразима в рациональных структурах «первой», и наоборот). Граница между предметными областями – частично инфинитна. Это означает, что коэффициенты моделей осуществляют «интерфейс» между финитной предметной областью, характеризуемой переменными состояниями, и инфинитным окружением, вызывающим «шумы». При их определенной интенсивности возникает неустойчивость, приводящая к тому, что задаваемые коэффициенты становятся искомыми финитными переменными состояния расширенной предметной области.

Под речным стоком мы в данной работе понимаем, в основном, многолетний годовой, минимальный и максимальный сток, характеристики которых нормируются СНиПами. Однако излагаемая ниже методология пригодна (с оговорками и дополнениями) и для других видов стока (склонового, руслового и т. д.).

Идеология частично инфинитного моделирования предполагает, что изучаемая предметная область (речной бассейн в данном случае) описывается конечным (и небольшим) числом фазовых переменных (мод, параметров порядка – по другой терминологии), которые взаимодействуют друг с другом (например по типу конкуренции), а их селективная ценность связана с инфинитным окружением, которое через частично инфинитную границу влияет на коэффициенты модели, определяющую эту селективную ценность. Остановимся подробнее на этой «конечномерности».

Многолетний сток картируется, а значит можно говорить о поле речного стока $\varphi(x, y, t)$ и его формальном математическом представлении

$$\partial \varphi / \partial t = L(\varphi), \quad \varphi|_{t=0} = \varphi_0, \quad (\text{B.2})$$

где L – нелинейный дифференциальный оператор.

Решение системы (В.2) можно представить в виде ряда по некоторой системе базисных ортогональных функций $\Phi_i(x, y)$:

$$\varphi(t, x, y) = \sum_i \psi_{ik} \Phi_i(x, y). \quad (\text{В.3})$$

Подставляя (В.3) в (В.2) и применяя процедуру Галеркина, получают для определения функций $\psi_{ik}(t)$ систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{\psi}_N = F_N(\psi_1, \dots, \psi_N; t), \quad \psi(0) = \psi_0. \quad (\text{В.4})$$

Существуют несколько веских аргументов, чтобы в ряду (В.3) ограничиться конечным числом N слагаемых.

Первый. Обычно в физических задачах (например в гидромеханике вязкой жидкости) конечномерность галеркинской аппроксимации связывают с действием вязкости, «выжигающей» высокочастотные составляющие поля скорости. В нашем случае роль такой «вязкости» может играть точность оценки норм тех или иных характеристик, используемых при построении карт.

Второй. Говорить о поле стока можно (и то условно, учитывая фрагментарность речных водосборов) только в отношении его зональных характеристик. Роль той же вязкости играют репрезентативные площади $F_{\text{репр}}$ водосборов, исключаящие влияние аazonальных факторов (например для лесной зоны $F_{\text{репр}} \approx 1000 \text{ км}^2$).

Поэтому конечномерность подразумевается как само собой разумеющаяся. Для водосборов система (В.4) сводится к виду

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i &= \sum a_{ijk} \psi_j \psi_k + \sum \overline{b_{ij}} \psi_j + c_i, \\ \psi_i(0) &= \psi_{i0}; \quad i = \overline{1, N}, \end{aligned} \quad (\text{В.5})$$

причем заменой переменных систему (В.5) можно сделать однородной.

В данной книге значение N не больше четырех (устанавливается методами фрактальной диагностики) и основной задачей является разработка технологии, позволяющей по мере необходимости изменять N .

В монографии отражены результаты исследований по гранту Министерства образования РФ (Е02-10.0-20).

1. ФИЛОСОФСКИЕ И НАУЧНО-ЕСТЕСТВЕННЫЕ ОСНОВАНИЯ ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

1.1. ФИЛОСОФСКАЯ ПОДОПЛЕКА

Ученые занимаются наукой, т. е. деятельностью по добыванию новых знаний. Наука должна: 1) описывать, 2) объяснять и 3) предсказывать явления и процессы. Делает это наука с помощью определенной методологии, т. е. учения о методах, средствах и формах научного исследования. В методологии в обязательном порядке:

- 1) описывается состав и последовательность действий (материальных и мысленных), необходимых для получения знаний;
- 2) изложение ведется в форме нормативных высказываний («сделать то-то...»);
- 3) должен удовлетворяться критерий осуществимости (в описании действий не должно быть противоречий и они должны выполняться за конечное число шагов).

Однако такая общепринятая трактовка методологии является чисто рационалистической, и фактическая научная деятельность выходит за ее рамки, ибо это деятельность творческая (т. е. порождающая что-то новое).

На творческую деятельность оказывает влияние мировоззрение ученого, т. е. философские принципы, категории и законы, которые вольно или невольно (неосознанно) регулируют познавательную деятельность (его онтологический базис). Например, если ученый придерживается онтологической модели реальности лишенной случайности, то он априори будет отвергать использование вероятностных методов. Наши (в данной работе) базовые онтологические представления – это категории единичное, особенное и общее, а также – сущность и явление.

К проблеме творчества можно подойти двумя путями: 1) новое получается логическим путем из уже освоенных рациональных представлений; 2) для получения нового надо обращаться к нелогическим методам (рис. 1.1). По-видимому более верна вторая точка зрения, так

как творчество (просто по определению) там, где новое решение не детерминировано однозначно старым знанием.

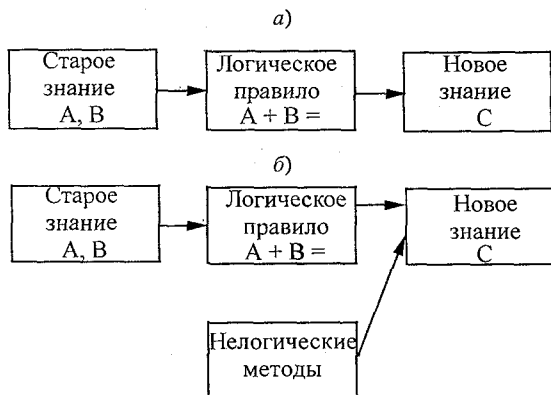


Рис. 1.1 Логический (а) и не «полностью логический» (б) подходы к получению нового знания.

Раз вводятся в рассмотрение нелогические элементы, то появляются такие понятия как иррациональность, инфинитность, философский негеоцентризм и другие, которые будут рассматриваться ниже.

В мировой философии существуют два подхода к знанию: Восточный и Западный. В обоих есть элементы рационального и иррационального, но с преобладанием одного из них (на Востоке – иррационального, на Западе – рационального). Однако иррациональность носит мистический характер.

Мы ставим задачу убрать эту мистику путем объединения рациональных и иррациональных моментов в познании, опираясь на материалистическую диалектику (в этом – концепция данной работы).

Из существующих базовых категорий мы начнем с наиболее простых: единичное, особенное, общее. Без них нельзя рассматривать категории явление и сущность. Иерархия категорий такая: (единичное, особенное, общее) $\Rightarrow$ (явление, сущность) $\Rightarrow$ (закон эмпирический, закон теоретический) $\Rightarrow$ (возможность) $\Rightarrow$ (необходимость) $\Rightarrow$ (причинность). Более простые категории входят в определение более сложных, но не наоборот. Например: объективно возможно то, что согласуется с зако-

нами в той или иной предметной области; необходимое – то объективно возможное, для которого существуют все условия для перехода в действительное; причинные связи есть частный случай необходимых связей.

В современной философии категории единичное, особенное и общее часто используют применительно только к понятийной сфере человеческого знания, т. е. опираются на формальную логику:

стол	–	мебель	–	изделие
(единичное)		(особенное)		(общее)

(стол, мебель, изделие – это понятия). Таким образом происходит «сворачивание» пересечения конечного числа понятий в новое понятие (не входящее в их число): мебель – свертка стула, стола и т. д. При таком подходе эти три категории различаются только по объему и различие между ними относительно (единичное в другом контексте может стать общим, но это не диалектика, а релятивизм). Учитывая что любое понятие отражает общее, выражение «единичное понятие» ни чем не лучше выражения «замороженный огонь». Мы же будем вводить эти три категории, опираясь на онтологию (еще Платон взял вещь прообразом единичного, а понятие «идеи вещей» – прообразом общего).

Философские категории имеют онтологические, т. е. объективно-универсальные основания. Поэтому все три категории есть формы отражения различных сторон объективной реальности. Эта объективная реальность характеризуется как атрибутивно (объективно-универсально), так и модусно (объективно-неуниверсально). Атрибутивными связями (пространственно-временными, причинными и т. п.) пронизываются все объекты без исключения, а модусными (гравитационными, гидрологическими и т. п.) – лишь некоторые.

Так вот атрибут единичности – это уникальность каждого объекта. Но если реальность была бы просто совокупностью уникальных (непохожих) объектов, то это бы противоречило онтологическому принципу всеобщей связи. Поэтому свойство любого объекта вступать в связи (растворяться) с окружением является атрибутом категории общего. Единство этих двух атрибутивных свойств материальных объектов отражается в категории особенное.

В реальности эти три категории нельзя расчленить (можно лишь мысленно), так как нельзя обнаружить уникальность объекта в отрыве от его связей с другими объектами и от спецификации этих связей. Од-

нако отражать действительность человек может только расчленив это единство у себя в голове или спроектировав действительность на плоскости единичного, особенного и общего, а затем снова их синтезировав на завершающих этапах познания. Единичное (объекты) в познании присутствуют в виде чувственных наглядных образов (ощущений, восприятий и представлений субъекта). Общее (связи) в познании проявляется в виде понятий, т. е. неких рациональных структур. Поэтому нельзя оторвать одно от другого, не ограничив сам процесс познания.

До сих пор единичное и общее мы определяли с помощью слов, т. е. из слов формировали понятие. Можно ли эти понятия представлять в виде зрительного образа, т. е. перейти от понятий к представлению?

Понятие общее возникает из принципа всеобщей связи единич-

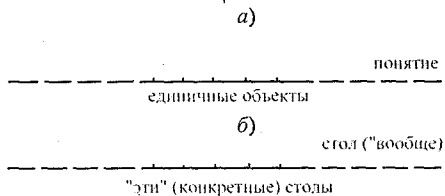


Рис. 1.2. Иллюстрация формирования понятия (а) и пример с понятием «стол» (б).

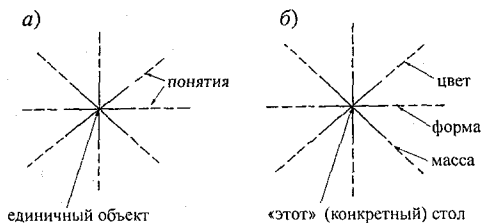


Рис. 1.3. Соотношение единичного объекта и отражающих его понятий (а); пример со «столом» (б).

ных объектов и объединяет бесконечное их число (рис. 1.2). Таким образом, зрительный образ общего – это прямая, а зрительный образ единичного – точка на прямой. Возникает вопрос: если существует зрительный образ единичного (точка), который определяет понятие общее (линию), то может быть не нужно чувственное познание? (Можно все познать только понятиями.) Но это не так, ибо любой единичный объект характеризуется бесконечным числом понятий (стол: деревянный, круглый, тяжелый и т. д.). Образно это представлено на рис. 1.3. Таким образом, «мощность» понятия общее

есть бесконечность. Но и «мощность» понятия единичное также бесконечность.

При рациональном анализе соответствующего чувственного образа мы оперируем только конечным числом («главных») понятий. При этом

«главные» и «неглавные» понятия определяются только практикой, т. е. деятельностью. Так вот пересечение конечного числа этих главных понятий и называют представлением соответствующего единичного объекта. Это конечное число понятий можно выразить в виде нового понятия, не входящего в их число (это – особенное), и перейти, тем самым, от представления объекта к эмпирическому понятию объекта (рис. 1.4).

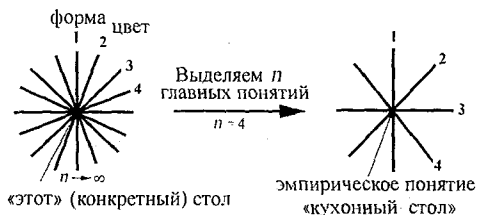


Рис. 1.4. К формированию эмпирического понятия «кухонный стол» путем свертки главных понятий.

Эмпирическое познание (т. е. взаимодействие чувственного и рационального) идет по схеме: единичный объект (характеризуется бесконечным числом понятий, т. е. иррациональность) $\Rightarrow$ чувственный образ (иррациональность) $\Rightarrow$ эмпирическое представление (характеризуется конечным числом понятий) $\Rightarrow$ эмпирическое понятие (характеризуется сворачиванием конечного числа понятий в одно; это синтез единичного, особенного и общего). Чувственное «познание» (видимо такого не существует вообще) и эмпирическое познание это не одно и то же, так как в эмпирическом познании используют рациональные структуры (эмпирические понятия).

Мы уже упоминали об онтологических основаниях единичного (уникальное), особенного (специфическое) и общего (сами связи). Каждое из них имеет, в свою очередь, более глубокие основания, для осознания которых надо выйти за рамки эмпирического познания. Если эмпирическое познание приводит к тупику (парадоксам), то для выхода из него (см. рис. 1.5) придумывают умозрительное понятие (его нельзя представить как линию связи чувственных образов). Далее «разворачивают» (операция, обратная свертке) это понятие в конечное число других понятий (раскрывающих содержание умозрительного понятия, определяющих его). Это пересечение конечного числа понятий может породить умозрительное представление («чувственный по-

ятийный образ»); для этого надо иметь чувственное воображение (чего, кстати, нет у животных).

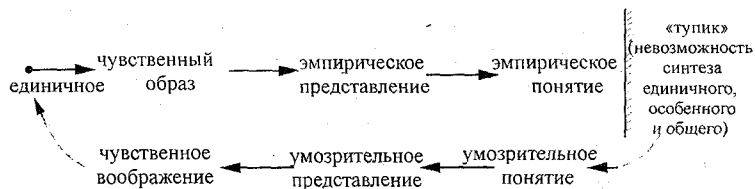


Рис. 1.5. Выход за рамки эмпирического познания.

Эти умозрительные представления могут быть плохими, спекулятивными (т. е. не допускать сравнения с эмпирическими понятиями и представлениями, например умозрительное представление «дьявол») или хорошими (допускают). Если умозрительное понятие породило хорошее умозрительное представление (это уже будет теоретическое представление), т. е. допускающее эмпирическую проверку, то оно превращается в теоретическое понятие.

Теоретические понятия и представления это те умозрительные понятия и представления, которые в принципе допускают экспериментальную проверку. Если она удалась реально (т. е. если с их помощью удалось объяснить известное и предсказать новое эмпирическое знание), то они – истинные (иначе – ложные).

Чувственное воображение (рис. 1.5) может содержать как известные единичные объекты, так еще и не известные. Если эти последние действительно обнаруживаются экспериментально, то это говорит не только о новизне теоретических понятий и представлений, но и об их истинности. Если теория истинная, то на рис. 1.5 должно происходить замыкание слева и размыкание справа (просто нет необходимости «смыкать» справа, так как нет тупика). Если эмпирическое познание неверно, то имеет место замыкание справа (поиск правильных умозрительных представлений), но – разрыв слева (так как не найдено правильных, теоретических представлений, чтобы эмпирическая ветвь не попадала в тупик). Таким образом, только совмещение двух ветвей в замкнутую цепь с обратной связью (следовательно появление нелинейности) обеспечивает синтез единичного, особенного и общего, адекватно отражающих объективные свойства материального мира.

Рассмотрим пример. Пусть имеется некий объект под названием речной бассейн (онтологическое единичное). Каждый бассейн уникален и характеризуется бесконечным числом понятий (т. е. онтологических общих): почво-грунты, размер, биомасса и т. д. (рис. 1.6 а).

Гидрологи из этой бесконечности выделяют конечное число понятий (гидрологически специфицируют бассейн): расход воды Q , коэффициент стока k , время релаксации τ , интенсивность осадков $\dot{X}$ (все это – онтологически особенное, рис. 1.6 б).

Для того чтобы сделать речной бассейн объектом научного исследования, дополним его умозрительными понятиями (рис. 1.6 в): равно $=$, производная d/dt , минус $-$, плюс $+$ (мы знаем, что они теоретические, а не спекулятивные). Тогда гносеологическое особенное можно представить следующей моделью

$$dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau$$

(о компоновке, именно такой, этого особенного – разговор особый).

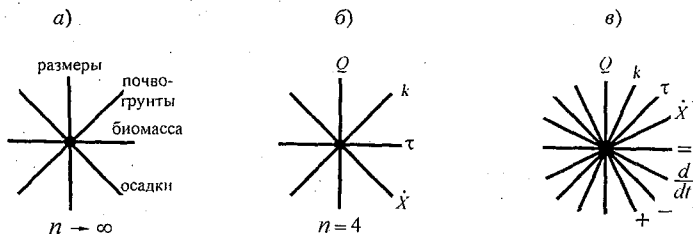


Рис. 1.6. Формирование из «этого» (конкретного) речного бассейна, характеризуемого бесконечным числом понятий (а), через его гидрологическую спецификацию конечным числом понятий (б) объекта научного познания (в).

Рассмотренной выше (рис. 1.5) замкнутой цепью (синтезом единичного, особенного и общего), мы задали общую концепцию естественнонаучного творчества. Однако для того чтобы правильно анализировать взаимодействие двух ветвей (верхней и нижней, «прямой» и «обратной») нужно рассмотреть категории сущность и явление.

В учебниках по философии дается, примерно, следующая интерпретация категорий сущность и явление. Сущность и явление – категории, выражающие разную глубину познания объекта. Явление – то, что

лежит на поверхности и воспринимается чувственно (так сказать «ботва»). Сущность – скрыта, нет органов для ее восприятия («корень»). Нет сущности без явления (как и наоборот): сущность – является, явление – существенно. (Сущность человека обязательно проявляется в его поступках). Сущность – общее, явление – единичное.

Основная задача науки – постижение вещей в их сущности. Если бы сущность и явление совпадали, то наука была бы излишней. Нельзя говорить о сущности «материи вообще», так как субъект имеет дело не с материей вообще, а с ее конкретным проявлением: конкретно взаимодействуя с конкретным объектом. В связи с этим возникает понятие предметной области, которую можно определить (по Кудряшову) как выделенную субъектом совокупность объектов той или иной природы вместе с фиксированной системой взаимодействий их между собой (внутренние связи), а также с фиксированной системой их взаимодействия с «окружающими» объектами (внешние связи).

Явления (вещи, процессы, свойства и т. д.), образующие некоторую предметную область, наблюдаемы (так как могут взаимодействовать с органами чувств и приборами), сущность же этих явлений (если предметная область фиксирована) ненаблюдаема (не может взаимодействовать с органами чувств и приборами). Например выделим «предметную область» – мельницу, взаимодействующую с воздухом. Явление ветра (в этой фиксированной области) можно наблюдать по вращению мельницы, но сущность ветра (перепад давления, связанный с неравенством температур в атмосфере) по вращению мельницы (т. е. в фиксированной предметной области) не наблюдаема. Для осознания сущности ветра надо расширять предметную область с мельницы до неоднородно нагретой атмосферы и т. д. Однако сущность расширенной предметной области в ней самой будет также непознаваема (надо снова ее расширять, включая в рассмотрение Солнце и т. д.).

Познание сущности конкретной предметной области начинается с построения понятий, трансцендентных (пользуясь терминологией Канта) относительно изучаемых явлений. Это делается с помощью творческого воображения субъекта (т. е. интуицией), порождением понятий, выходящих за рамки явлений изучаемой предметной области («неэмпирических» понятий). Это нелогичное (интуитивное) конструирование неэмпирических понятий и представлений (наглядных образов) и есть уже упоминавшееся умозрение.

В предметной области (рис. 1.7) существуют феноменологические взаимодействия (наблюдаемые явления), но в ней скрыты и нефеноменологические (ненаблюдаемые в данной предметной области) взаимодействия (сущность). Эта сущность отражается умозрительной концепцией из расширенной предметной области.

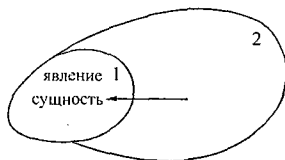


Рис. 1.7. Предметная область (1) и ее фактическое, либо умозрительное расширение (2).

Нефеноменологические объекты (т. е. сущность в фиксированной предметной области) есть явление, но в расширенной предметной области. Например сущность ветра — неравномерность нагрева атмосферы, но изучая эту неравномерность как явление в расширенной предметной области мы можем предсказать ветер (т. е. сущность). Таким образом, явление в данной предметной области может играть роль сущности в другой и наоборот. Поэтому, в частности, сущность и явление — атрибуты (ибо они существуют в каждой предметной области). Отсюда, видимо, и возможность познаваемости мира, вернее его предметных областей.

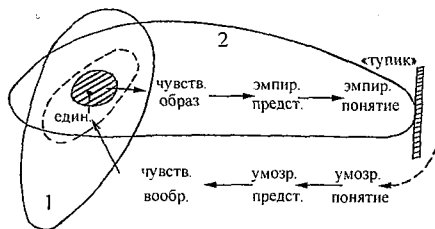


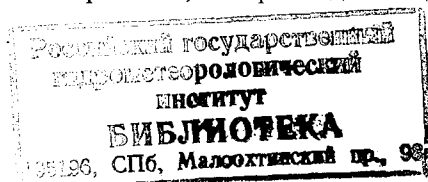
Рис. 1.8. К пониманию места, которое занимают явление и сущность в процессе познания.

На схеме (рис. 1.8) показано место, которое занимает явление и сущность в процессе познания.

Пока мы находимся на обычном (эмпирическом) уровне (прямая ветвь на рис. 1.8) и на нем не возникает парадоксов (тупика), то нет необходимости выхода за пределы гносеологической предметной области, т. е. нет необходимости познавать сущность онтологической предметной области.

Если же мы наталкиваемся на тупик (под «тупиком» можно понимать неустойчивость решения, если речь идет о моделировании, или — более ши-

1 — онтологические предметные области (фиксированная и расширенная); 2 — «предметная область» в гносеологическом и методологическом смыслах (т. е. это совокупность явлений, отражающих объекты и сгруппированных при помощи эмпирических понятий, отражающих наблюдаемые связи между объектами).



роко – несовпадение, в каком-то смысле, решения и фактического хода процесса), то надо «нырять» в умозрительное познание (обратная ветвь), т. е. с помощью творческого воображения конструировать неэмпирические наглядные образы.

Например решение модели (В. 1) есть кривая 1 на рис. 1.9, а фактиче-

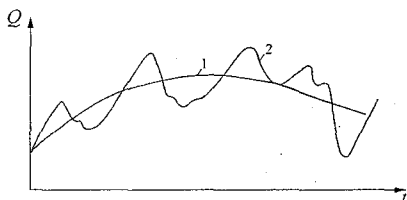


Рис. 1.9. Несоответствие решения модели (1) и фактического хода расхода воды (2).

ский расход воды соответствует кривой 2. Поэтому в модель надо включить умозрительные понятия, например вероятность, и из вероятности формулировать конечное число понятий (т. е. формировать особенное – умозрительные представления: белые шумы, марковский случайный процесс и др.) и с помощью чувственного воображения расширять предметную об-

ласть (делать ее вероятностной). Тогда вероятностная сущность прежней (фиксированной) предметной области станет только вероятностным явлением расширенной предметной области. А сама модель (уже вероятностная) будет такой (рис. 1.10):

$$\frac{\partial p(Q, t)}{\partial t} = - \frac{\partial (Ap(Q, t))}{\partial Q} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (Bp(Q, t))}{\partial Q^2}.$$

Это известное уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК). В нем $p(Q, t)$ – плотность вероятности расхода воды, а коэффициенты сноса A и диффузии B определяются выражениями:

$$A = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})Q - 0,5G_{\bar{c}N}Q + \bar{N},$$

$$B = G_{\bar{c}}Q^2 - 2G_{\bar{c}N}Q + G_{\bar{N}}$$

(здесь: $\bar{c} = 1/k\tau$; $\bar{N} = \bar{X}/\tau$; $N = \bar{N} + \tilde{N}$; $c = \bar{c} + \tilde{c}$, где $\tilde{N}$ и $\tilde{c}$ – белые шумы с интенсивностями $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{c}N}$, $G_{\bar{N}}$).

Эта умозрительная (пока) модель (особенное) будет истинной (теоретической), если она будет проверяемой и достоверной. Последнее в данном случае означает, например, что эмпирическое распределение

$p_s(Q, t)$ сечения экспериментального пучка траекторий (рис. 1.11 а) соответствует (в каком-то статистическом смысле) решению модели $p_t(Q, t)$ (рис. 1.11 б). Таким образом, очередная задача заключается пока в «склеивании» пяти категорий через методологию научного исследования.

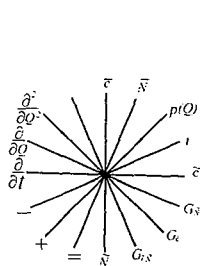


Рис. 1.10. К формированию вероятностной модели.

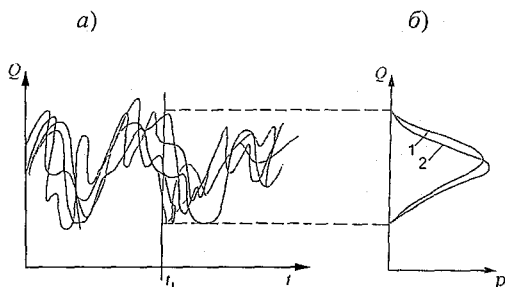


Рис. 1.11. «Пучок» траекторий (а) и распределения плотности вероятности (б).

1 – теоретическое; 2 – эмпирическое.

Вернемся к нашей схеме познания (рис. 1.12). Эмпирический и умозрительный уровни познания есть диалектическая пара, синтезом которой является теоретическое исследование (ближайший аналог ситуации: мера как единство количества и качества). Эмпирическое отражает явление, умозрительное – сущность, а теоретическое – синтез сущности и явления.



Рис. 1.12. Появление селективного фильтра (1) в схеме познания.

Процесс построения теории – это совмещение феноменологического описания явления и нефеноменологического объяснения сущности, т. е. это синтез эмпирического и умозрительного. Причем этот синтез происходит за рамками только явления и за рамками только сущности.

сти и осуществляется уже в нефиксированной предметной области, так как заранее не известна ни область объяснения, ни область предсказания теории (а эти два фактора – объяснение и предсказание – есть критерии ценности теории).

Основная творческая задача – раскрытие сущности явлений, образующих некоторую фиксированную предметную область. Так как сущность ненаблюдаема (в фиксированной предметной области), для ее исследования не годятся эмпирические методы. Поэтому и надо выходить за рамки исходной предметной области (или, в гносеологическом смысле, – за рамки запретной области на рис. 1.12). В этой запретной области надо включать творческое воображение (интуицию) или генератор идей (умозрительных понятий и представлений).

Большое число идей требует их селекции. Эта селекция осуществляется фильтром (рис. 1.12), в роли которого выступает мировоззрение ученого, его философия или более конкретно – физическая картина мира (ФКМ), т. е. некоторые размытые представления, имеющие, тем не менее, твердые базовые установки. Например, если эта ФКМ слишком детерминированная (как в исламе), то убежденность в предопределенности событий не будет способствовать зашумлению модели для перехода к вероятностному описанию.

Таким образом, прежде чем результаты творческого воображения допускаются к эмпирической проверке (селекции), происходит их мировоззренческая проверка (селекция). Новые идеи сравниваются (свертываются) с мировоззренческими шаблонами (аттракторами). Если эта свертка оказалась устойчивой (в каком-то смысле), то ее можно назвать гипотезой, которая, пройдя эмпирическую проверку (например по критерию согласия Колмогорова, рис. 1.11), становится теорией. Теперь обратимся к механизму этого творческого воображения или интуиции.

Интуиция порождает умозрительные понятия и новые знания (рис. 1.13). Она выступает в роли генератора идей (прозрений). Ей посвящена огромная литература. Почти все авторы отмечают, что с одной стороны ее характеризует внезапность озарения, а с другой – необходимость предварительной сознательной работы.

Как бы в оппозиции к интуиции стоит интеллект (т. е. рассудочная деятельность). Они дополняют друг друга. По словам известного философа А. Бергсона [6]: «... есть вещи, которые способен искать только интеллект. Но он сам никогда не найдет их. Их мог бы найти только инстинкт,

но он никогда не будет их искать». По его мнению, интуиция – это высококоразвитая форма инстинкта. С точки зрения диалектического материализма интуиция есть специфический процесс взаимодействия и взаимоперехода наглядных образов и абстрактных понятий.

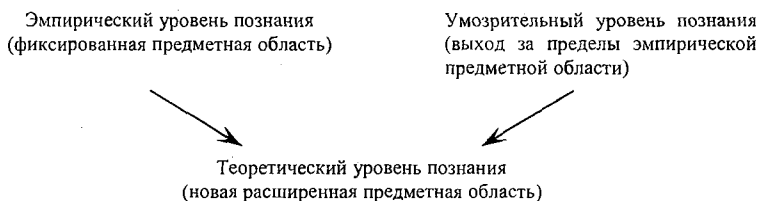


Рис. 1.13. Взаимосвязь эмпирического, умозрительного и теоретического уровней познания.

Попробуем изложенное изобразить наглядно. Положим, что ψ_1 – это связь (линия) между единичными образами a_1 и a_2 (рис. 1.14 а). Объекты a_1 и a_2 отражаются в чувственных образах, для конкретизации которых нужно еще, как минимум, два понятия ψ_2 и ψ_3 (рис. 1.14 б) и т. д. (рис. 1.14 в). Таким образом, возникает паутина, содержащая (синтезирующая) бесконечное число объектов a и понятий ψ . Эту паутину называют [41] синкретической образно-понятийной когнитивной структурой или бесконечно-бесконечнозначным соответствием (ББС) (мы ее назовем иррациональным шаблоном).

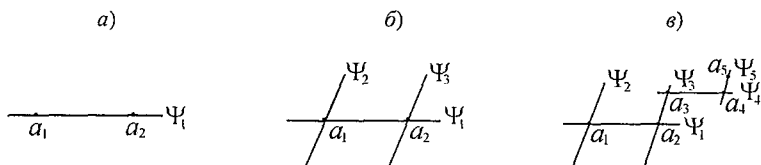


Рис. 1.14. «Паутина», синтезирующая объекты a и понятия ψ .

В подсознании происходит скачкообразный переход чувственных образов к понятиям и наоборот. Работу интуиции можно наглядно представить, если паутину упростить до «дерева» (рис. 1.15). Пусть дерево (трехмерный объект – аналог паутины) рассечено плоскостью, на которой живут двухмерные существа. Ветер качает ветви, и эти существа, наблюдая движение точек (единичное) на плоскости, устанавли-

вают общность их перемещения (формируют понятие). Если новые подрастающие ветви протыкают эту плоскость, то с точки зрения ее

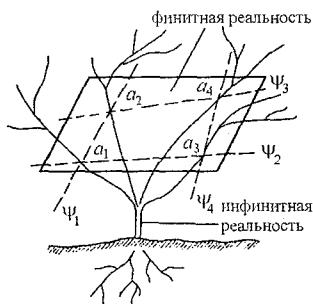


Рис. 1.15. К метафоре «иррационального шаблона»

жителей («сознательного» уровня) происходит появление нового объекта необъяснимым образом. Но с точки зрения бессознательного уровня, т. е. трехмерного существа (интуиции), видящего дерево целиком, все выглядит самым естественным образом. Это дерево и есть «иррациональный шаблон». Интуитивно познав третье измерение, двумерные существа могут выработать новое для себя понятие третьего измерения и расширить предметную область своего сознательного обитания с плоскости до дерева.

Рассмотрим гидрологический пример. Пусть плоскостью (в предыдущем примере) будет гидрология, а мы с Вами (т. е. «гидрологи») – жители этой гидрологической плоскости (образно говоря двумерные существа). Мы живем двумерными (гидрологическими) понятиями в рамках модели

$$dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau,$$

т. е. – на плоскости, характеризуемой понятиями: $t, Q, k, \tau, \dot{X}$; $=, -, +, d/dt$ (рис. 1.16). На этой плоскости что-то происходит, мы наблюдаем явление (изменение расхода и осадков,

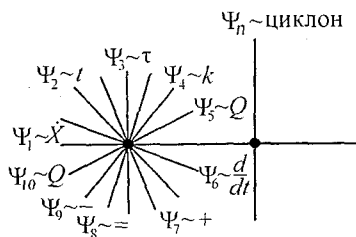


Рис. 1.16. Превращение гидрологической «плоскости» в гидрометеорологическое «дерево».

если k и τ постоянные). Но сущность этого явления не может быть объяснена просто увеличением интенсивности осадков $\dot{X}$ (или, скажем, изменчивостью коэффициента стока, если он переменный), так как все это параметры (понятия) плоскости, т. е. это компоненты явления. Надо выявить причину увеличения $\dot{X}$, например, ввести еще одно общее (понятие циклона) и гидрологическую плоскость сделать гид-

рометеорологическим деревом, т. е. вести новую фазовую переменную (рис. 1.16).

Рассмотрение совместно двух единичных (гидрологического и метеорологического) требует уже двух уравнений (т. е. расширения модели – особенного). В рамках этой расширенной модели прежняя сущность становится просто явлением. Выходя на бессознательный уровень, мы сплавляем понятия и представления. На плоскости мы интуитивно чувствуем, что за выпадением осадков что-то стоит, но для этого «что-то» (циклона) нет понятия (оно не сформировано на плоскости). Мы вырываем (формируем) из этого сплава новое понятие циклона и возвращаемся на сознательный (но уже расширенный) уровень.

Мышление на бессознательном уровне утрачивает всякую упорядоченность, но приобретает целостность, невыразимую ни в понятиях, ни в представлениях. Таким образом, синтез понятий и представлений не есть ни понятие, ни представление и выпадает из сферы сознательного. На дереве (в иррациональном шаблоне) категории единичного и общего (определенные на плоскости) утрачивают свою эвристическую (прогностическую) сущность, так как появление новой дырки, не укладывающуюся в уже существующее поле дырок (объектов) с заданным направлением их перемещений (понятий), воспринимается как нечто непредвиденное.

Утрачивают свое значение и категории сущность и явление, характеризующие только «сознательный» уровень (мировосприятие двумерных существ). Иррациональный же шаблон (дерево в целом) – это уже единство сознательного (набор рациональных структур) и бессознательного уровней. Не было бы иррационального шаблона (т. е. дерева), не было бы фиксированной предметной области (плоскости) и никакого рационального познания.

Иррациональный шаблон предполагает переход к более общим понятиям (сознательное, бессознательное), в то время как сущность и явление характеризуют только сознательную составляющую деятельности человека. Бессознательное не удастся свести просто к ненаблюдаемому, так как деятельность на бессознательном уровне не есть просто сознательная деятельность в другой предметной области. Это выход за рамки рационального мышления (т. е. за рамки и понятийного и наглядно-чувственного).

Таким образом, выходя в сферу бессознательного, мы вступаем в иррациональность (философский аналог психического термина бессознательный). Иррациональность есть диалектический партнер рациональному (это два момента творческого процесса). Онтологическим основанием для этой новой проблемы (взаимоотношение иррационального и рационального) не могут служить пять рассмотренных категорий (она сплавлены). Эта проблема должна решаться в русле гносеологического обобщения (интерпретации) онтологической концепции негеоцентризма.

Термин «негеоцентризм» характеризует выход (в науке и философии) за рамки понятий и представлений, порождаемых «земной», геоцентрической практикой. Такой выход приводит к формированию новых понятий и представлений, которые поначалу кажутся парадоксальными, затем осваиваются..., через некоторое время появляются новые парадоксы. Классический пример – это выход за рамки «земных» представлений (формирование негеоцентрических представлений) Н. Коперником или идея Дж. Бруно о множественности миров.

Другой пример – это формулировка в 1927 – 28 гг. Гейзенбергом соотношения неопределенностей: $\Delta p \Delta q \geq h$; $\Delta E \Delta t > h$, где h – постоянная Планка, p – импульс, E – энергия, q – пространственная координата, t – время. Причинное (энергетически-импульсное) и пространственно-временное описание микрообъекта взаимно исключают друг друга (или являются дополнительными).

С материалистической точки зрения ситуация парадоксальна, так как получается, что атрибуты материи (причинность, пространство, время) могут быть несовместимыми. Но это противоречит самому пониманию атрибутов материи (т. е. их вездесущности): ведь материя – это самосогласованная система атрибутов. Таким образом возникает конфликт между философским смыслом соотношения неопределенностей и материалистическим миропониманием.

Все дело, оказывается, в том, что дополнительными являются не данные атрибуты вообще, а их конкретные типы (макрокосмические причинность, пространство и время – геоцентрические типы атрибутов), которые используются за рамками их применимости (надо использовать микрокосмическое время, причинность и пространство – негеоцентрические типы атрибутов). Следовательно рассогласование геоцентрических типов атрибутов ставит задачу нахождения самосогласованной системы негео-

центрических типов атрибутов. Появляется проблема неоднородности атрибутов. Существуют не только различные их виды, но у каждого атрибута может меняться тип. Причем, если изменится содержание одного из атрибутов, то в силу их согласованности должно измениться и содержание остальных.

Можно от онтологического негеоцентризма перейти к гносеологическому, тем более что сама онтология как продукт познавательной деятельности зависит от методов познания, т. е. от гносеологии.

Онтология всегда порождает некоторую логику, т. е. связь между критериями истины и лжи (рис. 1.17). При этом, то что истина в одной онтологии, в другой может оказаться ложью.



Рис. 1.17. Примеры взаимосвязи истины и лжи.

а) два типа логических систем отсчета (нижняя схема все направления, не ведущие к истине, интерпретирует как ложные); б) христианство порождает антагонизм между высшими (божественная природа) и низшими (земная природа) чувствами; считается, что невозможно развить их одновременно (высшее возникает путем подавления низшего), что, кстати, противоречит одному из постулатов супраментальной йоги: надо не только подниматься вверх, но и спускаться вниз в материю; в) буддийская онтология, для которой весь мир иллюзия, девальвирует любые материальные и духовные ценности, толкая буддиста к нирване.

Двигаясь к истине путем экстраполяции логики, выходим на гносеологию, т. е. знание, производное от онтологии.

Всякая онтология O_n , наталкиваясь на нефеноменологические (т. е. сущностные) парадоксы (т. е. необъяснимые вещи в рамках ее смыслов) эволюционирует и заменяется более совершенной: $O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow \dots \rightarrow O_i \rightarrow \dots \rightarrow O_n \rightarrow O_{n+1} \rightarrow \dots$. Причем $O_n \subset O_{n+1}$ (но не наоборот), т. е. находясь в онтологии O_n нельзя увидеть пути дальнейшего развития онтологии, т. е. путь от O_n к O_{n+1} не является логическим (это творческий процесс).

Существуют и такие парадоксы, которые не могут разрешиться перестройкой онтологии. Например, если прогресс онтологического знания $O_i \rightarrow$

... $\rightarrow O_n$ бесконечен, то процесс познания истинной онтологии становится бессмысленным. Если этот процесс конечен, то абсолютная онтология O_a заканчивает процесс познания (остается место только для интерпретаций). Поэтому признание и бесконечного и конечного процесса перестройки он-

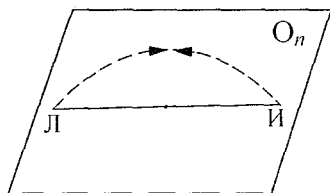


Рис. 1.18. «Загибание логики» в онтологии O_n , приводящее к нефеноменологическим парадоксам.

быть разрешимы в онтологии O_n (надо использовать O_{n+1}).

Логико-негеоцентрические парадоксы возникают не в конкретной онтологии O_n , а, видимо, во всем ряду $O_i \rightarrow \dots \rightarrow O_n \rightarrow \dots$

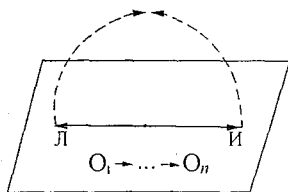


Рис. 1.19. «Загибание логики» в онтологическом ряду $O_i \rightarrow \dots \rightarrow O_n$, приводящее к логико-негеоцентрическим парадоксам.

тологии парадоксально. Подобные парадоксы, не разрешимые перестройкой онтологий, называются логико-негеоцентрическими. Причина их возникновения в том, что, описывая негеоцентрический мир, мы сохраняем геоцентрическое понятие истины.

Нефеноменологические парадоксы можно объяснить «загибанием логики» (смыканием истины и лжи, рис. 1.18). При этом возникают проблемы, которые не могут

быть разрешимы в онтологии O_n (надо использовать O_{n+1}). Смыкание истины и лжи происходит в «другой плоскости» (рис. 1.19). Тут само существование O_{n+1} становится парадоксальным. Например, если мир иллюзия, то бессмысленно искать настоящую истину (разрешать парадоксы) в сфере рационального познания. Возникает вопрос об инвариантности геоцентрического понятия истины.

Основной вопрос гносеологии: «Что такое истина и как ее достичь?». Истину по разному понимают на Западе и Востоке. Геоцентрическое понимание истины Западом: истина выразима мыслями, т. е. либо понятиями, либо образами, либо взаимосвязью того и другого (короче – рациональными структурами). Геоцентрическое понимание истины Востоком: истина невыразима в рациональных структурах. Все, что освоено человечеством – майя (иллюзия,

так как это рациональное мышление). Истина постигается в медитации и невыразима рационально.

Выше уже упоминалось об «иррациональном шаблоне» (синкретической образно-понятийной динамической структуре), осуществляющей синтез понятий и представлений, но невыразимой в них. Это шаблон-модель познавательной деятельности на бессознательном уровне (рис. 1.20). По западным меркам понятие истины в шаблон

не входит (так как это не рациональная структура). Но в негеоцентрическом смысле туда входит понятие истины, если под последней понимать соответствие рациональных структур и шаблона, с одной стороны, и реальности – с другой. То есть соз-

нание в негеоцентрическом смысле это рациональное сознание плюс «сознание» на бессознательном уровне. Таким образом, с негеоцентрической точки зрения истина имеет иррациональную компоненту (т. е. это единство рационального и иррационального). Это находит обоснование в так называемых инфракрасных сущностях.

До недавнего времени молчаливо предполагалось, что все сущности в материальном мире доступны обычному логическому познанию. Но в 1957 г. было введено понятие «инфракрасной сущности». Тут очевидна аналогия с «инфракрасным светом», который есть, но не видим. То есть имеются сущности, не доступные логике, но это не означает, что они непознаваемы вообще. Можно для их познания придумать всякие негеоцентрические логики (стать шизофреничным), переводимые на нашу логику, но это будет все равно рационализм (хотя и изощренный). Мы же вводим иррационализм как равноправный диалектический партнер рационализму (и тем самым выходим за рамки сущности и явления как рациональных структур, наблюдаемых или ненаблюдаемых). Чтобы уйти окончательно от рационализма, заменим термин «инфракрасная сущность».

Назовем инфинитным объектом – объект реальности, невыразимый в рациональных структурах, а связи (невыразимые рационально) – инфинитными связями. Обычный объект (связи) назовем финитным (выразим в

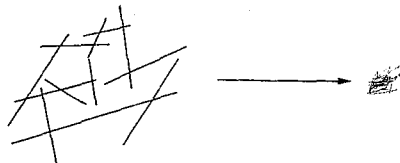


Рис. 1.20. Не сплавленный («негеоцентрическое особенное») и сплавленный (не выразим в рациональных структурах) шаблоны познавательной деятельности.

рациональных структурах). Еще можно выразиться так: финитный («конечный») объект может быть локализован в рациональных структурах, а инфинитный («бесконечный») – нет. Аналогично для связей (только тут используется не образ, а понятие). Таким образом существуют финитная и инфинитная реальности. Эти категории (финитное и инфинитное) выступают как онтологические основания гносеологических категорий рациональное и иррациональное. Инфинитная реальность отражается в иррациональном шаблоне (ББС).

Теперь можно уточнить негеоцентрическое понимание истины: истина есть отношение соответствия рациональных структур и ББС с одной стороны, и финитной и инфинитной реальности, с другой. Или (не привязываясь к модели ББС): истина есть отношение соответствия рациональности и иррациональности, с одной стороны, и единства финитной и инфинитной реальности, с другой. Это понимание истины негеоцентрическое и для Востока и для Запада. (Например восточное геоцентрическое понимание: истина это соответствие иррациональности и инфинитной реальности.)

Что значит «отношение соответствия»? А то, что «абсолютной истины нет, истина всегда конкретна», т. е. понятие истины относительно к предметной области (нет «истины вообще», как и «сущности вообще»). Причем зафиксированная предметная область всегда финитная реальность (самим фактом фиксации). На уровне явления предметная область фиксируется системой практической (экспериментальной) деятельности, а на уровне сущности – умозрительными принципами. Вся реальность – это взаимосвязанная система предметных областей (рис. 1.21).

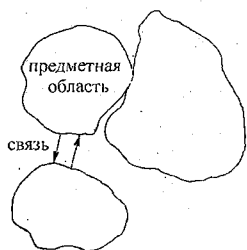


Рис. 1.21. Взаимосвязанная система предметных областей.

Выделение финитной предметной области означает, что все другие предметные области частично или полностью инфинитны по отношению в ней, т. е. невыразимы (полностью или частично) в ее рациональных структурах. А это означает, что финитная реальность (лишь она может быть предметом для изучения) задается при помощи реальности инфинитной. Если бы не было инфинитной реальности, то ничего нельзя было

бы зафиксировать и изучать (вспомним «дерево» – инфинитная реальность, и плоскость – финитная реальность, рис. 1.15).

Важно, что в рациональных структурах граница между финитным и инфинитным частично невыразима, т. е. эта граница всегда частично инфинитна. Никогда нельзя провести четкую границу между двумя науками. Чтобы образно представить эту невозможность, можно вспомнить античные парадоксы «Лысый» и «Куча»: «несколько камней» и «куча камней» выражают разные предметные области (рис. 1.22) и между ними есть смысловая граница, но рационально ее невозможно обозначить. Кстати эта размытость областей между науками выступает как онтологическое обоснование интеграции наук.

Объективная реальность структурирована на различные предметные области, описываемые (онтологически) в терминах финитное и инфинитное. Ее гносеологическое отражение происходит в терминах рациональное и иррациональное. Рациональное (на сознательном уровне) описывает результат изучения предметных областей, а иррациональное (на бессознательном уровне) – процесс и результат их фиксации (локализации, выделения).



Рис. 1.22. Невозможность рационального обозначения смысловой границы между разными предметными областями: «несколько камней» (а) и «куча камней» (б).

Отражая предметные области на уровне сознания, человек (общество) получает о них информацию (совокупность рациональных структур); отражение же их на бессознательном уровне носит неинформационный характер. Тут мы подходим к понятию энергии, которую нужно затратить для получения информации. Известна (см. например, [31, 55]) взаимосвязь между информационной ($S_{\text{инф}}$) и физической энтропией (S) $\langle S \rangle = k \ln 2 \langle S_{\text{инф}} \rangle$, где k – постоянная Больцмана.

Интерпретация этого равенства такая: чтобы получить один бит информации (отдать предпочтение одной из двух равновероятных альтернатив), надо затратить $1,38 \cdot 10^{-23} \ln 2$ Дж/К. Существует и другой взгляд на это равенство (см. [76], стр. 20 – 26).

Естественнонаучным аналогом для философской категории «рациональное» служит информация, а для «иррациональное» – энергия.

Таким образом, неинформационное отражение реальности имеет энергетический смысл. Вводится даже термин «интеллектуальная энергия» (что-то вроде эмоций и т. п.), с помощью которой человек фиксирует предметную область для рационального познания.

Так как фиксация предметных областей происходит на уровне иррациональности, то любое изменение границ между предметными областями, т. е. гносеологический переходной процесс иррационален. Таким образом, размножение рациональных структур в фиксированной предметной области (стремление к бесконечности) – это порождение псевдоинформации и признак частичной инфинитности предмета познания. Поэтому нужно мироощущение, предусматривающее, что мы окружены «Лысыми» (то ли правда, то ли ложь; то ли любит, то ли нет и т. д.). Мы живем в окружении частичной неопределенности. Что-то можно выразить рационально, если отказаться от подобного ощущения окружения.

Гносеологические переходные процессы иррациональны, значит время, связывающее две предметные области (рис. 1.23), частично ин-

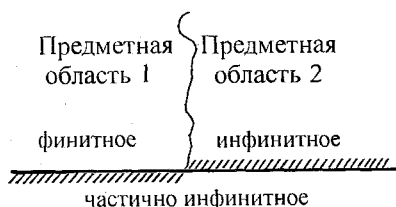


Рис. 1.23. Частичная инфинитность времени.

финитно (оно просто не может быть другим при такой картине мира). Структура времени такая: прошлое финитно, будущее инфинитно, настоящее есть единство финитного и инфинитного. Таким образом время, как единство финитного и инфинитного, становится мерой (по аналогии с мерой как единства качества и количества).

В рациональном же понимании времени оно мерой не является.

Что такое истина мы уже обсуждали. Но как ее достигнуть? С точки зрения человека, который взял на вооружение категории явление и сущность, для достижения (познания) истины надо выполнить исследования:

- 1) эмпирическое – изучить явление (уровень описания);
- 2) умозрительное – изучить сущность (уровень объяснения);
- 3) теоретическое – совместить описательный и объяснительный уровни, что позволит: 1) объяснить уже описанное явление; 2) предсказать другие явления.

Эмпирическое исследование дает некоторую информацию о явлении. Ее получение предполагает энергетическое взаимодействие прибора (или человека) и объекта. Следовательно существует методическая закономерность: эмпирическую информацию можно получить только затратив энергию. Количество вложенной энергии фиксирует финитную предметную область (причем на этапе познания, когда надо учитывать зависимость получаемой информации от вложенной энергии, мы выходим за рамки применимости категорий явления и сущности). Для того чтобы познать мир, не хватит никакой энергии. Да мы никогда мир и не познаем, а только – предметные области. Отсюда вытекает и «глупость» самого вопроса о познаваемости мира, которого вообще нет (есть предметные области с частично инфинитными границами).

Существует ли взаимосвязь информации и энергии на умозрительном и теоретическом уровнях? Существует, но – с энергией интеллектуальной. Чтобы теоретик мог получить информацию, оперируя идеальными объектами и помещая их в идеальные системы взаимодействия, он должен затратить интеллектуальную энергию. Будучи по своей природе иррациональной (так как характеризует бессознательный уровень человеческой психики), она выступает как основа для рационального познания, поскольку позволяет выделить, зафиксировать предметные области последнего. Если предметная область расплывается на весь мир (нет ее фиксации), то никакое рациональное познание невозможно.

Границу рационального познания исследователя определяет уровень его интеллектуальной энергии. Для любого человека существуют истины, которые он просто не может выразить в рациональных структурах (один – из области геометрии, другой – из области квантовой механики и т. д.). Информация, которую не может (адекватно) понять человек, не соответствует интеллектуальной энергии, которую он вложил в соответствующую предметную область. Таким образом, существуют вещи, рационально познать которые (выразить в рациональных структурах) человек просто не может. Это важно иметь в виду педагогам. Различие в уровнях интеллектуальной энергии, которой обладают разные люди, объясняет множественность понимания одного и того же текста (т. е. затраты энергии требует не только получение информации, но и понимание информации, передаваемой другим – потому что информацию каждый создает сам!).

Степень совершенства любого продукта рациональной деятельности (теория, проект здания и т. д.) определяется количеством вложенной интеллектуальной энергии. Это количество определяет жесткость фиксации предметной области. Однако при любом фиксированном уровне интеллектуальной энергии возможно неограниченное размножение рациональных структур, мало отличающихся по смыслу (псевдоинформационный взрыв). Чтобы это размножение прекратить, надо повышать уровень вложения интеллектуальной энергии.

Существуют критерии уровня интеллектуальной энергии, вложенной в научные исследования (проекты).

1. Главный критерий – это уровень понимания тех или иных философских категорий, используемых в оцениваемых проектах. Дело в том, что философские категории используются в фиксации изучаемой предметной области и поэтому их понимание коррелирует с уровнем интеллектуальной энергии. (При этом философские категории могут излагаться в нефилософских терминах).

2. Насколько проект выходит за уровень здравого смысла, т. е. требует специальной подготовки (например проекты типа «Ленинградской дамбы» настораживают уже тем, что для понимания аргументов в их пользу не требуется никакой специальной подготовки).

3. Степень учета специфики условий реализации проекта. Если проект не оговаривает свою непригодность для каких-то условий, то это аргумент против проекта. Дело в том, что универсальность проекта противоречит онтологическому принципу структурированности объективной реальности на предметные области.

4. Учет «эффекта Лысого», т. е. проект не должен быть самодостаточным (типа американского проекта «Звездных войн»). Он должен включать в себя то, что выразимо в рациональных структурах лишь частично (например «Правила дорожного движения» – это самодостаточный набор рациональных структур, и в этом их недостаток).

5. А вообще-то алгоритма оценки уровня интеллектуальной энергии нет (это «искусство»).

Концепция интеллектуальной энергии позволяет по-новому взглянуть на взаимосвязь философии и естественных наук. Философия не столько рождает новые умозрительные научные идеи, сколько отсеивает плохие, т. е. играет роль фильтра (селекции). Творческое воображение генерирует идейные мутации, но отбор проходят только идеи с

высокой селективной ценностью (которую обеспечивает ФКМ). В цепи познания должен быть «метаболизм» (энергия), который носит частично инфинитный характер. Фазовые переменные с кем-то (рациональным) из окружения взаимодействуют («съедают»), а с кем-то – нет («не понимают»). Без философии нет селекции, а значит нет полного понимания того, какую предметную область изучает та или иная наука.

Без фиксации (ограниченности) предметной области нет перестройки («самоорганизации») рациональных структур, отражающих эту область. Можно дать такую естественнонаучную интерпретацию: только в ограниченной области появляется дискретный спектр. Чтобы по-другому ее зафиксировать, нужно иное видение ситуации, а это невозможно без философии. Аналогом геометрической ограниченности служит нелинейность: xy (взаимодействие фазовых переменных x и y).

Решение модели (явление) должно существовать, т. е. быть наблюдаемым. Это означает, что фиксирующие категории (или на естественнонаучном языке: граничные и начальные условия, внешние воздействия и параметры) не противоречат друг другу. То есть то, чем фиксируется модель является для этой модели атрибутами (самосогласованными). Но они (решения, рациональные структуры, «гармоники») могут быть не единственными. То есть одной и той же фиксации (энергии, иррациональности) соответствуют разные наборы решений (рациональных структур, гармоник). Неединственность может быть (видимо) в двух случаях: не заданы начальные и граничные условия (т. е. нет фиксации предметной области) или (если они заданы) имеет место неустойчивость (размножение псевдоинформации).

Неустойчивость – это (видимо) следствие неполной (или плохой) фиксации параметров модели (включая внешнее воздействие). Например при больших числах Рейнольдса $Re = u d / \nu$ (здесь u – скорость – решение, d – диаметр трубы – «геометрия», ν – вязкость воды – параметр модели) ламинарный режим переходит в турбулентный. Для гидрологии это, видимо, означает, что фиксировать модель надо не только с помощью $\bar{X}$, но и, например, – $\dot{X}$. Вводить в рассмотрение нечто, выходящее за рамки первоначальной постановки задачи (рассматривать не только интенсивность осадков $\bar{X}$, но и скорость изменения их интенсивности; вводить циклоны, т. е. расширять гидрологию до гидрометеорологии). Это логично с точки зрения ответа на вопрос: что (и как)

порождает истину. Ответ: вложенная интеллектуальная энергия, т. е. жесткость фиксации изучаемой предметной области.

В связи с ответом на вопрос «Как найти истину?», имеет смысл расширить понятие связи. Материальные объекты из любой предметной области погружены в систему связей, существующих до познания и независимо от него. Эти объективные связи можно назвать естественными. В сфере познания они образуют некую систему понятий, т. е. искусственные связи. Поэтому любые рациональные структуры (т. е. любое знание) относятся к сфере искусственного.

Понятия искусственное и естественное позволяют дать следующую интерпретацию онтологических категорий финитное и инфинитное.

1. Объективная реальность структурирована на предметные области.
2. Если А и Б две из них, то А инфинитна по отношению к рациональным структурам, отражающих Б, а Б инфинитна к рациональным структурам, отражающих А.
3. Граница между ними всегда частично инфинитна (или частично финитна).
4. Из предыдущего пункта следует, что нельзя полностью выразить в рациональных структурах связь двух предметных областей А и Б (т. е. связь существует, но адекватно в рациональных структурах не вырази́ма).
5. Естественная связь – это частично инфинитная связь.
6. Искусственная связь – это естественная связь, выраженная в рациональных структурах.

Таким образом, естественные связи характеризуют взаимодействие между финитным и инфинитным, а искусственные – только финитную реальность. Например, взаимосвязь между предметными областями «больной человек» – «здоровый человек» это естественная связь, но невыразимая полностью в рациональных структурах (их потребуется бесконечно много). Тут бесконечность есть имя инфинитности. Но инфинитность это не стена, ставящая предел рациональному познанию (рис. 1.24). Частичная инфинитность предмета познания делает границу не жесткой и порождает все новые и новые рациональные структуры. Например, если число



Рис. 1.24. Частичная инфинитность предмета познания.

бесконечность есть имя инфинитности. Но инфинитность это не стена, ставящая предел рациональному познанию (рис. 1.24). Частичная инфинитность предмета познания делает границу не жесткой и порождает все новые и новые рациональные структуры. Например, если число

$Re = u d/v$ не фиксировано, движение порождает все новые и новые вихри (рациональные структуры). Незамкнутость системы уравнений Рейнольдса это следствие «эффекта Лысого». Ее и невозможно «замкнуть», т. е. выразить полностью в рациональных структурах то, что в принципе невыразимо (из-за своей частичной инфинитности, а на естественнонаучном языке — открытости).

Смысл «эффекта Лысого» очень наглядно можно проиллюстрировать на примере экологии, для чего надо сформулировать базисные категории. Причем этот базис должен строиться на основе осознания всеобщности, универсальности экологических проблем. Прежде всего, это категории субъект и объект (рис. 1.25).



Рис. 1.25. Базисные категории экологических проблем.

Человек ставит цели. Часто противоречивые (например, цель расширения производства противоречит цели сохранения природных ресурсов). Причины разные, например нарушение объективных законов природы при достижении человеческих целей. С философской точки зрения это — нарушение принципа первичности объекта (субъект с его целями оказывается первичным).

Суть экологических проблем в том, что, фиксируя предметную область «экология» с помощью категорий субъект, объект, цель, закон, сущность, явление и т. д., не удастся увидеть (даже в принципе) путей решения этих проблем. Например, раскрыв сущность соответствующей предметной области природных объектов, можно (в принципе) решить задачу управляемого термоядерного синтеза. Но это решение будет в сфере науки, а в сфере экологии решая одни проблемы (замены невозобновляемых ресурсов), создаем другие (нагревание атмосферы). Таким образом, научный прогресс не обеспечивает экологический прогресс.

Эта парадоксальность только кажущаяся на первый взгляд. Прогресс в любой предметной области возможен, если эта область фиксирована. Экология же находится между двумя предметными областями: «природа» и «общество». А известно, что граница между предметными областями всегда частично инфинитна (т. е. предметной области у экологии не существует). Поэтому экологические проблемы могут быть лишь частично решены на основе научного прогресса.

Экологические проблемы имеют неинформационную природу (т. е. возникают не из-за дефицита информации), а энергетическую (большое давление на природу). А это разрушает какие-то естественные связи. Проблема именно в их разрушении. Следовательно любой экологический проект должен базироваться на способности восстановления нарушаемых естественных связей.

Так как информация «получается из энергии», то научно-технический прогресс имеет чисто экологические ограничения. То же игнорирование «эффекта Лысого» характеризует и уже упоминавшийся «псевдоинформационный взрыв»: он возникает при попытке свести естественные связи к искусственным. То есть онтологическая природа экологических и псевдоинформационных проблем одна и та же.

Вспомним нашу исходную модель формирования речного стока (В. 1) (рис. 1.26).

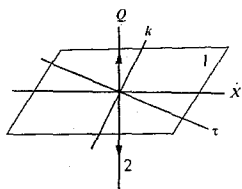


Рис. 1.26. К модели формирования речного стока.

1 – плоскость параметров и внешнего воздействия; 2 – фазовая прямая.

В этой модели не учтены естественные связи между параметрами $c = 1/kt$ и $N = X/\tau$. Учет последних приводит к модели ФПК, которое можно аппроксимировать системой уравнений для начальных моментов

$$dm_n / dt = nM[AQ^{n-1}] + 0,5n(n-1)M[BQ^{n-2}], \quad (1.1)$$

где M – символ математического ожидания, $n = 1, 2, 3 \dots$. Чтобы решение системы (1.1) существовало, необходимо выполнение условия $c > 0,5nG_c$. Данное неравенство указывает на ужесточение условий для устойчивости при увеличении порядка момента. Например, если система устойчива по дисперсии, то она устойчива и по математическому ожиданию (обратное утверждение неверно).

Как уже указывалось, неустойчивость – это следствие неполной (или плохой) фиксации параметров модели. Учтем естественную связь времени релаксации τ с расходом и объемом воды $\tau = W/Q$ (это под-

тверждается данными наблюдений). Исходная динамическая модель становится нелинейной

$$dQ/dt = -Q^2/kW + QX/W.$$

Нелинейность более жестко фиксирует предметную область и ограничивает рост расходов, подавляя неустойчивость (в известных пределах).

В данном случае мы перестроили (расширили) онтологию (ввели вторую фазовую переменную τ). В линейной онтологии при сильных шумах происходит загибание логики (истинные и «лживые» решения неразличимы из-за неустойчивости). Этот нефеноменологический парадокс разрешается в нелинейной онтологии (рис. 1.27). Изображающая решение точка перемещается уже не по линии Q (как на рис. 1.26), а в плоскости (Q, τ) . «Загнутую» логику «выпрямили», учтя естественную связь Q и τ и расширив фазовое пространство с линии до плоскости.

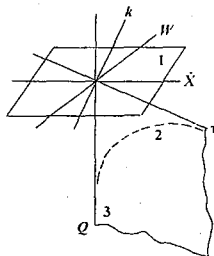


Рис. 1.27. К нелинейной модели формирования речного стока.

1 – плоскость параметров и внешнего воздействия; 2 – линия естественной связи между Q и τ ; 3 – фазовая плоскость.

1.2. НАУЧНО-ЕСТЕСТВЕННЫЕ ОСНОВАНИЯ

Почему в гидрометеорологии (и вообще в науке) такое широкое применение находят линейные модели? И почему в некоторых случаях от них отказываются?

Рассмотрим объект, изображенный на рис. 1.28. Его математическую модель представим в символическом виде: $L(i_\Sigma) = f_\Sigma$, где оператор L связывает «вход» $f_\Sigma = f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t)$ и «выход» $i_\Sigma = i_1 + i_2 + \dots + i_n$. В системах, которые называют линейными, действу-

ет, так называемый, принцип суперпозиции (наложения, по другой терминологии):

$$L(i_1) + L(i_2) + \dots + L(i_n) = f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t).$$

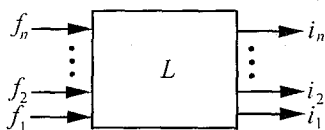


Рис. 1.28. К принципу суперпозиции.

Этот принцип означает отсутствие взаимного влияния процессов, проходящих в системе, что приводит, в конечном итоге, к возможности изучать линейные системы как конечномерные объекты.

Рассмотрим, например, следующую задачу для уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} \partial T / \partial t &= a \partial^2 T / \partial x^2, \\ T(x, 0) &= T_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \\ \partial T(0, t) / \partial x &= \partial T(l, t) / \partial x = 0, \end{aligned}$$

где T – температура, l – длина нагреваемого стержня. Его решение можно представить рядом Фурье

$$T(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(t) f_n(x)$$

по собственным функциям $f_n(x)$. Согласно принципу суперпозиции, решение линейного уравнения в частных производных эквивалентно решению бесконечной последовательности обыкновенных дифференциальных уравнений для гармоник (мод) $C_n(t)$:

$$dC_n(t)/dt = -a(\pi n/l)^2 C_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

На рис. 1.29 показано изменение со временем первых гармоник. Чем больше номер гармоники, тем быстрее уменьшается ее амплитуда. Поэтому, если мы хотим знать приближенное решение, можно отбросить гармоники с высокими номерами, а следовательно, ограничиться

конечной системой (1.2). «Изыюминка» в том, что все уравнения независимы, т. е. каждая гармоника, наподобие Лейбницовской монады, живет своей жизнью и не способна к кооперации с другими модами (хотя в формировании отклика системы на внешнее воздействие каждая из них вносит свой вклад). Таким образом, линейная система лишена внутренней активности. Она пассивно трансформирует (может быть усиливая и искажая) внешнее воздействие, и в этом смысле ее поведение вполне прогнозируемо.

Аналогичным образом часто ведут себя и нелинейные системы, если они не подвергаются сильному внешнему воздействию. На этом основана, так называемая, линеаризация, смысл которой поясняет рис. 1.30. Примером может служить линеаризация в системе Сен-Венана члена, учитывающего гидравлические сопротивления:

$j = gu^2 / (C^2 h)$, где g – ускорение свободного падения, u – скорость, h – глубина, C – коэффициент Шези. Выполняя подстановку $h = h_0 + h'$, $u = u_0 + u'$, используя ряд Маклорена и пренебрегая членами второго порядка малости, получим: $j = 2au' - (u_0 / h_0)ah'$, где $a = gu_0 / C^2 h_0$. В речной гидравлике линеаризация не приводит к недопустимым погрешностям, пока $u' \ll u_0$, $h' \ll h_0$. Отмечены случаи, когда получаются хорошие результаты и при нарушении этого условия. По мнению Н. А. Картвелишвили [23], возможно, «что в речных руслах большого протяжения и неправильной формы действия локальных нелинейностей направлены в противоположные стороны, в результате чего эффекты компенсируются и интегрально явление протекает так, как оно протекало бы в линейной модели».

Известно также [47], что хорошо знакомые океанологам нелинейные уравнения Бюргерса и Кортевега – де Вриза путем некоторых подстановок сводятся к линейным. Поэтому формальная нелинейность моделей еще не говорит об их нелинейности по существу.

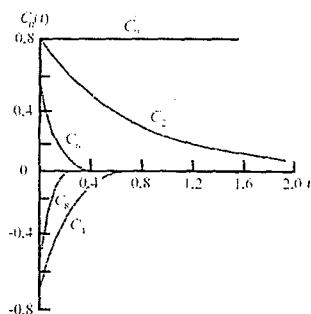


Рис. 1.29. Типичная картина изменения функции $C_n(t)$ [42].

Широкому применению линейных моделей способствует также большое число методов их решения. Поэтому не удивительно, что они играют ключевую роль в современном естествознании и очень медленно сдают свои позиции. Последнее особенно относится в анализу устойчивости нелинейных задач, который сводится к исследованию линеаризованных уравнений.

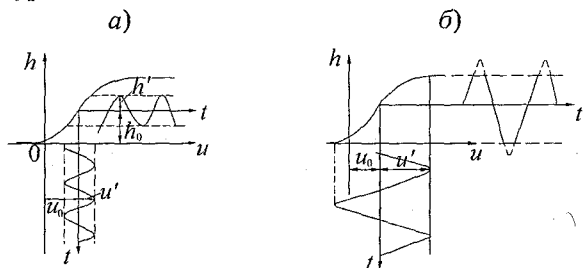


Рис. 1.30. Иллюстрация возможности линеаризации в нелинейной ($h = f(u)$) системе.

а) линеаризация возможна ($u' < u_0$, $h' < h_0$), б) – при большой амплитуде внешнего воздействия ($u' > u_0$) на выходе появляются нелинейные искажения.

И все-таки все чаще и чаще нелинейные аспекты становятся предметом дискуссий. В монографии сделана попытка посмотреть на нелинейность через призму частично инфинитного моделирования. По мнению автора, только такое моделирование открывает хоть какие-то возможности имитационного прогнозирования появления нового.

Как следует из п. 1.1. появление нового связано с расширением предметных областей, но этот процесс расширения невыразим в рациональных (информационных) структурах. Но этого «мало». Какова цель познания в фиксированной предметной области? Выявление сущности. Но сущность в ней не наблюдаема в принципе. Для ее получения необходимо выйти за предметную область, опираясь на существующую физическую картину мира с размытым содержанием, т. е. в конечном итоге – на философию. Процесс построения теории – это совмещение феноменологического описания и нефеноменологического объяснения. Этот выход за рамки только явления и за рамки только сущности осуществляется уже в нефиксированной предметной области, так как заранее неизвестна ни область объяснения, ни область предсказания теории.

Таким образом, если сознание представить в виде n -мерного пространства шаблонов, то любые события, связанные с $n+1$ измерением, сознанием не охватываются, оно их не замечает (неустойчивость). Но мы в целом (как материальные объекты) шире, чем наше сознание. Наши действия (а значит затрата энергии) не обязательно всегда подчинены сознанию. Они могут быть интуитивными (бессознательными, иррациональными), т. е. выходить за предметную область, фиксированную сознанием (освоенным набором шаблонов). Само действие конкретно описать нельзя (нет шаблонов), можно только повторить. Однако существует методология («философия») действия (работы интуиции). Действия совершаем мы, интуиция наша, и она управляет действиями. Следовательно управляет не осознаваемый нами шаблон (некое метафизическое верование). Каковы онтологические предпосылки этого шаблона?

Пусть наше «со»-знание – двумерно, а сами мы – трехмерный объект (см. рис. 1.15). Тогда мы оперируем некими понятиями, сформированными на плоскостях, пересекающих дерево: корни, ствол, крону – предметных областях. Дерево в целом – это единство сознательного (плоскость знаний) и бессознательного уровней. Оно растет вширь и «может» описать этот процесс (так как у него существует знание-шаблоны для этого). Однако дерево растет и вверх (действует и «интуитивно понимает» это), но «осо»-знать этого не может. Вернее «осознает» на уровне метафизического верования, т. е. выйдя за рамки освоенной предметной области (двумерных сечений), создав размытую картину своего мира, некую философию своего существования.

На любом сечении «наука» описывает только явления. Например, число дырок (веток), «протыкающих» плоскость, увеличивается, эти дырки расползаются и растут в размерах. Но сущность (почему так происходит) можно познать только расширив двумерную предметную область до трехмерной. Без действия (роста дерева) это невозможно сделать (в этом просто не будет необходимости).

Таким образом, новое знание приобретается только через действие (или вовлечение в действие). Дерево, формулируя понятие третьей координаты, размытую философскую картину делает более четкой (в отношении размерности физического пространства), и, увязав эту координату с плоскостью, строит научную теорию своего существования (т.

е. описание трехмерного явления и постановку задачи о его сущности – новую философию).

На этом дело не заканчивается. «Дерево» продолжает «действовать» (если это нужно для его выживания), соприкасается с соседним

деревом, получает новое знание и создает теорию «леса» и т. д. Происходит эволюция научной онтологии путем «замены» действия (энергии) информацией (понятийными шаблонами). Этот процесс познания можно изобразить следующим образом (рис. 1.31). В первом контуре обратной связи OC_1 происходит оценка данных и принятие решений, а во втором контуре OC_2 – «абстрактное мышление» (познание сущности явления, на уровне которого работает предыдущий контур). Если первый контур, обеспечивающий устойчивость, не срабатывает (из-за потери этой самой устойчивости), то это означает, что отсутствует подходящий шаблон для правильного принятия решений. Познающая система должна «саморазвиваться», сформировав во втором контуре новый шаблон (расширив свое фазовое пространство).

Таким образом, второй (рефлексирующий) контур моделирует окружающую среду, в которой дей-

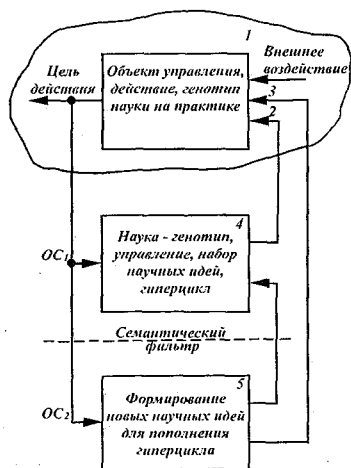


Рис. 1.31. Процесс познания системой с двумя контурами обратной связи (см. [1, 32]).

1 – предметная область (рационально-осмысленная часть инфинитной реальности), 2 – финитное («рациональное», «нормальное») управление, 3 – паранормальное управление в обход семантического фильтра и вхождения в гиперцикл, 4 – блок саморегуляции или финитная часть науки (последняя всегда частично инфинитна просто по определению) 5 – блок самоорганизации

ствует познающая система. Ее действия не сводимы к представлениям, ради которых они осуществляются, – действия шире. Поэтому адаптационные механизмы системы с первым контуром могут измениться, если у нее появляется второй контур, т. е. рефлексивное поведение. Это связано с увеличением числа степеней свободы за счет мутаций (появление новых шаблонов, расширение фазового пространства). Следовательно рефлексирующая система действует частично финитно с помо-

щью первого контура (опираясь на освоенные рациональные шаблоны-смыслы), а частично инфинитно, т. е. порождая новые шаблоны-смыслы за счет второго контура, вступающего в работу в случае неустойчивости первого контура. Для того чтобы включился в работу второй контур система должна действовать, т. е. расширять область соприкосновения с окружающей средой (менять предметную область). А так как деятельность в отличие от состояния описать стандартным образом невозможно [5, 32] (ее можно только воспроизвести), то нельзя «описать» (спрогнозировать) и процесс творчества. Недаром смыслы, заложенные в речи человека, не передаются другому, а воспроизводятся слушателем (подчас с существенными искажениями).

Хотя сделать научно обоснованный прогноз появления нового, сидя за письменным столом, нельзя (угадать можно) — надо встать из-за стола и «действовать», но попытаться ретроспективно описать процесс появления нового можно. Из последних работ в этом направлении особого внимания заслуживает концепция М. Эйгена [79] (см. краткое изложение концепции в работах [4, 10]) предбиологической молекулярной эволюции, в которой дарвинские идеи эволюции и отбора распространяются на «популяции» макромолекул.

Их самоорганизация и селекция возможны при наличии метаболизма (открытость системы; приток вещества, обладающего избытком свободной энергии), самовоспроизведения (автокатализ) и мутагенеза, необходимого для создания новой информации. Для того чтобы система была дарвинской, необходимо еще «постоянство общей организации»: суммарное число всех видов молекул в системе должно поддерживаться на постоянном уровне путем регуляции потоков.

Система нелинейных уравнений, описывающих конкуренцию n сортов полимеров с концентрациями x_i ($i = 1, \dots, n; \sum_{i=1}^n x_i = K = \text{const}$), имеет вид

$$\dot{x}_i = (w_i - \bar{E}(t))x_i + \sum_{j \neq i} \phi_{ij} x_j, \quad (1.3)$$

где w_i — селективная ценность, зависящая от скоростей метаболизма;

$\bar{E}(t) = \left(\frac{\sum_{j=1}^n E_j x_j}{\sum_{j=1}^n x_j} \right)$ — средняя продуктивность (E_j — продуктивность

j -го сорта полимера, равная разности скорости безошибочного самокопирования и скорости распада); слагаемое $\sum_{j \neq i} \Phi_{ji} x_j$ — описывает мутации, связанные с появлением i -го сорта за счет ошибок копирования сорта j (мутации «сидят» также в селективной ценности w_i , определяемой в том числе и ошибками автокопирования сорта i).

Увеличение числа макромолекул для которых $w_i > \bar{E}$, сдвигает $\bar{E}$ к оптимальному значению, равному максимальной селективной ценности w_m из всех имеющихся видов: $\bar{E} \rightarrow w_m$ (выделение имевшейся информации). Однако это «селекционное равновесие» неустойчиво и нарушается при появлении мутанта, для которого $w_{m+1} > w_m$ (создание новой информации); при безошибочном автокопировании эволюция прекратилась бы.

Конкуренция за «пищу» (высокоэнергетические мононуклеотиды) и отбор происходили среди первых информационных биомолекул РНК, способных к самовоспроизводению. Выигрывает молекулярная структура, способная генетически управлять своим синтезом. Оказалось, что существует верхний предел для количества информации (длины гена), содержащейся в устойчивой самопродуцирующейся системе. Его увеличение возможно при кооперации молекул РНК в так называемый гиперцикл на основе взаимной каталитической активности. Гиперциклы обеспечивают устойчивое и контролируемое сосуществование участников, обеспечивая их когерентный рост. Они могут развиваться за счет включения новых участников (если это дает селективное преимущество), конкурировать и объединяться.

Мутации совершенствуют генетическую информацию, которая передается следующему поколению делением компартмента на две единицы. Отбираются компартменты более приспособленные к условиям окружающей среды. Происходит ветвление на генотип и фенотип; эволюцию можно рассматривать как автоволновой процесс в «пространстве фенотипов». Движение «волн» обеспечивает репродукция: точная — усиливает, ошибочная — распространяет.

Посмотрим каким образом подобные рассуждения можно перенести на науку (развитие знания) как продолжение биологической эволюции с книгами вместо генов. Концепции эволюционной эпистемологии базируются на «постнеодарвинизме» и сводятся примерно к следующему [67].

Возникающий на основе определенного генотипа организм (фенотип) не полностью определяется действием генов. Устойчивые траектории развития организма определяются и воздействием среды. Естественный отбор, связанный с требованиями окружающей среды, через фенотип действует на генофонд. Приобретенные свойства имеют отношение к эволюционному изменению, идущему в пользу генотипа, снабжающего наследников способностью адаптивно реагировать на окружение (обладающих большей приспособляемостью). Тем самым возникает обратная связь окружающей среды с генотипом в формировании фенотипа.

Генотип сопоставляется с теоретическим знанием, фенотип с научной практикой. Система научных знаний обладает особой устойчивостью наподобие гиперциклов, но как и они способна эволюционировать. Новые понятия (мутации) должны вписаться в «научный гиперцикл» (модернизировать его), а новый гиперцикл (геном) проверен на практике (эффективность научного фенотипа в новой предметной области). Существующий гиперцикл для своей устойчивости в новых предметных областях должен постоянно совершенствоваться, выбирая из популяций идей наиболее эффективную для доступа к новым сферам реальности (предметным областям). Наука (как сознание социума) развивается в конечном итоге только через действие. В научном языке (генофонде) генерирование мутаций (концептуальные нововведения) происходят через образование метафор, т. е. через нелинейность [28, 32].

На рис. 1.31 показана подобная схема, причем научная эволюция повторяет в другом масштабе эволюцию биологическую, что находится в соответствии с фрактальными свойствами развивающихся систем.

Уравнение (1.3) остается в силе при соответствующей интерпретации входящих в него величин. Например x_i — «популяция идей» или число («плотность») людей (ученых), носителей идеи (теории) i . Уравнение (1.3) можно преобразовать к такой форме [10]:

$$\xi_i(t) = \left(\lambda_i - \sum_{l=1}^n \lambda_l \xi_l(t) / K \right) \xi_i(t), \quad (1.4)$$

где ξ_i — линейные комбинации x_i (в нашей интерпретации: квазиидея ξ_i отличается от x_i тем, что содержит как доминантную идею, так и

все ее мутанты). Отбор происходит до тех пор, пока не остается одна квазиидея с максимальным собственным значением $\lambda_{\max}$.

Ситуацию наглядно можно изобразить на фазовой плоскости. Пусть $i = 1, 2$. Тогда система (1.4) примет следующий вид

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \lambda_1 \xi_1 (1 - \xi_1 / K - \lambda_2 \xi_2 / K \lambda_1); \\ \dot{\xi}_2 &= \lambda_2 \xi_2 (1 - \xi_1 / K - \lambda_1 \xi_1 / K \lambda_2).\end{aligned}\quad (1.5)$$

Пришли к известной модели Лотки – Вольтерра, которая хорошо изучена (см. например, [73]). На рис. 1.32. представлены фазовая плоскость и возможный характер изменения решения во времени. Последнее зависит от соотношения между λ_1 и λ_2 . По аналогии с экологией величину λ_i можно назвать научным потенциалом, а K – научной емкостью среды (например число ученых, способных воспринимать идеи определенного уровня). Побеждает идея, у которой больше λ_i .

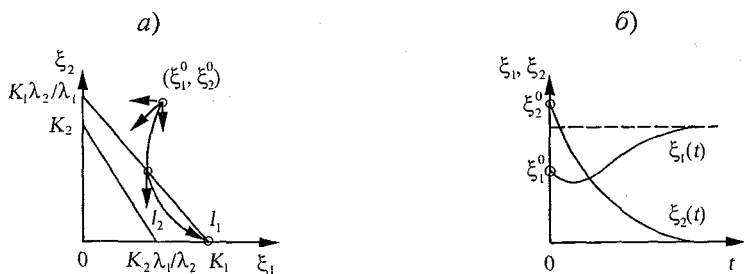


Рис. 1.32. Фазовая плоскость (а) и изменение решения во времени (б).

l_1, l_2 – прямые, для которых $d\xi_1/dt = 0$ и $d\xi_2/dt = 0$ соответственно;
 K_i – научная емкость среды для i -ой идеи ($i = 1, 2$).

Перейдя от (1.3) к (1.4), мы дали возможность победить одному квазивиду полностью подавив все остальные. К более мягким результатам придем, если введем в правую часть (1.4) источник мутаций $F_i(t)$ (случайный процесс типа белого шума: $\langle F_i(t)F_j(t') \rangle = c_{ij}\delta(t-t')$). Получим вероятностный процесс, подчиняющийся многомерному уравне-

нию. ФПК для эволюции совместной плотности вероятности $p(t, \xi_1, \xi_2, \dots)$:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\left(\lambda_i - \sum_{l=1}^n \lambda_l \xi_l / K \right) \xi_i p \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,i=1}^n \frac{\partial (c_{ij} p)}{\partial \xi_j \partial \xi_i}. \quad (1.6)$$

За счет коэффициента диффузии даже при «победе» одной идеи останутся в небольшом числе и все другие для будущей борьбы (рис. 1.33).

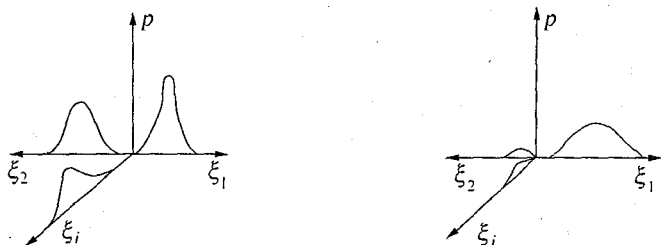


Рис. 1.33. «Вероятностная победа» ξ_1 -ой идеи при поглощающих граничных условиях.

Модель (1.6) как и (1.4) не описывает подробно все иерархические уровни научного познания. Но все они в обязательном порядке в свернутом виде имеются. В явном виде уравнение (1.6) описывает только корреляцию идей ξ_i . Не любых идей, а только способных к взаимодействию (принадлежащих одной статистической совокупности, иначе не существовало бы $p(t, \xi_1, \xi_2, \dots)$; по-другому: принадлежащих взаимодействующим рациональным шаблонам ξ_i). Эти идеи не имеют прямого выхода в предметную область, с которой взаимодействует фенотип. Ведь фенотип — это генотип в действии. А генотип науки — это огромный самовоспроизводящийся комплекс идей, объединенных коопераций (гиперциклом). Чтобы пройти через отбор, конкуренты ξ_i должны быть включены в этот гиперцикл и в его составе пройти проверку на практике (успешно действовать в предметной области). Эта «успешность» определяется коэффициентами λ_i , K , которые интегрально и представляют генотип и фенотип науки. Можно, в принципе, говорить и о конкуренции гиперциклов, но это конку-

ренция не совершенно разных гиперциклов (наука, как известно, едина и интернациональна), а – модификаций одного и того же гиперцикла.

Конечно, возможно появление такой идеи-мутанта (технологии действия в предметной области), которая реализуется без вхождения в основную систему научных знаний (типа левитации или ясновидения). Однако это уже будет паранормальная наука, оперирующая не значением объективно сложившихся в ходе исторического развития общества системой связей идей, включенных в гиперцикл, а их индивидуальным смыслом, который, как известно [32, 33], всегда ситуативен. Но эту паранормальную науку мы будем «понимать», ориентируясь не на научную речь, насыщенную общепонятными значениями, а на то, ради чего эта «наука» делается, т. е. – на мотив.

На рис. 1.31 показано взаимодействие генотипа, фенотипа и предметной области. Неспособность фенотипа справиться с проблемами (связанная с тем, что фенотип оказался в неосвоенной генотипом предметной области) приводит к некоторому интервалу неопределенности для существующего генотипа. В рамках модели (1.6) шансы на рационализацию этой области будут, если $c_{ij} \neq 0$, т. е. если есть источник мутаций, коррелирующихся с источником неустойчивости из вновь выделенной предметной области. Но эта корреляция помогает на этапе оптимизации (выделения информации ξ_i из имеющегося шума). Если оптимум достигнут, то нужен механизм порождения новой информации ($w_m \rightarrow w_{m+1}$, см. выше), т. е. нужно обратное влияние предметной области на процесс мутагенеза. Но эта связь не может быть чисто информационной (сознательной, «вербальной»), а – связана с действием, затратой энергии. Круг, как говорится, замкнулся.

Для того, чтобы модели типа (1.3) описывали процессы развития необходимо выполнение ряда условий, в том числе открытости, нелинейности (которая отвечает, в частности, за мутагенез) и самовоспроизведения (порождаемого, в том числе, обратными связями).

В нелинейных моделях принцип суперпозиции уже не выполняется и вместо уравнений (1.2) имеем связанную бесконечную систему [31, 42]:

$$dC_n/dt = f_n(C_0, C_1, \dots) - \gamma_n C_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.7)$$

где $1/\gamma_n$ – характерное время релаксации отдельных мод. В соответст-

вии с (1.7), в системе происходят сложные взаимодействия между модами, приводящие к появлению чего-то нового (чего не было во входном воздействии). И в этом смысле нелинейные системы обладают внутренней активностью.

На практике, разумеется, оперируют конечными системами уравнений, опираясь, например, на следующие рассуждения. Во-первых, функции f_m допускают так называемое адиабатическое приближение: если их характерные времена много больше, чем $1/\gamma_m$, то изменение амплитуд можно описать не дифференциальным, а алгебраическим уравнением (т. к. $dC_m/dt \approx 0$). Во-вторых, процессы, описываемые первыми уравнениями из (1.7), идут медленнее остальных ($\gamma_m \ll \gamma_{m+1} \ll \gamma_{m+2} \ll \dots$). В такой ситуации приходим к системе $m+1$ дифференциальных и последовательности алгебраических уравнений:

$$dC_n/dt = f_n(C_0, C_1, \dots) - \gamma_n C_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, m,$$

$$C_n = f_n(C_0, C_1, \dots)/\gamma_n, \quad n = m+1, m+2, \dots$$

Если из системы алгебраических уравнений можно выразить $C_{m+1}, C_{m+2}, \dots$ через $C_0, \dots, C_m$ (или есть основания, чтобы пренебречь $C_{m+1}, C_{m+2}, \dots$), то, указав необходимую точность и характерные времена, можно ограничиться конечной системой (1.7), смысл которой заключается в том, что она имеет иерархию – медленные моды управляют быстрыми. Таким образом, по тем или иным соображениям систему с бесконечным числом степеней свободы, описываемую уравнением в частных производных, можно заменить на систему обыкновенных дифференциальных уравнений с конечным их числом.

Внутренняя активность нелинейных систем приводит к тому, что из пассивных преобразователей (усилителей) внешнего воздействия они становятся «генераторами идей». Если внешнее воздействие

$u = \sum_{i=0}^S u_{mi} \cos \omega_i t$ поступает на вход нелинейного элемента (с избираемой линейной частью) $i = f(u)$, то, рассматривая на выходе различные составляющие с частотами ω_i как независимые переменные,

можно разложить выходной сигнал в кратный ряд Фурье как функцию многих переменных [52]:

$$i = \frac{1}{2^S} \sum_{k_1} \sum_{k_2} \dots \sum_{k_S=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\pi^S} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} f\left(\sum_{i=0}^S u_{m_i} \cos \omega_i t\right) \cos k_1 \omega_1 t \cos k_2 \omega_2 t \cdot \right. \\ \left. \dots \cos k_S \omega_S t d(\omega_1 t) d(\omega_2 t) \dots d(\omega_S t) \right] \cos(k_1 \omega_1 + k_2 \omega_2 + \dots + k_S \omega_S) t.$$

Таким образом происходит обогащение спектра, появляются комбинированные частоты.

Чтобы эти «мутантные» идеи самовоспроизводились нужен автокатализ (положительная обратная связь), а чтобы появлялись новые — нужна открытость (взаимодействие с окружающей средой), причем в новых предметных областях (например на новых участках нелинейных характеристик).

Рассмотрим механизм превращения «усилителя» в «генератор» [52]. Из рис. 1.34 следует, что $\dot{k} = \dot{u}_{\text{вых}} / \dot{u}_{\text{вх}}$; $\dot{\beta} = \dot{u}_{\beta} / \dot{u}_{\text{вых}}$; $\dot{k}_{\beta} = \dot{u}_{\text{вых}} / \dot{u}_{\text{сигн}}$ (здесь точка

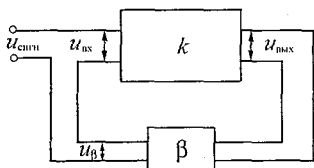


Рис. 1.34. Усилитель с обратной связью.

означает комплексные величины; $\dot{k}_{\beta} = \dot{k} / (1 - \dot{k}\dot{\beta})$ — коэффициент передачи в линейной системе при синусоидальном сигнале). При $|\dot{k}_{\beta}| > |\dot{k}|$ обратная связь называется положительной, при $|\dot{k}_{\beta}| < |\dot{k}|$ — отрицательной. При $\dot{k}\dot{\beta} = 1$ величина $|\dot{k}_{\beta}| \rightarrow \infty$, усилитель

самовозбуждается (становится неустойчивым) и превращается в генератор, т. е. на выходе появляются колебания, определяемые только собственными параметрами системы.

На самом деле данные рассуждения приводят не к новым колебаниям (модам или их комбинациям), а к бесконечному возрастанию выходного сигнала при $\dot{k}\dot{\beta} \rightarrow 1$ (чего не может быть по физическим соображениям). Само применение комплексных величин в данном контексте предполагает установившийся режим. Поэтому стремление $\dot{k}\dot{\beta}$ к 1 —

это только индикатор потери устойчивости. Режим может заставить только если ввести в систему нелинейность.

Реальный механизм работы заключается, по-видимому, в следующем. В равновесном состоянии (когда сбалансированы потоки энергии и информации с окружающей средой) и при малых внешних воздействиях система ведет себя пассивно (находится в линейной области). В случае увеличения внешнего воздействия или «перемещения» в новую предметную область (например в область новых частот) система оказывается в неравновесной ситуации. Если для этих частот ω $k(\omega)$ и $\beta(\omega)$ не равны нулю (у системы имеются нераскрытые потенциальные, скажем генетические, возможности), то происходит самовозбуждение. Так как нарастание выходного сигнала не может идти до бесконечности, то это означает, что на этих частотах система поведет себя нелинейным образом (k и β уменьшат свои значения). В спектре выходного сигнала появляются новые гармоники (или их комбинации), которые и определяют дальнейшее поведение системы. Таким образом система с одной стороны находится все время в режиме самовозбуждения (активности), а с другой – в режиме нелинейного подавления неустойчивых мод. В результате этого «подавления» происходит кооперация мод с выделением ведущих (новых фазовых переменных, шаблонов, аттракторов). Произошло развитие системы, для которого необходимо было: во-первых, оказаться в новой предметной области, т. е. в неравновесной ситуации, а во-вторых, система должна обладать скрытыми (в нелинейности) потенциальными возможностями (так как $k(\omega) \neq 0$, $\beta(\omega) \neq 0$) для корреляции с новыми условиями (неравновесность «будит» нелинейность, которая «спит» в состоянии равновесия).

В материальном мире роль базисных функций могут играть элементарные частицы – волны, характерные времена жизни которых от 10^{-24} сек до более чем $2 \cdot 10^{30}$ лет, т. е. охватывается «весь» частотный диапазон. Из них и строятся (благодаря нелинейности материальных взаимодействий) все материальные «фазовые переменные», т. е. окружающие нас объекты. Сама эволюция этого мира обусловлена неравновесными ограничениями, т. е. постоянно действующими условиями для создания неисчезающих потоков (энергии, информации и т. д.) между объектами и внешней средой. Причем одной неравновесности для эволюции недостаточно (также как и одной нелинейности). Пусть, напри-

мер, имеем модель [54]: $dX/dt = \lambda - kX$, где X – переменная, характеризующая состояние системы; λ – параметр, характеризующий степень внешнего неравновесного ограничения; k – коэффициент. В силу линейности этого уравнения, при любой удаленности от равновесия λ , существует стационарное состояние $X_{ст} = \lambda/k$. В случае же нелинейной связи $X_{ст} = f(\lambda)$, но недостаточной удаленности от равновесия, система все равно оказывается в линейных условиях.

Посмотрим на ситуацию несколько шире. Генератор обязательно «содержит в себе» усилитель, потому что без постоянного усиления (за счет положительной обратной связи) некоторых мод из внешнего воздействия (т. е. избирательного взаимодействия с окружающей средой) и их нелинейного искажения не будут порождаться новые мутанты. Но стабильно работающий генератор уже ничего «нового» не порождает. Это, говоря «бытовым» языком, – некий обыватель, живущий застывшими интересами, нудно воспроизводящий стереотип поведения. Чтобы он начал развиваться, ему надо действовать (менять предметную область), причем «действовать» могут и другие, помещая его в новые условия. В этих новых условиях у него есть две возможности: либо погибнуть, не найдя своей экологической ниши, либо попытаться проявить свои скрытые возможности.

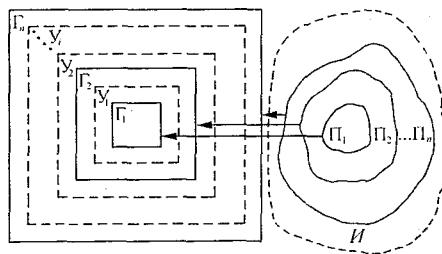


Рис. 1.35. К творческой эволюции.

Г – генератор, У – усилитель, П – предметная область, И – инфинитная реальность.

Последнее означает для «обывателя» стать новым усилителем, придти в состояние самовозбуждения от уже новых мод из окружения и нелинейного их искажения, застabilизироваться, поменяв свой стереотип поведения и став новым генератором.

Таким образом происходит творческая эволюция, причем чтобы образовалось

новое необходимо: 1) действовать (в широком смысле этого слова), чтобы оказаться в новой предметной области в неравновесных условиях; 2) иметь способность усиливать «до бесконечности» определенные воздействия новой предметной области; 3) проявлять способность нели-

нейно искажать эти усиленные воздействия, формируя, тем самым, новый стереотип поведения. (На самом деле необходимо еще, чтобы этот новый стереотип поведения оказался конкурентоспособным, т. е. полезным в новой предметной области: не все новое имеет право на жизнь.) Ситуацию поясняет рис. 1.35.

Между усилителем и генератором – разрыв («точка бифуркации»), а именно: самовозбуждение – это уход в иррациональное никуда, но именно на базе самовозбуждения и неустойчивости создается новый генератор.

К чему мы пришли? Как работает философия «частично инфинитного моделирования»?

Рассмотрим самую простую модель формирования речного стока:

$$dQ/dt = -Q/(k\tau) + X/\tau, \quad Q|_{t_0} = Q_0 \quad (1.8)$$

(все обозначения уже упоминались).

Где здесь «финитное» и «частично инфинитное»?

Любую модель определяют понятия, т. е. некие рационализированные структуры: расход воды Q , коэффициент стока k , интенсивность осадков X , дифференциал d , равно $=$, минус $-$, плюс $+$, делить $/$, начальное условие Q_0 . Степень «рационализации» разная. «Финитные» понятия (относительно, разумеется): d , t , $/$, $+$, $-$, t_0 , Q , «частично инфинитные» – k , τ , Q_0 , X . Почему? Где онтология? Как возникают парадоксы и «неустойчивость» онтологии? Где переходный «гносеологический процесс»? Где рациональное и иррациональное?

Посмотрим на рис. 1.36. Все рациональное ($d, t, t_0, =, /, +, -, Q$) внутри круга.

С помощью специфически гидрологического понятия Q и общенаучных

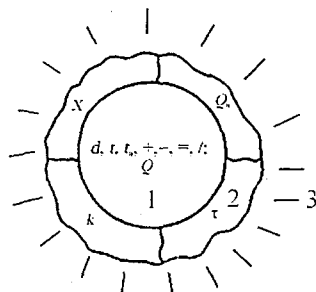


Рис. 1.36. Предметная область, фиксируемая моделью (1.8).

1 – финитное ядро; 2 – частично инфинитная граница; 3 – инфинитная (для модели (1.8)) реальность.

понятий ($d, t, t_0, =, /, +, -$) выделяется в иррациональной среде (инфинитной реальности) некая гидрологическая предметная область с частично инфинитной границей. В богатом (красками, звуком и т. п.) явлении стока (можно представить себе бурный горный поток в раскатах грома и сверкании молний), выделяется некая воднобалансовая сущность, описываемая моделью (1.8). Решение модели описывает процесс с помощью рациональной структуры-функции $Q(t)$ (это та самая плоскость (Q, t) , рассекающая крону «дерева», см. выше).

В этой выделенной (с помощью также и частично инфинитных понятий $k, \tau, \dot{X}, Q_0$) предметной области можно проводить «гидрологические исследования»: прогнозировать ход процесса $Q(t)$, изучать влияние на расход коэффициента стока k и т. д.

В рамках «онтологии», диктуемой выбором (1.8) (ее можно назвать детерминированной и линейной), можно вводить много рациональных понятий: залесенность f_n , заболоченность f_b , распаханность f_p , плотность населения ρ , ($k = f(f_n, f_b, f_p, \rho, \dots)$), насыщая ими выделенную предметную область. Появляются разнообразные научные исследования по выявлению влияния на речной сток леса, распаханности и т. д. (то, что раньше мы называли псевдоинформационным взрывом [34]). «Псевдо» – потому, что все эти «исследования» проводятся в рамках одной и той же онтологии O_1 (модель (1.8)).

Чтобы произошла ее замена необходимо появление парадоксов, необъяснимых в рамках онтологии O_1 . Откуда они могут взяться? Только из инфинитной реальности через частично инфинитные переменные ($\dot{X}, \tau, k, Q_0$). Параметры модели τ и k , внешнее воздействие $\dot{X}$ и начальное условие Q_0 частично инфинитны потому что, с одной стороны они осмыслены в рамках онтологии (1.8), выделяющей фиксированную (гидрологическую) предметную область, а с другой – породить их может «что угодно»: что стоит за «коэффициентом стока» мы не знаем. Можем догадываться, что – свойства почво-грунтов, процент залесенности и т. д.

Как может проявиться неустойчивость онтологии O_1 ? Например, при заданных, $k, \tau, \dot{X}, Q_0$ мы решаем (1.8), находим $Q(t)$ и сравниваем с измеренным значением $Q_n(t)$. Выявляем $\Delta Q = Q_n - Q \neq 0$. Модель (1.8) не описывает (или не описывает «точно») процессы в предметной области.

Почему? Потому что Q_0, k, τ, X, Q_n частично инфинитны. Они известны (например из измерений) не точно, за ними еще что-то стоит.

Таким образом, затрачивая энергию (деятельность) на измерения, т. е. «выжигая» инфинитную реальность, мы порождаем ΔQ , которую надо рационализировать, расширив предметную область новой рациональной структурой («погрешностью»).

Это делается путем стохастического обобщения модели (1.8) и перехода к модели ФПК. В рамках онтологии этой модели O_2 изучаются не расходы, а плотность вероятности $p(Q)$ и «погрешность» входит в описание расширенной предметной области. Онтологию O_2 можно назвать «стохастической».

Неустойчивость предыдущей онтологии вызвала «соприкасающаяся» с предметной областью инфинитная реальность. Таким образом источник неустойчивости не в самой онтологии, а в ее неспособности отражать реальность, окружающую предметную область.

Стохастическая онтология начинает плодить псевдоинформацию (огромное число исследований по вероятностным законам распределения речного стока, дробления его на годовой, минимальный, максимальный и т. д.).

Но и стохастическая онтология сталкивается с парадоксами (неустойчивостью). Например, в уравнении для моментов (см. (1.1))

$$dm_n / dt = (-\bar{c} + 0,5nG_c)m_n + \dots$$

при $\bar{c} < 0,5nG_c$ возникает неустойчивость n -го момента и при $n = 1$ всего распределения в целом (т. е. его не существует в рамках модели ФПК). Частое реальное распределение двухмодально, что выходит за рамки кривых Пирсона. И порождают эту неустойчивость шумы, т. е. опять же инфинитная для модели ФПК реальность, которая моделью не фиксируется, но «учитывается» частично инфинитными параметрами – интенсивностью шумов.

Ликвидация этой неустойчивости и переход к двухмодальному распределению может обеспечить «включение» в (1.8) нелинейности: $\tau = WQ^{-1}$ (W – гидрологическая емкость среды), т. е. появление второй фазовой переменной в расширенной предметной области и замена линейной онтологии O_1 на нелинейную – O_3 . Параметр τ стал «почти финитным», так как это уже фазовая переменная, но появился новый частично

инфинитный параметр W , ибо мы можем только догадываться, что его порождает. Чтобы эти «догадки» рационализировать, надо затратить энергию (действовать).

Таким образом, оставаясь в фиксированной онтологии, мы можем промоделировать ее неустойчивость и указать какая частично инфинитная константа станет финитной переменной в расширенной онтологии, а также – какая связь старых и новой переменных (должно быть нелинейное взаимодействие предметной области и частично инфинитной реальности с положительными и отрицательными обратными связями). Но мы не можем спрогнозировать качество этой новой фазовой переменной, рожденной из инфинитного шума (гидрологическую емкость среды может определять и водохранилище и биомасса и т. д.). Это можно либо угадать, либо создавать (действием), либо наблюдать (затрачивать энергию).

1.3. НЕФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАДОКСЫ ГИДРАВЛИКИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГИДРОЛОГИИ

Согласно изложенному в п. 1.1, процесс познания заключается в эволюции онтологии $O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow \dots \rightarrow O_n$. Движущей силой такой эволюции должны быть нефеноменологические (т. е. ненаблюдаемые в фиксированной предметной области, сущностные) парадоксы. Промежуточная онтология, сталкиваясь с необъяснимыми (в рамках присущих этой онтологии смыслов) вещами, заменяется более совершенной. По-другому: в рамках логики, присущей данной онтологии, истина и ложь становятся неразличимыми (не хватает «разрешающей способности мышления», происходит «загибание логики», см. рис. 1.18).

Гидрология суши – наука многоплановая, но есть две области, которые, по-видимому, на 80 %-ов перекрывают ее содержание. Это инженерная гидрология и речная гидравлика.

Инженерная гидрология изучает процессы формирования многолетнего стока (годового, максимального, минимального), характеристики которого картируются и регламентируются СНиПами. Причем онтология, на основе которой делается эта регламентация, предполагает: 1) одномодальность распределения плотности вероятности; 2) устойчивость расчетных гидрологических характеристик (так как последние получаются из моментов распределения, то тем самым предполагается устойчивость моментов). В основе этой онтологии лежит семейст-

во одномодальных кривых $p(Q)$, являющееся стационарным решением уравнения Пирсона

$$\frac{dp}{dQ} = -\frac{Q-a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} p$$

(здесь a , b_0 , b_1 и b_2 – коэффициенты). В нее входят и возможные модернизации некоторых из этих кривых, что подчас только ухудшает ситуацию. Мы покажем, что обе эти предпосылки в реальности не выполняются, т. е. «онтология Пирсона» порождает нефеноменологические парадоксы.

В 1961 г. Л. М. Конаржевский [38] в ходе исследований по выявлению и качественной оценке типовых особенностей вариаций рядов весеннего стока в лесостепной и степной зонах выявил многочисленные случаи (68 %) двухмодальных распределений (рис. 1.37).

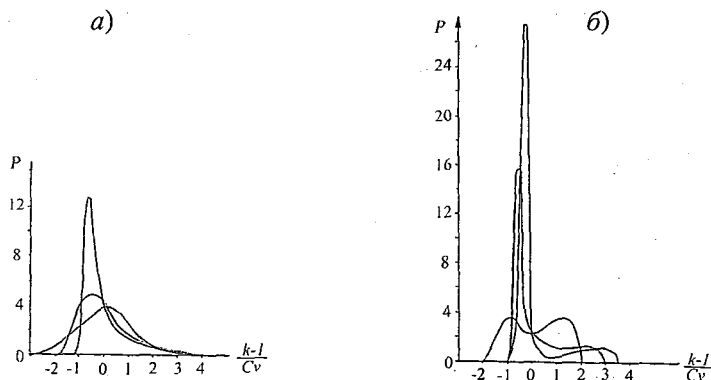


Рис. 1.37. Варианты одномодальных (а) и двухмодальных (б) распределений.

Конаржевский объяснил появление двухмодальности особенностями формирования весеннего стока в степной зоне, а именно зимними потерями запасов воды на водосборе, которые увеличивают в многолетнем разрезе число лет с очень низким стоком за счет уменьшения средних по водности лет.

А. В. Рождественский и А. И. Чеботарев [63] объясняют это явление тем, что в формировании стока весеннего половодья в много-

водные годы принимает участие вся площадь водосбора, а в маловодные — только ее часть (без бессточных понижений). Это изменение величины действующей площади приводит к появлению второй моды в зоне повышенного стока из-за разнородности величин стока в статистической совокупности.

Оба эти объяснения делают упор на особенности формирования только весеннего половодья и только в степной зоне. Однако сам Конаржевский приводит примеры распределения вероятности по «типу степной кривой» для других групп гидрологических явлений. Так степная типовая кривая хорошо описывает эмпирическое распределение наинизших уровней р. Волги у г. Астрахани, наивысших уровней воды рек Калитвы, Березовой и Кондагорчье, среднегодовых расходов рек Хогрсовка и Бели Лом (в Болгарии).

Нами были обработаны несколько десятков рядов среднегодовых расходов воды (в том числе и по створам Конаржевского), а также осадков и температуры воздуха на предмет выявления двухмодальных распределений, не связанных с хозяйственной деятельностью или двухмодальностью метеорологических рядов, ведущих к неоднородности рядов стока. На рис. 1.38 представлен характерный случай подобной ситуации.

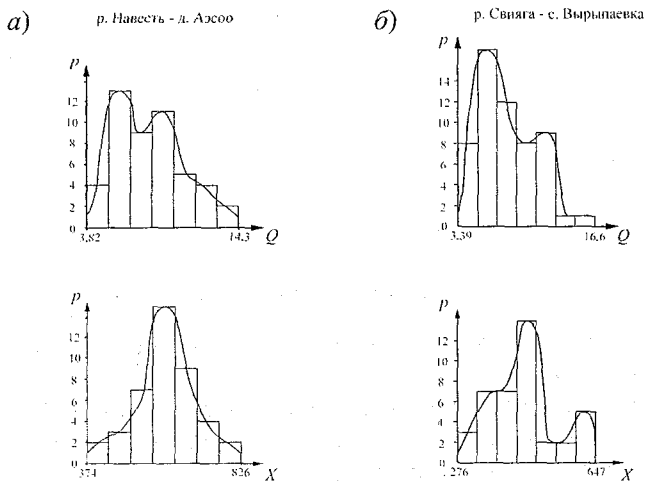


Рис. 1.38. Примеры двухмодальных распределений, не связанных (а) и связанных (б) с двухмодальностью метеорологических факторов.

Подавляющее число гистограмм, построенных по реальным рядам наблюдений, имеют выступающие «зубья», которые при сглаживании одномодальным распределением «срезаются» и принимаются «статистически незначимыми». Часто проводят уж совсем «криминальную» процедуру, удлиняя ряды методом Монте-Карло с одномодальной кривой в качестве фильтра. Зубья на гистограмме при этом естественно исчезают, а получающееся «красивое» распределение вообще никак не отражает реальные процессы на водосборе (точнее, отражает их одномодальную идеализацию). При переходе же от годового стока к месячному, декадному и суточному, многомодальные распределения – скорее правило, чем исключение.

Разумеется упомянутые одномодальные распределения не в состоянии описать реальные зависимости, потому что сущность механизма их формирования уравнением Пирсона не описывается. Коэффициенты a , b_0 , b_1 и b_2 имеют формальный геометрический смысл (как говорят гидрологи, определяют лекало, которым аппроксимируются эмпирические точки). Таким образом налицо нефеноменологический (сущностный) парадокс, вызванный тем, что онтология Пирсона (в данном случае) не фиксирует генезис формирования стока, за которым скрывается многомодальность. Но даже если мы заменим ее более совершенной онтологией (соответствующей модели Фоккера – Планка – Колмогорова), которая раскрывает физический смысл коэффициентов a , b_0 , b_1 и b_2 (за счет расширения предметной области путем введения в рассмотрение и фиксации в модели физико-статистических свойств внешнего воздействия и характеристик подстилающей поверхности), то все равно, оставаясь линейной, эта усовершенствованная онтология многомодальности не даст (нужна нелинейность).

Все эти рассуждения вовсе не отрицают практическую целесообразность «навязывания» речному стоку одномодальности при существующих коротких рядах наблюдений. Нами были статистически обработаны ряды стока за период с 1936 г. по 1980 г. по р. Тихвинка – д. Горелуха (площадь водосбора 2070 км²). Были построены гистограммы распределений суточных, декадных, месячных и годовых значений расходов. Брались, например, расходы за 10 июля за каждый год и строилась гистограмма, получилось 365 распределений (за каждый день). Аналогично – декадные и месячные. Подобной же обработке были подвергнуты ряды стока по р. Неман – г. Смалининкай (водосборная

площадь 81200 км²). На рис. 1.39 представлены некоторые характерные распределения суточных, декадных (вторая декада июля), месячных (июль) и годовых расходов воды.

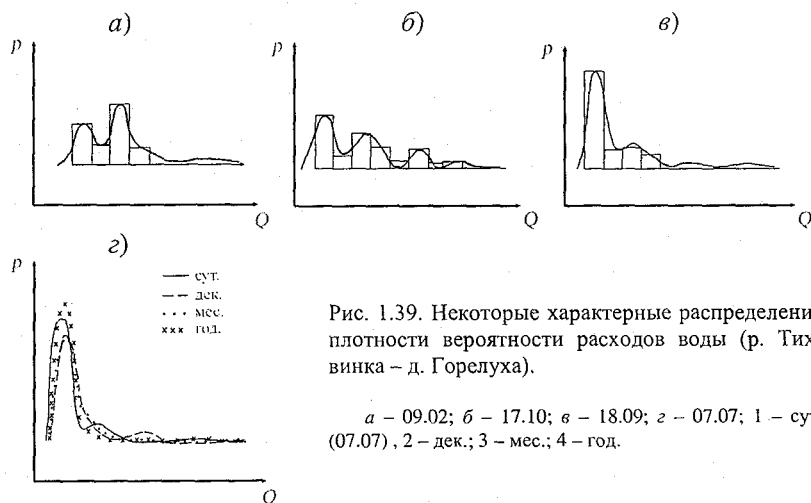


Рис. 1.39. Некоторые характерные распределения плотности вероятности расходов воды (р. Тихвинка – д. Горелуха).

а – 09.02; б – 17.10; в – 18.09; з – 07.07; 1 – сут. (07.07), 2 – дек.; 3 – мес.; 4 – год.

Несмотря на экзотические (трехмодальные, как на рис. 1.39 б) в некоторых случаях распределения, в целом (для обеих рек) преобладают одномодальные, положительно асимметричные распределения как для периода свободного русла, так и для ледостава. При этом эмпирические точки часто хорошо согласуются с теоретической кривой Пирсона III типа и ее модификацией, предложенной Крицким – Менкелем при соответствующем подборе соотношения C_s/C_v (примеры представлены на рис. 1.40).

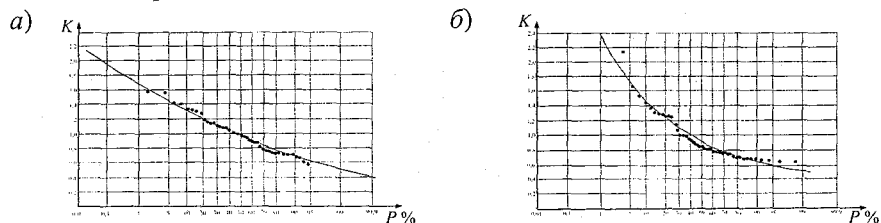


Рис. 1.40. Примеры кривых обеспеченностей.

а – р. Тихвинка – д. Горелуха, апрель; б – р. Неман – г. Смалнинкай, 25 июля.

Достаточно полную картину изменения параметров распределения при уменьшении интервалов осреднения дает табл. 1.1. Значения коэффициентов асимметрии определялись как подбором, исходя из лучшего соотношения эмпирической и теоретической кривых, так и непосредственными расчетами (для реки Неман). По результатам этой таблицы построены кривые (рис. 1.41 и 1.42), характеризующие изменение параметров C_s и C_v в зависимости от интервалов осреднения. Общая тенденция сводится к увеличению этих параметров при уменьшении интервала осреднения (для периода ледовых явлений коэффициент асимметрии увеличивается в меньшей степени, чем для периода свободного русла).

Таблица 1.1

Гидрологические характеристики при различных интервалах осреднения

Интервалы осреднения		C_v	Соотношение C_v и C_s	C_s расч
р. Тихвинка – д. Горелуха				
Год		0,25	$C_s = 2 C_v$	
Ме- сяц	Своб. русло	0,80	$C_s = 6 C_v$	
	Ледовые явл.	0,57	$C_s = 6 C_v$	
	Переходн. период	0,34	$C_s = 2 C_v$	
Декада		1,09	$C_s = 6 C_v$	
Сутки	Своб. русло	1,46	$C_s = 6 C_v$	
	Ледовые явл.	0,59	$C_s = 6 C_v$	
р. Неман – г. Смалининкай				
Год		0,16	$C_s = 2 C_v$	0,22
Ме- сяц	Своб. русло	0,29	$C_s = 2 C_v$	1,24
	Ледовые явл.	0,51	$C_s = 2 C_v$	0,69
Декада		0,38	$C_s = 6 C_v$	2,09
Сутки	Своб. русло	0,39	$C_s = 6 C_v$	2,17
	Ледов. явл.	0,81	$C_s = 6 C_v$	2,02

Таким образом в зоне избыточного увлажнения классические методы гидрорасчетов вполне приемлемы (и это несмотря на то, что рас-

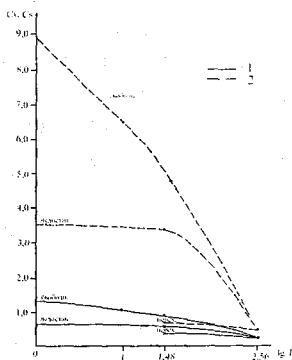


Рис. 1.41. Графики зависимостей $C_v = f(\lg T)$ и $C_s = f(\lg T)$; р. Тихвинка – д. Горелуха.

1 – C_v ; 2 – C_s

($p(Q=0)=0$), мы опять же навязываем реке нулевую вероятность пересыхания. Онтология модели ФПК позволяет избежать отрицательных расходов и, в тоже время, – задать ненулевую вероятность пересыхания путем формулировки соответствующих граничных условий.

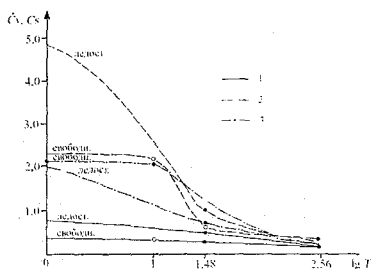


Рис. 1.42. Графики зависимостей $C_v = f(\lg T)$ и $C_s = f(\lg T)$; р. Неман – г. Смалининкай.

1 – C_v ; 2 – C_s ; 3 – C_s (расчет).

считываемые створы далеки от идеальных: на р. Тихвинка при уровнях 230 см и выше наблюдается переменный подпор от р. Сясь, а кроме того на режим реки оказывают действие шлюзы, расположенные выше поста; на р. Неман ведутся дноуглубительные работы). Но надо помнить, что не для всех регионов такое «классическое» насилие оправдано. Еще меньше оправданы попытки «улучшения» некоторых кривых Пирсона, например «трансформация» кривой Пирсона III типа, предложенная С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем для вывода ее из отрицательной области: ведь вывода кривую в начало координат

Однако это не единственный парадокс, связанный с речным стоком. Для чего, в основном, нужны карты СНИПа? Для надежного строительства гидротехнических объектов. В настоящее время надежность работы гидротехнических сооружений обеспечивается путем использования при их проектировании обеспеченных значений максимальных расходов воды. Построив для створа проектируемого сооружения известными в гидрологии способами кривую обес-

печенности максимальных расходов, соответствующую многолетнему режиму формирования стока, задаются нормируемыми СНиПами расчетными вероятностями превышениями и с кривой снимаются значения максимального расхода. Его завышение снижает экономическую эффективность сооружения, занижение – приводит к разрушению, материальному ущербу и человеческим жертвам.

В зависимости от класса капитальности (определяется возможными последствиями аварии) установлены следующие ежегодные вероятности превышения максимальных расходов воды $P\%$:

Класс сооружения	I	II	III	IV
$P\%$	0,01	0,1	0,5	1

Для временных сооружений V класса принимается $P = 10\%$. Существуют нюансы при выборе значений P для водопропускных сооружений на автомобильных и железных дорогах (см., например, [58]), но общее требование заключается в необходимости к значениям расхода $Q_{0,01\%}$ добавлять так называемую гарантийную добавку $\Delta Q_{P\%} = a E_{P\%} Q_{P\%} / \sqrt{N}$, где a – коэффициент, характеризующий гидрологическую изученность рек ($a = 1,0 \dots 1,5$); N – число лет наблюдений с учетом приведения к многолетнему периоду; $E_{P\%}$ – величина, характеризующая среднюю квадратическую погрешность расчетного расхода воды ежегодной вероятности превышения $P = 0,01\%$. По существующим рекомендациям [58], значение $E_{P\%}$ меняется от 0,25 до 4,15 в зависимости от типа распределения и значений коэффициентов вариации C_v и асимметрии C_s .

Однако высказывается возражение, связанное с выбором $Q_{P\%}$ [24]. Так как в течение года реки смешанного питания имеют случайное число максимумов, то предлагается определенный принцип выделения значимых максимумов, их число в календарном году также будет случайным (r). При этом за параметр, характеризующий превышение фактического расхода Q над расчетным Q_* , могут браться следующие величины:

1. Средняя вероятность пребывания процесса выше Q_* : $\Phi_1 = M[\tau]/T$, где τ – суммарное время за интересующий период T , когда $Q > Q_*$;

2. Математическое ожидание числа выбросов случайного процесса над уровнем Q_* за время T : Φ_2 .

3. Математическое ожидание числа любых максимумов, превышающих Q_* : Φ_3 .

4. Математическое ожидание числа значимых максимумов, превышающих Q_* : Φ_4 .

5. Вероятность превышения максимума максимума расчетного расхода воды Q_* : Φ_5 .

Любой из этих параметров может быть взят за нормативный в зависимости от смысла слова «надежность». По СНиПу нормируется параметр Φ_5 .

Задачу о распределении вероятности $\max \max Q$ Картвелишвили решает следующим образом:

- 1) все значения максимума принадлежат одной генеральной совокупности;
- 2) все они статистически независимы;
- 3) годовое число r этих максимумов одно и то же для всех лет.

Пусть F — функция распределения вероятностей максимумов, а вероятность того, что один из значимых максимумов будет меньше Q есть $F(Q)$. При сделанных предположениях вероятность непревышения ни одним максимумом значения расхода Q за N лет будет $\{F(Q)\}^{rN}$. Тогда вероятность его превышения за N лет хотя бы один раз есть: $P_N = 1 - \{F(Q)\}^{rN}$. Вероятность однократного превышения

$$1 - F(Q) = 1 - (1 - P_N)^{\frac{1}{rN}} \approx \frac{1}{rN} P_N \quad (1.9)$$

в r раз меньше вероятности P_1 его превышения один раз в году, т. е. нормативные документы преувеличивают величину $1 - F(Q) = \Phi_5$ для рек с несколькими максимумами в году (преуменьшают максимальные расчетные расходы). Так как r — случайное число, то в формулах подразумеваются математические ожидания значимых максимумов, а следовательно rN может иметь дробную часть.

Из формулы (1.9) следует, что

$$F(Q) = (1 - P_N)^{\frac{1}{rN}}, \quad (1.10)$$

т. е. нормировать можно: либо N и P_N , вычисляя по ним $F(Q)$ и определяя Q ; либо $P_{N=1}$ и определяя $F(Q)$; либо непосредственно $F(Q)$ (или $\Phi_5 = 1 - F(Q)$). Для рек с одним годовым максимумом $P_1 = \Phi_5$; значение именно этой вероятности указывается в нормативных документах.

Рассмотренные Картвелишвили параметры $\Phi_1, \dots, \Phi_5$ есть просто решение задачи о выбросах случайного процесса, которая для общего нестационарного случая рассмотрена в работе [30].

В основе изложенных выше взглядов лежит традиционная «теория высокой надежности», опирающаяся на центральную предельную теорему, приводящую, например, к нормальному распределению на интервале δx (рис. 1.43 а)

$$p(x)\delta(x) = (1/\sqrt{2\pi\sigma^2}) \exp(-(x - \bar{x})^2 / 2\sigma^2) \delta(x).$$

Большие отклонения соответствуют авариям и катастрофам.

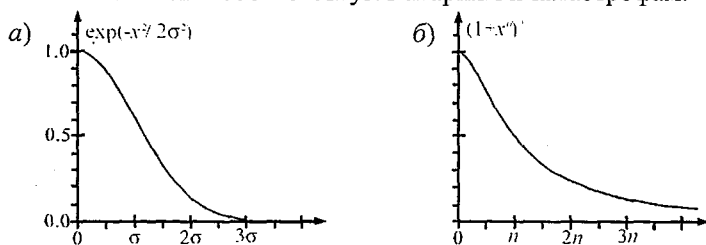


Рис. 1.43. Распределения плотности вероятности для разных теорий надежности [48]: а – высокой надежности, б – нормальных аварий.

Но существует и другой взгляд на теорию аварий и катастроф [48, 72, 82]: так называемая «теория нормальных аварий». Фактором, порождающим аварию является сложная динамика системы (если есть пути, ведущие к аварии или, по другому, если возникнут непредвиденные начальные условия). Это уже совсем другая (частично инфинитная) статистика – статистика «неблагоприятных начальных условий».

Этот подход обосновывается теорией самоорганизованной критичности. В качестве примера обычно приводят кучу песка. Добавление песчинки либо не изменяет ситуацию, либо приводит к появлению «лавин» из n песчинок. Чем больше куча, тем больше лавины, уменьшающие размеры кучи. В результате коллективного взаимодействия песчинок возникает динамическое равновесие, когда число падающих на кучу песчинок равно числу выбывающих. Это состояние и называют самоорганизованно критическим. Выяснилось, что в этом случае $p(n) = n^{-\alpha}$, где $\alpha = 1-2$ (рис. 1.43 б).

Оказывается, что в данном примере для аварии (лавин) достаточно наличие локальных связей (между ближайшими песчинками). Наличие этих связей в случае гидрологии означает, например, снятие второго предположения о стохастической независимости «значимых» максимумов. С учетом формулы (1.10) можно получить выражение для начального момента n -го порядка:

$$m_n = \int_0^{\infty} (\partial F / \partial Q) Q^n dQ = \frac{1}{rN} \int_0^{\infty} (1 - P_N)^{(1/(rN)-1)} \partial P_N / \partial Q \cdot Q^n dQ.$$

Теория высокой надежности требует сходимости интегралов для $n = 1, 2, \dots$. Известно, однако [48], что при $1 \leq \alpha \leq 2$ интеграл $\int_0^{\infty} p(n) n dn$ расходится, т. е. мы не можем оценить «средний размер лавин» (или норму стока для гидрологии). Но α это геометрический показатель формы распределения. Какая физика стоит за расходимостью? Условие устойчивости решения уравнения ФПК (для моментов распределения m_n) получается из уравнения [35]

$$dm_n / dt = (-c + 0,5G_{\tau})m_n + \dots$$

и, как уже указывалось, имеет вид

$$\bar{c} > 0,5nG_{\tau}, \quad (1.11)$$

т. е. расходимость будет при $\bar{c} \sim G_{\tau}$.

Системы, имеющие функции распределения с $\alpha \in [1, 2]$, всегда находятся в состоянии неустойчивости по всем моментам распределения, так как критерий устойчивости для момента n -го порядка (1.11) показывает, что система, неустойчивая по математическому ожиданию, неустойчива и по всем остальным моментам распределения. Строго говоря, реально существует только то, что устойчиво. Поэтому «теория нормальных аварий» занимается виртуальными объектами, находящимися в состоянии постоянной бифуркации, в котором свертываются философские категории «количество» и «качество» и пропадает возможность описывать ситуацию стандартными математическими методами. Это существование системы на границе устойчивости по-видимому просто шанс, который дает природа для эффективного приспособления к быстроменяющимся условиям.

Теория самоорганизованной критичности была выдвинута для объяснения так называемого фликкер-шума. Его спектр мощности на низких частотах f ведет себя как $1/f$, т. е. значительная часть его энергии связана с очень медленными процессами (образно говоря, нельзя предсказывать погоду, отвлекаясь от изменения климата). Это означает возможность катастрофической флуктуации, что характерно для системы, находящейся в окрестности точки бифуркации. Одна из наиболее вероятных гипотез возникновения фликкер-шума [80] заключается в том, что отсутствие характерного временного масштаба, связано со свойством пространственно распределенных систем, не имеющих одного характерного пространственного масштаба. Этим свойством обладают фрактальные структуры.

На рис. 1.44 показана спектральная функция ряда годового стока [77], и спектр, определяемый формулой $1/f^\delta$ при $\delta=1$. Очевиден «симбиоз» ритмов и $1/f^\delta$ флуктуаций.

Оценка надежности должна производиться в рамках теории «нормальных аварий» именно в связи с фрактальными свойствами годового стока р. Невы. Эту фрактальность породил отнюдь не механизм формирования стока бассейна Невы. Бассейн лишь заключительный элемент в сложной пространственно-распределенной

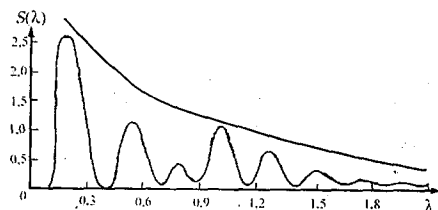


Рис. 1.44. Спектральные функции годового стока (р. Нева — с. Новосаратовка).

геофизической системе (рис. 1.45), а сток – лишь одна из фазовых переменных. Возникает интересный вопрос о существовании подобия топологий геометрической и фазовой фрактальности.

Показанная на рис. 1.45 система исключительно сложная и возможность самоорганизованной критичности (приводящей к гидрологическим катастрофам) с точки зрения ее существования и эволюции является благом, так как свойственная фракталам робастность обеспечивает устойчивость к сбою надежности отдельных систем.

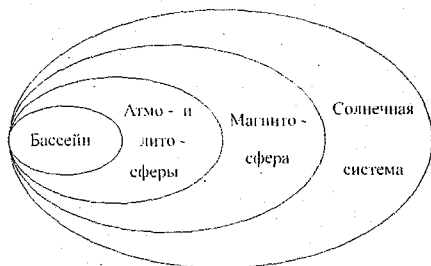


Рис. 1.45. К появлению робастности в сложных геофизических системах.

Таким образом и в данном случае имеем дело с нефенологическим парадоксом, ибо сущность неустойчивости не улавливается моделью Пирсона.

Она открывается, если расширить фиксированную этой моделью предметную область, включив в нее механизм формирования стока, в котором и заложена неустойчивость.

Не надо думать, что эта неустойчивость некая экзотика на фоне устойчивой картины формирования стока. Можно получить формулу (см. [35, 36, 37]) для оценки критерия, соответствующего неравенству (1.11)

Не надо думать, что эта неустойчивость некая экзотика на фоне устойчивой картины формирования стока. Можно получить формулу (см. [35, 36, 37]) для оценки критерия, соответствующего неравенству (1.11)

$$\beta = G_r / \bar{c} = 2k \ln r + 2, \quad (1.12)$$

где k – коэффициент стока, r – коэффициент автокорреляции речного стока. С помощью этой формулы построена карта, показывающая распространение зон неустойчивости для годового стока (рис. 1.46 а). На рис. 1.46 б показана карта бессточных областей СССР, которая коррелируется с картой зон неустойчивости.

Из всего этого следует, что огромные территории нашей страны (а по-видимому и всей суши Земли) находятся в «подвешенном состоянии» и не очень понятно для чего построены карты речного стока (разве что для осознания их парадоксальности, что само по себе не мало).

Кстати, явление самоорганизованной критичности тесно коррелируется с так называемой перемежаемостью (непрерывным переходом от ре-

гулярного движения к хаотическому), являющейся универсальным объяснением происхождения фликкер-шума в нелинейных системах. Проще всего это явление проиллюстрировать на примере логистического отображения, к которому в п. 2.3 приводится нелинейная модель формирования стока $x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$. В зависимости от численного значения параметра a (который связан с гидрологическим потенциалом) происходят последовательные бифуркации, пока режим не становится хаотическим. Но в этом хаотическом режиме существует окно регулярного режима периода три (рис. 1.47, рис. 1.47 з из [78]).

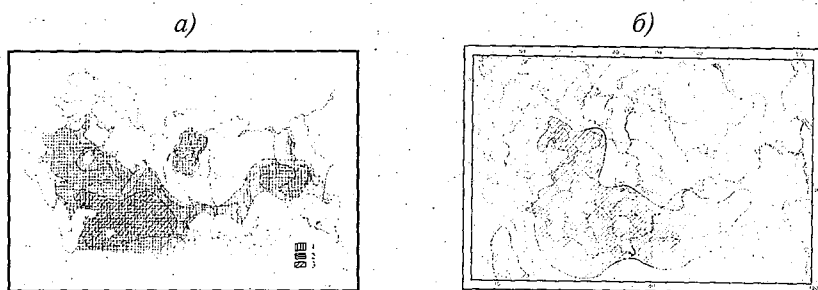


Рис. 1.46. Неустойчивость гидрологического режима годового стока на территории СНГ (а) по критерию $\beta = G_{\tau} / \epsilon$ (а), бессточные области СССР (б).

1) $\beta > 2/3$, 2) $\beta > 1$, 3) $\beta \geq 1,8$ (при современном климате).

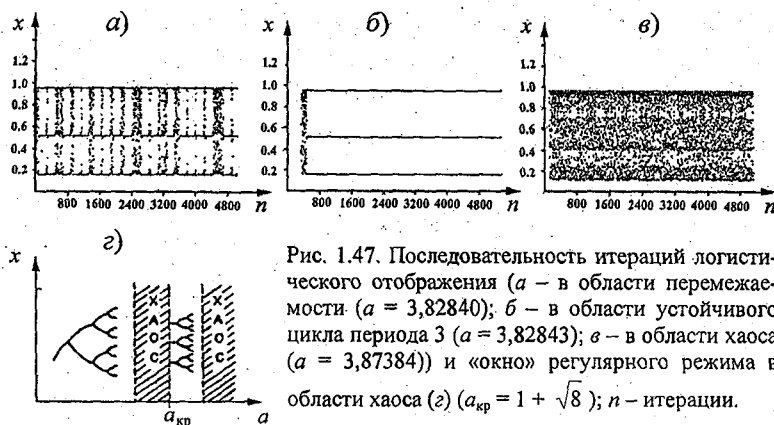


Рис. 1.47. Последовательность итераций логистического отображения (а – в области перемежаемости ($a = 3,82840$); б – в области устойчивого цикла периода 3 ($a = 3,82843$); в – в области хаоса ($a = 3,87384$)) и «окно» регулярного режима в области хаоса (г) ($a_{кр} = 1 + \sqrt{8}$); n – итерации.

Ситуацию можно обобщить на две предметные области, каждая из которых описывается отображениями $x_{n+1} = a_1 y_n x_n (1 - x_n) + b_1$; $y_{n+1} = a_2 x_n y_n (1 - y_n) + b_2$, решения которых обеспечивают их взаимный интерфейс («управляют» друг другом). На рис. 1.48 представлен пример подобного отображения.

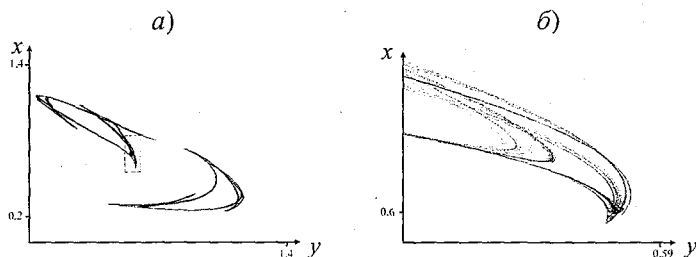


Рис. 1.48. Двумерное отображение (а) при $a_1 = 3,21$; $a_2 = 3,01$; $b_1 = 0,313$; $b_2 = 0,315$ и его увеличенный фрагмент (б).

Имеются многочисленные примеры отображений для которых спектр мощности $S(\lambda)$ (типа показанного на рис. 1.44) расходится на низких частотах по степенному закону $1/f^\delta$, т. е. существуют отображения (в частности моделирующие речной сток), порождающие сигналы с перемежаемостью, среди которых есть и фликкер-шум.

Второй значительной областью гидрологии суши является речная гидравлика, которая важна в задачах краткосрочного регулирования ГЭС, гидрологических прогнозах и речной гидрометрии. Уже несколько десятилетий обсуждается вопрос о существовании периодических решений нелинейных уравнений одномерной гидравлической идеализации.

Исторически имелись две предпосылки к изучению вопроса о существовании периодических решений уравнений одномерной гидравлической идеализации открытых потока.

С одной стороны, в научно-технической литературе появились упоминания о колебаниях расхода воды с периодом в несколько десятков минут. Так, в работе С. И. Коплан-Дикс [39] приводятся результаты непрерывных измерений скорости в течение 48 минут одновременно на семи вертикалях в точках $0,6h$ (h — глубина) при устойчивом русле (р. Поломёт). Выявлена низкочастотная по сравнению с турбулентными пульсациями периодичность с амплитудой колебаний примерно

10 % осредненного за период измерения расхода. Подобные явления описаны также В. В. Дементьевым [16] по результатам среднеазиатской экспедиции ГГИ в 1959 – 1961 гг. на реках Угам и Сырдарье, а также Иокоси [83], производившим измерения на р. Уджи (анализ этих результатов см. в монографиях [13, 14, 29]).

С другой стороны, в работах Н. А. Картвелишвили (см., например, [25]) вопрос о периодических решениях был поднят в связи с исследованием устойчивости быстроток. Суть исследований заключалась в получении численного критерия начала образования волн на свободной поверхности потоков, текущих при больших уклонах. Обычная техника решения подобных задач сводится к так называемому подстановочному анализу линеаризованных уравнений Сан-Венана. С помощью известных в алгебре методов (обычно используется теорема Гурвица), находят условия, обеспечивающие рост колебания глубины h' по течению, что и говорит о неустойчивости при данных значениях параметров.

В современной интерпретации [62, 74] такие задачи сводятся к получению критериев абсолютной и конвективной неустойчивости и пространственного усиления. Конвективная неустойчивость имеет место, когда возмущения с течением времени уходят из рассматриваемой области, т. е. $\lim_{t \rightarrow \infty} h'(x_0, t) \rightarrow 0$, а абсолютная – когда они во всех точках x_i растут, т. е. $\lim_{t \rightarrow \infty} h'(x_0, t) \rightarrow \infty$. Ставить задачу о распространении в потоке возмущений имеет смысл, если система устойчива либо конвективно неустойчива, но длина ее такова, что возмущения не успевают сильно вырасти.

Один из общих подходов к решению задач о неустойчивости заключается в следующем [74]. Для исследования устойчивости какого-либо равномерного режима необходимо провести линеаризацию уравнений и подстановкой $\exp[i(\omega t - kx)]$ получить дисперсионное соотношение $D(\omega, k) = 0$. Если в результате решения последнего установлено, что $\text{Im} \omega_S(k) > 0$ при вещественном k для всех S , то поток устойчив, если для какого-либо S $\text{Im} \omega_S(k) < 0$, то поток неустойчив. Вопрос о характере неустойчивости решается с помощью анализа многозначной функции $k_S(\omega)$, а именно: для абсолютной неустойчивости необходимо, чтобы две функции $k_S(\omega)$ с точкой ветвления в нижней полуплос-

кости комплексной переменной ω имели разные по знаку фазовые скорости $\lim_{\omega \rightarrow \infty} (k_s(\omega)/\omega)^{-1}$.

Если поток оказался конвективно неустойчивым, то возникает естественный вопрос о его дальнейшем развитии. Возрастание по длине водотока амплитуды волны указывает на ее усиление, но однозначно ответить на вопрос о характере возмущения можно только исходя из нелинейных уравнений. Подобный анализ проделал Картвелишвили [25], опираясь на качественную теорию дифференциальных уравнений. Анализ фазовой плоскости для системы Сен-Венана привел к выводу, что ни непрерывных, ни разрывных периодических решений быть не может. Налицо очевидный парадокс нефенологического характера, т. е. сущность механизма, порождающего эти периодические колебания, в уравнениях гидравлики отсутствует.

Разумеется можно привести много парадоксов подобного рода, связанных, в частности, с турбулентностью (неспособностью классических уравнений гидродинамики описывать турбулентные течения в реках), с отсутствием для некоторых озер так называемого уровня притяжения и т. д. Но это, скорее повод для оптимизма, а не для огорчения.

Действительно, вернемся к метафоре «дерево» (рис. 1.49). К объекту познания («иррациональному стволу дерева») совместно с «рационали-

зированной плоскостью») надо добавить субъекта, т. е. познающего наблюдателя, который, обладая ФКМ, через эмоции взаимодействует с объектом. Процесс моделирования состоит из двух этапов: 1) выявление парадоксов (несоответствие наблюдаемых явлений рациональным структурам плоскости); 2) исключение парадоксов путем замены онтологии, т. е. — расширением фазового пространства с «плоскости» до «объема»).

В обычном моделировании парадоксы — это появление неустойчивости. Ее пытаются исключить путем корректной постановки задачи. Эта

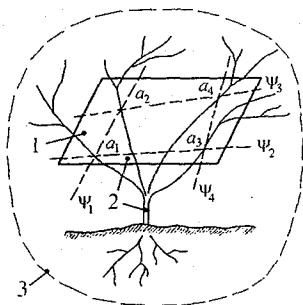


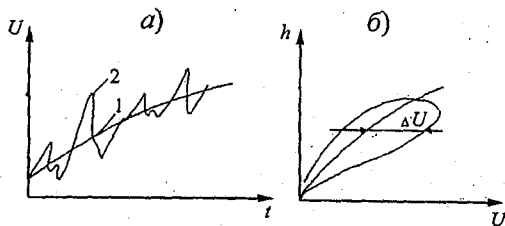
Рис. 1.49. К процессу познания.

1 — рационализированная часть объекта; 2 — весь объект; 3 — субъект.

неустойчивость кроется в самой модели (без субъекта), т. е. в рационализированной части объекта. В частично инфинитном моделировании неустойчивость надо понимать более широко (обычная неустойчивость – это частный случай). Элементарные примеры такого (широкого) понимания представлены на рис. 1.50.

Рис. 1.50. К «широкому» пониманию неустойчивости решения: а – временная развертка; б – изображение на фазовой плоскости.

1 – решение модели; 2 – фактический ход процесса.



С точки зрения обычного моделирования, решение (рис. 1.50 а) устойчиво, а значит не парадоксально. Но если мы (это уже к модели «подключается» субъект) выберем метрику (правило сравнения фактического хода процесса и решения), то ситуация может быть парадоксальной, а может и не быть. Например в среднеквадратичном смысле решение модели вполне соответствует наблюдениям. Но если мы хотим оценить природный процесс с помощью плотности вероятности, то ситуация парадоксальна, так как модель дает плотность вероятности в виде δ -функции. Эту парадоксальность можно «уточнить»: решение парадоксально по всем моментам, кроме математического ожидания (если под последним понимать решение динамической модели). Этот парадокс нефеноменологический, так как в динамической модели не заложена «вероятностная» сущность природы. Для исправления ситуации надо расширять предметную область и стохастически обобщать модель.

Теперь обратимся к рис. 1.50 б, на котором показана однозначная кривая $U = f(h)$ и реальна наблюдавшаяся «петля». Есть тут парадокс или нет зависит от эмоций «наблюдателя» (от того, какая точность гидрометрического учета стока его устраивает).

Таким образом для выявления нефеноменологических парадоксов в частично инфинитном моделировании нужен субъект, который вводит «метрику этого парадокса». (В обычном моделировании парадокс определяется априори, как неустойчивость в классическом смысле). Для исключения парадоксов и в обычном, и в частично инфинитном моделировании без наблюдателя не обойтись. Исключить парадокс – означает

сделать сущность явлением. Парадоксы вызывает сущность, которая в фиксированной изучаемой предметной области ненаблюдаема. Для ее выявления (и описания, т. е. включения в модель) надо расширить предметную область через частично инфинитную границу. В расширенной предметной области сущность становится явлением. Причем это явление (например изменение эпюры скоростей при неустановившемся движении открытого потока – гидромеханический уровень) можно учесть (не описать) и в терминах исходной предметной области (гидравлики), добавив новую фазовую переменную (коэффициент гидравлического сопротивления, зависящий от величины и знака ускорения). Переход к вероятностному описанию раскачивает рационализированную часть объекта («плоскость») и позволяет лучше выявлять парадоксы-неустойчивости (например рассматривать неустойчивости старших моментов распределения, чего заведомо нельзя сделать при динамическом описании), но в принципе позволительно обойтись и без этого. (Можно пофантазировать и представить себе, какой выглядела бы современная наука, если бы Блез Паскаль не предложил количественно оценивать вероятность).

Парадоксы можно выявлять и без явного введения метрики. Например, при моделировании исторических процессов наступает такой период, который модель не «чувствует». Мы (субъект) с вербальной помощью выходим за рамки старого исторического периода (старой предметной области) и вводим в модель новую сущность (эта сущность есть явление в расширенной предметной области). В данном случае метрикой выступает сама нечувствительность модели к новым историческим веяниям, которые идут от «ствола дерева». Возвращаясь с гидравлическому парадоксу, можно считать, что метрикой выступает критерий устойчивости быстотоков, который без учета влияния инерционности на гидравлические сопротивления, приводит к парадоксам (к несоответствию «натуре» и предсказания).

Таким образом, обычная модель – это рационализированная часть объекта, а частично инфинитная – вдобавок еще и субъект (наблюдатель с его эмоциями и ФКМ), который чувствует объект целиком, а не только его рационализированную часть. Поэтому частично инфинитное моделирование это не просто кабинетные отвлеченные занятия, это образ жизни. Это переживание, в котором рационализированные структуры помогают «пробежать» без эмоций уже освоенную и пережитую

кем-то часть бытия, но столкнувшись с инфинитной реальностью необходимо начать жить самому (через частично инфинитную границу).

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ГИДРОЛОГИИ

2.1. ФРАКТАЛЬНАЯ ДИАГНОСТИКА РАЗМЕРНОСТИ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Обычно понятие «фрактальность» связывают с пространствами так называемой дробной размерности. Можно привести наглядные примеры, поясняющие суть дела [57]. Пусть лист бумаги, на котором набран читаемый Вами текст, не имеет толщины, т. е. двумерен (кусочек евклидовой плоскости). Если вырвать этот лист и смять его в комок, то получим объект с размерностью больше двух, но меньше трех (чем больше спрессовывать бумагу, тем ближе размерность будет приближаться к трем). Таким образом фрактальная размерность описывает степень заполненности объектом своего пространства вложения.

Этим объектом может быть и временной ряд (например расходов воды). Фрактальность ряда связывается с порождающими его факторами. Если этих факторов много и они равновероятны, то приходим к белому шуму, который заполняет пространство вложения наподобие ничем не связанных молекул газа, заполняющего объем. Если же во временном ряде существуют корреляции, то они образуют группировки членов ряда. Это приводит к тому, что у ряда появляется своя собственная размерность (фрактальная, дробная).

По Б. Б. Мандельброту (см. [46, 53, 55]), множество X называется фрактальным, если его размерность Хаусдорфа $h(X)$ не является целым числом. В свою очередь эта размерность D по определению показывает как растет число n шаров («шар» может иметь любую размерность), диаметром ϵ , необходимых для покрытия X : $n(\epsilon) \approx 1/\epsilon^D$ при $\epsilon \rightarrow 0$

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\log n(\epsilon) / \log(1/\epsilon)). \quad (2.1)$$

Рисунок 2.1 иллюстрирует понятие размерности, следующего из формулы (2.1).

В случае «обычного» (не фрактального) множества формула (2.1) также дает обычную размерность. Например, применим (2.1) к квадрату со стороной 1. Его можно покрыть

$n(\epsilon) = (1/\epsilon)^2$ квадратиками со стороной ϵ .

Поэтому $D = \log(1/\epsilon)^2 / \log(1/\epsilon) = 2$.

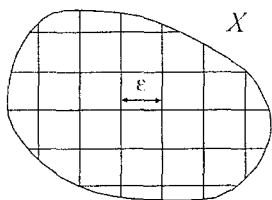


Рис. 2.1. К понятию размерности D множества X .

Теперь рассмотрим фрактальное множество (это может быть береговая линия или ряд расходов), рис. 2.2. Пусть расстояние на прямой между точками А и В равно R . Оказывается, что «фрактальная» длина береговой линии L , зависит от «цены деления» l шкалы, с помощью ко-

торого мы хотим измерять [7] $L \approx l(R/l)^D$, где фрактальная размерность $D > 1$ определяет степень изрезанности береговой линии. В соответствии с формулой (2.1), для определения D мы должны линию L на рис. 2.2 в покрыть «шарами» радиусом l и найти предел (2.1) при $l \rightarrow 0$ (в данном случае $n(\epsilon) = n(l) = L/l$). Например для Британских островов $D \approx 1,3$.

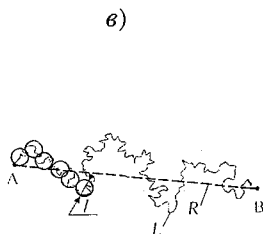
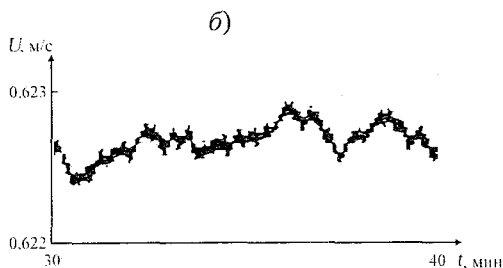
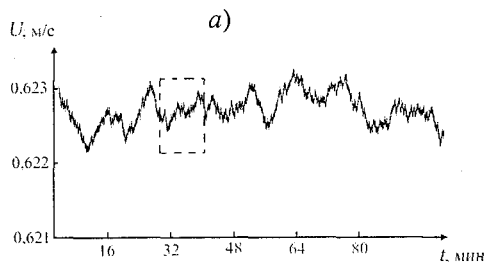


Рис. 2.2. Примеры фрактальных множеств: скорости течения, показанные в разных масштабах (а и б); определение длины береговой линии (в).

Рассмотрим смысл фрактальности с точки зрения основных положений частично инфинитного моделирования, изложенных в первом разделе, и используя при этом работу [46]. Если бы береговая линия L была не фрактальной, то «потянув» за точки A и B (см. рис. 2.1 б), мы получим отрезок прямой с размерностью 1. Совсем не то получается для фрактальной кривой: при ее растяжении будут самовоспроизводиться ее фрагменты. За счет каких ресурсов?

Вспомним, что развитие предметных областей (рациональных структур) может идти только за счет выжигания инфинитного окружения. На «фрактальном жаргоне» это выглядит так: для поддержания развития фрактала должна существовать фрактальная среда (носитель), поставляющая ресурсы для развития (итерации). В каких единицах эти ресурсы измерять? Для того чтобы получить фрактал, надо совершить N итераций за время [46] $T = \lim_{N \rightarrow \infty} \Delta t \cdot N$, где Δt – время, затрачиваемое на одну итерацию.

Если $\Delta t \neq 0$, то $T \rightarrow \infty$, т. е. фрактальные процессы – лишь математическая абстракция. Если $\Delta t = 0$, то получается, что переход из одного состояния в другое не требует никаких ресурсов (энергии). Оказываемся в парадоксальной ситуации логико-негеоцентрического характера. Выход заключается в перестройке онтологии времени и указан в первом разделе.

Каковы предпосылки этого парадокса? Они в том, что мы ресурс стали измерять временем. Но ресурс – это возможность, которая должна перейти в действительность. А какая «возможность» заложена в астрономическом времени, не «знающем» диалектической меры? Только введение в рассмотрение меры, а значит – возможности качественных скачков, связанных с изменением фрактальных размерностей, позволит устранить этот парадокс и, одновременно, перекроет всякую возможность финитно (научно обоснованно) прогнозировать изменение картины мира. Это связано с тем, что сама по себе фрактальная размерность фиксированной предметной области не имеет никакого абсолютного смысла: всегда должен следовать вопрос о том, как организована ее фиксация. При другой системе фиксации, размерность будет другой.

Итак, появление фрактальности связано со степенью фиксации предметной области. При ее слабой фиксации появляется неустойчивость (например по моментам распределения) и, как следствие, – возникновение дробной размерности, т. е. индикатора начала переходных процессов

появления новой фазовой переменной. Таким образом ресурс поступает через частично инфинитную границу из инфинитной реальности. В свою очередь рассматриваемая предметная область является инфинитной по отношению к смежной предметной области, т. е. выступает в роли фрактальной среды, обеспечивающей ее ресурсами для развития.

Существуют еще и неоднородные фракталы (мультифракталы) для описания которых чисто геометрической размерности Хаусдорфа D_0 недостаточно. Нужен спектр размерностей $D_1, D_2, \dots$, чтобы уловить статистические свойства фракталов [7, 78]. Преобразуем траекторию системы $\bar{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_d(t)]$ в последовательность точек $\bar{x}(t=0), \bar{x}(t=\tau), \dots, \bar{x}(t=N\tau)$, а d -мерное пространство разделим на ячейки l^d . Тогда вероятность попадания точки в i -ую ячейку ($i = 1, 2, \dots, M(l)$), будет $P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} N_i / N$, где N_i — число точек $\{\bar{x}(t) = j(\tau)\}$ в этой ячейке.

Вводится множество размерностей

$$D_f = \lim_{l \rightarrow 0} \ln \left(\sum_{i=0}^{M(l)} P_i^f \right) / (f-1)(\ln l), \quad f = 0, 1, 2, \dots$$

Обычная хаусдорфова размерность D_0 получается при $f \rightarrow 0$

$D_0 = -\lim_{l \rightarrow 0} \left(\ln \sum_{i=0}^{M(l)} 1 \right) / \ln l = -\lim_{l \rightarrow 0} \ln M(l) / \ln l$. В случае $f \rightarrow 1$ получаем так

называемую информационную размерность $D_1 = -\lim_{l \rightarrow 0} \left(- \sum_{i=0}^{M(l)} P_i \ln P_i \right) / \ln l$.

Так как $\sum_{i=0}^{M(l)} P_i \ln P_i$ есть энтропия, то D_1 характеризует информацию, необходимую для определения местоположения точки в некоторой ячейке (для однородных фракталов, когда все $P_i = 1/M(l)$ равны между собой, информационная размерность совпадает с размерностью Хаусдорфа).

При $f = 2$ получаем так называемую корреляционную размерность $D_2 = -\lim_{l \rightarrow 0} \left(\ln \left(\sum_{i=0}^{M(l)} P_i^2 \right) \right) / \ln l$, которая широко используется, так

как легко определяется из корреляционного интеграла

$$c(l) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{ij} \theta[l - |\bar{x}_i - \bar{x}_j|],$$

где θ – функция Хевисайда.

Важное свойство обобщенной фрактальной размерности состоит в том, что она монотонно убывает: $D_f \geq D_{f'}$, при $f' > f$ (пример см. на рис. 2.3).

Какой диагностический смысл может иметь знание фрактальной размерности? Самое важное заключается в том, что знание фрактальных размерностей аттракторов позволяет оценить минимальное число фазовых переменных, необходимых для описания изучаемых процессов (размерность вложения). Одновременно измерение всех составляющих вектора $\bar{x}(t)$ не всегда возможно (мы можем не знать ни размерности $\bar{x}(t)$, ни что из себя представляют его составляющие; возможно для наблюдения доступен только один из компонентов вектора $\bar{x}(t)$). Однако Такенс (см. [78]) обосновал возможность восстановления размерности аттракторов d в фазовом пространстве n по временной последовательности одного компонен-

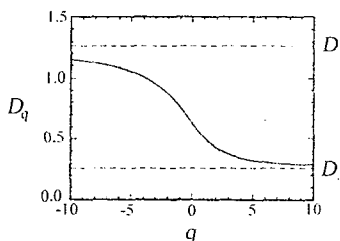


Рис. 2.3. Монотонное убывание фрактальной размерности [7] (спектр обобщенных размерностей для неоднородного канторовского множества; здесь $q \equiv f$).

та, который несет информацию обо всех переменных, формирующих аттрактор. Почти всегда $d < n$; математически этот факт говорит о некомпактности («рыхлости») фрактала.

В качестве иллюстрации рассмотрим двумерное уравнение [78]:

$$d\bar{x}/dt = \bar{F}(\bar{x}), \quad \bar{x} = \{x, y\}.$$

По теореме единственности вектор $\{x(t + \tau), y(t + \tau)\}$ однозначно опре-

деляется вектором $\{x(t), y(t)\}$. Возьмем последовательность векторов

$$\bar{\xi}(t) = \{x(t), x(t + \tau)\},$$

$$\bar{\xi}(t + \tau) = \{x(t + \tau), x(t + 2\tau)\}.$$

Компоненты $\bar{\xi} = \{\xi_1(t), \xi_2(t)\}$ связаны с компонентами $\{x(t), y(t)\}$ однозначным соответствием

$$\xi_1(t) = x(t),$$

$$\xi_2(t) = x(t + \tau) = \int_t^{t+\tau} dt' F_1 \{x(t'), y(t')\} + x(t) \equiv \tau F_1 \{x(t), y(t)\} + x(t)$$

(якобиан $|\tau(\partial F_1 / \partial y)|$ не равен нулю). Поэтому информация, содержащаяся в последовательностях $x(t_i)$ и $\xi(t_i)$ ($t_i = i\tau$), одинакова.

Следовательно, восстановив по временному ряду фрактальную размерность, можно целое число, непосредственно следующее за нею, считать минимальным числом переменных, необходимых для построения модели. Оно определяет наименьшее число дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих динамику изучаемой системы.

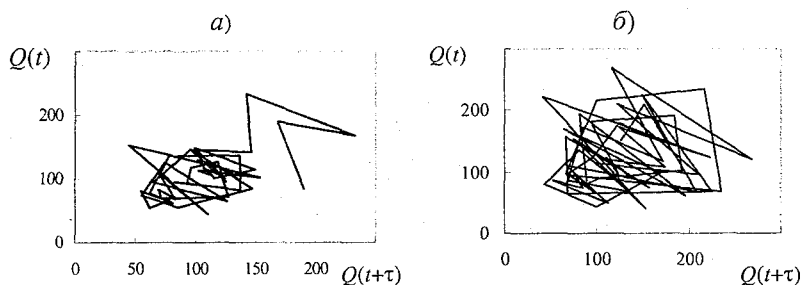


Рис. 2.4. Фазовые портреты, представляющие в двумерном пространстве эволюцию гидрологического режима за несколько десятилетий.

а — р. Мокша — с. Шевелевский Майдан (1934 — 1983 гг., $F_{басс.} = 28600 \text{ км}^2$); б — р. Хопер — х. Бесплемяновский (1920 — 1983 гг., $F_{басс.} = 44900 \text{ км}^2$).

Таким образом, зная значения одной физической переменной (доступной измерению) взятые со сдвижкой во времени ($x(t), x(t + \tau), x(t + 2\tau), \dots$), мы строим псевдофазовое пространство (пространство вложения), рис. 2.4. Для этого фиксируется малое ε , которое используется как «метр» для зондирования структуры аттрактора. Далее подсчитывается число точек, расстояние между которыми не превосходит r . Для d -мерного многообразия число таких точек $(r/\varepsilon)^d$. Поэтому корреляционный интеграл будет меняться как $C(r) = r^d$, т. е. размерность аттрактора может быть определена как коэффициент наклона зависимости $\ln C(r) = d \cdot \ln r$. Такие же зависимости надо построить для проекций возрастающей размерности n , и размерностью аттрактора считать стабилизовавшееся значение (рис. 2.5 а, 2.5 б).

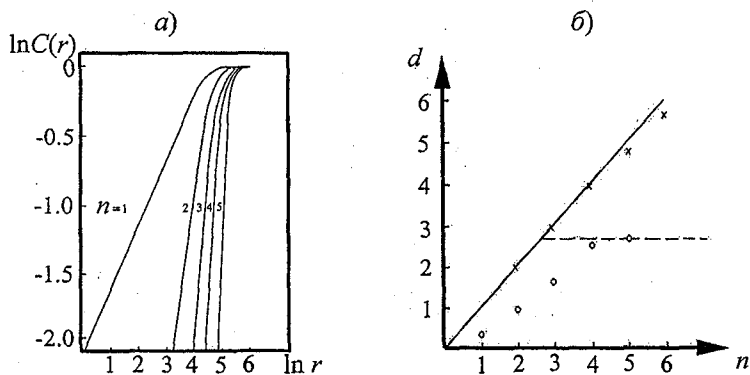


Рис. 2.5. Примеры зависимостей $\ln c(r) = f(\ln r)$ (а) и $d = f(n)$ (б) для гидрологического аттрактора (р. Мокша – с. Шевелевский Майдан) и для сигнала, соответствующего белому шуму (х).

Не надо думать, что моделируемые системы диагностироваться на топологическую размерность стали только с появлением теоремы Такенса. Задачи идентификации порядка моделей рассматривались и раньше. Например по временному ряду на выходе системы (того же речного бассейна) можно построить автокорреляционную функцию, по виду которой допустимо судить о марковости процесса формирования стока. В установившемся режиме после завершения переход-

ных процессов корреляционная функция (решение уравнения ФПК) имеет вид $K(\tau) = D \exp[-(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})\tau]$, где D – дисперсия.

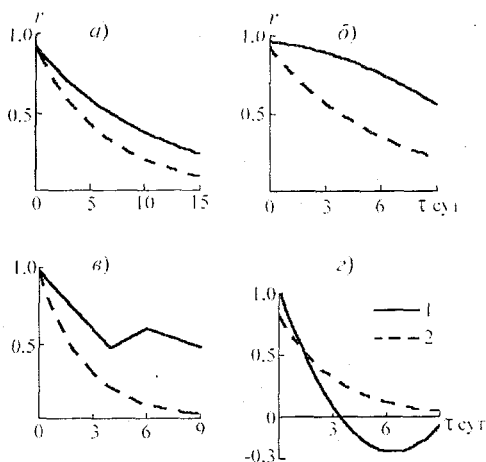


Рис. 2.6. Графики эмпирических (1) и теоретических (2) нормированных автокорреляционных функций $K(\tau)$.

а – р. Сакмара – с. Верхнее Галеево, *б* – р. Унга – п. Усть-Унга, *в* – р. Рыбница – п. Андреевка, *г* – р. Кардаил – п. Андреевский.

На рис. 2.6 показаны примеры эмпирической и теоретических нормированных корреляционных функций для нескольких речных бассейнов в условиях летней межени. Отличие функций от экспоненты показывает, что динамическая модель, которую обобщает уравнение ФПК, не первого порядка. Однако могут быть ситуации, когда «колебательные хвосты» у корреляционных функций связаны не с процессами формирования стока в бассейне, а с квазипериодическими внешними воздействиями.

Таким образом, опираясь на временной ряд (одну фазовую переменную), мож-

но рекомендовать выбор размерности математической модели формирования стока при различных интервалах осреднения. В табл. 2.1 и 2.2 представлена информация (полученная на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ) о применимости моделей первого порядка для надежного описания суточных, декадных, месячных и годовых расходов воды для конкретного региона.

Возникает естественный вопрос о необходимой длине ряда N , требуемой для диагностики размерности модели d . По существующим исследованиям [49], невозможно правильно оценить размерность, большую чем $2 \lg N$: $d < 2 \lg N$. Таким образом, если иметь ввиду ряды, используемые в инженерных приложениях ($N \leq 10^2$), то $d \leq 3$ (и то с оговорками [49]).

Таблица 2.1

Исследованные водосборы

Река	Пост	Площадь водосбора, км ²
Вруда	Извоз	462
Долгая	Загорье	777
Ловать	Узкое	398
Мга	Горы	709
Оредеж	Б. Заречье	314
Орлинка	Орлинка	206
Оять	Акулова Гора	4930
Паша	Поперечье	1100
Суйда	Красницы	366
Хревица	Ивановское	316
Черёха	Сорокино	2330
Шелонь	Заполье	6820

Таблица 2.2

Степень (%) применимости модели первого порядка

Интервал осреднения	Уровень значимости, %		
	1	5	10
Сутки	25	17	8
Декада	92	34	34
Месяц	100	100	100
Год	100	100	100

В табл. 2.3 представлены результаты вычисления d для разных гидрологических зон России (СНГ). Как видно из таблицы фрактальная размерность меняется как по зонам, так и по видам речного стока. Это указывает на то, что размерность вложения варьируется и в перспективе возможны варианты ее картирования. (В данном случае при вычислении расстояния $|\bar{x}_i - \bar{x}_j|$, входящего в выражение для корреляционного интеграла $C(r)$, использована метрика в виде суммы абсолютных величин компонент вектора $\bar{x}$).

Таблица 2.3

Фрактальная размерность рядов речного стока и уровней озер

Река, пункт, гидрологическая зона	F _{басс.} км ²	Период набл.	Вид речного стока					
			годо- вой	минимальный		максимальный		
				лет- ний	зим- ний	поло- водья	па- водка	
р. Анабар – с. Сыскалах, тундра	78800	1954-1980	2,86	2,86	–	–	–	
р. Унжа – г. Макарьев, лесная	18500	1900-1980	1,67	1,11	2,86	2,22	5,00	
р. Сейм – с. Мутино, степная	25600	1944-1980	1,67	2,22	2,50	2,50	–	
р. Абакан – г. Абаза, горно-лесная	14400	1937-1980	2,00	2,86	3,33	2,86	1,43	
			Сток взвешенных наносов					
р. Клязьма – г. Ковров	24900	1945-1983	1,70					
			Уровень					
Ладожское озеро – Валаам	–	1859-1993	2,50					
Ильмень – (Ужин-Коростино)	–	1945-1995	1,43					

2.2. ВВЕДЕНИЕ ЭМОЦИЙ В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ

Фрактальная диагностика является начальным этапом построения математической модели интересующего нас явления или объекта. Сам процесс познания гораздо шире и начинается с «действия», т. е. погружения субъекта познания (нас с Вами) в новую предметную область. Для достижения в ней каких-либо целей, мы пытаемся найти готовый шаблон (рис. 2.7), например модель формирования стока, и если это не удастся, то начинаем эту модель «придумывать». Это «придумывание» заключается в формировании умозрительных понятий, которые пропускаются по цепи обратной связи (см. рис. 2.7, а также рис. 1.12) с целью получения нужного шаблона, который должен: 1) вписаться в «популяцию» существующих шаблонов; 2) помогать достигать требуемых целей в новой предметной области.

Это – самая общая схема, в которой на нейронах мозга, как материальном носителе (подложке, уровне аппаратной реализации), «записаны» программы – шаблоны-аттракторы (программный уровень). Развитие шаблонов происходит в мозгу (больше нигде), который и представляет ту фрактальную среду, о которой упоминалось в предыдущем разделе. Мозг можно рассматривать как инфинитную реальность с выделенными в ней предметными областями (отдельными шаблонами или их родственными группами). При этом, каждая предметная область инфинитна по отношению к другим, но все они связаны через частично инфинитные границы и синхронизируются одним ритмоводителем («таламокортикальным»). На электроэнцефалограмме (ЭЭГ) это визуализируется в виде неравновесного шума с наложенными α -ритмами.

Если шаблон (шаблоны), выделенный во втором блоке для достижения успешности действий «тела», не срабатывает, то возникает задача расширения уже «шаблонной» предметной области. Именно расширения, а не замены совершенно другой (последнюю не пропустит семантический фильтр). Таким образом, если шаблон описывается n фазовыми переменными, то расширение – это дополнение новых фазовых переменных, причем действовать в блоке «мутагенез», можно только частично инфинитными переменными шаблона (коэффициентами модели). При этом возникают три проблемы: 1) можно ли формализовать (разумеется частично инфинитно) процесс «мутагенеза»; 2) играют ли какую-нибудь роль свойства фрактальной среды в процессе «мутагенеза», т. е. эмоции субъекта (его интеллектуальная энергия, – ведь новые рациональные структуры появ-

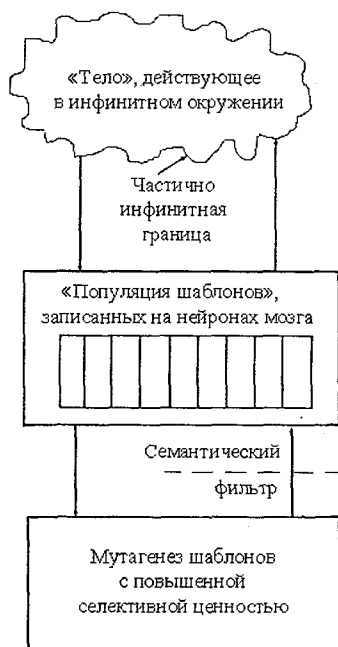


Рис. 2.7. К процессу познания.

ляются путем выжигания иррациональности, т. е. с использованием именно эмоций); 3) если играют, то можно ли их каким-либо образом использовать в формализации процедуры получения нового знания.

Формализуем рассматриваемую задачу. Выделенная нами «шаблонная» предметная область (т. е. шаблоны из второго блока, претендующие на то, чтобы быть моделью некоего явления, с которым столкнулось тело – первый блок) взаимодействует с другими шаблонами (если граница между ними частично инфинитна) и зависит от состояния подложки (нейронов, на которых «записаны» шаблоны). Таким образом энтропия предметной области будет: $dS(t) = dS_{\text{внутр}} + dS_{\text{внешн}}$, где $dS_{\text{внутр}}$ увеличение энтропии за счет необратимых процессов внутри материального носителя (подложки) предметной области ($dS_{\text{внутр}} > 0$); $dS_{\text{внешн}}$ – обмен энтропий с окружением (другими шаблонами), т. е. «перенос информации» между контактирующими предметными областями ($dS_{\text{внешн}} \geq 0$). Если $dS(t) > 0$, то предметная область «упорядочивается» за счет ресурсов фрактальной среды (нейронов мозга).

Выделенная первоначально предметная область всегда частично организована (иначе это не шаблон), но если она не помогает «телу», успешно действовать (в уже его – «тела» – предметной области), то надо создать условия для большего упорядочивания (расширения, более жесткой фиксации и т. д.) шаблонов за счет «поглощения» (создания) информации из окружающей среды (частично инфинитного окружения).

Пусть для определенности каждый шаблон описывается одной фазовой переменной (активной компонентой) z_i , а «шаблонная» предметная область – системой из n связанных нелинейных уравнений, например системой Эйгона (1.3) или (1.6). Таким образом выделенная из n шаблонов предметная область описывается решением многомерного уравнения ФПК (1.6), т. е. совместным распределением плотности вероятности $p(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t)$. В этом случае энтропия определяется выражением

$$S(t) \approx - \int_V p(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t) \lg p(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t) dv,$$

где $dv = dz_1 dz_2 \dots dz_{n(t)}$.

Для уравнения ФПК (уравнения диффузии) шум вызывает распластывание плотности вероятности $p(z_1, z_2, \dots, z_n(t); t)$, и условие $dS(t) < 0$ выполняться не будет. Таким образом, если число фазовых переменных z_i в предметной области (т. е. в модели) фиксировано ($z_n(t) \equiv z_n$), то никакая фрактальная среда не поможет улучшить модель для помощи «телу».

Используем понятие избыточности [31, 55] $R = 1 - S(t)/S_{\text{макс}}$, где $S_{\text{макс}} \sim \log_2 \lambda(t)$, (λ – число возможных состояний предметной области в равновесии: $\lambda(t) \sim 2^{n(t)}$), т. е. максимум энтропии достигается, когда все состояния априори равновероятны. Это легко показать (см. [55]) на примере системы (источника информации), имеющей Λ дискретных состояний, в каждое из которых она может попасть с априорными вероятностями $P_1, P_2, \dots, P_k, \dots, P_\Lambda$ (при условии нормировки $\sum_{i=1}^{\Lambda} P_i = 1$). Для того чтобы

найти условия, при которых информационная энтропия $-\sum_{i=1}^{\Lambda} P_i \log P_i$ максимальна, воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа (α). Сформируем функцию $F = -\sum_{i=1}^{\Lambda} (P_i \log P_i - \alpha P_i)$. Тогда из условия ее экстремума $\partial F / \partial P_i = -(\log_2 P_i + 1 - \alpha) = 0$ следует, что $\log_2 P_i = \alpha - 1 \quad \forall i$, т. е. $P_i = 1/\Lambda$. Следовательно:

$$S_{\text{макс}} = -\sum_{i=1}^{\Lambda} \left(\frac{1}{\Lambda} \log_2 \frac{1}{\Lambda} \right) = \log_2 \Lambda.$$

В терминах избыточности организация возникает, когда беспорядок возрастает медленнее, чем активация новых компонент (фазовых переменных), т. е. в случае, если $\partial R / \partial t \geq 0$.

Таким образом новый шаблон – это не просто увеличение числа фазовых переменных, но и их вхождение в статистическую совокупность $p(z_1, \dots, z_n)$, что обеспечивается как раз наличием в мозгу центрального ритмоводителя. Следовательно организация возникает только на фоне беспорядка и только в переходном режиме ($\dot{\lambda} \neq 0$). В состоянии гомеостаза – $\partial R / \partial t \approx 0$, в случае $\partial R / \partial t > 0$ и при $R \rightarrow 1$ (когда

$S(t) \ll S_{\text{макс}}$) утрачивается способность к адаптации, а при $\partial R / \partial t < 0$ и $R \rightarrow 0$ наступает «смерть».

В терминах уравнения ФПК это означает следующее. При фиксированной размерности этого уравнения (а именно так оно и может использоваться, ибо нужно задавать начальное условие, т. е. совместную плотность вероятности $p(z_1, \dots, z_n; t_0)$ нормированную на единицу: $\int \dots \int p(z_1, \dots, z_n; t_0) dv_n = 1$) никакого процесса развития («самоорганиза-

ции») оно описывать не может, но моделирует только плавные процессы адаптации с $R < 1$. Если интенсивность задаваемых шумов постепенно увеличивать, то начинает теряться устойчивость моментов в соответствии с неравенством (1.11) пока распределение плотности вероятности не «рассосется» по всему заданному фазовому пространству. Это будет означать, что $S(t) \rightarrow S_{\text{макс}}$ и $R \rightarrow 0$ («смерть» системы).

Для того чтобы этого избежать имеются две возможности: 1) либо часть фазовых переменных, входящих в распределение $p(z_1, \dots, z_n)$, «усыпить» и заставить их «проснуться», когда необходимо обеспечить избыточность, т. е. организацию шаблона для построения работоспособной модели (при этом условие нормировки не меняется); 2) либо (при подходе к моменту гибели) вводить новые переменные (не входившие изначально в распределение $p(z_1, \dots, z_n)$) и по-новому перенормировывать это распределение.

Первая возможность в научно-технической литературе описана в работах [31, 55, 70]. Предполагается, что каждая компонента z представляет собой осциллятор, «плавающий» в бассейне окружающего шума:

$$\ddot{z} - 2\varepsilon(1 - 4\alpha z^2 + 8\beta z^4)\dot{z} + \omega_0^2 z = \xi(t), \quad (2.2)$$

где $\xi(t)$ – стационарный случайный процесс с нулевым средним и спектральной мощностью N (вт/гц). Р. Л. Стратанович показал [69], что шум может как возбуждать «спящий» осциллятор, так и гасить это возбуждение. Если продолжительность возбуждения больше продолжительности спячки, то число включенных осцилляторов $n(t)$ возрастает и шум практически увеличивает избыточность системы. При этом общее

число осцилляторов в системе остается неизменным: $n_{\text{общ}} = n_1 + n_2 = \text{const}$, где n_1 — число «потухших» осцилляторов. Таким образом популяция осцилляторов описывается системой

$$\begin{aligned} dn/dt &= k_1 n_1 - kn; \\ dn_1/dt &= kn - k_1 n_1, \end{aligned}$$

где k и k_1 — скорости возбуждения и гашения, зависящие от параметров уравнения (2.2) и мощности шума N .

Оказалось, что в равновесном состоянии $n = \mu n_0 / (\mu + 1)$, $n_1 = n_0 / (\mu + 1)$ (здесь $\mu = k / k_1$), т. е. n / n_1 зависит от индивидуальных селективных ценностей и от их соотношения μ . Таким образом осцилляторы «питаются шумом», увеличивая избыточность при условии $d[\ln S(t)] < \dot{\lambda} / \lambda$. Организационное начало (ритмоводитель) при этом находится в мозгу.

Описанный механизм порождения избыточности не предполагает появления новых фазовых переменных (все уже известно в стартовой позиции, когда задается совместное распределение $p(z_1, \dots, z_n)$). В процессе эволюции оно действительно будет меняться, но не будет его перенормировки (т. е. не будет появляться ничего нового). Так и должно быть: при устойчивой фиксации предметной области $n_0 = \text{const}$, она (сама из себя) не может родить ничего, что в ней бы уже не содержалось. В противном случае мы могли бы в рамках обычного (не частично инфинитного) моделирования (т. е. без использования фрактальных сред) предсказывать нововведения.

Рассмотрим вторую возможность. Для избыточности нужно «вбрасывание» в фиксированную предметную область новых фазовых переменных. Если придерживаться традиционной модели эволюции, то должен быть некий случайный генератор порождения фазовых переменных (т. е. процесс мутагенеза, создающий «поле возможностей» для отбора нужной фазовой переменной), которые затем путем отбора остаются (или нет) в «старой компании». Однако при таком взгляде на ситуацию полностью исключается использование старой модели в процессе формирования новой, а значит — всякая возможность целенаправ-

ленного прогнозирования появления нового. В соответствии же с общей концепцией частично инфинитного моделирования, появление нового связано с разрушением старого. Математический признак этого разрушения – неустойчивость решения модели (в нашем случае – неустойчивость совместного распределения $p(z_1, \dots, z_n)$). Этот процесс можно диагностировать, а значит предсказывать. Но главное – в ответе на вопрос: связана ли новая фазовая переменная с потерей устойчивости. Наша гипотеза заключается в том, что – связана. Именно: то частично инфинитное окружение, которое через шумящие параметры модели вызывает неустойчивость ($\bar{c} \approx 0,5nG_{\bar{c}}$, здесь n – порядок момента), и порождает претендентов на новые фазовые переменные. Следует сказать, что для моментов с большим n неустойчивость существует всегда, но пока n большое, $R \rightarrow 0$ и система жестко организована. При увеличении $G_{\bar{c}}$ моменты теряют устойчивость и совместное распределение перестает существовать (теряется статистическая совокупность). Это можно интерпретировать следующим образом.

Критерий устойчивости выводится из линеаризованной модели, т. е. «развязанной» по моментам (каждое уравнение для момента решается независимо от других, начиная с первого). В точке бифуркации (потери устойчивости) кривая $p(z_1, \dots, z_n)$ «турбулизируется» и для статистического описания надо использовать все (т. е. «бесконечное» число) моменты (уравнения для них «завязаны» в нелинейную систему: решение каждого зависит от всех остальных). Точнее, этих уравнений должно быть столько, сколько элементов (нейронов) задействовано на уровне аппаратурной реализации (уровне знаний) для формирования шаблонов из выделенной предметной области.

Организация – означает «стягивание» распластанной кривой $p(z_1, \dots, z_n)$, чтобы ее можно было описывать небольшим числом моментов, и, как следует из предыдущего, это можно сделать, если появятся новые фазовые переменные, скоррелированные со старыми (своеобразный обмен нелинейности на расширение фазового пространства в точке бифуркации). Последнее означает, что они должны быть похожими на старые, иметь одинаковую с ними природу и жить в одном темпомире.

Итак, чтобы появилась новая рациональная структура, старая должна быть разрушена (стать «недееспособной») и оказаться на уровне аппаратурной реализации (т. е. эмоций). Таким образом не в модель

надо вводить эмоции, а модель помещать в эмоциональное окружение (фрактальную среду). При этом, уровнем аппаратной реализации не обязательно являются нейроны (это «конечный» материальный носитель программных уровней). Это надо понимать так: на нейронах записаны «слова» (элементарные понятия). На шаблонах, представляющих эти элементарные понятия («представления») как на материальном носителе программируются более общие категории-шаблоны (например философские понятия) и т. д. Математическая модель – это довольно высокий уровень абстракции (шаблоны-аттракторы). Ее неустойчивость не означает, что мы опускаемся на уровень нейронов. Мы опускаемся только на предшествующий уровень, на котором царствуют шаблоны, отвечающие за размытую физическую картину мира и базовые философские установки, свойственные данному субъекту (носителю фрактальной среды мозга). От того, какая физическая картина мира сложилась в него в голове (включая базовые философские установки), будет зависеть возможность формирования новой модели в расширенном фазовом пространстве.

Достаточно общая онтология, связанная с модельным представлением мира – это неразвязанная, бесконечная, зашумленная система нелинейных уравнений, которая стохастически обобщена, а весь мир – это совместное распределение $p(z, t)$. При переходе к моментам, на бесконечность, связанную с фазовыми переменными, накладывается бесконечное число моментов для каждой фазовой переменной (что-то вроде ББС по А. Ф. Кудряшovu [41], см. п. 1.1). Ясно, что при такой онтологии никакое рациональное познание невозможно. Такая онтология высвечивает некую голограмму, где все связано со всем и претерпевает динамические изменения (турбулентный голорез [18]). Каждая «точка» такой среды содержит информацию о всей среде (йог достаточно сосредоточиться на кончике собственного носа, чтобы слиться со всей Вселенной). Но ученый – не йог, он оперирует конечным числом рациональных понятий, и поэтому, с точки зрения гносеологии, первое, что он должен сделать – зафиксировать (выделить) предметную область, которую хочет научно описывать. А для этого он должен затратить энергию (в том числе эмоциональную), чтобы провести частично инфинитную границу между выделенной финитной предметной областью и остальным инфинитным окружением. Построение любой модели и есть фиксация этой области, т. е. «обрезание» ББС до конечной

системы уравнений, на которую, тем не менее, влияет окружение. Это влияние мы учитываем белым шумом, который вводим в коэффициенты и внешние воздействия. Таким образом мы получаем конечномерное совместное распределение $p(z_1, \dots, z_n)$, формализация расширения которого (включение новых z_k) и есть предмет данного раздела.

Логика такова. Неустойчивость связана с соотношением между нормой $\bar{c}$ и интенсивностью шума $G_{\bar{c}}$, который создается инфинитным окружением. О том, чем именно – информации в модели нет, но есть сам коэффициент c , который надо «оживить». Модель для него должна быть похожа на модель нашей предметной области (взаимодействуют друг с другом однородные вещи: не может танк «взаимодействовать» с волком). Таким образом надо дописать нелинейное (иначе не будет взаимодействия старых и новой фазовых переменных) уравнение, время релаксации в котором должно зависеть от старых (Q_i) фазовых переменных, и если возникает тенденция к неустойчивости по младшим моментам, то «постоянный» коэффициент должен оживать за счет того, что его время релаксации становится одного порядка с таковым для старых фазовых переменных.

Итак, в стартовой позиции мы задаем $p(Q_1, \dots, Q_n; c)$, где распределением по переменной c управляет свое уравнение, но влиять на события оно начинает, если происходит потеря устойчивости по фазовой переменной Q_i ($\tau_c = f(Q_i)$). Наблюдая за Q_i (фрактальная диагностика) и периодически проводя параметризацию модели (т. е. фиксацию соотношения между $\bar{c}$ и $G_{\bar{c}}$), мы можем «включать» новую фазовую переменную (c), не дожидаясь точки бифуркации, т. е. потери устойчивости по всем моментам (а только, например, по m_2 , т. е. при возникновении режима самоорганизованной критичности [35]). Мы не сможем сказать наверняка (для этого нужны наблюдения, деятельность, затраты энергии), что стоит конкретно за оживаемым коэффициентом, но смело можем назвать его новой фазовой переменной. При этом равномерное (соответствующее белому шуму) распределение $p(c)$ начинает меняться, а шум становится цветным (происходит раскрашивание частично инфинитной границы или, лучше, – модели).

Каковы свойства фрактальной среды (т. е. мозга или эмоций) должны быть, чтобы осуществить подобное раскрашивание? На первых

местах у человека стоят следующие потребности [66]: 1) сохранение себя как биологического существа, т. е. удовлетворение потребностей в еде, жилье, продолжение рода и т. п.; 2) обеспечение (прогнозирование) условий для гарантированного выполнения п. 1 в ближайшем будущем (п. 1 и 2 присущи и животным); 3) занятие престижного места в социальной иерархии (чем-то «выделиться»).

Этот «престиж» может достигаться по-разному в зависимости от возраста, социального окружения и т. д. Для пятнадцатилетнего подростка это может быть пять колец в ухе и остриженная левая часть головы, а для профессора – разрешение какой-нибудь задачи академического характера (типа проблем Гильберта), без решения которой люди могут счастливо жить и дальше.

Потребность решения задач, связанных с прогнозом возможного расширения фазового пространства наших представлений о мире, возникает (в основном) с обеспечения второй доминирующей потребности. Но настоящей эмоциональной возбудимости, необходимой для организации переходного гносеологического процесса, можно достигнуть при реализации только третьей доминирующей потребности (т. е. на уровне «выпендрежа бездельниками»). Дело в том, что программные уровни, реализующие первые две потребности записаны почти на нейронах, ибо их удовлетворение это не вопрос гносеологии, а вопрос онтологии (жить или не жить). Достижение же третьей потребности возможно, когда первые две удовлетворены; программы этого уровня записаны на шаблонах, которые можно менять (экспериментировать) без опасения за свою жизнь.

Для построения рациональных конструкций нужно выжигание нейронов. Но должен быть буферный (шаблонный) слой, повышающий размерность вложения мозга. Известно [54], что фрактальная диагностика указывает на увеличение размерности при переходе от биологической деятельности (эпилептический припадок – около 2, глубокий сон – $4 \div 4,3$) к интеллектуальной ($d \approx 4,7$). Часто конечная размерность на ЭЭГ человека вообще не идентифицируется.

2.3. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ОТОБРАЖЕНИЯ

Гидрологи старшего поколения наверняка помнят дискуссию в журнале «Известия АН СССР, ОТН» в 1951–1953 гг., посвященную

противопоставлению статистических и генетических методов в гидрологии. Можно давать разную интерпретацию ее результатам, в том числе, считая ее бесплодной. Н. А. Картвелишвили [22] «бесплодность» видит в непонимании спорящими сторонами того, что эти методы на самом деле дополняют друг друга: «... статистический метод, который, казалось бы, оперирует только с данными непосредственных наблюдений над речным стоком, на самом деле использует генетические соображения, хотя и в очень общей форме». Сам Картвелишвили под генетическими методами понимал не чисто динамические модели формирования стока, а «вскрытие связей между функциями распределения вероятностей, управляющих процессами изменения стокообразующих факторов, и функциями распределения вероятностей, управляющих процессами стока» [22]. Необходимость создания генетического метода в таком его понимании обосновывалась тем, что: «Статистический метод в чистом виде по самой своей сути может только экстраполировать на будущее вероятностные характеристики стока, полученные из данных наблюдений, и не может учитывать влияния на сток хозяйственной деятельности человека» [22].

Современное состояние нелинейной науки позволяет вернуться к дискуссии пятидесятилетней давности и поставить вопрос более радикально: можно ли с помощью чисто динамических моделей описывать процесс речного стока, который по общепринятым статистическим критериям не будет отличаться от реального ряда наблюдений.

Широкое использование в гидрологии статистических методов началось с обоснования применимости для описания распределений рядов стока уже упоминавшегося в п. 1.3 уравнения Пирсона

$$\frac{dp}{dQ} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} p,$$

где p – плотность вероятности; Q – расход (слой, модуль) стока; a , b_0 , b_1 , b_2 – коэффициенты, численные значения которых можно найти решая обратную задачу для данного уравнения при известном распределении $p(Q)$ или его четырех моментах.

Решением этого уравнения является семейство кривых Пирсона. Наиболее широкое распространение в гидрологии получила кривая Пир-

сона III типа. В работе [63] довольно подробно описана история вопроса, связанная с использованием этой кривой и попытками ее «улучшения».

Основным недостатком этой модели является то, что в ней отсутствует генезис формирования стока. Это уравнение дает «геометрическое» описание кривой плотности вероятности $p(Q)$ (или обеспеченности). Его коэффициенты подбираются формальным образом, чтобы решение лучше всего соответствовало эмпирической кривой. Их значения связаны с моментами распределения, но генезис формирования стока не раскрывают.

Этот недостаток устраняется [30], если речной бассейн рассматривать как формирующий фильтр и описывать динамическим уравнением первого порядка:

$$dQ/dt = -cQ + N, \quad (2.3)$$

где $c = 1/k\tau$, k – коэффициент стока, τ – время релаксации; $N = \bar{X}/\tau$, $\bar{X}$ – интенсивность осадков; t – время.

Вводя белые шумы ($c = \bar{c} + \tilde{c}$, $N = \bar{N} + \tilde{N}$) с интенсивностями $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ и применяя к (2.3) известную в теории случайных процессов процедуру стохастического обобщения (при этом важное значение имеет тот факт, что исходное динамическое уравнение первого порядка, а введенные шумы имеют нулевой радиус корреляции), приходим к описанию марковского случайного процесса формирования речного стока с помощью уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова:

$$\frac{\partial p(Q, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} [A(Q, t)p(Q, t)] + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2} [B(Q, t)p(Q, t)], \quad (2.4)$$

где коэффициенты сноса ($A(Q, t)$) и диффузии ($B(Q, t)$) определяются выражениями

$$A = -(\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}})Q - 0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N},$$

$$B = G_{\tilde{c}}Q^2 - 2G_{\tilde{c}\tilde{N}}Q + G_{\tilde{N}}.$$

В известном смысле эта модель и должна лежать в основе того генетического метода формирования стока, о котором писал Картвелишвили. С ее помощью действительно эффективно решаются задачи,

связанные с оценкой гидрологических последствий антропогенного изменения климата и интенсивности хозяйственной деятельности [30]. В случае стационарных случайных процессов уравнение (2.4) переходит в уравнение Пирсона, коэффициенты которого, однако, уже приобретают совершенно определенный физический смысл («отвечают» за генезис формирования стока):

$$\begin{aligned} a &= (G_{\bar{N}} + 2\bar{N}) / (2\bar{c} + G_{\bar{c}}); & b_0 &= -G_{\bar{N}} / 2\bar{c} + G_{\bar{c}}; \\ b_1 &= G_{\bar{N}} / (2\bar{c} + G_{\bar{c}}); & b_2 &= -G_{\bar{c}} / 2\bar{c} + G_{\bar{c}}. \end{aligned}$$

Модель (2.4) пока еще совершенно не «освоена» в гидрологии. Сделаны только первые шаги, которые сразу же поставили новые вопросы: каковы реальные граничные условия (поглощения, отражения, смешанные), насколько применима в реальных условиях гипотеза квазистационарности в отношении коэффициентов и т. д. Но в любом случае ответы на эти вопросы будут «псевдоинформацией» (т. е. информацией только для гидрологов), ибо принципиально все уже сказано самим фактом написания этого уравнения в гидрологической предметной области. Более заманчиво получить динамическую модель, которая сама бы порождала «вероятность распределения расходов воды», т. е. порождала бы шум из «ничего».

Динамическая модель (2.3) описывает речной бассейн как пассивную систему, управляемую «внешней средой», характеризуемой параметрами X , k и τ . В уравнении, представленном на рис. 2.8 а, предполагается, что время релаксации (или «добегания») τ – постоянная величина: $\tau = \tau_0 = \text{const}$. Но это справедливо только в первом приближении. Известно, что на самом деле этот параметр является функцией расхода воды: при наполнении русловой сети водой гидравлические сопротивления, как правило, уменьшаются и скорость увеличивается. Поэтому можно принять $\tau = W/Q$, где W – константа, имеющая размерность объема (рис. 2.8 б). Тогда модель примет вид [30]

$$dQ/dt = -Q^2/kW + QX/W, \quad (2.5)$$

т. е. за счет введения обратной связи (рис. 2.8 в) уравнение стало нелинейным.

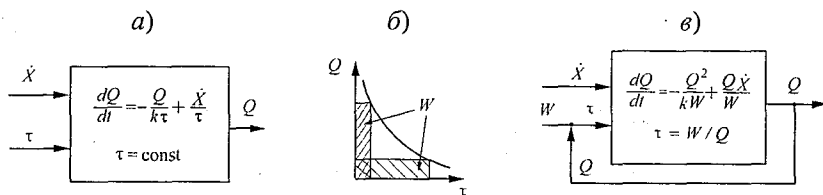


Рис. 2.8. Преобразование линейной модели формирования стока в нелинейную за счет введения обратной связи.

Перейдем к дискретному времени с интервалом T равным одному году. Тогда модель (2.5) примет следующий вид

$$Q_{i+1} = F(Q_i) = Q_i(1 + X(1 - Q_i/kX)/Q_0), \quad (2.6)$$

где $Q_0 = W/T$.

Это гидрологический аналог хорошо известного логистического уравнения или уравнения Ферхюльста [32, 56, 59]. Пользуясь экологической терминологией, назовем величину kX гидрологической емкостью бассейна, а величину X/Q_0 – гидрологическим потенциалом. При $0 \leq X/Q_0 \leq 2$ решение уравнения (2.6) монотонно приближается к состоянию равновесия kX (рис. 2.9 а). При дальнейшем увеличении X/Q_0 возникают циклы с удваивающимся периодом (рис. 2.9 б), пока при $X/Q_0 \geq 2,57$ решение не станет хаотическим (рис. 2.9 в). Бифуркационная диаграмма (подобные рисунки стали общим местом [56, 78]) этого процесса представлена на рис. 2.10.

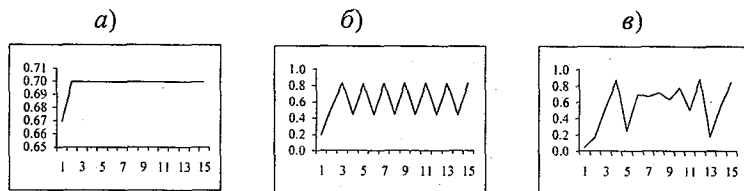


Рис. 2.9. Вид решения уравнения (2.6) в зависимости от значения гидрологического потенциала (по вертикальной оси отложены значения Q , а по горизонтальной – число итераций).

а) 1,9; б) 2,41; в) 2,59.

В зависимости от численного значения гидрологического потенциала процесс имеет свой аттрактор, на который выходит траектория после завершения переходного режима. При

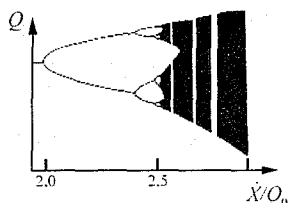


Рис. 2.10. Бифуркационная диаграмма процесса итераций отображения (2.6)

$\dot{X}/Q_0 < 2$ аттрактор состоит из одной точки, при $2 < \dot{X}/Q_0 < \sqrt{6}$ — из двух и т. д. (вплоть до области хаоса). Возникает вопрос, в какой степени этот хаос можно считать практически случайным процессом с точки зрения обычного статистического аппарата, используемого в гидрологии.

В табл. 2.4 представлены результаты сравнения по критерию согласия Колмогорова фактических кривых обеспеченности с таковыми, полученными по стационарному варианту модели ФПК (параметризация проводилась по картам СНиПа) и по модели (2.6). Последняя использовалась в двух вариантах: в первом — гидрологический потенциал и емкость были постоянными (для обеспечения устойчивости гидрологический потенциал во всех случаях существенно занижался), во втором — варьировались на каждой итерации с помощью датчика случайных чисел в пределах $\pm 5\%$ от средних значений.

На рис. 2.11 в качестве примера представлен фактический ряд, плотность вероятности, автокорреляционная функция и кривая обеспеченности для одного из пунктов наблюдений, а также набор этих характеристик, полученных по сгенерированному ряду стока (для модели ФПК ряд не генерировался, хотя это можно сделать различными способами [30]).

Все реки, представленные в табл. 2.4, взяты в регионе, характеризующимся очень маленькими значениями коэффициента стока (высоким гидрологическим потенциалом) и годовых модулей стока q . Этот регион входит в область неустойчивого формирования стока [32, 36].

Распределения в ней часто многомодальны. Не делалось никаких попыток оптимизировать параметры моделей, кроме занижения потенциала. И тем не менее, из этих результатов следует, что часто ни визуально, ни по существующим в гидрологии статистическим критериям, решения практически не отличаются от реальных наблюдений за несколько десятков лет. При этом оценки начальных моментов обладают устойчивостью (рис. 2.12) при увеличении длины сгенерированного ряда.

Таблица 2.4

Результаты сравнения кривых обеспеченности

№	Река	Пункт	X, мм	F, км ²	I	Параметры распределения			Уровень значи- мости 10 %		
						q , л/с·км ²	C_v	C_s	II	III	IV
1	Сакмара	Сакмара	560	29000	1	4,40	0,52	0,81	—	*	—
					2	2,98	0,49	1,46	—	—	
2	Урал	Кушум	490	180000	1	1,74	0,61	0,95	+	*	+
					2	2,06	0,72	1,48	—	+	
3	Арчеда	Нижнян- ский	530	2000	1	1,08	0,47	0,87	+	—	—
					2	1,56	0,84	1,31	—	—	
4	Хопер	Новохо- перск	580	40000	1	2,75	0,42	0,43	+	*	+
					2	2,60	0,44	1,14	+	—	
5	Жабай	Атбассар	420	8530	1	0,83	0,60	0,69	—	*	+
					2	0,71	0,78	0,55	—	—	
6	Чир	Обливская	550	8470	1	1,39	0,69	1,21	—	*	+
					2	1,45	0,78	1,13	+	+	
7	Чаглинка	Большой изюм	440	8500	1	0,15	1,78	9,18	—	*	—
					2	0,74	0,77	0,57	—	—	
8	Жиланды	1,9 км вы- ше устья	260	2160	1	0,31	0,91	12,1	—	*	—
					2	0,50	0,80	0,40	—	—	
9	Ишим	Петропав- ловск	450	118000	1	0,67	0,86	2,06	—	*	—
					2	0,51	1,04	0,53	—	*	
10	Тобол	Кустанай	370	44800	1	0,30	1,21	2,72	—	*	—
					2	0,10	1,10	0,11	—	—	

Примечания: I – варианты расчетов (1 – по ряду, 2 – по картам);

II – при постоянных параметрах,

III – вариация параметров на ± 5 %-ов,

IV – ФПК (по данным с карт);

+(-) – кривые обеспеченности совпадают (не совпадают);

* – появление неустойчивости.

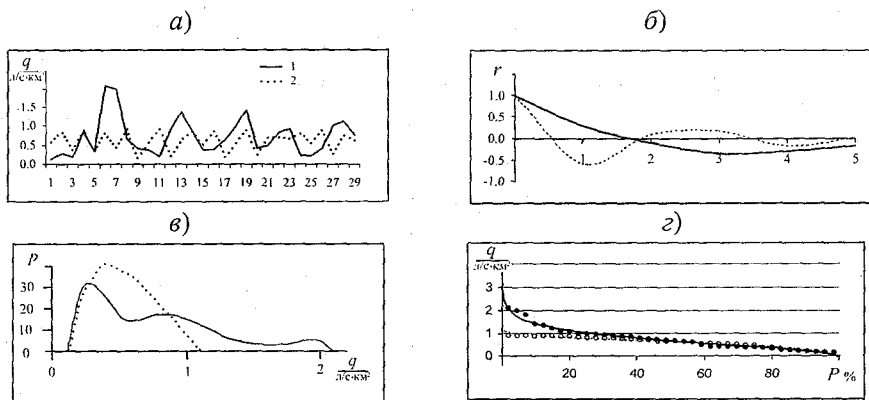


Рис. 2.11 Пример фактического (р. Жабай, п. Атбассар) и сгенерированного ряда (а), вычисленных по ним плотностей вероятности (б), нормированных автокорреляционных функций (в) и кривых обеспеченности (г). За счет снижения и варьирования гидрологического потенциала плотность вероятности сгенерированного ряда, которая часто двухмодальна, можно сделать одномодальной и более «размазанной» по оси q .

1 – фактический ряд, 2 – ряд, сгенерированный с помощью отображения (2.6).

Вводя в динамическую модель (2.6) шумы, мы размываем границы описываемой ею предметной области – делаем ее частично инфинитной. Это независимые от основного механизма формирования стока факторы, связанные с климатом и подстилающей поверхностью. Но как видно из табл. 2.4, эти шумы «погоды не делают» (по крайней мере в рамках критерия Колмогорова). Зато они «делают погоду» в зоне избыточного увлажнения (при $k > 0,3$), в которой достаточно хорошо зарекомендовала себя модель ФПК. Вопрос о подходящей модели для районов с маленькими коэффициентами стока пока открыт. Возможно, ситуацию можно улучшить, расширяя фазовое пространство (см. ниже).

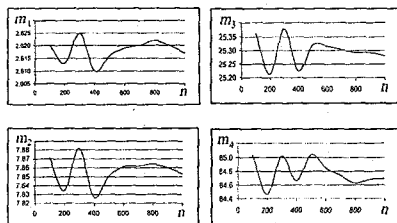


Рис. 2.12. Влияние длины n сгенерированного ряда на численные значения первых четырех начальных моментов m_i .

Из предыдущего изложения следует, что при значениях гидрологического потенциала $X/Q_0 > 2,57$ модель водосбора, представленная в виде отображения $F(Q_i)$, генерирует «хаотический» режим. Для характеристики подобного «хаоса» в науке используется несколько критериев, в частности показатель Ляпунова λ . Этим показателем оценивается чувствительность модели к малым флуктуациям, связанным, например, с неточностью ΔQ задания начального условия $Q_{i=0} = Q_* + \Delta Q$. При каждой i -ой итерации происходит либо порождение новой информации (если $|dF/dQ| > 1$), либо ее потеря (если $|dF/dQ| < 1$), либо – консервация (если $|dF/dQ| = 1$). Рисунок 2.13 поясняет эту ситуацию.

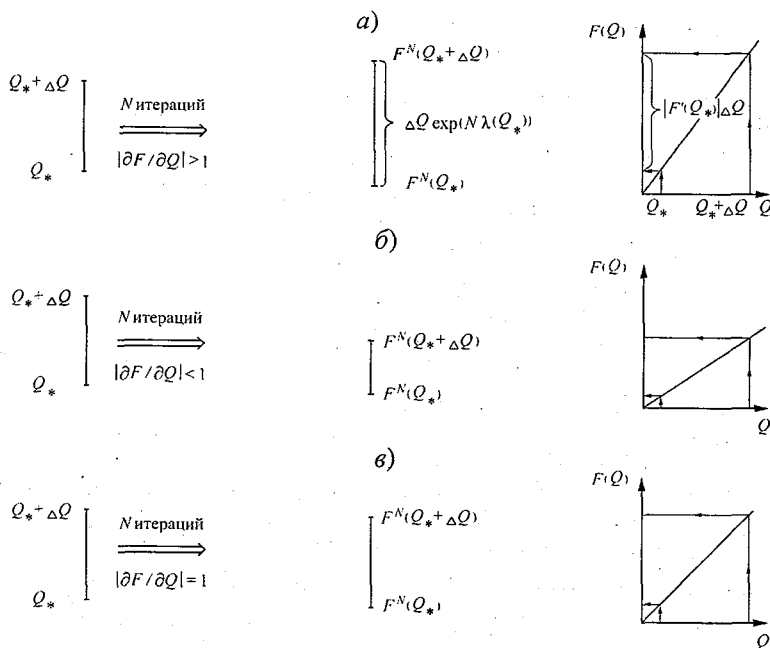


Рис. 2.13. Влияние показателя Ляпунова на характер отображения.

За одну итерацию происходит изменение информации на величину $I = \log_2 |dF/dQ|$ [бит]. По определению (см., например, [55]), показатель

Ляпунова есть среднее изменение информации при заданном значении управляющего параметра (в нашем случае – гидрологического потенциала)

$$\langle I \rangle = \lambda(\dot{X}/Q_0) = \int p(Q) \log_2 |dF/dQ| dQ, \quad (2.7)$$

где $p(Q)$ – асимптотическое распределение плотности вероятности траектории. Для эргодического поведения траектории эта формула принимает вид:

$$\lambda(\dot{X}/Q_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log_2 \left| \frac{dF(Q, \dot{X}/Q_0)}{dQ} \right|_{Q_i},$$

где N – число итераций.

Эта зависимость может быть получена и из следующих рассуждений [78]. Из рис. 2.13 следует, что

$$\Delta Q \exp(N \cdot \lambda(Q_*)) \approx |F^N(Q_* + \Delta Q) - F^N(Q_*)|.$$

В пределе имеем ($\Delta Q \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$) имеем

$$\lambda(Q_*) = \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{1}{N} \ln \left| \frac{F^N(Q_* + \Delta Q) - F^N(Q_*)}{\Delta Q} \right| = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \left| \frac{dF^N(Q_*)}{dQ_*} \right|.$$

Используя формулу для производной сложной функции $dF^N(Q_*)/dQ_* = \prod_{i=0}^{N-1} F'(Q_i)$, получим $\lambda(Q_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ln |F'(Q_i)|$. В соответствии с таким определением показателя Ляпунова при $\lambda(\dot{X}/Q_0) < 0$ итерация осуществляет сток информации (траектория устойчивая и периодическая, рис. 2.13 в), при $\lambda(\dot{X}/Q_0) = 0$ итерация консервирует информацию (траектория нейтрально устойчива, рис. 2.13 б), при $\lambda(\dot{X}/Q_0) > 0$ итерация действует как источник информации (траектория локально неустойчивая и хаотическая, рис. 2.13 а).

Воспользуемся выражением (2.7) для выяснения влияния гидрологического потенциала ($\dot{X}/Q_0$) на λ . Так как

$$\left[\frac{dF(Q, \dot{X}/Q_0)}{dQ} \right]_{Q=Q_i} = 1 + \frac{\dot{X}}{Q_0} - \frac{2}{kQ_0} Q_i,$$

а для траектории $\{Q_i\}$ с периодом M плотность вероятности $p(Q)$ есть набор из M дельта-функций $\delta(Q - Q_i)$ (т. е. $\lambda(\dot{X}/Q_0) = \sum_{i=1}^M \ln |dF(\dot{X}/Q_0)/dQ|_{Q_i}$), то: $\lambda(a) = \ln|2 - a|$ для траектории с периодом 1 ($0 < \dot{X}/Q_0 < 2$) (циклы с периодом 1 – постоянные значения переменной Q , задаваемые неподвижными точками отображения $F(Q_i)$: $Q_i = (a - 1)/a$); $\lambda(a) = \ln|a^2 - 2a - 4|$ (см. [55]) для траектории с периодом 2 ($2 < \dot{X}/Q_0 < 2,449$) и т. д. (здесь $a = 1 + \dot{X}/Q_0$, $k(Q_0 + \dot{X}) = 1$ – это ограничение приводит логистическое уравнение к стандартному виду $Q_{i+1} = aQ_i(1 - Q_i)$, но к такому же виду (2.6) можно привести и без этого ограничения, см [78]).

Подобные (логистические) отображения хорошо изучены [53, 55] и получены зависимости типа $\lambda(a)$ (рис. 2.14). На рис. 2.9 представлены траектории Q_i для трех различных значений λ . Кривая $\lambda(a)$ возрастает с ростом a и при $a = 4$ скорость производства информации достигнет один бит за итерацию (для $0 < Q < 1$).

Возникает противоречие. С одной стороны при $\lambda > 0$ бассейн порождает информацию со скоростью 1 бит за год. С другой стороны, мы только что (рис. 2.12) получили устойчивые оценки 4-х моментов распределения, которые практически не меняются при увеличении числа итераций («лет наблюдений»). По-видимому эта неустойчивость сказывается на старших моментах в соответствии с условием $G_\varepsilon > \varepsilon/0,5n$ [30]. Заметим, что при $a \rightarrow 3,57$

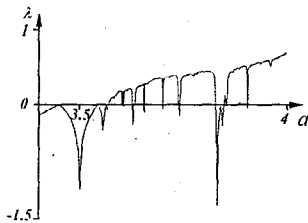


Рис. 2.14. Влияние гидрологического потенциала на функцию Ляпунова.

($\dot{X}/Q_0 \rightarrow 2,57$) хаусдорфова размерность (т. е. $\lambda(3,57)$ – скорость порождения информации) становится равной 0,538 [78], т. е., во-видимому, порядок неустойчивых моментов увеличивается (по сравнению с $a = 4$).

В рамках модели ФПК неустойчивость моментов порождается флуктуациями (шумами) параметров бассейна и ее степень определяется соотношением между интенсивностью этих шумов и матожиданием параметров ($G_r/\bar{c}$, например).

В общем случае управляющие параметры (потенциал $\dot{X}/Q_0$ и емкость $k\dot{X}$ или $\dot{X}/c$) сами могут рассматриваться как фазовые переменные (наряду с Q), но уже более расширенной системы. Годовой сток формируется, как правило, осадками, происхождение которых связано с глобальными атмосферными процессами. Поэтому их зависимость от расхода Q и параметра c для конкретного бассейна вряд ли имеет место. Поэтому примем в качестве фазовых переменных x_i величины Q , c , Q_0 (точнее r , см. ниже), оставляя $\dot{X}$ в качестве управляющего параметра (наряду с другими, которые появятся в связи с вводом в рассмотрение новых фазовых переменных).

Для n -мерной системы $\dot{\vec{x}} = F(\vec{x})$, $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ элементарный объем V , ограниченный в фазовом пространстве $\{\vec{x}\}$ изменяется в соответствии с теоремой о дивергенции по уравнению

$$dV/dt = \int_V d^n x \left(\sum_{i=1}^n \partial F_i / \partial x_i \right). \text{ В зависимости от знака суммы } \sum_{i=1}^n \partial F_i / \partial x_i$$

объем может сжиматься ($\sum_{i=1}^n \partial F_i / \partial x_i < 0$), оставаться неизменным

($\sum_{i=1}^n \partial F_i / \partial x_i = 0$) или расширяться ($\sum_{i=1}^n \partial F_i / \partial x_i > 0$). Траектории могут быть

неустойчивыми по одним направлениям и устойчивыми по другим. Скорость разбегания («сбегания») по каждому из направлений характеризуется средним по траектории ляпуновским показателем. В нашем случае ($n = 3$) стационарное состояние имеет три показателя Ляпунова, все они отрицательные: $(-, -, -)$. Для предельного цикла $(-, -, 0)$, для тора $(0, 0, -)$. Но может быть еще ситуация, когда $(+, 0, -)$. Последнее означает, что порождается множество точек, размерность которого меньше трех (ведь объем в этом случае в 3-х мерном пространстве равен нулю). Но его

размерность не равна и двум, так как по теореме Пуанкаре – Бендиксона [57] в ограниченной области двумерного пространства аттракторами могут быть только предельные циклы и неподвижные точки. Это специфическое множество (странный аттрактор) имеет хаусдорфову размерность между 2 и 3 (т. е. дробную, фрактальную). Чтобы иметь хоть какой-то его зрительный образ, можно представить себе тарелку (объект, который «недоосвоил» третью координату). На рис. 2.15 из монографии [78] показаны четыре типа множеств. Для того чтобы обладать аттрактором (любым!) система должна иметь отрицательную сумму показателей Ляпунова $\sum_{i=1}^3 \lambda_i < 0$, т. е. отрицательный показатель по абсолютной величине

должен быть больше положительного.

Запишем уравнение (2.5) в виде:

$$dQ/dt = -cQ^2/W + rQ, \quad (2.8)$$

где $r = X/W$ – определяет при переходе к отображению гидрологический потенциал, а параметр c связан обратной зависимостью с коэффициентом стока, от которого зависит гидрологическая емкость речного бассейна.

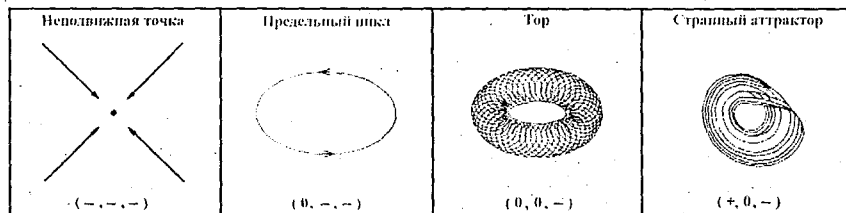


Рис. 2.15. Влияние показателей Ляпунова на тип предельного множества.

Параметр r определяется, в основном, проявлением свойств климатической системы земля – океан – атмосфера над рассматриваемым водосбором, а проще – степенью увлажненности территории, зависящей от нормы осадков X . Однако динамика проявления этих свойств (инерционность) будет зависеть от характеристики самого бассейна W . Таким образом, можно расширить предметную область модели (2.8), сделав задавае-

мый параметр r второй фазовой переменной наряду с расходом воды:

$$\tau_r dr/dt = -r + r_{\text{клим}}, \quad (2.9)$$

где $r_{\text{клим}} = \dot{X}/W_0$ — определяет при переходе к отображению климатическую норму зонального гидрологического потенциала $\dot{X}/Q_{00}$ (его порядок соответствует значению $\dot{X}/Q_0$); τ_r — время релаксации системы на изменение $r_{\text{клим}}$.

Если допустить, что это время релаксации определяется текущим значением r , т. е. $\tau_r \approx a/r$ ($a = \text{const}$), то приходим к логистической модели для r :

$$dr/dt = -r^2/a + r \cdot r_{\text{клим}}/a, \quad (2.10)$$

со всеми вытекающими свойствами ее решения (апериодический, периодический или хаотический режим, соответствующего ей отображения).

Параметр $c = \dot{X}/Q$ представляет собой величину, обратную коэффициенту стока. Если ориентироваться на его норму в условиях установившегося случайного процесса формирования стока, то $c \rightarrow \dot{X}/Q_0$. Однако в неравновесных условиях возникают переходные процессы, описываемые в самом первом приближении уравнением

$$\tau_c dc/dt = -\dot{X}/Q + \dot{X}/Q_0, \quad (2.11)$$

где τ_c — время релаксации, определяемое в долгосрочном интервале трендами свойств подстилающей поверхности водосборов, геологического строения бассейнов, изменением базиса эрозии, сменой типов растительности и интенсивности хозяйственной деятельности.

Если допустить, что более водоносные бассейны имеют меньшее время релаксации, т. е. $\tau_c = bW_0/Q$ ($b = \text{const}$), то модель (2.11) примет вид следующего уравнения:

$$dc/dt = -r_{\text{клим}}/b + \dot{X}Q/Q_0bW. \quad (2.12)$$

Таким образом имеем систему из трех дифференциальных урав-

нений (2.8), (2.10) и (2.12), описывающую одновременное изменение расходов Q (или модуля стока), гидрологического потенциала r и параметра c .

Каких решений можно от нее ожидать? В данном случае

$$\sum_{i=1}^3 \partial F / \partial x_i = (-2cQ/W + r) + (-2r/a + r_{\text{клим}}/a) + 0. \quad (2.13)$$

Если вместо (2.12) взять уравнение (2.11), то с точки зрения свойств аттрактивности ничего не меняется (также ничего не изменится, если в правых частях задать постоянные источники или стоки фазовых переменных).

Судя по выражению для дивергенции фазового потока (2.13), тип движения (аттрактора) может меняться не только в зависимости от управляющих параметров ($W, a, r_{\text{клим}}$), но и от значений самих фазовых переменных (c, r, Q). Если принять $p(\vec{x}) = \text{const}$, то $\sum_{i=1}^3 \partial F / \partial x_i \sim \sum_{i=1}^3 \lambda_i$ может быть меньше нуля ($\lambda_- > \lambda_+$) и можно ожидать появления аттрактора с дробной размерностью.

На рис. 2.16 представлены результаты интегрирования этой системы методом Рунге – Кутты 4-го порядка с шагом $\Delta t = 1$ (т. е. фактически речь идет об отображениях).

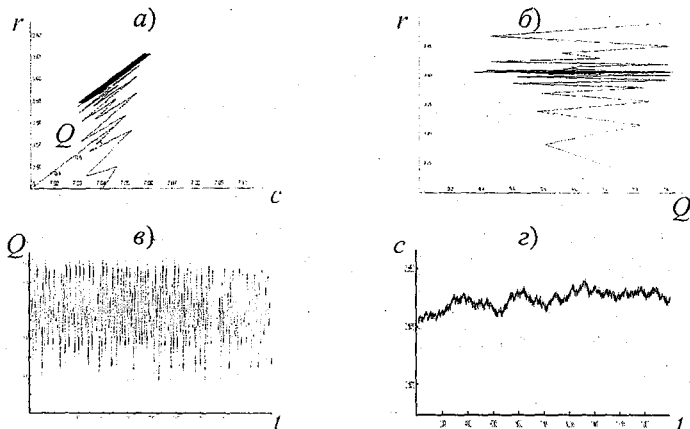


Рис. 2.16. Изображение решения системы (2.8), (2.10), (2.12) в фазовом пространстве (а), его проекция на плоскость (Q, r) (б) и временные развертки переменных Q (в) и c (г).

Несмотря на увеличение числа итераций, изображающая точка не выходит из области, показанной на рис. 2.16 *а* и являющейся для рассматриваемой системы аттрактором.

В случае системы (2.8), (2.10) и (2.11) можно получить решение, представленное на рис. 2.17. Система после длительного времени пребывания в зачерненной области (рис. 2.16 *а*) выходит из нее и попадает в точку устойчивого равновесия.

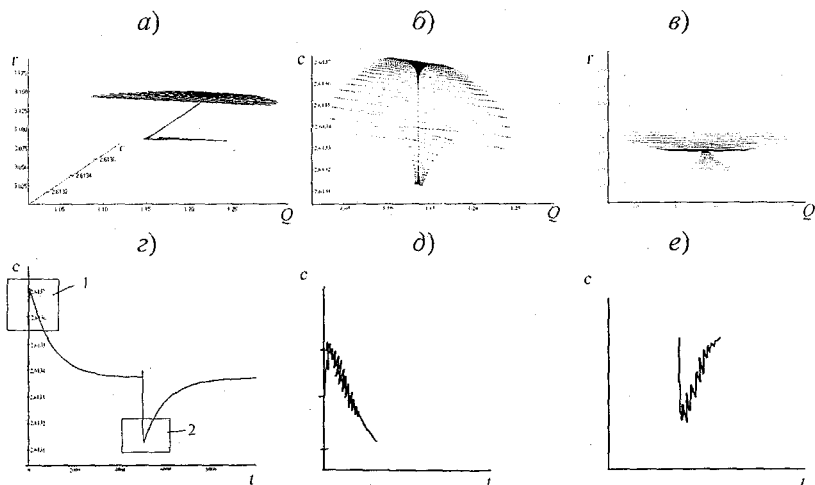


Рис. 2.17. Выход фазовой траектории в точку равновесия (*а*), двумерные проекции фазового портрета (*б*, *в*), затухание фазовой переменной (*г*), увеличенные фрагменты: 1 (*д*), 2 (*е*).

Поведение гидрологического потенциала не зависит от Q и c и определяется только климатическим потенциалом и временем релаксации τ_0 (принятое в расчетах значение соответствует аperiодическому решению (2.10)).

Если давать биологическую интерпретацию этим вариантам решений (о других вариантах см. ниже), то взаимодействие «видов» Q и c происходит по типу «жертва – хищник», а «вид» r играет роль ресурса для жертв и хищников. При больших (например, больше 3,7) значениях r , определяемых в том числе, и «абиотическими» факторами (W , a , $r_{\text{клим}}$)

оба вида «обжираются» и трофическая цепь хищник – жертва обрывается, система становится неустойчивой и рассыпается.

Вернемся к одномерному отображению (2.6). Как видно из рис. 2.18, траектория может плавно или аperiodически (рис. 2.18 а) стремиться (притягиваться) к решению $Q = c/\bar{X}$ (при $r \leq 2$, здесь $r = \bar{X}/Q_0$); быть периодической (рис. 2.18 б), оставаться «стохастической» в заданных пределах (рис. 2.18 в); «притягиваться» к бесконечности (рис. 2.18 г). Таким образом, параметры модели (характеризующие управление расходом внешней средой) определяют тип решения (аттракторы).

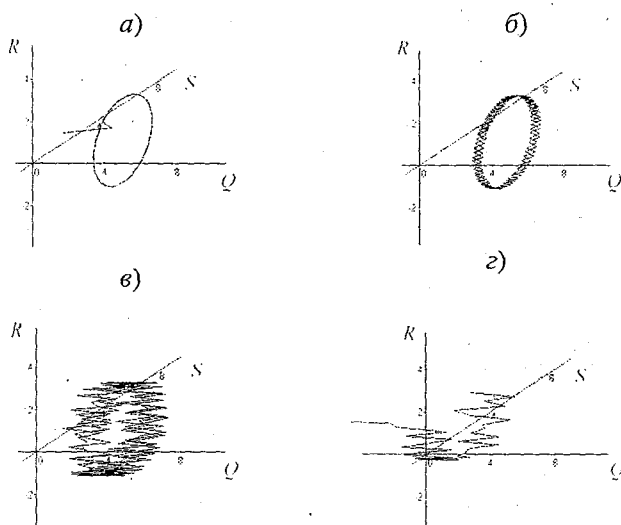


Рис. 2.18. Орбитальное изображение отображения (2.6) при различных значениях параметра r : а) $-2,0$; б) $-2,1$; в) $-2,4$; г) $-2,51$ ($S = a \sin(bt)$, $R = a \cos(bt)$).

Эта ситуация отражает частный случай комплексного отображения [56]:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad (2.14)$$

где $z = x + iy$, $c = a + ib$. Это двумерное отображение на плоскости,

возможные результаты которого представлены на рис. 2.19.

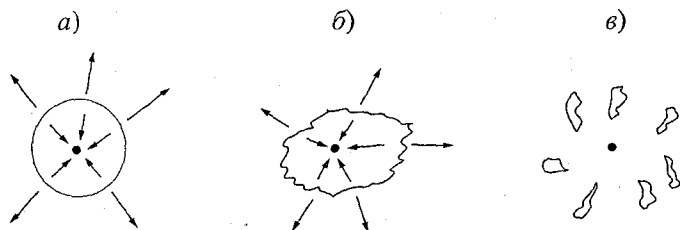


Рис. 2.19. Варианты множеств для отображения (2.14) в зависимости от численного значения комплексного параметра c : а) нуль и бесконечность являются аттракторами для процесса (2.14) при $c = 0$; б) граница бассейна притягивающей неподвижной точки имеет фрактальную структуру ($c \neq 0$); в) множество теряет связность и «рассыпается в пыль Фату» ($|c|$ – «большое»).

На рис. 2.19 а («соответствует» рис. 2.18 а и рис. 2.18 б) имеем в центре точку, являющуюся аттрактором для процесса, порождаемого отображением (2.14) (бесконечность является также аттрактором). В случае рис. 2.19 б (соответствует рис. 2.18 в) последовательность точек, получающихся при итерациях, лежит на фрактальной границе двух областей притяжения. Граница последнего типа именуется в математике множеством Жюлиа J_c .

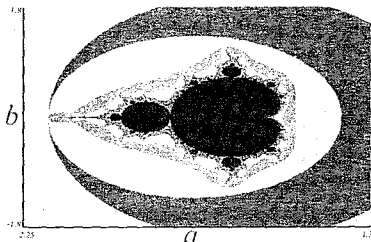


Рис. 2.20. Множество Мандельброта.

Тип границ определяется комплексным параметром c . На рис. 2.20 показано множество параметров c (множество Мандельброта M), при котором граница является связным множеством $M = \{c \in C : J_c \text{ связно}\}$.

Если c лежит вне M , то J_c рассыпается в облако точек (пыль Фату, рис. 2.19 в, который соответствует рис. 2.18 г). (Жюлиа и Фату – французские математики, которые в начале XX в. первыми изучали подобные структуры, а Мандельброт – американский (чешский) ученый, первым в 1980 г. установил форму множества M , названного его именем).

С точки зрения частично инфинитного моделирования, параметрами c , лежащими внутри M , полностью рационализируется структура границ J_c (это область финитного моделирования). Значения c вне M разрушают «рациональные иллюзии» и выводят в инфинитную реальность. Самое удивительное в этой ситуации, что рациональное (число c – параметр среды) управляет иррациональным, т. е. поведением z_{n+1} на бесконечности. Точнее, управляет только выходом в иррациональное, делая границу между финитным и инфинитным частично инфинитной (т. е. фрактальной). При этом вид множества Жюлиа настолько повторяет детали множества Мандельброта, что невольно приходит на ум аналогия с генетической организацией высших организмов, в которых каждая клетка содержит полной геном.

Важным свойством множества J_R для рациональной функции R является то, что множество всех отталкивающих периодических точек функции R плотно в J_R . С учетом того, что J_R непусто и содержит более чем счетное множество точек, динамика на J_R является хаотической. Именно подобная хаотичность делает ситуацию частично инфинитной, а значит – частично рационализируемой (моделируемой, предсказуемой), хотя бы на уровне моментов статистического распределения. Для рационализации бесконечности, надо чтобы она «состояла» из отталкивающих точек, т. е. бесконечная притягивающая точка для стандартного ряда должна стать отталкивающей для нестандартного (см. [35]). Проще: надо, чтобы управляющий параметр сам стал фазовой переменной. Для этого надо, чтобы множество Мандельброта само стало управляемым, а для этого – перестало быть частично инфинитным (из-за своей границы) и стало полностью финитным, т. е. рационализированным. Рационализация – это построение другого – управляющего для множества Мандельброта – множества с лучшими когнитивными свойствами, т. е. с большей скоростью переработки информации [35]. Другими словами, надо из бесконечного множества M сделать множество с конечной мощностью, т. е. сделать его динамическим (управляемым), перевести из «дерева» в «плоскость» (чтобы оно перестало порождать канторовы множества (пыль Фату) из множества J).

Вернемся снова к одномерному отображению. Рассмотренное выше конформное отображение $z \rightarrow z^2 + c$, $z = x + iy$, $c = a + ib$ в действи-

тельной форме имеет вид

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n^2 - y_n^2 + a, \\y_{n+1} &= 2x_n y_n + b.\end{aligned}$$

При $b = 0$ для точек, расположенных на оси x , получим одномерное отображение $x_{n+1} = x_n^2 + a$. Наша дискретная модель стока $Q_{i+1} = Q_i(1 + \dot{X}/Q_0) - Q_i^2/kQ_0$ путем известного (см. [56]) преобразования $Q \rightarrow \bar{x} = a_2 x + a_1/2$ для полиномов второй степени сводится к отображению $x_{n+1} = x_n^2 + c$, где $c = a_1(1 - a_1/2)/2$ (здесь $a_1 = 1 + \dot{X}/Q_0$, $a_2 = -1/kQ_0$).

Таким образом, модель водосбора просто частный случай двумерного отображения, причем значению $r = 3$ соответствует $c = -2$ (т. е. крайняя левая точка множества Мандельброта при $y = 0$).

Пусть $k\dot{X} = 1$. Тогда модель примет вид

$$Q_{n+1} = f(Q_n) = (1+r)Q_n - rQ_n^2. \quad (2.15)$$

Чтобы исследовать устойчивость состояния равновесия ($Q_0 = 1$) линеаризуем (2.15). Тогда для малых отклонений $q_n = Q_n - 1$ получим

$$q_{n+1} \approx (1-r)q_n. \quad (2.16)$$

При $0 < r < 2$ $|q_{n+1}| < |q_n|$. При $r > 2$ процесс становится неустойчивым и при $r = 2, 3$ возникают осцилляции между двумя значениями Q . Далее можно аналогично исследовать устойчивость неподвижных точек отображения f^2 : $Q_{n+2} = f(f(Q_n)) = f^2(Q_n)$ и т. д. Придем к уже обсуждавшимся результатам.

Интересно обратить внимание, что условие устойчивости решения модели ФПК (для моментов распределения m_n) получается из уравнения (1.1) (см. также п. 1.2) и имеет вид $\bar{c} > 0,5nG_{\bar{c}}$. Но смысл их различный. Соотношение (2.16) – динамическая модель (шумов в ней нет), и чем

больше потенциал, тем более неустойчив процесс, тем больше в нем гармонических составляющих. Ситуация же с последним неравенством совсем другая. Тут важно соотношение между нормой потенциала и интенсивностью его шума. При фиксированной норме c , чем выше порядок момента, тем меньшая интенсивность шума может вызвать его неустойчивость. Чем меньше потенциал, тем более неустойчива система (при прочих равных условиях, т. е. интенсивности шума).

Пока режим динамический, то увеличение потенциала приводит систему к странному аттрактору («стохастическому» режиму). Но если система там уже находится, то шумом тем труднее развалить режим, чем больше этот самый потенциал.

Еще одна интересная ситуация связана с тем, что дискретизация непрерывных моделей приводит к появлению нового типа поведения. Поучительный пример приведен в работе [56]. Для системы уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha x - \beta xy = f(x, y); \\ \dot{y} &= -\gamma y + \delta xy = g(x, y) \end{aligned}$$

(система хищник y – жертва x) выберем следующий численный метод

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \Phi_{\Delta t, \tau} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (2.17)$$

$$\text{где } \Phi_{\Delta t, \tau} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \frac{\Delta t}{2} \begin{pmatrix} f(x, y) + f(x + \tau f(x, y), y + \tau g(x, y)) \\ g(x, y) + g(x + \tau f(x, y), y + \tau g(x, y)) \end{pmatrix}.$$

Зафиксируем управляющие параметры непрерывной модели ($\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1$) и будем считать таковыми для дискретной модели Δt и τ . На плоскости этих параметров (рис. 2.21 из работы [56]) возможны четыре типа решений. В области I неподвижная точка $(x, y) = (1, 1)$ является притягивающей. При изменении τ и Δt мы попадаем в область II, где неподвижная точка становится неустойчивой и появляется притягивающая инвариантная окружность. В области III появляются странные аттракторы, а область IV оказывается неустойчивой (траектории стремятся к бесконечности).

В то же самое время для непрерывной модели весь квадрант $\{(x, y): x > 0, y > 0\}$ заполняется замкнутыми траекториями вокруг точки покоя $(x_c, y_c) = (\gamma/\delta, \alpha/\beta)$, так как по теореме Пуанкаре – Бендиксона [29, 78] на плоскости (в двумерном фазовом пространстве) только такие аттракторы и возможны (непрерывность не дает экспоненциально разбегаться траекториям).

Как это ни выглядит странным, но дискретизация расширяет предметную область непрерывной модели («странным», потому что непрерывная модель бесконечномерна, в отличие от дискретной – конечномерной). Дело тут, видимо,

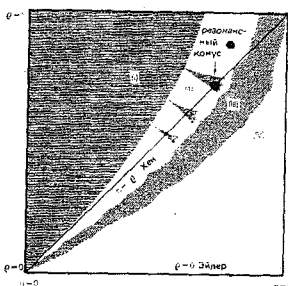


Рис. 2.21. Плоскость параметров $(\Delta t, \tau)$

в следующем. В непрерывной модели решение действительно может потенциально находиться в любой точке первого квадранта (это зависит только от начального условия), но дифференциальный оператор заставляет его быть только аттрактором (точечным или периодическим). Заменяя непрерывную область дискретной, мы вроде бы ограничиваем число

точек, в которых может находиться решение, но, с другой стороны, появляются новые управляющие параметры $(\Delta t$ и $\tau)$. Если Δt – шаг интегрирования по времени, то какой физический смысл параметра τ ? Величина $f(x, y)$ это $dx/dt (\equiv \dot{x})$, а $\tau \dot{x} = \Delta x$, т. е. приращение решения, которое используется при подсчете правой части отображения (2.17). При $\tau \rightarrow 0$ («безинерционные» расчеты) приходим к методу Эйлера с очень широкой областью неустойчивости (IV). При $\tau \rightarrow 1$ («инерционные» расчеты) область неустойчивости сужается до нуля, любые неустойчивости подавляются (осредняются). Таким образом, выполняя дискретизацию, мы финитную предметную область параметров $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ делаем частично инфинитной $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \Delta t, \tau)$, а значит – частично непредсказуемой (область III) и полностью непредсказуемой (область IV), т. е. инфинитной.

Вернемся к одномерному отображению (2.6), учтя (выделив), однако, грунтовую составляющую стока ($Q_{гр}$):

$$Q_{i+1} = (-c_i/Q_0)Q_i^2 + (1 + X/Q_0)Q_i + (c_i Q_{гр}^2/Q_0).$$

Сделаем замену переменной (см. выше) $z = -(c_i/Q_0)Q + 0,5 + X/2Q_0$.

Тогда (при $Q_{гр} = Q_0$) получим

$$z_{i+1} = z_i^2 - c_i^2 + ((1 + X/Q_0)(1 - (1 + X/Q_0)/2))/2. \quad (2.18)$$

Предположим, что вторая переменная c_i подчиняется уравнению $\tau dc/dt = -pc + X/Q$. Считая, что $\tau = W/Qc$, получим отображение $c_{i+1} = (-pc_i Q/Q_0 + X/Q_0 + 1)c_i$. Пусть $p = 2$ и в правой части действует постоянный источник (или сток) b (например за счет однонаправленного изменения свойств подстилающей поверхности). Тогда предыдущее уравнение примет вид

$$c_{i+1} = 2z_i c_i + b. \quad (2.19)$$

Система (2.18), (2.19) является двумерным отображением, о котором упоминалось выше (последнее слагаемое в (2.18) есть a).

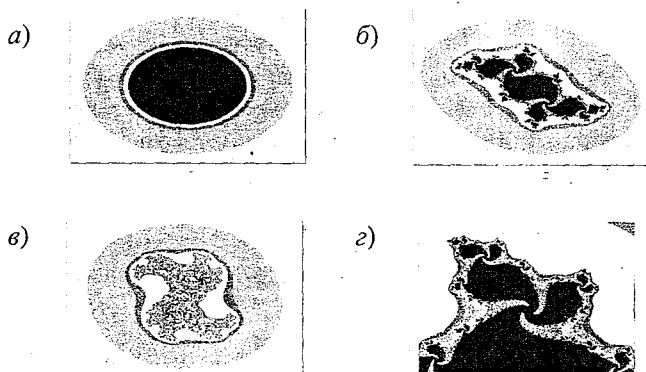


Рис. 2.22. Различные варианты решений отображения (2.18), (2.19): а) «правильное» ($a = 0, b = 0$); б) фрактальное ($a = -0,17; b = 0,69$); в) пыль ($a = 0,4; b = 0,2$); г) увеличенный фрагмент фрактального множества.

На рис. 2.22 представлены различные варианты решения (2.18), (2.19) в зависимости от численных значений параметров a и b , т. е. множества Жюлиа $J(a, b)$. Как и следовало ожидать при $X/Q_0 = 3$ множество Жюлиа «рассыпается в пыль».

В разделе 1.2 показано, что для n взаимодействующих фазовых переменных x_i справедлива модель Эйгена:

$$dx_i/dt = f(x_1, \dots, x_n) = x_i \left(w_i - \sum e_{ij} x_j / K \right), \quad (i = 1, \dots, n).$$

В экологической интерпретации [73] в подобной системе исчерпывающую характеристику фазовых взаимодействий дает следующая матрица:

$$C(t) = \begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1}(t) & c_{n2}(t) & \dots & c_{nn}(t) \end{pmatrix},$$

где $c_{ij}(t) = \partial[dx_i/dt]/\partial x_j$.

В зависимости от влияния одной фазовой переменной на динамику другой (т. е. в зависимости от знака c_{ij} или e_{ij}) различают: нейтрализм (нет взаимного влияния), аменсализм (первая переменная на вторую влияет отрицательно, а вторая на первую не влияет), комменсализм (первая – на вторую – положительно, а вторая на первую не влияет), конкуренция (влияние друг на друга отрицательно), жертва – эксплуататор (первая – на вторую – положительно, а вторая – на первую – отрицательно), мутуализм (положительное влияние друг на друга). Критическими (бифуркационными) являются ситуации, когда элементы матрицы $C(t)$ меняют знаки, т. е. меняется тип взаимодействия. Важное «коллективное» (эмерджентное) свойство проявляется, когда $c_{ii}(t) = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$, т. е. когда влияние фазовой переменной на саму себя оказывается зависящей и от других фазовых переменных.

Для модели водосбора

$$\begin{aligned}dQ/dt &= Q(X/W - cQ/W), \\dc/dt &= c(X/W - cQ/W)\end{aligned}$$

имеем $dQ/dc = -Q^2/W$, $d c/dQ = -c^2/W$, т. е. реализуется механизм конкуренции (за ресурс X) с равными селективными возможностями и проявлением эмерджентных свойств.

Перепишем уравнения так:

$$\begin{aligned}dQ/dt &= XQ/W(1 - cQ/X), \\dc/dt &= cX/W(1 - cQ/X).\end{aligned}\tag{2.20}$$

Подобная конкуренция приводит к устойчивому состоянию равновесия (рис. 2.23): $Q^* = X/c^*$; $c^* = X/Q^*$. Этот результат не противоречит наличию «стохастического» режима у отображения (2.6). Во-первых, в данном случае у нас не дискретное отображение, а непрерывная модель. Во-вторых, у нас фазовая плоскость, на которой по теореме Бендиксона [29] вообще запрещаются циклы для таких моделей (как периодические, так и квазипериодические).

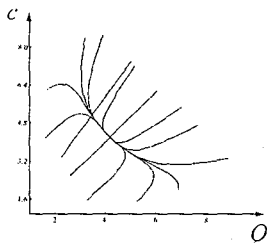


Рис. 2.23. Установление при наличии постоянных источников устойчивого состояния равновесия в условиях конкуренции.

В экологии этот факт известен как невозможность колебаний при чисто конкурентных отношениях в двухвидовой системе (это связано с тем, что на колебательной траектории в фазовой плоскости должен появиться участок, на котором увеличение численности одного вида происходит с увеличением скорости изменения другого, а это противоречит самому факту конкуренции). Чтобы такие колебания были возможны нужно либо вводить в рассмотрение третьего конкурента (в нашем гидрологическом случае это может быть, например, грунтовое питание), либо менять характер взаимодействия между фазовыми переменными, как это было

сделано при переходе к модели (2.18) $z_{i+1} = f_1(z_i, c_i)$, (2.19) $c_{i+1} = f_2(z_i, c_i)$. Переменная z перестает быть конкурентом и становится «жертвой» «эксплуататора» c . При замене конкурентного взаимодействия на взаимодействие по типу жертва – эксплуататор меняются эмерджентные свойства: жертве уже не на что надеяться как на саму себя ($\partial f_1 / \partial z = 2z$), а у эксплуататора вся опора на жертву ($\partial f_2 / \partial c = 2z$).

Подобную (экологическую) аналогию можно развить и ввести в рассмотрение гидрологические трофические цепи. Это будет иерархия моделей (системная модель процессов водообмена), «верховным хищником» (закрывающим звеном) в которой будет человек. Это позволит выработать требования к его самоограничению для эффективного влияния на динамику низших звеньев (например ликвидировать, так называемое, конкурентное исключение).

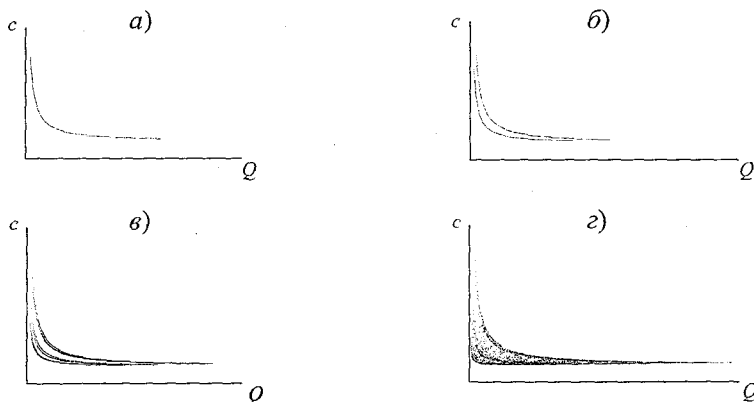


Рис. 2.24. Результат отображения (2.21) при $Q_{01} = Q_{02} = Q_0$, но при увеличении (от а к г) величины X / Q_0 .

Несколько иную ситуацию получим, если вместо системы дифференциальных уравнений (2.20) будем рассматривать двумерное отображение

$$\begin{aligned} Q_{i+1} &= XQ_i / Q_{01}(1 - (c_i - 1)Q_i / X) + Q_i + a; \\ c_{i+1} &= X(c_i - 1) / Q_{02}(1 - (c_i - 1)Q_i / X) + c_i + b, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где a и b – постоянные стоки или источники (к переменной c добавлена минус единица, так как по физическому смыслу $c > 1$). При достаточно

малых значениях $\dot{X}/Q_0$ имеем ситуацию, аналогичную изображенной на рис. 2.23. По мере увеличения $\dot{X}/Q_0$ имеет место изменение периодичности, пока режим не станет хаотическим (рис. 2.24).

В случае $Q_{01} \neq Q_{02}$ (это соответствует различию в селективных ценностях) имеем изображение, представленное на рис. 2.25. Если сравнить этот рисунок с рис. 2.10, то он напоминает сильно деформированную бифуркационную диаграмму. При этом каждая из фазовых переменных может рассматриваться как управляющий параметр (при фиксированных селективных ценностях) по отношению к другой. Например при $c \rightarrow 1$ (районы избыточного увлажнения, расходы «большие») режим стока близок к аperiodическому (линейный формирующий фильтр). По мере увеличения c (засушливые или бессточные районы) происходят бифуркации, приводящие к многомодальным распределениям и к полной хаотизации процесса формирования стока. При этом ситуация в целом контролируется «настоящими» управляющими параметрами, т. е. селективными ценностями фазовых переменных.

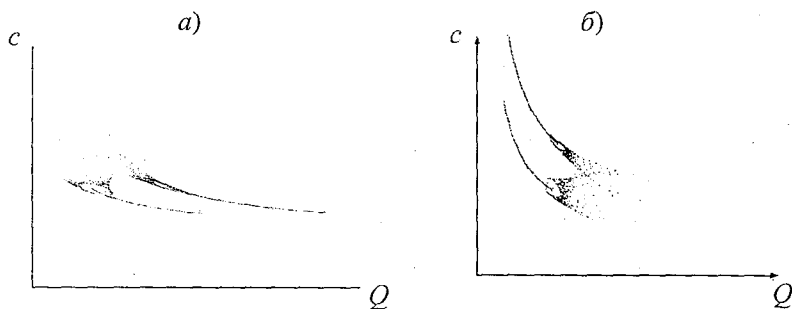


Рис. 2.25. Результат отображения (2.21) при различии в селективных ценностях: $\dot{X}/Q_{01} > \dot{X}/Q_{02}$ (a); $\dot{X}/Q_{02} > \dot{X}/Q_{01}$ (б).

Таким образом при объединении в модели (2.20) (а значит и в (2.21)) двух предметных областей («стоковой» и «испарительной») каждая из них перестает быть инфинитной для другой и они начинают взаимодействовать — управлять друг другом, но обе при этом находятся под частично инфинитным управлением осадков $\dot{X}$.

2.4. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕЧНОГО СТОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕНЕВОЙ ФАЗОВОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Как показано в п. 1.3, многолетний речной сток достаточно хорошо моделируется линейным формирующим фильтром. Решение уравнения ФПК выходит на аттрактор – семейство кривых Пирсона, которые вполне устраивают практическую гидрологию. В то же время предпринимались многочисленные попытки [2, 77] разработать методику прогнозирования среднегодовых расходов воды с годовой же заблаговременностью, которые не привели к ощутимому успеху. Обычно использовались уравнения регрессии $Q_{i+1} = f(Q_i, Q_{i-1}, \dots)$, (так называемый «динамико-статистический метод») в зависимости от того, какой цепью Маркова (простой или сложной) описывается речной сток. При этом часто ведутся споры о необходимой глубине авторегрессии, путая при этом процесс формирования стока речным бассейном (который в рамках линейного формирующего фильтра обязан быть простым марковским) и формальное описание ряда стока, которое может даваться и сложной цепью Маркова, ибо в формировании стока участвуют и солнце, и атмосфера.

Были выполнены многочисленные прогнозы с заблаговременностью $\Delta t = 1$ год с использованием конечно-разностной аппроксимации линейного фильтра

$$Q_{i+1} = Q_i - cQ_i / \tau_0 + \dot{X}_i / \tau_0, \quad (2.22)$$

где c и τ_0 – параметры, оптимизируемые (в различных вариантах) по предшествующим наблюдениям; $\dot{X}_i$ – фактические осадки в бассейне.

Как и следовало ожидать удачный прогноз является скорее исключением, чем правилом. В случае вероятностных (регрессионных) прогнозов неудачи объясняют маленькими (хотя и статистически значимыми) коэффициентами авторегрессии между смежными годами. Заметим, кстати: отсутствие линейной (корреляционной) зависимости не означает, что нет статистической связи вообще.

Из формулы (2.22) следует, что прогнозное значение Q_{i+1} содержит вклады трех составляющих: «стартового» значения Q_i ; внешнего

воздействия $\dot{X}_i$; расхода, возникающего в результате некоторого механизма его формирования на водосборе (рис. 2.26), причем этот механизм линейный и автономный.

Задание Q_i может производиться довольно точно (эта величина самая надежная составляющая прогноза). Внешнее воздействие $\dot{X}$ в настоящее время метеорологами не прогнозируется, поэтому варианты $\dot{X}_{i+1}$ и $(\dot{X}_i + \dot{X}_{i+1})/2$ исключаются. Повышать порядок дифференциального уравнения не имеет смысла: в конечном итоге это означало бы введение в вероятностный (регрессионный) прогнозный алгоритм статистически незначимые коэффициенты авторегрессии при сдвиге $\Delta t \neq 1$; такие попытки уже делались [77]. Единственная возможность улучшить прогноз — это отход от линейности и автономности. Наша гипотеза состоит в том, что потеря линейной (корреляционной) зависимости $Q_{i+1} = f(Q_i)$ связана с неустойчивостью, вызванной белыми шумами на интервале $[t_i, t_{i+1}]$ (например за счет внутригодовых колебаний испарения, вызванных вариациями температуры воздуха), т. е. с появлением интенсивности шума G_τ , соизмеримой с численным значением параметра c . Но потеря корреляционной связи не означает потерю статистической связи вообще (просто в рамках одного линейного автономного уравнения она себя не проявляет в случае неустойчивости). При этом достаточно потери устойчивости по старшим (включая второй) начальным моментами, т. е. достаточно прогностической модели находиться в режиме самоорганизованной критичности (интеграл $\int Q^2 p(Q) dQ$ — расходится). Это ведет к неопределенности интервала 1 на

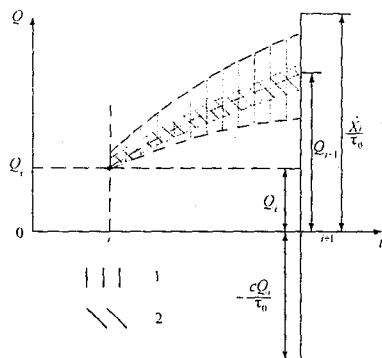


Рис. 2.26. Составляющие прогнозного значения расхода Q_{i+1} .

1 — погрешность, связанная с шумами на интервале заблаговременности $[t_i, t_{i+1}]$; 2 — расчетная и инструментальная погрешности.

1 — погрешность, связанная с шумами на интервале заблаговременности $[t_i, t_{i+1}]$ (например за счет внутригодовых колебаний испарения, вызванных вариациями температуры воздуха), т. е. с появлением интенсивности шума G_τ , соизмеримой с численным значением параметра c . Но потеря корреляционной связи не означает потерю статистической связи вообще (просто в рамках одного линейного автономного уравнения она себя не проявляет в случае неустойчивости). При этом достаточно потери устойчивости по старшим (включая второй) начальным моментами, т. е. достаточно прогностической модели находиться в режиме самоорганизованной критичности (интеграл $\int Q^2 p(Q) dQ$ — расходится). Это ведет к неопределенности интервала 1 на

рис. 2.25 и, как следствие, — к большим значениям S/σ (здесь S — средняя квадратическая погрешность поверочных прогнозов; σ — среднее квадратическое отклонение изменения прогнозируемой величины).

В соответствии с концепцией частично инфинитного моделирования и прогнозирования, необходимо расширить фазовое пространство модели речного бассейна, причем это расширение должно произойти в процессе самого прогнозирования, т. е. при прохождении прогнозной траектории через перемешивающийся слой $[t_{i-1} - t_i]$. На обычном математическом языке это означает, что надо сделать модель, из которой получается прогностическая зависимость, неавтономной. (Как увидим ниже, расширенная система уравнений при этом автоматически становится нелинейной). Однако для подобного расширения модели желательно иметь более объективные основания, чем неудачи с прогнозом годового стока. Таким основанием могут служить результаты фрактальной диагностики, которые однозначно указывают, что пространство вложения не меньше двух.

Опираясь на общий вид системы уравнений для начальных моментов m_n n -го порядка (1.1) (соответствующих модели линейного фильтра), запишем первые три уравнения, которых вполне достаточно для практической гидрологии:

$$dm_1/dt = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_1 + \bar{N} - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}}; \quad (2.23)$$

$$dm_2/dt = -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\bar{c}\bar{N}}m_1; \quad (2.24)$$

$$dm_3/dt = -3(\bar{c} - 1,5G_{\bar{c}})m_3 + 3(\bar{N} - 1,5G_{\bar{c}\bar{N}})m_2 + 3G_{\bar{N}}m_2. \quad (2.25)$$

Имея в виду формулу, связывающую дисперсию с начальными моментами ($D = m_2 - m_1^2$), выпишем еще дифференциальное уравнение для дисперсии

$$dD/dt = -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})D + G_{\bar{N}} - 2G_{\bar{c}\bar{N}}m_1. \quad (2.26)$$

Анализ решения системы (2.23), (2.26) на фазовой плоскости (рис 2.27), показывает, что в случае малой интенсивности шума $G_{\bar{c}}$ ($\beta = G_{\bar{c}}/\bar{c} < 1$) имеется единственная точка притяжения (аттрактор), к

которой сходятся решения. Однако по мере роста β областью притяжения становится бесконечность. Сначала устойчивость теряет дисперсия (при $\beta = 1$, $dD/dt > 0$, $D \rightarrow \infty$), затем – матожидание (при $\beta = 2$, $dm_1/dt > 0$, $m_1 \rightarrow \infty$). Вообще, чем старше момент, тем при меньшей интенсивности шума G_c он теряет устойчивость (например из (2.25) следует, что $m_3 \rightarrow \infty$ при $\beta = 2/3$).

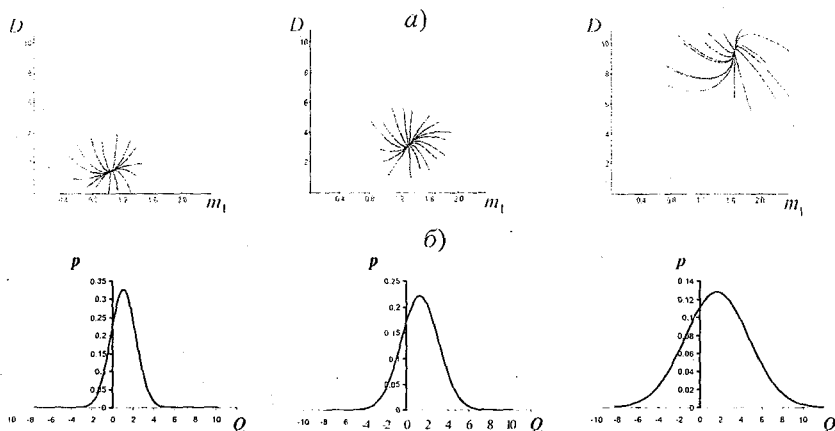


Рис. 2.27. Решение системы (2.23) и (2.26) на фазовой плоскости (а) и соответствующие им распределения плотности вероятности (б) при различных значениях β .

Изложенное не является какой-то экзотикой и полностью подтверждается данными натурных наблюдений. Пользуясь экспоненциальным решением для второго (корреляционного) момента (уравнение для него получается из модели ФПК [10]) $r = \exp[-(\bar{c} - 0,5G_c)\Delta t]$, можно получить выражение для β (1.12).

На рис. 1.46 и 2.28 представлены закартированные по территории СНГ результаты расчета β по формуле (1.12). Из этих рисунков видно, что огромные территории находятся в зонах неустойчивости, которые (как правило) тяготеют к югу, где маленькие коэффициенты стока (в не меньшей степени неустойчивость характеризует максимальный сток). Любые прогнозы на этих территориях с использованием формулы (2.22) с боль-

шой долей вероятности окажутся в зоне 1 (рис. 2.26), ширина которой на момент t_{i+1} определяется интервалом заблаговременности $[t_{i+1} - t_i]$.

Если в уравнении (2.26) обозначить $c_0 = \bar{c} - G_{\bar{c}}$, то

$$d\dot{D}/dc_0 = -2D < 0 \quad (\dot{D} = dD/dt),$$
 т. е. при устойчивом режиме формирования стока ($\bar{c} > G_{\bar{c}}$), его потери величину скорости нарастания дисперсии, по крайней мере, не увеличивают. Проблемы начинаются со значения $\bar{c} \approx G_{\bar{c}}$ (если не говорить о старших моментах, проблемы с которыми существуют практически всегда).

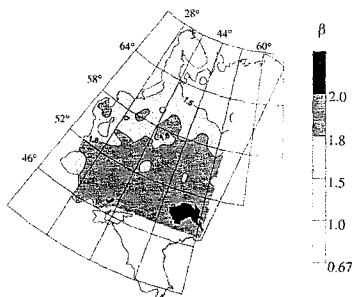


Рис. 2.28. Неустойчивость минимального летне-осеннего стока не ЕТР.

Какова методологическая основа этих проблем? Приняв модель формирования стока в виде линейного автономного уравнения первого порядка

$$dQ/dt = -cQ/\tau + \dot{X}/\tau, \quad (2.27)$$

мы зафиксировали предметную область, характеризующуюся финитной фазовой переменной Q и частично инфинитными параметрами, связанными с внешним воздействием $\dot{X}$ и свойствами «окружения»: c и τ . Под «окружением» мы понимаем все, что так или иначе влияет на процесс формирования стока и учитывается через параметры моделью (2.27): рост биомассы, потери на испарение и т. д.

Так как решение уравнения (2.27) не соответствует реально наблюдаемым случайным режимам, мы дополнительно делаем предположение о вероятностном влиянии смежных предметных областей (атмосфера, «биомасса» и т. д.) на формирование расходов и вводим шумы (с интенсивностями $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{N}}$, $G_{\bar{c}\bar{N}}$), которые могут вызвать неустойчивость моментов.

При таком подходе мы в стартовой позиции задаем некую неравновесную ситуацию: решение модели при заданных c , τ и $\dot{X}$ не соот-

ветствует начальному условию и возникает переходной процесс достижения моделью бассейна (решением) равновесной ситуации (аттрактора). Это происходит и в динамическом (Q -модель (2.27)) и в стохастическом ((m_1, D) -модель (2.23), (2.26)) вариантах. При этом не учитывается, что процессы, происходящие в зафиксированной области ($Q(t)$ или $m_1(t)$, $D(t)$), сами влияют на смежные (инфинитные для бассейна) области, вызывая изменения численных значений частично инфинитных параметров c , τ и $\dot{X}$. Для того чтобы учесть это взаимодействие, нужно зафиксировать (рационализировать математической моделью) смежную предметную область. По-другому: расширить фазовое пространство (например с $\{Q\}$ до $\{Q, c\}$). Тогда влияние c и Q друг на друга будет учитываться непосредственно, и шумы G_c (и $G_{\tilde{Q}}$) исчезнут. Интуитивно ясен и вид уравнения для c : оно обязано быть «похожим» на уравнение для Q . Параметр c отвечает, в основном, за потери, связанные с испарением. Поэтому осадки $\dot{X}$ (ресурс) расходуются в конкурентной борьбе между c и Q . Следовательно можно принять такой вид уравнения

$$dc/dt = -cQ/W_0 + \dot{X}/W_0, \quad (2.28)$$

где параметр W_0 отвечает за инерционность процесса испарения (своеобразная «экологическая» емкость испарительной среды).

Решая автономное и линейное уравнение (2.27), мы имеем фактическое решение уже в начальный момент времени, так как все уже задано самим фактом задания уравнения с известными внешним воздействием и начальным условием. В случае же «ожившего» параметра c , мы должны корректировать решение уравнения (2.27) на каждом временном шаге с помощью уравнения (2.28), которое само будет корректироваться уравнением

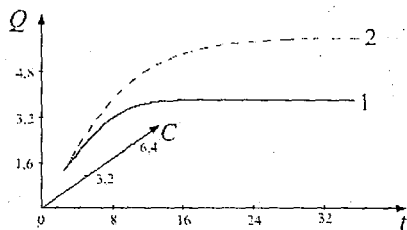


Рис. 2.29. Решение системы (2.27), (2.28) при «замороженном» (1) и «размороженном» (2) параметре c .

(2.27). Правда в этом расширенном варианте также можно сказать, что все уже задано в начальный момент, если известны уравнения и начальные условия: Q_{t_0} и c_{t_0} . Однако «с точки зрения расхода», т. е. — только одной фазовой переменной, в ее модель на каждом шаге численного интегрирования будет вводиться «новая» информация, которая существенно скорректирует траекторию $Q(t)$, а значит и наш прогноз. На рис. 2.29 показаны решения системы (2.27) и (2.28) для случая «замороженного» и «размороженного» параметра c .

В табл. 2.5 представлены результаты динамического прогноза расхода с использованием двух фазовых переменных (Q и c), причем вторая (теневая) фазовая переменная используется как вспомогательное средство для улучшения прогноза расхода. Из табл. 2.5 видно как меняются результаты при переходе от (2.22) к (2.27) и к (2.27), (2.28).

Рисунок 2.30 поясняет за счет чего это происходит. В случае (2.22) мы жестко задаем наклон «прогнозной траектории», который

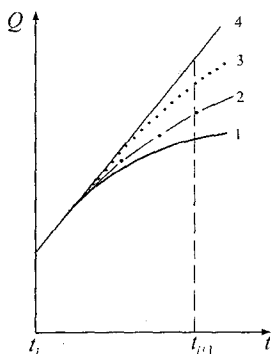


Рис. 2.30. Различные варианты прогнозирования.

1 — фактический ход процесса; 2 — при использовании теневой фазовой переменной, т. е. по системе уравнений (2.27), (2.28); 3 — при фиксированном параметре c ; 4 — по зависимости (2.22).

полностью фиксируется информацией на дату выпуска прогноза t_i . В другом крайнем случае системы (2.27), (2.28) мы также используем только информацию в момент t_i , но разбивая интервал заблаговременности $[t_i, t_{i+1}]$ на мелкие шаги интегрирования, даем возможность адаптироваться основной и теневой фазовым переменным друг к другу. Промежуточный вариант имеет место при больших значениях параметра, характеризующего емкость испарительной среды W_0 (в этом случае $dc/dt \approx 0$, и следовательно можно принять $c = \text{const}$).

Таблица 2.5

Результаты условного прогнозирования расходов воды по различным моделям (р. Медведица – х. Лысье Горы,

$F_{\text{басс}} = 76100 \text{ км}^2$, 1936 – 1988 гг.)

№	Модель	S/σ	$P, \%$	S/σ_{Δ}	$P_{\Delta}, \%$
1	(2.22); x_i, c_i	1,44	35	1	37
2	(2.27); x_{i+1}, c_i	1,89	30	1,31	37
3	(2.27, 2.28); x_{i+1}, c_i	1,34	33	0,93	47
4	(2.27); $x_{i+1}, \bar{c}$	1,06	60	0,74	72
5	(2.27, 2.28); $x_{i+1}, \bar{c}$	1,27	40	0,88	51

Примечание.

1. В таблице использованы следующие обозначения: σ_{Δ} – среднее квадратическое отклонение изменения прогнозируемой величины (расхода) за период заблаговременности (год) от ее нормы; P (или P_{Δ}) – оправдываемость прогнозов, т. е. доля прогнозов с погрешностями, не превышающими $\delta = 0,674\sigma$ (или $\delta_{\Delta} = 0,674\sigma_{\Delta}$); i и $i+1$ – индексы текущего («стартового») и последующего (прогнозного) года соответственно; $\bar{c}$ – среднее за весь период наблюдений значение параметра c ($\bar{c} = 6,263$).

2. Из данной таблицы следует, что эффективная методика ($S/\sigma \leq 0,8$, $P \geq 60 \%$) отсутствует. Основной вывод данного раздела иллюстрирует вторая и третья строчки. Он заключается в следующем. Оба варианта (модель (2.27) и модель (2.27, 2.28)) были поставлены в одинаковые условия: задавалось фактическое (на прогнозный год по ст. Рудня) значение осадков X_{i+1} , и обе они «стартовали» с фактических значений Q_i и c_i . Интегрирование в обоих случаях проводилось с шагом 0,1, но в случае (2.27) значение c_i было постоянным, а в случае (2.27, 2.28) – изменялось в соответствии с (2.28). Использование теневой переменной очевидным образом улучшает результаты.

3. Использование модели (2.22) – первая строчка в таблице – при X_i и c_i сводится к инерционному прогнозу (линия 4 на рис. 2.30 практически горизонтальна). Прогноз оказывается очень чувствительным к другим вариантам задания X и c и, как правило, хуже.

4. Очень поучительна четвертая строчка, в которой приведены результаты прогнозирования при использовании $\bar{c} = 6,263$. Результаты заметно улучшаются, что объясняется введением в модель дополнительной (по сравнению со второй строчкой) информации в виде среднего за весь период наблюдений значения $\bar{c}$, которое оптимизирует, в среднем, процесс прогнозирования. Если будем использовать c_{i+1} , то получим 100%-ую оправдываемость при $S/\sigma \rightarrow 0$.

5. Также поучительна и пятая строчка: «оживление не к месту» теневой переменной может ухудшить результат (мы просто дали возможность «болтаться» оптимальному значению $\bar{c}$, добавив уравнение (2.28)).

6. При использовании модели (2.27, 2.28) трижды (1958 г., 1978 г., 1980 г.) возникали колебательные решения (очень похожие на перемежаемость, см. п. 1.3), которых, учитывая конкурентный тип взаимодействия переменных Q и c в нашей модели, быть не должно. Это эффект, связанный с численным интегрированием. Но почему дискретные модели «дальше» от природы (в которой синоптические образования дискретны), чем непрерывные? В указанные годы осадки X_{i+1} были выше нормы $\bar{X} = 473 \text{ мм}$ (504, 497, 619), а коэффициенты c_i – ниже значения $\bar{c} = 6,263$ (2,74, 4,07, 3,38 – соответственно). Поэтому за этими колебаниями возможно, скрывается что-то более глубокое, чем численная неустойчивость.

Примем теперь, что в уравнениях (2.27) и (2.28) действуют аддитивные шумы $G_{\tilde{N}_1}$ и $G_{\tilde{N}_2}$ ($N_1 = \dot{X}/\tau$, $N_2 = \dot{X}/W_0$). Тогда двумерное уравнение ФПК будет:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(Q, c, t)}{\partial t} = & - \frac{\partial}{\partial Q} [A_Q p(Q, c, t)] - \frac{\partial}{\partial c} [A_c p(Q, c, t)] + \\ & + 0,5 \left[G_{N_1} \frac{\partial^2}{\partial Q^2} + G_{N_2} \frac{\partial^2}{\partial c^2} \right] p(Q, c, t), \end{aligned} \quad (2.29)$$

где $A_Q = -cQ/\tau + \dot{X}/\tau$; $A_c = -cQ/W_0 + \dot{X}/W_0$.

Это уравнение можно решать для совместной плотности вероятности $p(Q, c, t)$, но мы поступим по-другому («уведем фазовую переменную c в тень»). Разделим две предметные области для Q и c , применяя к (2.29) идею адиабатического исключения (см. [75], а также п. 1.2) «быстро» релаксирующих переменных. В соответствии с общепринятым в гидрологии взглядом на процесс формирования стока, когда считают вполне допустимым картировать многолетнюю норму коэффициента стока и описывать сток одномерным распределением $p(Q)$ с помощью уравнения ФПК, т. е. допуская, что $\partial Q/\partial t \gg \partial c/\partial t$ ($c \approx \text{const}$), будем считать устойчивой (быстро релаксирующей) модой Q , а неустойчивой – c .

Совместная функция распределения имеет вид

$$p(c, Q) = \varphi_1(Q/c) \varphi_2(c) \quad (2.30)$$

при соблюдении условия нормировки для условной ($\int \varphi_1(Q/c) dQ = 1$) и безусловной ($\int \varphi_2(c) dc = 1$) функций распределения.

Подставим (2.30) в (2.29):

$$\begin{aligned} \varphi_1 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \varphi_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = & - \frac{\partial}{\partial c} (A_c \varphi_1 \varphi_2) + 0,5 G_{N_c} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial c^2} - \varphi_2 \frac{\partial}{\partial Q} (A_Q \varphi_1) + \\ & + 0,5 G_{N_Q} \varphi_2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial Q^2} + G_{N_c} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial c} \frac{\partial \varphi_1}{\partial c} + \frac{1}{2} \varphi_2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial c^2} \right). \end{aligned}$$

Учитывая, что $\varphi_2(c)$ меняется значительно медленнее, чем $\varphi_1(Q)$

($c/\tau \gg Q/W_0$), производными $\partial\varphi_1/\partial c$ и $\partial^2\varphi_1/\partial c^2$ можно пренебречь. Тогда получим уравнение

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} A_Q \varphi_1 + 0,5 G_{\bar{X}Q} \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial Q^2},$$

решение которого дается гауссовским распределением $\varphi_1(Q, t) = N \exp\left[-G_{\bar{X}Q}^{-1} \cdot c/\tau \cdot (Q - \bar{X}/c)^2\right]$, где N — нормирующий множитель (рис. 2.31).

Если ввести мультипликативные шумы, то придем к асимметричным распределениям с $G_{\bar{c}N} \neq 0$. Ограничимся уравнениями для первого начального и второго центрального моментов

$$dm_1/dt = (-\bar{c} + 0,5 G_{\bar{c}})m_1 - 0,5 G_{\bar{c}N} + \bar{N}, \quad (2.31)$$

$$dD/dt = -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})D + G_{\bar{N}} - 2G_{\bar{c}N}m_1, \quad (2.32)$$

но при этом будем считать, что норма $\bar{c}(t)$ подчиняется уравнению

$$d\bar{c}/dt = -\bar{c}m_1/W_0 + \bar{X}/W_0. \quad (2.33)$$

Если проводить аналогию с «деревом» (см. п. 1.1), то первые два уравнения описывают плоскость, на которой живут двумерные существа и которую протыкают ветки («третье измерение», т. е. $\bar{c}$). Следовательно существует какая-то жизнь на плоскости (ветер, т. е. $\bar{N}$ качает ветки и т. д.), но управляет ситуацией еще и (главным образом) $\bar{c}$. На рис. 2.32 представлены решения на фазовой плоскости. Как и в случае динамического прогноза, результаты будут лучше в случае $d\bar{c}/dt \neq 0$ (прогнозы по (2.31), (2.32), (2.33) в случае $G_{\bar{c}} = 0$, $G_{\bar{c}N} = 0$ бу-

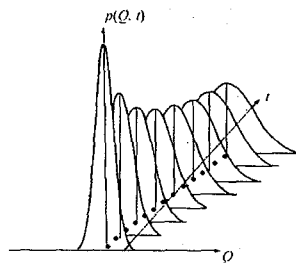


Рис. 2.31. Решение в виде гауссовского распределения (точечной линией показана наиболее вероятная — модальная — траектория).

дут такими же как по динамической системе (2.27), (2.28), так как дисперсия не оказывает влияния ни на m_1 , ни на $\bar{c}$.

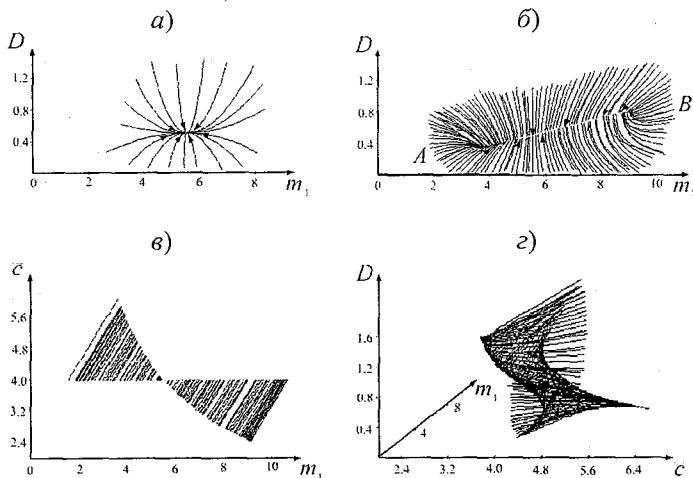


Рис. 2.32. Фазовые плоскости (а, б, в) и пространство (г), на которых показаны результаты прогнозирования при постоянном (а) и переменных (б, в, г) значениях $\bar{c}$.

Наша гипотеза, объясняющая это улучшение, заключается в следующем. Сжатие фазовой площади S (в случае (2.31), (2.32)) или объема V (в случае (2.31), (2.32), (2.33)) происходит в соответствии с выражениями:

$$\dot{S} = m_1 / m + \dot{D} / D = (-\bar{c} + 0,5G_{\bar{c}}) + (-2\bar{c} + 2G_{\bar{c}}) = -3\bar{c} + 2,5G_{\bar{c}};$$

$$\dot{V} = m_1 / m + \dot{D} / D + \dot{\bar{c}} / \bar{c} = -3\bar{c} + 2,5G_{\bar{c}} - m_1 / W_0.$$

При прочих равных условиях степень сжатия ($\dot{V} < 0$) во втором случае больше, т. е. больше шансов, что мы выйдем на регулярный аттрактор. При этом разумеется надо обеспечить численную устойчивость. Например, для конечно-разностной аппроксимации (2.31)

$$m_1^{i+1} = m_1^i (1 - \bar{c} + 0,5G_{\bar{c}}) \Delta t / \tau - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}} \Delta t / \tau + \dot{X} \Delta t / \tau \quad (2.34)$$

(здесь $\bar{c} = 1/\bar{k}$) итерационный процесс сходится, если $|\partial \psi / \partial m_1| < 1$

(ψ – правая часть уравнения (2.34)), т. е. $|(1 - \bar{c} + 0,5G_{\bar{c}})\Delta t / \tau| < 1$, что обеспечивается (при фиксированных параметрах водосбора) выбором соответствующего шага интегрирования Δt . В случае фазовой плоскости ситуация может выйти из-под контроля, если $G_{\bar{c}} > 1,2\bar{c}$, т. е. при $\beta \approx 1,2$. В случае фазового объема, конструкция становится более жесткой ($G_{\bar{c}} > 1,2\bar{c} + 0,4m_1 / W_0$).

На самом деле ситуация сложнее: при изменении (уменьшении) переменной $\bar{c}$ может оказаться, что интенсивность $G_{\bar{c}}$ станет больше, чем $2\bar{c}$, и решение уравнения (2.31) будет неустойчивым ($m_1 \rightarrow \infty$).

В случае, которому соответствует рис. 2.32 а, величина $\bar{c}$ принималась постоянной (равной четырем) на всем интервале интегрирования. Все траектории при любых m_1 и D из области притяжения стремятся к точечному аттрактору (единственной прогнозной точке). На рис. 2.32 б, 2.32 в и 2.32 г показана ситуация, когда интегрирование системы (2.31), (2.32) и (2.33) проводилось при произвольных начальных условиях для m_1 и D и фиксированном значении $\bar{c} = 4$ только в начальный момент времени. В этом случае для каждого стартового значения m_1 и D имеется свой, отличный от других, прогноз. Это множество прогнозных точек (линия АВ) хорошо прослеживается на всех рисунках.

Таким образом, если мы зафиксируем изучаемую предметную область, исходя из равенства $c = \bar{c} + \tilde{c}$, причем $\bar{c} = \text{const}$, а $G_{\bar{c}} \neq 0$, т. е. введем искусственно случайность, то это будет слабая фиксация. Более жесткая фиксация будет, когда мы «завязываем» обе смежные предметные области в единую систему, в которой они контролируют друг друга (или, по крайней мере, одна из них адаптируется к другой).

Наличие аттрактора (т. е. существование решения) говорит о том, что срабатывает принцип сжимающих отображения (с производной от нормы оператора меньше единицы). В терминах избыточности это означает, что $R < 1$. Подобное может быть, если в систему (например в модель для расхода) периодически (через Δt) вводится новая информация о частично инфинитном окружении, в том числе и вычисленные промежуточные значения расхода. Эта информация не сужает распределение плотности вероятности перехода («неопределенность»), но заведомо изменяет систематическую составляющую расхода (за счет из-

менения коэффициента сноса), т. е. в соответствии с алгоритмической теорией информации [76] (в отличие от теории Шеннона) совершает полезное дело. Ввод через интервалы Δt новой информации смещает кривую плотности вероятности без информации, заложенной в модель расхода с постоянными коэффициентами, а поэтому изменяющийся («оживший») параметр $\bar{c}$ (например в модели (2.31)) может рассматриваться как новая фазовая переменная. Это и ведет к избыточности и, как следствие, может способствовать к выходу на аттрактор.

По-видимому справедливо и обратное: если в систему вводится избыточность в результате итераций, то итерационный процесс сходится. Широко известен метод установления [15] при решении стационарных задач, когда в систему (модель) искусственно вводится производная от фазовой переменной U по времени. Решение задачи сводится к последовательности итераций, пока распределение численных значений фазовой переменной по пространственным координатам ($\bar{x}$) станет таким, что последующие итерации не меняют ситуацию. Это означает, что появляется сторонний наблюдатель («переменная s »), который вводит в систему неравновесность ($\partial U / \partial t \neq 0$) и смотрит как распределяется U по $\bar{x}$ при ликвидации этой неравновесности. Таким образом искусственно организуется переходной гносеологический процесс (производная $\partial U / \partial t \neq 0$ порождает избыточность). На аттракторе $R = 1 - S(t) / S_{\max} \rightarrow 1$, и возникает жесткая организация (окаменение), т. е. правильный аттрактор («точка») – способность к адаптивному поведению утрачивается.

2.5 НЕЛИНЕЙНОЕ РАСШИРЕНИЕ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Рассмотренная выше стохастическая модель формирования речного стока, в основе которой лежит линейный формирующий фильтр, подчас оказывается несостоятельной (например в случае многомодальных распределений).

Известно [32, 35], что модель формирования стока в общем случае можно представить в виде

$$dQ/dt = -\partial V / \partial Q,$$

где V – гидрологический потенциал, представляемый рядом Тейлора

$V(Q) = \sum_k c^{(k)} Q^k$ (здесь $c^{(k)} = (d^k V / dQ^k) / k!|_{Q=0}$). Величина Q может

играть роль отклонения расхода от его значения в точке разложения в ряд (например модального или среднего значения). Путем ряда преобразований эту точку можно сдвинуть в нуль.

Потенциал возмущается либо внешними воздействиями (осадки $\dot{X}$, температура воздуха T и т. п.), либо внутренними бассейновыми факторами (степень залесенности f_n и распаханности f_p водосбора и т. п.). В зависимости от числа удерживаемых в ряду Тейлора членов разложения будут получаться разнообразные формы потенциала. Например в случае $V = Q^2 / 2k\tau - \dot{X}Q / \tau$, приходим к потенциалу, изображенному на рис.2.33, и динамической модели

$$dQ / dt = -Q / k\tau + \dot{X} / \tau = F(Q).$$

Формы потенциала и плотности вероятности связаны друг с другом. При добавлении в правую часть случайной «силы» $\tilde{F}(t)$, она будет толкать «частицу» вверх по потенциальной кривой, определяемой детерминистической составляющей правой части модели. Ясно, что больше всего времени частица будет проводить на дне потенциала (наиболее вероятное место пребывания процесса). В случае зависимости осадков $\dot{X}$ или коэффициента стока k от времени, значение Q_0 также будет функцией времени $Q_0(t)$, причем в детерминистическом случае вероятность любых других траекторий $Q(t)$ (кроме $Q_0(t)$) — нулевая, т. е. плотность вероятности $p(Q, t) = \delta(Q - Q_0(t))$ подчиняется уравнению

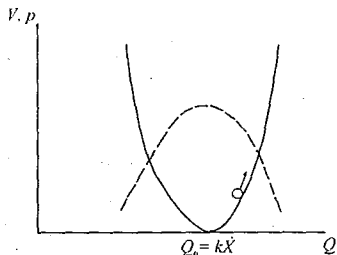


Рис. 2.33. Потенциал $V(Q)$ (сплошная линия) и плотность вероятности $p(Q)$ (штриховая линия).

$$dp(Q, t) / dt = -d(F(Q)p) / dQ.$$

При наличии случайного воздействия $\tilde{F}(t)$, дельта-функция раз-

мывается и среднее (по всем траекториям) распределение $p(Q, t) = \langle \delta(Q - Q_0(t)) \rangle$ (см. рис. 2.33) подчиняется уравнению ФПК

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q}(F(Q)p) + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2}(Bp).$$

В данном случае коэффициент диффузии B определяется аддитивной составляющей $\tilde{F}(t)$, но в самом общем случае шумы могут присутствовать и в коэффициентах функции $F(Q)$, причем они могут коррелировать с шумом $\tilde{F}(t)$. Никаких предположений о линейности правой части $F(Q)$ не требуется (ее вид полностью определяется видом потенциала). Формулы для вычисления коэффициентов сноса и диффузии представлены (например) в учебнике [30]. Нам желательно идентифицировать вид потенциала, обеспечивающий получение (по крайней мере) двухмодальных распределений.

Следующей, по сложности, из линейных формирующих фильтров является логистическая модель:

$$dQ/dt = -Q^2/kW_0 + Q\dot{X}/W_0 = \alpha_0 Q - \gamma_0 Q^2,$$

где $\alpha_0 = \dot{X}/W_0$, $\gamma_0 = 1/kW_0$, а α_0/γ_0 — определяет гидрологическую емкость бассейна. Стохастические свойства подобных моделей изучались экологами [65], причем параметрам придавался следующий экологический смысл: α_0 — мальтузианский параметр популяции, γ_0 — коэффициент внутривидовой конкуренции. Введение белых шумов ξ приводит к стохастическому уравнению

$$dQ/dt = \alpha_0 Q - \gamma_0 Q^2 + \sigma(Q)\xi,$$

причем на интенсивность флуктуаций $\sigma(Q)$ расход Q влияет по-разному в зависимости от того, как эти шумы вводятся: $\sigma(Q) \sim Q$, если шумит α_0 ; $\sigma(Q) \sim Q^2$, если шумит γ_0 ; $\sigma(Q)$ константа, если шумы вводятся аддитивно. Не останавливаясь на уравнении ФПК для подобной модели и особенностях, связанных с граничными условиями (см. по этому поводу работу Ю. М. Свирижева [65]), сформулируем интересные нас выводы.

При возмущении как свойств подстилающей поверхности (коэффициент стока), так и свойств внешнего воздействия (осадки), со временем устанавливается одномодальное распределение (рис. 2.34). При «жестко коррелированных возмущениях коэффициентов α_0 и γ_0 », а также при чисто аддитивном возмущении стационарного распределения не существует.

Следует заметить, что одномодальность можно установить и не обращаясь к уравнению ФПК, а исходя из вида потенциала для логистической модели $V(Q) = -(\alpha_0/2)Q^2 + (\gamma_0/3)Q^3$ (см. рис. 2.34 в).

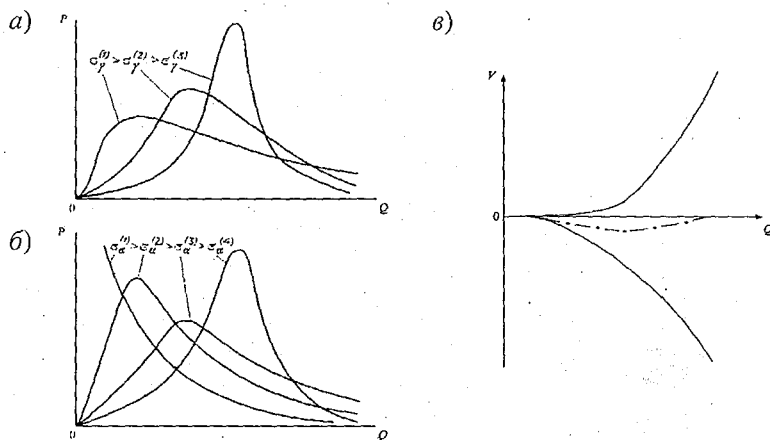


Рис. 2.34. Стационарное распределение плотности вероятности при флуктуациях коэффициентов γ_0 (а) и α_0 (б) [65] и составляющие потенциала $V(Q)$ на интервале $[0, 1]$ при $\alpha_0/2 = \gamma_0/3$ (— — — суммарный потенциал, приводящий к одномодальному распределению) (в).

Возникает (вроде бы) противоречие с тем фактом, что в случае логистического отображения появляются многомодальные распределения. Здесь важны два момента. Во-первых, дифференциальное уравнение и отображение не одно и то же. Размерность фазового пространства логистического отображения больше, чем дифференциального уравнения. Во-вторых, рассматриваемое дифференциальное уравнение — это однородное уравнение Риккати, которое заведомо не содержит периодических решений (т. е. потенциал имеет только одну яму). В случае же появления неоднородного члена в правой части, решения уравнений могут иметь колеба-

тельный характер (в зависимости от знаков коэффициентов в правой части уравнения). Действительно, введем в потенциал линейный член $V(Q) = \pm cQ - (\alpha_0/2)Q^2 + (\gamma_0/3)Q^3$. Тогда изображение на рис. 2.34 изменится и примет вид, показанный на рис. 2.35. На рис. 2.35 представлены также решения дифференциального уравнения в случаях $c > 0$ и $c < 0$.

В случае $c > 0$ (в выражении для V) решение выходит на стационарный режим (точечный аттрактор), а в случае $c < 0$ происходят релаксационные или квазихаотические колебания.

Примерный вид (по крайней мере экстремальные точки) функции $p(Q)$ можно получить исходя из условия $\partial V/\partial Q = 0$. Разумеется, развертки $Q = f(t)$, изображенные на рис. 2.35 не являются случайными

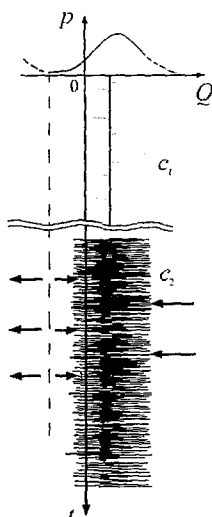


Рис. 2.35. Решения дифференциального уравнения при наличии линейного члена в формуле для потенциала ($c_2 > c_1$).

процессами, но если в динамическую модель ввести шумы, то общий вид процесса изменится мало. В любом случае он определяется потенциалом $V(Q)$, который порождает соответствующую плотность вероятности $p(Q)$. Ее вид на рис. 2.35 довольно экзотический, но развертка полностью ей соответствует: по мере роста интенсивности источника ($c_2 > c_1$), процесс заполняет все более широкую область, тяготея тем не менее, к модальному значению. Любые траектории, «запущенные» из области распределения справа от моды (показаны стрелками) стремятся в центр распределения. Если они запускаются слева, то с большой вероятностью проскакивают к другому центру влияния, находящемуся в отрицательной области.

Однако появление неоднородности в логистическом уравнении, т. е. источников или стоков, не связанных с основным механизмом формирования речного стока (не зависящих от Q), представляется мало естественным (в п.2.8 будет похожая ситуация, но более отвечающая физике процесса).

Двухмодальности можно добиться, если еще удлинить ряд Тейлора и включить в него четвертую степень расхода. В этом случае мы приходим к уравнению Абеля первого рода

$$dQ/dt = \sum_{v=0}^3 f_v(t) Q^v \equiv F(Q),$$

которое и приведет к двухмодальному распределению. Добавим в правую часть шум f , например мультипликативные: $z(t)g(Q)$, где $z(t)$ – гауссов дельта-коррелированный процесс ($\langle z(t) \rangle = 0$, $\langle z(t)z(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$, $D = \sigma_z^2 \tau_0$). Тогда стационарное решение уравнения ФПК

$$\frac{\partial p(Q, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} (F(Q)p(Q, t)) + D \frac{\partial}{\partial Q} g(Q) \frac{\partial}{\partial Q} g(Q)p(Q, t)$$

будет иметь следующий вид (см., например, [27])

$$p(Q) = \frac{c}{g(Q)} \exp \left\{ \frac{1}{D} \int dQ \frac{F(Q)}{g^2(Q)} \right\} \quad (2.35)$$

(вид постоянной c определяется условием нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} p(Q) dQ = 1$).

Пусть, например,

$$\begin{aligned} F(Q) &= -\alpha Q^3, \\ g(Q) &= Q. \end{aligned} \quad (2.36)$$

В этом случае придем к нормальному распределению

$$p(Q) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi D}} \exp \left\{ -\frac{\alpha}{2D} Q^2 \right\}. \quad (2.37)$$

При любом виде потенциала V , динамическому уравнению

$$\tau dQ/dt = -\partial V / \partial Q + f(t) \quad (\tau = \text{const})$$

статистически эквивалентно уравнению ФПК

$$\frac{\partial}{\partial t} p(Q, t) = \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{\partial V(Q)}{\partial Q} p(Q, t) \right) + \frac{1}{\tau^2} \frac{\partial^2}{\partial Q^2} p(Q, t).$$

Пусть потенциал имеет вид $V(Q) = aQ^2 + bQ^4$. Если $a > 0, b > 0, g = 1$, то в соответствии с (2.35) имеем

$$p(Q) \approx C \exp \left\{ -\tau(aQ^2 + bQ^4) / D \right\} \quad (2.38)$$

Это одномодальное распределение с модой в точке $Q = 0$ (рис. 2.36). (Напомним, что в точку $Q = 0$ исходное распределение можно сдвинуть путем формального преобразования).

В случае $a < 0, b > 0$, появятся две моды (рис. 2.36, пунктир), причем время переброса T из одного модального состояния $(-\sqrt{a/b})$ в другое $(\sqrt{a/b})$ определяется интенсивностью D ($T \approx \sqrt{2\pi} \exp(\mu/4)$, где $\mu = bD/\tau a$).

Таким образом данная модель объясняет двухмодальные распределения, о которых упоминалось в п.1.3. Снятие нефеноменологического

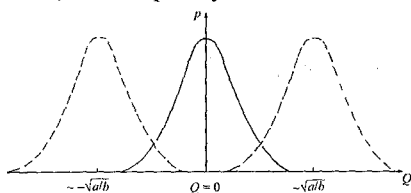


Рис. 2.36. Кривые распределения плотности вероятности.

парадокса заключается в замене онтологии, базирующей на линейном формирующем фильтре (2.3), на более общую, нелинейную («кубическую») онтологию. При этом продолжительность нахождения процесса в районе той или иной моды не обязательно десятки лет. Главное, чтобы переход был практически мгновенным по

сравнению с продолжительностью пребывания в наиболее вероятных состояниях. На рис. 2.37 показан пример двухмодального распределения, причем при $\tau \sim 1, b \sim 10^{-2}, D \sim 10, a^2 \sim 10$ получаем значение T по порядку величины, соответствующей натурным данным.

На практике имеют дело с расчетными гидрологическими характеристиками, получаемыми из моментов распределения. Поэтому имеет смысл остановиться на аппроксимации уравнения ФПК системой обыкновенных

новенных дифференциальных уравнений в случае, если исходная динамическая модель нелинейная.

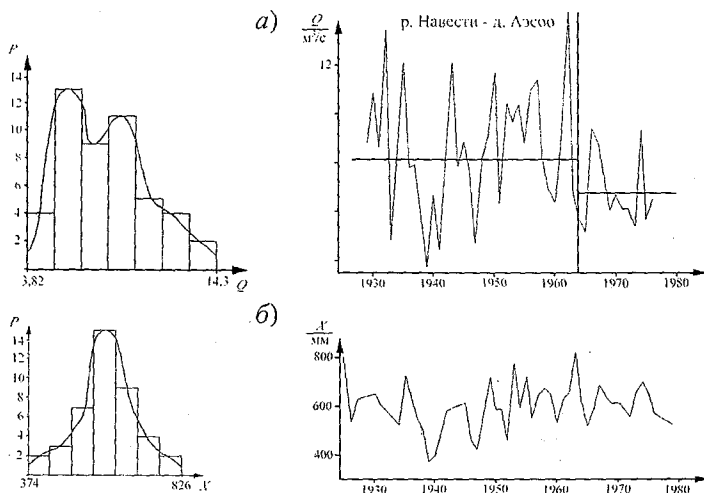


Рис. 2.37. Пример двухмодального распределения (а), не связанного с метеорологическими факторами (б) и хозяйственной деятельностью.

В линейном случае уравнение ФПК аппроксимируется системой «развязанных» уравнений: $m_1 = f(m_1)$; $m_2 = f(m_1, m_2)$; ... ; $m_i = f(m_1, \dots, m_i)$, т. е. уравнения решаются последовательно, причем младшие моменты не зависят от старших. Это может иметь место только вдали от неустойчивостей (например в случае одномодального распределения (2.38)).

В нелинейном случае имеем «связанную» систему

$$\dot{m}_i = f(m_1, \dots, m_i, m_{i+1}, \dots), \quad (i = 1, 2, \dots)$$

причем моменты растут с увеличением их порядка, что (как правило) исключает возможность обрывать систему, отбрасывая уравнения для старших моментов. Имеются два выхода [61]: либо так называемая статистическая линеаризация, либо использование вместо моментов семиинвариантов (кумулянтов). Последние определяются через производные от натуральных логарифмов характеристических функций (они яв-

ляются преобразованиями Фурье от плотности вероятности) и обладают свойством уменьшения значимости с увеличением порядка. Это позволяет обрывать бесконечную систему уравнений для кумулянтов χ_i и иметь дело с конечной замкнутой системой. При этом первые два кумулянта совпадают с нормой и дисперсией ($\chi_1 = m_1, \chi_2 = m_2 - m_1^2$), а кумулянты более высоких порядков однозначно выражаются через моменты (и наоборот).

Например в случае, если правая часть динамической модели имеет вид (2.36) при $\alpha = 1$, то система уравнений для первых четырех кумулянтов будет

$$\begin{aligned} \dot{m}_1 &= -m_1(m_1^2 + 3D) - \chi_3; \\ \dot{D} &= (v - 6D)(m_1^2 + D) - 6m_1\chi_3 - 2\chi_4; \\ \dot{\chi}_3 &= 6(v - 3D)m_1D + 3(v - 3m_1^2 - 9D)\chi_3 - 9m_1\chi_4; \\ \dot{\chi}_4 &= 6(v + 2m_1^2)D^2 + 36D^3 + 12(v - 6D)m_1\chi_3 + 4\chi_3^2 + 6(v - 2m_1^2 - 8D)\chi_4 \end{aligned} \quad (2.39)$$

(мы взяли эту систему уравнений из работы [61], чтобы можно было проследить влияние кумулянтов на решение, точный вид которого известен и дается формулой (2.37)).

Кумулянты m_1, D, χ_3, χ_4 можно рассматривать как фазовые переменные и анализировать решение в фазовом пространстве. Рассмотрим сначала трехмерное фазовое пространство. На рис. 2.38 показаны трехмерный фазовый портрет и его двумерная проекция при $v = 2$.

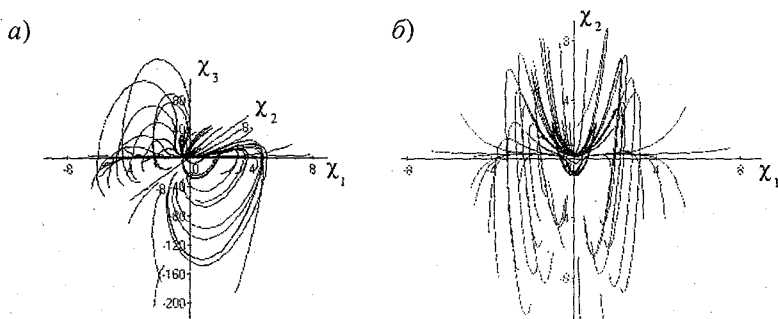


Рис. 2.38. Трехмерное фазовое пространство (а) и его двумерная проекция (б).

Из любой стартовой позиции система при положительных v стремится к устойчивому состоянию равновесия $m_1 \rightarrow 0$, $D \neq 0$, т. е. к нормальному распределению (2.37). При уменьшении v дисперсия стремится к нулю, т. е. плотность вероятности вырождается в дельта-функцию.

«Подключим» теперь четвертую фазовую переменную χ_4 . Двумерная проекция на плоскость (m_1, D) примет вид, изображенный на рис. 2.39 а. Такая форма фазовых кривых и полученные численные значения третьего и четвертого кумулянтов в точках равновесия ($\chi_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$) соответствуют (видимо) кривой плотности вероятности, показанной на рис. 2.39 б. Существует «щель» $|\Delta Q| \neq 0$, которую траектория преодолеть не в состоянии (вероятность нахождения траектории в щели равна нулю).

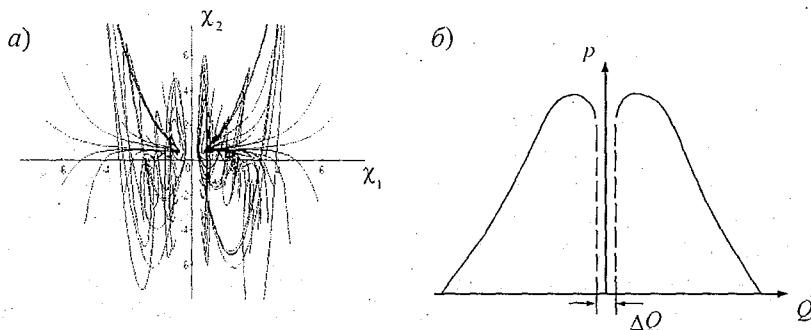


Рис. 2.39. Двумерная проекция четырехмерного фазового пространства (а) и примерная реконструкция кривой плотности вероятности (б).

Возникает вопрос: как же так, ведь аппроксимация четырьмя кумулянтам должна быть точнее, чем тремя? Дело, видимо, в том, что нормальное распределение полностью описывается двумя кумулянтами. Четвертый — хотя и не равен нулю и может быть вычислен по дисперсии, в описании кривой $p(Q)$ не требуется. В данном случае его наличие во втором уравнении системы (2.39) тормозит рост дисперсии ($\partial \dot{D} / \partial \chi_4 = -2$), т. е. дисперсия оказывается слишком малой, чтобы перебрасывать систему из одной моды в другую. Кстати появление двух мод также, видимо, связано с явным учетом в системе (2.39) четвертого кумулянта. Наличие этой щели равносильно непреодолимому потенци-

альному барьеру, причем увеличивая ν мы увеличиваем и толщину щели или величину барьера (из-за мультипликативного характера шумов).

В случае малых значений ν ($\nu \rightarrow 0$) подобный барьер возникает и для трехмерной системы (рис. 2.40).

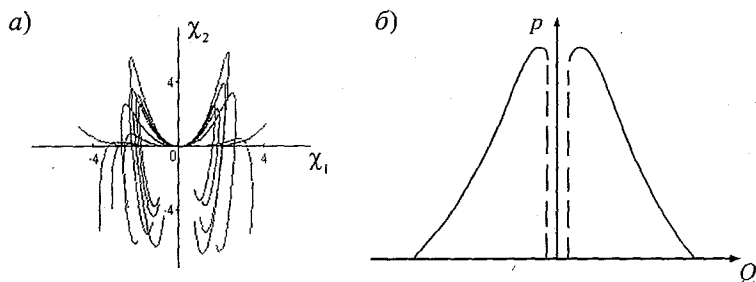


Рис. 2.40. Двумерная проекция трехмерного фазового пространства (а) и примерная реконструкция кривой плотности вероятности (б).

С чего мы начинали? Мы хотели разрешить парадокс нефеноменологического характера (см. п. 1.3). Для этого мы последовательно заменяли онтологию $O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3$ (линейная $\rightarrow$ квадратическая $\rightarrow$ кубическая), пока не получили требуемого результата (двухмодальное распределение). На формальном математическом языке это расширение онтологии ($O_1 \subset O_2 \subset O_3$) шло за счет удлинения ряда Тейлора при сохранении базовых установок, связанных с теорией случайных процессов. В частности безоговорочно принималось, что $\nu > 0$ ($D > 0$) – базовая геоцентрическая онтологическая установка (а как иначе?).

Можно ли преодолеть потенциальный барьер (рис. 2.40 б) в рамках принятой модели с потенциалом $-z^3 + z\nu$, т. е. с мультипликативными шумами при $\nu \rightarrow +0$? Нет. Дельта-функция в нуле не определена ($\int \delta(x=0) dx = 1$, значение $\delta(x=0)$ – не определено). Следовательно это уже парадокс не какой-то конкретной онтологии O_i , а парадокс порожденный всем онтологическим рядом $O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow \dots$, т. е. базовой установкой теории случайных процессов: $\nu > 0$. Это уже логико-негеоцентрический парадокс. Разрешить его может только негеоцентрическая онтология (т. е. «ненормальная», с точки зрения геоцентрического ряда $O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow O_3 \rightarrow \dots$).

Вот и предположим очевидную глупость, что $v < 0$ (о благотворной роли Глупости, см. [31]; там же есть ссылка на первоисточник такого явно негеоцентрического взгляда на глупость). Результат этой глупости представлен на рис. 2.41 ($v = -2,1$).

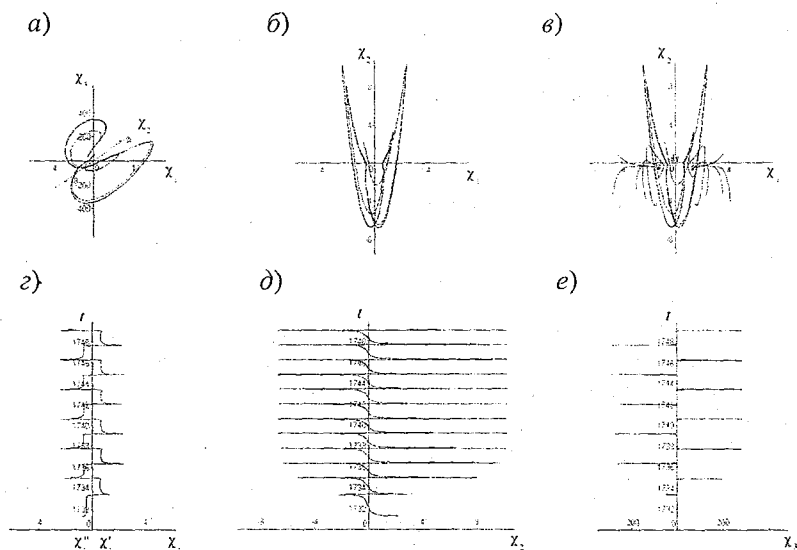


Рис. 2.41. Трех (а) и двух (б, в) мерные изображения фазового пространства и временные развертки (г – е) при «глупом» задании параметра v (на рис. 2.41 в показаны дополнительно выявленные области притяжения – «усы» и «брови»).

Что же мы видим на этом рисунке? Вопреки ожидаемой несуряще, имеем довольно логическое завершение рисунков 2.39, 2.40 в виде симпатичной мордашки. Наличие аттрактора указывает на то, что моменты локально неустойчивы, но глобальная устойчивость существует. Более того, есть наиболее вероятные значения $(x_1', x_1'': x_2 \text{ и } x_3 \text{ в районе нулевых значений})$.

Можно попытаться представить себе и возможное распределение плотности вероятности: двухмодальное, довольно симметричное, с небольшой вероятностью нахождения процесса между модами во время переброса. Конечно, что такое отрицательная дисперсия и вообще, в какой степени все моменты сохраняют свой смысл неясно. Новая онтология

может потребовать ввести в рассмотрение и «отрицательные вероятности»; такое тоже обсуждается, правда в связи с другими проблемами [17].

Давайте пофилософствуем над такой ситуацией. Вспомним нашу метафору иррационального шаблона – «дерево». Пусть двумерные существа проживают на плоскости, пересекающей крону дерева. Все, что им известно о дереве – это «дырки» от ствола и веток, «протыкающих» плоскость. Умея измерять диаметры этих дырок и проводя наблюдения (т. е. затрачивая энергию), они построили модель (выделили предметную область) своего мира $dz/dt = f(z) = -z^3 + vz$, где z – суммарная площадь всех дырок. При этом иногда появляются новые дырки: молодые ветки «протыкают» плоскость. Так как природа появления дырок лежит за пределами плоскости (в «инфинитной реальности»), то они называли это случайностью, идеализировав ее как белый шум, интенсивность которого идентифицировали величиной v (это частично инфинитный параметр). «Частично», так как, с одной стороны, наблюдая частоту появления и исчезновения дырок можно его численно оценивать, а с другой – его природа – вне компетенции рациональных («плоскостных») понятий (рост веток определяется погодными условиями, корневой системой, питательными веществами и т. п.). Пока $v > 0$ (например летний период) существа жили в потенциальной яме (одномодальном распределении) – им было достаточно двух моментов (нормы и дисперсии) для, пусть неоднозначного (вероятностного), но устойчивого существования. Но вот наступила зима и природа члена vz в корне изменилась: молодых веток не стало, дырки стали исчезать (условно $v < 0$: ломаются сухие сучья).

Исчезновение дырок не укладывается в «детнюю» (стационарную) онтологию двумерных существ, но с позиции трехмерных существ (нас с Вами), видящих дерево целиком и понимающих природу v , вполне допустимо дополнить систему уравнений для моментов еще одним уравнением для v («раскрасить» белый шум): $\dot{v} = f(v, \chi, a \sin wt)$; причем синусоидальной составляющей учитывается сезонная изменчивость. Для начала можно только ее и учесть. Тогда на протяжении достаточно большого промежутка времени будет наблюдаться картина, совмещающая предыдущие рисунки (см. рис. 2.42).

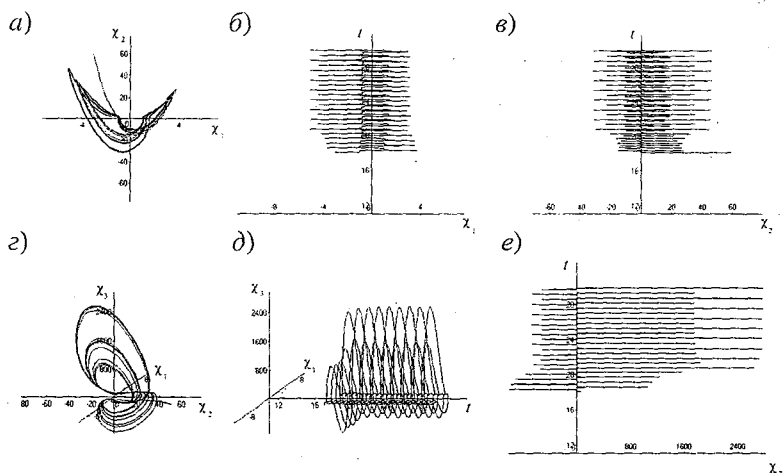


Рис. 2.42. Двух- (а) и трех- (г) мерные изображения фазового пространства и временные развертки для одной (б, в, е) и двух (д) переменных при «полуглупом» задании параметра v .

Расширить фазовое пространство своего существования исходя из самой модели $dz/dt = -z^3 + vz$ эти существа не могут. Им нужно создать «оптимальную сеть постов» на которой организовать сезонные наблюдения за дырками (т. е. «действовать») и сделать глупое умозрительное предположение о том, что могут быть ситуации, когда $v < 0$. Наградой будет возможность преодолевать потенциальный барьер, т. е. правильно описывать свою уже расширенную предметную область (это нужно, например, для прогноза того момента, когда дырка из-за облома сучьев «оголяется»; для того, чтобы в эти дырки не провалиться). Новая (трехмерная) онтология в дальнейшем может эволюционировать, преодолевая нефеноменологические парадоксы. Эта эволюция (порождение псевдоинформации) будет направлена на уточнение уравнения $\dot{v} = f(a \sin wt)$ путем учета других (уже известных) фазовых переменных $\dot{v} = f(v, x_i, a \sin wt)$. Таким образом, основной мотивации к расширению фазового пространства является обнаружение непреодолимого (в рамках существующей онтологии) потенциального барьера. (Можно предложить и не такой «глупый» способ его преодоления, более геоцентрический).

2.6. ИНТЕРФЕЙС ГИДРОЛОГИИ И ЭКОНОМИКИ

До сих пор мы ограничивались гидрологической предметной областью, на которую влияет инфинитное окружение через частично инфинитную границу (т. е. через внешнюю границу и задаваемые параметры). Но ведь сам выход гидрологических моделей (Q_i ; $p(Q_i)$ или $m_1, m_2, \dots$) тоже на что-то влияет. Под этим «что-то» можно понимать совершенно разные (инфинитные для гидрологии) предметные области, фиксируемые интересом исследователя. Например, если таким «исследователем» будет червяк, то для него важна степень насыщенности почвы влагой. В этом знании есть «корыстный» интерес, ибо это вопрос его жизни и смерти. У человека также много корыстных (потребительских) интересов к воде, но обобщенно этот интерес можно выразить на языке экономики. Если рассматривать воду как природный ресурс, то наши гидрологические фазовые переменные в экономических моделях могут выступать либо как частично инфинитные задаваемые параметры (например в виде численных значений моментов распределения) и тогда гидрология для экономики есть инфинитная реальность, либо они могут «сотрудничать» (испытывать обратное влияние) с экономическими фазовыми переменными, и тогда мы будем иметь дело с расширенной предметной областью, объединяющей гидрологию и экономику, так сказать – «гидролого-экономической». Создание подобного интерфейса будет рассмотрено в этом разделе.

Абстрагируясь от общественно-политического рассмотрения экономики и исследуя взаимосвязи элементов производства, приходим [40] к ее производственно-технологической интерпретации (рис. 2.43). Производство характеризуют следующие факторы: труд (L); средства труда или основные производственные фонды (K); предметы труда ($\tilde{W} = W^S + W$), складывающиеся из природных ресурсов W^S и предметов труда, возвращенных в производство как часть валового продукта W .

Построение однопродуктовой макроэкономической модели производится исходя из следующих балансовых соотношений:

1. $X = W + Y = aX + Y$;
2. $Y = I + C$;
3. $q dK / dt = -\mu K + I$ (уравнение движения фондов);
4. $X = F(K, L, t)$,

где a – коэффициент прямых затрат; μ – коэффициент амортизации;

F – производственная функция народного хозяйства; I – инвестиции в развитие производства; q – параметр модели.

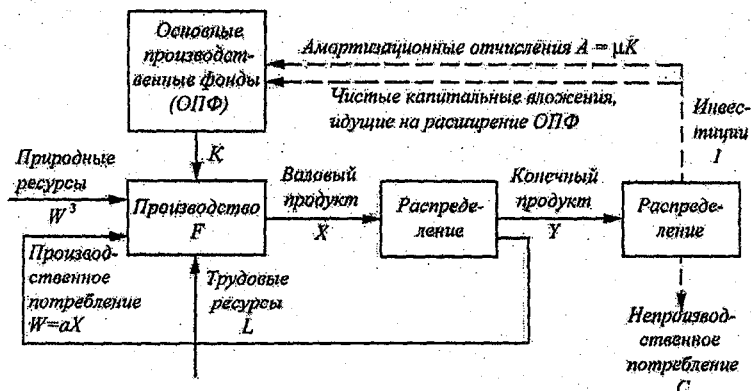


Рис. 2.43. Взаимосвязь элементов производства.

С учетом этих выражений получим:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{q} [(1-a)X - \mu K - C]. \quad (2.40)$$

Целью развития производства на интервале $[t_0, T]$ обычно принимают максимизацию дисконтированной суммы потребления:

$$L^* = \int_{t_0}^T \Theta(t) C(t) dt \rightarrow \max, \quad (2.41)$$

где $\Theta(t)$ – функция дисконтирования, отражающая меру предпочтения потребления в данный момент относительно потребления того же продукта в последующие моменты. Выпуск продукции ограничен производственными возможностями $0 \leq X \leq F(K, L, t)$. Задача заключается в нахождении такой стратегии $[X(t), C(t), K(t)]$, определяемой уравнением (2.40), которая обеспечивала бы максимум функционалу (2.41), т. е. наибольший «съем» с экономики на интервал планирования $[t_0, T]$.

В случае нескольких отраслей модель (2.40) есть система n дифференциальных уравнений, при этом межотраслевые связи представля-

ются балансовыми соотношениями $X^i = \sum_{j=1}^n a_j^i X^j + Y^i$,

$Y^i = \sum_{j=1}^n d_j^i I^j + C^i$, где d_j^i – структурные коэффициенты основных производственных фондов. Ограничения на трудовые ресурсы $\sum_{i=1}^n L^i < L$ определяются демографическим прогнозом.

Введем обозначения: $u = C/Y$ – доля непроизводственного потребления ($0 \leq u \leq 1$); $k = K/L$ – фондovoоруженность; $x = X/L$ – производительность труда; $n = (dL/dt)/L$ – темп прироста трудовых ресурсов; $x = f(k, t) = [F(K, L, t)/L]$. Тогда уравнение (2.40) примет вид

$$dk/dt = (1 - a)(1 - u)x - (\mu + n)k, \quad (2.42)$$

а критерий (2.41) с учетом того, что $\Theta(t) = \exp(-\delta t)$, (здесь δ – коэффициент дисконтирования), будет

$$L^* = \int_{t_0}^T \exp(-\delta t) \frac{C}{L} dt = \int_{t_0}^T \exp(-\delta t) (1 - a) u x dt \rightarrow \max, \quad (2.43)$$

т. е. задача управления экономикой сводится к обеспечению наибольшего среднeдушевого потребления C/L на интервале планирования с учетом дисконтирования потребления.

В такой ситуации состояние экономики определяется фондovoоруженностью k , а ее управление – производительностью труда x и долей непроизводственного потребления u . Используя теорему о достаточных условиях оптимальности [40], можно показать, что оптимальная производительность труда $\bar{x}$ обеспечивается при $\bar{x} = f(k, t)$. Производственная функция $F(K, L, t)$ отражает связь между факторами производства и его результатом. Параметром t можно учесть влияние на экономику (ее модель) внешних факторов, включая научно-технический прогресс и изменчивость природных ресурсов. К функции F предъявляется ряд условий, которым отвечают мультипликативные производственные функции вида

$$F = aK^\alpha L^\beta \Gamma^\gamma \exp(\rho t), \quad (2.44)$$

где Γ – может иметь смысл определяющего для данной отрасли природ-

ного ресурса; ρ – определяет рост технического прогресса в отрасли.

Рассмотрим, например, сельское хозяйство. Согласно [11], урожайность сельскохозяйственных культур можно представить в виде

$$X = \Gamma_1^{\gamma_1} \Gamma_2^{\gamma_2},$$

где $\Gamma_1 = (\Gamma - \Gamma_{\min}) / (\Gamma_{\text{опт}} - \Gamma_{\min})$; $\Gamma_2 = (\Gamma_{\max} - \Gamma) / (\Gamma_{\max} - \Gamma_{\text{опт}})$; $\gamma_1 = \gamma_1 (\Gamma_{\max} - \Gamma_{\text{опт}}) / (\Gamma_{\text{опт}} - \Gamma_{\min})$; Γ , $\Gamma_{\text{опт}}$ – текущее и оптимальное значения фактора внешней среды (водных ресурсов), а $\Gamma_{\max}$ и $\Gamma_{\min}$ – значения фактора внешней среды, при которых получение урожая невозможно. Перейдем в (2.44) к относительным величинам: $f(k, z, t) = b \exp(\rho t) k^\alpha z_1^{\gamma_1} z_2^{\gamma_2}$, где $z = \Gamma/L$. Траектория (магистраль) модели (2.42) с учетом выражения (2.43) будет

$$\hat{k}(t) = \left(\frac{(1-a)b\alpha z_1^{\gamma_1} z_2^{\gamma_2}}{\mu + n + \delta} \right)^{1-\alpha} \exp[\rho t / (1-\alpha)]. \quad (2.45)$$

а оптимальное управление, реализующее эту магистраль, примет вид

$$\hat{u}(t) = 1 - \alpha z_1^{\gamma_1} z_2^{\gamma_2} \frac{\mu + n + \rho / (1-\alpha)}{\mu + n + \delta}. \quad (2.46)$$

По существу с помощью выражений (2.45) и (2.46) реализуется адаптационный механизм развития экономики (отрасли), причем оптимальный в смысле среднедушевого потребления. Рост фондовооруженности обеспечивается техническим прогрессом (ρ) при неизменной доле непроизводственного потребления $\hat{u} = \text{const}$ и неизменных ресурсах z . Насколько устойчиво развитие экономики, описываемое моделью (2.42)? Важным является понятие сбалансированного роста – такого развития экономики, когда ее показатели (X , Y , K , I , C , L) растут с постоянным темпом: $n_1 = (dL/dt)/L$, ..., $n_i = (dC/dt)/C$, ..., $n_i \equiv n \forall i$). В этом случае значение фондовооруженности на траектории сбалансированного роста $\bar{k} = \text{const}$. Хотя подобный рост экономики – один из многих возможных, но в рамках модели (2.42) и выбранной производственной функции траектория из любых начальных условий приближается к тра-

ектории сбалансированного роста: $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = \bar{k}$. Наличие запаздывания

ввода в действие основных производственных фондов (лага капитальных вложений) не нарушает устойчивости сбалансированного роста.

В качестве иллюстративного примера рассмотрим гипотетическую отрасль экономики, валовой продукт которой зависит от модуля нормы стока $|m_1|^Y$, формируемого в соответствии с моделью (2.39). Напомним, что разложение в ряд Тейлора может производиться в окрестности произвольной точки для смещения всего распределения в нуль; поэтому взят модуль. Можно использовать такую запись: $(a - m_1)^Y$, где $a > m_1$. Вид магистрали (2.45) стал зависеть от механизма формирования стока и подчиняется гидролого-экономической системе уравнений:

$$\dot{m}_1 = -m_1(m_1^2 + 3D) - \chi_3;$$

$$\dot{D} = (v - 6D)(m_1^2 + D) - 6m_1\chi_3 - 2\chi_4;$$

$$\dot{\chi}_3 = 6(v - 3D)m_1D + 3(v - 3m_1^2 - 9D)\chi_3 - 9m_1\chi_4;$$

$$\dot{\chi}_4 = 6(v + 2m_1^2)D^2 + 36D^3 + 12(v - 6D)m_1\chi_3 + 4\chi_3^2 + 6(v - 2m_1^2 - 8D)\chi_4;$$

$$\dot{k} = (1 - a)(1 - n)x - (\mu + n)k;$$

$$L^* = \int_0^T \exp(-\delta t)(1 - a)nx dt \rightarrow \max.$$

В случае $v > 0$ имеем устойчивое распределение стока и магистраль, представленную на рис. 2.44 а.

В случае $v < 0$ или $v = a \sin wt$ на «вход экономики» подается гидрологический аттрактор. Экономика, при этом ведет себя глобально устойчиво, насколько вообще это слово применимо к экспоненте (рис. 2.44 б). Следовательно, если нет обратного влияния экономики на режим стока (гидрологическая задача отделена от экономической, т. е. сначала находят магистраль (2.45), а потом начинают варьировать гидрологическим ресурсом), то адаптационный механизм развития экономики не нарушается, но при этом вместо «красивой» экспоненты имеем ломанные траектории или их клубок (в случае странного гидрологического аттрактора).

Разумеется, есть много путей сделать экономику неустойчивой. Например, если все валовые капитальные вложения I идут на ввод в

действие новых производственных фондов (нет амортизации), то приходим к открытой динамической модели Леонтьева

$$b \, dX/dt = (1 - a) X - C$$

(b – коэффициент приростной фондоемкости), любое частное решение (траектория экономического роста) которой неустойчиво («перепроизводство»). С другой стороны, неконтролируемый отток конечного продукта Y на непроизводственное потребление C приводит к «проедаанию» экономики ($dK/dt < 0$, $K \rightarrow 0$).

С указанными негативными явлениями успешно борются (если нет злого умысла у руководителя отрасли или государства в целом). Гораздо хуже складывается ситуация, если даже в идеально налаженной экономике возникают проблемы с природными ресурсами, которые выступают в роли экзогенного фактора, не зависящего от «хозяев» экономики. Действительно, если $\Gamma \rightarrow \Gamma_{\min}$ или $\Gamma \rightarrow \Gamma_{\max}$, то происходит «обвал» отрасли

[см. (2.45)] и никакой технический прогресс ($\rho \neq 0$) ситуацию не спасет. Отсюда исключительный интерес Запада к прогнозам глобальных изменений природы (климата в первую очередь). Ведь в случае нехватки ресурсов не спасет никакой финансовый гений. Выход: либо переходить на новые нетрадиционные источники и технологии (по существу, это смерть отрасли и замена ее другой), либо прорываться на новые рынки сырья. Первый путь не всегда приемлем: во-первых, до новых технологий надо еще думать, а во-вторых, существуют просто незаменимые природные ресурсы (такие, как вода, например).

До сих пор в центр рассмотрения мы ставили, естественно, гидрологию. Все остальное было «внешней средой» для выделенной гидрологической предметной области, в том числе и экономика, на которую мы замы-

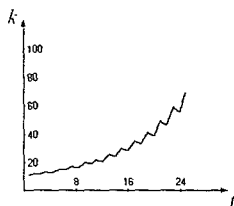
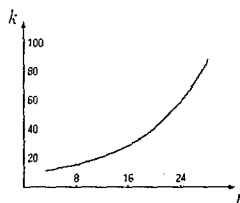


Рис. 2.44. Траектории экономического роста при точном (а) и периодическом (б) гидрологическом аттракторе.

кали гидрологические процессы. Но это, выражаясь метафорически, «геоцентрический» (Птолемеевский) взгляд на мир. Вряд ли гидрология (являясь поставщиком только одного из видов природного ресурса) играет большую роль, чем экономика. Поэтому встанем на «гелеоцентрическую» (экономическую) точку зрения (точку зрения Коперника).

Посмотрим на ситуацию с частично инфинитных позиций. В качестве фазовых переменных экономики возьмем совокупный (валовой) продукт x , на производство которого надо затратить энергию S . Как и любая открытая в термодинамическом смысле система, экономика взаимодействует со средой, под которой будем понимать не только природные ресурсы (в том числе и гидрологические), но и все, что создано трудовыми ресурсами L в сфере материального и духовного производства. В экономической системе величина S выступает как энтропия, уменьшающаяся по мере «окультуривания» сферы обитания, т. е. — производства x . Фиксация экономической предметной области и ее функционирование (т. е. добывание неогэнтропии) может производиться только субъективным фактором, т. е. трудовыми ресурсами (поэтому [51]; $S = S_0 L$, где S_0 — задаваемый коэффициент). Таким образом модель макроэкономической динамики может иметь следующий вид [51]:

$$dx / dt = k_1 Sx - kx; \quad (2.47)$$

$$dS / dt = -\alpha Sx + \beta S^2 + \gamma S + \delta(x - \bar{x}), \quad (2.48)$$

где k_1 — эффективность производства; k — характеризует степень непроизводственного потребления; α — показывает степень упорядочивания («окультуривания») производства (уменьшение энтропии); β — «отвечает» за организационные взаимодействия в процессе производства; γ — характеризует степень простоев; $\bar{x}$ — платежеспособный спрос населения (превышение x над $\bar{x}$ увеличивает энтропию с коэффициентом пропорциональности δ).

Аналитическое исследование этой системы выполнено в работе [51]. Результат же численного интегрирования, представленный на фазовой плоскости, сводится (в упрощенном виде) к следующему. Возможны два типа аттракторов, показанных на рис. 2.45. Движение сводится либо к предельному циклу — капиталистической экономике (рис. 2.45 а), либо к фокусу — социалистической экономики (рис. 2.45 б).

Первый тип характеризуется большей способностью к «саморегуляции». Периодические спады и подъемы экономики приводят к конкурентной борьбе за выживание (как предпринимателей, так и трудящихся), что способствует внедрению научно-технических новинок, повышению производительности труда и т. д. Таким образом в этом типе экономики есть «санитарный» механизм, поддерживающий высокую эффективность. Вместе с тем, субъекты такой экономики одновременно есть и ее объекты, так как единственная возможность ликвидировать постоянные кризисы можно только одновременно с ликвидацией капитализма и переходом к «социалистическому фокусу».

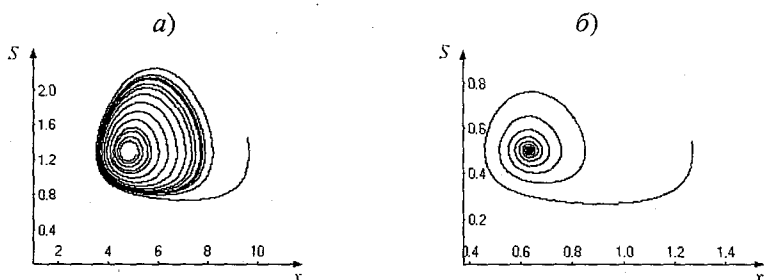


Рис. 2.45. «Циклическая» (а) и «фокусная» (б) экономики.

Второй тип для своего устойчивого функционирования требует искусственного санитарного механизма самоочищения (при И. В. Сталине был постоянно действующий механизм очищения ячеек власти от людей, не способных поддерживать постоянное повышение производительности труда [32]). Самое главное, что этот тип экономики допускает большие значения k . Это совершенно необходимо для климатических условий России (ведь у нас на каждого производящего продукцию, необходим обогревающий: самого себя, производителя, производство и всю инфраструктуру). Поэтому любые попытки «перетащить» нашу экономику из фокуса в цикл просто научно необоснованны (если говорить очень мягко). Также необоснованны попытки взять «хорошее оттуда и отсюда» и пойти «третьим» путем. Этого нельзя сделать, так как на фазовой плоскости существуют только два аттрактора (притягивающих множества); все остальные точки — отталкивающие.

Что-то похожее на третий путь попытались проделать Птолемеи в Египте, отменив хлебную монополию государства. Но ведь на поддержание ирригационной системы Нила (это аналог нашего холодного климата)

нужны большие «непроизводительные» затраты, а значит возможна только «фокусная» экономика (командно-административная). Поэтому их попытка кончилась самым плачевным образом.

Разумеется реальный аттрактор экономики является странным (его легко получить, дополнив систему (2.47) (2.48) третьим уравнением

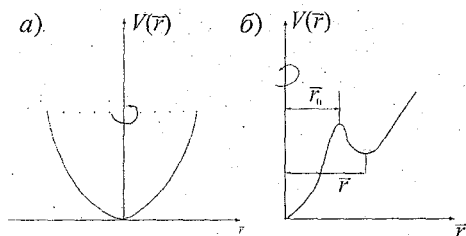


Рис. 2.46. Потенциалы, соответствующие «размытому фокусу» (а) и «размытому предельному циклу» (б).

Радиус вектор $\bar{F}_0 = (x_0, S_0)$ соответствует неустойчивому предельному циклу.

для динамики платежеспособного спроса – денежных ресурсов потребителей). Таким образом более менее развитая экономика может находиться либо в «размытом фокусе», либо в «размытом предельном цикле» (рис. 2.46). Обе экономики за счет научно-технического прогресса можно сдвигать в сторону увеличения x , но механизм их функционирования в рамках онтологии (2.47), (2.48) неизменен (по крайней мере дру-

гие устойчивые механизмы истории неизвестны).

Следует отметить, что рассматриваемая модель носит слишком общий характер. Природные ресурсы в нее явно не входят (неявно они конечно учитываются, хотя бы тем же коэффициентом k). Явный учет как ресурсов, так и многоотраслевого характера экономики, приводит к необходимости оценивать ее функционирование в вероятностном смысле, т. е. с помощью совместной плотности вероятности $p(k_1, \dots, k_l, k_{l+1}, \dots, k_i; t)$ (здесь $k_1, \dots, k_l$ – фондовооруженность отраслей, $k_{l+1}, \dots, k_i$ – виды природного ресурса), для которой справедливо многомерное уравнение ФПК:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial k_i} (a_i p) - 0,5 \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial k_i \partial k_j} (b_{ij} p) = 0.$$

Открывается захватывающая программа изучения эволюции природно-экономических систем (исчерпание одних видов ресурсов и замена их другими, недогрузка отраслей, смена производств и технологий и т. д.).

Для этого надо уметь как-то решать многомерное уравнение ФПК с изменяющейся размерностью, «оживающими» коэффициентами, неустойчивым по разным фазовым переменным и в разной степени (по старшинству моментов) и т. д.

2.7. МНОГОМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА–ПЛАНКА–КОЛМОГОРОВА

Рассмотрим основные потоки воды, имеющие место на речных водосборах (рис. 2.47). Если интересоваться исключительно расходом воды, то разумно свести все дело к линейному –

$$dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau \quad (2.49)$$

или (при $\tau = W_Q/Q$) к нелинейному уравнению

$$dQ/dt = -cQ^2/W_Q + Q\dot{X}/W_Q, \quad (2.50)$$

где $c = 1/k$ и W_Q интерпретируется как задаваемые параметры, идентифицируемые по наблюдаемым данным. Параметром c мы явно учитываем потери осадков на испарение $\dot{E}$ и рост биомассы $\dot{M}$: $c = \dot{X}/Q = (Q + \dot{E} + \dot{M})/Q$. Если мы интересуемся поведением и других (кроме расхода) составляющих водного баланса, то уравнение можно записать так:

$$dQ/dt = -(Q + \dot{E} + \dot{M})Q/W_Q + Q\dot{X}/W_Q.$$

Запишем аналогичное уравнение для составляющих $\dot{E}$ и $\dot{M}$:

$$d\dot{E}/dt = -(Q + \dot{E} + \dot{M})\dot{E}/W_E + \dot{E}\dot{X}/W_E;$$

$$d\dot{M}/dt = -(Q + \dot{E} + \dot{M})\dot{M}/W_M + \dot{M}\dot{X}/W_M.$$

В таком варианте переменные Q , $\dot{E}$ и $\dot{M}$ связаны только конкурентными отношениями за ресурс $\dot{X}$. Но ситуация может быть и более слож-

ной. Пусть например биомасса связана с процентом залесённости водосбора. Известны многочисленные исследования влияния леса на сток. На большом статистическом материале, в частности, установлены зависимости, представленные на рис. 2.48 [60]. Из этих графиков видно, что увеличение залесённости f делает ситуацию со стоком более однозначной (рис. 2.49).

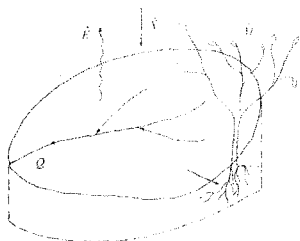


Рис. 2.47. Элементы влагопереноса.

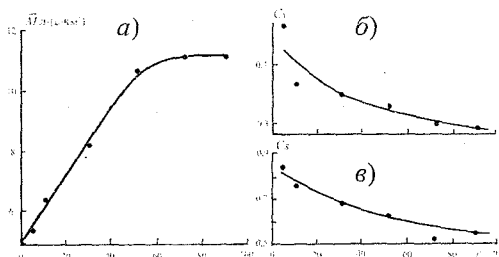


Рис. 2.48. Зависимость среднего многолетнего стока (а), коэффициентов вариации (б) и асимметрии (в) от залесенности водосбора.

Таким образом, для пары переменных Q и M можно записать

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{QX}{W_Q} \left(1 - \frac{Q}{X} - \alpha_{QM} \frac{M}{X} \right);$$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{MX}{W_M} \left(1 - \frac{M}{X} - \alpha_{MQ} \frac{Q}{X} \right),$$

где коэффициенты взаимодействия (с учетом знаков в уравнениях) подчиняются неравенствам $\alpha_{QM} < 0$, $\alpha_{MQ} < 0$, т. е. вода способствует росту биомассы, а рост биомассы способствует увеличению стока (мутуализм), хотя по обоим переменным имеет место самолимитирование (в примере $\alpha_{MM} = \alpha_{QQ} = 1$). Поэтому в общем случае систему уравнений можно записать в виде

$$\frac{dQ_i}{dt} = \frac{Q_i X}{W_{Q_i}} \left(1 - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} Q_j \right), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.51)$$

где $Q_1 = Q$, $Q_2 = E$, $Q_3 = M$ и т. д.

Эта система имеет большой репертуар возможных решений. Ниже приводятся некоторые их иллюстрации. Пусть, например, W_{Q_i} имеет периодические составляющие и в системе действуют источники и стоки. Фазовые портреты приобретают вид, представленный на рис. 2.50. При $n \geq 3$ решение с периодическими составляющими очень неустойчиво.

При определенных знаках коэффициентов взаимодействия α_{ij} могут наблюдаться «красивые» аттракторы (рис. 2.51). Причем в случае $n \geq 3$ при чисто конкурентных взаимодействиях возможны циклы (аттракторы), что заведомо исключено при $n = 2$ (рис. 2.52).

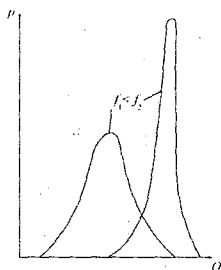


Рис. 2.49. Влияние заселенности на форму кривой плотности вероятности.

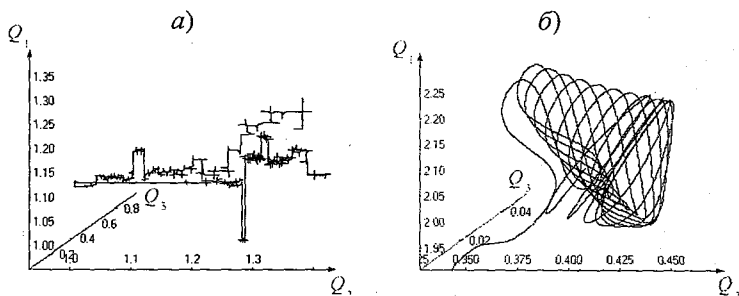


Рис. 2.50. Возможные решения системы (2.51) при чисто конкурентных взаимодействиях (а) и при наличии в системе некоторых пар взаимодействий по типу «хищник – жертва» (б).

Изображение на рис. 2.50 а напоминает заставку «Трубопровод» в Windows (ее траектория после большого числа итераций может выскочить из области притяжения).

Если $\dot{X}$ случайный процесс, то и фазовые переменные ведут себя случайным образом с ярко выраженным периодом, механизм порождения которого лежит в самом речном бассейне.

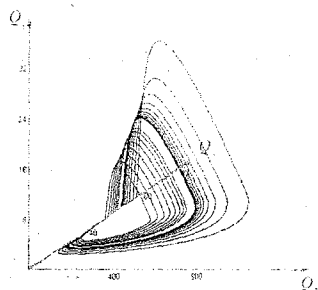


Рис. 2.51. Пример трехмерного фазового портрета.

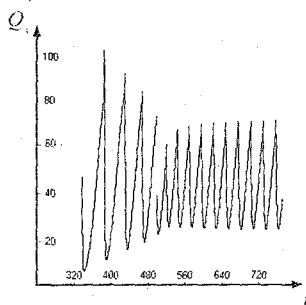


Рис. 2.52. Временная развертка фазового портрета, представленного на рис. 2.51.

исследователя. Можно сказать, что именно здесь и происходит «подключение эмоций к модели», т. е. перевод нечисловой информации в числовой образ.

Введем для общности в правую часть аддитивные составляющие Q'_i и запишем систему (2.51) так

$$dQ_i / dt = r_i f(Q_i) + Q'_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.52)$$

где $r_i = \dot{X} / W_{Q_i}$; $f(Q_i) = Q_i \left(1 - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} Q_j \right)$. Задаваемые аддитивные со-

В уравнении (2.50) величина s играет роль постоянного коэффициента, отражающего влияние замороженных фазовых переменных на сток. Как только мы объявляем его «живым», то сразу уравнение становится не замкнутым (надо дописывать уравнение для s , как это сделано в п. 2.3, или явным образом учитывать «оживленные» фазовые переменные, как это только что было проделано) и, автоматически, — нелинейным, так как появляется взаимодействие $Q_i Q_j$ или самоограничение Q_i^2 .

Уровень развития гидрологии таков, что за исключением отдельных примеров (как у нас с лесом) числовая информация о весовых коэффициентах α_{ij} отсутствует. По самому смыслу задач частично инфинитного моделирования, которое связано с выявлением и прогнозированием новых фазовых переменных, информация о α_{ij} для новых фазовых переменных отсутствует всегда. Поэтому для их оценок и надо использовать физическую (в данном случае — гидрологическую) картину мира, т. е. экспертные оценки, основанные на интуиции, эмоциональном восприятии ситуации и опыте

ставляющие могут быть не связаны с основным механизмом (природным) формирования стока, а, например, – антропогенные изъятия или поступления воды (поливы, в частности). Причем они могут коррелироваться с осадками (осадки увеличиваются, поливы уменьшаются). Считается, что $r_i = \bar{r}_i + \tilde{r}_i$ и $Q'_i = \bar{Q}'_i + \tilde{Q}'_i$ (здесь $\tilde{r}_i$ и $\tilde{Q}'_i$ – белые шумы), приходим к многомерному уравнению ФПК

$$\frac{\partial p(Q_i, t)}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial (A_i p)}{\partial Q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 (B_{ij} p)}{\partial Q_i \partial Q_j}. \quad (2.53)$$

При переходе от (2.52) к (2.53) фазовые переменные Q_i формально становятся независимыми аргументами, а уравнение для плотности вероятности $p(Q_i, t)$ – линейным.

Осредняя многомерное уравнение ФПК по всем фазовым переменным (оставим за Q_i прежнее наименование), кроме одной, приходим к одномерному уравнению ФПК для условной (в широком толковании) плотности вероятности; все осредненные фазовые переменные учитываются в нем шумящими коэффициентами – своеобразный обмен многомерности на зашумленность.

Таким образом, в частично инфинитном моделировании безусловных плотностей вероятностей («самодостаточных») быть не может. Степень «условности» диктуется степенью фиксации изучаемой предметной области (случайность не может быть самодостаточной).

Может показаться, что базовая система динамических моделей (2.51), приводящая к марковским случайным процессам (многомерному уравнению ФПК (2.53)) сильно ограничивает реальные процессы формирования стока. А что, если система не первого порядка, а шумы $\tilde{r}_i$ и $\tilde{Q}'_i$ – не белые? Что означает «ограничивает» с точки зрения частично инфинитного моделирования? Это значит, что имеет место сильная фиксация предметной области. Естественный путь смягчения ограничений – это расширение предметной области.

Мы уже упоминали (см. п. 1.2), что любая модель при тех или иных предположениях может быть сведена к конечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Вернемся к этому вопросу с несколько иной точки зрения.

Обычная ситуация, приводящая к марковскому случайному процессу, возникает, когда входное воздействие содержит случайную составляющую, которую можно интерпретировать как белый шум. Выход при этом, описывается переменной состояния и ее первой производной, рис. 2.53. В результате получается уравнение $\dot{X} = f(X, \xi)$ (мы опускаем

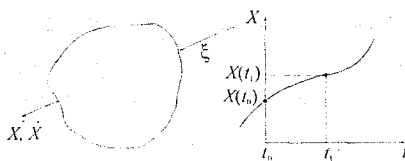


Рис. 2.53. Ситуация, приводящая к марковскому случайному процессу.

тонкие вещи, связанные с недифференцируемостью марковского процесса), для решения которого (т. е. оценки будущего состояния $X(t_1)$) надо знать только состояние объекта в начальный момент времени $X(t_0)$. Каким образом он попал в это состояние не имеет значения. Но если объект имеет (образно говоря) несколько подсистем с разными временами релаксации (рис. 2.54), то необходимо использовать дифференциальное уравнение n -го порядка $d^n X / dt^n = f(d^{n-1} X / dt^{n-1}, \dots, X, \xi)$. Для его решения нужно знать в начальный момент времени не только значение X , но и производные до $n-1$ -го порядка включительно. Учитывая, что геометрический смысл производных состоит в задании наклона графика $X(t)$, его кривизны и т. п. в точке t_0 , то очевидно, что будущее состояние $X(t)$ будет зависеть от того, каким образом процесс пришел к значению X в точке t_0 (сверху, снизу и т. д.). Становится важной предыстория процесса, т. е. процесс перестает быть марковским (точнее – простым марковским).

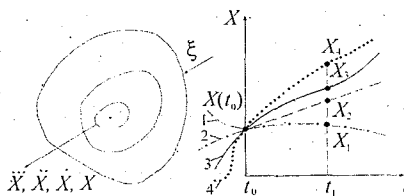


Рис. 2.54. Пояснение ситуации, приводящей к сложному марковскому процессу.

a – подсистемы с разными временами релаксации, b – различным решениям (X_1, X_2, X_3, X_4) соответствует одно и то же значение $x(t_0)$, но различные производные $\dot{X}(t_0)$

К такой же ситуации (немарковости) придем, если внешние воздействия – случайный процесс с ненулевым радиусом корреляции (в

этом случае будущее оказывается статистически связано с предысторией). В обоих этих случаях можно прийти к марковским процессам, но уже многомерным.

Пусть, например, имеем уравнение [30, 64]

$$\frac{d^n X}{dt^n} + \alpha_1 \frac{d^{n-1} X}{dt^{n-1}} + \dots + \alpha_n X(t) = \beta_0 \frac{d^n \xi(t)}{dt^n} + \dots + \beta_n \xi(t). \quad (2.54)$$

Основная идея модернизации модели заключается в том, чтобы заменить (2.54) системой уравнений первого порядка. Для этого обозначим $X(t) = X_1(t)$ и введем $n-1$ функций $X_2(t), \dots, X_n(t)$, связанных с $X_1(t)$ и ее производными такими соотношениями:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1(t) &= X_2(t), \quad \dot{X}_{n-m} = X_{n-m+1}(t) + c_{n-m} \xi(t), \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{X}_{n-m+1}(t) &= X_{n-m}(t), \quad \dot{X}_{n-1} = X_n(t) + c_{n-1} \xi(t). \end{aligned} \quad (2.55)$$

Постоянные c выбираются так, чтобы после исключения из (2.54) старших производных функции $X(t)$ путем замены их по приведенным формулам (2.55), получилось уравнение первого порядка, не содержащее производных от $\xi(t)$. Опуская промежуточные выкладки, получим

$$dX_n / dt = - \sum_{j=1}^n \alpha_{n+1-j} X_j + c_n \xi(t). \quad (2.56)$$

Уравнения (2.55) представляют замкнутую систему первого порядка, а следовательно функции $X_1, \dots, X_n$ являются компонентами n -мерного марковского процесса. Исходная функция $X(t)$ также становится компонентой этого процесса, так как $X(t) \equiv X_1(t)$.

Можно «удивляться»: в (2.54) $X(t)$ – сложный марковский процесс, а в (2.56) – простой. Но в (2.56) $X(t)$ стало лишь одной из компонент (в системе (2.56) каждая компонента зависит от всех остальных, а сама по себе не имеет смысла). Никакого чуда не произошло: в духе данной работы старой логикой никакого нового знания получить нельзя. В данном случае мы «перебросили» информацию о предыстории процесса на искусственно введенные фазовые переменные. Формально

многомерный процесс стал простым марковским: в момент «старта» требуется задание только значений фазовых переменных, а не их производных. Зачем это нужно? Чтобы использовать в инженерных приложениях готовый математический аппарат простых марковских процессов.

Ситуацию можно пояснить следующим примером. Пусть мы хотим описать увеличение диаметра дерева, на которое воздействуют климатические факторы (тепло, влага и т. д.), включая случайные составляющие. Можно ожидать, что судьба

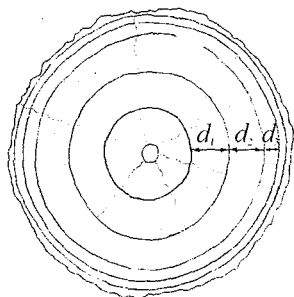


Рис. 2.55. К пояснению учета предистории.

дерева в будущий момент зависит не только от его текущего диаметра, но и от того, в каких климатических условиях выросло это дерево (т. е. от его предистории). Поэтому его моделью может быть уравнение (2.54), т. е. увеличение диаметра описывается сложным марковским процессом. Но если бы мы распилили дерево, то увидели бы кольца, ширина которых и отражает как раз эту предисторию: при благоприятных годах ширина колец больше, дерево росло лучше (рис. 2.55). Поэтому ширина колец (или разность ширин смежных колец) и

есть те производные, которые необходимо задавать как начальные условия для модели (2.54). Но если мы возьмем эти производные в качестве фазовых переменных, то надо задать их значения в момент t_0 , т. е. значения составляющих вектора состояния «пня».

Похожая ситуация встречается на каждом шагу. Например, изучая многоукладную экономику (сегодняшний «срез»), можно восстановить экономическую историю государства. По лицу человека можно судить о его жизни (шрамы, рубцы и т. д.).

Но даже в системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка могут оказаться уравнения, которые можно «опустить» путем разделения фазовых переменных на быстрые и медленные [51]. Пусть есть система

$$\dot{\bar{x}} = F_i(x_1, \dots, x_n), \bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$$

которую рядом преобразований мы свели к виду

$$\begin{aligned}\varepsilon^2 \dot{x}_i &= F_i(x_1, \dots, x_n) \quad i=1, \dots, l; \\ \varepsilon \dot{x}_j &= F_j(x_1, \dots, x_n) \quad j=l+1, \dots, l+m; \\ \dot{x}_k &= F_k(x_1, \dots, x_n) \quad k=l+m+1, \dots, n,\end{aligned}$$

где ε – малый параметр ($\varepsilon \ll 1$), определяющий время релаксации фазовых переменных. В зависимости от того, какие временные масштабы в поведении системы мы изучаем, можно редуцировать систему, считая например медленные фазовые переменные просто константами (мы этим широко пользовались в п. 2.3). Если делать постоянную времени ε функцией фазовых координат, то размерность системы n будет меняться в процессе ее эволюции. В каком-то смысле сама размерность становится фазовой переменной. Таким образом много ситуаций можно свести к векторному марковскому процессу

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \xi(t)), \quad (2.57)$$

и следовательно – к многомерному уравнению ФПК, которое для так называемого «свободного движения» (случайными являются начальные условия для (2.57)), имеет вид (для логарифмической плотности вероятности [68]):

$$\frac{\partial \ln p}{\partial t} + \sum_{i=1}^n f_i \frac{\partial \ln p}{\partial x_i} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_i}. \quad (2.58)$$

Чтобы его решать, оно должно обладать устойчивостью: при ликвидации шумов с течением времени его решение должно стремиться к δ -функции. Для точки равновесия ($\Delta x \equiv 0$), и в соответствии (2.58) в начале координат $p(x) \rightarrow \delta(t - t')$, если $\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \right)_{\Delta x=0} < 0$ или для энтропии

$H = - \int_{-\infty}^{\infty} p \ln p dx : \sum_{i=1}^n M \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \right] < 0$, (т. е. требуется отрицательность математического ожидания следа матрицы Якоби [68]).

Таким образом в случае линейной модели формирования стока (2.49) при наличии только внешних (аддитивных) шумов решение все-

гда устойчиво ($\partial f / \partial Q = -c < 0$); в случае многомерной нелинейной модели (2.51) решение может быть всегда устойчиво только при чисто конкурентном взаимодействии ($\alpha_{ij} = 1$) двух переменных (например $\partial f / \partial Q = -(2Q + E) / W_0 + X / W_0$; $\partial f / \partial E = -(2E + Q) / W_E + X / W_E$; $\partial f / \partial Q + \partial f / \partial E < 0$).

В случае трех переменных возможны периодические решения и вероятность будет сосредоточена на трех парах предпочтительных значений ($Q_1, Q_2; E_1, E_2; M_1, M_2$) (см. рис. 2.56). Тут нет точки равновесия, но есть две моды. В этом случае, учитывая, что правая часть соотношения (2.58) известна, его можно свести к уравнению переноса (пусть $\ln p \sim \psi$ — новое обозначение)

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \sum_{i=1}^n a(x_i) \frac{\partial \psi}{\partial x_i} = \varphi(x_i),$$

математические свойства которого и определяют возможные варианты распределения плотности вероятности.

Уравнение (2.53) относится к параболическому типу уравнений математической физики. Поэтому ответы на все вопросы, связанные с возможностью аналитического или численного его решения, надо искать у математиков. Если не углубляться в математические дебри и ограничиться прикладными вопросами, то о методах решения известно примерно следующее [20, 68]. Из аналитических методов обычно упоминаются следующие: прямых, разделения переменных, преобразования Лапласа, замены независимых переменных, характеристических функций, функциональных (степенных) рядов и др. Большинство этих методов сводят задачу к системе обыкновенных уравнений (при этом накладываются определенные ограничения на коэффициенты сноса и диффузии). Например в методе, предложенном А. А. Красовским, решение для логарифмической плотности вероятности ищется в виде степенного ряда

$$\ln p(\bar{y}, t) = A_0 + \sum_{i=1}^n A_i y_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n A_{ij} y_i y_j + \frac{1}{3} \sum_{i,j,k=1}^n A_{ijk} y_i y_j y_k + \dots, \quad (2.59)$$

в котором коэффициенты ($A_{i,j,k,\dots,s} \sim \partial^N \ln p(\bar{y}, t) / \partial y_i \partial y_j \partial y_k \dots \partial y_s$) опре-

деляются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Интересно обратить внимание на то, что в (2.59) каждое последующее слагаемое уточняет решение путем учета новых взаимодействий фазовых переменных (двойных $y_i y_j$, тройных $y_i y_j y_k$ и т. д.).

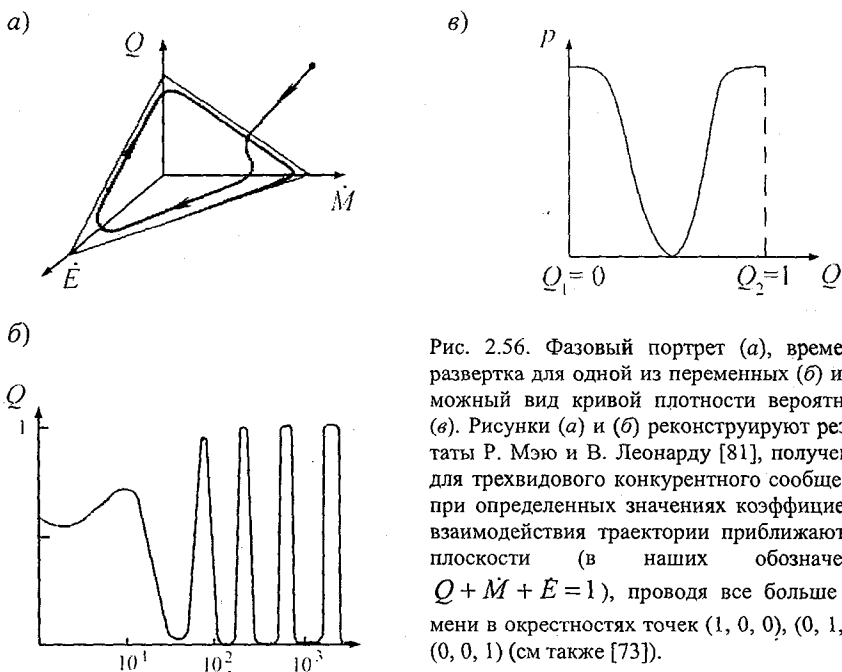


Рис. 2.56. Фазовый портрет (а), временная развертка для одной из переменных (б) и возможный вид кривой плотности вероятности (в). Рисунки (а) и (б) реконструируют результаты Р. Мэю и В. Леонарду [81], полученные для трехвидового конкурентного сообщества: при определенных значениях коэффициентов взаимодействия траектории приближаются к плоскости ($Q + M + E = 1$), проводя все больше времени в окрестностях точек $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ и $(0, 0, 1)$ (см также [73]).

Для того чтобы дать примерную оценку порядка системы обыкновенных дифференциальных уравнений, аппроксимирующих многомерное уравнение ФПК в упомянутых методах, можно обратиться к методу прямых, когда конечными разностями заменяются только производные по фазовым переменным. Пусть дискретизация проводится с шагом $h_i = L_i/c$ (L_i — область значений переменной y_i ; $|y_i| \leq L_i$; $y_i \approx ch_i$, $c = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). Тогда число точек, в которых будет вычисляться плотность вероятности (а следовательно и число обыкновенных дифференциальных уравнений для p) будет $N = (2c+1)^n$. Следовательно при минимальном числе столбцов гистограммы $c = 5$ и числе фазовых пере-

менных n , получим $N = 11^n$, т. е. учет каждой новой фазовой переменной увеличивает число уравнений на порядок.

Остановимся поподробнее на методе характеристических функций [64]. Предполагается, что $b_{ij} = \text{const}$, а $a_i(y_1, \dots, y_n) = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} y_j + \alpha_i$.

Для характеристической функции $E(\bar{z}) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \exp \left\{ \sum_{i=1}^n i z_i y_i \right\} p(\bar{y}, t) d\bar{y}$ из многомерного уравнения ФПК можно получить (мы опускаем промежуточные выкладки, см. [64]) линейное уравнение:

$$\frac{\partial E}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^n \alpha_{ji} z_j \frac{\partial E}{\partial z_i} = \left(i \sum_{j=1}^n z_j \alpha_j - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n z_i z_j l_{ij} \right) E, \quad (2.60)$$

которое решается известными в математике методами и приводит (при сделанных предположениях о коэффициентах сноса и диффузии) к нормальному марковскому процессу.

Рассмотрим уравнение (2.49). Добавим в правую часть белый шум $c\xi$ ($c = \text{const}$, $K_\xi = \delta(\tau)$). Тогда мы оказываемся в условиях предыдущей модели с решением в виде нормального распределения. Теперь учтем, что в бассейне существуют потери, связанные с ростом биомассы. Тогда $c_Q = \dot{X} / Q = (Q + \dot{M}) / Q$, $c_M = \dot{X} / M = (Q + \dot{M}) / M$, и мы получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} dQ/dt &= -(Q + \dot{M})/\tau_Q + \dot{X}/\tau_Q + c_1 \xi; \\ d\dot{M}/dt &= -(Q + \dot{M})/\tau_M + \dot{X}/\tau_M + c_2 \xi_2; \end{aligned} \quad (2.61)$$

(здесь также добавлены белые шумы, не коррелированные друг с другом). Многомерное уравнение ФПК будет

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(Q, \dot{M}, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left[-\frac{1}{\tau_Q} (Q + \dot{M} - \dot{X}) p(Q, \dot{M}, t) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \dot{M}} \left[-\frac{1}{\tau_M} (Q + \dot{M} - \dot{X}) p(Q, \dot{M}, t) \right] - \frac{G_{z_1}}{2} \frac{\partial^2 p(Q, \dot{M}, t)}{\partial Q^2} - \frac{G_{z_2}}{2} \frac{\partial^2 p(Q, \dot{M}, t)}{\partial \dot{M}^2} \end{aligned}$$

Решение этого уравнения (оно приводится к виду (2.60)) – многомерный нормальный процесс, который при отсутствии шумов (случайность «сидит» только в начальных условиях) вырождается в двумерную дельта-функцию $\delta(Q - Q_0)\delta(\dot{M} - \dot{M}_0)$.

Теперь предположим, что мы не знали конкретного вида второй переменной $\dot{M}$ и решали уравнение ФПК, составленное для уравнения (2.49), в котором действие шумов учитывается параметром $c = 1/k = \bar{c} + \tilde{c}$ и величиной $c\xi$. Пока интенсивность шума $G_{\tilde{c}}$ мала, мы имеем распределение, близкое к одномерному нормальному (рис. 2.57 а), хотя на самом деле распределение двумерно (рис. 2.57 б).

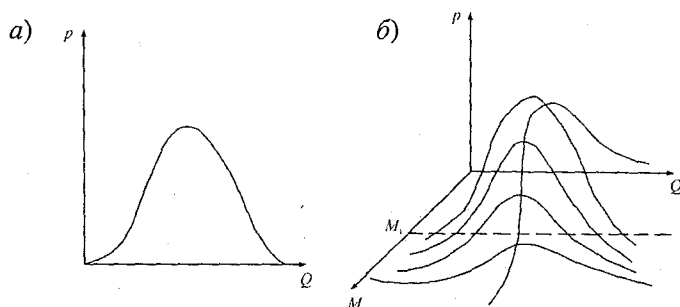


Рис. 2.57. Одномерный «срез» (а) двумерного распределения (б).

До тех пор пока есть основания рассматривать $\dot{M}$ как константу ($\tau_M \gg \tau_Q$, $\bar{c} = \text{const}$, $G_{\tilde{c}} \approx 0$), можно из семейства кривых $p(Q, \dot{M})$ выбрать одну ($p(Q, \dot{M} = \text{const})$). В этом случае наше описание стока будет устойчивым и соответствовать действительности (при корреляции τ и ξ распределение будет асимметричным). Если $\tau_Q \gg \tau_M$, то расход можно рассматривать как константу, и тогда для описания процесса в бассейне можно использовать одну фазовую переменную $\dot{M}$ (на интервалах времени $\tau_M < \tau < \tau_Q$). Далее возможны две ситуации: либо $G_{\tau_Q} \approx \bar{c}_Q$, и тогда вообще пользоваться (2.49) нельзя (неустойчивость); либо $\tau_M \approx \tau_Q$, и тогда $\bar{c}_Q = \text{var}$, что также приведет к неустойчивости

(т. е. нельзя обоснованно зафиксировать M (а значит и c_Q) на рис. 2.57 б (распределение будет «гулять»). Выходов из ситуации два.

Первый. Если мы знаем состав фазовых переменных ($Q_1 = Q$; $Q_2 = M$; $Q_3 = E$ и т. д.) и селективную ценность (τ_{Q_i}) каждой из них, то можно просто решать многомерное уравнение ФПК (для линейной (2.61) или нелинейной (2.51) систем) и тогда его решение само выйдет на аттрактор (стационарный режим, если он существует), так как будет происходить просто выделение селективно ценных фазовых переменных.

Второй. Когда мы заранее не знаем природу параметра c (т. е. состав фазовых переменных), можно либо просто уравнение Q дополнить уравнением для c и решать совместную систему для нахождения $p(Q, c; t)$, не конкретизируя c (действовать, затрачивать энергию) и менять онтологию речного стока (например вводить в рассмотрение биомассу, водохранилища и т. д.).

Таким образом (вне зависимости от наличия ξ_i), мультипликативные шумы, ведущие к неустойчивости, вызывают «скрытые» (для нас) фазовые переменные и задача гидрологической науки (в части описания процесса формирования стока) заключается в их выявлении. Расширенное описание (при равных и не меняющихся коэффициентах стока, всегда устойчиво (в системе (2.61) просто нет мультипликативных шумов, а значит – источников неустойчивости). Однако это тоже идеализация: всегда есть температурные воздействия, которые по разному влияют на Q и M , есть просто их взаимное усиление, которое происходит не симметрично по этим параметрам, и т. д. Все эти внешние воздействия есть влияние инфинитного окружения (через коэффициенты взаимодействия) на бассейн, рационализированный моделью (2.61). Поэтому рассматривать систему уравнений как замкнутую или открытую, это вопрос не онтологии (онтологически она всегда открыта), а гносеологии: какой точностью (в широком смысле этого слова) можно ограничиться на данном этапе познания. Глупо настаивать на практическом использовании многомодальных распределений при рядах наблюдений в несколько десятков лет. Но это вовсе не означает, что реальные распределения одномерны и одномодальны.

При стохастическом обобщении модели (2.52) можно считать, что $p(Q_i, t)$, но можно – $p(\alpha_{ij}, Q_i, t)$ (полагая, например, пока нет ясности с

α_{ij} , что $\partial \alpha_{ij} / \partial t = 0$, т. е. $\tau_{\alpha_{ij}} \rightarrow \infty$). Тогда в модели появятся тройные произведения $\alpha_k Q_i Q_j$. До сих пор мы ограничивались так называемыми моделями гидродинамического типа, которые можно представить следующим образом (см. подробнее [12])

$$\dot{u}_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} u_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \Gamma_{ijk} u_j u_k$$

(здесь коэффициенты взаимодействия Γ_{ijk} образуют тензор третьего ранга), т. е. привлекались только квадратические нелинейности. Это позволяло, кстати, выйти на популяционные модели, описывающие процессы в биоценозах. Для таких моделей матрица взаимодействия

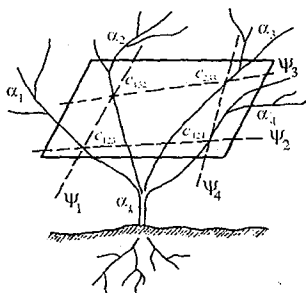


Рис. 2.58. К обобщению коэффициентов взаимодействия. В отличие от рис. 1.15, каждую точку пересечения веткой «плоскости» определяют не два понятия (ψ_i и ψ_j), а три (ψ_i , ψ_j и α_k). Теперь мы имеем дело не с рационализированной плоскостью, а с рационализированным «трехмерным пространством» (естественно, возможно дальнейшее обобщение).

ном моделировании. Чтобы модель открыть окружению, надо ввести новые коэффициенты уже тройного взаимодействия и т. д. Интересно обратить внимание, что в методе функциональных рядов уточнение решения достигается введением слагаемых, учитывающих все большее и большее число взаимодействий.

двумерна, причем выделено шесть типов взаимодействий, которые хорошо изучены и описаны.

В нашей ситуации эта матрица становится трехмерной (если обобщить коэффициенты взаимодействия из п. 2.3 до $c_{ijk} \neq 0$) (рис. 2.58). Таким образом мы включаем ствол дерева в модель. Убрав коэффициенты (включив их как фазовые переменные в расширенную предметную область), мы убрали интерфейс с инфинитным окружением, сделали модель финитной и открыли возможность «корректно» ставить задачу. Но корректно — это когда все уже сказано в самой постановке задачи, когда не надо описывать появление нового и нет необходимости в частично инфинит-

2.8. ПРОБЛЕМА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ В СВЕТЕ ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНОГО ПОДХОДА

В п. 1.3 один из парадоксов нефеноменологического характера связывался с отсутствием в речной гидравлике механизма, объясняющего образование периодических движений. Попытаемся найти возможные пути объяснения экспериментально наблюдаемых периодических образований. Их существование говорит о наличии предельных циклов на фазовом пространстве. Но так как при конвективной неустойчивости периодических движений не существует, то наиболее вероятным механизмом, приводящим к их образованию, является наличие автоколебаний (точнее автоволн).

Для возникновения автоколебаний неустойчивость должна быть абсолютной, критерий которой указан в п.1.3. За счет изменения параметров системы «поток-русло», т. е. перевода положения точек ветвления функции $k_s(\omega)$ из верхней полуплоскости в нижнюю, конвективная неустойчивость может превратиться в абсолютную. На языке физики эти изменения параметров должны обеспечить существование обратной связи, которая переводит поток из режима усиления в режим генерации. Внутренняя обратная связь между входом и выходом может образоваться, например, за счет неоднородности русла (в частности, сужение приводит к появлению отраженных волн, а следовательно, и к возможности удовлетворения критерия абсолютной неустойчивости) либо за счет такой зависимости гидравлических сопротивлений от режима течения, что возможны участки, где $\partial K / \partial h < 0$ (здесь K – пропускная способность русла).

Покажем, что если в системе Сен-Венана изменить указанным образом параметры, то возможны предельные циклы. Пусть уравнения одномерной идеализации имеют вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -U \frac{\partial U}{\partial x} - g \frac{U^2}{C^2 h} + g i_0 - g \frac{\partial h}{\partial x}; \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0, \quad (2.63)$$

где i_0 – уклон дна; U – осредненная по сечению скорость; C – коэффи-

циент Шези. При наличии замкнутых фазовых траекторий искомые функции U и h должны зависеть от аргумента $p = x - at$, где a — скорость волны. Таким образом, получаем:

$$\frac{dh}{dp} = -\frac{gh(i_0 - K^{-2}U^2)}{U^2 - 2aU + a^2 - gh} = M(h, U); \quad (2.64)$$

$$\frac{dU}{dp} = -\frac{g(a - U)(i_0 - K^{-2}U^2)}{U^2 - 2aU + a^2 - gh} = N(h, U), \quad (2.65)$$

где $K = C\sqrt{h}$.

Имеется аналитический критерий несуществования на фазовой плоскости замкнутых контуров, целиком составленных из траекторий, — критерий Бендиксона [3]: выражение $\partial M / \partial h + \partial N / \partial U$ не должно менять знака. Покажем, что для системы Сен-Венана критерий выполняется: сумма $\partial M / \partial h + \partial N / \partial U$ будет нулевой, если

$$-U^2 a C^{-2} / \partial h - 2au / (C^2 h) + 3U^2 / (C^2 h) = [i_0 - U^2 / (C^2 h)] \cdot [1 + (6aU - 3U^2 - 3a^2) / (U^2 - 2aU + a^2 - gh)]. \quad (2.66)$$

Для приближенной оценки примем, что $a \sim U$, $i_0 \sim U^2 / (C^2 h)$; тогда $(2U^2 \partial C / \partial h) / C^3 \sim -i_0$. При $\partial C / \partial h > 0$ это условие не выполняется, что указывает на невозможность существования замкнутых контуров. Однако если $\partial C / \partial h < 0$ или $i_0 < 0$, то при определенных соотношениях между значениями U , C , $\partial C / \partial h$ и i_0 цикл этим критерием не запрещается. На вопрос, будет ли периодическая волна устойчива, в общем случае нельзя ответить исходя из системы (2.64), (2.65), так как она не описывает эволюцию во времени.

Существует еще один косвенный способ, подтверждающий возможность периодических образований. Систему Сан-Венана путем ряда подстановок [29] можно свести (в предположении, что информация об уровне и его производных по t и x известна из измерений — это осмыс-

ленно с точки зрения задач гидрометрии) к обыкновенному нелинейному уравнению Риккати:

$$dZ/dt = -Z^2 + R_1(t), \quad (2.67)$$

где Z — переменная, связанная рядом преобразования со скоростью (расходом), а $R_1(t)$ зависит от уровня воды и морфометрических характеристик русла.

Введя новую переменную y по формуле $Z = y'/y$, получим линейное уравнение второго порядка:

$$y'' - R_1(t)y = 0, \quad (2.68)$$

относительно свойств решений которого уже можно сделать некоторые выводы общего характера, опираясь на теорию Штурма [60].

Конкретнее, если рассматривать характер поведения отклонений расхода (скорости) от некоторого квазиустановившегося значения, то приходим к возможности колебательных решений с периодом

$$T \approx 2\pi CR^{0.5} / [g(I - i_0)^{0.5}], \quad (2.69)$$

где R — гидравлический радиус; I — уклон водной поверхности.

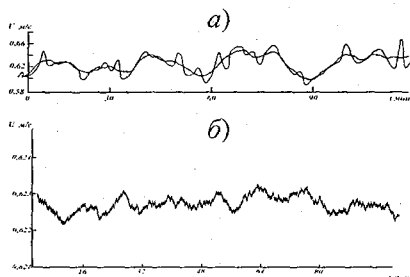


Рис. 2.59. Скорости, измеренные на вертикали № 3 в гидростворе № 1 р. Тверца 8/VI 1959 г. с 12 ч 34 мин до 14 ч 34 мин до и после осреднения (а) и результаты отображения (2.70) (б).

Эта формула была подтверждена ретроспективными данными натурных наблюдений и дополнительно организованными экспериментами (табл. 2.7 и 2.8). В 1959 г. на р. Тверце были проведены комплексные исследования неустановившегося движения [19], вызывавшегося специально организованными попусками с Новотверецкой ГЭС. Один из створов был оборудован батареей вертушек, непрерывно измерявших скорости (с записью на хронографы) на протя-

Таблица 2.7

Результаты выделений низкочастотной периодичности по
лабораторным и натурным данным

Место, время измерения	Выявленный период колебаний, мин	Статистическая надежность выделенного периода, %	Основные гидравлические характеристики					Примерная оценка расчетного периода, мин	Амплитуда колебаний, % среднего значения скорости течения или расхода воды
			h , м	B , м	U , м/с	I , ‰	i_0 , ‰		
р. Угам – с. Ходжикент, 1959 – 1961 гг.	25	–	1,75	20	1,2	–	–	20	16
р. Сырдарья – кишл. Ак-Джар, 1959 – 1961 гг.	15, 30	–	1,10	100	1,0	–	–	15	40
р. Варзоб – кишл. Даган-Ата, 1959 – 1961 гг.	10, 30	–	1,20	30	1,8	–	–	9	–
р. Уджи	10, 15	–	2,0	100	1,28	0,26	–	20	–
р. Полометь	20	–	–	–	–	–	–	–	8
р. Темза – Сатон-Кортени 13/IX 1973 г.	90	83	2,00	35	0,02	–	–	118	15,8
Лаборатория ЛГМИ	1,5	85	0,07	0,37	0,23	2,0	0,0	1	–
	Не выделен		0,10	0,37	0,10	0,0	1,8	–	–
	2,0	92	0,09	0,38	0,30	15	2,2	0,4	6,2
	2,3	90	0,10	0,38	0,35	–	–	1,2	3,1
Лаборатория ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева	3,5	98	0,35	1,00	0,10	0	-2,0	2,0	16,7
	3,5	80	0,35	1,00	0,10	0,2	-2,0	2,0	16,6
	2,5	92	0,56	1,00	0,28	0,6	-2,0	2,0	3,0
р. Оккервиль – Веселый Поселок, 26/V 1983	18	98	0,70	8,00	0,50	–	–	12	10,8
	18	90	0,80	12,0	0,20	–	–	33	40,0

Примечание. Расчет периода по теоретическим зависимостям выполнен для средних значений коэффициента Шези для открытых потоков ($= 40 - 50 \text{ м}^{0.5}/\text{с}$). Что же касается лабораторных экспериментов, то следует иметь в виду весьма приближенный характер рассчитанных значений периода, так как режим движения из-за небольших чисел Re не был полностью турбулентно развитым.

Таблица 2.8

Результаты выделения низкочастотной
периодичности по измерениям на р. Тверце в 1959 г.

Дата	Время измерения, ч мин	Номер скоростной вертикали	Период колебаний, мин		Статистическая надежность выделения периода, %	$I - i, \%$	Амплитуда колебаний скорости, % среднего значения скорости	
			по теоретической формуле	по методу Шустера			соответствующая выделенному периоду	в исходной реализации
5/VIII	22 06 - 0 06	3	16,4	26	92,2	0,15	3,6	9,8
	22 06 - 0 06	5	16,4	28	92,2	0,15	5,4	11,4
7/VIII	3 04 - 5 04	3	25,8	32	86,1	0,11	5,4	10,8
	3 04 - 5 04	5	25,8	28	82,6	0,11	3,6	8,9
8/VIII	12 34 - 14 34	3	22,4	28	92,2	0,06	3,6	7,3
	12 34 - 14 24	5	22,4	28	92,7	0,06	6,7	13,0
9/VIII	2 42 - 4 42	3	29,8	28	87,0	0,04	5,2	14,4
	3 02 - 5 02	5	29,6	26	92,4	0,04	4,7	10,6
	21 36 - 23 36	3	29,2	24	85,0	0,09	5,0	15,2
	21 36 - 23 36	5	29,2	26	82,6	0,09	3,9	10,4
10/VIII	7 10 - 9 10	3	16,6	24	92,5	0,17	4,4	11,1
	7 10 - 9 10	5	16,6	24	92,5	0,17	3,7	10,1
	20 02 - 22 02	3	19,8	32	88,6	0,21	3,4	7,2
	20 02 - 22 02	5	19,8	28	88,6	0,21	5,6	14,8
11/VIII	13 00 - 15 00	3	18,7	30	90,2	0,25	4,6	9,4
	13 00 - 15 00	5	18,7	24	92,3	0,25	3,6	10,3
	21 15 - 23 15	3	19,6	26	85,8	0,23	3,6	11,8
	21 15 - 23 15	5	19,6	30	83,4	0,23	3,7	9,4
12/VIII	12 34 - 14 34	3	17,8	30	88,6	0,29	4,0	7,2
	12 34 - 14 34	5	17,8	26	76,4	0,29	3,9	9,8
13/VIII	14 20 - 16 20	3	17,8	24	92,2	0,18	3,7	8,4
	14 20 - 16 20	5	17,8	22	92,2	0,18	3,1	10,1
14/VIII	1 52 - 3 52	3	27,5	32	71,0	0,11	3,7	11,0
	1 52 - 3 52	5	27,5	28	85,4	0,11	3,8	13,9
	9 34 - 11 34	3	26,4	32	74,2	0,12	3,4	9,4
	9 34 - 11 34	5	26,4	28	71,0	0,12	5,0	13,6
15/VIII	18 34 - 20 34	3	45,0	28	92,2	0,02	5,0	14,6
	18 34 - 20 34	5	45,0	26	92,2	0,02	3,9	13,5
17/VIII	2 04 - 4 04	3	32,0		Не выделен	0,04		12,9
	3 16 - 5 16	5	32,0			0,04		14,0

жении двух недель пока проводились исследования. Нами было статистически обработано 30 двухчасовых реализаций местных скоростей (в качестве примера см. рис. 2.59 а), соответствующих квазиустановившемуся режиму, на двух скоростных вертикалях. Периодичность выявлялась с помощью метода Шустера. Из данных табл. 2.8 видно, что колебания на разных вертикалях имеют в пределах 10 – 15 %-ной погрешности одинаковые периоды, т. е. имеет место периодичность изменения средней по сечению скорости. В некоторых случаях, когда $i_0 \sim I$, периодичность либо не выявляется, либо теоретический и расчетный периоды не совпадают.

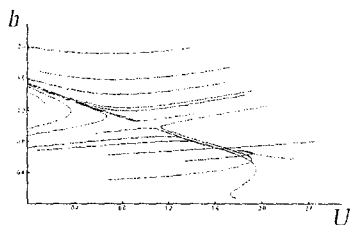


Рис. 2.60. Фазовый портрет системы (2.71), (2.72).

Реализацию, аналогичную изображенной на рис. 2.59 а, можно получить и так. Запишем уравнение (2.62) в виде

$$dU / dt = -U^2 / L + UU_{ГЭС} / L + (I - i_{тр})g, \quad (2.70)$$

где $U_{ГЭС}$ – скорость в створе ГЭС; U – скорость, в створе, оборудованном вертушками; L – расстояние от ГЭС до створа; $i_{тр}$ – уклон трения.

На рис. 2.59 б показан результат отображения (2.70) ($dt \approx \Delta t = 1$).

Вернемся к системе (2.62), (2.63). Будем считать, что $i_{тр} = U^2 / C^2 h$ примерно равен i_0 и применим к системе уравнений метод прямых:

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{\Delta x} (U_i - U_{i-1}) - g \frac{(h_i - h_{i-1})}{\Delta x}; \quad (2.71)$$

$$\frac{dh_i}{dt} = -h_i \left(\frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta x} \right) - U_i \left(\frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x} \right); \quad (2.72)$$

$i = 1, 2, 3, \dots$ На рис. 2.60 показано решение системы (2.71), (2.72) на фазовой плоскости, подтверждающее вывод Картвелишвили о невозможности существования замкнутых циклов.

Модернизируем исходную систему Сен-Венана, учтя влияние инерционного характера движения на гидравлические сопротивления. В соответствии с результатами ранних исследований автора [29], отличие неустановившегося коэффициента сопротивления $\lambda_{\text{нст}}$ от установившегося $\lambda_{\text{уст}}$ определяется выражением

$$\frac{\lambda_{\text{нст}}}{\lambda_{\text{уст}}} \approx \frac{1}{1 + \omega^2 / 4} - \frac{2,5 + \omega^2 / 2}{1 + \omega^2 / 4} \bar{N}, \quad (2.73)$$

где $\bar{N} = h(dU/dp)/(Uk)$ – безразмерное ускорение (здесь $p = t + x/U_0 k$, U_0, k – постоянные; подробнее см. в [29]); $\omega = \omega h/k$ – безразмерная частота (рис. 2.61).

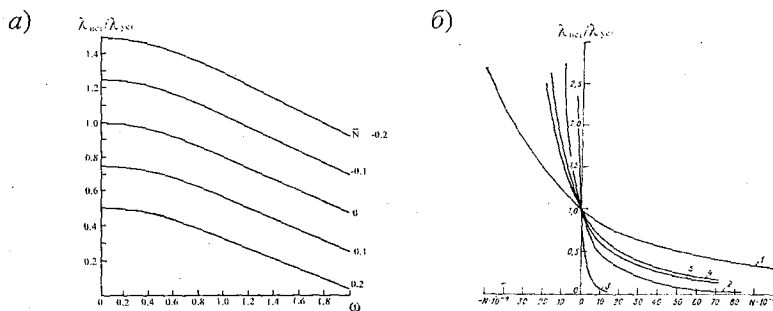


Рис. 2.61. Изменение $\lambda_{\text{нст}}/\lambda_{\text{уст}}$ в зависимости от ω и $\bar{N}$ (а) и результаты обработки данных натурных наблюдений (б).

1 – 3 – р. Тверца, гидростворы 1, 2, 5 соответственно; 4, 5 – р. Свирь, гидростворы 1 и 4.

Таким образом, пренебрегая (пока) зависимостью от ω , имеем

$$\lambda_{\text{нст}} = g/C^2 = \lambda_{\text{уст}} - \lambda_{\text{уст}} \gamma (h/U^2 (\partial U/\partial t + U \partial U/\partial x)), \quad (2.74)$$

где $\gamma \approx 2,5$ (см. [60]). Подставим (2.74) в (2.62). В зависимости от знака $(\lambda_{\text{уст}} \gamma - 1)$ и численных значений $\lambda_{\text{уст}}$ и γ решение на фазовой плоско-

сти будет иметь различный вид (некоторые примеры показаны на рис. 2.62 а, 2.62 б, 2.62 в).

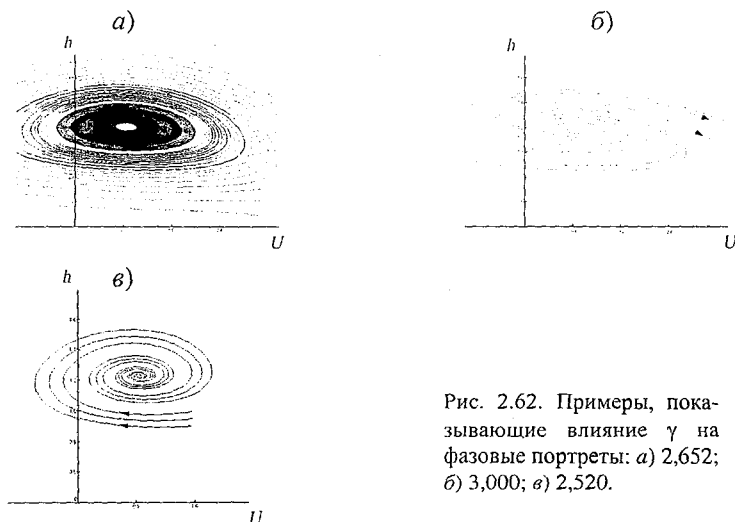


Рис. 2.62. Примеры, показывающие влияние γ на фазовые портреты: а) 2,652; б) 3,000; в) 2,520.

Если попытаться дать «экологическую» интерпретацию этим результатам, то получается следующая картина. В случае аппроксимации стандартной модели (2.62), (2.63) методом прямых, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, причем для обычных речных условий ($i_{TP} \approx U^2 / C^2 h$) имеем

$$\begin{aligned}\partial(\dot{U})/\partial h &\sim -g < 0, \\ \partial(\dot{h})/\partial U &\sim -2U < 0.\end{aligned}$$

Таким образом имеет место конкурентное взаимодействие переменных h и U за «ресурс» Q , что исключает периодические решения. Если же учтем (2.74), то в случае $\lambda_{уст} \gamma > 1$ получим

$$\begin{aligned}\partial(\dot{U})/\partial h &\sim g > 0, \\ \partial(\dot{h})/\partial U &\sim -2U < 0,\end{aligned}$$

т. е. имеет место взаимодействие по типу «хищник (U) – жертва (h)»,

допускающее в том числе и периодические решения.

Из (2.73) видно, что на сопротивления влияет еще безразмерная частота. Поэтому примем, что (в соответствии с видом передаточной функции (2.73))

$$Td\lambda/dt = -\lambda + g/C^2, \quad (2.75)$$

где $C = h^{1/6}/n$ (здесь n – коэффициент шероховатости); T – инерционный параметр.

Решение системы (2.62), (2.63), (2.75) с учетом выражения (2.74) дает ω -предельные множества (примеры см. рис. 2.63 а, 2.63 б).

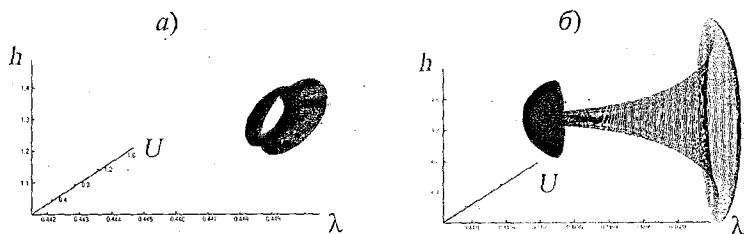


Рис. 2.63. Фазовые портреты решения системы (2.62), (2.63) и (2.75) с учетом выражения (2.74). Варианты (а) и (б) отличаются выбором начального условия.

Любая траектория извне и ближайшего окружения извне, притягивается к аттрактору, общее местоположение которого для случая, показанного на рис. 2.63 а, представлено на двумерной проекции фазового пространства (рис. 2.64). На рис. 2.65 а, 2.65 б и 2.65 в показана двумерная проекция и временные развертки фазовых переменных, соответствующие трехмерному изображению на рис. 2.63 б.

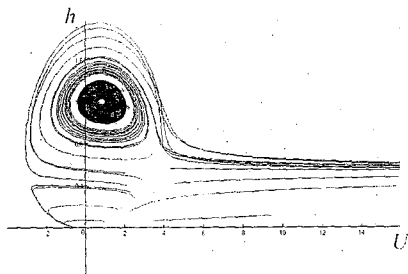


Рис. 2.64. Местоположение двумерной проекции аттрактора.

Интересно проследить влияние третьей фазовой переменной λ . Если время релаксации T в модели

(2.75) большое, то другие фазовые переменные воспринимают ее как постоянную величину, а фазовые траектории напоминают блюдце (с фрактальной размерностью немного больше двух и эта фрактальность есть индикатор существования «скрытой» переменной), которое после большого числа итераций и при сильном увеличении в окрестности равновесия напоминает воронку, перемещаясь по которой траектория достигает точки равновесия (рис. 2.66) и процесс затухает.

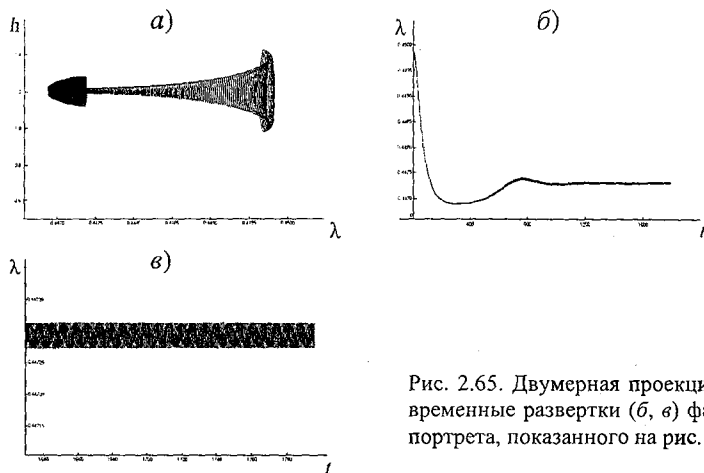


Рис. 2.65. Двумерная проекция (а) и временные развертки (б, в) фазового портрета, показанного на рис. 2.63 б.

В случае малых T фазовые переменные сразу начинают жить в одном темпомире, в котором происходят сложные переходные процессы (рис. 2.67 а, 2.67 б, 2.67 в) пока система не выйдет к предельному состоянию. Любая траектория внутри белого кружка (рис. 2.67 а) неустойчива (выходит из него), но все-таки остается в пределах зачерненного множества (в него же притягиваются ближайшие траектории извне). Если процесс зафиксировать после сравнительно небольшого числа итераций,

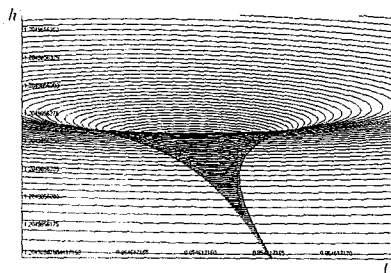


Рис. 2.66. Решение при большом времени релаксации в модели (2.75).

то получаем изображения типа показанных на рис. 2.68 *а* и 2.68 *б*.

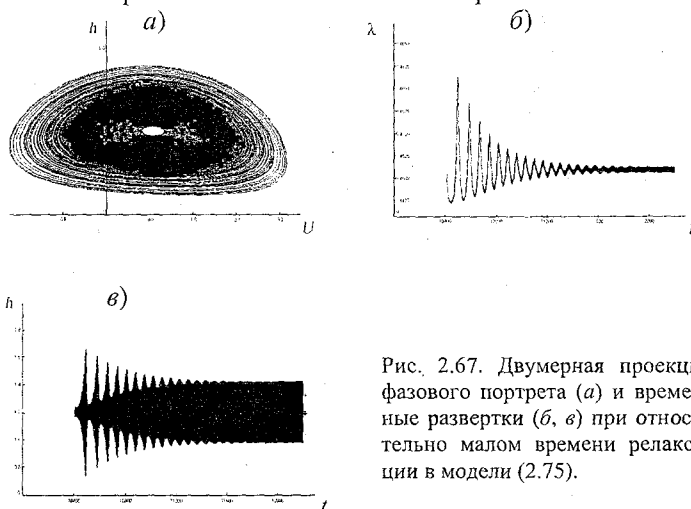


Рис. 2.67. Двумерная проекция фазового портрета (*а*) и временные развертки (*б, в*) при относительно малом времени релаксации в модели (2.75).

Не надо думать, что «оживление» коэффициента гидравлических сопротивлений представляет из себя какой-то экстраординарный шаг. Это лишь одна из ступеней по усложнению модели путем разнообразных способов фиксации предметной области речной гидравлики. Действительно, возьмем самую простую модель неустановившегося речного потока (модель кинематической волны)

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0; \quad (2.76)$$

$$Q = f(H). \quad (2.77)$$

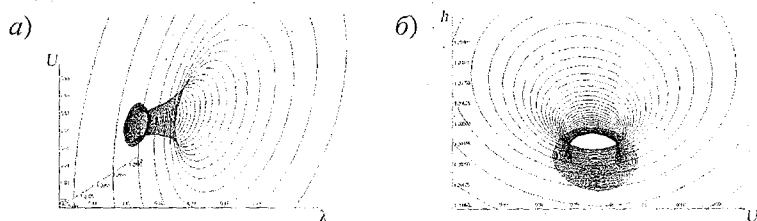


Рис. 2.68. Объемный (*а*) и плоский (*б*) фазовые портреты при небольшом числе итераций.

Пусть для простоты зависимость (2.77) линейная: $Q = aF$. Тогда (2.76) примет вид

$$\frac{\partial F}{\partial t} + a \frac{\partial F}{\partial x} = 0. \quad (2.78)$$

Эта модель дает хорошие результаты только при определенной фиксации предметной области, а именно: если для участка реки задавать

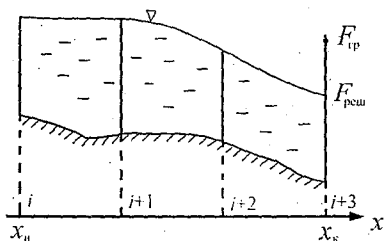


Рис. 2.69. Нечувствительность решения $F_{\text{реш}}$ модели (2.78) к «правому» граничному условию $F_{\text{гр}}$.

только левое граничное условие. Если же есть влияние правого граничного условия (например $F(x_k) = \text{const}$, рис. 2.69), то модель (2.78) чувствовать его не будет. Люфт $\Delta F = F_{\text{гр}} - F_{\text{реш}}$ образовался из-за того, что в модели (2.78) не использовано такое «рациональное» понятие как «переменный подпор».

Субъект (мы) выступает в роли рефлекслирующего контура ОС (рис. 1.31) и вводит метрику

$\rho = \max_{t \in [0, T]} |F_{\text{гр}} - F_{\text{реш}}|$. Если $\rho > \rho_{\text{допуст}}$ (т. е. возникает неустойчивость в

широком смысле слова, см. п. 1.1), то модель кинематической волны надо дополнить путем расширения предметной области. Например взять a в виде такого «оператора»: $a = a_0 - b \partial / \partial x$. Такое «оживление» коэффициента a приводит к диффузионной модели

$$\frac{\partial F}{\partial t} + a \frac{\partial F}{\partial x} - b \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0,$$

в которой уже учитывается переменный подпор последним слагаемым.

Продолжая усложнять ситуацию, т. е. расширяя предметную область путем учета влияния инерционности движения на зависимость $Q = f(F)$, придем к системе Сен-Венана, которая преобразуется к од-

ному уравнению (2.91), содержащему вторые производные ($\partial^2 / \partial t^2, \partial^2 / \partial t \partial x$), и т. д.

При таком расширении бросается в глаза три обстоятельства. Во-первых, при определенных ограничениях возможен обмен числа фазовых переменных на предысторию (система Сен-Венана содержит две переменные U, h и первые производные по t и x ; уравнение (2.91) содержит одну переменную U , но вторые производные по t и x , а также смешанную производную); сравни с пнем из п. 2.7. Во-вторых, если усложняющиеся модели в частных производных аппроксимировать системой обыкновенных дифференциальных уравнений, то будут меняться типы взаимодействия. При некоторых из них возможны периодические движения. В третьих, если систему (2.62), (2.63), (2.75) дополнить уравнением неразрывности твердой фазы

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G_1}{\partial x} + \frac{\partial G_2}{\partial x} = 0 \quad (2.79)$$

(здесь B – ширина потока; z – отметка дна; G_1, G_2 – расход донных и взвешенных наносов), то при отделении «жидкой» задачи от «твердой» («твердая» предметная область инфинитна для «жидкой») тип взаимодействия не изменится. Периодические образования на дне будут пассивно отражать процессы в жидкой фазе.

На рис. 2.70 представлены различные варианты проекций фазового пространства системы (2.62), (2.63), (2.75) и (2.79) для случая $G_2 \ll G_1$ и при принятии расхода донных наносов следующей упрощенной зависимости [9]: $G_1 = 0,473d(U - U_k)$, где d – диаметр средних по крупности наносов; U_k – критическая размывающая скорость, значение которой можно определить из линейной теории устойчивости ложа русла [9, 21, 26].

Учитывая, что одномерная гидравлическая идеализация есть частный случай общих уравнений гидромеханики вязкой несжимаемой жидкости, имеет смысл проследить взаимосвязь возникающих там математических проблем с полученными результатами.

Основная проблема теории турбулентности – выяснение природы случайного движения нелинейной среды и способов его математического описания. Возникающие в этой области парадоксы (например: решение уравнений Навье – Стокса для бесконечно длинной трубы радиусом c с условиями прилипания на границе дается формулой Пуазейля

$$v_x = a(c^2 - r^2),$$

но подобные течения наблюдаются только при малых числах Рейнольдса, при превышении которых становятся турбулентными) привели к широкому фронту исследований [8, 43, 44, 45, 71] математических свойств уравнений вязкой несжимаемой жидкости:

$$\bar{v}_t - \Delta v \bar{v} + v_k \bar{v}_{x_k} = -\text{grad} p + \bar{f}(x, t), \quad \text{div} \bar{v} = 0 \quad (2.80)$$

с условием прилипания на границе и начальным условием $\bar{v}|_{t=0} = \bar{a}(x)$ (здесь v – коэффициент вязкости; $\bar{f}(x, t)$ – внешняя «сила»).

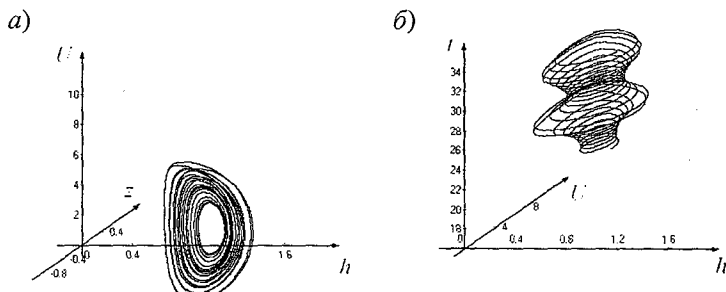


Рис. 2.70. Трехмерная проекция (а) и двумерная временная развертка (б) четырехмерного фазового пространства системы (2.62), (2.63), (2.75) и (2.79). Решения представлены для случая, когда «твердая» задача отделена от «жидкой», т. е. отметка дна пассивно следует за решением системы (2.62), (2.63), (2.75), не оказывая обратного влияния.

В операторном виде задача выглядит так:

$$L\bar{v} = \bar{\Phi}, \quad (2.81)$$

где $\bar{\Phi}$ – совокупность правых частей и краевых условий. Обычно $\bar{v}$ подчиняют определенным ограничениям, что позволяет искомую функцию рассматривать как элемент некоторого функционального пространства B_v . Это приводит к необходимости подчинять определенным условиям и правую часть первого уравнения (2.80), т. е. рассматривать ее как элемент некоторого функционального пространства B_Φ .

Изучать свойства решения (2.80) имеет смысл, если оно существует и единственно (для корректности нужна еще непрерывная зависимость от начальных данных). Поэтому любые исследования начинаются с доказательства теорем существования и единственности. Теорема единственности равносильна утверждению, что существует оператор L^{-1} , обратный оператору L , а теорема существования – что область значений оператора L совпадает с пространством B_Φ .

Корректность задачи равносильна ограниченности обратного оператора L^{-1} , причем некорректная задача в одной паре функциональных пространств может оказаться корректной в другой. Ограниченность же L^{-1} означает ограниченность нормы решения $\|\bar{v}\|_{B_v}$ в выбранном функциональном пространстве.

Одним из способов доказательства существования является использование метода Галеркина, когда решение (2.80) и начальное условие задаются в виде разложения по фундаментальной системе функций $\{\bar{a}^k(x)\}$:

$$\bar{v}^n(x, t) = \sum_{l=1}^n C_{ln}(t) \bar{a}^l(x); \quad (2.82)$$

$$\bar{a}_n(x) = \sum_{l=1}^n C_{ln}^0(t) \bar{a}^l(x), \quad (2.83)$$

причем $C_{ln}^0 = C_{ln}^0$, $l = 1, 2, \dots, n$.

Учитывая (2.82), (2.83) и (2.80), приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для $C_{ln}(t)$:

$$\frac{dC_{ln}(t)}{dt} + v \sum_{l=1}^n a_{li} C_{in}(t) + \sum_{i,j=1}^n a_{ij} C_{in}(t) C_{jn}(t) = f_l(t), \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad (2.84)$$

где $f_l = (\bar{f}, \bar{a}^l)$ (интересно сравнить (2.84) с системой Эйгена (1.3)).

Что означает «разрешимость»? А то, что ограничены любые представители «популяции» $\{C_{ln}(t)\}$, а конкретнее ограничены $\max_{0 \leq t \leq T} |C_{ln}(t)|$. В силу ортонормированности фундаментальной системы функций (по определению), в обычно используемом функциональном пространстве $(L_2(\Omega))$ имеем $\|\bar{v}^n(x, t)\| = \sum_{l=1}^n C_{ln}^2(t)$. Так вот, оценивать надо норму скорости $\|\bar{v}^n\|$. Оказывается, что она «подчиняется» дифференциальному уравнению

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\bar{v}^n\|^2 + v \|\bar{v}_x^n\|^2 = (\bar{f}, \bar{v}^n). \quad (2.85)$$

Согласно работе [43], существуют априорные оценки для скорости в (2.85), из которых следует ограниченность $\max_{0 \leq t \leq T} |C_{ln}(t)|$. В той же работе показана и справедливость предельного перехода для $\bar{v}^n$ при $n \rightarrow \infty$.

Однако ограниченность нормы решения задачи, поставленной для уравнения (2.80), можно показать и не пытаясь конструктивно его построить (т. е. доказать существование решения без его фактического построения). Для этого используется энергетическое равенство для рассматриваемой задачи, отражающее баланс энергии: $0,5d\|\bar{v}^2\|/dt + v\|\bar{v}_x\|^2 = (\bar{f}, \bar{v})$. Из него следует (см. [44]) неравенство

$$\frac{d}{dt} \|\bar{v}\| + v\lambda_1 \|\bar{v}\| \leq \bar{f} \quad (2.86)$$

(здесь λ_1 — собственное значение соответствующей спектральной зада-

чи [44]), интегрирование которого дает:

$$\|\bar{v}(t)\| \leq \|\bar{v}(0)\| e^{-\nu \lambda_1 t} + \|\bar{f}\| (1 - e^{-\nu \lambda_1 t}) / \nu \lambda_1,$$

т. е. $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\bar{v}(t)\| \leq \rho_0 = (\nu \lambda_1)^{-1} \|\bar{f}\|$. Таким образом, любое решение исходной задачи втягивается в шар K_{ρ_0} , т. е. существует (не уходит на бесконечность). Что конкретно представляет из себя множество решений M из K_{ρ_0} требует специального изучения. Если бы траектория решения была единственной, то применение энергетического неравенства (2.86) к норме двух близких решений дало бы шар нулевого радиуса, т. е. единственность решений. Для системы же (2.80) этот подход показывает локальное разбегание траекторий (неустойчивость) и глобальное их сближение за некоторое время (устойчивость), т. е. M представляет собой аттрактор. При этом любая траектория в M восстанавливается по ее проекции $P_n \bar{v}(t)$ в евклидовом пространстве размерности n , зависящей от Re , (чем больше Re , тем больше n). На физическом языке это означает (например), что при модовом описании в методе Галеркина достаточно использовать конечную «популяцию мод» (если уже совсем по простому, то вязкость препятствует существованию мелкомасштабных возмущений).

В работе [44] оценена и хаусдорфова размерность M , которая мажорируется размером области Ω («геометрией»), внешней «силой» $\bar{f}$ и вязкостью ν . В дальнейшем подобному исследованию подвергались и уравнения гиперболического типа [45]. В обоих случаях (параболическом и гиперболическом) важно наличие у разрешающих операторов свойства полной непрерывности. Это означает, что они переводят исходную информацию не просто в ограниченное (замкнутое) множество, но — в компактное, т. е. такое, что пределы траекторий остаются в M (для гиперболических систем необходимо представление разрешающих операторов в виде сжимающей полугруппы и вполне непрерывных операторов). При этом надо отметить, что для получения подобных результатов в случае трехмерной системы Навье — Стокса пришлось модернизировать диссипативный член, сделать его более чувствительным к

большим градиентам скоростей. Подытоживая эти результаты можно сделать выводы:

1. Компактный связный аттрактор может быть получен для обоих типов уравнений (параболических и гиперболических).

2. В случае уравнений Навье – Стокса потребовалось варьировать задаваемый параметр (вязкость).

3. Несмотря на установление факта существования конечномерных аттракторов, описать механизм их возникновения и «самоподдержания» не удастся. Единственное, что установлено, так это то, что, вопреки мнению Ландау и Хопфа, предельные режимы не обязаны быть квазипериодическими функциями времени, но что их динамика «в каком-то смысле конечномерна» [44]. Число несоизмеримых периодов контролируется размерностью M .

Какое ко всему этому имеет отношение частично инфинитное моделирование? А что такое изменение функциональных пространств, в которые погружается задача, как не попытка по-новому зафиксировать изучаемую предметную область (поле скоростей и давлений). И естественно на это затрачивается энергия (по крайней мере - интеллектуальная). Но когда это не приводит к успеху, то начинают «шевелить» вязкость (т. е. задаваемый параметр), расширяя, тем самым, предметную область. Если эти попытки довести до логического конца, то первоначально жестко задаваемый параметр должен стать новой фазовой переменной, как это сделано для уравнений гидравлической идеализации, в которых коэффициент сопротивления не только «управляет» режимом скорости и уровня, но и сам зависит от них. Причем это взаимодействие настолько глубоко, что варьирует тип математической модели.

Действительно, запишем (2.62), (2.63) с учетом (2.74) так:

$$0 = \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} \right) (\gamma \lambda - 1) - \lambda \frac{U^2}{h} + g i_0 - g \frac{\partial h}{\partial x}; \quad (2.87)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -U \frac{\partial h}{\partial x} - h \frac{\partial U}{\partial x}. \quad (2.88)$$

Будем считать, что $\lambda U^2 / h \approx g i_0$ (этого можно и не делать, так как в конечном итоге присутствие этих членов не меняет тип дифференци-

ального уравнения, который определяется старшими производными) и линеаризуем систему (2.87), (2.88) относительно U_0 , h_0 (для классических уравнений гидравлики подобные преобразования впервые выполнены Н. Т. Мелешенко [50]):

$$\beta \frac{\partial U}{\partial t} + \beta U_0 \frac{\partial U}{\partial x} - g \frac{\partial h}{\partial x} = 0; \quad (2.89)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -U_0 \frac{\partial h}{\partial x} - h_0 \frac{\partial U}{\partial x}, \quad (2.90)$$

где $\beta = \lambda\gamma - 1$.

Дифференцируя (2.90) по x , а (2.89) по x и t и делая несложные алгебраические преобразования, приходим к уравнению

$$A \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + 2B \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial x} + C \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0, \quad (2.91)$$

где $A = \beta/g$; $B = \beta U_0/g$; $C = (\beta U_0^2/g) + h_0$.

Если $\gamma = 0$ (используются классические зависимости для гидравлических сопротивлений), то в соответствии с классификацией уравнений математической физики имеем гиперболический тип, так как $B^2 > AC$. Ни параболического ($B^2 = AC$), ни эллиптического $AC > B^2$ типов быть не может.

Если же $\gamma \neq 0$, то возможны различные варианты. Таким образом, при изменении β меняется тип уравнения, т. е. β является управляющим параметром. Но чтобы этот механизм реализовался на практике, надо чтобы β само зависело от n и h , что и следует из уравнения (2.75). Поэтому (видимо) можно и «обобщенную вязкость» $\nu_{об}$ сделать фазовой переменной $\nu_{об} = f(\nu_{об}, \bar{v}, p)$, т. е. «заставить» ее сосуществовать с остальными фазовыми переменными в одном темпомире, а не просто реагировать на сильные градиенты скорости, как это сделано у О. А. Ладыженской [43].

Предложенный путь – это «втягивание» частично инфинитного (не очень понятного, так как он может зависеть от многих факторов)

параметра вязкости в финитную (рационализированную) часть модели. Не надо думать, что ситуация в целом становится «более финитной», наоборот – происходит расширение предметной области (так как в нее «вошла» новая фазовая переменная), а значит расширился контакт с инфинитной реальностью. Мы просто выжигаем (тратя «интеллектуальную энергию») иррациональность (создавая новые рациональные структуры), но область контакта финитности с инфинитностью расширяется: вместо постоянной вязкости появляется переменная, определяемая дифференциальным уравнением со своими константами, которые рано или поздно также «оживут». Поэтому говорить о возможности «решения проблемы турбулентности» можно только метафорически.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На кафедре гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ уже более пятнадцати лет ведутся исследования в направлении разработки моделей, позволяющих моделировать не только адаптационные, но и бифуркационные (инновационные) механизмы развития. В начале была надежда на то, что подобными моделями могут служить стохастические дифференциальные уравнения, с помощью которых на кафедре решались задачи краткосрочных прогнозов, оптимизации измерительной сети и оценки гидрологических последствий антропогенного изменения климата. В последнем случае важна была методология, позволяющая создать «интерфейс» в цепочке моделей климат → воды суши → экономика, а не сам климатический сценарий, связанный с потеплением или похолоданием, какой бы причиной они не вызывались (естественной или антропогенной). Результаты этих исследований вошли в учебные программы ВУЗов и обобщены в учебнике [30].

Однако предпринятый анализ бифуркаций [31] показал, что никаких рациональных моделей, описывающих механизмы зарождения новых фазовых переменных в точках бифуркации не существует. Более того, выяснилось, что в рамках финитных (рациональных) моделей его невозможно создать в принципе [32].

Слова «частично инфинитное моделирование» кому-то «режут слух», но на самом деле его элементы применялись в науке всегда. Яркий пример – задание граничных и начальных условий для обеспечения существования и единственности решения краевых задач. Эта дополни-

тельная информация задается не только исходя из рациональных представлений, заложенных в модель, а и независимым от модели способом (например прямым измерением). Если эти представления расширить, то получается, что любая финитная (рациональная) модель окружена инфинитной (иррациональной) размытой картиной мира (кстати это тоже модель), исходя из которой производится параметризация и обеспечиваются условия устойчивости решений.

В задачах гидрометеорологических прогнозов традиционно используются методики прогнозирования, основанные на адапционных механизмах развития. Эти механизмы характеризуются тем, что за время заблаговременности прогноза сама математическая модель не меняется, изменяются только внешние воздействия, учитываемые в уравнениях свободными членами (например осадками) или задаваемыми числовыми параметрами (например, коэффициентом стока, с помощью которого можно учесть, в частности, изменение свойств подстилающей поверхности при сверхдолгосрочных прогнозах).

Однако адапционные прогнозы имеют горизонт заблаговременности (например, в метеорологических прогнозах это 2 – 3 недели), на котором происходит полная потеря чувствительности к начальным условиям, т. е. сеть гидрологических постов (даже «самая оптимальная») перестает играть регуляризирующую роль в алгоритмах прогноза. Прогнозируемая величина (например, речной сток) полностью определяется механизмом ее формирования, который при подходе к горизонту заблаговременности становится локально неустойчивым, хотя глобально траектория решения не выходит из ограниченного фазового пространства, именуемого странным аттрактором.

По современной терминологии, принятой в нелинейной теории динамических систем, это означает, что траектория из «русла» (области, где возможно маломодовое описание процесса) попадает в «джокер» (область, где конечномерное маломодовое описание «не проходит»). Эта идея «русло – джокер» вписывается в более общую концепцию частично инфинитного моделирования, в которой сами «джокеры» становятся элементами «русла» (финитной частью прогностической модели), и проблемы возникают на частично инфинитной границе, степень фрактальности которой становится индикатором превращения фазового изображения в пыль Фату (т. е. полная непредсказуемость процесса как в маломодовом, так и в «бесконечномерном» описании). «Собрать» пыль

Фату можно только с помощью новой фазовой переменной, т. е. не просто увеличением числа используемых в модели мод, а расширением (изменением) фазового пространства, т. е. качественным изменением самой прогностической модели. Если ситуацию попытаться описать в терминах популяционной экологии, то речь идет о математическом описании (и частичной предсказуемости) появления нового вида. Это можно попытаться сделать (в частности) с помощью теории гиперциклов Эйгена и идей эволюционной эпистемологии с использованием в качестве конкурирующего фактора селективной ценности зарождающихся фазовых переменных. В формировании требований к тому, что «ценно», а что нет, в новой фазовой переменной участвует (в том числе, и в первую очередь) физическая картина мира, на которую опирается сам разработчик модели, т. е. его онтологические и гносеологические установки на процесс прогнозирования (расширения) рассматриваемой предметной области.

В гидрометеорологии подобная задача актуальна не только в связи с существованием конечных горизонтов прогнозирования, но и с возможным выводом глобальной климатической системы из равновесного состояния (не обязательно за счет промышленных выбросов CO_2 в атмосферу). Это может привести (возможно уже приводит) к изменению фрактальных размерностей существующих прогностических моделей с тенденцией превращения их фазовых изображений в пыль Фату (попросту говоря, к неустойчивости).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдеев Р. Ф. Философия информационной цивилизации. – М.: ВЛАДОС, 1994. – 336 с.
2. Алехин Ю. М. Динамико-статистический метод прогноза геофизических макропроцессов. – Труды ЛГМИ, 1961, вып. 11. – с. 97 – 121.
3. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981. – 568 с.
4. Баблюяц А. Молекулы, динамика и жизнь. Введение в самоорганизацию материи. – М.: Мир, 1990. – 375 с.
5. Барабашев А. Г. Будущее математики: методологические аспекты прогнозирования. – М.: Изд. МГУ, 1991. – 160 с.
6. Бергсон А. Творческая эволюция. – М.: «КАНОН-пресс», «Кучково поле», 1998. – 384 с.
7. Божюкин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2000. – 134 с.
8. Вишик М. И., Фурсиков А. В. Математические задачи статистической гидромеханики. – М.: Наука, 1980. – 240 с.
9. Войнич – Сяноженцкий Т. Г. Гидродинамика устьевых участков рек и взморий бесприливных морей. – Л.: Гидрометеиздат, 1972. – 204 с. – (Труды Зак. НИГМИ. – Вып. 46 (52)).
10. Волькенштейн М. В. Биофизика. – М.: Наука, 1988. – 592 с.
11. Воропаев Г. В., Исмаилов Г. Х., Федоров В. М. Моделирование водохозяйственных систем аридной зоны СССР. – М.: Наука, 1984. – 312 с.
12. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. Системы гидродинамического типа и их применение. – М.: Наука, 1981. – 368 с.
13. Гринвальд Д. И., Никора В. И. Речная турбулентность. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 152 с.
14. Гришанин К. В. Динамика русловых потоков. – Л. Гидрометеиздат, 1979. – 312 с.
15. Данилов В. Л. Методы установления в прикладных обратных задачах потенциала гравитационной разведки и теории фигуры Земли. – М.: Наука, 1996. – 248 с.
16. Дементьев В. В. Исследование пульсаций скорости течения на горных реках и ее влияние на точность измерения расхода воды. Труды ГГИ. – 1962. – Вып. 98. – С. 56 – 98.
17. Дмитриев А. Вероятностная модель поведения сложных неравновесных информационных систем // В кн.: Синергетическая парадигма. Многообразие поисков и подходов. – М.: Прогресс-Традиция, 2000. – С. 453 – 457.
18. Естествознание в борьбе с религиозным мировоззрением. – М.: Наука, 1988. – 245 с.
19. Исследование неустановившегося движения воды на реках Тверце и Оредеж / Под ред. Н. Е. Кондратьева и В. А. Урываева. – Л.: Гидрометеиздат, 1961. – 288 с.
20. Казаков И. Е., Мальчиков С. В. анализ стохастических систем в пространстве состояний. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
21. Карасев И. Ф., Коваленко В. В. Стохастические методы речной гидравлики и гидрометрии. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 208 с.
22. Картвелишвили Н. А. Теория вероятностных процессов в гидрологии и регулировании речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1967. – 292 с.
23. Картвелишвили Н. А. Неустановившиеся открытые потоки. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 128 с.
24. Картвелишвили Н. А. Стохастическая гидрология. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 164 с.

25. *Картвелишвили Н. А., Галактионов Ю. И.* Идеализация сложных динамических систем. – М.: Наука, 1976. – 272 с.
26. *Кереселидзе Н. Б.* Устойчивость ограничивающих поверхностей потока, образованных несвязными грунтами, и критерий грядобразования. – Журнал прикладной механики и технической физики, 1967, № 5. – С. 149 – 154.
27. *Кляцкий В. И.* Стохастические уравнения глазами физика (Основные положения, точные результаты и асимптотические приближения). – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 528 с.
28. *Князева Е. Н., Курдюмов С. П.* Законы эволюции и самоорганизация сложных систем. – М.: Наука, 1994. – 236 с.
29. *Коваленко В. В.* Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 160 с.
30. *Коваленко В. В.* Моделирование гидрологических процессов. – СПб.: Гидрометеиздат, 1993. – 256 с.
31. *Коваленко В. В.* Бифуркации в религиозной философии, естествознании и общественном развитии. – СПб.: Гидрометеиздат, 1994. – 160 с.
32. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процессов развития. – СПб.: изд. РГГМУ, 1998. – 113 с.
33. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процессов развития на основе идей эволюционной эпистемологии / Материалы итоговой сессии ученого совета. – СПб.: изд. РГГМИ, 1998. – С. 64 – 65.
34. *Коваленко В. В.* Онтология и гносеология частично инфинитного моделирования. – СПб.: изд. РГГМУ, 2001. – 47 с.
35. *Коваленко В. В.* Нелинейные аспекты частично инфинитного моделирования в эволюционной гидрометеозкологии. – СПб.: изд. РГГМУ, 2002. – 158 с.
36. *Коваленко В. В., Хаустов В. А.* Критерии устойчивого развития гидрологических процессов и картирование зон ожидаемых аномалий параметров годового стока рек СНГ при антропогенном изменении климата. – Метеорология и гидрология, 1998, 12. – С. 96 – 102.
37. *Коваленко В. В., Пивоварова И. И.* Оптимизация режимной гидрологической сети на основе стохастической модели формирования речного стока. – СПб.: изд. РГГМУ, 2000. – 44 с.
38. *Конаржевский Л. М.* Типовые формы кривой обеспеченности характеристик весеннего стока с водосборов степной и лесостепной зон. – Изв. Каз. филиала АН СССР, сер. Энергетики и водного хозяйства, 1961, вып. 3. – С. 130 – 146.
39. *Коплан-Дикс С. И.* К вопросу о точности определения расхода воды. – Труды ГГИ. – 1960. – Вып. 84. – С. 23 – 36.
40. *Кротов В. Ф. и др.* Основы теории оптимального управления. – М.: Высшая школа, 1990. – 431 с.
41. *Кудряшов А. Ф.* Онтология. Методология. Негеоцентризм. – СПб.: Петрополис, 1993. – 160 с.
42. *Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г.* Синергетика – теория самоорганизации (идеи, модели, перспектива) // Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. Введение в информатику с позиций математического моделирования. – М.: Наука, 1988. – С. 79 – 136.
43. *Ладыженская О. А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1970. – 288 с.

44. *Ладыженская О. А.* О конечномерности ограниченных инвариантных множеств для системы Навье – Стокса и других диссипативных систем. – В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 14 (Зап. научн. семин. ЛОМИ, т. 115). – Л.: Наука, 1982. – С. 137 – 155.
45. *Ладыженская О. А.* Об аттракторах нелинейных эволюционных задач с диссипацией. – В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 18 (Зап. научн. семин. ЛОМИ, т. 152). – Л.: Наука, 1986. – С. 72 – 85.
46. *Львов Г. А.* Фрактальные среды / Изд. перераб. и доп. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. – 24 с.
47. *Малинецкий Г. Г.* Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: Введение в нелинейную динамику. – М.: Наука, 1997. – 255 с.
48. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Нелинейность. Новые проблемы, новые возможности. – В кн.: Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996. – С. 165 – 189.
49. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
50. *Мелещенко Н. Т.* Применение теории длинных волн малой амплитуды к вопросам суточного регулирования. Известия ВНИИГ, 1940, т. 28.
51. *Милованов В. П.* Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 264 с.
52. *Молчанов А. П., Занадворов П. Н.* Курс электротехники и радиотехники. – М.: Наука, 1969. – 480 с.
53. *Мун Ф.* Хаотические колебания. Вводный курс для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1990. – 312 с.
54. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. Введение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 344 с.
55. *Николис Дж.* Динамика иерархических систем: Эволюционное представление. – М.: Мир, 1989. – 488 с.
56. *Пайтген Х.-О., Рихтер П. Х.* Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. – М.: Мир, 1993. – 176 с.
57. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: Пер. с англ. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
58. *Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик.* – Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 448 с.
59. *Пригожин И.* От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках. – М.: Наука, 1985. – 328 с.
60. *Пространственно-временные колебания стока рек СССР / Под. ред. А. В. Рождественского.* – Л.: Гидрометеоиздат, 1988. – 376 с.
61. *Пугачев В. С., Синицын И. Н.* Стохастические дифференциальные системы. – М.: Наука, 1985. – 560 с.
62. *Рабинович М. И.* Автоколебания распределенных систем. – Известия вузов. Радиофизика. – 1974, т. 17, № 4. – С. 477 – 510.
63. *Рождественский А. В., Чеботарев А. И.* Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеоиздат, 1974. – 424 с.
64. *Свеиников А. А.* Прикладные методы теории случайных функций. – М.: Наука, 1968. – 464 с.

65. *Свирижев Ю. М.* Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. – М.: Наука, 1987. – 368 с.
66. *Симонов П. В., Еришов П. М.* Темперамент. Характер. Личность. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
67. *Современная философия науки: знание, рациональность, ценности в трудах мыслителей Запада.* – М.: «Логос», 1996. – 400 с.
68. *Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского.* – М.: Наука, 1987. – 712 с.
69. *Стратонович Р. Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. – М.: Сов. Радио, 1961.
70. *Стратонович Р. Л.* Нелинейная неравновесная термодинамика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 480 с.
71. *Темам Р.* Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. – М.: Мир, 1981. – 408 с.
72. *Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика.* – М.: Наука, 2000. – 431 с.
73. *Федоров В. Д., Гильманов Т. Г.* Экология. – М.: Изд. МГУ, 1980. – 464 с. 40.
74. *Федорченко А. М., Казаренко Н. А.* Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. – М.: Наука, 1981. – 176 с.
75. *Хакен Г.* Синергетика. – М.: Наука, 1980. – 408 с.
76. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация: Динамическая теория информации. – М.: Наука, 2001. – 244 с.
77. *Шелутко В. А.* Статистические модели и методы исследования многолетних колебаний стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 160 с.
78. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
79. *Эйген М.* Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул. – М.: Мир, 1973. – 216 с.
80. *Bar. P., Tang C., Creutz M.* Self-organized criticality. *Physical review A*. Vol. 38. N 1, 1988. – pp. 364 – 374.
81. *May R. M., Leonard W. J.* Nonlinear aspects of competition between three species. – «SIAMJ. Appl. Math.», 1975, vol. 29, № 2.
82. *Sagan S. D.* The limits of safety: Organization accidents and nuclear weapons. Princeton: Univ. Press, 1993. – 286 p.
83. *Yokosi Sh.* The structure of river turbulence. – Bull. Dis. Prev. Res. Inst. Kyoto Univ., 1967, vol. 17, N 2. – P. 1 – 29.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1. Философские и научно-естественные основания частично инфинитного моделирования	9
1.1. Философская подоплека	9
1.2. Научно-естественные основания	37
1.3. Нефеноменологические парадоксы гидравлики и инженерной гидрологии	56
2. Моделирование гносеологических переходных процессов в гидрологии ...	75
2.1. Фрактальная диагностика размерности фазового пространства	75
2.2. Введение эмоций в математическую модель	84
2.3. Динамические модели и отображения	93
2.4. Прогнозирование речного стока с использованием теневой фазовой переменной	120
2.5. Нелинейное расширение фазового пространства	132
2.6. Интерфейс гидрологии и экономики	146
2.7. Многомерное уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова	155
2.8. Проблема гидравлических сопротивлений в свете частично инфинитного подхода	170
Заключение	189
Список литературы	192

CONTENTS

Introduction.	5
1. Philosophical and natural-science foundation for partial infinite modelling.	9
1.1. Philosophical background.	9
1.2. The natural-science foundation.	37
1.3. Non-phenomenological paradoxes of hydraulics and engineering.	56
2. Modelling of epistemological transient processes in hydrology.	75
2.1. Fractal diagnostics of the phase space dimension.	75
2.2. Introduction of emotions to mathematical models.	84
2.3. Dynamic models and images.	93
2.4. Prediction of river runoff using the shadow phase variable.	120
2.5. Nonlinear expansion of phase space.	132
2.6. The interface of hydrology and economics.	146
2.7. The multivariate Fokker-Planck-Kolmogorov equation.	155
2.8. A problem of hydraulic resistance in light of the partial infinite approach. ...	170
Conclusions.	189
References.	192

140р.

Научное издание

Коваленко Виктор Васильевич

ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ
РЕЧНОГО СТОКА

Монография

Редактор И.Г. Максимова

Компьютерный набор и верстка: Н.В. Викторова

ЛР № 020309 от 30.12.96.

Подписано в печать 01.04.04. Формат 60х90 1/16. Гарнитура Times New Roman.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл.печ.л. 12,5. Уч.-изд.л. 13,3. Тираж 225 экз. Заказ № 13
РГТМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.
ЗАО «Лека», 195112, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 68.
