Л. Ф. ТИТОВ

ВЕТРОВЫЕ ВОЛНЫ

ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1969

УДК 551.466

Книга представляет собой монографическую сводку материалов по теории и расчету ветровых волн в море. Наряду с изложением теории ветровых волн уделено внимание существующим методам и приемам расчета элементов ветровых волн и их практическому использованию.

Монография рассчитана на специалистов океанологов, а также может быть практическим пособием для кораблестроителей, моряков, гидротехников, гидрометеорологов и других специалистов, сталкивающихся с необходимостью учитывать воздействие ветровых волн.

Книга также может служить учебным пособием для студентов гидрометеорологических институтов и университетов по соответствующим разделам курсов «Физика океана», «Морские прогнозы» и «Общая океанология».

This monograph contains an analysis of the processes of wind waves which take place in the World Ocean.

The book can be commended to college students who specialize in hydrometeorology and will also prove of value to sailors, shipbuilders, hydrometeorologists and those who confront the influence of wind waves.

2-9-6
26-69

СВЕТЛОЙ ПАМЯТИ
ВСЕВОЛОДА ВСЕВОЛОДОВИЧА
ТИМОНОВА
ПОСВЯЩАЮ

АВТОР

ПРЕДИСЛОВИЕ

В предлагаемой монографии дается представление об основных вопросах и направлениях в исследовании ветрового волнения. В ней использованы лекции, читаемые автором студентам океанологической специальности Ленинградского гидрометеорологического института, а также результаты исследований самого автора.

За последнее время получили широкое применение расчеты элементов ветровых волн. Поэтому, помимо изложения основ теории ветровых волн, в книге уделено внимание наиболее простым приемам их расчета.

Далеко не все вопросы, затронутые в книге, освещены с одинаковой полнотой, что в известной мере вызвано ограниченностью ее объема. По многим вопросам, например по современным исследованиям спектра ветровых волн и некоторым другим, дано только общее представление. Не рассматриваются приемы наблюдений над ветровыми волнами и способы их обработки.

В списке литературы указаны главнейшие источники, которые легко доступны читателю и в которых он без труда найдет более обширную библиографию.

Книга была просмотрена (в ее первоначальной редакции) проф. Д. Д. Лаппо, который сделал ряд существенных замечаний по ее содержанию и структуре.

Некоторые разделы книги обсуждались с М. М. Зубовой.

Автор выражает свою глубокую признательность указанным лицам, а также Н. И. Егорову, взявшему на себя большой труд по редактированию книги.

Л. Ф. Титов

Май 1969 г.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Историческая справка

Леонардо да Винчи, знаменитый живописец и ученый XV века, сделал много важных указаний относительно волнового движения, часть которых была заимствована им из арабских источников.

Одна из первых сводок результатов измерений ветровых волн приводится Марсильи (1725 г.) и относится к волнам Средиземного моря.

В кругосветных экспедициях, осуществленных в конце XVIII и в первой четверти XIX века, в том числе и русскими моряками, выполняются уже более систематические наблюдения над ветровыми волнами в различных районах Мирового океана.

Лейтенант русского военного флота О. Е. Коцебу (кругосветное плавание на бриге «Рюрик» в 1815—1818 гг.), обращая внимание на необходимость наблюдений над волнами, «валами морскими», указывает: «Теория сего движения еще весьма несовершенна и самый предмет столь скоротечен и мало удобен к объятию, что и общие даже определения длины, ширины, высоты и скорости сих водяных масс, приемлющих однако же чрезвычайно разнообразные виды, могут споспешествовать к распространению сведений в математической физике важных и для мореплавания» (О. Е. Коцебу «Путешествия вокруг света», 2-е изд., 1948 г.).

Однако ограниченные технические возможности того времени позволяли производить только глазомерные оценки размеров волн. Вместе с тем, сложность процессов морского волнения, их быстрая изменчивость требовали накапливания самых разнообразных сведений. К тому же материалы наблюдений того времени были недостаточно объективны.

Все это послужило причиной того, что теоретические исследования процессов ветрового волнения исходили из формальных предпосылок законов гидродинамики и развивались долгое время вне связи с материалами натурных наблюдений. Это направление исследований принято называть гидродинамическим.

Первое время выводы теоретических исследований содержали значительные противоречия, что не способствовало их убедительности. Ньютон (1687) первый применил математический анализ для решения волновой проблемы. Столетием позже, в 1776 г., Лаплас нашел, что волновые колебания в воде образуются благодаря движению частиц воды по эллиптическим орбитам, которые по мере продвижения ко дну приобретают все более плоскую форму, а у самого дна превращаются в горизонтальные линии. В то же время Лагранж пришел к выводу, что скорость перемещения волн зависит только от глубины, а не от отношения длины волны к глубине воды, как это было установлено Лапласом.

В 1802 г. Герстнер разработал трохоидальную теорию волн, по которой при условии бесконечной глубины воды движение частиц воды совершается по круговым орбитам и скорость перемещения волны зависит только от ее длины.

Таким образом, в начале XIX века появилось две теории. По теории Лапласа частицы воды движутся по эллипсам, а по теории Герстнера — по круговым орбитам.

Следующим этапом развития теории волн явились работы Пуассона и Коши (1815 г.). В результате своих исследований оба автора пришли к выводу, что скорость волны не зависит от ее длины и что волна распространяется с увеличивающейся скоростью.

Все эти противоречия были устранены в дальнейшем, когда удалось определить границы применимости этих теорий и установить их связи между собой. Это было осуществлено последующими исследованиями Г. Грина (1839 г.), Г. Стокса (1847 г.), Релея (1878 г.), О. Рейнольдса (1878 г.) и других выдающихся математиков и физиков XIX века.

В этот период практически завершается исследование волн установившейся формы бесконечно малой амплитуды, так называемой линейной теории волн. Стокс исследует волновые движения при условии конечной амплитуды волн (нелинейная теория). Им были показаны важные свойства волновых колебаний, в том числе установлено существование переноса водных масс. Решения Стокса были приближенными. Строгое доказательство существования волн, исследованных Стоксом, было дано А. И. Некрасовым (1921 г.) и позже Леви-Чивита (1925 г.). Эти работы имеют большое значение, так как при отсутствии строгого решения задачи, поставленной Стоксом, вполне законным является сомнение в пригодности приближенных решений для описания рассматриваемого волнового движения.

К настоящему времени можно считать завершенным построение нелинейной теории волн глубокого моря. Для условий мелкого моря созданы лишь отдельные, недостаточно связанные между собой элементы гидродинамической теории волн: линейная теория прогрессивных волн, нелинейная теория волн установившегося вида при постоянной глубине, нелинейная теория длинных неустановившихся волн. Поэтому ведется интенсивная работа по созданию такой гидродинамической теории волн, которая объединила бы все существующие частные решения.

С физической стороны процессы зарождения ветровых волн в первом и самом общем виде были исследованы Кельвином (1871 г.) и несколько позднее Гельмгольцем (1895 г.). А через 30 лет Г. Джеффрис (1924, 1935 гг.) разработал более совершенную теорию зарождения и развития ветровых волн применительно к условиям, фактически наблюдаемым в море.

Пока существовали разногласия в теоретических выводах, ведущая роль в исследованиях перешла в руки экспериментаторов. Работы Скотт-Русселя (1837—1840 гг.) и Эри (1843 г.) привели к открытию ряда весьма важных явлений, связанных главным образом с распространением длинных волн, оказав большое влияние на дальнейшее развитие исследований волновой проблемы в целом. Наблюдения над действительными размерами и формой ветровых волн долгое время оставались недостаточными, чтобы проверить выводы теории. Определение размеров морских волн ограничивалось лишь глазомерной оценкой их высоты, что привело в отдельных случаях к разноречивым результатам.

Вместе с тем, следует отметить одно событие этого периода, имевшее немаловажное значение для накопления сведений о морском волнении. Это — Международный метеорологический конгресс в Лондоне (1874 г.), который утвердил «шкалу состояния моря», положив тем самым начало регулярному определению состояния моря в баллах. Эти сведения стали заноситься в судовые журналы наравне с определениями силы и направления ветра.

Однако все накопленные к тому времени результаты наблюдений не могли удовлетворить ни возросшие требования техники, ни стремления к проверке теоретических исследований.

Последующие исследователи продолжали совершенствовать методы наблюдений, стремясь достигнуть наибольшей объективности в их результатах.

Эберкромби (1888 г.) наряду с визуальной оценкой волн в южной части Тихого океана применял, по предложению Неймера, чувствительный анероид для определения высоты волн. Этим же путем, наряду с визуальными оценками размеров волн, следовали и другие наблюдатели. Дальнейшее применение анероид получил у В. В. Шулейкина (1926 г.) в сконструированном им микробарографе, при помощи которого были получены интересные результаты во время плавания из Одессы во Владивосток. Методы визуальных наблюдений достигли наибольшего совершенства у Корниша (1934 г.), получившего наиболее объективные материалы этими приемами наблюдений.

Фруд (1865 г.), основываясь на быстром затухании волновых колебаний с глубиной, использовал для оценки высоты волн плавающую веху особой конструкции. Аналогичные и весьма обстоятельные наблюдения осуществлялись в дальнейшем Стивенсоном (1851 г.) у берегов Англии и Гайярдом (1904 г.) на американских озерах и на Атлантическом побережье США.

Вс. А. Березкин (1929, 1930 гг.), Н. П. Богданович (1930 г.) и А. П. Лоидис (1936 г.) значительно улучшили приемы прибрежных наблюдений над волнением на морях СССР. Дальнейшее развитие приемы наблюдений получили у В. В. Шулейкина (1934 г.) с созданием «оптических волномеров» и ряда других приборов и методов, посредством которых осуществляются наблюдения над волнами в прибрежных районах морей СССР.

Для того чтобы определить истинную форму волн в море и накопить более объективные данные об их размерах, ряд исследователей применили стереофотограмметрическую съемку, т. е. точную измерительную фотографию волн. Стереофотосъемка волн осуществлялась в 1906 г. в Индийском океане Коольшюттером, в 1929 г. в Атлантическом океане — Шумахером.

В России первая стереофотосъемка волн была произведена акад. А. И. Крыловым на Черном море в 1907 г. В 1931 г. эта работа была продолжена Государственным гидрологическим институтом (Л. Ф. Титов) на Черном море и на других морях СССР (1932—1940 гг.), при этом работы велись как с кораблей в открытом море, так и с берега. В 1937 г. были созданы первые советские фототеодолиты для съемки морского волнения (Л. Ф. Титов, Ф. А. Коршак).

Приемы стереофотосъемок волн были развиты в 1946—1950 гг. в работах А. А. Пугина, Г. Р. Рехтзамера, Д. И. Кудрицкого и др. В дальнейшем стереофотосъемки волн начали осуществляться в СССР с самолетов и получили еще более широкое применение на основе работ И. А. Черкасского, Ю. Д. Шарикова и др. Оригинальный фотоволнограф был создан А. А. Ивановым (1953 г.).

В 1935 г. на Черном море впервые в практике волновых исследований Государственным гидрологическим институтом (Л. Ф. Титов, Э. В. Брунс) были осуществлены синхронные наблюдения над волнением, производившиеся с 35 береговых гидрометеорологических станций и свыше 30 плавающих судов.

Желание координировать работы по изучению волнения в отдельных странах побудило XIV Международный судоходный конгресс в 1926 г. создать Международную комиссию по изучению действий волн на сооружения. Первая сессия этой комиссии состоялась в 1928 г.

В это же время начали создаваться волнографы, позволяющие непрерывно регистрировать высоту и периоды волн. Появились различные типы таких приборов, сконструированных Э. В. Брунсом (1934 г.), А. И. Теляевым и А. П. Морозовым (1948 г.), Я. Г. Виленским и Б. Х. Глуховским (1951 г.) и рядом других авторов. Существенно модернизировались динамографы, регистрирующие волновое давление. Создание автоматических приборов, таких, как волнографы и динамографы, позволило получить многие важные характеристики ветровых волн. Для получения данных по волнам в прибрежных водах, что особенно интересовало инженеров-гидротехников, были созданы специальные волномерные станции: во Франции (Дьепп), в Италии (Генуя) и в Советском Союзе (Ленинград, 1932 г.; Кацивели, 1935 г.; Сочи, 1948 г.).

Наблюдения в природных условиях на морях и озерах СССР осуществлялись В. Г. Андреяновым (1939 г.), А. А. Ивановым (1938 г.), Н. Н. Сысоевым (1936 г.), Л. Ф. Титовым (1931—1940 гг.), Н. Д. Шишовым (1939—1948 гг.) и др.

В эти же годы существенно расширились приемы лабораторных исследований волновых движений жидкости. Моделирование их производится в специальных лотках, каналах и в бассейнах, достигающих значительных размеров. Волны возбуждаются волнопродукторами, моделируется и воздушный поток. Одним из наиболее крупных ветроволновых бассейнов оригинальной конструкции является «штормовой» бассейн, созданный В. В. Шулейкиным (1948 г.) в Кацивели (Крым). В результате экспериментов, поставленных в этом бассейне, В. В. Шулейкин создал в 1954 г. на смену теории Джеффриса новую теорию зарождения и развития ветровых волн.

С начала 50-х годов одновременно с общим развитием океанологических исследований возросло число работ, посвященных исследованию ветровых волн.

Использование разнообразных приборов для наблюдений над ветровыми волнами на озерах, водохранилищах, морях и океанах, совершенствование методов и масштабов лабораторных экспериментов приносят новые сведения об этом природном явлении. Стремление объяснить последние побуждает выдвигать те или иные гипотезы, представляя их в виде физико-математических теорий. Появление таких теорий вызывает необходимость их дальнейшей проверки и уточнения.

К этому времени на основе инструментальных измерений в природных условиях стало очевидным, что необходимо считаться со значительным разнообразием ветровых волн по размерам и формам. Это разнообразие сперва было выражено в определенных феноменологических статистических закономерностях (Селюк, 1950; Морозов, 1953; Виленский, Глуховский, 1955), а затем и с позиций теории вероятности (Крылов, 1956; Бровиков, 1954).

Разнообразие ветровых волн и обнаруженные в нем закономерности не только оказали существенное влияние на методы наблюдений над элементами волн, но и показали, что сущность процесса ветровых волн необходимо выражать одновременно как гидродинамическими, так и статистическими закономерностями.

В настоящее время в этом статистическом направлении исследования ветровых волн наиболее полно изучены статистические характеристики ветровых волн на глубокой воде. Значительно беднее сведения о статистике ветровых волн на мелководье и в прибрежных условиях, а также волн зыби.

За последние годы значительное внимание уделялось статистическим характеристикам ветровых волн за длительные промежутки времени — месяц, сезон, год. Результатом этих работ являются атласы ветровых волн. В этих атласах дается распределение ветровых волн различных размеров для большинства наших морей и для отдельных океанов. Составлению практических пособий предшествуют исследования закономерностей в распределении элементов ветровых волн за длительные промежутки времени, носящих название режимно-климатических функций распределения. Значительное место в работе по составлению атласов занимает разработка методов расчета таких функций. В этом направлении можно упомянуть работы М. М. Зубовой (1956 г.), И. Н. Давидана (1961, 1965 гг.) и др.

Важным шагом на пути исследования процессов зарождения и развития ветровых волн явилось использование уравнения энергии ветровых волн, полученного впервые В. М. Маккавеевым (1937). Во многих исследованиях последнего времени, как у нас, так и за границей, используется это уравнение. Характерным для таких работ, получивших название «энергетического» направления исследований, является также то, что в них используются различные методы изучения процессов ветровых волнений, т. е. наряду с теоретическими приемами привлекаются выводы из лабораторных экспериментов и обобщения природных наблюдений. Наиболее полное и рациональное сочетание этих методов исследований получило развитие в фундаментальных работах В. В. Шулейкина (1956) по кинематике, динамике и расчетам ветровых волн.

Важной предпосылкой для развития упомянутых исследований явилось осуществление большого количества инструментальных наблюдений над элементами ветровых волн. Уже упоминалось, что стереофотосъемка волн и применение волнографов получили широкое развитие. В многочисленных советских океанографических экспедициях последних лет на судах «Обь», «М. В. Ломоносов», «Слава» и других систематически осуществляются определения элементов ветровых волн в океанах. Такие же наблюдения проводились на различных морях. Эти материалы в дополнение к тем, которые были получены прежде, позволили найти эмпирические зависимости между элементами волн и характеристиками ветра, определить некоторые константы, выявить те или иные особенности в развитии ветровых волн. Работы А. А. Иванова (1953), Н. А. Лабзовского (1952), Л. Ф. Титова (1951) и других оказалось возможным в той или иной степени использовать в решениях уравнения баланса энергии ветровых волн, о котором шла речь выше. Широко используются выводы из лабораторных экспериментов, выполненных Т. В. Бончковский (1954), С. В. Доброклонским (1947), Н. Е. Кондратьевым (1953), Г. Е. Кононковой (1953) и др. Аналогичные по своему содержанию исследования, основанные на использовании уравнения баланса энергии волн, осуществлялись за рубежом [Свердруп и Манк (1947), Г. Нейман (1953), Брейтшнейдер (1959) и др.].

Упомянутые выше отечественные исследования в области развития ветровых волн позволили применить их выводы к расчетам элементов волн в конкретных погодных условиях. Были созданы практические пособия по расчетам элементов волн Л. Ф. Титовым (1951), Ю. М. Крыловым и А. И. Соркиной (1960).

За рубежом аналогичные пособия были изданы в последние годы в США, Франции и Англии.

Несмотря на значительные успехи в области исследования процессов зарождения и развития ветровых волн на основе решения уравнения баланса их энергии, они требуют своего продолжения. Существуют значительные противоречия в оценке и объяснении исследуемых процессов. В частности, видимо, требуется применить непосредственные наблюдения для определения в природных условиях механизма передачи энергии ветра волнам, рассеяния этой энергии. Следует уточнить ряд констант, например, относящихся к процессам диссипации энергии в волновых движениях. Мало изучены процессы затухания волн, образование и распространение волн зыби.

Установление вероятностного характера процессов ветрового волнения послужило отправной точкой для появления нового подхода в исследованиях процессов ветровых волн — спектрального метода исследования этого природного явления. В основе такого подхода лежит описание видимых ветровых волн как совокупности синусоидальных волн. Распределение энергии между этими элементарными волнами характеризуется энергетическим спектром. Изучение энергетического спектра морских волн позволяет подойти к анализу физической сущности процессов ветрового волнения. Случайный характер сочетания этих отдельных элементарных волн придает явлению ветрового волнения вероятностный характер и позволяет рассматривать его с позиций теории случайных процессов.

Это направление исследования было начато работами ученых США [Пирсон (1955 г.), Лонге-Хиггинс (1957 г.)]. Формированию спектра ветровых волн посвящены работы Филлипса (1957 г.), Майзла (1960). Аналогичные исследования получили развитие и в Советском Союзе в работах Г. А. Фирсова (1958 г.), Н. Н. Рахманина (1958), Ю. М. Крылова (1967 г.) и др.

Обозревая развитие исследований ветровых волн за последнее время, следует отметить, что основная задача — объяснение процессов развития волн под действием ветра — не получила полного решения. Не нашел пока количественного выражения механизм формирования разнообразных по размерам и формам ветровых волн. Это разнообразие, видимо, обусловлено сложной структурой ветрового потока. Поэтому необходимы непосредственные наблюдения над взаимодействием процессов в приводном слое атмосферы и волновых колебаний в море. Для решения этой проблемы необходимо привлечь аппарат статистической гидродинамики, чтобы рационально объединить статистику и энергетику волн с гидродинамикой волновых движений. Все еще несовершенны приемы расчета элементов ветровых волн, особенно применяемые к бассейнам со сложным подводным рельефом и сложной конфигурацией берегов. Недостаточны знания о размерах ветровых волн во многих районах Мирового океана. Требуют совершенствования приемы составления различных практических пособий, атласов и т. д.

§ 2. Основные определения. Элементы ветровых волн. Состояние моря. Степень волнения

Большая подвижность воды, обусловленная ее физическими свойствами, способствует возникновению в море колебательных движений. Распространение последних в пространстве называется *волнами*. Волны появляются в море от различных причин. *Ветровые волны* возникают под действием ветра; *анемобарические волны (сейши)* вызываются относительно быстрыми изменениями атмосферного давления над морем; *сейсмические волны (цунами)* — колебаниями дна бассейна тектонического характера; *приливо-отливные волны* порождаются силами притяжения Луны и Солнца.

При изучении волн в море, независимо от их происхождения, следует учитывать две основные силы: силу тяжести и отклоняющую силу вращения Земли. Только тогда, когда речь идет о волнах длиной в несколько сантиметров — капиллярных волнах, необходимо принимать во внимание силы поверхностного натяжения, но такие волны в море не имеют большого практического значения. Морские волны — волны гравитационные. Действие отклоняющей силы вращения Земли следует принимать во внимание главным образом при рассмотрении очень длинных волн, например приливных.

Морские волны, порожденные теми или иными причинами, различаются между собой по форме, а следовательно, и по элементам. Особенно наглядно обнаружится это различие, если сравнить между собой периоды волны (рис. 2.1).

Так, волны ветровой ряби имеют период менее 1 сек. Период ветровых волн не превосходит 30 сек. Сейши и сейсмические волны имеют период, исчисляемый минутами и десятками минут. Периоды приливных волн измеряются часами. Первые, т. е. ветровые волны, можно отнести к категории *короткопериодных волн*, а приливные волны — это *длиннопериодные волны*.

Предметом дальнейшего рассмотрения будут только ветровые волны. Последние играют существенную роль в ряде процессов, протекающих в океане. В открытом океане в среднем 50-метровый слой воды перемешивается ветровыми волнами. Помимо перераспределения тепла, волновое перемешивание регулирует рас-

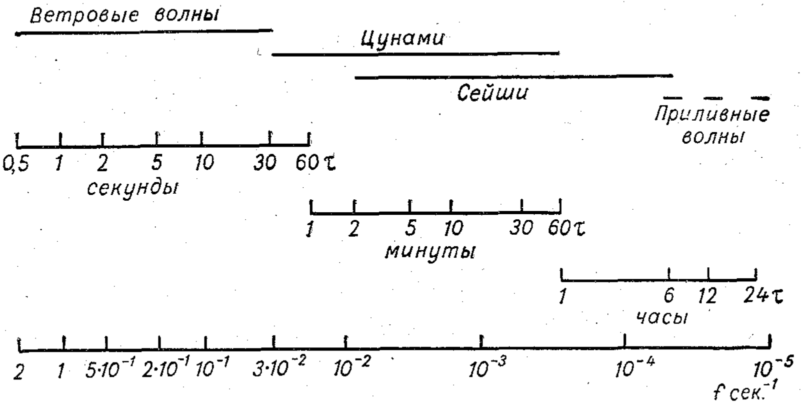

Рис. 2.1. Спектр периодов волн, встречающихся в море.

На нижней шкале показана частота волн $\left(f=\frac{1}{\tau}\right)$.

пределение кислорода и других газов в морской воде, а также солености, а значит, и плотности водных масс. Ветровое волнение в большой степени влияет на процессы испарения воды с поверхности океанов. Это влияние сказывается прежде всего в том, что при сильном ветровом волнении мельчайшие капли воды взбрасываются в воздух, поднимаются турбулентным движением последнего в менее насыщенные водяными парами слои и здесь испаряются. Одновременно с этим кристаллики солей уносятся в атмосферу и благодаря своей гигроскопичности в дальнейшем становятся наряду с отрицательными ионами воздуха прекрасными ядрами конденсации, необходимыми для образования облаков и туманов. Одновременно этот процесс определяет химическое взаимодействие между океаном и атмосферой. При ветровом волнении площадь поверхности моря увеличивается примерно до 5% (в зависимости от силы волнения) по сравнению с площадью при штиле, что способствует повышению общего количества испаряющейся влаги.

Сложный, зачастую весьма неправильный рельеф морской поверхности при ветровых волнах, обусловленный пульсациями ветрового потока над поверхностью моря, в свою очередь сам оказывает воздействие на ветровой поток, вызывая в нем дополнительные пульсации высших порядков. Это взаимодействие горизонтальных потоков воздушных масс и колебательных процессов на поверхности океана, видимо, источник многих, пока еще не совсем ясных процессов взаимодействия на границе соприкосновения двух подвижных оболочек нашей планеты. Неспокойность атмосферы и неспокойность поверхности океана — два взаимообусловленных процесса.

Ветровые волны оказывают влияние на распространение в воде света, звука и вызывают отражение радиоволн, а также обусловливают возникновение микросейсмических колебаний земной коры.

Огромная механическая энергия волнового движения, помимо перехода в тепло, расходуется главным образом на размыв дна в относительно мелководных прибрежных районах и на разрушение берегов. Этот процесс, несмотря на относительно малую скорость его, грандиозен. Результаты разрушения берегов — донные осадки — перемещаются волнами на расстояния, достигающие сотен миль, определяя формирование берегов и рельефа прибрежных мелководных районов. К этой разрушительной и вместе с тем созидательной деятельности ветровых волн следует добавить их роль в разрушении ледяного покрова. На всех морях, для которых ледяной покров является не исключением, а правилом, разрушение ледяного покрова ветровыми волнами есть обычное явление весной и летом.

Все сказанное относится к роли и значению ветровых волн в процессах, протекающих в океанах.

Если коснуться практического значения ветровых волн, то можно сказать, что с этим явлением природы человек столкнулся в то время, когда море стало ареной его деятельности. Сейчас, пожалуй, нет такой отрасли техники, связанной с морем, в которой учет ветровых волн не являлся бы условием успешности решения тех или иных инженерных задач. Достаточно назвать главнейшие ее отрасли, например гидротехническое строительство, морской транспорт (эксплуатация и судостроение), добыча полезных ископаемых с морского дна и др.

Ветровые волны подразделяются на вынужденные, свободные и смешанные. Первые из них, т. е. *вынужденные*, — это такие волны, которые образовались под действием ветра и продолжают находиться под его воздействием. *Свободными ветровыми волнами*, или *волнами зыби*, называются волны, продолжающие существовать после сильного ослабления или полного прекращения ветра или после выхода вынужденных ветровых волн из области, где они зародились, в другую, где ветра нет. *Смешанными волнами* называются ветровые волны, образовавшиеся в результате одновременного существования волн зыби и вынужденных ветровых волн.

Ветровые волны можно подразделить на *регулярные* и *нерегулярные*. Первые, в отличие от вторых, не изменяют размеров и формы в одном и том же месте моря через промежутки времени, равные периоду волн.

Если траектории частиц воды, находящихся в волновом движении, направлены параллельно некоторой вертикальной плоскости, совпадающей с направлением бега волн, и не зависят от расстояния до нее, то такие волны называются *двухмерными*, или *плоскими*, в отличие от *трехмерных*, или *пространственных*, *волн*,

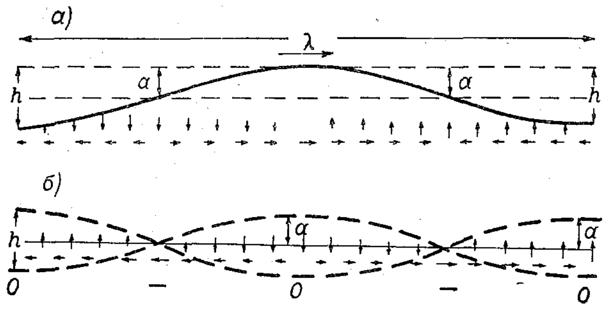

Рис. 2.2. Прогрессивная (*а*) и стоячая (*б*) волны.

Стрелками показано движение частиц жидкости. *а* — амплитуда волны.

в которых траектории частиц воды не лежат в параллельных вертикальных плоскостях.

Наложение друг на друга двух или нескольких волн называется *интерференцией волн*, а образовавшиеся при этом волны — *интерферированными*. При наложении друг на друга одинаковых встречных, бегущих (прогрессивных) двухмерных волн образуются *двухмерные стоячие волны*. При взаимодействии волн, бегущих с нескольких направлений, образуется *толчея* — сложное, беспорядочное волнение.

Прибойными волнами называются бегущие волны, постоянно или периодически несущие на себе бурун (пенящийся водоворот) вследствие частичного обрушения из-за малости глубин в прибрежной полосе моря или мелководья. Волнение называется *развивающимся*, *развитым* (или *установившимся*) и *ослабевающим* в зависимости от того, возрастает, остается неизменным или убывает осредненное значение элементов не менее чем 100 волн, бегущих одна за другой через заданную точку водоема.

Формы и размеры волн характеризуются ее элементами. Если рассматривать двухмерную (плоскую) волну (рис. 2.2), то ее основными геометрическими элементами являются высота и длина волн. Используя эти последние элементы, можно характеризовать *крутизну волны* (δ) в виде отношения ее высоты (h) к длине (λ), т. е.

$$\delta = \frac{h}{\lambda}. \tag{2.1}$$

Кинематическими элементами волны являются ее период (τ) и скорость перемещения (c).

Ниже приводится определение элементов двухмерной прогрессивной волны.

Высота волны (h) — удвоенная амплитуда колебаний; определяется расстоянием по вертикали от подошвы волны до вершины гребня.

Длина волны (λ) — горизонтальное расстояние в направлении бега волн между двумя частицами, находящимися в одной и той же фазе колебаний. Определяется горизонтальным расстоянием между двумя последовательно расположенными гребнями или подошвами.

Направление распространения волны, или *луч волны* ($a°$), определяется линией, направленной перпендикулярно фронту волны в ту сторону, откуда движется волна. Оценивается в румбах, тем румбом, от которого бегут волны.

Период волны (τ) — время, за которое частицы воды описывают свою орбиту. Период волны определяется промежутком времени между прохождением через одну и ту же точку на поверхности моря двух следующих один за другим гребней волн.

Скорость волны (c) — расстояние, на которое перемещается в единицу времени профиль волны. Определяется расстоянием, на которое перемещается в одну секунду гребень волны в направлении ее распространения.

Высоту, длину и период волны, определяющие все основные ее элементы, называют параметрами волны.

Как известно,

$$\lambda = c\tau. \tag{2.2}$$

Под *профилем волны* понимается вертикальное сечение волновой поверхности, совпадающее с направлением бега волн. *Гребень волны* — часть волны, расположенная выше спокойного уровня, т. е. выше уровня воды при отсутствии волн. *Вершиной волны* называют наивысшую точку ее гребня, а *подошвой* — наинизшую точку впадины волны. Последняя есть та часть волны, которая, располагаясь между двумя гребнями, лежит ниже спокойного уровня.

Поверхность моря при ветровом волнении имеет сложный рельеф. Это заметно на фотографиях и особенно хорошо видно на планах поверхности моря, построенных по стереофотоснимкам (рис. 2.3). Главной чертой рельефа является то, что гребни волн и впадины между ними зачастую не расположены в последова-

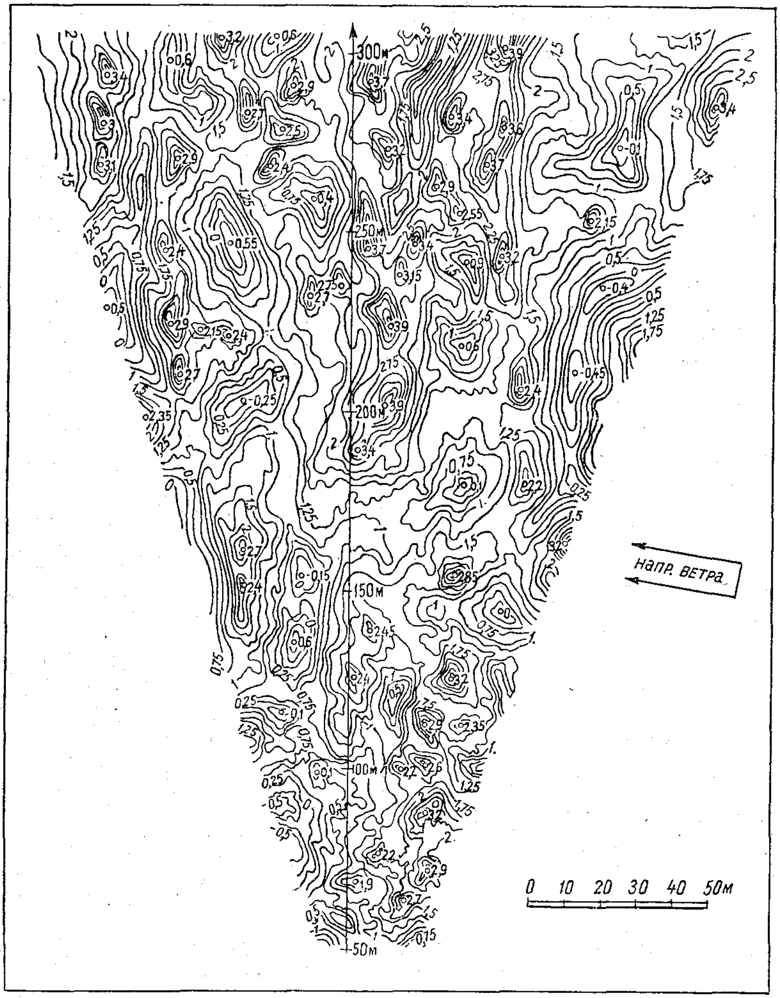

Рис. 2.3. Поверхность моря при ветровом волнении (стереофотосъемка). Степень волнения V баллов.

Горизонтали проведены через 0,25 м. Цифры у точек — высотные отметки в метрах выше условного нулевого уровня (с плюсом — выше, а с минусом — ниже этого уровня).

тельном порядке и имеют ограниченную протяженность. Поэтому двухмерной регулярной волны в точном смысле этих терминов применительно к ветровым волнам, видимо, не существует. Ограниченность гребней волн при ветровом волнении побудило ввести для оценки их размеров характеристику *длины гребня* ($l_{гр}$).

На рис. 2.4 показан небольшой участок поверхности моря (примерно 10 000 м^2) при ветровом волнении V баллов (табл. 2.2) с профилями волновой поверхности по данным стереофотосъемки. Профили, построенные в условном масштабе, проведены через 10 м по генеральному направлению распространения волн (на

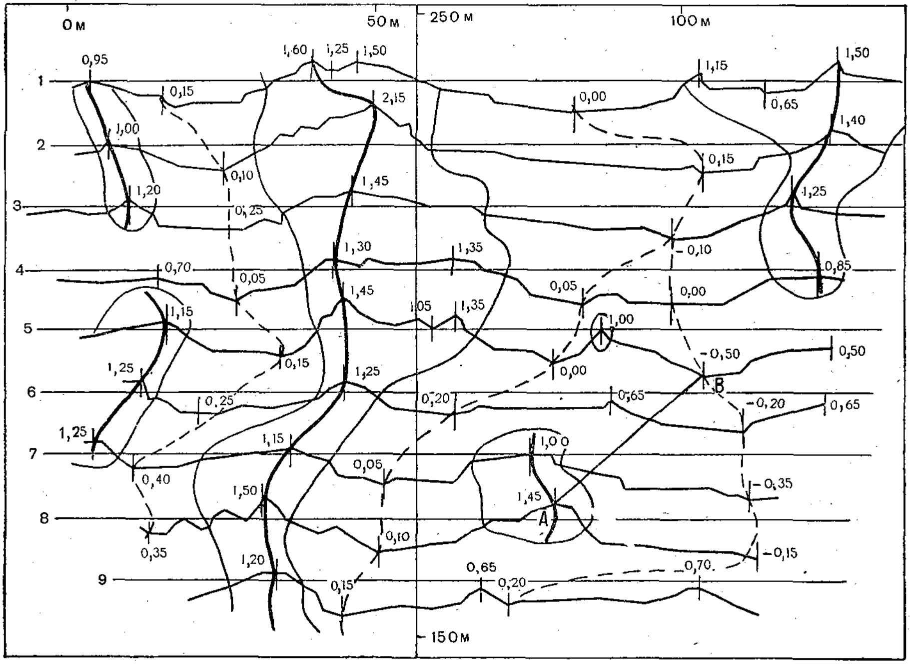

Рис. 2.4. Поверхность моря при ветровом волнении. Степень волнения V баллов (стереофотосъемка).
Пояснения к рисунку в тексте.

рис. 2.4 слева направо). На профилях указаны высотные отметки волновой поверхности в метрах для наиболее высоких и наиболее низких точек каждого профиля. Эти отметки отсчитываются от условного уровня, принятого за нулевую поверхность. Образующая профиля соответствует отметке 0,75 м. Эта поверхность принята за спокойный уровень моря. Его положение определяют обычно как разность между наиболее высокой и наиболее низкой высотными отметками волновой поверхности. Площади профилей волн ниже и выше этой линии примерно равны между собой. Гребнем ветровой волны принято называть ту часть волны, которая выступает над спокойным уровнем моря. На рис. 2.4 контуры гребней очерчены тонкими линиями, совпадающими для каждого профиля со спокойным уровнем. *Линией гребня волны*, или *фронтом волны*, называют горизонтальную линию, проведенную через наиболее высокие точки гребня и совпадающую в своих начальных точках с плоскостью спокойного уровня. Длина этой линии есть *длина фронта волны*.

На рис. 2.4 фронты волн показаны утолщенными линиями. *Впадиной волны* называется часть волны между гребнями, которая расположена ниже спокойного уровня. На рис. 2.4 штриховая линия показывает наиболее глубокую часть впадины, т. е. примерно расположение ее подошвы. Легко заметить на рис. 2.4, что гребни волн имеют различную форму в плане и по профилю, отличаясь по своим размерам. Например, в центральной части рис. 2.4 гребень волны хорошо выражен, он простирается за пределы рисунка. Его длина, видимо, больше 100 м. Слева от него гребни волн имеют значительно меньшую длину, соответственно ~ 25 и ~ 30 м. Справа в нижней части рис. 2.4 гребень волны имеет округлую форму и его длина 15—20 м.

Вместе с окружающей его впадиной эта волна имеет своеобразный вид «холма» (Крылов, 1966). Такой «холм» можно рассматривать как трехмерную волну. Однако волны в верхней части рис. 2.4 по своим плановым очертаниям и на профилях скорее близки к двухмерным волнам (например, профиль *2*). На такие волны можно, конечно с известным приближением, распространить определения элементов волн, соответствующие двухмерным волнам.

Высота волны, представленная по профилю *2*, который проходит через наиболее высокую точку гребня (2,15 м) и наиболее низкую точку подошвы этой же волны (0,10 м), равна 2,05 м ($h = 2{,}05$ м). Длина волны, измеренная как горизонтальное расстояние между наивысшими точками соседних гребней волны (рис. 2.4), равна $\lambda = 38$ м, а крутизна волны $\delta = 0{,}053$, или $\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{19}$.

Рассматривая профиль *3*, соседний с профилем *2*, видим, что сечение вертикальной плоскостью поверхности моря в этом случае прошло не через самую высокую точку гребня и не через самую низкую точку впадины волны. Разность этих отметок называют также высотой волны, рассматривая последнюю относительно данного волнового профиля. Для этого профиля высота волны будет составлять 1,20 м, а длина 35 м, и, следовательно, $\delta = 0{,}034$, или $\frac{h}{\lambda} = \frac{1}{28}$. Обращает на себя внимание существенная разница в элементах волн, оцененных по двум соседним профилям.

При определении элементов трехмерной волны, выделенной на рис. 2.4, можно поступить двояким образом. Полагая, что ее перемещение происходит вдоль или близко к генеральному направлению распространения волн, можно определить ее элементы, воспользовавшись ее профилем (профиль *8* на рис. 2.4), совершенно аналогично тому, как это было сделано в отношении определения элементов волны по профилям *2* и *3* на том же рисунке. Следуя этим путем, находят, что для этой волны $h \doteq 1{,}6$ м, а $\lambda \approx 55$ м (измерена как горизонтальное расстояние между соответствующими отметками подошвы этой волны); крутизна (δ) равна 0,03, или $\frac{1}{33}$. Можно поступить и иным способом, проводя секущую вертикальную плоскость в любом другом направлении, например так, чтобы эта секущая плоскость прошла через наиболее высокую и наиболее низкую точки «холма», в частности по направлению AB. Разность отметок составит тогда $\sim 1{,}95$ м. Эту величину называют *высотой трехмерной волны* (Крылов, 1966), обозначая как $h_т$. В этом случае направление секущей плоскости будет отклонено от генерального направления перемещения волн на $\sim 45°$. Наконец, можно провести через наивысшую точку «холма» секущие плоскости по всевозможным направлениям и, получив ряд значений вертикальных расстояний, определить из них некоторое среднее значение высоты трехмерной волны. Впрочем, можно поступить и каким-либо другим способом. Существует тем самым неопределенность в оценке высоты трехмерной волны. Столь же неопределенно применительно к «холму» — трехмерной волне — понятие ее длины и длины ее гребня. Однако если вспомнить, что волной называется распространение колебательного процесса в пространстве, то тогда определение элементов трехмерной волны имеет физический смысл только в направлении распространения таких волн. Это направление для отдельных волн не отклоняется больше чем на 25° от генерального направления перемещения всех остальных волн. Во всех других случаях при определении разности отметок «холма» речь может идти о разности колебаний уровня.

Распространение понятия трехмерной волны на ветровые волны зависит от того, насколько типичны трехмерные волны для ветрового волнения. Этот вопрос является спорным. Суждения о том, правомернее ли отождествлять реальные ветровые волны всегда с трехмерной волной или с двухмерной, — предмет дискуссий.

Опыт мореплавателей и многочисленных наблюдателей говорит о том, что форма ветровых волн зависит, с одной стороны, от воздействия на них ветра, т. е. от скорости последнего, и от стадии развития волн, а с другой стороны, от морфометрических условий, т. е. от глубины моря, очертания берегов и таких, например, явлений, как сильные течения и т. д.

Поскольку все эти условия проявляются в бесконечном разнообразии, изменчива и форма реальных ветровых волн. Однако можно заметить, что главнейшими факторами в открытом море являются скорость дующего ветра и его устойчивость по направлению, а в прибрежных условиях к этому прибавляется воздействие глубины моря.

Состояние моря, которое выражается в баллах от 0 до 9, давно служит мореплавателям для оценки силы дующего ветра. В настоящее время такая оценка утратила свое значение, однако ее полезно привести в связи с вопросом об изменении формы гребней волн и самих волн в процессе воздействия на них ветра (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Шкала состояния моря[1]

(Титов, 1952)

Балл	Море	Признаки для определения состояния моря
0	Совершенно спокойное	Зеркально гладкое море
1	Спокойное	Рябь
2	Спокойное	Небольшие гребни волн, которые начинают ломаться, но пена не белая, а стекловидная
3	Неспокойное	Хорошо заметные небольшие волны, гребни некоторых из них опрокидываются, образуя белую, клубящуюся пену — «барашки»
4	Неспокойное	Волны принимают хорошо выраженную форму; повсюду образуются «барашки»
5	Неспокойное	Появляются гребни волн большой высоты, их пенящиеся вершины занимают большие площади, ветер начинает срывать пену с гребней волн
6	Бурное	Гребни очерчивают длинные штормовые волны, пена, срываемая с гребней ветром, начинает вытягиваться полосами по склонам волн
7	Бурное	Длинные полосы пены, срываемые ветром, покрывают склоны волн и местами, сливаясь, достигают их подошв
8	Бурное	Пена широкими, плотными, сливающимися полосами покрывает склоны волн, отчего поверхность моря становится белой; только местами во впадинах волн видны свободные от пены участки
9	Исключительно бурное	Вся поверхность моря покрыта плотным слоем пены, воздух наполнен водяной пылью и брызгами, видимость значительно уменьшена

[1] Введена в практику гидрометеорологических наблюдений на морях, озерах и крупных водохранилищах в 1953 г.

Просматривая эту таблицу, видим, что примерно с 6 баллов состояния моря опыт мореплавателей выделяет факт появления длинных валов штормовых волн. При меньших баллах о таких валах речи нет, наоборот, подчеркивается, что волны небольшие и при этом их гребни разрушаются. Только при 4 баллах упоминается о волнах, принимающих хорошо выраженную форму. Видимо, это свидетельствует о том, что в начале развития волн они чаще трехмерны, чем двухмерны. При сильном ветре и особенно, если он длительно действует, волны, наоборот, чаще двухмерны, чем трехмерны.

Эта точка зрения подтверждается просмотром имеющихся сейчас многочисленных планов взволнованной поверхности моря, аэроснимков и фотографий. Например, на рис. 2.5 воспроизведена поверхность моря в прибрежном районе моря при ветре 10 м/сек., ветровое волнение — в начальной стадии развития. Глубины меняются от 15 м в правой и в верхней частях рисунка до 5 м и меньше в левой его части, у пирса, который отмечен штриховой линией. Высотная отметка пирса +2,7 м над средним уровнем моря. Гребни волн, очерченные сплошными линиями, особенно на расстоянии 100 м и вдалеке от пирса, представляют собой трехмерные образования. Глубина моря здесь не сказывается на этих волнах, в отличие от волн вблизи пирса, где гребни их уже вытянуты по фронту, черты трехмерности утрачены.

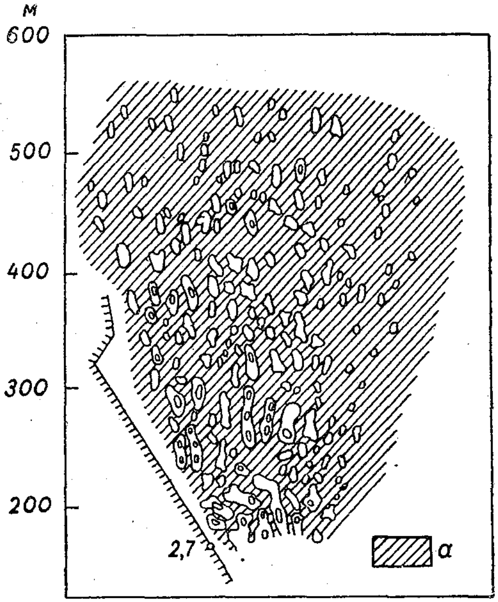

Рис. 2.5. Поверхность моря при ветре 10 м/сек. Стереофотосъемка прибрежного участка моря.

а — часть поверхности моря, которая расположена ниже средней линии колебания, соответствующей на этом рисунке отметке 0,0 м, т. е. совпадающей со средним уровнем моря.

На рис. 2.6 воспроизведена поверхность моря на том же прибрежном участке при ветре 25 м/сек. Картина представляет разительный контраст с предшествующим рисунком. Волны имеют четко выраженную двухмерную форму. Несколько профилей гребней этих волн и профиль самих волн показаны на рис. 2.7. Только вблизи пирса заметно нарушение двухмерности, что вызвано отражением от него волн.

Фронты волн все же достаточно заметны и сохраняют свою форму и ориентацию перпендикулярно общему направлению распространения волн.

На рис. 2.8 показано ветровое волнение VIII баллов вблизи мыса Горн. Двухмерность волны достаточно четко выражена.

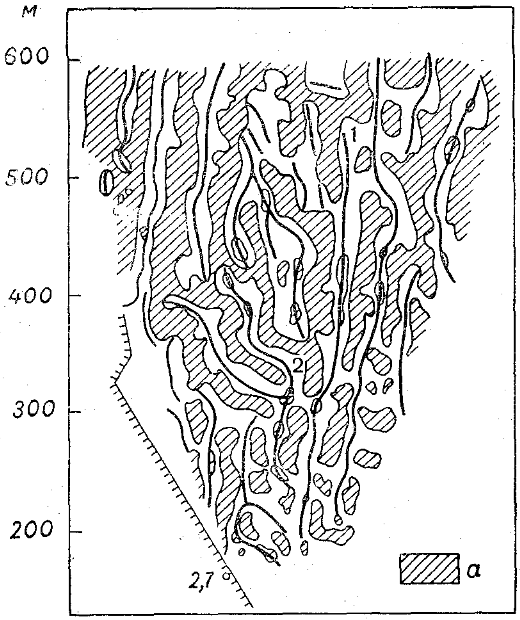

Рис. 2.6. Поверхность моря при ветре 25 м/сек. Стереофотосъемка прибрежного участка, показанного на рис. 2.5.

а — часть поверхности моря, которая лежит ниже средней линии колебаний, соответствующей на этом рисунке отметке +0,5 м над средним уровнем моря. Жирные линии очерчивают наиболее высокие отметки гребней волн.

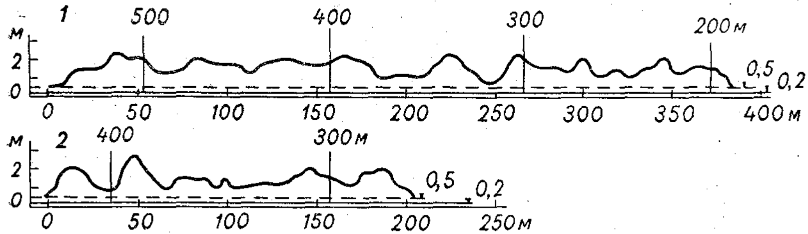

Рис. 2.7. Профили гребней волн, показанных на рис. 2.6 (*1* и *2*).

Вертикальные линии с пометками 500, 400 м и т. д. соответствуют расстояниям вдоль направления съемки на рис. 2.6. 0,5 м — средняя линия колебаний, 0,2 м — уровень моря.

Рисунок 2.9 представляет собой аэрофотоснимок поверхности моря, на котором вряд ли можно считать все волны трехмерными.

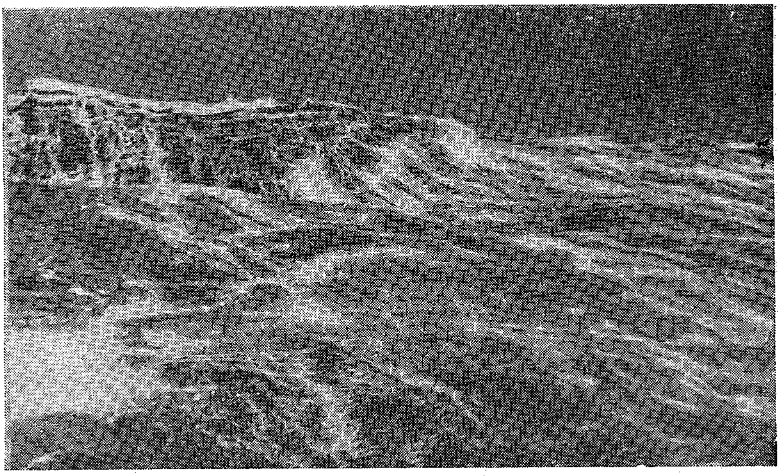

Рис. 2.8. Ветровое волнение в океане в районе мыса Горн. Степень волнения VIII баллов.

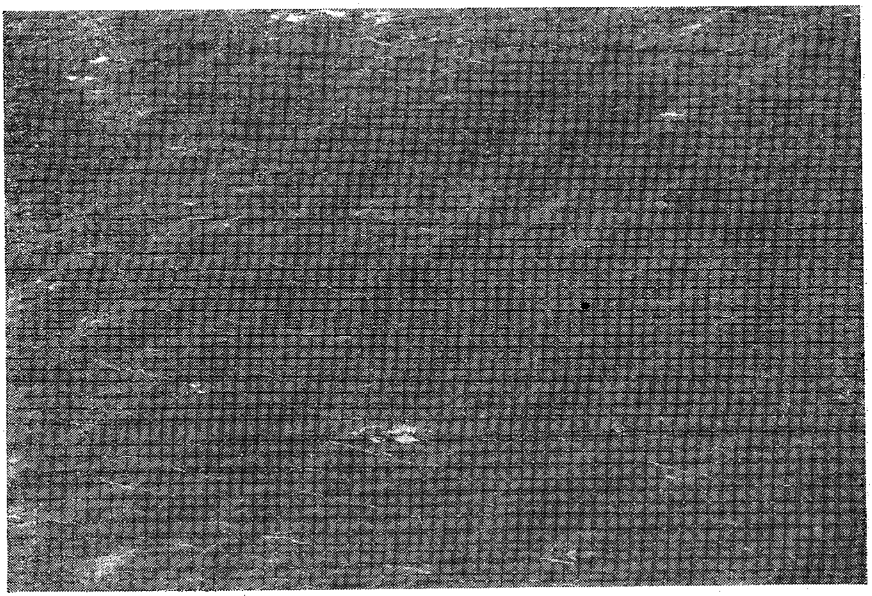

Рис. 2.9. Аэрофотсседъемка при сильном ветровом волнении (фото Ю. Д. Шарикова).

Приведенные примеры, видимо, позволяют считать, что при развитии волн в открытом море при достаточной продолжительности действия ветра волны в подавляющем числе ближе по своей форме к двухмерным волнам, чем к трехмерным. Это тем более правомерно в тех случаях, когда ветровые волны распространяются в прибрежных условиях. Поэтому отождествление профилей ветровых волн с профилем двухмерных волн во многих случаях, видимо, достаточно рационально.

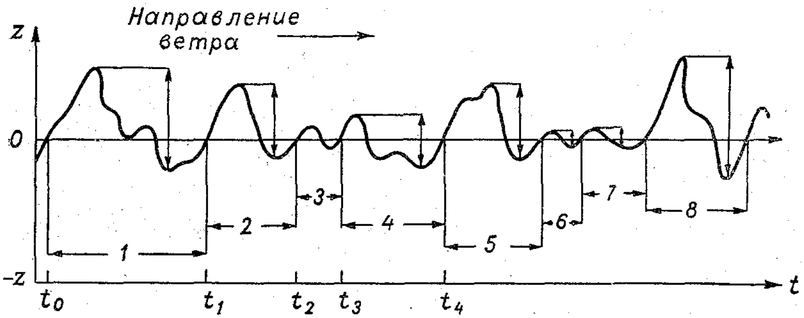

Рис. 2.10. Запись волновых колебаний в точке при помощи волнографа (по Б. Х. Глуховскому).

Мерой трехмерности волн может служить коэффициент трехмерности (Крылов, 1966), выражаемый через отношение длины волны к длине ее гребня, т. е.

$$k_{\text{т}} = \frac{\lambda}{l_{\text{гр}}}. \tag{2.3}$$

При двухмерных волнах в строгом смысле этого термина

$$l_{\text{гр}} \to \infty,$$

и в этом случае

$$k_{\text{т}} \to 0.$$

Практически для случаев наибольшей трехмерности ветровых волн $k_{\text{т}}$ не бывает в среднем больше единицы.

Возвращаясь к обнаруженному различию в значениях элементов ветровых волн, измеряемых по их профилям (рис. 2.3), приходится не только констатировать разнообразие их значений, но и считаться с некоторой их условностью и неопределенностью. Последняя не меньше и тогда, когда для оценки элементов волн пользуются результатами записей волнографов. Последние регистрируют изменение уровня моря в фиксированной точке его поверхности (как и всякого рода волномерные вехи, рейки и т. п.). Запись имеет вид, показанный на рис. 2.10. Ход изменения уровня выражается сложной кривой, имеющей отдельные максимумы (пики) и минимумы (впадины) по отношению к средней волновой линии. Ее положение определяется как разность между наиболее высокой и наиболее низкой отметками кривой. Под отдельной волной обычно принято подразумевать такие колебания, которые располагаются между двумя соседними пересечениями средней волновой линии наветренного (или подветренного) склона. На рис. 2.10 горизонтальными стрелками показаны отдельные волны, пронумерованные цифрами *1*, *2* и т. д. Вертикальные расстояния, определяющие размах колебаний уровня, называются в существующей практике высотой волны. Период волн определяется как разность между отсчетами регистратора времени (нижняя горизонтальная ось на рис. 2.10), соответствующими точкам последовательного пересечения средней волновой линии склонами волны.

Определения высоты и периода волн действительны, если, как уже было указано выше, колебания уровня моря регистрируются в направлении распространения волн. В действительности это условие может не всегда соблюдаться. Кроме того, как в случае определения высоты волн по их профилям, представленным на рис. 2.4, так и в рассматриваемом случае через фиксированную точку на поверхности моря не обязательно всегда гребень волны пройдет наиболее высокой своей точкой, а впадина — наинизшей. Также неопределенным является и оценка периода волн.

В связи с развитием спектральных методов исследования (глава 2, § 10) появились иные определения элементов волн (Лонге-Хиггинс, 1962). Например, вместо высот трехмерных волн, о которых шла речь выше, рассматриваются вертикальные уклонения максимумов и минимумов взволнованной поверхности от горизонтальной плоскости. За длину волны принимается удвоенное расстояние между двумя последовательными пересечениями волнового профиля со средней горизонтальной плоскостью. Такие точки называются нулевыми точками. То направление, где эта средняя длина минимальна, называют главным направлением распространения волн. Скоростью перемещения трехмерных волн называют скорость перемещения нулевых точек волнового профиля в главном направлении. За период волн принимают удвоенный промежуток времени между двумя последовательными прохождениями уровня через его среднее положение. Вводятся и другие определения, характеризующие особенности сложной структуры волнового поля.

Ветровые волны могут характеризоваться, кроме элементов, степенью волнения. Под этим термином понимают оценку волнения от 0 до IX баллов. Критерием здесь является высота волн. Соотношение между ней и степенью волнения в баллах приведено в табл. 2.2 (Титов, 1952).

Таблица 2.2

Шкала степени волнения[1]

Степень волнения (баллы)	Словесная характеристика	Высота волн, м (3%-ной обеспеченности)
0	Отсутствует	—
I	Слабое	До 0,25
II	Умеренное	0,25—0,75
III	Значительное	0,75—1,25
IV		1,25—2,0
V	Сильное	2,0—3,5
VI		3,5—6,0
VII	Очень сильное	6,0—8,5
VIII		8,5—11,0
IX	Исключительное	$\geqslant 11,0$

[1] Введена в практику гидрометеорологических наблюдений на морях, озерах и крупных водохранилищах в 1953 г.

Опытный мореплаватель, определяющий степень волнения, обычно не производит специальной оценки высоты волн, но размеры тех волн, которые наиболее заметны, дают ему представление о силе волнения. Тем самым соотношения между высотой волн и баллом степени волнения оказываются достаточно устойчивыми в интервалах, приведенных в табл. 2.2 (Титов, 1952). Поэтому сведения о степени волнения могут служить некоторой количественной характеристикой ветрового волнения, встречающегося на том или ином море и в океане.

Оценка степени волнения существует с начала XIX века и до настоящего времени применяется на нашем флоте. За рубежом оценка степени волнения в баллах вышла из широкого употребления. Оценку степени волнения, естественно, не следует путать с оценкой состояния моря (табл. 2.1). Последняя, как уже было отмечено выше, служила для мореплавателя (и сейчас еще употребляется в отдельных случаях) при оценке силы ветра в баллах и характеризует воздействие последнего на поверхность моря.

ГЛАВА 1

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВОЛН

§ 1. Потенциальные волны малой высоты

В рассматриваемой теории волн не затрагиваются вопросы о зарождении и развитии волновых движений. Считается, что в начальный момент времени имеет место возмущение жидкости, т. е. отклонение ее состояния от равновесного положения под действием мгновенного внешнего импульса (порыв ветра, резкое изменение атмосферного давления и т. п.). Действие этих сил, хотя и кратковременное, приводит в движение частицы воды на свободной поверхности. Это движение в известной степени распространяется в нижележащие слои воды. Прекращение действия сил возмущения при постоянном действии сил тяжести (собственного веса частиц воды) влечет за собой обратное движение частиц воды в то положение, которое они занимали в состоянии покоя. Развившиеся при этом силы инерции обусловливают дальнейшее движение частиц воды за пределы первоначального положения. В результате жидкость приходит в колебательное движение. Предполагается, что возникшее волновое движение происходит в однородной, лишенной трения, несжимаемой жидкости. Все частицы жидкости перемещаются параллельно одной и той же вертикальной плоскости xoz (рис. 1.1.1), которая принимается за координатную плоскость. При этом скорость и давление не зависят от координат y, т. е. движение во всех плоскостях, параллельных плоскости xoz, совершенно одинаково. Далее, жидкость простирается в обе стороны вдоль оси ox до бесконечности. Снизу она ограничена неподвижной стенкой — дном, а сверху находится ее свободная поверхность, на которой возникают видимые глазом волны.

В теории волн особенно важное значение имеют решения, в которых рассматривается потенциальное движение жидкости. Как известно, можно представить такую функцию координат, частные производные которой по какому-либо направлению равны проекции скорости в этом направлении. Если эту функцию обозначить через φ, то на основании ее определения с учетом принятой системы координат следует, что

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = u; \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = w. \tag{1.1.1}$$

Движение жидкости, удовлетворяющее такому условию, носит название движения с потенциалом скорости, или потенциального движения. Безвихревое, или потенциальное, движение представляет для изучения более простую задачу, чем вихревое. Это объясняется тем, что, зная функцию φ_1, можно путем простого

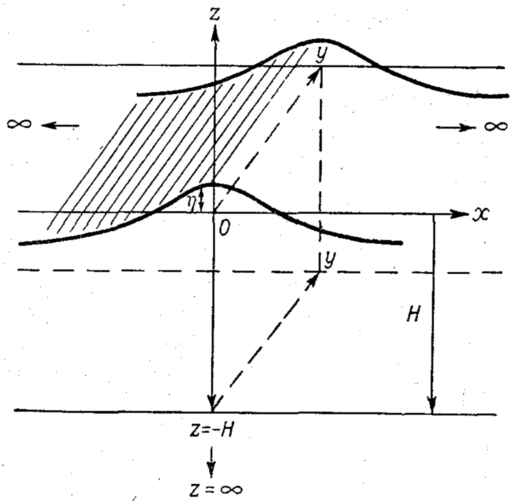

Рис. 1.1.1.

дифференцирования найти скорость в любой точке пространства, и тем самым задача о распределении скоростей частиц жидкости легко решается.

Для несжимаемой жидкости между производными от скорости по координатам должно существовать соотношение в виде уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Выражая проекции скорости в этом равенстве через производные от функции φ_1, его записывают в виде уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0. \tag{1.1.2}$$

Функция, удовлетворяющая условию (1.1.2), носит название гармонической функции; только гармонические функции могут определять собой потенциальное течение и несжимаемой жидкости.

Из гидромеханики известно, что движение идеальной жидкости для потенциального ее течения выражается через интеграл Лагранжа—Коши, который может быть записан в виде

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \frac{v^2}{2} - V + \frac{p}{\rho} = f(t), \tag{1.1.3}$$

где V — потенциал внешних сил — силы тяжести, действующей на единицу массы; $v^2 = u^2 + w^2$; ρ — плотность жидкости; p — давление; $f(t)$ — произвольная функция от времени.

Согласно принятой системе координат (рис. 1.1.1) потенциал V можно записать в виде

$$V = -gz. \tag{1.1.4}$$

В целях исключения произвольной функции $f(t)$ из уравнения (1.1.3) вместо φ_1 вводится функция

$$\varphi = \varphi_1 - \int_0^t f(t)\,dt + \frac{p_0}{\rho} t, \tag{1.1.5}$$

где p_0 — атмосферное давление на свободной поверхности. Функция φ, так же как и φ_1, удовлетворяет уравнению Лапласа (1.1.2). Из (1.1.5) получают, что

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + f(t) - \frac{p_0}{\rho}.$$

Подставляя последнее выражение в (1.1.3) и учитывая (1.1.4), находят, что

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p - p_0}{\rho} = 0. \tag{1.1.6}$$

Если иметь в виду только медленные движения жидкости, т. е. считать, что $\frac{v^2}{2}$ примерно равно нулю, то тогда вместо (1.1.6) записывают

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + gz + \frac{p - p_0}{\rho} = 0. \tag{1.1.7}$$

Пользуясь уравнением (1.1.7), можно определить давление в любой точке жидкости при условии, что известна функция φ. Однако уравнение (1.1.2), из которого следует определить φ, имеет много решений. Выбор последних зависит от соблюдения граничных и начальных условий.

Граничные условия определяются на свободной поверхности и на дне. Принимается, что вдоль свободной поверхности жидкости давление p постоянно и равно атмосферному для любого времени (t). Следовательно,

$$p_0 = p. \tag{1.1.8}$$

Уравнение свободной поверхности в некоторый момент времени t пусть имеет вид

$$z = \eta(x, t).$$

Тогда из уравнения (1.1.7) с учетом (1.1.8) следует, что

$$g\eta + \left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{z=\eta} = 0.$$

Далее вводится существенное допущение: принимается, что волны, возникшие на поверхности жидкости, настолько малы, что точки поверхности при наличии волн имеют ординаты, мало отличающиеся от ординат свободной поверхности при спокойном состоянии жидкости. Следовательно, предполагается, что высоты волн бесконечно малы. Тогда

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{z=\eta} \cong \left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{z=0}$$

и для η можно записать

$$\eta = -\frac{1}{g}\,\frac{\partial\varphi(x, 0, t)}{\partial t}. \tag{1.1.9}$$

Между функцией η и потенциалом φ, как известно из гидромеханики, существует следующее соотношение:

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)_{z=0} \cong \left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)_{z=0}. \tag{1.1.10}$$

Эта формула выражает то свойство рассматриваемого движения жидкости, что при изменении времени частица жидкости на поверхности не может переместиться внутрь жидкости, а все время остается на поверхности.

Дифференцируя (1.1.9) по t и учитывая (1.1.10), получают, что

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=0} + \frac{1}{g}\left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\right|_{z=0} = 0; \tag{1.1.11}$$

(1.1.9) и (1.1.11) есть граничные условия для поверхности.

Дно представляет собой твердую неподвижную горизонтальную поверхность; нормальная составляющая скорости у дна должна быть равна нулю. Следовательно,

$$v_z = \left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=-H} = 0. \tag{1.1.12}$$

При бесконечной глубине жидкости можно предположить, что

$$v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}\bigg|_{z=-\infty} = 0. \qquad (1.1.13)$$

Начальные условия определяются из условия, что начальный импульс давления воздействовал на свободную поверхность, т. е. при $z=\eta$ или для волн малой высоты приближенно при $z=0$. Поэтому потенциал скорости на свободной поверхности в начальный момент времени должен удовлетворять условию

$$\varphi(x,\ 0,\ 0) = f_1(x). \qquad (1.1.14)$$

Начальный импульс давления вызовет некоторое начальное возмущение, которому соответствует какое-то начальное положение свободной поверхности. Определяющее это состояние свободной поверхности превышение η находится при $t=0$ из формулы

$$z = \eta(x,\ 0) = f(x);$$

из условия (1.1.9) при $t=0$ находят

$$\eta = -\frac{1}{g}\,\frac{\partial \varphi(x,\ 0,\ 0)}{\partial t}.$$

Последние два равенства при условии замены $gf(x)$ через $f_2(x)$ позволяют записать второе начальное условие в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}\bigg|_{z=0,\ t=0} = f_2(x). \qquad (1.1.15)$$

Необходимо отметить, что задача о волновом движении будет только тогда определена, если функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ наперед известны.

Таким образом, изучение поверхностных волн бесконечно малой амплитуды в тяжелой несжимаемой жидкости сводится к определению из уравнения неразрывности (1.1.2) потенциала скорости φ, удовлетворяющего граничным условиям на дне (1.1.12) или (1.1.13), на свободной поверхности — условиям (1.1.9) или (1.1.11) и подчиненного начальным условиям (1.1.14) и (1.1.15). При этом $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — заданные функции. После определения функции φ свободная поверхность жидкости определится уравнением (1.1.9).

Однако задача о волновом движении жидкости решается приближенно. Основными допущениями, упрощающими решение, являются: предположение о малой высоте волн (по сравнению с длиной) и пренебрежение в интеграле Лагранжа квадратами скорости как величинами более высокого порядка малости по сравнению с другими членами. Неточность решения вытекает также из неучета вязкости воды.

Само по себе отыскание потенциала скорости φ — сложная задача. Главная трудность заключается в том, что профиль волны $z=\eta(x)$ неизвестен и его нужно определить в процессе решения задачи, а соотношение (1.1.9) должно выполняться при $z=\eta(x)$.

§ 2. Волны малой высоты при конечной глубине

Основной характер волновых движений периодически зависит, как показывает опыт, от переменных x и t и непериодически от переменной z. Исходя из этого, функцию потенциала скорости можно выразить как произведение двух величин: некоторой произвольной функции одной переменной z как $f(z)$ и простейшей периодической функции $\sin\theta$, где

$$\theta=kx-\sigma t, \tag{1.2.1}$$

т. е. в виде простой синусоидальной волны, амплитуда которой зависит от z. В (1.2.1)

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \text{ и } \sigma=\frac{2\pi}{\tau}.$$

Из сказанного можно записать, что

$$\varphi(x, z, t)=f(z)\sin\theta. \tag{1.2.2}$$

Составляются производные по x и t от функции φ:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=-k^2 f(z)\sin\theta,$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=f''(z)\sin\theta.$$

Эти выражения подставляют в уравнение неразрывности (1.1.2) и получают, что

$$[-k^2 f(z)+f''(z)]\sin\theta=0.$$

Поскольку $\sin\theta$ в общем случае не равен нулю, для соблюдения последнего равенства необходимо, чтобы первый множитель в нем всегда равнялся нулю, т. е.

$$f''(z)-k^2 f(z)=0.$$

Общее решение этого уравнения, как известно, имеет следующий вид:

$$f(z)=C_1e^{kz}+C_2e^{-kz}, \tag{1.2.3}$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования.

Подставив выражение (1.2.3) в формулу (1.2.2), получают

$$\varphi=(C_1e^{kz}+C_2e^{-kz})\sin\theta. \tag{1.2.4}$$

Используя граничное условие (1.1.12), в которое подставляют значение производной по z из выражения (1.2.4), записывают

$$\left|\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=-H} = k\left(C_1 e^{-kH} - C_2 e^{kH}\right)\sin\theta = 0.$$

Так как $k\sin\theta \neq 0$, выражение в скобках должно быть равно нулю. Поэтому

$$C_2 = C_1 e^{-2kH}. \qquad (1.2.5)$$

С учетом (1.2.5) выражение (1.2.4) может быть представлено как

$$\varphi = C_1 e^{-kH}\left[e^{k(z+H)} + e^{-k(z+H)}\right]\sin\theta.$$

Заменяя выражение в квадратных скобках удвоенным гиперболическим косинусом и обозначая

$$2C_1 e^{-kH} = C,$$

получают выражение потенциала скорости в виде

$$\varphi = C\,\mathrm{ch}\,k(z+H)\sin\theta. \qquad (1.2.6)$$

Для оценки формы свободной поверхности используют граничное условие (1.1.9), в которое подставляют значение первой производной по t при $z=0$ от выражения (1.2.6):

$$\eta = \frac{\sigma C}{g}\,\mathrm{ch}\,kH\cos(kx - \sigma t). \qquad (1.2.7)$$

В последнем выражении объединяют все постоянные множители в один, т. е. полагают, что

$$\frac{\sigma C}{g}\,\mathrm{ch}\,kH = \frac{h}{2} = a, \qquad (1.2.8)$$

следовательно,

$$\eta = a\cos(kx - \sigma t). \qquad (1.2.9)$$

Формула (1.2.9) есть уравнение взволнованной свободной поверхности. Следовательно, из нее следует, что профиль этой поверхности есть косинусоида, а само движение является гармоническим колебанием. В (1.2.9) под знаком косинуса фигурирует не только координата x, но и величина t, следовательно, профиль волновой поверхности перемещается вдоль положительной оси ox, поэтому эти волны можно назвать волнами прогрессивными, или бегущими. Из (1.2.8) следует, что

$$C = \frac{ag}{\sigma\,\mathrm{ch}\,kH}.$$

и вместо (1.2.6) записывают следующее выражение для функции φ:

$$\varphi = \frac{gh}{2\sigma} \frac{\operatorname{ch}[k(z+H)]}{\operatorname{ch} kH} \sin(kx - \sigma t). \tag{1.2.10}$$

Таков окончательный вид потенциала скорости для прогрессивных волн, распространяющихся на поверхности водоема с глубиной H.

Для оценки соотношений между элементами рассматриваемых волн используется граничное условие (1.1.11), в которое подставляется функция φ (1.2.10). Для этой цели дифференцируют выражение (1.2.6) по z и t:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = kC \operatorname{sh} k(z+H) \sin\theta,$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\sigma^2 C \operatorname{ch} k(z+H) \sin\theta,$$

и подставляют эти значения в граничное условие (1.1.11) при значении $z=0$. В результате получают

$$k \operatorname{sh} kH - \frac{\sigma^2}{g} \operatorname{ch} kH = 0,$$

или

$$\sigma^2 = gk \operatorname{th} kH, \tag{1.2.11}$$

поэтому

$$c^2 = \frac{\lambda^2}{\tau^2} = \frac{g}{k} \operatorname{th} kH. \tag{1.2.12}$$

Такова формула для определения скорости волн. Пользуясь этой формулой, можно рассмотреть, как будет отражаться на скорости распространения волн глубина моря.

Если допустить, что последняя очень велика (или бесконечна), т. е. $H \to \infty$, то тогда

$$\operatorname{th} 2\pi \frac{H}{\lambda} \approx 1$$

и, следовательно,

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi}. \tag{1.2.13}$$

Если, наоборот, принять, что H очень мало́, то тогда

$$\operatorname{th} 2\pi \frac{H}{\lambda} \approx 2\pi \frac{H}{\lambda}$$

и, следовательно,

$$c^2 = gH. \tag{1.2.14}$$

В последней формуле, известной как формула Лагранжа, скорость волны зависит только от глубины, но не находится в зависимости от длины волны. Период волн для условий конечной глубины находится из соотношения $\lambda = c\tau$. Подстановка в (1.2.12) вместо c его выражения $c^2 = \frac{\lambda^2}{\tau^2}$ приводит к

$$\tau^2 = \frac{2\pi\lambda}{g} \operatorname{cth} 2\pi \frac{H}{\lambda}. \qquad (1.2.15)$$

При постоянном τ длина волны будет изменяться по (1.2.15) в зависимости от H. Можно путем вычисления $\lambda = f(H)$ получить

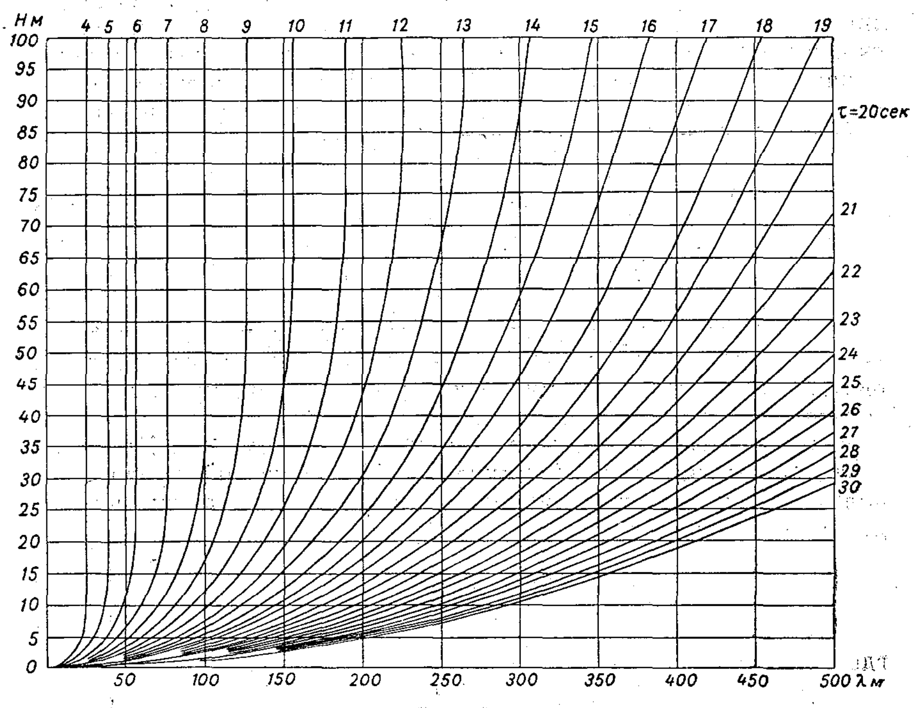

Рис. 1.2.1. Номограмма для определения длины волны при выходе на мелководье (по Д. Д. Лаппо).

графически зависимость изменений λ от изменений H для различных значений τ, что показано на рис. 1.2.1 (Лаппо, 1956).

Для того чтобы получить проекции скорости и траектории движения частиц жидкости, привлекается выражение потенциала скорости в виде (1.2.10) и берутся частные производные по x и z

от этого выражения. В результате получают проекции скорости соответственно

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{hgk}{2\sigma}\frac{\operatorname{ch}k(z+H)}{\operatorname{ch}kH}\cos(kx-\sigma t), \qquad (1.2.16)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=\frac{hgk}{2\sigma}\frac{\operatorname{sh}k(z+H)}{\operatorname{ch}kH}\sin(kx-\sigma t). \qquad (1.2.17)$$

Интегрируя по t, находят уравнение движения частиц во времени. Предварительно в правых частях записанных уравнений переменные x и z заменяются постоянными величинами x_0 и z_0, т. е. координатами частиц в состоянии покоя. Такое допущение основано на том, что в рассматриваемой теории анализируются лишь малые колебания. Поэтому допустимо значения проекций скоростей на уровнях гребней и подошв принимать одинаковыми и равными их значениям, соответствующим положению частиц в состоянии покоя. С учетом сказанного в результате интегрирования (1.2.16) и (1.2.17) находят

$$x=-\frac{hgk}{2\sigma^2}\frac{\operatorname{ch}k(z_0+H)}{\operatorname{ch}kH}\sin(kx_0-\sigma t)+C_1, \qquad (1.2.18)$$

$$z=\frac{hgk}{2\sigma^2}\frac{\operatorname{sh}k(z_0+H)}{\operatorname{ch}kH}\cos(kx_0-\sigma t)+C_2. \qquad (1.2.19)$$

Каждое из этих уравнений определяет гармоническое колебание частицы жидкости около некоторого положения, характеризующегося координатами C_1 и C_2; эти координаты как раз и соответствуют первоначальному положению частицы, т. е. состоянию покоя, и могут быть заменены через x_0 и z_0. Имея это в виду и заменяя σ^2 по формуле (1.2.11), после преобразований получают следующие приближенные уравнения движения отдельных частиц:

$$x=x_0-r_x\sin(kx_0-\sigma t), \qquad (1.2.20)$$

$$z=z_0+r_z\cos(kx_0-\sigma t), \qquad (1.2.21)$$

где

$$r_x=\frac{h}{2}\frac{\operatorname{ch}k(z_0+H)}{\operatorname{sh}kH}, \qquad (1.2.22)$$

$$r_z=\frac{h}{2}\frac{\operatorname{sh}k(z_0+H)}{\operatorname{sh}kH}. \qquad (1.2.23)$$

После исключения переменной t, для чего уравнения (1.2.20) и (1.2.21) возводят в квадрат и складывают, находят, что

$$\frac{(x-x_0)^2}{r_x^2}+\frac{(z-z_0)^2}{r_z^2}=1, \qquad (1.2.24)$$

что является каноническим уравнением эллипса с полуосями горизонтальной r_x и вертикальной r_z.

Следовательно, траектории частиц при прогрессивных волнах для условий конечной глубины представляют собой эллипсы (рис. 1.2.2).

Оси этих эллипсов расположены так, что большая ось всегда горизонтальна.

Следует отметить, что выражения, определяющие форму траекторий частиц жидкости, являются верными только в отношении волн малой амплитуды. Если рассматривают волны конечной высоты, то в этом случае частицы воды не описывают замкнутые траектории (глава 1, § 5).

Для поверхности, т. е. когда $z_0=0$,

$$r_x = \frac{h_0}{2} \operatorname{cth} kH, \qquad (1.2.25)$$

$$r_z = \frac{h_0}{2}. \qquad (1.2.26)$$

У дна, когда $z_0=-H$,

$$r_x = \frac{h_0}{2} \frac{1}{\operatorname{sh} kH}, \qquad (1.2.27)$$

$$r_z = 0. \qquad (1.2.28)$$

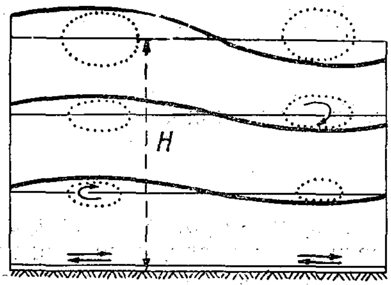

Рис. 1.2.2. Изменения орбит «длинной» волны по мере распространения волновых колебаний в глубину.

Следовательно, у дна вертикальные перемещения частиц исчезают, а горизонтальные перемещения примерно в два раза превышают ту их амплитуду, которая возникла бы на той же глубине, если бы там не было дна. Действительно, если учесть связь между гиперболическими и показательными функциями, то на основе приведенных выше зависимостей можно написать, что

$$\frac{r_x}{\frac{h_0}{2} \exp[-kH]} = \frac{2}{1-\exp[-2kH]}.$$

При значении $\frac{H}{\lambda} = 0{,}5$ последнее соотношение дает

$$\frac{r_x}{\frac{h_0}{2} \exp[-kH]} \approx 2{,}09.$$

При $\frac{H}{\lambda} = 0{,}1$ оно равно $\sim 3{,}0$.

Это обстоятельство есть следствие условия неразрывности: прекращение вертикальных колебаний у самого дна неизбежно порождает в рассматриваемом случае конечной глубины удвоение горизонтальных перемещений частиц на этом уровне.

Скорость обращения частиц по орбитам определяется следующим образом: период обращения частиц по ним одинаков, следовательно, по мере углубления от поверхности скорость частиц должна уменьшаться. Если f — секундное число оборотов частицы по ее орбите, т. е. частота, то орбитальная скорость частиц будет равна

$$v = 2\pi r f = \frac{2\pi r}{\tau}, \tag{1.2.29}$$

где r — радиус орбиты, а $f = \frac{1}{\tau}$, где τ — период. Но так как

$$\lambda = c\tau,$$

то, следовательно,

$$v = krc = \frac{2\pi}{\lambda} rc.$$

Скорость орбитального движения можно выразить на поверхности воды сперва для горизонтальной оси, а затем для вертикальной. Для этого используется (1.2.29), из которого следует, что $v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\tau^2}$. Далее, привлекая (1.2.15) и (1.2.22), для горизонтальной оси при $z=0$

$$v_x = \frac{h_0}{2}\left(\frac{2\pi g}{\lambda} \operatorname{cth} kH\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.2.30}$$

Для вертикальной оси, используя (1.2.15) и (1.2.23),

$$v_z = \frac{h_0}{2}\left(\frac{2\pi g}{\lambda} \operatorname{th} kH\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.2.31}$$

Наконец, для дна, когда $z_0 = -H$,

$$v_z = 0,$$

$$v_x = \frac{\pi h_0}{\left(\frac{\pi\lambda}{g} \operatorname{sh} 2kH\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{1.2.32}$$

Скорость орбитального движения на промежуточном горизонте

$$v_x = h_0 \operatorname{ch} k(z_0 + H)\left(\frac{\pi g}{\lambda \operatorname{sh} 2kH}\right)^{\frac{1}{2}}, \tag{1.2.33}$$

$$v_z = h_0 \operatorname{sh} k(z_0 + H)\left(\frac{\pi g}{\lambda \operatorname{sh} 2kH}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.2.34}$$

Если длина волны очень велика по сравнению с глубиной, т. е. $kH \leqslant 0{,}1$, то тогда без большой погрешности в (1.2.22) $\operatorname{ch} kH$ можно заменить через единицу, а $\operatorname{sh} kH$ — через kH. Тогда (1.2.22) перепишется в виде

$$r_x = \frac{h_0}{2} \frac{1}{kH}. \tag{1.2.35}$$

Используя вытекающее из (1.2.29)

$$v = krc$$

и делая соответствующую подстановку, получим выражение (1.2.30) в виде

$$v_x = \frac{h_0}{2} \frac{c}{H}. \tag{1.2.36}$$

Заменяя c через $c^2 = gH$, можно найти, что

$$v_x = \frac{h_0}{2} \left(\frac{g}{H}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.2.37}$$

Следовательно, горизонтальная скорость частиц в очень длинной волне практически одинакова во всем слое до дна.

Заменяя в (1.2.23) $\operatorname{sh} k(z_0 + H)$ через $k(z_0 + H)$ и $\operatorname{sh} kH$ через kH, на основании тех же соображений получают, что в очень длинных волнах

$$r_z = \frac{h_0}{2} \frac{z_0 + H}{H}$$

и, согласно (1.2.29),

$$v_z = \frac{2\pi}{\tau} \frac{h_0}{2} \frac{z_0 + H}{H}. \tag{1.2.38}$$

Следовательно, вертикальная ось эллипса и вертикальная скорость частиц уменьшаются с глубиной и у дна равны нулю.

Используя (1.2.15) и (2.2), длину волны можно вычислить из (1.2.57):

$$\lambda = c^2 \frac{2\pi}{g} \operatorname{cth} kH. \tag{1.2.39}$$

Высота волны не связана с другими ее элементами и поэтому требуется определить ее непосредственно из наблюдений.

Для определения волнового давления используется выражение интеграла Лагранжа—Коши в виде (1.1.7). При этом учитывается лишь избыточное давление над атмосферным и поэтому принимается, что $p_0 = 0$. Тогда вместо (1.1.7) записывают

$$p = -\rho g z - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \tag{1.2.40}$$

производную $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ получают дифференцированием по времени потенциала скорости в виде (1.2.10)

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\frac{hg}{2}\frac{\operatorname{ch}k(z_0+H)}{\operatorname{ch}kH}\cos(kx-\sigma t). \tag{1.2.41}$$

Подставляя (1.2.41) в (1.2.40) и заменив ρg через γ (удельный вес), в результате получают

$$p=-\gamma z+\gamma\frac{h}{2}\frac{\operatorname{ch}k(z_0+H)}{\operatorname{ch}kH}\cos(kx-\sigma t). \tag{1.2.42}$$

Первый член в (1.2.41) выражает гидростатическое давление, а второй член — волновое, амплитуда которого убывает с глубиной согласно (1.2.42):

$$\frac{p_z}{p}=\frac{\operatorname{ch}k(z_0+H)}{\operatorname{ch}kH}. \tag{1.2.43}$$

Если длина волны очень велика по сравнению с глубиной, то тогда $\frac{p_z}{p}=1$, и, следовательно, в случае длинной волны волновое давление одинаково по всей глубине и будет пропорционально высоте волны на поверхности. Если $z_0=-H$, то

$$\frac{p_H}{p}=\frac{1}{\operatorname{ch}kH}. \tag{1.2.44}$$

§ 3. Волны малой высоты при бесконечной глубине

Выражение потенциала скорости и других характеристик волнового движения при условии, что $H=\infty$, может быть получено из анализа соответствующих формул, приведенных в § 2.

Рассматривается выражение потенциала скорости в виде (1.2.4) и граничного условия (1.1.13):

$$\varphi=(C_1e^{kz}+C_2e^{-kz})\sin\theta,$$

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=-\infty}=0.$$

Для совместимости этих выражений необходимо принять, что $C_2=0$, иначе второе слагаемое потенциала скорости обратится в бесконечность и не будет соблюдено граничное условие (1.1.13). Поэтому при бесконечной глубине выражение потенциала скорости примет вид

$$\varphi=Ce^{kz}\sin(kx-\sigma t). \tag{1.3.1}$$

Формула (1.2.11) запишется в виде

$$\sigma^2 = gk. \tag{1.3.2}$$

Следовательно, вместо (1.2.8) теперь можно записать

$$\frac{h}{2} = \frac{\sigma C}{g},$$

или

$$C = \frac{hg}{2\sigma}. \tag{1.3.3}$$

Уравнение свободной поверхности сохранит вид (1.2.9). Скорость распространения волн выразится через (1.2.13), т. е.

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi}, \tag{1.3.4}$$

и, следовательно, вместо (1.2.15) для периода волн находят, что

$$\tau^2 = \frac{2\pi}{g}\lambda. \tag{1.3.5}$$

Выражение потенциала скорости после замены постоянной по (1.3.3) приобретет вид

$$\varphi = \frac{hg}{2\sigma} e^{kz} \sin(kx - \sigma t). \tag{1.3.6}$$

Проекции скорости будут равны:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{hgk}{2\sigma} e^{kz} \cos(kx - \sigma t), \tag{1.3.7}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{hgk}{2\sigma} e^{kz} \sin(kx - \sigma t). \tag{1.3.8}$$

Уравнения движений отдельных частиц имеют общий вид (1.2.20) и (1.2.21), но в рассматриваемом случае, при $H \to \infty$, они запишутся в виде

$$r_x = r_z = r = \frac{h}{2} e^{kz_0}. \tag{1.3.9}$$

Поэтому

$$x = x_0 - r\sin(kx_0 - \sigma t), \tag{1.3.10}$$

$$z = z_0 + r\cos(kx_0 - \sigma t). \tag{1.3.11}$$

Следовательно, вместо (1.2.24) теперь запишем

$$(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2. \tag{1.3.12}$$

На основании уравнений (1.3.9)—(1.3.12) можно заключить, что в рассматриваемом волновом движении на поверхности глубокой воды:

1) отдельные частицы жидкости описывают замкнутые траектории в виде кругов одинакового радиуса r, уменьшающегося с погружением под поверхность;

2) все частицы воды, находящиеся в состоянии покоя в одной горизонтальной плоскости, описывают круги одного радиуса;

3) частицы, находящиеся в состоянии покоя на свободной поверхности, описывают круги, диаметры которых равны высоте волн. На глубине $z_0 = -0{,}5\lambda$ диаметры кругов равны $0{,}043h$, т. е. волновое движение на этой глубине практически затухает. Волновое давление определится по выражению

$$p = -\gamma z + \gamma \frac{h}{2} e^{kz} \cos(kx - \sigma t), \qquad (1.3.13)$$

где $\gamma = \rho g$.

Наибольшее давление рассчитывается по формуле

$$p = -\gamma z \pm \gamma \frac{h}{2} e^{kz_0}. \qquad (1.3.14)$$

Соответствующее положение частицы вычисляется по формуле

$$z = z_0 \pm \frac{h}{2} e^{kz_0}. \qquad (1.3.15)$$

§ 4. Длинные и короткие волны

Из выражений, определяющих полуоси эллипсов (1.2.22) и (1.2.23), следует (Кочин, Кибель, Розе, 1948), что, так как гиперболический косинус всегда больше гиперболического синуса того же аргумента, эллиптические орбиты частиц воды сплюснуты в вертикальном направлении и вытянуты в горизонтальном. С увеличением глубины погружения центров эллиптических орбит, т. е. с уменьшением глубины воды, вертикальные оси эллипсов будут убывать быстрее горизонтальных. Эллипсы, уменьшаясь в абсолютных размерах (рис. 1.2.2), одновременно будут становиться все более вытянутыми в горизонтальном направлении. На дне частицы воды будут двигаться только вперед и назад по горизонтальным прямым.

Если положить, что глубина моря бесконечно велика, то тогда эллипсы превратятся в окружности, т. е. в этом случае будет иметь место условие, соответствующее волнам, распространяющимся на поверхности бесконечно глубокой жидкости, рассмотренным в § 3.

Границы применения тех или иных выводов из рассмотренных теорий определяются следующим путем: выражают отношение вертикальной полуоси эллипса (1.2.23) к его горизонтальной полуоси для поверхности (1.2.22). Получают, что

$$\frac{r_z}{r_x} = \operatorname{th} kH. \tag{1.4.1}$$

В табл. 1.4.1 приведено это отношение в функции $\frac{H}{\lambda}$. В этой же таблице даны отношения $\frac{c}{\left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{1/2}}$ и $\frac{c}{(gH)^{1/2}}$ также в функции $\frac{H}{\lambda}$, для чего привлечены формулы (1.3.4), (1.2.12) и (1.2.14). Данные таблицы иллюстрируются рис. 1.4.1.

Таблица 1.4.1

$\frac{H}{\lambda}$	th kH	$\frac{c}{(gH)^{1/2}}$	$\frac{c}{\left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{1/2}}$	$\frac{H}{\lambda}$	th kH	$\frac{c}{(gH)^{1/2}}$	$\frac{c}{\left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{1/2}}$
0,00	0,000	1,000	0,000	0,1	0,557	0,941	0,746
0,01	0,063	0,999	0,250	0,2	0,850	0,823	0,922
0,02	0,125	0,997	0,354	0,3	0,955	0,713	0,977
0,03	0,186	0,994	0,432	0,4	0,987	0,627	0,993
0,04	0,246	0,990	0,496	0,5	0,996	0,563	0,998
0,05	0,304	0,984	0,552	0,6	0,999	0,515	0,999
0,06	0,360	0,917	0,600	0,7	1,000	0,477	1,000
0,07	0,413	0,970	0,643	0,8	1,000	0,446	1,000
0,08	0,464	0,961	0,681	0,9	1,000	0,421	1,000
0,09	0,512	0,951	0,715	1,0	1,000	0,399	1,000

Нетрудно заметить, что при глубине моря, составляющей всего лишь половину длины волны, вертикальная полуось эллипса отличается от большой всего на 0,4%. Даже при $\frac{H}{\lambda} = 0{,}3$ малая ось эллипса оказывается короче большой, горизонтальной, оси на $\sim 4{,}5\%$.

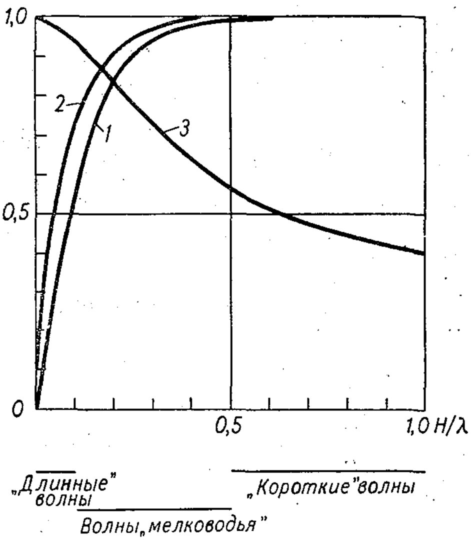

Рис. 1.4.1. К табл. 1.4.1.

1 — th kH, 2 — $\frac{c}{\left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{0,5}}$, 3 — $\frac{c}{(gH)^{0,5}}$.

Очень сильно эллипс начинает растягиваться при меньших глубинах; например, при $\frac{H}{\lambda}=0{,}1$ вертикальная полуось короче горизонтальной полуоси уже на 43%. У самого дна, как было сказано, вертикальные колебания исчезают и горизонтальные колебания частиц приблизительно вдвое превышают ту амплитуду, которая возникла бы на той же глубине, если бы не было дна. Обратимся к характеру изменения отношения $\frac{c}{\left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{1/2}}$ в функции $\frac{H}{\lambda}$, т. е. отношения скоростей волн на мелководье и на глубокой воде при той же длине волны. Как при оценке влияния мелководья на форму орбиты, так и теперь следует отметить, что заметное отличие наступает только при очень малых величинах $\frac{H}{\lambda}$. При $\frac{H}{\lambda}=0{,}5$ фазовая скорость по (1.3.4) отличается от фазовой скорости по (1.2.12) только на 0,2%. Поэтому практически для глубин, равных и бо́льших чем $\frac{H}{\lambda}=0{,}5$, можно пользоваться формулой (1.3.4). При $\frac{H}{\lambda}=0{,}2$ скорость распространения волн при конечной глубине (1.2.12) отличается от скорости по (1.3.4) на 8%, а при дальнейшем уменьшении глубины это отличие резко возрастает. Таким образом, отношение $\frac{H}{\lambda}=0{,}5$ является критерием для установления области применения выводов из теории прогрессивных волн малой амплитуды для условий конечной глубины $\left(\text{при } \frac{H}{\lambda}\leqslant 0{,}5\right)$ и теории для условий бесконечной глубины жидкости $\left(\text{при } \frac{H}{\lambda}\geqslant 0{,}5\right)$.

Для практических инженерных расчетов обычно принимают, что ошибка в вычислении элементов волн не должна превосходить $\sim 5\%$. Тогда, как это видно из табл. 1.4.1 и рис. 1.4.1, при $\frac{H}{\lambda}\leqslant 0{,}1$ следует пользоваться формулой (1.2.14)

$$c^2=gH.$$

При $\frac{H}{\lambda}\geqslant 0{,}3$ допустимо использовать формулу (1.3.4)

$$c^2=\frac{g\lambda}{2\pi}.$$

Таблица 1.4.2

Характеристики коротких и длинных волн (по Н. Н. Зубову)

Характеристика	Короткопериодные волны		Длиннопериодные волны
	короткие	*длинные*	*длинные*
Скорость распространения	Зависит от длины, но не зависит от глубины моря	Зависит от длины и глубины моря	Зависит от глубины моря, но не зависит от длины волны
Орбиты частиц	Окружности, радиусы которых быстро убывают с глубиной и на глубине, равной длине волны, практически равны нулю	Эллипсы с большой осью, расположенной горизонтально и быстро уменьшающейся с глубиной	Очень вытянутые в горизонтальном направлении эллипсы. Горизонтальные передвижения частиц практически не зависят от глубины
Вертикальные смещения частиц	Быстро уменьшаются с глубиной и на глубине, равной длине волны, практически равны нулю	Быстро уменьшаются с глубиной и на глубине, равной длине волны, практически равны нулю	Уменьшаются линейно от поверхности моря до дна
Распределение давления	Влияние волны ниже глубины, равной длине волны, не сказывается	Влияние волны тем больше, чем меньше отношение глубины моря к длине волны	Влияние волны на распределение давления сказывается одинаково на всех глубинах и определяется исключительно высотой волны
Влияние вращения Земли	Неощутимо	Неощутимо	Если период волны близок к периоду вращения Земли, то сказывается на скорости распространения и на движении частиц
Образование течений и явлений переноса взвешенных частиц и т. п.	Практически нет	Течений не наблюдается (в собственном смысле этого слова), но перенос может быть значительным	Течения и явления переноса иногда выражены очень ярко, как, например, при приливо-отливных явлениях. Максимальная скорость течения пропорциональна высоте волн
Типичные виды волн	Ветровые волны и зыбь на глубокой воде	Ветровые волны и зыбь на мелководье	Приливо-отливные волны

И только когда $0,1 < \frac{H}{\lambda} < 0,3$, необходимо применять формулу (1.2.12)

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{th} kH.$$

Согласно этим границам применения формул для вычисления фазовой скорости и других элементов волн поверхностные волны разделяют на:

а) волны мелкой воды, или «длинные волны» $\left(\text{при } \frac{H}{\lambda} \leqslant 0,1\right)$,

б) волны мелководья $\left(\text{при } 0,1 < \frac{H}{\lambda} < 0,3 \div 0,5\right)$,

в) волны глубокой воды, или «короткие волны» $\left(\text{при } \frac{H}{\lambda} > 0,3 \div 0,5\right)$.

Из сказанного следует, что признаком, отличающим короткие волны от длинных, является отношение глубины моря к длине волны. Поэтому одна и та же волна, переходя из области моря с большими глубинами в его мелководный район, может превратиться из короткой волны в длинную. Например, если ветровые волны длиной 800 м с периодом 23 сек. вступят в прибрежную зону, где предполагаемая глубина, например, около 80 м, то отношение глубины к длине окажется близким к 0,1. Следовательно, такая волна из короткой превратится в длинную, хотя ее период практически не изменится. Поэтому короткопериодные волны (см. Введение, § 2) могут быть как короткими, так и длинными.

В табл. 1.4.2 приведены основные характеристики коротких и длинных волн.

§ 5. Некоторые результаты теории волн конечной амплитуды

В рассмотренной в предшествующих параграфах теории волн предполагалось, что амплитуда волн является величиной бесконечно малой. Это положение, распространяемое на реальные волны, встречающиеся в море, может быть отнесено не ко всем видам морских волн. Например, волны приливные, сейсмические и отчасти очень длинная зыбь могут быть причислены к волнам, у которых их амплитуда действительно крайне незначительна по сравнению с их длиной. Однако ветровые волны обладают вполне заметной амплитудой. Отношение их высоты к длине — существенно конечная величина. Это обстоятельство, т. е. то, что виды морских волн в природе разнообразны, вынуждает рассмотреть выводы классических соотношений применительно к волнам конечной амплитуды.

Уравнения, определяющие движение жидкости на ее поверхности при волнах конечной амплитуды, получают из решения тех же уравнений (1.1.2) и (1.1.3), т. е. опять рассматривается потенциальное движение, однако удерживаются нелинейные члены в (1.1.3) в отличие от (1.1.7); высота волн в (1.1.9) рассматривается как конечная величина, а не бесконечно малая.

Приближенное решение задачи в такой постановке принадлежит Стоксу (1847 г.). Они были развиты Рэли (1878 г.). Точные решения осуществлены А. И. Некрасовым (1921 г.) и Леви-Чивита (1925 г.).

Одним из результатов этих решений является то, что фазовая скорость волны получает следующее выражение (Сретенский, 1936):

$$c^2=\frac{g\lambda}{2\pi}\left(1+\frac{\pi^2h^2}{\lambda^2}\right). \qquad (1.5.1)$$

Таким образом, скорость прогрессивной волны для волн конечной амплитуды зависит не только от ее длины, но также и от высоты (амплитуды). С увеличением последней увеличивается и скорость. Высокие волны распространяются быстрее, чем низкие.

Формуле (1.5.1) можно придать другой вид, если обозначить $\frac{h}{\lambda}$ через δ, тогда

$$c^2=\frac{g\lambda}{2\pi}(1+\pi^2\delta^2). \qquad (1.5.2)$$

Из (1.5.2) следует, что фазовая скорость волн тем больше, чем круче волна. Что касается формы волны, то при умеренных величинах δ она почти трохоидальна, но по мере возрастания δ

Рис. 1.5.1.

впадины делаются более широкими и плоскими, а гребни — более крутыми. Предельная по своей форме и устойчивости волна, оказывается, имеет крутизну 0,142 ($^1/_7$) и угол при вершине 120° (рис. 1.5.1). При более крутом профиле волна существовать не может и разрушается. Скорость распространения волны такой предельной крутизны в 1,12 раза больше скорости волны этой же длины с бесконечно малой амплитудой.

Одним из наиболее интересных выводов из упомянутых решений теории волн конечной амплитуды является установление формы траектории частиц жидкости. Оказывается, что каждая частица жидкости, помимо колебательного движения около некоторого своего среднего положения, имеет также поступательное перемещение в направлении движения волн. Это поступательное движение одинаково для всех точек, лежащих на одной глубине, и весьма быстро затухает с глубиной. После завершения каждого почти кругового движения частица продвигается на небольшое расстояние вперед по направлению движения волны, и осуществляется небольшой перенос массы, так называемое «волновое» течение. Если обозначить среднюю скорость этого переноса массы вперед в течение одного волнового периода через u, то

$$u = \pi^2 \delta^2 c \exp\left[-\frac{4\pi z_0}{\lambda}\right], \tag{1.5.3}$$

или это можно представить как

$$u = \delta^2 g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{4\pi z_0}{\lambda}\right]. \tag{1.5.4}$$

Выражения (1.5.3) и (1.5.4) действительны для глубокой воды. Для условий конечной глубины

$$u = \frac{k^2 h^2 c^2}{g} \frac{\operatorname{ch} 2k (z_0 + H)}{\operatorname{sh}^2 kH}. \tag{1.5.5}$$

Если взять интеграл от 0 до H от выражения (1.5.3), то можно получить формулу для определения расхода воды в результате волнового переноса (Q):

$$Q \text{ см}^2/\text{сек.} = \delta^2 g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\pi}{2\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} (1 - e)^{-\frac{4\pi z_0}{\lambda}}. \tag{1.5.6}$$

Этот же расход воды для условий конечной глубины будет определяться по следующей зависимости:

$$Q \text{ см}^2/\text{сек.} = \frac{h^2 kc}{g} \operatorname{cth} kH. \tag{1.5.7}$$

Поверхностное течение жидкости является необходимым следствием наличия потенциала скорости у рассматриваемых волновых движений (Сретенский, 1936).

Приведенные выше формулы, т. е. (1.5.1) и следующие, теряют свою силу тогда, когда глубина воды становится значительно меньше длины волны. Для этого случая имеется другое нелинейное решение носящее название кноидальной теории волн. Последняя в свою очередь теряет силу для условий глубокой воды. В последнее время ведется интенсивная работа по созданию более общей теории волн, которая была бы универсальна и охватывала все частные области применения.

§ 6. Трохоидальная теория волн

Трохоидальная теория волн представляет собой решение одного из частных случаев волн конечной амплитуды, получающихся при движении частиц жидкости по замкнутым орбитам, имеющим форму круга. Кроме того, движение жидкости, создаваемое при этих волновых колебаниях, не обладает потенциалом скорости. Поэтому эта теория выражает свойство особого типа вихревых волн. Вместе с тем, трохоидальная теория приводит к точным решениям в элементарных функциях, которые удовлетворительно совпадают с волновым движением, наблюдаемым в природных условиях. Эти последние обстоятельства позволяют широко использовать выводы этой теории в практических целях. Естественно, что использовать теорию трохоидальных волн при анализе природных волновых движений возможно только при тех условиях, при которых эта теория действительна, т. е. в основном для условий большой глубины моря по сравнению с длиной волны на поверхности и при установившемся состоянии волновых колебаний; последнее наиболее характерно для волн зыби.

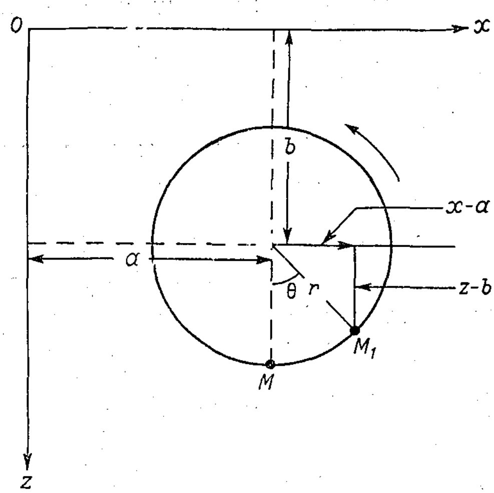

Рис. 1.6.1.

Рассматривается волновое движение плоских волн конечной амплитуды при следующих условиях:

1) орбиты частиц жидкости представляют собой окружности радиуса r;

2) давление на поверхности постоянно и равно атмосферному;

3) форма и размеры волн не изменяются во времени;

4) амплитуда волн — конечная величина.

Принимается, что начало координат системы находится на спокойной поверхности моря (рис. 1.6.1). Ось ox направлена вдоль нее, а ось oz — вертикально вниз со знаком плюс. Частица жидкости, плотность которой принимается постоянной и равной ρ, будет совершать колебания в плоскости, параллельной xz. Обозначают координаты центра круговой орбиты этой частицы через a и b. В начальный момент времени эта частица (M) была на нижнем конце вертикального диаметра орбиты, а к некоторому моменту времени t она, совершая свое движение против часовой стрелки, окажется в положении M_1. Уравнение движения частицы по окружности радиусом r может быть выражено через

$$x = r \sin \theta,$$

$$z = r \cos \theta,$$

а по отношению к началу выбранной системы координат

$$x - a = r \sin \theta,$$

$$z - b = r \cos \theta. \qquad (1.6.1)$$

Радиус орбиты частицы r как-то зависит от r_0 — радиуса орбиты частицы на поверхности — и от расстояния b от поверхности моря, т. е.

$$r = f(r_0, b),$$

а θ при направлении перемещения формы волны вправо от начала координат

$$\theta = ka - \omega t, \qquad (1.6.2)$$

где, как и ранее было принято,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \qquad \omega = \frac{2\pi}{\tau}.$$

Для дальнейшего рассмотрения используются уравнения движения жидкости в форме Лагранжа. Составляющие внешних сил будут соответственно

$$X = 0; \qquad Z = g.$$

Тогда уравнения Лагранжа примут вид:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial a} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - g\right)\frac{\partial z}{\partial a} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial b} + \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - g\right)\frac{\partial z}{\partial b} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b} = 0. \qquad (1.6.3)$$

Условие неразрывности в форме Лагранжа дополняет систему (1.6.3)

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial x}{\partial a}\frac{\partial z}{\partial b} - \frac{\partial x}{\partial b}\frac{\partial z}{\partial a}\right) = 0. \qquad (1.6.4)$$

Для определения зависимостей, скрытых в формулах (1.6.1) и (1.6.2), учитывается условие неразрывности (1.6.4), в котором частные производные заменяются их выражениями на основании (1.6.1):

$$\frac{\partial x}{\partial a} = 1 + kr\cos\theta, \qquad \frac{\partial z}{\partial a} = -kr\sin\theta,$$

$$\frac{\partial x}{\partial b} = \sin\theta\,\frac{\partial z}{\partial b}, \qquad \frac{\partial z}{\partial b} = 1 + \cos\theta\,\frac{\partial z}{\partial b}. \tag{1.6.5}$$

Подстановка (1.6.5) в (1.6.4) дает

$$\frac{\partial x}{\partial a}\,\frac{\partial z}{\partial b} - \frac{\partial x}{\partial b}\,\frac{\partial z}{\partial a} = (1 + kr\cos\theta)\left(1 + \cos\theta\frac{\partial r}{\partial b}\right) +$$

$$+ kr\sin^2\theta\,\frac{\partial r}{\partial b} = 1 + kr\,\frac{\partial r}{\partial b} + \left(kr + \frac{\partial r}{\partial b}\right)\cos\theta.$$

Согласно (1.6.4), производная по времени от этого выражения должна равняться нулю. Но θ, согласно (1.6.2), заведомо является функцией времени. Значит, условие неразрывности может быть удовлетворено только тогда, когда множитель при $\cos\theta$ будет равен нулю. Следовательно,

$$kr + \frac{\partial r}{\partial b} = 0.$$

Отсюда

$$\frac{\partial r}{r} = -k\partial b.$$

Интегрируя это выражение, получают

$$\ln r = -kb + \text{const}.$$

При $b=0$ $r=r_0$, $\ln r_0 = \text{const}$, где r_0 — по принятому ранее радиус частицы, находящейся на поверхности, т. е. $r_0 = \frac{h}{2}$.

Следовательно,

$$\ln r = -kb + \ln r_0,$$

$$\ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = -kb,$$

откуда

$$r = r_0 \exp[-kb], \tag{1.6.6}$$

где

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Таким образом, по мере удаления вниз от поверхности моря радиусы орбит (r) уменьшаются по экспоненциальному закону тем быстрее, чем короче волны. Решающей является величина

$\frac{b}{\lambda}$, т. е. отношение углубления частицы к длине волны. При $b=\frac{\lambda}{2}$ r становится равным $0{,}043r_0$. В табл. 1.6.1 приведены значения r в функции длины волны ($b=\lambda$).

Таблица 1.6.1

Глубина, в долях длины волны λ	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
r в долях $r_0=1$	0,73	0,53	0,28	0,15	0,08	0,04
E_z (E — энергия волны) в долях E_0 для поверхности ($E_0=1$)	0,53	0,28	0,08	0,02	0,007	0,002

Глубина, в долях длины волны λ	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
r в долях $r_0=1$	0,02	0,01	0,007	0,003	0,002
E_z (E — энергия волны) в долях E_0 для поверхности ($E_0=1$)	0,0005	0,0002	0,00004	0,00004	—

Для определения формы волновой поверхности в уравнения (1.6.1) [с учетом (1.6.2)] подставляется r из (1.6.6):

$$x=a+r_0e^{-kb}\sin(ka+\omega t),$$

$$z=b+r_0e^{-kb}\cos(ka+\omega t). \qquad (1.6.7)$$

Если продифференцировать уравнения (1.6.7) по времени, найдем значения горизонтальной и вертикальной компонент скорости частиц:

$$u=v_x=\frac{\partial x}{\partial t}=r_0e^{-kb}\omega\cos(ka+\omega t),$$

$$w=v_z=\frac{\partial z}{\partial t}=-r_0e^{-kb}\omega\sin(ka+\omega t). \qquad (1.6.8)$$

Из последних уравнений следует, что максимальные горизонтальные составляющие скоростей будут на гребне и подошве волны, а максимальные вертикальные составляющие скоростей — в средних значениях профиля между гребнем и подошвой.

Чтобы получить параметрическое уравнение профиля волны на поверхности, достаточно положить в (1.6.7), что

$$b=b_0=0.$$

Тогда система (1.6.7) примет вид

$$x=a+r_0\sin(ka+\omega t),$$

$$z=r_0\cos ka. \qquad (1.6.9)$$

Полагая $t=0$, вместо (1.6.9) можно написать

$$\begin{aligned} x &= a + r_0 \sin ka, \\ z &= r_0 \cos ka; \end{aligned} \tag{1.6.10}$$

при $t=0$

$$\theta = ka - \omega t = ka,$$

откуда

$$a = \frac{\theta}{k}.$$

Теперь параметрическое уравнение профиля волны в начальный момент времени приводится к виду

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{k}\theta + r_0 \sin \theta, \\ z &= r_0 \cos \theta. \end{aligned} \tag{1.6.11}$$

При $r_0 > \frac{1}{k}$ уравнения (1.6.11) выражают трохоиду с петлями. Этот случай должен быть исключен, так как в действительности такой профиль волны существовать не может. При $r_0 = \frac{1}{k}$

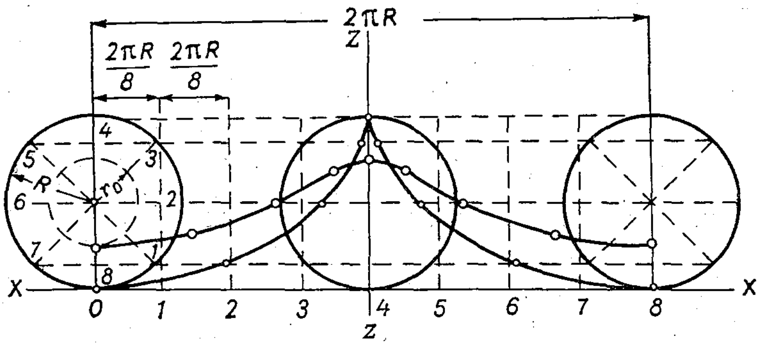

Рис. 1.6.2.

уравнения (1.6.11) выражают циклоиду (рис. 1.6.2), а при $r_0 \leqslant \leqslant \frac{1}{k}$ — трохоиду без петель. Следовательно, $r_0 \leqslant \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi}$. Значит, высота волны $h_0 = 2r_0$ не может быть больше чем $\frac{\lambda}{\pi} = = 0{,}32\lambda$.

Искомую кривую можно получить посредством следующей простой операции. Достаточно взять диск радиусом

$$\frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi} = R,$$

катящийся без скольжения по горизонтальной прямой, и укрепить на нем (перпендикулярно его плоскости) пишущий штатив, острие которого отстоит от центра диска на расстоянии r_0. На неподвижном вертикальном экране такой штатив вычертит кривую, выражаемую в параметрической форме уравнениями

$$x = R\theta + r_0 \sin\theta,$$
$$z = r_0 \cos\theta. \tag{1.6.12}$$

Это — уравнение трохоиды. Круг радиусом R носит название круга качения. Окружность радиусом r_0 называется производящей окружностью. Если r_0 очень мало́ (амплитуда мала́) по сравнению с R, то вычерчиваемая трохоида весьма близка по форме к синусоиде с той же длиной волны λ и с той же высотой $2r_0$. Чем больше значение $\frac{r_0}{R}$, тем явственнее сказывается различие между трохоидальным и синусоидальными профилями — тем острее становится вершина волны и тем положе ее подошва (рис. 1.6.3).

Остальные зависимости получают, воспользовавшись уравнениями движения (1.6.3), в которые надо подставить выражения вторых производных от x и от z по t, записанные на основании уравнения (1.6.6):

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -r_0\,\omega^2 \sin\theta = -r_0\omega^2 e^{-kb} \sin\theta,$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -r_0\omega^2 \cos\theta = -r_0\omega^2 e^{-kb} \cos\theta, \tag{1.6.13}$$

а также выражения первых производных $\frac{\partial x}{\partial a}$, $\frac{\partial x}{\partial b}$, $\frac{\partial z}{\partial a}$, $\frac{\partial z}{\partial b}$ (1.6.5) тоже с учетом уравнения (1.6.6):

$$\frac{\partial x}{\partial a} = 1 + kr_0 e^{-kb}\cos\theta, \qquad \frac{\partial x}{\partial b} = -kr_0 e^{-kb}\sin\theta,$$

$$\frac{\partial z}{\partial a} = -kr_0 e^{-kb}\sin\theta, \qquad \frac{\partial z}{\partial b} = 1 - kr_0 e^{-kb}\cos\theta. \tag{1.6.14}$$

В результате получают два промежуточных соотношения:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a} = (1 + kr_0 e^{-kb}\cos\theta)\,\omega^2 r_0 e^{-kb}\sin\theta - (\omega^2 r_0 e^{-kb}\cos\theta + g),$$

$$kr_0 e^{-kb}\sin\theta = r_0 e^{-kb}(\omega^2 - kg)\sin\theta,$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b} = -kr_0 e^{-kb}\sin\theta\omega^2 r_0 e^{-kb}\sin\theta + (\omega^2 r_0 e^{-kb}\cos\theta + g),$$

$$(1 - kr_0 e^{-kb}\cos\theta) = g - k\omega^2 r_0^2 e^{-2kb} + r_0 e^{-kb}(\omega^2 - kg)\cos\theta.$$

Первое из них умножаем на da, а второе — на db. Тогда при сложении левых частей получим полный дифференциал давления, деленный на плотность, а при сложении правых — тоже несложное выражение

$$\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial a}da+\frac{\partial p}{\partial b}db\right)=\frac{1}{\rho}dp=r_0e^{-kb}(\omega^2-kg)\sin\theta\, da+$$
$$+\left[g-k\omega^2r_0^2e^{-2kb}+r_0e^{-kb}(\omega^2-kg)\cos\theta\right]db.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$\frac{1}{\rho}p=C_1+gb+\frac{1}{2}\omega^2r_0^2e^{-2kb}-$$
$$-\frac{r_0}{k}e^{-kb}(\omega^2-kg)\cos\theta. \qquad (1.6.15)$$

В частности, для поверхности волн из последнего уравнения получается важное соотношение при подстановке $b=0$ и $p=p_0$:

$$\frac{1}{\rho}p_0=C_1+\frac{1}{2}\omega^2r_0^2-\frac{r_0}{k}(\omega^2-kg)\cos\theta. \qquad (1.6.16)$$

При полном безветрии можно считать, что во всех точках взволнованной поверхности моря давление p_0 постоянно независимо от фазового угла θ. Следовательно, для удовлетворения этого граничного условия необходимо равенство нулю множителя в круглой скобке перед косинусом в уравнении (1.6.16)

$$\omega^2-kg=0,$$

или

$$\omega^2=kg. \qquad (1.6.17)$$

Обе части полученного равенства делят на k^2. Тогда в левой части окажется

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2=\left(\frac{\lambda}{\tau}\right)^2=c^2,$$

а в правой части —

$$\frac{g}{k}=\frac{g\lambda}{2\pi}.$$

Следовательно, скорость распространения волн в глубоком море (c) зависит только от длины волн

$$c^2=\frac{g\lambda}{2\pi}. \qquad (1.6.18)$$

Этот результат совпадает с (1.3.4), полученным для волн бесконечно низкой амплитуды (§ 3). При условии, что λ

чрезвычайно мала по сравнению с глубиной моря H, можно ввести c в соотношение (1.6.2)

$$\theta = ka - \omega t,$$

так как

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}; \qquad \tau = \frac{\lambda}{c}; \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Значит, $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ и, следовательно,

$$\theta = ka - ktc = k(a - tc).$$

Вспомнив также выражение из соотношения (1.6.6)

$$r = r_0 e^{-kb},$$

можно в общие формулы (1.6.1)

$$x - a = r \sin\theta,$$
$$z - b = r \cos\theta$$

ввести значения θ и r согласно приведенным выше соотношениям. Тогда получают:

$$x - a = r_0 e^{-kb} \sin k(a - ct),$$
$$z - b = r_0 e^{-kb} \cos k(a - ct). \qquad (1.6.19)$$

Это уравнение волнового движения поверхности, отстоящей на расстоянии b вниз от поверхности моря в спокойном состоянии. Эта поверхность, так же как и поверхность моря, граничащая с воздушной средой, являлась плоскостью. Теперь по ней распространяются со скоростью c волны, амплитуда которых убывает по экспоненциальному закону при удалении вниз.

Во всех точках каждой такой волнующейся поверхности сохраняется определенное постоянное давление p, не зависящее от t. В уравнении (1.6.16) исчез последний член, т. е. это уравнение можно переписать так:

$$\frac{1}{\rho} p_0 = C_1 + \frac{1}{2} \omega^2 r_0^2.$$

Уравнение константы интеграции записывается в виде

$$C_1 = \frac{1}{\rho} p_0 - \frac{1}{2} \omega^2 r_0^2.$$

Это выражение подставляется в уравнение (1.6.15), где тоже пропадет последний член:

$$\frac{1}{\rho} p = C_1 + gb + \frac{1}{2} \omega^2 r_0^2 e^{-2kb}.$$

После простых преобразований получают

$$p - p_0 = \rho g \left[b - \pi \frac{r_0}{\lambda} \left(1 - e^{-4\pi \frac{b}{\lambda}} \right) \right], \qquad (1.6.20)$$

где p_0 — давление на поверхности.

Волнующаяся поверхность оказывается настоящей изобарической поверхностью: давление p во всех ее точках не зависит от времени t, а зависит лишь от того расстояния b, которое отделяло соответствующую плоскость внутри воды от плоской поверхности спокойного моря.

На практике чаще приходится сталкиваться с необходимостью определения не давления на какой-то колеблющейся изобарической поверхности, а закона колебания давления в неподвижной точке, находящейся на заданном постоянном расстоянии вниз от уровня спокойной поверхности моря. Такая задача разрешается посредством формулы (1.6.20).

При волнении через точку, лежащую на расстоянии b ниже спокойного уровня моря, будут последовательно проходить различные изобарические поверхности. В частности, два раза за один период будет проходить та изобарическая поверхность, которая соответствует значению p при подстановке заданного расстояния b в формулу (1.6.20); это случится при нахождении колеблющейся изобарической поверхности приблизительно посредине между крайним верхним и крайним нижним ее положениями.

Следовательно, можно утверждать, что в неподвижной точке (например, на конце какой-то вехи, укрепленной на грунте) на глубине z под спокойным уровнем моря давление будет колебаться около величины $\overline{p} = \rho g b$ приблизительно на

$$\Delta p \approx \pm \rho g r_0 e^{-\frac{2\pi b}{\lambda}}.$$

Из предшествующих рассуждений следует, что все изобарические поверхности, горизонтальные при спокойном состоянии моря, при установившемся волнении изгибаются по трохоидам, соответствующим одной и той же длине волны, но с радиусом, быстро уменьшающимся с глубиной. Расстояние между изобарами меняется вдоль волны, достигая максимума на вершине и минимума у подошвы (рис. 1.6.3). Из того обстоятельства, что радиусы частиц с глубиной уменьшаются, следует, что частицы, находящиеся в момент покоя на одной и той же вертикали, при волнении располагаются по некоторым кривым — динамическим вертикалям, колеблющимся в плоскости распространения волны. Расстояние между динамическими вертикалями все время меняется, достигая максимума у подошвы и минимума у гребня. Начальное расстояние между частицами воды у подошвы увеличивается в $1+\pi\frac{h}{\lambda}$ раз, а на гребне уменьшается в $1-\pi\frac{h}{\lambda}$ раз. В каждый момент только две динамические вертикали являются вертикальными — вертикаль гребня и вертикаль подошвы; все остальные наклонены по направлению к ближайшему гребню (рис. 1.6.3). Таким образом, частицы воды каждого прямоугольника, образованного в момент покоя двумя

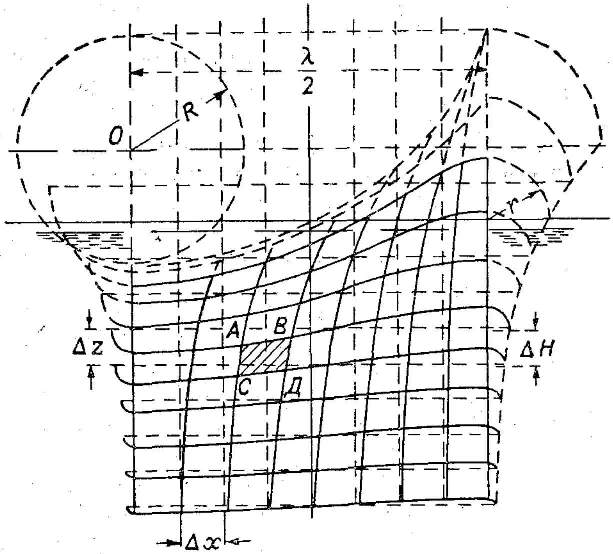

Рис. 1.6.3. Внутреннее строение трохоидальной волны.

горизонталями и двумя вертикалями, во время волнения переходят в криволинейные параллелограммы, ограниченные двумя трохоидами и двумя динамическими вертикалями, причем площадь каждого параллелограмма остается все время равной площади первоначального прямоугольника. При этом вертикальные слои воды колеблются около своего положения при нахождении жидкости в покое подобно упругим прутьям, укрепленным своим основанием на той глубине, где волнение отсутствует (рис. 1.6.3). Слои воды, имевшие в состоянии покоя одинаковую толщину, при переходе их в трохоидальные слои становятся тоньше у подошвы и толще у гребня (рис. 1.6.3). Это есть необходимое следствие перехода частиц воды из состояния покоя в волнообразное движение. Только при подобном условии и возможно, что слой, лежащий на некоторой глубине, в каждой точке будет испытывать одинаковое гидростатическое давление, т. е. будет находиться в покое и иметь горизонтальную поверхность, что и наблюдается на глубинах, уже немного больших, чем длина волны.

Это становится понятным, если рассмотреть рис. 1.6.4. Окружность представляет собой орбиту, по которой перемещается частица n на некоторой глубине при волнении. При положении частицы в верхней точке орбиты сила тяжести g направлена по радиусу вниз, а центробежная сила f — по тому же радиусу вверх. Следовательно, сила тяжести уменьшена на всю величину центробежной силы и вес частицы выразится величиной g_1, меньшей чем g. В нижнем положении вес частицы g_3 будет больше чем g, так как в этом положении действие центробежной силы будет совпадать с силой тяжести. Отсюда становится понятным увеличение толщины слоев воды в верхней части волны — на гребне и уменьшение их толщины в нижней части — на подошве волны.

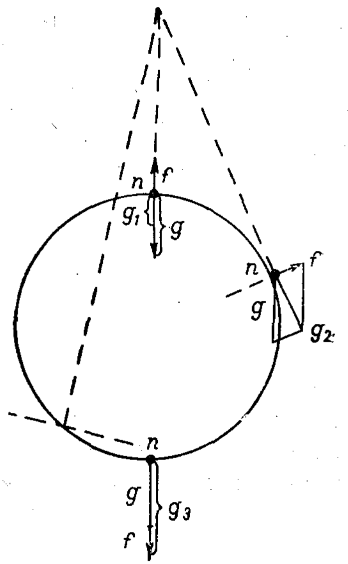

Рис. 1.6.4.

В результате предшествующих рассуждений можно оценить характер волнового движения рассмотренного вида.

Всякая частица жидкости (для которой значения a и b постоянны) равномерно перемещается по круговой орбите, делая полный оборот за время $t = \frac{2\pi}{n}$, где n — число оборотов частицы в секунду.

Частицы с центрами орбит на одной вертикальной прямой (для которой a одно и то же) находятся постоянно в одной фазе своих колебаний. При этом фаза определяется по уравнению

$$\theta = k(a - ct).$$

Радиусы круговых орбит убывают с глубиной в геометрической прогрессии, когда глубина возрастает в арифметической:

$$r = r_0 e^{-kb}. \qquad (1.6.21)$$

Для всех частиц, лежащих в спокойном состоянии на одной и той же глубине, величина p — давления — одна и та же. Отсюда частицы жидкости, находящиеся в условиях покоя в одной и той же горизонтальной плоскости ($r = b$), во время ее движения будут на одной и той же поверхности уровня.

Форма волновой поверхности представляет собой трохоиду.

При определении возвышения гребня трохоидальной волны над уровнем спокойного моря или понижением подошвы волны представляет интерес величина расстояния между линией положения центров колебания поверхностных частиц и линией, характеризующей состояние воды в покое.

На рис. 1.6.5 поверхность трохоидальной волны показана трохоидой ABC. Оси координат проведены так, что ось x касательна в точках, отвечающих высшему положению движущихся частиц воды. Параллельно оси x на расстоянии $2r_0=h_0$ проведена горизонталь, касающаяся нижних точек трохоиды. Площадь,

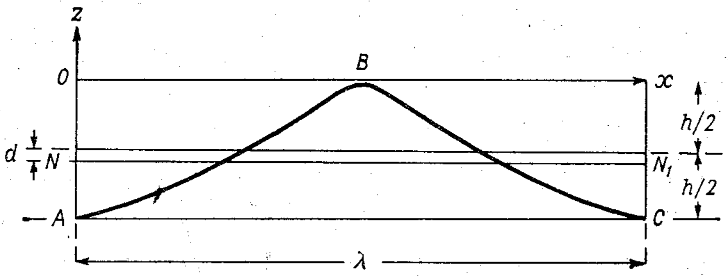

Рис. 1.6.5.

заключенная между этой горизонталью (линия AC) и поверхностью трохоидальной волны (ABC), на протяжении λ может быть определена из выражения

$$s=\int_0^{\lambda}(h-z)\,dx. \qquad (1.6.22)$$

Используя (1.6.10) и учитывая, что

$$dx=(1+r_0\cos ka)\,da,$$

а

$$z=r_0\cos ka,$$

производя подстановку в (1.6.22) и интегрируя, находят, что

$$s=\frac{h\lambda}{2}-\frac{\pi h^2}{4}.$$

Высота равновеликого прямоугольника $AN=CN_1$, ограниченного линией спокойного уровня воды NN_1 и линией AC,

$$\frac{\frac{h\lambda}{2}-\frac{\pi h^2}{4}}{\lambda}=\frac{h}{2}-\frac{\pi h^2}{4\lambda}. \qquad (1.6.23)$$

Следовательно, расстояние между линией положения центров колебаний поверхностных частиц и линией, определяющей состояние воды в покое, равно

$$d_0 = \frac{\pi h_0^2}{4\lambda} = \frac{\pi r_0^2}{\lambda}. \qquad (1.6.24)$$

Значит, гребни волн лежат выше поверхности спокойной жидкости на величину

$$\frac{h}{2} + \frac{\pi h_0^2}{4\lambda},$$

а подошвы волн лежат ниже поверхности спокойной жидкости на величину

$$\frac{h}{2} - \frac{\pi h_0^2}{4\lambda}.$$

Само собой разумеется, что (1.6.24) можно применить для определения d для любого уровня волновых колебаний, использовав (1.6.6).

Длина, период и скорость волны связаны между собой следующими соотношениями:

$$\lambda = \frac{g\tau^2}{2\pi}, \qquad (1.6.25)$$

$$\tau = \left(\frac{2\pi\lambda}{g}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (1.6.26)$$

$$c = \left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (1.6.27)$$

В табл. 1.6.2 приведены вычисления по (1.6.25)—(1.6.27).

Скорость обращения частиц по их орбите определится из выражения

$$v = \frac{2\pi r}{\tau} = \frac{2\pi r}{\lambda} c = \frac{r}{R} c, \qquad (1.6.28)$$

или

$$v = \frac{\pi h}{\tau} = \frac{\pi h c}{\lambda} = \omega r, \qquad (1.6.29)$$

а также

$$\frac{v}{c} = \pi \frac{h}{\lambda}. \qquad (1.6.30)$$

Таблица 1.6.2

Таблицы для расчета элементов трохоидальных волн

Длина волны (λ) в зависимости от периода (τ)

τ сек.	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
	λ м									
2	6	7	8	8	9	10	11	11	12	13
3	14	15	16	17	18	19	20	21	23	24
4	25	26	27	29	30	32	33	35	36	37
5	39	41	42	44	46	47	49	51	52	54
6	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74
7	76	78	81	83	86	88	90	92	95	97
8	100	102	105	108	110	113	115	118	121	124
9	126	129	132	135	138	141	144	147	150	153
10	156	159	162	166	169	172	175	179	182	185
11	189	192	196	199	203	206	210	214	217	221
12	225	228	232	236	240	244	248	252	256	260
13	264	268	272	276	280	284	288	293	297	301
14	306	310	314	319	323	327	332	337	342	346
15	351	356	360	365	370	375	380	384	389	394
16	399	404	409	414	420	425	430	435	440	446
17	451	456	462	467	472	478	483	489	494	500
18	505	511	517	522	528	534	540	546	551	557
19	563	569	575	581	587	593	599	605	612	617

Период волны (τ) в зависимости от скорости (*c*)

c м/сек.	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
	τ сек.									
0	—	0,1	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6
1	0,6	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,2
2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,8
3	1,9	2,0	2,0	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5
4	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1
5	3,2	3,3	3,3	3,4	3,5	3,5	3,6	3,6	3,7	3,8
6	3,8	3,9	4,0	4,0	4,1	4,2	4,2	4,3	4,4	4,4
7	4,5	4,5	4,6	4,7	4,7	4,8	4,9	4,9	5,0	5,0
8	5,1	5,2	5,2	5,3	5,4	5,4	5,5	5,6	5,6	5,7
9	5,8	5,8	5,9	6,0	6,0	6,1	6,1	6,2	6,3	6,3
10	6,4	6,5	6,5	6,6	6,7	6,8	6,8	6,9	7,0	7,0
11	7,1	7,2	7,2	7,3	7,4	7,4	7,5	7,6	7,6	7,7
12	7,7	7,8	7,8	7,9	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,3
13	8,4	8,4	8,4	8,5	8,6	8,6	8,7	8,8	8,8	8,9
14	9,0	9,0	9,1	9,2	9,2	9,3	9,4	9,4	9,5	9,6
15	9,6	9,7	9,7	9,8	9,9	9,9	10,0	10,0	10,1	10,2
16	10,2	10,3	10,4	10,4	10,5	10,6	10,6	10,7	10,7	10,8
17	10,9	10,9	11,0	11,0	11,1	11,2	11,2	11,3	11,4	11,4
18	11,5	11,5	11,6	11,7	11,8	11,8	11,9	12,0	12,0	12,1
19	12,2	12,2	12,3	12,3	12,4	12,5	12,5	12,6	12,7	12,7

Угловая скорость частицы по орбите

$$\omega^2 = \frac{2\pi g}{\lambda}, \qquad (1.6.31)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}. \qquad (1.6.32)$$

Крутизна трохоидальной волны меняется по ее длине. У подошвы волна положе, у гребня круче.

Угол наибольшей крутизны волны найдем из выражения

$$\sin\alpha = \frac{r_0}{R};$$

умножая числитель и знаменатель этой дроби на 2π и учитывая, что $2\pi R$ равно длине окружности катящегося круга или длине волны λ, получим

$$\sin\alpha = \frac{2\pi r_0}{\lambda} = \frac{\pi h}{\lambda}. \qquad (1.6.33)$$

Приближенно характеризовать среднюю крутизну склона волны может отношение высоты h к полудлине. Средняя крутизна волны поэтому равна

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2h}{\lambda}. \qquad (1.6.34)$$

Значения крутизны склона трохоидальной волны для отношений $\frac{h}{\lambda}$ даны в табл. 1.6.3.

Таблица 1.6.3

Средняя и наибольшая крутизна (в градусах) трохоидальной волны

Крутизна волны	Отношение высоты к длине волны						
	1 : 7	1 : 10	1 : 15	1 : 20	1 : 25	1 : 30	1 : 40
Средняя	16	11	8	6	5	4	3
Наибольшая . .	26	18	12	9	7	6	4

Из профилей взволнованной поверхности моря видно, что форма ветровых волн в отдельных случаях весьма далека от трохоиды. Иногда форма волн приближается к циклоидальной, а в других случаях они имеют, наоборот, весьма пологий вид (рис. 1.6.6). Вместе с тем средний профиль ветровой волны, который был получен из целого ряда профилей волн, удовлетворительно совпал с трохоидой, несколько отклоняясь от нее в склонах гребней. Профили волн зыби значительно чаще и ближе совпадают с трохоидой. Учитывая значительное разнообразие

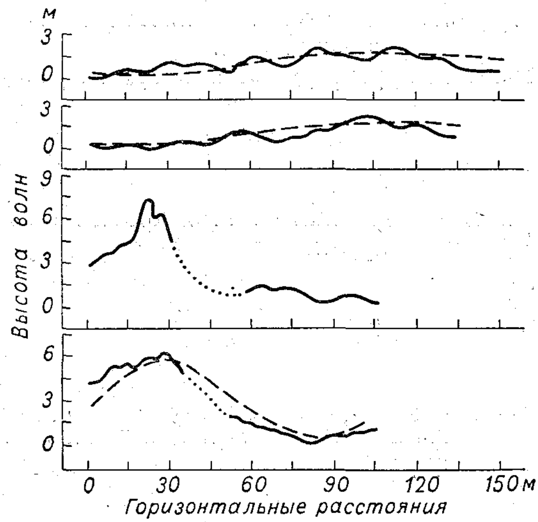

Рис. 1.6.6. Профили ветровых волн по результатам стереофотосъемки.

Пунктиром показаны профили трохоидальной волны.

в форме ветровых волн, было бы бесцельной задачей искать строгого совпадения их с трохоидой.

Крутизна склонов гребней ветровых волн на их протяжении удивительно разнообразна, что вытекает из отмеченной выше прихотливости их форм. Следует отметить, что для большого числа ветровых волн крутизна наветренного склона больше подветренного.

Профиль ветровой волны очень часто несимметричен; проекция наветренного склона к проекции подветренного находится в отношении 2 : 3. Максимальная крутизна мелких, вторичных волн обычно не превосходит 30°, а крутизна главных волн лежит в пределах 15—16° при ветре 2—3 балла и увеличивается до 20° при более сильном ветре. В отдельных случаях на небольших участках гребня волны крутизна достигает 45°. Наибольшая крутизна на всем протяжении склона гребня может равняться 20°

или немногим более; отсюда следует исключить отдельные, сильно интерферированные волны, крутизна гребней которых может быть и выше.

В табл. 1.6.4 приведена наибольшая средняя крутизна волн по данным стереофотосъемки.

Таблица 1.6.4

Наибольшая крутизна волны по результатам стереофотосъемки

Отношение высоты волны к ее длине	Наибольшая крутизна волны, град.
От 1/10 до 1/20	До 20
От 1/20 до 1/30	До 15
От 1/31 до 1/40	До 12
От 1/41 до 1/50	До 9
От 1/51 до 1/60	До 6

Безусловно, что крутизна трохоидальной волны (см. табл. 1.6.3) значительно меньше, чем крутизна реальных волн (табл. 1.6.4).

Еще большее расхождение обнаруживается, если провести аналогичное сравнение отдельных склонов волн. Тогда истинный наклон наветренного гребня может превышать в 4—5 раз, а в отдельных случаях и в 7 раз значение крутизны трохоидального профиля, а наклон подветренного склона — в 3—4 раза. Такое различие объясняется упомянутой несимметричностью профиля ветровой волны.

При этом надо иметь в виду, что измерение крутизны гребня волны по профилю уже ведет к ее некоторому уменьшению. Еще большее значение крутизны может быть получено путем измерения склонов отдельных волн (табл. 1.6.5).

Таблица 1.6.5

Максимальная крутизна склонов отдельных волн по данным стереофотосъемки

Степень волнения, баллы	Максимальная крутизна склонов отдельных волн, град.
I — III (зыбь)	1—4
IV — V	12—24
V — VI	13—14
VI — VII	9—20
VII	~ 20

Углы вершин гребней волн становятся тем больше, чем интенсивнее ветровые волны переходят в волны зыби. Наблюдения показывают, что эти углы лежат между 149 и 154°. При опрокидывании гребней угол вершин гребней оказывается равным около 130° и не превосходит 140°. Эти результаты наблюдений согласуются с выводом теории, по которому угол при вершине гребня не может быть больше 120°, после чего гребень делается неустойчивым и должен опрокидываться (глава 1, § 9).

Предельное отношение высоты волны к ее длине, равное $^1/_7$, как это вытекает из выводов теории, не было установлено для какого-либо четко выраженного профиля ветровой волны. Однако предельное отношение высоты волны к длине по материалам стереофотосъемки в открытом море равняется $^1/_9$—$^1/_{10}$, что весьма близко к теоретической величине; более крутых волн не обнаружено.

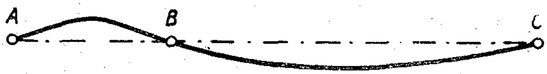

Рис. 1.6.7. Характеристика заостренности вершин волн (по В. В. Шулейкину).

Фактическое разнообразие волн по их форме и размерам приводит к отклонениям в среднем в пределах $\pm 20\%$ действительных соотношений между элементами волн от аналогичных соотношений трохоидальной теории. Трудность проверки усугубляется тем, что существующие приемы инструментальных наблюдений не позволяют одним каким-либо прибором одновременно и с одинаковой точностью регистрировать длину, период и фазовую скорость волн.

В первом приближении можно принять, что расхождение между вычисленными по формулам трохоидальной теории и наблюденными значениями элементов волн составляет $\pm 20\%$.

Профиль реальной ветровой волны удалось оценить путем лабораторных исследований, осуществленных в специальном кольцевом бассейне (Шулейкин, 1956). В этом бассейне волны могут бегать по окружности как угодно долго под действием ветра со скоростью до 19 м/сек. Они могут достигать 1,5 м высоты и более 18 м длины. Профиль такой ветровой волны оказалось возможным (Шулейкин, 1956) аналитически выразить в форме, напоминающей уравнение трохоидальной волны (1.6.4):

$$x = R\theta + a \sin\theta,$$
$$z = b \cos\theta. \qquad (1.6.35)$$

В первое уравнение этой системы входит большая полуось (a) некоторого эллипса, а во второе — малая полуось (b) того же эллипса. Профиль такой волны показан на рис. 1.6.7. Гребень волны отсекает на горизонтальной оси отрезок AB, который значительно короче отрезка BC, отсекаемого подошвой волны. Если обозначить отношение AB к BC через α, тогда окажется, что

$$a = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}\frac{\lambda}{4},$$

$$b = \frac{h}{2}.$$

Действительная форма профиля ветровой волны оказывается более заостренной, чем волна трохоидального профиля. Причиной этого в волнах зыби служит волновое течение (глава 1, § 5), скорость которого, однако, не является постоянной, а непрерывно колеблется в течение одного периода (Шулейкин, 1956).

Скорость этого поступательного движения может быть выражена через

$$u = \omega \frac{r_0^2}{R}(1 + \cos\theta). \tag{1.6.36}$$

Эта скорость, как видно из (1.6.36), колеблется на протяжении волны.

На основании (1.6.36) осредненная скорость поступательного движения на протяжении от $\theta=0$ до $\theta=2\pi$ получит следующее выражение:

$$\bar{u} = \omega \frac{r_0^2}{R} = r_0^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 c = \pi^2\delta_0^2 c,$$

что совпадет с (1.5.3), полученным исходя из чисто формальных предпосылок теории волн конечной амплитуды для поверхности, если принять в (1.5.3) $z=0$. Выражение (1.6.36), естественно, может быть применено для любого уровня погружения от поверхности с учетом (1.6.6). Чем больше величина отношения высоты волны к длине, тем сильнее пульсации этого течения и тем больше заостряются вершины волн. При воздействии ветра картина осложняется, но существо явления остается прежним. Однако наряду с волновым течением ветер теперь развивает дрейфовое течение. Этот добавочный, но значительно более мощный поток, складываясь с волновым течением, вызывает еще бóльшую заостренность гребней теперь уже ветровых волн. Этот процесс выражается следующей простой формулой (Шулейкин, 1956):

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{r_0}{R}\left(1 + \frac{\bar{u}_д}{v}\right), \tag{1.6.37}$$

где $R = \dfrac{\lambda}{2\pi}$.

Заостренность вершин волн, характеризуемая отношением $\frac{a}{b}$, выражается и через отношение $\frac{r_0}{R}$, т. е. крутизну волн, и через отношение скорости дрейфового течения $\overline{u}_д$ к орбитальной скорости частиц воды v. При отсутствии ветра заостренность волн зависит только от крутизны волны. Непрерывное нарастание заостренности профиля ветровой волны должно привести в конце концов к ее разрушению, что формально должно произойти тогда, когда ее профиль будет иметь при вершине угол 120°, а ее крутизна $\delta_{макс}=0{,}143$ (глава 1, § 5). Критическая скорость $u_{д.\,кр}$ дрейфового течения, при которой наступит обрушение гребня, определяется следующей формулой:

$$\left(\frac{\overline{u}_д}{v}\right)_{кр}=0{,}65\left(\frac{R}{r_0}\right)^2-\frac{R}{r_0}-1. \qquad (1.6.38)$$

При повышении скорости течения сверх этого критического предела на волнах должны неминуемо возникнуть пенистые белые барашки.

Нарушение профиля ветровой волны наступает раньше, чем ее крутизна достигнет $\frac{1}{7}$, как этого требует (глава 1, § 5) теория, — при $\delta=\frac{1}{10}$ с углом при вершине 140°. При этом значении крутизны $\frac{u_д}{v}\cong 2{,}4$. Возникновение пенистых барашков произойдет во всех этих случаях.

§ 7. Энергия трохоидальной волны

В трохоидальной волне (Шулейкин, 1959) частицы воды на поверхности не только описывают круговые орбиты, но и приподнимаются над спокойным уровнем моря (1.6.24) на величину

$$d_0=\frac{\pi h^2}{4\lambda}=\frac{\pi r_0^2}{\lambda}.$$

Поэтому энергия частицы (масса которой принимается равной единице, т. е. $m=1$) складывается из кинетической энергии, образующейся в результате движения частиц по круговой орбите с линейной скоростью v и равной

$$\Delta E_к=\frac{1}{2}v^2, \qquad (1.7.1)$$

и из потенциальной энергии, создающейся в результате подъема частиц воды на некоторую высоту d и равной для поверхностных частиц с учетом (1.6.24)

$$\Delta E_{\text{п}} = g d_0 = \frac{g \pi r_0^2}{\lambda}. \qquad (1.7.2)$$

Из (1.6.28) следует, что

$$v^2 = \frac{2\pi r_0^2 g}{\lambda}.$$

Поэтому вместо (1.7.1) записывают

$$\Delta E_{\text{к}} = \frac{g \pi r_0^2}{\lambda}. \qquad (1.7.3)$$

Последнее выражение совпадает с (1.7.2). Следовательно, кинетическая энергия поверхностной частицы воды с единичной массой равна ее потенциальной энергии.

Полная энергия частицы равна сумме кинетической и потенциальной энергий, т. е.

$$\Delta E = \Delta E_{\text{п}} + \Delta E_{\text{к}} = \frac{2\pi g r_0^2}{\lambda}, \qquad (1.7.4)$$

или, привлекая (1.6.6) для слоя воды, лежащего на каком угодно расстоянии от поверхности воды,

$$\Delta E = \frac{2\pi g}{\lambda} r_0^2 e^{-2kb}. \qquad (1.7.5)$$

Для определения полной энергии во всем слое, охваченном волновым движением, на единицу поверхности волны необходимо интегрировать выражение (1.7.5) в пределах от $b=0$ до $b=\infty$, т. е.

$$\int_0^\infty \Delta E\, db = \frac{\rho 2\pi g}{\lambda} r_0^2 \int_0^\infty e^{-2kb}\, db.$$

В результате находят, что полная энергия волны на единицу ее поверхности выражается в виде

$$E = \frac{\rho g r_0^2}{2} = \frac{\rho g h_0^2}{8}. \qquad (1.7.6)$$

Для определения энергии волны в слое, например, от b_1 до b_2 следует вычислять ее по следующей формуле, вытекающей из сказанного выше:

$$E_{b_1} - E_{b_2} = \frac{\rho g}{8} h_0^2 \left(e^{-2kb_1} - e^{-2kb_2}\right). \qquad (1.7.7)$$

Если энергию необходимо вычислить для волн длиной λ, то тогда

$$E_\lambda = \frac{\rho g}{8} h_0^2 \lambda. \tag{1.7.8}$$

Следует отметить, что ни в выражение кинетической, ни в выражение потенциальной энергии, приходящейся на единицу поверхности моря, не входит длина волн. Следовательно, с притоком энергии извне естественно связывать увеличение высоты волн.

Кинетическая энергия волны на протяжении длины волны постоянна, так как зависит от скорости частиц по орбите, а последняя не изменяется. Что касается потенциальной энергии, то она изменяется в зависимости от положения частиц на орбите.

Чтобы рассмотреть картину распределения энергии по глубине (Кондратьев, 1953), в (1.7.6) заменяют h через $h = 2r_0 e^{-\frac{2\pi g}{\lambda}}$. Тогда (1.7.6) перепишется в виде

$$\frac{E}{\lambda} = \frac{1}{2} g\rho r_0 e^{-2kb}. \tag{1.7.9}$$

Из последнего выражения можно найти распределение энергии по вертикали, т. е. количество энергии, отнесенное к единице объема. Если эту величину энергии обозначить через $э$, то можно получить следующее выражение:

$$э = \frac{1}{\lambda} \frac{dE}{db} = \frac{2\pi\rho g r_0^2 e^{-2kb}}{\lambda}. \tag{1.7.10}$$

Изменение $э$ с изменением r_0 определится по формуле

$$dэ_{r_0} = \frac{\partial э}{\partial r_0} dr_0 = \frac{4\pi g\rho r_0}{\lambda} e^{-2kb} dr_0, \tag{1.7.11}$$

но, учитывая (1.7.10),

$$dэ_{r_0} = \frac{2э}{r_0} dr_0. \tag{1.7.12}$$

Изменение $э$ с изменением λ определится из выражения

$$dэ_\lambda = \frac{\partial э}{\partial \lambda} d\lambda = \frac{2\pi g\rho r_0^2 e^{-\frac{4\pi b}{\lambda}}}{\lambda} d\lambda. \tag{1.7.13}$$

Из последнего выражения следует, что

$$dэ_\lambda = -\frac{э}{\lambda}\left(1 + \frac{4\pi b}{\lambda}\right) d\lambda. \tag{1.7.14}$$

Сопоставляя выражения (1.7.12) и (1.7.14), видим (рис. 1.7.1), что с увеличением амплитуды волны энергия волны, отнесенная к единице объема, возрастает по всей вертикали (кривые *1* и *2* на рис. 1.7.1). С увеличением же длины волны эта величина также изменяется, но в различном направлении в зависимости от значения b. При значениях b в интервале от $b=0$ до $b= -\frac{\lambda}{4\pi}$ член в (1.7.14) в скобках имеет положительный знак,

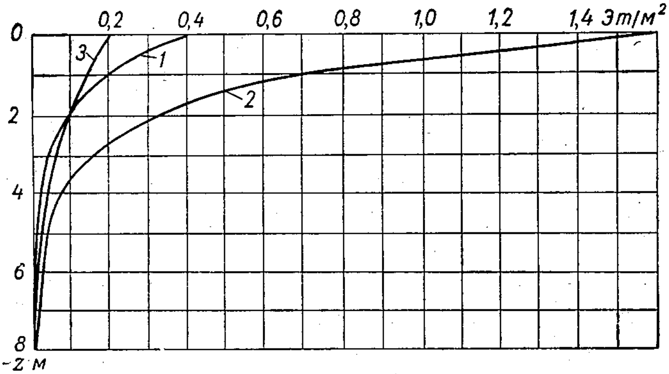

Рис. 1.7.1. Распределение энергии волн по глубине для волн различных размеров (по Н. Е. Кондратьеву).

1) $h=1{,}0$ м, $\lambda=16$ м; 2) $h=2{,}0$ м, $\lambda=16$ м; 3) $h=1{,}0$ м, $\lambda=32$ м.

а на участке значений $b < -\frac{\lambda}{4\pi}$ то же выражение в скобках становится отрицательным. Это значит, что количество энергии в верхней части вертикали, выше отметки

$$b = -\frac{\lambda}{4\pi} \simeq -0{,}08\lambda, \qquad (1.7.15)$$

с увеличением длины волны убывает, а количество энергии ниже этой отметки возрастает (кривая *3* на рис. 1.7.1). Следовательно, при увеличении r_0 (т. е. высоты волны) наблюдается прирост энергии и преимущественно в верхней части слоя воды, а при росте λ — перераспределение энергии в сторону ее выравнивания в слое воды, охваченном волновыми колебаниями.

Выражения для энергии трохоидальной волны действительны для прогрессивной волны бесконечно малой амплитуды, в том числе и для приливных волн.

Для стоячей волны энергия определится из выражения

$$E = \frac{\rho g h_{\text{ст}}^2 \lambda}{16}, \qquad (1.7.16)$$

где $h_{\text{ст}}=2h$.

§ 8. Перенос энергии при волновом движении. Групповая скорость волн

Для выяснения вопроса о переносе энергии волнами (Шулейкин, 1956) необходимо вернуться к рассмотрению движения частиц воды при волновом движении в случае существования трохоидальных волн. На рис. 1.8.1 стрелками показано направление перемещения формы волны. Векторы v обозначают линейную скорость движения частицы M по орбите, соответствующую значениям фазового угла θ_2 и θ_1. При этом движущаяся частица пересекает одну и ту же вертикальную плоскость AB сначала в движении слева направо (в направлении движения волн), а потом в движении справа налево (против направления движения волн). Кинетическая энергия частицы одинакова в обоих случаях движения, а потенциальная различна ввиду того, что частица в точке M_1 находится выше, чем в положении, соответствующем точке M_2. Поэтому частица воды, совершая свое круговое движение из левой от плоскости AB части пространства, переносит часть своей потенциальной энергии вправо. Вследствие этого происходит непрерывное перемещение энергии колебательного движения в направлении распространяющихся волн.

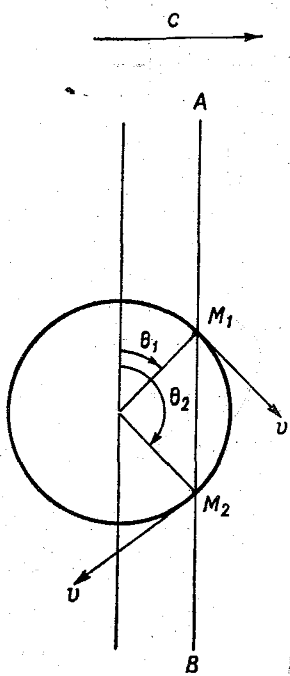

Рис. 1.8.1.

Кинетическая энергия частицы жидкости M, согласно выводам предшествующего параграфа, равна ее потенциальной энергии.

Колебания потенциальной энергии для трохоидальной волны определяются на основании формул (1.6.11). При каком-то значении фазового угла потенциальная энергия частицы должна равняться

$$mgd + mgr\cos\theta.$$

Согласно (1.7.4), полная энергия частицы при том же значении фазового угла составляет

$$mg(2d + r\cos\theta).$$

В этот момент проекция линейной скорости частицы на направление движения волн (т. е. на горизонтальную ось) выражается произведением скорости v на косинус угла θ. Поэтому поток энергии, переносимый частицей по направлению движения волн, найдется как произведение энергии частицы на горизонтальную составляющую линейной скорости:

$$\Delta\Phi = mg(2d + r\cos\theta)v\cos\theta. \qquad (1.8.1)$$

Поток энергии в направлении движения, по сказанному выше, больше, чем в противоположном направлении. Обычно, говоря о переносе энергии волнами, имеют в виду поток энергии, осредненный за один период волны. Такое осреднение производится путем интегрирования (1.8.1) в пределах от $\theta=0$ до $\theta=2\pi$, а затем результат интегрирования делится на величину 2π:

$$\Delta\overline{\Phi} = \frac{mgv_0}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}(2d + r_0\cos\theta)\cos\theta\, d\theta = \frac{1}{2} mgv_0 r_0,$$

но, привлекая (1.6.28),

$$v_0 = \frac{r_0}{R}c,$$

$$\Delta\overline{\Phi} = \frac{mg\pi r_0^2}{\lambda}c,$$

или, принимая, что $m=1$,

$$\Delta\overline{\Phi} = \frac{g\pi r_0^2}{\lambda}c. \qquad (1.8.2)$$

Множитель, стоящий перед фазовой скоростью в (1.8.2), представляет собой, согласно выражению (1.7.2), осредненную потенциальную энергию той же частицы. Обозначая полную энергию частицы воды через ΔE, вместо формулы (1.8.2) записывают

$$\Delta\overline{\Phi} = \Delta E\frac{c}{2}.$$

Следуя аналогичным рассуждениям, можно найти, что весь поток энергии волны, переносимый во всей толще взволнованного моря, выражается аналогичным соотношением

$$\overline{\Phi} = E\frac{c}{2}. \qquad (1.8.3)$$

На первый взгляд кажется, что скорость переноса энергии должна совпадать со скоростью волн. Можно представить, что в среде, в данном случае в воде, распространяется множество волн, обладающих дисперсией, частота которых, а следовательно, и периоды различны. Дисперсией называется изменение скорости волн в зависимости от длины волны. Дисперсия волн является причиной появления групп волн, т. е. существования последовательных рядов волн.

Вследствие интерференции картина распространения группы волн с близкими частотами будет иметь вид, показанный на рис. 1.8.2.

Благодаря неодинаковой скорости волны будут приходить в некоторую точку волнового поля, вообще говоря, с разными фазами, и в каждый данный момент времени результирующее смещение в выбранной точке пространства будет зависеть от соотношения фаз отдельных колебаний. Если фазы разнообразны, то результирующие колебания будут невелики, если фазы примерно совпадают, то тогда колебания сложатся и достигнут

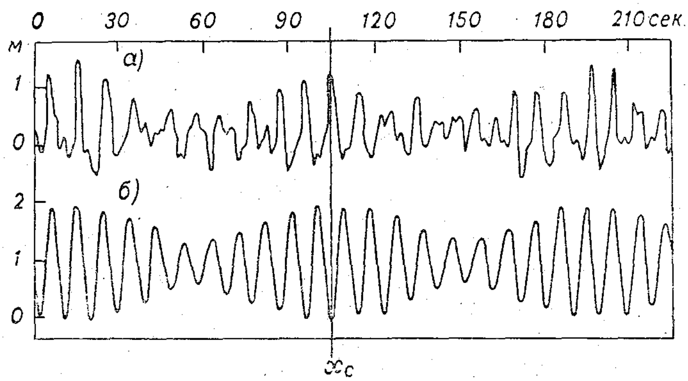

Рис. 1.8.2.

а — запись волновых колебаний посредством волнографа, *б* — результат сложения двух систем волн с периодами, близкими к тем, которые выражены записью волнографа; отчетливо заметны группы волн.

максимума. При этом плотность энергии будет в этой точке максимальной и амплитуда наибольшей. Но в следующий момент времени соотношения фаз неизбежно изменятся, и в связи с этим уменьшится и плотность энергии. Точки с наибольшей плотностью энергии называются центром энергии группы волн. Очевидно, что в связи с непрерывно изменяющимся соотношением фаз отдельных колебаний центр энергии будет перемещаться в пространстве, охваченном волновым полем. Можно определить скорость перемещения центра энергии. Для этого следует положить, что в некоторый момент времени (t) центр энергии находится в точке с координатой x_c (рис. 1.8.2). Смещение, соответствующее каждому отдельному колебанию, можно определить по выражению

$$z = r \sin \frac{2\pi}{\tau}\left(t - \frac{x_c}{c}\right) = r \sin \omega \left(t - \frac{x_c}{c}\right),$$

где

$$\omega t - \omega \frac{x_c}{c} = \frac{2\pi}{\tau} t - \frac{2\pi}{\tau} \frac{x_c}{c} = \theta.$$

Так как в центре энергии фазы колебаний волн различной, но близкой длины совпадают, то здесь фазы колебаний не зависят от длины волны, поэтому производная от фазы по длине волны равна нулю. Следовательно,

$$\theta = 2\pi\left(\frac{c}{\lambda} t - \frac{x_c}{\lambda}\right),$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = 2\pi\left[t\frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda} - \frac{d\left(\frac{x_c}{\lambda}\right)}{d\lambda}\right] = 2\pi\left[t\frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda} + \frac{x_c}{\lambda^2}\right] = 0.$$

Отсюда можно найти, что

$$x_c = -\lambda^2 \frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda} t = -ut,$$

по смыслу последней формулы

$$u = -\lambda^2 \frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda},$$

или

$$u = c - \lambda\frac{dc}{d\lambda}, \qquad (1.8.4)$$

т. е. x_c зависит от времени и центр энергии перемещается в пространстве со скоростью u. Эта последняя есть групповая скорость. Если дисперсия отсутствует, то из (1.2.14) следует, что

$$\frac{dc}{d\lambda} = 0,$$

и, следовательно, из (1.8.4) находят, что

$$u = c. \qquad (1.8.5)$$

Если дисперсия имеет место и скорость, например, определяется согласно (1.2.13), то нетрудно найти, что

$$u = \frac{1}{2} c. \qquad (1.8.6)$$

Можно получить выражение для u в общем виде. Пусть зависимость для фазовой скорости имеет вид

$$c = m\lambda^n,$$

где m — размерная константа, а n — показатель степени, который имеет характерное значение для волн различной природы.

Из последней формулы, деля обе ее части на λ, получают

$$\frac{c}{\lambda}=m\lambda^{n-1},$$

и тогда

$$\frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda}=(n-1)\,m\lambda^{n-2}.$$

Умножая обе части последнего равенства на $-\lambda^2$, заменяя в правой части $m\lambda^n$ на c и используя

$$u=-\lambda^2\frac{d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{d\lambda},$$

находят

$$u=(1-n)\,c.$$

Следовательно, при уменьшении n u приближается к c.

Групповая скорость волн (u) согласно формуле (1.8.6) связана с фазовой скоростью c для условий глубокой воды соотношением

$$c=2u.$$

Следовательно, вместо (1.8.3) записывают

$$\overline{\Phi}=Eu, \tag{1.8.7}$$

где E представляет собой приходящуюся на единицу длины волны ее полную энергию. Если обозначить количество энергии, переносимой через вертикальное сечение единичной ширины в единицу времени, через E_{Φ}, то тогда, используя (1.8.3) и (1.8.7), можно записать

$$\frac{E_{\Phi}}{E}=\frac{u}{c},$$

т. е. количество переносимой энергии волны так относится к ее полной энергии, как групповая скорость относится к фазовой скорости. Обозначая

$$\frac{E_{\Phi}}{E}=n,$$

можно записать

$$n=\frac{u}{c}. \tag{1.8.8}$$

Для условий бесконечной глубины

$$\frac{u}{c}=\frac{1}{2}$$

и, следовательно,

$$n=\frac{1}{2}. \qquad (1.8.9)$$

Отсюда следует, что энергия не успевает распространяться за геометрической формой. Этим объясняется, почему всякое местное возбуждение поверхности глубокой воды всегда оставляет после прохождения своей главной части известные «остаточные» движения. Эти движения тем больше, чем больше глубина воды.

Для жидкости малой глубины (длинные волны на мелкой воде)

$$\frac{u}{c}=1, \qquad (1.8.10)$$

поэтому

$$n=1.$$

Отсюда следует, что в этом случае вся энергия целиком переносится волнами и, следовательно, нет отставания геометрических характеристик движения от характеристик динамических. Этим объясняется, почему длинные волны распространяются без изменения своей формы.

Перенос энергии для случая, когда

$$0{,}1<\frac{H}{\lambda_\infty}<0{,}3,$$

определяется из выражения

$$u=\frac{1}{2}c\left(1+\frac{2kH}{\operatorname{sh}2kH}\right). \qquad (1.8.11)$$

Можно пояснить рассмотренное выше распространение энергии волнового движения на следующем примере. Имеется последовательность — группа волн. Как только первая волна этой группы передвинется на одну длину волны, она вызовет соответствующие скорости в воде, до этого невозмущенной. Кинетическая энергия, соответствующая этим скоростям, должна быть отнята у энергии, распространяющейся с фазовой скоростью, т. е. вместе с формой волны. Пусть имеет место равное распределение энергии в волне, тогда половина потенциальной энергии, движущейся вместе с волной, перейдет в кинетическую форму. Следовательно, энергия всей волны уменьшается, а значит, уменьшится и высота волны. При продвижении рассматриваемой волны, т. е. первой волны в их группе, еще на одну длину волны вперед снова будет тратиться половина из той потенциальной энергии, которую несла эта волна. Опять произойдет уменьшение высоты волны. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока рассматриваемая первая волна не станет столь малой, что перестанет быть заметной. Волны, идущие вслед за первой волной, будут распространяться уже в возмущенной первой волной воде и поэтому уменьшение их высот будет меньше. Следовательно, на переднем крае группы волн потенциальная энергия «уходит вперед», а позади группы остается половина всей энергии в виде ее кинетической формы.

Предполагают, что в достаточно длинном лотке вода первоначально находилась в покое. На одном из концов этого лотка установлен волнопродуктор, который начал возбуждать гармонические волновые колебания. Первый удар волнопродуктора вызвал волну с энергией $^1/_2E$. К моменту второго удара первая волна

Таблица 1.8.1

№ серии волн (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\frac{1}{2}E$									
2	$\frac{3}{4}E$	$\frac{1}{4}E$								
3	$\frac{7}{8}E$	$\frac{4}{8}E$	$\frac{1}{8}E$							
4	$\frac{15}{16}E$	$\frac{11}{16}E$	$\frac{5}{16}E$	$\frac{1}{16}E$						
5	$\frac{31}{32}E$	$\frac{26}{32}E$	$\frac{16}{32}E$	$\frac{6}{32}E$	$\frac{1}{32}E$					
6	$\frac{63}{64}E$	$\frac{57}{64}E$	$\frac{42}{64}E$	$\frac{22}{64}E$	$\frac{7}{64}E$	$\frac{1}{64}E$				
7	$\frac{127}{128}E$	$\frac{120}{128}E$	$\frac{99}{128}E$	$\frac{64}{128}E$	$\frac{29}{128}E$	$\frac{8}{128}E$	$\frac{1}{128}E$			
8	$\frac{255}{256}E$	$\frac{247}{256}E$	$\frac{219}{256}E$	$\frac{163}{256}E$	$\frac{93}{256}E$	$\frac{37}{256}E$	$\frac{9}{256}E$	$\frac{1}{256}E$		
9	$\frac{511}{512}E$	$\frac{502}{512}E$	$\frac{466}{512}E$	$\frac{328}{512}E$	$\frac{256}{512}E$	$\frac{130}{512}E$	$\frac{46}{512}E$	$\frac{10}{512}E$	$\frac{1}{512}E$	
10	$\frac{1023}{1024}E$	$\frac{1013}{1024}E$	$\frac{968}{1024}E$	$\frac{848}{1024}E$	$\frac{638}{1024}E$	$\frac{386}{1024}E$	$\frac{170}{1024}E$	$\frac{56}{1024}E$	$\frac{11}{1024}E$	$\frac{1}{1024}E$

продвинется на одну длину волны, но при этом потеряет (оставит) половину своей энергии на месте образования, т. е. у поплавка. Эта энергия будет потрачена на колебательные движения частиц воды, т. е. перейдет в кинетическую энергию. Второй удар поплавка опять вызовет волну с энергией, равной $^1/_2E$. Но эта энергия сложится с $^1/_4E$, оставшейся от первой волны. Следовательно, теперь энергия второй волны будет уже равна $^1/_2E+{}^1/_4E={}^3/_4E$. Но половина этой энергии вновь останется, а сместится только $^3/_8E$. Так будет продолжаться после каждого нового удара поплавка.

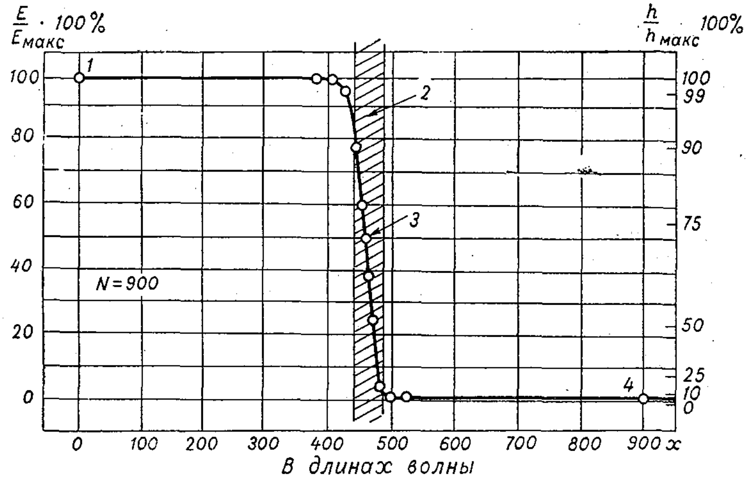

Рис. 1.8.3. Изменения высоты волн с увеличением расстояния от области зарождения.

1 — волны, только что вышедшие из области зарождения; 2 — область резкого уменьшения высоты волн; 3 — центральная волна; 4 — волны, прошедшие наибольшее расстояние от области зарождения.

После промежутка времени, равного n периодам, появится n волн. Положение первой волны всей группы обозначают через m, т. е. для этой волны

$$m=1.$$

Положение волны в центре группы будет

$$m=\frac{n+1}{2},$$

а положение волны в конце группы, т. е. волны, ушедшей дальше всех других волн, будет

$$m=n.$$

В табл. 1.8.1 приведено распределение энергии волн в лотке после десяти ударов поплавка, т. е. при $n=10$. Из таблицы следует, что последняя, десятая волна в серии имеет ничтожную энергию, всего $^1/_{1024}E$. В строках табл. 1.8.1, отвечающих нечетным сериям, среднее число всегда $^1/_2E$. Это характеризует перемещение половины энергии с фазовой скоростью (или всей энергии с половиной фазовой скорости). Из той же таблицы нетрудно заметить, что количество энергии в волнах, следующих перед центральной волной, в каждой серии резко уменьшается. Это более отчетливо видно на рис. 1.8.3. На этом рисунке на правой вертикальной оси показан процент от максимальной высоты волн $\left(\frac{h_{\text{макс}}}{h}100\%\right)$, на левой — процент от максимальной энергии $\left(\frac{E_{\text{макс}}}{E}100\%\right)$, а на горизонтальной — расстояние, выраженное в длинах волн.

Общее число волн 900. Центральная волна находится на расстоянии 450,5 длин волн от излучателя волн, а ее высота составляет 70,7% максимальной высоты. Область резкого уменьшения высоты (энергии) волн охватывает только 50 волн. В этой области высота волн уменьшается от 90 до 10% ее максимального значения. Эта область находится на $^1/_2$ того расстояния, которое прошла самая первая из 900 волн. Следовательно, центр энергии (фронт энергии) — область наибольшего возмущения — движется со скоростью, равной половине или немногим больше той скорости, с которой движется каждая отдельная волна.

ГЛАВА 2

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕТРОВЫХ ВОЛН

§ 1. Зарождение ветровых волн

Наблюдения над зарождением ветровых волн наиболее успешно осуществляются путем лабораторных экспериментов, при которых в небольших бассейнах-лотках создается ветровой поток, вызывающий колебательные движения в воде. Оказывается (Кононкова, 1953), что уже относительно слабый ветер, со скоростью 85—100 см/сек., порождает на первоначально гладкой поверхности воды небольшие волны — рябь. Они имеют незначительные амплитуды, порядка 10^{-3}—10^{-2} см. Эти волны возникают из-за турбулентных пульсаций давления ветра. На рис. 2.1.1 показаны результаты регистрации таких пульсаций давления ветра (p) при различных его скоростях. Максимум этих пульсаций увеличивается при возрастании скорости ветра. Рисунок 2.1.2 иллюстрирует спектры амплитуд (a) порожденных ветром волн примерно при тех же скоростях ветра, которые приведены на рис. 2.1.1. По мере увеличения скорости ветра максимум спектров также увеличивается. Оба типа спектров охватывают одну и ту же область частот и изменяются в одинаковом направлении при увеличении скорости ветра. Одновременно происходит расширение диапазона частот. На рис. 2.1.3 показаны изменения длины волн в зависимости от скорости ветра в точках, расположенных на различных расстояниях от начала экспериментального лотка, т. е. от начальной точки зарождения волн.

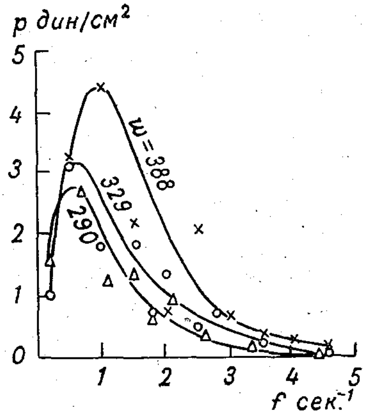

Рис. 2.1.1. Спектры турбулентных пульсаций давления ветра различной скорости (в см/сек.), указанной на соответствующих кривых (по Г. Е. Кононковой).

Прежде чем перейти к описанию результатов экспериментов, следует напомнить, что для очень небольших волн (Кочин, Кибель и Розе, 1948) их скорость не может быть подсчитана по (1.2.12),

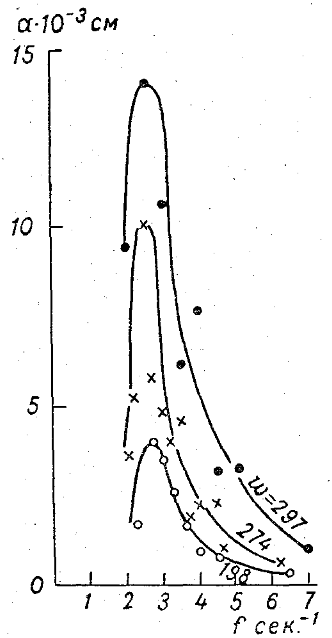

Рис. 2.1.2. Спектры амплитуд волн, порожденных ветром, скорость которого (в см/сек.) указана на соответствующих кривых (по Г. Е. Кононковой).

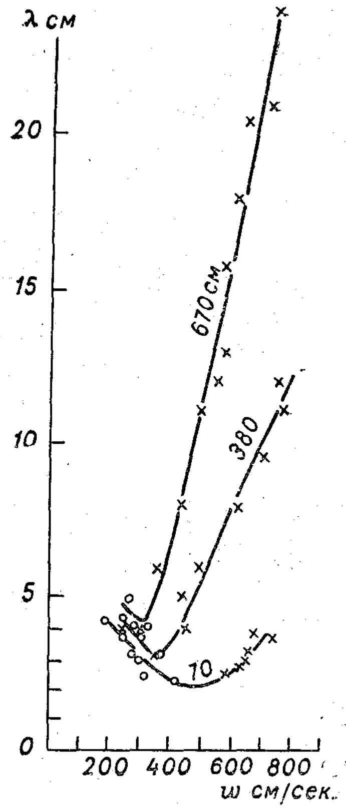

Рис. 2.1.3. Изменения длины волн в зависимости от скорости ветра (в см/сек.) в точках, расположенных на различных расстояниях (в см) от области зарождения (волнопродуктора), указанных на соответствующих кривых (по Г. Е. Кононковой).

так как для таких волн необходимо учитывать влияние так называемых капиллярных сил. Причиной появления этих сил является взаимодействие молекул жидкости друг с другом. Такое взаимодействие значительно только в очень тонком, поверхностном слое воды. Для таких волн их скорость определяется по выражению

$$c^2 = \left(\frac{g}{k} + \frac{\alpha k}{\rho}\right) \operatorname{th} kH, \qquad (2.1.1)$$

где α — поверхностное натяжение жидкости.

Для условий глубокой воды ($H \to \infty$) можно положить, что в (2.1.1) $\operatorname{th} kH \approx 1$, и поэтому

$$c^2 = \frac{g}{k} + \frac{\alpha k}{\rho},$$

или

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\alpha}{\rho\lambda}. \qquad (2.1.2)$$

На рис. 2.1.4 показано изменение $c = f(\lambda)$ по (2.1.2). При очень малых и очень больших λ скорость c может быть очень значительной. Производная

$$\frac{dc^2}{d\lambda} = \frac{g}{2\pi} - \frac{2\pi\alpha}{\rho\lambda^2}$$

обращается в нуль при

$$\lambda_{\text{мин}} = 2\pi\left(\frac{\alpha}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}},$$

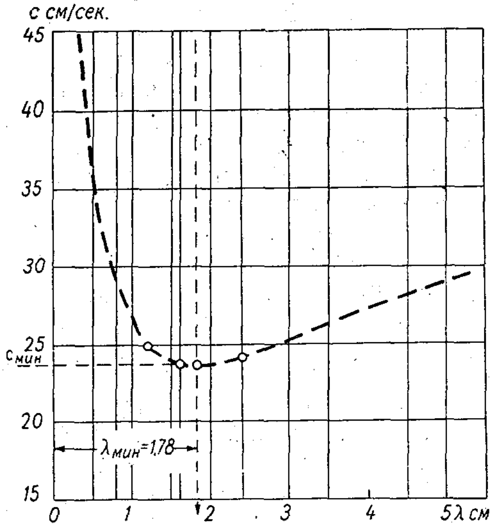

Рис. 2.1.4.

при $\lambda \ll \lambda_{\text{мин}}$ производная $\frac{dc^2}{d\lambda}$ отрицательна, а при $\lambda > \lambda_{\text{мин}}$ та же производная положительна. Тем самым скорость распространения (c) при возрастании λ от 0 до ∞ сначала убывает от бесконечности до некоторого минимума ($c_{\text{мин}}$), а потом возрастает от $c_{\text{мин}}$ до ∞. Этот минимум $c_{\text{мин}}$ достигается при $\lambda = \lambda_{\text{мин}}$ и определяется, как это нетрудно найти, из выражения

$$c^2_{\text{мин}} = 2\left(\frac{\alpha g}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Можно также использовать следующее очевидное равенство:

$$c^2 = \frac{g\lambda_{\text{мин}}}{\pi} = \frac{4\pi\alpha}{\rho\lambda_{\text{мин}}}.$$

Используя два последних выражения, (2.1.2) представляют в виде

$$\frac{c^2}{c^2_{\text{мин}}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{мин}}} + \frac{\lambda_{\text{мин}}}{\lambda}\right). \tag{2.1.3}$$

Сравнение (2.1.2) с (2.1.3) показывает, что при $\lambda \gg \lambda_{\text{мин}}$ существенное значение имеет только первый член в формуле (2.1.2). В этом случае действием капиллярных сил можно пренебречь. При $\lambda \ll \lambda_{\text{мин}}$, наоборот, следует пренебречь действием сил тяжести и первый член в (2.1.2) можно отбросить. Волны с длиной $\lambda < \lambda_{\text{мин}}$ называются капиллярными. Из сказанного вытекает, что гравитационные волны не могут быть меньше некоторой минимальной длины ($\lambda_{\text{мин}}$). Кроме того, надо отметить, что с одной и той же скоростью могут распространяться волны двух разных длин, из которых одна волна будет капиллярной (λ_α), а другая гравитационной (λ_g). При этом всегда $\lambda_\alpha < \lambda_{\text{мин}} < \lambda_g$.

Численные значения $\lambda_{\text{мин}}$ и $c_{\text{мин}}$ для случая воды и воздуха, принимая $\alpha = 74$ дин/см, $\rho = 1$ г/см^3, $g = 981$ см/сек.^{2}, будут следующими:

$$\lambda_{\text{мин}} = 1{,}78 \text{ см}; \quad c_{\text{мин}} = 23{,}5 \text{ см/сек}.$$

Результаты экспериментов показывают, что по мере своего развития длина волн сперва уменьшается, что согласуется с (2.1.2). Неизменное увеличение амплитуды волны (рис. 2.1.2) приводит к нарастанию крутизны волны. После некоторого минимума длина волн начинает увеличиваться (рис. 2.1.3). Это происходит при определенной критической скорости ветра, различной для точек, лежащих на разных расстояниях от начала лотка, т. е. от начала зарождения волн. Следовательно, можно считать, что в этих точках капиллярные волны переходят в волны гравитационные и их крутизна начинает уменьшаться. Когда скорость ветра превосходит критический эффект турбулентных пульсаций, решающее значение имеет возрастание средней скорости воздушного потока. В каждой точке водной поверхности могут присутствовать волны, пришедшие из отдаленных участков, т. е. более близких к началу лотка, и волны, образовавшиеся в непосредственной близости к данной точке и не успевшие еще заметно развиться или угаснуть. Если скорость ветра недостаточно велика, чтобы поддерживать волны против сил вязкости, т. е. энергия, передаваемая волне ветром в единицу времени, меньше, чем энергия диссипации, тогда в данной точке будут присутствовать только волны, образовавшиеся в некоторой небольшой окрестности ее, так как более «длинные» волны угаснут в пути. Таким образом, в том случае, когда скорость ветра вообще недостаточна для поддержания волн, волнение в данной точке зависит только от структуры турбулентных пульсаций давления в воздушном потоке. Наоборот, при больших скоростях ветра первоначальные возмущения водной поверхности будут не затухать, а развиваться за счет энергии, поступающей от ветра.

Начальные амплитуды и длины волн, образовавшихся вблизи данной точки, можно обозначить через a_0 и λ_0; x — продольная координата в направлении распространения волн, причем $x=0$ совпадает с началом лотка; w — скорость ветра.

В каждой точке могут существовать как волны с амплитудами a_0 и λ_0, так и волны, пришедшие из точек, расположенных ближе к началу лотка, с амплитудой a и длиной λ, которые можно выразить в виде

$$a = a_0 + \int_0^x \frac{\partial a(w, x)}{\partial x} dx, \qquad (2.1.4)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \int_0^x \frac{\partial \lambda(w, x)}{\partial x} dx. \qquad (2.1.5)$$

Изменение длины волны, приходящей в данную точку от начала лотка, при возрастании скорости ветра складывается из двух факторов: из уменьшения начальной длины волны λ_0, обусловленного увеличением ее частоты вследствие возрастания частоты турбулентных пульсаций ветра, и из увеличения приращения длины волны на пути x от x_0 до данной точки x_1, т. е.

$$\Delta \int_0^{x_1} \frac{\partial \lambda(w, x)}{\partial x} dx,$$

что обусловлено увеличением производной $\dfrac{\partial \lambda(w, x)}{\partial x}$, т. е. скорости возрастания длины волны в зависимости от пройденного пути (x) при увеличении скорости ветра:

$$\frac{\partial \lambda(w, x)}{\partial w} = \frac{\partial \lambda_0}{\partial w} + \int_0^{x_1} \frac{\partial^2 \lambda(w, x)}{\partial w\, \partial x} dx. \qquad (2.1.6)$$

Эксперименты показывают, что производная $\dfrac{\partial}{\partial w}\left[\dfrac{\partial \lambda(\omega, x)}{\partial x}\right]$ положительна, т. е. при больших скоростях ветра длина волны при ее распространении возрастает быстрее, чем при меньших скоростях. Производная $\dfrac{d\lambda_0}{dw}$ отрицательна (рис. 2.1.3). Поэтому длина волны в данной точке будет либо возрастать, либо убывать при возрастании скорости ветра в зависимости от того, который из двух членов в правой части (2.1.6) будет иметь бóльшую абсолютную величину.

Если

$$\left|\frac{d\lambda_0}{dw}\right| > \int_0^{x_1} \frac{\partial^2 \lambda\,(w, x)}{\partial w\,\partial x}\,dx, \tag{2.1.7}$$

то

$$\frac{d\lambda\,(w, x)}{dw} < 0.$$

Значит, длина волны в данной точке будет уменьшаться при возрастании скорости ветра. Результаты экспериментов (рис. 2.1.3) показывают, что длина волны уменьшается до тех пор, пока скорость ветра не достигнет определенной для каждой точки, но различной для разных точек величины. В этих случаях длина волны остается постоянной при малых изменениях скорости ветра. Но это значит, что $\dfrac{d\lambda(w,\ x)}{dw}$ обращается в нуль, т. е.

$$\frac{d\lambda_0}{dw} = -\int_0^{x_1} \frac{\partial^2 \lambda\,(w, x)}{\partial w\,\partial x}\,dx. \tag{2.1.8}$$

Скорость ветра, при которой в данной точке x_1 удовлетворяется равенство (2.1.8), называют критической скоростью ветра ($w_{кр}$). Можно истолковать (Кононкова, 1953) следующим образом причину того, что $w_{кр}$ уменьшается при увеличении x. Пусть скорость ветра w_2 меньше скорости ветра w_1, критической для данной точки x_1. Тогда это будет означать, что

$$\left|\frac{d\lambda_0}{dw}\right|_{w = w_2} > \left[\int_0^{x_1} \frac{\partial^2 \lambda\,(w, x)}{\partial w\,\partial x}\,dx\right]_{w = w_2}. \tag{2.1.9}$$

Так как $\dfrac{\partial^2 \lambda(w,\ x)}{\partial w\,\partial x} > 0$, то величина $\displaystyle\int_0^{x_1} \frac{\partial^2 \lambda(w,\ x)}{\partial w\,\partial x}$ будет возрастать при возрастании x, и существует такое значение $x = x_2$, при котором

$$\left[\int_0^{x_2} \frac{\partial^2 \lambda\,(w, x)}{\partial w\,\partial x}\,dx\right]_{w = w_2} = \left[\frac{d\lambda_0}{dw}\right]_{w = w_2}, \tag{2.1.10}$$

следовательно, в более удаленной от начала лотка точке x_2 величина критической скорости ветра $w_{кр}$ меньше, чем в более близкой точке x_1. При скоростях ветра, бóльших критической, длина волны в данной точке будет возрастать при возрастании скорости ветра. Это означает, что

$$\left| \frac{d\lambda_0}{dw} \right|_{w > w_1} < \left[\int_0^{x_1} \frac{\partial^2 \lambda(w, x)}{\partial w \, \partial x} \right]_{w > w_1}, \tag{2.1.11}$$

т. е. если скорость ветра достигла критической величины, то при дальнейшем ее увеличении скорость возрастания величины $\int_0^{x_1} \frac{\partial \lambda(w, x)}{\partial x} dx$ больше скорости уменьшения начальной длины волны (λ_0).

В приведенных рассуждениях о развитии волн в точке x_1 принимались во внимание волны, пришедшие от начальной точки действия ветра. Развитие волн происходит вдоль всей поверхности воды в лотке. Поэтому в фиксированную точку x_1 приходят волны, образовавшиеся не только в самом начале лотка, но и в более близких к ней точках. Согласно (2.1.4) и (2.1.5), амплитуда и длина этих волн будут, естественно, меньше тех, которые прошли большее расстояние. Вместе с тем, при скоростях ветра меньше критических можно допустить (Кононкова, 1953), что амплитуды волн, образовавшихся вблизи точки измерения, могут быть соизмеримы с амплитудами волн, пришедших от начала лотка, т. е.

$$\frac{d\lambda}{dw} = \frac{d\lambda_0}{dw_0}.$$

Из последнего уравнения с учетом (2.1.6) следует, что при возрастании скорости ветра длины волн, образовавшихся вблизи точки измерения, уменьшаются быстрее, чем длины волн, пришедших в эту точку от начала лотка. Это явление приведет к уменьшению средней длины волны, измеряемой в данной точке, при увеличении скорости ветра (рис. 2.1.3).

Итак, результаты экспериментов показывают, что появление первоначальных спектров волн связано главным образом с турбулентными пульсациями давления ветра. Последующий процесс развития ветровых волн обусловлен средней скоростью ветрового потока. Появление первых развивающихся ветровых волн происходит при различной критической скорости ветра, причем они могут иметь различную первоначальную длину, что связано со скоростью ветра. Эта первоначальная длина тем меньше, чем больше скорость ветра. Например, длина первоначальных развивающихся волн при скорости ветра 300 см/сек. на расстоянии 670 см от начала лотка оказалась близкой к 4,5 см (рис. 2.1.3), а при скорости ветра 500 см/сек. на расстоянии 70 см — близка к 2,5 см.

Первичные возмущения на поверхности воды можно представить (Успенский, 1937) в виде последовательного ряда волн длиной λ, которые распространяются со скоростями c. Профиль поверхности раздела вода — воздух можно выразить в виде потенциальных волн (глава 1, § 3)

$$z = a\cos(kx - \sigma t).$$

Энергия, приходящаяся на полосу единицы ширины длиной λ, равна E_λ (глава 1, § 7). Изменение этой энергии в единицу времени может быть выражено (Успенский, 1937) в виде

$$\frac{dE_\lambda}{dt} = -\frac{1}{2}p\frac{\partial}{\partial t_0}\int_0^\lambda z^2\,dx. \tag{2.1.12}$$

Учитывается, что на вершине этих первоначальных волн вода испытывает большее давление, чем атмосферное, а на подошвах волн — меньшее, за счет кривизны поверхностного слоя, обусловленной поверхностным натяжением. Через p_2 обозначается давление, приходящееся на единицу поверхности воды. Оказывается (Успенский, 1937), что это давление колеблется вместе с колебаниями координаты z исследуемой точки поверхности по закону

$$p_2 = p_z. \tag{2.1.13}$$

При этом

$$p = \left\{ -g\frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2} + \rho_2\frac{k^2\alpha}{\rho_1+\rho_2} - \frac{k\rho_1\rho_2(\rho_2-\rho_1)}{(\rho_1+\rho_2)^2}w^2 + \right.$$
$$+\frac{2k\rho_1\rho_2}{\rho_1+\rho_2}w\left[\frac{g\rho_2-\rho_1}{k(\rho_1+\rho_2)} + \frac{k\alpha}{\rho_1+\rho_2} - \right.$$
$$\left.\left. - \frac{\rho_1+\rho_2}{(\rho_1-\rho_2)^2}w^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} r\cos(kx-\sigma t), \tag{2.1.14}$$

где ρ_1, ρ_2 — плотности воздуха и воды; α — поверхностное натяжение на границе раздела; w — скорость ветра.

Развитие волн зависит от знака множителя p в (2.1.12). Последняя величина, как следует из (2.1.14), зависит от трех факторов: силы тяжести (g), поверхностного натяжения (α) и скорости ветра (w). Эти три фактора определяют распределение давления на поверхность воды. Если p положительно, то $\frac{dE_\lambda}{dt}$ отрицательно (2.1.12). Значит, энергия волны увеличиваться не может. Положительное значение p получают тогда, когда преобладающая роль в выражении (2.1.14) принадлежит положительному члену $\rho_2\frac{k^2\alpha}{\rho_1+\rho_2}$, зависящему от величины α — поверхностного натяжения. Предел действия поверхностного натяжения зависит от скорости ветра. Это объясняется тем, что ветер производит эффект, противоположный эффекту поверхностного натяжения. Член, зависящий от скорости ветра w, т. е. $-\frac{k\rho_1\rho_2(\rho_2-\rho_1)}{(\rho_1+\rho_2)^2}w^2$, имеет отрицательный знак, т. е. знак, обратный члену, содержащему α. При положительном p развития волн происходить не может, так как тогда $\frac{dE_\lambda}{dt}$ отрицательно. Если p равно нулю,

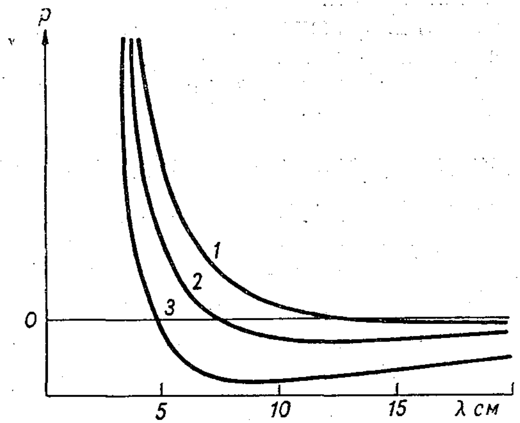

Рис. 2.1.5. Изменения коэффициента p в функции длины волны при различных скоростях ветра (по П. Н. Успенскому).

1 — скорость ветра 200 см/сек., 2 — 250 см/сек., 3 — 300 см/сек.

переменная часть давления обращается в нуль и давление на поверхности раздела всюду постоянно, при этом постоянна и энергия волн. Если p отрицательно, то $\frac{dE_\lambda}{dt}$ положительно. Энергия волновых колебаний возрастает за счет энергии воздушного потока при одновременном возрастании амплитуды волны с течением времени. Следовательно, при этом знаке p имеет место зарождение и развитие гравитационных ветровых волн. Ход коэффициента p в функции длины волны (λ) представлен на рис. 2.1.5 для скоростей ветра 200, 250 и 300 см/сек. Область положительных значений p, когда развития волн происходить не может, отделяется для каждой скорости ветра от области отрицательных значений p критической точкой, в которой кривая (p, λ, w) пересекает ось λ. Эта критическая точка указывает те минимальные критические значения, с которых оказывается возможным развитие волн. Следовательно, действительно не может существовать какой-то единственной минимальной длины волны. Зарождение и развитие ветровых волн может происходить при любой скорости ветра, для зарождения их необходимо только, чтобы на поверхности воды имелись некоторые первоначальные возмущения, обязанные своим возникновением действию турбулентности потока воздуха.

Эти результаты находятся в достаточно удовлетворительном согласии с результатами экспериментов, о которых шла речь в начале настоящего параграфа. Действительно, по мере нарастания скорости ветра длина капиллярных волн, превращающихся в ветровые волны, уменьшается (рис. 2.1.3). При скорости ветра 380 см/сек. длина первичных гравитационных волн равна примерно 4 см (при $x=670$ см), по рис. 2.1.5 она должна быть ~ 5 см.

§ 2. Поступление в волны энергии ветра и ее рассеяние

Появление первых возмущений в поверхностном слое воды связано с пульсациями давления в турбулентном воздушном потоке (глава 2, § 1). Однако, когда скорость ветра превосходит критический эффект этих пульсаций, решающую роль в развитии

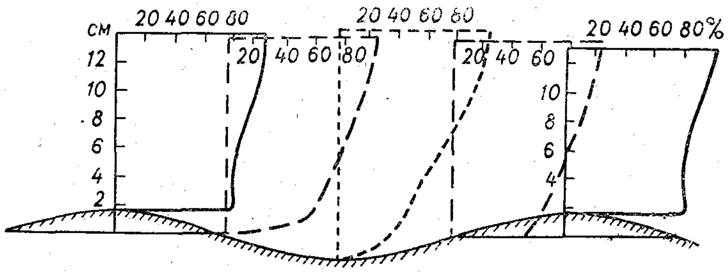

Рис. 2.2.1. Относительная (в %) скорость ветра над профилем синусоидальной волны (жесткий профиль).

Горизонтальные линии, отходящие от соответствующих вертикалей до принадлежащих им кривых, показывают относительную скорость ветра в % от его полной скорости, которую он имеет на уровне 14 см от поверхности профиля (по лабораторным экспериментам).

волн начинает играть скорость воздушного потока, проносящегося над первичными гравитационными ветровыми волнами (глава 2, § 1). Теперь увеличение их размеров обусловлено непосредственной передачей им энергии ветра. В этом процессе все в большей степени сказываются те изменения в ветровом потоке, которые происходят при обтекании им профиля волны.

Если рассматривать для простоты волну синусоидального профиля, то воздушный поток над такой волной имеет неодинаковую скорость над различными точками ее профиля (рис. 2.2.1). Над гребнем скорость ветра составляет $\sim 80\%$ скорости ветра на уровне 12 см над поверхностью воды. Над точкой во впадине волны скорость ветра примерно равна только 20% той же скорости. Над подветренным склоном гребня она существенно меньше, чем над наветренным склоном (рис. 2.2.1). С изменением скорости ветра над профилем синусоидальной волны связано изменение над ним аэродинамического давления (рис. 2.2.2). Давление понижается над теми точками профиля, где скорость ветра больше. Поэтому минимум аэродинамического давления располагается над гребнем волны (Бончковская, 1954) также соответственно распределению скорости ветра: в точках, лежащих попарно на одном и том же уровне по обе стороны гребня (рис. 2.2.2), давление над наветренным склоном волны больше, чем над подветренным. Это явление в передаче энергии ветра волнам усиливается срывом ветрового потока и образованием вихря над подветренным склоном волны. Последнее явление связано в свою очередь с формой волнового профиля. Над относительно пологой волной (рис. 2.2.3 *а*) при обтекании такого профиля ветровым потоком последний достаточно ламинарен. Но такое движение нарушается по мере заострения гребня (рис. 2.2.3 *б*). При некоторой его крутизне (рис. 2.2.3 *в*) над подветренным склоном гребня образуется вихрь с горизонтальной осью, перпендикулярной направлению воздушного потока, вызванный срывом последнего над гребнем волны. Эти вихри, помимо понижения атмосферного давления над подветренным склоном волны, влекут за собой пульсации

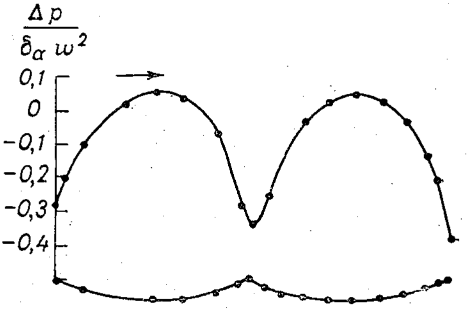

Рис. 2.2.2. Распределение давления над синусоидальной волной (по Т. В. Бончковской).

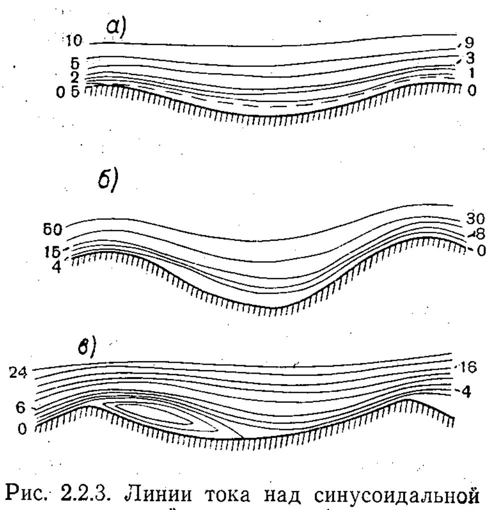

Рис. 2.2.3. Линии тока над синусоидальной волной разного профиля.

аэродинамического давления. Среди всего разнообразия этих пульсаций возникают такие, которые резонируют с колебаниями поверхности воды. Это будут такие вихри, переносная скорость которых c и расстояние между вихрями λ отвечают соотношению

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi},$$

т. е. удовлетворяющей зависимости между элементами волн. Следовательно, между возмущениями в приводном слое атмосферы и колебаниями поверхности воды возникает резонанс.

Возникающая разность давлений ветра на наветренный и подветренный склоны волны является причиной того, что суммарная работа ветра не равна нулю, а составляет некоторую положительную величину. Последняя и представляет ту энергию, которую

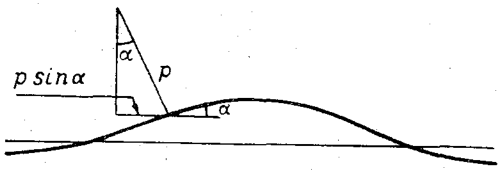

Рис. 2.2.4.

ветер сообщает волнам. В дальнейшем, однако, в передаче энергии ветра волнам играют роль не ее турбулентные пульсации, а приток энергии от некоторой средней скорости воздушного потока.

Количественную оценку этой энергии осуществляют (Крылов, 1954) применительно к профилю волны, описываемому согласно (1.2.9),

$$\eta = a\cos(kx - \sigma t).$$

Вертикальная скорость частиц на свободной поверхности равна по (1.3.8)

$$v_0 = a\sigma\sin(kx - \sigma t).$$

Между функциями v_0 и η существует связь

$$v_0 = -c\frac{\partial\eta}{\partial x}.$$

Если обозначить через α угол наклона касательной к профилю волны по отношению к горизонту в любой ее точке (рис. 2.2.4), то тогда

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha,$$

а следовательно, приближенно

$$v_0 = -c\sin\alpha.$$

Работа, совершаемая давлением ветра в расчете на единицу длины волны, приближенно равна

$$N_w = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \Delta p \, v_0 \, dx.$$

Подставляя выражение для v_0, получают

$$N_w = \frac{c}{\lambda} \int_0^\lambda \Delta p \sin \alpha \, dx = c p_x.$$

Мощность, идущую на развитие волн, можно выразить в виде

$$N_w = p_x \frac{dx}{dt} = c p_x, \tag{2.2.1}$$

где c — фазовая скорость волны, а p_x — горизонтальная сила на единицу длины волны, обусловленная разностью давлений на наветренный и подветренный склоны волны. В свою очередь из многочисленных опытов на моделях следует, что

$$p_x = c_p(\delta) \frac{\rho'}{2} (w - c)^2. \tag{2.2.2}$$

В выражении (2.2.2) $c_p(\delta)$ — коэффициент сопротивления формы волны, зависящий как-то от крутизны волны, ρ' — плотность воздуха, $(w - c)$ — относительная скорость ветра.

Коэффициент сопротивления формы волны может быть выражен в виде (Капица, 1949)

$$c_p = n\delta^2, \tag{2.2.3}$$

если положить, что давление ветра пропорционально наклону свободной поверхности. Используя выражения (2.2.3) и (2.2.2) вместо (2.2.1), записывают, что

$$N_w = \frac{\rho'}{2} n\delta^2 (w - c)^2 c. \tag{2.2.4}$$

Формула (2.2.4) включает некоторый постоянный коэффициент n, величина которого определяется разными авторами неодинаково, например (Капица, 1949),

$$n \approx 2\pi\gamma, \tag{2.2.5}$$

где γ — постоянный коэффициент, близкий к единице, или (Jeffreys, 1924)

$$n = s\pi^2, \tag{2.2.6}$$

здесь s — коэффициент, называемый коэффициентом экранирования или обтекания. Он выражает отношение площади волны, подверженной непосредственному прямому, нормальному воздействию ветра, ко всей площади волны. Его оценивают по-разному — от 0,27 до 0,03.

Подстановка (2.2.5) в (2.2.4) приводит к следующему выражению мощности, передаваемой ветром волне (на единицу площади):

$$N_w = \frac{\gamma\rho' g^2}{4\pi} h^2 (w - c)^2 c^{-3}, \tag{2.2.7}$$

а используя (2.2.6),

$$N_w = \frac{s\rho' g^2}{8} h^2 (w - c)^2 c^{-3}. \tag{2.2.8}$$

Последние две формулы различаются значениями постоянных коэффициентов. Если $s=0{,}27$, а $\gamma=1$, N_w, вычисляемая по (2.2.7), примерно в 3 раза больше, чем вычисляемая по (2.2.8).

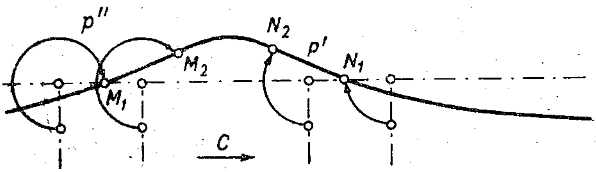

Рис. 2.2.5. Схема питания волн энергией ветра (по В. В. Шулейкину).

В приведенных выше выражениях для оценки мощности ветра, передаваемой волне, учитывалось действие горизонтальной силы давления ветра на профиль волны, перемещающейся с фазовой скоростью. Не рассматривался механизм передачи энергии самим частицам воды, движущимся по орбитам. Можно рассмотреть воздействие ветра не на форму волны, а непосредственно на частицы воды, охваченные волновым движением (Шулейкин, 1956). При этом по-прежнему следует учитывать, что распределение атмосферного давления по профилю волны не симметрично по отношению к гребню (рис. 2.2.2).

На рис. 2.2.5 изображена схема орбитального движения частиц воды в поверхностном слое при волновом движении. На левой, наветренной стороне частицы M_1 и M_2 находятся в фазах нисходящего движения, а на противоположной, подветренной стороне частицы N_1 и N_2 — в фазах восходящего движения по своим орбитам. Но на наветренной стороне аэродинамическое давление на единицу площади больше, чем на подветренной. Поэтому каждая из рассмотренных двух пар частиц, пересекающих одну и ту же горизонтальную плоскость, будет испытывать бóльшую силу давления сверху при их движении вниз, сквозь эту плоскость, и меньшую силу давления сверху при движении вверх через ту же плоскость. Если в обоих случаях эти частицы смещаются на расстояние dz по вертикали, то в результате двух взаимно противоположных элементарных смещений должен возникнуть прирост энергии

$$\left(p_z'' - p_z'\right) \cos \alpha \, dz$$

в расчете на единицу площади моря. В последнем выражении α — угол между элементом поверхности моря и горизонтальной плоскостью. Полный прирост энергии частиц, вызванный перемещением поверхности воды от подошвы волны до вершины и от вершины до подошвы, выразится интегралом, взятым в пределах от нуля до h, т. е.

$$E_0 = \int_0^h \left(p_z'' - p_z'\right) \cos \alpha \, dz. \qquad (2.2.9)$$

$\cos \alpha$ мало отличается от единицы, в особенности на вершине и на подошве волны, поэтому принимают, что $\cos \alpha \approx 1$. Прирост энергии происходит в течение одного периода волны. Следовательно, осредненную мощность $(\overline{N}_w)$, передаваемую ветром волне на единицу поверхности моря, можно записать, используя (2.2.9), как

$$\overline{N}_w = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^h \left(p_z'' - p_z'\right) dz. \qquad (2.2.10)$$

Согласно (2.2.10), количество передаваемой волнам энергии ветра определяется давлением на различные точки волнового профиля, благодаря чему ветер передает мощность $\overline{N}_w$ сквозь единицу поверхности моря водным частицам, перемещающимся по своим орбитам. Предполагается, что той частью кинетической энергии, пропорциональной квадрату орбитальной скорости частиц, которая расходуется на развитие «волнового» течения, можно пренебречь. Что касается дрейфового течения, которое возникает на поверхности моря под действием ветра одновременно с волнами, то оно вызывается касательными усилиями ветра, а не за счет той энергии, которая передается воде путем описанного выше механизма.

Количественную оценку энергии, определяемой по (2.2.10), возможно осуществить, если оценить значение $(p_z'' - p_z')$, соответствующее каждой величине z. Для этой цели В. В. Шулейкиным были осуществлены специальные опыты в аэродинамической трубе, в которой продувались модели волн с профилями, выполненные согласно (1.6.35). Модели были выполнены из тонкого трансформаторного железа в двух вариантах: $\delta = 0{,}6$ и

$\delta = 0{,}12$. Результаты продувки этих моделей изображены на рис. 2.2.6. По оси абсцисс его отложены значения безразмерной величины

$$\chi = \frac{p''_z - p'_z}{\rho' w^2}, \tag{2.2.11}$$

которые соответствуют той или иной высоте пары точек над подошвой волны. На оси ординат показаны значения величины $\frac{z}{h}$, где z — вертикальное расстояние от подошвы волны. Каждая кривая на рис. 2.2.6 соответствует опытам с моделью той или иной крутизны. Оказалось, что для модели с $\delta = 0{,}6$ величина χ (среднее значение χ от подошвы до вершины) оказалась равной 0,018 (кривая 1), а для модели с $\delta = 0{,}12$ $\chi = 0{,}042$ (кривая 2). Следовательно, χ пропорционально крутизне волны

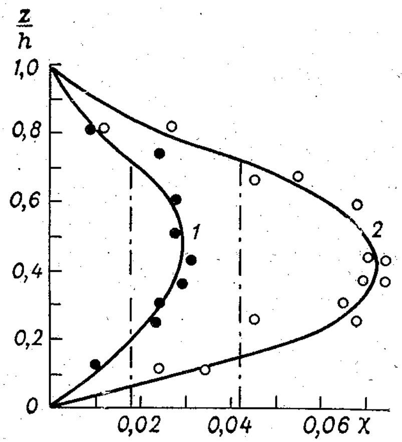

Рис. 2.2.6. Результаты продувки моделей волн в аэродинамической установке (по В. В. Шулейкину).

$$\chi = \gamma\pi\delta, \tag{2.2.12}$$

где γ — некоторый аэродинамический коэффициент, который в лабораторных условиях, при $c = 89$ см/сек., $\delta = 0{,}72$ и $\lambda = 1{,}24$ м, был $\sim 0{,}11$. Безусловно, что для сложных ветровых волн, наблюдающихся в природных условиях, он должен иметь иное значение, превышающее то, которое дают лабораторные исследования применительно к моделируемым волнам. Этот коэффициент, видимо, является существенно переменной величиной.

Подстановка (2.2.11) в (2.2.10) дает

$$N_w = \chi\rho' \frac{h}{\tau} (w - c)^2 \text{ вт/м}^2. \tag{2.2.13}$$

При этом w в (2.2.11) заменяется по отношению к прогрессивным волнам через относительную скорость ветра.

Экспериментальным путем в лабораторных условиях удалось (Шулейкин, 1956) непосредственно оценить количество энергии, передаваемой ветром волне. В результате установлено, что мощность (N_w), получаемая ветровыми волнами от ветра, выражается следующей простой формулой:

$$N_w = Ah(w - c)^2, \tag{2.2.14}$$

где A — некоторая константа. Численные значения N_w приведены в табл. 2.2.1.

Таблица 2.2.1

Мощность (N_w т/м²), передаваемая ветром волнам (по В. В. Шулейкину)

Скорость ветра, м/сек.	По лабораторным данным	Вычисленная согласно (2.2.13)
8	0,059	0,051
10	0,172	0,120
13	0,93	0,60
17	2,9	1,2

Последующие определения мощности, передаваемой ветром волнам, были осуществлены непосредственно в море (Ефимов, 1966). Полученные результаты для ветров со скоростью от 5 до 10 м/сек. оказались достаточно близкими к данным, приведенным в табл. 2.2.1.

В (2.2.14) входит относительная скорость ветра $(w - c)^2$. Выражение (2.2.14) можно представить в виде

$$N_w = Ah(1 - \overline{\beta})^2 w^2, \qquad (2.2.15)$$

где $\overline{\beta} = \frac{\overline{c}}{w}$.

Сопоставление (2.2.14) с (2.2.13) показало, что при скоростях ветра 8—10 м/сек. величина N_w по обеим формулам оказывается близкой (табл. 2.2.1).

Но по мере нарастания скорости ветра расхождение все больше возрастает и при скорости ветра 17 м/сек. N_w по (2.2.13) примерно в 2,5 раза меньше значения N_w, полученного по эксперименту (табл. 2.2.1). Это расхождение, видимо, вызвано появлением очень крутых вторичных волн на вершинах основных волн. Этим облегчается срыв струй воздуха, что должно приводить к увеличению асимметрии поля давления над волнами. Проверка этой гипотезы в лабораторных условиях подтвердила ее правильность. Достаточно было поместить на гребнях тех моделей волн, о которых шла речь ранее, небольшие призмы с высотой в 7,5 раза меньше основной высоты волны на моделях, чтобы при их продувках значения N_w возросли примерно в 6 раз по сравнению с полученными ранее. Поэтому можно полагать, что выражение (2.2.14) правильно отражает основную сущность процесса передачи энергии ветра волнам. Подстановка (2.2.12) в (2.2.13) дает

$$N_w = \gamma\pi\rho'\delta^2(w - c)^2 c. \qquad (2.2.16)$$

Приведенную зависимость можно записать в виде

$$N_w = \frac{\gamma\rho' g^2}{4\pi} h^2 (w - c)^2 c^{-3}, \tag{2.2.17}$$

что совпадает с (2.2.7).

Формулу (2.2.17) можно представить также в виде

$$N_w = \gamma p \delta^2 \beta (1 - \beta)^2 w^3, \tag{2.2.18}$$

где

$$p = \pi\rho'.$$

Входящий в (2.2.16) аэродинамический коэффициент γ должен быть определен по надежным наблюдениям в природных условиях.

Полученные выражения для оценки мощности, сообщаемой ветром волнам, исходили из представлений о том, что рассматривалась работа ветра, обусловленная его давлением на наветренные склоны волн. Механизм передачи энергии ветра можно связать с его касательными усилиями (Маккавеев, 1951).

Ряд современных теоретических соображений (Шулейкин, 1956) и экспериментов приводит к выводам, из которых следует, что мощность, передаваемая касательными усилиями ветра, примерно на порядок меньше мощности, обусловленной нормальным давлением ветра.

Классическая гидродинамика определяет количество энергии, рассеиваемое при волновом движении во всем столбе жидкости, охваченном волновым движением, на единицу поверхности, формулой

$$N_\mu = \frac{1}{2} \rho\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 h^2 c^2 = 2\pi^2 \rho\nu g \delta^2, \tag{2.2.19}$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},$$

μ — коэффициент молекулярной вязкости, равный для воды 0,018 г/см сек., а ρ — плотность воды, $\rho = 1{,}013$ г/см^3.

Однако использование в (2.2.19) ν если и допустимо, то только на самых ранних этапах волнообразования, т. е. до перехода капиллярных волн в ветровые (глава 2, § 1). Последние при известном сочетании волнообразующих факторов могут достигать больших размеров. Скорости движения частиц воды в таких волнах делаются значительными, сам процесс развития ветровых волн сопровождается явлениями, придающими движению частиц отчасти хаотический характер. Ламинарное движение в слое воды, охваченном таким волновым процессом, переходит в турбулентное.

Следует подчеркнуть, что разделение движений жидкости, с одной стороны, на потенциальное, без вращения макрочастиц жидкости, и вихревое, т. е. с вращением макрочастиц жидкости (глава 1, § 1), а с другой — на ламинарное (слоистое) и турбулентное касается разных сторон явления. При турбулентном движении жидкости основное переносное движение может быть потенциальным, но могут существовать вихри, которые будут накладываться на основные потенциальные движения и приводить к перемешиванию жидкости, т. е. к передаче ей некоторого количества движения.

При турбулентном движении траектории частиц жидкости представляют собой сложные пространственные кривые. Тем самым компоненты скорости, нормальные к оси потока, не равны нулю, а сами траектории движения частиц неустойчивы во времени. В некотором элементе пространства условия движения жидкости будут непрерывно меняться, независимо от состояния процесса в целом. Если внешнее воздействие, под влиянием которого возник поток жидкости, является постоянным, то изменения скорости частиц воды будут иметь характер пульсаций около некоторых их средних значений с пульсационной скоростью v_t. В этом случае говорят о стационарном турбулентном движении жидкости. В целях исследования турбулентного движения, которое сопровождается непрерывным переносом и обменом движения между массами жидкости, вводится (Прандтль) понятие о пути перемешивания (l) в направлении, поперечном ко всему потоку жидкости. На этом пути происходит перемещение объемов жидкости, пока они не столкнутся или не перемешаются с другими ее объемами.

Коэффициент турбулентности ($\nu_т$) можно поэтому выразить как

$$\nu_т \sim v_t l. \tag{2.2.20}$$

Следовательно, $\nu_т$ зависит от масштабов (l) осредненного движения в волновых колебаниях и от скорости турбулентных пульсаций (v_t) этих колебаний, связанной с изменениями средней скорости на протяжении расстояния l. Эти последние скорости ($\tilde{v}_t$) при волновом движении вместе с тем должны быть ограничены, так же как ограничены масштабы турбулентности (l). Если бы скорости турбулентных пульсаций были сравнимы со скоростями среднего волнового движения, то на поверхности моря при ветровом волнении наблюдались бы беспорядочные выбросы жидкости, подобные тем, какие наблюдаются на поверхности кипящей жидкости. Этого не наблюдается потому, что скорости турбулентных пульсаций в волновом движении ограничены. Так же должны быть ограничены и масштабы турбулентных пульсаций в волновом движении. Вблизи поверхности они должны быть меньше, чем размеры волны. Должно соблюдаться условие (Левич, 1955)

$$\rho g a \gg \rho v_t, \tag{2.2.21}$$

где a — амплитуда волны, а v_t — наибольшая скорость турбулентных пульсаций. Это неравенство выражает условие устойчивости в поле тяжести поверхности жидкости, охваченной волновым движением. Поэтому масштабы пульсаций скорости значительно меньше всей области, охваченной процессом ветрового волнения, а скорость этих пульсаций также меньше скорости движения частиц в волнах. Эти соображения позволяют использовать полуэмпирическую теорию турбулентного обмена. При этом полагают, что движения частиц в ветровой волне достаточно точно описываются линейной теорией волн, а при оценке размеров волн исходят из их статистических характеристик (глава 2, § 3), относя все оценки к средней волне.

Применительно к процессу ветрового волнения на основании сказанного выше при использовании (2.2.19) коэффициент ν, фигурирующий в этом выражении, следует заменить на коэффициент турбулентности ($\nu_т$).

Выражение (2.2.19) теперь перепишется в виде

$$N_\nu = \frac{1}{2}\rho\nu_т g\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 h^2 c^2 = 2\pi^2\nu_т\rho g\delta^2. \tag{2.2.22}$$

Коэффициент $\nu_т$ по существу является (Жуковец, 1963) обобщенным коэффициентом турбулентной и кинематической вязкости, так как турбулентность волнового движения связана с наличием градиента скорости и некоторой хаотичностью движения частиц при волнении. Хаотичность движения, видимо, существует главным образом в верхнем слое воды. Такое объединение оправдывается тем, что потери энергии на турбулентность и кинематическую вязкость могут быть определены только в совместном виде. Некоторые исследователи придерживаются взгляда, что в (2.2.22) можно вводить $\nu_т$, характеризующие потери энергии только в поверхностном слое ($\nu_{т_0}$), что применительно к физическому смыслу выражения (2.2.22) нельзя считать правомерным (Жуковец, 1963).

Итак, количество рассеиваемой энергии зависит, таким образом, помимо элементов волн, от значения коэффициента турбулентности ($\nu_т$). Определение этого коэффициента является предметом многих исследований.

Исходя из того, что турбулентность в волновом движении определяется размерами волн, и учитывая их средние значения из всей совокупности волн (глава 2, § 3), коэффициент турбулентности можно выразить как некоторую функцию от элементов волн в воде:

$$\nu_{\text{т}} = f\left(\overline{h}, \overline{\lambda}, \overline{\tau}\right). \tag{2.2.23}$$

Учитывая размерность $\nu_{\text{т}}$ см^2/сек., из параметров h, λ, τ можно составить следующие зависимости:

$$\nu_{\text{т}} = f_1\left(\frac{\overline{h}, \overline{\lambda}}{\overline{\tau}}\right) \tag{2.2.24}$$

или же

$$\nu_{\text{т}} = f_2\left(\frac{\overline{h}^2}{\overline{\tau}}\right). \tag{2.2.25}$$

Привлекая соотношения, вытекающие из теории трохоидальных волн (глава 1, § 6), последние выражения можно представить в виде

$$\nu_{\text{т}} = f_3\left(\overline{h}, \overline{c}\right)$$

или

$$\nu_{\text{т}} = f_4\left(\overline{h}, \overline{v}\right). \tag{2.2.26}$$

При этом последнее выражение кажется более убедительным, поскольку турбулентный характер волнового движения скорее должен зависеть от пульсаций скорости движения частиц по их орбитам (v), чем от пульсаций фазовой скорости (c).

Выражения (2.2.25) и (2.2.26) можно записать в следующем общем виде (Китайгородский, 1961):

$$\nu_{\text{т}} = k\,(\delta)^a\,\frac{w^3\beta^3}{g}, \tag{2.2.27}$$

где k — постоянный коэффициент, а показатель степени a будет зависеть от вида функции (2.2.23), т. е. от выбора элементов волн, характеризующих турбулентные пульсации волнового движения.

В (2.2.27) δ заменяют через некоторую функцию

$$\delta = f(\beta) \tag{2.2.28}$$

и (2.2.27) представляют в виде

$$\nu_{\text{т}} = k\,[\delta(\beta)]^a\,\frac{w^3\beta^3}{g} \tag{2.2.29}$$

или же

$$\nu_{\text{т}} = k\,[\varphi(\beta)]\,\frac{w^3}{g}, \tag{2.2.30}$$

где $\varphi(\beta)$ будет зависеть от вида функции (2.2.28) и от величины показателя степени a в (2.2.27). Выражение (2.2.30) показывает, что $\nu_т$ зависит от скорости ветра w и от стадии развития волн $\beta = \frac{c}{w}$ (глава 2, § 5), с ростом β происходит увеличение высоты волн и других ее элементов. Следовательно, с увеличением β должна возрастать и $\nu_т$, т. е.

$$\nu_т(\beta_2) > \nu_т(\beta_1), \tag{2.2.31}$$

где

$$\beta_2 > \beta_1.$$

Последнее выражение может служить критерием при выборе величины a, когда известна функция (2.2.23).

Выводы из полуэмпирической теории турбулентного обмена с использованием ка́рмановской гипотезы подобия основываются (Китайгородский, 1961) на использовании уравнений, определяющих движение частиц жидкости в прогрессивных волнах бесконечно малой амплитуды (глава 1, § 3).

При исследовании турбулентного обмена в море интерес представляют характеристики вертикального обмена, связанные с осредненной скоростью вдоль оси x. Поэтому осредненным движением считают движение со скоростями

$$v_x = u = \frac{2}{\tau}\frac{2}{\lambda}\int\limits_0^{\tau/2}\int\limits_0^{\lambda/2} v_x\, dt\, dx,$$

$$v_z = w = \frac{2}{\tau}\frac{2}{\lambda}\int\limits_0^{\tau/2}\int\limits_0^{\lambda/2} v_z\, dt\, dz. \tag{2.2.32}$$

Принятые масштабы осреднения в формуле (2.2.32) обусловлены тем, что скорость v_x является периодической функцией от t и x, причем за период времени τ и по длине λ очевидно, что $v_x = 0$. При выбранных масштабах осреднения пульсации скорости u и w берутся для элемента объема, малого по сравнению с $\frac{\lambda}{2}$, и для времени, малого по сравнению с $\frac{\tau}{2}$.

Подставляя (1.3.7) и (1.3.8) в (2.2.32), получают

$$\bar{u} = u(z) = \frac{4h}{\pi\tau} e^{-\frac{2\pi z}{\lambda}}, \tag{2.2.33}$$

$$w = 0.$$

Основные соотношения для случая

$$\bar{u} = u(z), \quad \bar{v} = \bar{w} = 0 \tag{2.2.34}$$

принимают вид:

$$l = \varkappa \frac{\dfrac{d\bar{u}}{dz}}{\dfrac{d^2\bar{u}}{dz^2}}, \tag{2.2.35}$$

$$\nu_{\text{т}} = l^2 \frac{d\bar{u}}{dz} = \varkappa^2 \frac{\left(\dfrac{d\bar{u}}{dz}\right)^3}{\left(\dfrac{d^2\bar{u}}{dz^2}\right)^2}, \tag{2.2.36}$$

$$N_\nu = \rho \int\limits_{-\infty}^{0} \nu_{\text{т}} \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2 dz = \rho\varkappa^2 \int\limits_{-\infty}^{0} \frac{\left(\dfrac{d\bar{u}}{dz}\right)^3}{\left(\dfrac{d^2\bar{u}}{dz^2}\right)^2} dz, \tag{2.2.37}$$

где l — «путь смешения» по Прандтлю, под которым понимается, как было отмечено, расстояние, проходимое отдельными объемами воды без изменения средней скорости до их столкновения, $\varkappa$ — универсальная турбулентная постоянная Ка́рмана, $\nu_{\text{т}}$ — коэффициент вертикального турбулентного обмена количеством движения.

Учитывая (2.2.33) и используя (2.2.35), (2.2.37), получают:

$$l = \frac{\varkappa\lambda}{2\pi}, \tag{2.2.38}$$

$$\nu_{\text{т}_0} = \frac{2\varkappa^2}{\pi^2} \frac{h\lambda}{\tau} e^{-\frac{2\pi z}{\lambda}}. \tag{2.2.39}$$

Это выражение для поверхности можно представить, используя (2.2.27), в виде

$$\nu_{\text{т}_0} = k\delta \frac{w^3\beta^3}{g}, \tag{2.2.40}$$

где

$$k = \frac{4\varkappa^2}{\pi}.$$

Следовательно,

$$N_\nu = \frac{64\rho\varkappa^2}{3\pi^3} \frac{h^3}{\tau^3}. \tag{2.2.41}$$

Последнее выражение записывают в виде

$$N_\nu = \frac{64\rho\varkappa^2}{3\pi^3} \delta^3\beta^3 w^3. \tag{2.2.42}$$

Сравнивая его с (2.2.22), находят выражение для коэффициента интегральной турбулентной вязкости $(\overline{\nu_{\text{т}}})$, поскольку выражение (2.2.27), как было отмечено выше, определяет рассеяние энергии во всем столбе жидкости, охваченном волновым движением:

$$\bar{\nu}_{т} = k\delta\beta^3 \frac{w^3}{g}, \tag{2.2.43}$$

где

$$k = \frac{32\varkappa^2}{3\pi^5}.$$

Изложенное решение приводит к зависимости пути смешения от длины волны, определяет значение показателя степени a в выражении (2.2.28), равное единице, и показывает, что отождествление величины $\nu_{т_0}$ при $z=0$ в выражении (2.2.39) с величиной $\bar{\nu}_{т}$ в (2.2.43) не является правомерным.

Характеристика турбулентной вязкости в трохоидальных волнах при использовании ка́рмановской гипотезы подобия (Доброклонский, 1947) исходит из следующего выражения для осредненного по длине волны градиента средней скорости:

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{2\pi^3 \frac{\delta^2}{\tau} e^{\frac{4\pi z}{\lambda}}}{1 + \pi^2\delta^2 e^{\frac{4\pi z}{\lambda}}}. \tag{2.2.44}$$

Основываясь на (2.2.44) и привлекая (2.2.35), приходят к следующим выражениям для масштаба турбулентности l и коэффициента $\nu_{т}$:

$$l = \frac{\varkappa\lambda}{6\pi}\left(1 - \pi^2\delta^2 e^{\frac{4\pi z}{\lambda}}\right),$$

$$\nu_{т} = l^2 \frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{\varkappa^2\pi}{18} \frac{h^2}{\tau} e^{\frac{4\pi z}{\lambda}}\left(1 - \pi^2\delta^2 e^{\frac{4\pi z}{\lambda}}\right).$$

В последней формуле можно пренебречь вторым членом за его малостью и записать ее в виде

$$\nu_{т} \cong \frac{\varkappa^2\pi}{18} \frac{h^2}{\tau} e^{\frac{4\pi z}{\lambda}}. \tag{2.2.45}$$

Если это последнее выражение привести к виду (2.2.28), то тогда можно (2.2.45) для поверхности записать как

$$\nu_{т_0} \approx k\delta^2 \frac{w^3\beta^3}{g}, \tag{2.2.46}$$

где

$$k = \frac{\varkappa^2\pi^4}{g}.$$

Если использовать выражения (2.2.44) и (2.2.37), то можно получить (Китайгородский, 1961) следующее выражение для N_ν:

$$N_\nu = \frac{\rho\varkappa^2\pi^6}{54}\delta^6\frac{\lambda^3}{\tau^3}. \qquad (2.2.47)$$

Последнее выражение приводят к виду

$$N_\nu = \frac{\rho\varkappa^2\pi^6}{54}\delta^6\beta^3 w^3. \qquad (2.2.48)$$

Сопоставляя (2.2.48) с (2.2.22), находят, что коэффициент интегральной турбулентной вязкости $(\bar{\nu})$ определится согласно

$$\bar{\nu}_\text{т} = k\delta^4\beta^3\frac{w^3}{g}, \qquad (2.2.49)$$

где

$$k = \frac{\varkappa^2\pi^4}{108}.$$

Это последнее выражение существенно отличается от ранее полученного (2.2.46), которое характеризует значение коэффициента турбулентного движения для поверхности. Тем самым внесение его в (2.2.22) нельзя считать правомерным.

При использовании ка́рмановской гипотезы подобия оказывается, что масштаб турбулентности l (или путь смешения) пропорционален длине волны λ (2.2.38), (2.2.45). Если принять гипотезу о масштабе турбулентности (Китайгородский, 1961)

$$l \sim h \quad \text{или} \quad l \sim he^{-2\pi z/\lambda},$$

то тогда получают для коэффициента $\bar{\nu}_\text{т}$ выражение, соответствующее $a=3$ в зависимости (2.2.29). Следовательно, различные гипотезы о масштабе турбулентности l приводят к различным числовым значениям показателя степени a в формуле (2.2.29). Если (2.2.28) принять согласно (2.5.24), т. е. в виде

$$\bar{\delta} = \frac{0{,}023}{\beta^{0,5}},$$

то тогда, согласно (2.2.30), приведенные выше выражения (2.2.40), (2.2.46), (2.2.43), (2.2.49) для $\nu_{\text{т}_0}$ и $\bar{\nu}_\text{т}$ перепишутся соответственно в виде:

$$\nu_{\text{т}_0} = k(0{,}023)\frac{\beta^{2,5}w^3}{g}, \qquad (2.2.50)$$

$$\nu_{\text{т}_0} = k(0{,}023)^2\frac{\beta^2 w^3}{g}, \qquad (2.2.51)$$

$$\bar{\nu}_\text{т} = k(0{,}023)\frac{\beta^{2,5}w^3}{g}, \qquad (2.2.52)$$

$$\bar{\nu}_\text{т} = k(0{,}023)^4\frac{\beta w^3}{g}. \qquad (2.2.53)$$

Таблица 2.2.2

Численная величина коэффициента k при $\varkappa=0{,}1$

Формула	k
(2.2.40)	$13\cdot10^{-3}$
(2.2.46)	$11\cdot10^{-3}$
(2.2.43)	$35\cdot10^{-6}$
(2.2.49)	$89\cdot10^{-4}$

Коэффициенты k в этих формулах соответствуют тем их значениям, которые приведены в формулах (2.2.40), (2.2.46), (2.2.43), (2.2.49).

Для вычисления значений $\nu_т$ или $\nu_{т_0}$ по указанным зависимостям необходимо оценить величину постоянных k, входящих в эти зависимости, что требует в свою очередь оценки $\varkappa$ — постоянной Ка́рмана.

Из опытов в трубах и каналах для $\varkappa$ были найдены значения $\varkappa=0{,}31\div0{,}44$. По мнению различных авторов, величина $\varkappa$ для условий движения в море должна быть иной, например, $\varkappa=0{,}12$ и $\varkappa=0{,}065$ (Россби); $\varkappa=0{,}071$ (Боуден). Более новые исследования (Шулейкин, 1962) привели к значению $\varkappa=0{,}1$. То же значение имеет $\varkappa$ и для морских течений. Если принять $\varkappa=0{,}1$, то постоянные коэффициенты в зависимостях (2.2.40), (2.2.46), (2.2.43) и (2.2.49) получают значения, приведенные в табл. 2.2.2.

Если привлечь (2.5.24), то представляется возможным вычислить значения $\nu_{т_0}$ и $\nu_т$ (табл. 2.2.3) по упомянутым выше зависимостям для различных w и для условий предельно развитого

Таблица 2.2.3

Значения $\nu_{т_0}$ и $\nu_т$ по различным формулам

Формула	$\nu_т$ см²/сек.$=f(w,\beta)$	$\beta=0{,}8$			$\beta=1{,}0$		
		w м/сек.					
		10	20	30	10	20	30
(2.2.40)	$3\cdot10^{-7}\ \beta^{2,5}w^3$	$2\cdot10^2$	$16\cdot10^2$	$54\cdot10^2$	$3\cdot10^2$	$24\cdot10^2$	$81\cdot10^2$
(2.2.46)	$6\cdot10^{-9}\ \beta^2w^3$	4	32	108	6	48	142
(2.2.43)	$8\cdot10^{-9}\ \beta^{2,5}w^3$	$5\cdot10^{-1}$	$40\cdot10^{-1}$	$135\cdot10^{-1}$	$8\cdot10^{-1}$	$64\cdot10^{-1}$	$216\cdot10^{-1}$
(2.2.49)	$3\cdot10^{-12}\ \beta w^3$	$2\cdot10^{-3}$	$16\cdot10^{-3}$	$54\cdot10^{-3}$	$3\cdot10^{-3}$	$24\cdot10^{-3}$	$81\cdot10^{-3}$

волнения, принимая $\beta=0{,}8$ или $\beta=1{,}0$ (глава 2, § 5). Из этих результатов следует, что значения $\overline{\nu_т}$ различаются на 2—3 порядка. Можно отметить также, что $\nu_т$ по формуле (2.2.49) при скорости ветра 10 м/сек. меньше μ, что вряд ли отвечает действительности. Полученные результаты свидетельствуют, что вопрос о действительных значениях $\nu_т$ применительно к морским волнам требует дальнейших исследований, в которых должное место следует предоставить определению ν в природных условиях.

§ 3. Статистические закономерности ветровых волн

С тех пор как начали осуществлять стереофотосъемку поверхности моря (Титов, 1951), было обнаружено, что ветровые волны при каждом случае ветрового волнения существенно отличаются друг от друга по своим размерам. Последующие измерения элементов ветровых волн при помощи волнографов (Морозов А. П., 1953; Виленский, Глуховский, 1955 г., и др.) позволили установить статистические закономерности в наблюдаемом разнообразии ветровых волн.

Ряд варьирующих значений элементов волн с достаточной для практических целей точностью можно характеризовать несколькими числовыми характеристиками статистического распределения.

Первой из них является среднее арифметическое (M), обозначаемое соответствующим символом элемента волны с чертой сверху, которое вычисляется по формуле

$$M=\frac{\sum v}{n}, \tag{2.3.1}$$

где $\sum v$ — сумма всех значений (v) рассматриваемого ряда элемента волны, n — число значений в ряду $M=\overline{h}$, $\overline{\lambda}$, $\overline{c}$, $\overline{\tau}$, $\overline{\delta}$ и т. д.

Изменчивость ряда данного элемента волны характеризуется средним значением квадратов отклонений членов ряда от их среднего арифметического, которое называется средним квадратичным отклонением (σ) и вычисляется по формуле

$$\sigma=\left(\frac{\sum x^2}{n}\right)^{1/2}, \tag{2.3.2}$$

где $\sum x^2$ — сумма квадратов отклонений всех вариант от среднего арифметического, например, для высоты волн $\sum x^2=\sum (h_i-\overline{h})^2$, n — число значений в ряду.

Для оценки изменчивости различных рядов пользуются отношением среднего квадратичного отклонения к среднему арифметическому. Это отношение называется коэффициентом изменчивости ряда или коэффициентом вариации (C_v), который обычно выражается в процентах:

$$C_v\% = \frac{100\sigma}{M}. \qquad (2.3.3)$$

Анализ материалов наблюдений над элементами ветровых волн, осуществленных при помощи волнографов, приводит к разноречивым суждениям о значении C_v. Одни результаты показывают, что C_v зависит в какой-то мере от того, развивается волнение или затухает (Морозов, 1953). В первом случае C_v больше, чем при затухании. Так, коэффициент изменчивости по высоте волн (C_{vh}) при развивающемся волнении $\sim$0,49, а при затухающем $\sim$0,37. При зыби он уменьшается до $\sim$0,20. С другой стороны, C_v зависит от среднего значения элементов волн. С увеличением размеров волн C_v возрастает. Коэффициент изменчивости периода волн $C_{v\tau}$ более устойчив. Другие результаты (Виленский, Глуховский, 1961) не обнаруживают изменений в коэффициенте изменчивости (C_{vh} и $C_{v\tau}$) на различных стадиях развития волн. По другим исследованиям (Корнева, Ливерди, 1964), $C_{v\tau}$ колеблется от 0,25 до 0,47. В среднем для ветрового волнения он равен 0,33, для смешанного волнения 0,35 и для ветровой зыби 0,33. C_{vh} принимает в отдельных наблюдениях значения от 0,30 до 0,68. В среднем для ветрового волнения он равен 0,47, для ветровой зыби 0,46, для смешанного волнения 0,53. В большинстве случаев принимается, что коэффициент изменчивости по высоте волн практически можно считать постоянным. Для морских условий его принимают равным 0,50—0,52, для озер и водохранилищ $\sim$0,43.

Средняя ошибка среднего арифметического (m) вычисляется по формуле

$$m = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \qquad (2.3.4)$$

Она выражается в единицах того же наименования, что и среднее арифметическое, и среднее квадратическое отклонение. Средняя ошибка может быть выражена в процентах от соответствующего ей среднего арифметического. Эта величина называется показателем точности ($p\%$) и вычисляется по формуле

$$p = \frac{100m}{M}. \qquad (2.3.5)$$

Для решения большинства вопросов, требующих суждения о размерах ветровых волн, показатель точности не должен быть выше 5%. Располагая коэффициентом изменчивости и показателем точности, число необходимых наблюдений (n) определяют по формуле

$$n = \frac{C_v^2}{p^2}. \tag{2.3.6}$$

При стремлении к полной достоверности в числовых характеристиках статистического распределения следует пользоваться для определения числа наблюдений формулой

$$n = 10\frac{C_v^2}{p^2} + 5. \tag{2.3.7}$$

Коэффициент изменчивости высот морских ветровых волн можно считать равным $\sim 50\%$. При допустимой точности 5% число наблюдений, согласно выражениям (2.3.6) и (2.3.7), должно лежать в пределах 100—1005. Опыт показывает, что уже при $n = 150 \div 200$ результаты оценки статистических характеристик элементов ветровых волн могут считаться более или менее надежными.

При наличии достаточно длительной непрерывной регистрации какого-либо элемента ветровых волн (150 и более) изменения изучаемой величины можно представить графически. При этом предполагается, что рассматриваемая величина того или иного элемента волны является случайной, непрерывной величиной, для которой возможны любые значения, лежащие в некотором интервале. Исходя из этого условия полученный ряд разбивают на группы (классы), отличающиеся одна от другой на одну и ту же величину. Откладывая по оси абсцисс среднее значение группы в возрастающем порядке, а по оси ординат также в возрастающем порядке число вариант в группе, получают ряд точек, которые соединяют плавной кривой. Такая кривая распределения в статистическом анализе носит название кривой плотности вероятности, а в океанографии называется кривой повторяемости. Кривую повторяемости можно представить в интегральной форме, путем последовательного суммирования числа вариант по оси ординат и средних значений классов по оси абсцисс. Такая кривая позволяет судить о вероятности появления элемента волны со значением больше, чем любая заданная его величина. Эти интегральные кривые повторяемости в океанографии носят название кривых обеспеченности.

Кривые распределения могут быть разнообразными по форме. Часто наблюдаются кривые асимметричного характера. Асимметрия распределения свидетельствует о скоплении большинства вариант ряда в области их больших значений (отрицательная асимметрия) или их малых значений (положительная асимметрия). Асимметрия ряда характеризуется показателем асимметрии

(C_s), вычисляемым по формуле

$$C_s = \frac{\sum x^3}{n\sigma^3}, \tag{2.3.8}$$

где $\sum x^3$ — сумма третьих степеней отклонения отдельных вариант от среднего арифметического; n — число вариант; σ — среднее квадратичное отклонение. C_{sh} для высот морских волн принимается примерно равным 0,6—0,8, т. е. распределение высот волн имеет положительную асимметрию. $C_{s\tau}=0$, т. е. распределение периодов волн симметрично.

В практике обработки результатов наблюдений над элементами волн обычно оперируют не с абсолютными значениями элементов, а с их безразмерной величиной, выражаемой через отношение данного значения к среднему арифметическому из ряда, т. е. их относительными значениями (k). Следовательно, вычисляются

$$k_h = \frac{h_i}{\bar{h}}, \tag{2.3.9}$$

$$k_\tau = \frac{\tau_i}{\bar{\tau}} \tag{2.3.10}$$

и аналогично любой элемент волны.

Обобщение большого числа записей волнографов, осуществленных на различных морях и океанах при разнообразных метеорологических условиях, позволило установить ряд закономерностей (Виленский, Глуховский, 1955) в статистическом распределении элементов ветровых волн в их относительных значениях (табл. 2.3.1 и рис. 2.3.1).

Оказывается, что только 5% всех волн имеют высоту, примерно в два раза превышающую среднюю высоту волн, и лишь 1% от всего числа измеряемых волн превышает среднюю высоту волн в $\sim$2,5 раза (табл. 2.3.1, кривая *1* на рис. 2.3.1). Наибольшая высота волн, близкая к предельной возможной, имеющая обеспеченность 0,1%, видимо, не превышает трехкратную среднюю высоту зарегистрированных волн. Верхняя часть кривой обеспеченности элементов волн экстраполируется на малые обеспеченности (меньше 1%), так как существующие ряды наблюдений обычно содержат не более 100—150 определений элементов волн. Это не дает возможности уверенно оценить соответствующее $k_{\bar{h}}$ для обеспеченностей меньше 1%. Поэтому за наименьшую возможную обеспеченность принимают обеспеченность $\sim$0,1%, считая ее соответствующей предельному значению данного элемента волн. Обеспеченность средней высоты волны составляет около 46% (табл. 2.3.1, кривая *1* на рис. 2.3.1). Кривая *2* на рис. 2.3.1 показывает повторяемость высот волн. Максимум

Таблица 2.3.1

Обеспеченность элементов ветровых волн по результатам наблюдений (по Я. Г. Виленскому и Б. Х. Глуховскому)

	Обеспеченность, %							
	0,1	1	2	3	5	10	20	30
$k_{\bar h}$, $k_{\bar\lambda}$ . .	2,96 [1]	2,52	2,28	2,10	1,91	1,69	1,38	1,21
$k_{\bar\tau}$, $k_{\bar c}$ . .	1,80 [1]	1,65	1,57	1,52	1,47	1,37	1,23	1,15
$k_{\bar\delta}$	—	6,50	—	—	2,75	1,90	1,30	0,97

	Обеспеченность, %						
	40	50	60	70	80	90	99
$k_{\bar h}$, $k_{\bar\lambda}$ . .	1,05	0,93	0,81	0,69	0,54	0,37	0,1
$k_{\bar\tau}$, $k_{\bar c}$ . .	1,07	1,00	0,93	0,85	0,76	0,66	0,44
$k_{\bar\delta}$	0,77	0,62	0,51	0,40	0,30	0,20	0,15

[1] Экстраполированные данные.

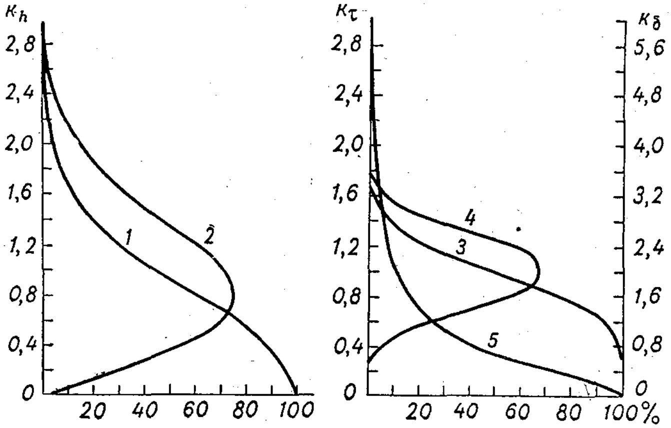

Рис. 2.3.1. Распределение элементов ветровых волн по результатам волнографных измерений (по Я. Г. Виленскому и Б. Х. Глуховскому).

1 — обеспеченность (в %) относительных высот волн (k_h), *2* — повторяемость (в %) относительных высот волн (k_h), *3* — обеспеченность (в %) относительных периодов волн (k_τ), *4* — повторяемость (в %) относительных периодов волн (k_τ), *5* — обеспеченность (в %) относительной крутизны волн (k_δ).

кривой соответствует значению $\sim 0,8\overline{h}$. Это означает, что среди всех волн больше всего таких, которые имеют относительную высоту порядка $0,8\overline{h}$. Кривая *3* на рис. 2.3.1 показывает обеспеченность периодов волн, построенную по соответствующим данным табл. 2.3.1. Оказывается, что максимальный период не превышает двукратный средний период. Обеспеченность среднего периода составляет 50%. Кривая *4* на рис. 2.3.1 представляет собой повторяемость периодов волн. Максимум кривой *4* приблизительно соответствует значению $\overline{\tau} \approx 1$. Следовательно, среди всех волн больше всего таких, которые имеют средний период. Также следует отметить, что волны по разнообразию периодов уступают разнообразию волн по высоте.

Между соответствующими ординатами кривых обеспеченностей высот и периодов волн (кривые *1* и *3* на рис. 2.3.1) существует постоянное отношение. Если обозначить ординату кривой *1* через k_{h_i}, а ординату того же процента обеспеченности по кривой *3* через k_{τ_i}, то тогда оказывается, что

$$k_{\tau_i} = \left(k_{h_i}\right)^{1/2}.$$

С другой стороны, согласно (1.6.26)

$$\tau \approx (\lambda)^{1/2}.$$

Поэтому кривые распределения высот волн одновременно выражают и распределение длин волн. Отсюда следует, что наиболее вероятной длиной волн является длина волны, составляющая $0,8\overline{\lambda}$.

Скорость волны связана с периодом волн функциональной связью. Следовательно, кривые распределения периодов волн и скорости волн должны совпадать.

Приведенные в табл. 2.3.1 сведения об обеспеченности элементов волн выражают некоторые их средние величины. Отдельные измерения дают значительные отклонения. Так, например, в результате обработки 80 волнограмм (Виленский, Глуховский, 1961) $k_{h_{1\%}}$ колеблется от 2,01 ($n=108$) до 2,69 ($n=176$); $k_{h_{50\%}}$ меняется от 0,87 ($n=112$) до 1,02 ($n=91$); $k_{\tau_{1\%}}$ изменяется от 1,61 ($n=108$) до 2,13 ($n=112$); $k_{\tau_{50\%}}$ — от 1,06 ($n=82$) до 0,92 ($n=206$).

Из этих данных можно установить, что на долю значений $k_{h_{1\%}}$ от 2,21 до 2,70 приходится 80% всех случаев измерений (80 волнограмм), а на долю значений $k_{\tau_{1\%}}$ от 1,65 до 1,90 также падает около 80% того же количества определений.

Пользуясь приведенными выше кривыми распределения элементов волн, которые позволяют судить о их разнообразии по какому-либо одному признаку, например по высоте или периоду, можно построить многомерные кривые повторяемости или обеспеченности. Это можно осуществить на основе теоремы умножения вероятностей, по которой вероятность одновременного появления двух независимых случайных событий можно выразить в виде произведения вероятностей этих отдельных событий, т. е.

$$F(h, \tau) = F(h) F(\tau). \tag{2.3.11}$$

Здесь вероятность появления волн с высотой $\geqslant h$ обозначается через $F(h)$, вероятность появления волн с периодом $\geqslant \tau$ — через $F(\tau)$, а вероятность появления волн, имеющих одновременно указанные признаки, т. е. соответствующие значения h и τ, — через $F(h, \tau)$. Этим путем можно следовать, если в первом приближении считать, что элементы волн, отнесенные к своим средним значениям, являются случайными независимыми величинами. Этим самым предполагается, что, например, относительные высоты $k_{\overline{h}}$ — совершенно не связаны с относительным периодом этих волн или их длиной. Конечно, это предположение правомерно только для тех элементов волн, которые не связаны функциональной связью.

На рис. 2.3.2 показано распределение волн по высоте и длине, построенное путем соответствующих вычислений по (2.3.11). Из этого рисунка следует, что вероятность появления волн, одновременно обладающих максимальной высотой и длиной, ничтожно мала, практически таких волн обнаружить нельзя. Например, волн, высота которых составляет $\geqslant 1{,}8\overline{h}$, а длина $\geqslant 1{,}8\overline{\lambda}$, может быть примерно 0,5% их общего числа, т. е. 5 волн из тысячи. Естественно, что вероятность более высоких и одновременно более длинных волн будет еще меньше. Рисунок 2.3.3 показывает (Морозов, 1953) распределение волн по нескольким признакам. На нем показана прямая, которая является биссектрисой координатного угла. Эта прямая выражает равенство отношений $\frac{\delta_i}{\overline{\delta}} = \frac{h_i/\lambda_i}{\overline{h}/\overline{\lambda}}$. Волны, для которых отношение $\frac{\delta_i}{\overline{\delta}} > 1$, будут относиться к волнам, имеющим крутизну больше средней, а те волны, для которых отношение $\frac{\delta_i}{\overline{\delta}} < 1$, будут обладать крутизной меньше средней. Первые можно условно относить к «крутым» волнам, а вторые — к «пологим» волнам. На этом же рисунке показаны еще три линии. Одна, параллельная оси абсцисс, соответствует $\frac{h_i}{\overline{h}} = 1$, а другая, параллельная оси ординат, $\frac{\lambda_i}{\overline{\lambda}} = 1$.

Волны, для которых $\frac{h_i}{\bar{h}} > 1$, будут волнами, обладающими высотой выше средней, — их можно назвать условно «высокими» волнами. Волны с $\frac{h_i}{\bar{h}} < 1$ — волны «низкие». Аналогично волны

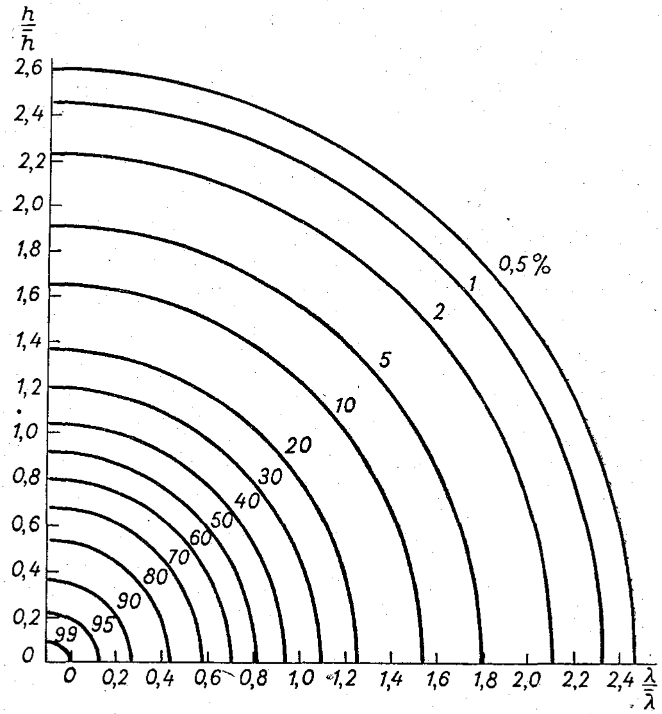

Рис. 2.3.2. Распределение (в %) волн по относительной высоте (k_h) и относительной длине (k_λ) (по Я. Г. Виленскому и Б. Х. Глуховскому).

с $\frac{\lambda_i}{\bar{\lambda}} > 1$ — волны «длинные», а волны с длиной $\frac{\lambda_i}{\bar{\lambda}} < 1$ — волны «короткие». На рис. 2.3.3 вся поверхность распределения разделена на 8 секторов. В каждом из них указано число волн в процентах от всего их количества на поверхности моря, попадающих по своей длине, высоте и крутизне в данный сектор. Так, например, волн «низких», «коротких», «крутых» и «мелких» — 35%, а «низких», «коротких», «пологих» и «мелких» — 10%. Волн «высоких», «длинных» и «крупных» только 10% и т. д. Как видно, в общем преобладают «низкие», «короткие», «длинные» и «мелкие» волны, на долю которых приходится больше половины всех волн (58%).

Наоборот, «длинные» и одновременно «высокие» волны встречаются значительно реже.

По рис. 2.3.4 можно проследить, как меняется число волн (в процентах), имеющих данную относительную высоту, в зависимости от величины относительного периода и наоборот. Например, практически нельзя встретить волны, у которых одновре-

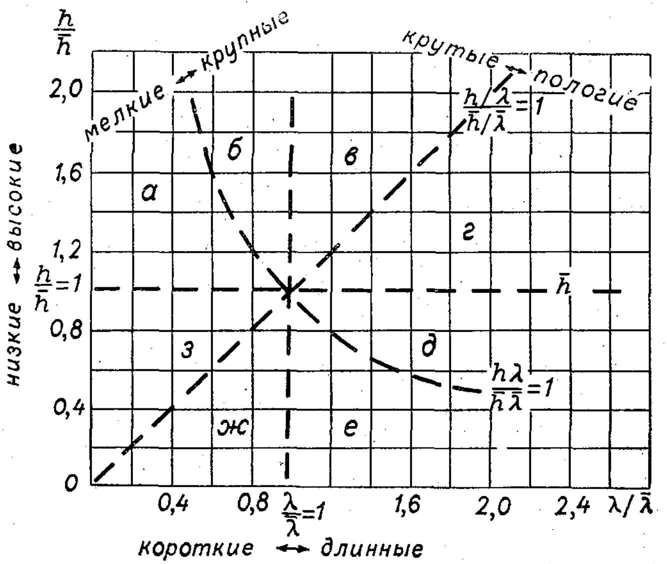

Рис. 2.3.3. Распределение волн по различным признакам (по Л. П. Морозову).

а — высокие короткие крутые мелкие (9%), *б* — высокие короткие крутые крупные (5%), *в* — высокие длинные крутые крупные (10%), *г* — высокие длинные пологие крупные (19%), *д* — низкие длинные пологие крупные (8%), *е* — низкие длинные пологие мелкие (4%), *ж* — низкие короткие пологие мелкие (10%), *з* — низкие короткие крутые мелкие (35%).

менно относительная высота превышает удвоенную среднюю высоту ($k_{\bar{h}} > 2$), а относительный период больше 1,6 ($k_{\tau} > 1{,}6$).

Кривые распределения элементов волн, полученные в результате анализа наблюдений, могут быть аппроксимированы уравнениями, выработанными математической статистикой. Возможность замены действительного ряда математической кривой чрезвычайно облегчает изучение любого варьирующего явления и, в частности, разнообразия элементов ветровых волн. Вместе с тем аппроксимация наблюденного ряда волн какой-либо теоретической кривой распределения не раскрывает причин и механизма явления разнообразия волн, т. е. его физической сущности. При использовании теоретических кривых особенно важна возможность экстраполяции эмпирических кривых распределения в область исключительно редких случаев, т. е. применительно к элементам волн в область волн малой обеспеченности — исключительно больших волн. Такая экстраполяция носит в известной мере условный характер, но для относительно малых обеспеченностей, порядка 1—0,1%, она еще допустима, так как приводит к вполне реальным значениям элементов волн. Главным критерием в выборе кривых является совпадение их с экспериментальными данными. Это совпадение должно быть практически приемлемым в первую очередь в верхней части кривых распределения, т. е. для обеспеченности меньше 50%, так как наиболее важны сведения о вероятности появления волн большой высоты, длины и периода, и в особенности для волн малой обеспеченности — 1% и меньше, вплоть до 0,1%. Из тех же соображений и к совпадению теоретических кривых для нижней части эмпирических кривых распределения больше 50% можно подходить менее строго. Наибольший интерес представляют те теоретические кривые распределения, которые требуют для их построения и использования наименьшее число параметров.

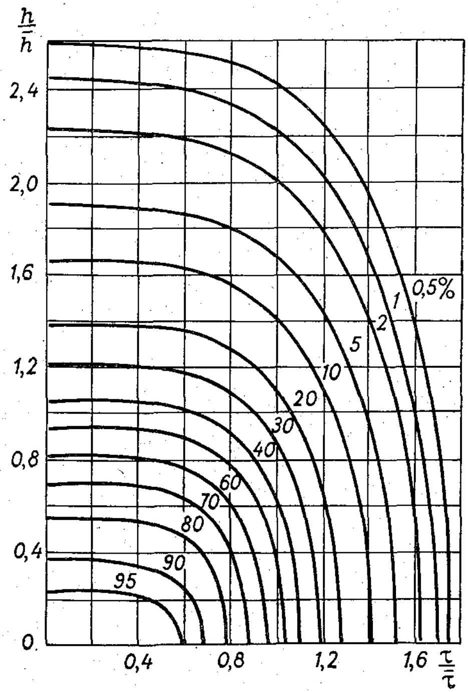

Рис. 2.3.4. Распределение (в %) волн по относительной высоте (k_h) и относительному периоду (k_τ) (по Я. Г. Виленскому и Б. Х. Глуховскому).

По физической сущности процесса ветрового волнения и по соображениям о возможном распределении элементов волн в природных условиях теоретические кривые распределения должны в своей нижней границе отвечать нулевому значению переменной x, обеспеченному на 100%. Верхняя ветвь кривых может быть не ограничена и допускать возможность существования произвольно больших значений исследуемой переменной, т. е. того или иного элемента волны. Для таких кривых нулевая обеспеченность соответствует бесконечно большому значению элемента волны. Размеры ветровых волн в общем случае ограничиваются условиями их развития, т. е. скоростью ветра и другими факторами. Поэтому с этой точки зрения они не могут достигать бесконечно больших размеров. Однако появление волн исключительно больших размеров может быть физически истолковано как результат интерференции между одновременно существующими различными системами волн. С этой точки зрения можно встретить волну сколь угодно больших размеров, но вероятность ее равна нулю, т. е. практически таких волн не бывает. Однако в этом вопросе нет общепризнанной точки зрения и в некоторых случаях, например для распределения элементов ветровых волн на озерах и водохранилищах, теоретические кривые распределения выбираются с ограничением верхнего предела.

Используя заданные значения среднего элемента волны и соответствующих C_s и C_v, подбор теоретических кривых распределения с учетом упомянутых выше условий их использования можно осуществить, если применить кривые нормального распределения, описываемые уравнениями биномиального типа (Селюк, 1961). Практически построение таких кривых распределения можно осуществить по таблицам, которые используются в математической статистике.

Аппроксимацию эмпирических кривых распределения элементов ветровых волн теоретическими кривыми распределения можно заменить рассмотрением ветрового волнения как сложного колебательного процесса, обусловленного изменчивостью воздушного потока над морем. Мгновенные ординаты возвышения взволнованной поверхности над спокойным уровнем моря рассматриваются как случайные функции пространственных координат и времени. Они только в отдельные промежутки времени могут быть установившимися, т. е. иметь характер стационарного процесса, отчего ветровое волнение называют квазистационарным процессом. Средние значения ординат взволнованной поверхности моря принимаются постоянными только для таких промежутков времени, в течение которых волны считаются неизменными, т. е. стационарными.

Если (Крылов, 1956) на поверхность воды во время волнения поместить поплавок, то его траекторию в случае синусоидальных волн можно записать в форме

$$x = r(t)\cos\theta(t),$$

$$z = r(t)\sin\theta(t), \qquad (2.3.12)$$

где $r(t)$ — расстояние поплавка от состояния покоя, т. е. от начала координат в момент времени t, а $\theta(t)$ — полярный угол, образуемый радиусом-вектором r с горизонтальной осью x. Понятно, что $2r = h$. Для упрощения рассматривается плоская задача. Начало координат совмещено с положением поплавка в покое. В силу сложного процесса ветрового волнения поплавок будет колебаться на волне, уклоняясь на различные расстояния r. Каким-либо способом, например путем фотографирования, можно фиксировать положение поплавка через равные промежутки времени. Эти последние должны, естественно, значительно превосходить средний период бегущих волн. Если такую регистрацию осуществить за достаточно длительный промежуток времени, то будет получена статистическая совокупность радиальных отклонений (r) поплавка от положения покоя. В силу неупорядоченности смены высот волн можно считать, что функция плотности вероятности радиальных отклонений поплавка $f(r)$ не будет зависеть от угла θ. Поэтому $f(r)$ зависит только от r и не зависит от θ.

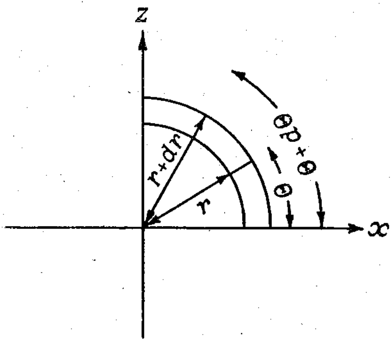

Рис. 2.3.5.

На плоскости xoz можно выделить элемент площади, ограниченный концентрическими дугами радиусами r и $r+dr$ и лучами θ и $\theta+d\theta$ (рис. 2.3.5). Вероятность попадания поплавка между концентрическими окружностями r и $r+dr$ есть $f(r)\,dr$, вероятность его попадания между лучами θ и $\theta+d\theta$ есть $\frac{d\theta}{2\pi}$.

Привлекая теорему умножения вероятностей (2.3.11), вероятность попадания поплавка в выделенный элемент площади получим в виде

$$f(r)\,dr\,\frac{d\theta}{2\pi}.$$

С другой стороны, эта же вероятность равна произведению вероятности попадания поплавка в пределы площадки единичной площади на элемент площади, т. е.

$$\varphi(r^2)\,r\,dr\,d\theta.$$

Между функциями f и φ имеется следующая связь:

$$f(r)=2\pi r\varphi(r^2).$$

Для отыскания функции φ вводится гипотеза о том, что эта функция зависит от $r^2=x^2+z^2$, т. е. есть произведение двух функций, из которых одна зависит только от x, а другая только от z, т. е.

$$\varphi(r^2)=\varphi_1(x)\,\varphi_2(z). \tag{2.3.13}$$

Это означает, что компоненты радиусом r на осях ox и oz являются случайными, независимыми величинами. Следовательно, фиксируя положение поплавка через выбранные интервалы времени, нельзя наперед определить, в какой части плоскости xoz окажется поплавок. Это положение обусловлено тем, что чередование волн и их размеры случайны и независимы друг от друга.

Из (2.3.13) после его логарифмирования и дифференцирования получают следующее дифференциальное уравнение для определения φ:

$$\varphi' + k^2\varphi = 0,$$

откуда

$$\varphi(r^2) = C \exp[-k^2r^2]. \qquad (2.3.14)$$

Подстановка (2.3.14) в полученную выше $f(r)$ дает

$$f(r) = 2\pi Cr \exp[-k^2r^2].$$

Постоянная C определяется из условия

$$\int_0^\infty f(r)\,dr = 1,$$

что приводит к

$$\pi C = k^2.$$

Поэтому

$$f(r) = 2k^2r \exp[-k^2r^2]. \qquad (2.3.15)$$

Постоянная k^2 выражается через среднюю величину радиуса-вектора поплавка $\bar{r}$, если принять во внимание, что

$$\bar{r} = \int_0^\infty f(\bar{r})\,\bar{r}\,d\bar{r}. \qquad (2.3.16)$$

В результате подстановки в последнее выражение (2.3.15) получим

$$k^2 = \frac{\pi}{4\bar{r}^2}.$$

Теперь функция плотности вероятности величины радиуса-вектора поплавка (2.3.15) получает окончательный вид

$$f(r) = \frac{\pi}{2\bar{r}}\,\frac{r}{\bar{r}} \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^2\right]. \qquad (2.3.17)$$

Как было уже упомянуто выше, в теории вероятности (Вентцель, 1962) пользуются не только законами распределения в виде плотности вероятности, но и их интегралами, выражающими вероятность того, что рассматриваемая величина — элемент волны (высота или другой элемент) — принимает значение не менее заданного, т. е. в рассматриваемом случае

$$F(r) = \int_r^\infty f(r)\,dr,$$

следовательно,

$$F(r) = \int_r^\infty \frac{\pi}{2\bar{r}}\,\frac{r}{\bar{r}} \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^2\right] dr = \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^2\right].$$

Вспоминая, что $2r = h$, последнее выражение можно записать в виде

$$F(h) = \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^2\right]. \tag{2.3.18}$$

Полученную интегральную функцию плотности вероятности после простых пересчетов можно записать и в виде

$$\frac{h}{\bar{h}} = 1{,}712(-\lg F)^{1/2}. \tag{2.3.19}$$

Для распределения, описываемого (2.3.18), можно определить C_{vh} и C_{sh}, которые оказываются равными соответственно $\sim 0{,}52$ и $\sim 0{,}635$, что, в общем, совпадает с результатами, полученными из данных анализа наблюдений. Максимальное значение функции (2.3.17) достигается при $\frac{h}{\bar{h}} = 0{,}8$. Результаты вычислений интегральной функции распределения (2.3.18) приведены в табл. 2.3.2. Обнаруживается отличное согласие с результатами, полученными по наблюдениям, приведенным в табл. 2.3.1.

Таблица 2.3.2

Распределение элементов ветровых волн по теоретическим зависимостям (по Ю. М. Крылову)

	Обеспеченность, %							
	0,1	1	2	3	5	10	20	30
$k_{\bar{h}}$; $k_{\bar{\lambda}}$; $k_{\bar{l}}$ (по 2.3.18)	2,96	2,42	2,23	2,11	1,95	1,71	1,43	1,24
$k_{\bar{\tau}}$; $k_{\bar{c}}$ (по 2.3.21)	1,78	1,61	1,55	1,52	1,45	1,35	1,24	1,15

	Обеспеченность, %						
	40	50	60	70	80	90	100
$k_{\bar{h}}$; $k_{\bar{\lambda}}$; $k_{\bar{l}}$ (по 2.3.18)	1,08	0,94	0,81	0,67	0,53	0,37	0,00
$k_{\bar{\tau}}$; $k_{\bar{c}}$ (по 2.3.21)	1,07	1,00	0,93	0,85	0,76	0,62	0,00

Можно каждый раз, когда определяется положение поплавка на плоскости, одновременно измерять длину волны или длину гребня. Эти измеренные элементы можно откладывать в направлении соответствующего радиуса-вектора поплавка. Тогда будет получена статистическая совокупность линейных величин, обладающих тем же свойством, что и совокупность радиальных отклонений поплавка. Поэтому функция распределения длин волн или длин гребней есть распределение, определяемое выражением (2.3.17). Также и интегральная функция распределения длин волн и длин гребней волн имеет тот же вид, что и (2.3.18). Вместо h теперь следует принимать случайные значения длины волны (λ) или длины гребня (L). Выше было указано, что максимум функции (2.3.17) наступает при $\frac{h}{\bar{h}}=0{,}8$. Следовательно, наиболее вероятной длиной волны и длиной гребня является длина волны и длина гребня, равная $^4/_5$ от средней длины волны и средней длины гребня.

Функции распределения высоты волны, ее длины и длины гребня по условиям, принятым при выводе, характеризуют эти функции для определения распределения этих элементов для точки, так как колебания поплавка на волне фиксировались в какой-либо одной точке поверхности моря при волнении. Действительно, положение поплавка фиксировалось полярными координатами r и θ на плоскости xoz, следовательно, полученные выражения (2.3.17) и (2.3.18) характеризуют распределение упомянутых элементов двухмерных волн. В природных условиях очень часто приходится встречаться с трехмерными волнами. При теоретическом анализе распределения высоты трехмерной волны оказывается (Крылов, 1956), что высоты трехмерных волн обладают меньшим разнообразием, чем высоты волн в фиксированной точке. Было найдено, что отношение средней высоты трехмерной волны ($\bar{h}_т$) к средней высоте волн в точке ($\bar{h}$) постоянно и равно 1,27. Можно также получить статистическую связь между высотами трехмерных волн и высотами волн в точке (двухмерными волнами). Эта связь представлена в табл. 2.3.3. Из нее следует, что отношение $\frac{h_т}{h}$ уменьшается с уменьшением обеспечен-

Таблица 2.3.3

Статистическая связь между высотой трехмерных волн ($h_т$) и высотой волн в точке (h) (по Ю. М. Крылову)

$p\%$	$\frac{h_т}{h}$	$p\%$	$\frac{h_т}{h}$	$p\%$	$\frac{h_т}{h}$
0,1	1,07	20	1,20	60	1,34
1,0	1,10	30	1,23	70	1,42
5,0	1,14	40	1,27	80	1,51
10	1,18	50	1,30	90	1,73

ности высот волн и при стремлении обеспеченности к нулю это отношение стремится к единице. Например, при обеспеченности измеренной по волнографу высоты волны 1%, т. е. близкой к максимально возможной высоте, она будет в среднем меньше чем на 0,1 отличаться от высоты трехмерной волны той же обеспеченности. Этот вывод, который пока не проверен экспериментальным материалом, все же имеет важный практический смысл.

Теория вероятности (Вентцель, 1962) указывает метод, позволяющий определить закон распределения случайной величины, связанной функциональной зависимостью с другой случайной величиной, для которой известен закон распределения. Поэтому закон распределения периодов волн можно найти, если привлечь связь между периодом и длиной волн, для которой известен закон распределения (2.3.18).

Если $f(x)$ есть функция плотности вероятности непрерывной случайной величины x, а другая случайная величина y связана с ней функциональной зависимостью

$$y = \varphi(x),$$

то плотность вероятности последней определится формулой

$$F(y) = \int\limits_0^{\varphi(y)} f(x)\,dx. \tag{2.3.20}$$

В рассматриваемом случае $x = \lambda$, $y = \tau$; $f(x)$ определится согласно (2.3.18) заменой в ней $\frac{h}{\bar{h}}$ на $\frac{\lambda}{\bar{\lambda}}$, по сказанному выше о правомерности такой замены. Соотношение между λ и τ выражается согласно (1.6.25)

$$\lambda = \frac{g\tau^2}{2\pi}.$$

Теперь функция обеспеченности периода записывается в виде

$$F(\tau) = \int\limits_0^{\frac{g}{2\pi}\tau^2} \frac{\pi}{2}\frac{\lambda}{\bar{\lambda}} \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\lambda}{\bar{\lambda}}\right)^2\right] d\lambda.$$

В результате получают следующую функцию обеспеченности периода волн:

$$F(\tau) = e^{-\Gamma^4\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{\tau}{\bar{\tau}}\right)^4}, \tag{2.3.21}$$

где Γ — гамма-функция.

Переходя к десятичным логарифмам и учитывая, что $\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)=$ $=0{,}9064$, получают

$$\frac{\tau}{\bar{\tau}}=1{,}36(-\lg F)^{1/4}.$$

При этом оказывается, что $C_{v\tau}=0{,}3$, а $C_{s\tau}=1{,}0$.

Принимая во внимание, что скорость распространения волн прямо пропорциональна периоду, функцию распределения скорости волн можно получить из (2.3.21) простой замены буквы τ на букву c. В табл. 2.3.2 даны числовые значения функции (2.3.21). Сопоставление их с данными табл. 2.3.1 показывает отличное согласие с распределением, полученным эмпирическим путем.

То, что в результате наблюдений и теоретического анализа были получены законы распределения элементов ветровых волн и был установлен их случайный характер, имеет существенное значение для анализа процессов развития и распространения ветровых волн, для улучшения методов наблюдений над ними и для практического приложения результатов исследований и наблюдений.

Все приведенные выше данные о разнообразии волн относятся к ветровым волнам, распространяющимся на поверхности достаточно глубокого моря, т. е. тогда, когда его глубина не влияет на размеры волн. Когда волны вступают на мелководье, статистическое распределение их элементов начинает, как показывают наблюдения (Виленский, Глуховский, 1957), отличаться от того распределения, которое они имели при условиях большой глубины. Оно начинает зависеть от отношения средней высоты волн ($\bar{h}$) к глубине моря (H), т. е. от $\frac{\bar{h}}{H}$.

На рис. 2.3.6 показано изменение безразмерной величины $\frac{h}{\bar{h}}$ в зависимости от изменения $\frac{\bar{h}}{H}=H^{*}$. Эти данные получены в результате наблюдений при помощи волнографов в двух прибрежных районах Каспийского моря и в одном прибрежном районе Балтийского моря. Оказывается, что чем больше H^{*}, тем больше в общем случае сближаются между собой кривые безразмерных значений $\frac{h}{\bar{h}}$. Следовательно, уменьшается разнообразие волн. Наиболее крупные по высоте волны обеспеченностью меньше 30% при выходе на мелководье уменьшаются в своих размерах, причем тем больше, чем они выше по абсолютной величине, т. е. чем меньше их обеспеченность. Высоты волн обеспеченностью 0,1 и 1% на глубокой воде при выходе их на очень малые глубины ($H^* \geqslant 0{,}4$) уменьшаются соответственно в $\sim 1{,}6$ и $\sim 1{,}4$ раза. Высоты волн, близкие к обеспеченности 30—50% на глубокой воде, не изменяются при их распространении на мелководье. Высоты волн обеспеченностью $\sim 50\%$ с увеличением H^* возрастают. Например, высоты волн обеспеченностью 70 и 90% при переходе на глубину $H^*=0{,}4$ увеличиваются соответственно в 1,2 и 1,6 раза. Наиболее значительные

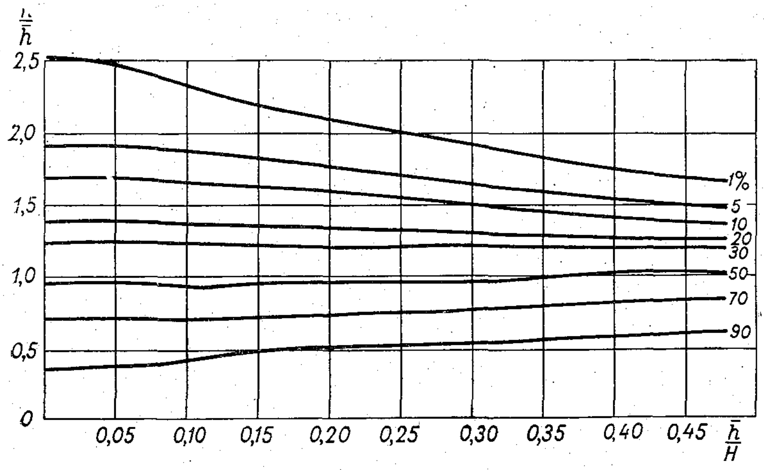

Рис. 2.3.6. Изменение (в %) относительных высот волн (k_h) в зависимости от относительной глубины моря h/H (по Я. Г. Виленскому и Б. Х. Глуховскому).

изменения в высоте волн как малой, так и большой обеспеченности наблюдаются в диапазоне значений H^* от 0,08 до 0,3.

Обнаруженное в результате наблюдений распределение высот волн в прибрежной, мелководной зоне было аппроксимировано с достаточной точностью формулой (Глуховский, 1966), описывающей распределение относительных высот волн $\left(k_h = \frac{h}{\bar{h}}\right)$ в интегральной форме:

$$F(k_h) = \exp\left[-\frac{\pi}{4\left(1+\frac{H^*}{\sqrt{2\pi}}\right)}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^{\frac{2}{1-H^*}}\right]. \qquad (2.3.22)$$

Здесь $\bar{h}$ — средняя высота волн, $H^* = \frac{\bar{h}}{H}$, где H — глубина моря.

Если в (2.3.22) принять, что $H^*=0$, то тогда (2.3.22) перепишется в виде

$$F(k_h)=\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^2\right], \qquad (2.3.23)$$

что совпадает с (2.3.18).

На границе зоны обрушения, когда можно считать, что $H=2h$, а следовательно, $H^*=0{,}5$, (2.3.22) получает вид

$$F\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)=\exp\left[-\frac{\pi}{4{,}8}\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^4\right], \qquad (2.3.24)$$

или

$$\frac{h}{\bar{h}}=1{,}37(-\lg F_h)^{1/4}, \qquad (2.3.25)$$

что совпадает с (2.3.21). Следовательно, в этом случае распределение высот волн совпадает с распределением периодов волн на глубокой воде. Выражение (2.3.22) можно представить в виде, удобном для вычисления:

$$\frac{h}{\bar{h}}=[-2{,}932(1+0{,}4H^*)\lg F_h]^{\frac{1-H^*}{2}}. \qquad (2.3.26)$$

По этой формуле вычислена табл. 2.3.4.

Таблица 2.3.4

Обеспеченность относительной высоты волн $\left(\frac{h}{\bar{h}}\right)$ (по Б. Х. Глуховскому)

$p\%$	Глубокое море	Промежуточная зона									Зона обрушения
	$H^*=\bar{h}/H$										
	0	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,48	0,5
0,1	2,96[1]	2,84[1]	2,71[1]	2,59[1]	2,47[1]	2,34[1]	2,23[1]	2,12[1]	2,01[1]	1,85[1]	1,81[1]
1	2,42	2,34	2,26	2,17	2,09	2,01	1,93	1,85	1,78	1,66	1,63
5	1,95	1,89	1,86	1,81	1,76	1,71	1,66	1,61	1,56	1,48	1,46
10	1,71	1,68	1,65	1,62	1,59	1,55	1,52	1,48	1,44	1,38	1,37
20	1,43	1,42	1,41	1,39	1,37	1,36	1,34	1,32	1,30	1,26	1,25
30	1,24	1,23	1,23	1,23	1,22	1,21	1,21	1,20	1,19	1,17	1,16
50	0,94	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,01	1,01
70	0,67	0,69	0,71	0,73	0,75	0,77	0,79	0,80	0,82	0,85	0,86
90	0,37	0,39	0,41	0,44	0,46	0,49	0,52	0,54	0,57	0,62	0,63
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

[1] Экстраполированные данные.

Коэффициенты изменчивости (C_{vh}) и асимметрии (C_{sh}) высоты волн по мере выхода их на мелководье изменяются следующим образом.

Таблица 2.3.5

Изменения C_{vh} и C_{sh} в зависимости от H^* (по Б. Х. Глуховскому)

$H^* = \frac{\bar{h}}{H}$	C_{vh}	C_{sh}
0,0	0,52	0,62
0,1	0,48	0,50
0,2	0,43	0,36
0,3	0,38	0,22
0,4	0,33	0,07
0,5	0,28	0,00

Из табл. 2.3.5 следует, что изменчивость высоты волн уменьшается, также уменьшается и асимметричность ее распределения, и перед разрушением распределение высот волн имеет симметричный вид.

Распределение периодов волн в первом приближении не изменяется на мелководье и остается тем же, что и на глубокой зоне, т. е. описывается согласно (2.3.21), и, следовательно, и для глубокой воды $C_{v\tau}=0{,}28$, а $C_{s\tau}=0$.

Распределение длин волн совпадает с распределением высот волн, т. е. выражается аналогично (2.3.26):

$$\frac{\lambda}{\bar{\lambda}} = [-2{,}932(1+0{,}4\lambda^*)\lg F_\lambda]^{\frac{1-\lambda^*}{2}}. \qquad (2.3.27)$$

При этом

$$\lambda^* = f\left(\frac{2\pi H}{\bar{\lambda}}\right)$$

представлена в табл. 2.3.6 (по Б. Х. Глуховскому).

Таблица 2.3.6

$\frac{2\pi H}{\bar{\lambda}}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	$\geqslant 6$
λ^*	0,5	0,44	0,37	0,30	0,225	0,16	0,12	0,09	0,065	0,045	0,02	0,01	0,00

В табл. 2.3.7 даны результаты вычисления по (2.3.27) с учетом табл. 2.3.6.

Приведенные результаты наблюдений и полученные на их основании выражения (2.3.22)—(2.3.27) и вытекающие из них выводы действительны для уклонов дна от 0,01 до 0,1 для грунта, сложенного из песка и гравия. Правомерность распространения

Таблица 2.3.7

Обеспеченность относительной длины волн $\left(\frac{\lambda}{\bar{\lambda}}\right)$
(по Б. Х. Глуховскому)

$F\%$	Глубокое море	Промежуточная зона							Зона обрушения
	$2\pi H/\bar{\lambda}$								
	∞	5,0	4,0	3,0	2,0	1,5	1,0	0,5	0
1	2,42	2,37	2,30	2,22	2,02	1,92	1,79	1,68	1,63
2	2,23	2,19	2,15	2,08	1,91	1,82	1,70	1,60	1,56
3	2,11	2,09	2,06	2,01	1,85	1,75	1,65	1,56	1,51
5	1,95	1,94	1,91	1,88	1,75	1,67	1,58	1,49	1,46
10	1,71	1,71	1,70	1,69	1,59	1,55	1,46	1,39	1,37
20	1,43	1,43	1,44	1,44	1,40	1,36	1,32	1,27	1,25
30	1,24	1,25	1,26	1,27	1,25	1,24	1,21	1,18	1,16
50	0,94	0,95	0,96	0,98	1,00	1,01	1,02	1,02	1,02
70	0,67	0,68	0,69	0,71	0,74	0,78	0,81	0,84	0,86
90	0,37	0,37	0,38	0,39	0,42	0,45	0,50	0,60	0,63
100	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

их на другие прибрежные условия с иными уклонами дна требует, естественно, проверки.

Все, что было сказано о разнообразии ветровых волн, видимо, применимо к собственно ветровым волнам. Разнообразие волн в случае существования зыби, вероятно, отлично в своей количественной оценке от изложенных выше закономерностей. Этот вопрос не получил до настоящего времени ясного количественного выражения.

Все изложенное в настоящем параграфе относится, как уже было отмечено, к статистическим характеристикам ветрового волнения, отражающим их распределение за очень короткое время. Следовательно, описывались так называемые квазистационарные функции распределения элементов ветровых волн. Однако в исследовании ветрового волнения встречаются с другими функциями распределения, которые строятся по многолетним, систематическим наблюдениям над размерами волн на морях или океанах. Такие функции носят название режимных или режимно-климатических функций распределения. Этим функциям будет уделено внимание в § 6 настоящей главы.

§ 4. Волнообразующие факторы

Развитию больших ветровых волн наиболее способствуют сильные ветры, устойчивые по направлению и скорости, дующие в течение долгого времени над большими водными пространствами.

Такие условия наиболее часто могут быть в зоне прохождения циклонов или, как их называют, депрессий. На рис. 2.4.1 схематически показано перемещение такого циклона в северном полушарии из точки M в точку M_1, M_2, а затем M_3. Примерные направления ветров в циклоне показаны стрелками. В южной части циклона дуют юго-западные ветры, в восточной — юго-восточные, в северной — северо-восточные и в западной — северо-западные. Развитие и распространение ветровых волн при такой схеме движения циклона будут примерно следующими: северо-восточные ветры в северной части циклона не смогут создать очень сильного

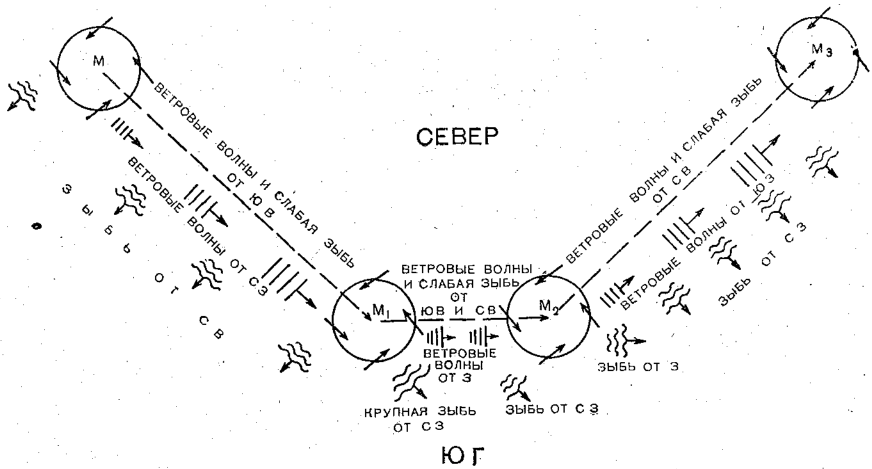

Рис. 2.4.1. Схема распространения ветровых волн в области океана, над которой перемещается барометрическая депрессия.

ветрового волнения, так как волны, распространяясь на юго-запад, при перемещении депрессии на юго-восток вскоре окажутся вне действия того ветра, который их возбудил. Поэтому они будут превращаться по мере удаления циклона к юго-востоку в относительно слабую зыбь, распространяющуюся от северо-востока.

Наиболее способствуют росту и распространению ветрового волнения северо-западные ветры, дующие в западной части депрессии. Направление этих ветров совпадает с направлением перемещения самого минимума. Поэтому по мере продвижения депрессии на юго-восток северо-западные ветры будут неизменно влиять на рост волн. Таким образом, наиболее благоприятной для развития волнения является западная часть депрессии, а наименее благоприятной — северная ее часть. Здесь будет появляться относительно слабое ветровое волнение и такая же слабая зыбь.

Когда депрессия в своем движении от точки M_1 к точке M_2 повернет к западу, северо-западные ветры будут в меньшей степени способствовать росту волн. Ветровое волнение от северо-запада, достигшее при движении депрессии к юго-востоку значительного развития, после поворота последней к западу, распространяясь прямолинейно, будет превращаться в крупную зыбь. После поворота депрессии к востоку зыбь по-прежнему будет распространяться с северо-запада. Однако эта зыбь уже не будет столь крупной, так как северо-западные ветры не будут возбуждать такого сильного ветрового волнения, как это наблюдалось при перемещении депрессии на юго-восток.

При перемещении депрессии на северо-восток ветровые волны будут наиболее интенсивно расти под влиянием юго-западных ветров. Ветровые волны, вызванные северо-западными ветрами, будут быстро выходить из-под действия ветра и превращаться в зыбь. Однако эта зыбь не будет такой крупной, как та, которая была порождена северо-западными ветрами на первом отрезке пути депрессии, когда эти ветры могли длительно и на большом расстоянии вызывать рост ветровых волн. Сильное действие северо-западных ветров на развитие волн объясняется также и тем, что возникновение этих ветров в депрессиях северного полушария обусловлено прохождением холодного фронта. Обычно это вызывает резкое усиление ветра от северо-запада, появление шквалов, что в совокупности благоприятствует росту волн.

Если депрессия достаточно глубока, а следовательно, сила ветра достигает значительной величины, при перемещении такой депрессии в течение достаточно долгого времени над большими водными пространствами скорость волн в передней части депрессии может превзойти скорость перемещения самого минимума. В этом случае появившаяся зыбь будет предварять приближение депрессии.

Часто бывает и так, что сильный ветер, развивший ветровое волнение, стихает. Тогда эти ветровые волны превращаются в волны зыби. Однако если ветер вновь усиливается, то при наличии зыби развитие нового ветрового волнения протекает гораздо быстрее и нужно значительно меньше времени, чтобы вновь задувший ветер породил сильное ветровое волнение.

Такое явление особенно часто наблюдается в тех областях океанов и морей, где штормы следуют в быстрой последовательности один за другим. Тогда море не успевает успокоиться и каждый следующий шторм быстро разводит сильное волнение. Такие условия мы наблюдаем, например, в северной части Атлантического океана, в северной части Тихого океана, в таких морях, как Баренцево, Охотское, и особенно часто в южных частях Атлантического, Индийского и Тихого океанов, где штормы идут в частой последовательности и достигают огромной силы.

На рис. 2.4.2 приведены схемы распределения сильного (высота волн 3%-ной обеспеченности 6—8 *м* и больше) и слабого волнения (высота волн 3%-ной обеспеченности до 3—4 *м*) в областях циклонов и антициклонов северного полушария. Схемы составлены на основе расчетов элементов ветровых волн по ежедневным синоптическим картам и по данным наблюдений с кораблей погоды в северной части Атлантического океана. Эти рисунки дополняют пояснения, сделанные выше к рис. 2.4.1.

Из обсуждения вопроса о том, как развиваются волны в зоне перемещающейся депрессии, можно заключить о важном значении в развитии ветровых волн, помимо скорости ветра, того расстояния, над которым дует ветер более или менее устойчивого направления и такой скорости, при которой могут возникнуть ветровые волны.

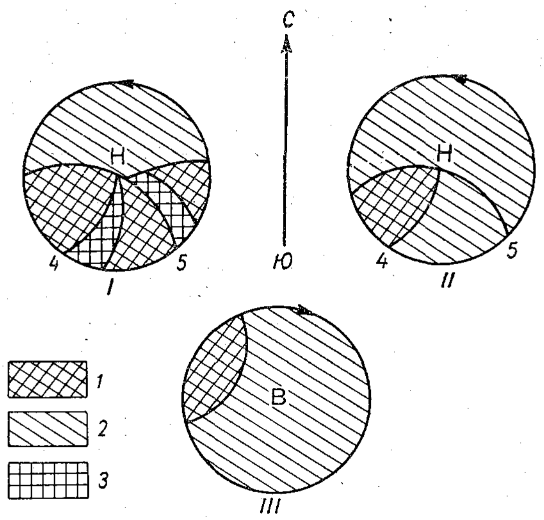

Рис. 2.4.2. Схема распределения волнения моря в циклонах (*Н*) и в антициклонах (*В*) северного полушария (по Ю. Ефимову).

I — глубокий стационарный циклон, *II* — стационарный циклон с нечетко выраженными фронтами, *III* — антициклон.

1 — область сильного ветрового волнения (высота волн ~5—7 м), *2* — область умеренного ветрового волнения (высота волн ≤ 3—5 м), *3* — область появления зыби, *4* — холодный фронт, *5* — теплый фронт.

Ветровые потоки могут быть различной кривизны, но наблюдения показывают, что колебания в направлении дующего ветра в 2—3 румба, т. е. в пределах 20—30°, не изменяют существенно процесса развития и распространения волн (Титов, 1951). Длина такого воздушного потока над поверхностью моря определит разгон волн (x).

Например (рис. 2.4.1), по пути перемещения депрессии из точки M в точку M_1 в западной ее части дуют устойчивые северо-западные ветры. Следовательно, разгоном волн в данном случае является расстояние MM_1. При дальнейшем движении депрессии разгоном волн для развития волн в юго-восточной ее части будет являться расстояние M_1M_2. Поэтому разгон волн может быть очень разнообразен. Он зависит от синоптических условий, т. е. от формы, размеров и характера перемещения барических образований. В глубоких депрессиях умеренных широт обоих полушарий ветер может дуть, не изменяя сколько-нибудь существенно своего направления, на расстоянии многих сотен миль. Однако могут быть и такие синоптические условия, когда разгон волн будет очень небольшим. Например, обращаясь к рис. 2.4.1, можно увидеть, что при перемещении депрессии из точки M в точку M_1 в северо-западной ее части северо-восточные ветры дуют на небольшом расстоянии из-за перемещения самой депрессии в юго-восточном направлении. Кроме того, эти ветры будут не очень продолжительными для одного и того же района. Действительно, для того чтобы ветровые волны развились, необходимо, чтобы ветер действовал на них не только в одном и том же направлении, но и достаточно длительное время. Следовательно, помимо величины разгона волн, не меньшее значение в развитии ветровых волн имеет продолжительность действия ветра (t). Чем дольше дует ветер, тем больше энергии он успеет передать волнам.

Волны непрерывно перемещаются вперед, поэтому если ветер, не меняя своего направления в пределах больше 2 румбов ($\sim 22°$), все время действует на бегущие вперед волны, а движению последних ничто не препятствует, они пробегут некоторое расстояние, в общем случае тем большее, чем продолжительнее и сильнее ветер. Однако разгоны волн определяются не только синоптическими условиями, но также величиной свободной водной поверхности — размером и формой бассейна. Если его размер и форма таковы, что при любых синоптических условиях ветровые потоки не охватывают весь бассейн, то волны могут не только полностью развиваться под действием ветра, но и пробегать большие расстояния в виде зыби, пока не достигнут берегов такого бассейна. Такие условия встречаются в океанах. Наоборот, на морях ветровые потоки обычно занимают почти все свободное пространство над морем. Поэтому зыбь на морях — относительно более редкое явление, чем на океанах. В более мелких водных бассейнах, например на озерах или на крупных водохранилищах, разгоны волн обычно не превосходят размеров водной поверхности; поэтому зыбь в таких малых бассейнах почти никогда не встречается.

Итак, размеры ветровых волн в процессе их роста зависят главным образом от скорости ветра (w), длины воздушного потока, т. е. разгона волн (x), и от продолжительности действия ветра (t):

$$h = f(w, x, t). \tag{2.4.1}$$

Безусловно, что термин «разгон волн» неудачен и не отражает физической сущности процесса развития ветровых волн. Последние отнюдь не «разгоняются» ветром. Однако этот термин настолько укоренился в отечественной океанографической литературе, что вряд ли целесообразно заменять его каким-либо другим, может быть, и более точным.

На развитие волн, конечно, влияют и другие причины, например ускорение силы тяжести (g), плотность воды (ρ) и воздуха (ρ') и др. В условиях мелководья существенное значение имеет глубина моря (H). Однако, полагая, что g, ρ, ρ' являются постоянными, и рассматривая развитие волн в условиях глубокого моря, можно принять выражение (2.4.1) как отвечающее в первом приближении условиям развития волн.

Начало разгона волн в общем случае должно совпадать с береговой чертой (подветренный берег), от которой происходит развитие волн, что вполне применимо для небольших водоемов (озер, водохранилищ). В открытом море и в особенности в океане начало разгона волн часто совпадает с той точкой, где происходят значительные изменения в направлении и скорости ветра. Это наблюдается, например, на границе холодных или теплых метеорологических фронтов (рис. 2.4.2). В таких случаях область, где расположена такая точка, называют границей шторма.

Разгон волн оценивается, по сказанному выше, длиной воздушного потока над свободной водной поверхностью от точки, для которой его необходимо определить (конечная точка разгона волн, точка A на рис. 2.4.3 *а*), навстречу действию ветра.

При этом принимается, что направление ветра над всем разгоном волн не должно изменяться больше чем на 25°. Этим условием определяется положение конечной точки искомой длины разгона волн (точка B на рис. 2.4.3 *а*). Такой участок ветрового потока (AB на рис. 2.4.3 *а*) принимается за разгон волн (x). Однако учитывается еще одно условие: скорость ветра над всем измеренным таким способом разгоном волн должна быть постоянна в интервале ± 2 м/сек. В противном случае измеренный разгон волн разделяется на такие его отрезки, над которыми скорость ветра постоянна в упомянутом выше диапазоне ± 2 м/сек. Тогда за разгон волн принимается не весь измеренный участок ветрового потока (AB на рис. 2.4.3 *а*), а его отдельные отрезки (AF, FB на рис. 2.4.3 *б*). Следовательно, в этом случае, например, начальная точка разгона B (рис. 2.4.3 *а*) заменяется точкой F (рис. 2.4.3 *б*), а точка B является начальной точкой разгона волн FB (рис. 2.4.3 *б*). Эти приемы в определении разгонов волн были разработаны в результате большого числа таких определений

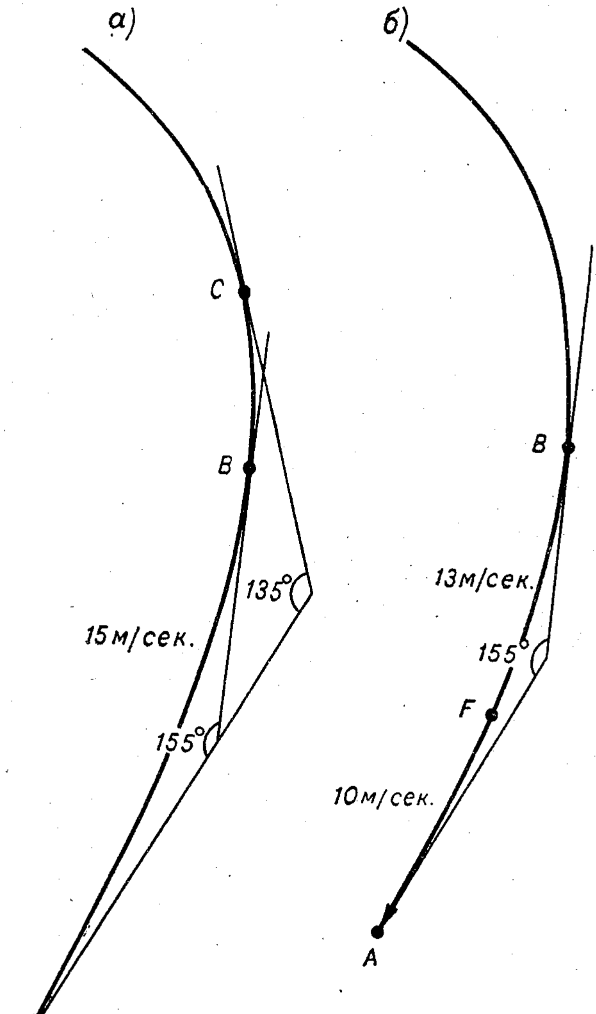

Рис. 2.4.3. Схема, поясняющая определение разгона волн (см. текст).

а — одинаковая скорость ветра над разгоном волн, *б* — неодинаковая скорость ветра над разгоном волн.

в конкретных погодных условиях (Титов, 1951). Из сказанного следует, что непрерывное изменение скорости ветра по разгону волн заменяется ступенчатыми, прерывными его колебаниями. Так же поступают, если скорость ветра изменяется во времени (рис. 2.4.4 *а* и *б*).

Некоторые авторы (Руководство, 1960) допускают возможным принимать за разгон волн такие участки ветрового потока, где направление ветра различается в пределах 45°. При таких условиях разгон волн будет определяться, например, отрезком *AC* на рис. 2.4.3 *а* и, следовательно, будет всегда больше того разгона, который измеряется первым способом.

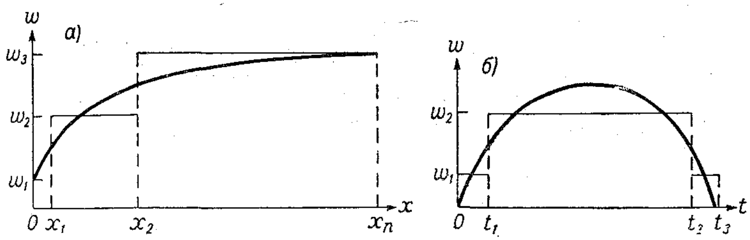

Рис. 2.4.4.

а — замена непрерывного изменения скорости ветра над разгоном его ступенчатым, прерывистым изменением; *б* — замена непрерывного изменения скорости ветра во времени его ступенчатым, прерывным изменением.

Многочисленные наблюдения и опыт мореплавателей показывают, что если дующий ветер изменяет свое направление больше чем на 2 румба (~25°), то такое изменение в направлении ветра вызывает заметное уменьшение высоты первоначально существовавших волн. Когда направление ветра изменяется на ~4 румба (~45°), то тогда, если скорость ветра не ослабевает, начинает развиваться новая система волн, а ранее существовавшие волны быстро теряют свои очертания. Некоторые численные оценки влияния изменения в направлении ветра на размеры волн показывают, что высота волн, двигающихся под углом 45° к направлению ветра, составляет около 55% той высоты волн, которую они имели, распространяясь в направлении действия ветра (Артур, 1951). Тем самым, видимо, более рационально положить предельный угол в оценке разгона волн 25°.

Определение разгона волн описанным способом осуществляется по синоптическим картам, на которых можно определить длину ветрового потока и его скорость.

В силу разнообразия в распределениях направления и интенсивности воздушных потоков над поверхностью океанов или морей, обусловленного теми или иными синоптическими процессами, последние, а тем самым и разгоны волн могут быть существенно различными. Разнообразие воздушных потоков можно оценить как за период шторма, т. е. в течение нескольких суток, так, естественно, и за более длительные промежутки времени (месяц, сезон, год). Исследование этого разнообразия (Титов, Зубова, 1967) показало, что его можно выразить следующей функцией распределения интегральной повторяемости относительных разгонов волн $\frac{x}{x^*}$.

$$F\left(\frac{x}{x^*}\right)=\exp\left[-\frac{x}{x^*}\right]=\exp\left[-k_x\right], \tag{2.4.2}$$

где x — разгон волн, измеренный в каждом случае приемами, изложенными выше, а x^* — средний разгон волн, вычисляемый как среднее арифметическое значение из всего числа измеренных разгонов (x), соответствующих одной и той же скорости ветра; $k_x=\frac{x}{x^*}$.

Средняя квадратическая ошибка в определении $F\left(\frac{x}{x^*}\right)$ по (2.4.2) равна $\pm 12\%$, но она увеличивается для $F\left(\frac{x}{x^*}\right)\approx 0{,}01$ и меньше.

Эти результаты были (Титов, Зубова, 1967) получены путем измерений длины ветровых потоков приемами, изложенными выше (рис. 2.4.3 *а*), по ежедневным синоптическим картам за отдельные штормы, непрерывно за разные сезоны года и за отдельные годы для района северной части Атлантического океана от 30 до 65° с. ш. и от 10° в. д. до 60° з. д.; было проведено $\sim$10 000 таких измерений для скоростей ветра от 4 до 30 м/сек.

Распределение $k_x=\frac{x}{x^*}$ по (2.4.2) не зависит от скорости ветра (Титов, Зубова, 1967) и действительно за промежутки времени от нескольких суток, т. е. за период шторма, и больше при условии, что число вариантов в исследуемом их распределении не менее 100—150. Значения $F\left(\frac{x}{x^*}\right)$ по (2.4.2) приведены в табл. 2.4.1. При этом, если $F\left(\frac{x}{x^*}\right) < 1\%$, значения $\frac{x}{x^*}$ следует считать приближенными, поскольку вообще $\frac{x}{x^*}\to\infty$ не имеет физического смысла применительно к длине ветровых потоков в реальных погодных условиях. Тем самым для значения $\frac{x}{x^*}$ малой обеспеченности функция (2.4.2) неточна.

Таблица 2.4.1

$F\left(\frac{x}{x^*}\right)$% по (2.4.2)

F%	$\frac{x}{x^*}$	F%	$\frac{x}{x^*}$	F%	$\frac{x}{x^*}$
0,01	~9,2	10	2,30	45	0,80
0,1	~6,9	11	2,20	50	0,70
1	4,6	12	2,12	55	0,60
2	3,91	13	2,04	60	0,51
3	3,50	14	1,96	65	0,43
4	3,21	15	1,90	70	0,36
5	3,00	20	1,60	75	0,29
6	2,81	25	1,38	80	0,22
7	2,65	30	1,20	85	0,16
8	2,52	35	1,05	90	0,10
9	2,40	40	0,91	95	0,05
				99	0,01

Если средние разгоны волн определяются за период шторма и больше (месяц, сезон, год), то тогда x^* можно вычислить по формуле (рис. 2.4.5 *а*)

$$x^* = \frac{50 \cdot 10^5}{w}, \qquad (2.4.3)$$

где w — скорость ветра в м/сек., x^* — в метрах, $50 \cdot 10^5$ — константа, имеющая размерность м²/сек.

Эта последняя зависимость действительна для $w \geqslant 10$ м/сек. Если $w < 10$ м/сек., то $x^* = \text{const} \cong 500$ км (рис. 2.4.5 *а*). Средняя квадратичная ошибка (2.4.3) равна примерно $\pm 8\%$.

Выражение (2.4.3) получено при условии, что в число разгонов (x), из которых было определено среднее арифметическое значение разгонов (x^*), были включены только такие ветровые потоки, когда скорость ветра была однородна, т. е. не менялась больше чем на 2 м/сек. (рис. 2.4.3 *а*). В подсчет среднего арифметического значения разгонов (x^*) можно включить все измеренные значения воздушных потоков, следовательно, и такие, когда скорость ветра не была однородна (рис. 2.4.3 *б*), а тем самым и направление ветра изменялось меньше чем на 25°. В этом случае

$$x^* = \frac{35 \cdot 10^5}{w}, \qquad (2.4.4)$$

и если $w \leqslant 8$ м/сек., то тогда x^* постоянно и равно ~450 км. При этом опять x^* — в метрах, а w — в м/сек. (рис. 2.4.5 *а*).

Функция распределения $\frac{x}{x^*}$, описываемая выражением (2.4.2), действительна и тогда, когда x^* определяется по (2.4.4).

Используя (2.4.2) и (2.4.3), распределение интегральной повторяемости воздушных потоков — разгонов волн (x) — с однородной скоростью ветра вычисляется по уравнению

$$F(x) = \exp\left[-\frac{xw}{50 \cdot 10^5}\right]. \qquad (2.4.5)$$

Это распределение приведено на рис. 2.4.5 *б*, из которого видно, что вероятность существования разгонов существенно

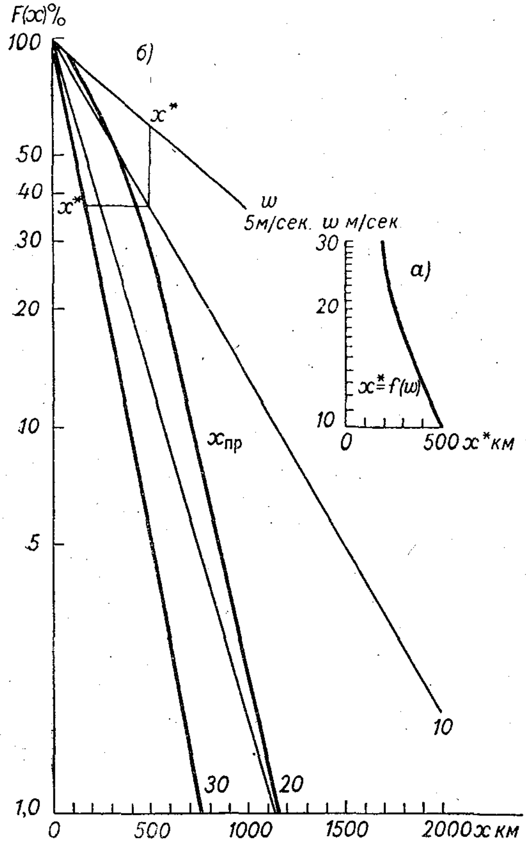

Рис. 2.4.5. *а*) $x^* = f(w)$ по (2.4.3), *б*) $F(x)\% = f(w)$ по (2.4.5).

$x_{пр}$ — предельный разгон волн по (2.5.41).

различна для каждой скорости ветра. Чем больше скорость ветра, тем вероятнее небольшие разгоны, а вероятность их больших значений уменьшается.

Следует обратить внимание на удобные графические представления (2.4.2), если его дважды прологарифмировать. Тогда

$$\lg\left[-\lg\left(F\left(\frac{x}{x^*}\right)\right]=\lg\frac{x}{x^*}+\lg(\lg e),$$

и, следовательно, если откладывать на вертикальной оси билогарифмы $\left(F\left(\frac{x}{x^*}\right)\right)$, а на горизонтальной — $\lg\frac{x}{x^*}$, выражение (2.4.2) будет определяться прямой линией. Аналогично можно представить и (2.4.5).

Скорость ветра определяется путем измерений или оценивается по синоптическим картам. В измеренную скорость ветра необходимо внести некоторые поправки (глава 3, § 2), прежде чем она может быть учтена в оценке ее воздействия на развитие волн. Скорость ветра, так же как и его направление, которое связано с определением разгона волн, изменяется как во времени, так и в пространстве. Поэтому измеренные скорость ветра и его направление есть некоторые средние значения за период измерения (обычно за 100 сек.) или за более длительные интервалы времени, определяемые сроками наблюдений или сроками составления синоптических карт. Первые изменения, т. е. изменения за период наблюдения, обычно незначительны, но вторые, т. е. межсрочные, могут достигать существенных значений. Они больше в штормовых районах и меньше в районе с относительно слабыми ветрами. В табл. 2.4.2 приведена средняя межсрочная изменчивость скорости ветра и его направления, по данным наблюдений в одном из штормовых районов северной части Атлантического океана. Предельные колебания скорости ветра 2 м/сек. и $\sim 25°$ по направлению, не влияющие существенно на развитие волн, являются средними для интервалов между определениями 6 час. (табл. 2.4.2). При оценке продолжительности действия ветра, определяемой промежутком времени, когда ветер не ме-

Таблица 2.4.2

Средняя абсолютная межсрочная изменчивость направления и скорости ветра. Корабль погоды J (Петров, 1967)

Характеристика	Месяц	Интервал между сроками наблюдений, часы				
		6	12	18	24	48
Колебания в направлении ветра, град.	VIII	27	41	55	59	66
	II	27	41	49	53	60
Колебания в скорости ветра, м/сек.	VIII	2,2	3,1	3,6	4,0	4,4
	II	3,2	4,2	4,9	5,0	5,4

няется по скорости больше чем на 2 м/сек. и по направлению больше чем на 25°, должно учитывать межсрочную изменчивость ветра (глава 3, § 2).

При этом (Петров, 1967) межсрочная изменчивость ветра по его скорости значительно меньше, чем изменчивость по направлению. Кроме того, интенсивный рост изменчивости направления и скорости ветра не продолжается бесконечно. С увеличением интервала между сроками наблюдений прирост изменчивости постепенно уменьшается и стремится к некоторой постоянной величине. При этом изменчивость скорости ветра стабилизируется быстрее, чем изменчивость направления.

При сильных ветрах изменчивость скорости ветра возрастает, а изменчивость направления уменьшается, при более слабых ветрах наблюдается обратная картина.

§ 5. Зависимость элементов ветровых волн от волнообразующих факторов

В этом параграфе рассматриваются результаты определения эмпирических зависимостей между волнообразующими факторами (глава 2, § 4) и элементами ветровых волн. Поиски подобного рода связей служили издавна предметом исследований многих авторов как в нашей стране, так и за рубежом (Введение, § 1). Первые публикации на эту тему относятся к середине прошлого столетия. Использование за последнее время автоматических регистраторов элементов волн, пришедших на смену прежним глазомерным оценкам, инструментальные измерения скорости ветра, так же как и более объективная оценка разгонов волн по синоптическим картам, значительно повысили достоверность используемых данных.

Ниже рассматриваются результаты исследований последних лет, выполненных на основе инструментальных наблюдений над элементами волн и достаточно объективного определения волнообразующих факторов.

Зависимость тех или иных элементов ветровых волн, например их высоты, в первом приближении для условий глубокого моря может быть выражена как функция трех независимых переменных (2.4.1)

$$h = f(w, x, t).$$

Элементы волн и волнообразующие факторы, входящие в эту или аналогичные ей зависимости, выражаются в безразмерном виде (Свердруп, Манк, 1947). Такими безразмерными выражениями являются:

а) безразмерная высота волн

$$\tilde{h} = \frac{g\bar{h}}{w^2}, \tag{2.5.1}$$

б) безразмерный период волн

$$\tilde{\tau} = \frac{g\bar{\tau}}{w}, \tag{2.5.2}$$

в) безразмерная скорость волн

$$\tilde{\beta} = \frac{\bar{c}}{w}, \tag{2.5.3}$$

г) безразмерная крутизна волн

$$\tilde{\delta} = \frac{\bar{h}}{\bar{\lambda}}, \tag{2.5.4}$$

д) безразмерный разгон волн

$$\tilde{x} = \frac{gx}{w^2} \tag{2.5.5}$$

[следует заметить, что в силу разнообразия разгонов волн, о чем шла речь в § 4 настоящей главы, было бы рационально вычисление безразмерного разгона по (2.5.5) осуществлять с учетом их вероятности],

е) безразмерная продолжительность роста волн

$$\tilde{t} = \frac{gt}{w}. \tag{2.5.6}$$

Штрихи над символами элементов волн, входящих в правые части упомянутых выражений, обозначают, что в безразмерные соотношения вводятся средние значения элементов волн (глава 2, § 3) или же такие их значения, которые имеют определенную обеспеченность. Если речь идет о мелководных районах, т. е. о таких, где на развитие волн может влиять глубина моря, тогда в рассмотрение вводится

ж) безразмерная глубина моря

$$\tilde{H} = \frac{g\bar{H}}{w^2}, \tag{2.5.7}$$

где $\bar{H}$ — средняя глубина на пути распространения волн, найденная тем или иным способом из всего разнообразия глубин.

Для условий открытого глубокого моря, т. е. пренебрегая влиянием глубины моря и очертанием берегов, зависимость безразмерных элементов волн от безразмерных $\tilde{x}$ и $\tilde{t}$ можно выразить в виде следующих универсальных функций:

$$\tilde{h} = f_1(\tilde{x}, \tilde{t}), \tag{2.5.8}$$

$$\tilde{\tau} = f_2(\tilde{x}, \tilde{t}), \tag{2.5.9}$$

$$\tilde{\beta} = f_3(\tilde{x}, \tilde{t}). \tag{2.5.10}$$

Эти функции могут быть представлены в ином виде, если предположить, что:

а) ветер действует настолько долго, что размеры волн практически перестают зависеть от $\tilde{t}$, т. е. процесс развития волн прекратился, или

б) когда волны развиваются в таком удалении от берега (или от границы шторма), что их размеры не зависят от $\tilde{x}$.

В первом случае все безразмерные элементы волн зависят только от $\tilde{x}$, т. е.

$$\tilde{h} = f_4(\tilde{x}), \tag{2.5.11}$$

$$\tilde{\tau} = f_5(\tilde{x}), \tag{2.5.12}$$

$$\tilde{\beta} = f_6(\tilde{x}), \tag{2.5.13}$$

во втором случае — только от $\tilde{t}$, т. е.

$$\tilde{h} = f_7(\tilde{t}), \tag{2.5.14}$$

$$\tilde{\tau} = f_8(\tilde{t}), \tag{2.5.15}$$

$$\tilde{\beta} = f_9(\tilde{t}). \tag{2.5.16}$$

Упомянутые функции (2.5.8)—(2.5.16) следует дополнить функцией, связывающей безразмерную высоту волн с их безразмерным периодом,

$$\tilde{h} = f_{10}(\tilde{\tau}), \tag{2.5.17}$$

поскольку такая зависимость не вытекает из теории волн (глава 1, § 6). Следовательно, задача отыскания численных связей между элементами волн и волнообразующими факторами сводится к отысканию приведенных выше функций в явном виде.

Эта задача решается в настоящее время путем привлечения инструментальных определений элементов ветровых волн. Волнообразующие факторы оцениваются по возможности приемами, о которых речь шла ранее (глава 2, § 4).

Во всех случаях обнаруживается значительное рассеяние в сопоставляемых значениях. Особенно заметно оно при сопоставлении $\tilde{h}$, $\tilde{\tau}$ и β с $\tilde{x}$ и $\tilde{t}$. Это объясняется как неизбежными неточностями в определении элементов ветровых волн, так главным образом неопределенностью в оценке x и t. В результате искомые зависимости (2.5.11)—(2.5.16) получают различные численные значения.

В общем случае они имеют вид

$$\tilde{h} = a_1 \tilde{x}^m,$$

$$\tilde{\tau} = a_2 \tilde{x}^p,$$

$$\tilde{\lambda} = a_3 \tilde{x}^n,$$

$$\tilde{\delta} = a_4 \tilde{x}^{m-n},$$

$$\tilde{t} = a_5 \tilde{x}^q.$$

При этом колебания в значениях безразмерных коэффициентов a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 связаны в основном с различием в обеспеченности вводимых в искомые зависимости элементов волн. Неоднородность показателей степени m, n, p, q большей частью вызвана трудностью определения x и t и существованием в этих определениях ошибок.

Поэтому у различных авторов названные показатели степени колеблются в известных пределах. В среднем их значения близки к следующим величинам: $m \approx 0{,}5$, $n \approx 0{,}6$, $p \approx 0{,}3$ и $q \approx 0{,}85$.

После того как появились первые волны (§ 1), энергия ветра продолжает поступать и они увеличиваются в своих размерах. Результаты многочисленных наблюдений показывают, что первое время волны растут в высоту и длину, при этом последняя увеличивается более интенсивно, почему крутизна волн уменьшается и они делаются более пологими, если скорость ветра остается постоянной. Если же последняя увеличивается, то тогда более интенсивно растет высота волн и волны делаются более крутыми.

Из (2.2.15) следует, что при $\bar{\beta} = 1$ питание волн энергией ветра прекращается.

Наблюдения в природных условиях показывают, что действительно уже при $\bar{\beta} \approx 0{,}8$ рост волн существенно замедляется, а при $\bar{\beta}$ около 1 он, видимо, полностью прекращается. Эти экспериментальные выводы свидетельствуют, что эффективность воздействия воздушного потока на профиль волны существенно зависит от $\bar{\beta}$ и изменение последней характеризует изменения энергии ветра, поступающей волнам. Поскольку последняя пропорциональна квадрату их высоты (глава 1, § 7), то функциональная безразмерная зависимость

$$\tilde{h} = f_{11}(\bar{\beta}) \tag{2.5.18}$$

должна описывать изменения высоты волн в процессе их развития.

Используя современные волнографные наблюдения в океане над высотой и периодом волн и одновременные инструментальные определения скорости ветра с советских экспедиционных судов, выражение (2.5.18) получили в виде (Титов, 1965)

$$\widetilde{h} = 0{,}146\,\bar{\beta}^{1,5} \tag{2.5.19}$$

или

$$\bar{h} = \frac{0{,}146}{g} w^2 \bar{\beta}^{1,5} = 0{,}0152 w^2 \bar{\beta}^{1,5}, \tag{2.5.20}$$

а также

$$\bar{h} = \frac{0{,}146}{(2\pi)^{1,5}} g^{0,5} \bar{\tau}^{1,5} w^{0,5} = 0{,}029 \bar{\tau}^{1,5} w^{0,5}. \tag{2.5.21}$$

В этих выражениях $\bar{h}$ — в метрах, $\bar{\tau}$ — в секундах, $\bar{w}$ — в м/сек. Из (2.5.19), привлекая (1.3.4), находят, что

$$\bar{\delta} = \frac{0{,}023}{\bar{\beta}^{0,5}}. \tag{2.5.22}$$

Из последнего выражения с учетом (2.5.20) следует:

$$\bar{\lambda} \approx \frac{2\pi}{g} w^2 \bar{\beta}^2,$$

$$\bar{\tau} \approx \frac{2\pi}{g} w \bar{\beta}. \tag{2.5.23}$$

Из сопоставления (2.5.20) с (2.5.23) видно, что высота волн увеличивается в интервале от $\beta = 0{,}5$ до $\beta = 1$ примерно в 2,8 раза, в то время как длина волны нарастает в 4 раза. Поэтому крутизна волны уменьшается по мере развития ветровых волн. Но при фиксированном значении β волна тем круче, чем сильнее ветер.

Анализ результатов упомянутых выше волнографных наблюдений над элементами волн показал (Титов, 1965), что выражение (2.5.19) действительно при условии $\bar{\beta} \leqslant 1$, что находит согласие с (2.2.15). Следовательно, предельным значением $\bar{\beta}$ является

$$\bar{\beta}_{\text{пр}} = 1; \tag{2.5.24}$$

при бóльших ее величинах энергия ветра перестает восприниматься волнами.

Однако должна существовать и некоторая наименьшая величина $\bar{\beta}$, т. е. $\bar{\beta}_{\text{мин}}$, при которой наступает процесс развития ветровых волн (глава 2, § 1).

Наибольшей возможной крутизной волн в воде и в том числе ветровых волн можно считать (глава 1, § 5)

$$\delta = \frac{1}{7},$$

предельной высотой волн — высоту волн, близкую к 0,1%-ной обеспеченности (глава 2, § 3), которая равна утроенной средней высоте волны. Наиболее вероятной длиной волны можно принять длину, составляющую 0,8 средней длины волны (глава 2, § 3). Следовательно, можно записать, что (Крылов, 1958)

$$0{,}143 = \frac{3\bar{h}}{0{,}8\bar{\lambda}}, \qquad (2.5.25)$$

откуда предельная возможная средняя крутизна волн $(\overline{\delta_{пр}})$ окажется равной

$$\bar{\delta}_{пр} = 0{,}038. \qquad (2.5.26)$$

Подставляя (2.5.24) и (2.5.26) в (2.5.20), (2.5.21) и (2.5.22), находят, что

$$\bar{h}_{макс} = 0{,}0152 w^2, \qquad (2.5.27)$$

$$\bar{h}_{мин} = 0{,}0034 w^2, \qquad (2.5.28)$$

$$\bar{\tau}_{макс} = 0{,}64 w, \qquad (2.5.29)$$

$$\bar{\tau}_{мин} = 0{,}238 w, \qquad (2.5.30)$$

$$\bar{\beta}_{мин} = 0{,}372. \qquad (2.5.31)$$

Зависимость средней высоты волн от скорости ветра и среднего периода по приведенным выше формулам показана на рис. 2.5.1, зависимость средней крутизны волн от β—на рис. 2.5.2.

Формула (2.5.22) существенно отличается от аналогичной зависимости, предложенной Ю. М. Крыловым (1956):

$$\bar{\delta} = \frac{0{,}019}{\bar{\beta}}.$$

Она изображена на рис. 2.5.2. На том же рисунке показана зависимость, полученная В. В. Шулейкиным (2.8.24), которая отлично согласуется с (2.5.22).

Из (2.5.22) можно найти, что

$$\bar{\tau} = 10{,}5\,\bar{h}^{0{,}67} w^{-0{,}33},$$

что отличается от аналогичной зависимости, полученной ранее (Титов, 1951; Грушевский, 1960) в виде

$$\bar{\tau} = 4{,}1\bar{h}^{0{,}6},$$

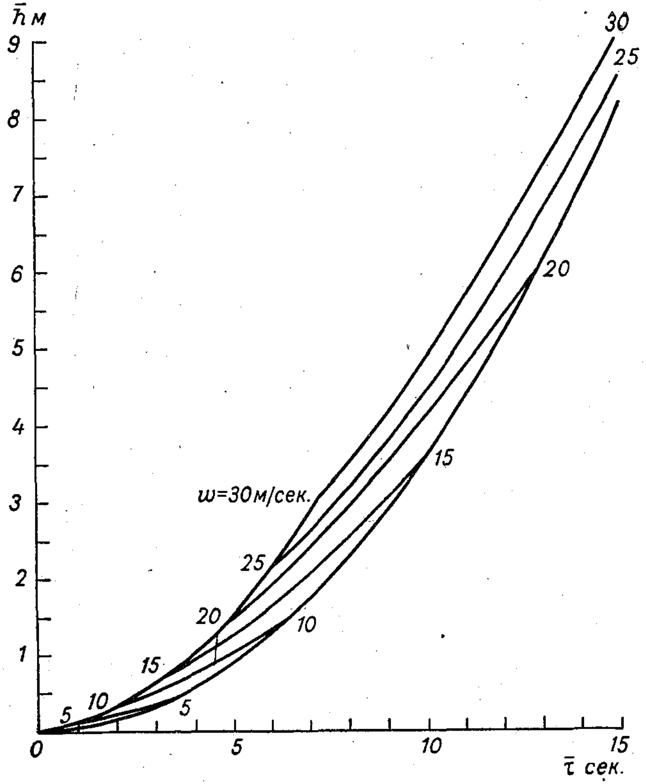

Рис. 2.5.1. $h=f(\tau, w)$ [по (2.5.23)].

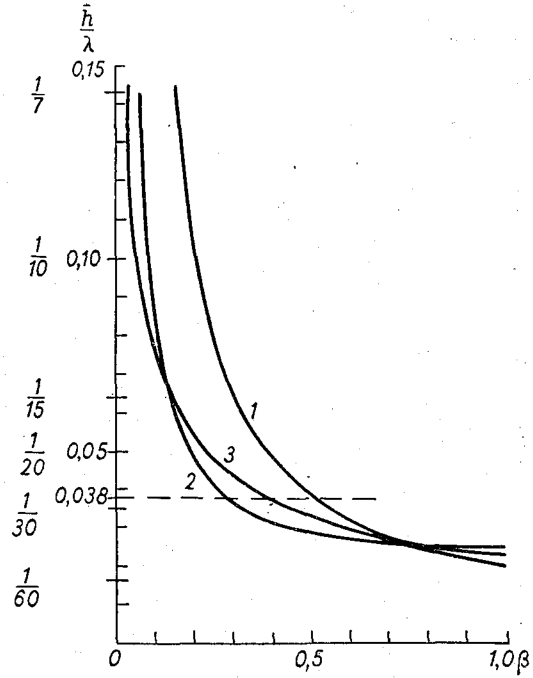

Рис. 2.5.2. $\bar{\delta}=\frac{\bar{h}}{\bar{\lambda}}=f(\beta)$.

1 — по $\bar{\delta}=\frac{0{,}019}{\beta}$, 2 — по (2.8.24), 3 — по (2.5.22).

или от той, которая использована И. Н. Давиданом (1964), в форме

$$\bar{\tau} = 4{,}8\bar{h}^{0,5}.$$

Путем обобщения волнографных наблюдений над элементами волн и инструментальных определений скоростей ветра, разгонов волн и продолжительности действия ветра по синоптическим картам функции (2.5.12) и (2.5.15) могут быть записаны в виде

$$\tilde{\tau} = 2{,}26\left(\tilde{x}\right)^{0,30}, \tag{2.5.32}$$

$$\tilde{\tau} = 2{,}26\left(\tilde{t}\right)^{0,35}, \tag{2.5.33}$$

из чего следует, что

$$\bar{\tau} = \frac{2{,}26w^{0,4}x^{0,3}}{g^{0,7}} = 0{,}457x^{0,3}w^{0,4}, \tag{2.5.34}$$

$$\bar{\tau} = \frac{2{,}26t^{0,35}w^{0,65}}{g^{0,65}} = 0{,}512t^{0,35}w^{0,65}, \tag{2.5.35}$$

где $\bar{\tau}$ — в секундах, t — в часах, w — в м/сек., а x — в километрах.

Привлекая (1.3.4) и (1.3.5), из (2.5.32) и (2.5.33) следует:

$$\tilde{\beta} = 0{,}36\left(\tilde{x}\right)^{0,30}, \tag{2.5.36}$$

$$\tilde{\beta} = 0{,}36\left(\tilde{t}\right)^{0,35}. \tag{2.5.37}$$

Из последних двух выражений находят, что

$$x = 3{,}06w^2\bar{\beta}^{3,33}, \tag{2.5.38}$$

$$t = 1{,}89\bar{\beta}^{2,86}w, \tag{2.5.39}$$

где x — в километрах, w — в м/сек., а t — в часах.

Кроме того, приравнивая (2.5.36) и (2.5.37), находят, что

$$\tilde{x} = \left(\tilde{t}\right)^{1,17}; \tag{2.5.40}$$

при соблюдении условия (2.5.24) из (2.5.38) и (2.5.39) следует, что

$$x_{\text{пр}} \approx 3{,}06w^2 \approx 3{,}0w^2, \tag{2.5.41}$$

$$t_{\text{пр}} = 1{,}89w \approx 1{,}9w, \tag{2.5.42}$$

где $x_{\text{пр}}$ — в километрах, w — в м/сек., а $t_{\text{пр}}$ — в часах.

Этими выражениями определяются предельные величины разгонов волн и продолжительности действия ветра, которые характеризуют полное развитие волн.

В табл. 3.3.1 приведены значения $\overline{h}$, $\overline{\tau}$, t, вычисленные по формулам (2.5.21)—(2.5.31), (2.5.34) и (2.5.35).

Скорость, с которой распространяется волновой процесс (глава 1, § 8), согласно приведенным выше зависимостям, определится из (2.5.38) и (2.5.39):

$$\frac{\frac{dx}{d\overline{\beta}}}{\frac{dt}{d\overline{\beta}}} = \frac{dx}{dt} = u \approx 0{,}51 w \overline{\beta}^{0,5}. \qquad (2.5.43)$$

Последнее выражение определяет групповую скорость, которая (глава 1, § 8) равна $0{,}5c$. Из (2.5.43) следует, что

$$\frac{u}{c} = \frac{0{,}5}{\overline{\beta}^{0,5}}. \qquad (2.5.44)$$

Полученный результат не отвечает условию $u = \frac{1}{2}c$ вследствие неточности в исходных данных наблюдений и в определении волнообразующих факторов. При $\overline{\beta} = 1$ упомянутые условия соблюдаются, но, например, при $\overline{\beta} = 0{,}84$ $u = 0{,}52c$, а при $\overline{\beta} = 0{,}375$, т. е. в начальной стадии развития волн, оказывается, что $u = 0{,}82c$.

Сопоставление расчетов элементов волн по приведенным выше формулам (табл. 3.3.1) с данными наблюдений (Давидан, 1967; Давидан, Смирнова, 1969) приведено в табл. 2.5.1. Средняя квадратическая ошибка в вычислении высоты волн составляет ± 12 см, а та же ошибка в вычислении периода волн $\pm 0{,}5$ сек. Эти расхождения находятся в пределах точности наблюдений.

Средняя квадратическая относительная погрешность в высоте волн для волн высотой 1 м и более с периодом 4 сек. и больше составляет приблизительно $\pm 12\%$. Для более низких и более коротких волн она будет возрастать до ~ 15—20%.

В наблюдениях, осуществляемых в природных условиях, значения $\overline{\beta}$, которые вычислялись для предельных по своей высоте ветровых волн при скоростях ветра 20 м/сек. и больше, никогда не достигали 1,0. Большей частью они лежат в пределах 0,5—0,8. При ветрах меньших скоростей отмечаются значения $\overline{\beta}$, близкие к единице, тем чаще, чем меньше скорость ветра. В настоящее время большинство авторов считают, что $\overline{\beta} \approx 0{,}8$ для всего диапазона скоростей ветра. Упомянутые расхождения в оценке $\overline{\beta}$ различными авторами можно, кажется, объяснить, если учесть вероятность существования (глава 2, § 4) тех предельных разгонов, в конце которых развиваются наибольшие по своим размерам волны.

Таблица 2.5.1

Сопоставление рассчитанных по формулам (2.5.21), (2.5.32), (2.5.33) элементов волн с наблюденными значениями

№ п/п	Район наблюдений	Метод наблюдений	Наблюдения: w м/сек.	Наблюдения: x км	Наблюдения: t час.	Наблюдения: $\bar{h}$ м	Наблюдения: $\bar{\tau}$ сек.	Расчет: $\bar{h}$ м	Расчет: $\Delta\bar{h}$ см	Расчет: $\bar{\tau}$ сек.	Расчет: $\Delta\tau$ сек.	Характер волнения
1	Норвежское море	Волногр.	9—10	>1000	12	1,0	4,3	1,0—1,18	0	5,1—5,4	—0,8	Разв.
2	Северное море	„	19—20	~175	>6—8	2,1—2,2	7,0	2,35—2,50	—15	7,0—7,2	0	Уст.
3	То же	„	17—18	200	>9—11	2,0—2,1	6,8—7,0	2,2—2,4	—10	7,0—7,2	0	Уст.
4	„	„	17	225	>12—14	2,1	7,0	2,32	—22	7,2	—0,2	Уст.
5	„	„	11—12	200	20	1,4	5,2	1,35—1,50	+5	5,9—6,1	—0,7	Уст.
6	Северная часть Атлантического океана	„	15—17	500	20	2,7	8,0	2,72—3,30	—2	8,5—9,2	—0,5	Разв.
7	То же	„	20—21	500	15	3,9	9,1	3,70—4,0	0	9,2—9,5	—0,1	Разв.
8	„	„	18—19	350	20	2,7	8,4	3,03—3,28	—33	8,4—8,6	0	Уст.
9	„	„	11—12	650	~12	1,7	6,8	1,32—1,50	+20	5,8—6,1	+0,7	Разв.
10	„	„	18—19	900	27	4,0	9,8	4,28—4,6	—28	10,6—11,0	—0,8	Разв.
11	„	„	21—22	350	10	3,3	9,0	3,25—3,50	+5	8,4—8,6	+0,4	Разв.
12	„	„	11—12	>1000	60	1,6	5,8	1,84—2,19	—24	7,0—7,7	—1,2	Уст.
13	Черное море	„	14—15	40	>10	0,8	4,1	0,85—0,95	—5	4,0—4,1	0	Уст.
14	То же	„	21—22	25	>6	1,0	4,5	0,96—1,0	0	4,0—4,1	+0,4	Уст.
15	Воронка Белого моря	„	22—23	400	12	3,8	8,8	3,84—4,0	—4	9,2—9,5	—0,4	Разв.
16	Финский залив	„	12	15	>48	0,43	—	0,45	—2	2,9	—	Уст.
17	То же	„	15	32	>48	0,94	—	0,80	+14	3,7	—	Уст.
18	„	„	13	28	>48	0,75	—	0,70	+5	3,5	—	Уст.
19	„	„	16	52	>48	1,04	—	1,10	—6	4,5	—	Уст.
20	„	„	14	87	>48	1,08	—	1,22	—14	4,7	—	Уст.
21	„	„	12	43	>48	0,62	—	0,76	—14	3,8	—	Уст.
22	Ладожское озеро	Стереофотосъемка	11	135—140	>24	1,10	—	1,15	—5	5,3	—	Уст.
23	То же	„	10	95—105	>24	0,74	—	0,90	—16	4,6	—	Уст.

№ п/п	Район наблюдений	Метод наблюдений	Наблюдения					Расчет				Характер волнения
			w м/сек.	x км	t час.	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	$\bar{h}$ м	$\Delta\bar{h}$ см	$\bar{\tau}$ сек.	$\Delta\tau$ сек.	
24	Ладожское озеро	Стереофотосъемка	9	25	>24	0,40	—	0,42	—2	2,8	—	Уст.
25	То же	То же	9	60—75	>24	0,53	—	0,67	—14	3,6	—	Уст.
26	„	„	10	110	>24	0,74	—	0,95	—21	4,7	—	Уст.
27	„	„	11	125—130	>24	0,97	—	1,12	—15	5,2	—	Уст.
28	Куйбышевское водохранилище	Волногр.	13	23	>6	0,6	3,9	0,62	—2	3,3	+0,6	Уст.
29	То же	„	8	16	12	0,4	2,7	0,30	+10	2,3	+0,4	Уст.
30	„	„	10	20	10	0,4	2,7	0,45	—5	2,8	—0,1	Уст.
31	„	„	9	20	12	0,4	2,7—2,9	0,4	0	2,7	0	Уст.
32	„	„	13	16	15—17	0,4	2,9—3,1	0,5	—10	2,9	0	Уст.
33	„	„	12	16	19	0,4	2,7	0,42	—2	2,7	0	Уст.
34	„	„	12	18	>2	0,4	2,6	0,47	—7	2,9	—0,3	Уст.
35	„	„	16	16	4	0,4	3,1	0,66	—26	2,7	+0,4	Уст.
36	„	„	10	20	7	0,4	2,8	0,45	—5	2,8	0	Уст.
37	„	„	14	20	3	0,6	3,6	0,65	—5	3,2	+0,4	Уст.
38	„	„	9	10	24	0,2	2,3	0,30	—10	2,2	+0,1	Уст.
39	„	„	12	23	10	0,5	3,3	0,53	—3	3,2	+0,1	Уст.
40	„	„	7	16	2	0,3	2,9	0,25	+5	2,2	+0,7	Уст.
41	„	„	13	16	3	0,4	3,0	0,50	—10	2,9	+0,1	Уст.
42	„	„	15	12	4	0,3	2,5	0,49	—19	2,7	—0,2	Уст.
43	„	„	14	16	4	0,5	3,8	0,52	—2	2,9	+0,9	Уст.
44	Онежское озеро	„	13	33	4	0,8	—	0,72	+8	3,8	—	Уст.
45	„	То же	15	120	5,5	1,2	—	1,55	—35	5,7	—	Уст.
46	„	„	14	33	16	0,9	—	0,76	+14	3,9	—	Уст.
47	„	„	13	56	30	1,0	—	0,93	+7	4,3	—	Уст.
48	„	„	13	80	—	1,2	—	1,10	+10	4,8	—	Уст.
49	„	„	11	60	9	1,0	—	0,80	+20	4,1	—	Уст.
50	Озеро Красное	„	8	4,5	8	0,18	—	0,15	+3	1,7	—	Уст.

В табл. 2.5.2 показаны рассчитанные по формулам, о которых речь шла выше (табл. 3.3.1), высоты волн обеспеченностью 1%, средний период, крутизна, продолжительность роста волн, предельный разгон, необходимый для развития подобных волн, и обеспеченность соответствующих разгонов. Вычисления осуществлены для $\bar{\beta}=1$ и $\bar{\beta}=0{,}8$.

Таблица 2.5.2

Предельные по своим размерам ветровые волны

w м/сек.	При $\bar{\beta}=1$						
	$h_{1\%}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	δ	t час.	x км	x^* км	$F(k_x)$ %
5	0,92	3,2	1/18	9,5	75	500	86
10	3,7	6,4	1/18	18,9	300	500	55
15	8,3	9,6	1/18	28,4	675	332	13
20	14,7	12,8	1/18	37,8	1200	250	~1
25	23,0	15,9	1/18	47,5	1875	200	~0,01
30	33,0	19,2	1/18	56,7	2700	167	$\lessapprox$0,00001

w м/сек.	При $\bar{\beta}=0{,}8$					
	$h_{1\%}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	δ	t час.	x км	$F(k_x)$ %
5	0,68	2,5	1/15	5,0	36	99
10	2,6	5,1	1/15	9,9	140	74
15	5,8	7,7	1/15	14,7	320	38
20	10,2	10,0	1/15	19,7	580	10
25	16,3	12,8	1/15	25,0	900	~1
30	23,2	15,4	1/15	30,2	1300	~0,04

Примечание. Вычисления осуществлены по формулам: (2.5.20), (2.5.22), (2.5.23), (2.5.38) и (2.5.39) при $\bar{\beta}=1$ и $\bar{\beta}=0{,}8$; x^* и $F(k_x)$ — по (2.4.3) и (2.4.2).

Нетрудно заметить, что действительно вряд ли возможно наблюдать в природных условиях волны, достигшие скорости своего распространения, равной скорости ветра 25 м/сек. и больше. Вероятность существования необходимых для этого предельных разгонов ($x_{\text{пр}}$) столь мала (она составляет доли процента), что существование таких разгонов — маловероятное событие.

Следует учесть также, что, кроме существования таких разгонов, необходимо, чтобы ветер данной скорости действовал бы непрерывно над разгоном волн больше двух суток, вероятность чего, естественно, также очень мала. При $\overline{\beta}=0,8$ вероятность разгонов значительно увеличивается — в 100 раз для ветров со скоростью 25 м/сек. и в 4000 раз для ветров со скоростью 30 м/сек.

Следовательно, выражение (2.2.15), полученное из экспериментов, является, видимо, правильным. Противоречия в наблюдениях есть следствие малой вероятности существования в природе необходимых условий для полного развития волн, наступающего при β, близком к единице.

§ 6. Разнообразие элементов ветровых волн и изменчивость волнообразующих факторов. Режимно-климатические функции распределения элементов волн

Статистические закономерности в разнообразии элементов ветровых волн рассматривались в § 3 настоящей главы. Там же указывалось, что появление различных по размерам ветровых волн, видимо, обусловлено изменениями в направлении и скорости ветра. В этом параграфе показано, что действительно между изменчивостью волнообразующих факторов и разнообразием волн существует определенная зависимость.

После того как первые возмущения поверхности моря, вызванные турбулентными пульсациями давления воздушного потока, превратятся в ветровые волны, их дальнейшее развитие определяется средней скоростью ветра (глава 2, § 1). Последняя в точке измерения испытывает беспрерывные, меняющиеся во времени колебания, которые накладываются на основную скорость. Это явление носит название порывистости ветра; скорость последнего в порывах может существенно отклоняться от средней величины. Однако обычно чем сильнее порыв ветра, тем он кратковременнее, охватывая промежуток времени, измеряемый минутами.

Можно поэтому полагать, что упомянутая короткопериодная неоднородность в скорости действующего ветра не может существенно сказываться на появлении волн столь различных размеров, как это показывают наблюдения. К тому же функции распределения относительных элементов волн (k_h, k_τ) отличает хорошее совпадение, независимое от скорости ветра (глава 2, § 3). Предположить, что при любой скорости ветра кратковременные изменения последней определяются одними и теми же закономерностями, вряд ли оправданно. Поэтому причину появления волн, существенно различающихся по своим размерам, по-видимому, следует искать в более длительных изменениях скорости ветра над водной поверхностью как во времени, так и в пространстве. Следовательно, речь должна идти об изменчивости воздушных потоков.

Конечно, кратковременные пульсации скорости ветра, о которых шла речь выше, также определяют появление волн, но такие волны имеют (глава 2, § 1) амплитуды порядка 10^{-3}—10^{-1} см. Эти волны существуют на поверхности главной системы волн. Роль их в процессе питания энергией ветра (глава 2, § 2) развивающихся ветровых волн существенна, однако не они определяют разнообразие основной системы существующих волн.

В заданную точку ветровые волны могут приходить с одного и того же расстояния, но под действием ветра различной скорости, или с различных расстояний под действием ветра одной и

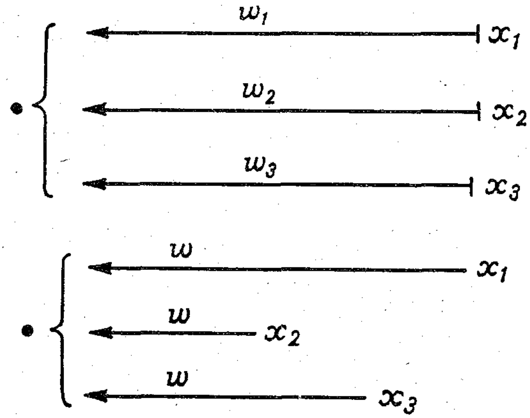

Рис. 2.6.1.

той же скорости (рис. 2.6.1). Естественно, что могут существовать самые разнообразные сочетания в таких расстояниях, т. е. в воздушных потоках. Отсюда размеры волн могут быть существенно различны. Но уже по сказанному ранее (глава 2, § 4) длина воздушного потока, если его кривизна не превосходит 25°, а средняя его скорость не изменяется больше чем на 2 м/сек., определяет разгон волн. Разнообразие последних в природных условиях описывается согласно (2.4.2):

$$F\left(\frac{x}{x^*}\right) = \exp\left[-\frac{x}{x^*}\right].$$

Последнее выражение может быть представлено как

$$F(k_x) = \exp\left[-k_x\right],$$

где $k_x = \frac{x}{x^*}$.

Следовательно, между функцией распределения разгонов (2.4.2) и функциями распределения элементов волн должны, по сказанному выше, существовать известные зависимости. Первая должна определять вторые.

Зависимость элементов волн от разгона (x) для фиксированной скорости ветра можно представить в виде (глава 2, § 5)

$$\bar{h} = \alpha_1 x^m,$$

$$\bar{\tau} = \alpha_2 x^p,$$

$$\bar{\lambda} = \alpha_3 x^n,$$

$$\bar{\delta} = \alpha_4 x^{m-n}.$$

Используя (2.5.14) в сопоставлении с (2.5.11), записывают, что

$$t = \alpha_5 x^q,$$

где $\alpha_1 - \alpha_5$ — коэффициенты, постоянные для заданного w. Если элементы волн и время их развития вычисляют для любого x и для x^* при одной и той же скорости ветра, то тогда можно записать:

$$\frac{\bar{h}}{\bar{h}^*} = \left(\frac{x}{x^*}\right)^m,$$

$$\frac{\bar{\tau}}{\bar{\tau}^*} = \left(\frac{x}{x^*}\right)^p,$$

$$\frac{\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}^*} = \left(\frac{x}{x^*}\right)^n,$$

$$\frac{\bar{\delta}}{\bar{\delta}^*} = \left(\frac{x}{x^*}\right)^{m-n},$$

$$\frac{t}{t^*} = \left(\frac{x}{x^*}\right)^q.$$

Здесь h^*, τ^* и т. д. обозначают элементы волн и время их роста (t), соответствующие средним разгонам x^* (глава 2, § 2). Все эти зависимости удобнее выражать в виде

$$\tilde{k}_h = \left(\tilde{k}_x\right)^m, \tag{2.6.1}$$

$$\tilde{k}_\tau = \left(\tilde{k}_x\right)^p, \tag{2.6.2}$$

$$\tilde{k}_\lambda = \left(\tilde{k}_x\right)^n, \tag{2.6.3}$$

$$\tilde{k}_\delta = \left(\tilde{k}_x\right)^{m-n}, \tag{2.6.4}$$

$$\tilde{k}_t = \left(\tilde{k}_x\right)^q. \tag{2.6.5}$$

В безразмерные отношения $\tilde{k}_h$, $\tilde{k}_\tau$, $\tilde{k}_\lambda$, $\tilde{k}_\delta$, $\tilde{k}_t$ должны входить элементы волн одной и той же обеспеченности, например их средние значения, соответствующие любому значению разгона (x) и его среднему значению (x^*) $\tilde{k}_h = \dfrac{\overline{h}}{\overline{h}^*}$. Волнистая черта над $\tilde{k}$ в (2.6.1)—(2.6.5) означает его отличие от того k, которое было записано в (2.3.9) и (2.3.10). Там этим символом обозначено отношение, например, высоты волн любой обеспеченности к ее средней величине $\overline{h}$, т. е. $k_h = \dfrac{h}{\overline{h}}$. Отмечалось (глава 2, § 4), что показатели степени у x в выражениях (2.6.1)—(2.6.5) отличаются в различных существующих зависимостях. Если остановиться на некоторых средних значениях (глава 2, § 3), то можно (2.6.1)—(2.6.5) записать в виде

$$\widetilde{k}_x = \left(\widetilde{k}_h\right)^2, \tag{2.6.6}$$

$$\widetilde{k}_x = \left(\widetilde{k}_\tau\right)^{3,33}, \tag{2.6.7}$$

$$\widetilde{k}_x = \left(\widetilde{k}_\lambda\right)^{1,7}, \tag{2.6.8}$$

$$\widetilde{k}_x = \left(\widetilde{k}_\delta\right)^{-10}, \tag{2.6.9}$$

$$\widetilde{k}_x = \left(\widetilde{k}_t\right)^{1,17}. \tag{2.6.10}$$

Привлекая (2.3.20), находят законы распределения случайных величин $\tilde{k}_h$, $\tilde{k}_\tau$, $\tilde{k}_\lambda$, $\tilde{k}_\delta$, $\tilde{k}_t$, связанных функциональной зависимостью с другой случайной величиной, в данном случае k_x, для которой известен закон распределения (2.2.2)

$$F\left(\widetilde{k}_h\right) = \int\limits_0^{\left(\widetilde{k}_h\right)^2} - \exp\left[-\widetilde{k}_h\right] dk_x,$$

из чего следует, что

$$F\left(\widetilde{k}_h\right) = 1 - \exp\left[-\left(\widetilde{k}_h\right)^2\right].$$

Переходя к интегральной функции превышения, т. е. учитывая, что

$$F(X < x) = 1 - F(X > x),$$

записывают

$$F\left(\widetilde{k}_h\right) = \exp\left[-\left(\widetilde{k}_h\right)^2\right]. \tag{2.6.11}$$

Поступая аналогично, с учетом (2.6.7)—(2.6.10) находят законы распределения $\tilde{k}_\lambda$, $\tilde{k}_\tau$, $\tilde{k}_\delta$, $\tilde{k}_t$ в следующем виде:

$$F\left(\tilde{k}_\lambda\right)=\exp\left[-\left(\tilde{k}_\lambda\right)^{1,7}\right], \tag{2.6.12}$$

$$F\left(\tilde{k}_\tau\right)=\exp\left[-\left(\tilde{k}_\tau\right)^{3,33}\right], \tag{2.6.13}$$

$$F\left(\tilde{k}_t\right)=\exp\left[-\left(\tilde{k}_t\right)^{1,17}\right], \tag{2.6.14}$$

$$F\left(\tilde{k}_\delta\right)=\exp\left[-\left(\frac{1}{\left(\tilde{k}_\delta\right)}\right)^{10}\right]. \tag{2.6.15}$$

Законы распределения $F(\tilde{k}_c)$ и $F(\tilde{k}_\beta)$ будут совпадать с (2.6.13) по соображениям, уже рассмотренным выше (глава 2, § 3). Следует отметить, что выражения (2.6.11)—(2.6.15) можно представить в общем виде как

$$F(k)=\exp\left[-(\tilde{k})^n\right].$$

Дважды его логарифмируя, находят, что

$$\lg\left[-\lg F(\tilde{k})\right]=n\lg(\tilde{k})+\lg(\lg e).$$

Следовательно, функции (2.6.11)—(2.6.15) будут выражаться прямыми линиями, если откладывать, например, на оси ординат билогарифмы $F(k)$, а на оси абсцисс $\lg\tilde{k}$.

Соответствующие функции плотности вероятности определяются путем дифференцирования (2.6.10)—(2.6.15), и в результате получают:

$$f\left(\tilde{k}_h\right)=2\tilde{k}_h\exp\left[-\left(\tilde{k}_h\right)^2\right], \tag{2.6.16}$$

$$f\left(\tilde{k}_\lambda\right)=1,7\left(\tilde{k}_\lambda\right)^{0,7}\exp\left[-\left(\tilde{k}_\lambda\right)^{1,7}\right], \tag{2.6.17}$$

$$f\left(\tilde{k}_\tau\right)=3,33\left(\tilde{k}_\tau\right)^{2,33}\exp\left[-\left(\tilde{k}_\tau\right)^{3,33}\right], \tag{2.6.18}$$

$$f\left(\tilde{k}_t\right)=1,17\left(\tilde{k}_t\right)^{0,17}\exp\left[-\left(\tilde{k}_t\right)^{1,17}\right], \tag{2.6.19}$$

$$f\left(\tilde{k}_\delta\right)=10\left(\frac{1}{\tilde{k}_\delta}\right)^9\frac{1}{\left(\tilde{k}_\delta\right)^2}\exp\left[-\left(\frac{1}{\tilde{k}_\delta}\right)^{10}\right]. \tag{2.6.20}$$

Максимальные значения эти функции имеют при

$$\tilde{k}_h\approx 0,72,$$

$$\tilde{k}_\tau\approx 0,9,$$

$$\tilde{k}_t\approx 0,3,$$

$$\tilde{k}_\lambda\approx 0,6,$$

$$\tilde{k}_\delta\approx 1,0.$$

Численные значения $\tilde{k}_h$, $\tilde{k}_\lambda$, $\tilde{k}_\tau$, $\tilde{k}_t$, $\tilde{k}_\delta$ согласно (2.6.11)—(2.6.15) для F в процентах приведены в табл. 2.6.1. В выражениях (2.6.10)—(2.6.15) элементы волн и время их роста входят в виде отношения к тем же значениям, но соответствующим среднему разгону, например h^*, τ^*, t^*. Можно отношения $\bar{h}$, $\bar{\tau}$, t заменить отношением их к значениям последних, соответствующих не средним разгонам (x^*), а разгонам любой другой обеспеченности, например, к высоте, периоду и вре-

Таблица 2.6.1

Распределение k_x, $\tilde{k}_h$, $\tilde{k}_\tau$, $\tilde{k}_c$, $\tilde{k}_\beta$, $\tilde{k}_t$, $\tilde{k}_\lambda$

F%	k_x	$\tilde{k}_h$	$\tilde{k}_{h46\%}$	$\tilde{k}_{h50\%}$	$\tilde{k}_\lambda$	$\tilde{k}_\tau$ $\tilde{k}_c$ $\tilde{k}_\beta$	$\tilde{k}_{\tau 50\%}$ $\tilde{k}_{c 50\%}$ $\tilde{k}_{\beta 50\%}$	$\tilde{k}_\delta$	$\tilde{k}_t$	$k_{t 50\%}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,01	~9,2	3,03	3,44	3,61	3,78	1,95	2,17	0,80	6,74	9,10
0,1	~6,9	2,62	2,98	3,12	3,20	1,78	1,98	0,82	5,27	7,12
1	4,6	2,14	2,44	2,55	2,49	1,58	1,76	0,86	3,71	5,00
2	3,91	1,98	2,25	2,36	2,26	1,50	1,67	0,87	3,22	4,35
3	3,50	1,87	2,12	2,23	2,13	1,46	1,62	0,88	2,94	3,97
4	3,21	1,79	2,04	2,13	2,03	1,42	1,58	0,89	2,72	3,67
5	3,00	1,73	1,97	2,05	1,93	1,39	1,54	0,90	2,57	3,47
10	2,30	1,52	1,73	1,81	1,66	1,28	1,42	0,92	2,05	2,77
15	1,90	1,38	1,57	1,64	1,47	1,21	1,34	0,94	1,74	2,35
20	1,60	1,27	1,44	1,51	1,34	1,15	1,28	0,96	1,50	2,03
25	1,38	1,18	1,34	1,40	1,22	1,10	1,22	0,97	1,33	1,80
30	1,20	1,10	1,25	1,31	1,12	1,06	1,18	0,98	1,17	1,58
35	1,05	1,03	1,17	1,23	1,03	1,01	1,12	0,99	1,04	1,40
37	1,00	1,00	1,14	1,19	1,00	1,00	1,11	1,00	1,00	1,35
40	0,91	0,95	1,08	1,13	0,97	0,97	1,08	1,01	0,92	1,24
45	0,80	0,89	1,01	1,06	0,87	0,94	1,04	1,02	0,83	1,12
46	0,78	0,88	1,00	1,05	0,86	0,93	1,03	1,03	0,81	1,09
50	0,70	0,84	0,95	1,00	0,81	0,90	1,00	1,04	0,74	1,00
55	0,60	0,77	0,87	0,92	0,74	0,86	0,96	1,05	0,64	0,86
60	0,51	0,71	0,81	0,85	0,67	0,82	0,91	1,07	0,56	0,75
65	0,43	0,66	0,75	0,79	0,60	0,78	0,87	1,08	0,48	0,65
70	0,36	0,60	0,68	0,71	0,54	0,74	0,82	1,10	0,42	0,57
75	0,29	0,54	0,61	0,64	0,48	0,69	0,77	1,13	0,35	0,47
80	0,22	0,47	0,53	0,56	0,40	0,63	0,70	1,16	0,27	0,36
85	0,16	0,40	0,45	0,48	0,33	0,58	0,65	1,20	0,21	0,28
90	0,10	0,33	0,37	0,39	0,27	0,52	0,58	1,24	0,15	0,20
95	0,05	0,22	0,25	0,26	0,17	0,41	0,46	1,35	0,08	0,13
99	0,01	0,10	0,14	0,15	0,06	0,25	0,22	1,59	0,02	0,03

мени роста волн, соответствующим разгонам, имеющим 46% ($x_{46\%}$) и 50% ($x_{50\%}$) обеспеченности. В результате получают:

$$F\left(\tilde{k}_{h_{46\%}}\right)=\exp\left[-0{,}78\left(\tilde{k}_{h_{46\%}}\right)^{2}\right], \tag{2.6.21}$$

$$F\left(\tilde{k}_{h_{50\%}}\right)=\exp\left[-0{,}70\left(\tilde{k}_{h_{50\%}}\right)^{2}\right], \tag{2.6.22}$$

$$F\left(\tilde{k}_{\tau_{50\%}}\right)=\exp\left[-0{,}70\left(\tilde{k}_{\tau_{50\%}}\right)^{3,33}\right], \tag{2.6.23}$$

$$F\left(\tilde{k}_{t_{50\%}}\right)=\exp\left[-0{,}70\left(\tilde{k}_{t_{50\%}}\right)^{1,17}\right]. \tag{2.6.24}$$

В табл. 2.6.1 приводятся вычисления по (2.6.21)—(2.6.24). В той же таблице приведены значения k_x, вычисленные по (2.4.2).

При выводе функции распределения k_x (2.4.2) были использованы (глава 2, § 4) результаты измерений x и вычислений x^* за длительные интервалы времени, т. е. за период шторма и еще более продолжительные периоды (месяц, сезон), объединенные за разные годы. Следовательно, для оценки правильности полученных законов распределения (2.6.11)—(2.6.24) их следует сопоставить с аналогичным природным распределением относительных элементов волн. Для этой цели можно привлечь соответствующие обобщения наблюдений.

И. Н. Давидан (1967) использовал регулярные наблюдения над высотой волн на 12 станциях «погоды» и попутные судовые наблюдения в Атлантическом и Тихом океанах. Было привлечено около 97 000 определений высоты и периода волн за отдельные сезоны ряда лет, относящихся к различным районам указанных океанов, расположенным между 13 и 62° с. ш. Для каждого района было вычислено отношение $\frac{h}{h_{50\%}}$, а затем было получено распределение этих безразмерных отношений. Оказалось, что для всех районов и для всех сезонов года, независимо от скорости ветра, распределение $\frac{h}{h_{50\%}}$, $\frac{\tau}{\tau_{50\%}}$ достаточно однородно, как видно на рис. 2.6.2 и 2.6.3. С этим природным распределением можно непосредственно сопоставить функции распределения (2.6.22) и (2.6.23), так как речь идет о распределении относительных высот и периодов волн. Естественно, что в природном распределении величины $\frac{h}{h_{50\%}}$ и $\frac{\tau}{\tau_{50\%}}$ вычислялись также для элементов волн, имеющих одну и ту же обеспеченность.

На рис. 2.6.2 и 2.6.3 показаны вычисления по (2.6.22) и (2.6.23) (табл. 2.6.1). Согласие вычисленного распределения $\tilde{k}_{h_{50\%}}$

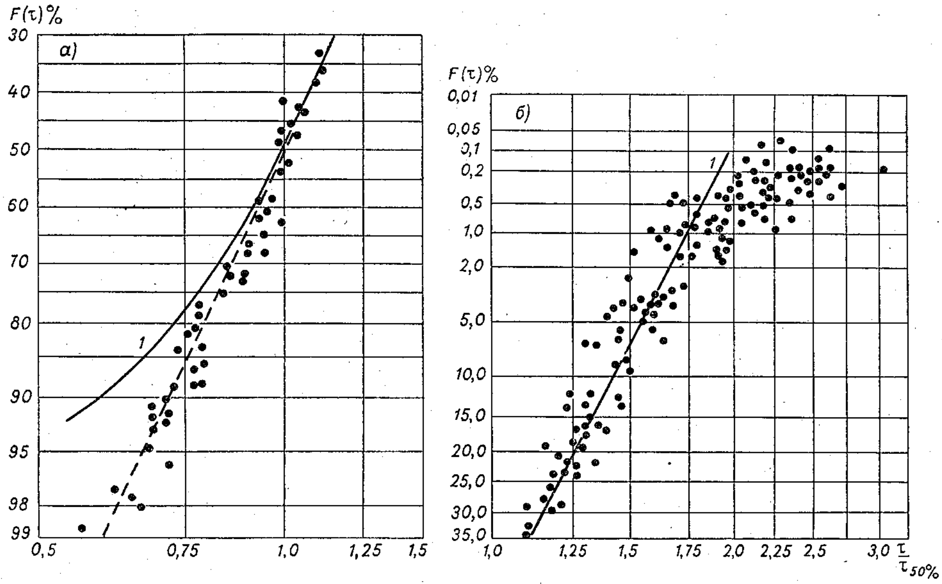

Рис. 2.6.2.

$1 - F\left(\frac{\tau}{\tau_{50\%}}\right)$ по (2.6.23) (табл. 2.5.1, графа 8).

Залитыми кружками показаны данные наблюдений (Давидан, 1967)

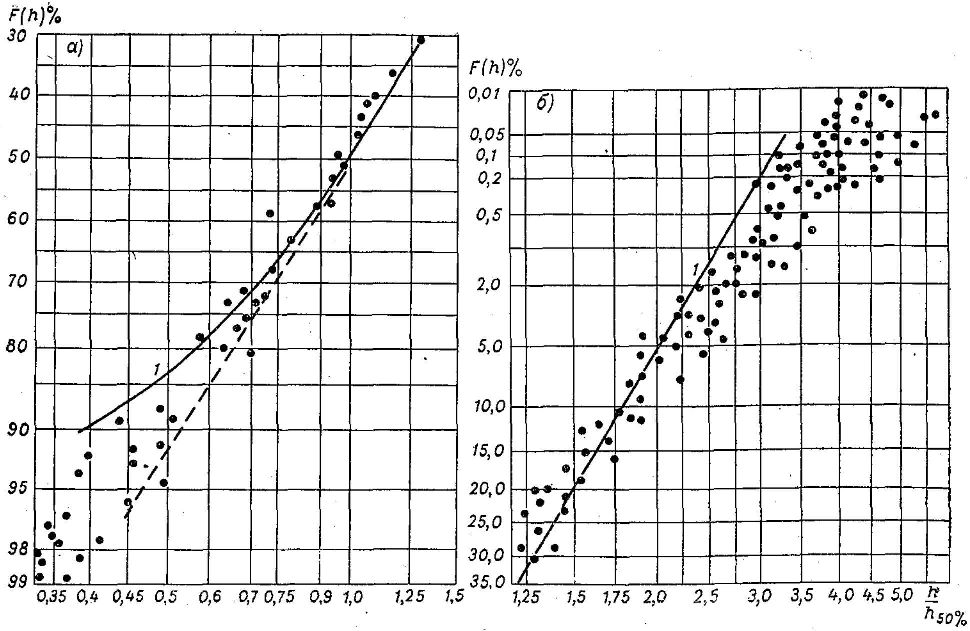

Рис. 2.6.3.

$1 - F\left(k_{h_{50\%}}\right)$ % по (2.6.22) (табл. 2.5.1, графа 5).

Залитыми кружками показаны данные наблюдений (Давидан, 1967).

и $\tilde{k}_{\tau_{50\%}}$ с природными данными вполне удовлетворительное. Следовательно, правомерность законов распределения (2.6.22) и (2.6.23) получает подтверждение.

Отклонения наблюдаются при $F=0{,}01\%$ и меньше. Но уже указывалось, что распределение k_x при $F\leqslant 0{,}01$ может содержать погрешность (глава 2, § 4). Кроме того, надо иметь в виду, что значения $\frac{h}{h_{50\%}}$ и $\frac{\tau}{\tau_{50\%}}$, полученные из наблюдений, также могут быть неточны, так как оценки очень высоких и очень длинных волн единичны и часто содержат ошибки.

Отклонения распределения вычисленных значений $\tilde{k}_h$ и $\tilde{k}_\tau$ от природного распределения имеют место также при $F\geqslant 70\%$.

Согласие распределения $\tilde{k}_{h_{50\%}}$ и $\tilde{k}_{\tau_{50\%}}$, вычисляемого по (2.6.22) и (2.6.23), с аналогичным природным распределением позволяет предположить, что и распределение, описываемое выражениями (2.6.12), (2.6.14) и (2.6.15), также правомерно для оценки распределения $\tilde{k}_\lambda$, $\tilde{k}_t$ и $\tilde{k}_\delta$ в океанах за длительное время, т. е. за месяц, сезон или год.

Вероятность волн различных размеров в отдельных районах морей и океанов за длительный период времени, т. е. за отдельные месяцы, сезоны, год или за многолетний период, называют режимными, или режимно-климатическими, функциями распределения элементов волн.

Однако распределения относительных элементов волн, описываемые выражениями, приведенными выше (табл. 2.6.1), отнюдь не являются режимными распределениями элементов волн.

Все эти функции выражают распределение относительных элементов волн. Для перехода к их абсолютным значениям необходимо знать последние, соответствующие средним разгонам, т. е. h^*, τ^* и т. д. Но в каждом отдельном случае эти элементы волн будут зависеть не только от x^*, т. е. от среднего разгона, но и от скорости (w), продолжительности действия ветра (t), глубины моря (H). Следовательно, необходимо располагать зависимостью, например, вида

$$h^*=f_1(x^*,\ w,\ t,\ H) \qquad (2.6.25)$$

или аналогичной для любого другого элемента волны. При этом в (2.6.25) x^* можно выразить через (2.4.3). Тогда (2.6.25) перепишется в виде

$$h^*=f_2(w,\ t,\ H). \qquad (2.6.26)$$

Считая, что продолжительность действия ветра всегда достаточна для полного развития волн на любом разгоне (x), и полагая $H=\infty$, (2.6.26) перепишем в виде

$$h^*=f_3(w). \qquad (2.6.27)$$

Определив по (2.6.27) значения h^* (или любого другого элемента волн по аналогичной зависимости), можно вычислить распределение абсолютных значений высоты волн, используя табл. 2.6.1. За длительный промежуток времени (месяц, сезон, год и т. п.) в данном районе моря могут действовать ветры различающейся скорости в самом различном сочетании. Следовательно, режимная функция распределения элементов волн для рассматриваемого моря, океана или отдельных его районов будет результатом сочетания всех упомянутых выше отдельных распределений. В силу того, что повторяемость ветров различной скорости в отдельных районах моря, имеющих различные свободные пространства, может быть существенно неодинаковой, будут различаться между собой и режимные функции распределения. Необходимо также считаться и с другими факторами, влияющими на развитие ветровых волн, например с мелководностью того или иного района моря, а также и с существованием волн зыби, приходящей в рассматриваемый район из соседнего района.

Наблюдения показывают, что действительно режимные функции распределения элементов волн существенно различаются для отдельных районов Мирового океана, а в каждом отдельном районе — в те или иные сезоны года (рис. 2.6.4).

Чтобы избежать упомянутых выше сложных и длительных вычислений режимной функции распределения элементов волн, можно использовать другое решение этой задачи, предложенное М. М. Зубовой (1969). Суть этого решения заключается в следующем. Если положить, что для любого x процесс развития волн будет установившимся и влияние мелководья исключено, то тогда можно записать, например,

$$h = f_4(w,\ x). \tag{2.6.28}$$

Согласно (2.4.3)

$$x = k_x \frac{50 \cdot 10^5}{w}, \tag{2.6.29}$$

где $k_x = \dfrac{x}{x^*}$.

Заменяя в (2.6.28) x его выражением из (2.6.29), записывают новую функцию

$$h = f_5(k_x,\ w). \tag{2.6.30}$$

Решая эту последнюю относительно k_x, находят, что

$$k_x = f_6(h,\ w). \tag{2.6.31}$$

Скорость ветра за длительное время имеет различную вероятность, которая выражается согласно (3.2.2)

$$F(w) = \exp\left[\left(-\frac{w}{\beta}\right)^{\gamma}\right].$$

Вероятность k_x описывается согласно формуле (2.4.2), которая по условиям ее получения (глава 2, § 4) не зависит ни от скорости ветра, ни от времени года и действительна, видимо, для любого района Мирового океана. Следовательно, $F(k_x)$ и $F(w)$

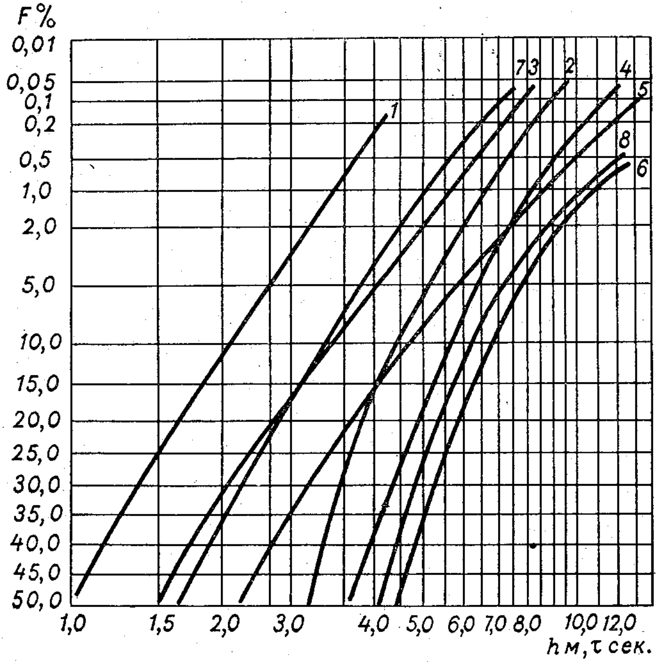

Рис. 2.6.4. Распределение высоты и периода волн в различных районах Мирового океана по наблюдениям (Hogben, 1967).

Красное море (в среднем за год), n=54 018: *1* — высота волн, *2* — период волн; Северное море (в среднем за год), n=7624: *3* — высота волн, *4* — период волн; северная часть Атлантического океана, район корабля погоды «В» (в среднем за год), n=23 016: *5* — высота волн, *6* — период волн; северная часть Атлантического океана, район корабля погоды «В» (лето, июнь—август), n=8635: *7* — высота волн, *8* — период волн.

Высота волн близка к обеспеченности 3—5%, а период волн близок к среднему.

n — число наблюдений.

можно рассматривать как совершенно не зависимые друг от друга величины. С другой стороны, элементы ветровых волн связаны с x, w определенными функциональными зависимостями (глава 2, § 5). Способ нахождения закона распределения случайной величины h (или любого другого элемента волны) как функции двух случайных аргументов описывается в теории вероятности (Вентцель, 1962).

Искомый закон распределения h (или, например, τ) определяется по формуле

$$\varphi(h)=F(k_x,\ w)\subset D=\iint\limits_{(D)} F(k_x,\ w)\,dk_x dw, \qquad (2.6.32)$$

где

$$\subset D=[f_5(k_x,\ w)]\geqslant h_i.$$

В (2.6.32) величина h входит неявно через пределы интегрирования.

Теперь $\varphi(h)$ является искомой режимно-климатической функцией распределения h [или, например, $\varphi(\tau)$]. Выражение (2.6.32) в силу того, что (3.2.3) в явном виде существенно различается для отдельных районов океанов, может быть вычислено приближенно, но с достаточной для практических целей точностью, в результате следующих операций.

1. Используют функцию (2.6.31) в явном виде. Для этого можно привлечь любую из существующих функций вида (2.6.28) (глава 2, § 5, 8).

2. По принятой функции (2.6.31), задаваясь значениями h_i и w_i через любые интервалы, находят k_x, а по последней, привлекая (2.4.2), — значения $F(k_x)$.

3. Умножают для каждого значения w соответствующую ей $f(w)$ на $F(k_x)$ для выбранных интервалов $\geqslant h_i$.

4. Суммируют для каждого уровня $\geqslant h_i$ полученные результаты перемножения $f(w)$ и $F(k_x)$. Это дает в результате $\varphi(h)$ для каждого уровня $\geqslant h_i$.

Аналогично поступают для определения $\varphi(\tau)$ или любого другого элемента волны. Например, используя (2.5.21) и (2.5.34), определяют в явном виде функции (2.6.31), которые получили вид

$$k_x=\frac{7{,}03\bar{h}^{2,22}}{w^{1,44}}, \qquad (2.6.33)$$

$$k_x=\frac{0{,}0027\bar{\tau}^{3,33}}{w^{0,33}}. \qquad (2.6.34)$$

Затем по (2.3.2) определяют $F(k_x)$ для средних высот и средних периодов. Первые затем приведены к 3%-ной обеспеченности (табл. 3.5.1 и 3.5.2). Можно определить k_x и для других элементов волн и продолжительности их развития, привлекая соответствующие зависимости § 5 главы 2. Примеры расчетов режимных характеристик волн приведены в § 5 главы 3. Там же рассмотрен прием учета волн зыби.

Многочисленные расчеты режимных функций распределения по изложенному выше способу показали хорошее совпадение результатов расчетов по ряду районов северной части Атлантического океана (Зубова, 1969), по отдельным морям и по другим районам Мирового океана. В подавляющем числе случаев они совпадали с природным распределением для широкого диапазона обеспеченностей элементов волн, при этом не только в открытых, но и в прибрежных мелководных районах, а также в областях океанов и морей с ограниченной свободной поверхностью.

Распределение относительных высот $\tilde{k}_h$ и периодов $\tilde{k}_\tau$ волн по (2.6.21) и (2.6.23) численно совпадает с распределением относительных высот и периодов волн, которые получают по данным записи волнографов (табл. 2.6.1, 2.3.1), а также с распределением, вычисляемым по (2.3.18) и (2.3.21) (табл. 2.3.2). Такое совпадение вряд ли является случайным.

Выше было высказано предположение, что разнообразие в размерах волн есть следствие различий в их разгонах. Эта гипотеза, как было показано выше, видимо, рациональна в приложении к разнообразию волн, оцениваемому за длительный интервал времени (например, сезон и более).

Разнообразие разгонов волн, т. е. воздушных потоков, связано с изменчивостью анемобарических условий над океаном. Последние чередуются в известных повторяющихся сочетаниях. Поэтому их разнообразие за длительный период времени есть сумма более короткопериодной изменчивости. Было отмечено выше, что функция распределения разгонов (2.4.2) показывает ее действительность и для коротких периодов времени, например за несколько дней, т. е. для периодов шторма.

Следовательно, закон распределения разгонов (2.4.2), видимо, можно распространить и на еще более короткие по времени периоды. Тогда разнообразие волн, отмечаемое наблюдениями в открытом море при помощи волнографов, будет выражаться теми же функциями распределения, т. е. (2.6.11)—(2.6.15), (2.6.21)—(2.6.24), что и за длительные периоды времени. Однако, придавая выражению (2.4.2) универсальность, нельзя ее распространить на формулы (2.4.3) или (2.4.4), выражающие связь среднего разгона со скоростью ветра. Для коротких периодов времени она будет иной. Но по мере увеличения промежутка времени, за который происходит осреднение все увеличивающегося числа разгонов волн, эта зависимость будет приближаться к зависимости среднего разгона от скорости ветра, выражаемой по (2.4.3) или по (2.4.4). Такой минимальный промежуток времени, возможно, близок к 5—10 суткам, т. е. к естественному синоптическому периоду, который с должной полнотой отражает разнообразие анемобарических условий, а следовательно, и разнообразие разгонов.

Отличие между сопоставляемыми распределениями элементов волн, о которых шла речь выше, т. е. между (2.6.21), с одной стороны, и (2.3.18), с другой, заключается в том, что, например, в (2.3.18) входит

$$k_h = \frac{h}{\overline{h}}, \tag{2.6.35}$$

а в (2.6.21)

$$\widetilde{k}_{h_{46\%}} = \frac{\overline{h}}{\overline{h}_{46\%}}. \tag{2.6.36}$$

При этом $\overline{h}_{46\%}$, по уже сказанному выше, соответствует при любой скорости ветра относительному разгону (k_x), имеющему из всего их разнообразия в данном процессе развития и распространения волн обеспеченность 46%. При фиксированной обеспеченности h в (2.6.35) и $\overline{h}$ для относительных разгонов той же обеспеченности в (2.6.36) левые части выражений (2.6.35) и (2.6.36) численно будут совпадать (табл. 2.3.2 и 2.6.1). Например, высота волн обеспеченностью 1% в 2,42 раза больше средней высоты волн $\overline{h}$ (табл. 2.3.2). Средняя высота волн при относительном разгоне k_x 1%-ной обеспеченности в 2,44 раза (табл. 2.6.1) больше средней высоты волн при относительном разгоне 46%-ной обеспеченности и т. д. Следовательно, можно без большой ошибки приравнять (2.6.35) и (2.6.36). Поэтому

$$h = \widetilde{k}_{h_{46\%}}\, \overline{h}. \tag{2.6.37}$$

Но согласно табл. 2.6.1

$$\widetilde{k}_{h_{46\%}} = 1{,}14\, \widetilde{k}_h.$$

Принимая во внимание (2.6.6), записывают, что

$$h = 1{,}14 (k_x)^{0{,}5}\, \overline{h}_{\text{волн}}, \tag{2.6.38}$$

где $\overline{h}_{\text{волн}}$ — средняя высота волн, получаемая из записей волнографов поплавкового типа.

Согласно (2.6.38), статистические характеристики высоты волн, определяемые по записям волнографов, о которых шла речь выше (глава 2, § 3), выражают статистические характеристики разгонов, при которых сформировались волны тех или иных размеров. Например, волна, имеющая обеспеченность 1%, — это волна, которая появилась в конце разгона, имевшего 1%-ные обеспеченности из всего их разнообразия, существовавшего при данном процессе ветрового волнения. Абсолютное значение такого разгона, т. е. разгона 1%-ной обеспеченности, можно определить, если известно x^*, т. е. среднее значение из всех разгонов волн, существовавших за данный отрезок времени. Однако последняя величина не может быть вычислена в данном случае из (2.4.3) или из (2.4.4), как это было отмечено выше.

Рассуждая совершенно аналогично в отношении периодов волн, можно записать, что

$$\tau = 1{,}11\,(k_x)^{0{,}3}\,\bar{\tau}_{\text{волн}}, \tag{2.6.39}$$

где $\overline{\tau}_{\text{волн}}$ — средний период волн, получаемый из записей волнографов поплавкового типа.

Средняя относительная высота волн, т. е. $k_h = 1$, в результате обработки данных наблюдений, осуществляемых посредством волнографов поплавкового типа (например, ГМ-16), имеет обеспеченность 46% (глава 2, § 3). Средняя относительная высота $(\tilde{k}_h)$, согласно распределению (2.6.11), имеет обеспеченность 37% (табл. 2.6.1). Такое расхождение, возможно, вызвано тем, что посредством волнографов поплавкового типа не регистрируются все волны, которые появляются в точке наблюдения. Максимум распределения $\tilde{k}_h$ по (2.6.16) составляет $0{,}72\tilde{k}_h$ — меньше, чем максимум распределения, получаемый в результате обработки волнографных данных, который близок к 0,8 (глава 2, § 3). Максимум распределения $\tilde{k}_\tau$, равный 0,9 по (2.6.18), также меньше, чем $k_\tau = 1{,}0$, определяемый по записям волнографов в природных условиях (глава 2, § 3). Поэтому можно предположить, что вероятности высоты и периода волн, вычисляемые по записям волнографов, содержат расхождение от их истинных значений. Например, высота волн обеспеченностью 5%, согласно табл. 2.3.2, видимо, должна иметь обеспеченность $\sim 2\%$ (табл. 2.6.1). Аналогично период волн обеспеченностью 1% (табл. 2.3.2) по табл. 2.6.1 будет соответствовать периоду обеспеченностью 0,1% и т. д. Чем бóльшую обеспеченность имеют сопоставляемые элементы волн, тем меньше, естественно, будут расхождения. Средний период и средняя высота волн по измерениям волнографов поплавкового типа, вероятно, отличаются по сравнению с их действительными размерами соответственно на $\sim +11\%$ и $\sim +14\%$.

Было отмечено (глава 2, § 3), что значения k_h и k_τ, определяемые в природных условиях, существенно неоднородны. В отдельных случаях, особенно при малых обеспеченностях, они колеблются в значительных пределах. Причиной таких неоднородностей, в свете высказанных суждений о причинах разнообразия в элементах волн, могут быть изменения в разнообразии разгонов. Применительно к отдельным анемобарическим условиям выражение (2.4.2), возможно, должно иметь, например, вид

$$F(k_x) \approx \exp\left[-(k_x)^a\right], \tag{2.6.40}$$

где a — показатель степени при k_x, зависит от конкретных погодных условий. Например, если предположить, что a изменяется от 0,9 до 1,1 [со средним значением, равным единице, как в (2.4.2)], то тогда $k_{h_{46\%}}$ и $k_{\tau_{50\%}}$ будут при $F(k_x)=1\%$ изменяться от 2,66 до 2,44 ($k_{h_{46\%}}$) и от 1,85 до 1,66 ($k_{\tau_{50\%}}$), что примерно согласуется с отмеченными в наблюдениях изменениями k_h и k_τ (глава 2, § 3).

Изложенное нуждается в дальнейших исследованиях.

§ 7. Уравнение баланса энергии ветровых волн

Ветровые волны в любых условиях их распространения, т. е. на глубокой воде или на мелководье, в различных стадиях своего развития и затухания являются формой распространения механической энергии, передаваемой им ветром. Баланс этой энергии

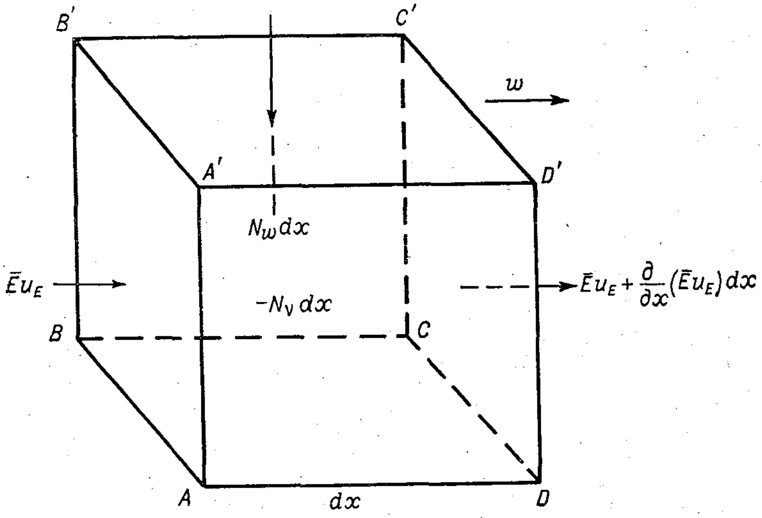

Рис. 2.7.1.

(Маккавеев, 1937) в каждом элементарном столбе воды, охваченном волновым движением, будет равен работе внешних сил за вычетом работы внутренних сил сопротивления. Используя этот общий принцип любой механической системы, можно выразить баланс энергии волнового движения, вызванного действием ветра, если рассматривать некоторый элементарный объем воды AA', BB', CC', DD' (рис. 2.7.1). При этом большая его грань ориентирована в направлении действия ветра и распространения волн. Толщина слоя $AA'=BB'$ равна единице, а нижняя поверхность $ABCD$ лежит настолько глубоко от уровня воды, что ниже ее волновые движения практически отсутствуют. Расстояние $AD=dx$ выбрано так, что в его границах элементы волн любой заданной обеспеченности (глава 2, § 3) меняются на ничтожно малую величину, т. е. неизменно существует некоторая постоянная система волн.

Изменение средней энергии волны ($\partial \overline{E}$) в выбранном объеме за единицу времени будет равно

$$\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} dx. \tag{2.7.1}$$

При этом $\overline{E}$ — средняя энергия волны, заключенная в столбе воды с единичной площадью основания и с высотой, равной высоте выделенного объема. Через поверхность $AA'BB'$ в единицу времени поступает энергия в количестве

$$\overline{E} u_E, \tag{2.7.2}$$

где u_E — скорость переноса энергии. Через грань $DD'CC'$ энергия уходит из выделенного объема жидкости в количестве

$$\overline{E} u_E + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{E} u_E) dx. \tag{2.7.3}$$

Через верхнюю грань, т. е. через поверхность выделенного объема жидкости, поступает энергия от ветра в количестве

$$N_w dx. \tag{2.7.4}$$

Часть этой энергии рассеивается в выделенном объеме под действием сил вязкости

$$-N_\nu dx. \tag{2.7.5}$$

Следовательно, полное изменение средней энергии волны в выделенном объеме в единицу времени [с учетом (2.7.2), (2.7.3), (2.7.4) и (2.7.5)] записывается в виде

$$\overline{E} u_E - \left[\overline{E} u_E + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{E} u_E) dx\right] + N_w dx - N_\nu dx =$$

$$= \left(-\frac{\partial}{\partial x} \overline{E} u_E + N_w - N_\nu\right) dx. \tag{2.7.6}$$

Приравнивая (2.7.1) и (2.7.6), получают

$$\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{E} u_E)}{\partial x} = N_w - N_\nu. \tag{2.7.7}$$

Последняя формула выражает уравнение баланса энергии ветровой волны при условии глубокого моря и плоского волнового движения, т. е. не принимается во внимание передача энергии в поперечном направлении, через грань $BB'CC'$. Если учесть этот расход энергии и, кроме того, выразить потери энергии под действием мелководья, так или иначе влияющего на колебательный процесс, то тогда формула (2.7.7) дополняется двумя членами: левая часть — членом

$$-m\frac{\partial(\partial\overline{E}u_E)}{\partial y}, \tag{2.7.8}$$

где m — некоторый коэффициент пропорциональности, а правая часть — членом

$$-N_H, \tag{2.7.9}$$

учитывающим потери энергии под действием мелководья. Тогда (2.7.7) представляется в виде

$$\frac{\partial\overline{E}}{\partial t}+\frac{\partial(\overline{E}u_E)}{\partial x}-m\frac{\partial(\partial\overline{E}u_E)}{\partial y}=N_w-N_\nu-N_H. \tag{2.7.10}$$

Первый член левой части (2.7.10) определяет изменение количества энергии волн в выделенном объеме жидкости в единицу времени, второй член — изменение количества энергии, переносимой на единицу расстояния, третий член — количество энергии, передаваемой из выделенного объема в направлении, перпендикулярном распространению волн. В правой части (2.7.10) первый член определяет мощность, передаваемую ветром, а два последних члена — потери этой энергии, вызванные диссипативными процессами за счет турбулентных процессов и воздействия дна, также отнесенными к единице времени на единицу расстояния.

Скорость переноса энергии, т. е. групповая скорость (глава 1, § 8), равна половине фазовой скорости, а энергия волны (глава 1, § 7) может быть выражена через (1.7.6):

$$\overline{E}=\frac{1}{8}\rho g\overline{h}_0^2.$$

Уравнение баланса энергии волн, например в виде (2.7.7), может быть с учетом сказанного выше представлено как

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho g\overline{h}^2}{8}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho g h^2}{8}\,\frac{c}{2}\right)=N_w-N_\nu. \tag{2.7.11}$$

При этом N_w и N_ν (глава 2, § 2) также содержат элементы волн $\overline{h}$ и $\overline{c}$ или $\overline{\tau}$, или $\overline{\lambda}$, а входящая в эти зависимости скорость ветра известна и постоянна.

Тем самым (2.7.11) содержит два неизвестных $\overline{h}$ и $\overline{c}$, поэтому для его решения необходимо располагать вторым уравнением, связывающим высоту волны с ее фазовой скоростью (или с периодом, или длиной). Так как последняя по соответствующим формулам теории волн (глава 1) может быть выражена через длину или период волны, то высоту волны можно выразить как функцию любого из ее трех элементов, т. е.

$$\left.\begin{aligned}\overline{h} &= f_1(\overline{c}),\\ \overline{h} &= f_2(\overline{\tau}),\\ \overline{h} &= f_3(\overline{\lambda}),\end{aligned}\right\} \tag{2.7.12}$$

или, используя безразмерную форму выражения элементов волн (глава 2, § 5), вместо (2.7.12) следует определить

$$\overline{\delta} = f\,(\overline{\beta}). \tag{2.7.13}$$

Конкретный вид этих функций (глава 2, § 5), а также выражения для N_w и N_v (глава 2, § 2) могут быть приняты различными. Естественно, что и конечный результат решения (2.7.11) в своем численном виде может поэтому различаться.

Рассмотрение решения уравнения баланса энергии может быть осуществлено в общем виде (Грушевский, 1960). Исключая из системы уравнений (2.7.7) и (2.7.12) одно из неизвестных, например $\overline{c}$, и выражая энергию волны через ее высоту, можно эту систему свести к одному уравнению с неизвестной высотой волны, которое будет иметь вид

$$\frac{\partial F_1(\overline{h})}{\partial t} + \frac{\partial F_2(\overline{h})}{\partial x} = F(\overline{h}). \tag{2.7.14}$$

Последнее уравнение выражают в виде

$$\frac{dF_1(\overline{h})}{dh}\,\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{dF_2(\overline{h})}{dh}\,\frac{\partial h}{\partial x} = F(\overline{h}). \tag{2.7.15}$$

В уравнении (2.7.15) коэффициенты при частных производных представляют собой некоторые функции от $\overline{h}$. Разделив уравнение (2.7.15) на $\dfrac{dF_1(\overline{h})}{dh}$, получают

$$\frac{\partial \overline{h}}{\partial t} + \Phi(\overline{h})\,\frac{\partial \overline{h}}{\partial x} = \psi(\overline{h}). \tag{2.7.16}$$

Уравнение (2.7.16) представляет собой частный случай квазилинейного дифференциального уравнения в частных производных, для которого, как известно, существует разрывное решение для функций от двух независимых переменных, в данном случае от x и t. Это решение в одной части области существования зависит только от x (разгона), т. е. в этом случае $\dfrac{\partial h}{\partial t} = 0$ в другой части области — только от времени действия ветра t, т. е. здесь $\frac{\partial h}{\partial x}=0$.

Рассматривая установившийся процесс развития волн, т. е. принимая, что

$$\frac{\partial h}{\partial t}=0,$$

из уравнения (2.7.16) получают

$$x=\int_0^{\bar{h}} \frac{\Phi(\bar{h})}{\psi(\bar{h})} d\bar{h}=\Phi_1(\bar{h}). \tag{2.7.17}$$

Решая это уравнение относительно $\bar{h}$, находят, что

$$\bar{h}_x=f_1(x). \tag{2.7.18}$$

Следовательно, высота волн в этом случае зависит только от координаты x — разгона волн, т. е. принимается условие, что $t=t_\infty$.

Для каждой скорости ветра существует своя зависимость от x. Следовательно, имеется пучок кривых $h(x)$, выходящих из одной общей точки 0,0 на плоскости (x, h). Функция (2.7.18) — монотонно возрастающая и асимптотически стремящаяся к некоторому предельному значению $h_{пр}$, различному для разных скоростей ветра. Можно поэтому построить и функцию

$$h_x=f(w). \tag{2.7.19}$$

Эта функция также будет возрастающей. В отличие от сказанного выше можно рассматривать случай, когда

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial x}=0,$$

высота волны зависит только от продолжительности действия ветра, т. е. полагают, что координата x достаточна для развития волн по их высоте $(x_{пр})$. Из уравнения (2.7.16) имеют

$$t=\int_0^{\bar{h}} \frac{d\bar{h}}{\psi(\bar{h})}=\Phi_2(\bar{h}) \tag{2.7.20}$$

и, выражая $\bar{h}$ через t, получают

$$\bar{h}_t=f_2(t). \tag{2.7.21}$$

В этом случае имеется пучок кривых $\bar{h}(t)$, выходящих из одной общей точки 0,0, но теперь на плоскости (t, h). Функция (2.7.21) — монотонно возрастающая и асимптотически стремящаяся к некоторому предельному значению $h_{пр}$, различному для разных скоростей ветра. Можно поэтому аналогично (2.7.19) найти функцию

$$h_t = f(w). \tag{2.7.22}$$

Эта функция также будет возрастающей.

Функции вида (2.7.18), (2.7.19), (2.7.21) и (2.7.22) могут быть определены по данным наблюдений (глава 2, § 5). В подобных зависимостях значения h подходят к значениям $h_x = h_{пр}$ и $h_t = h_{пр}$ не асимптотически, а с изломом, что объясняется ограниченной точностью в измерении исходных данных.

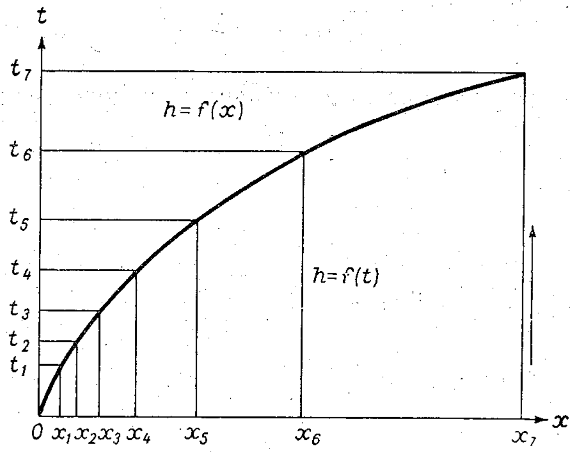

Рис. 2.7.2.

Получив функции (2.7.18) и (2.7.21), т. е. установив закон развития волн по x и t, можно для каждого значения h_1, h_2, h_3 и т. д. определить соответствующие значения x_1, x_2, x_3 и т. д. по формуле (2.7.18) и соответствующие значения t_4, t_2, t_3 и т. д. по формуле (2.7.21), т. е. найти соотношение

$$f_1(x) = f_2(t). \tag{2.7.23}$$

Эта кривая в системе координат x и t (рис. 2.7.2) разделит полуплоскость $x \to 0$ и $t \to 0$ на две области. Эту кривую называют «граничной», или «рубежной» кривой. В области, лежащей выше кривой, высота волны и все прочие ее элементы зависят только от x, эту область называют областью установившегося волнения.

Действительно (рис. 2.7.2), пусть заданное t_i равно t_4, а заданное x_i равно x_1. В этом случае при увеличении x_i высота волны и прочие ее элементы будут определяться только изменением x_i от x_1 до x_4. Наоборот, если $t_i = t_1$, а $x_i = x_4$, элементы волны будут изменяться в зависимости только от увеличения t_i от t_1 до t_4. Поэтому область, лежащую ниже рубежной кривой, называют областью развивающегося волнения; в этой области изменение высоты волны и других ее элементов определяется только изменением времени, т. е. зависит от t. Следовательно, откладывая заданные значения x и t на плоскости x и t (рис. 2.7.2), можно определить, к какой из указанных областей относятся эти значения, и определить, какой из зависимостей надо пользоваться для определения элементов волн, т. е. зависимостью (2.7.18) или (2.7.21).

Уравнение граничной кривой можно найти из (2.7.17) и (2.7.20), т. е. определить

$$\frac{dx}{dt} = u_E = u_{\text{фр}} = \Phi(h), \tag{2.7.24}$$

где $u_{\text{фр}}$ — скорость перемещения граничной кривой, т. е. границы между зонами установившегося и неустановившегося волнения. Это есть скорость перемещения фронта возмущения. Первая расширяется за счет второй по мере изменения x и t. Вид (2.7.24), т. е. $\Phi(h)$ в формуле (2.7.16), будет определяться видом уравнения (2.7.12) или (2.7.13). Скорость распространения энергии волн (u_E) входит во второй член правой части уравнения энергии (2.7.11), который поэтому включает функцию, связывающую скорость волны или другого элемента с ее высотой. Соотношения (2.7.23) и (2.7.24) могут быть определены и по зависимостям $h(x)$ и $h(t)$, полученным по данным наблюдений (глава 2, § 5).

Если над каждой точкой плоскости x и t отложить апликату, соответствующую величине h при данных значениях x_1 и t_1, то получится поверхность $h[f(x, t)]$, которая будет иметь ребро над граничной кривой (Шулейкин, 1956). Это ребро будет делить получившуюся поверхность на две части, каждая из которых представляет собой цилиндрическую поверхность с образующими, параллельными одной из осей (x или t). Можно выразить изолиниями в плоскости x, t сечения поверхности $h=f(x, t)$ горизонтальными плоскостями. Эти изолинии будут соответствовать $h=$ $=\text{const}$. Они представляют собой (рис. 2.7.3) ломаные линии, состоящие каждая из двух ветвей — прямых, параллельных осям координат и пересекающихся под прямым углом. Если проводить эти изолинии через равные небольшие интервалы изменений высоты волн (Δh), то расстояние между изолиниями растет по мере роста высоты волны. Это вызвано постепенным убыванием темпа роста волн как по x, так и по t. При каком-то значении h, близком к предельному ($h_{\text{пр}}$) при данной скорости ветра, этот интервал увеличивается до бесконечности, так как следующее значение h превзойдет $h_{\text{пр}}$. Например, пусть $h_k < h_{\text{пр}}$, но $h_{k+1} > h_{\text{пр}}$, тогда можно приближенно считать $h_k < h_{\text{пр}}$, и поэтому допустимо изолинию $h = h_{\text{пр}}$ распространять на всю часть плоскости вправо и вверх от этой изолинии. На рис. 2.7.3 эта область заштрихована. Координаты угловой точки этой изолинии x_k и t_k можно считать практически соответствующими бесконечному x и t и обозначить их через $x_{\text{пр}}$ и $t_{\text{пр}}$.

На рис. 2.7.3 пунктиром показана кривая (2) для значений w_2, которые больше w_1. Эта рубежная кривая пройдет ниже кривой 1 для меньшей скорости ветра. Это объясняется тем, что нарастание элементов волн, в частности их высоты, происходит быстрее и фронт установившегося волнения имеет бóльшую скорость. Увеличение $\frac{dx}{dt}$ соответствует уменьшению угла наклона кривой к оси абсцисс.

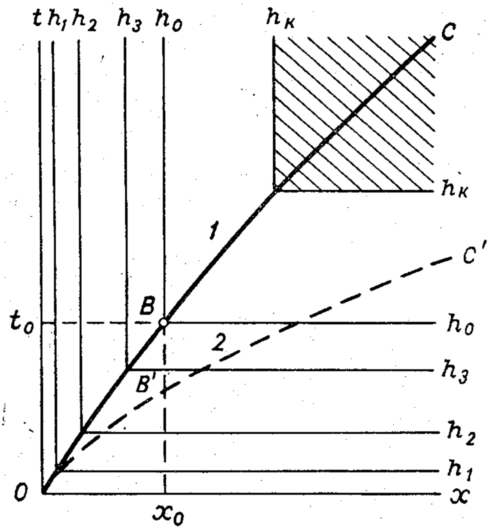

Рис. 2.7.3. Граничная кривая при скорости ветра w_1 (1) и w_2 (2) (по М. С. Грушевскому).

Итак, при $x_{\text{пр}}$ и $t_{\text{пр}}$ высота волны, как и другие ее элементы, достигнет предельных значений. Последние принято некоторыми авторами обозначать с индексом «∞». Для каждой скорости ветра будут иметь место свои значения $x_{\text{пр}}$ и $t_{\text{пр}}$, равно как и свои предельные значения элементов волн ($h_{\text{пр}}$, $\lambda_{\text{пр}}$ и т. д.). Можно, например, определить зависимость предельной высоты волны при данной скорости ветра и при соответствующих $x_{\text{пр}}$ и $t_{\text{пр}}$:

$$h_{\text{пр}} = f(w).$$

Такого же рода зависимости получают и по данным наблюдений (глава 2, § 5).

Как уже было отмечено выше, решение (2.7.7) или (2.7.10) заключается в использовании в явном виде функций (2.7.12) или (2.7.13), а также в подстановке в правую часть (2.7.7) или (2.7.10) соответствующих выражений N_w и N_ν для глубокого моря (2.7.7) или же дополнительно N_H для условий мелководного моря (2.7.10). Естественно, при этом требуется определить численные значения констант, фигурирующих в выражениях для определения поступающей в волны и диссипируемой в них энергии ветра (глава 2, § 2). Последующие чисто математические операции приводят к получению зависимостей элементов волн от x и t в соответствии с теми условиями, которые были изложены выше при рассмотрении общего случая решения уравнений баланса энергии ветровых волн (2.7.14)—(2.7.24).

§ 8. Решение уравнения баланса энергии ветровых волн

Существует много решений уравнения баланса энергии ветровых волн, выполненных отдельными авторами. При этом выражение энергии волн через квадрат ее высоты и определение групповой скорости волн через половину ее фазовой скорости в соответствии с их выражениями (1.8.6), (1.7.6) используются всеми авторами. Различия, и иногда весьма существенные, обнаруживаются в использовании второго уравнения (2.7.12) и выражений для N_w, N_ν (глава 2, § 2). Это приводит к тому, что численные результаты отдельных решений иногда существенно отличаются. Кроме того, во многих решениях отсутствуют указания на обеспеченность элементов волн, как входящих в уравнение (2.7.12), так и подставляемых в выражения для N_w, N_ν и N_H и в левую часть уравнения баланса энергии (2.7.11). Эти обстоятельства лишают в отдельных случаях возможности осуществить объективные сопоставления полученных решений как с данными наблюдений, так и между собой и оценить правомерность использования авторами различных коэффициентов. К подобного рода решениям относятся, например, решения В. М. Маккавеева (1937, 1951), И. С. Бровикова (1954), А. А. Иванова (1955), А. П. Хвана (1958) и др. Несомненный интерес представляют работы, в которых наряду с достаточно обоснованными решениями уравнения баланса энергии имеется указание на обеспеченность элементов волн. К таким решениям относятся решения А. П. Браславского (1952), Ю. М. Крылова (1956, 1958), В. В. Шулейкина (1956, 1963), М. М. Зубовой (1968).

В. В. Шулейкин (1956) для решения (2.7.11) в качестве второго уравнения (2.7.12) использует

$$\frac{h}{h_0} = 0{,}278\frac{\lambda}{\lambda_0} + 0{,}722\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (2.8.1)$$

или

$$\delta = 0{,}04 + 0{,}103\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^{\frac{2}{3}}, \qquad (2.8.2)$$

где λ_0 и h_0 — длина и высота волн на стадии наибольшей крутизны, соответствующей началу волнообразования. Эти выражения получены В. В. Шулейкиным в результате применения теоремы о моменте количества движения к частицам воды, перемещающимся при волнении по орбитам в форме окружностей.

Мощность, идущая на развитие волн (Шулейкин, 1956), выражается в форме уравнения (2.2.17)

$$N_w = \frac{\gamma\rho' g^2}{4\pi} h^2 (w - c)^2 c^{-3},$$

которое записывается как

$$N_w = \frac{2\gamma\rho' r^2 (w-c)^2}{R\tau}. \tag{2.8.3}$$

Для оценки N_ν используется выражение (2.2.19), при этом значение μ в нем заменяется через $\nu_т$ согласно (2.2.45) для поверхности

$$\nu_т = \frac{\varkappa^2\pi}{18}\frac{h^2}{\tau}. \tag{2.8.4}$$

Таким образом, (2.2.19) перепишется в виде

$$N_\nu = \frac{4\pi}{9}\varkappa^2\rho g\frac{r^4}{R^2\tau}, \tag{2.8.5}$$

где $\varkappa = 0{,}1$ (глава 2, § 2).

Выражение (2.8.5) записывается в виде

$$N_\nu = \frac{2\pi}{9}\varkappa^2\rho g\frac{r^4}{R^2\tau}. \tag{2.8.6}$$

Для условия полного развития волн мощность, идущая на развитие волн, равна той мощности, которая расходуется на внутренний турбулентный процесс. Следовательно, в этом случае

$$N_w = N_\nu. \tag{2.8.7}$$

Сопоставляя (2.8.3) с (2.8.6), приписывая обозначениям r, R индекс «∞» и решая полученное равенство (2.8.7) для r_∞, находят, что

$$r_\infty = \frac{9}{\pi}\frac{\gamma}{\varkappa^2}\frac{\rho'}{\rho}\left(\frac{R_\infty}{r_\infty}\right)\frac{(w-c)^2}{g}. \tag{2.8.8}$$

С учетом (2.8.3) и (2.8.5) уравнение (2.7.11) представляется в виде

$$\rho g r\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{5}{8}\rho g^{\frac{3}{2}}\left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{1}{2}} r^{\frac{3}{2}}\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{2\gamma\rho' r^2 (w-c)^2}{R\tau} - \frac{2\pi}{9}\varkappa^2\rho g\frac{r^4}{R^2\tau}. \tag{2.8.9}$$

Сперва обе части (2.8.9) сокращаются на $\rho g r$, а затем оно делится на (2.8.8). Далее принимается, что произведение

$$\gamma\left(\frac{R}{r}\right)(w-c)^2 \approx \text{const}$$

на всех стадиях развития волн.

В результате вместо (2.8.9) записывается следующее уравнение, выражаемое в безразмерной форме:

$$\frac{\partial\eta}{\partial\underset{\sim}{\tau}} = 1 - \eta - \eta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial\eta}{\partial\zeta}, \tag{2.8.10}$$

где η — безразмерная высота волн, $\eta = \frac{h}{h_\infty} = \frac{r}{r_\infty}$; $\underset{\sim}{\tau}$ — безразмерное время роста волн, $\underset{\sim}{\tau} = \frac{t}{\tau_\infty}$, при этом t измеряется в часах, а период полностью развившихся волн ($\underset{\sim}{\tau_\infty}$) — в секундах; ζ — безразмерное расстояние, $\rho = \frac{x}{wt_\infty}$, где x — расстояние в километрах, w — в метрах в секунду и τ_∞ — в секундах.

В (2.8.10)

$$dx = 0{,}895 g^{\frac{1}{2}} \frac{\tau}{\varkappa^2} \left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{5}{2}} r_\infty^{\frac{1}{2}} d\zeta, \tag{2.8.11}$$

$$dt = \frac{9}{2\pi} \frac{\tau}{\varkappa^2} \left(\frac{R}{r}\right)^2 d\underset{\sim}{\tau}, \tag{2.8.12}$$

$$\eta = \frac{r}{r_\infty}. \tag{2.8.13}$$

На основании сводных данных наблюдений принимается (Шулейкин, 1963), что

$$h_\infty = 0{,}0186 w^2 \tag{2.8.14}$$

или

$$\frac{r_\infty}{w^2} = 0{,}093.$$

Однако считается (Шулейкин, 1963), что в выражении (2.8.14) для предельно больших волн постоянный коэффициент следует увеличить на 10%, т. е. положить

$$h_\infty = 0{,}0205 w^2. \tag{2.8.15}$$

Тогда записывают

$$\frac{r_\infty}{w^2} = 0{,}103. \tag{2.8.16}$$

Согласно (1.6.27)

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi},$$

что можно представить в виде

$$c^2 = gR,$$

или

$$c^2 = g\left(\frac{R}{r}\right)r.$$

Разделив левую и правую части последнего выражения на w^2, получают для предельно больших волн

$$\beta_\infty^2 = \frac{r_\infty}{w^2}\frac{R_\infty}{r_\infty}g.$$

Используя (2.8.16) и принимая (Шулейкин, 1956), что $\beta = 0{,}82$, из последнего выражения находят

$$\left(\frac{\lambda}{h}\right)_\infty = 21.$$

Привлекая (2.8.2), получают

$$\frac{1}{21} = 0{,}04 + 0{,}103\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_\infty}\right)^{\frac{2}{3}},$$

откуда следует

$$\frac{\lambda_\infty}{\lambda_0} = 50; \quad \frac{h_\infty}{h_0} = 16{,}7.$$

Выражение (2.8.1) преобразуется на основании очевидных тождеств

$$\frac{h}{h_0} = \frac{h_\infty}{h_0}\eta = 16{,}7\eta, \tag{2.8.17}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_\infty}{\lambda_0}\frac{\lambda}{\lambda_\infty} = 50\frac{\lambda}{\lambda_\infty}. \tag{2.8.18}$$

Из уравнений (2.8.1), (2.8.17) и (2.8.18) находят

$$\eta = 0{,}833\frac{\lambda}{\lambda_\infty} + 0{,}167\left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{2.8.19}$$

На рис. 2.8.1 показана кривая $\frac{\lambda}{\lambda_\infty}$ как функция η согласно (2.8.19). На том же рисунке видна кривая с пометкой $\frac{r}{\tau_\infty}$, которая получена из соотношения

$$\frac{\tau}{\tau_\infty} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

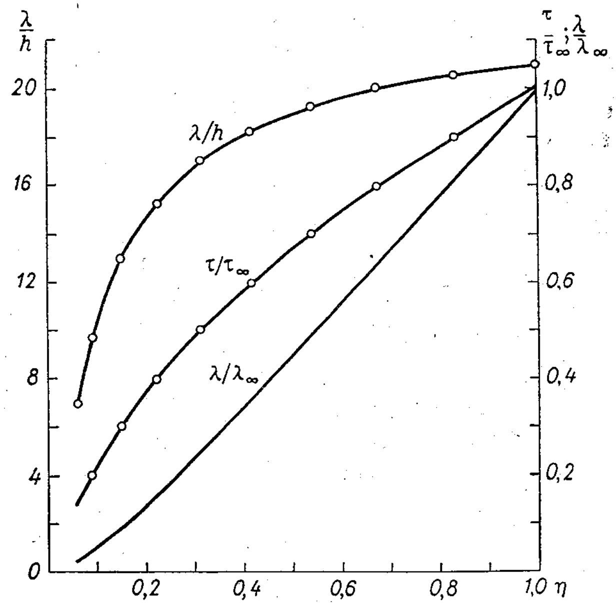

Рис. 2.8.1. Соотношения между λ/h, λ/λ_∞, $\frac{\tau}{\tau_\infty}$ и η согласно (2.8.19) и (2.8.21) (по В. В. Шулейкину).

Используя соотношение, приведенное выше,

$$\frac{\lambda_\infty}{\lambda_0} = 50,$$

можно записать из (2.8.2)

$$\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^{\frac{2}{3}} = 50^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\right)^{-\frac{2}{3}},$$

и тогда вместо (2.8.2) получают

$$\frac{\lambda}{h} = \left[0{,}04 + 0{,}00757 \left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]^{-1}. \qquad (2.8.20)$$

Располагая выражениями в явном виде по (2.8.19)

$$\eta = f\left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\right)$$

и по (2.8.20)

$$\frac{\lambda}{h} = f\left(\frac{\lambda}{\lambda_\infty}\right),$$

можно найти

$$\frac{\lambda}{h} = f(\eta), \tag{2.8.21}$$

что и показано на рис. 2.8.1.

Соотношения (2.8.11) и (2.8.12) переписываются в форме, более удобной для численного интегрирования (Шулейкин, 1963),

$$\frac{t}{\tau_\infty} = 4 \cdot 10^{-3} \int \left(\frac{\tau}{\tau_\infty}\right)\left(\frac{\lambda}{h}\right)^2 \frac{d\eta}{1-\eta} \tag{2.8.22}$$

и

$$\frac{x}{w\tau_\infty} = 1{,}54 \cdot 10^{-3} \int \left(\frac{\tau}{\tau_\infty}\right)\left(\frac{\lambda}{h}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{\eta^{\frac{1}{2}}\, d\eta}{1-\eta}. \tag{2.8.23}$$

Результаты графического интегрирования этих выражений показаны (Шулейкин, 1963) на рис. 2.8.2 и 2.8.3 — самые верхние жирные кривые. Рисунок 2.8.4 позволяет судить, развиваются волны или они установились. По оси абсцисс отложены безразмерные расстояния $\frac{x}{w\tau_\infty}$, а по оси ординат — безразмерные сроки работы ветра $\frac{t}{\tau_\infty}$. Следовательно, показанная на этом рисунке кривая есть граничная кривая (глава 2, § 7).

Обеспеченность элементов волн, рассчитываемых по полученным связям, может быть оценена, если привлечь (2.5.22):

$$\bar{h} = 0{,}0152 w^2 \beta^{1,5}.$$

Сопоставляя последнее выражение с (2.8.15) и принимая во внимание $\beta = 0{,}82$, находят, что в (2.8.15) обеспеченность высоты волн $\sim 5\%$. Что касается обеспеченности длины и периода волн, входящей в приведенные выше соотношения, то ее значения для условий глубокого моря, видимо, равны средней.

Указанная оценка обеспеченностей элементов волн позволяет (2.8.20) выразить для средних значений элементов волн, тогда (2.8.20) перепишется в виде (Титов, 1965)

$$\bar{\delta} = 0{,}021 + \frac{0{,}03}{\beta^{1,33}}. \tag{2.8.24}$$

Накладывая на (2.8.24) ограничения согласно (2.5.25), получают, что предельную крутизну 0,038 наиболее высоких волн имеют при

$$\beta_{мин} \cong 0,27.$$

Предельно большая высота волн появляется, по принятому выше, при

$$\beta_{\infty} = 0,82.$$

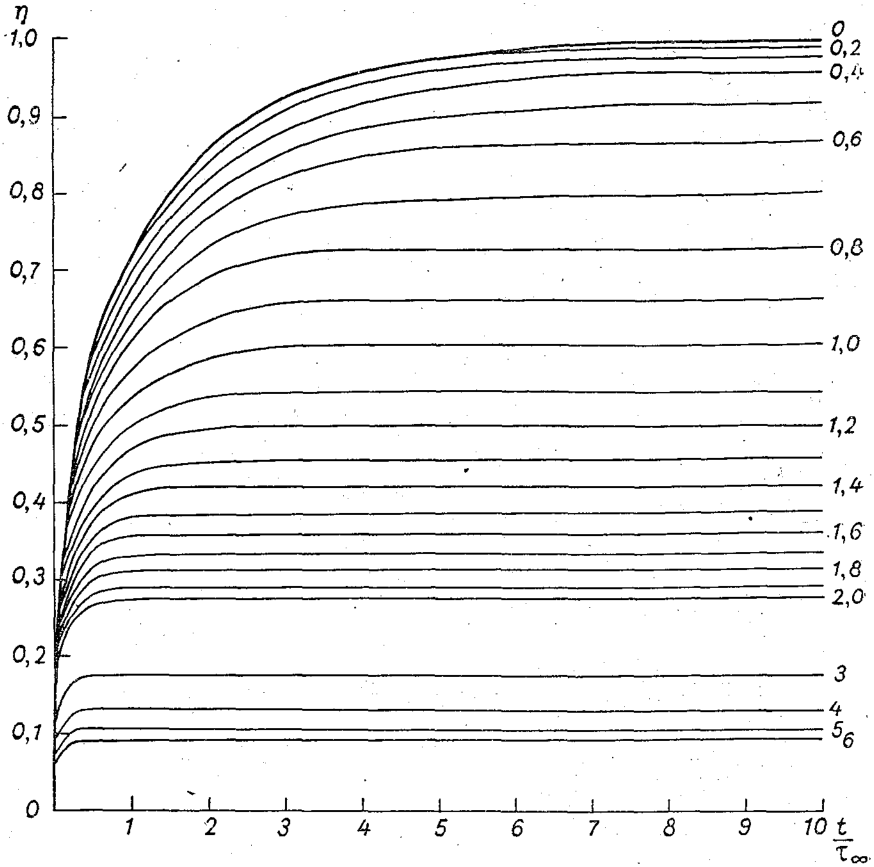

Рис. 2.8.2. $\eta = f\left(\frac{t}{\tau_{\infty}}\right)$ согласно (2.8.22) (по В. В. Шулейкину).

Из (2.8.24) следует, что

$$\bar{h} = 0,0335\bar{\tau}^{2} + 0,00259\bar{\tau}^{0,67} \bar{w}^{1,33}. \qquad (2.8.25)$$

На рис. 2.5.2 показана зависимость (2.8.24), которая хорошо согласуется с выражением (2.5.22), полученным непосредственно из данных наблюдений.

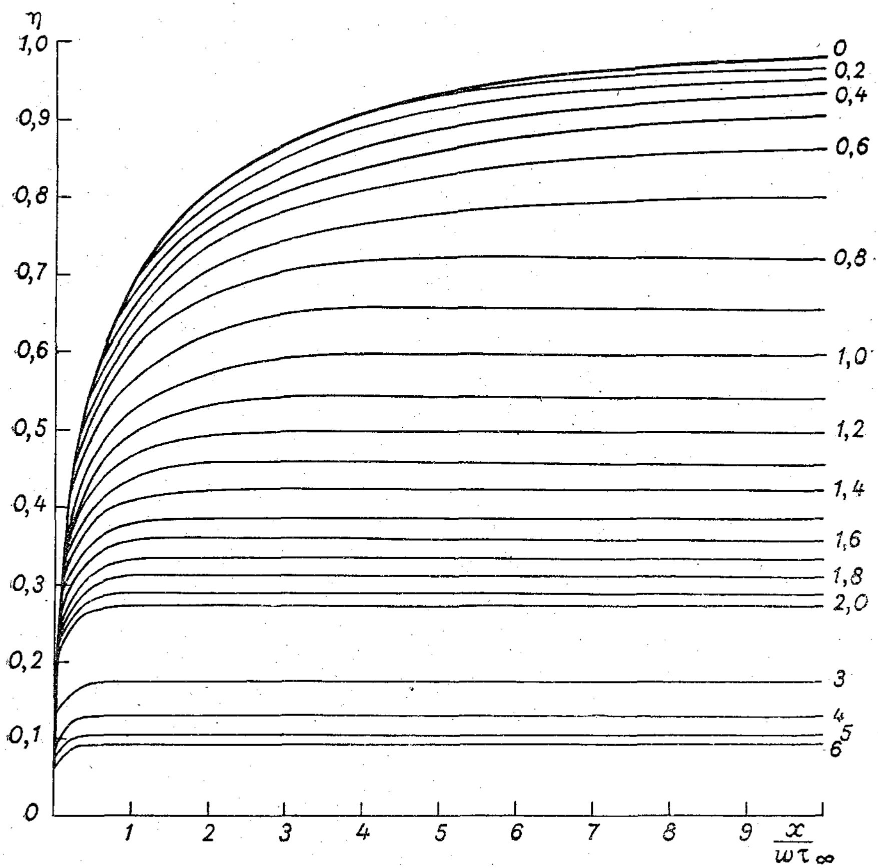

Рис. 2.8.3. $\eta = f\left(\frac{x}{w\tau_{\infty}}\right)$ согласно (2.8.23) (по В. В. Шулейкину).

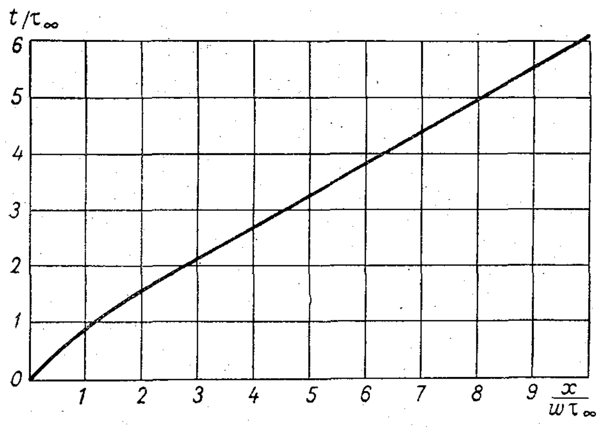

Рис. 2.8.4. Граничная кривая (по В. В. Шулейкину).

На рис. 2.8.5 показана зависимость (2.8.25).

На рис. 2.8.6 нанесена кривая, соответствующая

$$\tau_\infty = f(w).$$

Можно написать, что

$$\tau_\infty = \frac{2\pi}{g} \frac{c_\infty}{w} w$$

или

$$\tau_\infty = \frac{2\pi}{g} (\beta_\infty) w^2.$$

Принимая, по сказанному выше, $\overline{\beta} = 0{,}82$, получают

$$\tau_\infty = 0{,}525 w.$$

Из этой же формулы находят

$$\tau_\infty w = 0{,}525 w^2.$$

Эта зависимость также показана на рис. 2.8.6. Наконец, на том же рисунке показано и соотношение (2.8.15).

На мелководном море даже в очень большом удалении от наветренного берега волны никогда не достигнут тех размеров, которые они имели бы, если бы развивались на поверхности глубокого моря. Разрушение гребней волн под влиянием мелководья (глава 2, § 11) ограничивает рост волн. Средняя мощность, теряемая волнами в расчете на единицу поверхности из-за воздействия мелководья, выражается формулой

$$N_H = \frac{\pi \varepsilon}{2} \frac{\rho g}{\tau H_1} r^3, \qquad (2.8.26)$$

где ε — доля от полной энергии волны, теряемая ею вследствие частичного разрушения гребня; r — как и раньше, полувысота волны; τ — период волны; H_1 — глубина в мелководном море, выражается как

$$H_1 = H \frac{\operatorname{sh} 2\frac{H}{R}}{2\frac{H}{R}},$$

где

$$R = \frac{\lambda}{2\pi}.$$

Выражение (2.8.26) добавляется как новый член в уравнение баланса энергии (2.7.10), т. е. вводится в выражение (2.8.9).

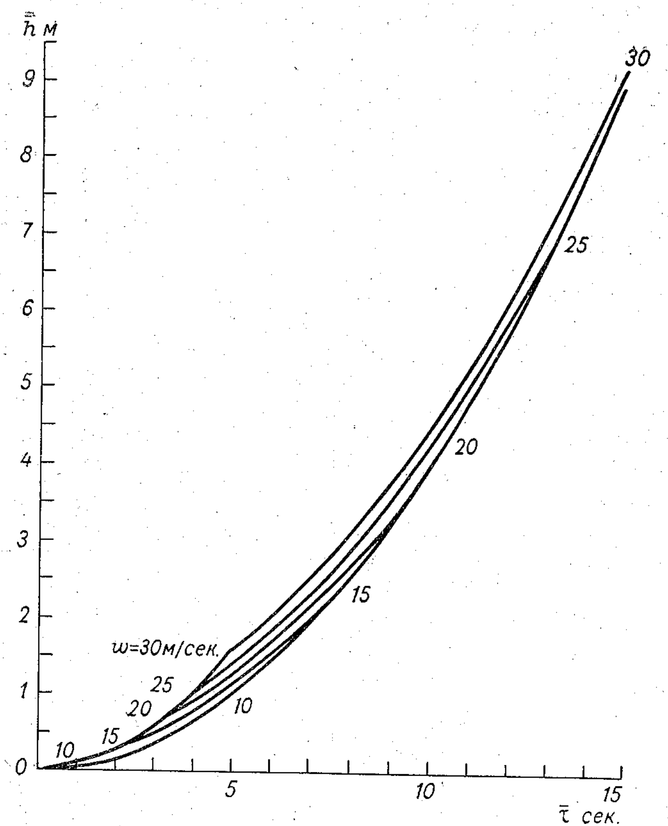

Рис. 2.8.5. $h=f(\tau, w)$ по (2.8.25).

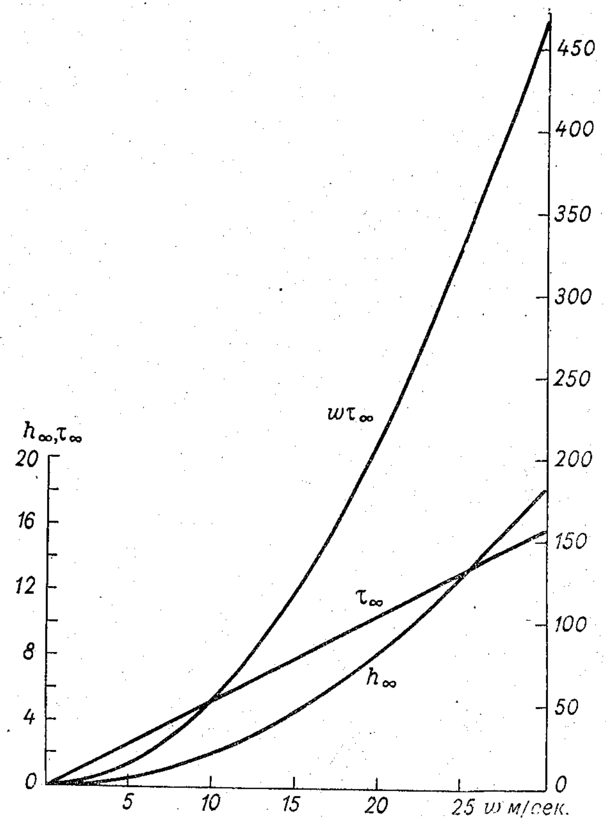

Рис. 2.8.6. $h_\infty = f(w)$, $\tau_\infty = f(w)$ (по В. В. Шулейкину).

После преобразований, аналогичных тем, которые были осуществлены при решении (2.8.9), получают

$$\frac{dr}{dt}=a-br-er^2, \tag{2.8.27}$$

где

$$a=\frac{2\varkappa}{\tau}\left(\frac{r}{R}\right)\frac{\rho}{\rho'}\frac{(w-c)^2}{g},$$

$$b=\frac{2\pi}{9}\frac{\varkappa^2}{\tau}\left(\frac{r}{R}\right)^2,$$

$$e=\frac{\pi\varepsilon}{2\tau H_1}.$$

Из дифференциального уравнения (2.8.27) следует, что высота волн перестает увеличиваться и достигает предельной величины $2r$, возможной на мелководье при заданном ветре, когда обращается в нуль его правая часть. Тем самым эта предельная величина r определяется по формуле

$$r=\frac{1}{2\varepsilon}\left[-b+\sqrt{4ae+b^2}\right].$$

Если использовать, по примеру, приведенному ранее, безразмерные величины η и $\tilde{\tau}$ и перейти к ним от величин τ и t, то тогда окажется возможным записать закон нарастания волн на мелководном море в следующей форме:

$$\eta=\operatorname{th}\tau, \tag{2.8.28}$$

где

$$\frac{t}{\tau}=\frac{2}{\sqrt{4ae-b}},$$

$$\frac{r}{\eta}=r_2.$$

Как видно, выражение (2.8.28) отличается от выражения (2.8.10), полученного для условий глубокого моря.

На резко выраженном мелководье, т. е. при условии, что глубина моря всегда меньше половины длины волны на поверхности, можно пренебречь влиянием потерь энергии в волнах за счет турбулентного трения по сравнению с потерями энергии, вызванными частичным разрушением вершин волн под воздействием мелководья. Тем самым в выражении для $\frac{dr}{dt}$ пренебрегают величиной br по сравнению с er^2 и в выражении для r отбрасывают величину b. Кроме того, в рассматриваемом случае $H_1=H$. Тогда, принимая во внимание значения a, b и e, фигурирующие в выражении для $\frac{dr}{dt}$, вместо приведенного выше выражения для r записывают (Хван, 1967)

$$r_{\text{м}} = 2(w - c)\left[\left(\frac{\varkappa}{\pi\varepsilon}\right)\left(\frac{r}{R}\right)_{\text{м}}\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)\left(\frac{H}{g}\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (2.8.29)$$

где индекс «м» характеризует высоту волны на мелководье.

Сравнивая (2.8.29) с (2.8.8), можно отметить, что в условиях мелководья высота волн зависит от скорости ветра в первой степени (вместо квадрата для условий глубокого моря) и корня квадратного из глубины моря. В (2.8.29) величину ε принимают примерно равной 0,02 (Хван, 1958), а $\varkappa$ — по-прежнему 0,1. Значение $\frac{r}{R}$, т. е. крутизну волны, в приведенном выражении (2.8.29) считают (Хван, 1958) возможным выразить, как и в случае глубокого моря, согласно (2.8.2).

Решение (Гао Вэнь-Сю, Ван Сяо-нань, 1961) позволило установить, что предельную высоту волн в море произвольной глубины H_1 можно выразить как

$$h_{\text{м}} = Fw^2,$$

где (Шулейкин, 1963)

$$F = \frac{-1 + \left[1 + 0{,}019\chi_2^2 \frac{w^2}{H_1}\right]^{\frac{1}{2}}}{0{,}91\chi_2^2 \frac{w^2}{H_1}}. \qquad (2.8.30)$$

Здесь

$$\chi_2 = \frac{\lambda_{\text{м}}}{h_{\text{м}}}.$$

Вместо параметра $\frac{w^2}{H_1}$, входящего в (2.8.30), вводится параметр $\frac{w}{(gH)^{1/2}}$, что позволяет вычислить графоаналитическим способом зависимость η не только от волнообразующих факторов, как это было определено выше, но и от параметра $\frac{w}{(gH)^{1/2}}$, т. е. для моря любой глубины. На рис. 2.8.2, 2.8.3 показано, как изменяются значения η в зависимости от аргумента $\frac{w}{(gH)^{1/2}}$, отмеченного на правых шкалах этих рисунков.

§ 9. Затухание ветровых волн. Зыбь

Ветровые волны после прекращения действия ветра вступают в стадию своего затухания. Критерием для определения стадий затухания может служить условие, что для волн зыби $\bar{\beta} = \frac{\bar{c}}{w} \geqslant 1$ (глава 2, § 5). Во всем разнообразии ветровых волн (глава 2, § 3), существующих на поверхности моря, всегда известная их часть при $\bar{\beta} > 0{,}5$ обладает $\bar{\beta} > 1$. Следовательно, даже при ветровом волнении существуют такие волны, которые можно, исходя из упомянутого критерия, считать волнами зыби. Однако подобные волны целесообразно относить к категории «ветровой зыби» (Ржеплинский, 1965), т. е. к такой, которая появляется даже в процессе развития ветрового волнения, особенно при кратковременных уменьшениях скорости ветра, что очень часто бывает тогда, когда последний имеет шквалистый характер. Собственно зыбью, так сказать «чистой зыбью», поэтому целесообразно называть такие волны, когда они перемещаются при значительно утихшем ветре, т. е. тогда, когда $\bar{\beta} = \frac{\bar{c}}{w} \approx 1$. В этом случае все волны имеют фазовую скорость, превосходящую скорость дующего ветра. Значительное ослабление ветра обычно связано с тем, что ветровые волны выходят из области, где дули сильные ветры, и беспрепятственно распространяются дальше в ту область океана, где доминируют очень слабые ветры или даже штиль. Такие условия возникают обычно на периферии глубоких минимумов атмосферного давления (глава 2, § 4). Отсюда они могут распространяться на расстояния в сотни миль при условии открытых, свободных водных пространств. Последние в той или иной степени ограничены на морях, но зато достаточно обширны на океанах. Это обстоятельство вызывает одну важнейшую особенность в распределении ветровых волн на поверхности океанов.

Безразм. скор. волн

На рис. 2.9.1 и 2.9.2 для северной части Атлантического океана показано (Титов, 1955) распределение по повторяемости (в процентах) ветровых волн и волн зыби высотой 3 м и более раздельно для зимы и лета. Кроме того, на них стрелками показано преобладающее направление распространения ветровых волн и зыби. Из сопоставления этих рисунков видно, что области, где наиболее часто можно встретить крупные ветровые волны, ограничиваются теми районами, где наблюдается большая повторяемость штормовых ветров, а области, где наблюдается крупная зыбь, охватывают значительно бо́льшие пространства океана. Преобладающее направление распространения ветровых волн, естественно, согласуется с направлением преобладающих ветров. Направление зыби совпадает с направлением только тех ветров, которые имеют или большую скорость, или устойчивое направление. Ветровые волны, выходя из области шторма и превращаясь в зыбь, очень долго, на протяжении сотен миль, сохраняют высоту 3 м и более, особенно когда действуют сильные и длительные штормы, порождающие такую зыбь.

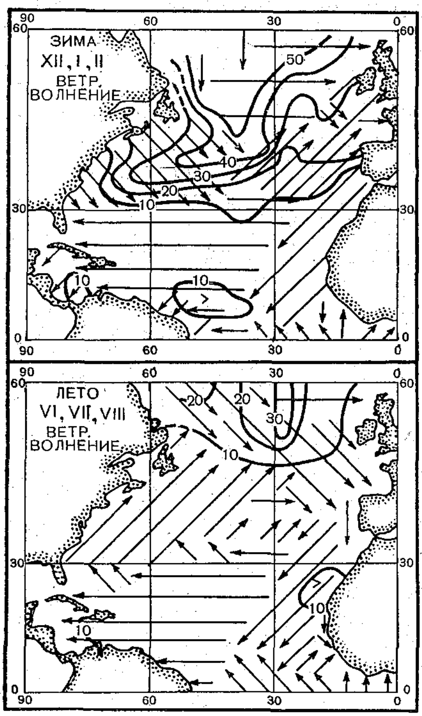

Рис. 2.9.1. Повторяемость ветровых волн высотой 3 м и больше.

Цифры на изолиниях указывают повторяемость в % за сезон. Стрелками отмечено преобладающее направление распространения ветровых волн в данном сезоне.

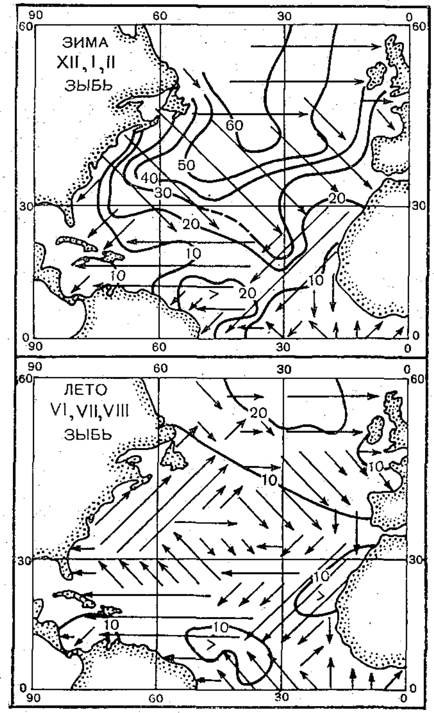

Рис. 2.9.2. Повторяемость волн зыби высотой 3 м и больше.

Цифры на изолиниях указывают повторяемость в % за сезон. Стрелками отмечено преобладающее направление распространения волн зыби в данном сезоне.

Из сопоставления рис. 2.9.1 с рис. 2.9.2 легко заметить, что в экваториальной области Атлантического океана повторяемость волн зыби 3 м и более явно превосходит как зимой, так и летом повторяемость ветровых волн той же высоты. Это является следствием того, что пассаты достаточно регулярно порождают высокую зыбь. Преобладание зыби в зимнее время связано с тем, что зимой северо-восточные и юго-восточные пассаты дуют более интенсивно, чем летом.

Рассмотренное распределение ветровых волн и волн зыби для северной части Атлантического океана типично для всех океанов.

Следовательно, крупная зыбь может быть встречена в океане на значительно бо́льших пространствах, чем крупные ветровые волны. Это наиболее характерная черта в распространении ветровых волн в океане.

Вместе с тем, волны зыби, распространяясь на указанные выше значительные расстояния, казалось бы, должны распространяться с постоянной скоростью в качестве свободных гравитационных волн, если пренебречь силами молекулярной вязкости, сохраняя свою форму и размеры, пока глубина моря превышает половину их длины. Однако многочисленные наблюдения показывают, что скорость, длина и период волн зыби возрастают примерно на коэффициент 1,7 по мере их распространения из зоны образования первоначальных ветровых волн в область шторма. Это увеличение неодинаково на всем протяжении пути. Оно более интенсивно вначале, вблизи области появления зыби, и невелико на более отдаленных участках. В первом приближении можно принять, что это увеличение происходит на протяжении первых 2000 км ($\sim$1000 морских миль). Соотношение между увеличением периода и скорости волн зыби выражается в виде следующих эмпирических формул (Титов, 1951):

$$\tau_з = \tau_0 m (1 - n e^{-pt}), \tag{2.9.1}$$

$$c_з = c_0 m (1 - n e^{-pt}), \tag{2.9.2}$$

где $\tau_з$ и $c_з$ — период и скорость волн зыби, τ_0 и c_0 — период и скорость ветровых волн при переходе их в волны зыби; p, n, m — постоянные безразмерные коэффициенты, оказавшиеся равными: $p = 2.5 \cdot 10^{-5}$, $n = 0{,}375$ и $m = 1{,}6$.

По мере увеличения длины, скорости и периода волн зыби одновременно происходит уменьшение ее высоты. Причиной этого могут быть два обстоятельства: рассеяние энергии волн, вызванное турбулентными процессами, и сопротивление воздуха, которое испытывают волны зыби при своем распространении. Если положить в основу дальнейших рассуждений учет процессов турбулентности, то тогда можно использовать выражение для диссипации энергии (2.2.22) (глава 2, § 2)

$$N_\nu = \frac{1}{2} \rho \nu_т g \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3 h^2 c^2,$$

которое можно представить в виде

$$N_\nu = \frac{1}{2} \nu_т \rho g^3 c^{-4} \overline{h^2}, \tag{2.9.3}$$

где вместо $\nu_т$ подставляется (глава 2, § 2) выражение для коэффициента турбулентной вязкости согласно (2.2.46) (табл. 2.2.3)

$$\nu_т = 6 \cdot 10^{-9} \beta^2 w^3.$$

Для волн зыби в этом последнем выражении величину $\nu_т$ целесообразно связать не со скоростью ветра, а с фазовой скоростью волн. Поэтому, используя соотношение

$$w = \frac{c}{\beta}$$

и полагая, что ветровые волны большей частью (глава 2, § 5) достигают предельного развития при $\beta \approx 0{,}8$, можно записать следующее выражение для коэффициента кинематической вязкости применительно к волнам зыби:

$$\nu_т = kc^3 = 8 \cdot 10^{-9} c^3. \qquad (2.9.4)$$

Подстановка (2.9.4) в (2.9.3) дает

$$N_\nu = \frac{1}{2} \rho k g^3 \overline{h}^2 c^{-1}, \qquad (2.9.5)$$

или

$$N_\nu = \frac{d\overline{E}}{dt} = -\frac{1}{2} \rho k g^3 \overline{h}^2 c^{-1}. \qquad (2.9.6)$$

Так как

$$\frac{d\overline{E}}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{8} \rho g \overline{h}^2\right)}{dt} = \frac{1}{4} g \rho \overline{h} \frac{d\overline{h}}{dt},$$

следовательно,

$$\frac{d\overline{h}}{dt} = -\frac{2g^2 k \overline{h}}{c}. \qquad (2.9.7)$$

Используя (2.9.2), получим

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{2g^2 k \overline{h}}{c_0 m (1 - ne^{-pt})}. \qquad (2.9.8)$$

Теперь изменение высоты волн зыби определится из формулы

$$\int_{h_0}^{h} \frac{d\overline{h}}{h} = -\left[\frac{2g^2 k}{mc_0}\right] \int_0^t \frac{dt}{1 - ne^{-pt}},$$

что дает

$$\ln \frac{\overline{h}}{h_0} = -\frac{2kg}{c_0 m}\left[t + \frac{1}{p} \ln\left(\frac{1 - ne^{-pt}}{1 - n}\right)\right]. \qquad (2.9.9)$$

Вводя постоянные, о которых речь шла выше, (2.9.9) переписывают в виде

$$\ln\frac{\overline{h}}{\overline{h}_0} = -\frac{0{,}01}{c_0}\left[t + 4\cdot 10^4 \ln\left(\frac{1-0{,}375e^{-2{,}5\cdot 10^{-5}t}}{0{,}625}\right)\right]. \quad (2.9.10)$$

В течение времени t волны зыби пройдут расстояние $x_з$, которое определится из выражения

$$x_з = \int_0^t u\,dt, \quad (2.9.11)$$

где u — групповая скорость.

Следовательно, используя (2.9.2), получают

$$x_з = 0{,}8c_0\left[t - 1{,}52\cdot 10^{-4}\left(1 - e^{-2{,}5\cdot 10^{-5}t}\right)\right]; \quad (2.9.12)$$

посредством (2.9.1), (2.9.10) и (2.9.12) можно определить размеры волн зыби по мере ее распространения. Результаты вычислений по этим выражениям показаны в табл. 3.3.2.

При оценке изменений в элементах волн зыби можно исходить из учета сопротивления, которое они испытывают, перемещаясь со скоростью, большей скорости дующего ветра, и пренебречь влиянием турбулентности. В этом случае потерю энергии, вызванную упомянутым сопротивлением, можно выразить, привлекая (2.2.8) (Свердруп, Манк, 1947):

$$N_w = \frac{s\rho' g^2}{8} h^2 (w - c)^2 c^{-3}.$$

Однако в этом выражении w в случае распространения волн зыби или равно 0, или очень мало́ по сравнению с c. Тогда (2.2.8) перепишется в виде

$$R = -\frac{1}{8} s\rho' g^2 h^2 c^{-1}, \quad (2.9.13)$$

где через R обозначена потеря энергии волной зыби за счет сопротивления воздуха ее перемещению. Эти потери энергии разделяются, в значительной мере искусственно, на потери энергии, вызывающие уменьшение ее высоты (R_h) и увеличение ее скорости (R_c), следующим образом:

$$R_h = -\left(1 + \frac{r}{\alpha}\right) R, \quad (2.9.14)$$

$$R_c = -\frac{r}{\alpha} R, \quad (2.9.15)$$

где r и α — константы, $r = 0{,}580$, $\alpha = 2{,}500$.

Эти последние выражения представляются в виде

$$\frac{1}{h}\frac{dh}{dx}=-(r-\alpha)A\frac{4\pi^2}{g}\tau^{-2} \tag{2.9.16}$$

и

$$\frac{d\tau}{dx}=\frac{8\pi^2}{g}Ar\tau^{-1}, \tag{2.9.17}$$

где

$$A=5{,}12\cdot 10^{-3}\frac{\rho'}{\rho}.$$

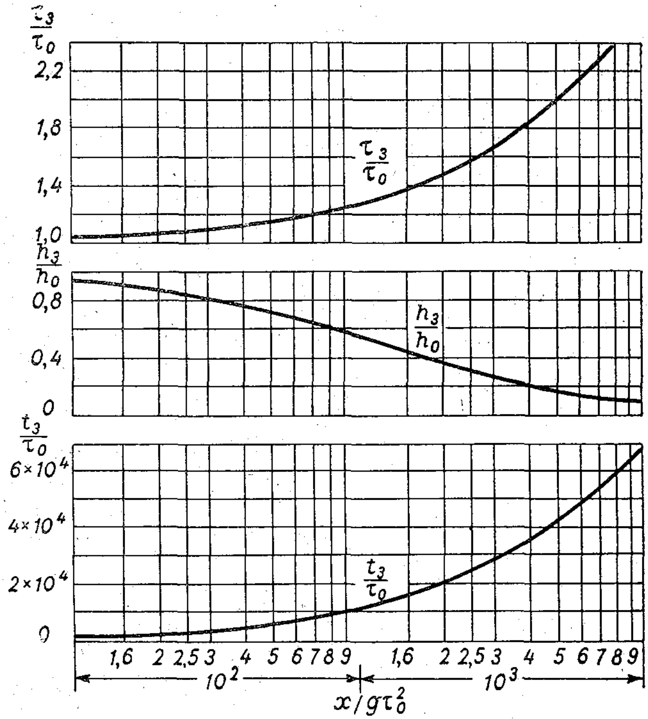

Рис. 2.9.3. Изменения в $\frac{\tau_з}{\tau_0}$, $\frac{t_з}{\tau_0}$, $\frac{h_з}{h_0}$ по (2.9.18)—(2.9.20).

Из (2.9.16) и (2.9.17) путем их интегрирования находят изменение в периодах волн зыби в начале (τ_0) и в конце ($\tau_з$) расстояния, проходимого волнами зыби:

$$\frac{\tau_з}{\tau_0}=\left[1+16\pi^2Ar\left(\frac{x}{g\tau_0^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{2.9.18}$$

Время ($t_з$), которое проходит зыбь от начала расстояния ($x_з$) до его конца, определится из выражения

$$\frac{t_з}{\tau_0} = \frac{1}{2\pi Ar}\left(\frac{\tau_з}{\tau_0} - 1\right). \tag{2.9.19}$$

Изменения в высоте волн зыби вычисляют по выражению

$$\frac{h_з}{h_0} = \left(\frac{\tau_з}{\tau_0}\right)^{-(r+a)\,2r}. \tag{2.9.20}$$

Результаты вычислений по (2.9.18)—(2.9.20) показаны в безразмерной форме на рис. 2.9.3.

Расхождение в численных результатах при использовании приведенных выше формул, т. е. (2.9.10)—(2.9.12), с одной стороны, и (2.9.18)—(2.9.20), с другой, не очень велико. По последним из них высота волн зыби уменьшается более медленно в первые часы распространения волн зыби. На достаточно больших расстояниях результаты расчетов практически совпадают.

§ 10. Понятие о спектральном методе исследования ветрового волнения

Во всех предшествующих рассуждениях исходным было рассмотрение одной отдельно взятой плоской волны синусоидального или трохоидального профиля, т. е. монохроматической волны. Статистические характеристики разнообразия волн (глава 2, § 3) позволяют переходить к значениям элементов волн любой их обеспеченности. Однако такой прием не затрагивал, например, вопроса о распределении энергии всего волнового поля между отдельными волнами и других его особенностей.

Можно подойти к рассмотрению процесса ветрового волнения с позиций его спектрального анализа. Последний используется в различных областях науки и техники. Применительно к морским волнам он основан на том принципе, что сложную структуру волнового поля при ветровом волнении, в том виде, как она представляется наблюдателю, выражают как конечный результат сложной комбинации бесконечного числа элементарных составляющих, принимая за последние плоские, синусоидальные волны различных амплитуд, фаз и направлений распространения (Лонге-Хиггинс, 1962). Вопрос о том, существуют ли такие элементарные волны в действительности или они служат только удобным средством для количественного описания процесса ветрового волнения, остается открытым. Рисунок 2.10.1 дает наглядное представление об описанном подходе к анализу поверхности моря при ветровом волнении. Наложение бесконечного числа систем синусоидальных волн, показанных в верхней части рис. 2.10.1, приводит в результате к видимой поверхности, представленной в нижней части того же рисунка под знаком равенства. Каждая элементарная волна несет в себе определенную энергию, которая относится к единице поверхности и зависит от периода (частоты) волны. Распределение энергии волн по их частотам и направлениям распространения называется энергетическим спектром ветрового волнения. Его можно определить из следующих рассуждений. Было упомянуто (глава 2, § 3), что морское волнение можно представить как стохастический (вероятностный) процесс. Волновое поле в свою очередь выражается как некоторая квазистационарная функция времени и горизонтальных координат, обладающая эргодическим свойством. Это позволяет рассматривать некоторую элементарную площадь поверхности моря с бегущими по ней ветровыми волнами как площадь, на которой средние характеристики волн будут меняться очень мало, но в то же время на этой площади будет существовать всевозможное разнообразие волновых форм.

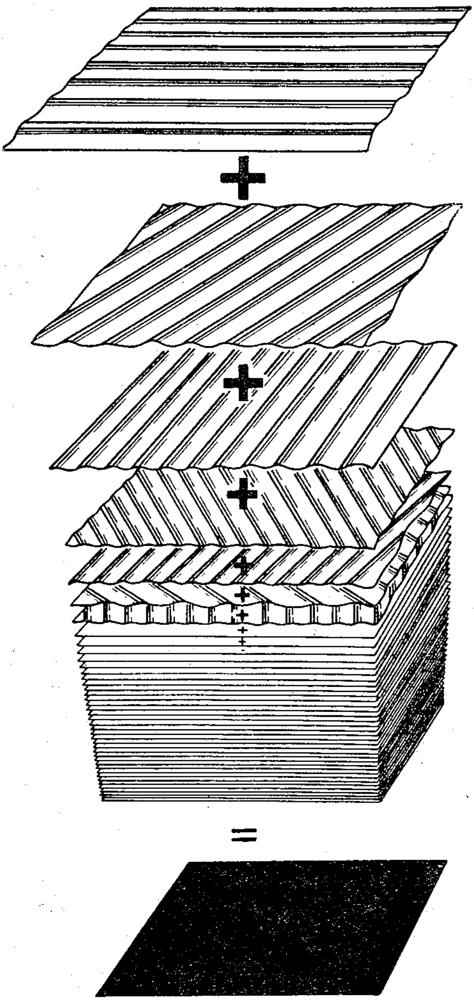

Рис. 2.10.1. Схема, представляющая реальную взволнованную поверхность как сумму простых синусоидальных волн (по Пирсону).

На невозмущенной поверхности моря вводится (Крылов, 1966) система прямоугольных координат xoy (рис. 2.10.2). Ось x совмещена с направлением ветра. Предполагается, что по поверхности моря распространяется плоская волна и луч этой волны составляет угол α с осью x (рис. 2.10.2). В этом случае форма поверхности моря описывается выражением

$$z(x, y, t) = a\cos[\omega t + \theta - k(x\cos\alpha + y\sin\alpha)], \quad (2.10.1)$$

где θ — случайная фаза, равномерно распределенная от 0 до 2π. На глубоком море ω и k связаны между собой соотношением (1.3.2)

$$\omega^2 = kg.$$

Взволнованную поверхность можно представить в виде суммы большого числа таких простых волн (Лонге-Хиггинс, 1962). Каждая волна выражается как

$$z_{ij}(x, y, t) = $$
$$= a(\omega_i\alpha_j)\sqrt{\Delta\omega\,\Delta\alpha}\cos[\omega_i t + \theta_{ij} - $$
$$- k_i(x\cos\alpha_j + y\sin\alpha_j)]. \quad (2.10.2)$$

Теперь взволнованная поверхность представляется как сумма таких простых волн:

$$z(x, y, t) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} z_{ij}.$$

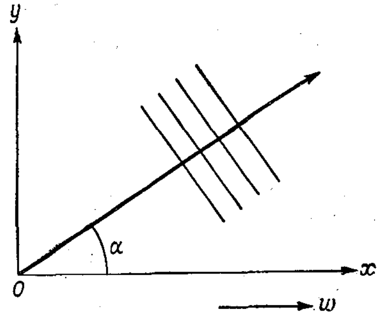

Рис. 2.10.2.

Предполагается, что фаза θ_{ij} каждой составляющей (2.10.2) является случайной величиной, равномерно распределенной в интервале от 0 до 2π. Поэтому величина $z(x, y, t)$ тоже случайна.

С учетом (1.7.6) полная энергия каждой составляющей выразится как

$$\frac{1}{2} g\rho a^2(\omega_i\alpha_j)\,d\omega\,d\alpha; \quad (2.10.3)$$

или

$$e(\omega_i\alpha_j) = \frac{1}{2} g\rho a^2(\omega_i\alpha_j), \quad (2.10.4)$$

(2.10.4) называется двухмерным энергетическим спектром. Ее физический смысл состоит в том, что величина $e(\omega, \alpha)\,d\omega\,d\alpha$ в (2.10.3) равна количеству волновой энергии спектральных составляющих с частотами от ω до $\omega + d\omega$ и направлениями от α до $\alpha + d\alpha$. Если просуммировать спектральные составляющие от угла α, то получают спектр как функцию только частоты ω. Поэтому двухмерный спектр связан с одномерным спектром соотношением

$$e(\omega) = \int_{-\pi}^{+\pi} e(\omega, \alpha)\,d\alpha.$$

Одномерный (частотный) энергетический спектр выражается в виде

$$e(\omega)=\frac{1}{2}g\rho a^2(\omega_i)\,d\omega. \tag{2.10.5}$$

или

$$a^2=\frac{2e(\omega)}{g\rho}\,d\omega. \tag{2.10.6}$$

Последние выражения часто представляют как

$$a^2=A^2(\omega)\,d(\omega), \tag{2.10.7}$$

где

$$A(\omega)=\sqrt{\frac{2\varepsilon(\omega)}{g\rho}}.$$

Зная двухмерный или одномерный спектры, можно вычислить не только величину $a=\frac{h}{2}$, но и ряд других практически важных характеристик взволнованной поверхности.

Таким образом, вопрос о вычислении различных параметров волн в спектральной теории сводится к нахождению функции $e(\omega, \alpha)$.

Энергетический спектр зависит не только от ω и α, но и от характеристик ветрового поля и конфигурации дна и берегов бассейна.

В простейших случаях он включает в форме параметров скорость ветра, время его действия и расстояние от подветренного берега.

Эмпирические исследования частотного спектра в настоящее время базируются на корреляционном анализе волнографных записей.

Корреляционная функция стационарного случайного процесса $z(t)$, обладающего эргодическим свойством (Крылов, 1966), определяется формулой

$$k(\tau)\approx\frac{1}{T-\tau}\int\limits_0^{T-\tau} z(t)\,z(t+\tau)\,dt. \tag{2.10.8}$$

Эту формулу представляют в виде конечной суммы. Для этого отрезок $(0,\ t)$ разбивают по оси времени, занятой записью, на

N отрезков точками $t_0=0$; $t_1=\Delta t$; $t_2=2\Delta t$; ...; $t_k=k\Delta t$; ...; $t_n=$ $=N\Delta t$. Тогда корреляционная функция

$$k(m\Delta t)=\frac{1}{N-m}\sum_{k=0}^{N-m} z(k\Delta t)z(k\Delta t+m\Delta t). \qquad (2.10.9)$$

При $m=0$

$$k(0)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N} z^2(k\Delta t).$$

При $m=1$

$$k(\Delta t)=\frac{1}{N-1}\sum_{k=0}^{N-1} z(k\Delta t)z(k\Delta t+\Delta t)=$$

$$=\frac{z(t_0)z(t_2)+z(t_1)z(t_3)\ldots}{N-1}.$$

При $m=2$

$$k(2\Delta t)=\frac{z(t_0)z(t_2)+z(t_1)z(t_3)+\ldots}{N-2}$$

и т. д.

Таким образом, по формуле (2.10.9) можно вычислить последовательные значения корреляционной функции, а по ним, если нужно, построить и график этой функции.

Такие вычисления, несмотря на их простоту, все же очень трудоемки. Поэтому для их осуществления сконструированы особые счетные приборы — корреляторы. Эти приборы сразу преобразуют исходную запись в соответствующую корреляционную функцию.

Энергетический спектр однозначно выражается через соответствующую корреляционную функцию:

$$\frac{e(\omega)}{g\rho}=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty k(\tau)\cos\omega\tau\,d\tau. \qquad (2.10.10)$$

Подставив в эту формулу функцию $k(\tau)$, можно методом численного интегрирования определить соответствующий энергетический спектр.

При таком способе возникают погрешности, связанные с тем, что длина записи всегда ограничена. Но эти погрешности можно оценить и частично устранить (Рожков, 1967).

Наиболее перспективным является определение связи между характеристиками ветрового потока и энергетическим спектром ветровых волн. Но такие теоретические решения трудны, потому что ветровой поток обтекает не отдельные элементарные волны, а сложную волновую поверхность, представляющую сумму всех составляющих. Определение связи спектра турбулентных пульсаций со спектром волн не получило пока решения. Поэтому в настоящее время более распространен другой путь. Он заключается в том, что определяется связь энергетического спектра волн с непосредственно наблюдаемыми статистическими характеристиками волн, например со средней высотой, средним периодом и др. Связь этих последних с характеристиками ветрового поля, т. е. с w, x и t, уже установлена с известным приближением при решении уравнения баланса энергии ветровых волн (глава 2, § 7, 8) или эмпирическим путем (глава 2, § 5). Это позволяет в результате определить численную зависимость спектра волн от волнообразующих факторов. Однако подобные решения соответствуют пока только самым простейшим случаям развития ветровых волн — случаям установившегося ветрового волнения и применительно к одномерному спектру.

На основе корреляционного анализа волновых измерений к настоящему времени получено большое число формул, описывающих структуру частотного энергетического спектра. В обобщенной форме последний можно представить (Burling, 1957) как

$$\frac{e(\omega)}{g\rho} = \frac{c_1}{\omega^p} \exp\left(-\frac{c_2}{\omega^r}\right); \tag{2.10.11}$$

при этом размерность спектра $\frac{L^2}{T}$.

В (2.10.11) $e(\omega)$ — удельная энергия элементарных волн, приходящаяся на бесконечно малый интервал частот, g — ускорение силы тяжести, ρ — плотность морской воды, $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ — круговая частота, c_1 и c_2 — размерные, а p, r — безразмерные параметры, которые могут зависеть от x, w, t. Для полностью развитого волнения (глава 2, § 7, 8) энергетический спектр будет определяться как

$$\frac{e(\omega)}{g\rho} = f(\omega,\ w,\ g). \tag{2.10.12}$$

Выражение (2.10.11) с учетом (2.10.12) в этом случае можно записать как (Стрекалов, 1961)

$$\frac{e(\omega)}{g\rho} = \frac{A}{\omega^n} \frac{g^{n-3}}{w^{n-5}} \exp\left[-\left(\frac{Bg}{\omega w}\right)^m\right], \tag{2.10.13}$$

где A, B, n, m — неизвестные безразмерные константы.

В общем случае их можно рассматривать как функции безразмерного времени действия ветра $\tilde{t}$ и безразмерного расстояния (разгона) $\tilde{x}$ (глава 2, § 4). В своей простейшей форме спектр (2.10.13) включает в качестве параметра только одну величину скорости ветра (w). Поэтому графически его можно изобразить в виде семейства кривых $[A(\omega)]^2$, отвечающих различным скоростям ветра (рис. 2.10.3). По мере увеличения скорости ветра максимум спектральной плотности ($\omega_{макс}$) сдвигается к меньшим частотам, т. е. к бо́льшим периодам, что естественно, так как с увеличением скорости ветра периоды волн возрастают. Площадь под спектром при этом увеличивается.

Спектр в форме (2.10.13) определен рядом авторов. С. С. Стрекаловым (1961), использовавшим волнографные измерения элементов ветровых волн в Атлантическом океане, были определены константы, входящие в (2.10.13), которые получили значения: $n=6$, $m=2$, $A=1{,}2\cdot10^{-2}$, $B=0{,}88$. Также принималось, что $\frac{\bar{\tau}}{\tau_{макс}}\cong$ $\cong\mathrm{const}$ для всех стадий развития волнения и $\omega=\frac{2\pi}{\bar{\tau}}$.

Теперь энергетический спектр развитого волнения оказалось возможным представить как

$$\frac{e(\omega)}{g\rho}=\frac{Ag^3}{\omega^6 w}\exp\left[-B\left(\frac{g}{\omega w}\right)^2\right]. \qquad (2.10.14)$$

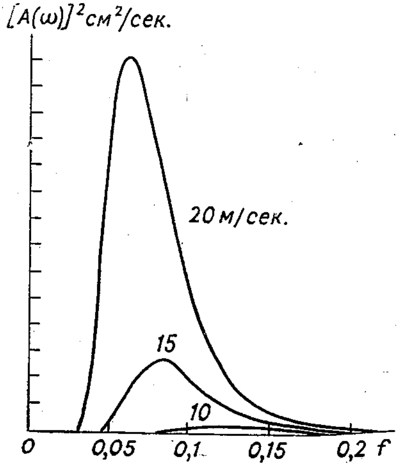

Рис. 2.10.3. Спектры волн при различной скорости ветра.

На рис. 2.10.4 показано семейство энергетических спектров, полученных эмпирически и рассчитанных для соответствующих скоростей ветра по формуле (2.10.14). Как видно, последняя отражает достаточно точно положение спектрального максимума ($\omega_{макс}$), а также дает достаточное приближение по площади.

Другое выражение для энергетического спектра было получено И. Н. Давиданом (1967), который аппроксимировал результаты определения частотного спектра по волнографным записям в открытых частях Баренцева моря и в Атлантическом океане формулой

$$\frac{1}{g\rho}e(\omega)=Ag^2\omega^{-5}\exp\left[-m\left(\frac{\omega_{макс}}{\omega}\right)^4\right], \qquad (2.10.15)$$

где $A=1{,}56\cdot10^{-2}$, $m=1{,}1$, $\omega_{макс}=0{,}8\frac{2\pi}{\bar{\tau}}$, откуда следует, что $\tau_{макс}=1{,}1\bar{\tau}$.

Так как $\bar{\tau}$ увеличивается с развитием волнения, то по мере роста волн $\omega_{\text{макс}}$ должно смещаться в сторону меньших частот.

Приведенные выше формулы частотного спектра, равно как и предложенные другими авторами, различаются в количественном отношении, но обладают и рядом общих свойств (Крылов, 1966). Все эти зависимости структурно представляют собой произведение двух функций (2.10.13): одной степенной функции ω^{-n} на экспоненту от другой степенной функции $\exp[-B\omega^{-m}]$, где $n \geqslant 5$ и $m \geqslant 2$. На малых частотах функция $\omega^{-n}\exp[-B\omega^{-m}]$ очень быстро стремится к нулю за счет множителя $\exp[-B\omega^{-m}]$, а на больших частотах убывает значительно медленнее. Это свойство спектра объясняется тем, что длинные волны не получают энергии от ветра, а наоборот, встречают аэродинамическое сопротивление воздуха и затухают. Средние и короткие волны непрерывно получают энергию от ветра, поэтому спектр достаточно богат этими составляющими. Для всех частотных спектров характерно также то, что спектральный период $\tau_{\text{макс}}$, соответствующий максимуму энергии, всегда больше среднего периода видимых волн $\bar{\tau}$ и это соотношение мало меняется для разных стадий волнения (Крылов, 1966), $\tau_{\text{макс}} \approx 1{,}2\bar{\tau}$.

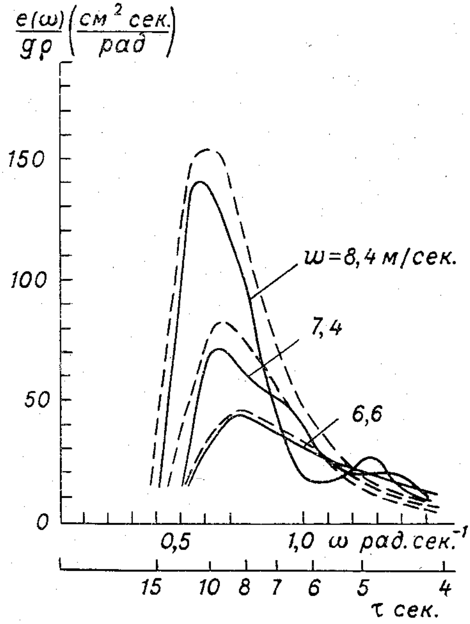

Рис. 2.10.4. Семейство эмпирических спектров (сплошные линии), развитого волнения и спектров, вычисленных по формуле (2.11.14) (по С. С. Стрекалову) (прерывистые линии).

Двухмерный спектр $e(\omega, \alpha)$ изучен значительно меньше по понятной причине. Для его изучения нужно зафиксировать взволнованную поверхность на определенной достаточно большой площади как функцию координат x и y, например, с помощью стереофотосъемки. После того как получена такая реализация, она подвергается определенной обработке, похожей на ту, которая применяется для обработки волновых записей. Основная трудность заключается в сложности получения рельефа взволнованной поверхности на большой площади, в несколько квадратных километров. Такая площадь нужна для того, чтобы на ней уложилось большое число волн. В противном случае спектральный анализ дает очень большие ошибки.

Ввиду трудности охвата большой площади применяют искусственный прием, состоящий в многократном фотографировании сравнительно небольшого участка поверхности моря (Матушевский, Стрекалов, 1963).

Кроме того, введена в рассмотрение новая характеристика двухмерного спектра — функция углового распределения спектральной энергии, или одномерный угловой спектр (Матушевский, 1964). Эта функция получается из двухмерного спектра путем интегрирования по всем частотам:

$$e(\alpha) = c_1 \int_0^\infty e(\omega, \alpha)\, d\omega. \tag{2.10.16}$$

Обнаружено, что в открытом море эта функция близка к $\cos^2 \alpha$, а в прибрежной зоне показатель степени у $\cos \alpha$ увеличивается.

Использование тех или иных формул, выражающих энергетический спектр, например (2.10.14), для вычислений последнего требует предварительного определения $\overline{\tau}$. Эту величину можно получить, например, из данных волнографных наблюдений или же путем расчета. Последний выполняется на основе соответствующих зависимостей между элементами волн и волнообразующими факторами (глава 2, § 8) приемами, о которых идет речь ниже (глава 3).

§ 11. Ветровые волны на мелководье и у берегов. Рефракция волн

Ветровое волнение в своем первоначальном движении охватывает поверхностные слои воды. Но по мере увеличения размеров волн волновые колебания проникают все глубже. Согласно выводам из теории волн (глава 1, § 2), на глубине, равной половине длины поверхностной волны, волновые колебания еще заметны, но они полностью исчезают на глубине, равной длине волны. Поэтому только в таких водоемах, в которых глубина воды невелика по сравнению с длиной волны на поверхности, волновое движение может охватить всю толщу воды от поверхности до дна. В этом случае действию ветра, возбуждающего волны, будет противостоять воздействие мелководья. Оно выражается в деформации профиля волны (Шулейкин, 1956). Поэтому в мелководном море волны никогда не достигнут той предельной высоты, которая определяется силой ветра, его продолжительностью и разгоном (глава 2, § 5). Для такого моря разность в расстоянии от поверхности гребня волны до дна и от ее подошвы до дна будет уже заметна.

Поэтому, используя (1.2.12), можно записать для точки гребня волны

$$c_{\text{гр}}^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi}{\lambda} \left(H + \frac{h}{2}\right),$$

для средней линии

$$c_{\text{гр}}^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi}{\lambda} H$$

и для точки на подошве волны

$$c_{\text{под}}^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi}{\lambda} \left(H - \frac{h}{2}\right).$$

Следовательно, фазовая скорость точки гребня будет больше, чем фазовая скорость точки на средней линии, а последняя больше фазовой скорости точки на подошве, т. е.

$$c_{\text{гр}} > c_{\text{ср}} > c_{\text{под}}.$$

Гребень волны на поверхности мелководного моря перемещается со скоростью, большей, чем подошва той же волны. Тем самым подветренный склон волны становится все более крутым, гребень делается неустойчивым и обрушивается. Этот процесс влечет за собой значительные потери энергии волн и ограничивает увеличение в размерах ветровых волн, развивающихся на поверхности мелководного моря.

За время t точка на гребне пройдет расстояние

$$x_{\text{гр}} = c_{\text{гр}} t.$$

За то же время точка на средней линии пройдет расстояние

$$x_{\text{ср}} = c_{\text{ср}} t.$$

Перемещаясь по направлению распространения волны, точка на гребне будет догонять точку на средней линии. Когда разность между $x_{\text{гр}}$ и $x_{\text{ср}}$ станет равной $^1/_4\lambda$, волна неминуемо разрушится, так как гребень «нависнет» над подошвой волны. Время, которое пройдет до разрушения волны, должно быть меньше, чем

$$t \leqslant \frac{\bar{\lambda}}{4(c_{\text{гр}} - c_{\text{ср}})},$$

а соответствующее расстояние — меньше, чем

$$x \leqslant \frac{\bar{\lambda} c_{\text{гр}}}{4(c_{\text{гр}} - c_{\text{ср}})} \leqslant \frac{\bar{\lambda}}{4n}, \tag{2.11.1}$$

где

$$n = 1 - \frac{c_{\text{ср}}}{c_{\text{гр}}}.$$

Нетрудно видеть из (2.11.1), что если протяженность мелководного участка моря во много раз превосходит среднюю длину волны ($\overline{\lambda}$) глубокого моря, то соотношение (2.11.1) будет выполнено при весьма малом значении n. Например, если

$$x \leqslant 1000\overline{\lambda},$$

то тогда

$$n \leqslant 0{,}00025.$$

Следовательно, $\overline{\lambda}$ на всем протяжении мелководного участка моря будет близка примерно утроенной его глубине (глава 1, § 4), так как именно с этой глубины уже начинается существенное влияние дна на фазовую скорость волн. После того как гребень волны обрушится, высота волн вновь начнет нарастать, но новое обрушение волны опять остановит увеличение высоты волны и ее периода.

Выражение (1.6.26)

$$\overline{\tau} = \left(\frac{2\pi\overline{\lambda}}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

можно переписать, если принять, что $\overline{\lambda} = 3{,}33H$, в виде

$$\overline{\tau} = \left(\frac{6{,}66\pi\overline{H}}{g}\right)^{\frac{1}{2}},$$

где $\overline{H}$ — средняя глубина мелководного участка моря.

Выражая период волн в секундах, а глубину моря ($\overline{H}$) в метрах, указанное выше выражение перепишем в виде

$$\overline{\tau}_{\text{макс}} = 1{,}47\,(\overline{H})^{\frac{1}{2}}, \qquad (2.11.2)$$

т. е. на мелководном море со средней глубиной $\overline{H}$ средний период волн ($\overline{\tau}$) не может превзойти тот период, который определяется согласно (2.11.2).

Например, при глубине 80 м период не может превосходить ~ 13 сек. (рис. 2.11.1).

Выражение (2.11.2) можно использовать в целях оценки той предельной глубины ($H_{\text{пр}}$), при которой волны могут достигать полного развития, т. е. принимается, что в этом случае $\overline{\beta} \approx 1$ (глава 2, § 5).

Заменяя $\overline{\tau}$ в (2.11.2) через $\overline{c}$ согласно (1.6.26), (1.6.27) и деля обе части полученного выражения на w^2, получают

$$H = 0{,}18\overline{\beta}^2 w^2.$$

Принимая во внимание, что при полном развитии волн $\beta = 1$, находят:

$$\overline{H}_{\text{пр}} = 0{,}18 w^2 . \qquad (2.11.3)$$

Из рис. 2.11.1 видно, что, например, при ветре 10 м/сек. море «мелководным» будет при глубине 18 м и меньше, а при ветре 30 м/сек. «мелководным» море станет при глубине 162 м. Следовательно, по мере увеличения скорости ветра море все более «мелеет».

Процесс развития ветровых волн на мелководном море будет сперва протекать в соответствии со скоростью дующего ветра, его продолжительностью и разгоном, как и на море неограниченной глубины. Когда средний период волн достигнет величины, определяемой (2.11.2), дальнейший рост ветровых волн прекратится, и они будут сохранять свои размеры на всем остальном пространстве мелководного моря. Если имеется зависимость высоты волн от скорости ветра и периода волн, то можно определить возможную высоту волн при данной скорости ветра на поверхности мелководного моря со средней глубиной $\overline{H}$.

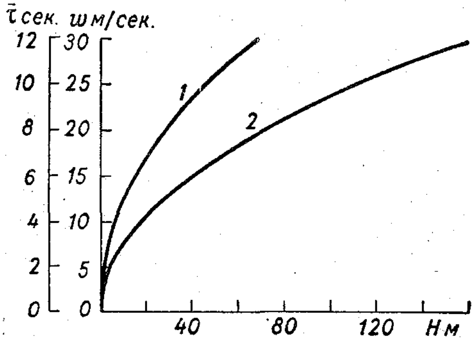

Рис. 2.11.1.
1 — по (2.11.2), *2* — по (2.11.3).

Например, используя (2.5.21) и принимая во внимание (2.11.2), можно найти, что

$$\overline{h} = 0{,}052 \overline{H}^{\frac{3}{4}} w^{\frac{1}{2}} , \qquad (2.11.4)$$

где $\overline{H}$ и $\overline{h}$ — в метрах и w — в метрах в секунду.

Все изложенное относится, как было уже упомянуто, к условиям мелководных бассейнов с относительно ровным рельефом дна. Типичные примеры последних можно отыскать не столько из числа морей, сколько среди внутренних водоемов, т. е. среди многих озер и искусственных водохранилищ. Впрочем, примером естественного мелководного моря может служить, например, Азовское море со средней глубиной ~ 14 м. К таким же естественным мелководным бассейнам можно отнести также и некоторые замкнутые мелководные заливы отдельных морей, например Рижский залив Балтийского моря и др.

В табл. 2.11.1 приведена возможная средняя высота волн, подсчитанная по (2.11.4) с учетом табл. 3.3.3, а также $\bar{\tau}$ согласно (2.11.2) для средней глубины мелководного моря от 5 до 30 м и для скорости ветра от 5 до 30 м/сек. Например, для Азовского моря ($H \approx 14$ м) наибольшая возможная средняя высота волны $\bar{h}=2{,}00$ м и $\bar{\tau}=5{,}7$ сек. при скорости ветра 30 м/сек. При этом $x=50$ км, а $t=1{,}8$ часа. Следовательно, предельная высота ветровых волн на Азовском море, принимая за последнюю высоту волн обеспеченностью 1%, с учетом табл. 2.3.2 будет $\sim 4{,}8$ м.

Таблица 2.11.1

Предельные размеры волн на мелководном море

w м/сек.	Средняя глубина моря, м: 5				10				15			
	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	x км	t час.	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	x км	t час.	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	x км	t час.
4	0,23	2,5	48	7,6	0,23	2,5	48	7,6	0,23	2,5	48	7,6
10	0,54	3,3	40	3,3	0,95	4,6	100	7,3	1,25	5,7	200	13,6
15	0,65	3,3	20	1,3	1,15	4,6	60	3,4	1,55	5,7	120	6,3
20	0,65	3,3	15	0,8	1,25	4,6	40	1,9	1,80	5,7	80	3,6
25	0,65	3,3	10	0,5	1,45	4,6	30	1,3	2,00	5,7	60	2,4
30	0,65	3,3	8	0,3	1,50	4,6	25	1,2	2,00	5,7	50	1,8

w м/сек.	Средняя глубина моря, м: 20				30			
	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	x км	t час.	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	x км	t час.
4	0,23	2,5	48	7,6	0,23	2,5	48	7,6
10	1,52	6,4	300	18,9	1,52	6,4	300	18,9
15	1,85	6,6	170	9,1	2,65	8,2	400	18,0
20	2,25	6,6	140	5,8	3,00	8,2	260	9,9
25	2,45	6,6	100	3,7	3,40	8,2	200	6,8
30	2,65	6,6	80	2,7	3,70	8,2	160	4,8

В табл. 2.11.2 сопоставлены наблюденные и рассчитанные по табл. 3.3.1 с учетом табл. 2.11.1 элементы ветровых волн для условий мелководья. Средняя квадратическая ошибка в высоте волн равна ± 13 см, а та же ошибка в периоде волн $\pm 0{,}3$ сек. Такие погрешности лежат в пределах точности наблюдений.

Вопрос о развитии ветровых волн на поверхности мелководного моря может быть рассмотрен с учетом энергетического баланса ветровых волн, чему было уделено внимание в главе 2 (§ 8).

Таблица 2.11.2

Сравнение наблюденных и рассчитанных элементов ветровых волн для мелководных районов

№ п/п	Район наблюдений	Метод наблюдений	H м	w м/сек.	x км	Наблюдения		Расчет			
						$\overline{h}$ м	$\overline{\tau}$ сек.	$\overline{h}$ м	$\Delta \overline{h}$ см	$\overline{\tau}$ сек.	$\Delta \overline{\tau}$ сек.
1	Аральское море	Волнограф	5	9	118—230	0,43	3,3	0,53	—10	3,3	0
2	То же	„	23	14	100	1,34	5,6	1,30	+4	5,8	—0,2
3	„	„	23	9,3	50	0,84	4,3	0,60	+24	3,6	+0,7
4	„	„	6	4	200	0,23	2,9	0,23	0	2,5	+0,4
5	Каховское водохранилище	Электроконтактная веха	6,5	9—12	34	0,65	3,5	0,52—0,70	0	3,3—3,7	0
6	То же	То же	6,5	9—10	15	0,46	3,2	0,35—0,38	+8	2,4—2,5	+0,7
7	„	„	6,5	8—11	54	0,46	3,4	0,50—0,70	—4	3,4—3,8	0
8	„	„	6,5	8—10	15	0,42	3,1	0,30—0,38	+4	2,4—2,7	+0,4
9	„	„	6,5	10—13	11	0,44	3,5	0,30—0,42	+2	2,3—2,7	+0,8
10	„	„	7,5	16—20	20	1,10	3,5	0,70—0,85	+25	3,3—3,7	0
11	„	„	6,5	14—16	31	0,71—0,91	3,3—3,4	0,75—0,95	0	3,6—3,7	—0,2

№ п/п	Район наблюдений	Метод наблюдений	H м	w м/сек.	x км	Наблюдения		Расчет			
						$\overline{h}$ м	$\overline{\tau}$ сек.	$\overline{h}$ м	$\Delta \overline{h}$ см	$\overline{\tau}$ сек.	$\Delta \overline{\tau}$ сек.
12	Каховское водохранилище	Электроконтактная веха	6,5	7—10	14	0,42—0,54	2,7—3,4	0,25—0,38	+4	2,2—2,5	+0,2
13	То же	То же	6,5	10—12	15	0,49	3,1	0,38—0,42	+7	2,5—3,2	0
14	„	„	6,5	12—14	11	0,56	3,2	0,35—0,40	+16	2,5—3,7	—0,5
15	Сев. часть Каспийского моря	Волнограф	5	13	30	0,56	3,3	0,65	—10	3,3	0
16	То же	То же	5	11	63	0,35	3,4	0,55	—20	3,3	+0,1
17	„	„	5	12	63	0,43	3,4	0,55	—12	3,3	+0,1
18	„	„	5	9	63	0,31	2,9	0,50	—19	3,3	—0,4
19	„	„	4	15	94	0,56	2,9	0,55	+1	2,9	0
20	„	„	3	13	94	0,56	2,9	0,40	+16	2,5	+0,4
21	„	„	4	18	63	0,67	3,1	0,50	+17	2,9	+0,2
22	„	„	4	17	63	0,63	3,0	0,50	+13	2,9	+0,1
23	„	„	4	13	63	0,57	2,7	0,50	+7	2,9	—0,2

На морях и океанах влияние дна обычно начинает сказываться тогда, когда волны приближаются к береговой отмели — шельфу. Сначала шельф обычно распространяется пологим уклоном до глубины в несколько десятков метров, а затем переходит в более крутой скат, носящий название материкового склона. Влияние дна на волны, вступающие на шельф, первоначально очень мало́ и сперва неощутимо. Постепенно, по мере перехода волн на все более уменьшающиеся глубины, это влияние сказывается все больше, все ощутимее и, несмотря на самые разнообразные местные особенности в рельефе дна, имеет некоторые сходственные черты.

Прежде всего, приближаясь к берегу, волны изменяют свое направление. Каким бы оно ни было вне мелководья, волны подходят к берегу в направлении, близком к нормальному. Это явление носит название рефракции волн. Ей обычно сопутствует упрядочение систем волн, т. е. волны из трехмерных преобразуются в двухмерные. Этот процесс протекает тем интенсивнее, чем меньше делается глубина на шельфе. Также существенна и имеет общие черты кинематическая и энергетическая перестройка волн. Причиной этого является то, что вследствие уменьшающихся глубин моря увеличивается плотность волновой энергии, т. е. количество энергии, протекающее через единицу площади в единицу времени. По мере приближения волн к урезу воды плотность потока энергии все возрастает и достигает такого критического предела, при котором наступает разрушение волны. В зависимости от рельефа дна такое обрушение может происходить несколько раз, прежде чем наступит окончательное разрушение волны, когда вся энергия волны переходит в кинетическую форму. При каждом таком последовательном обрушении часть волновой энергии гасится, и волна уменьшается в размерах, гребень ее становится сперва более пологим, чтобы вновь стать крутым и разрушиться. Полное разрушение волны происходит обычно на критической глубине ($H_{кр}$) — около 1,3—2,0$\overline{h}$.

Прибрежную полосу моря принято разделять на следующие зоны (рис. 2.11.2): первая зона ($H \geqslant 0{,}5\lambda$) — глубоководная, ее глубина практически не влияет на форму и размеры волн; вторая зона ($0{,}5\lambda > H > H_{кр}$) — мелководная, расположенная ближе к берегу; в этой зоне влияние дна существенно сказывается на форме и размерах волн; в третьей зоне ($H < H_{кр}$), прибойной, происходит обрушение гребней волн, т. е. появление прибойных волн, и наступает их разрушение, сопровождаемое взбросом пены и брызг; четвертая зона — приурезовая, в которой вода от полностью разрушенных волн периодически выходит (выплескивается, накатывается) на берег или откос.

Протяженность этих зон от берега в море зависит, кроме глубины каждой из них, и от размеров набегающих волн, главным образом от их высоты и длины. Поэтому каждая из этих зон может быть то очень узкой, то, наоборот, далеко распространяться от берега в море.

Теория волн на конечной глубине (глава 1, § 2) не отражает всех особенностей и деталей процесса распространения волн в мелководных районах и носит, естественно, в той или иной степени приближенный характер. Поэтому различные стороны этого сложного природного явления и его количественная оценка могут быть дополнены в результате наблюдений в природе и при лабораторных экспериментах. Вместе с тем несовершенство первых и неминуемая схематизация воспроизводимых явлений во вторых приводят к известной приближенности, а иногда и к противоречивости в получаемых выводах.

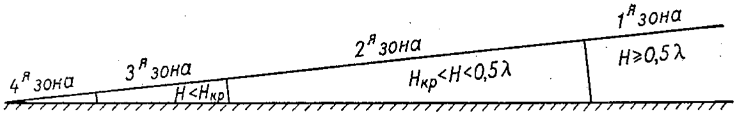

Рис. 2.11.2. Разделение прибрежного района моря на зоны (по СН 92-60).

Многочисленные наблюдения и экспериментальные лабораторные исследования показывают, что длина волны с уменьшением глубины уменьшается, одновременно убывает и фазовая скорость волны. Скорость распространения волн, вычисленная по формуле (1.2.12), удовлетворительно совпадает с измеренной. Расхождение с наблюдениями в пределах до $\frac{H}{\lambda} = 0{,}10$ составляет в среднем около $+10\%$. Неточность не столь значительна, чтобы нельзя было бы использовать эту формулу в практических целях. Период отдельно взятой волны существенно не изменяется (Виленский, Глуховский, 1955). Уменьшение длины волны происходит главным образом в результате уменьшения ширины гребня ($L_{гр}$), измеренной по линии статического горизонта (Введение, § 2). Ширина ложбины (L_n), измеренная по той же линии, меняется значительно меньше. Отношение $L_{гр} : L_n$, которое на глубокой воде близко к единице, на мелководье постепенно уменьшается, и когда волна близка к разрушению, это отношение лежит в пределах $\sim 0{,}35$—$0{,}45$. Высота гребня ($h_{гр}$), измеренная от статического горизонта, в большинстве случаев возрастает по мере приближения к берегу. Если на глубокой воде отношение высоты гребня ($h_{гр}$) к высоте волны (h) близко к 0,52, то в момент разрушения оно достигает 0,8—0,9. Высота волн по мере их приближения к зоне прибоя сперва уменьшается, затем, особенно в момент разрушения, возрастает.

В результате таких изменений в элементах волны профиль волны теряет свою первоначальную трохоидальную или синусоидальную форму. Гребни становятся короткими и крутыми, разделенными неглубокими впадинами. Кинематика волны на мелководье при относительной глубине $\frac{H}{\lambda} \geqslant 0{,}35$, в общем, согласно наблюдениям в природе и лабораторным экспериментам

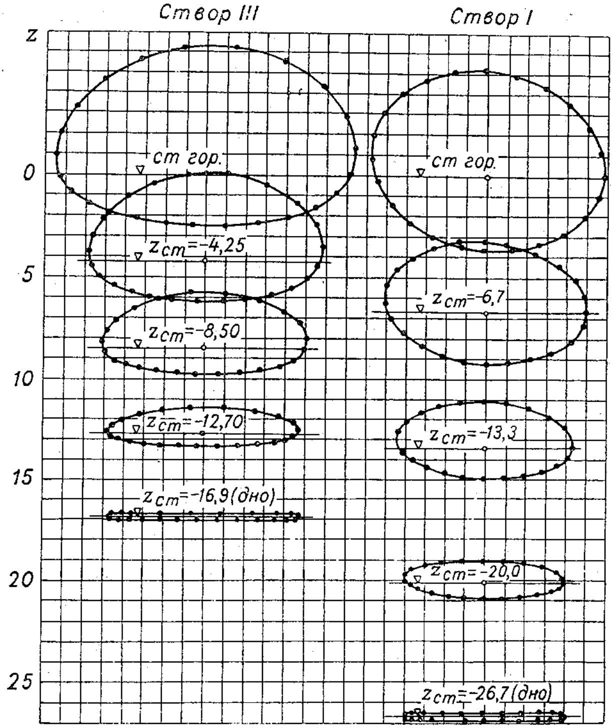

Рис. 2.11.3. Осредненные траектории частиц жидкости в мелководной волне в начале трансформации (створ I) и сильно трансформированной (створ III) (по Н. Е. Кондратьеву).

(Кондратьев, 1953), удовлетворительно описывается теорией волн на конечной глубине (глава 1, § 2). Орбиты частиц имеют почти правильную эллиптическую форму. Но когда волны распространяются в область меньших относительных глубин, т. е. когда $\frac{H}{\lambda} < 0{,}35$, траектории частиц деформируются. Они теряют эллиптическую форму (рис. 2.11.3). Верхняя часть траектории, над статическим горизонтом, делается значительно больше нижней половины. Значительно увеличивается горизонтальная ось, а часть вертикальной оси над статическим горизонтом становится больше нижней ее половины. Скорость движения частицы в верхней части траектории увеличивается, а в нижней уменьшается. Поэтому вместо плавного, равномерного движения частиц, которое наблюдается на больших глубинах, частицы быстро перемещаются в сторону берега на гребне и медленно возвращаются в исходное положение в ложбине. Изменения в движении частиц по их орбитам и изменения в форме последних определяют и энергетическую перестройку волны при приближении ее к берегу, т. е. к зоне разрушения. Если на глубокой воде перенос энергии (глава 1, § 8) осуществляется почти равными частями при прохождении гребня и ложбины и роль кинетической энергии в этом переносе очень мала по сравнению с потенциальной энергией, то при небольшой относительной глубине упомянутая равномерность в переносе энергии нарушается. Количество энергии, переносимое гребнем, делается значительно больше, чем количество энергии, переносимое при прохождении ложбины. Эта неравномерность все возрастает по мере уменьшения относительной глубины. Одновременно возрастает доля кинетической энергии, переносимая волной. При каждом обрушении гребня волны все бо́льшая доля энергии переходит в кинетическую форму, и наконец она вся рассеивается при полном разрушении волны. Этим объясняется большой разрушительный эффект мелководной волны, и тем больший, чем ближе такая волна к своему полному разрушению.

Непрерывное разрушение волн в области прибрежной полосы моря приводит к тому, что между береговой линией и полосой прибоя скапливаются массы воды. Эта вода в отдельных местах прорывает прибойную зону и устремляется с большой скоростью в море, создавая так называемые «разрывные течения». Такие течения могут быть весьма опасными для людей, находящихся в воде или на легких плавучих средствах. Эта опасность усугубляется тем, что возникновение таких разрывных течений происходит обычно внезапно и нерегулярно в отдельных местах прибрежного мелководья. В мелководной прибрежной полосе следует также считаться с волновым течением (глава 1, § 5), которое вызывает, помимо некоторого повышения уровня воды в прибрежной зоне, особенно при нормальном подходе воды к береговой черте, перенос воды, направленный вдоль береговой черты.

Как уже было отмечено, волны, приближаясь к берегу, изменяют направление своего распространения. Угол между направлением бега волн — ортогональю (рис. 2.11.4) и нормалью к берегу или к любой изобате уменьшается. Если положить, что изобаты прямолинейны и параллельны, то из двух точек A_0 и B_0 на гребне волны последняя перемещается быстрее, чем первая точка (A_0), так как соответствует расположению над большей глубиной, чем точка A_0. Фронт волны тем самым изгибается и стремится занять положение, параллельное береговой черте. Это явление носит название «рефракции» и с физической стороны аналогично искривлению световых лучей в оптических системах. При переходе из менее плотной среды в более плотную световой луч искривляется. В водной среде волны также распространяются из менее «плотной» среды (глубокое море) в более «плотную» (мелководье). Скорость их распространения уменьшается, а направление изменяется.

Общий закон рефракции применительно к морским волнам, вступающим из глубокого моря в мелководную, прибрежную область, записывается в виде (Шулейкин, 1935)

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{c_2}{c_1} = n, \qquad (2.11.5)$$

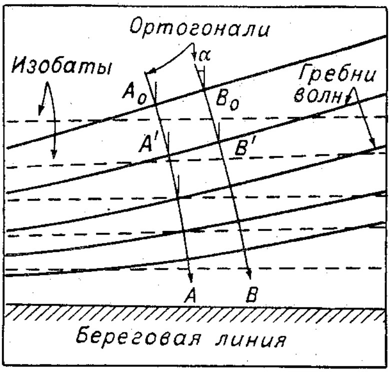

Рис. 2.11.4. Рефракция волн вдоль пляжа.

где α — угол между ортогональю и нормалью к данной изобате (рис. 2.11.4), c — фазовая скорость волны, n — коэффициент рефракции. Индексы «1» и «2» относятся к точкам, где волны проходят над данной изобатой. При этом точка *2* расположена дальше от берега, чем точка *1*. Поскольку соотношение

$$\lambda = c\tau$$

применимо как для волн на глубокой воде, так и на мелководье, т. е. на любой глубине, то

$$\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}} = \frac{c_{\text{м}}}{c_{\text{гл}}} \frac{\tau_{\text{м}}}{\tau_{\text{гл}}}.$$

Здесь $\lambda_{\text{м}}$, $c_{\text{м}}$, $\tau_{\text{м}}$ — длина, фазовая скорость и период волн на мелководье, а те же обозначения с индексом «гл» — элементы волн на глубокой воде. Предполагая, что период отдельной волны не изменяется или изменяется незначительно по мере продвижения ее над мелководьем, и пренебрегая этим изменением, записывают:

$$\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}} = \frac{c_{\text{м}}}{c_{\text{гл}}}. \qquad (2.11.6)$$

Теперь, используя (1.2.12) и (1.2.13), получают

$$\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}} = \frac{\left(\frac{g\lambda_{\text{м}}}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\operatorname{th} 2\pi \frac{H}{\lambda_{\text{м}}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{g\lambda_{\text{гл}}}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}}},$$

что дает

$$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}} = \mathrm{th}\, 2\pi \frac{H}{\lambda_м}. \qquad (2.11.7)$$

Это выражение неудобно тем, что в правую его часть входит величина $\lambda_м$, сама требующая определения. Поэтому (2.11.7) выражают в виде

$$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}} = \mathrm{th}\left[2\pi \frac{H}{\lambda_{гл}}\left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}\right)^{-1}\right],$$

что представляет собой выражение вида

$$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}} = f\left(\frac{H}{\lambda_{гл}}\right). \qquad (2.11.8)$$

Привлекая (2.11.8), выражение (2.11.7) переписывают в виде

$$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}} = \mathrm{th}\, 2\pi \frac{H}{\lambda_{гл}}\left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}\right)^{-1}. \qquad (2.11.9)$$

Вспоминая, что использование (1.2.12) в целях соблюдения необходимой точности ограничивается отношением $\frac{H}{\lambda_{гл}} < 0,5$ (глава 1, § 4), получают значения $\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}$, на которые следует умножить $\lambda_{гл}$, чтобы получить длину волны на мелководье (табл. 2.11.3).

Таблица 2.11.3

$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}$ по формуле (2.11.9)

$\frac{H}{\lambda_{гл}}$	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}$	0,17	0,25	0,35	0,41	0,49	0,54	0,58	0,61
$\frac{H}{\lambda_{гл}}$	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5
$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}$	0,63	0,67	0,71	0,82	0,89	0,97	0,99	1,00

Если положить, что c_2 в выражении (2.11.5) соответствует фазовой скорости волн, находящихся на глубине $H \geqslant \frac{1}{2}\lambda$, а c_1 — на глубине $H < \frac{1}{2}\lambda$, то тогда, присваивая c_2 индекс «гл», а c_1 — индекс «м», (2.11.5) переписывают в виде

$$\frac{\sin \alpha_{гл}}{\sin \alpha_м} = \frac{c_{гл}}{c_м}. \qquad (2.11.10)$$

Используя далее (2.11.6) и (2.11.9), вместо последнего выражения записывают

$$\frac{\sin \alpha_{\text{гл}}}{\sin \alpha_{\text{м}}} = \frac{1}{\operatorname{th} 2\pi \dfrac{H}{\lambda_{\text{гл}}} \left(\dfrac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}} \right)^{-1}},$$

откуда следует

$$\sin \alpha_{\text{м}} = \sin \alpha_{\text{гл}} \operatorname{th} 2\pi \frac{H}{\lambda_{\text{гл}}} \left(\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}} \right)^{-1}. \tag{2.11.11}$$

По этому выражению составлена табл. 2.11.4, которая применима для тех случаев, когда изобаты прямолинейны и параллельны друг другу. Из табл. 2.11.4 следует, что волны стремятся подходить к береговой черте по нормали, даже если они на глубокой воде распространяются почти параллельно берегу ($\alpha = 85°$).

Таблица 2.11.4

Углы подхода волн (в град.) в зависимости от угла подхода их к границе мелководья ($\alpha_{\text{гл}}$), вычисленные по (2.11.11)

$\dfrac{H}{\lambda_{\text{гл}}}$	$\alpha_{\text{гл}}$						
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	85°
0,01	0	4	7	10	13	14	16
0,02	0	4	9	13	17	19	20
0,03	0	6	12	17	21	23	24
0,04	0	7	13	19	23	26	27
0,05	0	8	15	22	28	31	32
0,10	0	10	21	30	38	43	45
0,15	0	12	23	34	45	51	54
0,20	0	13	26	38	50	60	63
0,30	0	14	28	43	58	70	75
0,40	0	15	29	44	59	73	81

Если исходить из условия, что можно не принимать во внимание потери энергии волн за счет воздействия дна, т. е. эффекта трения, считать, что ее перенос происходит только вдоль ортогоналей, и, наконец, положить, что приток энергии от ветра или вообще отсутствует (волны зыби), или очень мал ввиду ограниченной протяженности в ширину мелководного прибрежного участка, то тогда записывают (Манк, Трейлор, 1947):

$$E_{\text{гл}} n_{\text{гл}} c_{\text{гл}} m_{\text{гл}} = E_{\text{м}} n_{\text{м}} c_{\text{м}} m_{\text{м}}, \tag{2.11.12}$$

где по-прежнему индекс «гл» относится к глубокой воде, а индекс «м» — к мелководью, E — энергия волны, c — фазовая скорость,

n — доля энергии, переносимая волной с групповой скоростью u, а m — расстояние между соседними ортогоналями.

На глубокой воде (1.8.6)

$$n_{\text{гл}} = \frac{1}{2}, \tag{2.11.13}$$

на мелководье (1.8.11)

$$n_{\text{м}} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{2kH}{\operatorname{sh} 2kH}\right]. \tag{2.11.14}$$

Используя (1.7.9), т. е. относя энергию волны ко всей длине, полагая, что длина гребня волны равна единице, и учитывая, что (1.7.9) действительно и для условий мелководья, можно считать, что (2.11.12) перепишется в виде

$$\frac{h_{\text{м}}^2}{h_{\text{гл}}^2} = \frac{n_{\text{гл}}}{n_{\text{м}}} \frac{c_{\text{гл}}}{c_{\text{м}}} \frac{m_{\text{гл}}}{m_{\text{м}}}. \tag{2.11.15}$$

Если положить, что рассматриваются «длинные волны» (глава 1, § 4), с которыми можно отождествить, например, волны зыби, вступающие на очень мелководный прибрежный участок, то для таких волн (1.2.14)

$$c = (gH)^{\frac{1}{2}}$$

и, следовательно, согласно (2.11.12)

$$n_{\text{гл}} = n_{\text{п}} = 1,$$

где индекс «п» относится к прибойным волнам.

Пренебрегая рефракцией, из (2.11.15) с упомянутыми допущениями получим, что

$$\frac{h_{\text{м}}}{h_{\text{гл}}} = \left(\frac{H_{\text{гл}}}{H_{\text{м}}}\right)^{\frac{1}{4}}. \tag{2.11.16}$$

Эта формула, известная как формула Грина, показывает, что при уменьшении по пути распространения длинной волны глубины моря в 2 раза высота волны увеличивается в 1,2 раза.

С учетом (2.11.6) можно переписать (2.11.15) в виде

$$\frac{h_{\text{м}}^2}{h_{\text{гл}}^2} = \frac{n_{\text{гл}}}{n_{\text{м}}} \frac{\lambda_{\text{гл}}}{\lambda_{\text{м}}} \frac{m_{\text{гл}}}{m_{\text{м}}}. \tag{2.11.17}$$

В этом выражении $n_{гл}$ и $n_м$ можно выразить согласно (2.11.13) и (2.11.14), $\frac{\lambda_{гл}}{\lambda_м}$ представить согласно (2.11.9). Что касается $\frac{m_{гл}}{m_м}$, то его записывают, привлекая (2.11.5), как

$$\frac{m_{гл}}{m_м} = \frac{\cos \alpha_м}{\cos \alpha_{гл}}.$$

В результате несложных преобразований, используя (2.11.9) и (2.11.11), последнее выражение получим в виде

$$\frac{m_{гл}}{m_м} = \left[\frac{\cos^2 \alpha_{гл}}{1 - \left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}} \sin \alpha_{гл}\right)^2}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (2.11.18)$$

Теперь вместо (2.11.17) записывают

$$\frac{h_м}{h_{гл}} = \left\{\frac{1}{1 + \frac{4\pi \frac{H}{\lambda_{гл}}\left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}\right)^{-1}}{\operatorname{sh} 4\pi \frac{H}{\lambda_{гл}}\left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}\right)^{-1}}} \; \frac{1}{\operatorname{th} \frac{2\pi H}{\lambda_{гл}}\left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}\right)^{-1}}\right\}^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \left[\frac{\cos^2 \alpha_{гл}}{1 - \left(\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}} \sin \alpha_{гл}\right)^2}\right]^{\frac{1}{4}}. \qquad (2.11.19)$$

Первые два сомножителя в этом выражении зависят только от относительной глубины $\left(\frac{H}{\lambda_{гл}}\right)$. Следовательно, отношение $\frac{h_м}{h_{гл}}$ не меняется вдоль любой принятой изобаты. Последний сомножитель есть коэффициент рефракции. Он определяет изменение высоты волн в зависимости от угла подхода волны к началу мелководья ($\alpha_{гл}$), т. е. к той изобате, для которой $\frac{H}{\lambda_{гл}} = 0{,}3 \div 0{,}5$.

Результаты подсчета по (2.11.19) приведены в табл. 2.11.5.

При нормальном подходе волн к началу мелководья, если, конечно, изобаты расположены параллельно береговой черте и уменьшение глубин происходит плавно, высота волн сперва уменьшается (табл. 2.11.5, рис. 2.11.5), но при $\frac{H}{\lambda_{гл}} < 0{,}15$ начинает возрастать по мере уменьшения относительной глубины $\left(\frac{H}{\lambda_{гл}}\right)$. Такой же характер изменения $\frac{h_м}{h_{гл}}$ имеет и при

Таблица 2.11.5

Значения $\frac{h_м}{h_{гл}}$ по (2.11.19)

$\alpha^\circ_{гл}$	$\frac{H}{\lambda_{гл}}$							
	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0	1,71	1,41	1,20	1,14	1,05	1,02	1,00	0,97
15	1,67	1,38	1,18	1,12	1,03	1,00	0,98	0,95
30	1,59	1,32	1,11	1,06	0,99	0,96	0,94	0,92
45	1,44	1,10	1,02	0,98	0,91	0,89	0,88	0,85
60	1,21	1,02	0,86	0,83	0,78	0,77	0,76	0,75
75	0,84	0,71	0,62	0,58	0,57	0,55	0,54	0,53

$\alpha^\circ_{гл}$	$\frac{H}{\lambda_{гл}}$							
	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2	0,3	0,4	0,5
0	0,96	0,95	0,93	0,90	0,92	0,95	0,98	1,00
15	0,95	0,94	0,92	0,89	0,91	0,94	0,98	1,00
30	0,91	0,90	0,89	0,87	0,90	0,93	0,97	1,00
45	0,85	0,84	0,83	0,82	0,87	0,92	0,96	1,00
60	0,75	0,75	0,74	0,76	0,81	0,90	0,95	1,00
75	0,53	0,54	0,55	0,58	0,64	0,75	0,90	1,00

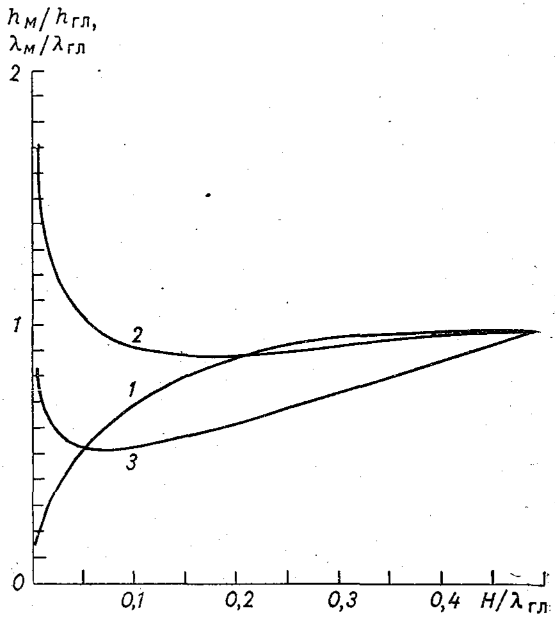

Рис. 2.11.5. Изменение элементов волн в прибрежном мелководном районе.

1 — по (2.11.9), *2* — по (2.11.19) при $\alpha=0°$, *3* — по (2.11.19) при $\alpha=75°$.

подходе волны к мелководью под различными углами, с тем отличием, что максимальное снижение ее высоты наступает при все более меньших $\frac{H}{\lambda_{гл}}$ (рис. 2.11.5, табл. 2.11.5).

Для оценки изменения крутизны волн (δ) при их распространении от границы мелкой воды $\left(\frac{H}{\lambda_{гл}} < 0{,}5\right)$ следует привлечь отношения (2.11.19) и (2.11.9). Обозначая правые части этих выражений соответственно через k_1 и k_2, получают, что

$$\frac{h_м}{\lambda_м} = \delta_м = \frac{k_1}{k_2}\,\delta_{гл}, \tag{2.11.20}$$

где по-прежнему индекс «м» обозначает крутизну волны на мелководье, а индекс «гл» — на глубокой воде.

Вычисления по (2.11.20) при отсутствии рефракции показаны на рис. 2.11.6. По мере уменьшения относительной глубины $\left(\frac{H}{\lambda_{гл}}\right)$, показанной по оси абсцисс, крутизна на глубокой воде (ось ординат) уменьшается. Это уменьшение продолжалось бы непрерывно, если бы волны не разрушались под действием мелководья. Разрушение волн, как показывают наблюдения и лабораторные эксперименты, происходит на глубине $H_{кр}$, равной $\sim 1{,}3$ высоты волны, т. е.

$$H_{кр} = 1{,}3h_м, \tag{2.11.21}$$

или

$$H_{кр} = 1{,}3k_1 h_{гл},$$

что можно представить как

$$\frac{H_{кр}}{\lambda_{гл}} = 1{,}3k_1\frac{h_{гл}}{\lambda_{гл}}.$$

Теперь левую часть последнего выражения, т. е. относительную критическую глубину, можно выразить как

$$\frac{H_{кр}}{\lambda_{гл}} = f\left(\frac{H}{\lambda_{гл}};\ \frac{h_{гл}}{\lambda_{гл}}\right), \tag{2.11.22}$$

поскольку

$$k_1 = f\left(\frac{H}{\lambda_{гл}}\right).$$

Вычисления по (2.11.22) показаны на рис. 2.11.6. Например, волны с $\delta_{гл} = {}^1/_{25}$ не достигнут на относительной глубине $\frac{H}{\lambda_{гл}} = 0{,}03$ крутизны $\delta_м = {}^1/_{10}$, так как разрушатся раньше, на глубине

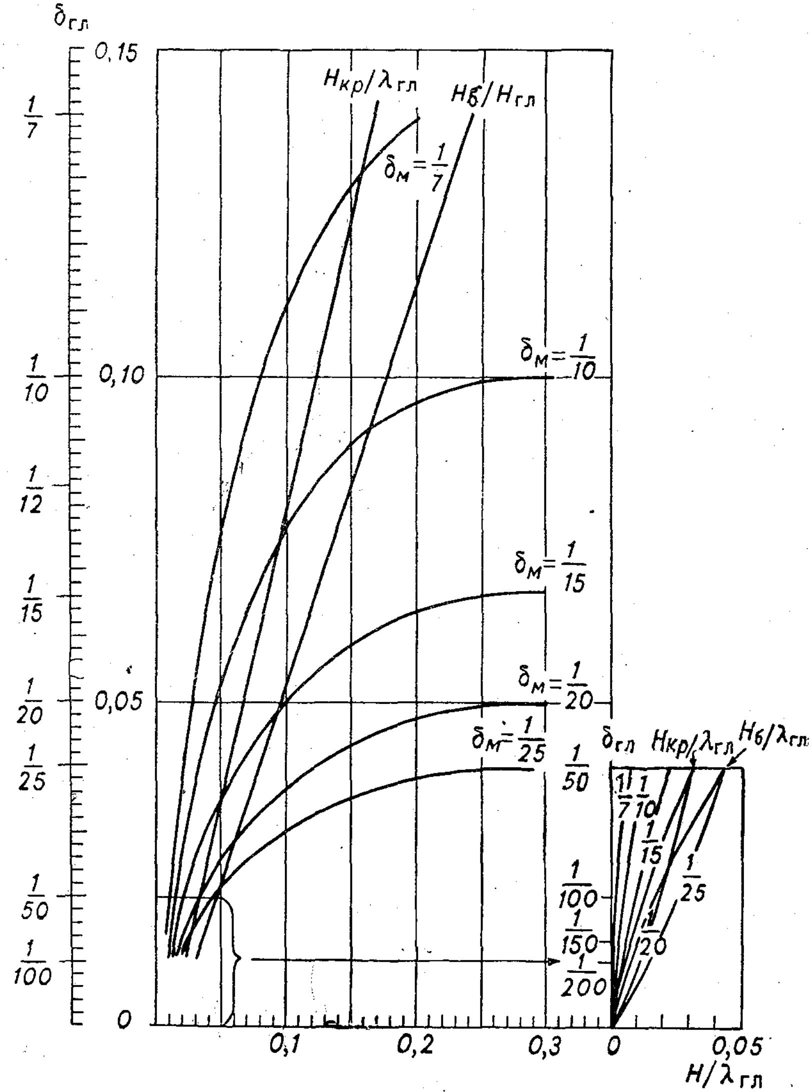

Рис. 2.11.6. Изменения крутизны волн в мелководном прибрежном районе по (2.11.20).

$\dfrac{H}{\lambda_{гл}} \cong 0{,}06$, обладая крутизной $\delta_{м} \approx {}^{1}/_{15}$. Высота их ($h_{м}$) в этот момент, согласно табл. 2.11.5 (рис. 2.11.5), будет близка к $\sim 1{,}0 h_{гл}$. Чем меньшей крутизной обладают волны глубокой воды (рис. 2.11.6), тем на меньшей относительной глубине происходит их разрушение, но и тем больше нарастает их высота (рис. 2.11.5). Следовательно, например, длинные волны зыби будут создавать более сильный прибой, чем крутые ветровые волны той же длины.

Прежде чем наступит разрушение волн под действием мелководья (т. е. при $H_{кр} \approx 1{,}3h$), их гребни начинают забуруниваться. Этот процесс начинает делаться особенно заметным, если дует ветер с моря, уже на глубине

$$H_{\delta} = 2\overline{h}_{м}.$$

Делая соответствующую подстановку в (2.11.22), можно определить $\dfrac{H_{\delta}}{\lambda_{гл}}$, что и показано на рис. 2.11.6 (прямая линия с пометкой $\dfrac{H_{\delta}}{\lambda_{гл}}$). Нетрудно заметить на этом рисунке, что чем круче волны на глубокой воде, тем шире зона тех относительных глубин $\left(\dfrac{H_{кр}}{\lambda_{гл}} - \dfrac{H_{\delta}}{\lambda_{гл}}\right)$, где волны несут на своих гребнях бурун. Поэтому в общем случае прибойная полоса при ветровом волнении (крутые волны) шире, чем при волнах зыби. При ветровом волнении волны более разнообразны по своим размерам и в том числе по своей крутизне, чем при волнах зыби. Это обстоятельство способствует появлению прибойной зоны в широкой полосе, особенно у достаточно отмелого берега. В прибрежном потоке с глубинами меньше критических ($H < H_{кр}$) высота волн, как показывают наблюдения, составляет примерно 0,85 их высоты в момент разрушения.

Можно рассмотреть распространение волн глубокого моря в таком мелководном прибрежном районе, где глубина моря резко уменьшается (Лаппо, 1956). Такой характер (рис. 2.11.7) подводного рельефа вызывает частичное отражение волн. Поэтому за таким подводным препятствием по дальнейшему участку мелководья будет распространяться не вся волновая энергия, а только разность энергий набегающей и отраженной волн. Теперь (2.11.12) записывают в виде

$$E_{гл} n_{гл} c_{гл} - E_{о} n_{гл} c_{гл} = E_{м} n_{м} c_{м}, \qquad (2.11.23)$$

где индекс «о» относится к отраженной волне.

Влиянием рефракции можно пренебречь. Вместо (2.11.23) аналогично (2.11.15) можно записать

$$h_{\text{гл}}^2 n_{\text{гл}} c_{\text{гл}} - h_{\text{о}}^2 n_{\text{гл}} c_{\text{гл}} = h_{\text{м}}^2 n_{\text{м}} c_{\text{м}},$$

или

$$\left(h_{\text{гл}}^2 - h_{\text{о}}^2\right) n_{\text{гл}} c_{\text{гл}} = h_{\text{м}}^2 n_{\text{м}} c_{\text{м}}. \tag{2.11.24}$$

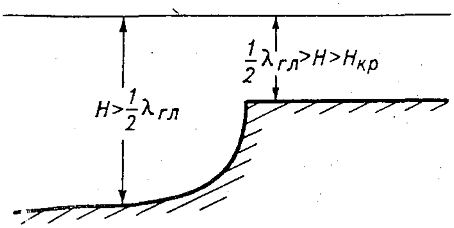

Рис. 2.11.7. Характер подводного рельефа, вызывающего отражение волн (по Д. Д. Лаппо).

На границе глубоководной и мелководной зон существует примерное равенство амплитуд волновых колебаний, относящихся к прямой и отраженной волнам, т. е.

$$h_{\text{гл}} + h_{\text{о}} = h_{\text{м}}. \tag{2.11.25}$$

Решая совместно последние два выражения относительно $h_{\text{м}}/h_{\text{гл}}$, получают

$$\frac{h_{\text{м}}}{h_{\text{гл}}} = \frac{2 c_{\text{гл}} n_{\text{гл}}}{c_{\text{гл}} n_{\text{гл}} + c_{\text{м}} n_{\text{м}}}.$$

С учетом (2.11.6), (2.11.9), (2.11.13) и (2.11.14) из последнего соотношения следует, что

$$\frac{h_{\text{м}}}{h_{\text{гл}}} = \frac{2}{1 + \operatorname{th} 2\pi \frac{H}{\lambda_{\text{гл}}} \left(\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}}\right)^{-1} \left[1 + \dfrac{4\pi \frac{H}{\lambda_{\text{гл}}} \left(\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}}\right)^{-1}}{\operatorname{sh} 4\pi \frac{H}{\lambda_{\text{гл}}} \left(\frac{\lambda_{\text{м}}}{\lambda_{\text{гл}}}\right)^{-1}}\right]}. \tag{2.11.26}$$

Из этого выражения следует, что если глубина моря очень мала ($H \to 0$), то высота волн на мелководье близка к удвоенной высоте волны на глубокой воде. Следовательно, можно положить, что высота волны, подходящей к крутонаклонным или вертикальным подводным преградам, будет удваиваться вследствие интерференции между подходящей и отраженной волнами, конечно, если периоды таких волн близки между собой. Для значений $\frac{H}{\lambda_{гл}}$, равных 0,05 и больше, результаты вычислений по (2.11.19) и (2.11.26) практически совпадают. При $\frac{H}{\lambda_{гл}} \leqslant 0{,}05$ значения $\frac{h_м}{h_{гл}}$ примерно составляют:

$\frac{H}{\lambda_{гл}}$	0,01	0,02
$\frac{h_м}{h_{гл}}$	~1,7	~1,5

ГЛАВА 3

ОСНОВЫ ПРИЕМОВ РАСЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ ВЕТРОВЫХ ВОЛН

§ 1. Цели и содержания расчетов элементов ветровых волн. Соображения об их достоверности

Разнообразные отрасли современной техники (Введение, § 1) требуют знания элементов ветровых волн. Наблюдения над последними для отдельных географических районов или отсутствуют вообще, или их недостаточно для удовлетворения запросов практики. Восполнение этого пробела возможно путем расчетов. Такие расчеты осуществляются для океанов, морей, озер или водохранилищ. Расчеты различаются по условиям волнообразования: распространяются ли волны на поверхности глубокой воды или на мелководье или вступают в прибрежные районы. Расчеты будут также отличаться в зависимости от того, необходимо ли определить элементы развивающихся ветровых волн или их размеры при установившемся состоянии, т. е. предельно возможных или затухающих, т. е. волн зыби. Наконец, существенно также, рассчитываются ли элементы волн для конкретных погодных условий или же их оценивают за длительный промежуток времени, например за период шторма, за месяц, год или за многолетний период. Последние данные носят название режимно-климатических характеристик волнения.

Во всех перечисленных случаях обычно рассчитываются высота, длина, период волн и продолжительность их роста. Расчет осуществляется для одного пункта в прибрежной полосе моря или в его открытой части или для ряда таких пунктов. В последнем случае результаты расчетов представляются в виде карт, на которых соответствующим способом показывается распределение рассчитанных элементов волн в пространстве. Аналогично могут быть представлены и режимно-климатические характеристики волнения. Последние дополняются обычно оценкой их повторяемости за рассматриваемый период времени.

Выполнение расчетов состоит в первую очередь из определения численных значений волнообразующих факторов (глава 3,

§ 2), а затем из выполнения непосредственных расчетов, приемы которых зависят от тех целей, которые они преследуют. Эти приемы в общем виде можно подразделить на: 1) методы расчетов элементов ветровых волн для различных погодных условий в открытом море (глава 3, § 3); 2) методы расчета в мелководных и прибрежных районах (глава 3, § 4) и 3) методы расчета режимно-климатических характеристик волнения (глава 3, § 5).

Оценку достоверности расчетов можно приближенно и в самом общем виде осуществить, исходя из того, что основными волнообразующими факторами (глава 2, § 4) являются скорость ветра (w), его продолжительность (t) и разгон волн (x), поэтому от точности их определения в решающей степени зависят результаты последующих расчетов элементов ветровых волн. Зависимость последних от упомянутых факторов может быть приближенно выражена (глава 2, § 5) в общем виде как:

$$h \approx m_1 w x^{0,5}, \tag{3.1.1}$$

$$h \approx m_2 w^{1,5} t^{0,5}, \tag{3.1.2}$$

$$\tau = m_3 w^{0,5} x^{0,3}, \tag{3.1.3}$$

$$\tau \approx m_4 w^{0,7} t^{0,4}, \tag{3.1.4}$$

где m_1, m_2, m_3, m_4 — некоторые константы.

Относительная погрешность ($P\%$) в определении x, w, t вряд ли может быть ниже $\pm 10\%$. В этом случае, используя (3.1.1)—(3.1.4) и привлекая известные приемы определения ошибок, относительную погрешность ($P\%$) в вычислении элементов волн получим примерно следующей:

$$P(h_x) \approx 10\% + 5\% \approx 15\%,$$
$$P(h_t) \approx 15\% + 5\% \approx 20\%,$$

$$P(\tau_x) \approx 5\% + 3\% \approx 8\%,$$
$$P(\tau_t) \approx 7\% + 4\% \approx 11\%.$$

Из этих результатов следует, что погрешность в оценке скорости ветра оказывает более существенное влияние на точность результатов расчетов, чем погрешность в определении разгона. Точность расчета периода волн выше, чем точность расчета высоты волн.

Погрешность в расчете элементов волн в зависимости от продолжительности действия ветра больше, чем в зависимости от разгона волн. Относительная погрешность в определении продолжительности, скорости и разгона ветра $\pm 10\%$, видимо, является предельно допустимой, чтобы относительная погрешность в конечных результатах не превзошла относительную погрешность ± 15—20%. Эту последнюю следует, видимо, считать предельно допустимой погрешностью в расчетах элементов ветровых волн, выполняемых для прикладных целей. Критерием достоверности расчетов является сопоставление их с данными наблюдений. Определение элементов ветровых волн даже инструментальными приемами содержит в среднем относительную погрешность, видимо, порядка ±10—15%. Возникает одновременно неточность в определении тех волнообразующих факторов, при которых образовались измеренные элементы волн. Оценка достоверности расчетов путем их сопоставления с данными наблюдений содержит часто существенную неопределенность; решение такой задачи подчас превращается в самостоятельное и большое исследование. Тем самым совпадение рассчитанных элементов ветровых волн с их наблюденными величинами в пределах ±15—20% является достаточно хорошим результатом, свидетельствующим о практической достоверности расчетов, выполненных при помощи тех или иных формул.

§ 2. Определение волнообразующих факторов

В практике судовых наблюдений скорость ветра определяется на некоторой высоте над уровнем моря, зависящей от места установки регистраторов скорости ветра. Эта высота колеблется в среднем от 6 до 10 м над уровнем моря. В случае наблюдений, осуществляемых с берега, высота приборов над уровнем моря очень часто различна. Переход от скорости ветра, измеренной с кораблей в открытом море на некоторой высоте (H) над уровнем моря, к скорости ветра на высоте 6 м над уровнем моря или к любой другой может быть осуществлен введением коэффициентов, приводимых в табл. 3.2.1 (Соркина, 1958).

Таблица 3.2.1

Отношение скорости ветра, измеренной на высоте H, к скорости ветра на высоте 6 м над уровнем моря (по А. И. Соркиной)

Высота над уровнем моря, м	Состояние атмосферы		
	устойчивое	слабо устойчивое	равновесное и слабо неустойчивое
30	1,38	1,19	1,12
20	1,27	1,14	1,09
10	1,10	1,06	1,04
8	1,07	1,03	1,02
6	1,00	1,00	1,00
4	0,92	0,96	0,97
2	0,80	0,89	0,92
1	0,70	0,82	0,86

Состояние атмосферы, которое приводится в табл. 3.2.1, оценивается по связи с разностью между температурой воды ($t°_{вода}$) и температурой воздуха ($t°_{возд}$) согласно табл. 3.2.2 (Соркина, 1958).

Таблица 3.2.2.

Соотношения между состоянием атмосферы и разностью температур вода—воздух (по А. И. Соркиной)

Состояние атмосферы	$\overset{\circ}{t}_{вода} - \overset{\circ}{t}_{возд}$
Устойчивое	—0,5
Слабо устойчивое	От —0,5 до —0,1
Равновесное или слабо неустойчивое	От 0,0 до 2
Неустойчивое	>2,0

Сложнее обстоит вопрос о пересчете скорости ветра, определенной на береговых пунктах, к скорости ветра на каком-либо едином горизонте. Если за последний принять высоту 10 м над уровнем воды, то тогда приведение может быть осуществлено по следующей формуле (СН 92-60-1960):

$$w_{10} = kw_H, \tag{3.2.1}$$

где w_{10} — скорость ветра на высоте 10 м над уровнем воды, w_H — скорость ветра, измеренная на высоте H м над уровнем воды, k — коэффициент приведения, принимаемый в зависимости от высоты измерения H по табл. 3.2.3.

Таблица 3.2.3

Значения коэффициента k

H м	2	6,5	8	10	12	17	28
k	1,25	1,05	1,03	1,0	0,98	0,94	0,89

Скорость ветра и его направление в точке измерения не остаются постоянными. Они меняются иногда в значительных пределах, особенно тогда, когда ветер имеет шквалистый характер. Поэтому измеренные (обычно за 100 сек.) скорость и направление ветра отражают некоторую его среднюю скорость и среднее направление за интервал времени измерения. Однако эти характеристики могут изменяться и за более длительные промежутки времени в связи с изменением погодных условий. Если эти колебания в характеристиках ветра не превосходят 2 м/сек. по скорости ветра и 2 румбов по направлению, то в таких случаях скорость ветра и его направление считаются постоянными.

Оценка скорости и направления ветра только в отдельных пунктах прибрежной полосы или в отдельных точках открытого моря на основе данных наблюдений является часто недостаточной для расчета волн. Она может быть существенно различной в промежуточных пунктах. Это обстоятельство не позволяет объективно оценить скорость ветра, определяющую развитие волн. Поэтому для более полной оценки скорости ветра используют карты распределения атмосферного давления. На основе таких данных рассчитывают скорость и направление ветра в любом числе точек. В результате можно получить карты ветровых полей (Соркина, 1958). Такие карты могут быть построены по распределению атмосферного давления, соответствующему отдельным синоптическим срокам или более длительному периоду времени. Наконец, такие карты могут быть «типовыми картами ветровых полей», т. е. картами, соответствующими определенным типам атмосферных процессов, протекающих над данным водоемом. Совокупность таких типовых карт может характеризовать все основные ветровые условия над водоемом. Тем самым и данные о скорости ветра могут быть получены с наибольшей полнотой для любого района или точки водоема с учетом различных погодных условий.

Упомянутые способы определения расчетной скорости ветра используются большей частью для расчетов элементов волн при конкретных погодных условиях. Как было упомянуто (глава 3, § 1), расчеты элементов волн могут преследовать цель получения суждения об элементах ветровых волн за продолжительный период времени, т. е. ставить своей целью определение режимных, климатических характеристик. В этом случае скорость ветра, используемая для расчета, должна быть оценена с точки зрения ее повторяемости (или обеспеченности) за тот период времени, для которого необходимо рассчитать элементы волн. Сведения о повторяемости (обеспеченности) ветра различной скорости содержатся в соответствующих климатических справочниках, откуда она и заимствуется. Аналогичные данные помещаются на картах климатических атласов.

Очень часто возникает необходимость оценить максимально возможную скорость ветра и ее вероятность. Для этой цели используют функции распределения интегральной повторяемости (обеспеченности) скорости ветра в виде (Анапольская, Гандин, 1960)

$$F(w) = \exp\left[-\left(\frac{w}{\beta}\right)^{\gamma}\right], \tag{3.2.2}$$

где β и γ — параметры, которые определяются из следующих соотношений:

$$\beta = \frac{\overline{w}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)}, \qquad (3.2.3)$$

$$\frac{\sigma}{\overline{w}} = \left(\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\gamma}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)}\right)^{\frac{1}{2}}; \qquad (3.2.4)$$

здесь $\overline{w}$ — средняя скорость, σ — среднеквадратическое отклонение скорости от средней; Γ — гамма-функция. Так как в интервале встречающихся значений γ (приближенно $1{,}0 < \gamma < 2{,}5$) функция $\Gamma\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)$ меняется незначительно, то β пропорциональна средней скорости ветра ($\overline{w}$) почти с постоянным коэффициентом. γ однозначно связана с относительной дисперсией, убывая с ростом последней. Вместо определения β и γ можно (3.2.2) решить графически. Выражение (3.2.2) представляют в виде

$$\lg\left[-\lg F(w)\right] = \gamma \lg w - \gamma \lg \beta + \lg \lg e. \qquad (3.2.5)$$

Из этой формулы явствует, что если зависимость (3.2.2) выполняется, тогда точки, нанесенные по данным наблюдений в системе координат $\lg w$, $\lg[-\lg F(w)]$, должны ложиться на одну прямую. Используя соответствующую клетчатку (рис. 3.2.1) и нанеся на нее имеющиеся данные о w и $F(w)$, представляется возможным провести с той или иной точностью прямую, выражающую закон (3.2.2). Поэтому нет необходимости вычислять значения β и γ. Найденная графическая связь позволяет, если в этом есть необходимость, экстраполировать полученную прямую в сторону скоростей ветра, имеющих малую обеспеченность, и определить скорость ветра w, соответствующую той или иной обеспеченности $[F(w)]$. Последняя величина может быть определена по формуле

$$F(w) = \frac{m}{tN \cdot 365n} 100\%, \qquad (3.2.6)$$

где m — продолжительность ветра в часах, необходимая для создания установившегося волнения, n — число лет, за которое скорость ветра рассчитанной обеспеченности встречается один раз, N — число, указывающее, сколько раз в сутки (сроков) наблюдается скорость ветра, t — интервал в часах между сроками наблюдений (N). Например, если считают, что $m=24$ час., наблюдения осуществляются один раз в сутки, поэтому $t = 24$ час. и $N = 1$, тогда (3.2.6) перепишется в виде

$$F(w) = \frac{1}{365n} 100\%. \qquad (3.2.7)$$

Если $n = 10$ годам, то в этом случае $F(w) \approx 0{,}03\%$. Если есть возможность по результатам многолетних наблюдений над ветром нанести обеспеченности его скорости так, как это показано на рис. 3.2.1, то, экстраполируя прямую до значения $F(w) = 0{,}03\%$, можно найти скорость ветра, соответствующую вычисленной обеспеченности. Эта скорость ветра должна быть ≈ 34 м/сек. (рис. 3.2.1). По (3.2.6) можно решить и обратную задачу, т. е. определить n по заданной $F(w)$.

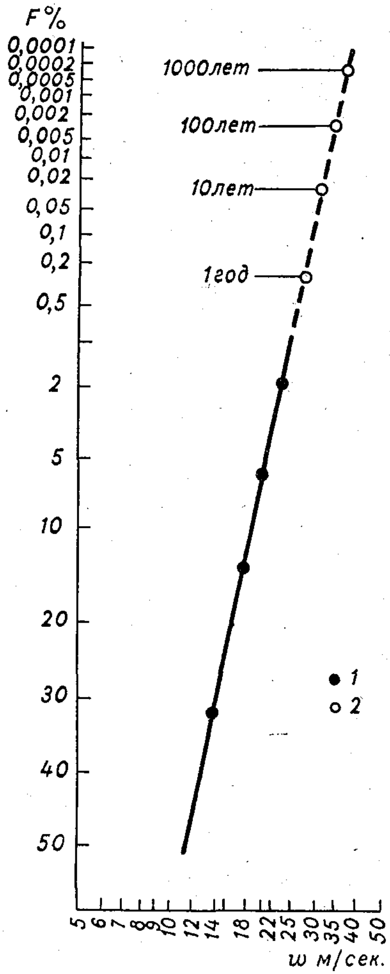

Рис. 3.2.1. Определение обеспеченности ветра различной скорости.

1 — данные наблюдений, 2 — полученные экстраполяцией.

Единичный разгон волн (x) в наиболее простом случае может быть определен как расстояние (в километрах) свободной, открытой водной поверхности по направлению, противоположному действию ветра. Начальной точкой разгона в этом случае является береговая черта или кромка льда. Однако такое определение разгона волн является неточным, особенно если открытые водные пространства превосходят 100 км. В этом случае ветровой поток может значительно отличаться от прямолинейного направления, как и скорость ветра на измеренном таким способом разгоне от действительного ее распределения. Такой способ измерения разгона волн если и применим, то только для таких водоемов, для которых свободные водные пространства меньше 100 км. Поэтому для больших водных пространств, морей и тем более океанов, целесообразно использовать для определения разгонов волн синоптические карты, или карты ветровых полей (см. выше). Определение разгонов волн тогда можно осуществить согласно приемам их измерения (глава 2, § 4).

Продолжительность действия ветра можно принять равной промежутку времени между сроками составления синоптических карт, по которым определяется скорость ветра и разгон волн, или как разность между сроками наблюдений над ветром.

Если возникает необходимость в определении разгона волн (x) для расчетов элементов последних в целях оценки режимно-климатических характеристик волнения (глава 3, § 5), то можно использовать функцию распределения интегральной повторяемости (обеспеченности) относительных разгонов $\left(\frac{x}{x^*}\right)$ в виде (2.4.2) или их абсолютных значений (2.4.3).

§ 3. Расчеты элементов ветровых волн для условий глубокого моря

В формулах, выражающих зависимость элементов ветровых волн от волнообразующих факторов (глава 2, § 5, 8), предполагается, что последние остаются постоянными в течение всего развития волн. На самом деле в природных условиях ветер изменяется по своей скорости и направлению. Последние изменения приводят к изменениям в разгонах волн. Следовательно, развитие волн происходит при изменяющихся погодных условиях. Волны могут развиваться, затухать и вновь увеличиваться в своих размерах. Поэтому, осуществляя расчет элементов волн, необходимо учитывать изменения, происходящие в волнообразующих факторах.

Следует также отметить, что на поверхности моря при ветровом волнении существуют различные по своим размерам волны (глава 2, § 3). Это разнообразие можно рассматривать как результат наложения бесконечного числа элементарных волн (глава 2, § 10). Поэтому для того, чтобы оценить размеры волн в сложных погодных условиях, при изменениях в волнообразующих факторах, было бы рационально оценить развитие каждой отдельной волны или каждой системы волн, затем суммировать полученные результаты, найти профиль волновой поверхности и получить ее количественные оценки. Уже делаются первые шаги в создании таких или подобных им приемов расчета (Крылов, 1966). Пока применяют другие, приближенные способы. Упрощение состоит в том, что расчет элементов волн сводится к оценке размеров волн только одной определенной категории, имеющей ту или иную обеспеченность (глава 2, § 3). Тем самым предполагается, что развитие сложной системы — волнового поля, состоящего из различных волн, протекает таким образом, что элементы волн выбранной категории изменяются так, как элементы и всех других волн. Естественно, что такое допущение приводит к неточности и характеризует в лучшем случае изменения в элементах волн только той категории, которая была избрана для расчета.

Переход к размерам волн другой обеспеченности (глава 2, § 3) или же оценка изменений в спектре волн (глава 2, § 10) осуществляются по соответствующим зависимостям, служащим этим целям.

Вместе с тем, опыт расчетов элементов ветровых волн, основанных на упомянутом допущении (Титов, 1951; Руководство, 1960), показывает, что, видимо, очень больших ошибок такие расчеты не содержат, если, конечно, их применить к наиболее простым случаям изменений погодных условий.

Даже при несложных погодных условиях скорость и направление ветра не остаются постоянными. Если скорость ветра колеблется в пределах 2 м/сек., а направление сохраняется в интервале 2 румбов, т. е. $\sim 25°$, то в этом случае (глава 2, § 4) такие изменения не принимаются во внимание. Когда же колебания в скорости ветра и в его направлении переходят эти границы, то такие изменения необходимо учитывать. Последнее осуществляется применением определенных приемов расчета элементов ветровых волн (Титов, 1951). Эти приемы в своем простейшем виде обычно относятся к таким изменениям в волнообразующих факторах, когда: 1) скорость ветра и его направление остаются неизменными для всего времени действия ветра; 2) изменяется только скорость ветра, а его направление остается прежним, и 3) наоборот, скорость ветра не изменяется, а изменяется только его направление.

Под терминами «изменение скорости ветра» и «изменение его направления» подразумевается, что эти изменения происходят не только в данной точке, но над всем окружающим ее пространством моря, вызывая тем самым изменения в разгоне волн.

Приводимые ниже примеры расчетов элементов ветровых волн могут быть решены всеми теми из существующих формул, в которых элементы волн выражены как функция от скорости, разгона и продолжительности действия ветра (глава 2, § 5, 8).

По формулам (2.5.21)—(2.5.31) и (2.5.34)—(2.5.35) составлена табл. 3.3.1. Встречающиеся в примерах расчеты элементов волн зыби осуществлены по табл. 3.3.2 (глава 2, § 11). Нужно помнить, что более полное изложение приемов расчета элементов ветровых волн, а также рекомендации использования тех или иных формул, можно найти в специальных пособиях (Титов, 1951; Руководство, 1960; Селюк, 1961; Указания, 1968).

Таблица 3.3.1

Элементы ветровых волн

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
	w = 4 м/сек.		
5	0,08	1,3	1,1
10	0,10	1,6	1,9
20	0,15	2,0	3,7
40	0,20	2,4	6,3
48	0,23	2,5	7,6
	w = 5 м/сек.		
5	0,10	1,4	0,9
10	0,15	1,8	1,8
20	0,20	2,1	2,8
40	0,30	2,7	5,8
60	0,35	3,0	7,9
75	0,38	3,2	9,5
	w = 6 м/сек.		
5	0,15	1,5	0,8
10	0,20	1,9	1,5
20	0,25	2,3	2,6
40	0,35	2,9	5,2
60	0,40	3,2	6,9
80	0,45	3,5	8,8
100	0,55	3,7	10,5
108	0,55	3,8	11,3
	w = 7 м/сек.		
5	0,15	1,6	0,7
10	0,20	2,0	1,3
20	0,30	2,5	2,5
40	0,40	3,0	4,2
60	0,50	3,4	6,0
80	0,55	3,7	7,7
100	0,60	4,0	9,6
120	0,65	4,2	11,1
140	0,70	4,4	12,7
147	0,75	4,5	13,2
	w = 8 м/сек.		
5	0,15	1,7	0,6
10	0,25	2,1	1,2
20	0,35	2,6	2,1
40	0,45	3,2	3,9
60	0,55	3,6	5,5
80	0,65	3,9	6,9
100	0,70	4,2	8,6
120	0,80	4,5	10,5
140	0,85	4,7	11,9
160	0,90	4,9	13,4
180	0,95	5,0	14,3
192	0,97	5,1	15,1
	w = 9 м/сек.		
5	0,20	1,8	0,6
10	0,30	2,2	1,0
20	0,40	2,7	1,9
40	0,55	3,4	3,6
60	0,65	3,8	5,1
80	0,70	4,1	6,2
100	0,80	4,4	7,7
120	0,90	4,7	9,3
140	0,95	4,9	10,5
160	1,00	5,1	11,8
180	1,05	5,3	13,2
200	1,10	5,4	13,9
220	1,15	5,6	15,5
240	1,21	5,8	17,0
243	1,23	5,8	17,0
	w = 10 м/сек.		
5	0,20	1,9	0,6
10	0,30	2,3	1,0
20	0,45	2,8	1,8
40	0,60	3,4	3,3
60	0,70	3,9	4,5
80	0,80	4,3	6,0
100	0,90	4,6	7,3
120	1,00	4,9	8,8
140	1,05	5,1	9,9
160	1,10	5,3	11,1
180	1,20	5,5	12,3
200	1,25	5,7	13,6
220	1,30	5,8	14,4
240	1,35	6,0	15,8
260	1,40	6,1	16,6
280	1,45	6,3	18,2
300	1,52	6,4	18,9

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
	$w = 11$ м/сек.		
5	0,20	1,9	0,5
10	0,35	2,4	0,9
20	0,45	2,9	1,6
40	0,65	3,6	3,0
60	0,80	4,1	4,3
80	0,90	4,5	5,7
100	1,00	4,8	6,9
120	1,10	5,1	8,2
140	1,15	5,3	9,2
160	1,25	5,5	10,3
180	1,30	5,7	11,4
200	1,35	5,9	12,6
220	1,45	6,1	13,7
240	1,50	6,2	14,5
260	1,55	6,3	15,2
280	1,60	6,5	16,7
300	1,65	6,6	17,4
363	1,84	7,0	20,8
	$w = 12$ м/сек.		
5	0,25	2,0	0,5
10	0,35	2,5	0,9
20	0,50	3,1	1,6
40	0,75	3,8	2,9
60	0,90	4,3	4,2
80	1,00	4,6	5,2
100	1,10	5,0	6,6
120	1,20	5,2	7,3
140	1,30	5,5	8,6
160	1,35	5,7	9,6
180	1,45	5,9	10,6
200	1,50	6,1	11,8
220	1,60	6,3	12,9
240	1,65	6,5	14,1
260	1,70	6,6	14,8
280	1,75	6,7	15,4
300	1,80	6,9	16,8
400	2,05	7,5	21,4
432	2,19	7,7	22,7
	$w = 13$ м/сек.		
5	0,25	2,1	0,4
10	0,40	2,6	0,8
20	0,60	3,2	1,5
40	0,80	3,9	2,8
60	0,95	4,4	3,9
80	1,10	4,8	5,0
100	1,20	5,1	6,0
120	1,30	5,4	7,1
140	1,35	5,7	8,3
160	1,50	5,9	9,2
180	1,60	6,1	10,1
200	1,65	6,3	11,1
220	1,75	6,5	12,1
240	1,80	6,7	13,2
260	1,85	6,8	13,8
280	1,95	7,0	15,1
300	2,00	7,1	15,7
400	2,25	7,7	19,8
500	2,50	8,3	24,6
507	2,57	8,3	24,6
	$w = 14$ м/сек.		
5	0,25	2,1	0,4
10	0,40	2,7	0,8
20	0,65	3,2	1,3
40	0,85	4,0	2,6
60	1,00	4,5	3,6
80	1,15	4,9	4,6
100	1,30	5,3	5,8
120	1,45	5,6	6,8
140	1,50	5,8	7,6
160	1,65	6,1	8,8
180	1,70	6,3	9,6
200	1,80	6,5	10,5
220	1,85	6,7	11,5
240	1,95	6,9	12,5
260	2,00	7,0	13,0
280	2,10	7,2	14,1
300	2,15	7,3	14,8
400	2,45	7,9	18,6
500	2,70	8,5	22,9
588	2,98	8,9	26,4
	$w = 15$ м/сек.		
5	0,30	2,2	0,4
10	0,45	2,7	0,7
20	0,65	3,3	1,3
40	0,95	4,1	2,4
60	1,10	4,6	3,4
80	1,25	5,0	4,3
100	1,40	5,4	5,4
120	1,55	5,7	6,3
140	1,65	6,0	7,3
160	1,75	6,2	8,1
180	1,85	6,5	9,2
200	1,95	6,7	10,1
220	2,00	6,9	11,0
240	2,10	7,1	11,9

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
260	2,15	7,2	12,4
280	2,25	7,4	13,4
300	2,30	7,5	14,0
400	2,65	8,2	18,0
500	2,90	8,8	22,3
600	3,15	9,4	26,1
675	3,42	9,6	28,4

$w = 16$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,30	2,2	0,4
10	0,45	2,8	0,7
20	0,70	3,3	1,2
40	1,00	4,2	2,3
60	1,20	4,8	3,3
80	1,35	5,2	4,2
100	1,50	5,6	5,3
120	1,65	5,9	6,2
140	1,75	6,1	6,8
160	1,85	6,4	7,8
180	1,95	6,6	8,5
200	2,05	6,8	9,2
220	2,15	7,0	10,1
240	2,25	7,2	11,0
260	2,35	7,4	11,9
280	2,45	7,6	12,9
300	2,50	7,7	13,4
400	2,80	8,4	16,8
500	3,10	9,0	21,0
600	3,45	9,6	25,3
700	3,70	10,0	28,5
768	3,90	10,3	30,1

$w = 17$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,30	2,3	0,4
10	0,50	2,9	0,7
20	0,75	3,5	1,2
40	1,05	4,3	2,2
60	1,30	4,9	3,2
80	1,45	5,3	4,0
100	1,60	5,7	5,0
120	1,75	6,0	5,8
140	1,90	6,3	6,6
160	1,95	6,5	7,3
180	2,10	6,8	8,3
200	2,20	7,0	9,0
220	2,30	7,2	9,8
240	2,40	7,4	10,6
260	2,50	7,6	11,3
280	2,60	7,8	12,4
300	2,65	7,9	12,8

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
400	3,00	8,6	16,4
500	3,30	9,2	20,1
600	3,65	9,8	23,9
700	3,90	10,2	27,0
800	4,10	10,6	30,1
867	4,39	10,9	32,1

$w = 18$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,35	2,4	0,4
10	0,50	2,9	0,6
20	0,75	3,6	1,1
40	1,15	4,4	2,1
60	1,35	5,0	3,1
80	1,55	5,4	3,8
100	1,70	5,8	4,6
120	1,90	6,2	5,7
140	2,05	6,5	6,5
160	2,15	6,7	7,1
180	2,30	7,0	8,1
200	2,40	7,2	8,8
220	2,50	7,4	9,5
240	2,60	7,6	10,3
260	2,70	7,8	11,1
280	2,75	7,9	11,5
300	2,85	8,1	12,4
400	3,20	8,8	15,8
500	3,50	9,4	19,1
600	3,90	10,0	22,8
700	4,15	10,4	25,5
800	4,40	10,8	28,5
900	4,70	11,2	31,7
972	4,92	11,5	34,0

$w = 19$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,35	2,4	0,3
10	0,55	3,0	0,6
20	0,80	3,7	1,1
40	1,20	4,5	2,0
60	1,45	5,1	2,9
80	1,65	5,6	3,7
100	1,85	6,0	4,5
120	2,00	6,3	5,4
140	2,15	6,6	6,2
160	2,30	6,9	7,0
180	2,40	7,1	7,6
200	2,50	7,3	8,2
220	2,65	7,6	9,3
240	2,75	7,8	10,0
260	2,80	7,9	10,4
280	2,90	8,1	11,1
300	2,95	8,2	11,5

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
400	3,40	9,0	15,2
500	3,75	9,6	18,3
600	4,10	10,2	21,8
700	4,35	10,6	24,4
800	4,65	11,1	27,8
900	4,90	11,5	30,9
1000	5,20	11,9	34,1
1083	5,48	12,2	36,1

$w = 20$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,35	2,5	0,3
10	0,55	3,0	0,6
20	0,85	3,7	1,0
40	1,25	4,6	1,95
60	1,55	5,2	2,8
80	1,75	5,7	3,6
100	1,95	6,1	4,4
120	2,10	6,4	5,1
140	2,25	6,7	5,8
160	2,40	7,0	6,6
180	2,55	7,3	7,4
200	2,65	7,5	8,1
220	2,80	7,7	8,8
240	2,95	8,0	9,8
260	3,00	8,1	9,9
280	3,05	8,2	10,4
300	3,15	8,4	11,3
400	3,65	9,2	14,8
500	4,00	9,8	17,6
600	4,35	10,4	20,9
700	4,60	10,8	23,3
800	4,95	11,3	26,6
900	5,20	11,7	29,4
1000	5,50	12,1	32,5
1100	5,75	12,4	34,8
1200	6,08	12,8	37,8

$w = 21$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,35	2,5	0,3
10	0,55	3,1	0,6
20	0,85	3,8	1,0
40	1,30	4,7	1,9
60	1,60	5,3	2,7
80	1,90	5,8	3,5
100	2,10	6,2	4,2
120	2,20	6,5	4,9
140	2,35	6,8	5,7
160	2,55	7,1	6,3
180	2,70	7,4	7,1
200	2,80	7,6	7,7
220	2,95	7,9	8,6
240	3,05	8,1	9,2
260	3,15	8,2	9,5
280	3,25	8,4	10,2
300	3,35	8,6	11,0
400	3,85	9,4	14,2
500	4,15	10,0	17,0
600	4,60	10,6	20,2
700	4,90	11,1	23,0
800	5,20	11,5	25,5
900	5,55	12,0	28,9
1000	5,75	12,3	31,0
1100	6,00	12,7	34,0
1200	6,30	13,0	36,4
1300	6,60	13,3	38,9
1323	6,70	13,4	39,8

$w = 22$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,40	2,5	0,3
10	0,60	3,2	0,5
20	0,90	3,9	1,0
40	1,35	4,8	1,8
60	1,70	5,4	2,6
80	1,95	5,9	3,4
100	2,15	6,3	4,1
120	2,30	6,6	4,7
140	2,50	7,0	5,5
160	2,70	7,3	6,2
180	2,80	7,5	6,8
200	2,95	7,8	7,6
220	3,10	8,0	8,2
240	3,20	8,2	8,7
260	3,30	8,4	9,4
280	3,35	8,5	9,7
300	3,50	8,6	10,4
400	4,00	9,5	13,4
500	4,45	10,2	16,5
600	4,80	10,8	19,5
700	5,15	11,3	22,2
800	5,50	11,8	25,2
900	5,80	12,2	27,7
1000	6,00	12,5	29,8
1100	6,25	12,9	32,6
1200	6,60	13,3	35,6
1300	6,80	13,6	38,0
1400	7,05	13,9	40,5
1452	7,12	14,0	41,5

6 7 8 9 0

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
	$w=23$ м/сек.		
5	0,40	2,6	0,3
10	0,60	3,2	0,5
20	0,95	4,0	1,0
40	1,40	4,9	1,8
60	1,80	5,5	2,5
80	2,05	6,0	3,3
100	2,25	6,4	3,9
120	2,40	6,8	4,6
140	2,65	7,1	5,3
160	2,80	7,4	6,0
180	2,95	7,7	6,7
200	3,10	7,9	7,2
220	3,25	8,2	8,0
240	3,40	8,4	8,6
260	3,50	8,6	9,2
280	3,55	8,7	9,5
300	3,70	8,9	10,2
400	4,20	9,7	13,1
500	4,70	10,4	16,0
600	5,05	11,0	18,9
700	5,40	11,5	21,5
800	5,80	12,0	24,3
900	6,05	12,4	26,7
1000	6,35	12,8	29,3
1100	6,60	13,1	31,3
1200	6,90	13,5	34,2
1300	7,10	13,8	36,4
1400	7,40	14,2	39,6
1500	7,70	14,5	42,1
1587	8,05	14,7	43,5
	$w=24$ м/сек.		
5	0,40	2,7	0,3
15	0,65	3,3	0,5
20	1,00	4,0	0,9
40	1,45	5,0	1,7
60	1,90	5,6	2,4
80	2,15	6,1	3,2
100	2,35	6,5	3,8
120	2,55	6,9	4,5
140	2,75	7,2	5,1
160	2,90	7,5	5,7
180	3,10	7,8	6,4
200	3,20	8,0	7,0
220	3,40	8,3	7,7
240	3,50	8,5	8,2
260	3,65	8,7	8,8
280	3,70	8,8	9,1
300	3,90	9,1	10,0
400	4,40	9,9	12,8
500	4,80	10,5	15,2
600	5,30	11,2	18,3
700	5,65	11,7	20,8
800	6,05	12,2	24,0
900	6,35	12,6	25,8
1000	6,65	13,0	28,2
1100	6,90	13,3	30,2
1200	7,20	13,7	32,9
1300	7,50	14,1	35,8
1400	7,75	14,4	38,0
1500	7,90	14,7	40,3
1728	8,75	15,3	45,5
	$w=25$ м/сек.		
5	0,45	2,7	0,3
10	0,65	3,3	0,5
20	1,00	4,1	0,9
40	1,55	5,0	1,6
60	2,00	5,7	2,4
80	2,20	6,2	3,1
100	2,45	6,6	3,7
120	2,70	7,0	4,3
140	2,85	7,3	4,9
160	3,00	7,6	5,5
180	3,20	7,9	6,1
200	3,40	8,2	6,8
220	3,55	8,4	7,4
240	3,65	8,6	7,9
260	3,85	8,9	8,7
280	3,90	9,0	9,0
300	4,05	9,2	9,6
400	4,60	10,0	12,2
500	5,05	10,7	14,9
600	5,60	11,4	17,4
700	5,95	11,9	20,2
800	6,35	12,4	22,8
900	6,65	12,8	25,0
1000	6,95	13,2	27,3
1100	7,25	13,6	29,1
1200	7,60	14,0	32,4
1300	7,85	14,3	34,5
1400	8,20	14,6	36,6
1500	8,40	15,0	39,6
1875	9,50	15,9	47,5
	$w=26$ м/сек.		
5	0,45	2,7	0,3
10	0,70	3,4	0,5
20	1,05	4,2	0,9
40	1,55	5,1	1,6
60	2,00	5,8	2,3

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
80	2,35	6,3	3,0
100	2,55	6,7	3,6
120	2,70	7,1	4,2
140	3,00	7,4	4,8
160	3,20	7,7	5,3
180	3,35	8,0	5,4
200	3,55	8,3	6,6
220	3,75	8,6	7,2
240	3,80	8,7	7,6
260	4,00	9,0	8,3
280	4,05	9,1	8,6
300	4,25	9,4	9,4
400	4,80	10,2	12,0
500	5,30	10,9	14,5
600	5,80	11,5	17,0
700	6,25	12,1	19,7
800	6,65	12,6	22,1
900	6,95	13,0	24,2
1000	7,25	13,4	26,5
1100	7,55	13,8	28,8
1200	7,90	14,2	31,3
1300	8,15	14,5	33,3
1400	8,40	14,8	35,3
1500	8,75	15,2	38,2
2000	9,95	16,5	48,4
2028	10,03	16,6	49,3

$w = 27$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,45	2,8	0,3
10	0,70	3,4	0,5
20	1,05	4,2	0,8
40	1,60	5,2	1,5
60	2,05	5,9	2,3
80	2,45	6,4	2,9
100	2,65	6,8	3,5
120	2,85	7,2	4,1
140	3,15	7,6	4,7
160	3,30	7,9	5,2
180	3,50	8,1	5,8
200	3,65	8,4	6,4
220	3,85	8,7	7,0
240	4,00	8,9	7,5
260	4,10	9,1	8,0
280	4,25	9,3	8,4
300	4,40	9,5	9,1
400	5,00	10,4	11,8
500	5,55	11,1	14,3
600	6,00	11,7	16,6
700	6,45	12,3	19,2
800	6,85	12,8	21,6
900	7,20	13,2	23,6
1000	7,50	13,6	25,7
1100	7,85	14,0	28,0
1200	8,20	14,4	30,4
1300	8,45	14,8	32,9
1400	8,80	15,1	35,7
1500	9,15	15,5	37,6
2000	10,30	16,8	47,5
2183	11,20	17,2	51,0

$w = 28$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,45	2,8	0,2
10	0,70	3,5	0,5
20	1,10	4,3	0,8
40	1,65	5,3	1,5
60	2,15	6,0	2,2
80	2,55	6,5	2,8
100	2,75	6,9	3,4
120	3,00	7,3	4,0
140	3,25	7,7	4,6
160	3,50	8,0	5,1
180	3,65	8,3	5,7
200	3,80	8,5	6,2
220	4,00	8,8	6,8
240	4,20	9,1	7,4
260	4,30	9,2	7,8
280	4,42	9,4	8,2
300	4,55	9,6	8,8
400	5,20	10,5	11,3
500	5,75	11,2	13,5
600	6,20	11,8	15,9
700	6,70	12,4	18,4
800	7,15	13,0	21,1
900	7,50	13,4	23,0
1000	7,85	13,8	25,1
1100	8,20	14,2	27,2
1200	8,55	14,6	29,5
1300	8,90	15,0	31,9
1400	9,15	15,3	33,9
1500	9,50	15,7	36,4
2000	10,80	17,0	45,8
2352	11,90	17,9	53,0

$w = 29$ м/сек.

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
5	0,50	2,9	0,2
10	0,75	3,5	0,5
20	1,15	4,4	0,8
40	1,70	5,4	1,4
60	2,20	6,1	2,2
80	2,60	6,6	2,7
100	2,95	7,1	3,3
120	3,15	7,4	3,8
140	3,40	7,8	4,5
160	3,60	8,1	5,0

180 8,4 5,6

x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.	x км	$\bar{h}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	t час.
180	3,80	8,4	5,6	40	1,75	5,4	1,4
200	4,00	8,7	6,1	60	2,25	6,2	2,1
220	4,20	9,0	6,7	80	2,65	6,7	2,7
240	4,35	9,2	7,2	100	3,05	7,2	3,3
260	4,50	9,4	7,6	120	3,25	7,5	3,7
280	4,60	9,5	8,0	140	3,55	7,9	4,4
300	4,80	9,8	8,6	160	3,70	8,2	4,8
400	5,45	10,7	11,0	180	3,95	8,5	5,4
500	6,00	11,4	13,1	200	4,15	8,8	6,0
600	6,55	12,1	15,6	220	4,35	9,1	6,6
700	7,00	12,6	18,0	240	4,50	9,3	7,0
800	7,50	13,2	20,6	260	4,65	9,5	7,4
900	7,85	13,6	22,5	280	4,80	9,7	7,9
1000	8,15	14,0	24,4	300	4,95	9,9	8,4
1100	8,55	14,4	26,5	400	5,65	10,8	10,8
1200	8,85	14,8	28,7	500	6,20	11,5	12,9
1300	9,25	15,2	31,1	600	6,80	12,2	15,4
1400	9,50	15,5	32,8	700	7,30	12,8	17,7
1500	9,90	15,9	35,4	800	7,70	13,3	19,7
2000	11,40	17,3	45,1	900	8,15	13,8	22,0
2523	12,80	18,5	55,0	1000	8,50	14,2	23,9
				1100	8,90	14,6	25,9
	w = 30 м/сек.			1200	9,25	15,0	28,0
				1300	9,60	15,4	30,2
5	0,50	2,9	0,2	1400	9,90	15,7	31,9
10	0,75	3,6	0,4	1500	10,30	16,1	34,3
20	1,15	4,4	0,8	2000	11,90	17,5	43,8
				2700	13,70	19,2	56,7

Таблица 3.3.2

А. Высота и период волн зыби в зависимости от расстояния, на которое они распространяются

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.	$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
	τ_0 = 2,4 сек.				**τ_0 = 3,2 сек.**		
40	0,23	2,7	6,2	40	0,35	3,5	4,6
80	0,15	3,0	11,8	80	0,31	3,8	9,0
120	0,11	3,1	16,8	120	0,23	4,0	13,0
160	0,08	3,3	21,8	160	0,19	4,2	16,8
				200	0,17	4,3	20,5
	τ_0 = 2,8 сек.						
40	0,30	3,1	5,2		**τ_0 = 3,6 сек.**		
80	0,22	3,4	10,0	40	0,41	3,9	4,2
120	0,17	3,6	14,8	80	0,34	4,2	8,0
160	0,14	3,8	19,0	120	0,29	4,5	11,6
200	0,11	3,9	21,0				

$x_з$ км	$k_з=\frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
160	0,25	4,7	15,2
200	0,22	4,8	18,4
300	0,16	5,1	26,4
	τ_0 = 4,0 сек.		
40	0,45	4,4	3,8
80	0,39	4,6	7,2
120	0,34	4,9	10,6
160	0,30	5,1	13,8
200	0,27	5,2	16,8
300	0,21	5,7	24,2
	τ_0 = 4,4 сек.		
40	0,49	4,8	3,4
80	0,43	5,1	6,6
120	0,39	5,3	9,6
160	0,35	5,5	12,6
200	0,31	5,7	15,4
300	0,26	6,7	22,2
	τ_0 = 4,8 сек.		
40	0,58	5,2	3,2
80	0,48	5,5	6,2
120	0,43	5,7	9,0
160	0,39	6,0	11,6
200	0,36	6,1	14,2
300	0,30	6,5	20,6
	τ_0 = 5,2 сек.		
40	0,56	5,6	3,0
80	0,50	5,9	5,8
120	0,48	6,1	8,2
160	0,43	6,4	10,8
200	0,41	6,6	13,2
300	0,34	7,0	19,2
400	0,29	7,2	24,6
	τ_0 = 5,6 сек.		
40	0,59	5,9	2,6
80	0,55	6,3	5,2
120	0,50	6,5	7,8
160	0,47	6,8	10,0
200	0,44	7,0	12,4
300	0,38	7,4	17,8
400	0,33	7,8	23,0
	τ_0 = 6,0 сек.		
40	0,61	6,3	2,6
80	0,57	6,7	5,0
120	0,54	6,9	7,2
160	0,50	7,2	9,6
200	0,47	7,5	11,6
300	0,42	7,9	16,8
400	0,37	8,3	21,8
500	0,34	8,5	26,4
	τ_0 = 6,4 сек.		
40	0,63	6,7	2,4
80	0,59	7,1	4,6
120	0,56	7,4	6,8
160	0,53	7,7	9,0
200	0,50	7,9	11,0
300	0,45	8,3	17,8
400	0,41	8,6	20,4
500	0,37	8,9	25,0
	τ_0 = 6,8 сек.		
40	0,65	7,1	2,4
80	0,63	7,5	4,4
120	0,60	7,8	6,4
160	0,57	8,1	8,4
200	0,53	8,3	10,4
300	0,48	8,8	14,8
400	0,44	9,1	19,4
500	0,40	9,4	23,8
600	0,37	9,7	28,0
	τ_0 = 7,2 сек.		
40	0,67	7,5	2,2
80	0,64	7,9	4,2
120	0,61	8,2	6,2
160	0,59	8,4	8,0
200	0,56	8,7	9,8
300	0,51	9,2	14,2
400	0,47	9,6	18,4
500	0,43	10,0	22,6
600	0,40	10,2	26,4
	τ_0 = 7,6 сек.		
40	0,68	7,9	2,0
80	0,65	8,3	4,0
120	0,62	8,6	6,0
160	0,60	8,8	7,6
200	0,58	9,1	9,4

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
300	0,53	9,7	13,6
400	0,49	10,0	17,6
500	0,46	10,4	21,4
600	0,43	10,7	25,2

$\tau_0 = 8{,}0$ сек.

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
40	0,69	8,3	2,0
80	0,67	8,7	3,8
120	0,65	9,1	5,6
160	0,63	9,3	7,2
200	0,60	9,6	9,0
300	0,56	10,1	12,0
400	0,52	10,4	16,8
500	0,49	10,8	20,4
600	0,46	11,1	24,0
700	0,43	11,4	27,6
800	0,41	11,5	31,0

$\tau_0 = 8{,}8$ сек.

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
40	0,72	9,1	1,8
80	0,70	9,5	3,4
120	0,68	9,8	5,0
160	0,66	10,1	6,6
200	0,64	10,3	8,2
300	0,60	11,0	12,0
400	0,56	11,4	15,4
500	0,53	11,8	19,0
600	0,50	12,1	22,2
700	0,48	12,2	25,2
800	0,45	12,6	28,6
900	0,44	12,8	31,6

$\tau_0 = 9{,}6$ сек.

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
40	0,75	9,9	1,6
80	0,73	10,3	3,2
120	0,70	10,6	4,6
160	0,69	10,8	6,2
200	0,67	11,2	7,6
300	0,63	11,8	11,0
400	0,60	12,3	14,2
500	0,58	12,7	17,4
600	0,54	13,1	21,0
700	0,52	13,3	23,6
800	0,50	13,5	26,0
900	0,48	13,8	29,4

$\tau_0 = 10{,}4$ сек.

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
40	0,76	10,7	1,4
80	0,74	11,1	3,0
120	0,73	11,4	4,2
160	0,71	11,9	5,8
200	0,70	12,0	7,0
300	0,67	12,7	10,2
400	0,64	13,1	12,8
500	0,61	13,5	16,2
600	0,59	14,0	19,2
700	0,56	14,4	22,0
800	0,54	14,5	24,6
900	0,52	14,8	27,4
1000	0,50	15,0	30,0

$\tau_0 = 11{,}2$ сек.

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
40	0,78	11,5	1,4
80	0,76	12,0	2,8
120	0,75	12,2	4,0
160	0,74	12,7	5,4
200	0,72	12,8	6,6
300	0,69	13,5	9,4
400	0,67	14,0	12,4
500	0,64	14,6	15,2
600	0,62	14,9	17,8
700	0,60	15,1	20,4
800	0,58	15,6	23,2
900	0,56	15,7	25,6
1000	0,55	15,9	28,2

$\tau_0 = 12{,}0$ сек.

$x_з$ км	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
40	0,80	12,2	1,2
80	0,77	12,7	2,6
120	0,76	13,1	3,8
160	0,75	13,4	5,0
200	0,74	13,7	6,2
300	0,71	14,4	9,0
400	0,69	14,9	11,6
500	0,67	15,4	14,2
600	0,65	15,7	16,8
700	0,63	16,1	19,4
800	0,61	16,6	20,0
900	0,59	16,8	24,0
1000	0,58	17,0	26,4
1200	0,55	17,4	31,0

$x_з$ км	$k_з=\frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$t_з$ час.
$\tau_0=12{,}8$ сек.			
40	0,81	13,0	1,2
80	0,80	13,5	2,4
120	0,78	13,9	3,6
160	0,77	14,2	4,6
200	0,76	14,6	5,8
300	0,74	15,2	8,4
400	0,71	15,8	11,0
500	0,69	16,2	13,4
600	0,67	16,6	15,8
700	0,65	17,0	18,2
800	0,64	17,3	20,4
900	0,62	17,7	22,8
1000	0,61	17,8	25,0
1200	0,58	18,4	29,4
$\tau_0=13{,}6$ сек.			
40	0,82	13,9	1,0
80	0,81	14,2	2,2
120	0,80	14,7	3,4
160	0,79	14,9	4,2
200	0,78	15,3	5,4
300	0,75	15,9	8,0
400	0,73	16,6	10,4
500	0,71	17,3	12,8
600	0,69	17,7	15,0
700	0,68	17,8	17,2
800	0,67	18,2	19,4
900	0,64	18,7	21,8
1000	0,63	18,9	23,6
1200	0,61	19,3	29,8
$\tau_0=14{,}4$ сек.			
40	0,83	14,7	1,0
80	0,82	15,0	2,2
120	0,81	15,5	9,2
160	0,80	15,7	4,0
200	0,79	16,2	5,2
300	0,77	16,8	7,8
400	0,74	17,6	9,8
500	0,73	18,0	12,2
600	0,71	18,4	14,2
700	0,70	18,7	16,4
800	0,69	19,2	18,4
900	0,67	19,4	20,4
1000	0,66	20,0	22,6
1200	0,63	20,4	26,4
1400	0,61	20,8	30,4

Б. Высота и период волн зыби в зависимости от продолжительности ее распространения

t час.	$k_з=\frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км
$\tau_0=2{,}4$ сек.			
2	0,30	2,5	12
4	0,26	2,6	26
6	0,23	2,7	39
8	0,20	2,8	53
10	0,17	2,9	68
12	0,15	3,0	82
14	0,13	3,1	98
16	0,12	3,1	114
18	0,10	3,2	130
20	0,10	3,2	146
22	0,08	3,3	162
24	0,07	3,3	179
26	0,07	3,4	196
28	0,06	3,4	213
30	0,05	3,5	231
$\tau_0=2{,}8$ сек.			
2	0,36	2,9	14
4	0,32	3,1	30
6	0,28	3,2	45
8	0,25	3,3	62
10	0,22	3,4	79
12	0,20	3,5	96
14	0,18	3,6	114
16	0,16	3,6	133
18	0,14	3,7	152
20	0,13	3,8	170
22	0,12	3,9	189
24	0,11	3,9	209
26	0,10	3,9	228
28	0,09	4,0	248
30	0,08	4,0	269

t час.	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км	t час.	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км
	$\tau_0 = 3{,}2$ сек.				**$\tau_0 = 4{,}4$ сек.**		
2	0,41	3,3	16	2	0,52	4,6	22
4	0,36	3,5	35	4	0,48	4,8	48
6	0,33	3,6	52	6	0,44	5,0	71
8	0,30	3,7	71	8	0,41	5,2	98
10	0,27	3,9	90	10	0,38	5,4	124
12	0,24	4,0	110	12	0,36	5,5	151
14	0,21	4,1	130	14	0,33	5,6	179
16	0,20	4,2	152	16	0,31	5,7	208
18	0,18	4,3	173	18	0,29	5,8	238
20	0,17	4,3	195	20	0,28	5,9	268
22	0,15	4,4	216	22	0,26	6,0	297
24	0,14	4,4	239	24	0,24	6,1	328
26	0,13	4,5	261	26	0,23	6,2	359
28	0,12	4,5	284	28	0,21	6,2	390
30	0,11	4,6	308	30	0,20	6,3	423
	$\tau_0 = 3{,}6$ сек.				**$\tau_0 = 4{,}8$ сек.**		
2	0,45	3,7	18	2	0,55	5,0	24
4	0,41	3,9	39	4	0,51	5,2	52
6	0,37	4,1	58	6	0,48	5,5	77
8	0,34	4,2	80	8	0,44	5,6	107
10	0,31	4,4	102	10	0,41	5,8	135
12	0,28	4,5	124	12	0,39	6,0	165
14	0,26	4,6	147	14	0,36	6,1	196
16	0,24	4,7	171	16	0,34	6,2	228
18	0,22	4,8	195	18	0,32	6,4	260
20	0,21	4,8	219	20	0,30	6,4	292
22	0,19	5,0	243	22	0,29	6,6	324
24	0,18	5,0	268	24	0,27	6,7	358
26	0,16	5,1	294	26	0,26	6,8	392
28	0,15	5,1	319	28	0,24	6,8	425
30	0,14	5,2	346	30	0,23	6,9	461
	$\tau_0 = 4{,}0$ сек.				**$\tau_0 = 5{,}2$ сек.**		
2	0,49	4,2	20	2	0,57	5,4	27
4	0,45	4,4	43	4	0,54	5,7	56
6	0,41	4,6	64	6	0,50	5,3	84
8	0,38	4,7	89	8	0,48	6,1	116
10	0,35	4,9	113	10	0,44	6,3	147
12	0,32	5,0	137	12	0,42	6,5	178
14	0,30	5,1	163	14	0,39	6,7	212
16	0,28	5,2	190	16	0,37	6,8	246
18	0,26	5,3	216	18	0,35	6,9	281
20	0,24	5,4	243	20	0,34	7,0	316
22	0,22	5,4	270	22	0,31	7,1	351
24	0,21	5,6	298	24	0,30	7,2	388
26	0,20	5,6	326	26	0,28	7,3	424
28	0,18	5,7	355	28	0,27	7,4	461
30	0,17	5,8	384	30	0,26	7,5	500

t час.	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км	t час.	$k_з = \frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км
	$\tau_0 = 5,6$ сек.				$\tau_0 = 6,8$ сек.		
2	0,60	5,8	29	2	0,65	7,1	35
4	0,56	6,1	60	4	0,62	7,4	73
6	0,53	6,4	90	6	0,59	7,7	110
8	0,50	6,6	124	8	0,56	8,0	151
10	0,47	6,8	158	10	0,54	8,3	192
12	0,44	7,0	192	12	0,52	8,5	233
14	0,42	7,2	228	14	0,49	8,7	277
16	0,40	7,3	266	16	0,47	8,8	322
18	0,38	7,4	303	18	0,45	9,0	368
20	0,36	7,5	340	20	0,44	9,1	413
22	0,34	7,7	378	22	0,41	9,4	459
24	0,33	7,8	418	24	0,40	9,5	507
26	0,31	7,9	457	26	0,38	9,6	555
28	0,30	8,0	496	28	0,37	9,7	603
30	0,28	8,1	538	30	0,35	9,8	654
	$\tau_0 = 6,0$ сек.				$\tau_0 = 7,2$ сек.		
2	0,62	6,2	31	2	0,67	7,5	37
4	0,59	6,5	65	4	0,64	7,8	78
6	0,55	6,8	97	6	0,61	8,2	116
8	0,52	7,0	138	8	0,59	8,4	160
10	0,50	7,3	169	10	0,56	8,8	203
12	0,47	7,5	206	12	0,53	9,0	247
14	0,45	7,7	244	14	0,51	9,2	293
16	0,43	7,8	284	16	0,49	9,4	341
18	0,41	8,0	325	18	0,47	9,6	390
20	0,39	8,0	365	20	0,45	9,7	438
22	0,37	8,3	405	22	0,44	10,0	486
24	0,35	8,3	448	24	0,42	10,0	537
26	0,34	8,5	490	26	0,40	10,1	588
28	0,32	8,5	532	28	0,39	10,2	639
30	0,30	8,6	576	30	0,38	10,4	692
	$\tau_0 = 6,4$ сек.				$\tau_0 = 7,6$ сек.		
2	0,64	6,7	33	2	0,68	7,9	39
4	0,60	7,0	69	4	0,65	8,3	82
6	0,57	7,3	103	6	0,62	8,7	122
8	0,55	7,5	142	8	0,60	8,9	169
10	0,52	7,8	180	10	0,57	9,3	214
12	0,49	8,0	220	12	0,55	9,5	261
14	0,47	8,2	260	14	0,53	9,7	309
16	0,45	8,3	304	16	0,51	9,9	360
18	0,43	8,5	346	18	0,49	10,1	411
20	0,41	8,6	389	20	0,48	10,2	462
22	0,39	8,8	432	22	0,45	10,5	513
24	0,38	8,9	478	24	0,44	10,6	567
26	0,36	9,0	522	26	0,42	10,7	620
28	0,35	9,1	568	28	0,41	10,8	674
30	0,33	9,2	615	30	0,39	10,9	730

t час.	$k_з=\frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км	t час.	$k_з=\frac{h_з}{h_0}$	$\tau_з$ сек.	$x_з$ км
	τ_0 = 8,0 сек.				**τ_0 = 10,4 сек.**		
2	0,69	8,3	41	2	0,76	10,8	53
4	0,67	8,7	86	4	0,74	11,3	112
6	0,64	9,1	129	6	0,71	11,9	167
8	0,62	9,4	178	8	0,69	12,2	230
10	0,59	9,8	226	10	0,67	12,7	293
12	0,57	10,0	274	12	0,65	13,0	357
14	0,55	10,2	326	14	0,63	13,3	423
16	0,52	10,4	379	16	0,61	13,5	493
18	0,51	10,6	433	18	0,59	13,8	563
20	0,49	10,7	486	20	0,58	14,0	632
22	0,47	11,0	540	22	0,56	14,4	702
24	0,46	11,1	597	24	0,55	14,5	776
26	0,44	11,3	653	26	0,53	14,7	849
28	0,43	11,4	710	28	0,52	14,8	922
30	0,41	11,5	769	30	0,50	15,0	999
	τ_0 = 8,8 сек.				**τ_0 = 11,2 сек.**		
2	0,72	9,2	45	2	0,77	11,6	57
4	0,69	9,6	95	4	0,75	12,2	121
6	0,67	10,0	142	6	0,73	12,8	180
8	0,64	10,3	195	8	0,71	13,1	248
10	0,62	10,7	248	10	0,69	13,7	316
12	0,60	11,0	302	12	0,67	14,0	384
14	0,57	11,3	358	14	0,65	14,3	456
16	0,56	11,4	417	16	0,63	14,6	531
18	0,54	11,7	476	18	0,62	14,9	606
20	0,52	11,8	535	20	0,60	15,0	681
22	0,50	12,1	594	22	0,59	15,5	757
24	0,49	12,2	657	24	0,57	15,6	836
26	0,48	12,4	718	26	0,56	15,8	914
28	0,46	12,5	781	28	0,55	15,9	994
30	0,45	12,7	846	30	0,53	16,1	1076
	τ_0 = 9,6 сек.				**τ_0 = 12,0 сек.**		
2	0,74	10,0	49	2	0,79	12,5	61
4	0,71	10,5	104	4	0,77	13,1	130
6	0,69	10,9	155	6	0,74	13,7	193
8	0,67	11,2	213	8	0,72	14,0	266
10	0,64	11,7	271	10	0,70	14,6	338
12	0,62	12,0	329	12	0,69	15,0	412
14	0,60	12,3	391	14	0,67	15,4	489
16	0,59	12,5	455	16	0,65	15,6	569
18	0,57	12,8	519	18	0,63	16,0	650
20	0,55	12,9	584	20	0,62	16,1	729
22	0,54	13,2	646	22	0,60	16,6	810
24	0,52	13,3	716	24	0,59	16,7	895
26	0,50	13,5	783	26	0,58	16,9	980
28	0,49	13,6	852	28	0,57	17,0	1065
30	0,48	13,8	923	30	0,55	17,3	1153

t час.	$k_3 = \frac{h_3}{h_0}$	τ_3 сек.	x_3 км
	$\tau_0 = 12{,}8$ сек.		
2	0,80	13,3	65
4	0,78	14,0	138
6	0,76	14,6	206
8	0,74	15,0	284
10	0,72	15,6	361
12	0,70	16,0	439
14	0,69	16,4	521
16	0,67	16,6	607
18	0,65	17,0	692
20	0,64	17,2	778
22	0,63	17,7	864
24	0,62	17,8	955
26	0,60	18,0	1046
28	0,59	18,2	1136
30	0,57	18,4	1230
	$\tau_0 = 13{,}6$ сек.		
2	0,81	14,1	69
4	0,79	14,8	147
6	0,77	15,5	219
8	0,75	15,9	302
10	0,74	16,6	384
12	0,71	17,0	467
14	0,70	17,4	554
16	0,69	17,7	645
18	0,67	18,1	736
20	0,66	18,2	826
22	0,64	18,8	918
24	0,63	18,9	1016
26	0,62	19,2	1110
28	0,61	19,3	1207
30	0,60	19,6	1307
	$\tau_0 = 14{,}4$ сек.		
2	0,82	15,0	73
4	0,80	15,7	156
6	0,78	16,4	232
8	0,77	16,8	320
10	0,74	17,6	406
12	0,73	18,0	494
14	0,71	18,4	586
16	0,70	18,7	683
18	0,69	19,2	779
20	0,67	19,3	876
22	0,66	19,9	972
24	0,65	20,0	1076
26	0,63	20,3	1175
28	0,62	20,4	1278
30	0,61	20,8	1384

1. Скорость ветра и его направление неизменны

Изменения среднего периода волн ($\bar{\tau}$) в зависимости от скорости ветра (w), его продолжительности (t_w) и разгона (x) имеют, например, вид, показанный на рис. 3.3.1. Средний период волн окажется равным $\bar{\tau}_x$ в конце разгона x, если продолжительность действия ветра (t_w) будет больше или равна продолжительности развития волн (t) на разгоне x при данной скорости ветра (w). Следовательно, необходимо, чтобы

$$t_w \geqslant t. \tag{3.3.1}$$

Если

$$t_w < t, \tag{3.3.2}$$

например,

$$t_w = t_i, \tag{3.3.3}$$

то тогда (рис. 3.3.1) период волн в конце разгона x будет меньше и окажется равным $\bar{\tau}_i$. Таким же он будет и на участке разгона

$x - x_i$ (рис. 3.3.1). Необходимо, чтобы ветер продолжал действовать еще в течение времени

$$t - t_i, \tag{3.3.4}$$

чтобы волны достигли полного развития в конце разгона x. Если выполняется условие (3.3.1), то тогда

$$\bar{\tau}_x = f_1(x, w). \tag{3.3.5}$$

При соблюдении условия (3.3.2)

$$\bar{\tau}_t = f_2(t, w). \tag{3.3.6}$$

Индекс «x» обозначает, что период волн зависит, помимо w, и от x, а индекс «t» у $\bar{\tau}$ обозначает зависимость τ, кроме w, еще от t.

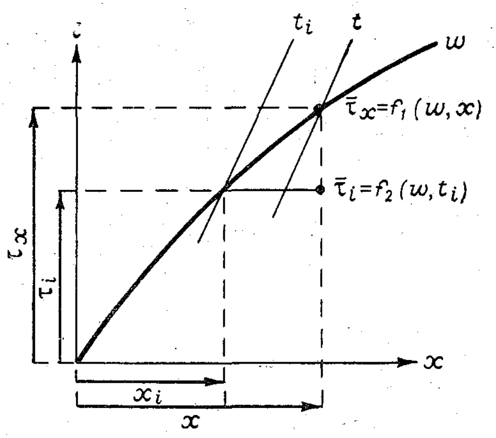

Рис. 3.3.1.

Следовательно, как уже было сказано в § 7 главы 2, расчет элементов ветровых волн следует осуществлять или по (3.3.5), или по (3.3.6), в зависимости от условий (3.3.1) или (3.3.2). Эти рассуждения применимы к вычислению любого элемента ветровой волны, а не только ее периода. Вычисляя последний по (3.3.5) или по (3.3.6), выбирают наименьшее из полученных его значений. Чтобы избежать этих вычислений, можно воспользоваться «рубежной кривой» (глава 2, § 7), посредством которой определяют по заданным значениям x и t, какой из зависимостей, (3.3.5) или (3.3.6), следует пользоваться (глава 1, § 8).

Пример 3.3.1. Определить размеры волн и степень волнения, если $w = 16$ м/сек., $x = 200$ км и $t_w = 10$ час.

Решение. Применяется, например, зависимость (3.3.5). Поэтому по табл. 3.3.1, входя в нее с $w = 16$ м/сек. и $x = 200$ км, находят, что $\bar{h} = 2{,}05$ м, $\bar{\tau} = 6{,}8$ сек. и $t = 9{,}2$ часа. Следовательно, в данном случае 9,2 часа $<$ 10 час., т. е. соблюдается условие (3.3.1). По табл. 1.6.2 по найденному значению $\bar{\tau}$ определяют $\bar{\lambda} = 72$ м, $\bar{\delta} = \frac{1}{36}$. Для определения степени волнения необхо-

$t_w > t$.

димо сначала найти высоту волны обеспеченностью 3% в данной системе волн. Привлекая табл. 2.3.2, находят, что

$$h_{3\%} = 2{,}1\bar{h} = 2{,}1 \cdot 2{,}05 = 4{,}3 \text{ м.}$$

Теперь из табл. 2.2 следует, что вычисленная высота волны соответствует VI баллам степени волнения, которое должно наблюдаться в данной точке разгона волн через ~ 9 час. после начала действия ветра со скоростью 16 м/сек. над всем разгоном в 200 км.

Пример 3.3.2. Определить размеры волн и степень волнения при тех же значениях x, w, как и в примере 3.3.1, но при условии, что ветер действует только 4 часа.

Решение. Теперь использовать зависимость (3.3.5) нельзя (решение примера 3.3.1), так как не соблюдается условие (3.3.1). Поэтому привлекается зависимость (3.3.6). Входя в табл. 3.3.1 с $w=16$ м/сек. и $t=4$ час., находят, что $\bar{h}\approx 1{,}35$ м, $\bar{\tau}\approx 5{,}2$ сек. Волны этих размеров будут наблюдаться на участке разгона от 80 до 200 км. Поступая далее аналогично тому, как это было показано в примере 3.3.1, находят, что $h_{3\%}=2{,}8$ м, $\lambda=41$ м, $\bar{\delta}=$ $=\frac{1}{15}$. Степень волнения V баллов. Потребуется еще ~ 5 час. действия ветра, чтобы волны в конце заданного разгона достигли тех размеров, которые были рассчитаны в примере 3.3.1.

Пример 3.3.3. Ветер со скоростью 16 м/сек. действует с 2 час. на расстоянии в 300 км. Определить: а) размеры волн через 4 часа действия ветра на расстоянии в 40 и 100 км от начала разгона; б) время наступления полного развития волн в конце разгона и наибольшую высоту волн и соответствующие ей период и длину.

Решение. а) Входя в табл. 3.3.1 с $x=40$ км и $w=16$ м/сек., определяют t, которое оказывается равным 2,3 часа. Следовательно, соблюдается условие (3.3.1). Однако для $x=100$ км и $w=16$ м/сек. из табл. 3.3.1 следует, что необходимо принять условие (3.3.2), так как время полного развития волн на этом разгоне оказывается равным 5,3 час. Следовательно, элементы волн для разгона в 40 км будут следующими: $\bar{h}=1{,}0$ м, $\bar{\tau}=4{,}2$ сек., $\lambda=27$ м, $\bar{\delta}=\frac{1}{27}$, $t=2{,}3$ часа. Для разгона в 100 км $\bar{h}=1{,}35$ м, $\bar{\tau}=5{,}2$ сек., $\bar{\lambda}=41$ м, $\bar{\delta}=\frac{1}{30}$, $t\approx 4$ час., т. е. в 4 часа $+$ 2 часа $=$ $=6$ час.

При этом эти последние размеры волны будут существовать на участке разгона от 80 до 100 км. Волны еще не достигнут полного развития на этом участке.

б) Входя в табл. 3.3.1 с $w=16$ м/сек. и $x=300$ км, находят, что в этой точке волны через $\sim 13^1/_2$ часа достигнут полного развития, обладая $\overline{h}=2{,}5$ м, $\overline{\tau}=7{,}7$ сек., $\overline{\lambda}=92$ м и $\overline{\delta}=\frac{1}{37}$. Это произойдет в 2 часа $+ 13^1/_2$ часа $\approx 15^1/_2$ часа. Наиболее вероятной длиной для волн любой высоты является длина волны $0{,}8\overline{\lambda}$ (глава 2, § 4), а наиболее вероятным периодом — среднее его значение (глава 2, § 4). За максимальную высоту волны допустимо принимать волну $\sim 1\%$-ной обеспеченности (табл. 2.4.2). Следовательно, получают: $h_{1\%}=2{,}5\times 2{,}4=6{,}0$ м, $\lambda=92\cdot 0{,}8=74$ м, $\overline{\tau}=7{,}7$ сек.

2. Скорость ветра изменяется при неизменном его направлении

При этих изменениях скорости ветра различают в свою очередь три случая:

а) скорость ветра изменяется только во времени,

б) скорость ветра изменяется только в пространстве,

в) скорость ветра изменяется и во времени, и в пространстве.

2а. Скорость ветра изменяется только во времени

Над разгоном x, который остается неизменным, действует ветер со скоростью w_1 в течение t_{w_1} час. (рис. 3.3.2). Затем скорость

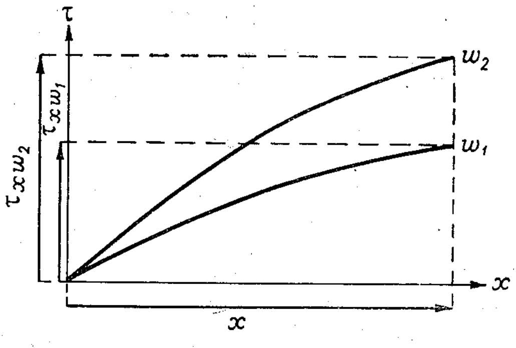

Рис. 3.3.2.

ветра усиливается над всем разгоном. Он начинает действовать со скоростью w_2 в течение t_{w_2} час. При этом

$$w_2 > w_1. \tag{3.3.7}$$

Кроме того, соблюдается условие (3.3.1), т. е.

$$t_{w_1} > t_1,$$
$$t_{w_2} > t_2,$$

где t_1 и t_2 — время развития волн на заданном разгоне под действием ветра w_1 и w_2. При соблюдении условия (3.3.1) размеры волн в конце разгона x для скорости ветра w_1 определяются по (3.3.5), т. е.

$$\tau_{xw_1} = f_1(x, w_1), \tag{3.3.8}$$

а для скорости ветра w_2

$$\tau_{xw_2} = f_2(x, w_2). \tag{3.3.9}$$

Усилившийся ветер со скоростью w_2 будет воздействовать на уже существующие на разгоне x волны, которые были порождены ранее дувшим ветром со скоростью w_1. Эти волны уже будут нести в себе некоторую энергию колебательного движения, переданную им ветром со скоростью w_1. Поэтому процесс дальнейшего роста волн под действием ветра со скоростью w_2 будет протекать с некоторым ускорением, тем бо́льшим, чем больше скорость ветра w_2 по сравнению со скоростью ветра w_1. С другой стороны, ветер со скоростью w_2 не может породить в конце разгона x волны, бо́льшие, чем те, которые он вообще может вызвать на данном разгоне x, если соблюдается условие (3.3.1) как для скорости ветра w_1, так и w_2. Учет ускорения в развитии волн осуществляется введением в расчет поправки, обозначаемой в дальнейшем через t_{bi} (рис. 3.3.3), на продолжительность развития волн, вычисляемой по (3.3.6), решением этого уравнения относительно t и подстановкой в него $\bar{\tau}_1$ и w_2, т. е.

$$t_{bi} = f_3(\bar{\tau}_1, w_2). \tag{3.3.10}$$

Следовательно, определяется время, которое было бы необходимо, чтобы ветер со скоростью w_2 развил волны на заданном разгоне x с периодом, соответствующим периоду уже существующих волн (рис. 3.3.2). Этот промежуток времени (t_{bi}) вычитается из времени (t_2), которое необходимо, чтобы ветер со скоростью w_2 развил волны с периодом $\bar{\tau}_2$. Следовательно, искомое истинное время развития волн под действием ветра, усилившегося по своей скорости (w_i), вычисляется по выражению.

$$t = t_2 - t_{bi}. \tag{3.3.11}$$

Пример 3.3.4. На разгоне (x) в 200 км в течение 10 час. (t_{w_1}) действует ветер со скоростью 16 м/сек. (w_1), а потом он усиливается до 20 м/сек. (w_2) и продолжает действовать еще

10 час. (t_{w_2}). Определить размеры волн в конечной точке разгона и время их появления.

Решение. В примере 3.3.1 для $x=200$ км, $w=16$ м/сек. и $t_w=10$ час. было найдено, что $\bar{\tau}_x=6{,}8$ сек., $\bar{h}=2{,}05$ м, а $t=9{,}2$ часа. Эти волны появятся в конце разгона в 200 км в результате действия ветра 16 м/сек. Далее, входя в табл. 3.3.1 с тем же разгоном в 200 км, но со скоростью ветра 20 м/сек., находят, что теперь должны появиться волны с $\bar{h}=2{,}65$ м, $\bar{\tau}=7{,}5$ сек. через

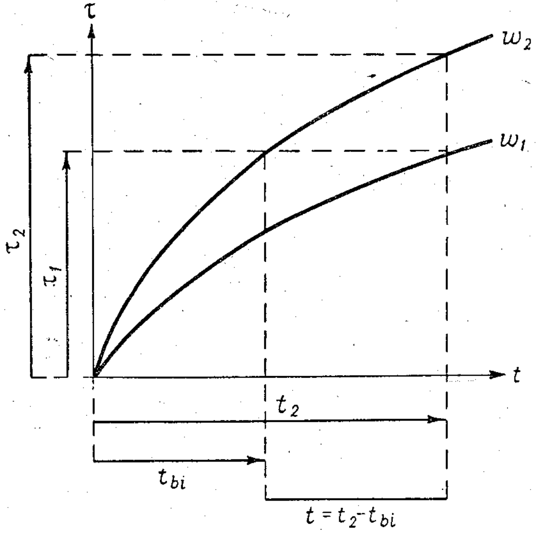

Рис. 3.3.3.

8,1 часа (t_2). Необходимо учесть, что эти последние волны появятся раньше, так как к началу действия ветра со скоростью 20 м/сек. на всем разгоне уже существовали волны, вызванные действием первоначального ветра со скоростью 16 м/сек. Поэтому, согласно (3.3.10), входят в табл. 3.3.1 с $w=20$ м/сек. и $\bar{\tau}_x=6{,}8$ сек. и находят, что

$$-t_{bi}\cong-5{,}8\text{ часа}.$$

Следовательно, согласно (3.3.11), время развития волн под действием ветра со скоростью 20 м/сек. оказывается равным

$$t_2=8{,}1\text{ часа}-5{,}8\text{ часа}=2{,}3\text{ часа}.$$

Поэтому рассчитанные выше волны для ветра со скоростью 20 м/сек. появятся в конечной точке разгона в 200 км через

$$t=t_{w_1}+t_2=10\text{ час.}+2{,}3\text{ часа}=12{,}3\text{ часа}.$$

Выполненный расчет можно изобразить в графической форме (рис. 3.3.4). На горизонтальной оси откладывают время в часах, а на вертикальной — среднюю высоту и средний период волн. Затем по табл. 3.3.1 находят изменения высоты волн при ветре 16 м/сек. через любые интервалы времени. Указывают ее и для момента времени, соответствующего появлению волн в конечной точке разгона, — 9,2 часа. Аналогично находят изменения в периоде волн. Затем найденные значения $\overline{h}$ и $\overline{\tau}$ соединяют соответствующими кривыми. Далее на вертикальной линии для $t=$ $=10$ час. (по условию примера 3.3.4) откладывают высоту волн, соответствующую периоду волн 6,8 сек. при ветре 20 м/сек. Эта точка окажется выше той, которая определяет высоту волн в этот же момент времени при ветре со скоростью 16 м/сек. В 10 час. высота волн при ветре 16 м/сек. была равна 2,05 м, а при ветре 20 м/сек. в этот момент времени высота волн должна быть 2,25 м, соответственно тому же периоду 6,8 сек., что и при ветре 16 м/сек. (табл. 3.3.1). Таким образом, существует скачок в изменении высоты волн в расчете при переменной скорости ветра. Он будет тем меньше, чем меньше разность между w_1 и w_2. Если при переходе от скорости ветра w_1 к w_2 за исходный элемент волны принималась бы высота волн вместо периода, как в рассматриваемом случае примера расчета, то имел бы место аналогичный скачок в изменении периода волн. Такой разрыв в значениях элементов волн при их расчете в условиях переменной скорости ветра является следствием вида зависимости $h(\tau)$ [или заменяющей ее зависимости $\beta(\delta)$], которая является вторым основным уравнением при решении уравнения баланса энергии волн (глава 2, § 7). Эта же зависимость фигурирует и в феноменологических связях между элементами волн и волнообразующими факторами (глава 2, § 5). Если в эти зависимости не входит скорость ветра (см., например, стр. 146), то тогда разрыва в значениях h (или τ) при расчете ее при одной скорости ветра, а затем при другой (меньшей или большей) не будет. Во всех случаях, когда в $h(\tau)$ входит скорость ветра, избежать скачка нельзя. Поэтому, если за исходный элемент при переходе от одной скорости ветра к другой взять не период, а высоту волн, то получают неоднозначные результаты. Кроме того, наличие разрыва, например, в высоте волны, как это показано на рис. 3.3.4, заставляет его сглаживать приближенным способом (пунктирная кривая изменений высоты волн на рис. 3.3.4). Впрочем, учитывая в известной степени приближенность расчетов, такое сглаживание не имеет существенного влияния на конечные результаты описываемых расчетов. По вопросу о том, какой из элементов волны — высоту или период — предпочтительней принимать за основной при расчетах, существуют различные точки зрения. Однако все приводимые в настоящем параграфе рассуждения о приемах расчетов волн не изменятся, если принять в качестве основного параметра не период волн, а ее высоту. Ниже, при решении примера 3.3.9 (стр. 262), показан иной прием расчета к примеру 3.3.4, который дает более детальную характеристику изменения элементов волн.

Возвращаясь к решению примера 3.3.4, следует отметить, что условие (3.3.1) может не соблюдаться в отношении скорости ветра w_1. Тогда расчет элементов волн в зависимости от этой скорости ветра осуществляется согласно условию (3.3.2), т. е. так,

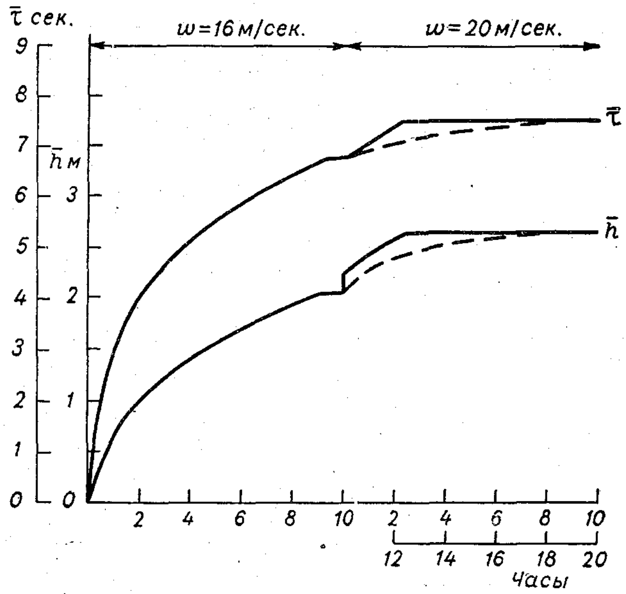

Рис. 3.3.4. К примеру 3.3.4.

как это было рассмотрено в примере 3.3.2. Если условие (3.3.1) не соблюдается в отношении скорости ветра w_2, то тогда должно соблюдаться условие

$$t_2 - t_{bi} = t_{w_2}; \tag{3.3.12}$$

t_{bi} для заданных w_1 и w_2 — величина постоянная, а t_{w_2} дано по условию, поэтому (3.3.12) решается относительно t_2, что дает

$$t_2 = t_{w_2} + t_{bi}, \tag{3.3.13}$$

и теперь размеры волн в конце разгона x при соблюдении условия (3.3.12) определяются по формуле (3.3.6) с подстановкой в нее t_2, полученного по (3.3.13),

$$\tau_t = f_4(w_2,\ t_2).$$

Пример 3.3.5. Значения $x=200$ км, $t_{w_1}=10$ час., $w_1=16$ м/сек. и $w_2=20$ м/сек. те же, что и в примере 3.3.4, но $t_{w_2}=1$ часу. Определяют размеры волн в конце разгона в результате действия ветра со скоростью $w_2=20$ м/сек.

Решение. Ранее (пример 3.3.4) уже было найдено, что $t_{bi}=$ $=5{,}8$ часа. Поэтому, согласно (3.3.13),

$$t_2 = 1 + 5{,}8 = 6{,}8 \text{ часа.}$$

Входя с величиной t_2 и $w_2=20$ м/сек. в табл. 3.3.1, находят, что

$$\bar{\tau} = 7{,}1 \text{ сек.},$$

$$\bar{h} \cong 2{,}4 \text{ м},$$

средняя длина волны будет ≈ 78 м. По сравнению с результатом, полученным при решении примера 3.3.4, элементы волн, естественно, оказались несколько меньшими.

При изменении скорости ветра могут быть случаи, когда условие (3.3.7) не соблюдается, т. е. $w_2 < w_1$. В таком случае при известных соотношениях между x, t, w_1, w_2 элементы волн, возникших под действием ветра со скоростью w_2, могут оказаться меньше элементов тех волн, которые были вызваны ветром со скоростью w_1. В таких случаях последние рассматриваются как волны зыби.

Пример 3.3.6. Над разгоном в 200 км (x) в течение 10 час. (t_{w_1}) действует ветер со скоростью 16 м/сек. (w_1), а потом он ослабевает до 10 м/сек. (w_2) и продолжает действовать 10 час. (t_{w_2}). Определить размеры волн в конечной точке разгона в результате действия ветра со скоростью 10 м/сек.

Решение. Согласно вычислениям в примерах 3.3.1 и 3.3.4 было уже найдено, что при $w_1=16$ м/сек. и $x=200$ км $\bar{\tau}=6{,}8$ сек. и $\bar{h}=2{,}05$ м. Обращаясь к табл. 3.3.1, входя в нее с $w_2=10$ м/сек. и $\tau=6{,}8$ сек., видим, что ветер 10 м/сек. волн такого периода вызвать не может. Поэтому эти последние следует рассматривать как волны ветровой зыби (глава 2, § 10), которые будут распространяться одновременно с ветровыми волнами, порождаемыми ветром 10 м/сек. Ветер со скоростью 10 м/сек. может вызвать на разгоне 200 км (табл. 3.3.1) волны с высотой 1,25 м и периодом 5,7 сек. Волны таких размеров, конечно, уже существовали под действием ветра 16 м/сек. в конечной точке разгона в 200 км. Теперь такие волны останутся, поддерживаемые ветром 10 м/сек. Максимальный период волн, которые могут быть вообще вызваны ветром 10 м/сек. (табл. 3.3.1), равен 6,4 сек. Следовательно, те волны, которые были вызваны ветром 16 м/сек., с периодом 6,4 сек. и больше теперь превратятся в волны зыби. Волны с периодом от 5,7 до 6,4 сек. будут исчезать, достигнув конечной точки разгона в 200 км, так как ветер 10 м/сек. не сможет их поддерживать на таком разгоне, они будут заменяться волнами с периодом 5,7 сек. и высотой 1,25 м. Расчет такого процесса изменений в размерах волн осуществляют приближенным способом, считая, что в конечной точке существуют ветровые волны с $\bar{h}=1{,}25$ м и $\bar{\tau}=5{,}7$ сек. и волны зыби, появляющиеся в этой точке разгона как результат ее распространения от тех точек разгона, где они существовали как ветровые волны, в момент уменьшения скорости ветра. Для расчета этих последних используются соответствующие зависимости для учета изменений в размерах волн зыби (глава 2, § 9). Например, можно использовать табл. 3.3.2. Конечно, привлечение зависимостей, о которых шла речь в § 9 главы 2, в данном случае, при условии распространения «ветровой зыби», является приближенным. Сперва надо оценить, в каких точках заданного разгона при ветре 16 м/сек. существовали волны с периодом 6,4 сек. и больше. Для этого по табл. 3.3.1 находят, что на расстоянии в 160, 180 и 200 км период ветровых волн был соответственно 6,4, 6,6, 6,8 сек. (табл. 3.3.3). Расстояние, которое эти волны должны пройти как волны зыби

Таблица 3.3.3

x_0 км	$\bar{h}_0$ м	$\bar{\tau}_0$ сек.	$x_з = x - x_0$ км	$k_з$	$t_з$ час.	$\bar{h}_з$ м	$\bar{\tau}_з$ сек.	$\bar{h}_{см}$ м	t час.
160	1,85	6,4	40	0,63	2,4	1,16	6,7	1,56	12,4
180	1,95	6,6	20	0,82	1,2	1,42	6,8	1,78	11,2
200	2,05	6,8	0	1,00	0	2,05	6,8	2,05	10,0

($x_з$), пока они достигнут конечной точки разгона, вычисляется из выражения

$$x_з = x - x_0,$$

где x — заданный разгон волн, x_0 — расстояние, на котором существовали те ветровые волны, которые превратились в волны зыби при уменьшении скорости ветра. Входя в табл. 3.3.2-А с исходным периодом ветровых волн (τ_0) и величиной $x_з$, находят, что волны, превратившиеся в волны зыби в точке разгона в 160 км,

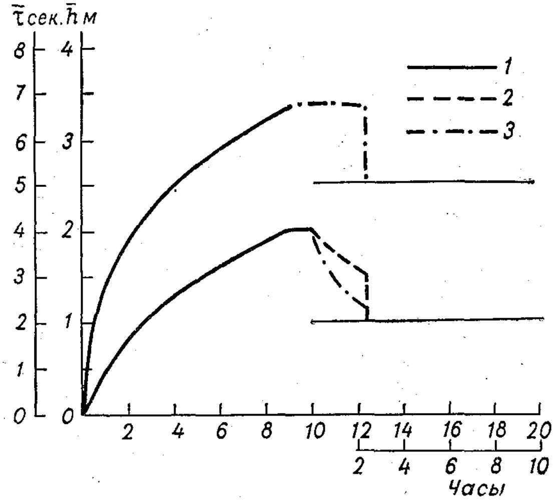

Рис. 3.3.5. К примеру 3.3.6.

1 — ветровые волны, 2 — смешанное волнение, 3 — зыбь.

подойдя к конечной точке разгона, будут иметь период 6,7 сек., а их высота определится из выражения

$$h_з = h_0 k_з = 1{,}85 \cdot 0{,}63 = 1{,}16 \text{ м}.$$

Поступая аналогично с $h_0 = 1{,}95$ и $\bar{\tau}_0 = 6{,}6$, находят соответствующие значения элементов волн зыби и время их появления в конечной точке разгона (табл. 3.3.2-А). Существование волн зыби и одновременно ветровых волн вызовет образование смешанного волнения (глава 2, § 1). Высоту волн при смешанном волнении можно определить по зависимости

$$h_{см} = \left[(h_в)^2 + (h_з)^2\right]^{0,5}, \qquad (3.3.14)$$

вытекающей из соотношения энергии ветровых волн и волн зыби, которая по отдельности пропорциональна квадрату высоты каждой из них.

Используя (3.3.14), можно вычислить высоту смешанных волн; эти данные приведены в табл. 3.3.3. Результаты расчетов можно выразить так, как они показаны на рис. 3.3.5. Как видно, в $t=$ $=10$ час. (рис. 3.3.5) в конечной точке разгона произойдет уменьшение высоты и периода волн. Первые два часа существует смешанное волнение с постепенно уменьшающейся высотой. При этом расчет приводит к скачку по высоте и периоду волн. Скачок больше по периоду, чем по высоте волны. Это обстоятельство — следствие приближенности расчетов.

2б. Скорость ветра изменяется только в пространстве

Предполагается, что разгон x (рис. 3.3.6) разделяется на два участка. На первом участке (x_1) скорость ветра w_1, а на участке

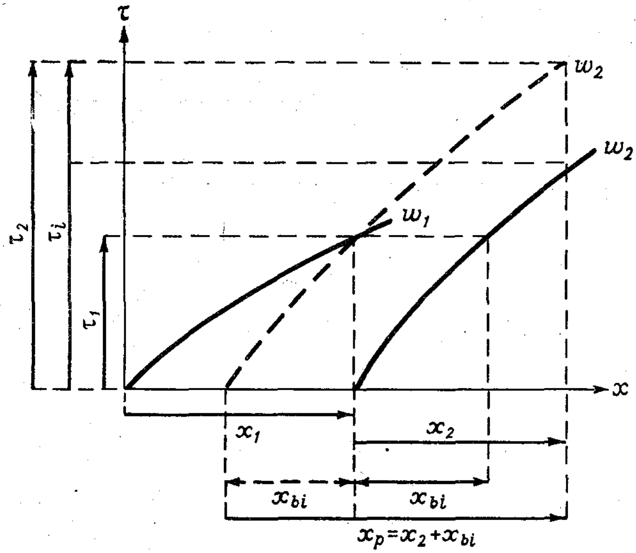

Рис. 3.3.6.

x_2 действует ветер со скоростью w_2. При этом $w_2 > w_1$. Зависимость периода волн от скорости ветра и его разгона имеет вид, показанный на том же рис. 3.3.6. При этом предполагается, что продолжительность действия ветра как со скоростью w_1, так и w_2 значительно больше, чем продолжительность развития волн, т. е. соблюдается условие (3.3.1)

$$t_w > t.$$

В этом случае для определения элементов волн следует применить зависимость (3.3.5), т. е.

$$\tau_x = f_1(w, x).$$

Однако использование (3.3.5) будет справедливо только на первом участке разгона. В начале участка разгона x_2 будут появляться волны, возникшие на участке x_1. Тем самым процесс развития волн на участке x_2 будет ускоряться — случай, аналогичный тому, который был рассмотрен выше в разделе 2а (пример 3.3.4). Для учета ускорения в развитии волн на участке разгона x_2 следует, с одной стороны, уменьшить продолжительность развития волн на этом участке, а с другой — увеличить разгон. Поправка на время развития волн (t_{bi}) вычисляется по (3.3.10), а поправка на разгон волн (x_{bi}) — по (3.3.5), решением относительно x с подстановкой τ_{x_1}. Следовательно,

$$x_{bi} = f_1(\tau_{x_1}, w_2). \tag{3.3.15}$$

Теперь размеры волн в конце разгона x определятся по выражению

$$\tau = f_5(w_2, x_p), \tag{3.3.16}$$

где

$$x_p = x_2 + x_{bi}'. \tag{3.3.17}$$

Время развития волн на всем разгоне (t_x) вычисляется по выражению

$$t_x = t_1 + t_2 - t_{bi}, \tag{3.3.18}$$

где t_1 и t_2 — время развития волн на участках разгона x_1 и x_2, которое определяется для каждого участка разгона по (3.3.6) решением его относительно t и подстановкой соответственно τ_{x_1} и τ_{x_2} (рис. 3.3.3), т. е.

$$t_1 = f_6(\tau_{x_1}, w_1), \tag{3.3.19}$$

$$t_2 = f_7(\tau_{x_2}, w_2). \tag{3.3.20}$$

Пример 3.3.7. На разгоне в 240 км ветер со скоростью 16 м/сек. действует над участком в 120 км (x_1), а над следующим участком тоже в 120 км (x_2) дует ветер 20 м/сек. Продолжительность действия ветра со скоростью 16 и 20 м/сек. не ограничена. Определить размеры волн в конечной точке всего разгона.

Решение. По табл. 3.3.1, согласно (3.3.5), оказывается, что в конце первого участка разгона в 120 км под действием ветра

16 м/сек. средний период волн будет равен $\tau_1 = 5{,}9$ сек., а необходимое время для развития волн $t_1 = 6{,}2$ часа. Согласно (3.3.7), с учетом $w_2 = 20$ м/сек. и $\tau_{xw_1} = 5{,}9$ сек. (табл. 3.3.1) находят, что

$$x_{bi} = 90 \text{ км},$$

а t_{bi} по (3.3.10)

$$t_{bi} = 4 \text{ час.}$$

Теперь, согласно (3.3.17),

$$x_p = 120 \text{ км} + 90 \text{ км} = 210 \text{ км};$$

входя в табл. 3.3.1 с этим значением x_p и $w = 20$ м/сек., в соответствии с (3.3.16) определяют, что период волны в конце разгона в 240 км будет соответствовать

$$\tau = 7{,}6 \text{ сек.},$$

а

$$h \cong 2{,}7 \text{ м.}$$

Для оценки времени развития этих волн используется выражение (3.3.9). Предварительно, согласно (3.3.11), по табл. 3.3.1, входя в нее с $\tau = 7{,}6$ сек. и $w = 20$ м/сек., находят, что $t_2 = 8{,}3$ часа, а $t_1 = 6{,}2$ часа, что уже было определено выше. Поэтому по (3.3.18)

$$t_x = 6{,}2 \text{ часа} + 8{,}4 \text{ часа} - 4 \text{ часа} = 10{,}6 \text{ часа.}$$

Пример 3.3.8. При тех же значениях волнообразующих факторов, что и в примере 3.3.7, определить размеры волн и время их развития через каждые 40 км.

Решение. Лучше всего его осуществлять теми же приемами, что и в примере 3.3.7, но в виде таблицы (табл. 3.3.4).

Из этой таблицы виден весь ход расчетов. Сперва определяют размеры волн на первом участке разгона, при скорости ветра 16 м/сек. на расстоянии в 40 км. Эти размеры волн будут существовать также и на 80 и 120 км того же участка через 2,3 часа после начала действия ветра со скоростью 16 м/сек. Эти волны с периодом 4,2 сек. и высотой 1,0 м подпадут под действие ветра со скоростью 20 м/сек. Согласно (3.3.10) и (3.3.15), определяют t_{bi} и x_{bi}. Вычисляют x_p по (3.3.17) и период волн по (3.3.16). Все результаты вычислений отмечены в табл. 3.3.4. Далее переходят к определению элементов волн, которые образуются на расстоянии 80 км первого участка разгона. Осуществляют вычисления для определения элементов волн в этом случае на втором участке разгона и т. д. Расчет заканчивается тогда, когда определят

Таблица 3.3.4

Расчет элементов волн к примеру 3.3.8

	w м/сек.					
	16			20		
	x км					
	40	80	120	160 (40)	200 (80)	240 (120)
$\bar{\tau}$ сек.	4,2	4,2	4,2	5,4	6,2	6,8
$\bar{h}$ м	1,0	1,0	1,0	1,6	2,0	2,3
t час.	2,3	2,3	2,3	3,2	4,7	6,2
t_{bi} час.				—1,5	—1,5	—1,5
t_1 час.				2,3	2,3	2,3
t_x час.				4,0	5,5	7,0
x_{bi} км			+30			
t_{bi} час.			—1,5			
x_p км				70	110	150
$\bar{\tau}$ сек.	4,2	5,2	5,2	6,1	6,7	7,3
$\bar{h}$ м	1,0	1,4	1,4	1,9	2,2	2,5
t час.	2,3	4,2	4,2	4,4	5,8	7,4
t_{bi} час.				—2,8	—2,8	—2,8
t_1 час.				4,2	4,2	4,2
t_x час.				5,8	7,2	8,8
x_{bi} км			+60			
t_{bi} час.			—2,8			
x_p км				100	140	180
$\bar{\tau}$ сек.	4,2	5,2	5,9	6,6	7,2	7,6
$\bar{h}$ м	1,0	1,4	1,6	2,2	2,5	2,7
t час.	2,3	4,2	6,2	5,4	7,0	8,4
t_{bi} час.				—4,0	—4,2	—4,0
t_1 час.				6,2	6,2	6,2
t_x час.				7,6	9,2	10,6
x_{bi} км			+90			
t_{bi} час.			—4,0			
x_p км				140	170	210

размеры волн, с учетом волн, полностью развившихся в конце первого участка разгона, для каждой точки всего разгона. Результаты расчетов, представленные в табл. 3.3.4, можно изобразить в виде графика. Последний может иметь любую форму, т. е. может выражать изменения в элементах волн для любой точки разгона во времени или для любого момента времени по разгону. Например, можно оценить изменения элементов волн в точке разгона, соответствующей 200 км (рис. 3.3.7). Сперва по табл. 3.3.1 находят значения элементов волн для разгона в 80 км (200 км) под действием ветра со скоростью 20 м/сек. Далее из табл. 3.3.4 находят значения элементов волн для t=5,5, 7,2 и 9 час. Полученные значения соединяют плавной кривой. Из рис. 3.3.7 видно, что после ~5 час. действия ветра на разгоне в 200 км начинается нарастание высоты и периода волн, вызванное тем, что в начале участка, подверженного действию ветра со скоростью 20 м/сек., будут появляться волны, вызванные ветром со скоростью 16 м/сек.

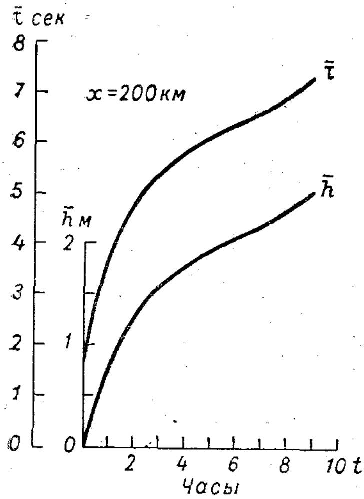

Рис. 3.3.7. К примеру 3.3.8.

Распределение ветра по его скорости над разгоном x может быть таким, что $w_2 < w_1$, но по-прежнему соблюдается условие (3.3.1), т. е. как для скорости w_1, так и для w_2. В этом случае волны, вызванные ветром со скоростью w_1, вступая в область действия ветра со скоростью w_2, меньшей, чем w_1, могут при определенных условиях превратиться в волны зыби.

Пример 3.3.9. Над разгоном в 200 км, над его первым участком в 120 км, действует ветер со скоростью 16 м/сек., а над вторым, в 80 км — ветер со скоростью 8 м/сек. Определить размеры волн в конечной точке всего разгона.

Решение. Лучше всего решение осуществлять так же, как и при решении предшествующего примера, в виде таблицы (табл. 3.3.5). При расчете для точки разгона в 40 км появившиеся через 2,3 часа в начале второго участка волны еще будут продолжать развиваться под действием ветра со скоростью 8 м/сек. Однако волны, появившиеся в начале того же второго участка разгона через 4,2 часа, уже превратятся в «ветровую зыбь». Расчет элементов этих волн осуществляют по табл. 3.3.2-А. Эти расчеты, как и в предшествующем случае, целесообразно вести в форме, показанной в табл. 3.3.6. Изменения элементов волн в конечной точке разгона (200 км) показаны на рис. 3.3.8.

К примеру 3.3.9

	w м/сек.					
	16				8	
	x км					
	20	40	80	120	160 (40)	200 (80)
$\bar{\tau}$ сек.	3,3	3,3	3,3	3,3	3,9	4,5
$\bar{h}$ м	0,70	0,70	0,70	0,70	0,65	0,80
t час.	1,2	1,2	1,2	1,2	6,9	10,5
t_{bi} час.					—3,9	—3,9
t_1 час.					1,32	1,3
t_x час.					4,2	7,8
x_{bi} км				40		
t_{bi} час.				—3,9		
x_p км					80	120
$\bar{\tau}$ сек.	3,3	4,2	4,2	4,2	4,7	5,0
$\bar{h}$ м	0,70	1,0	1,0	1,0	0,85	0,95
t час.	1,25	2,3	2,3	2,3	11,9	14,3
t_{bi} час.					—8,6	—8,6
t_1 час.					2,3	2,3
t_x час.					5,6	8,0
x_{bi} км				100		
t_{bi} час.				—8,6		
x_p км					140	180
$\bar{\tau}$ сек.	3,3	4,2	5,2	5,2		
$\bar{h}$ м	0,70	1,0	1,4	1,4	Зыбь	Зыбь
t час.	1,25	2,3	4,2	4,2		
$\bar{\tau}$ сек.	3,3	4,2	5,2	5,9		
$\bar{h}$ м	0,70	1,0	1,35	1,65	Зыбь	Зыбь
t час.	1,25	2,3	4,2	6,2		

Таблица 3.3.6.

Расчет элементов волн зыби к примеру 3.3.9

x_0 км	$\bar{h}_0$ м	$\bar{\tau}_0$ сек.	t час.	$x_з = x - x_0$ км	$k_з$	$\bar{\tau}_з$ сек.	$\bar{h}_з$ м	$t_з$ час.	t час.
0	1,35	5,2	4,2	40	0,56	5,6	0,76	3,0	7,2
				80	0,50	5,9	0,68	5,8	10,0
0	1,65	5,9	6,2	40	0,61	6,3	1,0	2,6	8,8
				80	0,57	6,7	0,94	5,0	11,2

При расчете элементов волн под действием ветра со скоростью w_2 в примере 3.3.4 был использован прием учета волнения, развивавшегося уже ранее под действием ветра со скоростью w_1, меньшей, чем w_2. Теперь к решению этой задачи можно привлечь тот же прием расчета, который был рассмотрен в решении примера 3.3.7. В примере 3.3.4 было поставлено условие, что ветер со скоростью 16 м/сек. (w_1) действует над разгоном в 200 км (x) в течение 10 час., а затем скорость ветра увеличивается до 20 м/сек. (w_2) и он продолжает действовать еще 10 час. Для расчета элементов волн в конечной точке разгона теперь привлекаются аналогичные зависимости (3.3.15)—(3.3.18). Ветер со скоростью 16 м/сек. (w_1), согласно табл. 3.3.1, в различных точках разгона (графа 1 табл. 3.3.7) вызовет волны, элементы которых указаны в графах 2—4 табл. 3.3.7.

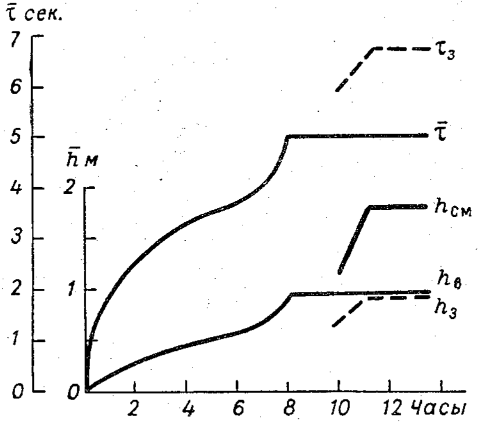

Рис. 3.3.8. К примеру 3.3.9.

Эти волны подпадут под действие ветра со скоростью 20 м/сек. (w_2). Изменения в их размерах могут быть определены из табл. 3.3.1. Однако прежде необходимо рассчитать x_{bi}, т. е. поправку на разгон волн, о которой шла речь при рассмотрении решения примера 3.3.7. Эта поправка вычисляется теперь по выражению

$$x_{bi} = f(w_2, \tau_1). \tag{3.3.21}$$

Вычисление по этой зависимости приведено в графе 5 табл. 3.3.7. Затем необходимо определить x_p (графа 7 табл. 3.3.7), т. е. тот разгон, которым будут определяться размеры волн под

Таблица 3.3.7

Расчет элементов волн к примеру 3.3.4 способом, отличным от ранее рассмотренного

x_0 км	$w_1 = 16$ м/сек., $x = 200$ км			$w_2 = 20$ м/сек., $x = 200$ км								
	h_1 м	τ_1 сек.	t_1 час.	x_{bi} км	x_b км	x_p км	t_{bi} час.	h_2 м	τ_2 сек.	t_2 час.	t час.	t_x час.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	200	200	0	2,65	7,5	8,1	8,1	18,1
40	1,00	4,2	2,3	30	160	190	1,5	2,60	7,4	7,7	6,2	16,2
80	1,35	5,2	4,2	60	120	180	2,8	2,55	7,3	7,4	4,6	14,6
120	1,65	5,9	6,2	90	80	170	4,0	2,48	7,15	7,0	3,0	13,0
160	1,85	6,4	7,8	120	40	160	5,1	2,40	7,0	6,6	1,5	11,5
200	2,05	6,8	9,2	0	0	0	0	2,05	6,8	0	10,0	10,0

действием ветра со скоростью 20 м/сек. Эта последняя величина найдется из зависимости

$$x_p = x_b + x_{bi}, \qquad (3.3.22)$$

в которой

$$x_b = x - x_0, \qquad (3.3.23)$$

где x — весь заданный разгон, в данном случае 200 км, а x_0 — расстояние, на котором развились волны под действием ветра со скоростью w_1 в отдельных точках всего разгона (графа 1 табл. 3.3.7). Значение x_b приведено в графе 6 табл. 3.3.7. Наконец, t_{bi} (графа 8 табл. 3.3.7) вычисляется по (3.3.10). Затем, входя в табл. 3.3.1 с x_p и w_2, находят размеры волн в конечной точке разгона. Эти значения приведены в графах 9, 10 и 11 табл. 3.3.7. Для определения истинного времени роста этих волн прибегают к формуле (3.3.11). Значения t приведены в графе 12 табл. 3.3.7. Наконец, в графе 13 указано время появления рассчитанных элементов волн от начала действия ветра со скоростью 16 м/сек. (w_1), вычисленное по выражению

$$t_x = t_w + t. \qquad (3.3.24)$$

Результаты расчетов показаны штрих-пунктирной линией на рис. 3.3.4. Как видно из сопоставления этих последних данных с теми, которые были получены в примере расчета 3.3.4, нарастание элементов волн происходит более медленно, но предельные возможные их значения в конечной точке разгона остаются прежними. Рассмотренный способ расчета применим в целях более детальной характеристики изменений во времени в элементах волн при переменной скорости ветра над всем разгоном.

2в. Скорость ветра изменяется и в пространстве, и во времени

Расчеты элементов волн в этих случаях сводятся к сочетанию их приемов, приведенных в разделах 2а и 2б.

Пример 3.3.10. Над разгоном в 300 км действует ветер со скоростью 15 м/сек. в течение 15 час. Затем он усиливается и дует еще 10 час. со скоростью 20 м/сек. над участком разгона до 140 км и со скоростью 25 м/сек. над остальным участком, т. е. от 140 до 300 км. Определить размеры волн в конечной точке разгона.

Решение. Сперва рассчитывают размеры волн при скорости ветра 15 м/сек. Используется зависимость (3.3.5) для условия (3.3.1), которое выполняется в данном случае, так как при $x=300$ км и $w=15$ м/сек. (табл. 3.3.1)

$$t_w > t.$$

По табл. 3.3.1, входя в нее с $x=300$ км и $w=15$ м/сек., определяют, что

$$\overline{h}=2{,}3 \text{ м}; \quad \overline{\tau}=7{,}5 \text{ сек. и } t=14 \text{ час.}$$

Таковы будут размеры волн в конечной точке разгона спустя 14 час. действия ветра со скоростью 15 м/сек. Далее переходят к определению размеров волн в той же точке разгона при ветре со скоростью 25 м/сек. Сперва находят размеры волн в конце участка в 140 км, привлекая выражение (3.3.8). Входя в табл. 3.3.1 с $x=140$ км и $w=15$ м/сек., получают

$$\overline{h}=1{,}65 \text{ м}, \quad \overline{\tau}=6{,}0 \text{ сек. и } t=7{,}3 \text{ часа.}$$

Согласно (3.3.9), вновь входя в табл. 3.3.1 с $x=140$ км и $w=20$ м/сек., находят

$$\overline{h}=2{,}25 \text{ м}, \quad \overline{\tau}=6{,}7 \text{ сек. и } t_2=5{,}8 \text{ часа.}$$

По (3.3.10) находят теперь поправки на время развития волн при ветре со скоростью 20 м/сек. Входя для этой цели в табл. 3.3.1 с $\overline{\tau_1}=6{,}0$ сек. и $w_2=20$ м/сек., определяют

$$t_{bi}=4{,}2 \text{ часа.}$$

Согласно (3.3.11),

$$t=t_2-t_{bi}=5{,}8 \text{ часа} - 4{,}2 \text{ часа} = 1{,}6 \text{ часа.}$$

Следовательно, волны на разгоне в 140 км под действием ветра со скоростью 20 м/сек. появляются через 1,6 часа после начала действия ветра с этой скоростью.

Далее, распространяясь вдоль разгона, они подпадут под действие ветра со скоростью 25 м/сек. (w_2) на разгоне $300-140=160$ км.

Для дальнейшего расчета привлекают (3.3.15), определяют необходимую поправку на разгон, т. е. x_{bi}. Входя для этой цели в табл. 3.3.1 с $\bar{\tau}_{x1}=6{,}7$ сек., $\bar{w}_2=25$ м/сек., определяют

$$x_{bi} \cong 100 \text{ км}.$$

Теперь, согласно (3.3.17),

$$x_p = 160 \text{ км} + 100 \text{ км} = 260 \text{ км}.$$

Входя с $x_p=260$ км и $w=25$ м/сек. в табл. 3.3.1, согласно (3.3.16) находят, что в конечной точке разгона в 300 км волны будут иметь следующие размеры:

$$\bar{h}=3{,}85 \text{ м}, \; h_{1\%}=3{,}85 \cdot 2{,}42=9{,}3 \text{ м}, \; \bar{\lambda}=124 \text{ м}, \; \bar{\tau}_{x_2}=8{,}9 \text{ сек.},$$
$$t_2=8{,}7 \text{ часа}.$$

Для определения времени появления этих волн в конце разгона необходимо сперва определить, согласно (3.3.10), t_{bi}. Для этого входят в табл. 3.3.1 с $\bar{\tau}=6{,}7$ сек., $w_2=25$ м/сек. Находят по табл. 3.3.1, что $t_{bi}=3{,}9$ часа.

Теперь, привлекая (3.3.18), определяют

$$t_{x=300 \text{ км}}=1{,}6 \text{ часа}+8{,}7 \text{ часа}-3{,}9 \text{ часа}=6{,}7 \text{ часа}.$$

Так как по условию продолжительность действия первоначально дувшего ветра была 15 час., то, следовательно, волны рассматриваемых размеров появятся в конце разгона в 300 км через

$$15 \text{ час.} + 6{,}7 \text{ часа} = 2{,}17 \text{ часа}$$

и дальше уже не будут изменяться до окончания действия ветра со скоростью 25 м/сек.

В рассматриваемом случае расчета оценка размеров волн в конце участка разгона в 140 км под действием ветра со скоростью 20 м/сек. осуществлялась приемом, изложенным в решении примера 3.3.4. Рассчитаем размеры волн приемом, который был рассмотрен при составлении табл. 3.3.7.

Этот расчет показан в табл. 3.3.8, аналогичной по своей форме табл. 3.3.7.

Итак, в конечной точке разгона в 140 км под действием ветра со скоростью 20 м/сек. появятся волны с $h_2=2{,}25$ м, $\tau_2=6{,}7$ сек. через 5,8 часа действия ветра со скоростью 20 м/сек. (табл. 3.3.8), а не через 1,6 часа, как это было рассчитано выше. Через 1,6 часа волны под действием ветра со скоростью 20 м/сек. не достигнут предельно возможных размеров (табл. 3.3.8). Они будут немного меньше, их высота составит $\sim 2{,}0$ м, период $\sim 6{,}3$ сек. Но теперь ввиду более медленного развития волн предельных размеров под действием ветра со скоростью 20 м/сек. в конце участка разгона

Таблица 3.3.8

Расчет элементов волн к примеру 3.3.10

x_0 км	$w = 15$ м/сек., $x = 140$ км			$w = 20$ м/сек., $x = 140$ км								
	h_1 м	τ_1 сек.	t_1 час.	x_{bi} км	x_b км	x_p км	t_{bi} час.	h_2 м	τ_2 сек.	t_2 час.	t час.	t_x час.
0	0	0	0	0	140	140	0	2,25	6,7	5,8	5,8	20,8
40	0,95	4,1	2,4	30	100	130	1,5	2,18	6,6	5,4	3,9	18,9
80	1,25	5,0	4,3	55	60	115	2,6	2,00	6,3	5,0	2,4	17,4
120	1,55	5,7	6,3	80	20	100	3,6	1,95	6,1	4,4	0,8	15,8
140	1,65	6,0	7,3	100	0	0	0	1,65	6,0	15,0	0	15,0

в 140 км предельные волны появятся не через 2,6 часа, а через 5,8 часа. Поэтому, согласно (3.3.19),

$$t_{x=300\ \text{км}} = 5{,}8\ \text{часа} + 8{,}7\ \text{часа} - 3{,}9\ \text{часа} = 10{,}6\ \text{часа},$$

и, следовательно, при заданной в примере продолжительности действия ветра оказывается, что

$$t_x = 15\ \text{час.} + 10{,}6\ \text{часа} = 25{,}6\ \text{часа},$$

что на 0,6 часа больше, чем продолжительность действия ветра со скоростью 25 м/сек. Следовательно, расчет показывает, что размеры волн в конце разгона в 300 км под действием ветра со скоростью 25 м/сек. должны быть меньше. Дальнейший расчет с учетом времени действия ветра надо осуществлять по рассмотренному в примере 3.3.5.

3. Скорость ветра постоянна, но его направление изменяется больше чем на 45°

Расчеты элементов волн осуществляются с учетом изменений в разгоне. При этом ветровые волны, возникшие в результате действия ветра на ранее существовавшем разгоне, рассматриваются как волны зыби. Их расчет производится способом, рассмотренным в примерах 3.3.6 и 3.3.9.

Пример 3.3.11. Северный (N) ветер со скоростью 20 м/сек. действует в течение 12 час. над разгоном в 300 км. Затем его направление изменяется на восточное (E), а разгон составляет 100 км. Этот ветер действует в течение 12 час. Определить элементы волн в конечной точке, которая совпадает для обоих разгонов.

Р е ш е н и е. Изменение разгонов вызывает в рассматриваемой точке появление зыби от N и одновременное развитие ветровых волн от E. Ветровые волны рассчитываются по табл. 3.3.1 сперва для ветра со скоростью 20 м/сек. с разгоном в 300 км, а затем для ветра той же скорости с разгоном в 100 км. Волны зыби рассчитываются аналогично тому, как это было выполнено в примерах 3.3.6 и 3.3.9. Результаты расчетов элементов волн зыби помещены в табл. 3.3.9.

Таблица 3.3.9

Расчет элементов волн зыби к примеру 3.3.11

x_0 км	$\bar{h}_0$ м	$\bar{\tau}_0$ сек.	$x_з = x - x_0$ км	$k_з$	$\bar{\tau}_з$ сек.	$\bar{h}_з$ м	$t_з$ час.	t_0 час.	t час.
100	1,95	6,1	200	0,47	7,5	0,91	11,6	12,0	23,6
200	2,65	7,5	100	0,64	8,5	1,70	6,0	12,0	18,0
260	3,00	8,1	40	0,70	8,5	2,10	1,9	12,0	13,9

На рис. 3.3.9 показаны результаты расчетов изменения в элементах волн в конечной точке разгонов. Если бы, помимо изменения в разгоне, изменялась бы и скорость ветра, то расчет осуществлялся бы с учетом этих изменений. Например, если бы

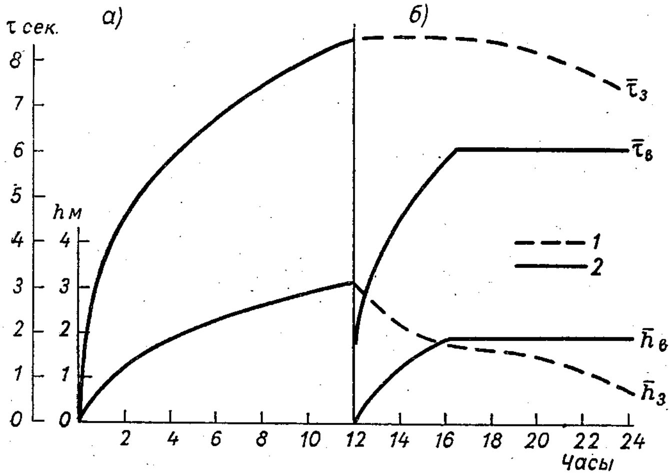

Рис. 3.3.9. К примеру 3.3.11.

1 — волны зыби, *2* — ветровые волны; *а* — ветер от N, 20 м/сек., *б* — ветер от E, 20 м/сек., зыбь от N.

в приведенном примере на разгоне в 100 км действовал ветер со скоростью не 20 м/сек., а, допустим, 24 м/сек., то расчет на этом разгоне следовало бы осуществлять по табл. 3.3.1 с учетом последней скорости.

Необходимо от рассмотренного случая расчета отличать такие случаи в изменениях направлений ветра, когда последние не превосходят 45°, но больше 25°. Тогда также необходимо использовать новые разгоны волн. Однако волны, возникшие под действием ветра на ранее существовавшем разгоне, рассматриваются как ветровые волны. Учет их влияния на развитие волн на новом разгоне осуществляется приемами, изложенными в примерах 3.3.4 и 3.3.7.

В практике расчетов элементов волн могут быть встречены случаи, когда и скорость ветра, и его разгоны изменяются в самом различном сочетании. Расчеты в таких случаях осуществляются применением совокупностей изложенных выше приемов. Однако, учитывая приближенность последних, всегда целесообразно упрощать расчеты, пренебрегая изменениями в скорости ветра в пределах ± 2 м/сек. и в его направлении в пределах $\pm 25°$, принимая их средние значения. Все эти упрощения приобретаются в результате навыков в таких расчетах. Иногда возникает необходимость оценить, на какое расстояние за известное время распространятся волны зыби. В таких случаях можно использовать соответствующие таблицы (например, типа 3.3.2-Б) или номограммы, облегчающие такие расчеты.

Пример 3.3.12. Ветровая волна, вызванная действовавшим ветром со скоростью 25 м/сек., имеет среднюю высоту 3,0 м и средний период 7,6 сек. Ветер стих и она превратилась в волну зыби. Оценить, какое расстояние она пройдет за 10 час. и какие будут ее размеры. По табл. 3.3.2-Б, входя в нее с $\tau_0 = 7{,}6$ сек. и $t_з = 10$ час., находят, что за это время волна пройдет 214 км и ее средняя высота окажется равной $3 \cdot 0{,}57 = 1{,}71$ м, средний период 9,3 сек.

§ 4. Расчеты элементов ветровых волн в мелководных и прибрежных районах

Эти расчеты осуществляются при решении многих прикладных задач, в том числе связанных с инженерными запросами, например при проектировании различных гидротехнических сооружений, для которых необходимо располагать данными о размерах волн, которые могут воздействовать на такие сооружения. Большое разнообразие последних вызывает и различия в требованиях, предъявляемых к расчетным данным. Существуют различные рекомендации и нормативные документы, регламентирующие такие расчеты (ТУ, 1960).

Если ограничиться самыми элементарными из таких расчетов, то следует отметить, что расчеты элементов ветровых волн для мелководных бассейнов типа водохранилищ, а также озер или более или менее замкнутых морских заливов осуществляются обычно (Селюк, 1961) без учета продолжительности действия ветра, т. е. рассчитываются предельные по своим размерам волны при заданных w и x (глава 2, § 2, 3). Поэтому расчеты не представляют сложности (глава 3, § 3) и осуществляются по формулам, учитывающим влияние ограниченной глубины на развитие волн (глава 2, § ~~6, 9~~) 2.11

Если возникает необходимость рассчитать элементы волн в прибрежной части моря, то предварительно осуществляют расчет элементов ветровых волн, развивающихся в глубоководном его районе, приемами, о которых шла речь в § 3 настоящей главы. Если же оцениваются элементы волн глубокого моря исходя из режимно-климатических их значений, то прибегают к приемам, изложенным ниже (глава 3, § 5). Для так или иначе рассчитанных элементов волн в глубоководных районах моря необходимо оценить изменения в их размерах при проникновении в мелководную, прибрежную зону. Эта зона, как уже было упомянуто, разделяется на участки (рис. 2.~~6.2~~) 11.2 в зависимости от относительной глубины, выраженной через $\frac{H}{\lambda_{гл}}$ (глава 2, § 6).

Если ограничиться изложением самых простых по своему содержанию расчетов деформации волн в прибрежных районах моря, то их можно иллюстрировать следующими примерами.

√ **Пример 3.4.1.** В результате расчета элементов ветровых волн, вызванных жестоким штормом, оказалось, что к прибрежному участку будут подходить нормально к береговой черте волны высотой 11 м (обеспеченность высоты волн 1%), средней длиной $\bar{\lambda} = 132$ м и средним периодом $\bar{\tau} = 9{,}2$ сек. Оценить, как изменятся элементы этих волн при вступлении их в прибрежный мелководный район.

Решение. Так как $\alpha° = 0$, то можно использовать рис. 2.~~6~~.6 11. Крутизна исходной волны $\delta_{гл} = \frac{1}{12}$. Из указанного рисунка следует, что волны такой крутизны на глубокой воде разрушатся при $\frac{H}{\lambda_{гл}} = 0{,}1$, т. е. в данном случае на глубине $H_{кр} \approx 13$ м. Высота их при $\frac{H}{\lambda_{гл}} = 0{,}1$, по табл. 2.~~6.4~~ 11.5 будет равна $0{,}93 \cdot 11$ м $=$ $= 10$ м, а крутизна $\sim \frac{1}{9}$. После первого разрушения высота волны уменьшится до $\sim 8{,}5$ м. Первые буруны на этой волне появятся при относительной глубине $\frac{H}{\lambda_{гл}} \approx 0{,}15$, т. е. в районе глубины ~ 20 *м* при высоте волны $\sim 9{,}9$ м с крутизной $\sim \frac{1}{11}$. Следовательно, в районе моря между глубинами 20 и 13 м будет наблюдаться интенсивный прибой. Данная волна в момент разрушения, согласно табл. 2.~~6.2~~ 11.5, окажется близкой к $132 \text{ м} \cdot 0{,}71 =$

$=94$ м, а в момент забурунивания, согласно той же таблице, ~ 108 м. Период волны остается неизменным.

Пример 3.4.2. Ветровые волны тех же размеров, что указаны в примере 3.4.1, подходят к береговой черте под углом $\alpha=45°$. Оценить, какие изменения произойдут в элементах этих волн в районе глубины 15 м.

Решение. Так как $\alpha=45°$, используется табл. 2.6.4. Входя в нее с $\frac{H}{\lambda_{\text{гл}}}=\frac{15}{132}\approx 0{,}11$, находят, что $\frac{h_{\text{м}}}{h_{\text{гл}}}=0{,}83$. Следовательно, $h_{\text{м}}=11$ м $\cdot 0{,}83=9{,}2$ м. Направление распространения волн при заданной глубине, согласно табл. 2.7.3, будет составлять с изобатой 15 м угол $\sim 34°$. Средняя длина волны, согласно табл. 2.6.2, будет около 94 м. Волна эта не разрушается при глубине 15 м, так как критической глубиной ($H_{\text{кр}}$) для нее будет глубина $1{,}3 h_{\text{м}} \approx 12$ м. Период волны останется прежним.

Пример 3.4.3. К мелководному прибрежному участку приближаются по направлению, нормальному к берегу, волны зыби длиной 100 м и высотой 1 м. Определить элементы этих волн на глубине 3 м.

Решение. В рассматриваемом случае $\frac{H}{\lambda_{\text{гл}}}=0{,}03$, а $\delta_{\text{гл}}=\frac{1}{100}$. Из рис. 2.6.1 следует, что крутизна этой волны в районе заданной глубины окажется $\sim\frac{1}{30}$. Высота ее, согласно табл. 2.6.4 увеличивается до 1,14 м, а длина (табл. 2.6.2) уменьшается до 41 м.

Пример 3.4.4. Определить элементы ветровых волн для мелководного водоема, если $w=20$ м/сек., $x=100$ км и $\overline{H}=15$ м.

Решение. Эту задачу можно, например, решить, привлекая табл. 2.6.1. Входя в нее с $w=20$ м/сек. и $\overline{H}=15$ м, находят, что $\overline{h}=1{,}1$ м, $\overline{\tau}=4{,}4$ сек. при $x=36$ км и $t=1{,}5$ часа. Эти волны будут существовать на разгонах $\geqslant 36$ км, т. е. в данном случае и на $x=100$ км, и через $\geqslant 1{,}5$ часа, не изменяя своих элементов. Переходя к высоте 1%-ной обеспеченности, согласно табл. 2.4.2, находят, что

$$h_{1\%}=2{,}42 \cdot 1{,}1=2{,}66 \text{ м},$$

$\overline{\lambda}=30$ м, согласно табл. 1.6.2.

Если бы требовалось определить в данном случае размеры волн на разгоне, например, в 20 км, т. е. меньшем чем 36 км, то это можно осуществить по табл. 3.3.1.

Пример 3.4.5. На рис. 3.4.1 приведена схема прибрежного мелководного района, для отдельных точек которого, указанных на рис. 3.4.1 номерами *1—4*, необходимо осуществить расчет элементов волн для глубины 10 м. Над рассматриваемым районом, как и в открытом море, действует ветер 25 м/сек. в течение 15 час.

Решение. В табл. 3.4.1 приведены результаты расчетов с указанием последовательных операций и используемых таблиц и графиков. Ниже приводятся некоторые пояснения к расчету волн в точке *2*.

Для расчета элементов волн в этой точке необходимо оценить размеры волн не только тех, которые развились под действием северного ветра на разгоне в 60 км (табл. 3.4.1), но и тех, которые

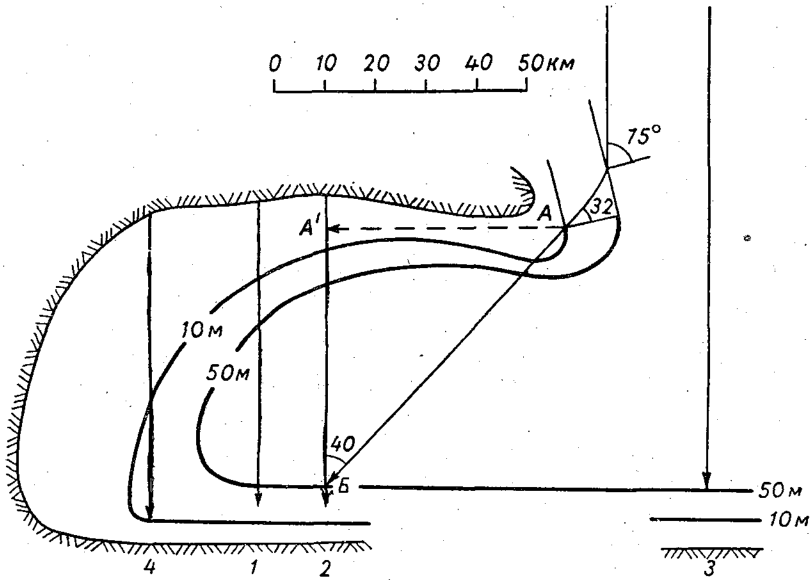

Рис. 3.4.1. Схема прибрежного участка моря (к примеру 3.4.5).
Утолщенные стрелки — направление распространения волн. Изобаты в метрах.

появляются от NO. Для расчета элементов этих волн сперва осуществляется расчет в точке *А* (рис. 3.4.1, табл. 3.4.1). Эти волны, распространяясь к SW, вступают в район глубин, меньших 10 м. Предполагается, что глубины в районе распространения волн не меньше 8 м, т. е. больше, чем критическая глубина для этих волн (табл. 3.4.1). Затем эти волны выходят вновь на большие глубины. Учет воздействия ветра на эти волны на участке между точками *А* и *Б* осуществляется по табл. 3.3.1. Длина разгона в 50 км определяется путем измерения отрезка *А′Б* — проекции пути распространения волн между точками *А* и *Б* на направление ветра.

Такой прием определения разгона волн вызван тем, что распространение волн на этом участке отличается от направления ветра больше чем на 25°.

Таблица 3.4.1

Расчет элементов ветровых волн в прибрежном мелководном районе. К примеру 3.4.5 (рис. 3.4.1)

№ точек	w м/сек.	x км	t_w час.	$\overline{h}_{гл}$ м	$h_{гл\ 1\%}$ м	$\overline{\tau}_{гл}$ сек.	$\overline{\lambda}_{гл}$ м	$\delta_{гл}$	t час.	$\alpha^{\circ}_{гл}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1, 2	25	60	15	2,00	4,7	5,7	51	$1/9$	2,4	0
А	25	400	15	4,6	11,2	10,0	156	$1/14$	12,2	75
2 (Б)	25	50 [1]	15	—	6,4	10,3	166	$1/26$	1,3 (13,5)	40
3	25	450	15	4,8	11,7	10,3	166	$1/14$	13,5	0
4	25	60	15	1,45 [2]	3,5	4,6 [2]	33	$1/9$	1,3	0
Рис. 3.4.1	Исходные данные	Исходные данные	Исходные данные	Табл. 3.3.1	Табл. 2.3.2.	Табл. 3.3.1	Табл. 1.6.2	Графа 8 / Графа 6	Табл. 3.3.1	По измерению

№ точек	$H_{гл}$ м	$\frac{H_{10}}{\lambda_{гл}}$	$\alpha^{\circ}_{м}$	$\frac{h_м}{h_{гл}}$	$h_м$ м	$\frac{\lambda_м}{\lambda_{гл}}$	$\lambda_м$ м	$\delta_м$	$H_б$ м	$H_{кр}$ м	$h_п$ м
1	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1, 2	$\geqslant 15$	0,19	0	0,92	4,3	0,89	45	$1/10$	~ 9	$\sim 6{,}0$	$\sim 3{,}7$
А	$\geqslant 47$	0,06	32	0,54	6,1	0,58	91	$1/15$	~ 12	~ 8	$\sim 5{,}2$
2 (Б)	$\geqslant 50$	0,06	19	0,96	6,1	0,58	96	$1/16$	~ 12	~ 8	$\sim 5{,}2$
3	$\geqslant 50$	0,06	0	1,0	11,7	0,58	96	$1/8$	~ 23	~ 15	~ 10
4	$\geqslant 10$	0,3	0	1,0	3,5	1,0	33	$1/9$	~ 7	$\sim 4^1/_2$	~ 3
Рис. 3.4.1	$0{,}3\overline{\lambda}_{гл}$	$\frac{10}{\lambda_{гл}}$	Табл. ~~2.10.3~~ 2.11.4	Табл. 2.11.5	Графы 15, 6	Табл. 2.11.3	Графы 8, 17	Графа 18 / Графа 16	$2h_м$	$1{,}3h_м$	$0{,}85h_м$

[1] Пояснения в тексте.

[2] Расчет $\overline{h}_{гл}$ и $\overline{\tau}_{гл}$ осуществлен по табл. 2.11.1.

Входя в табл. 3.3.1 с $w=25$ м/сек. и $\overline{\tau}=10$ сек., находят, что высота волн составляет 4,6 м. На разгоне в 400 км + 50 км = =450 км высота волн будет равна 4,8 м, а период 10,3 сек. Следовательно, высота волн увеличилась на $4{,}8:4{,}6 \simeq 1{,}05$. Умножая на эту величину высоту волн 6,1 м, определяют высоту волн в точке *2*(*Б*); она будет равна $\sim 6{,}4$ м, период $\sim 10{,}3$ сек. (табл. 3.4.1, графы 6 и 7).

Из расчета видно (табл. 3.4.1), что в точке *2* через $\sim 1{,}3$ часа появятся волны высотой 4,7 м, а затем через $13^1/_2$ часа волны достигнут высоты 6,4 м. Можно, конечно, осуществить детальный расчет изменений элементов волн в точке *2* за весь период шторма, если прибегнуть к приемам расчета элементов волн в точках *А* и *Б* способами, изложенными в § 3 главы 3 (примеры 3.3.2 и 3.3.3).

§ 5. Расчет режимно-климатической характеристики ветровых волн

Характеристику вероятности волн различных размеров в отдельных районах морей и океанов за длительный период времени, т. е. за отдельные месяцы, сезоны, год или за многолетний период, называют режимной, или режимно-климатической, характеристикой волнения (глава 3, § 1). Последняя используется во многих прикладных целях.

Для определения этой характеристики существует несколько способов. Один из них заключается в том, что по типовым картам полей ветра (глава 3, § 2) рассчитывают элементы ветровых волн приемами, которые были описаны выше (глава 3, § 3). Если есть суждения о повторяемости тех типов погоды, для которых действительны карты полей ветра за месяц, сезон или год, то искомую вероятность элементов ветровых волн отождествляют с вероятностью соответствующих типов погоды и тем самым получают вероятность элементов ветровых волн за весь рассматриваемый период. Такой прием был использован М. М. Зубовой. В дальнейшем аналогичным путем были получены сведения о режимных характеристиках волнения на многих морях СССР (Справочные данные, 1962). Этот способ применительно к определению режимных характеристик волн на океанах встречает трудности. Типовые карты полей ветра для условий океана создать труднее, чем для ограниченных пространств морей. Такие карты для океанов отличаются схематичностью, а повторяемость типов погоды, для которых создаются такие карты, не всегда точна. Поэтому определение режимных характеристик ветрового волнения для океанов этим способом не получило широкого применения. Для условий океана можно осуществлять расчеты элементов волн по срочным, ежедневным синоптическим картам. Выбрав систему постоянных точек на поверхности океана и определяя для них по

Таблица 3.5.1

Обеспеченность относительных разгонов $P(k_x)$

w м/сек.	Высота волн обеспеченностью 3%, м															
	⩾0,5	⩾1	⩾2	⩾3	⩾4	⩾5	⩾6	⩾7	⩾8	⩾9	⩾10	⩾11	⩾12	⩾13	⩾14	⩾15
4	0,905															
5	0,942															
6	0,961	0,844														
7	0,970	0,887														
8	0,980	0,914	0,677													
9	0,985	0,946	0,748													
10	0,990	0,951	0,795	0,566												
11	0,990	0,961	0,818	0,613												
12	0,991	0,966	0,835	0,644	0,440											
13	0,992	0,970	0,852	0,677	0,482	0,301										
14	0,993	0,970	0,861	0,705	0,522	0,343	0,202									
15	0,993	0,970	0,878	0,733	0,554	0,375	0,235	0,131								
16	0,994	0,970	0,887	0,748	0,583	0,411	0,265	0,156	0,080							
17	0,995	0,980	0,896	0,771	0,601	0,445	0,298	0,183	0,099	0,050						
18	0,995	0,980	0,905	0,787	0,631	0,472	0,326	0,208	0,121	0,063	0,030					
19	0,995	0,980	0,914	0,803	0,657	0,502	0,354	0,235	0,141	0,086	0,040	0,018				
20	0,996	0,980	0,923	0,811	0,677	0,522	0,383	0,259	0,162	0,097	0,051	0,025	0,011			
21	0,996	0,980	0,923	0,827	0,698	0,548	0,407	0,284	0,185	0,110	0,062	0,031	0,015	0,0067	0,0034	
22	0,996	0,980	0,932	0,835	0,712	0,566	0,432	0,307	0,196	0,128	0,073	0,038	0,019	0,0091	0,0045	0,0015
23	0,997	0,980	0,932	0,844	0,726	0,589	0,458	0,333	0,228	0,145	0,087	0,048	0,025	0,012	0,0067	0,0025
24	0,997	0,990	0,932	0,852	0,741	0,607	0,477	0,354	0,247	0,162	0,100	0,057	0,031	0,015	0,0091	0,0034
25	0,997	0,990	0,942	0,861	0,756	0,625	0,502	0,375	0,270	0,179	0,115	0,068	0,038	0,020	0,0111	0,0045
26	0,998	0,990	0,942	0,869	0,763	0,644	0,512	0,395	0,289	0,196	0,130	0,080	0,046	0,025	0,016	0,0061
27	0,998	0,990	0,951	0,869	0,779	0,657	0,538	0,415	0,307	0,214	0,144	0,090	0,053	0,030	0,017	0,0082
28	0,998	0,990	0,951	0,878	0,787	0,670	0,554	0,436	0,323	0,223	0,157	0,101	0,062	0,036	0,023	0,010
29	0,999	0,990	0,951	0,887	0,795	0,684	0,571	0,454	0,343	0,249	0,174	0,113	0,071	0,042	0,027	0,014
30	0,999	0,990	0,951	0,887	0,803	0,698	0,587	0,492	0,364	0,267	0,190	0,128	0,081	0,050	0,033	0,017

Таблица 3.5.2

Обеепеченность относительных разгонов $F(k_x)$

w м/сек.	Средний период волн, сек.													
	≥2	≥3	≥4	≥5	≥6	≥7	≥8	≥9	≥10	≥11	≥12	≥13	≥14	≥15
4	0,961													
5	0,970	0,887												
6	0,975	0,905												
7	0,979	0,923	0,811											
8	0,983	0,932	0,841	0,691										
9	0,985	0,942	0,861	0,733										
10	0,987	0,952	0,878	0,763	0,607									
11	0,988	0,953	0,883	0,769	0,613	0,445								
12	0,988	0,954	0,884	0,775	0,625	0,458								
13	0,988	0,955	0,888	0,779	0,631	0,463	0,301							
14	0,988	0,956	0,891	0,784	0,638	0,472	0,316							
15	0,989	0,957	0,893	0,788	0,644	0,482	0,320	0,186						
16	0,989	0,958	0,895	0,792	0,651	0,487	0,326	0,192	0,095					
17	0,989	0,959	0,896	0,796	0,657	0,497	0,336	0,198	0,100					
18	0,989	0,960	0,896	0,799	0,664	0,502	0,343	0,204	0,105	0,045				
19	0,990	0,961	0,904	0,803	0,667	0,507	0,350	0,210	0,110	0,047	0,017			
20	0,990	0,962	0,905	0,806	0,672	0,512	0,357	0,217	0,113	0,050	0,018			
21	0,990	0,962	0,905	0,808	0,676	0,517	0,361	0,221	0,117	0,052	0,019	0,006		
22	0,990	0,963	0,905	0,813	0,678	0,522	0,364	0,225	0,120	0,054	0,021	0,006	0,001	
23	0,990	0,963	0,906	0,815	0,685	0,527	0,371	0,230	0,125	0,057	0,022	0,007	0,002	
24	0,990	0,964	0,908	0,816	0,688	0,533	0,375	0,235	0,129	0,060	0,023	0,007	0,002	0,0003
25	0,990	0,964	0,909	0,818	0,691	0,538	0,383	0,239	0,133	0,062	0,024	0,008	0,002	0,0004
26	0,991	0,965	0,910	0,820	0,696	0,543	0,387	0,247	0,137	0,065	0,026	0,008	0,002	0,0005
27	0,991	0,965	0,911	0,823	0,697	0,549	0,391	0,249	0,140	0,067	0,027	0,009	0,002	0,0005
28	0,991	0,966	0,912	0,823	0,702	0,553	0,395	0,254	0,142	0,069	0,028	0,009	0,003	0,0006
29	0,991	0,966	0,913	0,824	0,705	0,555	0,399	0,257	0,145	0,071	0,029	0,010	0,003	0,0006
30	0,991	0,967	0,914	0,826	0,711	0,560	0,403	0,264	0,150	0,073	0,030	0,011	0,003	0,0007

синоптическим картам скорость и разгон ветра, осуществляют расчет элементов волн существующими приемами (глава 2, § 5, 8). Если такие систематические расчеты охватывают большой промежуток времени, например год и больше, то полученные сведения о размерах волн позволяют получить на их основе суждения о режимных характеристиках волн (Ржеплинский, 1961). Такой способ, естественно, требует значительных по объему расчетов и наличия ежедневных синоптических карт, которые также не всегда можно получить с должной подробностью для океанских районов. Поэтому были разработаны другие приемы расчетов режимно-климатических характеристик волнения, которые позволяют определять их с меньшей затратой времени на расчеты и избегать трудностей, связанных с использованием исходных данных, таких, как синоптические карты или карты полей ветра (Давидан, 1961, 1967; Ржеплинский, 1965).

Для оценки режимно-климатической характеристики элементов волн можно использовать способ, который был рассмотрен в § 6 главы 2.

Располагая природной повторяемостью скоростей ветра, например приведенной в табл. 3.5.3, пользуясь табл. 3.5.1 и 3.5.2

Таблица 3.5.3

Повторяемость ветра и обеспеченность высоты волн по наблюдениям на корабле погоды J (56° с. ш., 20° з. д.) зимой (январь—март)

(Climatological and Oceanographic Atlas, 1959)

$\bar{w}$ м/сек.	$f(w)$ %	h м[1]	$F(h)$ %
3	4,7	0,6	94
4	7,0	1,2	92
7	16,3	1,8	80
10	19,3	2,4	68
13	25,3	3,0	53
16	16,0	3,6	36
19	8,0	4,2	22
23	2,3	4,8	18
27	0,2	5,4	13
30	0,03	6,0	9

[1] Обеспеченность высоты волн ~3—5%.

(глава 2, § 6), можно вычислить режимно-климатическую характеристику высот и периодов волн для района корабля погоды J. Для этого записывают скорость ветра и его повторяемость в первых двух графах табл. 3.5.4. Затем заносят в следующие графы с пометками соответствующих уровней высот значения $F(h_x)$

из табл. 3.5.1 (первая строка). Умножают значения $f\%$ для каждой скорости ветра на соответствующие значения $F(k_x)$ каждой графы. Эти результаты приведены во второй строке. Суммирование по каждому вертикальному столбцу результатов перемножения, отвечающему каждой из $\geqslant h_i$, дает искомую режимно-климатическую характеристику распределения высот волн, в данном случае 3%-ной обеспеченности. Полученное распределение характеризует распределение ветровых волн. Для перехода к действительному, природному распределению смешанных волн необходимо внести поправку на так называемый «фон» зыби.

На рис. 2.6.3 видно, что распределение $k_{h_{50\%}}$ отклоняется от аналогичного природного распределения на уровне $\sim 70\%$-ной обеспеченности и больше. Аналогичные расхождения были обнаружены Г. В. Ржеплинским (1965) при анализе природного режимно-климатического распределения высот «значительных волн» в отдельных районах северной части Атлантического океана (Climatological and Oceanographic Atlas, 1959). Такое расхождение этот автор вполне обоснованно относит за счет влияния волн зыби, которые искажают распределение высот волн. Роль волн зыби при сильном ветровом волнении, которое соответствует малым обеспеченностям, существенно не проявляется. Поэтому искажение режимно-климатического распределения проявляется при большой обеспеченности. Оценку упомянутого искажения Г. В. Ржеплинский осуществляет, привлекая (3.3.14), но представляя его в виде

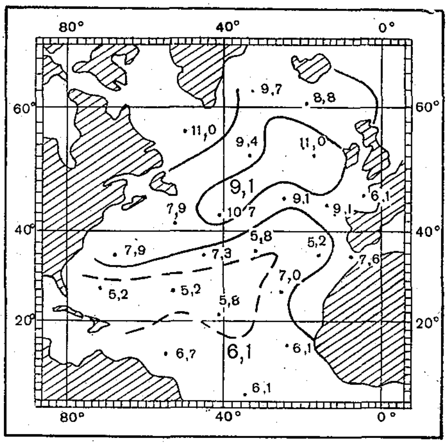

Рис. 3.5.1. $h_з$ (фон зыби) (в дм) для северной части Атлантического океана в среднем за год (по Г. В. Ржеплинскому).

$$h_з = \left(h_{см}^2 - h_в^2\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (3.5.1)$$

Значение $h_з$ называют фоном зыби. Последний был вычислен (Ржеплинский, 1965) для 23 районов северной части Атлантического океана для отдельных сезонов года и в среднем за год (рис. 3.5.1).

В отдельных районах фон зыби различается. Для области (рис. 3.5.1), расположенной к северу от $\sim 40°$ с. ш., он близок к 0,9 м, а южнее — $\sim 0{,}6$ м. Сопоставление этого последнего рисунка с рис. 2.9.2 показывает между ними известную аналогию. Области высокого значения фона зыби на рис. 3.5.1 совпадают с зоной большой повторяемости волн зыби 3 м и более на рис. 2.9.2. Если оценку фона зыби осуществить на основе рис. 2.6.3, то тогда, привлекая (3.5.1), при обеспеченности $> 70\%$ получим $h_з \approx 0{,}35$ м. Принимая, что обеспеченность высоты «значительных волн» близка к 3%, с учетом табл. 2.3.2 получим фон зыби

$$h_з = 0{,}35 \cdot 2{,}1 \approx 0{,}75 \text{ м.} \tag{3.5.2}$$

Это значение оказывается примерно средним между упомянутыми выше $h_з = 0{,}6$ м и $h_з = 0{,}9$ м (рис. 3.5.1). Видимо, это следствие того, что природное распределение $k_{h_{50\%}}$ основано на наблюдениях, осуществленных для районов океана, лежащих между 11 и 62° с. ш. (Давидан, 1967). Если обратиться к рис. 2.6.2, то в этом случае расхождение между кривыми распределения относительных периодов волн также есть следствие существования волн зыби. Следовательно, необходимо увеличить значения средних периодов волн, соответствующих 90%, на коэффициент 1,2, 85% — на 1,10, 80% — на 1,07 и 75% — на 1,03, чтобы получить истинное режимно-климатическое распределение средних периодов волн.

В данном случае вместо значения $h_з = 0{,}7$ м, согласно (3.5.2), можно воспользоваться данными рис. 3.5.1 для района корабля погоды J. В этом пункте (рис. 3.5.1) $h_з = 1{,}1$ м. Поэтому, привлекая (3.3.14), получают значения $h_{см}$, которые указаны в табл. 3.5.4. Для значений $h_{3\%} > 4$ м учетом фона зыби можно пренебречь.

Совершенно аналогично вычисляется режимно-климатическая характеристика периодов волн. Все результаты вычислений приведены на рис. 3.5.2 и в табл. 3.5.5.

В ней приведены сведения о количестве зимних сезонов, когда один раз можно встретить высоты волн 1 и 3%-ной обеспеченности, а также число дней за сезон с волнами той или иной высоты упомянутой обеспеченности в данной системе волн. То же относится и к среднему периоду волн.

Эти сведения получены по формуле (3.2.6), при решении ее относительно n. Предварительно следует оценить величину m, т. е. ту продолжительность действия ветра, которая определяет развитие волн. Из табл. 2.4.2 следует, что если ветер остается постоянным по скорости в пределах 2 м/сек., а по направлению не меняется больше чем на 2 румба, то такой ветер действует ~ 6 час. Поэтому m следует оценить примерно в 6 час. Такая продолжительность действия ветра может быть достаточной для развития сильного волнения, если учесть, что ветер может действовать не на спокойную поверхность моря, а на уже существующее волнение, вызванное ранее дувшим ветром (глава 3, § 3, пример 3 § 4). Такие условия, видимо, типичны для развития волн на океанах. Наблюдения осуществляются обычно 4 раза в сутки, поэтому $N=4$, а следовательно, $t=6$ час. Количество дней в сезоне составляет 90.

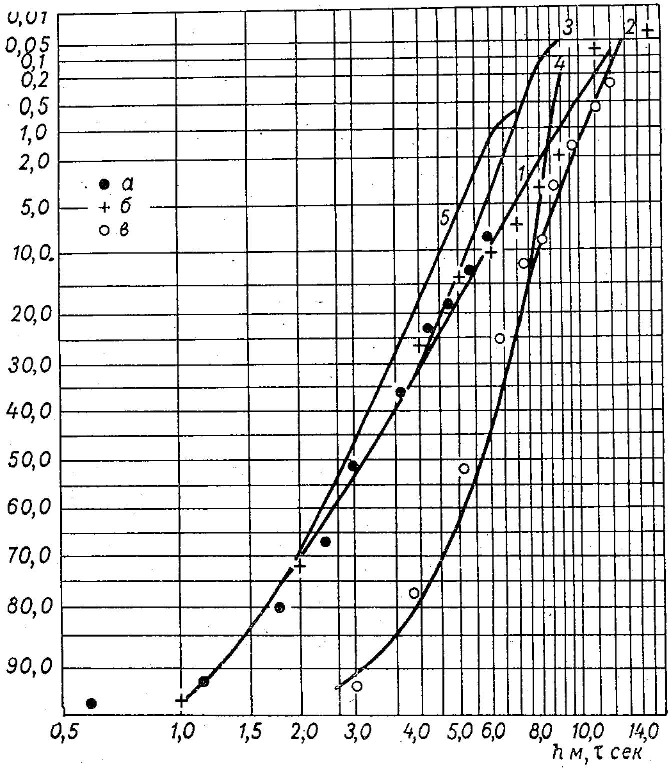

Рис. 3.5.2.

1 — по табл. 3.5.5 [$\varphi(h_{3\%})$], *2* — по табл. 3.5.5 [$\varphi(\overline{\tau})$], *3* — по табл. 3.5.4 [$\varphi(h_{3\%})$ при $x=300$ км], *4* — $\varphi(\overline{\tau})$ при $x=300$ км, *5* — по табл. 3.5.8 ($x=300$ км, $H=10$ м).
а — данные табл. 3.5.3 — высота волн, *б* — высота и *в* — период волн по Хогбену (Hogben, 1967).

Просматривая табл. 3.5.5, можно заметить, что если принять за максимальную высоту волн (1%-ной обеспеченности) ту, которая может встретиться один раз (один срок) за 28 сезонов, то тогда такая высота волны должна быть 17 м и более, а период волн такой же вероятности близок к 14 сек. и более. Также можно отметить, что, например, зимой в районе корабля погоды J ~50 дней (4 срока в день) за зиму можно наблюдать волны

w м/сек.	f %	Высота волн 3%-ной						
		⩾0,5	⩾1,0	⩾2,0	⩾3,0	⩾4,0	⩾ 5,0	⩾6,0
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	7,0	0,905 6,33						
7	16,3	0,970 15,8	0,887 14,4					
10	19,3	0,990 19,1	0,951 18,3	0,795 15,4	0,566 10,9			
13	25,3	0,992 25,1	0,970 24,3	0,852 21,5	0,677 17,3	0,482 12,4	0,301 7,6	
16	16,0	0,994 15,9	0,970 15,5	0,887 14,2	0,748 11,9	0,583 9,3	0,411 6,6	0,265 4,25
19	8,0	0,995 7,95	0,980 7,80	0,914 7,30	0,803 6,40	0,657 5,3	0,502 4,0	0,354 2,84
23	2,3	0,997 2,29	0,980 2,25	0,932 2,14	0,844 1,92	0,726 1,67	0,589 1,35	0,458 1,06
27	0,20	0,998 0,19	0,990 0,19	0,951 0,19	0,869 0,17	0,779 0,16	0,657 0,13	0,538 0,11
30	0,03	0,999 0,029	0,990 0,029	0,951 0,029	0,887 0,027	0,803 0,024	0,698 0,020	0,587 0,020
$\varphi(h)$		92,69	82,77	60,76	48,62	28,85	19,70	8,28
		Расчет высоты смешанных волн						
		$(0,5)^2$ (0,25)	$(1,0)^2$ 1,0	$(2,0)^2$ 4,0	$(3,0)^2$ 9,0	$(4,0)^2$ 16,0		
		$(1,1)^2$ 1,21	$(1,1)^2$ 1,21	$(1,1)^2$ 1,21	$(1,1)^2$ 1,21	$(1,1)^2$ 1,21		
		$(1,46)^{1/2}$ 1,21	$(2,21)^{1/2}$ 1,48	$(5,21)^{1/2}$ 2,28	$(10,21)^{1/2}$ 3,2	$(17,21)^{1/2}$ 4,1		
$\varphi(h)$ при $x \leqslant 300$ км		92,69	82,77	60,76	48,62	28,85	12,10	4,03

Таблица 3.5.4

высот волн 3%-ной обеспеченности для района корабля погоды J

обеспеченности, м

≥7,0	≥8,0	≥9,0	≥10,0	≥11,0	≥12,0	≥13,0	≥14,0	≥15,0
10	11	12	13	14	15	16	17	18
0,156 2,50	0,080 1,27							
0,235 1,87	0,141 1,12	0,086 0,69	0,040 0,32	0,018 0,14				
0,333 0,76	0,228 0,53	0,145 0,33	0,087 0,20	0,048 0,11	0,025 0,06	0,012 0,03	0,0067 0,015	0,0025 0,006
0,415 0,082	0,307 0,061	0,214 0,043	0,144 0,029	0,090 0,018	0,053 0,011	0,030 0,006	0,017 0,003	0,0082 0,002
0,492 0,015	0,364 0,011	0,267 0,007	0,190 0,006	0,128 0,004	0,081 0,002	0,050 0,001	0,033 0,001	0,017 0,0006
5,22	3,00	1,07	0,56	0,27	0,07	0,04	0,02	0,01
0,85	0,07	0,05	0,006					

Таблица 3.5.5

Расчетная среднемноголетняя режимно-климатическая характеристика ветровых волн $\varphi(h, \tau)$ для района корабля погоды J (56° с. ш., 20° з. д.) для зимы (январь—март)

	Высота волн 3%-ной обеспеченности, м															
	⩾1,2	⩾1,5	⩾2,3	⩾3,2	⩾4,1	⩾5,0	⩾6,0	⩾7,0	⩾8,0	⩾9,0	⩾10,0	⩾11,0	⩾12,0	⩾13,0	⩾14,0	⩾15,0
	Высота волн 1%-ной обеспеченности, м															
	1,4	1,6	2,6	3,7	4,7	5,8	6,9	8,0	9,2	10,3	11,5	12,6	13,8	14,9	16,0	17,3
$\varphi(h)$ %	92,7	82,8	60,8	48,6	28,9	19,7	8,3	5,2	3,0	1,07	0,56	0,27	0,07	0,04	0,02	~0,01
За сколько сезонов наблюдается один раз											<1	1	4	7	14	~28
Число дней за сезон	83	75	55	44	25	18	7	5	3	1	<1					

	Средний период волн, сек.													
	2,4	3,3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\varphi(\tau)$ %	92,9	83,0	78,3	55,1	44,8	24,8	8,1	5,5	1,2	0,52	0,2	0,02	0,01	<0,01
За сколько сезонов наблюдается один раз										<1	1	14	28	>28
Число дней за сезон	84	75	70	50	40	22	7	5	1	<1				

высотой (1%-ной обеспеченности в данной системе волн) $\sim 3,7$ м, период волн ~ 5 сек.

На рис. 3.5.2 нанесены наблюдения, обобщенные в американских изданиях (Climatological and Okeanographic Atlas, 1959) и в английском атласе (Hogben, 1967), соответствующие району корабля погоды J. Как следует из рис. 3.5.2, все эти данные хорошо согласуются с рассчитанными распределениями высоты и периода волн. При подобных сопоставлениях необходимо оценить обеспеченность элементов волн, приводимых в иностранных изданиях. В последних идет речь о так называемых значительных волнах. Обеспеченность высоты последних определена И. Н. Давиданом (Справочные данные, 1965):

Наблюденная высота волн, м	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обеспеченность, %	24	19	11	10	9	8	7	6	5	5	5

Наблюденная высота волн, м	11	12	13	14	15	16	17
Обеспеченность, %	4	4	4	4	3	3	3

По английским источникам (Hogben, 1967), высота значительных волн связана с максимальной высотой волн следующим соотношением:

$$h_{\text{макс}} \cong 1,6 h_{1/3}, \tag{3.5.3}$$

где $h_{1/3}$ — высота значительных волн.

Кроме того,

$$h_{1/3} \cong 1,06 h_{\text{набл}}. \tag{3.5.4}$$

Если принять, что (глава 2, § 3)

$$h_{\text{макс}} \cong 3\bar{h}, \tag{3.5.5}$$

то тогда наблюденные волны можно оценить как волны с высотой, имеющей обеспеченность, близкую к 5%,

$$h_{\text{набл}} \approx 1,8\bar{h}. \tag{3.5.6}$$

Средний период волн связан с наблюденными его значениями (Hogben, 1967) следующим приближенным соотношением:

$$\tau_{\text{макс}} \cong 0,73\tau_{\text{набл}}, \tag{3.5.7}$$

где $\tau_{\text{макс}} \approx 1,2\bar{\tau}$ (глава 2, § 10).

Следовательно,

$$\bar{\tau} \cong 0,61\tau_{\text{набл}}. \tag{3.5.8}$$

Изложенный способ расчета режимно-климатической характеристики волнения можно применить и для таких районов океана, где его свободное пространство ограничено.

Это возможно, если предположить, что закон распределения ветровых потоков (2.4.2), отождествляемый с распределением разгонов волн (глава 2, § 4), действителен и тогда, когда формирование барических систем происходит не только над водной поверхностью, но и над сушей. Это может иметь место вблизи берегов, в заливах и т. п. В этом случае расчет в форме, показанной в табл. 3.5.4, необходимо ограничить той высотой волны, которая возможна на заданном предельном разгоне. Например, если в приведенном случае расчета (табл. 3.5.4) открытое водное пространство по всем направлениям ограничено 300 км, то тогда можно поступить следующим образом.

По табл. 3.3.1 определяют, какая предельная высота волн 3%-ной обеспеченности может быть при ветрах скоростей, показанных в графе 1 табл. 3.5.4. Согласно данным табл. 3.3.1 предельно возможные волны будут следующими (табл. 3.5.6).

Таблица 3.5.6

Предельные размеры волн при x=300 км (по табл. 3.3.1)

w м/сек.	$h_{3\%}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	w м/сек.	$h_{3\%}$ м	$\bar{\tau}$ сек.
4	0,5	2,5	19	6,1	8,2
7	1,6	4,5	23	7,8	8,9
10	3,2	6,4	27	9,3	9,5
13	4,2	7,1	30	10,5	9,9
16	5,3	7,7			

Теперь расчет $\varphi(h)$ в форме табл. 3.5.4 следует ограничить уровнями соответствующих высот волн. В табл. 3.5.4 эти пределы ограничены линиями. Полученные значения $\varphi(h)$ приведены в нижней строке табл. 3.5.4. Аналогично поступают и для определения $\varphi(\tau)$. На рис. 3.5.2 показаны распределения $\varphi(h)$ и $\varphi(\tau)$, соответствующие предельному разгону в 300 км. Можно заметить, что в этом последнем случае значительно уменьшилась вероятность высоких волн и больших периодов волн.

Упомянутый способ позволяет рассчитывать режимно-климатическую характеристику ветровых волн и в тех случаях, когда ограниченность разгонов волн имеет место только в отдельных направлениях. Необходимо тогда для таких направлений определить вероятность ветра и найти $\varphi(h)$ и $\varphi(\tau)$ для каждого направления ветра в отдельности, а затем суммировать полученное распределение вероятности h и τ по всем направлениям. Также возможно осуществить и учет мелководья и влияния этого фактора на режимно-климатическое распределение элементов ветровых волн. Решение последней задачи удобнее всего рассмотреть на конкретном примере.

Предполагается, что в уже рассмотренном выше случае расчета режимно-климатической характеристики элементов волн при ограниченном разгоне волн в 300 км глубина моря в точке, для которой ведется расчет режимно-климатической характеристики, равна 10 м. Выше уже были найдены предельные, возможные высоты волн обеспеченностью 3% для условий ограниченного разгона в 300 км (табл. 3.5.6). Теперь необходимо определить длину этих волн, что легко осуществить по значениям периодов (табл. 3.5.7). Привлекая табл. 1.6.2, находят искомые значения $\overline{\lambda}$ и вычисляют величины $H/\lambda_{гл}$, где H по условию равна 10 м. С найденными величинами $H/\lambda_{гл}$ входят в табл. 2.11.5 при $\alpha=0$ и определяют $h_м/h_{гл}$. Теперь нетрудно найти предельные высоты ветровых волн, вступивших на глубину 10 м. Необходимо только предварительно оценить возможную высоту волн, которые подвергнутся разрушению на принятой глубине 10 м. По (2.11.21), высота волн не может превзойти

$$h_p = H_{кр} : 1,3 = 7,7 \text{ м}.$$

Теперь вычисление режимно-климатической характеристики нужно ограничить соответствующими уровнями высот волн для каждой скорости ветра. Все упомянутые результаты вычислений приведены в табл. 3.5.7.

Таблица 3.5.7

Предельные размеры волн при $x=300$ км с учетом ограниченной глубины в точке расчета ($H=10$ м)

w м/сек.	$h_{3\%}$ м	$\overline{\tau}_{гл}$ сек.	$\lambda_{гл}$ м	$\frac{H}{\lambda_{гл}}$	$\frac{h_м}{h_{гл}}$	$h_м$ м	Уровень высоты волн, м
4	0,5	2,5	10	1,0	1,0	0,5	0,5
7	1,6	4,5	32	0,31	0,95	1,5	$\geqslant 1$
10	3,2	6,4	64	0,16	0,90	2,9	$\geqslant 2$
13	4,2	7,1	78	0,13	0,91	3,8	$\geqslant 3$
16	5,3	7,7	92	0,11	0,93	5,0	$\geqslant 4$
19	6,1	8,2	105	0,1	0,94	5,7	$\geqslant 5$
23	7,8	8,9	124	0,08	0,96	7,5	$\geqslant 7$
27	9,3	9,5	141	0,07	0,97	9,0	Разр.
30	10,5	9,9	153	0,06	1,0	10,5	Разр.

Следовательно, расчет $\varphi(h)$ в форме табл. 3.5.4 необходимо ограничить теми уровнями высот волн, которые указаны в последней графе табл. 3.5.7. Это отмечено штриховой линией в таблице 3.5.4.

Режимно-климатическая характеристика высот волн в рассматриваемом случае расчета будет теперь следующей (табл. 3.5.8).

Таблица 3.5.8

Режимно-климатическая характеристика высоты волн $\varphi(h)$ в точке с ограниченным разгоном в 300 км и с глубиной моря 10 м

$h_{3\%}$ м	$\geqslant 1,2$	$\geqslant 1,5$	$\geqslant 2,3$	$\geqslant 3,2$	$\geqslant 4,1$	$\geqslant 5,0$	$\geqslant 6,0$	$\geqslant 7,0$
$\varphi(h)$ %	92,69	82,77	60,76	37,7	16,4	5,5	1,19	0,85

Сопоставляя эти результаты с вычисленной ранее для той же точки режимно-климатической характеристикой высот волн для случая глубокого моря (нижняя строка в табл. 3.5.4), видим, что существенно уменьшилась вероятность волн высотой 4 м и больше. Для определения при заданной глубине режимно-климатической характеристики периодов волн придется исключить из подсчетов, согласно данным табл. 3.5.7, периоды волн 9 сек. и больше.

В практике инженерных расчетов часто возникает необходимость определить наибольшие размеры ветровых волн, появляющихся в результате действия отдельных штормов, т. е. оценить вероятность их появления. Такие расчеты осуществляются следующим способом (ТУ, 1960). На основании данных о вероятности ветров той или иной предельной силы принимается во внимание повторяемость ветра наибольшей из отмеченных скоростей. Привлекая те или иные формулы, вычисляют элементы волн, и им присваивается та же вероятность появления, что и принятой в расчет скорости ветра. Например, вероятность ветра различной скорости имеет повторяемость, приведенную в табл. 3.5.9. Свободная поверхность моря (до берега), над которой может наблюдаться та или иная скорость ветра, примерно равна (для двух случаев расчета) 300 и 500 км. Море глубокое. Применяя, например, табл. 3.3.1 и входя в нее с $w=30$ м/сек. и

Таблица 3.5.9

Повторяемость ветра различной скорости

w м/сек.	Наблюдается один раз	Повторяемость, %
22	В 1 год	0,272
24	7 лет	0,039
26	10 лет	0,027
28	15 лет	0,018
30	20 лет	0,014

Таблица 3.5.10

Наибольшие возможные ветровые волны по расчету

w м/сек.	x км	$\bar{h}$ м	$h_{3\%}$ м	$h_{1\%}$ м	$\bar{\tau}$ сек.	$\bar{\lambda}$ м	δ	t час.
30	300	4,95	10,4	12,0	9,9	153	$^1/_{13}$	8,4
30	500	6,20	13,0	15,0	11,5	206	$^1/_{14}$	12,9

$x=300$ км и $x=500$ км, определяют размеры волн (табл. 3.5.10). Теперь, отождествляя повторяемость вычисленных элементов волн с повторяемостью расчетного ветра со скоростью 30 м/сек. (табл. 3.5.9), считают, что указанные в табл. 3.5.10 волны будут наблюдаться один раз в 20 лет.

Можно выполнить этот же расчет, привлекая табл. 3.5.1. Сперва принимается условие, что в период шторма, например, ветер со скоростью 30 м/сек. действует над всем разгоном (300 или 500 км) и его скорость и направление не изменяются. Такое условие, естественно, является приближенным, так как в области, охваченной штормом, скорость ветра не бывает однородной, если даже принять, что его направление постоянно. Однако высказанное выше условие позволяет упростить расчет с использованием табл. 3.5.1, ограничиваясь расчетом режимно-климатической характеристики волн только для ветра со скоростью 30 м/сек. и для высоты $h_{3\%}=10$ м и $h_{3\%}=13$ м (табл. 3.5.10). Тогда легко найти, что для высоты волн 10 м по табл. 3.5.1 $F(k_x)=0{,}190$, и тогда $\varphi(h)=0{,}190\cdot0{,}014=0{,}003\%$, или один раз в 92 года; а для высоты волн 13 м аналогично $\varphi(h)=0{,}050\cdot0{,}014=0{,}0007\%$, или один раз в 272 года.

Следовательно, выполненный ранее расчет завышает вероятность появления наибольших волн для разгона 500 км примерно в 15 раз. Это и понятно, так как вероятность появления волн зависит не только от вероятности ветра, но и от вероятности разгонов. Более рационально осуществлять расчет в рассматриваемой задаче, также основываясь на использовании табл. 3.5.1, но учитывая в рассматриваемых условиях сильных штормов все отмеченные (табл. 3.5.9) скорости ветра. Расчет осуществляем в той же форме, что и расчет режимно-климатической характеристики, приведенной в табл. 3.5.4.

Выписывая исходные данные в табл. 3.5.11 и производя все необходимые несложные вычисления, о которых уже шла речь ранее при описании заполнения табл. 3.5.4, получают интересующие нас сведения.

Если опираться на предположение, что при каждом шторме отмечается только одна скорость ветра, т. е. только скорость ветра 22 м/сек. или 23 м/сек. и т. д., то тогда наибольшая

Таблица 3.5.11

Расчет вероятности высоты волн

w м/сек.	f (w) %	Высота волн 3%-ной обеспеченности, м						
		⩾7	⩾8	⩾9	⩾10	⩾11	⩾12	⩾13
22	0,272	0,307 0,084 3,3	0,196 0,059	0,128 0,0035 7,7				
24	0,039	0,354 0,014	0,247 0,009 31	0,162 0,006	0,100 0,004 69			
26	0,027	0,395 0,011	0,289 0,008	0,196 0,005 55	0,130 0,004	0,080 0,002 137		
28	0,018	0,436 0,008	0,323 0,006	0,223 0,004 68	0,157 0,003	0,101 0,002	0,062 0,001 273	
30	0,014	0,492 0,007	0,364 0,005	0,267 0,004	0,190 0,003 92	0,128 0,002	0,081 0,001	0,050 0,0007 406
$x=500$ км За сколько лет 1 раз		0,124 2,3	0,087 3,4	0,054 5,1	0,014 19,5	0,006 45	0,002 137	0,001 272
$x=300$ км За сколько лет 1 раз		0,124 2,3	0,028 9,8	0,013 21	0,003 92			

возможная высота волны определяется по табл. 3.5.11. Нетрудно видеть, что шторм со скоростью ветра 22 м/сек. для разгона 300 км приведет к появлению волн с предельной высотой (3%-ной обеспеченности) 7 м, которая будет наблюдаться один раз в 3 года, для скорости ветра 24 м/сек. предельная высота будет равна 8 м с вероятностью появления один раз в 31 год и т. д. Результаты таких определений предельных высот волн для разгона в 300 км приведены на рис. 3.5.3 (линия *1*). Нетрудно видеть, что для условия появления наибольшей высоты волн один раз в 20 лет такая предельная высота волн окажется близкой к 8 м для разгона в 300 км и $9^1/_2$ м для разгона в 500 км (линия *2* на рис. 3.5.3). При этом наиболее опасными будут штормы со скоростью ветра $\sim$22—24 м/сек. для первого разгона и 22—23 м/сек. для второго.

Следовательно, не обязательно самый сильный шторм определит и наиболее опасные волны в рассматриваемом районе. Решающим фактором является повторяемость тех или иных штормовых ветров. Существенно отметить, что в рассматриваемом случае увеличение разгона волн с 300 до 500 км незначительно изменяет высоту предельных по своим размерам волн. Впрочем, результаты расчетов существенно зависят от сочетания многих факторов. Период, длина и время роста волн, о которых шла речь выше, определяются непосредственно по табл. 3.3.1. Например, входя в нее со скоростью ветра $\sim$23 м/сек. (по интерполяции по линии *1* на рис. 3.5.3), для разгона в 300 км находят, что волны со средней высотой 3,7 м ($h_{3\%} \approx 8{,}0$ м) обладают периодом 8,9 сек., длиной 124 м, а время развития этих волн составляет

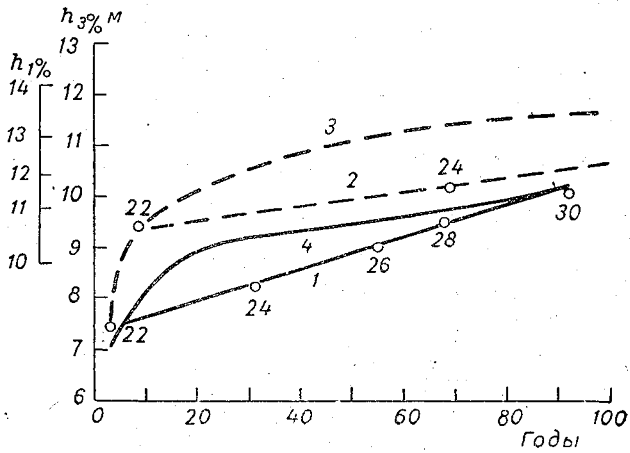

Рис. 3.5.3.

Цифры у точек — скорость ветра в м/сек. Сплошные линии соответствуют разгону волн в 300 км, пунктирные — 500 км.

$\sim$10,2 часа. Следовательно, продолжительность действия расчетного шторма со скоростью ветра 23 м/сек. должна быть не менее $\sim$10 час. Более целесообразно считать, что при заданных ветровых условиях в штормах, чередующихся с различной повторяемостью, наблюдаются ветры со скоростью 22 м/сек. и более. При шторме со скоростью ветра 24 м/сек. наблюдаются ветры со скоростью 22 и 23 м/сек. и т. д. Например, при шторме со скоростью ветра 30 м/сек. действуют ветры со скоростью от 22 до 30 м/сек. Тогда такой расчет следует осуществлять для всех градаций скоростей ветра (две нижние строки в табл. 3.5.11). В таком случае один раз в 20 лет (сплошная линия *4* на рис. 3.5.3) при разгоне в 300 км можно ожидать волны высотой 9 м (линия *4*), а на разгоне в 500 км — волны высотой $\sim$10 м (линия *3*). Такой прием расчета приводит к несколько бо́льшим значениям высот волн, чем рассмотренный выше, и, по-видимому, более рационален, так как ветровые условия приближаются к тем, которые встречаются в природе.

ЛИТЕРАТУРА

Анапольская Л. Е., Гандин Л. С. 1960. Режим больших скоростей ветра на территории СССР для учета ветровых нагрузок на сооружения. «Вопросы прикладной климатологии». Гидрометеоиздат, Л.

Андреянов В. Г. 1939. Ветровая волна озеровидных водоемов. Изв. Н.-и. ин-та гидротехники, № 24, 25, 1939.

Артур Р. 1951. Различие в направлении распространения волн, вызванных постоянным ветром. Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоя. ИЛ.

Бончковская Т. В. 1955. Распределение давления над профилем волны. Труды МГИ АН СССР, вып. 6.

Браславский А. П. 1952. Расчет ветровых волн. Труды ГГИ, вып. 35(89).

Бровиков И. С. 1954. Ветровое волнение в мелководном море. Труды ГОИН, вып. 26(38).

Вентцель Е. С. 1962. Теория вероятности. Физматгиз.

Виленский Я. Г., Глуховский Б. Х. 1955. Некоторые закономерности ветрового волнения. Труды ГОИН, вып. 29(41).

Виленский Я. Г., Глуховский Б. Х. 1957. Экспериментальные исследования процессов морского ветрового волнения. Труды ГОИН, вып. 36.

Виленский Я. Г., Глуховский Б. Х. 1961. Ветровое волнение в океане. Труды ГОИН, вып. 62.

Гао Вень-сю, Ван Сяо-Нань. 1961. Расчет ветровых волн на море произвольной глубины. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 10.

Глуховский Б. Х. 1966. Исследование морского ветрового волнения. Гидрометеоиздат, Л.

Грушевский М. С. 1960. О постановке и путях решения задач при расчете морских ветровых волн. Труды Океаногр. комиссии АН СССР, т. IX.

Давидан И. Н. 1961. Закономерности многолетнего распределения морских волн и их связь со скоростью ветра. Океанология, № 2.

Давидан И. Н. 1964. Некоторые результаты исследования морского волнения, развивающегося в условиях, близких к «идеальным». Сб. «Морские волнения, нерегулярная качка и ее учет в различных областях морской техники».

Давидан И. Н. 1967. Зависимость вероятностных характеристик волн от ветра. Сб. «Теоретические и практические вопросы мореходности судов». Изд-во «Транспорт».

Давидан И. Н. 1967 а. Применение вероятностных методов для анализа режима волнения. Труды ГОИН, вып. 91.

Давидан И. Н., Смирнова А. В. 1969. Расчет параметров ветровых волн. Труды координационного совещания по гидротехнике, вып. 50. ВНИИ им. Веденеева. Изд-во «Энергия».

Доброклонский С. В. 1947. Турбулентная вязкость в поверхностном слое моря и волнение. ДАН СССР, 58, № 7.

Дуванин А. И. 1968. Волновые движения в море. Гидрометеоиздат, Л.
Ефимов В. В. 1964. Некоторые результаты экспериментального исследования передачи энергии ветра морским волнам. Океанология, т. 4, вып. 6.
Жуковец А. М. 1963. Определение потерь энергии волн зыби, вызванных действием турбулентной и кинематической вязкости. Океанология, т. 3, вып. 2.
Зубова М. М. 1967. Развитие ветровых волн по материалам наблюдений ГМИ. «Исследования по проблеме океан—атмосфера», сб. 1.
Зубова М. М. 1969. Метод расчета режимных характеристик ветровых волн. Труды координационного совещания по гидротехнике, вып. 50. ВНИИ им. Веденеева. Изд-во «Энергия».
Иванов А. А. 1955. К вопросу о предвычислении элементов ветровых волн. Труды МГИ АН СССР, т. V.
Капица П. Л. 1949. К вопросу об образовании ветром морских волн. ДАН СССР, 64, № 4.
Китайгородский С. А. 1961. К теории турбулентного перемешивания в море в связи с расчетом толщины верхнего изотермического слоя. Труды ИОАН СССР, т. 52.
Кондратьев Н. Е. 1953. Расчет ветрового волнения и трансформации берегов водохранилищ. Гидрометеоиздат.
Кононкова Г. Е. 1953. Зарождение ветровых волн на поверхности воды. Труды МГИ АН СССР, т. 3.
Корнева Л. А., Ливерди В. П. 1964. Статистические характеристики волнения в глубоком море и океане. «Океанографические исследования». Изд-во «Наукова думка».
Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. 1948. Теоретическая гидромеханика. ОГИЗ, Гостехиздат.
Крылов Ю. М. 1954. Теория и расчет ветровых волн глубокого моря. Труды ГОИН, вып. 26(38).
Крылов Ю. М. 1956. Статистическая теория и расчет морских ветровых волн. ч. I. Труды ГОИН, вып. 33(45).
Крылов Ю. М. 1958. Статистическая теория ветровых волн, ч. II. Труды ГОИН, вып. 42.
Крылов Ю. М. 1966. Спектральные методы исследования и расчета ветровых волн. Гидрометеоиздат.
Кузнецов Д. С. 1951. Гидромеханика. Гидрометеоиздат.
Лабзовский Н. А. 1952. Определение элементов волн в зависимости от скорости ветра. Сб. трудов ЛОНИТОВТ.
Лаппо Д. Д. 1956. К вопросу определения глубины разрушения волн на мелководье. Труды ДВ политехи. ин-та, вып. 45.
Левич В. Г. 1955. О влиянии турбулентности на возбуждение и затухание жидкости. ДАН, 101, № 4.
Лонге-Хиггинс. 1962. Статистический анализ случайной движущейся поверхности. Сб. «Ветровые волны». ИЛ.
Маккавеев В. М. 1937. О процессах возрастания и затухания волн малой длины и о зависимости их высоты от расстояния по наветренному направлению. Труды ГГИ, вып. 5.
Маккавеев В. М. 1951. Учет ветрового фактора, шероховатости дна в динамике волн и переносных течений. Труды ГГИ, вып. 28(82).
Манк В., Трейлор М. 1947. Рефракция океанских волн. Процесс, связывающий топографию дна с размывом пляжа. Сб. «Основы предсказания ветровых волн зыби и прибоя». ИЛ.
Матушевский Г. В., Стрекалов С. С. 1963. Расчет двухмерного энергетического спектра по данным стереофотосъемки волн. Океанология, т. III, вып. 5.
Матушевский Г. В. 1964. Исследование полей ветровых волн глубокого моря вблизи островов и в проливах. Труды ГОИН, вып. 75.

Морозов А. П. 1953. Исследования изменчивости элементов ветровых волн. Труды ГОИН, вып. 23(35).

Петров Л. С. 1967. Некоторые статистические характеристики изменчивости ветра к западу от Британских островов. Труды ГОИН, вып. 91.

Ржеплинский Г. В. 1961. Опыт расчета элементов волн в океане. Труды Океаногр. комиссии АН СССР, вып. XI.

Ржеплинский Г. В. 1965. Метод расчета режимно-климатических характеристик волнения океанов и его обоснование. Труды ГОИН, вып. 84.

Рожков В. А. 1967. О выборочной изменчивости спектральных характеристик морского волнения. Сб. «Теоретические и практические вопросы мореходных качеств судов». Изд-во «Транспорт».

Руководство по расчету морского волнения и ветра над морем. Гидрометеоиздат, 1960.

Свердруп Г., Манк В. 1947. Ветер, волнение и зыбь. Теоретические основы прогнозов. Основные проблемы ветровых волн, зыби и прибоя. Сб. «Основы прогнозов ветровых волн, зыби и прибоя». ИЛ.

Селюк Е. М. 1950. Методы исследования волнового режима озеровидных водоемов. Труды ГГИ, вып. 22.

Селюк Е. М. 1961. Исследования, расчеты и прогнозы волнения на водохранилищах. Гидрометеоиздат.

Сидорова Л. Г., Красножен Г. Ф. 1960. Расчет параметров ветровых волн при определении волновых нагрузок на гидротехнические сооружения. Труды Океаногр. комиссии АН СССР, т. IX.

Сиротов К. М. 1963. Зыбь при ветровом волнении. Результаты исследований по проблеме МГГ. Океанологические исследования, № 8.

Солнцева Н. О., Зубова М. М. 1960. Расчет элементов ветровых волн для северной части Атлантического океана. Труды Океаногр. комиссии АН СССР, т. IX.

Соркина А. И. 1958. Построение карт ветровых полей для морей и океанов. Труды ГОИН, вып. 44.

Справочные данные по режиму ветров и волнения на морях, омывающих берега СССР. 1962. Изд-во «Морской транспорт».

Справочные данные по режиму ветров и волнения в океанах. 1965. Изд-во «Транспорт».

Сретенский Л. Н. 1936. Теория волновых движений жидкости. ОНТИ.

Стрекалов С. С. 1961. К определению аналитического вида энергетического спектра развитого волнения. Океанология, т. I, вып. 3.

Технические условия определения волновых воздействий на морские и речные сооружения и берега (ТУ) (СН 92-60). 1960.

Титов Л. Ф. 1946. Расчет степени волнения по эмпирическим формулам. Труды НИУ ГУГМС, серия V, вып. 12.

Титов Л. Ф. 1951. Инструкция по составлению прогнозов волнения. Гидрометеоиздат, Л.

Титов Л. Ф. 1952. Новые шкалы степени волнения и состояния моря. Метеорология и гидрология, № 5.

Титов Л. Ф. 1955. Ветровые волны на океанах и морях. Гидрометеоиздат, Л.

Титов Л. Ф. 1965. Соотношения между элементами ветровых волн и ветром. «Исследования сев. части Атлантического океана», сб. 4. Изд. ЛГМИ.

Титов Л. Ф., Зубова М. М. 1967. Статистические закономерности распределения волнообразующих факторов. Океанология, т. VII, вып. 3.

Указания по волновым расчетам гидротехнических сооружений (УВРГС-67). М., 1968.

Успенский П. Н. 1937. О зарождении и развитии волн на поверхности воды под действием ветра. Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз., № 3.

Хван А. П. 1958. Поле ветровых волн на мелководье. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 10.

Хван А. П. 1961. Расчет элементов ветровых волн на мелководье. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 1.
Шишов Н. А. 1949. К вопросу о расчете элементов ветровых волн на ограниченной глубине. Метеорология и гидрология, № 1.
Шулейкин В. В. 1935. Рефракция волн на материковой отмели. Изв. АН СССР, № 10.
Шулейкин В. В. 1956. Теория морских волн. Труды МГИ, т. IX.
Шулейкин В. В. 1962. Единая характеристика турбулентной вязкости для морских волн и течений. ДАН, т. 144, № 4.
Шулейкин В. В. 1963. Уточненный расчет ветровых волн заданной обеспеченности. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 1.
Bürling R. 1959. The spectrum of waves at short fetches. Deutsche Hydrogr. Zeitschr. Bd. 12, Heft 2, 3.
Climatological and Oceanographic Atlas for Mariners. North Atlant. Ocean. 1959.
Jeffreys H. 1924. On the formation of water waves by wind. Proc. Royal. Soc. (A).
Hogben N., Lumb F. 1967. Ocean wave statistics. London.
Miles L. W. 1960. On the generation of surface waves by turbulent shear flows. Fluid Mech., v. 7, No. 3.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Введение 4

§ 1. Историческая справка . . . . —
§ 2. Основные определения. Элементы ветровых волн. Состояние моря. Степень волнения 11

ГЛАВА 1. **Основы теории волн** 27

§ 1. Потенциальные волны малой высоты . . . . —
§ 2. Волны малой высоты при конечной глубине жидкости 32
§ 3. Волны малой высоты при бесконечной глубине 40
§ 4. Длинные и короткие волны 42
§ 5. Некоторые результаты теории волн конечной амплитуды 46
§ 6. Трохоидальная теория волн 49
§ 7. Энергия трохоидальной волны 68
§ 8. Перенос энергии при волновом движении. Групповая скорость волн 72

ГЛАВА 2. **Основы теории ветровых волн** 81

§ 1. Зарождение ветровых волн . . . . —
§ 2. Поступление в волны энергии ветра и ее рассеяние 90
§ 3. Статистические закономерности ветровых волн 107
§ 4. Волнообразующие факторы 127
§ 5. Зависимость элементов ветровых волн от волнообразующих факторов 139
§ 6. Разнообразие элементов ветровых волн и изменчивость волнообразующих факторов. Режимно-климатические функции распределения элементов волн 151
§ 7. Уравнение баланса энергии ветровых волн 167
§ 8. Решение уравнения баланса энергии ветровых волн 175
§ 9. Затухание ветровых волн. Зыбь 187
§ 10. Понятие о спектральном методе исследования ветрового волнения 193
§ 11. Ветровые волны на мелководье и у берегов. Рефракция волн 201

ГЛАВА 3. **Основы приемов расчета элементов ветровых волн** 223

§ 1. Цель и содержание расчетов элементов ветровых волн. Соображения об их достоверности . . . . —
§ 2. Определение волнообразующих факторов 225
§ 3. Расчеты элементов ветровых волн для условий глубокого моря 230
§ 4. Расчеты элементов ветровых волн в мелководных и прибрежных районах 268
§ 5. Расчет режимно-климатических характеристик ветровых волн . . 273

Титов Лев Федорович

ВЕТРОВЫЕ ВОЛНЫ

Ответственный редактор
д-р техн. наук *Егоров Николай Иванович*
Редактор *З. И. Мироненко*
Переплет художника *Ф. В. Равдоникаса*
Технический редактор *Г. С. Орлова*
Корректор *В. С. Игнатова*

Сдано в набор 1/VII 1969 г. Подписано к печати 4/XII 1969 г.
Бумага тип. № 1 $60\times90^1/_{16}$. Бум. л. 9,25. Печ. л. 18,5.
Уч.-изд. л. 18,75. М-15953. Индекс ОЛ-118. Тираж 1700 экз.
Заказ № 540. Цена 76 коп.
Гидрометеорологическое издательство.
Ленинград, В-53, 2-я линия, 23.

Ленинградская типография № 8 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Ленинград, Прачечный пер., д. 6.

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Напоминаем, что Гидрометеоиздат начинает выпуск книг по тематическому плану 1970 г. Тиражи изданий определяются строго в соответствии с заказами магазинов на каждую книгу и при несвоевременной сдаче заказов могут оказаться заниженными и не обеспечивающими действительный спрос на книгу. Поэтому просим ознакомиться с планом выпуска литературы на 1970 год и сдать заказ в специализированный магазин Гидрометеоиздата. Адрес магазина: Ленинград, П-101, Большой пр., д. 57, магазин № 15 Ленкниги.

ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ