

ФЕДЕРАЛЬНАЯ ЦЕЛЕВАЯ ПРОГРАММА  
«ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОДДЕРЖКА ИНТЕГРАЦИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ НАУКИ НА 1997 — 2000 ГОДЫ»

С.М.Ковалев, Г.А.Лебедев,  
О.А.Недошивин, К.К.Сухоруков

# МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОРСКОГО ЛЬДА



Санкт-Петербург  
Гидрометеоиздат  
2001

*Рассматриваются упругие (модули упругости, коэффициент Пуассона), реологические (ползучесть, вязкость, внутреннее трение и др.) и прочностные (временные сопротивления на сжатие, растяжение, изгиб, срез, пределы упругости и др.) характеристики морского льда. Обсуждаются вопросы определения прочностных характеристик льда при различных видах его механических испытаний. Дается методика расчета механических характеристик морского льда по гидрометеорологическим данным.*

*Пособие предназначено для студентов и аспирантов океанологической специальности.*

*Издание осуществлено при финансовой поддержке Федеральной целевой программы «Государственная поддержка интеграции высшего образования и фундаментальной науки на 1997 — 2000 годы».*



М  $\frac{1805040600-23}{069(02)-2001}$

ISBN 5-286-01422-4

© Центр «Интеграция», 2001 г.  
© Государственный научный центр РФ-  
Арктический и антарктический  
научно-исследовательский институт  
(ГНЦ РФ ААНИИ), 2001 г.

## ВВЕДЕНИЕ

---

Механические свойства льда обуславливают его поведение как твердого тела под действием внутренних и внешних сил. По механическим напряжениям, деформациям и физическим параметрам можно судить о способности льда к его упругому, упруго-пластическому и вязкому деформированию или разрушению. К механическим свойствам льда относятся упругие (модули упругости, коэффициент Пуассона), реологические (ползучесть, вязкость, внутреннее трение) и прочностные (временные сопротивления на сжатие, растяжение, изгиб, срез, пределы упругости) характеристики, а также такие дополнительные характеристики, как твердость, адгезия и другие. Они не являются «чистыми» константами материала, поскольку существенно зависят от структурных особенностей строения льда, формы и размеров тела, его температуры, скорости нагружения, состояния поверхности, влияния окружающей среды и многих других факторов.

Отличительной особенностью льда по сравнению с другими природными материалами является то, что он в естественных условиях находится при температурах близких к температуре плавления; естественные условия его образования таковы, что в нем всегда существует множество пор, полостей, микротрещин. Макроскопическая структура льда также весьма разнообразна: кристаллы в зависимости от физических условий образования могут иметь упорядоченную или произвольную ориентировку и размеры, изменяющиеся в пределах нескольких порядков (от десятых миллиметра до метра).

Сравнительно невысокая отрицательная температура существования льда способствует тому, что примесные вещества, сосредоточенные в межкристаллических прослойках, практически всегда находятся в состоянии жидкой фазы.

Перечисленные факторы приводят к тому, что лед обладает сравнительно невысоким пределом упругости и при естественных температурах и статических нагрузках испытывает упругопластические деформации. При этом следует заметить, что незначительные колебания температуры льда (особенно в области кристаллизации) влияют на его механические характеристики. Это обстоятельство и ряд других особенностей льда как физического тела приводят к тому, что изучение его механических характеристик требует выбора особых методов исследования.

подавляющее количество исследований упругопластических и деформационно-прочностных характеристик льда выполнено на малых образцах с помощью традиционных статических методов при кратковременном

приложении нагрузок. Значительно меньше измерений проведено при исследованиях морского льда, что связано с рядом методических трудностей, вызванных, например, вытеканием из малых образцов рассола, объемное содержание которого сильно сказывается на свойствах льда. Морской лед даже при малых нагрузках и кратковременном их приложении не является линейно-упругим материалом. Поэтому определение механических характеристик статическими методами, применяемыми обычно в сопротивлении материалов, без учета особенностей льда, может привести к неверным результатам. В настоящее время методика определения механических характеристик льда, условия его транспортировки и хранения, размеры испытываемых образцов стандартизированы и согласованы на международном уровне. Для того чтобы в дальнейшем можно было сопоставлять экспериментальные данные разных авторов, необходимо придерживаться рекомендаций, изложенных в работах [7, 15, 88]. Существенным образом зависят от скорости нагружения деформационные и прочностные характеристики льда. Вследствие многообразия факторов, определяющих физические свойства льда, данные, например, по его прочностным характеристикам, полученные исследователями разных стран за более чем 100 лет, имеют большой диапазон значений. Так, прочность на сжатие изменяется примерно от  $4 \cdot 10^5$  до  $130 \cdot 10^5$  Па (и даже больше), а прочность на изгиб примерно от  $3 \cdot 10^5$  до  $30 \cdot 10^5$  Па. Сравнение результатов испытаний образцов различного размера показало наличие у льда масштабного эффекта, проявляющегося в уменьшении прочности более крупных образцов. Это приводит к невозможности прямого отнесения результатов испытаний малых образцов на ледяной покров или массивы льда, прочностные характеристики которых, в конечном итоге, необходимы для применения в инженерных расчетах.)

Стремление получить характеристики механических свойств ледяного покрова привело к совершенствованию существующих (например, сейсмоакустический, импульсный и резонансный методы, изгиб консольных балок, выпиленных непосредственно в ледяном покрове на всю его толщину) и разработке новых методов испытаний льда *in situ*. Широкое применение для определения реологических характеристик льда в натуральных условиях нашел прессиометрический метод, в основу которого положена теория кратковременной ползучести льда Ю.К.Зарецкого, получившая подробную физическую интерпретацию для морских льдов в экспериментальных исследованиях В.В.Богородского, В.П.Гаврило, Б.Д.Чумичева, А.М.Фиша. Этот метод особенно ценен и удобен для исследований свойств льда при длительно действующих нагрузках.

В реальных условиях лед может также испытывать импульсные или периодические (волновые) нагрузки, нередко действующие одновременно со статическими напряжениями. В этих условиях более точные оценки механических характеристик дают динамические методы. Они основаны на возбуждении упругих колебаниях различных типов во льду, измерении ско-

ростей распространения и затухания этих колебаний, по которым могут быть вычислены модули упругости, тангенс угла механических потерь, вязкость и другие характеристики, связанные с упругими несовершенствами твердых тел. Большой диапазон волн, которые могут возбуждаться при использовании динамических методов, позволяют вести измерения как в отдельных монокристаллах и образцах, так и непосредственно в покрове. В отличие от статических динамические методы позволяют получать такие параметры льда, как время релаксации, энергия активации, оценивать потери, связанные с движением дислокаций, и являются более тонким инструментом в изучении механических свойств льда.

Теоретические модели, отражающие поведение льда под действием динамических и статических нагрузок, помогают установить связь между значениями механических характеристик при различных скоростях и условиях приложения нагрузки и позволяют осуществлять переход от характеристик, определяемых динамическими методами, к статическим. Разработка таких моделей, которые бы наиболее полно отражали механические свойства льда в широком диапазоне частот, невозможна без совместного рассмотрения явлений, происходящих во льду на микро- и макроуровнях.

При анализе многочисленных публикаций по морскому льду учитывались, прежде всего, корректность получения и надежность экспериментальных данных, а также возможность их практического использования.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Интеграция», проект М141-05 в ГНЦ РФ ААНИИ.

## 1. УПРУГИЕ СВОЙСТВА

---

Морской лед проявляет упругие свойства, если после снятия приложенного ранее напряжения исчезает деформация, вызванная этим напряжением. Напряжения могут вызываться приложением внешних нагрузок, объемными силами, температурными градиентами и другими источниками. Морской лед ведет себя как вполне упругое тело, если соблюдается закон Гука, когда приложенное напряжение не превышает некоторого определенного значения и продолжительность его воздействия достаточно коротка.

Строго говоря, напряжение, ограничивающее область упругих деформаций, несколько больше напряжения, ограничивающего область применимости закона Гука. Однако разница между ними невелика, для практических и некоторых теоретических расчетов их считают равными.

### 1.1. ДЕФОРМАЦИИ И НАПРЯЖЕНИЯ В ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ОБЪЕМАХ ЛЬДА

Деформация льда – это изменение размеров и форм сплошного ледяного тела или его элементов вследствие воздействия внешних механических сил, теплового расширения или других причин. Деформация называется упругой, если частицы тела, после того как будет снята воздействующая нагрузка, возвращаются в свое первоначальное положение. Если тело полностью не восстанавливает своей первоначальной формы и деформация частично остается, то она называется остаточной деформацией (ее также называют неупругой или пластической). Если деформация измеряется в единицах длины, то она называется абсолютной. Если же эту деформацию отнести к первоначальным размерам тела (или его элемента), то ее называют относительной. Деформации растяжения, сжатия, изгиба, среза (сдвига) и кручения – это наиболее простые виды деформации твердого тела, которые могут встречаться в комбинациях.

Деформация льда полностью определена, если известен вектор перемещения каждой его точки. В теории упругости и пластичности тела рассматриваются как “сплошные”, т.е. заполняющие весь объем, занимаемый материалом тела без всяких пустот. Понятие сплошности относится также к элементарным объемам, на которые мысленно можно разбить тело. Реальной дискретной атомистической структурой здесь пренебрегаем. Считаем, что материя непрерывно распределена в заданном объеме. Изменение расстояния между центрами любых двух смежных бесконечно малых объемов у тела, не получающего разрывов, должно быть малым по сравнению с исходной величиной этого расстояния. Поэтому можно считать

перемещение частиц непрерывными функциями координат. Под перемещением точки понимают вектор, начало которого находится на исходном положении точки, а конец – в положении ее после нагрузки; компонентами вектора по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно являются  $u$ ,  $v$ ,  $w$ .

Основными видами деформации являются продольная (удлинение и укорочение) и сдвиговая деформации. Относительное удлинение некоторого элемента льда

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$

является его простейшей одноосной деформацией, где  $l$  – длина элемента после деформации,  $l_0$  – первоначальная длина этого элемента. Обычно на практике мы имеем дело с малыми деформациями льда, так что  $\varepsilon \ll 1$ . Относительные удлинения отрезков по координатным осям  $0x$ ,  $0y$ ,  $0z$  характеризуются величинами

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Сдвиговой деформацией называется относительное смещение одной части тела относительно другой вдоль некоторой плоскости. Компоненты сдвига могут быть записаны в виде:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right).$$

Величины  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{yz}$ ,  $\varepsilon_{zx}$  называются компонентами малой деформации.

Деформированное состояние элемента считается известным, если известны компоненты тензора деформации (или просто компоненты деформации) относительно выбранной системы координат. Тензор деформации представляет собой симметричный тензор 2-го ранга

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$

При малых деформациях квадратами и произведениями компонент деформации можно пренебречь вследствие их малости; относительное объемное расширение выражается

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$$

и характеризует всестороннюю объемную деформацию. Ей соответствует среднее относительное удлинение

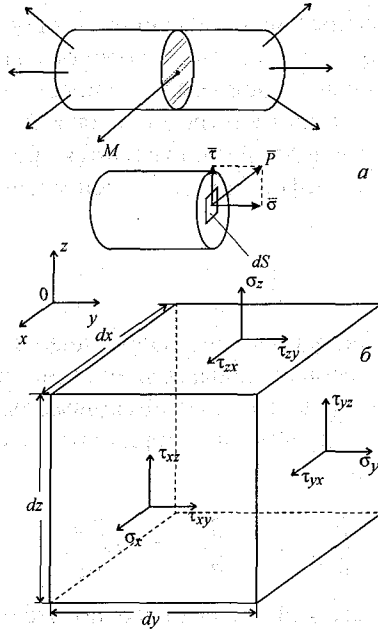


Рис. 1. Геометрическое представление тензора механических напряжений:

*a* – для точки *M*; *b* – для элементарного объема.

$$\varepsilon = \frac{1}{3} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}).$$

Механическое напряжение во льду есть мера внутренних сил, приходящихся на единицу площади поперечного сечения деформируемого тела под влиянием внешних воздействий. Чтобы определить напряженное состояние в окрестности любой точки *M* мысленно рассечем тело через эту точку (рис. 1*a*), заменяя воздействие соприкасающихся по сечению частей тела соответствующими внутренними силами. Если внутренние силы равномерно распределены по площади раздела, а на элементарную площадку *dS*, окружающую точку *M*, действует сила  $d\vec{F}$ , то отношение  $\vec{P} = d\vec{F}/dS$  называется вектором напряжения на площадке *dS*. Проекция вектора  $\vec{P}$  на нормаль к сечению называется нормальным напряжением  $\sigma$ , а его проекция на плоскость площадки *dS* – касательным напряжением  $\tau$ , причем  $P^2 = \sigma^2 + \tau^2$ . Напряжение называют однородным, если сила, действующая на поверхность части тела определенной формы и ориентации, не зависит от положения этой части в теле. Состояние тела с однородными напряжениями называется однородным напряженным состоянием. Если внутри тела с однородным напряженным состоянием выделить куб с ребрами вдоль



осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , то на внутреннюю часть этого куба со стороны окружающего материала действуют напряжения, передаваемые через все его грани (рис. 1б). Совокупность всех векторов напряжений, проходящих через точку  $M$ , характеризует напряженное состояние в точке. Оно полностью определяется симметричным тензором напряжений 2-го ранга

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Здесь использована система обозначений, обычно принимаемая в литературе технического направления. Иногда более удобны тензорные обозначения, через которые компоненты тензора напряжений записываются в виде  $\sigma_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ .

Растягивающие нормальные компоненты напряжений считаются положительными. Касательные компоненты положительны, если действуют вдоль положительных направлений соответствующих осей координат. Все направления, показанные на рис. 1б, положительны.

В упругом состоянии тела зависимость между механическими напряжениями и деформациями описывается соотношениями теорий упругости [1], в упругопластическом состоянии – уравнениями теорий пластичности [26].

## 1.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОСТИ

Упругие свойства льда характеризуют его способность сопротивляться изменению своего объема и формы под воздействием механических напряжений, которые могут быть вызваны внешней нагрузкой, объемными силами, а также температурными градиентами и другими источниками внутренних напряжений. К ним относятся модули упругости и коэффициент Пуассона, а также постоянные Ламе. При малых деформациях связь между компонентами напряжения  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ , ...,  $\tau_{xy}$  и компонентами деформации  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ , ...,  $\epsilon_{xy}$  в некоторой точке в общем виде представляется шестью линейными соотношениями типа

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= C_{11}\epsilon_{xx} + C_{12}\epsilon_{yy} + C_{13}\epsilon_{zz} + C_{14}\epsilon_{yz} + C_{15}\epsilon_{zx} + C_{16}\epsilon_{xy}, \\ \sigma_{yy} &= C_{21}\epsilon_{xx} + C_{22}\epsilon_{yy} + C_{23}\epsilon_{zz} + C_{24}\epsilon_{yz} + C_{25}\epsilon_{zx} + C_{26}\epsilon_{xy}, \\ \tau_{yz} &= C_{61}\epsilon_{xx} + C_{62}\epsilon_{yy} + C_{63}\epsilon_{zz} + C_{64}\epsilon_{yz} + C_{65}\epsilon_{zx} + C_{66}\epsilon_{xy}, \end{aligned}$$

где  $\sigma_{xx}$  – нормальное напряжение, действующее по оси  $Ox$  на грань куба, перпендикулярную к этой оси и т.д.;  $\tau_{yz}$  – касательное напряжение, действующее по оси  $Oy$  по площадке, нормальной к  $z$  и т.д.;  $\epsilon_{yz}$  – относительный сдвиг, т.е. мера изменения в плоскости  $yz$  угла, образованного сторонами элементарного параллелепипеда и т.д. Коэффициенты  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ , ...,  $C_{66}$  называются модулями упругости или константами жесткости и имеют размерность напряжения, т.е. единицы силы, отнесенной к единице площади.

## Модули упругости монокристалла льда

$C_{ik}$ , ГПа	По данным						
	[55]	[7]	[12]	[76]			[62]
	при $t = -16^\circ\text{C}$			$t = 0^\circ\text{C}$	$t = -10^\circ\text{C}$	$t = -15^\circ\text{C}$	при $t = -15^\circ\text{C}$
$C_{11}$	15,2	$13,84 \pm 0,08$	$13,33 \pm 1,98$	9,82	12,08	13,37	$13,26 \pm 0,3\%$
$C_{12}$	8,0	$7,07 \pm 0,12$	$6,03 \pm 0,72$	6,33	6,68	6,79	$6,8 \pm 2\%$
$C_{13}$	7,0	$5,81 \pm 0,16$	$5,08 \pm 0,72$	5,16	7,13	7,78	$5,78 \pm 7\%$
$C_{33}$	16,2	$14,99 \pm 0,08$	$14,28 \pm 0,54$	13,02	15,99	16,83	$14,42 \pm 0,4\%$
$C_{44}$	3,2	$3,19 \pm 0,03$	$3,26 \pm 0,08$	2,83	3,09	3,36	$2,89 \pm 0,7\%$

У монокристаллов льда, как и у других гексагональных кристаллов, имеется лишь пять независимых упругих модулей, не равных нулю ( $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$  и  $C_{44}$  [7, 26]). В табл. 1 приведены значения модулей упругости монокристалла льда по данным различных авторов. Наблюдающиеся отличия в значениях модулей, по-видимому, связаны с различными условиями образования монокристаллов льда.

Зависимость этих модулей упругости от температуры монокристалла льда представлена на рис. 2.

Зависимость между напряжением и соответствующей ему деформацией, в простейшем случае одноосной деформацией, определяется формулой: напряжение равно произведению соответствующей деформации на модуль упругости. Модули упругости – макроскопические величины и для чистого льда являются константами, которые определяются эксперимен-

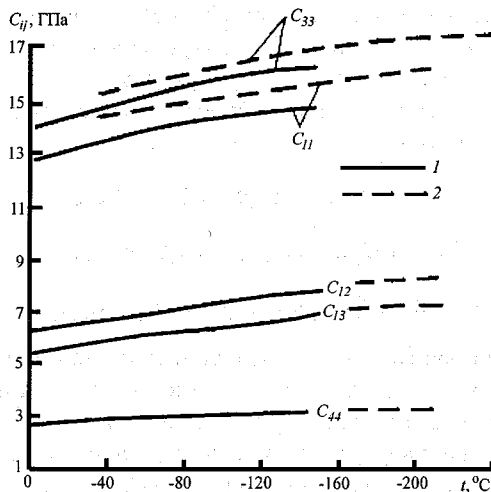


Рис. 2. Температурная зависимость модулей упругости монокристалла льда:  
1 – по данным из работы [33]; 2 – по данным из работы [7].

тально или расчетным путем на основе микроскопической теории межатомных сил связи.

К величинам, характеризующим упругие свойства льда как изотропного материала, относятся и постоянные Ламе – коэффициенты  $\lambda$  и  $\mu$ , входящие в шесть уравнений связи между компонентами напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xy}$  и компонентами деформаций  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \dots, \varepsilon_{xy}$  в произвольной точке тела

$$\sigma_x = 2\mu\varepsilon_{xx} + \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz})$$

$$\tau_{xy} = \mu\varepsilon_{xy} \dots$$

Коэффициенты  $\lambda$  и  $\mu$  зависят от структурных особенностей строения льда и его температуры. Они связаны с модулями упругости и коэффициентами Пуассона следующими формулами:

$$\mu = G; \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = K - \frac{2G}{3}.$$

Приведенные зависимости позволяют по полученным экспериментальным значениям модуля продольной упругости (модуля Юнга)  $E$ , модуля сдвига  $G$ , модуля объемного сжатия  $K$  и коэффициента Пуассона  $\nu$  рассчитать значения постоянных Ламе. Через постоянные Ламе основные упругие характеристики льда выражаются следующим образом:

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_{xx}} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu},$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)},$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu = \frac{E}{3(1-2\nu)},$$

$$G = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Различают динамические и статические упругие свойства льда. Чисто упругое поведение монокристалла обуславливается, главным образом, изменениями межмолекулярных расстояний под действием приложенного напряжения. Однако возбужденные напряжением движения дефектов (т.е. дислокаций) также вносят свой вклад в деформацию. При движении дефектов к зонам равновесия твердое тело будет непрерывно деформироваться. Эта деформация будет не вполне упругой. Однако, если напряжение прикладывается и снимается в течение достаточно коротко промежутка времени (например, при прохождении звуковой волны), дефекты не успевают участвовать в достаточной мере в деформации, которую в этом случае можно считать упругой. По этой причине упругие константы льда, получаемые, например, из высокочастотных акустических измерений (бу-

дем называть их динамическими характеристиками), более надежны (воспроизводимы), чем те же характеристики, получаемые из экспериментов, в которых измеряется деформация тела, испытывающего статически приложенную нагрузку.

Динамические упругие характеристики могут быть определены по измерению скоростей распространения продольных  $C_l$  и поперечных  $C_t$  волн во льду, плотность  $\rho$  которого известна:

$$E = \rho C_l^2 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}; \quad G = \rho C_t^2; \quad \nu = \frac{C_l^2 - 2C_t^2}{2(C_l^2 - C_t^2)}.$$

Значения статических упругих характеристик определяются, например, при изгибе балок и консолей. По данным о прогибе  $f$  балки на двух опорах под действием приложенной нагрузки  $P$  статический модуль упругости рассчитывается по формуле

$$E = \frac{Pl^3}{4bh^3 f},$$

где  $l$ ,  $b$  и  $h$  – соответственно длина, ширина и высота балки. При изгибе консоли

$$E = \frac{4Pl^3}{bh^3 f}.$$

Модуль сдвига при кручении цилиндрических стержней длиной  $l$  и радиусом  $r$  определяется выражением

$$G = \frac{2M_{кр}}{\pi r^4 \varphi},$$

где  $M_{кр}$  – крутящий момент;  $\varphi$  – угол закручивания.

При проведении таких испытаний необходимо иметь в виду, что согласно многим экспериментальным данным при температурах  $-3 \dots -40^\circ\text{C}$  лед ведет себя как вполне упругое тело, которое подчиняется закону Гука, если приложенное напряжение не превышает определенного значения, называемого пределом упругости\*, и продолжительность его воздействия достаточно коротка. По сравнению с динамическими, характеристики, полученные в результате статических методов, имеют значительный (больше, чем на порядок) разброс экспериментальных данных.

### 1.2.1. Модуль Юнга

Одностороннему нормальному напряжению  $\sigma$ , возникающему при простом растяжении (сжатии), соответствует в направлении растяжения (сжатия) модуль Юнга  $E$  (модуль продольной упругости), равный отношению

\* Подробнее о пределе упругости см. раздел 3.2.

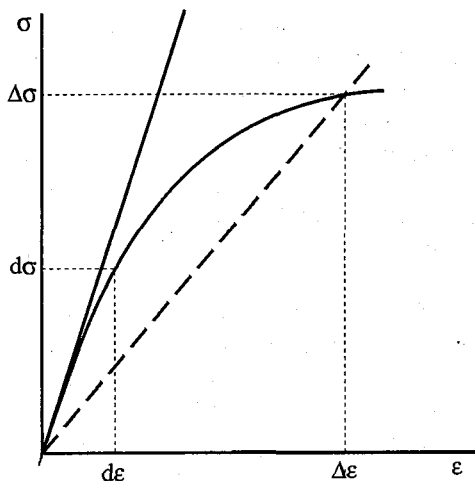


Рис. 3. Определение начального касательного и секущего модулей упругости.

нормального напряжения к относительному удлинению (укорочению)  $\epsilon$ , вызванному этим напряжением в направлении его действия,  $E = \sigma/\epsilon$ , и характеризующий способность льда сопротивляться деформации растяжения (сжатия).

Кроме термина “модуль Юнга”, в литературе о льде можно встретить также следующие понятия, отражающие ту или иную особенность этого свойства и степень приближения к его определению.

Истинный или мгновенный модуль упругости – величина, соответствующая мгновенной упругой деформации, например, в идеализированном эксперименте на одноосное сжатие, в котором предполагается, что напряжение прикладывается внезапно в некоторый момент времени, и при этом возникает бесконечная скорость изменения напряжения и бесконечная скорость деформации. В типичных экспериментах на одноосное сжатие упругая относительная деформация имеет значение примерно  $10^{-4}$  при напряжении около  $10^5$  Па.

Если на диаграмме напряжение–деформация (рис. 3) в начальный момент времени, соответствующий началу координат, провести касательную к кривой  $\sigma = f(\epsilon)$ , то ее наклон  $(d\sigma/d\epsilon)_{\epsilon=0}$  и есть истинный модуль Юнга, который также называют еще и начальным касательным модулем.

Среднее значение производной  $d\sigma/d\epsilon$  называют секущим модулем; при высоких скоростях деформации или низких температурах это среднее значение высоко, при малых скоростях деформации или высоких температурах кривизна диаграммы  $\sigma = f(\epsilon)$  становится весьма значительной и секущий модуль заметно меньше истинного модуля

$$\left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon}\right)_{\epsilon \neq 0} < \left(\frac{d\sigma}{d\epsilon}\right)_{\epsilon=0}$$

Акустическим (ультразвуковым, сейсмоакустическим) обычно называют модуль Юнга, определенный по измеренным значениям плотности  $\rho$  и скоростей распространения продольной  $C_l$  и поперечной  $C_t$  волн в образце на малой базе (единицы–десятки сантиметров) в случае применения импульсного ультразвукового метода или в ледяном покрове, когда измерительная база составляет десятки–сотни метров, в случае применения сейсмического метода. Модуль Юнга, определенный измерениями на больших базах, иногда называют среднеинтегральным или эффективным динамическим модулем.

Динамический модуль упругости, дающий связь между конечными изменениями напряжения  $\Delta\sigma$  и деформации  $\Delta\varepsilon$ , осуществляющимися настолько быстро, что никакая релаксация\* не успевает произойти, называют нерелаксирующим модулем  $E_n = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ . Релаксированный модуль упругости – это модуль для тех условий, когда процесс релаксации уже закончился:

$$E_n = E_p \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon},$$

где  $\tau_\varepsilon$  – время релаксации напряжения при постоянной деформации;  $\tau_\sigma$  – время ретардации, т.е. величина, характеризующая скорость увеличения деформации при неизменном напряжении.

Для периодически изменяющихся напряжений  $\sigma(t) = \sigma_0 e^{i\omega t}$  и деформаций  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$  с частотой  $\omega$  связь между их амплитудами можно получить в виде  $\sigma_0 = E^* \varepsilon_0$ , где  $E^*$  называется комплексным модулем упругости

$$E^*(\omega) = E_1(\omega) + iE_2(\omega) = \frac{1 + i\omega\tau_\sigma}{1 + i\omega\tau_\varepsilon} E_p.$$

Тангенс угла  $\varphi$ , на который деформация запаздывает относительно напряжения, является мерой внутреннего трения и равен отношению мнимой части  $E^*(\omega)$  к действительной

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega(\tau_\sigma - \tau_\varepsilon)}{1 + \omega^2 \tau_\sigma \tau_\varepsilon}.$$

Обычно  $\tau_\sigma$  и  $\tau_\varepsilon$  отличаются на несколько процентов и поэтому между ними либо не делают различия, либо используют их среднее геометрическое значение. Если  $\tau = \sqrt{\tau_\sigma \tau_\varepsilon}$ , а  $E = \sqrt{E_n E_p}$ , то

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_n - E_p}{E} \cdot \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}.$$

\* О релаксации см. раздел 2.2.2.

Величина  $\Delta_E = \frac{E_n - E_p}{E}$  характеризует степень релаксации и называется дефектом модуля Юнга (иногда в знаменателе ставят вместо  $E$  величину  $E_p$ ). Степень релаксации для модуля сдвига  $\Delta_G$  можно получить из выражения

$$\Delta_G = \frac{3}{2(1+\nu)} \Delta_E,$$

из которого видно, что величина  $\Delta_G$  примерно на 10–15% больше  $\Delta_E$ .

Динамический модуль упругости  $E(\omega)$ , определяемый отношением напряжения к той части деформации, которая синфазна с напряжением, соответствует выражению

$$E(\omega) = E_n - \frac{E_n - E_p}{1 + (\omega\tau)^2},$$

откуда

$$E(\omega) = \begin{cases} E_p & \text{при } \omega\tau \ll 1 \\ E_n & \text{при } \omega\tau \gg 1. \end{cases}$$

Для того чтобы четче различать истинный модуль упругости льда и его квазисвойства, проявляющихся при сравнительно продолжительных процессах деформирования, в статических опытах на изгиб, растяжение или сжатие образцов В.В.Лавровым [29] был предложен термин “модуль деформации”. Кажущиеся модули упругости, получаемые в этих случаях с помощью формул сопромата, связывающих деформацию льда с вызвавшей ее нагрузкой, называются соответственно модулями деформации при изгибе, растяжении и сжатии. Эти величины существенно зависят от многих факторов, включая методику проведения экспериментов, размеры образцов и способ регистрации деформации.

Вследствие различия свойств льда на сжатие и на растяжение модуль деформации при изгибе является приведенным модулем  $E_{np}$ . В сопротивлении материалов показано, что он выражается через модули упругости на сжатие  $E_1$  и на растяжение  $E_2$  следующей формулой:

$$E_{np} = \frac{4E_1E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2}.$$

При  $E_1 = E_2$ ,  $E_{np} = E_1 = E_2$ .

Таким образом, приведенный модуль упругости – это такой модуль, который получается исходя из предположения, что материал работает примерно одинаково как на сжатие, так и на растяжение. Поскольку зна-

чения модулей упругости морского льда на растяжение и сжатие существенно отличаются, использовать эту характеристику можно только для специальных задач.

Различают изотермический и адиабатический модули упругости. При изотермической деформации температура тела не меняется и модули упругости, соответствующие этому случаю, называются изотермическими. В случае адиабатических деформаций (соответствующих, например, быстрым колебательным движениям при прохождении упругих волн, когда за время одного колебания теплообмен с внешней средой не успевает совершаться), модули с достаточной точностью определяются выражениями:

$$E_{ad} = E + E^2 \frac{\alpha^2}{c_p} T; \quad \mu_{ad} = \mu;$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $\alpha$  – коэффициент объемного теплового расширения;  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $T$  – температура деформированного тела. Для льда различие адиабатических и изотермических модулей мало. Например, у поликристаллического пресноводного льда при температуре около  $-10^\circ\text{C}$  их расчетные значения отличаются примерно на 0,1%. Экспериментально получить изотермический модуль при статических испытаниях практически невозможно, поскольку результаты экспериментов будут искажены большими пластическими деформациями.

Сопоставление данных расчета модуля Юнга по различным известным зависимостям [90] с результатами экспериментов свидетельствует о существовании большого разброса его значений. Согласно многочисленным измерениям статическими методами, модули упругости поликристаллического льда (при кратковременном осуществлении полного цикла нагрузки в течение 5–10 с) лежат в пределах 0,3–11,0 ГПа, т.е. отличаются между собой более чем в 30 раз. Константы упругости, определенные импульсным ультразвуковым методом, являются более стабильными характеристиками: например, при температуре  $-5^\circ\text{C}$  значения модулей Юнга пресноводного льда отличаются между собой в среднем лишь на 10% [7]. Согласно данным В. Уикса и А. Ассур [100] динамический модуль Юнга  $E$  морского льда лежит в пределах от 1,7 до 5,7 ГПа при измерениях методом изгибных волн (длина волны много больше толщины ледяного покрова) и от 1,7 до 9,1 ГПа при измерениях скоростей распространения волн в самом теле. Это логично, так как скорость изгибных волн регулируется всеми свойствами ледяного покрова, тогда как скорость продольных волн в теле управляется каналом высокой скорости в более холодной и прочной верхней части льда. Для объемной пористости менее, чем  $v_b = 0,15$  В. Уиксом и А. Ассуром установлено, что модуль Юнга меняется линейно в зависимости от  $v_b$ . Для случаев повышенной пористости экспериментальных данных нет. Однако известно, что  $E \geq 0$  при  $v_b \leq 1$ , так что экспериментальные данные могут быть экстраполированы. К. Хуттер это сделал следующим образом [74]:



277710

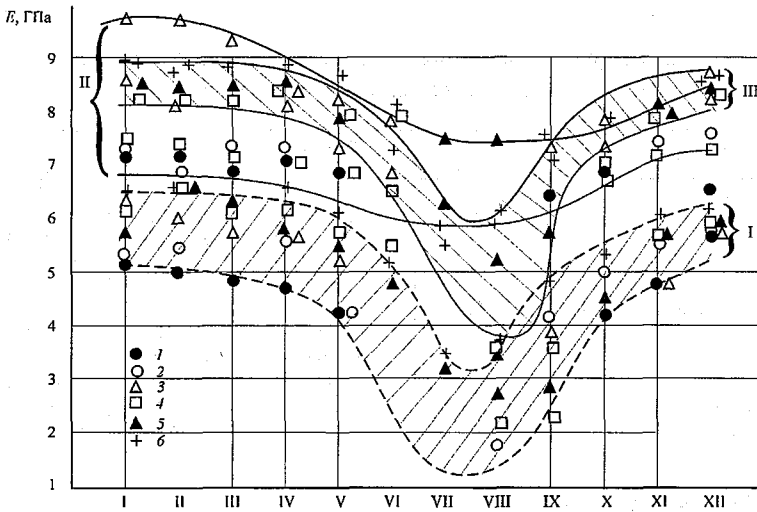


Рис. 4. Сезонная изменчивость расчетных значений модуля Юнга  $E$ , соответствующих толщин льда:

1 – 10–30 см; 2 – 30–70 см; 3 – 70–120 см; 4 – 120–200 см; 5 – 200–300 см; 6 – более 300 см. I – статические значения  $E$ , полученные по формуле Л.Голда  $E = E_0 (1 - \sqrt{v_b})^4$  где  $v_b$  – объем рассола в относительных единицах; II – динамические значения, вычисленные по осредненным скоростям продольных ультразвуковых волн; III – динамические значения  $E$ , вычисленные по данным о температуре и солености льда и рассоловых включениях в нем с использованием формул В.Л.Берденникова [5].

$$\frac{E}{E_0} = \begin{cases} 1 - 5v_b & 0 \leq v_b \leq 0,15 \\ 47,168 \cdot (0,15 - v_b)^3 - 45,97 \cdot (0,15 - v_b)^2 + 0,5 \cdot (0,15 - v_b) + 0,25 & 0,15 \leq v_b \leq 0,4 \\ 0,06 \cdot (1 - v) & 0,4 \leq v_b \leq 1,0 \end{cases}$$

где  $E_0 = 9,21(1 - 0,00146T)$ , ГПа – модуль Юнга чистого льда как функция температуры  $T$ .

Известны также и другие эмпирические формулы [5, 69, 84, 92]. Хорошие результаты, в частности, получены при использовании формул, предложенных Р.Фредеркингом и У.Хаслером [69] и В.П.Берденниковым [5], которые использованы в работе [71]. Авторы этой работы выполнили анализ сезонной (в условиях средних широт Арктики) изменчивости средневзвешенных по толщине среднемесячных расчетных значений модуля Юнга для ледяных покровов шести возрастных градаций, соответствующих толщинам льда 10–30, 30–70, 70–120, 120–200, 200–300 и более 300 см (рис. 4). Было показано, что менее соленые и более выхолаженные толстые льды обладают большей упругостью, причем разница в значениях модуля Юнга для льдов толщиной ( $h$ ) 10–30 и 200–300 см сохраняется в течение всех месяцев года и лежит она (разница) примерно в пределах от 15 до 100 % и более. Периодами наибольшей изменчивости модуля Юнга

**Некоторые обобщенные физические характеристики  
многолетнего морского льда [71]**

Параметр	Единица измерения	Слой льда, см	Летне-осенний период	Зимне-весенний период
Соленость	‰	50...300	2,6 0,8	2,1 0,6
Температура	- С	0...50	1...15 - 1...9	15...38 - 9...29
		50...200	1...9 - 2...5	9...29 - 5...16
		200...300	2...5 - 2...4	1...16 - 4...7
Плотность	кг/м <sup>3</sup>	5...300	910...925	
Скорость продольных волн	М/с	0...50	3162 261	3650 240
		50...200	3387 162	3768 96
		200...300	3206 126	3533 300
Модуль Юнга	10 <sup>9</sup> МПа	50...300	6,6...7,5	8,0...8,4
Модуль сдвига	10 <sup>9</sup> МПа	50...300	2,45...2,76	3,0...3,2
Коэффициент Пуассона	-	50...300	0,32...0,35	

являются период май–июль, когда модуль при переходе от зимы к лету уменьшается в 2–3 раза, и период август–ноябрь, когда модуль увеличивается в 2–3 раза по мере распреснения и охлаждения льда. Общая изменчивость расчетных значений динамического модуля Юнга для всех градаций льдов и в течение всего года (примерно от 2,0 до 9,5 ГПа) хорошо укладывается в диапазон известных экспериментальных данных, как вышеупомянутых, полученных Уиксом и Ассуром от 1,7 до 9,1 ГПа, так и многочисленных других данных, опубликованных, например, в [7]. Однако модуль Юнга средних слоев многолетнего арктического льда изменяется не столь значительно (сравни в табл. 2  $E=6,6-7,5$  ГПа для летне-осеннего периода с  $E=8,0-8,4$  ГПа для зимне-весеннего периода).

### 1.2.2. Коэффициент Пуассона

Коэффициент Пуассона также относится к величинам, характеризующим упругие свойства материала. Величина его равна отношению абсолютного значения относительной поперечной деформации элемента тела к его относительной продольной деформации

$$\nu_{yx} = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \quad \text{или} \quad \nu_{zx} = \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x},$$

где  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  и  $\epsilon_z$  – деформация по соответствующим осям (при растяжении образца вдоль оси  $x$  происходит сужение его поперечного сечения). Если для льда (например, зернистой структуры) соблюдается условие изотропности, то  $\nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu_{zx} = \nu$ . Для монокристалла льда, обладающего анизотропией свойств  $\nu_{xy} \neq \nu_{yx} \neq \nu_{zx}$ .

Для практических расчетов, согласно рекомендациям В. Уикса и А. Асура [100], величину коэффициента Пуассона льда при температуре  $T_i$  можно выразить

$$\nu = 0,333 + 0,06105 \exp\left(\frac{T_i}{5,48}\right).$$

Вычисления по этой формуле дают следующие границы экстремальных значений вблизи точки таяния и при очень низких температурах  $0,333 \leq \nu < 0,394$ . Это соотношение с учетом результатов исследований Н.К.Синха [90] справедливо для скоростей деформаций не менее  $\sim 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

### 1.2.3. Модуль сдвига

Напряженному состоянию чистого сдвига (рис. 5), при котором по двум взаимноортогональным площадкам в окрестностях некоторой точки тела действуют только касательные напряжения  $\tau$ , соответствует модуль сдвига  $G$ . По величине он равен отношению касательного напряже-

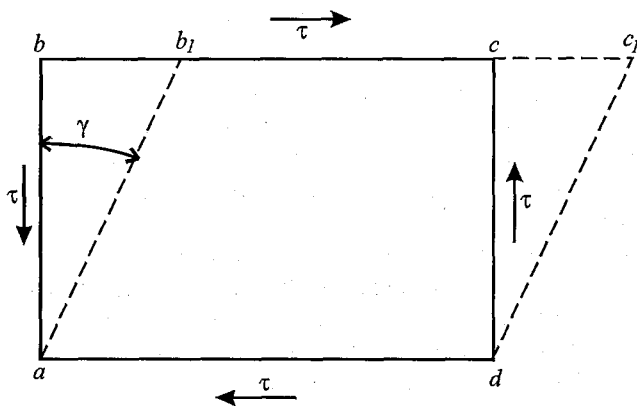


Рис. 5. Схема деформации льда при сдвиге.

ния  $\tau$  к величине угла сдвига  $\gamma$ , определяющего искажение прямого угла между плоскостями, по которым действуют касательные напряжения. При сдвиге прямоугольный параллелепипед  $abcd$  превращается в косоугольный  $ab_1c_1d$ , но объем его не меняется. Перемещение  $b_1b$  называется абсолютным сдвигом грани  $bc$  относительно грани  $ad$ ; угол  $\gamma$  называется углом сдвига (угловой деформацией), а  $\text{tg}\gamma$  – относительным сдвигом. На практике сдвиг всегда сопутствует растяжению, сжатию и изгибу, так как во всех этих случаях одновременно с нормальными возникают и касательные напряжения.  $G = \tau/\gamma$  определяет способность материала сопротивляться изменению формы при сдвиге без изменения его объема. Иногда наряду с термином “модуль сдвига” употребляют также “модуль искажения”, “поперечный модуль” и “модуль скальвающих напряжений”. Другие терминологические особенности, отмеченные при определении термина “модуль Юнга”, относятся также и к модулю сдвига. У льда значения модуля сдвига в 2,6–2,7 раза меньше его модуля Юнга.

#### 1.2.4. Модуль объемного сжатия

Давлением ( $P$ ) в общем случае называется физическая скалярная величина, характеризующая напряженное состояние сплошной среды:

$$P = \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}),$$

где  $\sigma$  в механике сплошной среды называется средним или гидростатическим давлением.

Всестороннему равному нормальному напряжению  $\sigma$ , возникающему при гидростатическом давлении, соответствует модуль объемного сжатия (или модуль объемной упругости). Он равен отношению величины нормального напряжения к величине относительного объемного сжатия, вызванного этим напряжением:

$$K = \frac{\sigma}{\Delta} = -V \frac{\partial P}{\partial V},$$

где  $\Delta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$  — относительное изменение объема  $V$ . Значение  $K$  характеризует способность льда сопротивляться изменению его объема, не сопровождающемуся изменениями формы. Значения объемного модуля упругости обычно на несколько процентов больше значений модуля Юнга. Однако для некоторых пористых слоев многолетнего морского льда они могут быть и меньше на несколько процентов.

Для количественного описания обратимых изменений объема вещества  $V$  под воздействием всестороннего давления  $P$ , которое во льду обусловлено взаимным упругим отталкиванием атомов и изменением энергии тепловых колебаний атомов при уменьшении объема тела, употребляется также термин “сжимаемость” льда. Эта величина является важнейшей характеристикой поведения льда под высоким давлением. Сжимаемость описывается модулем объемного сжатия  $K = -V \frac{\partial P}{\partial V}$  или коэффициентом сжимаемости  $\beta = -\frac{\partial \ln V}{\partial P} = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$ . Различают изотермическую (при  $T = \text{const}$ ) и адиабатическую (когда энтропия  $S = \text{const}$ ) сжимаемости. Адиабатические характеристики сжимаемости льда связаны с изотермическими через отношение теплоемкостей при постоянном давлении  $C_p$  и объеме  $C_v$ :

$$K_S = \left( \frac{C_p}{C_v} \right) K_T; \quad \beta = \left( \frac{C_v}{C_p} \right) \beta_T; \quad |K_S| > |K_T|,$$

разность  $K_S - K_T$  пропорциональна  $T$  и при обычных температурах льда она невелика.

## 2. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

---

Реальные свойства морского льда существенно отличаются от идеальной упругости. Лед отчетливо обнаруживает реологические свойства, которые проявляются по-разному в зависимости от режима нагрузки и вида напряженного состояния.

### 2.1. ДИСЛОКАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ ДЕФОРМАЦИИ ЛЬДА

В результате неупругого деформирования происходит перестройка кристаллов, которая уменьшает напряженное состояние в них. Деформирование является термоактивированным процессом и, следовательно, зависит от температуры. Для морского льда это очень существенно, поскольку его нижние слои всегда имеют температуру, близкую к точке плавления.

Процесс деформирования сопровождается изменением кристаллической структуры льда вследствие работы механизма молекулярной диффузии. Скорость протекания этих явлений определяется разностью термодинамических потенциалов, вызванной градиентом температур, локальными значениями напряжений, присутствием солей и другими факторами. Напряженное состояние, вызывающее деформации льда, увеличивает его термодинамический потенциал и соответственно скорость процессов переноса.

Рассматривая процесс деформирования поликристаллического морского льда, можно выделить три основных вида деформаций. К ним относятся взаимные смещения кристаллов, изменение их размеров и формы, внутрикристаллическая деформация. Первые два вида деформаций вызывают макроструктурные изменения кристаллического строения морского льда, а внутрикристаллические деформации определяют деформативную способность каждого кристалла льда. Изучение деформаций в отдельных кристаллах позволяет понять в целом процесс деформирования льда.

Процессы деформирования и изменения внутренней структуры кристаллов льда, рассматриваемые на молекулярном уровне, связаны с перемещением дефектов кристаллической решетки, т.е. дислокаций (линейные дефекты), вакансий и атомов, расположенных в междоузлиях (точечные дефекты). Всякое смещение атомов связано с преодолением определенного энергетического барьера, значение которого уменьшается с повышением температуры. Согласно современным представлениям, сдвиги атомных плоскостей относительно друг друга происходят не сразу, а путем последовательного перемещения одного атома за другим. Усилия, вызывающие сдвиг, сравнительно невелики и последовательно передаются от атома к атому по направлению сдвига.

Рассмотрим линейную цепочку атомов [22]. Перемещение атомов в верхнем слое по отношению к нижнему происходит так, что слева от некоторой границы атомы уже сдвинулись на величину шага кристаллической решетки  $a$ , а справа еще находятся на старом месте. Область между этими границами является линейной дислокацией, положительной при сгущении атомов и отрицательной в случае разрежения.

Скорость смещения дислокаций не превышает скорости звука во льду. При этом каждый атом смещается только на один шаг. Перемещение атомов на расстояние, кратное  $a$ , происходит в результате перемещения ряда последовательных дислокаций. Под действием напряжений дислокации продуцируются источниками различных типов, возникающих в кристаллической решетке.

Кроме движения дислокаций, в плоскости скольжения возможны неконсервативные перемещения, когда дислокации переходят из одной плоскости скольжения в другую. Такое явление имеет место при перемещении ступеньки или перегиба вдоль краевой линии дислокации. Перемещение перегиба на дислокации на одно межатомное расстояние можно рассматривать как элементарный акт пластической деформации.

Перемещение, вызывающее смещение дислокаций со своих плоскостей скольжения, называется переползанием дислокаций. Оно связано с диффузионным потоком точечных дефектов и поэтому существенно зависит от их концентрации и подвижности, т.е. от температуры. В отличие от скольжения по базисным плоскостям, протекающего сравнительно легко даже при весьма низких температурах, переползание дислокаций играет заметную роль лишь в области высоких температур. Этот процесс объясняет ползучесть льда вблизи точки плавления.

Для смещения дислокации необходимо, чтобы она обладала некоторой минимальной энергией

$$\mathcal{E}_0 = \frac{4}{\pi} \sqrt{mC_0^2 A},$$

где  $m$  – масса атомов;  $C_0$  – скорость звука во льду;  $A$  – коэффициент, равный работе по преодолению энергетического барьера. Величина  $\mathcal{E}_0$  определяет меру непластичности материала и скоррелирована с его твердостью. Энергии соответствует максимальная длина дислокации

$$\lambda_0 = \frac{a}{2\pi} \sqrt{\frac{mC_0^2}{A}}. \quad (1)$$

Большей энергии соответствуют дислокации меньшей длины, движущиеся с большими скоростями.

Напряжение, необходимое для перемещения линейной дислокации в плоскости скольжения, оценивается по формуле

$$\tau_{кр} = Ge^{-\frac{\lambda}{a}},$$

где  $G$  – модуль сдвига.

С учетом формулы (1), получим для минимального значения касательного напряжения следующую зависимость

$$\tau_{кр} = G \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{mC_0^2}{A}} \right\}. \quad (2)$$

Работа по преодолению энергетического барьера, а следовательно, и коэффициента  $A$  уменьшается при повышении температуры. Из формулы (2) видно, что значения касательных напряжений, вызывающих пластическую деформацию, также будут уменьшаться. Перемещаясь вдоль атомной плоскости, дислокации затухают, отдавая энергию прилегающему слою атомов. Это происходит тем быстрее, чем выше температура. Длина дислокаций уменьшается и они вырождаются в точечные. Перенос точечных дислокаций происходит в результате самодиффузии атомов, требующей меньшей энергии активации. Этот процесс обуславливает свойство вязкости. Поэтому при низких температурах преобладает пластическое течение льда, а вблизи точки плавления существенными становятся ползучесть и вязкость льда.

## 2.2. ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ МОРСКОГО ЛЬДА

Свойство льда необратимо деформироваться, не разрушаясь, под действием внешних сил или внутренних напряжений называется пластичностью. Пластические свойства льда проявляются в виде ползучести, релаксации и снижении прочности при длительном воздействии нагрузок. При этом некоторый элемент объема деформируемого тела испытывает смещение, и мерой необратимых изменений взаимного расположения частиц являются компоненты тензора пластической дисторсии, симметричная часть которого есть тензор пластической деформации  $\epsilon_p$ , компоненты которого (при условии малости упругой деформации  $\epsilon_e$  по сравнению с пластической  $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p \approx \epsilon_p$ ) не связаны однозначно с компонентами тензора напряжений  $\sigma$ . Так как  $\epsilon_p$  не является функцией состояния, то не существует таких характеристик пластичности льда, связывающих  $\epsilon_p$  и  $\sigma$ , которые можно было бы считать его константами (подобно константам упругости, связывающим упругую деформацию  $\epsilon_e$  и  $\sigma$ ). Скорость пластической деформации  $\dot{\epsilon}_p$  зависит от мгновенных значений  $\sigma$ , температуры  $T$ , структуры льда и т.д.

### 2.2.1. Ползучесть льда

Непрерывное изменение во времени пластической деформации ледяного тела при постоянной нагрузке называется ползучестью льда. В принципе все тела обладают свойством ползучести, но эти свойства проявляются в зависимости от промежутка времени, в течение которого ведутся наблюдения за процессом деформирования, от величины приложенной нагрузки, температуры и др.

Физический механизм ползучести монокристалла льда обусловлен скольжением молекулярных слоев льда, вдоль базисных плоскостей. При-





ползучестью, которая может длиться продолжительное время, если напряжение и температура достаточно низкие. Для этой стадии, как медленного переходного процесса [81], характерно наличие точки перегиба  $M$ , касательная к которой и дает значение скорости вторичной ползучести.

$CD$  (III) – третичная ползучесть (ускоренная ползучесть или прогрессирующее течение), характеризующаяся ускорением деформации, приводящей к разрушению льда. Переход к третичному течению достигается в результате упорядочения ориентировки кристаллов льда в процессе рекристаллизации.

При напряжениях, не превышающих некоторого критического значения  $\sigma_*$ , названного К.Ф. Войтковским пределом длительной ползучести, деформация льда будет возрастать непрерывно с постоянной скоростью. Значение  $\sigma_*$  характеризуется тем, что при  $\sigma > \sigma_*$  течение льда сопровождается образованием микротрещин, ведущих к объемному расширению и уменьшению его плотности.

По мере роста напряжения участок вторичной ползучести уменьшается вплоть до его исчезновения, и при увеличении напряжения выше предела прочности льда происходит его хрупкое разрушение. Из экспериментальных кривых ползучести обычно определяются реологические параметры льда, пользуясь которыми можно составить феноменологическое уравнение его состояния для различных условий деформирования [16, 24].

Теоретически и экспериментально установлено, что ползучесть льда в общем виде можно описать степенным законом Глена [72]

$$\dot{\epsilon} = k\sigma^n,$$

где  $k$  – эмпирическая константа,  $n$  – показатель степени, изменяющийся в пределах 1,85–4,16 при изменении напряжения от 0,1 до 1,5 МПа.

Поскольку деформирование и разрушение льда рассматривается как единый термофлюктуационный процесс, скорость деформации можно выразить также через энергию активации ползучести (энергию “переползания” дислокаций)  $W$ , температуру льда  $T$  и постоянную Больцмана  $k_B$ :

$$\dot{\epsilon} \sim \exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right).$$

### 2.2.2. Релаксация льда

Тесно связано с ползучестью другое явление, при котором упругие деформации со временем переходят в пластические. Результатом этого является изменение действующих напряжений при сохранении полной величины деформации. Такое явление называется релаксацией. Другими словами релаксация это необратимый (связанный с диссипативными потерями энергии) процесс возвращения в состояние термодинамического равновесия макроскопической замкнутой системы, выведенной из такого состояния. Вследствие релаксации напряжения во льду, вызванные какими-

либо причинами, с течением времени ослабевают. Различают быстрые и медленные процессы релаксации льда и соответствующие им времена.

В первом случае релаксация существенно зависит от микроскопических характеристик системы, а именно: времени  $t_c$  и  $l$  – длины свободного пробега частиц. Время релаксации быстрых процессов соизмеримо с временем взаимодействия между частицами. К быстрым процессам можно отнести процессы хрупкого разрушения (т.е. разрушения при небольших деформациях) льда, продолжительность которых согласно работе [11] ограничена долями секунды.

Медленные процессы обусловлены проявлением льдом вязких и вязкопластических свойств. Время релаксации  $\tau$  в этом случае пропорционально размерам системы  $L$  и велико по сравнению с  $t_c$  [2], т.е.

$$\tau \approx t_c \left( \frac{L}{l} \right)^2 \gg t_c.$$

Релаксация напряжений во льду часто протекает по экспоненциальному закону

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (3)$$

где  $\sigma$  – мгновенное значение напряжения во льду в момент времени  $t$ ;  $\sigma_0$  – начальное напряжение;  $\tau$  – время, в течение которого напряжение, поддерживающее постоянство деформации, убывает в  $e$  раз. Следует иметь в виду, что по экспоненциальному закону убывает только избыток напряжения над предельно упругим  $\sigma_e^*$ , поэтому формулу (3) можно переписать в следующем виде [51]:

$$(\sigma - \sigma_e) = (\sigma_0 - \sigma_e) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Согласно модели твердого тела Максвелла  $\tau$  определяется вязкостью  $\eta$  и модулем сдвига  $G$ :

$$\tau = \frac{\eta}{G}.$$

Например, при  $\eta = 10^{12} \div 10^{13}$  Па·с и  $G = 1500$  МПа –  $\tau = 660$ – $6660$  с (от 11 мин до 1,85 ч) [29]. Следовательно, время релаксации льда по аналогии с коэффициентом вязкости не является физической константой. Диапазон изменения  $\tau$  очень большой: от малых долей секунды до нескольких часов [14]. Для случая одностороннего сжатия пресноводного льда (в предположении, что  $G = 1500$  МПа) получено следующее эмпирическое уравнение релаксации [14]:

\* О пределе упругости см. в разделе 3.2.

$$\sigma_t = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{0,26}{1+T} \cdot \sigma_0 \cdot t \cdot \left(1 + \frac{5}{1+0,5 \cdot t}\right)},$$

где  $T$  – температура без знака “минус”, °C;  $t$  – время, ч.

Отметим, что классический механизм релаксации льда [38], обусловленный процессом молекулярной самодиффузии, наблюдается в лабораторных экспериментах или в природе при изменении напряженного состояния в достаточно малых локальных областях нагружаемого ледяного покрова. В реальных условиях морской ледяной покров представляет собой сложную композитную среду, в которой процесс релаксации внутренних напряжений во многом будет определяться структурной неоднородностью льда как геофизической среды [44]. В этом случае должен, по-видимому, проявляться структурный механизм релаксации напряжений, связанный не с молекулярной вязкостью льда как материала, а с процессом развития неустойчивых состояний в ледяном покрове как системе разномасштабных неоднородностей. На сегодняшний день нет ни достаточно четких физических представлений о механизмах релаксации напряжений, в естественном ледяном покрове, ни однозначных количественных оценок времени и скорости их релаксации. Ввиду сложности задачи изучение пространственно-временных особенностей релаксационных свойств внутренних напряжений в морском ледяном покрове необходимо осуществлять на основе комплексных натурных экспериментальных исследований на разномасштабных полигонах.

### 2.2.3. Вязкость льда

Когда говорят “лед течет”, то подразумевают под этим обычно его вязкое течение по аналогии с ньютоновской вязкой жидкостью, для которой скорость течения линейно зависит (через коэффициент текучести  $A$ ) от давления, т.е. применительно ко льду должно соблюдаться соотношение типа

$$\dot{\epsilon} = A\sigma.$$

Причем  $A = 1/\eta$  является функцией температуры, размера зерен и параметров дислокационного процесса диффузии атомов в кристаллической решетке льда. Наблюдаемая экспериментально (например, при исследовании свойств ледников) неустойчивость коэффициента вязкости ( $\eta$ ) связывается с нарастанием напряжений во времени и отклонением свойств льда от свойств жидкости. Термин “вязкое течение льда”, по-видимому, можно применять для льда при высоких температурах и в котором преобладает, так называемая, непороговая деформация, т.е. деформация, возникающая в нем при небольших прилагаемых нагрузках. Известно, что процесс ползучести (а именно ее вязкий механизм) облегчается в морском льде из-за наличия в нем жидкой фазы – солевого раствора. Вязкое течение наблюда-

ется при напряжениях, меньших предела текучести и характеризуется тем, что скорость деформации уменьшается при уменьшении напряжения и обращается в нуль при его снятии.

Количественно коэффициент вязкости (или коэффициент внутреннего трения) характеризуется касательной силой  $F_{\tau}$ , которая должна быть приложена к единице площади  $S$  сдвигаемого слоя, чтобы поддержать в этом слое ламинарное течение с постоянной скоростью относительного сдвига  $\dot{\epsilon}$ , равной единице:

$$\eta = \frac{F_{\tau}}{S} \frac{1}{\dot{\epsilon}} = \frac{\tau_p}{\dot{\epsilon}},$$

где  $\tau_p$  – напряжение сдвига.

Статическими методами коэффициент вязкости льда определялся многими авторами при деформациях кручения, сдвига, растяжения, сжатия и изгиба. Одним из распространенных способов является метод изгиба свободной балки, лежащей на двух опорах, при котором  $\eta$  вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{F_{\tau} l^3}{12bh^3 v_p}.$$

Здесь  $v_p$  – установившаяся скорость пластической деформации;  $l, b, h$  – соответственно, длина, ширина и высота балки.

При растяжении (сжатии) стержня длиной  $l$  и площадью сечения  $S$ :

$$\eta = \frac{F_{\tau} l}{S v_p}.$$

При чистом кручении стержня радиусом  $r$

$$\eta = \frac{2M_{кр} l}{\pi r^4 \dot{\phi}},$$

где  $M_{кр}$  – закручивающий момент;  $\dot{\phi}$  – скорость изменения угла закручивания.

Экспериментальные значения коэффициента вязкости, полученные статическими методами, настолько разноречивы (от 109 до 1015 Па·с), что трудно установить какую-либо закономерность его изменения. Поэтому коэффициент вязкости льда есть практически условная величина, характеризующая отношение величины напряжений к скорости ползучести в заданных условиях деформирования и в заданный момент времени. По данным ряда авторов вязкость льда не удовлетворяет закону Ньютона из-за отсутствия линейной зависимости между величиной напряжений и скоростью деформации. Вязкость пластического течения льда на 5–6 порядков больше вязкости того же льда, вычисленной на основе анализа квазиупругих колебаний [8].

Для морского льда можно ориентироваться на экспериментальные данные Ю.Л.Назинцева [30], который при изгибе и кручении небольших

образцов из льда соленостью 0,2...1,0‰ (температура 0...-5°C, напряжение 0...0,8 МПа) получил значения соответственно  $\eta_f = (1,24...5,28)10^{13}$  Па·с и  $\eta_{scr} = (1,10...1,72)10^{12}$  Па·с.

#### 2.2.4. Внутреннее трение льда

Внутреннее трение льда – это свойство необратимо превращать в теплоту механическую энергию, сообщаемую телу в процессе его деформирования, сопровождающемся нарушением в нем термодинамического равновесия. Различают две группы явлений, относящихся к внутреннему трению: первая из них связана с отклонением от законов теории упругости, но, еще при условии отсутствия остаточных деформаций, и называется она неупругость. Ко второй группе относится вязкое сопротивление течению льда по аналогии с вязкостью жидкости или пластично-вязкого тела.

Неупругость относится к числу релаксационных свойств. И если при периодическом деформировании идеально-упругого тела  $\sigma$  и  $\epsilon$  находятся в одной фазе, то при деформировании с конечной скоростью в теле возникает отклонение от термодинамического равновесия, вызывающее соответствующий релаксационный процесс (возвращение к равновесному состоянию), сопровождаемый диссипацией (рассеянием) упругой энергии, т.е. необратимым ее переходом в теплоту.

Существует несколько феноменологических теорий неупругих или релаксационных свойств твердых тел вообще; применительно ко льду чаще применяют метод реологических моделей, в которых явления описываются уравнениями состояния через напряжения и деформации и их производные по времени. Мерами внутреннего трения льда, проявляющимся в виде неупругости, являются:

а) логарифмический декремент затухания  $\delta$  – количественная характеристика затухания свободных колебаний образцов льда (обычно в виде стержней или пластин, закрепленных в одной или двух узловых точках), представляющая собой натуральный логарифм отношения двух последующих отклонений одного знака. По известному декременту механических колебаний  $\delta$  образца на какой-то частоте  $f$  и известному модулю упругости  $E$  можно определить коэффициент динамической вязкости

$$\eta = \frac{\delta \cdot E}{2\pi^2 f} ;$$

б) тангенс угла механических потерь  $\operatorname{tg}\varphi \equiv Q^{-1}$ , где  $\varphi$  – сдвиг фазы между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $\epsilon$  при упругих колебаниях с частотой  $\omega = 2\pi f$

$$\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t}; \quad \epsilon = \epsilon_0 e^{i(\omega t - \varphi)},$$

где  $Q^{-1}$  – обратная механическая добротность (по аналогии с добротностью электрического колебательного контура);

в) относительное рассеяние упругой энергии  $\Delta U_e/U_e$  за один период колебаний;

г) ширина резонансной кривой  $\Delta\omega/\omega$ , где  $\Delta\omega$  – отклонение от резонансной частоты  $\omega$ , при котором амплитуда вынужденных колебаний уменьшается в 2 раза.

Различные меры внутреннего трения связаны между собой:

$$\frac{\Delta U_e}{2\pi U_e} = \operatorname{tg}\varphi = \frac{\delta}{\pi} \approx \sqrt{3} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega} = Q^{-1}.$$

Для соблюдения условия отсутствия пластической деформации амплитуда колебаний при измерениях должна быть настолько мала, чтобы добротность льда от нее не зависела. При этом можно показать, что угол механических потерь выражается следующим образом:

$$\varphi = \varphi_{\max} \frac{2\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2},$$

где  $\tau$  – время механической релаксации, которое зависит от температуры льда  $T$  согласно следующему выражению:

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{W}{k_B T}\right),$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $W$  – энергия активации механической релаксации, т.е. энергия связи молекул с соседними частицами, которую необходимо преодолеть для их смещения. При деформации эта энергия переходит из механической в тепловую. Для чистого льда она оценивается значением около 55 кДж/моль.

Также внутренним трением сопровождается и пластическая деформация. Если силы, действующие на лед, превосходят предел упругости и возникает пластическое течение в результате сдвигов по плоскостям скольжения, то в этом случае говорят о квазивязком сопротивлении течению (по аналогии с жидкостью), а внутреннее трение в установившемся процессе пластического сдвигообразования характеризуют эффективной вязкостью  $\eta = \tau_p / \dot{\epsilon}_p$  или пластической вязкостью  $\eta = \frac{\tau_p - \sigma_e}{\dot{\epsilon}_p}$  где  $\tau_p$  – действующее напряжение сдвига,  $\sigma_e$  – предел упругости,  $\dot{\epsilon}_p$  – относительная скорость сдвига.

### 2.2.5. Основные реологические соотношения

Исследования напряженного состояния базируются на разделах механики сплошных сред – теориях упругости и пластичности. При исследованиях необходимо разделять упругие, упругопластические и пластические деформации, чтобы определить применимость той или иной теории.

Деформации морского льда невозможно описать, используя какую-нибудь одну простейшую реологическую модель с малым количеством упругопластических констант. В общем случае необходимо определять наследственную функцию и связанный с нею спектр времени релаксации. Однако в отдельных случаях использование простой модели может оказаться вполне приемлемым для описания механических свойств морского льда.

Для выявления основных реологических соотношений воспользуемся представлениями работы [22], в которой морской лед рассматривается как изотропный материал, а рассеяние механической энергии при деформации льда считается малым. В этом случае диссипативные процессы описываются, так называемой, функцией рассеяния энергии. Соответствующий диссипативный тензор напряжений  $\sigma'_{ik}$  определяется по выражению, формально совпадающему с выражением для вязкого тензора напряжений в вязкой сжимаемой жидкости:

$$\sigma'_{ik} = \zeta \varepsilon_{ll} \delta_{ik} + 2\eta_b \left( \dot{\varepsilon}_{ik} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{ll} \delta_{ik} \right). \quad (4)$$

Здесь  $\dot{\varepsilon}_{ik}$  – тензор скоростей деформаций;  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера;  $\eta_b$  – коэффициент внутреннего трения (вязкость);  $\zeta$  – второй коэффициент вязкости.

Из уравнения (4) видно, что второй коэффициент надо учитывать лишь при деформациях, сопровождающихся изменением объема. Для твердого тела, каким является морской лед, нет никаких причин считать объемную деформацию неупругой, во всяком случае для адиабатических и изотермических режимов деформирования. Тогда  $\zeta$  можно считать равной нулю. Связь между напряжениями и деформациями в этом случае записывается следующим образом:

$$\sigma_{ik} = K \varepsilon_{ll} \delta_{ik} + 2G \left( 1 + \tau_f \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \varepsilon_{ik} - \frac{1}{3} \varepsilon_{ll} \delta_{ik} \right). \quad (5)$$

Это уравнение описывает поведение линейной упругоупаздывающей среды (так называемого, тела Фохта). Такая среда представляет в действительности упругое тело с линейной зависимостью демпфирования колебаний сдвига от скорости. Здесь  $\tau_f = \eta_f / G$  – время релаксации деформации, или время запаздывания,  $\eta_f$  – коэффициент вязкости при сдвиге, а  $G$  – модуль сдвига.

Для среды с линейной релаксацией (тело Максвелла) общее уравнение, связывающее напряжения с деформациями, имеет следующий вид:

$$\left( \frac{1}{\tau_m} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \sigma_{ik} = K \left( \frac{1}{\tau_m} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon_{ll} \delta_{ik} + 2G \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon_{ik} - \frac{1}{3} \varepsilon_{ll} \delta_{ik} \right), \quad (6)$$

где  $\tau_m = \eta_m/G$  – время релаксации напряжений;  $\eta_m$  – коэффициент вязкости при сдвиге.

Уравнение (6) справедливо лишь при малости относительных скоростей деформаций, уравнение (5) – при малом рассеянии механической энергии. Таким образом, можно ожидать, что уравнение (6) будет удовлетворительно описывать поведение льда при медленных нагрузках, а уравнение (5) – при динамических режимах, например, при быстрых колебательных процессах. Если время действия внешних сил меньше времени релаксации, то лед будет вести себя как вполне упругое тело.

Обычно для описания льда под нагрузкой используется модель льда с учетом характера его деформирования. Некоторые исследователи применяют более сложные модели, например, комбинированную модель, включающую соединенные последовательно элементы Максвелла и Фохта [92]. В заключении отметим, что пригодность рассмотренных реологических соотношений в существенной степени определяется временем нагружения льда.

Экспериментальные записи деформаций льда  $\varepsilon(t)$  имеют характерный вид кривых ползучести: на них можно выделить участок, соответствующий быстротекущему упругому процессу; переходному упругопластическому и, наконец, пластическому процессу (квазиустановившееся течение):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_y + \varepsilon_{yn} + \varepsilon_n.$$

Значения составляющих этого уравнения получают непосредственно из экспериментов. При линейности свойств деформации релаксационные свойства упругопластических тел описываются уравнениями ползучести и релаксации.

Уравнение ползучести при  $\sigma(t) = \sigma_k = \text{const}$  имеет вид:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_k}{E} \left[ 1 + \int_0^t K(\tau) d\tau \right],$$

а релаксирующие напряжения при  $\varepsilon(t) = \varepsilon_k = \text{const}$  описываются уравнением

$$\sigma(t) = E_{\varepsilon_k} \left[ 1 - \int_0^t T(\tau) d\tau \right],$$

где  $\varepsilon(t)$  и  $\sigma(t)$  – деформация и напряжение в момент наблюдения;  $t$  – текущее время;  $E$  – модуль упругости;  $K(t)$  и  $T(t)$  – функции влияния.

Для описания зависимости между скоростью деформации и напряжением часто прибегают к приведенному в подразделе 2.2.1 закону Глена. Однако, учитывая, что лед по своим свойствам не обладает каким-то одним и тем же набором постоянных физических характеристик, в уравнение типа  $\dot{\varepsilon} = f(\sigma)$ , описывающее деформационно-напряженное состояние льда, желательно включить такие параметры, изменение которых определялось бы изменениями температуры, солёности, строения, фазового со-



става, типа нагрузки и ее ориентацией относительно преобладающих структурных элементов и других факторов. В какой-то мере это удалось сделать Ю.К.Зарецкому и А.М.Фишу еще в 1974 г. [24]. Они, в частности, предложили обобщенное уравнение состояния, содержащее ряд реологических параметров и справедливое для случая поведения пресноводного льда при одноосном сжатии.

Интересные результаты исследования пространственно-временных особенностей напряженного состояния морского льда в натуральных условиях получены в работах [46, 68, 80, 82]. Они касаются:

- 1) внутренних напряжений на характерных неоднородностях морского ледяного покрова;
- 2) структуры внутренних напряжений в зоне взаимодействия целых ледяных полей;
- 3) обобщенных релаксационных свойств внутренних напряжений.

Поведению льда при длительном нагружении посвящен обзор Л.Лэйни и Р.Тинави [80], проанализировавшими все работы в этом направлении, выполненные до 1983 г. Их основные выводы:

- 1) в большей части измерений предела прочности льда при изгибе чистого изгиба не было. Даже если он возможен, трудно получить стационарный эффект ползучести, поскольку возникают продолжительные перераспределения нагрузки в поперечном направлении;
- 2) в случае единичной сосредоточенной нагрузки изгиб всегда сопровождается сдвигом (срезом), деформациями растяжения и сжатия;
- 3) результат длительного нагружения консольных балок льда всегда зависит от температуры;
- 4) наличие упругого основания с температурным градиентом по глубине делает интерпретацию результатов измерений очень трудной;
- 5) ледяные пластины и покров в целом проявляют двухосный эффект, чего нет в консольных балках [82].

Р.М.Фредеркинг и Л.В.Голд [68] описали зависимость уменьшения модуля упругости от времени. Тот же принцип использован Г.Д.Роузом и др. [86]. Ими выполнена оценка упругого прогиба как функция времени.

Другая модель, предложенная Л.Лэйни и Р.Тинави [79], оценивает уменьшение модуля сдвига вдоль структурных элементов. Этот эффект позволяет лучше описать поведение ледяных пластин при длительном нагружении.

А.М.Фишем [63, 64, 65] предложена модель ползучести и критерий прочности льда при комбинации нагрузок. Ее основные положения:

- 1) обобщенная (комбинированная) модель ползучести и критерий прочности разработаны для льда, подвергнутого многоосным нагрузкам как при постоянных напряжениях, так и при переменных;
- 2) модель ползучести описывает все три стадии процесса ползучести применительно к сдвиговым нагрузкам и содержит три принципиальных элемента: основное уравнение; уравнение потока (вторичная ползучесть); критерий податливости (разрушения);

3) вторичная ползучесть рассматривается как переходное состояние между первичной и третичной стадиями. Уровень нагрузки в этой точке представляется как функция сдвиговой нагрузки и гидростатического давления. Зависимость усилий от минимального уровня сдвига ползучести описывается модифицированным уравнением Нортон-Глена

$$\tau_{im} = \tau_{i0} n \sqrt[n]{\frac{\dot{\gamma} t_0}{\gamma_{im}}},$$

где  $\tau_{i0}$  – критерий ползучести. Индекс  $m$  указывает на то, что величины напряжения ( $\tau_{im}$ ) и деформации ( $\gamma_{im}$ ) относятся к точке  $M$ , соответствующей максимуму сдвиговых напряжений;

4) модель текучести выбрана в форме параболы по Мизесу-Друккеру-Прагеру или в виде расширенного критерия текучести Мора-Кулона [65], в котором напряжение льда характеризуется тремя параметрами: сцеплением ( $C$ ), углом трения ( $\Phi$ ); давлением тающего льда ( $\sigma_{max}$ ), т.е. величиной средней нормальной нагрузки, при которой сила сдвига достигает максимума;

5) модель была верифицирована с использованием экспериментальных данных, полученных для поликристаллического пресноводного льда при  $T = -11,8$  °C [77] и для соленого льда при  $T = -5$  °C [20], в обоих случаях при трехосном сжатии.

В работе [85] приведены результаты изучения ползучести морского льда при высокой температуре. Все эксперименты проводились при температуре  $-2$  °C, а диапазон напряжений изменялся от 0,01 до 0,77 МПа. Нагрузка прикладывалась под углами 45 и 90° к образцам столбчатой структуры с вертикально ориентированными кристаллами. При напряжениях свыше 0,27 МПа выражены три стадии ползучести, причем между второй и третьей четко выражен минимум скорости деформации. Этот минимум имел место при деформации образца 0,39%, что гораздо меньше 1-процентного уровня, характерного для мелкокристаллического пресноводного льда. При напряжениях меньше 0,27 МПа, лед быстро достигает постоянной скорости деформации, которая сохраняется в образце при его деформировании до уровня 0,5%. Связь между минимумом скорости деформации или, в случае низких напряжений, скоростью установившейся ползучести и приложенным эффективным напряжением, хорошо описывается законом текучести Никсона-Макроберта, в котором содержится два члена в отличие от закона Глена [85]. Он предполагает, что при низких напряжениях минимум скорости деформации и приложенное напряжение связаны нелинейно и что при уменьшении напряжения показатель степени  $n$  достигает 1.

Хотя закон Глена с показателем степени  $n=3$  и дает удовлетворительное приближение поведения льда, иногда его применение на практике приводит к неточным критериям поведения льда при низких напряжениях и умеренных температурах.

В отечественном ледоведении, кроме работ [7, 9, 12, 19, 24, 25, 41, 98], существенный вклад в базу знаний по реологии льда вносит работа [20], в которой описана ползучесть соленого льда под многоосными нагрузками, иллюстрированная множеством графиков изменения ползучести при различных значениях прочности льда. В этой работе обсуждается процесс деформирования в зависимости от гидростатического давления, показано, что с его ростом деформация сдвига уменьшается.

В монографии В.П.Епифанова [23] рассмотрены такие аспекты реологии льда, как связь со структурой; механизм деформирования при изгибе, сжатии и ударе; переход от хрупкого разрушения льда к пластическому деформированию; влияние температурного фактора на время релаксации; определяющие реологические соотношения. Тем не менее, единое количественное описание соотношений упругой, упруго-пластической и пластической деформаций морского льда остается пока не решенной задачей.

### 3. ПРОЧНОСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ МОРСКОГО ЛЬДА

Прочность – это свойство материалов в определенных условиях и пределах, не разрушаясь, воспринимать различные механические нагрузки и неравномерные воздействия физических полей. Процесс разрушения льда зависит от многих факторов, которые не всегда известны, а иногда и просто не изучены. Прочность льда в значительной степени зависит от его структурных особенностей. На нее сильно влияют внешние условия – характер нагрузок, тепловой режим, агрессивность среды, поверхностные эффекты и т.д. Реальный лед содержит многочисленные повреждения, начиная от субмикроскопических и микроскопических дефектов и кончая крупными порами и магистральными трещинами.

Теоретический расчет прочности на разрыв  $\sigma_{f,i}$  (напряжение, при котором происходит разрыв) для реальных тел представляет большие трудности. Значение  $\sigma_{f,i}$  при одновременном разрыве всех межатомных связей на поверхности разрыва оценивается в  $0,1E$ , где  $E$  – модуль Юнга. Обычно экспериментальные значения прочности на несколько порядков ниже теоретических. Причина низкой прочности обычных тел – неравномерное распределение внутренних напряжений, межатомные связи нагружены неодинаково, а в атомной структуре тел имеются слабые места. При сложении одноименных внешних и внутренних напряжений возникают локальные напряжения, которые могут достигать значений теоретической прочности, приводя к разрыву межатомных связей. В слабых местах структуры, под действием больших локальных напряжений разрыв межатомных связей происходит очень легко – так зарождаются разрывы сплошности тела. Рост и слияние разрывов сплошности образуют макроскопическую трещину, развитие которой приводит к разрушению тела. Теоретическую прочность называют также идеальной прочностью, плотностью сил когезии (т.е. сил молекулярного взаимодействия частей одного и того же тела) или просто когезией, которая может быть охарактеризована теплотой (работой) испарения.

#### 3.1. КОНЦЕПЦИИ ПРОЧНОСТИ

В решении проблемы прочности наметились два подхода, которые условно называются механическим и кинетическим.

Согласно механической концепции прочности, разрыв на части рассматривается как результат потери устойчивости твердого тела, находящегося в поле внешних и внутренних напряжений. Считается, что для каждого материала имеется определенное пороговое напряжение, после которого тело теряет устойчивость и разрывается. Ниже этого порога тело ус-

тойчиво и может сохранять целостность под нагрузкой сколь угодно долго. Пороговое напряжение принимается за меру прочности тела. В кинетической концепции основное внимание сосредоточивают на процессе развития разрушения. Разрыв тела рассматривается как конечный этап постепенного развития и накопления субмикроскопических разрушений. Этот процесс развивается в напряженном теле под действием тепловых флюктуаций. Вводится понятие о долговечности под нагрузкой, т.е. о времени  $t_s$ , необходимом для развития процесса от момента нагружения тела до его разрыва. Долговечность  $t_s$  тела (или время его разрушения), находящегося под растягивающей нагрузкой, величина разрывного напряжения  $\sigma_{f,t}$  и абсолютная температура  $T$ , согласно С.Н.Журкову и др. [39], связаны соотношением

$$t_s = t_0 \exp\left(\frac{U_0 - \gamma \cdot \sigma_{f,t}}{k_B \cdot T}\right),$$

в котором  $t_0$ ,  $U_0$ ,  $\gamma$  – постоянные величины, определяемые физико-химической природой твердого тела и его структурой;  $k_B$  – постоянная Больцмана, причем энергетический барьер  $U = U_0 - \gamma \sigma_{f,t}$  близок по своему значению к энергии связи атомов в кристалле (энергия сублимации). Применительно к пресноводному льду, по данным Голда, исходный энергетический барьер или энергия активации льда  $U_0 = 0,6$  Дж/кг, постоянная времени  $t_0 = 4,6 \cdot 10^{-17}$  с, коэффициент, определяющий степень снижения  $U_0$  под действием разрывного напряжения  $\gamma = 1,4 \cdot 10^{-26}$  м<sup>3</sup>/молек. Закономерность Журкова отрицает понятие о пределе прочности. Вопрос о том, какую нагрузку способно выдержать тело, т.е. какова его прочность, без указания времени в течение которого оно должно сохраниться неразорванным, не имеет однозначного ответа. Это указывает, что термины “предел прочности”, “предельное разрывное напряжение” условны. Они теряют смысл при суждении о физической природе прочности твердых тел, но вполне удобны для практики.

В структурной модели большие отклонения прочности морского льда, определяемой в опытах одного и того же типа, явно учитываются в зависимости от структуры льда, его солёности и температуры.

В холодном морском льде ячейки с рассолом малы, а расстояние между ними велико. Поверхность разрушения в основном проходит по чистому льду, так что прочность морского льда здесь лишь немногим меньше, чем пресного. При высоких температурах в морском льде содержится большой объем рассола. Если солёность льда велика, то поверхность разрушения будет проходить практически только через ячейки с рассолом. Прочность такого льда на разрыв близка к нулю. Таким образом, прочность морского льда изменяется от максимальной при  $v_b = 0$  до нуля при некотором критическом объеме рассола  $v_0$ . В общем случае прочность морского льда  $\sigma_f$  описывается следующей простой формулой [1]:

$$\sigma_f = \sigma_0 (1 - \phi),$$

где  $\sigma_0$  – прочность несоленого льда, обладающего эквивалентной субструктурой;  $\phi$  – коэффициент пористости, равный отношению площади, занятой ячейками с рассолом или воздушными пузырьками, к общей площади сечення образца.

Коэффициент  $\phi$  является функцией содержания рассола  $v_b$  и воздуха  $v_a$ , т.е.  $f = f(v) = f(v_b, v_a)$ . Для разработки модели, описывающей прочностные характеристики морского льда, необходимо уметь определять функцию  $f(v)$  в зависимости от таких макроскопических параметров, как температура и соленость льда.

### 3.2. Прочностные характеристики льда при различных видах механических испытаний

К механическим свойствам, характеризующим прочность твердых тел, обычно относят предел пропорциональности  $\sigma_p$ , предел упругости  $\sigma_e$ , предел текучести  $\sigma_p$ , предел прочности  $\sigma_r$ . Здесь  $\sigma_n$  – напряжение, которое ограничивает область закона Гука;  $\sigma_e$  – напряжение, при котором остаточная деформация впервые достигает некоторого значения, характеризуемого определенным допуском, устанавливаемым техническими требованиями;  $\sigma_e$  – ограничивает область упругих деформаций;  $\sigma_n$  и  $\sigma_e$  – мало отличаются численно друг от друга;  $\sigma_p$  – напряжение, отвечающее нижнему положению площадки текучести в диаграмме растяжения в координатах “напряжение–деформация” (рис. 7). У льда такая площадка наблюдается при умеренных скоростях деформации в опытах на одноосное сжатие и соответствует началу процесса образования внутренних трещин. Величина  $\sigma_p$  устанавливает границу между упругой и упругопластической зонами деформирования и является основной характеристикой прочности пластичных материалов. В практических расчетах на прочность принимают  $\sigma_n = \sigma_e = \sigma_p$ . Величина  $\sigma_p$  – условное напряжение, определяемое как отношение действующей силы к исходной площади поперечного сечения образца, и отвечающее наибольшей нагрузке, предшествующей разрушению образца. Она является основной характеристикой материалов, разрушающихся при малых пластических деформациях.

В научно-технической литературе о льде, в которой обсуждаются его прочностные свойства, можно встретить следующие термины, относящиеся к категории его прочностных характеристик: пределы прочности (временные сопротивления) льда на растяжение (на разрыв), на изгиб, на сжатие (соответственно, при одноосной нагрузке или при сложных видах нагружения) и на сдвиг (на срез). Эти характеристики обычно получают при быстрых временах нагружения образцов, не превышающих нескольких секунд от начала нагружения до момента их разрушения. Поэтому их также называют кратковременной (или условно-мгновенной) прочностью льда соответственно на разрыв, изгиб, сжатие и сдвиг.

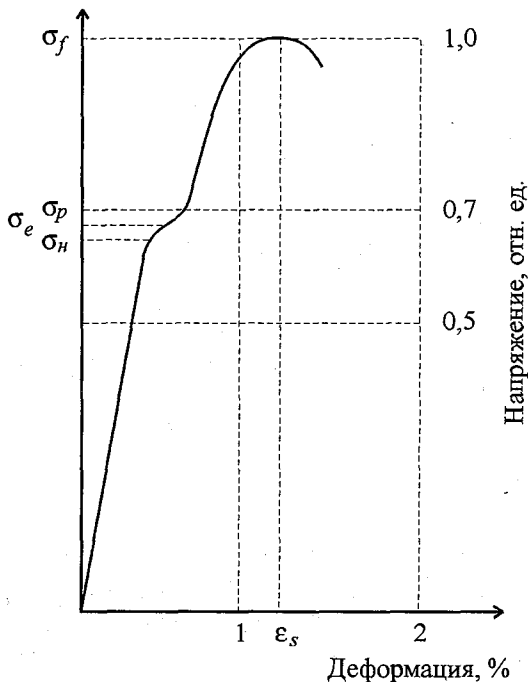


Рис. 7. Определение характеристик прочности льда при различных уровнях напряжений и деформаций.

Критериями оценки прочности льда как материала в случае, если необходимо отразить его способность сопротивляться в течение длительного или какого-то конечного времени, являются: предел длительной прочности (или предел ползучести)  $\sigma_s$  – условное напряжение, которое через некоторое время  $t_s$  (называемое в данном случае временем разрушения при заданном напряжении) “приводит” деформируемый лед в завершающую стадию третичной ползучести, когда ее скорость деформации (соответственно и деформация) стремятся к бесконечности ( $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$  и  $\epsilon \rightarrow \infty$ ), и предел длительной ползучести  $\sigma_\infty$ , соответствующий тому напряжению, при котором деформация практически не меняется ( $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$ ).

При напряжениях  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  (это и есть напряжения  $\sigma_{si}$ ) (см. рис. 6) разрушение льда в соответствии с вышеизложенным наступает через времена  $t_{si}$ , равные  $t_1 < t_2 < t_3 \rightarrow \infty$ . При напряжениях  $\sigma \leq \sigma_\infty$  лед не разрушается, а при  $\sigma > \sigma_1$  ( $t \ll t_1$ ) площадка текучести на диаграмме “напряжение-деформация” образоваться не успевает, деформация сдвига, соответствующая установившейся ползучести, отсутствует, быстро наступает прогрессирующая ползучесть, что и является причиной хрупкого разрушения льда. В этом случае применим термин предел прочности льда  $\sigma_p$ , который иногда называют также хрупкой ползучестью льда. Из семейства кривых пол-

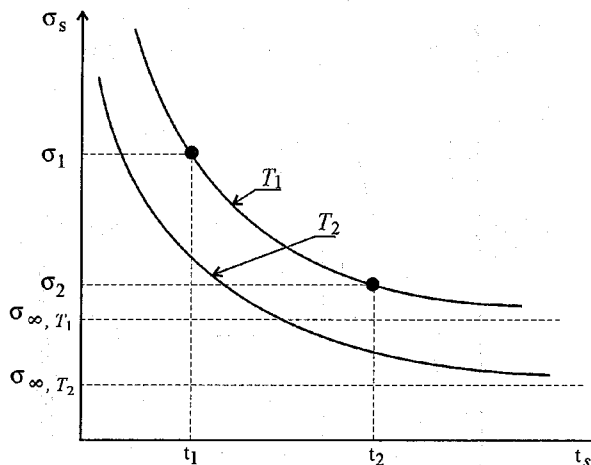


Рис. 8. Кривые длительной прочности льда при температурах  $T_1 < T_2$ .

зучести можно получить так называемую кривую длительной ползучести, т.е. зависимость  $\sigma_s = f(t_s)$ , которая является удобной характеристикой “долговечности” (неразрушаемости) льда при заданной нагрузке (рис. 8).

Для некоторых типов пресноводного и морского льдов известны следующие зависимости между  $t_s$  и  $\sigma_s$

$$t_s = \frac{A^{\lambda/n}}{(\sigma_s - \sigma_\infty)^{\lambda/n}}; \quad \sigma_s = \sigma_\infty + \frac{A^{\lambda/n}}{t_s^{\lambda/n}},$$

в которых  $A, n, \lambda, \sigma_\infty$  – реологические параметры, полученные из экспериментов на одноосное сжатие образцов льда или при сжатии льда непосредственно в массиве [16, 24, 25].

### 3.2.1. Прочность льда при одноосном растяжении и изгибе

В соответствии с согласованными на международном уровне рекомендациями [15] оптимальными методами определения прочности льда на разрыв  $\sigma_{f,t}$  и на изгиб  $\sigma_{f,f}$  следует считать растяжение гантелевидных образцов с размером их поперечных сечений (сечений, по которым происходит разрыв), значительно превышающих средний размер кристаллов испытуемого льда, в первом случае, и создание разрушающих моментов сил, прилагаемых к консольным балкам, выпиленным в льду на всю его толщину с соблюдением установленных соотношений в геометрических размерах и находящихся на плаву – во втором случае.

Расчет производят по формулам:

$$\sigma_{f,t} = \frac{P_f}{S_f}, \quad \sigma_{f,f} = \frac{6P_f \cdot l}{b \cdot h^2},$$



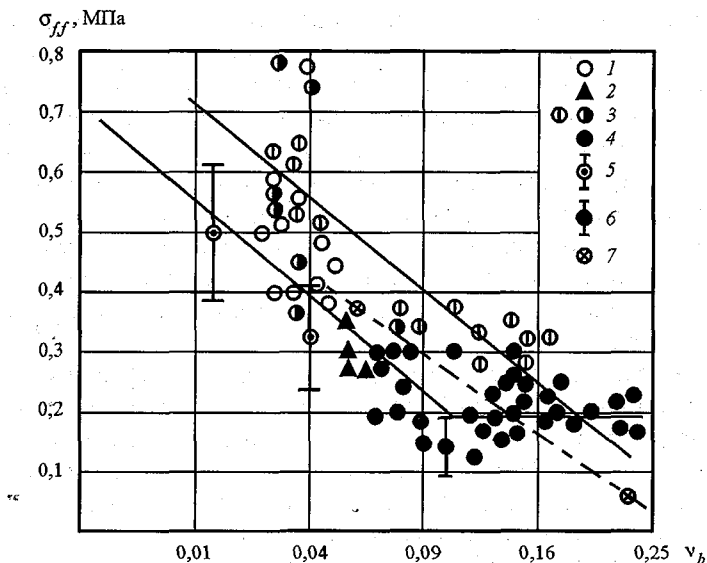


Рис. 9. Прочность льда на изгиб  $\sigma_{ff}$  в зависимости от содержания рассола  $v_b$  по данным различных авторов:

1 – В. Уикса и Д. Андерсона [99]; 2 – Д. Брауна [10]; 3 – К. Вэудри [97]; 4 – Т. К. Бутковича [56]; 5 – С. А. Вершинина [13]; 6 – Т. Табаты [92]; 7 – В. П. Гаврило [18].

где  $P_f$  – разрушающая нагрузка;  $S_f$  – площадь поперечного сечения в месте разрыва образца;  $l$  – длина консоли;  $b$  – ширина консоли;  $h$  – толщина ледяного покрова. Имеется целый ряд эмпирических зависимостей  $\sigma_{ff}$  и  $\sigma_{f1}$  в основном от температуры и солёности льда, а также от скорости приложения нагрузки, структурных особенностей, геометрических размеров и других факторов.

Характеристику прочности на изгиб относят к “квасисвойству” льда, поскольку при изгибе в нем возникают все виды деформаций: и сжатие в верхних слоях, и растяжение в нижних слоях, и сдвиг;  $\sigma_{f1}$  в среднем на 30–40 % меньше, чем  $\sigma_{ff}$ .

Представление о диапазоне изменчивости характеристик прочности морского льда можно получить на примере его сопротивления изгибающему моменту по данным различных авторов, приведенным на рис. 9.

Предел прочности льда на изгиб  $\sigma_{ff}$  – одна из важных характеристик прочности, которая широко используется, в частности, при оценке несущей способности ледяного покрова. При этом принципиальное значение имеют данные о сезонных изменениях  $\sigma_{ff}$ , отражающих региональные особенности формирования и существования ледяного покрова. Дело в том, что различия гидрометеорологических условий на обширных морских акваториях обуславливают формирование и развитие ледяного покрова не только неоднородного по возрасту, морфологическим характеристикам, но также неоднородного по строению и физическим свойствам льда.

Особенно это проявляется в шельфовой зоне арктических морей, где велико влияние пресноводного стока сибирских рек, малых глубин и местами сложного рельефа дна, стационарных заприпайных полыней. Здесь встречаются практически все основные виды и типы льдов структурно-генетической классификации льдов природных водоемов [7, 54]. Наличие морских, распресненных и пресных вод обуславливает не только формирование льдов, различающихся по своему строению и физическим свойствам, но и способствует контактному переохлаждению водных масс с обильным шугообразованием. Последнее формирует ледяной покров со сложным строением, которое, конечно, должно быть учтено при оценке сопротивления льда нагрузке.

В большинстве случаев ледяной покров шельфовой зоны формируется льдами конжеляционного, инфильтрационного и внутриводного образования, различающимися между собой строением и физическими характеристиками. Сезонные изменения под воздействием термометаморфических процессов усугубляют в ледяном покрове эти различия и приводят к существенным изменениям его прочностных характеристик. Для оценки этих зависимостей необходимы данные о сезонных вариациях средневзвешенной температуры и солёности ледяного покрова, а, следовательно, объема его жидкой фазы, и аналитические зависимости, устанавливающие функциональную связь указанных параметров.

Как правило, при обработке результатов испытаний расчет предела прочности льда на изгиб производится по формулам, справедливым для изотропного однородного материала. В действительности же естественный ледяной покров, находящийся на границе двух сред (воды и воздуха), в первом приближении можно считать изотропным только в плоскости, параллельной плоскости замерзания. По толщине его физико-механические свойства изменяются вследствие изменения температуры и солёности. Теоретические исследования показывают, что с учетом профилей изменений температуры и солёности по толщине, прочностные свойства анизотропного льда существенно отличаются от свойств изотропных ледяных пластин. Поэтому при нахождении разрушающих напряжений при изгибе использование формул для изотропного льда может привести к существенным ошибкам.

Метод оценки физико-механического поведения морского льда под действием нагрузки по данным о его толщине, температуре и солёности дает возможность уменьшить эти ошибки [71].

На рис. 10 приведены характеристики сезонной изменчивости  $\sigma_{\text{лр}}$  рассчитанные для шести различных по возрасту типов льдов (возрастных градаций), отражающих равномерно весь спектр изменчивости толщин арктического морского ледяного покрова, начиная от молодых форм льда толщиной 10...30 см до многолетних льдов толщиной более 3 м. Значения прочности приведены к условно-мгновенной прочности (быстрое приложение нагрузки) консольной балки на плаву, выпиленной из льда средней толщины соответствующей возрастной градации, без учета направления

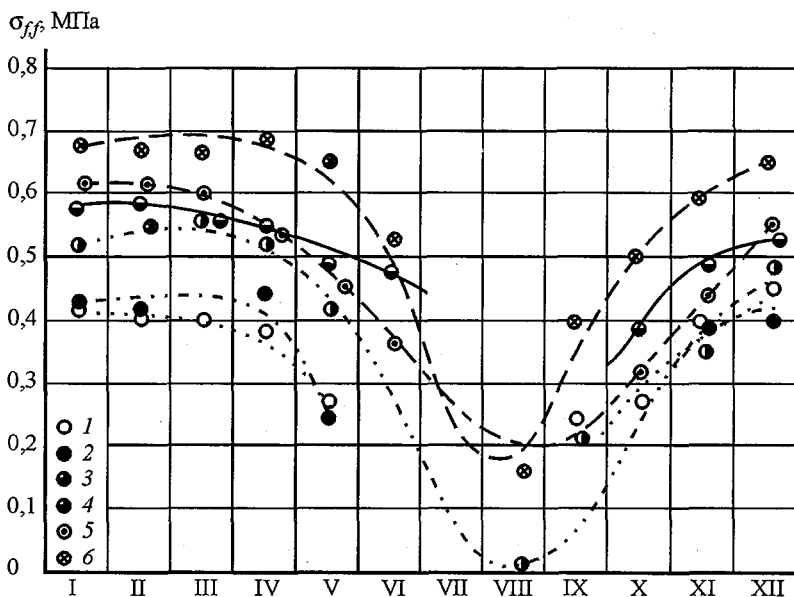


Рис. 10. Сезонная изменчивость прочности морского льда на изгиб для возрастных градаций ледяных покровов, соответствующих толщинам: 1 – 10...30; 2 – 30...70; 3 – 70...120; 4 – 120...200; 5 – 200...300 и 6 – более 300 см.

приложения нагрузки. Полученные результаты, в частности, свидетельствуют о том, что под воздействием термометаморфических процессов прочность ледяного покрова толщиной, например, до 1 м в летний период времени в 5–10 раз уменьшается по сравнению с зимним периодом.

### 3.2.2. Прочность льда при одноосном сжатии и сдвиге

Предел прочности льда на сжатие  $\sigma_{fc}$  определяют согласно методике [15] по результатам испытаний сопротивления образцов льда призматической или цилиндрической формы одноосной нагрузке  $P_{fc}$ :

$$\sigma_{fc} = \frac{P_{fc}}{S_{fc}},$$

где  $S_{fc}$  – площадь поперечного сечения образца.

Предел прочности льда при сдвиге  $\sigma_{fs}$  вычисляется по формуле  $\sigma_{fs} = P_{fs}/S_{fs}$ , где  $P_{fs}$  – разрушающая нагрузка, направленная вдоль площади среза  $S_{fs}$ .

Ниже кратко рассмотрим диапазон изменчивости характеристик прочности льда при сжатии. Как было показано выше, разрушение льда не обусловлено однозначно значениями каких-то определенных пределов напряжений. Вследствие ползучести начало разрушения льда и соответ-

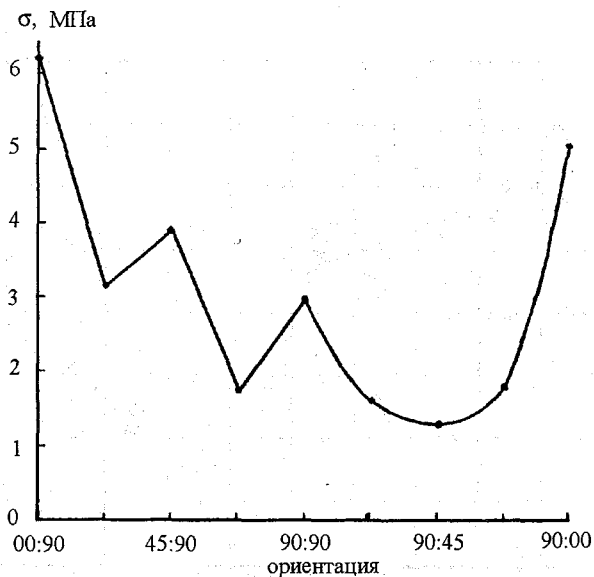


Рис. 11. Пределы прочности образцов льда при одноосном сжатии при различных ориентациях [36].

ствующее этому моменту значение внутреннего напряжения существенно зависит от скорости приложения нагрузки, условий деформирования и других факторов. Это является причинами большого разброса пределов прочности льда, определенных различными исследователями.

Морские льды волокнистых структур, широко распространенные как в Арктике, так и в Антарктике, обладают анизотропией своих физических свойств. Анизотропия – это явление, заключающееся в том, что физические свойства тела различны по разным направлениям. Многочисленными экспериментами установлено, что кроме повышения прочности с понижением температуры, прочность при сжатии образцов льда волокнистых структур больше, если нагрузка приложена перпендикулярно плоскости намерзания льда. Сжатие образцов льда вдоль кристаллов приводит к образованию трещин отрыва между ними. При сжатии льда параллельно плоскости его намерзания возможны сдвиги вдоль базисных плоскостей кристаллов. Опыты показывают, что пределы прочности льда на одноосное сжатие при различных направлениях сжимающих усилий могут отличаться в 3–5 раз [36].

Под действием подледных течений кристаллы волокнистых структур стремятся занять такое положение, при котором их главная оптическая ось параллельна потоку [54]. Кристаллы с отличным направлением главной оптической оси выклиниваются, уступая место кристаллам с более благоприятной ориентировкой. В результате формируется ледяное поле, обладающее азимутальной анизотропией, т.е. механические свойства при приложении горизонтальной нагрузки зависят от ее направления относи-

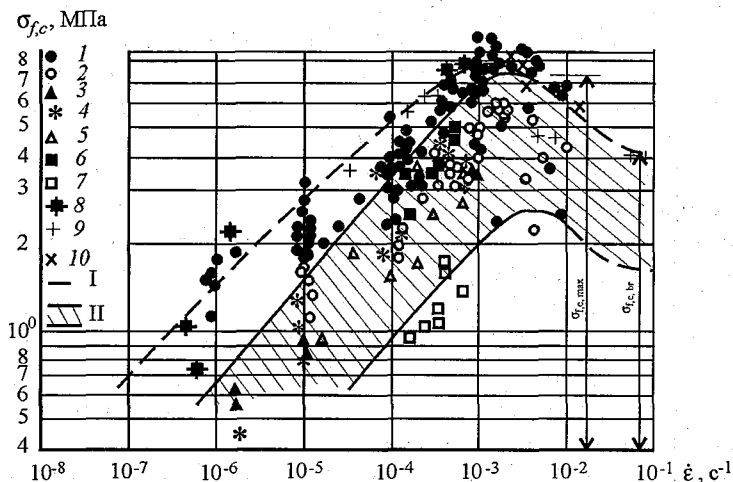


Рис. 12. Зависимость пределов прочности на сжатие ( $\sigma_{fc}$ ) пресноводного (I) и морского (II) льда от скорости деформации ( $\dot{\epsilon}$ ) [12]:

1 – зернистый лед, размер кристалла ( $d_c$ ) < 2 мм; 2 – зернистый лед,  $d_c = 2-3$  мм; 3 – столбчатый лед,  $d_c = 10$  мм; 4 – столбчатый лед,  $d_c = 11$  мм; 5 – столбчатый лед,  $d_c = 15$  мм, соленость 4–5‰, температура  $-10^\circ\text{C}$ ; 6 – зернистый лед; 7 – столбчатый лед, соленость 4–5‰, температура  $-11^\circ\text{C}$ ; 8, 9 – столбчатый лед; 10 – снежный лед.

тельно преобладающего направления главных оптических осей кристаллов. Наиболее часто азимутально ориентированные структуры встречаются в средней и нижней частях льда, когда ослабевает влияние динамических факторов. Х.Р.Пейтоном [36] разработана система обозначения ориентации испытуемых образцов при изучении азимутальной анизотропии. Ориентация образца записывается с помощью двух углов: между направлением приложения силы и вертикалью; между направлением силы и направлением главных оптических осей. Так, обозначение 90:00 указывает на прямой угол между направлением силы и вертикалью (горизонтальный образец) и угол равный нулю, между направлением силы и направлением главных оптических осей кристаллов. На рис. 11 приведены пределы прочности образцов льда при их различных ориентациях. Максимальную прочность имеют вертикально ориентированные образцы. Наибольшая прочность горизонтально ориентированных образцов достигается при приложении нагрузки параллельно преобладающему направлению главных оптических осей кристаллов, т.е. при ориентации образца 90:00. Минимальная прочность – при приложении нагрузки под углом  $45^\circ$ , т.е. при ориентации 90:45. При приложении горизонтальной нагрузки перпендикулярно преобладающему направлению главных оптических осей, т.е. при ориентации 90:90, достигается второй максимум, который, по абсолютным значениям, меньше первого. Из этого рисунка видно, что ориентация образца имеет очень большое значение. Так, прочность вертикально ориентированного образца может быть примерно в пять раз больше прочно-

сти горизонтального образца при минимальной прочности. В тоже время, прочность горизонтально ориентированных образцов в зависимости от направления приложения нагрузки относительно преобладающего направления главных оптических осей может различаться примерно в 4 раза.

Согласно обобщенным экспериментальным данным о влиянии скорости деформирования, максимальная прочность образцов льда соответствует скоростям деформации  $\dot{\epsilon} \approx 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ , т.е. при времени разрушения, не превышающем нескольких секунд. Это значение прочности соответствует моменту перехода от полухрупкого разрушения к хрупкому. Чаще в литературе встречается термин “переходная зона” от пластического разрушения к хрупкому, что и видно из рис. 12, на котором после достижения напряжением значения  $\sigma_{f,c,max}$  оно при дальнейшем увеличении  $\dot{\epsilon}$  начинает падать, достигая некоторого постоянного значения  $\sigma_{f,c,br} \approx \sigma_{f,c,max}$ , при котором происходит хрупкое разрушение льда [7].

В табл. 3 приведены экспериментальные данные И.Г.Петрова [37], дающие представление о численных оценках прочности морского льда на срез.

Из последних исследований прочности льда на срез следует остановиться на опытах Фредеркинга и Тимко [70], которые провели большие работы с натурным льдом у острова Лабрадор в мае 1984 г. Исследования проводились со льдом столбчато-зернистой структуры, который находился в стадии таяния при положительных температурах воздуха. Для определения  $\sigma_{f,s}$  был использован четырехточечный метод нагружения призматических образцов (25×5–10) см, которые готовились из больших кусков натурального льда и испытывались в холодной камере при температурах  $-2^\circ\text{C}$  и  $-12^\circ\text{C}$ . Соленость льда 1,7–1,9%. Нагрузка прикладывалась перпендикулярно, горизонтально и под углом  $45^\circ$  (при диагональных сжатии и растяжении) по отношению к плоскости ледяного покрова. Общие выводы, сделанные авторами [70], сводятся к следующему:

1. Линейным регрессионным анализом данных  $\sigma_{f,s}$  для вертикальной ориентации нагрузки по отношению к поверхности ледяного покрова, показано, что имеет место довольно строгая зависимость (с общим коэффициентом корреляции 0,81) между  $\sigma_{f,s}$  и общей относительной пористостью льда  $v_t$

$$\sigma_{f,s} = 1500 \left( 1 - \sqrt{\frac{v_t}{390}} \right), \text{ кПа,}$$

где  $v_t = v_b + v_a$  – суммарный объем жидких и газовых включений в промилле (‰), причём при  $T_i = -2^\circ\text{C}$   $v_t = 0,136$ , при  $T_i = -12^\circ\text{C}$   $v_t = 0,083$ .

2. В исследованных диапазонах температур ( $-2 \dots -12^\circ\text{C}$ ) и солёностей (1,7–1,9 ‰) экспериментальные значения характеристик прочности морского столбчато-зернистого льда лежат в пределах от 550 до 900 кПа.

3. При “теплых” температурах, в частности, при  $-2^\circ\text{C}$ , ориентация направления действия силы по отношению к структурным особенностям строения льда оказывает незначительное влияние на значение  $\sigma_{f,s}$ , в то вре-

## Прочность арктического морского льда на срез, МПа

Значение	Однолетний		Многолетний		
	-10...-15 С	-15...-20 С	0...-5 С	-5...-10 С	-15...-20 С
Среднее	0,54	0,76	0,27	0,18	1,03
Экстремальное	0,11-1,56	0,49-1,27	0,23-0,31	0,10-0,26	0,80-1,20

мя как при температуре  $-12^{\circ}\text{C}$  это же обстоятельство является существенным фактором.

### 3.2.3. Прочность льда на сжатие в условиях сложного напряженного состояния

При взаимодействии ледяных полей с конструкциями в них возникает сложно-напряженное состояние, которое не всегда можно адекватно охарактеризовать такими характеристиками прочности льда, как его предельные сопротивления одноосным сжатию и растяжению. Поэтому в последнее время чаще стали появляться работы, посвященные исследованиям прочности льда в “стесненных” условиях, соответствующих двух- и трехосному напряженным состояниям ледяного покрова.

Переход от характеристик прочности при одноосном напряженном состоянии к характеристикам прочности при сложном напряженном состоянии, согласно теоретическим положениям механики разрушения, осуществляется введением специальных критериев разрушения (называемых иногда критериями прочности, теориями прочности, гипотезами прочности).

Поскольку лед относится к материалам, которые различным образом сопротивляются сжатию и растяжению, а именно его прочность на сжатие в 3–5 раз больше прочности на растяжение, то ко льду, находящемуся, например, в условиях двустороннего сжатия, применяют так называемый критерий Мора. Согласно этому критерию, если принять, что величина касательного напряжения  $\tau_n$ , действующего на “площадке разрушения”, зависит от величины нормального давления  $\sigma_n$  на той же площадке, т.е.  $\tau_n = f(\sigma_n)$ , то на плоскости  $\tau_n$ ,  $\sigma_n$  эта функция представляет кривую, ограничивающую область безопасных состояний.

Если выразить эту связь формулой Кулона [26]

$$\tau = F_{cu} + \text{tg}\varphi \cdot \sigma,$$

то по экспериментальной кривой  $\tau_n = f(\sigma_n)$  можно определить угол внутреннего трения  $\varphi$ , определяющий склонность льда к проявлению пластичности при нагрузках, превышающих предел упругости, и силу сцепления льда  $F_{cu}$ , являющуюся показателем объемной прочности льда. Величины  $\varphi$  и  $F_{cu}$  являются для льда величинами переменными; причем, с увеличением

напряженного состояния  $F_{\text{сн}}$  возрастает и стремится в пределе к величине максимального касательного напряжения.

Отличие механизма деформирования льда, находящегося в условиях сложного нагружения, по сравнению с одноосным, является причиной изменения величин предельных нагрузок, которые может выдерживать лед, не разрушаясь при сжатиях. По данным В.В.Панова и Н.Ф.Фокеева [34], которые испытали морской припай толщиной 152 см в районе антарктической станции Мирный, при кратковременном приложении осевой нагрузки ( $\dot{\sigma} = 1,0 \dots 1,6$  МПа/с) к образцам из четырех горизонтов в условиях их бокового обжатия ( $\sigma_2$ ) с увеличением бокового давления ( $\sigma_2$ ) осевое разрушающее напряжение  $\sigma_1$  возрастает. Осевая прочность  $\sigma_1$  анизотропного морского льда, испытанного во взаимно перпендикулярных направлениях, при одинаковом боковом давлении может различаться более чем в 1,5 раза. Аналогичный вывод ранее сделал и Р.Фредеркинг [52], который испытывал образцы столбчато-гранулированного льда призматической формы размером 100×50×250 мм при двухосном сжатии. В экспериментах Р.Фредеркинг обеспечивал прессом два режима: при двустороннем ограничении образца создавалась двухосная деформация и при одноосном ограничении – простое сжатие. Нагрузка прикладывалась к образцу при постоянной скорости движения траверсы испытательной машины до момента хрупкого разрушения образца, либо до относительной деформации образца, равной 3% при пластическом разрушении. По данным Р.Фредеркинга в диапазоне  $\dot{\epsilon} \cong 10 - 7 \dots 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  предельная прочность льда, испытанного при температуре  $-10^\circ\text{C}$  изменялась от 0,5 до 5,0 МПа в случае простого сжатия и от 2,0 до 20,0 МПа при двухосном сжатии, т.е. различие достигало четырехкратного значения. Первые экспериментальные данные о прочности морского льда на сжатие без возможности бокового расширения в полевых условиях были получены Тимко и Фредеркингом [94] при вертикальном (тип А) и горизонтальном или боковом (тип В) ограничениях образцов, приготовленных из ледяного покрова моря Бофорта. Их результаты показывают, что прочность на сжатие без возможности бокового расширения предельно чувствительна к структуре льда. Для зернистого льда она для ограничений типа А и типа В на 19% выше, чем прочность на сжатие с возможностью бокового расширения. Для столбчатого льда прочность на сжатие для ограничения типа А может быть в четыре раза больше, чем прочность без ограничения или прочность на сжатие при ограничении типа В. Эти результаты объясняются особенностями механизма скольжения по базисным плоскостям.

### 3.2.4. Трещиностойкость льда

Структура морского льда такова, что приложение нагрузки приводит к образованию в кристаллической решетке микротрещин. Началу образования трещин может способствовать также наличие пор с рассолом, в которых под нагрузкой развиваются большие внутренние напряжения. Из-



вестно, что всякая трещина в материале создает местную концентрацию напряжений, значения которых в вершине трещины могут быть в несколько раз больше номинально приложенного. Таким образом, напряжения, вызывающие разрушение образцов льда, существенно зависят от наличия трещин, и поэтому характеристики прочности, получаемые при наиболее распространенных видах испытаний льда на растяжение, сжатие и изгиб, не всегда могут рассматриваться как основные характеристики прочности льда при его хрупком разрушении. Причиной этого прежде всего является большой разброс получаемых экспериментальных данных  $\sigma_{f,t}$ ,  $\sigma_{f,p}$ ,  $\sigma_{f,c}$ , что затрудняет успешное применение их в оценке явлений разрушения морского льда, когда ледяной покров взаимодействует, например, с ледокольным судном или гидротехническим сооружением. Полезной характеристикой в этом случае является трещиностойкость или коэффициент интенсивности напряжений  $K_{1c}$ , который характеризует способность льда воспринимать действующие нагрузки без образования в нем трещин. Критическому значению этого коэффициента соответствует начало нестабильного роста трещин, приводящего к разрушению. В настоящее время имеются решения теории упругости для трещин различного типа, подверженных растяжению, изгибу, сжатию и др. видам деформаций. Рядом исследований в последнее время [21, 50] подтверждена эффективность применения механизма линейного упругого разрушения при анализе явлений разрушения морского льда. Данные по  $K_{1c}$  имеют значительно меньший разброс по сравнению с существующими данными по прочности при сжатии, растяжении или изгибе. Более того, как полагают японские исследователи [50], поскольку значение  $K_{1c}$  тесно связано со структурой морского льда (а именно с размером свищеобразных нарушений сплошности, в частности, включений рассола), то ими также было предложено испытания на трещиностойкость использовать в качестве стандартного метода для определения прочности морского льда: они считают, что при известных  $K_{1c}$  и размере пор с рассолом, критическое напряжение разрушения  $\sigma_j$  может быть вычислено с меньшей степенью разброса. Наиболее простое выражение для критического значения коэффициента интенсивности напряжений получено для случая одноосного растяжения

$$\sigma_{f,t} = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi a}} \text{ МПа,}$$

где  $a$  – половина длины зародышевой трещины, м.

В случае изгиба балки на двух опорах  $K_{1c}$  определяется по формуле

$$K_{1c} = \frac{6M\sqrt{a}}{bh^2},$$

где  $M$  – изгибающий момент;  $a$  – длина надреза;  $b$  – ширина;  $h$  – толщина образца.

По литературным данным в среднем для пресноводного льда  $K_{1C} = 80 \dots 200$ , для соленоводного  $K_{1C} = 50 \dots 140 \text{ кН/м}^{1,5}$ .

Значение  $K_{1C}$  уменьшается с увеличением скорости нагружения (или  $\dot{K}_{1C}$ ), с повышением температуры  $T_p$ , с уменьшением размеров кристаллов  $d_{cr}$  и с повышением солености льда (или относительного объема рассола  $v_b$ ), что и отражает предложенная в [81] формула:

$$K_{1C} = \exp \left[ -\frac{0,6 + 0,6 \lg(1 + v_b)}{\sqrt{d_{cr}}} \right] \cdot \left( 50 \lg T_i + \frac{200}{1 + \sqrt{\lg(1 + \sqrt{v_b})}} \right) \cdot \dot{K}_{1C}^{-\left( 0,04 \lg T_i + \frac{0,06}{1 + v_b} \right)}$$

Экспериментальный анализ зависимости  $K_{1C} = f(\dot{\epsilon})$  [50] показывает, что при  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} - 10^{-5} \text{ с}^{-1}$  значение  $K_{1C}$  практически является постоянной величиной.

### 3.2.5. Сопротивление льда ударной нагрузке

Прочность льда при ударных нагрузках, следствием которых является местное сжатие и раздробление определенного (зависящего от энергии удара) объема льда вблизи зоны контакта, характеризуется ударной вязкостью и удельной энергией разрушения. По величине ударной вязкости оценивают работу разрушения надрезанного образца при ударном изгибе на маятниковом копре. Она выражается в  $\text{Дж/м}^2$  и определяется как отношение работы к площади поперечного сечения в месте надреза. Величину удельной энергии разрушения оценивают по энергии удара, отнесенной к объему разрушенного тела ( $\text{Дж/м}^3$ ) или к массе раздробленного льда ( $\text{Дж/кг}$ ).

Для морских льдов соленостью примерно от 0 до 6,0‰ при температурах  $-1,0 \dots -60,0 \text{ }^\circ\text{C}$  рядом исследователей [7, 22], использовавших различные методики динамических испытаний льда, получены следующие экспериментальные параметры: ударная вязкость  $-0,16 \dots 7,0 \text{ Дж/м}^2$ , удельная энергия разрушения  $-0,34 \dots 4,5 \text{ кДж/м}^3$ .

При испытаниях на твердость индентор, имеющий форму сферы или пирамиды, под действием нагрузки  $P$  вдавливается в поверхность исследуемого тела до образования в нем вмятины. Площадь  $S$  образовавшейся вмятины измеряется. Твердость  $H$  определяется по формуле

$$H = \frac{P}{S}$$

Определенная таким методом твердость равна среднему значению давления во вмятине. Исследование поля напряжений вокруг вмятины показывает, что почти 2/3 давления идет на создание гидростатического давления и не вызывает пластического течения [93]. Следовательно, только 1/3 давления производит вмятину, так что можно записать

$$H \approx 3\sigma_{f,c},$$

где  $\sigma_{f,c}$  — предел прочности льда при одноосном сжатии.

Экспериментальные значения динамической и статической твердости льда различной солености при времени приложения нагрузки от миллисекунд до нескольких часов в диапазоне температур примерно от 0 до – 25 °С находится в пределах от единиц до нескольких десятков МПа.

### 3.2.6. Масштабный эффект при испытаниях образцов льда на его прочность

Масштабный эффект изменения прочности образцов льда связан с изменением их размеров: образцы меньшего размера имеют большую прочность, и наоборот. По-видимому, первым на это обратил внимание В.В.Лавров, которым предложена, в частности, формула пересчета прочности на изгиб первого образца одних размеров по данным испытания второго образца того же льда, но других размеров. Для образцов геометрически подобных (или почти подобных) размеров эта формула записывается так [28]:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{l_1 h_2}{l_2 h_1} \sqrt{\frac{l_1}{l_2}},$$

где  $l$  и  $h$  – длина и толщина (равная примерно ширине) образца.

Сравнение расчетных значений по этой формуле с экспериментальными результатами дает удовлетворительное совпадение: при изменении сечения образцов от  $5 \times 5$  см<sup>2</sup> до  $100 \times 100$  см<sup>2</sup> разница расчетных и опытных значений прочности не превышает 25%.

Результаты испытания на одноосное сжатие образцов, приготовленных из различных горизонтов льда, дают также разные значения пределов прочности. Возникает вопрос, как определить предел прочности льда на сжатие ледяного “кабана”, располагая пределом прочности, полученным по результатам испытаний малых образцов. Исследования, проведенные в Канаде [75] позволили подтвердить предположение о том, что прочность на одноосное сжатие большого образца льда может быть определена как средневзвешенная прочность по испытаниям малых образцов, приготовленных из всех горизонтов с учетом, конечно, распределений температуры и солености по толщине ледяного покрова в естественных условиях. Испытания на сжатие большого образца столбчато-зернистого льда толщиной 1,3–1,6 м при скоростях деформации  $\dot{\epsilon} < 10^{-3}$  с<sup>-1</sup> и сопоставление с результатами расчета прочности такого “кабана” по испытаниям малых образцов из этого же льда показали на удовлетворительную сходимость результатов. При изменении  $\sigma_{f,c}$  малых образцов от 1 до 3,85 МПа расчетная прочность на 30% отличалась от экспериментальной.

Информация о влиянии размеров на прочность льда в литературе весьма скудна. Одной из таких немногочисленных работ, посвященных масштабному эффекту во льду, является уже упомянутая работа Лаврова [28]. На основании данных испытаний малых образцов с размером зерен 0,4 мм В.В.Лавров получил следующее эмпирическое соотношение для предела прочности на одноосное сжатие пресноводного льда ( $\sigma_{f,c}$ , МПа)

$$\sigma_{f,c} = 1,3 K h^{-0,2},$$

где  $K = 1$  при средней температуре льда, равной  $-4^\circ\text{C}$ ;  $h$  – толщина льда, м.

При стандартной температуре испытаний льда, равной  $-10^\circ\text{C}$  и размере зерен от 0,4 до 1,0 мм  $\sigma_{f,c}$  возрастает примерно на 30% по сравнению с  $\sigma_{ff}$  при  $-4^\circ\text{C}$  [75]. Соответственно, вышеприведенное равенство принимает вид

$$\sigma_{f,c} = 1,7h^{-0,2} \text{ МПа.}$$

В условиях боковых нагрузок, представляемых взаимодействием льда со сваями, экспериментально получено следующее соотношение [75]:

$$\sigma_{cc} = \sigma_{f,c} 0,57 \left( \frac{D}{h} \right)^{-0,5} h^{-0,4},$$

где  $D$  – ширина сваи;  $\sigma_{f,c}$  – собственный предел прочности мелкого образца на одноосное сжатие при  $T_i \approx 0^\circ\text{C}$  и  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Согласно Шварцу, “масштабный эффект” не проявляется при испытаниях на одноосное сжатие, если  $D/d_{cr} > 25$ , где  $d_{cr}$  – размер кристалла. При одноосном сжатии  $\sigma_{f,c}$  при  $T_i = -10^\circ\text{C}$  примерно в 1,6 раза превышает соответствующее значение при  $0^\circ\text{C}$ . И.Шварц в случае  $T_i = 0^\circ\text{C}$  и  $d_{cr} = 0,4$  мм положил эту величину, равной 3,5 МПа при  $D/h = 1$  и получил при этом

$$\sigma_{cc} = 3,2h^{-0,4} \text{ МПа.}$$

Айер [75], проделав вышеописанный сравнительный анализ, положив  $h = 0,15$  м, получил следующие значения предела прочности на одноосное сжатие по Лаврову и сопротивление вдавливанию по Шварцу  $\sigma_{f,c} = 2,5$  МПа и  $\sigma_{cc} = 7,0$  МПа.

С учетом того, что отношение  $\sigma_{cc}/\sigma_{f,c} \approx 3$  (сравни с  $N \approx 3\sigma_{f,c}$ ), представляется, что эти значения вполне согласуются.

Масштабный эффект может проявляться по-разному в зависимости от конфигурации и напряженного состояния образца льда или участка ледяного покрова. Поэтому, вводя критерий прочности, необходимо также вводить и некоторый характерный размер, который отсутствует в классических моделях упругого и упругопластического тела. С этой целью необходимо развивать подходы к пересчету прочностных характеристик малых образцов льда на оценку прочности естественных ледяных полей.

### 3.2.7. Прочность морских ледяных полей

В настоящее время отсутствует общепризнанная точка зрения на возможность оценки макроскопической прочности морского ледяного покрова по данным механических характеристик прочности льда, определенных по малым образцам. До сих пор не ясно в какой степени отличаются крупномасштабные процессы разрушения льда от маломасштабных. Разрушение морского льда – сложный физический процесс, развивающийся во времени и пространстве. В этом случае прочность ледяного поля должна рас-

смагиваться в совокупности с величиной нагрузки и скоростью ее нарастания, реологическими свойствами и структурными неоднородностями льда, а также масштабным эффектом.

Можно обозначить два подхода к явлениям разрушения ледяного поля: локальный и глобальный. Первый из них учитывает, главным образом, местные условия деформирования и разрушения льда, связанные, как правило, с малыми структурными элементами ледяного поля (характерные локальные неоднородности морского льда [43]). Второй имеет отношение к системе элементов, т.е. ко всему ледяному полю в целом и оперирует интегральными для данной масштабной области механическими характеристиками. Поэтому, результаты как теоретических, так и экспериментальных оценок прочности морского льда могут существенно отличаться в зависимости от принятого масштаба рассмотрения процесса разрушения.

Исходя из классических представлений механического поведения ледяного покрова разработаны крупномасштабные математические модели, позволяющие осуществить расчет глобальной прочности ледяного покрова на основании знания пространственно-временных параметров внешних воздействующих сил [27, 48, 61]. В работах [22, 83] при оценке предельных напряжений сжатия ледяной покров моделируется бесконечной (или полубесконечной) однородной пластиной, лежащей на упругом основании гидравлического типа. Для оценки локальной прочности ледяного поля в очаге разрушения используются характеристики прочности льда как материала с последующим пересчетом их на всю толщину ледяного покрова [57, 83].

Основным критерием достоверности расчетных оценок прочности являются опытные данные предельных напряжений во льду, полученные в результате исследований динамических процессов в естественном ледяном покрове. При этом в наибольшей степени учитывается многообразие напряженного состояния морского льда, приводящее к нарушению его сплошности. Следует также сказать, что процесс сжатия ледяных полей с последующим торошением льда является хорошей природной имитацией взаимодействия ледяного покрова с широкими сооружениями. Полученные в этих условиях и представленные в работах [57, 60, 83, 87, 96] результаты измерений *in situ* разрушающих напряжений позволяют корректировать значения расчетных нагрузок ото льда на широкие конструкции, которые могут отличаться на порядок и более [89].

На рис. 13 обобщены современные данные различных авторов по оценке предельных ледовых нагрузок, полученных на основании теоретических представлений и натурных измерений. Ледовые силы вычислены в предположении однородности внутренних напряжений по толщине льда. Для случаев измерения напряжений в поверхностном слое льда это дает ошибку в безопасную сторону, так как известно [43, 67, 96], что напряжения в ледяном покрове при динамических процессах сосредоточены главным образом в его верхней части. Прежде всего обращает на себя внимание то обстоятельство, что приведенные оценки характеризуют два уров-

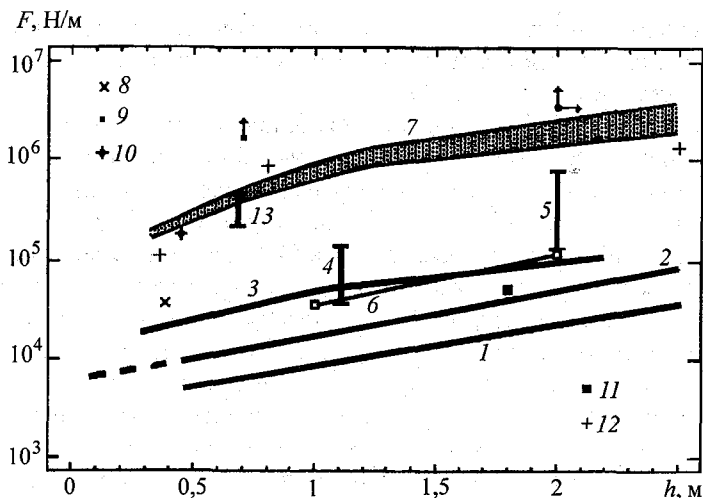


Рис. 13. Разрушающие ледовые нагрузки ( $F$ ) в зависимости от толщины льда ( $h$ ): 1–5 – обобщенные [61] модельные результаты; 6 – модельные данные [60]; 7 – расчетные данные [83]; 8 – экспериментальный результат [57]; 9 – экспериментальные результаты [87]; 10 – эксперимент [96]; 11 – эксперимент [60]; 12, 13 – экспериментальные данные [33].

ня разрушающих сил: нижний (см. рис.13, 1–6, 8, 11) и верхний (см. рис. 13, 7, 9, 10, 12, 13), различающиеся между собой примерно на порядок.

Данные, относящиеся к нижнему уровню, представлены результатами математического моделирования процессов торошения льда как однородной среды (1–5), а также результатами натурных измерений в дальней зоне (расстояние от точки измерения до границы разрушения существенно превышает толщину льда: 8 – 230 м [57] и 11 – примерно 1 км [60]).

Верхний уровень отражает результаты измерений предельных напряжений, полученных в непосредственной близости от разрушаемой зоны (см. рис. 13, 9, 10, 12, 13), а также данные расчетов на основе простейших моделей, учитывающих конкретные механизмы разрушения льда (см. рис. 13, область 7).

Существенное различие между двумя группами данных обусловлено, в первую очередь, масштабным фактором, являющимся ключевым моментом при изучении механики разрушения ледяного покрова неоднородной структуры. По сравнению с локальной областью разрушения характер распределения нагрузки в макрообласти является результатом влияния как локальных дефектов структуры льда, так и макроскопических случайных неоднородностей, отражающих строение ледяного покрова в геофизическом масштабе [42, 43]. В этом случае переход напряженного ледяного покрова к критическому состоянию будет зависеть также от его реологических свойств, в свою очередь, подверженных масштабной зависимости. В пользу сделанного вывода достаточно сказать, что природа релаксационных свойств внутренних напряжений по-разному проявляется вблизи границы разрушения (ближняя зона) и на удалении от нее (дальняя зона), для которых по экспе-

риментальным оценкам периоды релаксации отличаются на 1–2 порядка [44]. Отсюда естественно допустить, что процесс разрушения льда связан с существенным искажением исходного поля внутренних напряжений не только локального, но и регионального уровней.

Поэтому двухуровневый характер распределения разрушающих нагрузок отражает в первом приближении количественную связь локальных (местная интенсификация напряжений в зоне разрушения) и глобальных (вдали от зоны разрушения) предельных напряжений, формирующихся соответственно в ближней и дальней зонах ледяного поля при разрушении. Исходя из этих соображений можно предположить, что критерии прочности морского льда, характеризующие разрушение ледяного покрова разного структурного уровня, также должны отличаться между собой (локальный и глобальный критерии).

Локальный критерий разрушения требует знания напряженно-деформированного состояния морского льда в непосредственной близости от края трещины или ее вершины. При этом в случае сложной геометрии и комплексной нагрузки требуется привлечение для расчетов серьезного математического аппарата. Пример использования локального подхода к оценке прочности льда рассмотрен в работе [47], в которой сопротивляемость морского ледяного поля сжимающим нагрузкам оценена в приближении линейной механики разрушения с помощью критического коэффициента интенсивности напряжений (трещиностойкости). В отличие от локального критерия разрушения, не учитывающего макроскопические пространственно-временные особенности напряженного состояния льда, глобальный критерий должен включать те или иные параметры, характеризующие реологию ледяного покрова заданного масштабного уровня. Например, в работах [45, 47] сделана попытка в рамках теории прочности Мора ввести дополнительный параметр, играющий роль обратной макроскопической вязкости ледяного покрова.

Несмотря на качественный характер выводов, они показывают перспективность использования предлагаемого подхода в задачах механики разрушения ледяного покрова и оценки ледовых сил.

Анализ результатов исследований с привлечением современных данных отечественных и зарубежных исследователей показал, что в рамках локального подхода процесс разрушения ледяного покрова однозначно связан с механизмом местного разрушения льда, его геометрией и видом нагрузки. При глобальном подходе для оценки прочностных свойств ледяного поля используются разрушающие напряжения, измеренные в дальней зоне. Для установления связи между локальными и глобальными нагрузками необходимо вводить в рассмотрение дополнительные параметры, учитывающие сложную реологию ледяного покрова, как геофизического объекта в заданной масштабной области.

Выявленные локальный ( $10^5 - 10^6$  Н/м) и глобальный ( $10^4 - 10^5$  Н/м) уровни предельных погонных ледовых нагрузок отражают наиболее вероятные в природе механизмы разрушения льда и могут быть использованы на практике при оценке ледовых нагрузок на морские сооружения.

### 3.2.8. Несущая способность ледяного покрова

На несущую способность (грузоподъемность) ледяного покрова, т.е. его свойство длительное время противостоять разрушению под действием различных нагрузок, существенное влияние оказывает длительность времени приложения и характер нагрузок. Ледяной покров для большинства статических задач со сравнительно малым временем приложения нагрузки можно рассматривать как упругую однородную пластину, лежащую на упругом основании гидравлического типа. При этом различают грузоподъемность ледяного поля в момент появления первых сквозных трещин ( $P_{cr}$ ) и полную несущую способность ( $P_p$ ). При наличии сквозных трещин грузоподъемность ещё далека от предельной. Полная несущая способность исчезает при проломе ледяного поля. Несущая способность вблизи открытой трещины существенно уменьшается. Если нагрузка приложена к одному краю трещины, то несущая способность льда составляет всего 43% по сравнению с расположением груза в центре. При нагрузке, приложенной одновременно к обоим краям трещины, несущая способность льда составляет 85% нагрузки, приложенной к ненарушенному ледяному полю. По многочисленным экспериментальным данным величина  $P_{cr}$  определяется прочностью льда на изгиб при кратковременном приложении нагрузки.

Согласно С.А.Бернштейну [6], грузоподъемность ледяного поля в момент появления первых трещин определяется по формуле

$$P_{cr} = \frac{\sigma_f H_i^2}{3(1+\nu) C(\alpha)},$$

в которой для удобства ее использования предложена следующая аппроксимация коэффициента  $C(\alpha)$  [17]:

$$C(\alpha) = (1,023 - 1,567 \cdot \ln \alpha) \cdot 10^{-2}.$$

Тогда при  $0,1 \leq \alpha = \frac{r}{l} \leq 0,7$  расчетная формула имеет вид

$$P_{cr} = 100 \frac{\sigma_f H_i^2}{(1+\nu)(3,07 - 4,70 \cdot \ln \alpha)};$$

где  $r$  – поперечный размер площади приложения распределенной нагрузки;  $l$  – поперечный размер чаши прогиба ледяного покрова под нагрузкой, причем

$$l = \frac{1}{\sqrt[4]{D/\rho g}},$$

где  $D = \frac{\bar{E} \cdot \bar{H}_i^3}{12(1-\nu^2)}$  – изгибная жесткость ледяной пластины.



Д.Ф.Панфиловым [35] была получена аналитическая зависимость для определения  $P_{cr}$  при приложении кратковременной статической нагрузки в виде

$$P_{cr} = f(\sigma_f, H_i, E, D, a, b),$$

где  $a$  и  $b$  – размеры площади приложения распределенной нагрузки. Эта формула весьма громоздка, однако она дает очень хорошее совпадение с экспериментальными данными, если в качестве прочностного параметра, входящего в эту формулу, взять предел прочности при изгибе консольных балок на плаву, а не характеристику прочности, получаемую при испытаниях на изгиб малых образцов. Кстати, в прошлом это приводило к неоправданно большим запасам прочности при проектировании конструкций, предназначенных для эксплуатации их в естественных ледовых условиях. Сравнение значений несущей способности  $P_{cr}$ , рассчитанных по формуле Панфилова и по модифицированной формуле Бернштейна, где в качестве  $\sigma_f$  брался предел прочности при изгибе консольных балок на плаву показывает, что полученные результаты очень близки.

#### 4. РЕЖИМНО-КЛИМАТИЧЕСКИЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОРСКОГО ЛЬДА И МЕТОДИКА ИХ РАСЧЕТА ПО ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИМ ДАННЫМ

---

Высокая степень изученности физических характеристик морского льда позволяет уже в настоящее время оценить некоторые свойства льда на основе гидрометеорологических данных. Особенно это касается дрейфующего льда в высоких широтах Арктического бассейна, где раньше регулярно организовывалась сеть стационарных дрейфующих станций "Северный полюс" и временных ледовых лагерей в экспедициях типа "Север".

Прочность морского льда зависит от большого количества различных факторов (температуры, плотности, условий нагружения и т.д.) Однако, согласно многочисленным экспериментальным данным, главными факторами являются структура, температура и соленость. С удовлетворительной для практики точностью средние значения этих характеристик могут быть вычислены при условии, что известны толщина снега и льда, температура воздуха, температура и соленость подледного водного слоя [71, 95]. Используя средние значения температуры и солености льда, можно вычислить объем рассола, который является главным параметром для оценки механических свойств в соответствии с ячеистой моделью морского льда, предложенной А. Ассуром и развитой Г. Коксом и У. Уиксом [59] в их математической модели однолетнего морского льда.

Благодаря существованию широкой сети метеорологической службы в Арктике мы располагаем достаточно подробной информацией, в частности, о температуре воздуха и снежных осадках. Большую часть года температура подледного слоя воды близка к температуре ее замерзания при соответствующей солености. Эта характеристика существенно зависит от расстояния до речных устьев. Сведений о температуре и солености вод арктических морей в зимний период для статистических оценок недостаточно. Однако изменчивость температуры приледного слоя воды не играет существенной роли при оценке средневзвешенной температуры льда, необходимой для вычисления объема рассола. Соленость же воды является более консервативным фактором по мере удаления от берегов.

##### 4.1. МЕТОДИКА РАСЧЕТА

На рис. 14 представлена блок-схема метода расчета, на которой указана последовательность использования исходных гидрометеоданных для получения заданных выходных параметров.

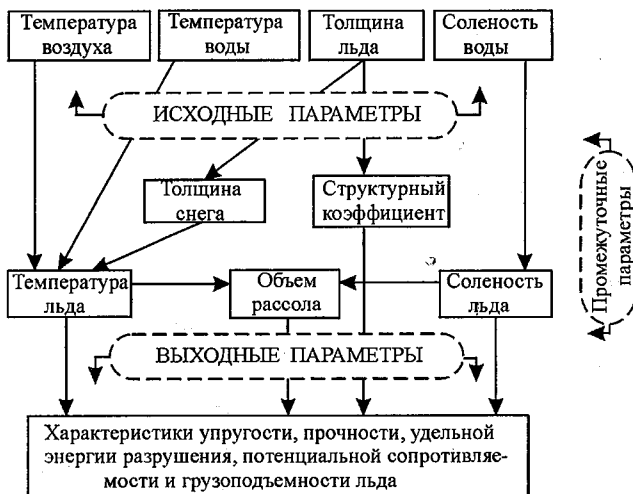


Рис. 14. Блок-схема метода расчета.

Исходные и промежуточные параметры:

$\bar{t}_a$  – среднемесячное значение температуры воздуха (°C) по данным многолетних стандартных метеонаблюдений или экспериментальным данным.

$\bar{t}_w$  и  $\bar{S}_w$  – среднемесячные значения температуры (°C) и солености (‰) приледного слоя воды. Эти параметры могут быть определены по данным соответствующих публикаций, включая [3, 4] или экспериментальным данным.

$H_i$  – толщина ледяного покрова (м), которая может быть: 1) задана в соответствии с данными специальных пособий и атласов; тогда эта величина представляет собой также среднемесячное значение  $\bar{H}_i$  по многолетним данным ледовых наблюдений; 2) определена расчетным путем по одной из методик прогноза ледовых условий с необходимой заблаговременностью; в этом случае толщина льда будет привязана к более конкретным гидрометеорологическим условиям, при которых формируется ледяной покров, начиная с момента ледостава; 3) измерена (оценена) дистанционными средствами (радиолокационными и инфракрасными, работающими в различных диапазонах частот).

Расчетные (пункт 1) и прогностические (пункт 2) значения толщин обычно используются при планировании транспортных операций на замерзающих судоходных трассах и при проектировании гидротехнических сооружений, предназначенных для эксплуатации в условиях, при которых возможно динамическое и статическое взаимодействие этих сооружений с ледяным покровом. Знание толщины льда, полученной в результате оперативной оценки на данный момент времени (пункт 3), обычно полезно, например, для решения тактических задач, связанных с корректировкой маршрутов ледового плавания.

$\bar{H}_s$  – среднее значение высоты снежного покрова, определяемое из соотношений:

для припайного льда

$$\bar{H}_s = 8,827 \cdot 10^{-3} H_i^{1,566};$$

для дрейфующего льда

$$\bar{H}_s = 3,089 \cdot 10^{-3} H_i^{1,566},$$

которые получены по экспериментальным данным [31].

$\bar{t}_i$  – средняя температура льда, которая при условии ее линейного вертикального распределения в снеге и льде может быть определена по формуле

$$\bar{t}_i = \frac{\bar{t}_a H_i \lambda_s + \bar{t}_w \bar{H}_s \lambda_i}{2(H_i \lambda_s + \bar{H}_s \lambda_i)} + \frac{\bar{t}_w}{2} \quad [17],$$

где  $\lambda_s$  – теплопроводность снега;  $\lambda_i$  – теплопроводность льда. При отсутствии натуральных данных можно принять  $\lambda_s = 0,6$  Вт/(м·К);  $\lambda_i = 2,02$  Вт/(м·К).

В случаях, когда известны более точные сведения о вертикальных температурных профилях во льду, используется формула для расчета средневзвешенного по толщине значения температуры

$$\bar{t}_i = \frac{1}{H_i} \cdot \sum_{m=1}^n \bar{t}_{i,m} \cdot H_{i,m},$$

где  $n$  – количество условных слоев в толще льда с оценкой в них средней температуры;  $\bar{t}_{i,m}$  – средняя температура льда в слое  $m$ ;  $H_{i,m}$  – толщина слоя  $m$ .

$\bar{S}_i$  – средняя соленость льда (%), определяемая по одной из нижеприведенных формул, расчеты по которым для однолетнего морского льда толщиной  $\bar{H}_i \geq 0,34$  м дают практически одинаковые результаты:

по данным Г.Кокса и У.Уикса [58], а также Г.В.Тимко и Р.М.Фредеркинга [95]

$$\bar{S}_i = 8,0 - 1,62 \bar{H}_i;$$

по данным А.Я.Рывлина [40]

$$\bar{S}_i = \bar{S}_w (1 - b) \exp(-a \cdot H_i^{0,5}) + \bar{S}_w \cdot b,$$

где  $a$  – коэффициент, изменяющийся в пределах от 0,35 до 0,5 в зависимости от скорости роста льда;  $a$  если она неизвестна, рекомендуемое значение  $a = 0,5$ ;  $b$  – эмпирический коэффициент, который в соответствии с работой [40] составляет 0,13.

По данным А.Ковакса [78], в соответствии с его анализом экспериментальных данных, полученных для однолетнего морского льда, образовавшегося как в Арктике, так и в Антарктике из воды соленостью от 31 до 34 ‰:

$$\bar{S}_i = 4,406 + \frac{91,603}{\bar{H}_i}.$$

$\bar{v}_b$  – средний объем рассола во льду, определяемый по известной и широко употребляемой в практических расчетах формуле

$$\bar{v}_b = \bar{S}_i \cdot 10^{-3} \left( 0,532 - \frac{49,185}{\bar{t}_i} \right).$$

$\bar{k}_{str}$  – структурный коэффициент для учета условий ледообразования (см. раздел 4.2), который получен в виде соотношений (7) и (8) [17]:  
для припайных льдов

$$\bar{k}_{str} = 0,25 + 0,47\bar{H}_i + \frac{0,85 - 0,47\bar{H}_i}{5,64 \exp(-0,135|\bar{t}_i|)}; \quad (7)$$

для дрейфующих льдов

$$\bar{k}_{str} = 0,25 + 0,47\bar{H}_i + \frac{0,85 - 0,47\bar{H}_i}{3,62 \exp(-0,135|\bar{t}_i|)}. \quad (8)$$

$\bar{k}_f(\bar{t}_i, \bar{S}_i, \bar{H}_i)$  – эмпирический коэффициент пересчета прочности стандартных [15, 17] образцов льда при сжатии на прочность при изгибе стандартных консольных балок на плаву, определяемый по формулам, в которых коэффициенты полиномов  $a_i$  и  $b_i$  приведены в работе [17]:

для  $\bar{t}_i \geq -10^\circ\text{C}$

$$\bar{k}_f(\bar{t}_i, \bar{S}_i, \bar{H}_i) = 1,94 \cdot 10^{-3} \cdot \bar{H}_i^{-0,5} (a_0 - a_1\bar{t}_i + a_2\bar{t}_i^2 - a_3\bar{t}_i^3 + a_4\bar{t}_i^4);$$

для  $\bar{t}_i \geq -10^\circ\text{C}$

$$\bar{k}_f(\bar{t}_i, \bar{S}_i, \bar{H}_i) = 1,94 \cdot 10^{-3} \cdot \bar{H}_i^{-0,5} (b_0 - b_1\bar{t}_i + b_2\bar{t}_i^2 - b_3\bar{t}_i^3 + b_4\bar{t}_i^4).$$

$\bar{k}_s(\bar{t}_i, \bar{S}_i, \bar{H}_i)$  – эмпирический коэффициент пересчета прочности стандартных образцов льда при сжатии на прочность стандартных образцов льда при срезе, который определяется из соотношений [17]:

для  $\bar{t}_i = -2 \dots -10^\circ\text{C}$  и  $\bar{S}_i = 0 \dots 12\%$

$$\bar{k}_s(\bar{t}_i, \bar{S}_i) = 3,745 + 0,00048(\bar{S}_i - 7)^3 + (-\bar{t}_i - 15)^{3,5} (8,9\bar{S}_i + 178,6) \cdot 10^{-6};$$

для  $\bar{t}_i = -10 \dots -20^\circ\text{C}$  и  $\bar{S}_i = 0 \dots 12\%$

$$\bar{k}_s(\bar{t}_i, \bar{S}_i) = 3,745 + 0,00048(\bar{S}_i - 7)^3 + (-\bar{t}_i - 15)^{3,5} (43,5\bar{S}_i - 235,9) (15 + \bar{t}_i)^{3,5}.$$

Выходные параметры:

$\bar{\sigma}_{c,||}^c, \bar{\sigma}_{c,\perp}^c$  – прочность стандартных образцов конжеляционного морского льда при их одноосном сжатии вдоль и поперек структурных волокон кратковременной разрушающей нагрузкой (при скоростях деформирования равных  $\dot{\epsilon} \approx 10^{-4} \dots 10^{-3} \text{c}^{-1}$ ). Величина  $\bar{\sigma}_{c,\perp}^c$  может быть определена по формуле П.А.Трускова и А.М.Поломошнова [49]:

$$\bar{\sigma}_{n,\perp}^n = 0,57 + 0,045\bar{S}_i - 0,08\bar{t}_i - 0,06\bar{v}_b.$$

$\bar{\sigma}_{c,\parallel}^{cd}$  – прочность на одноосное сжатие конжеляционно-динамического льда при вертикальной кратковременной нагрузке (вдоль структурных элементов)

$$\sigma_{c,\parallel}^{cd} = \sigma_{c,\parallel}^c \cdot k_{str}. \quad (9)$$

$\bar{\sigma}_f^{cd}$  – средняя прочность на изгиб при кратковременной нагрузке консольной балки на плаву стандартных размеров, образованной из конжеляционно-динамического льда (при средних размерах кристаллов  $x \times y \times z = (0,4 \dots 10,0 \text{ мм}) \times (3,0 \dots 10,0 \text{ мм}) \times (4,0 \dots 50,0 \text{ мм})$ , где  $x$  и  $y$  – горизонтальные,  $z$  – вертикальная оси):

$$\bar{\sigma}_f^{cd} = \sigma_{c,\parallel}^c \cdot \bar{k}_{str} \cdot \bar{k}_f (\bar{t}_i, \bar{S}_i, \bar{H}_i).$$

$\bar{\sigma}_s^{cd}$  – средняя прочность при сдвиге (срезе) стандартных образцов из конжеляционно-динамического льда при кратковременной нагрузке [17]: вдоль структурных элементов

$$\bar{\sigma}_{s,\parallel}^{cd} = \bar{\sigma}_{c,\parallel}^c \cdot \frac{\bar{k}_{str}}{\bar{k}_s (\bar{t}_i, \bar{S}_i)};$$

поперек структурных элементов

$$\bar{\sigma}_{s,\perp}^{cd} = \bar{\sigma}_{c,\perp}^c \cdot \frac{\bar{k}_{str}}{\bar{k}_s (\bar{t}_i, \bar{S}_i)}.$$

$\bar{E}_d$  – средний динамический модуль Юнга морского льда с содержанием рассола  $\bar{v}_b$ , который определяется по экспериментально проверенной Р.Фредеркингом и Ф.Хаслером [69] формуле

$$\bar{E}_d = \bar{E}_{0,d} \cdot (1 - \bar{v}_b)^4, \quad (10)$$

где  $\bar{E}_{0,d}$  – динамический модуль Юнга поликристаллического пресноводного льда, определяемый по формуле Л.Голда [69] при той же температуре  $\bar{t}_i$ , для которой определяется значение  $\bar{E}_d$  в формуле (10)

$$\bar{E}_{0,d} = 9,21 \cdot (1 - 0,00146 \cdot \bar{t}_i).$$

$\bar{E}_s$  – средний статический модуль Юнга морского льда, определяемый по формуле [69]:

$$\bar{E}_s = \bar{E}_{0,s} \cdot (1 - \bar{v}_b)^4,$$

где  $\bar{E}_{0,s}$  – статический модуль Юнга пресноводного поликристаллического льда соответствующей температуры

$$\bar{E}_{0,s} = 5,69 - 0,0648 \cdot \bar{t}_i.$$

$\nu$  – коэффициент Пуассона, определяемый в соответствии с рекомендациями Уикса и Ассура [100] по формуле:

$$\nu = 0,333 + 0,06105 \exp\left(\frac{\bar{t}_i}{5,48}\right).$$

$\bar{W}_{d_i}^{cd}$  – удельная энергия разрушения кратковременным (динамическим) сжатием объема льда в форме куба с ребром, равным толщине ледяного покрова, вычисляемая в предположении справедливости известного выражения теории упругости:

$$\bar{W}_{d_i}^{cd} = \frac{\left(\bar{\sigma}_{c_i}^{cd}\right)_{\bar{H}_i}^2}{2 \cdot \bar{E}_d},$$

где  $\left(\bar{\sigma}_{c_i}^{cd}\right)_{\bar{H}_i}$  – средняя прочность образцов льда в форме кубов с ребром равным  $\bar{H}_i$ , определяемая по методике [32].

$\left(\bar{\sigma}_{c,\perp}^{cd}\right)_{a-w}$  – средневзвешенное значение прочности конжеляционно-динамического льда при сжатии нагрузкой, приложенной перпендикулярно структурным элементам

$$\left(\bar{\sigma}_{c,\perp}^{cd}\right)_{a-w} = \frac{1}{H_i} \sum_{m=1}^n \left(\bar{\sigma}_{c,\perp}^{cd}\right)_m \cdot \bar{H}_{i,m}. \quad (11)$$

В формуле (11) вместо первого сомножителя суммы может быть использовано значение прочности на сжатие  $\left(\bar{\sigma}_{c_i}^{cd}\right)_{\bar{H}_i}$ , рассчитанное для объема льда в форме куба с ребром равным  $\bar{H}_i$  при горизонтально приложенной нагрузке.

## 4.2. УЧЕТ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ЛЬДА ПРИ РАСЧЕТЕ ЕГО ПРОЧНОСТИ

Согласно структурно-генетической классификации льдов Н.В. Черепанова [53] конжеляционные льды, имеющие в основном волокнистую структуру – это группа льдов типа В1...В5, среди которых наиболее часто встречаются припайные льды типа В2 и В3 и дрейфующие льды типа В3 и В5.

В натуральных условиях мы наблюдаем обычно слоистый ледяной покров, содержащий слои как конжеляционного льда, так и слои льда зернистой изометрической структуры. Последние являются следствием динамических явлений, способствующих формированию льда типа В6...В9, среди которых чаще встречаются В7 и В8.

Поскольку прочность льдов двух структур отличается, то и интегральная прочность льда также будет зависеть от долевого соотношения в общей толщине ледяного покрова этих двух отмеченных структур. Учет отличие структур морского ледяного покрова путем введения так называемого коэффициента динамичности  $k_d$ , изменяющегося в пределах от 0 до 1 в соответствии с изменением содержания динамического зернистого льда от 0 до 100% в общем объеме льда [17, 91].

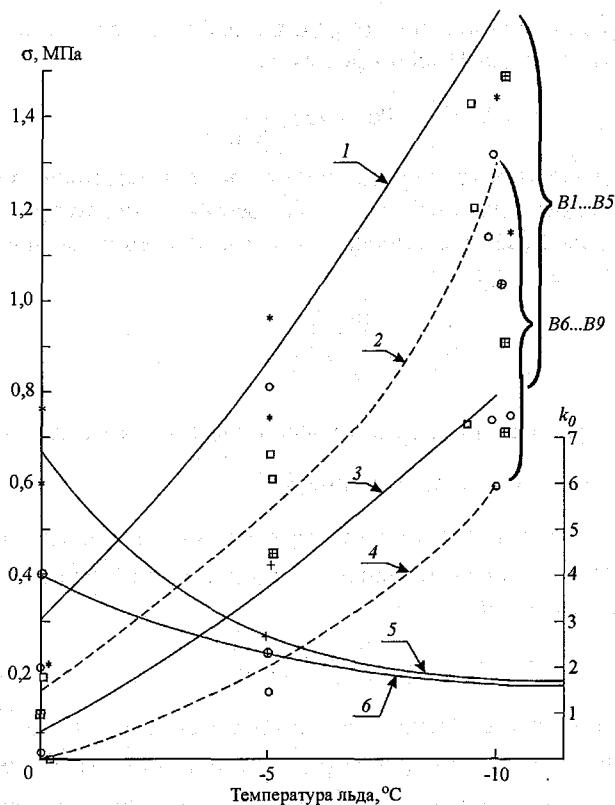


Рис. 15. Температурные зависимости коэффициента  $k_0$  и прочностей морского льда различных типов при изгибе [17]:  
 1-3 – область льдов типа В1... В5; 2-4 – область льдов типа В6... В9; 5 –  $k_{0, \text{стат}} = f(t)$  для припайных льдов;  
 6 –  $k_{0, \text{дин}} = f(t)$  для дрейфующих льдов.

Введем безразмерный температурно-зависимый коэффициент  $k_0$ , представляющий собой отношение прочностей льда типа В2, В3 (если речь идет о припайном льде) и типа В3 и В5 (если рассматриваются дрейфующие льды) к прочностям таких же образцов льда типа В7, В8 [17] (рис. 15):

$$k_0 = f(\sigma^c, \sigma^d, t_i) = \frac{\sigma^c(t_i)}{\sigma^d(t_i)}.$$

Воспользовавшись этими результатами и полагая, что для расчета прочности льда заданной толщины, содержащего  $k_d \cdot 100\%$  зернистого динамического льда и  $(1 - k_d) \cdot 100\%$  льда волокнистой структуры, справедлива формула оценки средневзвешенного значения искомой величины, получаем следующую формулу, связывающую прочность льда  $\sigma^{cd}$ , содержащую эти две структуры через прочность конгеляционного льда  $\sigma^c$ , коэффициент динамичности  $k_d$  и коэффициент  $k_0$



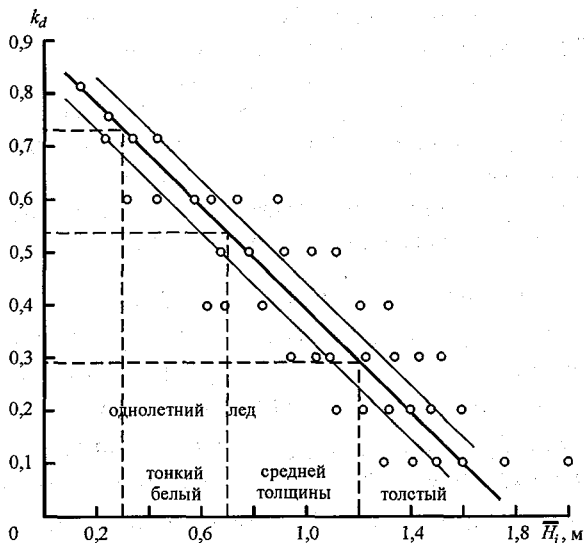


Рис. 16. Взаимосвязь коэффициента динамичности льда  $k_d$  с толщиной однолетнего ледяного покрова  $\bar{H}_i$  [17].

$$\sigma^{cd} = \sigma^c \left( \frac{k_d}{k_0} + 1 - k_d \right), \quad (12)$$

причем  $k_0$  может быть выражен через среднюю температуру льда  $\bar{t}_i$  в виде следующих соотношений [17]:

для припайных морских льдов

$$k_{0,fast} = 5,64 \exp(-0,135 \cdot |\bar{t}_i|); \quad (13)$$

для дрейфующих льдов

$$k_{0,pack} = 3,62 \exp(-0,098 \cdot |\bar{t}_i|). \quad (14)$$

с общим коэффициентом корреляции (между экспериментальными и вычисленными по (13) и (14) значениями  $k_{0,fast}$  и  $k_{0,pack}$ ), равными соответственно  $r_{0,fast} = 0,97$  и  $r_{0,pack} = 0,99$ .

Анализ формулы (12) показывает, что при спокойных условиях ледообразования, т.е. когда  $k_d = 0$ ,  $\sigma^{cd} = \sigma^c$ , а при очень динамичных условиях, когда  $k_d \rightarrow 1$ ,  $\sigma^{cd} \approx \sigma^c / k_0 = \sigma^d$ . Районирование Баренцева и Карского морей, предложенное в работе [17], позволило численно оценить преобладающие в каждом районе в течение семи осенне-зимних месяцев  $k_d$  и толщину льда  $H_i$ . Сведенные в таблицу они позволяют проследить их пространственную изменчивость и построить график связи между  $k_d$  и  $H_i$  (рис. 16), из которого видно, что между коэффициентом динамичности и градациями толщины однолетнего льда существует обратно пропорциональная связь:

– тонкий лед толщиной 30–70 см связан с высокими значениями  $k_d = 0,5–0,7$  (конжеляционно-динамические условия образования);  
 – лед средней толщины 70–120 см связан со средними значениями  $k_d = 0,3–0,49$  (преобладание конжеляционного образования);  
 – толстый лед толщиной 120–180 см связан с низкими значениями  $k_d = 0,1–0,29$  (конжеляционное образование). Этот рисунок позволяет также представить функциональную графическую связь коэффициента динамичности и толщины льда в аналитическом виде:

$$k_d = 0,85 - 0,47 \cdot \bar{H}_i \text{ при } 0 \geq \bar{H}_i \geq 1,8.$$

Таким образом, выражение в скобках формулы (12) есть не что иное как структурный коэффициент  $k_{str}$  в формуле (9), который после соответствующих замен  $k_d$  и  $k_0$  принимает вид формул (7) и (8).

#### 4.3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ

Примеры результатов расчетов динамического и статического модулей Юнга льда Баренцева моря по тем формулам, которые вошли в схему расчета этих характеристик по гидрометеоданным, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Модули упругости однолетнего льда, ГПа

Часть моря	Месяцы					
	XII–IV	V	VI	VII–IX	X	XI
	Статический					
Северо-западная	5,29	–	1,29		3,81	4,97
	5,34	–	1,59	<1,00	–	–
	5,29	4,49	1,64		3,71	5,00
Северо-восточная	5,56	4,71	1,88		4,15	5,29
	5,59	–	2,13	<1,00	–	–
	5,54	–	2,10		–	5,29
Юго-восточная	5,00	3,44	–	–	–	–
	5,06	3,63	–	–	–	–
	5,00	–	–	–	–	–
	Динамический					
Северо-западная	8,03	–	2,08		6,01	7,61
	8,08	–	2,56	<1,50	–	–
	8,03	7,02	2,63		5,88	7,70
Северо-восточная	8,24	7,28	3,00		6,52	7,98
	8,33	–	3,41	<1,50	–	–
	8,29	–	3,36		–	8,04
Юго-восточная	7,69	5,44	–	–	–	–
	7,75	5,75	–	–	–	–
	7,71	–	–	–	–	–

Примечание. Здесь и в табл. 5 прочерк означает отсутствие льда; первые числа относятся к тонкому, вторые – к средней толщине и третьи – к толстому однолетнему льду.

**Модуль упругости однолетнего  
(тонкого белого, средней толщины и толстого) льда, ГПа**

Часть моря	Месяцы					
	XII-IV	V	VI	VII-IX	X	XI
	Статический					
Северо-западная	—	—	—	—	—	—
	5,77	—	—	<1,00	—	—
	5,72	4,89	2,17	—	4,84	5,72
Северо-восточная	—	—	—	<1,00	—	—
	5,87	5,09	2,17	1,10	—	—
	5,80	5,05	2,24	1,25	5,04	5,60
Центральная	5,81	—	—	—	—	5,43
	5,83	4,81	3,67	—	—	—
	5,76	4,78	3,81	—	—	5,42
Юго-западная	5,38	—	—	—	—	—
	5,42	4,26	4,16	—	—	—
	5,36	—	—	—	—	—
Юго-восточная	—	—	—	—	—	5,62
	5,93	5,06	—	—	—	—
	5,85	5,02	—	—	—	5,59
	Динамический					
Северо-западная	—	—	—	—	—	—
	8,48	—	—	<1,50	—	—
	8,44	7,97	5,81	—	7,52	8,22
Северо-восточная	—	—	—	1,60	—	—
	8,58	7,80	5,86	2,01	—	—
	8,54	7,76	5,94	2,25	7,80	8,34
Центральная	8,50	—	—	—	—	8,17
	8,57	7,49	5,84	—	—	—
	8,53	7,45	6,06	—	—	8,22
Юго-западная	8,07	—	—	—	—	—
	8,16	6,70	6,57	—	—	—
	8,08	—	—	—	—	—
Юго-восточная	—	—	—	—	—	8,36
	8,65	7,77	—	—	—	—
	8,62	7,69	—	—	—	8,39

Анализ табл. 4 показывает, что, например, периодами наибольшей изменчивости модуля Юнга в северной части моря является май–июнь, когда статический и динамический модули при переходе от зимы к лету уменьшаются более чем в 2–3 раза, и август–ноябрь, когда модуль Юнга увеличивается более чем в 2–3 раза по мере распреснения и охлаждения льда. Общая изменчивость расчетных значений динамического и стати-

ческого модулей Юнга однолетнего морского льда Баренцева моря в течение периода с октября по июнь хорошо укладывается в диапазон известных экспериментальных данных.

Для более суровых климатических условий Карского моря расчетные значения обсуждаемых упругих и прочностных характеристик льда получились, естественно, отличными от значений тех же характеристик в Баренцевом море (табл. 5). Так, изменчивость динамических и статических модулей в период с октября по июнь укладывается в диапазоне больших значений  $\bar{E}_d = 5,32 \dots 8,65$  ГПа и  $\bar{E}_s = 1,77 \dots 5,93$  ГПа. Для летних месяцев, как видно из соответствующих расчетных значений, упругость морского льда как материала в Карском море также существенно уменьшается.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

1. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. –М.: Наука, 1967. –266 с.
2. Арабаджи В.И. О звуке, возникающем при дроблении льда. – Акустический журнал. –1968. –Т.14. –Вып.3. –С.457–458.
3. Атлас Арктики//Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. –М. 1985. –204 с.
4. Атлас океанов. Северный Ледовитый океан. –Л.: Главное управление навигации и океанографии МО СССР, 1980. –203 с.
5. Берденников В.П. Изучение модуля упругости льда//Труды ГГИ. –1948. –Вып. 7 (61). –С.13–23.
6. Бернитейн С.А. Ледяная железнодорожная переправа//Тр. научн.-техн. ком. нар. комиссариата путей сообщ. –1929. –Т.84. –С.36–82.
7. Богородский В.В., Гаврило В.П. Лед. Физические свойства, современные методы гляциологии. –Л.: Гидрометеиздат, 1980. –384 с.
8. Богородский В.В., Гаврило В.П., Григорьев В.С. Внутреннее трение льда//Акуст. журнал. –1973. –Т.19. –Вып. 4. –С.473–485.
9. Богородский В.В., Никитин В.А., Трипольников В.П., Федоров Б.А. Ползучесть в ледяном покрове: распространение и времена установления упругопластических эффектов//Труды ААНИИ. –1983. –Т.379.
10. Браун Д. Упругость и прочность морского льда//Лед и снег. Пер. с англ. –М.: Мир, 1966. –С.51–80.
11. Буйницкий В.Х. Морские льды и айсберги Антарктиды. –Л.: изд. ЛГУ, 1973. –271 с.
12. Вагапов Р.Х., Гаврило В.П., Козлов А.И. и др. Дистанционные методы исследования морских льдов. –СПб: Гидрометеиздат, 1993. –344 с.
13. Вершинин С.А., Копайгородский Е.М., Михайлов А.В. Изгиб ледяных балок трапещиевидной формы в натуральных условиях//Труды коорд. совещ. по гидротехнике. –1976. –Вып. III. –С.185–188.
14. Войтковский К.Ф. Механические свойства льда. –М.: изд. АН СССР, 1960. –99с.
15. Гаврило В.П. О рекомендациях МАГИ по вопросам стандартизации методов определения физико-механических свойств льда//Материалы конф. и совещ. по гидротехнике: Ледотермические проблемы в северном гидротехническом строительстве и вопросы продления навигации. –Л.: Энергоатомиздат, 1989. –С.139–142.
16. Гаврило В.П., Гусев А.В., Никитин В.А. Реологические свойства морского льда при его деформации//Труды коорд. совещ. по гидротехнике. –1976. –Вып. III. –С.195–199.
17. Гаврило В.П., Ковалев С.М., Недошивин О.А. Расчетные среднеголетние характеристики механических свойств однолетнего льда Баренцева и Карского морей//Справочник. –СПб: Гидрометеиздат, 1996. –42 с.
18. Гаврило В.П., Никитин В.А., Попов И.К. К вопросу об определении прочности ледяного покрова на изгиб в натуральных условиях//Труды ААНИИ. –1984. –Т.386. –С.39–43.
19. Гладков М.Г., Никитин В.А., Смирнов В.Н., Шушлебин А.И. Поведение морского льда в упругой, упругопластической и пластической областях его деформирования//Труды ААНИИ. –1983. –Т.379. –С.88–92.

20. Голубов А.И., Разбегин В.Н., Слепак М.Е. Ползучесть соленого льда под многосносными нагрузками.//Проблемы почв. мех. и мерзлот.//Под ред. Ю.К.Зарецкого. –М.: Стройиздат, 1990. –С.48.
21. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Механика разрушения и некоторые вопросы разрушения льда//Механика и физика льда. –М.: Наука, 1983. –С.65–94.
22. Доронин Ю.П., Хейсин Д.Е. Морской лед. –Л.: Гидрометеиздат, 1975. –318 с.
23. Епифанов В.П. Механика деформируемого льда//Итоги науки и техники: сер. гляциология. –Т.8. –1991. –200с.
24. Зарецкий Ю.К., Фиш А.М. Закономерность деформирования льда во времени при одноосном сжатии//Труды ААНИИ. –1974. –Т. 324. –С.163–171.
25. Зарецкий Ю.К., Фиш А.М., Гаврило В.П., Гусев А.В. Вопросы кратковременной ползучести льда и кинетика микротрещинообразования//Труды ААНИИ. –1975. –Т. 326. –С.197–204.
26. Кочанов Л.М. Основы механики разрушения. –М.: Наука, 1974. –311 с.
27. Кузнецов И.М., Колесов С.А. К вопросу об оценке сжатия льдов. –Метеорология и гидрология. –1990. –№ 2. –С.88–93.
28. Лавров В.В. Вопросы физики и механики льда//Труды ААНИИ. –1962. –Т. 247. –118 с.
29. Лавров В.В. Деформация и прочность льда. –Л.: Гидрометеиздат, 1969. –206 с.
30. Назинцев Ю.Л. Некоторые результаты наблюдений над пластическими свойствами морского льда//Труды ААНИИ. –1961. –Т. 256. –С.47–60.
31. Назинцев Ю.Л., Дмитриш И.Л., Моисеев В.И. Теплофизические свойства морского льда. –Л.: изд. ЛГУ. –1988. –259 с.
32. Никитин В.А. К вопросу о методике определения и обоснованности нормативных сопротивлений льда сжатию//Труды ААНИИ. –1991. –Т.421. –С.26–35.
33. Никитин В.А., Сухоруков К.К. Прочность морских ледяных полей и ледовые нагрузки. –Метеорология и гидрология. –1998. –№ 12. –С.88–95.
34. Панов В.В., Фокеев Н.Ф. Прочность образцов соленого льда на сжатие в условиях сложного нагружения// Проблемы Арктики и Антарктики. –1977. –Вып. 49. –С.81–86.
35. Панфилов Д.Ф. Изгиб неограниченного ледяного поля кратковременной статической нагрузкой//Изв. высш. учеб. заведений министерства высш. и средн. специального образования СССР. –Строительство и архитектура. –1963. –№ 6. –С.60–70.
36. Пейтон Х.Р. Некоторые механические свойства морского льда//Лед и снег. –М. 1966. –С.81–87.
37. Петров И.Г. Физико-механические свойства и толщина ледяного покрова// Материалы наблюдений научн.-исслед. дрейфующих станций 1950/51 гг. Т. 2. –Л.: Гидрометеиздат, 1955. –С.103–166.
38. Раннелс Л.К. Явление диффузии и релаксации во льду//Физика льда: Обзор докл. междунар. симп. 9–14 сентября 1968г., Мюнхен. –Л., 1973. –С.124–127.
39. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. –М.: Наука, 1974. –211 с.
40. Рывлин А.Я. Метод прогнозирования предела прочности ледяного покрова на изгиб//Проблемы Арктики и Антарктики. –1974. –Вып. 45. –С.79–86.
41. Савельев Б.А. Технические аспекты гляциологии//Итоги науки и техники: сер. гляциология. –М., 1992. –157 с.
42. Сухоруков К.К. Мелкомасштабная структура внутренних напряжений сплоченного ледяного покрова. –Метеорология и гидрология. –1995. –№ 8. С.63–74.
43. Сухоруков К.К. Изменчивость внутренних напряжений на характерных локальных неоднородностях ледяного покрова. –Метеорология и гидрология. –1995. –№ 10. С.63–76.

44. *Сухоруков К.К.* Пространственно-временные особенности релаксационных свойств внутренних напряжений морского ледяного покрова. –Метеорология и гидрология. –1996. –№ 11. –С.78–88.
45. *Сухоруков К.К.* О механизме формирования напряженного состояния морского льда при макроразрывах. –Докл. РАН. –1996. –Т.350. –№ 2. –С.253–255.
46. *Сухоруков К.К.* Структура внутренних напряжений в дрейфующих полях Арктики и Антарктики//Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 1996. –Т.32. –С.240–248.
47. *Сухоруков К.К.* Особенности напряженного состояния морского льда при разрушении. –Метеорология и гидрология. –1997. –№ 3. –С.78–90.
48. *Тимохов Л.А., Хейсин Д.Е.* Динамика морских льдов. Математические модели. –Л.: Гидрометеоздат, 1987. –272с.
49. *Трусков П.А., Поломошнов А.М.* Выбор нормативных параметров физико-механических свойств морского льда//Обустройство морских месторождений нефти и газа. –Рига: ВНИИМОРГЕО, 1990. –С.85–91.
50. *Урабэ Н.* Измерение прочности морского льда в натуральных условиях лагуны Сарома, Хаккайдо//Докл. сов.-японском симп. “Создание технических плавучих средств для разведки, добычи и переработки нефти и газа на шельфе”. –Л. –1981.
51. Физика океана/Под ред. проф. Ю.П.Доронина. – Л.: Гидрометеоздат, 1978. –294 с.
52. *Фредеркинз Р.* Предварительные данные по плоским деформациям при испытании столбчато-зернистого льда на сжатие//Лед и его воздействие на гидротехнические сооружения. –Л.: Гидрометеоздат, 1972. –С.26–30.
53. *Черепанов Н.В.* Классификация льдов природных водоемов//Труды ААНИИ. –1976. –Т. 331. –С. 77–99.
54. *Черепанов Н.В., Страхов М.В.* Лабораторные исследования ориентированного роста кристаллов льда в движущемся водном потоке//Электротехнические и физико-механические свойства льда/ Под ред. В.В.Богородского, В.П.Гаврило. –Л.: Гидрометеоздат, 1989. –С. 144–153.
55. *Alberg Wand, Lavrov V.* Experiments on the crystallization of water. II Acta Physicochem. USSR. Vol. II, No. 2, 1939.
56. *Butkovich T.K.* Strength studies of sea ice ASA SIPRE//Res. Rept. –1959. –No 54. –P. 1–41.
57. *Coon M.D., Lau P.A., Bailey S.H., Taylor B.J.* Observations of Ice Floe Stress in the Eastern Arctic. –Proc. of the 10th Int. Conf. on Port and Ocean Engineering Under Arctic Condition (POAC-89), Lulea, Sweden. Vol.1. –P. 44–53.
58. *Cox G.I.N., Weeks W.F.* Salinity variation in sea ice//J. Glac. –1974. –Vol. 23. –No 67. –P. 109–120.
59. *Cox G.F.N., Weeks W.F.* Equations for Determining the Gas and Brine Volume in Sea Ice Samples//J. Glaciol. –1983. –Vol. 29, No 102. –P. 306–316.
60. *Croasdale K.R. et al.* A Pilot Experiment to Measure Arctic Pack-Ice Driving Forces. –Proc 9th Int Conf POAC-87, Alaska. –Vol 1.
61. *Croasdale K.R. et al.* Limit Force Leads and Measurements of Park Ice Driving Forces in the Beafort Sea. –Alaska OCS Region Sea Ice Forces and Mechanics, Conf. Proc., 1988. –P. 5–11.
62. *Dantl G.* Elastic moduli of ice//Physics of ice, –Proc. Int. Symp. Munich. –1968 –N.Y. –1968. –P. 223–230.
63. *Fish A.M.* Kortetic nature of the long-term strength of frozen soils.//Proc. 2nd int. symp. ground frizzing. –Trondheim, 1980. –P. 95–108.
64. *Fish A.M.* Thermodynamical model on greep at constant stress and constant stress rate//CRREL rep. 83–33, 9(2), USA, 1984. –P. 143–161.

65. *Fish A.M.* Greep and yield model of ice under combined stress.//CRREL spec. rep. 19–31, USA, 1991. –14p.
66. *Frederking R.* editor. Proceeding of workshop on the bearing capacity of ice cover. 16–17 October, 1978, Winnipeg, Manitoba, Technical memorandum No123, 1979. –253 p.
67. *Frederking R. et al.* Ice Interaction with Adams Island. –Proc. 7th Int. Symp. On Ice, Hamburg, 1984. –Vol.3. –P. 187–201.
68. *Frederking R., Gold L.W.* The bearing capacity of ice covers under static loads.//Canad. journ. of civil enj. – 1976. Vol.3(2). –P. 258–293.
69. *Frederking R., Hausler F.U.* The flexural behavior of the ice in situ cantilever beam test//Int. Symp. on the ice problems. –Lulea. –Sweden. –1978. –No 844. –Ottawa. –20 p.
70. *Frederking R., Timco G.M.* Field measurements of the shear strength of columnar-grained sea ice//IAHR Ice Symp. –Iowa City. –1986. –P. 279–294.
71. *Gavrilo V.P., Lebedev G.A., Fedotov V.I., Cherepanov N.V.* Seasonal variability of Physical-Mechanical Characteristics of Sea Ice//J. of Offshore and Polar Engineering. –1991. –Vol.1. –No.1. –P. 53–57.
72. *Glen J.W.* The creep of polycrystalline ice//J. Glaciol. –1955. –Ser. A288. –P. 519–538.
73. *Higashi A.* Mechanical properties of ice single crystals//Physics of snow and ice: Proc of int. symposium, Munich. –1968. –N.Y. –1969. –P. 197–212.
74. *Hutter K.* On the mechanical of floating ice sheet. –Zurich. –1978. –103 p.
75. *Iyer S.H.* Size effects in ice and their influence on the structural design of offshore structure. –POAC 83. –Vol. 3. –P. 414–432.
76. *Jacard C.* Etude theorique et experimentale des proprietes electriques de la glace, Helvetica Physics Acta. 1959. –Vol. 32, Fasc. 2. –P. 89–128.
77. *Jones S.J.* The confined compressive strength of polycrystalline ice.//Journ. of glaciol., 1982. –Vol.20(98). –P. 143–161.
78. *Kovacs A.* Sea Ice. Part I: Bulk Salinity Versus Ice Floe Thickness//CRREL Report 96-7, CREEL, USA, 1996.
79. *Lainey L., Tinawi R.* The importance of transverse anisotropy for the bearing capacity of ice covers.//Proc. of port. and ocean eng. under Arctic cond. conf. –Helsinki, 1983. –P. 119–127.
80. *Lainey L., Tinawi R.* The mechanical properties of sea ice – A completion of available data.//Canad. journ. of civil enj. – 1984. –Vol.11. –P. 884–924.
81. *Meloy M.* Mechanical properties of polycrystalline ice//Physics and Mechanics of Ice. –P.Trude editor, Sprynger-Verlag. –1979. –P. 217–246.
82. *Murat J.R.* La capacite portante de la glace de mer.//Research report EP78-R-49., Ecol. politechnique, Montreal, 1978.
83. *Nikitin V.A., Kolesov S.A.* Stresses and Forces under Ice Compacting. –Int. Jornal of Offshore and Polar Engineering. –Vol.3, No.2, June 1993. –P. 139–142.
84. *Pounder E.R., Little E.M.* Some physical properties of ice//Can. J. Phys. –1959. –Vol. 37. –No 4. –P. 443–451.
85. *Richter-Menge J.A.* The greep of saline ice at low stresses and high temperatures.//Proc. 5th int. offshore and polar eng. conf. – Hague, 1995, P. 312–316.
86. *Rose G.D., Masterson D.M., Freisen C.E.* Some measurement of laterally loaded ice sheets.//Proc. intern. assoc. for hydr. res. symp. on ice probl. – Hannover, 1975. –P. 555–566.
87. *Sackinger W.M., Nelson R.D.* Ice Stresses near Grounded Structures. –Proc 5th Int Conf POAC-79, Trondheim, 1979. –Vol 1. –P. 57–72.
88. *Schwarz J., Frederking R., Gavrilo V., Petrov I. et al.* Standardized testing methods for measuring of mechanical properties of ice. –Cold Regions Science and Technology. – 1981. –Vol. 4. –P. 245–253.



89. *Shkhinek K., et al.* Comparison of the Russian and Foreign Codes and Methods for Global Load Estimaions. –Proc. of the 13th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. (OMAE), 1994. –Vol. 4. –P.75–82.
90. *Sinha N.K.* Experiments on Anisotropic and Rate Sensitive Strain Ratio and Modulus of Columnar-grained Ice//Proc. of 7-th Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. –Houston. –Tehcas. –February 7–12. –1988. –Vol. IV. –P. 55–62.
91. *Strakhov M.V., Tyshko K.P., Fedotov V.I., Cherepanov N.V.* The Peculiarities of the Kara and Barents Sea Ice Cover Formation and Schematic Mapping of its Structure and main Physical Properties//Proc. of 13th Int. Conf. POAC-95, Murmansk. –1995. –Vol. 3. –P. 81–93.
92. *Tabata T.* Studies of the mechanical properties of sea ice//Contr. Inst. Low Temperature Sci. –1960. –Ser. A. –No 119. –P. 187–201.
93. *Tabor D.A.* A simple theory of static hardness and dynamic hardness//Proc. Roy. Soc. –1948. –Ser. A192. –P. 247–274.
94. *Timco G.W., Frederking R.* Confined Compressive strength of sea ice//Proc. VTT Symposium. –Helsinki. –1983. –Vol. 1. –No 27. –P. 243–253.
95. *Timco G.W., Frederking R.M.W.* Compressive Strength of Sea Ice Sheets//Cold Reg. Sci. Technology. –1990. –No 17. –P. 227–240.
96. *Tucker III W.B., Perovich D.K.* Stress Measurements in Drifting Pack Ice. –J. Cold Regions Science and Technodgy, 1992. –Vol 20, No 2. –P 119–139.
97. *Vaudrey K.D.* Determination of experimental sea ice properties by large-scale field beam experiments POAC-77//4-th Int. Conf. Port and Ocean Eng. Arctic Cond., Newfoundland, 1977. –Newfoundland. –1978. –Vol. 1. –P. 529–543.
98. *Vialow S.S.* Reologocal fundamentals of soil mechanics.//Amsterdam –1996.
99. *Weeks W.F., Anderson D.L.* An experimental study of strength of youngsea ice// Trans. Amer. Geoph. Un., 1958. –Vol. 139. –No 4. –P. 641–643.
100. *Weeks W.F., Assur A.* The Mechanical Properties of Sea Ice//Proc. Conf. on the Ice Pressure Against Structures. Techn. Memor. 1986, No 92, Laval Univ., Quebec, Canada. –P. 25–78.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
1. Упругие свойства .....	6
√1.1. Деформации и напряжения в элементарных объемах льда .....	6
1.2. Характеристики упругости .....	9
1.2.1. Модуль Юнга .....	12
1.2.2. Коэффициент Пуассона .....	18
1.2.3. Модуль сдвига .....	19
1.2.4. Модуль объемного сжатия .....	20
2. Реологические свойства .....	21
2.1. Дислокационный механизм деформации льда .....	21
2.2. Пластические деформации морского льда .....	23
2.2.1. Ползучесть льда .....	23
2.2.2. Релаксация льда .....	25
2.2.3. Вязкость льда .....	27
2.2.4. Внутреннее трение льда .....	29
2.2.5. Основные реологические соотношения .....	30
3. Прочность и разрушение морского льда .....	36
√3.1. Концепции прочности .....	36
3.2. Прочностные характеристики льда при различных видах механических испытаний .....	38
3.2.1. Прочность льда при одноосном растяжении и изгибе .....	40
3.2.2. Прочность льда при одноосном сжатии и сдвиге .....	43
3.2.3. Прочность льда на сжатие в условиях сложного напряженного состояния .....	47
3.2.4. Трещиностойкость льда .....	48
3.2.5. Сопротивление льда ударной нагрузке .....	50
3.2.6. Масштабный эффект при испытаниях образцов льда на его прочность .....	51
3.2.7. Прочность морских ледяных полей .....	52
3.2.8. Несущая способность ледяного покрова .....	56
4. Режимно-климатические механические характеристики морского льда и методика их расчета по гидрометеорологическим данным .....	58
4.1. Методика расчета .....	58
4.2. Учет кристаллической структуры льда при расчете его прочности .....	63
4.3. Примеры расчета статического и динамического модулей упругости .....	66
Список литературы .....	69

## ДЛЯ ЗАМЕТОК

---

15200

КОВАЛЕВ Сергей Михайлович  
ЛЕБЕДЕВ Герман Андреевич  
НЕДОШИВИН Олег Александрович  
СУХОРУКОВ Константин Константинович

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОРСКОГО ЛЬДА

*Редактор Н.П.Муравьева  
Оригинал-макет и обложка А.А.Меркулов*

ЛР № 020228 от 10.11.96

Подписано в печать 01.06.2001.  
Печать офсетная. Печ. л. 4,75.

Формат 60 × 90 1/16.  
Тираж 1000 экз.

Гидрометеиздат, 199397, Санкт-Петербург, ул. Беринга, 38