

Министерство образования и науки Российской Федерации

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В. В. КОВАЛЕНКО

ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

*Уважаемому
Боробьеву Владимиру
Николаевичу
от автора*

*В. М.
24.04.07*



Санкт-Петербург
2007

551.49

к

УДК 556.1
ББК 26.22
К56

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И. Ф. Карасев (Государственный гидрологический институт)

Коваленко В. В.

К56 Частично инфинитная гидрология. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007. – 230 с.: ил.
ISBN 5-86813-036-7

В книге рассматриваются ключевые предметные области гидрологии с позиций единого методологического подхода, развитого в последнее десятилетие в Российском государственном гидрометеорологическом университете. Это своеобразный стиль мышления, используемый при рассмотрении неустойчивых, развивающихся систем, который постепенно входит в арсенал современных методов науки и гидрологии в частности. Рассмотрены приложения подобного (частично инфинитного) подхода к гидрометрии, гидравлике, речному стоку, гидрологическим прогнозам.

Предназначена для специалистов-гидрологов, студентов и аспирантов.

In the book the key subject domains of a hydrology from positions of the uniform methodological approach advanced per last decade at the Russian state hydrometeorological University are considered. It is original style of thinking used by consideration unstable, developing systems, which gradually enters into an arsenal of modern methods of a science and hydrology in particular. The appendices similar (partially infinitive) approach to hydrometric, hydraulics, river drain, hydroforecasts are considered.

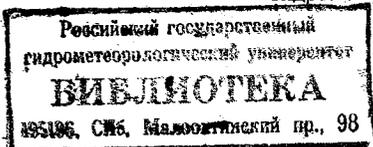
Is intended to the experts - hydrologist, students and post-graduate students.

ISBN 5-86813-036-7

© В. В. Коваленко, 2007

© Российский государственный

гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2007



384 835

Введение (что такое частично инфинитный стиль мышления и в каких ситуациях он нужен гидрологам)

Окружающие нас люди (или, более высокопарно, социальная среда с ее мировоззрением, книгами и т. п.) совершенно незаметным образом определяют «траекторию нашей жизни», формируют желания и цели. В 1973 г. на семинаре отдела гидрометрии Государственного гидрологического института (г. Ленинград) я сделал сообщение о математической модели «петли» для косвенного измерения расхода воды при неустановившемся движении в реках (это обобщенное уравнение Риккати). Возражений не было, но заведующий отделом И. Ф. Карасев засомневался в корректности подобного подхода: ведь дифференциальное уравнение Риккати носит динамический (детерминистический) характер и введение в него измерительной информации об уровне, уклоне и морфометрии гидроствора (определяемой заведомо с погрешностями) ставит вопрос о чувствительности решения к этим погрешностям, об их допустимых значениях.

Первым шагом для ответа на это замечание было использование метода функций чувствительности (есть такой в теории автоматического управления), а вторым – вообще переход к стохастическим моделям, учитывая, что вводимая в модель информация представляет собой случайные процессы. Последовательное внедрение в гидрологию (гидрометрию, гидравлику, речной сток, гидропрогнозы) идеи перевода математических моделей с динамических «рельсов» на стохастические (в виде эволюционных уравнений для плотности вероятности в различных вариантах) позволило говорить об определенном новом (для гидрологии, разумеется) направлении.

Использование подобного стохастического подхода на определенном этапе привело к пониманию пределов его применимости: если интенсивность мультипликативных шумов достаточно велика, то решения уравнений «плывут», возникает неустойчивость моментов распределения (в частности – появление «толстых хвостов», на современном жаргоне). Спрашивается, признаком чего является неустойчивость? Признаком развития, возникновения у изучаемого объекта новых свойств (либо признаком обнаружения нашего неправильного, упрощенного математического описания объекта).

В это время (на этапе осознания природы онтологических типов ков стохастического подхода к математическому описанию гидрологи-

ческих процессов, примерно в 1985 г.) вышел русский перевод книги И. Р. Пригожина (его семья в 1927 г. эмигрировала из Советского Союза) «От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках» [79]. В этой монографии с использованием широкого социокультурного взгляда на современную науку делалась попытка «навести мосты» между тем, что уже существует, и тем, что только нарождается. Ключевое понятие в ней – точка бифуркации. Именно через нее (точку неустойчивости или, в современной терминологии, перемешивающий слой) надо «перебрасывать мост». По существу, делалась попытка поставить задачу моделирования инновационных, развивающихся процессов.

Но что означает слово «развиваться»? Здравый смысл подсказывает – усложняться. Эволюция (в природе, технике – везде) это приобретение системой новых свойств, а на математическом языке – привлечение новых переменных для описания процесса (расширение фазового пространства). Подобное усложнение оправдано, когда старых свойств не хватает, чтобы выжить в изменившихся (за счет параметров или внешних воздействий) условиях, когда появляется неустойчивость.

Возникает вопрос: откуда берутся эти новые свойства (фазовые переменные)? Есть ли их зародыши в той системе, которая теряет устойчивость? Если нет и их появление – дело случая (или Бога), то вопрос о возможности моделировать инновации надо закрыть. Если же они полностью находятся в старой системе, то мы (знающие эту старую систему) становимся «хозяевами жизни», так как приобретаем возможность однозначно прогнозировать будущее, чего никогда не было, нет и (надеюсь) никогда не будет. Значит, они находятся частично в системе, теряющей устойчивость (следовательно, частично предсказуемы), а частично вне системы (частично не предсказуемы).

Это слово «частично» вертелось в голове, когда я наткнулся на книгу А. Ф. Кудряшова «Онтология. Методология. Негеоцентризм» [57]. В ней нет слов о моделировании, но дух этой «частичности» живет на каждой странице. Ключевые слова в ней: финитность, инфинитность, частичная инфинитность. Для того чтобы «что-то» сделать объектом научного познания (а не просто какого-то интереса) «оно» должно быть зафиксировано с помощью научной терминологии (т. е. с помощью общепринятых в науке понятий – «категорий»). Все, что за ее рамками для данного объекта (уже «предметной области» раз имеет место фиксация) – инфинитно, т. е. не выразимо в ее понятиях.

Но между финитным и инфинитным есть контакт (разумеется, не обязательно в материальном смысле), необходимость которого диктуется всеобщностью связей. Эта граница контакта частично инфинитна (т. е. частично выразима в терминах одной предметной области, а частично – другой).

Так появилось «частично инфинитное моделирование». Такое название подразумевает, что любой объект в мире (в том числе и познающий субъект) частично инфинитен: неустойчив; меняется; подвержен влиянию факторов, не присутствующих явно в понятиях, фиксирующих объект познания. Быть частично инфинитным – значит, быть, с одной стороны, реальным (т. е. воспринимаемым в рамках понятий, фиксирующих эту реальность), а с другой – иллюзорным, так как эта «реальность» есть результат недостатка информации для более полной фиксации. Что же скрывается за этой фразеологией? Некая онтология или только гносеологический антураж? И то, и другое. Но в основном антураж. Причем его необходимость возникает далеко не всегда. А когда? Для ответа на этот вопрос надо немного порассуждать о стилях мышления.

Существует ли наука «французская» или, например, «пролетарская»? И да, и нет. Глупо вроде бы говорить, например, о французских корнях квадратичного закона трения Шези. Но закон-то установлен французом. А почему вся «классическая философия» немецкая? А «лингвистическая философия» появилась в России? А в космос полетели на ракетах, сделанных русскими и немцами?

Для прояснения ситуации посмотрим на рис. В.1.

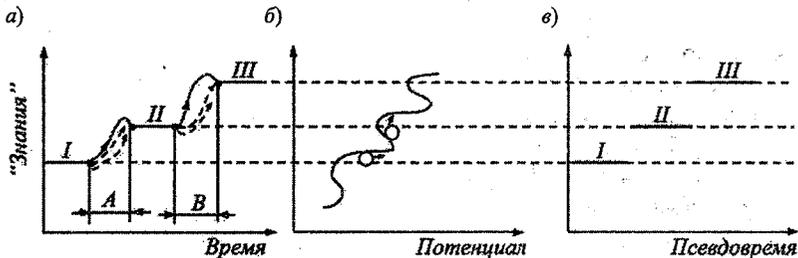


Рис. В.1. Процесс получения знания: от исторического (а) к логическому (в) через частично инфинитное (б).

Римские цифры соответствуют полученному знанию, А и В – периоды перехода от старого знания к новому.

Знания, фиксируемые цифрами *I*, *II* и *III*, – это некие законы (закономерности), которые носят «общечеловеческий» характер и логически неопровержимы (глупо возражать против закона Ома для условий его применимости). Но как осуществляется переход со ступеньки *I* на ступеньку *II*? И почему такие переходы сделаны в основном в европейской науке? В Древней Индии, например, знали дроби, была порошковая металлургия (и т. п.), но «науки», в современном понимании, не получилось. Да и как могла возникнуть «наука» в Древней Индии, если цель поиска истины – нирвана, т. е. как раз разрыв с реальной жизнью. Какая тут социальная мотивация перехода с одной ступеньки на другую?

Поэтому наука (в смысле готового знания), конечно, интернациональна, но технология его получения – нет. Переход от *I* к *II* можно осуществлять разными путями. Это определяется и социальной мотивацией, и стереотипом осмысления окружающей реальности, присутствующим конкретным этносам и людям; короче – стилем мышления. Исторически наука всегда «стильная», а логически – интернациональна и аполитична. Хотя и последнее, видимо, неверно. Для того чтобы житель Берега слоновой кости понял закон Ома, ему надо начать мыслить «по-французски» (с помощью европейской логики). Поэтому лучше ситуацию позиционировать так: знания (готовые) – общезначимы, а способы их получения – индивидуальны. Более того, познание чего-то конкретного и нового требует принятия (точнее создания) конкретного и нового стиля мышления («форма содержится, содержание оформляется»).

Если мы находимся на ступеньке *I* и не видим в знаниях, присутствующих ей, противоречий (неустойчивостей), то говорить о «стиле» еще рано. Но о «стиле» нет смысла говорить, когда противоречия преодолены и мы находимся на ступеньке *II* (уже поздно). Только преодоление замеченных противоречий требует своего стиля мышления. Все эти тезисы под различным углом зрения развернуты в книге [88]. Добавим, что новые знания можно осознать только с более «высокой колокольни» (см. рис. В.1 *a* и *b*): логическое закрепление достигнутого уровня требует в чем-то более глубокой физической картины мира (пусть размытой). Логически закрепленный этап познания – это своеобразный аттрактор: к нему траектории индивидуального мышления должны притягиваться и «сверху и снизу», но объяснить «яму» можно только обладая большим знанием, чем в ней, т. е. сверху.

Так вот, вопрос, на который мы хотим ответить во введении: когда гидрологам надо «стилять» частично инфинитно? Ответ: если надо

ликвидировать замеченные неустойчивости (противоречия) и добыть новые знания. Если вы удовлетворены «строительными правилами» (например), то никакой частично инфинитной гидрологии вам не нужно (по крайней мере, в отношении процесса формирования многолетнего речного стока). Она вас будет раздражать: в рамках нормативных правил все мыслят одинаково – по «строительным правилам» (все одеты в униформу и никаких «стиляг»).

Но если хочешь получить новые гидрологические знания, то начинай «действовать»: выходи на траекторию, чтобы проскочить точку бифуркации (эта траектория всегда конкретна, твоя, так как «строительные правила» в точке бифуркации не действуют) и выжигай инфинитное окружение (см. ниже), тратя свою энергию. Знание рождается и умирает индивидуально, а живет коллективно. Факт мертв и общезначим (категория общее), его рождение – неповторимое событие (единичное). Поэтому частично инфинитная гидрология – это действительно антураж, сопровождающий процесс получения нового гидрологического знания. Это способ передать другим свои ощущения при его получении, способ коммуникации с гидрологическим сообществом.

Гидрология – наука многоплановая, но есть в ней три «кита», которые на 80 % перекрывают ее содержание: гидрометрия, гидравлика, речной сток. Предметные области, фиксируемые этими дисциплинами (гидропрогнозы базируются на моделях гидравлики и речного стока), отражают единичное, особенное и общее в процессе формирования режима рек. В каждой из этих областей существуют проблемы, придающие частично инфинитному подходу к их разрешению гносеологический смысл, который будет обсуждаться в п. 1.1.

Эта книга (надеюсь не последняя) – результат 20-летнего внимания к проблеме моделирования процессов развития в гидрологии. У данного направления есть последователи – молодые сотрудники кафедры гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ, а также иностранцы-гидрологи – бывшие аспиранты кафедры, которые на постоянно действующем семинаре активно его развивают (или, по крайней мере, развивали): Н. В. Викторова, В. А. Хаустов, Е. В. Гайдукова, Е. В. Шевнина, Ф. Л. Соловьев (Россия); Домингес Калье Эфраин Антонио, Ривера Эберт Госало, Ривера Мария Эстер (Колумбия); Онтиверос Мольинедо Мигель Анхиль (Боливия); Омболо Огюст (Камерун); Сяо Иминь (Китай); Эктор Монхе Авалос (Никарагуа); Куасси Би Гассан Арман (Кот-д'Ивуар) и многие другие. Плодотворное общение с ними и привело к

появлению «частично инфинитной гидрологии», которая позиционируется в данной монографии как новое научное направление в гидрологии.

Разумеется, «частично инфинитной» может быть не только гидрология. Практически любая научная дисциплина, рассматривающая процессы развития, будет опираться на одни и те же методологические основы. В работе [50] достаточно полно изучены мотивы (включая религиозно-философские и научно-методологические), заставляющие прибегать к определенному стилю мышления, исключающему полную рационализацию самого процесса познания. В качестве одного из примеров рассмотрена история России с точки зрения ее моделирования (в более полном варианте этот вопрос обсуждается в монографии [48]).

Сама попытка моделировать исторические процессы может показаться достаточно глупой. Как учесть математически людскую мотивацию, подлость и благородство, сопровождающие исторические деяния? Бесконечные интриги, заговоры, коварство... Все так, но кроме этих явно «частично инфинитных» понятий действуют обычные законы людского стада (или, более благозвучно, – законы комунальности, как их называет А. А. Зиновьев [31]).

Комуальность – это умение основных групп человеческого муравейника (опять по Зиновьеву) взаимодействовать между собой. Природа же «придумала» всего шесть типов парных взаимодействий, и все они поддаются математической формализации. Если же «формул не хватает», модель в какой-то исторической ситуации теряет устойчивость, и нет знаний, сколько и каких фазовых переменных надо подключить для обеспечения устойчивости, то начинают просто правдоподобно рассуждать. На то это моделирование и называется «частично инфинитным», что не все его этапы полностью формализуются.

Все это, уважаемый читатель, я пишу для того, чтобы у Вас не возникло ощущения, что в книге рассматривается только узкий специальный предмет. Монографию можно было бы назвать и так: «Частично инфинитное мироощущение (на примере гидрологии)».

1. Методология исследования развивающихся систем

1.1. О возможности перехода частично инфинитной гносеологии в частично инфинитную онтологию

Зачем нужно какое-то частично инфинитное моделирование и почему неустойчивости (онтологические тупики) нельзя преодолеть «обычным» моделированием? Потому что корректная постановка задач в классическом моделировании исключает неустойчивость решения. Но ведь неустойчивость – атрибут развития, поэтому в «обычном» моделировании изучаются системы, в которых не происходит никаких качественных изменений: все, что можно сказать о системе (на качественном уровне), уже сказано в стартовой позиции. Происходят только количественные изменения вектора состояния системы (появление новых компонент у этого вектора исключается). Недаром математики часто доказывают существование решений без его конкретного нахождения.

Развитие интерпретируется нами как усложнение фазового пространства системы, появление у вектора, описывающего ее состояние, новых компонент. Произойти подобное расширение может только через неустойчивость, т. е. прекращение действия условий, обеспечивающих корректность решения.

Любая модель связывает вектор состояния \vec{Y} с векторами известных внешних воздействий $\vec{\xi}$ и задаваемых параметров $\vec{\Lambda}$: $L(\vec{Y}, \vec{\xi}, \vec{\Lambda}) = 0$, где L – оператор, включающий также граничные и начальные условия, задание и согласование которых как раз и обеспечивает корректность. Вектор параметров $\vec{\Lambda}$ обеспечивает интерфейс системы с окружением, и именно «оживление» его составляющих (превращение в фазовые переменные, живущие в одном темпомире с уже существующими фазовыми переменными) является задачей частично инфинитного моделирования. Его этапы: 1) выявление условий, при которых происходит потеря устойчивости решения; 2) определение необходимого числа фазовых переменных для устойчивого описания развивающейся системы (осуществляется методами фрактальной диагностики, см. п. 1.2); 3) определение качества этих переменных (что они из себя представляют конкретно) – этот этап наиболее творческий, так как

он не поддается «полной» формализации; 4) «обычное» моделирование устойчивого функционирования расширенной системы; 5) выявление условий потери ее устойчивости и т. д. («по кругу»).

Рассмотрим подробнее основные понятия, используемые в нашем подходе: предметная область; сущность и явление; иррациональный шаблон – «дерево»; финитность, инфинитность, частичная инфинитность. В качестве примера возьмем самую простую модель речного бассейна:

$$dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau, \quad (1.1)$$

где Q – расход воды в замыкающем створе; k – коэффициент стока; τ – время релаксации; \dot{X} – интенсивность осадков.

Основываясь на уравнении (1.1), мы выделяем (фиксируем) с помощью k и τ (это и есть составляющие вектора $\vec{\Lambda}$) такие свойства речного бассейна, как проницаемость почво-грунтов, потери на испарение, инерционность. Но ведь бассейн как материальный объект гораздо сложнее, чем мы его представили (там и люди, и города, и биомасса и т. п.). Однако нам (как гидрологам) важны только те стороны этого объекта, которые: 1) отражают процесс формирования речного стока; 2) уже нами «освоены», т. е. рационализированы с помощью искусственно созданных понятий (расход воды, время релаксации и т. д.). Можно сказать, что выделена изучаемая предметная область. В нашем конкретном случае – гидрологическая предметная область; причем только в ней то, что нам интересно или «под силу» изучать (вне поля зрения остались ледовые явления, деформация русел и многое другое). В этом смысле мы интересуемся не объектами вообще, а конкретными предметными областями.

Таким образом, можно дать следующее «размытое» определение: предметная область – это субъективно рационализированный «кусочек» объективной реальности, используемый в «корыстных» целях. Поэтому и любая модель предназначена для описания только конкретных предметных областей. Причем для описания только сущности. (Явления, в широком смысле этого слова, никакой моделью описать невозможно: осадки могут сопровождаться молнией, громом и т. п. – «уловить» какие-то аспекты явления может только искусство, очень субъективно и очень неточно с точки зрения «точных» наук.) Парадоксальность си-

туации заключается в том, что в зафиксированной предметной области ее сущность ненаблюдаема (не может «взаимодействовать» с органами чувств и приборами).

Выделим (зафиксируем), например, предметную область – мельницу, взаимодействующую с ветром. Явление ветра можно наблюдать по вращению мельницы, но сущность ветра, т. е. перепад давлений, связанный с разностью температур, по вращению мельницы ненаблюдаема. Сущность ветра можно осознать только чисто умозрительно, но для этого надо мысленно расширить предметную область с мельницы до неоднородно нагретой атмосферы.

То же самое происходит в случае речного бассейна. Его воднобалансовую сущность, определяемую моделью (1.1), «потрогать» нельзя, это умозрительное понятие. Потеря решением устойчивости означает, что не «бьет» баланс. Модель надо модифицировать, искать новую сущность. Как? Путем новой фиксации предметной области (бассейна), затрачивая при этом энергию, и путем нового умозрения, расходуя интеллектуальную (эмоциональную) энергию.

Какой-то «логики умозрения» нет – это процесс творческий (не формализуемый), иррациональный, интуитивный. Интуиция просыпается, когда из-под ног уходит сущность. Математическим индикатором этого является неустойчивость решения модели. Она показывает, что прежнее умозрительное понятие (модель), описывающее сущность, надо заменять новым (по-новому фиксировать предметную область, чтобы новое решение было устойчивым).

Попробуем наглядно представить действие интуиции (логики чувств по П. Пикассо). Любое чувственное восприятие являе-

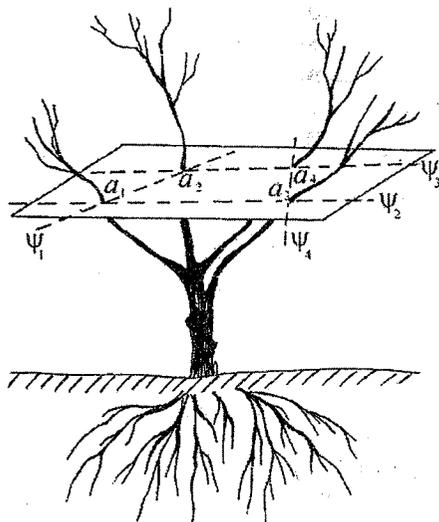


Рис. 1.1. К метафоре «иррационального шаблона».

ния – это неповторимое событие (философская категория – единичное), т. е. «точка»: a_1 – этот конкретный стул, a_2 – этот конкретный стол (рис. 1.1). Для того чтобы сформировалось понятие о чем либо (философская категория – общее), надо иметь что-то общее как минимум в двух чувственных восприятиях: ψ_1 – понятие мебель (рис. 1.1).

А теперь забудем про «стулья». Пусть двумерные существа (жители плоскости), наблюдая, как ветер раскачивает ветки, установили для единичных восприятий (точек a_i) общность их перемещения, т. е. сформулировали понятия ψ_i . Пусть подрастающая ветка протыкает плоскость. В рамках логики, основанной на двумерных понятиях ψ_i , это событие не объяснить. Но если некоторые двумерные существа («творческие») обладают (бессознательно) интуицией и «видят» дерево целиком (как мы с вами на рис. 1.1), то они могут сформировать умозрительное (для жителей плоскости) понятие третьего измерения и все прекрасно объяснить. Это дерево можно считать неким иррациональным шаблоном, в котором слились рациональность и иррациональность.

Теперь можно ввести ряд важных понятий [57]. Будем называть любые объекты (и связи между ними) на «плоскости» – финитными, т. е. выразимыми в рациональных структурах (понятиях ψ), а объекты (связи) на всем «дереве» (т. е. невыразимые в рациональных понятиях ψ) – инфинитными. Инфинитная реальность – это все «дерево» или «лес» (короче – шаблон). Опираясь на эти понятия, можно сказать, что зафиксированная предметная область всегда является финитной реальностью (самим фактом фиксации). Эта фиксация может осуществляться либо практической деятельностью (на уровне явлений), либо умозрительными понятиями (на уровне сущности). Таким образом, вся познанная окружающая нас реальность – это взаимосвязанная система предметных областей. Но выделение предметной области означает, что все другие предметные области частично или полностью инфинитны (т. е. невыразимы в ее рациональных структурах). Следовательно, финитная реальность («плоскость») задается при помощи реальности инфинитной («дерева»). Граница между финитным и инфинитным всегда частично инфинитна (только частично выразима в рациональных структурах). Например, для «плоскости», пересекающей крону дерева, частично инфинитным понятием будет «расширение дырки» («перемещение существующей» – финитным, «появление новой» – инфинитным).

Дадим наглядный образ частично инфинитного моделирования как перехода из **возможности** в **действительность**. Можно дать такое достаточно общее определение: частично инфинитное моделирование – это гносеологический переходный процесс из возможности в действительность с затратой энергии. Ниже будет расшифровываться это определение.

Пусть мы спроектировали инфинитную реальность на «плоскость» (точка зрения № 1) и построили «обычную» модель (рис. 1.2). Если ее решение оказалось неустойчивым, то надо менять точку зрения, т. е. по-новому фиксировать проекцию (материальный объект – «дерево» – при этом не меняется). Если в расширенной области (с новыми фазовыми переменными) решение устойчиво, то можно временно «остановиться» до появления новой «неустойчивости».

Как может возникнуть эта новая неустойчивость? Только в процессе деятельности по освоению материального объекта («дерева»–шаблона). В результате этой деятельности мы выходим за рамки расширенной предметной области (например, оказываемся в новом диапазоне прежних параметров). Расширенная (например, двухфазная) модель может «не сработать» и все начинается «по-новой»: снова надо менять точку зрения. Следовательно, частично инфинитное моделирование предполагает, что материальный объект («инфинитный») может оставаться и прежним, а меняется только точка зрения ученого, пытающегося по-новому объяснить сущность (т. е. построить модель)

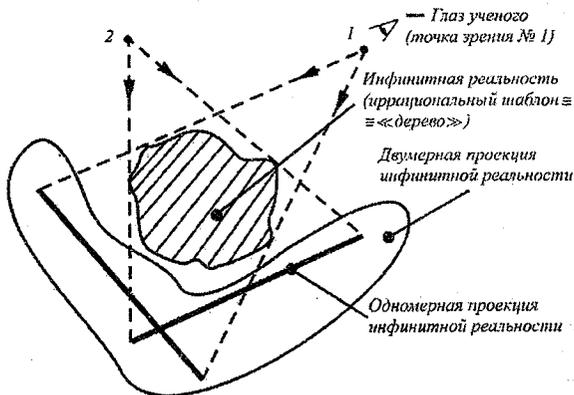


Рис. 1.2. Наглядный образ частично инфинитного моделирования.

вновь расширенной предметной области. Это расширение происходит не умозрительно, а в результате практической деятельности (умозрением уже потом пытаются объяснить сущность). Таким образом, частично инфинитное моделирование – это гносеологический (относящийся к теории познания) переходный процесс от одной точки зрения (№ 1) к другой (расширенной) – (№ 1 + № 2), например, от одномерной проекции к двумерной.

Вопрос: переход откуда куда?

Ответ: из возможности в действительность (есть такие философские категории в диалектическом материализме).

Новая действительность – это расширенная предметная область (новая «плоскость» на «дереве»). Но она не может возникнуть из ничего. Должны быть предпосылки этой новой действительности, т. е. ее возможность. Эти предпосылки заложены: с одной стороны, в самой инфинитной реальности («дереве», иначе откуда вообще возьмется что-то новое), а с другой – в существующей актуальной (фактической) действительности, т. е. в освоенных проекциях. Только опираясь на них познающий субъект может действовать, т. е. фиксировать инфинитную реальность. Можно выразиться и так: возможность новой действительности заложена в действительности существующей.

Таким образом, чтобы оказаться в новой действительности (т. е. получить новые знания) надо:

- 1) действием (т. е. затратой энергии) зафиксировать «по-другому» предметную область (действовать могут и другие, помещая тебя в новые условия),
- 2) умозрением (затратой интеллектуальной энергии) объяснить сущность этой расширенной предметной области.

Так как и действие, и умозрение – это иррациональные (творческие) процессы, т. е. из сферы инфинитности, то все новое (рационализированное финитное) достигается путем «выжигания» инфинитности. Отсюда, в частности, следует глупость вопроса о том, познаваем ли мир (чтобы его познать, надо этот мир зафиксировать в качестве предметной области, а для этого не хватит никакой энергии). Мы познаем только отдельные предметные области.

Попытаемся графически (рис. 1.3) представить рассматриваемый процесс познания и место, которое в нем занимает частично инфинитное моделирование.



Рис. 1.3. Место частично инфинитного моделирования в процессе познания.

Если субъект отклоняется от цели, то с помощью контура обратной связи ОС₁ выбирается подходящий шаблон (модель), который корректирует его траекторию. Но если субъект в результате своих (или чужих) действий оказался в новой предметной области, то подходящего шаблона (модели) нет (неустойчивость). Тогда есть два пути: либо погибнуть, либо сформировать новый шаблон (добавить фазовую переменную в частично инфинитном блоке с помощью контура ОС₂).

Семантический фильтр (основанный на физической картине мира познающего субъекта, ФКМ) предохраняет от «бредовых идей» как в сторону частично инфинитных моделей, так и от них (ФКМ играет селективную роль). Но возможно и прямое (в обход «здорового смысла») влияние интеллектуальных эмоций на обычную энергию (см. волнистую линию на рис. 1.3).

Для прояснения ситуации вернемся к гидрологии (рис. 1.4). Пусть некий субъект прогнозирует приток воды в водохранилище, имея определенный набор прогностических моделей (шаблонов). Если ни

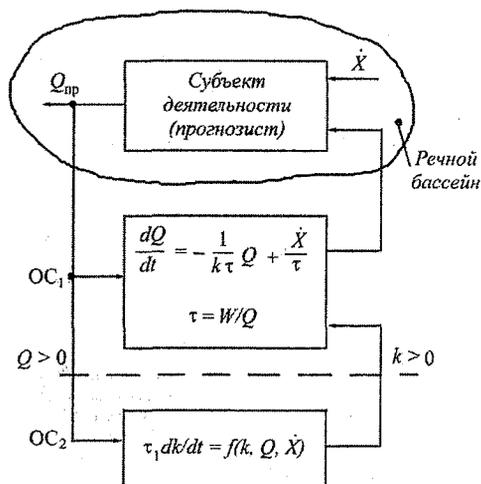


Рис. 1.4. Гидрологический пример процесса познания.

одна из моделей не дает $S/\sigma \leq 0,8$ (здесь S – средняя квадратическая погрешность поверочных прогнозов; σ – среднее квадратическое отклонение значения предсказываемой переменной от нормы), то прогнозист начинает выдумывать дополнительные шаблоны («оживлять» коэффициенты уже известных моделей), чтобы добиться успеха.

Семантический фильтр – это знание прогнозистом того, что, например, $Q \geq 0, \dot{X} \geq 0$ и

что новый придуманный им шаблон (модель) не должен давать отрицательных коэффициентов стока (это запрещает его ФКМ, гидрологическая – в данном случае).

Гносеология (технология получения новых знаний, методология познания – между этими понятиями есть, конечно, различия, но нам – гидрологам – они не важны) приводит к некоторым базовым установкам об окружающем мире, т. е. к онтологии, которая сама влияет на гносеологию. Модель (1.1) является характерным представителем «динамической онтологии» $O_{\text{дин}}$, которая предполагает жесткую однозначную связь между причиной (в нашем случае – это осадки \dot{X} и начальное условие $Q|_{t=0} = Q_0$) и следствием $Q(t)$.

Для того чтобы произошла смена онтологии $O_{\text{дин}}$, необходимо появление парадоксов (в рамках логики, порожденной $O_{\text{дин}}$). Они могут появиться только из инфинитной реальности через частично инфинитные параметры: τ и k . Мы их считаем частично инфинитными, так как, с одной стороны, они осмыслены в рамках онтологии $O_{\text{дин}}$ (финитность, причем $O_{\text{дин}}$ может быть нелинейной, многомерной и т. д.), но с дру-

гой – породить их может «что угодно» (о процессах, стоящих, например, за коэффициентом k , можно только догадываться – инфинитность). Ну а в сумме – это и есть частичная инфинитность.

Эта неопределенность порождает шумы, размывающие траекторию $Q(t)$, и поэтому логично заменить $O_{\text{дин}}$ на стохастическую онтологию $O_{\text{стох}}$:

$$\frac{\partial p(Q, t)}{\partial t} = -\frac{\partial(Ap)}{\partial Q} + 0,5 \frac{\partial^2(Bp)}{\partial Q^2}, \quad (1.2)$$

387835
где $p(Q, t)$ – плотность вероятности; A и B – коэффициенты сноса и диффузии (о них подробнее ниже). В онтологии, представленной уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) (1.2), шумы уже рационализированы с помощью интенсивностей $G_{\bar{c}}, G_{\bar{N}}$ и взаимной интенсивности $G_{\bar{c}\bar{N}}$ (здесь $c = 1/k\tau = \bar{c} + \tilde{c}$, $N = \dot{X}/\tau = \bar{N} + \tilde{N}$, где \bar{c} и \bar{N} – нормы, а \tilde{c} и \tilde{N} – белые шумы). Но и она сталкивается с парадоксами (неустойчивость): при $\bar{c} < 0,5nG_{\bar{c}}$ возникает неустойчивость моментов n -го порядка и в итоге – всего распределения в целом. Поэтому эту онтологию (оставляя ее стохастической) надо «уточнять», например делать распределения плотности вероятности многомерным (расширять фазовое пространство). Замена онтологий $O_{\text{дин}} \rightarrow O_{\text{стох}} \rightarrow ?$ и есть гносеологический переходный процесс.

Эти две онтологии соответствуют динамической и статистической закономерностям, которые используются сейчас в науке. А можно ли построить «онтологию переходной гносеологии»? Ведь и динамический и статистический взгляд на мир – это не более чем обобщенный стиль мышления. А можно ли частично инфинитный стиль мышления сопоставить с частично инфинитной онтологией, т. е. получить закономерности, соответствующие не только уже готовым знаниям – ступенькам на рис. В.1, но и переходу с одной ступеньки на другую?

В теории познания все категории связаны друг с другом (каждая зависит от других, т. е. носит эмерджентный характер, или, в научнo-естественной терминологии, требует полевого мышления). Поэтому

в принципе нельзя вырывать какую-либо пару категорий и обсуждать их, как будто других не существует. Кроме того, есть определенная иерархия категорий. Поэтому сделаем несколько предварительных шагов, прежде чем перейдем к уже упоминавшимся категориям «возможность» и «действительность».

Развитие – это расширение фазового пространства, новая фиксация предметной области. Подойдем к этому понятию, опираясь на гегелевские категории.

Предметная область – это, во-первых, бытие, а во-вторых, бытие не только «вообще», но бытие конкретное. У всего конкретного есть мера как единство количества и качества. Следовательно, развитие есть смена мер.

Конкретизируя часть бытия, мы мысленно (и с затратой энергии) выделяем предметную область из контекста окружающей реальности; навязываем этому для-себя-бытию (как сказал бы Гегель) определенное качество, отличающее его от окружающего мира. Например, речной бассейн (речную сеть определенного порядка n) с расходом воды как его отличительной особенностью. Но расходы воды Q могут быть разные (большие и маленькие), появляется категория «количество». Но они (n и Q) не могут быть произвольными: пока часть реальности существует как обособленная предметная область, сохраняется мера его бытия – единство количества (Q) и качества (n), выражаемая, например, законом Хортона: $n = 2,2 \lg Q + 6,35$.

Эта мера соответствует динамической онтологии $O_{\text{дин}}$, так как количество («причина») однозначно определяет качество («следствие»). Но меры обнаружения «бытия речного бассейна» могут быть разные. Аппроксимируем уравнение (1.2) системой уравнений для трех начальных моментов m_i :

$$\begin{aligned} dm_1 / dt &= -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_1 + \bar{N} - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}}; \\ dm_2 / dt &= -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\bar{c}\bar{N}}m_1 + G_{\bar{N}}; \\ dm_3 / dt &= -3(\bar{c} - 1,5G_{\bar{c}})m_3 + 3(\bar{N} - 2,5G_{\bar{c}\bar{N}})m_2 + 3G_{\bar{N}}m_1. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Мера такого «статистического бытия» бассейна – увязка дискретно теряющих устойчивость моментов (качество) с непрерывно меняющимся параметром $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c}$ (количество) через условие нормировки $\int p(Q)dQ=1$ и его нарушение (узловая линия мер). Причем «количеством» (а значит, и «качеством») управляет смежная предметная область (испарительная).

Возникает странная ситуация: мера (точнее управление ею) бассейна лежит не в нем! Как же тогда устроена эта предметная область? Для ответа на этот вопрос надо обратиться к категориям «сущность» и «явление». Сток формирует не сам по себе бассейн. Он лишь элемент глобальной гидрометеорологической системы. Только в контексте этой «всеобщности» осмысленно явление речного стока (примерно это соответствует «бытовой» фразе: свита делает короля). Мы уже упоминали, что сущность надо искать в «другой» предметной области. В данном случае ею является испарительная область, которая сама осмыслена только в контексте более общей гидрометеорологической системы.

Хороший пример для прояснения ситуации приводится в работе [91]. «То, что я живу, допустим, работая учителем, имеет своим основанием то, что общество производит знания о мире и передает их своим подрастающим поколениям. Следовательно, основанием моего существования (явления – В. К.) в качестве учителя является сущность общества как тотальности, которой я принадлежу». Их единство (сущности и явления) дает категорию действительности, т. е. того, что действует. Но чтобы действовать, нужна возможность для этого.

Категории «возможность» и «действительность» можно пояснить наглядно (рис. 1.5). В стартовой позиции (1) имеем стационарное состояние бассейна $p(Q, t_0)$, моделируемое уравнением ФПК. Эта модель описывает сущность, в которой заложена возможность разрушения меры (за счет члена $[-(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})]$). Чтобы возникла новая («двухфазная») действительность, одной модели мало: нужно действие (действительность – то, что действует). Любой прогноз – это гносеологическая имитация действия. Если мы на интервале от (1) до (2) меняем окруже-

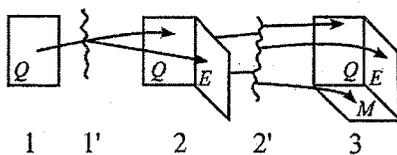


Рис. 1.5. Новые возможности могут появиться только через действительность.

ние («свиту короля»), т. е. сущность (соотношение \bar{c} и $G_{\bar{c}}$, т. е. β), то в момент нарушения меры (1') селективные ценности явной (Q) и скрытой (E) фазовых переменных сравниваются (скрытую переменную нельзя считать константой: $dQ/dt \approx dE/dt$). В позиции (2) имеем двумерное уравнение ФПК с решением $p(Q, E; t)$ и новой мерой $\iint p(Q, E)dQdE=1$ (скрытая сущность $E \sim -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})$ стала псевдо-явлением).

Если в состоянии (Q, E) система закрыта для мультипликативных шумов, то возможностей для перехода в состояние (3) у нее нет. Никакими действиями без нарушения меры $\iint p(Q, E)dQdE=1$ устойчивую систему не вывести в новое качество (король оказывается голым).

Развалить новую меру может только новая сущность, а чтобы она себя проявила, надо действовать, по-новому фиксировать (и менять эту фиксацию) предметную область (мультипликативно открываться). Для модели это означает – в нее надо вводить шумящие параметры, а коэффициент сноса делать переменным [$-(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}) = f(t)$]. Сущность – то, что разрушает меру и становится новым явлением (если под явлением понимать Q и E).

Мы сейчас описали (пользуясь своим «стилем») процесс развития. Но пользуется ли этим же «стилем» и природа? Ведь никаких «шумов», «мультипликативного открывания» и т. п. нет (руками их не потрогать). Но руками нельзя «потрогать» и все, что связано с динамической или статистической закономерностями. Просто статистический (например) взгляд на мир, вероятностный стиль рассуждений, позволяет более адекватно отражать какие-то стороны реальности. Поэтому и имеют эти закономерности онтологический статус. Что отражает частично инфинитная гносеология? Условия появления неустойчивости и переход в устойчивое, но более многомерное фазовое пространство. Можно возразить: переход в малоразмерное пространство также может обеспечить «устойчивость». Например, в системе уравнений для моментов (1.3) можно отбросить третий момент и все, что с ним связано. Получим нормальное распределение, так как о неустойчивости третьего момента нет смысла говорить (раз его «нет»), а второй момент более устойчив, чем третий ($\beta_2 = 1, \beta_3 = 0,67$). Но нам важно не просто устойчивость, а развитие системы, переход ее в более «развитое» состояние.

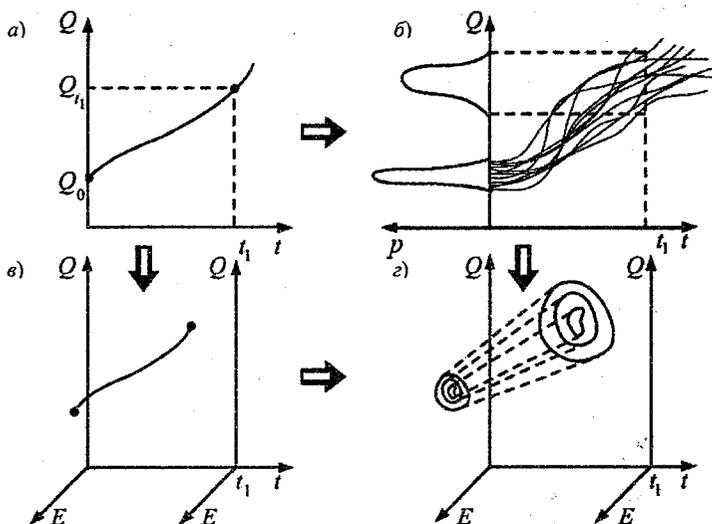


Рис. 1.6. Действие частично инфинитной закономерности при переходе от динамических закономерностей (а, е) к статистическим (б, з) и при расширении фазовых пространств динамических (а, е) и статистических (б, з) систем.

На рис. 1.6. показано место частично инфинитной онтологии $O_{\text{чип}}$: при переходе от динамического описания к статистическому и при расширении фазовых пространств в динамической и статистической онтологиях.

1.2. Математические аспекты моделирования, фрактального диагностирования и прогнозирования развивающихся систем

Традиционная методология науки обычно «регламентирует» научные исследования следующими рекомендациями: 1) должен быть описан состав и последовательность действий (материальных и мысленных), необходимых для получения «новых» знаний; 2) изложение ведется в форме нормативных высказываний («сделать то-то ...»); 3) должен

выполняться критерий осуществимости (в описании действий исключается противоречия и они выполняются за конечное число шагов).

Но можно ли регламентировать пути получения нового знания? Знания новые, а путь к ним один и тот же? Получается, что добиться чего-то нового можно и не «стиляя». Но ведь новое требует творческих шагов (иначе любого «дурака» можно было бы сделать творцом).

Как «стиль», т. е. неформализуемые шаги, ввести в математику? Ведь она – наука строгая, каждый шаг требует доказательства. Задачи в ней должны быть поставлены «корректно». Но что означает эта «корректность»? А то, что уже в стартовой позиции отвергаются всякие неожиданности типа неустойчивости. Но неустойчивость – атрибут развития. Поэтому говорить о каком-то «своем математическом аппарате» в частично инфинитном моделировании не приходится. Но если бы у него вообще не было какого-либо специфического аппарата, то моделирование превратилось бы просто в «гуманитарные рассуждения», не подлежащие рационализации. Тогда бы и слово «моделирование» нельзя было употреблять. Это было бы некое философствование с размытым смыслом. Поэтому необходимо сочетание относительно строгого («финитного») математизируемого ядра с окнами неустойчивости («инфинитности»), в которых имеются тропы в открытый мир (явные или «потайные», типы указателей в языке программирования C++). Эти тропы существуют всегда, но открываются только в ситуациях неустойчивости. Последнее – понятие в основном гносеологическое, т. е. возникающее только при загибании логики у познающего субъекта. Однако может быть и квазионтологическим: образование новых видов и т. п. Квази-, так как это «новое» является новым только для нас, а с точки зрения «Творца» происходит появление новых (для нас) свойств, которые просто расширяют «фазовое пространство».

Рассмотрим на примере, как может возникнуть неустойчивость. Выделим предметную область под названием «речной бассейн» (рис. 1.7). Представим его динамический водный баланс уравнением:

$$\tau dQ/dt = -Q - E \pm \Delta U + \dot{X}, \quad (1.4)$$

где τ – время релаксации; Q – расход воды в замыкающем створе; E – интенсивность испарения с поверхности бассейна; $\pm \Delta U$ – изменение запасов подземных вод; \dot{X} – интенсивность осадков.

Будем рассматривать достаточно большие временные интервалы T (годы), считая (как это принято в гидрологии), что при многолетнем осреднении $\Delta \bar{U}^T \rightarrow 0$, а потери на испарение учтем коэффициентом стока k :

$$\tau dQ/dt = -\bar{c}Q + \dot{X}, \quad (1.5)$$

где \bar{c} – величина обратная k , осредненная за период T .

Если период осреднения уменьшается хотя бы до года, то $\Delta \bar{U} \neq 0$, и в (1.5) появляется «случайная» составляющая $\pm \tilde{c}$:

$$\tau dQ/dt = (-\bar{c} \pm \tilde{c})Q + \dot{X}, \quad (1.6)$$

которая может сделать процесс формирования стока неустойчивым: если при увеличении влагозапасов ($\tilde{c} \approx \bar{c}$) $dQ/dt > 0$. Когда это происходит? Когда времена релаксации двух смежных предметных областей (поверхностной и подземной) становятся одинаковыми ($\tau_{\text{пов}} \approx \tau_{\text{подз}}$). А это зависит от того, на каком временном интервале мы интересуемся расходом. Если в (1.6) под \tilde{c} понимается многолетнее среднее, то $\tilde{c} \rightarrow 0$ и процесс формирования стока «устойчив» (в смысле устойчивости решения уравнения (1.6)). Во взаимодействующих предметных областях всегда существует иерархия времен релаксации, которая может делать их взаимодействие практически безынерционным по отношению друг к другу. Это приводит к неустойчивости, которую можно «остановить», если неустойчивые предметные области сделать единой расширенной (и финитной) областью.

Процесс может стать «безынерционным» и при «самовоздействии» предметной области. Пусть в (1.5) $\tau = \tau_0 - AQ$ (здесь τ_0 и A – постоянные). Тогда при увеличении Q величина $\tau \rightarrow 0$ (например, почво-грунты насы-

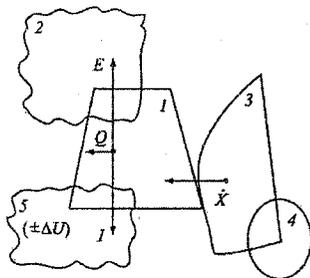


Рис. 1.7. Взаимодействие предметных областей: 1 – бассейн, 2 – испарительная, 3 – атмосфера, 4 – «луна», 5 – подземная (I – интенсивность фильтрации).

1. Методология исследования развивающихся систем

щены водой и осадки быстро попадают в замыкающий створ). В этом случае имеем малый параметр при производной, что приводит к разрывным решениям, сделать которые конечными позволяет «численная вязкость», размывающая машинный «0» (некий аналог иерархии нулей в нестандартном анализе [75, 95], см. ниже).

Если посмотреть на типичный речной бассейн («гидрологическую систему», рис. 1.8), то видно, что он содержит много компонент как природного, так и антропогенного характера. Они математически описываются самыми разнообразными моделями как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами.

Очень широкое применение находят линейные и нелинейные модели в виде обыкновенных дифференциальных уравнений. Например, если нас интересует формирование расхода воды только в замыкающем створе бассейна, то вполне достаточно его описывать уравнением ти-

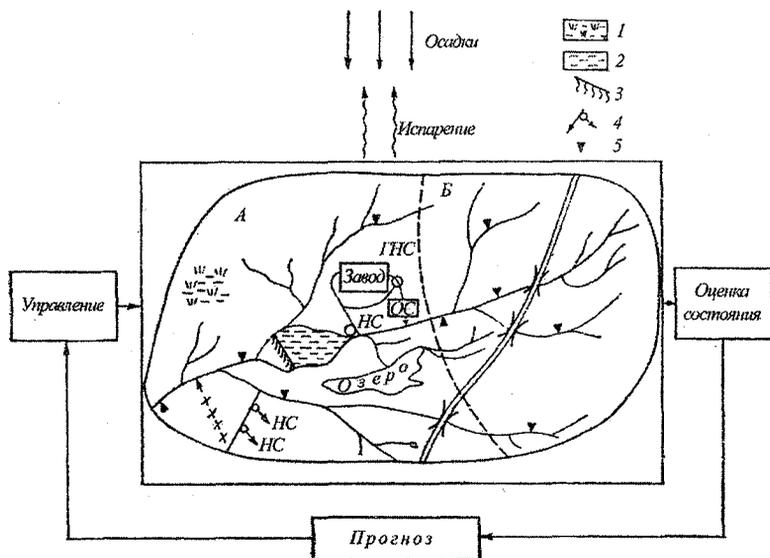


Рис. 1.8. Гидрологическая система:

А – зона активного использования стока; Б – зона формирования стока; 1 – болото, 2 – водохранилище, 3 – ГЭС, 4 – гидромелиоративная система, 5 – пост, НС – насосная станция; ГЭС – главная насосная станция; ОС – очистные сооружения.

па (1.5) или более высокого порядка. Причем под бассейном можно понимать огромные территории типа водосборной площади, формирующей сток в Северный Ледовитый океан.

Если озера, болота, водохранилища интересуют нас как аккумулирующие емкости, то изменение уровня в них также описывается моделями с сосредоточенными параметрами.

Есть еще так называемые расчетно-измерительные модели (см. п. 3.1). На участке реки процесс описывается моделями с распределенными параметрами (например, системой Сен-Венана), но если нас интересует изменение расхода в фиксированном гидростворе и предполагается, что информация о морфометрии, уровне и его производных по времени и координате известна из измерений, то также приходим к модели с сосредоточенными параметрами (обобщенному уравнению Риккати).

Более того, в результате применения различных методов (см. [51]) бесконечномерные системы (описываемые уравнениями в частных производных) можно свести к конечномерным $dx_i / dt = f(x_i, t)$, $i = 1, 2, \dots$ (x_i – компонент вектора состояния). Существует определенный класс подобных моделей, которые отражают некоторые реальные черты развивающихся систем. Они хорошо изучены и допускают экспериментальную проверку. Это так называемые популяционные модели, описывающие эволюцию всевозможных популяций (последнее имеет широкое толкование).

Рассмотрим их более подробно [97, 106]. Обозначим через $x_j(t)$ плотность популяции какого-либо j -го вида. Скорость роста (без учета миграции из ареала обитания) $dx_j / dt = (b_j - d_j)x_j$. Удельные скорости размножения b_j и гибели d_j зависят как от абиотических факторов (тепло, свет и т. п.), так и от взаимодействия с другими популяциями x : $b_j = b_j(v_1, \dots, v_k; x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)$; $d_j = d_j(v_1, \dots, v_k; x_1, \dots, x_j, \dots, x_n)$. Обозначив $b_j - d_j = r_j$, получим: $dx_j / dt = r_j x_j$. Если $r_j = r_0 = \text{const}$ (r_j не зависит от x_j – редкая популяция), то имеем модель Мальтуса, решение которой дается экспонентой $x(t) = x_0 \exp r_0(t - t_0)$ (рис. 1.9). Однако более реалистичная модель получается, если считать, что с повышением плотности популяции она сама себя начинает «тормозить» (β – коэффициент): $r_j = r_0 - \beta x_j$. Модель примет вид $dx / dt = r_0 x(1 - x / K)$, где $K = r_0 / \beta$ (индекс j опущен, так как сейчас рассматривается одна попу-

ляция). Это так называемое уравнение Ферхюльста, и его решение дается формулой $x(t) = K / (1 + ((K - x_0) / x_0) \exp(-r_0(t - t_0)))$ (см. рис. 1.9).

Величина r_0 – биотический потенциал популяции (показывает потенциальные возможности роста при отсутствии помех со стороны других популяций и самой себя); K – экологическая емкость среды, т. е. тот потолок, до которого может расти популяция в заданной экологической нише.

В случае взаимодействующих популяций ($r_i = r_i^0 - \sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_j$, $i = 1, \dots, n$) модель примет вид:

$$dx_i / dt = (r_i^0 - \sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_j) x_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.8)$$

Если r_i^0 определяет продуктивность i -го вида (по-другому: селективную ценность или биотический потенциал i -го вида), то $\sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_j = \bar{E}(t)$ – среднюю продуктивность всей цепи взаимодействующих популяций. Размерность r_i^0 обратно пропорциональна времени релаксации ($[r_i^0] = [1 / \tau_i]$). Следовательно, если $\tau_i \rightarrow 0$, то $r_i^0 \rightarrow \infty$, т. е. тот, кто быстрее плодится, находится в выигрыше.

Рано или поздно наступает селективное равновесие: $\bar{E}(t) \rightarrow \max_i r_i^0$ и $dx_i / dt = 0$. Система уравнений (1.8) работает как

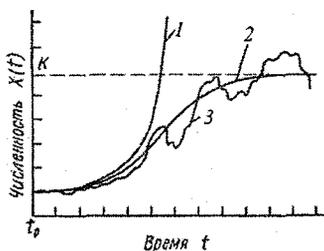


Рис. 1.9. Нелимитированный (1), лимитированный (2) и фактически наблюдаемый (3) рост популяций [97].

фильтр, выделяющий информацию (фазовые переменные) с наибольшей ценностью. Чтобы сдвинуться с точки равновесия, должен появиться мутант с $\tilde{r}_i^0 > \max_i r_i^0$, т. е. необходимо рождение новой информации.

Коэффициенты β_{ij} учитывают влияние одних популяций (или фазовых переменных) на другие. Причем могут быть разные ситуации: $\beta_{ij} < 0$,

$\beta_{ij} = 0, \beta_{ij} > 0$. В зависимости от знака β_{ij} в системе могут происходить разные типы взаимодействий, общая классификация которых сводится к следующему.

Запишем систему уравнений в общем виде $dx_i / dt = f_i(x_1, \dots, x_n)$, $i = 1, \dots, n$. Переменные x_i (популяции) взаимодействуют друг с другом (борются за свет, тепло, пищу и т. д.). Влияние одного вида на скорость изменения других определяется частной производной $(\partial f_i / \partial x_j)|_{x_1, \dots, x_n} = c_{ij}(t) \geq 0$. При этом тип взаимодействия может меняться со временем.

Если есть n видов, то исчерпывающую характеристику парных взаимодействий дает матрица $(c_{ij}(t))_1^n$. Всего известно шесть типов парных взаимодействий (табл. 1.1).

Если пользоваться введенной нами терминологией, то нейтрализм характеризует две инфинитные друг другу «предметные области»; аменсализм и комменсализм – частично инфинитные; конкуренция, жертва–эксплуататор и мутуализм – финитные.

Таблица 1.1

Типы парных взаимодействий

№	Наименование взаимодействия	Тип влияния	
		1-го вида на 2-й	2-го вида на 1-й
1	Нейтрализм	0	0
2	Аменсализм	–	0
3	Комменсализм	+	0
4	Конкуренция	–	–
5	Жертва–эксплуататор	+	–
6	Мутуализм	+	+

Примечание (характер влияния): 0 нейтральное, – отрицательное, + положительное.

Рассмотренная популяционная модель Лотки–Вольтера известна с 20-х годов XX в. М. Эйген подобной моделью описывал зарождение жизни на Земле (x_i – конкурирующие и объединяющиеся макромолекулы). Ею же описываются и другие процессы, связанные с теорией эволюции Дарвина, например, борьба идей в науке или «борьба» испарения и стока за выпадающие осадки (см. ниже).

Теперь имеет смысл вернуться к «потаянным» тропам в открытый мир. Новая переменная появляется не с Луны, иначе ни о какой,

даже частичной, рационализации прогнозирования нового и речи бы не было. Она скрыта в самой модели и «кто-то» ее «пробуждает».

Вернемся к системе популяционных моделей:

$$dx_1 / dt = (r_1 - \beta_{11}x_1 - \beta_{12}x_2)x_1; \quad (1.8)$$

$$dx_2 / dt = (r_2 - \beta_{21}x_1 - \beta_{22}x_2)x_2. \quad (1.9)$$

В обычных условиях эта система описывает взаимодействие двух популяций x_1 и x_2 . Теперь вспомним, что $r_i = 1/\tau_i$, и пусть $\tau_2 \gg \tau_1$, т. е. селективная ценность у x_2 очень мала ($x_2 \approx \text{const}$, $dx_2/dt \approx 0$). Тогда $\beta_{12}x_2 \approx \beta_{12} \cdot \text{const} = \text{const}_1$; обозначим $r_1^0 = r_1 - \text{const}_1$. Следовательно, систему (1.8), (1.9) мы воспринимаем как одно уравнение $dx_1 / dt = (r_1^0 - \beta_{11}x_1)x_1$. Наблюдая за x_1 , мы идентифицируем численные значения r_1^0 и β_{11} . Нам даже невдомек, что за величиной r_1^0 еще что-то стоит, кроме селективной ценности x_1 (точнее, то, что стоит за r_1^0 , и определяет селективную ценность: уменьшает при $\beta_{12} > 0$, увеличивает при $\beta_{12} < 0$). Фазовая переменная x_2 как бы есть, но она нами не воспринимается как искомая функция. Действительно, запишем уравнение (1.9) в конечных разностях:

$$(x_2)_{i+1} = (x_2)_i + (1 - \tau_2\beta_{21}x_1 - \tau_2\beta_{22}(x_2)_i)(x_2)_i \Delta t / \tau_2.$$

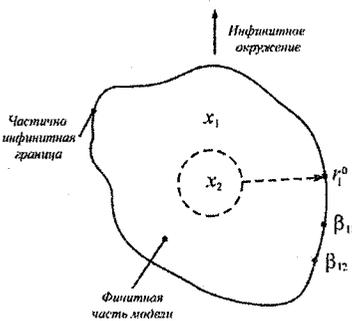


Рис. 1.10. Включение медленной фазовой переменной x_2 в состав частично инфинитных параметров.

Если $\Delta t \ll \tau_2$, то $\Delta t/\tau_2 \rightarrow 0$ и $(x_2)_{i+1} = (x_2)_i$. В этом случае x_2 выступает как const, принадлежащая частично инфинитной границе (рис. 1.10). Но если уравнение $dx_1 / dt = (r_1^0 - \beta_{11}x_1)x_1$ потеряет устойчивость ($dx_1 / dt > 0$, $x_1 \rightarrow \infty$), то член $\tau_2\beta_{21}x_1 \rightarrow \infty$ и $(x_2)_{i+1} \neq (x_2)_i$. Величина x_2 «оживает» и подавляет рост фазовой переменной x_1 . Говорят, что они стали жить в одном темпомире (рис. 1.11).

А сколько всего таких «затаившихся» фазовых переменных? Ответ на этот вопрос дает фрактальная диагностика. Ее смысл заключается в том, что, наблюдая за одной фазовой переменной (доступной измерению), можно сделать вывод о количестве других (оказывающихся, что временная реализация одной фазовой переменной в известном смысле эквивалентна «пространственному» срезу многообразия фазовых переменных: ведь эволюция одномерной проекции (см. рис. 1.6) инфинитной реальности происходит не сама по себе, а с учетом влияния ближайших соседей).

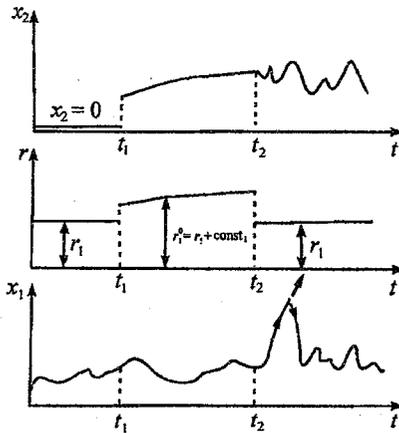


Рис. 1.11. Иллюстрация «пробуждения» «скрытой» (теневой) фазовой переменной x_2 в момент времени t_2 при возникновении неустойчивости переменной x_1 (переходный процесс при «подключении» x_2 в момент t_1 не рассматриваем).

Рассмотрим вначале несколько примеров. Если взять лист бумаги, то при нулевой толщине он представляет собой аналог евклидовой плоскости с размерностью, равной двум. Теперь сделаем из него комок. Какая у него размерность? Это ведь не сплошное тело, имеющее размерность три. Значит, что-то между двумя и тремя. Чем сильнее спрессовать, тем ближе размерность к трем. В подобных случаях говорят, что комок (и похожие «рыхлые» тела) имеет дробную (фрактальную) размерность. Так как он располагается в трехмерном пространстве, то говорят, что размерность его пространства вложения есть три.

Фрактальная размерность характеризует не свойства каких-то абстрактных пространств «вообще», а конкретный объект (в нашем примере – комок бумаги). Еще точнее – она является продуктом факторов влияния на систему (лист бумаги). В данном случае – это сила, с которой мы сжимаем лист. Если очень сильно утрамбовать комок, то его фрактальная размерность увеличится (в пределе – до трех). Следовательно, она характеризует влияние инфинитного окружения (точнее – частично инфинитного взаимодействия с ним).

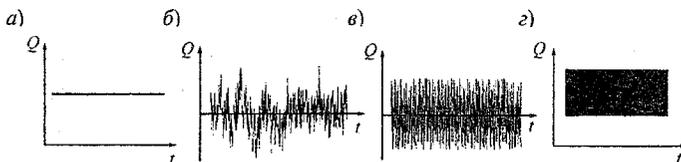


Рис. 1.12. Изменение фрактальной размерности ряда речного стока:
 а - 1; б - 1, ..., в - 1, ... ($\rightarrow 2$); з - 2.

Теперь рассмотрим временной ряд речного стока (рис. 1.12). На этом рисунке изображена линия (одномерное многообразие, как сказали бы математики). Однако в первом случае она прямая (евклидова размерность равна единице). А во втором и третьем? И не прямая, но и не плоскость (как в четвертом случае). Уже не линия, но еще и не плоскость. Размерность этого «оно» между единицей и двойкой.

Чем отличается второй случай от третьего? Явно видно, что во втором случае прослеживается сильная автокоррелированность, а третий – похож на белый шум. Автокоррелированность создается условиями формирования стока (инфинитным окружением). Поэтому в случае белого шума предметная область (процесс формирования стока) фиксирована не очень жестко. Это означает, что географический объект, именуемый речным водосбором, надо описывать (характеризовать) не только стоком, но и, например, биомассой, испарением и т. п.

Если вместо ряда среднегодовых расходов воды представить последовательность частиц («шариков»), то во втором случае они жестко связаны, а в третьем – нет. Таким образом, фрактальная размерность – это характеристика жесткости самого объекта. Если поместить «фигуру», изображенную на рис. 1.12, б, не на плоскость, а в пространство («трубу»), то она сохранит свою форму. Следовательно, в пространстве вложения любой размерности объект остается самим собой.

В случае, когда «частицы» не связаны (белый шум, молекулы газа), то они пытаются заполнить все пространство вложения (как тесто). В нашем случае (рис. 1.12) заполняется плоскость, но это может быть объем или (в случае фазовых пространств) пространство любой размерности.

Еще один пример связан с определением длины береговой линии. Парадоксально, но у береговой линии конечной длины не существует. Этот парадокс связан с ее фрактальной размерностью (рис. 1.13, в). Оказывается, что величина L зависит от (образно) раствора циркуля l :

если его уменьшать, то L будет стремиться к бесконечности. Длина L определяется выражением $L \approx l \cdot N$, где N показывает, сколько раз прикладывается циркуль. Так как $N \approx (R/l)^D$ (ниже поясним эту формулу), то $L \approx l(R/l)^D$. Показатель D и называется фрактальной размерностью. Если она совпадает с топологической ($D = 1$), то приходим к обычному понятию длины гладкой линии $L = l(R/l)^1 = R$. (Фрактальные объекты, согласно своему начальному определению, обладают размерностью, строго превышающей топологическую размерность элементов, из которых они построены.)

Если раствор циркуля $l \rightarrow 0$, то $L = \lim_{l \rightarrow 0} l(R/l)^D = IR^D / l^{D-1} \sim l^{1-D} \rightarrow \infty$ (если $D > 1$). Например, для берегов Англии $D \approx 1,3$.

Накроем береговую линию плоскостью (рис. 1.14). Если L рассматривать как фазовую переменную, описывающую состояние системы «берег», то она неустойчива ($L \rightarrow \infty$), т. е. оказываемся в условиях нефеноменологического (сущностного) парадокса. В то же время площадь плоской фигуры, в которую вписан берег, конечна ($ab = S < \infty$). Следовательно, если a и b – две новые фазовые переменные, такое опи-

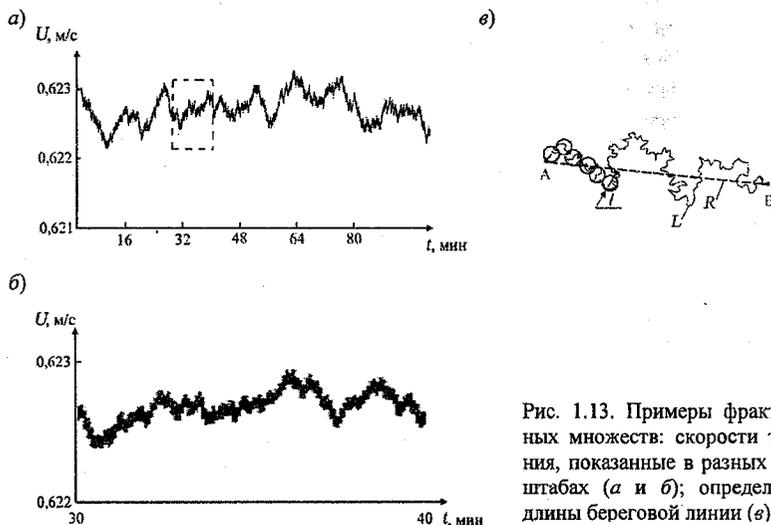


Рис. 1.13. Примеры фрактальных множеств: скорости течения, показанные в разных масштабах (а и б); определение длины береговой линии (в).

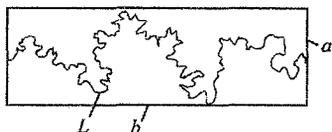


Рис. 1.14. Исключение нефеноменологического парадокса путем расширения фазового пространства.

сание устойчиво. «Парадокс»: имеем бесконечную длину (одномерное фазовое пространство) в конечном (двухфазовом) пространстве.

Объект, который имеет дробную размерность, называется **фракталом** (или **фрактальным множеством**, см. рис. 1.13). Обычно это – **странные**

аттракторы, и фрактальная размерность как раз характеризует меру этой «странности». Приведем примеры фрактальных множеств.

1. Кривая Кох (рис. 1.15, а). Правило построения этой кривой видно из рисунка. В пределе получим непрерывную, нигде не дифференцируемую самоподобную кривую с фрактальной размерностью между 1 и 2.

2. Множество Кантора (рис. 1.15, б). Каждый шаг построения удваивает число отрезков, но уменьшает общую длину отрезков до $2/3$ ее величины перед отбрасыванием средней части (фрактальная размерность между 0 и 1).

3. На рис. 1.15, в представлено более экзотическое фрактальное множество (одно из множеств Жюлиа). Примеры самоподобных образований можно назвать до бесконечности.

Теперь будем пытаться более или менее строго определить, что такое дробная размерность и подсчитаем ее для некоторых примеров.

Возьмем пространство R^n . Это прямая ($n = 1$), плоскость ($n = 2$), трехмерное пространство ($n = 3$). Рассмотрим, чему равны длина L ,

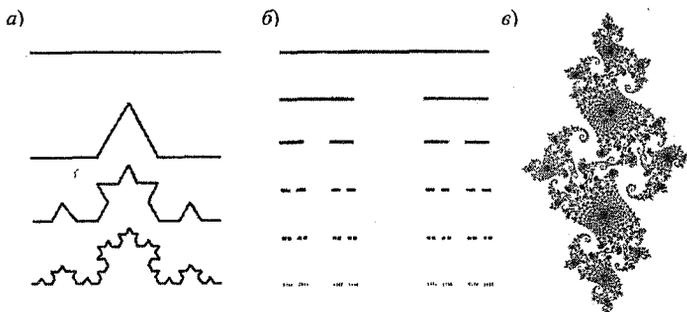


Рис. 1.15. Примеры фракталов: а – кривая Кох; б – «пыль» Кантора; в – множество Жюлиа (из «долины морских коньков»).

площадь S , объем V «шара» радиуса r : $L = 2r$, $S = \pi r^2$, $V = 4\pi r^3/3$. Обобщив на любую размерность, получим $V_d = \gamma(d)r^d$, где гамма-функция $\gamma(d)$ равна: 2 (при $d = 1$), π (при $d = 2$), $4\pi/3$ (при $d = 3$). Оказывается, эту формулу можно распространить с натуральных $d = 1, 2, 3, \dots$ на любые неотрицательные вещественные числа. Например: $V_{3/2} = \gamma(3/2)r^{3/2}$. Величина V_d называется d -мерой шара радиуса r в пространстве R^n . Ну а если у нас не шар, а произвольное множество («береговая линия») $A \subset R^n$?

Покроем A шарами радиуса ε и просуммируем их объемы (см. рис. 1.13). Общий объем (мера A) будет $B_d(A) \sim N(\varepsilon)\gamma(d)\varepsilon^d \sim N(\varepsilon)\varepsilon^d$ [$\gamma(d)$ не играет в дальнейшем роли, $N(\varepsilon)$ – минимальное число шаров для покрытия]. Полагая, что существует конечная мера $B_d(A) \sim C$, получаем $N(\varepsilon) \approx C/\varepsilon^d$. Отсюда следует, что $d \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} -\log N(\varepsilon) / \log \varepsilon$. Это – размерность Минковского–Хаусдорфа.

Подсчитаем размерность для кривой Кох. На n -м шаге итерации получим число отрезков $N_n = 4^n$ (радиус $\varepsilon_n = (1/3)^n$). Поэтому $\dim = d = \log 4 / \log 3 = 1,26185\dots$, т. е. это уже не прямая, но еще и не плоскость. Кривая Кох вложена в плоскость, причем d характеризует степень заполненности плоскости («рыхлости») или степень компактности, как сказали бы математики. Таким образом, дробная размерность фрактала всегда больше топологической размерности элементов фрактала («строительных кирпичей», у нас – прямая, с топологической размерностью, равной единице), но меньше топологической размерности пространства вложения (у нас – плоскость, с топологической размерностью, равной двум).

Теперь для множества Кантора: $N_n = 2^n$, $\varepsilon_n = (1/3)^n$, $d = \log 2 / \log 3 = 0,6092\dots$ Предельный набор точек на рис. 1.15, б. не имеет длины, т. е. это «больше», чем точка (топологическая размерность – ноль), но еще не дотягивает до линии.

Введенная дробная размерность не характеризует фрактал, если он неоднородный (рис. 1.16, а). Поэтому в рассмотрение вводят целый спектр подобных размерностей следующим образом. Покроем фрактал (аттрактор) ячейками (рис. 1.16, б) общим числом $M(\varepsilon)$ $i = 1, 2, \dots, M(\varepsilon)$.

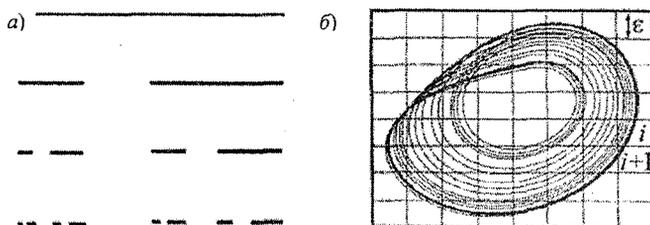


Рис. 1.16. Пример неоднородного фрактала (а) – множество Кантора с двумя характерными масштабами длины; покрытие аттрактора ячейками «радиусом» ε (б).

Вероятность попадания точки в i -ю ячейку будет $P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} (N_i / N)$ (здесь N_i – число точек в i -й ячейке, N – общее число точек). Вводится такой «объект»:

$$D_f = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{f-1} \frac{\ln(\sum_{i=0} P_i^f)}{\ln \varepsilon}, \quad f = 0, 1, 2, \dots$$

При $f \rightarrow 0$

$$d = D_0 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} 1}{\ln \varepsilon} = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}, \quad (1.10)$$

т. е. выходим на наше предыдущее определение размерности Хаусдорфа (или Минковского). При $f \rightarrow 1$ вместо (1.10) имеем:

$$D_1 = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} P_i \ln P_i}{\ln \varepsilon},$$

т. е. получаем так называемую **информационную** размерность. Если фрактал однороден, т. е. $\forall i P_i = 1/M(\varepsilon)$, то $D_0 = D_1$. При $f = 2$

$$D_2 = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(\sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} P_i^2)}{\ln \varepsilon}, \quad (1.11)$$

т. е. получаем **корреляционную размерность**.

Другие размерности рассматривать не будем, но отметим, что между ними существует иерархия: $D_f \geq D_f'$ при $f' > f$, т. е. $D_0 \geq D_1 \geq D_2$ (для множества Кантора эта иерархия представлена на рис. 1.17). Подобная цепочка неравенств важна, так как на практике легко вычисляется корреляционная размерность D_2 , и она дает оценку размерности Хаусдорфа D_0 .

Конечно, интерес представляет физика фракталов с позиций частично инфинитного моделирования. Рассмотрим механизм возникновения фрактала на примере формирования речного стока. Если на «вход» модели (1.1) подать осадки в виде прямоугольного импульса, то решением уравнения будет гладкая кривая $Q(t)$ с целой размерностью. При переходе к нелинейной модели с обратной связью и дискретным временем $T = 1$ (т. е. к отображениям) получим

$$Q_{n+1} = F(Q_n) = Q_n (1 + (\dot{X}/Q_0)(1 - Q_n/k\dot{X})), \quad (1.12)$$

где $Q_0 = W/T$ ($W = \text{const}$). Величину \dot{X}/Q_0 назовем **гидрологическим потенциалом** речного бассейна. В зависимости от значения \dot{X}/Q_0 получают решения, представленные графиками на рис. 1.18. Можно получить с помощью нелинейного расширения (см. [45]) подобной модели и фрактальные структуры (рис. 1.19). Для того чтобы подобные структуры получить, потребовалось:

- 1) ввести нелинейность,
- 2) иметь достаточно большие значения потенциала,
- 3) действовать по рекурсивному алгоритму с обратной связью.

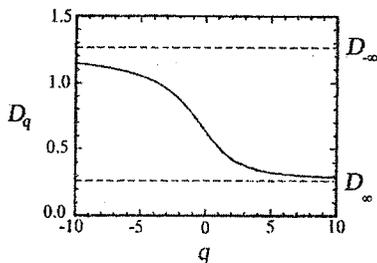


Рис. 1.17. Монотонное убывание фрактальной размерности [7] (спектр обобщенных размерностей для неоднородного множества Кантора; здесь $q \equiv f$).

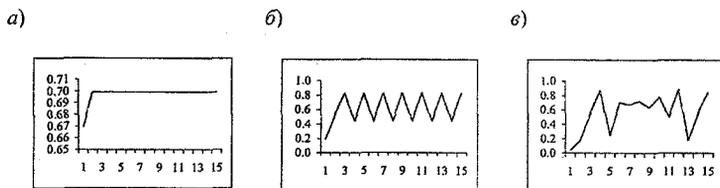


Рис. 1.18. Вид решения уравнения (1.12) в зависимости от значения гидрологического потенциала (по вертикальной оси отложены значения Q , а по горизонтальной – число итераций): $a - 1,9$; $b - 2,41$; $c - 2,59$.

Рассмотрим физический смысл фрактальной размерности. Если бы береговая линия L была не фрактальной, то, «потянув» за точки A и B (см. рис. 1.13, $в$), мы получим отрезок прямой с размерностью единица. Но если потянуть за «концы» фрактальную береговую линию или кривую Кох (см. рис. 1.15, $а$), то при ее растяжении будут самовоспроизводиться ее фрагменты.

Спрашивается, за счет каких ресурсов? Для того чтобы получить фрактал, надо совершить N итераций за время $T = \lim_{N \rightarrow \infty} \Delta t N$, где Δt – время, затрачиваемое на одну итерацию. Если $\Delta t \neq 0$, то $T \rightarrow \infty$, т. е. фрактальные процессы – нереализуемая математическая абстракция. Если $\Delta t = 0$, то получается, что переход из одного состояния в другое происходит мгновенно без затраты энергии. Таким образом, оказываемся в парадоксальной ситуации логико-негеоцентрического характера.

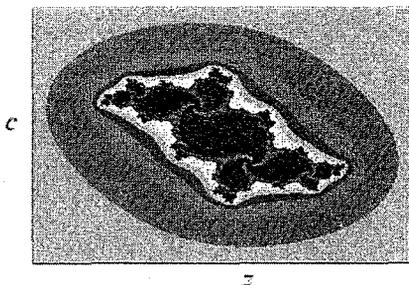


Рис. 1.19. «Фрактальное решение» модели формирования стока.

Для того чтобы от этого уйти, надо ресурс измерять не временем. Простой итерацией процесса при фиксированных \dot{X} , Q_0 и k фрактальную размерность не изменить. Значит, ресурс для ее изменения (т. е. развития системы) лежит в инфинитном окружении, порождающим \dot{X} , Q_0 и k , или, на физическом языке, – во фрактальной среде.

Именно выжигая ее (увеличивая потенциал \dot{X}/Q_0 словно – метафорически – накал лампы), можно графиком $Q(t)$ заполнить плоскость, как на рис. 1.12, з. Но изменение \dot{X} , Q_0 и k – это новая фиксация предметной области. Поэтому гносеологический переходный процесс можно организовать не иначе как жертвуя частью размерности пространства вложения. Затрата энергии на новую фиксацию и есть эта жертва.

Таким образом, частично инфинитная реальность – это питательная среда для роста размерности фрактала.

С практической точки зрения проще всего определяется корреляционная размерность (1.11). Величина P_i – это вероятность попадания точки в i -ю ячейку размером ε ; P_i^2 – вероятность попадания в эту ячейку двух точек; $\sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} P_i^2$ – вероятность того, что две произвольные точки лежат внутри ячейки размером ε . Эта сумма есть следующий парный корреляционный интеграл

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i>j} \Theta(\varepsilon - |\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \approx \frac{N^2(\varepsilon)}{N^2}, \quad (1.13)$$

где $|\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ – расстояние между парами точек ij на траектории \vec{r} рассматриваемой динамической системы (здесь $\Theta = 1$, если $\varepsilon - |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \geq 0$; $\Theta = 0$, если $\varepsilon - |\vec{r}_i - \vec{r}_j| < 0$). Таким образом, из (1.10) следует, что $C(\varepsilon) = \varepsilon^{D_2}$ или (обозначим $D_2 = d$)

$$d = \ln C(\varepsilon) / \ln(\varepsilon). \quad (1.14)$$

При использовании этого метода применяется так называемое **псевдофазовое пространство**. Дело в том, что при изучении той или иной системы обычно неизвестно, сколько фазовых переменных ее описывают. В случае речного бассейна, например, обычно известен только ряд наблюдений за расходом $Q(t)$. Оказывается, что можно построить ряды $Q(t + \tau)$, $Q(t + 2\tau)$, ..., позволяющие, в определенном смысле, получить аналог фазового пространства (рис. 1.20).

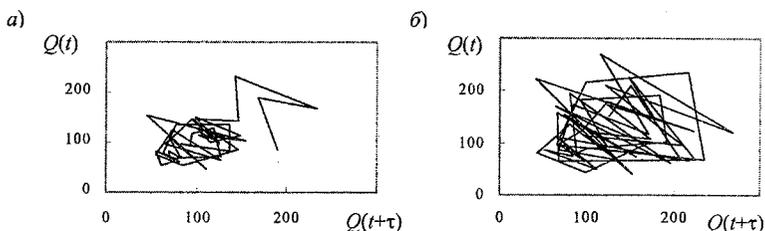


Рис. 1.20. Фазовые портреты, представляющие в двумерном пространстве эволюцию гидрологического режима за несколько десятилетий: *а* – р. Мокша – с. Шевелевский Майдан (1934–1983 гг., $F_{\text{басс}} = 28\,600 \text{ км}^2$); *б* – р. Холер – х. Бесплямяновский (1920–1983 гг., $F_{\text{басс}} = 44\,900 \text{ км}^2$).

Из изложенного вытекает следующий алгоритм:

1. Опираясь на заданный ряд расходов, построить функцию (1.13) для возрастающих значений размерностей фазового пространства n (рис. 1.21, *а*).

2. Определить «наклон» d по выражению (1.14) и построить зависимость $d = f(n)$ (рис. 1.21, *б*).

В нашем примере получилось, что $d = 2,7$. Это характеристика аттрактора, который вкладывается в фазовое пространство трех измерений. Таким образом, формирование стока на данном конкретном водосборе можно описывать системой из трех обыкновенных дифференци-

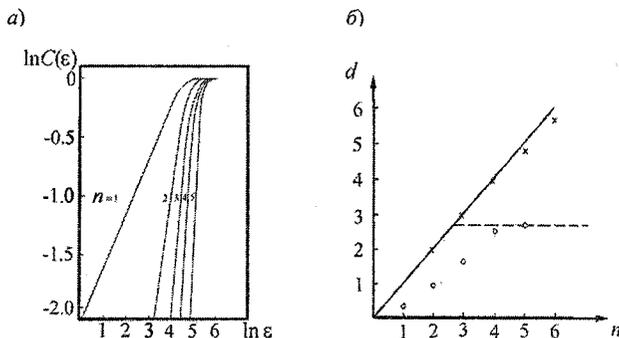


Рис. 1.21. Примеры зависимостей $\ln C(\varepsilon) = f(\ln \varepsilon)$ (*а*) и $d = f(n)$ (*б*) для гидрологического аттрактора (р. Мокша – с. Шевелевский Майдан) (о) и для сигнала, соответствующего белому шуму (х).

1.2. Моделирование, диагностирование и прогноз развивающихся систем

альных уравнений первого порядка (пространство вложения равно трем). В табл. 1.2 представлены характерные значения фрактальных размерностей, а на рис. 1.22 представлены карты, показывающие распределение размерностей пространств вложения для минимального стока ЕТР.

Таблица 1.2

Фрактальная размерность рядов речного стока и уровней озер

Река, пункт, гидрологическая зона	$F_{басс}$, км ²	Период набл.	Вид речного стока				
			годовой	минимальный		максимальный	
				летний	зимний	половодья	паводка
р. Анабар – с. Сыскалах, тундра	78 800	1954–1980	2,86	2,86	–	–	–
р. Унжа – г. Макарьев, лесная	18 500	1900–1980	1,67	1,11	2,86	2,22	5,00
р. Сейм – с. Мутино, степная	25 600	1944–1980	1,67	2,22	2,50	2,35	–
р. Абакан – г. Абаза, горно-лесная	14 400	1937–1980	2,00	2,86	3,33	2,86	1,43
Сток взвешенных наносов							
р. Клязьма – г. Ковров	24 900	1945–1983	1,70				
Уровень							
Ладожское озеро – Валаам	–	1859–1993	2,50				
Ильмень – (Ужин-Коростино)	–	1945–1995	1,43				

Все рассмотренные выше динамические модели с сосредоточенными параметрами можно обобщенно записать так:

$$d\bar{x} / dt = \bar{\varphi}(\bar{x}, t), \quad (1.15)$$

где \bar{x} – вектор состояния.

Даже если учесть все фазовые переменные (что сомнительно проделать в реальности), все равно в модели появятся неопределенности (хотя бы из-за неточного задания начального состояния и внешних воздействий), которые можно формализовать, идеализировав их как белый шум. Если в реальности он не «белый», то все равно можно его «забелить», искусственно расширяя вектор \bar{x} (см. [52]). Мы опускаем процесс стохастического обобщения модели (1.15), т. е. переход к сто-

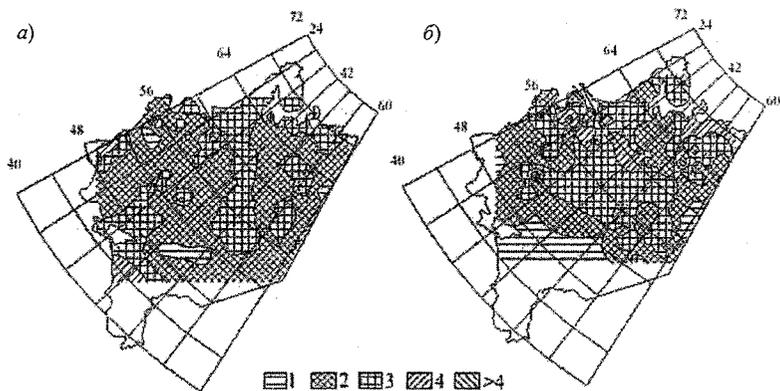


Рис. 1.22. Районирование ЕТР по размерности пространства вложения для летне-осеннего (а) и зимнего (б) минимального стока (карты получены совместно с Н. В. Викторовой и Е. В. Гайдуковой).

хастическому дифференциальному уравнению и к эквивалентному ему (в смысле получаемого решения) уравнению Фоккера–Планка–Колмогорова, которое запишем в «готовом» виде (все операции, связанные с его выводом, хорошо известны в науке и подробно описаны в учебнике [43, 52], а также в значительно более ранних публикациях основоположников теории марковских случайных процессов):

$$\frac{\partial p(\vec{x}, t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} [A(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [B_{ij}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)], \quad (1.16)$$

где формулами

$$A(\vec{x}, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} M[\Delta \vec{X} | \vec{X}(t) = \vec{x}],$$

$$B(\vec{x}, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} M[\Delta \vec{X} \Delta \vec{X}' | \vec{X}(t) = \vec{x}]$$

(здесь \vec{X} – случайный процесс, а $\Delta \vec{X}$ – его приращение) определяются коэффициенты сноса и диффузии соответственно.

Важно подчеркнуть, что даже если функция $\bar{\phi}(\bar{x}, t)$ нелинейная, само уравнение (1.16) будет линейным дифференциальным уравнением параболического типа. Последнее существенно, так как мы сейчас убедимся, что основные гидрологические модели с распределенными параметрами имеют параболический тип (относятся к уравнениям конвекции-диффузии).

Рассмотрим основные звенья гидрологического цикла (рис. 1.23). В приземном слое атмосферы формируются осадки, которые вместе с другими метеорологическими факторами (температурой воздуха, скоростью ветра и т. д.) оказывают внешнее воздействие на речной водосбор. Выпавшие осадки формируют склоновый сток, который, поступая в русловую сеть, трансформируется в русловый. Часть выпавших осадков испаряется, часть инфильтруется в почву, подпитывая ненасыщенную зону. Взаимодействие насыщенной и ненасыщенной зон, положение напорного горизонта и русловый сток определяют уровень грунтовых вод.

Запишем основные модели с распределенными параметрами, которыми в настоящее время описывают гидрологические процессы, соответствующие рис. 1.23.

Русловый сток в одномерной гидравлической идеализации подчиняется уравнению неразрывности

$$\partial F / \partial t + \partial Q / \partial x = \dot{\bar{\epsilon}}(x, t), \quad (1.17)$$

где F — площадь живого сечения; Q — расход воды; $\dot{\bar{\epsilon}}$ — внешнее воздействие (например, известный боковой приток $q(x, t)$); x — продольная координата; t — время.

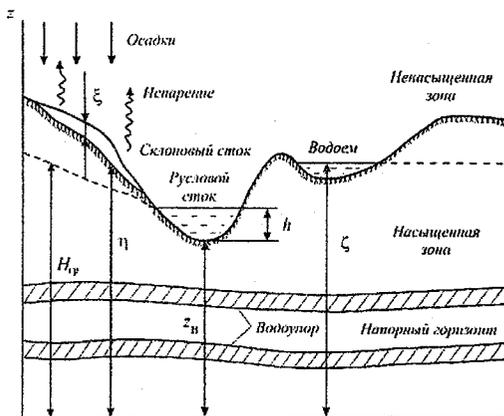


Рис. 1.23. Основные звенья гидрологического цикла.

Уравнение (1.17) дополняется эмпирической зависимостью:

$$Q = f(F, x) - k \partial F / \partial x,$$

что приводит к диффузионной модели

$$\partial F / \partial t + \partial f(F, x) / \partial x = k \partial^2 F / \partial x^2 + q(x, t) \quad (1.18)$$

(здесь k – эмпирический коэффициент). Если не учитывать влияние на расход градиента $\partial F / \partial x$, то уравнение (1.18) превращается в модель кинематической волны, учитывающей только снос волны вниз по течению.

Аналогичные по своей сути рассуждения приводят к двумерной параболической модели для слоя склонового стока ξ :

$$\partial \xi / \partial t + \partial q_x / \partial x + \partial q_y / \partial y = R_{oc}(x, y) - I(x, y); \quad (1.19)$$

$$q_x = f_1(\xi) - k_1 \partial \xi / \partial x; \quad (1.20)$$

$$q_y = f_2(\xi) - k_2 \partial \xi / \partial y, \quad (1.21)$$

где q_x и q_y – проекции единичного расхода воды на оси координат x, y ; R_{oc} и I – соответственно интенсивность осадков и фильтрации; k_1 и k_2 – эмпирические коэффициенты.

Ненасыщенная зона (зона аэрации) описывается следующим уравнением (ограничимся одномерным случаем):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [D(\theta)] \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} + \varepsilon(\theta, z, t), \quad (1.22)$$

где θ – объемная влажность; $K(\theta)$ – коэффициент влагопроводности; $D(\theta)$ – коэффициент почвенной влаги (аналог коэффициента диффузии); $\varepsilon(\theta, z, t)$ – функция источников (стоков), например, поглощение влаги корнями растений; z – вертикальная ось.

Таким же типом уравнения описывается насыщенная зона и напорные горизонты:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \varepsilon(x, y, t), \quad (1.23)$$

где μ – удельная водоотдача; H – уровень грунтовых вод для безнапорного движения и пьезометрический напор для напорного движения.

Основная модель механики жидкости в виде системы Навье–Стокса:

$$\rho(\partial \vec{v} / \partial t + (\vec{v} \nabla) \vec{v}) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}, \quad (1.24)$$

$$\nabla \vec{v} = 0 \quad (1.25)$$

(здесь ρ – плотность; p – давление; η – динамическая вязкость жидкости; ∇ – градиент ($\nabla \vec{v} \equiv \text{div} \vec{v}$) также может рассматриваться как уравнение конвективного и диффузионного переноса отдельной компоненты скорости \vec{v} (для определения давления p привлекается уравнение (1.25)). Если из (1.24) исключить давление, то получаемое уравнение для завихренности $\vec{w} = \text{rot} \vec{v}$:

$$\rho(\partial \vec{w} / \partial t + (\vec{v} \nabla) \vec{w} - (\vec{w} \nabla) \vec{v}) = \eta \nabla^2 \vec{w} \quad (1.26)$$

также определяет «специфические» [84] конвективный перенос и диффузию.

Таким образом, рассмотренные модели с распределенными параметрами (включая уравнение ФПК) относятся к параболическому типу уравнений математической физики. Есть, конечно, и исключения (типа гиперболической системы уравнений Сен-Венана), но они скорее подтверждают общее правило: основные модели гидрологических процессов – это уравнения конвекции–диффузии (рис. 1.24).

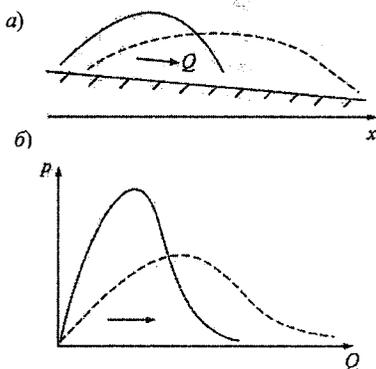


Рис. 1.24. «Одинаковость» механизмов переноса и диффузии как «материальной» субстанции (а), так и «нематериальной» плотности вероятности (б).

Их математические свойства (существование решений, их единственность и устойчивость) хорошо изучены [64, 84, 90]. С помощью соответствующих преобразований их можно приводить к различному виду. Например, уравнение (1.16) можно записать так (для одномерного случая):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}(A'p) + \frac{\partial}{\partial x}(B \frac{\partial p}{\partial x}),$$

где $A' = -A + \partial B / \partial x$. Это так называемая дивергентная форма уравнения конвекции-диффузии, подробно рассмотренная в работе [84].

Во всех уравнениях преобладать может либо конвекция ($Pe \gg 1$), либо диффузия ($Pe \ll 1$), критерием чего выступает число Пекле:

$$Pe = A'_0 x_0 / B_0,$$

где A'_0, x_0, B_0 – характерные значения соответствующих величин (в случае, например, уравнения Навье-Стокса в роли Pe выступает число Рейнольдса $Re = v_0 h_0 / \nu$, где v_0 и h_0 – характерные скорость и глубина, ν – вязкость).

При сильном доминировании конвекции (это важный для нас случай, который и создает предпосылки для открытия «тайных троп») приходим к так называемым сингулярно возмущенным задачам с малым параметром Pe^{-1} при старших производных, что приводит к наличию областей сильного изменения решения (в частности – к толстым хвостам, см. ниже). Если частично инфинитная среда несжимаема (например, для (1.16) $\text{div} \vec{A} = \sum_{i=1}^n \partial A_i / \partial x_i = 0$; это будет, в частности, для одномерного случая, при $2\bar{c} = G_{\bar{c}}$, см. ниже), то стационарное распределение (конечная инвариантная мера, как сказали бы математики) вообще отсутствует. В гидрологии обычно пытаются иметь дело с семейством кривых Пирсона, к которому придем, если в (1.16) принять:

$$A(x) = a_0 + a_1 x; \quad B(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2,$$

причем для стационарности необходимо, чтобы $a_1 < 0$, $b_2 > 0$. Неустойчивость – это нарушение законов сохранения, т. е. появление из инфи-

нитной реальности своеобразной «тележки» (см. ниже п. 1.3), «трясущей» распределение плотности вероятности.

Основной тезис частично инфинитной гидрологии заключается в том, что при расширении фазового пространства частично инфинитную реальность (ее размерность равна разности размерности пространства вложения и числа реально учитываемых фазовых переменных) сжать проще. Это означает, что, например, «толстый хвост», возникающий при неустойчивости по дисперсии, можно «размазать» по вновь вводимой фазовой переменной, сделав тем самым двумерное распределение устойчивым. Эта процедура предполагает умение прогнозировать появление неустойчивости и зарождение новой фазовой переменной, которая эту неустойчивость и создала.

1.3. Частично инфинитный механизм турбулизации природных процессов

В п. 1.2 уже упоминалось о фрактальной (дробной) размерности систем, которые развиваются и стремятся «освоить» пространство вложения (см. рис. 1.12). Упоминали мы и о неустойчивости моментов распределения плотности вероятности, как признаке развития ($dm/dt \rightarrow \infty$). Реально это замечается на 2-м центральном моменте (неустойчивость старших моментов из-за коротких рядов пока всерьез не воспринимается, хотя из теоретических соображений следует, что чем старше момент, тем он менее устойчив) в виде утолщенных хвостов (по сравнению с нормальным распределением).

Еще одна характеристика подобных (развивающихся) систем: наличие «в них» так называемого фликкер-шума, т. е. расходимость спектра энергии на низких частотах. Эта расходимость — прямое следствие инфинитного окружения (см. ниже). Посмотрим, какие имеются сведения о поведении этих характеристик в различных областях знаний.

В отношении речного стока можно привести данные о наличии фликкер-шума в спектрах годового стока (рис. 1.25, а) и колебаний скорости (рис. 1.25, б). Расходимость на низких частотах объясняет-

1. Методология исследования развивающихся систем

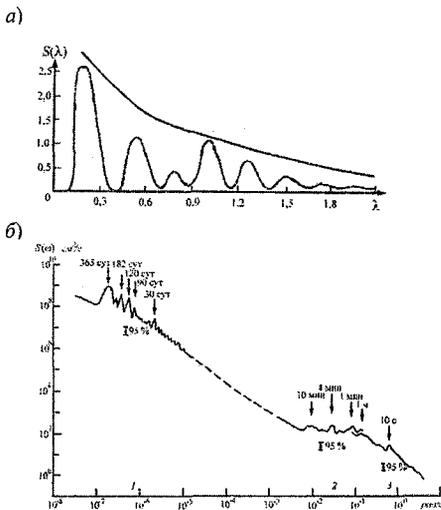


Рис. 1.25. Спектральные функции годового стока (р. Нева – с. Новосарагтовка; «огигающая» – спектр, определяемый формулой $1/\omega^\delta$ при $\delta = 1$) (а) и спектры колебаний скорости на Нижнем Днестре (б) (см. [19, 49, 103]).

ся тем, что по мере увеличения продолжительности наблюдений свою лепту в спектр будут вносить все новые и новые предметные области (подробнее см. [19, 49]), а не только речной бассейн или «турбулентность».

Обратимся к «фрактальной экономике». До недавнего времени в экономической науке (если экономике вообще можно считать наукой: слишком в ней силен субъективный фактор, связанный с корыстным интересом) доминировала теория эффективного рынка. Ее смысл заключается в следующем. Действует много участников, и конкурентное взаимодействие приводит к

некоторой устойчивой точке равновесия (спрос равняется предложению). В этом случае прибыль участников распределяется по нормальному закону. Однако на практике все распределения толстохвостые (рис. 1.26). Это указывает на то, что, кроме чисто рыночных («честных», «финитных») взаимодействий, есть очень много околорыночных, «инфинитных» влияний (сговоров, слухов), т. е. сильно влияние эмоций (желания нажать). (При $\bar{c} \sim G_c$ и возникает неустойчивость по дисперсии, т. е. толстые хвосты у распределений.)

Существует ряд индексов состояния экономики: рейтинговой компании Стандарт энд Пул (S & P 500), индекса международного капитала Моргана–Стенли (MSCI). Все они фрактальны (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Фрактальные размерности: обыкновенные акции [77]

Индекс		Фрактальная размерность
S & P 500	США	2,33
MSCI	Япония	3,05
MSCI	Германия	2,41
MSCI	Англия	2,94

Возникает вопрос, если пространство вложения для рыночного аттрактора примерно 3–4 (т. е. мало), то почему до сих пор не нашелся рыночный паразит (или, более мягко, инвестор), который не построил модель рынка и не скупил все мировое богатство?

Потому что рынок – открытая система (частично инфинитная, в нашей терминологии), он всегда «развивается», его невозможно «намертво» зафиксировать конечным числом понятий. (Даже, если пространство вложения – 3, то сам вид уравнений, типы взаимодействий и т. п. меняются.) Эффективный способ паразитирования – сделать рынок финитным (для паразитов), что и практикуется (сговоры, ложные слухи и т. д.). Но инфинитное окружение – не только жулье, но и реальное производство, которое, в конечном итоге, и регулирует рыночный аттрактор.

Теперь о «фрактальной биологии». (Какое отношение она имеет к гидрологии? Имеет... еще какое...) Все показатели развития особенно проявляются в живых системах. Почти что все показате-

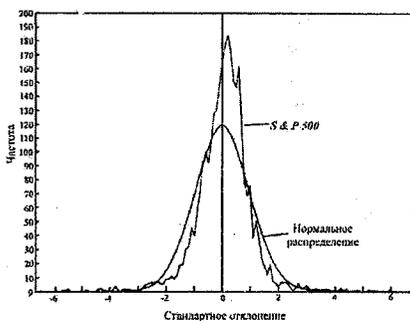


Рис. 1.26. Частотное распределение пятидневных прибылей по индексу S & P 500, январь 1928 – декабрь 1989 г.: нормальное распределение и действительные прибыли (вероятность события на рынке при трех сигма в два раза выше, чем для гауссовского распределения) [77].

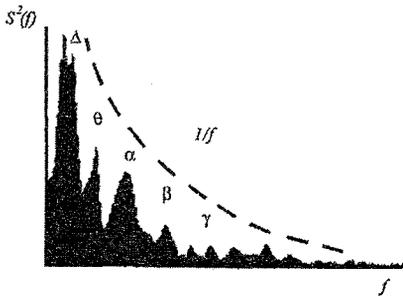


Рис. 1.27. «Симбиоз» детерминистических ритмов и $1/f$ -флуктуаций [94].

тели жизнедеятельности имеют фрактальную размерность (сердцебиение, ЭЭГ и т. п.). Например, фрактальная диагностика ЭЭГ указывает на увеличение размерности при переходе от биологической деятельности (эпилептический припадок – около 2, глубокий сон – 4–4,3) к интеллектуальной ($d \approx 4,7$). Часто конечная размерность на ЭЭГ человека вообще не идентифицируется.

В мозгу человека существует несколько ритмов (Δ , Θ , α , β , γ -режимы). Так вот, их спектральная функция соответствует фликкер-шуму (рис. 1.27), т. е. человеческий мозг – очень неустойчивая система в том смысле, что способна к открытиям и сумасшествию.

Совсем удивительный факт (рис. 1.28): корреляционная размерность интервалов между активностью полосатого сфинктера уретры (2,57) поразительным образом совпадает с фрактальной размерностью речи человека (вариациями длительности пауз). И в том, и в другом случае достаточно трех переменных, чтобы промоделировать сексуальный или «речевой» оргазм. И оба они (видимо) связаны с генерацией информации (биологической или интеллектуальной).

Огромная база данных собрана по всевозможным социальным явлениям с анализом хвостов распределений, исходя из формулы $p(x) =$

$= C/x^{1+\alpha}$ (стран – по числу ученых, журналов – по числу публикаций определенного профиля, ученых – по числу публикаций, периодических изданий по их цитированию, распределение букв русского алфавита – по частоте встречаемости, национальностей – по численности и т. д.). Общие выво-

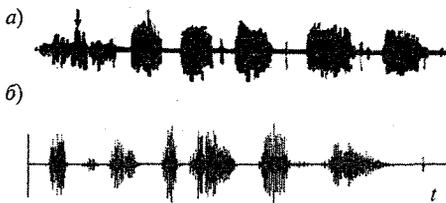


Рис. 1.28. Половая (электромиографическое ответвление от мышц мужчины во время эякуляции; стрелкой показан момент возникновения чувства оргазма) (а) [18] и речевая (б) активность.

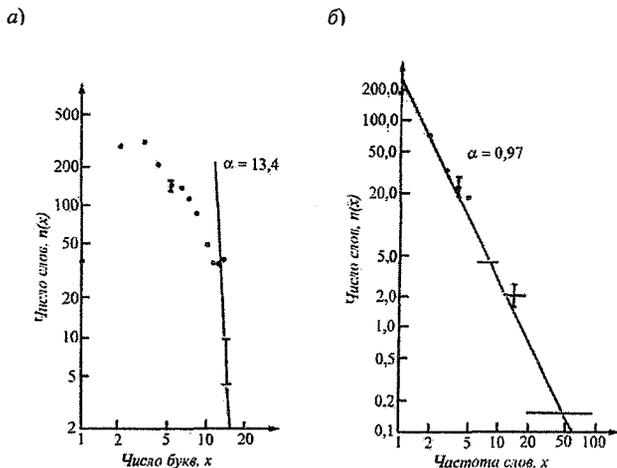


Рис. 1.29. Распределение слов в одной из статей по числу букв в слове (а) и по частоте встречаемости (б) [99] (координаты логарифмические).

ды по всем распределениям характеризуют следующие картинки (рис. 1.29). Так как $n(x) = C/x^{1+\alpha}$, то чем больше α , тем тоньше хвост (т. е. распределение ближе к устойчивому нормальному).

Длина слова (число букв в слове) определяется свойствами голосового аппарата (физиологией), т. е. не очень творческой природой. Как следствие, хвост тонкий (распределение устойчиво по дисперсии): $\alpha = 13,4$. А вот частота использования (встречаемости) тех или иных слов формируется творческим мозгом (словарным запасом человека), поэтому хвосты толстые: $\alpha = 0,97$ (признак неустойчивости по дисперсии, т. е. «творчесткости»).

Таким образом, чем более творческий объект (процесс), тем больше α приближается к нулю (неустойчивость). Это обстоятельство порождает нефеноменологический парадокс существующей научной методологии.

К рассмотренным распределениям надо добавить все распределения, описывающие катастрофы, бедствия, землетрясения и т. п. Простейшие из них аналитически можно описать распределением Парето (рис. 1.30):

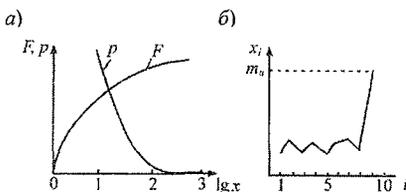


Рис. 1.30. Распределение Парето при $\alpha = 0,5$ (а) и иллюстрация нарушения предельной теоремы (б).

$$F(x) = \begin{cases} 1 - x^{-\alpha}; & x \geq 1, \alpha > 0, \\ 0 & ; x < 1. \end{cases}$$

В системе распределений Пирсона — это VI тип (бета-распределение II рода):

$p(x) = F'(x) \sim x^{-(1+\alpha)}$. Пока порядков момента $n < \alpha$, мы находимся в условиях действия обычных

предельных теорем теории вероятностей, т. е. $S_n = \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow S$ (при условии, что x_i одинаково распределены), т. е. $\forall i x_i$ не вносит определяющего вклада.

При $\alpha \leq 1$ все моменты расходятся, и в этом случае $\lim_{n \rightarrow \infty} M[S_n / m_n] = 1/(1 - \alpha)$ (здесь $m_n = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$). Так как предел является константой, то это означает, что две последовательности S_n и m_n эквивалентны, т. е. сумма эффектов определяется лишь одним максимальным членом m_n (не действует предельная теорема Чебышева). Это не что иное, как нефеноменологический (сущностный) парадокс классической онтологии теории вероятностей.

Сущность явления (а в теории вероятностей обрабатываются именно характеристики явлений) лежит за пределами фиксируемой предметной области. Для ликвидации парадокса надо по-другому ее зафиксировать, например расширить. Надо, чтобы наблюдаемое явление ($\lim_{n \rightarrow \infty} M[S_n / m_n] = \text{const}$) стало сущностью расширенной предметной области. Это значит, что в теорию должны быть внесены элементы (рациональные конструкции), которые не просто констатируют факт эквивалентности $S_n \sim m_n$, но и объясняют его, а значит, и прогнозируют.

Часто вместо того чтобы разрешить парадокс, пытаются от него уйти. Например, вместо обработки ряда $\{x_i\}$ обрабатывают ряд логарифмов $\{y_i = \log x_i\}$. В последнее время появились всевозможные модели так называемой «самоорганизованной критичности». Пример — куча песка: добавление новой песчинки может вызвать лавину. Но эти теории ровным счетом ничего не объясняют, а только констатируют факт неустойчивости: виновата не конкретная песчинка, а вся куча (эконо-

мика, гидрологический режим и т. д.) в целом. Это она находится в критическом состоянии и феноменологически описывается моделями самоорганизованной критичности.

Однако сущность нефеноменологического парадокса ($S_n \sim m_n$), т. е. неустойчивость «кучи», не в ней самой. Неустойчивость лишь условие реализации причинно-следственной связи (песчинка-лавины), но кто создал саму эту неустойчивость?

Выход из тупика заключается в построении динамической модели, при статистической обработке решений которой (т. е. траекторий) можно было бы получить степенное распределение. Это означало бы, что «погоду» (S_n) делает не безликая масса событий на траектории (x_i), а экстремальные выбросы ($m_n = \max\{x_i\}$). Для развивающихся систем такая ситуация – отказ от закона больших чисел и от существующей онтологии теории вероятностей.

Таким образом, надо рассматривать различные пути (сценарии, как говорят) возникновения хаоса («турбулентности») и смотреть, каким образом возникают признаки неустойчивости, тяжелые хвосты, фрактальность. К ним относятся сценарии Ландау–Хопфа, Рюэля–Такенса, удвоения периода и др. (см. [50]). Однако ни один из перечисленных сценариев не объясняет фликкер-шум (низкочастотную расходимость спектра).

На феноменологическом уровне описания процесса уравнением ФПК появление тяжелых хвостов связано с неустойчивостью моментов за счет «выбросов» $m_n = \max\{x_i\}$ на фоне более или менее устойчивой статистической совокупности $\{x_i\}$. Значит, процесс (траектория) эпизодически (может быть, «квазипериодически») должен возвращаться в статистически устойчивое состояние. Кроме того, по мере увеличения продолжительности наблюдений за процессом, длительность «ламинарной» фазы должна увеличиваться, точнее, мы должны «натякаться» на более длительные фазы (это необходимо для расходимости спектра при частотах, стремящихся к нулю). На феноменологическом уровне описания это может быть реализовано либо внешними воздействиями (например, граничными условиями), либо переменными коэффициентами модели, которые зависят («управляются») опять же от внешней среды.

Таким образом, надо иметь такую модель распределения искомым функций в уравнениях из п. 1.2, в которой «внешняя среда» сама бы «дышала», турбулизируя распределение, как движущаяся по ухабам

тележка растрясает свое содержимое. Если игнорировать факт перемещения самой «тележки» (считать «систему отсчета» неподвижной – «инерциальной»), то действительно возникают мысли о «самоорганизации» содержимого тележки. Наука со времен Аристотеля пытается найти такие типы «тележек» (системы отсчета), чтобы математическое описание динамики их содержимого не менялось при замене «тележек». Поэтому название **частная (или общая) теория относительности** – просто исторический курьез: речь в них идет о поисках абсолюта (универсальной «тележки»), это теории абсолютности со своими инвариантами.

Какова история и мотивация создания этих универсальных «тележек»? Они появились в результате преодоления определенных тупиков (парадоксов, в нашей терминологии), которые возникли при эволюции науки, главным образом механики.

Создание механики началось с Аристотеля. По логике его рассуждений состояние движущейся материальной точки описывается тремя координатами $\vec{r} = (x, y, z)$ [6], $d\vec{r}/dt = \vec{f}(\vec{r})$, где $\vec{f} = (f_x(\vec{r}), f_y(\vec{r}), f_z(\vec{r}))$ описывает воздействие внешних сил. У него было много «глупостей» (еще больше – не глупостей), но главное – это постулирование абсолютной системы отсчета – Земли. Отсюда птолемеевская геоцентрическая система, разрушение которой потихоньку подвело к созданию классической механики Галилея–Ньютона. По Ньютону, к трем координатам (x, y, z) добавляются три составляющие скорости $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$, и уравнения движения материальной точки массой m под действием внешней силы $\vec{F}(\vec{r})$ имеют вид: $d\vec{r}/dt = \vec{v}$, $m \cdot d\vec{v}/dt = \vec{F}(\vec{r})$. (Если ускорение $d\vec{v}/dt$ мало, то оба подхода совпадают.) Четыре известных закона Ньютона базируются на двух основополагающих принципах Галилея.

Во-первых, им было осознано, что быть тяжелым или легким зависит не только от тела, но и от окружающей среды («инфинитного окружения», в нашей терминологии): полено на воздухе тяжелое (можно убить), а в воде легкое (даже не тонет) – «все тела тяжелые».

Во-вторых (главное) – это принцип относительности: любое тело можно сделать неподвижным, если принять его в качестве тела отсчета. По-другому: механические явления происходят одинаково в неподвижной или в подвижной (но движущейся прямолинейно и равномерно) системах отсчета.

Системы отсчета, в которых на тело не действуют никакие силы, называются инерциальными (говорят «тело движется по инерции»). Переход от координат одной инерциальной системы к координатам другой описывается преобразованиями Галилея: $x = x' + v't'$, $y = y'$, $z = z'$, $t = t'$. Этими формулами напрочь отвергается идея Аристотеля об абсолютной (выделенной) системе отсчета, т. е. об абсолютном движении (с центром на Земле). Систем может быть сколько угодно, лишь бы они были инерциальны.

Говорят, что законы механики инвариантны (не меняются) относительно преобразований Галилея. Действительно, пусть имеется уравнение $m \cdot d^2 \vec{r} / dt^2 = \vec{F}$ и $t = t'$, $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v} \cdot t$. В теории Ньютона предполагается, что сила \vec{F} и масса m являются абсолютными величинами, т. е. одни и те же в инерциальных системах отсчета ($m = m'$, $\vec{F} = \vec{F}'$). Поэтому (считая, что $\partial v / \partial t = 0$) получим: $m' d^2 (\vec{r}' + v t) / dt^2 = \vec{F}' = m' d^2 \vec{r}' / dt^2 = m d^2 \vec{r}' / dt^2 = \vec{F}'$, т. е. второй закон Ньютона инвариантен относительно преобразований Галилея. Все это в нашей терминологии можно назвать онтологией классической механики. На ее основе действует практическая космонавтика и небесная механика. Но если онтология Галилея–Ньютона так хороша, то откуда появилась частная теория относительности? Давайте ее (онтологию) «ругать» (вместе с автором работы [29]).

Во-первых, вся классическая механика действует только в инерциальных системах отсчета (поэтому и были введены абсолютные пространство и время, чтобы на бесконечном расстоянии существовали инерциальные системы отсчета). В ускоренно движущихся системах отсчета пространство перестает быть однородным и изотропным, а время перестает «течь» равномерно. Преобразования Галилея теряют смысл, нарушается инвариантность законов, не действует закон сохранения механической энергии, так как при переходе к ускоренно движущимся системам отсчета возникают таинственные силы инерции. Они, как и сила тяготения, неконтактны, а еще и не имеют материального носителя (мистика, хотя они оказывают самое реальное воздействие: резко тормознул – шишка; сила Кориолиса – подмыв берега и т. п.). Силы инерции возникают при ускорениях, торможениях, вращениях, колебаниях. Их часто называют фиктивными, так как неясно, откуда они берутся.

Во-вторых, все основано на принципе инерции, «утверждающим» существование некой инерциальной системы отсчета, в которой (при отсутствии сил) тело движется равномерно и прямолинейно. Но кто это наблюдал? Даже если бы удалось такое увидеть, возникает вопрос: относительно чего тело движется равномерно и прямолинейно. Ответ только один: относительно той же инерциальной системы отсчета. Это логический порочный круг (загибание логики, нефеноменологический парадокс). А потом, как узнать, что на тело «не действуют силы»? Сплошная метафизика.

А что такое абсолютное, пустое пространство? Или абсолютное время? Ведь люди пришли к понятию времени, наблюдая изменения вещей. Как вообще можно применить эти понятия к закону Ньютона $m \cdot d^2\vec{r} / dt^2 = \vec{F}$?

Действительно:

1. Относительно чего измеряются ускорения? Относительно инерциальной системы отсчета – «говорит» Ньютон. Но к какому телу ее привязать в абсолютной пустоте?

2. Для определения ускорения $d^2\vec{r} / dt^2$ надо иметь понятие времени. Но по Ньютону абсолютное время не зависит ни от чего (в частности, и от движения тел), а следовательно, его никак не определить.

И тем не менее классическая механика – не только философия и мистика, но и наука, т. е. в ней есть элементы того, что можно обосновать и что признается каждым человеком. На ней построена вся наблюдательная астрономия, машины, механизмы, гидромеханика, речная гидравлика и т. д. Зачем тогда люди стали ее обобщать и придумали какую-то «специальную теорию относительности»? Зачем практически была нужна какая-то новая теория тяготения? Все-таки все перечисленные парадоксы и тупики носят характер философский, метафизический. Для того чтобы замахиваться на Ньютона, нужен был тупик практического характера.

Этот тупик появился в связи с изучением электромагнитных полей. Слово «поле» чуждо онтологии Галилея–Ньютона, где все процессы происходят с некими абстракциями, именуемыми материальными точками, причем взаимодействие между ними происходит мгновенно. Так вот, оказалось, что уравнения электромагнитного поля Максвелла (мы «опускаем» все, что к ним относится: это захватывающий детектив, связанный с охотой на эфир) не инвариантны относительно преоб-

разований Галилея, т. е. вступают в противоречие с его принципом относительности. Таким образом, в науке возник очередной нефеноменологический парадокс. Возник он из-за того, что предметная область классической механики была расширена на новый класс физических явлений (электромагнитных), с которыми не могла справиться старая онтология. Поэтому классическая механика была расширена до специальной (частной) теории относительности.

Барьер был преодолен двумя шагами:

1. (Главный.) Был сформулирован новый (по сравнению с принципом относительности Галилея) умозрительный принцип, который опять все свел к целому классу привилегированных систем отсчета, в которых уже расширенная теория (механика плюс электродинамика) не меняется при переходе от одной системы к другой.

2. Был взят на вооружение эмпирический факт постоянства скорости света (во всех инерциальных системах отсчета она одинакова и не зависит от направления).

Вместо преобразований Галилея надо использовать преобразования Лоренца, отвергающие ньютоновские постулаты об абсолютности пространства и времени ($t' = t$, $\Delta x' = \Delta x$). Вместо раздельно существующих пространства ($M = (x, y, z)$) и времени (t) было введено 4-мерное пространство событий ($M = (x, y, z, t)$), также абсолютное, но в более широком смысле, с интервалом между событиями (пространственно-временными «точками») в качестве инварианта преобразования.

Переход к общей теории относительности – это уже личная «заслуга» Эйнштейна, хотя основные идеи были им заимствованы у других. Онтологического тупика, диктуемого практическими потребностями, не было. Был тупик умозрительный, так как всем было ясно, что само понятие «инерциальная система отсчета» метафизично и реализуемо только приближенно (скажем, гелиоцентрическая система отсчета). Поэтому Эйнштейн и предпринял попытку дальнейшего расширения принципа относительности (безразличия к выбору системы отсчета – «тележки») на ускоренные системы отсчета. В основе этой попытки лежал его принцип эквивалентности: поле тяготения в инерциальной системе можно заменить «полем сил инерции» в ускоренной системе.

В основе этого принципа лежит идея Э. Маха о том, что для ускоренных систем отсчета сила в одной системе может выступать в качестве силы тяжести, а в другой – в качестве силы инерции (силы инер-

ции и гравитации взаимопревращаемы). Подоплека этой идеи в том, что Мах вообще выступал против метафизики Ньютона и пытался показать, что инерция порождается не пустым пространством, а массами, содержащимися в пространстве. Эту идею (зависимость свойств пространства от распределения и движения массы) и взял на вооружение Эйнштейн. Реализация этой идеи потребовала расширить принцип относительности применительно к ускоренным (в частности, вращающимся) системам (заменить преобразования Лоренца на нелинейные). В ускоренных системах возможны только криволинейные системы координат; сами координаты теряют метрический характер, а время – свой физический смысл. Появилась идея связи геометрии пространства и гравитации. На вооружение были взяты так называемые неевклидовы геометрии – *n*-мерные многообразия (искривленные пространства).

Метафорическая интерпретация основного уравнения ОТО, данная Дж. Уилером: пространство указывает материи, как двигаться, а материя – пространству, как искривляться.

Таким образом, основные усилия ученых направлялись на то, чтобы «объективные» модели реальности не зависели от «субъективной» системы отсчета. Но и объективность, и субъективность – это чисто гносеологические категории. Они имеют смысл только в переходном гносеологическом режиме от одной онтологии к другой. Если в очередной онтологии логика не «загибается» (до определенного момента), то существуют общезначимые логические правила получения псевдоинформации. Поэтому весь пафос «фундаментальной» науки сводится к овладению «абсолютной» онтологией. В ней система отсчета вообще играет вспомогательную роль: на какой «тележке» не поедешь, но в целом ситуацию определяет «дорога» (ее «кривизна»).

Зрительно Вселенную (это может быть «Вселенная» в фазовом пространстве) можно представить как некое яблоко (искривленное пространство) или (научнообразно) как многообразие, «помещенное» в никуда, т. е. «пространство вложения» отсутствует. Изучать этот объект можно только локально – «ученому» нечем руководствоваться, кроме локальной геометрии той части «поверхности», в которой он находится. Полностью изучить это «яблоко» не дают сингулярности (типа «большого взрыва»), делая процесс познания открытым (частично инфинитным).

А теперь вспомним наши гидрологические модели (1.17)–(1.26), приводящие к уравнению типу ФПК:

$$\frac{\partial p(\bar{x}, t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} [A(\bar{x}, t) p(\bar{x}, t)] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [B_{ij}(\bar{x}, t) p(\bar{x}, t)].$$

Независимая переменная в нем (\bar{x}) играет роль «пространственной» координаты. Формально-математически она – независимая (от p) переменная. Можно даже нарисовать что-то похожее на «яблоко» на рис. 1.31: n -мерное многообразие (n -мерную плотность вероятности $p(x_i)$). Однако в данном случае об инвариантности (например, $\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, \dots, x_5) dx_1, \dots, dx_5 = \text{const}$) можно говорить, пока происходит перераспределение вероятности только по «пространству» (x_1, \dots, x_5).

Развитие – появление новых свойств (x_6) – требует перенормировки. В нашем случае многообразие уже куда-то «вкладывается», у «пространства вложения» есть топологическая размерность, превосходящая фрактальную, характеризующую многообразие «само по себе». Однако это «само по себе» не более чем иллюзия: многообразие только проекция «чего-то» на то пространство, координаты которого (фазовые переменные) нами как-то освоены.

Проведя псевдоанalogию «дальше» и посчитав величину p «анalogией» кривизны, можно вслед за Уилером сказать, что плотность вероятности указывает численным значениям фазовых переменных, как концентрироваться, а фазовые переменные указывают плотности вероятности, как искривляться – распределяться. Роль «кривизны» может играть любая искомая функция в рассмотренных в п. 1.2 моделях. Наивно думать, что скорость \bar{v} (или объемная влажность θ) более материальны, чем

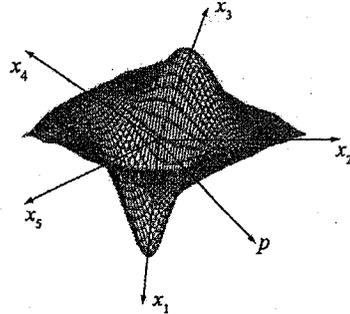


Рис. 1.31. Пятимерная (разумеется, метафорически) плотность вероятности (за основу взят один из примеров собственной функции, построенной для нелинейного уравнения теплопроводности [23]).

плотность вероятности. И то, и другое – «выдумки». Скорость также нельзя пощупать, как и плотность вероятности, но обе эти характеристики можно измерить.

Что делает подобную модель познания открытой? Своеобразная сингулярность. Роль поля, порождающего ее в данном случае, «играет» ситуация, при которой не существует стационарного распределения указанных выше характеристик (всего в целом или по моментам типа толстых «хвостов» при неустойчивости по дисперсии). Будем называть такую неустойчивость турбулизацией $p(x_1, \dots, x_i, \dots)$. Как она реализуется?

Для ответа на этот вопрос надо знать свойства двух объектов: модели для $p(x_1, \dots, x_i, \dots)$ и свойства той неучтенной явно (а также неявно, в коэффициентах) инфинитной реальности, которая «стучится» в пространство фазовых переменных. С математической точки зрения уравнение ФПК принадлежит к параболическому типу, который изучен (см. п. 1.2). Проблемы могут возникнуть только при отсутствии стационарных распределений (при $G_{\bar{c}} \sim \bar{c}$). Именно это состояние мы и называем «турбулизацией $p(x)$ » (фактически – ее расползанием).

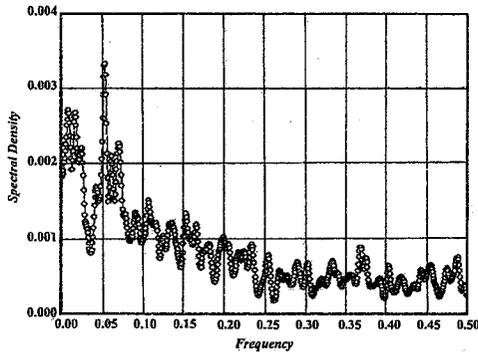
Если для уравнений теплопроводности (в том числе и для таких с нелинейным источником [82]) найдены автомодельные решения, то для уравнения ФПК при переходе к новым фазовым координатам инвариантность не сохраняется (см. [53]): другая фиксация предметной области ведет к изменению значений коэффициентов сноса и диффузии как функций новых переменных (универсальной гносеологической «тележки» не существует в отличие от целеустремлений «фундаментальной» науки). Каждая «тележка» трясется по-своему.

Эта «тележка» (система отсчета), в свою очередь, может быть размещена на другой «тележке» и т. д. В рамках модели ФПК турбулизацию функции $p(x)$ может вызвать в первую очередь то инфинитное окружение, которое влияет на соотношение $G_{\bar{c}} / \bar{c} = \beta$. Это влияние не должно быть однозначным и постоянным. Действительно, если на протяжении длительного интервала $\beta \approx 2$, то это означает, что изучаемая предметная область, которую мы описываем вероятностным распределением $p(x)$, перестает существовать как объект познания с помощью статистических закономерностей ($p(x)$ не сходится ни к какому устойчивому распределению). В этом случае надо по-новому зафиксировать предметную область (например, $p(x, y)$) и изучать ее (а значит, и управлять) в рамках «расширенного» двумерного распределения. Если же

$\beta(t)$ – вяло изменяющаяся функция, которая эпизодически (или периодически) создает неустойчивость по моментам, то мы все-таки можем оставаться в рамках традиционных распределений, но при этом «удивляться», например, толстым хвостам.

Чего мы добивались? Мы хотели объяснить одним и тем же механизмом (частично инфинитным) турбулизацию всего распределения или неустойчивость отдельных моментов. Достаточно даже только толстых хвостов, чтобы объяснить фликкер-шум (расходимость спектра на

а)



б)

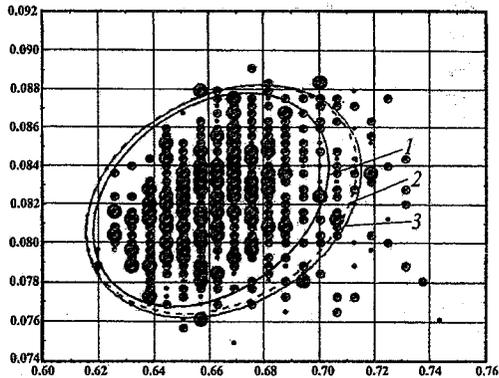


Рис. 1.32. Спектр мощности (а) и фазовая плоскость (б), полученные по результатам измерений в гидравлическом лотке: 1, 2 и 3 – положение эллипса рассеяния при увеличении продолжительности наблюдений за скоростью и уровнем, отложенных по осям в условных единицах.

1. Методология исследования развивающихся систем

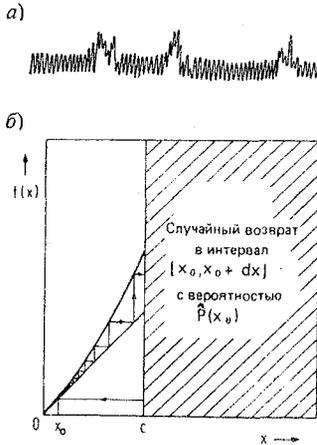


Рис. 1.33. Примеры режима пережаемости (а) и отображения, «заставляющего» траекторию возвращаться на «растягивающий» участок (б) [105].

степенной, а фазовая траектория непрерывно расширяет область своего существования по мере увеличения продолжительности наблюдений. Это происходит потому, что никакой фрагмент реальности мы не можем (в отличие от его модели) зафиксировать совершенно жестко (изолировать от других предметных областей): то варьируют обороты насоса, подающего воду в поток (из-за колебаний напряжения в сети), то тяжелый грузовик проедет по улице и здание задрожит или оба эти явления произойдут одновременно и т. д. Если бы приборы были очень чувствительными, то можно «поставить задачу» для лотка быть фиксатором всего, что происходит в мире (хотя бы в области механики). Лоток – это кусок голограммы мироздания и в нем, хотя и смутно, отражается все, что содержится в голограмме (точнее в динамической голограмме – голорезе).

Конечно, все это анекдотично, но в принципе так и есть. Поэтому методика нелинейной динамики парадоксальна не только частностями, типа $S_n / \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \text{const}$, но и общенаучным стремлением зафиксировать объект познания аттрактором (пусть даже глобальным).

низких частотах). Толстые хвосты идентифицируются, если система открыта влиянию окружения. В зависимости от степени этой открытости (т. е. значений β) имеем либо устойчивое стационарное распределение (действует закон больших чисел), либо проблемы, вплоть до развала если не самой изучаемой предметной области, то устойчивой картины ее функционирования у нас в голове. Быть открытым – значит, быть «творческим».

Любой фрагмент реальности является «творческим». На рис. 1.32 приведены результаты непрерывного измерения скорости и глубины в 12-метровом гидравлическом лотке лаборатории водных исследований РГГМУ. Ничего, казалось бы, «творческого» в нем нет, но спектр мощности

Нужна методология, которая бы описывала эволюцию самого аттрактора (его геометрию и фрактальную размерность).

К фликкер-шуму приводит перемежаемость, когда спокойную («ламинарную») фазу существования системы сменяют хаотические всплески (рис. 1.33, а). Это происходит, например, когда у отображения есть как «растягивающие» участки с притяжением на бесконечности, так и «сжимающие», заставляющие траекторию возвращаться в заданную область $0 \leq x_0 < c$ (рис. 1.33, б). Таким примером служит отображение

$$x_{n+1} = x_n + x_n^z + \varepsilon \bmod 1 \quad (1.27)$$

($\bmod 1$ в данном случае «заставляет» траекторию возвращаться на растягивающий участок). На рис. 1.34 представлен спектр мощности отображения (1.27), указывающий на расхождение при низких частотах: $\lim_{f \rightarrow 0} S_f \sim 1/f^{\delta}$.

Если рассматриваемую ситуацию перевести на язык дифференциальных уравнений (да еще добавить аддитивный шум), то вместо отображения (1.27) получим уравнение:

$$dx/dt = \varepsilon + ax^2 + g\xi(t),$$

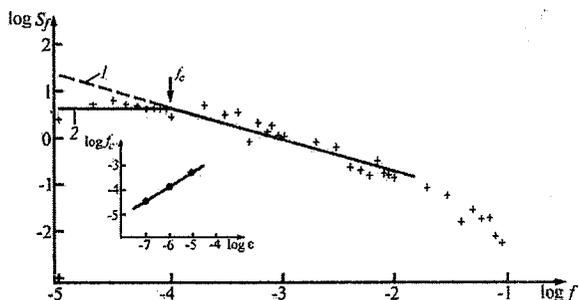


Рис. 1.34. Спектр мощности для отображения

$$x_{n+1} = x_n + x_n^z + \varepsilon \bmod 1 \text{ при } z = 5/2 \text{ [105]:}$$

$$1 - \varepsilon = 0; \quad 2 - \varepsilon \neq 0.$$

1. Методология исследования развивающихся систем

где $\langle \xi(t) \rangle = 0$, $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t-t')$; g^2 – интенсивность шума. Этому стохастическому уравнению соответствует уравнение ФПК с коэффициентами сноса и диффузии: $A = (\varepsilon + ax^2)$, $B = g^2$. Очевидно, что продолжительность ламинарной фазы зависит от A и B , а конкретнее – от потока вероятности G на интервале $[0, c]$: $\tau \sim G^{-1}$, где $G = (\varepsilon + ax^2)p - 0,5g^2 \partial p / \partial x$. А может ли быть «перемежаемость» на интервале $(-\infty, \infty)$ для линейного формирующего фильтра с коэффициентами сноса и диффузии:

$$A = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})x - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}} + \bar{N};$$

$$B = G_{\bar{c}}x^2 - 2G_{\bar{c}\bar{N}}x + G_{\bar{N}}?$$

Если «обнулить» все шумы ($G_{\bar{c}} = 0$; $G_{\bar{N}} = 0$; $G_{\bar{c}\bar{N}} = 0$), то придем к динамической модели: $p(x) \rightarrow \delta(x - x_0)$, т. е. продолжительность «ламинарной» фазы $\tau \sim G^{-1} \rightarrow \infty$.

При ненулевых шумах ($G = Ap - 0,5\partial(Bp/\partial x) \neq 0$, но при $G_{\bar{c}} \ll \bar{c}$) имеет место стационарное распределение (бесконечность не является областью притяжения); имеем только «ламинарную» фазу (т. е. случайный процесс без нарушения предельной теоремы Чебышева: $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n / \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}) \rightarrow \infty$). Расходимость на низких частотах возникает, если появляется распределение $p(\tau)$. Создать его может только та реальность, которая управляется параметрами $G_{\bar{c}}$ и \bar{c} (в частности, для модели формирования многолетнего стока – режим испарения), например, квазипериодически создает ситуации, когда $G_{\bar{c}} \rightarrow \bar{c}$

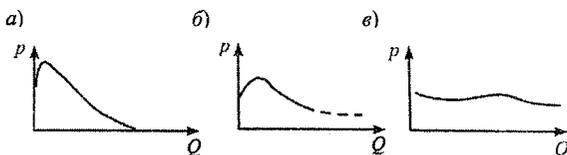


Рис. 1.35. Распластывание плотности вероятности при переходе неустойчивости от асимметрии (а) к дисперсии (б) и к норме (в).

(рис. 1.35). Если неустойчивость ограничивается дисперсией D , то есть возможность создать совместное распределение $p(Q, E)$; если же неустойчив и первый момент m_1 , то это означает, что управление бассейном полностью передается переменной E .

1.4. Саморефлексия процесса познания

Фрактальная диагностика является начальным этапом построения математической модели интересующего нас явления или объекта. Сам процесс познания гораздо шире и начинается с «действия», т. е. погружения субъекта познания (нас с Вами) в новую предметную область. Для достижения в ней каких-либо целей мы пытаемся найти готовый шаблон (рис. 1.36), например модель формирования стока, и если это не удастся, то начинаем эту модель «придумывать». Это «придумывание» заключается в формировании умозрительных понятий, которые пропускаются по цепи обратной связи (см. рис. 1.36) с целью получения нужного шаблона, который должен: 1) вписаться в «популяцию» существующих шаблонов; 2) помогать достигать требуемых целей в новой предметной области.

Это – самая общая схема, в которой на нейронах мозга как материальном носителе (подложке, уровне аппаратной реализации) «записаны» программы – шаблоны-аттракторы (программный уровень). Развитие шаблонов происходит в мозгу (больше негде), который и представляет ту фрактальную среду, о которой упоминалось в предыдущем разделе. Мозг можно рассматривать как инфинитную реальность с выделенными в ней предмет-

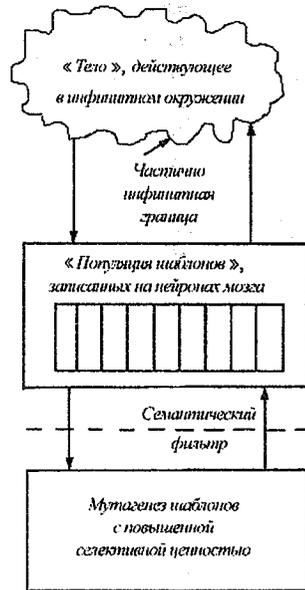


Рис. 1.36. К процессу познания.

ными областями (отдельными шаблонами или их родственными группами). При этом каждая предметная область инфинитна по отношению к другим, но все они связаны через частично инфинитные границы и синхронизируются одним ритмоводителем («таламокортикальным»). На электроэнцефалограмме (ЭЭГ) это визуализируется в виде неравновесного шума с наложенными α -ритмами.

Если шаблон (шаблоны), выделенный во втором блоке для достижения успешности действий «тела», не срабатывает, то возникает задача расширения уже «шаблонной» предметной области. Именно расширения, а не замены совершенно другой (последнюю не пропустит семантический фильтр). Таким образом, если шаблон описывается n фазовыми переменными, то расширение – это дополнение новых фазовых переменных, причем действовать в блоке «мутагенез», можно только частично инфинитными переменными шаблона (коэффициентами модели). При этом возникают три проблемы: 1) можно ли формализовать (разумеется, частично инфинитно) процесс «мутагенеза»; 2) играют ли какую-нибудь роль свойства фрактальной среды в процессе «мутагенеза», т. е. эмоции субъекта (его интеллектуальная энергия, – ведь новые рациональные структуры появляются путем выжигания иррациональности, т. е. с использованием именно эмоций); 3) если играют, то можно ли их каким-либо образом использовать в формализации процедуры получения нового знания.

Формализуем рассматриваемую задачу. Выделенная нами «шаблонная» предметная область (т. е. шаблоны из второго блока, претендующие на то, чтобы быть моделью некоего явления, с которым столкнулось тело – первый блок) взаимодействует с другими шаблонами (если граница между ними частично инфинитна) и зависит от состояния подложки (нейронов, на которых «записаны» шаблоны). Таким образом, энтропия предметной области будет $dS(t) = dS_{\text{внутр}} + dS_{\text{внешн}}$, где $dS_{\text{внутр}}$ – увеличение энтропии за счет необратимых процессов внутри материального носителя (подложки) предметной области ($dS_{\text{внутр}} > 0$); $dS_{\text{внешн}}$ – обмен энтропий с окружением (другими шаблонами), т. е. «перенос информации» между контактирующими предметными областями ($dS_{\text{внешн}} \lesssim 0$). Если $dS(t) > 0$, то предметная область «упорядочивается» за счет ресурсов фрактальной среды (нейронов мозга).

Выделенная первоначально предметная область всегда частично организована (иначе это не шаблон), но если она не помогает «телу» успешно действовать (в уже его – «тела» – предметной области), то надо создать условия для большего упорядочивания (расширения, более жесткой фиксации и т. д.) шаблонов за счет «поглощения» (создания) информации из окружающей среды (частично инфинитного окружения).

Пусть для определенности каждый шаблон описывается одной фазовой переменной (активной компонентой) z_i , а «шаблонная» предметная область – системой из n связанных нелинейных уравнений, например системой Эйгена (см. п. 1.2). Таким образом, выделенная из n шаблонов предметная область описывается решением многомерного уравнения ФПК, т. е. совместным распределением плотности вероятности $p(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t)$. В этом случае энтропия определяется выражением:

$$S(t) \approx - \int_V p(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t) \lg_2(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t) dv,$$

где $dv = dz_1 dz_2 \dots dz_{n(t)}$.

Для уравнения ФПК (уравнения диффузии) шум вызывает распластывание плотности вероятности $p(z_1, z_2, \dots, z_{n(t)}; t)$, и условие $dS(t) < 0$ выполняться не будет. Таким образом, если число фазовых переменных z_i в предметной области (т. е. в модели) фиксировано ($z_{n(t)} \equiv z_n$), то никакая фрактальная среда не поможет улучшить модель для помощи «телу».

Используем понятие избыточности [74] $R = 1 - S(t)/S_{\max}$, где $S_{\max} \sim \log_2 \lambda(t)$ (λ – число возможных состояний предметной области в равновесии: $\lambda(t) \sim 2^{n(t)}$), т. е. максимум энтропии достигается, когда все состояния априори равновероятны. Это легко показать (см. [74]) на примере системы (источника информации), имеющей Λ дискретных состояний, в каждое из которых она может попасть с априорными вероятностями $P_1, P_2, \dots, P_k, \dots, P_\Lambda$ (при условии нормировки $\sum_{i=1}^{\Lambda} P_i = 1$). Для того чтобы найти условия, при которых информационная энтропия

$-\sum_{i=1}^{\Lambda} P_i \log P_i$ максимальна, воспользуемся методом неопределенных мно-

жителей Лагранжа (α). Сформируем функцию $F = -\sum_{i=1}^{\Lambda} (P_i \log P_i - \alpha P_i)$.

Тогда из условия ее экстремума $\partial F / \partial P_i = -(\log_2 P_i + 1 - \alpha) = 0$ следует, что $\log_2 P_i = \alpha - 1 \quad \forall i$, т. е. $P_i = 1 / \Lambda$. Следовательно:

$$S_{\max} = -\sum_{i=1}^{\Lambda} \left(\frac{1}{\Lambda} \log_2 \frac{1}{\Lambda} \right) = \log_2 \Lambda.$$

В терминах избыточности организация возникает, когда беспорядок возрастает медленнее, чем активация новых компонент (фазовых переменных), т. е. в случае, если $\partial R / \partial t \geq 0$.

Таким образом, новый шаблон – это не просто увеличение числа фазовых переменных, но и их вхождение в статистическую совокупность $p(z_1, \dots, z_n)$, что обеспечивается как раз наличием в мозгу центрального ритмоводителя. Следовательно, организация возникает только на фоне беспорядка и только в переходном режиме ($\lambda \neq 0$). В состоянии гомеостаза – $\partial R / \partial t \approx 0$, в случае $\partial R / \partial t > 0$ и при $R \rightarrow 1$ (когда $S(t) \ll S_{\max}$) утрачивается способность к адаптации, а при $\partial R / \partial t < 0$ и $R \rightarrow 0$ наступает «смерть».

В терминах уравнения ФПК это означает следующее. При фиксированной размерности этого уравнения (а именно так оно и может использоваться, ибо нужно задавать начальное условие, т. е. совместную плотность вероятности $p(z_1, \dots, z_n; t_0)$, нормированную на единицу: $\int_{\nu} p(z_1, \dots, z_n; t_0) d\nu_n = 1$) никакого процесса развития («самоорганизации») оно описывать не может, но моделирует только плавные процессы адаптации с $R < 1$. Если интенсивность задаваемых шумов постепенно увеличивать, то начинает теряться устойчивость моментов в соответствии с соотношением $\bar{c} \approx 0,5G_{\bar{c}}$ (здесь n – порядок начального момента), пока распределение плотности вероятности не «рассосется» по всему заданному фазовому пространству. Это будет означать, что $S(t) \rightarrow S_{\max}$ и $R \rightarrow 0$ («смерть» системы).

Для того чтобы этого избежать, имеются две возможности: 1) либо часть фазовых переменных, входящих в распределение $p(z_1, \dots, z_n)$,

«усыпить» и заставить их «проснуться», когда необходимо обеспечить избыточность, т. е. организацию шаблона для построения работоспособной модели (при этом условии нормировки не меняется); 2) либо (при подходе к моменту гибели) вводить новые переменные (не входившие изначально в распределение $p(z_1, \dots, z_n)$) и по-новому перенормировывать это распределение.

Первая возможность в научно-технической литературе описана в работах [74, 89] (см. также [45]). Предполагается, что каждая компонента z представляет собой осциллятор, «плавающий» в бассейне окружающего шума:

$$\ddot{z} - 2\varepsilon(1 - 4\alpha z^2 + 8\beta z^4)\dot{z} + \omega_0^2 z = \xi(t), \quad (1.28)$$

где $\xi(t)$ — стационарный случайный процесс с нулевым средним и спектральной мощностью N (Вт/Гц). Р. Л. Стратонович показал [89], что шум может как возбуждать «спящий» осциллятор, так и гасить это возбуждение. Если продолжительность возбуждения больше продолжительности спячки, то число включенных осцилляторов $n(t)$ возрастает и шум практически увеличивает избыточность системы. При этом общее число осцилляторов в системе остается неизменным: $n_{\text{общ}} = n_1 + n_2 = \text{const}$, где n_1 — число «потухших» осцилляторов. Таким образом, популяция осцилляторов описывается системой:

$$\begin{aligned} dn/dt &= k_1 n_1 - kn; \\ dn_1/dt &= kn - k_1 n_1, \end{aligned}$$

где k и k_1 — скорости возбуждения и гашения, зависящие от параметров уравнения (1.28) и мощности шума N .

Оказалось, что в равновесном состоянии $n = \mu n_0 / (\mu + 1)$, $n_1 = n_0 / (\mu + 1)$ (здесь $\mu = k/k_1$), т. е. n/n_1 зависит от индивидуальных селективных ценностей и от их соотношения μ . Таким образом, осцилляторы «питаются шумом», увеличивая избыточность при условии $d[\ln S(t)] < \lambda/\lambda$. Организационное начало (ритмоводитель) при этом находится в мозгу.

Описанный механизм порождения избыточности не предполагает появления новых фазовых переменных (все уже известно в стартовой позиции, когда задается совместное распределение $p(z_1, \dots, z_n)$). В процессе эволюции оно действительно будет меняться, но не будет его перенормировки (т. е. не будет появляться ничего нового). Так и должно быть: при устойчивой фиксации предметной области $n_0 = \text{const}$, она (сама из себя) не может родить ничего, что в ней бы уже не содержалось. В противном случае мы могли бы в рамках обычного (не частично инфинитного) моделирования (т. е. без использования фрактальных сред) предсказывать нововведения.

Рассмотрим вторую возможность. Для избыточности нужно «вбрасывание» в фиксированную предметную область новых фазовых переменных. Если придерживаться традиционной модели эволюции, то должен быть некий случайный генератор порождения фазовых переменных (т. е. процесс мутагенеза, создающий «поле возможностей» для отбора нужной фазовой переменной), которые затем путем отбора остаются (или нет) в «старой компании». Однако при таком взгляде на ситуацию полностью исключается использование старой модели в процессе формирования новой, а значит, — всякая возможность целенаправленного прогнозирования появления нового. В соответствии же с общей концепцией частично инфинитного моделирования появление нового связано с разрушением старого. Математический признак этого разрушения — неустойчивость решения модели (в нашем случае — неустойчивость совместного распределения $p(z_1, \dots, z_n)$). Этот процесс можно диагностировать, а значит, предсказывать. Но главное — в ответе на вопрос: связана ли новая фазовая переменная с потерей устойчивости? Наша гипотеза заключается в том, что — связана. Именно: то частично инфинитное окружение, которое через шумящие параметры модели вызывает неустойчивость ($\bar{c} \approx 0,5nG_z$) и порождает претендентов на новые фазовые переменные. Следует сказать, что для моментов с большим n неустойчивость существует всегда, но пока n большое, $R \rightarrow 0$ и система жестко организована. При увеличении G_z моменты теряют устойчивость и совместное распределение перестает существовать (теряется статистическая совокупность). Это можно интерпретировать следующим образом.

Критерий устойчивости выводится из линеаризованной модели, т. е. «развязанной» по моментам (каждое уравнение для момента решается независимо от других, начиная с первого). В точке бифуркации (потери устойчивости) кривая $p(z_1, \dots, z_n)$ «турбулизируется» и для статистического описания надо использовать все (т. е. «бесконечное» число) моменты (уравнения для них «завязаны» в нелинейную систему: решение каждого зависит от всех остальных). Точнее, этих уравнений должно быть столько, сколько элементов (нейронов) задействовано на уровне аппаратурной реализации (уровне знаний) для формирования шаблонов из выделенной предметной области.

Организация — означает «стягивание» распластанной кривой $p(z_1, \dots, z_n)$, чтобы ее можно было описывать небольшим числом моментов, и, как следует из предыдущего, это можно сделать, если появляются новые фазовые переменные, скоррелированные со старыми (своеобразный обмен нелинейности на расширение фазового пространства в точке бифуркации). Последнее означает, что они должны быть похожими на старые, иметь одинаковую с ними природу и жить в одном темпомире.

Итак, чтобы появилась новая рациональная структура, старая должна быть разрушена (стать «недееспособной») и оказаться на уровне аппаратурной реализации (т. е. эмоций). Таким образом, не в модель надо вводить эмоции, а модель помещать в эмоциональное окружение (фрактальную среду). При этом уровне аппаратурной реализации не обязательно являются нейроны (это «конечный» материальный носитель программных уровней). Это надо понимать так: на нейронах записаны «слова» (элементарные понятия). На шаблонах, представляющих эти элементарные понятия («представления»), как на материальном носителе программируются более общие категории-шаблоны (например, философские понятия) и т. д. Математическая модель — это довольно высокий уровень абстракции (шаблоны-аттракторы). Ее неустойчивость не означает, что мы опускаемся на уровень нейронов. Мы опускаемся только на предшествующий уровень, на котором царствуют шаблоны, отвечающие за размытую физическую картину мира и базовые философские установки, свойственные данному субъекту (носителю фрактальной среды мозга). От того, какая физическая картина мира сложилась у него в голове (включая базовые философские установки),

будет зависеть возможность формирования новой модели в расширенном фазовом пространстве.

В данном контексте наша картина такова. То, что невозможно для модели с фиксированным числом фазовых переменных, т. е. устойчиво реагировать на определенный набор коэффициентов (стимул внешней среды, рассматриваемый при неустойчивости как логический абсурд), возможно для расширенной модели, когда одни фазовые переменные «рассматривают» другие наравне с внешней средой. Набор коэффициентов, приведшей к абсурду, вроде бы остался прежний, но в новой ситуации (при новых фазовых переменных) он уже и не прежний. Это внесение в систему внутреннего противоречия, т. е. «чувства» (эмоции), ибо чувство всегда противоречиво. Это создание условий для осмысления бессмысленного.

Для прояснения ситуации рассмотрим пример. Маленький мальчик («фазовая переменная») неожиданно оказывается перед чучелом («внешним стимулом»). Будучи не в силах логически осмыслить ситуацию (у него пока не накоплены рациональные, т. е. логические, понятия об этом объекте), он пугается («неустойчивость»). Но вот появляется папа («вторая фазовая переменная»), который нисколько не боится чучела. Мальчик также перестает бояться, но не за счет логического осмысления чучела (это еще у него впереди), а за счет положительной эмоции (чего бояться, раз папа не боится). Расширенная система (мальчик и папа) оказывается «устойчивой» за счет эмоции. Последняя противоречива, так как, с одной стороны, чучело для мальчика остается необъяснимым и вызывает страх, но с другой – если реагировать не только на чучело, но и на папу, то бояться вроде бы и нечего.

Достаточно общая онтология, связанная с модельным представлением мира – это неразвязанная, бесконечная, зашумленная система нелинейных уравнений, которая стохастически обобщена, а весь мир – это совместное распределение $p(\vec{z}, t)$. При переходе к моментам, на бесконечность, связанную с фазовыми переменными, накладывается бесконечное число моментов для каждой фазовой переменной. Ясно, что при такой онтологии никакое рациональное познание невозможно. Такая онтология высвечивает некую голограмму, где все связано со всем и претерпевает динамические изменения (турбулентный голорез [28]). Каждая «точка» такой среды содержит информацию о всей среде (йогу достаточно сосредоточиться на кончике собственного носа, что-

бы слиться со всей Вселенной). Но ученый – не йог, он оперирует конечным числом рациональных понятий, и поэтому, с точки зрения гносеологии, первое, что он должен сделать – зафиксировать (выделить) предметную область, которую хочет научно описывать. А для этого он должен затратить энергию (в том числе эмоциональную), чтобы провести частично инфинитную границу между выделенной финитной предметной областью и остальным инфинитным окружением. Построение любой модели и есть фиксация этой области, т. е. «обрезание» ее до конечной системы уравнений, на которую тем не менее влияет окружение. Это влияние мы учитываем белым шумом, который вводим в коэффициенты и внешние воздействия. Таким образом, мы получаем конечномерное совместное распределение $p(z_1, \dots, z_n)$, формализация расширения которого (включение новых z_k) и есть предмет данного раздела.

Логика такова. Неустойчивость связана с соотношением между нормой \bar{c} и интенсивностью шума $G_{\bar{c}}$, который создается инфинитным окружением. О том, чем именно – информации в модели нет, но есть сам коэффициент c , который надо «оживить». Модель для него должна быть похожа на модель нашей предметной области (взаимодействуют друг с другом однородные вещи: не может танк «взаимодействовать» с волком). Таким образом надо дописать нелинейное (иначе не будет взаимодействия старых и новой фазовых переменных) уравнение, время релаксации в котором должно зависеть от старых (Q_i) фазовых переменных, и если возникает тенденция к неустойчивости по младшим моментам, то «постоянный» коэффициент должен оживать за счет того, что его время релаксации становится одного порядка с таковым для старых фазовых переменных.

Итак, в стартовой позиции мы задаем $p(Q_1, \dots, Q_n; c)$, где распределением по переменной c управляет свое уравнение, но влиять на события оно начинает, если происходит потеря устойчивости по фазовой переменной Q_i ($\tau_c = f(Q_i)$). Наблюдая за Q_i (фрактальная диагностика) и периодически проводя параметризацию модели (т. е. фиксацию соотношения между \bar{c} и $G_{\bar{c}}$), мы можем «включать» новую фазовую переменную (c), не дожидаясь точки бифуркации, т. е. потери устойчивости по всем моментам (а только, например, по m_2 , т. е. при возникновении режима самоорганизованной критичности [47]). Мы не сможем сказать наверняка (для этого нужны наблюдения, деятельность,

затраты энергии), что стоит конкретно за оживаемым коэффициентом, но смело можем назвать его новой фазовой переменной. При этом равномерное (соответствующее белому шуму) распределение $p(c)$ начинает меняться, а шум становится цветным (происходит раскрашивание частично инфинитной границы или, лучше, – модели).

Каковы должны быть свойства фрактальной среды (т. е. мозга или эмоций), чтобы осуществить подобное раскрашивание? На первых местах у человека стоят следующие потребности [85]: 1) сохранение себя как биологического существа, т. е. удовлетворение потребностей в еде, жилье, продолжении рода и т. п.; 2) обеспечение (прогнозирование) условий для гарантированного выполнения п. 1 в ближайшем будущем (п. 1 и 2 присущи и животным); 3) занятие престижного места в социальной иерархии (чем-то «выделиться»).

Этот «престиж» может достигаться по-разному в зависимости от возраста, социального окружения и т. д. Для пятнадцатилетнего подростка это может быть пять колец в ухе и остриженная левая часть головы, а для профессора – разрешение какой-нибудь задачи академического характера (типа проблем Гильберта), без решения которой люди могут счастливо жить и дальше.

Потребность решения задач, связанных с прогнозом возможного расширения фазового пространства наших представлений о мире, возникает (в основном) с обеспечения второй доминирующей потребности. Но настоящей эмоциональной возбудимости, необходимой для организации гносеологического переходного процесса, можно достигнуть при реализации только третьей доминирующей потребности (т. е. на уровне «самоутверждения бездельниками»). Дело в том, что программные уровни, реализующие первые две потребности, записаны почти на нейронах, ибо их удовлетворение это не вопрос гносеологии, а вопрос онтологии (жить или не жить). Достижение же третьей потребности возможно, когда первые две удовлетворены; программы этого уровня записаны на шаблонах, которые можно менять (экспериментировать) без опасения за свою жизнь.

Для построения рациональных конструкций нужно выжигание нейронов. Но должен быть буферный (шаблонный) слой, повышающий размерность вложения мозга. Известно [73], что фрактальная диагностика указывает на увеличение размерности при переходе от биологической деятельности (эпилептический припадок – около 2, глубокий

сон – $4 \div 4,3$) к интеллектуальной ($d \approx 4,7$). Часто конечная размерность на ЭЭГ человека вообще не идентифицируется.

Перенормировку распределения (вторая возможность избежать гибели системы, на которую указывалось выше) можно описать в терминах редукции (коллапса) волнового пакета по аналогии с квантовой механикой [76]. Теорема Лиувилля создает непреодолимую проблему: расплывание области в фазовом пространстве (при сохранении объема) делает классическую механику непредсказуемой в принципе. Но ведь детерминистическая эволюция волнового пакета по уравнению Шредингера также приводит к его расплыванию. Последнее приостанавливается, когда «производятся измерения», процедура, которая и вносит вероятность в квантовую теорию. Эти две процедуры (расчетная и детерминистическая по уравнению Шредингера, а также измерительная и вероятностная при коллапсе) совершенно различны по своей природе: первая непрерывна, вторая разрывная. Но обе необходимы для согласия квантовой механики с наблюдательными фактами.

В нашем случае (при прогнозировании по уравнению ФПК) мы «стартуем» с дельта-функции (точнее – некоторого «колокольчика» из-за погрешностей измерения в начальный момент времени) в сторону устойчивого «размазанного» распределения, положение которого определяется значениями прогнозных задаваемых параметров, входящих в уравнение ФПК. Если же процесс неустойчив по моментам, то просто происходит «распластывание» по фазовому пространству. В любом из этих случаев наступает необходимость либо в измерительной корректировке («коллапсе») плотности вероятности, либо в перенормировке за счет введения новой фазовой переменной (рис. 1.37).

На рисунках 1.36 и 1.3 детерминистической эволюции по уравнению ФПК соответствует контур ОС₁, когда просто уточняется «шаблон» или выбирается новый из числа имеющихся в запасе, а «коллапс» (или «редукция») предполагает задействованным контур ОС₂ и неалгоритмический путь формирования новой фазовой переменной. Чем более развивающаяся система (например, мозг), тем более она неустойчива и тем чаще прибегает к «редукции», т. е. к разрывам процесса на рис. 1.37. Частично инфинитное моделирование предполагает объединение двух процедур – алгоритмизируемой детерминистической эволюции по уравнению ФПК и неалгоритмизируемого «коллапса» распределения плотности вероятности. Причем выход из «коллапса» предполагает, что расширенная модель ситуации либо уже сформировалась

1. Методология исследования развивающихся систем

(а может быть имелась в мозгу изначально – своеобразный идеализм), либо (в случае, например, образования новой популяции) этот выход осуществляется случайно, а закрепляется за теми мутантами, которые выживают (своеобразный материализм). Выживание указывает на то, что «расширенная модель» правильна, т. е. интерполяция над точкой коллапса выполнена обоснованно (с точки зрения требований окружающей инфинитной реальности).

Сам механизм интерполяции между разноразмерными фазовыми пространствами остается творческим (случайным или, по крайней мере, неалгоритмизируемым). Но осознание того, при каких условиях мы вынуждены заниматься этой интерполяцией, уже (хотя бы «частично инфинитно») помогает находить рациональные ориентиры в иррациональном мире.

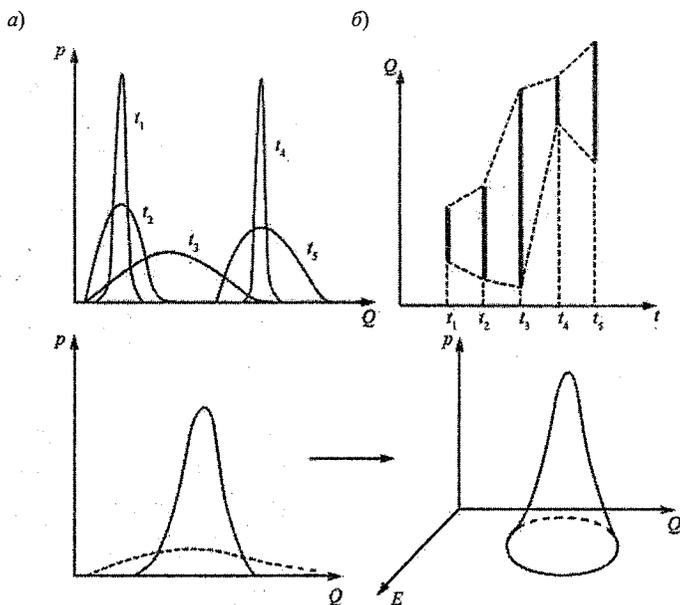


Рис. 1.37. Измерительная корректировка в момент t_4 плотности вероятности (а, б) и ее перенормировка при неустойчивости (в, з).

2. Гидравлика и речная турбулентность

2.1. Парадоксы речной гидравлики и гидромеханики

Рассмотрим парадоксы (или тупики) из области речной гидравлики и гидромеханики. Система уравнений одномерной гидравлической идеализации для деформируемых русел имеет вид:

$$i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{Q^2}{C^2 R F^2} + \frac{1}{gF} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2\alpha Q}{gF^2} \frac{\partial Q}{\partial x}; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_1(x, t); \quad (2.2)$$

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = q_2(x, t); \quad (2.3)$$

$$G = f(d, U, \dots), \quad (2.4)$$

где $i_0 = -\partial z/\partial x$ – уклон дна; h – глубина; C – коэффициент Шези; g – ускорение свободного падения; R – гидравлический радиус; F – площадь живого сечения; B – ширина; z – отметка дна; G – расход наносов (обычно донные наносы превосходят взвешенные); d – диаметр частиц; U – скорость течения; α – коэффициент неравномерности распределения скорости по глубине; x – продольная координата; t – время. Соотношение (2.4) – это та или иная эмпирическая формула, используемая для замыкания системы уравнений.

С помощью этой системы уравнений решается огромный круг вопросов, связанных с прогнозами паводков и половодий, размывами в нижних бьефах ГЭС, сгонно-нагонными явлениями и т. п. Однако есть в гидравлике проблемы, которые данной системе «не по зубам» (см. рис. 2.1):

1) образование в быстротоках (водоводы с большим уклоном дна) периодических поверхностных волн;

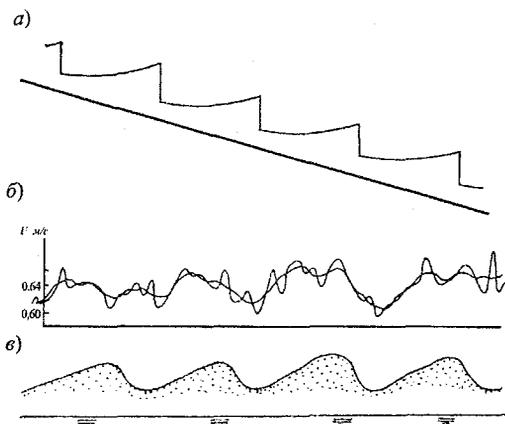


Рис. 2.1. К периодическим образованиям в потоках: а) поверхностные волны в быстротоках; б) низкочастотные колебания скорости (р. Тверца); в) гряды на дне.

Этим вопросом долго занимался известный гидролог Н. А. Картвелишвили [39]. Он пытался построить замкнутые циклы на фазовой плоскости, однако гиперболическая система (2.1), (2.2) их не имеет (см. рис. 2.2, б). Это еще один нефеноменологический парадокс («тупик»): «онтология», построенная на системе Сен-Венана, не описывает сущность подобных волновых явлений.

Рассматриваемый ниже парадокс имеет отношение не только

2) низкочастотные (с периодом порядка минут) колебания скорости в реках и каналах при неизменных граничных условиях;

3) грядообразование. Ясно, что не песчаное дно («само по себе») образует гряды. Периодические составляющие должны быть в самом течении.

Порождают ли подобные периодические решения уравнения Сен-Венана (два первых уравнения системы (2.1) – (2.4))?

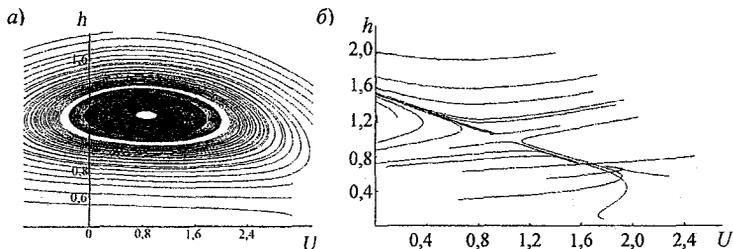


Рис. 2.2. Фазовые портреты при наличии (а) и отсутствии (б) замкнутых циклов.

к гидрологии, но и вообще к науке в целом (метеорологии, самолетостроению и ко многому другому). Это – отсутствие турбулентных решений уравнений гидромеханики. Ситуация заключается в следующем.

Есть строго выводимая модель гидромеханики: система уравнений Навье–Стокса (кстати, из нее получается осреднением по живому сечению и система Сен-Венана):

$$\bar{v}_t - \nu \Delta \bar{v} + \bar{v}_k v_{\bar{x}_k} = -\text{grad} p + \bar{f}(\bar{x}, t), \quad (2.5)$$

$$\text{div} \bar{v} = 0 \quad (2.6)$$

(здесь ν – коэффициент вязкости; $\bar{f}(\bar{x}, t)$ – внешняя «сила»).

Решение системы (2.5), (2.6) (например, для бесконечно длинной трубы радиусом c с условиями прилипания на стенке) дается формулой Пуазейля, т. е. параболой (рис. 2.3):

$$v_x = a(c^2 - r^2), \quad (2.7)$$

где r – координата; $a = \text{const}$.

Однако это распределение справедливо, пока число Рейнольдса меньше критического значения $Re_{кр}$:

$$Re = U d / \nu < Re_{кр}$$

(здесь d – диаметр трубы).

При больших числах Re течение становится турбулентным и эпюра принимает другой вид, т. е. уравнения Навье–Стокса ведут в «тупик».

Таким образом, появляется важный нефеноменологический парадокс в классической гидромеханике. Его сущность лежит за пределами предметной области, фиксируемой уравнениями Навье–Стокса, так как он возникает при турбулентном режиме течения, где действие закона тре-

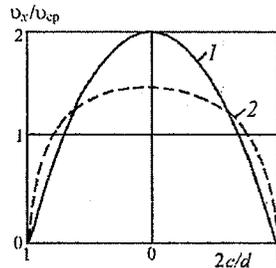


Рис. 2.3. Распределение скорости при ламинарном (1) и турбулентном (2) режимах.

ния $F_{\text{тр}} = \nu \partial^2 \bar{v} / \partial x^2$ ставится под сомнение.

Изменение эпюры происходит, когда течение становится нерегулярным, турбулентным. Были предприняты попытки учесть эти нерегулярности (или пульсации) и по-другому зафиксировать предметную область гидромеханики. Стали разбивать скорости и давление на две составляющие: $v = \bar{v} + v'$; $p = \bar{p} + p'$ (рис. 2.4, а). Однако при подстановке их в уравнения Навье–Стокса возникает как бы новая сила:

$$v \partial v / \partial x = (\bar{v} + v') \partial (\bar{v} + v') / \partial x = 0,5 \partial (v')^2 / \partial x$$

(при $\bar{v}' = 0$). Если бы уравнения Навье–Стокса были линейными, то эта новая составляющая не возникла бы (при осреднении: $\bar{v}' = 0$; $(v')^2 \neq 0$, рис. 2.4, б, в). Таким образом, у вектора \vec{Y} , описывающего состояние потока, появляется еще одна составляющая $\vec{Y} = (\bar{v}, p, (\bar{v}')^2)$, и система (2.5), (2.6) становится незамкнутой. Возникает тупик нефеноменологического характера и проблема замыкания: $(\bar{v}')^2 = f(\bar{v})$.

Из тупика пытаются выбраться следующим образом. Возникающий дополнительный член интерпретируется как сила трения $F'_{\text{тр}}$. Установлено, что в турбулентном режиме она пропорциональна квадрату скорости: $F'_{\text{тр}} \sim kv^2$. Поэтому ситуацию переводят в эмпирическую плоскость, т. е. пытаются найти численные значения коэффициента k для разных конкретных случаев (профиль самолета, шероховатость русла и т. д.).

Например, осредняя по живому сечению русла систему (2.5), (2.6) с учетом пульсационных составляющих, получают уравнения одномер-

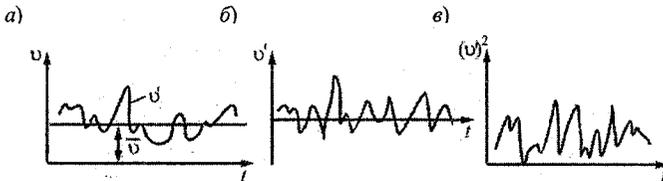


Рис. 2.4. Разбиение скорости на составляющие.

ной гидравлической идеализации:

$$gi_0 - g \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + F'_{\text{тр}}; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0, \quad (2.8)$$

где i_0 – уклон дна; U – осредненная по сечению продольная скорость; h – глубина. Далее подключают эмпирику ($F'_{\text{тр}} = gU^2 / C^2 h$; для коэффициента Шези используют, например, формулу Манинга $C = h^{1/6} / n$; коэффициент шероховатости n определяют по таблице М. Ф. Срибно-го). Хотя подобный подход не объясняет природу турбулентности (он и не претендует на это), для многих практических случаев его вполне достаточно. Для многих, но не для всех.

2.2. Река «дрожит»: грядообразование

Уравнения одномерной гидравлической идеализации (в ее классическом виде системы Сен-Венана, например, (2.7), (2.8)), периодических решений (непрерывных или разрывных) не имеют. Н. А. Картвелишвили предполагал [39], что возможно последовательность наблюдаемых волн есть последовательность со случайными характеристиками. Однако имеется обширный натуральный материал (полученный разными авторами в различных условиях), указывающий на явную периодичность низкочастотных колебаний скорости в точках живого сечения (табл. 2.1).

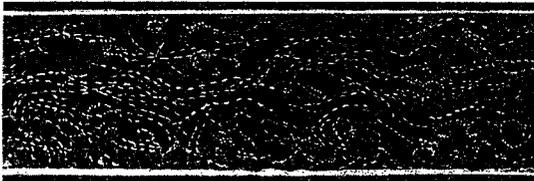


Рис. 2.5. Визуализация периодических образований по данным работы [41].

Таблица 2.1

Результаты выявления низкочастотной периодичности по лабораторным и натурным данным

Место, время измерения	Примерная оценка выделенного периода колебаний, мин	Амплитуда колебаний, % среднего значения скорости течения
р. Тверца – гидроствор №1, 1959 г.	26	10
р. Угам – с. Ходжикент, 1959–1961 гг.	25	16
р. Сырдарья – кишл. Ак-Джар, 1959–1961 гг.	15	40
р. Варзоб – кишл. Даган-Ата, 1959–1961 гг.	10	–
р. Уджи	15	–
р. Полометь	20	8
р. Темза – Сатгон-Кортени, 13/IX 1973 г.	90	16
Лаборатория ЛГМИ (РГТМУ), 1980–2006 гг.	2,0	6
Лаборатория ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1980 г.	3,5	17
р. Оксервиль – Веселый Поселок, 26/V 1983 г.	18	10
руч. Красный – д. Даймище, 2004 г.	2,0	8

Имеются также многочисленные наблюдения за структурой потока, которые явно указывают на наличие периодических образований (рис. 2.5). Из этого рисунка (и результатов исследований других авторов) видно, что структуру потока можно разбить на гидравлическое ядро (в котором переносится основная масса воды) и придонный слой. В обоих случаях течение описывается одинаковым типом уравнений. Для придонного слоя уравнения одномерной гидравлической идеализации имеют вид [42]:

$$-(\rho g)^{-1} \partial P / \partial x = g^{-1} \partial U / \partial t + (U / g) \partial U / \partial x + j, \quad (2.9)$$

где $\partial P / \partial x$ – градиент давления на внешней границе (он либо задается, либо находится из решения соответствующей задачи над слоем); j –

диссипативный член $U^2 / (C^2 \delta) = \lambda U^2 / 2g\delta$ (здесь λ – коэффициент трения, δ – толщина слоя). Соотношение (2.9) необходимо дополнить уравнением неразрывности жидкой фазы

$$\partial h / \partial t + \partial(Uh) / \partial x = 0 \quad (2.10)$$

и твердой фазы

$$B\partial z / \partial t + \partial G_1 / \partial x + \partial G_2 / \partial x = 0, \quad (2.11)$$

где B – ширина эффективного действия градиента давления (т. е. не обязательно, чтобы он действовал по всей ширине русла в направлении оси потока); G_1, G_2 – расходы донных и взвешенных наносов.

Так как на границе придонного слоя $\partial P / \partial x \approx \text{const}$, то изменение его толщины происходит только за счет деформаций (аналогичные допущения делаются при исследовании устойчивости русел [13, 22]), т. е. можно в уравнениях (2.10) и (2.11) заменить h и z на δ . При таком упрощении из системы (2.9) – (2.11) видно, что сначала из (2.9) и (2.10) можно найти δ и U , ничего не зная о расходах наносов, а затем по (2.11) по известным δ и U определить G_1 и G_2 , т. е. «жидкая задача» отделяется от «твердой». Таким образом, в данной идеализации деформация дна есть «пассивное» отражение состояние потока. Как над слоем, так и в нем движение воды подчиняется системе гиперболического типа (либо модели Сен-Венана, либо уравнениям (2.9), (2.10)).

Напомним: смысл нефеноменологического парадокса речной гидравлики заключается в том, что в потоках наблюдаются низкочастотные колебания средней по сечению скорости (а также волны на быстротоках), которые невозможно объяснить в рамках классической гидравлики. Из предыдущего изложения проблемы турбулентности можно сделать вывод о том, что наиболее «подозрительным» членом в уравнении (2.7) является выражение для силы трения: $F'_{\text{тр}} \approx kU^2$, где k либо const , либо функция от глубины и шероховатости. В любом случае эта сила оказывается зависящей только от конкретных («текущих») значений h и U и не важно, как эти значения были достигнуты (т. е. не учитывается влияние на сопротивления предыстории процесса).

Однако можно показать [42, 50], что коэффициент сопротивления $\lambda = g/C^2$ зависит от ускорения (dU/dt) и частоты (ω): $\lambda = f(dU/dt, \omega)$ (рис. 2.6). Учет этого обстоятельства приводит к тому, что вместо классических уравнений Сен-Венана имеем расширенную систему:

$$(\gamma\lambda - 1)\frac{\partial U}{\partial t} + U(\gamma\lambda - 1)\frac{\partial U}{\partial x} - g\frac{\partial h}{\partial x} = \lambda\frac{U^2}{h} - gi_0; \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h\frac{\partial U}{\partial x} + U\frac{\partial h}{\partial x} = 0; \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + U\frac{\partial \lambda}{\partial x} = (-\lambda + \frac{g}{C^2})/\tau, \quad (2.14)$$

где γ – коэффициент (в общем случае зависящий от ω); τ – параметр релаксации.

Если $\gamma = 0$, $\partial\lambda/\partial t = 0$, $\partial\lambda/\partial x = 0$ (т. е. $\lambda = \text{const}$), то приходим к системе (2.7), (2.8). В случае же (2.12) – (2.14) произошло расширение фазового пространства: $(U, h) \rightarrow (U, h, \lambda)$. Для определенного значения

ω тип уравнений меняется (из гиперболического становится эллиптическим) и возможно появление замкнутых циклов на фазовой плоскости (рис. 2.7). Даже если оставить только уравнения (2.12) и (2.13), то при $\gamma\lambda > 1$ будет иметь место взаимодействие по типу «хищник (U) – жертва (h)» ($\partial U/\partial h > 0$, $\partial h/\partial U < 0$), а при $\gamma\lambda < 1$ – конкурентное взаимодействие (рис. 2.7). Река «дрожит» (см. рис. 2.8).

Нефеноменологический парадокс преодолен за счет расширения предметной области с (U, h) до (U, h, λ) , причем так

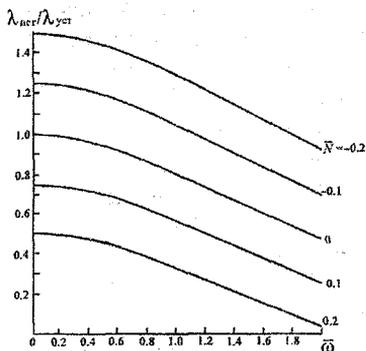


Рис. 2.6. Зависимость отношения неустановившегося $\lambda_{\text{нет}}$ и установившегося $\lambda_{\text{уст}}$ значений коэффициентов гидравлических сопротивлений $\lambda_{\text{нет}}/\lambda_{\text{уст}}$ от безразмерных частоты $\bar{\omega}$ и ускорения N .

как величина λ оказалась связанной с «историей» самой реки ($\lambda = f(dU/dt)$), то темпы процессов, протекающих в предметных, первоначально частично инфинитных, областях ((U, h) и (λ)), оказались согласованными. Используем этот факт при анализе проблемы турбулентности.

Турбулентность вызывается тем, что в потоке в целом возникают квазипериодические изменения гидравлических характеристик, делающие эпоху скорости неустойчивой по моментам и более выровненной (см. п. 2.3). Ранее (см. [42]) была получена формула для периода этих изменений, исходя из системы Сен-Венана (уравнений (2.12), (2.13) при $\gamma = 0$). Если предположить, что информация об уровне (и его изменениях по времени и координате) известна из измерений, то система (2.12), (2.13) для фиксированного створа сводится к уравнению Риккати, которое преобразуется к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$d^2 y / dt^2 - R(t)y = 0, \quad (2.15)$$

где $R(t) \approx (I - i_0)g^2 / C^2 h$, а переменная y связана рядом преобразований с расходом воды (или средней по сечению скорости). При $R_1 > 0$ уравнение (2.15) имеет «колебательные» решения с периодом

$$T \approx \frac{\pi C h^{0,5}}{g \sqrt{I - i_0}}, \quad (2.16)$$

который хорошо согласуется с экспериментальными результатами (см. [42]).

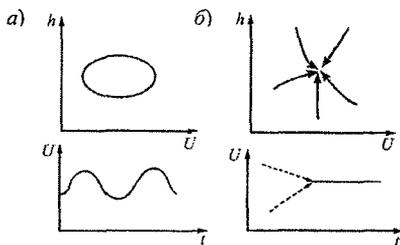


Рис. 2.7. Изображение решений на фазовой плоскости (U, h) и временные развертки $U = f(t)$ при $\gamma(\omega)\lambda > 1$ (а) и при $\gamma(\omega)\lambda < 1$ (б).

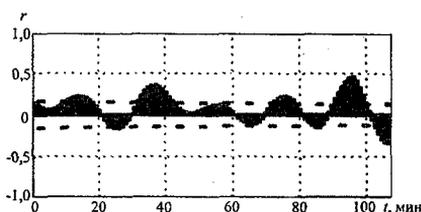


Рис. 2.8. Пример взаимной корреляционной функции скоростей в различных точках живого сечения на р. Тверце; в обработке данных наблюдений участвовал асп. Д. Шилов.

Появление отрицательных значений R объясняется зависимостью гидравлических сопротивлений от ускорения:

$$\frac{\lambda_{\text{нст}}}{\lambda_{\text{уст}}} \approx \frac{1}{1 + \bar{\omega}^2 / 4} - \frac{2,5 + \bar{\omega}^2 / 2}{1 + \bar{\omega}^2 / 4} \bar{N}, \quad (2.17)$$

где $\bar{\omega}$ и \bar{N} – безразмерные частота и ускорение [42]. При учете выражения (2.17) в уравнениях Сен-Венана появляются два новых слагаемых, равных примерно (при малых $\bar{\omega}$) $-\gamma\lambda_{\text{уст}}dU/dt$ и $-(\bar{\omega}^2/4)\lambda_{\text{уст}}U^2/h$. С учетом этого обстоятельства выражение для $R(t)$ принимает вид: $R(t) \approx -(\bar{\omega}^2/4)(I - i_0)g^2 / C^2 h (\gamma\lambda_{\text{уст}} - 1)^2$. Следовательно, период T будет отличаться от значения, подсчитанного по формуле (2.16), на величину $((\gamma\lambda_{\text{уст}} - 1)^2 / (\bar{\omega}^2 / 4))^{0,5}$. Наиболее надежные данные (р. Тверца) по выявлению периодичности (см. табл. 2.3.2 из работы [50]) показывают, что периоды, рассчитанные по формуле (2.16), не очень сильно отличаются от экспериментальных значений.

Возникает вопрос: если периодические решения создают зависимость сопротивлений от ускорений, то почему формула (2.16), которая получается при классическом задании сопротивлений (при игнорировании знака перед $R(t)$), дает правильный порядок величин для T ? И вот тут нам пригодится принцип эквивалентности сил тяжести и инерции. Учет влияния ускорения на сопротивления приводит к появлению двух новых членов в динамическом уравнении системы Сен-Венана (чисто инерционных по своей природе, т. е. «фиктивных»). Без их учета мы никогда бы не получили нужный знак у $R(t)$. Появление этих «сил» эквивалентно изменению силы тяжести, «сидящей» в уклоне. А так как подкоренное выражение в формуле (2.16) можно записать так: $I - i_0 = i_0 - \partial h / \partial x - i_0$, то добавление новых слагаемых к i_0 , имеющему разные знаки, периода не меняет. Кроме этого, соответствие формулы (2.16) натурным данным указывает на существование своеобразной инвариантности: $(\gamma(\bar{\omega})\lambda_{\text{уст}} - 1)^2 \approx \bar{\omega}^2 / 4$. «Гидромеханическую тележку» трясет с частотой, определяемой λ и условиями на границах рассматриваемого участка реки, создающих геометрию «резонатора» ($-\partial h / \partial x$). Следовательно, квазипериодические изменения «коэффициента сноса»

в уравнении, описывающем распределение скорости по глубине (см. п. 2.3), создаются инфинитной (для гидромеханического поля) реальностью (шероховатостью и режимом речного стока).

«Квазипериодичность» возникает из-за того, что реально мы имеем задачу на собственные значения (Штурма–Лиувилля), и полученный период соответствует наименьшему собственному значению. Так как мы имеем дело не просто со временем t или координатой x , а с инвариантом $p = t + x/U_0$, то аналогичные рассуждения приводят к формуле для пространственного периода (см. [38]):

$$L = \frac{\pi C h^{0.5} U_0}{g \sqrt{I - i_0}},$$

получающейся из уравнения

$$d^2 y / dx^2 - k(x)y = 0,$$

где y – переменная, связанная преобразованиями со скоростью, а $k(x) < 0$. Для любого конечного участка русла длиной $l = [x_0, x_k]$, на концах которого принимается отсутствие отклонений от квазиустановившегося режима ($y(x_0) = y(x_k) = 0$), существуют нетривиальные решения (собственные функции):

$$y_n(x) = a_n \sin \frac{\pi n}{l} x$$

(здесь a_n – амплитуда волны; $n = 1, 2, \dots$) при собственных значениях

$$k = (g^2 / U_0 C^2 h)(I - i_0) = k_n = \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2.$$

Если величина $g^2 / U_0 C^2 h$ постоянна на участке длиной l , то квантомеханический аналог энергии $(I - i_0)$ принимает дискретные значения:

$$(I - i_0)_n = \frac{\pi g^2}{U_0 C^2 h l^2} \cdot n^2$$

(при $n = 0$ $I = i_0$, т. е. имеем «равномерный» режим; в квантовой механике это означает отсутствие частиц, а у нас – отсутствие низкочастотных пульсаций).

По аналогии с квантовой механикой (см. [1, 66]) можно рассматривать различные варианты изменения «потенциала» i_0 . Например, в случае потенциальной ямы (горизонтальный участок реки с $i_0 = 0$ длиной l , который начинается и заканчивается водопадом, рис. 2.9, а) имеем дискретный набор $y_n(x)$, т. е. гидромеханическое поле (эпюру $u(h)$) трясет не периодический процесс, а «пила» с частоколом зубьев (см. рис. 1.25, б в диапазоне от 10^{-2} до 10^0 рад/с).

Другим простейшим аналогом моделей в квантовой механике служит потенциальный барьер (рис. 2.9, б):

$$k \sim I \quad \text{при} \quad x < x_0,$$

$$k \sim I - i_0 \quad \text{при} \quad x > x_0.$$

Если при $I > i_0$ (энергия больше потенциального барьера; на гидравлическом языке – конфузур) «волна» у частично отражается, частично проходит в конфузур, то в случае $I < i_0$ (диффузур), хотя и нет полного запрета на появление «волн» при $x > x_0$ (из-за «квантового» эффекта), но зона их проникновения оказывается экспоненциально малой. Возможно, что описанные эффекты имеют отношение и к грядообразованию, но пока эта аналогия в основном умозрительна.

Таким образом, как в ядре потока, так и в придонном слое реализуется одинаковый механизм автоколебаний (автоволи) с существенно различными периодами. Наша гипотеза заключается в том, что именно эти колебания порождают мезо- и микроформы.

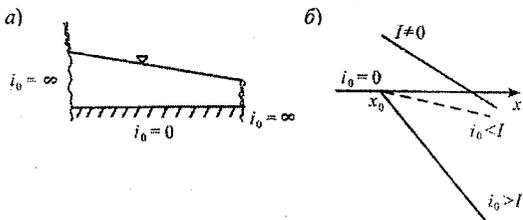


Рис. 2.9. Гидро-квантовомеханическая аналогия; а – потенциальная яма; б – потенциальный барьер.

Воспользуемся уравнением неразрывности твердой фазы для единичной ширины потока, приняв $G_1 \gg G_2$ (это неравенство подтверждается экспериментальными данными [15]):

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0, \quad (2.18)$$

где $G \equiv G_1$.

Расход донных наносов в общем случае должен состоять из сносовой ($\sim Az$) и диффузионной ($\sim -0,5\partial(Bz)/\partial x$) составляющих, а соотношение (2.18) – просто уравнение конвекции–диффузии:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(Az) + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial x^2}(Bz), \quad (2.19)$$

отражающее закон сохранения $\int_x z dx = \text{const}$ (если на рассматриваемом участке русла нет поступлений или изъятий твердого стока).

Практически все эмпирические формулы для G игнорируют диффузионную составляющую, что приводит к сингулярно возмущенным задачам (число Пекле $Pe \gg 1$). Например, используется следующая упрощенная зависимость [15]:

$$G \approx 0,473d(U - U_k), \quad (2.20)$$

где d – диаметр средних по крупности наносов; U_k – критическая размывающая скорость, значение которой можно определить по линейной теории устойчивости ложа русла [15, 20, 40] (напомним, что рассматриваются единичные расходы наносов).

В общем случае для расхода G (напомним: $G \equiv G_1$) справедлива зависимость [54]: $G = z dx/dt$, где dx/dt – скорость перемещения гряды. Примем:

$$dx/dt = -c\varphi(x) + N(t), \quad (2.21)$$

где $\varphi(x)$ – скорость начала движения наносов («размывающая»); $N(t) = a \cdot U$ (здесь U – скорость течения воды; в нашей идеализации она задается как периодическое решение «ожидкой» задачи); c, a – коэффициенты, зависящие от гидравлических характеристик потока и грунта.

Будем считать, что $c = \bar{c} + \tilde{c}$, $N = \bar{N} + \tilde{N}$, где $\bar{c}(t)$ и $\bar{N}(t)$ – статистические среднее, а \tilde{c} и \tilde{N} – белые коррелированные шумы. Тогда для коэффициентов сноса и диффузии по аналогии с уравнением ФПК (хотя в данном случае мы имеем дело не с плотностью вероятности, а с вполне «материальной» характеристикой z) справедливы выражения:

$$A(x, t) = (-\bar{c}(t) + M[\tilde{c}(t)])\varphi(x) + 0,5(\partial\varphi / \partial x)[G_{\tilde{c}}\varphi(x)];$$

$$B(x, t) = G_{\tilde{c}}\varphi^2(x) - 2G_{\tilde{c}\tilde{N}}\varphi(x) + G_{\tilde{N}},$$

где $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ – интенсивности и взаимная интенсивность шумов.

Считая $\varphi(x) \sim x$ и аппроксимируя (2.19) системой уравнений для трех «начальных моментов» (речь идет не о статистических моментах), получаем:

$$dm_1 / dt = -(\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}})m_1 + \bar{N} - 0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}};$$

$$dm_2 / dt = -2(\bar{c} - G_{\tilde{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\tilde{c}\tilde{N}}m_1 + G_{\tilde{N}}; \quad (2.22)$$

$$dm_3 / dt = -3(\bar{c} - 1,5G_{\tilde{c}})m_3 + 3(\bar{N} - 2,5G_{\tilde{c}\tilde{N}})m_2 + 3G_{\tilde{N}}m_1.$$

Эта система уравнений описывает асимметричное распределение формы гряды.

Как известно [21] (см. рис. 2.10), рифеля и гряды (за исключением антидюн) имеют отрицательную асимметрию ($C_s < 0$), что будет при $G_{\tilde{c}\tilde{N}} > 0$. По имеющимся данным [15] структура формул для скорости перемещения гряд такова (например, $dx / dt \approx (2 + 0,11U^2 / U_k^2) \cdot (U - U_k \cdot (\sqrt{1 + 0,11U^2 / U_k^2}))$), что, так же как и в упрощенном варианте (2.20), введение как мультипликативных (\tilde{c}), так и аддитивных (\tilde{N}) шумов в (2.21) (связанных с «шумовой» аппроксимацией не учитываемых ранее членов в последнем выражении) приводит к положительной корреляции между ними ($G_{\tilde{c}\tilde{N}} > 0$, $C_s < 0$).

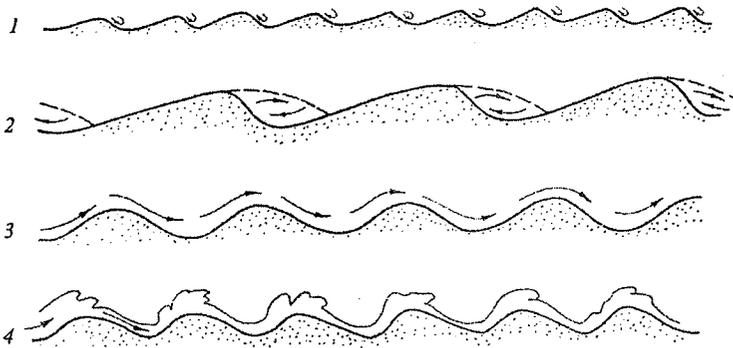


Рис. 2.10. Рифели (1, $C_s < 0$), гряды (2, $C_s < 0$), стоячие волны (3, $C_s \approx 0$), антициклоны (4, $C_s > 0$) [21].

Зададим в системе (2.22) норму внешнего воздействия (известное решение «жидкой» задачи) в виде: $N = N_0 + b \sin(\omega t)$, где b – коэффициент; ω – частота (напомним, что имеется в виду статистическая, а не временная норма). На рис. 2.11 показаны некоторые варианты решения (2.22). В случае устойчивости по всем трем моментам ($G_c < 0,67\bar{c}$) из любого начального состояния (внутри или вне цикла на рис. 2.11, а) изображающая точка попадает на периодический аттрактор. Каждая гряда (или рифель), смещаясь вправо, меняет численные значения своих моментов, которые однако таковы, что не выводят форму гряды за рамки асимметричного ($C_s < 0$) одномодального «распределения» (формы). Неустойчивость по третьему моменту ведет к возрастанию отрицательной асимметрии, обрушению и смыву гряды.

Для устойчивого распределения (рис. 2.11, а) значения коэффициентов вариации C_v и асимметрии C_s , вычисленные по моментам, отнесенным примерно к центру цикла, равны 2,83 и $-1,53$ соответственно (чтобы распределение с подобными значениями принадлежало семейству кривых Пирсона, необходимо превышение эксцессом, который в данном примере не вычислялся, так как мы ограничились тремя моментами, значения 0,34). На самом деле в процессе грядообразования коэффициенты C_v и C_s незначительно колеблются около приведенных значений, никогда их не принимая, так как все точки внутри цикла – отталкивающие.

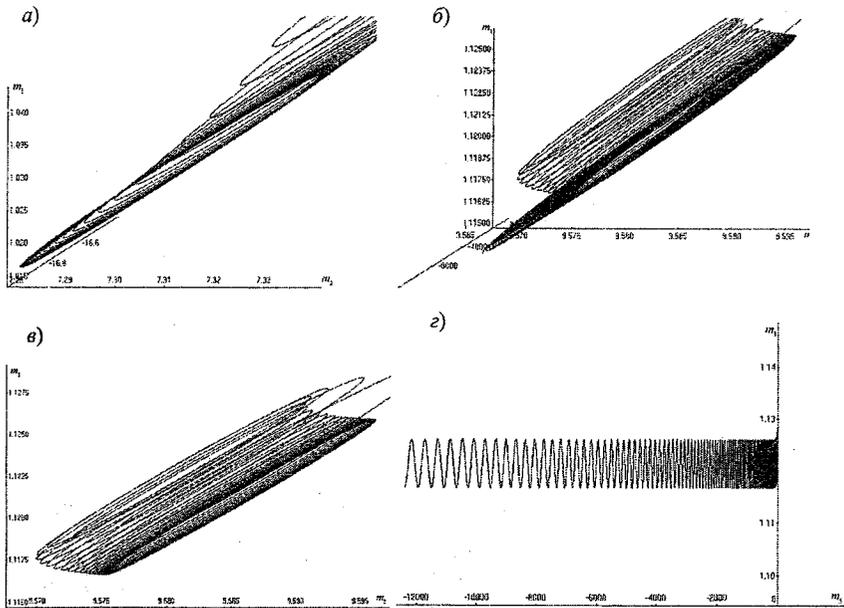


Рис. 2.11. Различные варианты, изображающие в фазовом пространстве (а, б) и плоскости (в, з) решения системы (2.22): а – устойчивое по всем трем моментам; б – неустойчивое по m_3 ; в – двумерная (устойчивая) проекция неустойчивого (по m_3) решения; з – неустойчивая по m_3 и устойчивая по m_1 двумерная проекция.

Вопрос о стоячих волнах ($G_{\tilde{c}\tilde{N}} \approx 0, C_s \approx 0$) и антидюнах ($G_{\tilde{c}\tilde{N}} < 0, C_s > 0$) требует изучения. Они образуются в специфических условиях (большие уклоны, бурные течения, перемещение антидюн против течения); при $U \gg U_k$ вряд ли допустима линейная аппроксимация для $\varphi(x)$ в (2.21). Система уравнений для моментов становится «не развязанной»: не только старшие моменты зависят от младших как в (2.22), но и младшие от старших. Для обрывания бесконечной системы необходимо от моментов переходить к кумулянтам. Но не исключено, что ситуация более простая: ведь и стоячие волны, и антидюны также одномерны, как и гряды, а следовательно, их форма может быть описана исходя из семейства кривых Пирсона. Это значит, что и в данном случае справедлива аппроксимация $\varphi(x) \sim x$.

2.3. Сущность механизма возникновения и поддержания турбулентности

Проблема турбулентности муссируется в науке с разных сторон уже более 100 лет. Однако основная задача (объяснить механизм возникновения и самоподдержания турбулентных течений) до сих пор не решена.

Инженерный, наиболее важный с практической точки зрения, подход мы уже затронули. Это так называемая полуэмпирическая теория турбулентности, когда турбулентные пульсации связывают эмпирическими формулами с осредненным полем скоростей: $\overline{u'_x u'_y} = f(\bar{v})$. На этом пути родились многие прикладные науки, в том числе и речная гидравлика.

Мы рассмотрим еще два направления, наиболее для нас важные.

1. Математические исследования свойств уравнений Навье–Стокса, с целью ответить на вопрос: а существует ли вообще у этих уравнений решения при больших числах Re ? Среди отечественных ученых наибольший вклад в это направление внесла О. А. Ладыженская [60, 61, 62, 63].

Существование решения равносильно его ограниченности (бесконечных чисел «не существует»). Этот факт можно доказать, используя аппроксимацию уравнений Навье–Стокса конечной системой обыкновенных уравнений. Следуя Ладыженской, поступаем по-другому.

Из уравнений Навье–Стокса можно получить так называемое энергетическое равенство, отражающее баланс энергии:

$$0,5d \|v\|^2 / dt + \nu \| \bar{v}_x \|^2 = f(\bar{f}, \bar{v}). \quad (2.23)$$

Из (2.23) следует неравенство

$$d \| \bar{v} \| / dt + \nu \lambda \| \bar{v} \| \leq \| \bar{f} \|, \quad (2.24)$$

где λ – собственное значение спектральной задачи.

Интегрирование (2.24) дает:

$$\|v(t)\| \leq \|v(0)\| e^{-\nu \lambda t} + \| \bar{f} \| (1 - e^{-\nu \lambda t}) / \nu \lambda,$$

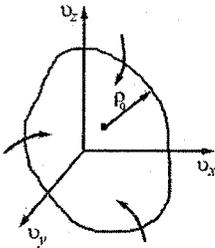


Рис. 2.12. «Втягивание» решений в шар радиуса ρ_0 .

$$\text{т. е. } \lim_{t \rightarrow \infty} \|\vec{v}(t)\| \leq \rho_0 = (\nu\lambda)^{-1} \|\vec{f}\|.$$

Таким образом, любое решение, в конце концов, втягивается в шар и не уходит оттуда (рис. 2.12). Применение того же энергетического неравенства к норме двух близких решений не дает нулевой радиус ($\rho_0 \neq 0$), т. е. имеет место неединственность. Говорят, что траектории локально разбегаются (неустойчивость), но глобально остаются в шаре (устойчивость). Это есть признаки аттрактора (предположительно турбулентного). На вопрос, как он возникает и самоподдерживается (т. е. какова сущность турбулентности), уравнения Навье–Стокса не отвечают. Его хаусдорфова размерность мажорируется числом ρ_0 (т. е. фактически числом Re, зависящем от «внешнего воздействия», вязкости и геометрии области).

2. Другое направление – теоретическое и эмпирическое исследование

устойчивости ламинарных течений, т. е. выяснение, при каких условиях возникает неустойчивость, трактуемая как переход к турбулентности. Делается это так. Берется «труба» или пограничный слой, для которых из уравнений Навье–Стокса находится стационарное решение. Затем это решение возмущается при разных числах Re и частоте ω и «смотрят», что будет происходить с возмущениями Δv (их рост указывает на неустойчивость). В результате получают изображение, типа представленного на рис. 2.13, которое, как правило, подтверждается экспериментально. Неустойчивость трактуется как переход к турбулентности.

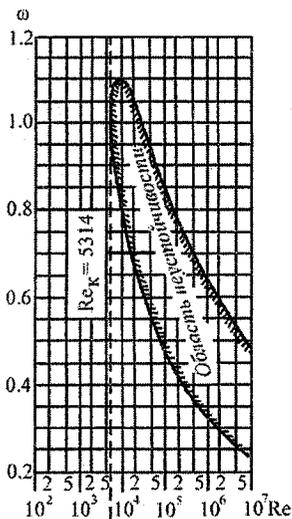


Рис. 2.13. Области устойчивости и неустойчивости ламинарного течения Пуазейля (по Шлихтингу).

Подобный подход частично отвечает на вопрос о природе турбулентности, но содержит много субъективных моментов. Дело в том, что не модель дает колеба-

ния из области (Re, ω) , а их «навязывают» течению и «смотрят», как поведет себя решение.

Сущность турбулентности лежит за пределами модели ламинарного течения, в другой предметной области. Из рис. 2.13 видно, что область неустойчивости формируется не ламинарным профилем (полем): поток в целом должен иметь большие числа Re и определенный диапазон частот, чтобы возникла турбулентность (изменился профиль скорости).

Вспомним, что в фиксированной предметной области сущность не наблюдаема (она в «другой» предметной области). Поясним: предметная область – это не материальный объект (точнее – не только материальный). «Другая» предметная область – это не участок лунной поверхности, как-то влияющий на гидромеханическое поле. Материально она может полностью совпадать с исходной предметной областью, но вот что именно фиксируется в материальном теле – это уже вопрос другой. Один и тот же человек с разных точек зрения может фиксироваться по-разному: с точки зрения пенсионного фонда важен возраст, а с точки зрения авиакомпании – его масса.

В нашем случае в зафиксированном моделью Навье–Стокса поле из другой («инфинитной», гидравлической) реальности появляются периодические воздействия, и при больших числах Re вязкость ν перестает контролировать («держат») течение. Гипотеза состоит в утверждении, что гидравлика (поток в целом) управляет гидромеханикой. «Гидравлика» – это не только поток, но и резонатор (русло). Материальный объект онтологически один и тот же, но гносеологически фиксируется по-разному. Граница между этими различно зафиксированными областями частично инфинитна (иначе бы не было никакого взаимодействия).

Ситуацию поясняет рис. 2.14. В роли «тела» может выступать как поток воды, перемещающийся в русле, являющимся для воды «инфинитной реальностью» (внутренняя задача), так и «резонатор» (например, самолет или корабль), находящийся в «инфинитной реальности» воздушной или водной среды (внешняя задача обтекания). Для правильной оценки ситуации (модели движения) контур OS_1 достаточен, пока режим движения ламинарный и хватает информации о ν , $v|_{\Gamma} = 0$, \vec{f} . Если тело оказывается в неравновесной ситуации

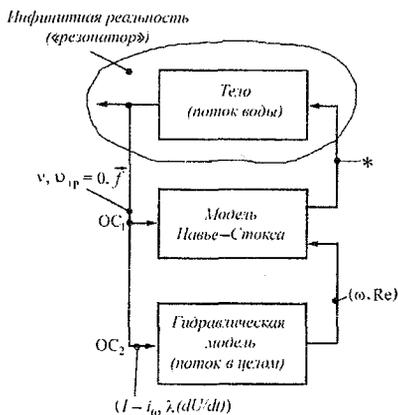


Рис. 2.14. Пояснение процесса формирования турбулентного решения (* – ламинарные или турбулентные решения в зависимости от ω и Re).

ся дерево в целом. Но это не синхронизация, для которой нужны взаимодействующие осцилляторы, обладающие автоколебательной динамикой. Ведь «в гидродинамической системе каждый элемент системы не обладает какой-то собственной динамикой, которую он может демонстрировать в отсутствии остальных» [68], как это имеет место для уравнений типа реакция–диффузия.

Как же на самом деле «трясется дерево в целом» и есть ли наглядный, а главное доступный экспериментальной проверке, индикатор, характеризующий степень развития турбулентности? Не вызывает сомнения, по крайней мере, факт выравнивания эпюры скорости при турбулентности (см. рис. 2.3).

Попытаемся описать возможный механизм выравнивания эпюры. Известны попытки исследовать влияние периодического внешнего течения на эпюру скорости u в пограничном слое [104], подчиняющегося уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (2.25)$$

причем $u|_{z=0} = 0$, $u|_{z=\infty} = \bar{U}(x, t) + U_1(x) \sin \omega t$.

($I - i_0 \gg 0$), то возникает зависимость $\lambda = f(dU/dt)$, меняющая тип гидравлической модели на частоте ω с гиперболического на эллиптический. Появляются автоколебания (точнее автоволны). В зависимости от численных значений ω и Re гидромеханическое поле турбулизует или нет.

Если посмотреть на рис. 1.1, то ствол дерева – это гидравлический уровень, а плоскость, рассекающая крону, – гидромеханический.

Ветки («дырки») трясутся (турбулентность) не из-за того, что одна ветка влияет на другую (хотя как-то, конечно, влияет), а из-за того, что трясется

Для осциллирующей составляющей продольной скорости получено выражение:

$$u(x, z, t) = U_1(x) \left\{ \sin \omega t - \left[\exp\left(-\frac{z}{\delta_0}\right) \sin\left(\omega t - \frac{z}{\delta_0}\right) \right] \right\}$$

(здесь $\delta_0 = \sqrt{2\nu/\omega}$), из которого видно смещение фаз скорости $u(x, z, t)$ относительно внешнего течения. Это смещение зависит от расстояния z от дна.

В нашем случае «внешнее» течение U генерируется потоком в целом, т. е. гидравлической моделью.

Обобщим уравнение (2.25):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nu \frac{\partial u}{\partial z} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial U}{\partial t}; \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (2.27)$$

Если движение «равномерное», то $\partial u / \partial x = 0$, и из уравнения (2.27) следует, что $\partial \nu / \partial z = 0$, т. е. $\nu = \nu_0 = \text{const}$. В терминах (например) теории пограничного слоя это соответствует вдуву ($\nu_0 > 0$) или отсасыванию ($\nu_0 < 0$). В нашем случае ($\partial u / \partial x \neq 0$) $\partial \nu / \partial z = -\partial u / \partial x$; можно сделать оценку $\nu = -\int (\partial u / \partial x) dz \sim (\partial U / \partial x) \tilde{h} \sim \nu_0 + \tilde{\nu}$ (здесь «шумовая» составляющая $\tilde{\nu}$ связывается с молекулярной диффузией).

Заметим также, что подстановкой $u_* = u + U$ уравнение (2.26) сводится к однородному (так как $\partial u_* / \partial t = \partial u / \partial t + \partial U / \partial t$, $\partial u_* / \partial z = \partial u / \partial z$, $\partial^2 u_* / \partial z^2 = \partial^2 u / \partial z^2$). Если $\partial U / \partial t = \text{const}$, то это бы означало, что ситуация находится в условиях справедливости преобразований Галилея. В противном же случае система отсчета (или лучше — гидромеханическое поле) трясется как аддитивно (за счет $\partial U / \partial t$), так

и мультипликативно (за счет $v \sim (\partial U / \partial x) \cdot \bar{h}$). Соотношение (2.26) приобретает следующий вид:

$$\frac{\partial u_*}{\partial t} = -v_0 \frac{\partial u_*}{\partial z} + v \frac{\partial^2 u_*}{\partial z^2}. \quad (2.28)$$

Выражение (2.28) есть уравнение ФПК:

$$\frac{\partial u_*}{\partial t} = -\frac{\partial (A u_*)}{\partial h} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (B u_*)}{\partial h^2}$$

(если u_* рассматривать как аналог плотности вероятности распределения переменной, уже фазовой, z – глубины h) с коэффициентами сноса $A = v_0$ и диффузии $B = 2v$. При $\partial U / \partial t = 0$, $v_0 = 0$ профиль скорости напоминает «гауссовское» распределение, соответствующее ламинарному режиму на рис. 2.3.

Стохастическое уравнение для h можно записать так:

$$dh / dt = (\bar{\lambda} + \tilde{\lambda})h + \bar{v}_0 + \tilde{v}_0,$$

т. е. глубина (или уровень) изменяется за счет составляющей v_0 при неравновесном режиме и за счет вариации сопротивлений (при $\tilde{\lambda} > 0$ – «запруда» – глубина увеличивается). Тогда коэффициенты сноса и диффузии будут иметь вид:

$$A = (\bar{\lambda} + 0,5G_{\tilde{\lambda}})h - 0,5G_{\tilde{\lambda}v_0} + \bar{v}_0;$$

$$B = G_{\tilde{\lambda}}h^2 - 2G_{\tilde{\lambda}v_0}h + G_{\tilde{v}_0}.$$

Ламинарный профиль скорости будет при $\tilde{\lambda} = 0$, $G_{\tilde{\lambda}v_0} = 0$, $G_{\tilde{v}_0} = 2v$, т. е. если имеет место только молекулярная диффузия.

2.3. Сущность механизма возникновения и поддержания турбулентности

Выравнивание эпюры на рис. 2.3 происходит с увеличением отрицательных значений эксцесса. На интервалах времени, когда $\bar{\lambda} < 0$, но $G_{\bar{\lambda}} \sim \bar{\lambda}$, процесс формирования эпюры неустойчив по всем или части старших моментов, т. е. находится в режиме «самоорганизованной критичности» с вытекающей отсюда перемежаемостью, фрактальностью и «размазыванием» эпюры по ядру турбулентного потока.

На рис. 2.15 представлен один из характерных результатов численного интегрирования системы (2.12), (2.13), (2.14) (подробнее см. [50]), поясняющий и периодичность $\bar{\lambda}$, и ненулевую интенсивность $G_{\bar{\lambda}}$.

Из рассмотренного механизма следует, что существуют (видимо, очень непродолжительные) периоды устойчивого распределения скорости («плотности вероятности») по глубине, которые сменяются его разрушением (частично или по всем моментам) – «дерево трясется». Если это соотносить с известной гипотезой Лерэ [50], то действительно

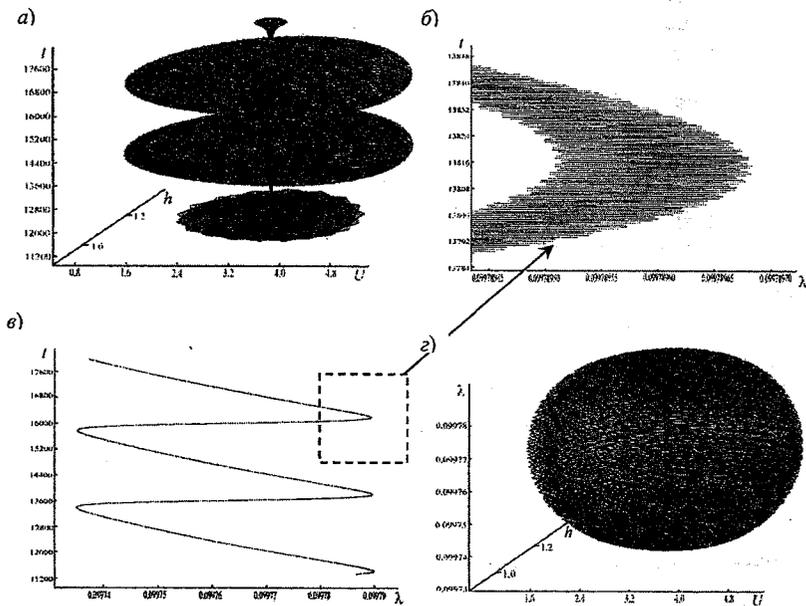


Рис. 2.15. Характерный результат численного интегрирования системы (2.12), (2.13), (2.14).

ламинарные решения разрушаются (может быть, только по части моментов) и вместо закона Ньютона член трения будет выражаться формулой $\partial^2[(G_{\lambda}^{-} h^2 - 2G_{\lambda\bar{v}_0}^{-} h + G_{\bar{v}_0}^{-})u_*] / \partial h^2$, учитывающей взаимодействие молекулярного и молярного обмена $G_{\lambda\bar{v}_0}^{-} \neq 0$, приводящего к асимметрии эпюры. При $G_{\lambda\bar{v}_0}^{-} \rightarrow 0$ величина $G_{\lambda}^{-} h^2$, видимо, и есть тот «кинематический коэффициент кажущейся вязкости», определяемый по Л. Прандлю формулой $l^2 |d\bar{u}/dz|$ (здесь l – «длина пути перемешивания»). В члене трения, соответствующему закону Ньютона, сопряжены две предметные области, определяющие разные уровни иерархии: гидромеханическое поле и более глубокий («фундаментальный») уровень, связанный с заданием вязкости в зависимости от принятой модели взаимодействия между собой молекул. В нашем же случае добавляется еще и третья, гидравлическая, предметная область, уводящая ситуацию далеко от «фундаментального» уровня, на котором еще была надежда на какие-то «строгие» результаты. Не менее радикальные изменения претерпевает и конвективный член $-\partial[(\bar{\lambda} + 0,5G_{\lambda}^{-})h - 0,5G_{\lambda\bar{v}_0}^{-} + \bar{v}_0]u_* / \partial h$, который будет соответствовать ламинарному профилю эпюры только при $\bar{\lambda} = 0$, $G_{\lambda}^{-} = 0$, $G_{\lambda\bar{v}_0}^{-} = 0$.

Выше приведены результаты Ладыженской о втягивании любого решения задачи (2.5), (2.6) в шар с радиусом $\rho_0 \geq \lim_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\|$. В нашем случае подобные рассуждения приведут к тому, что «шар» для $u(t)$ будет «дышать» (см. рис. 2.15, з), причем значением ρ_0 управляет гидравлика (т. е. система (2.12), (2.13), (2.14)), меняющая своеобразную кривизну фазового пространства. Неравновесность ($I \neq i_0$) «будит» спящую фазовую переменную ($\bar{\lambda} \neq 0$), и вся «компания» (U, h, λ) трясет эпюру.

Неравенству (2.24) (такие же соотношения можно получить для (2.25) или (2.26)) соответствует «потенциальная функция» для нормы $\|\bar{v}\|: V \sim \nu\lambda \|\bar{v}\| \|\bar{v}\| - \|\bar{f}\| \|\bar{v}\|$ (рис. 2.16).

«Дрожание» реки не столько размывает потенциал до критического состояния «корыта», сколько делает его управляемым потоком

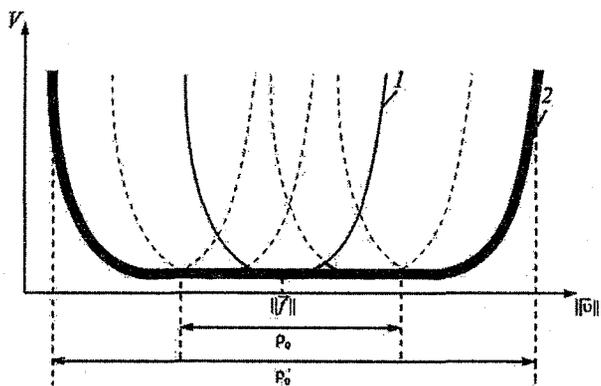


Рис. 2.16. Потенциальная функция (1) при фиксированной норме и ее «размывание» при «дрожании» реки в целом (2).

в целом. Значение ρ_0 в каждый момент времени «свое» (шар «дышит»), а «корыто» не дает процессу зафиксироваться на конкретном значении $\|\vec{v}\|$.

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

3.1. Динамическая модель «петли»

Кроме классического применения моделей для решения различных краевых задач, когда их постоянные или переменные параметры известны заранее, существует область использования моделей в так называемом реальном времени, когда информация о параметрах модели и внешних воздействиях поступает с измерительных приборов непосредственно при решении уравнения. Возможность измерять те или иные характеристики изучаемых гидрологических процессов часто позволяет существенно упростить математическую модель. Обратимся к гидрометрии.

Для учета речного стока широко используются модели расхода, основанные на связи $Q = f(H)$, например в виде полинома $Q = a_0 + a_1H + a_2H^2 + \dots$. Однако эта связь может быть и неоднозначной. Последнее можно установить, опираясь на систему уравнений Сен-Венана. Она довольно полно описывает в одномерной гидравлической идеализации движение неустановившегося потока в русле. В результате ее решения находят функции $Q = f(x, t)$ и $H = f(x, t)$ при известных начальных и граничных условиях. Однако в гидрометрии имеют дело с конкретными закрепленными створами (т. е. координата x фиксированная, $x = x_0$) и предполагают, что морфометрические характеристики створа (B, F, R и др.) и ход уровня во времени $H = f(t)$ легко измерить. Если предположить, что для фиксированного створа с координатой x_0 из измерений известны зависимости $C = f(H)$ и $I = f(t)$, то подставив (учитывая уравнение неразрывности) производную $\partial Q / \partial x = -\partial F / \partial t$ в динамическое уравнение, его можно записать в виде обыкновенного дифференциального уравнения (уравнения Риккати):

$$dQ/dt = f_1(x_0, t)Q^2 + f_2(x_0, t)Q + f_3(x_0, t), \quad (3.1)$$

где $f_1(x_0, t) = -g/(C^2 RF)$, $f_2(x_0, t) = (2\alpha/F)\partial F/\partial t$, $f_3(x_0, t) = gIF$.

Решить его — значит найти для фиксированного створа зависимость $Q = f(t)$ (гидрограф) при известном начальном расходе воды, коэффициентах $f_1(x_0, t)$ и $f_2(x_0, t)$ и свободном члене $f_3(x_0, t)$. Так как

$F = f(H)$, $C = f(H)$ и $R = f(H)$, то при измеренных значениях H и I имеем $Q = f(H, \partial H / \partial x, \partial H / \partial t)$, так как $\partial H / \partial x = -I$, а $\partial H / \partial t$ определяется функцией $H(t)$ при непрерывном или дискретном, но достаточно частом измерении H . Таким образом, если при равномерном режиме зависимость $Q = f(H)$ однозначна и определяется формулой Шези, то при плавно изменяющемся движении она определяется нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка с переменными коэффициентами, которое, по существу, является уравнением петлеобразной зависимости $Q = f(H)$. Можно показать, что в более общем случае неплавноизменяющегося движения имеет место зависимость $Q = f(H, \partial H / \partial x, \partial H / \partial t, \partial^2 H / \partial x^2, \partial^2 H / \partial x \partial t, \dots)$, т. е. расход воды зависит не только от уровня и уклона, но и от кривизны свободной поверхности, что, однако, является для гидрометрии редким случаем. (Следует обратить внимание на то, что хотя традиционно в гидрометрии считают, что расход воды определяется уровнем, но на самом деле ситуация обратная.)

Вообще вопрос о зависимости $Q = f(H)$ (или $U = f(h)$) достоин глубокого обсуждения. Чисто умозрительно можно нарисовать «картинку» (рис. 3.1, а), в которой заложена возможность многих типов движений, включая быстротоки и сели. Однако самое удивительное, что практически все подтверждается либо натурными данными, либо численными расчетами по гидравлической модели с несколько расширенным составом фазовых переменных (рис. 3.1, б, в, г).

Полученное уравнение «петли» (3.1) можно решить численными методами (например, Рунге–Кутта), в частности и в реальном масштабе времени. Так как измерительная информация об уровне и уклоне используется на каждом шаге вычисления, то естественно модель назвать расчетно-измерительной. (Возникающие при таком подходе проблемы подробно описаны в работе [42].)

Экспериментальные данные (см. [32]) позволяют выяснить возможности модели (3.1), приведенной к виду:

$$dU / dt = M(x_0, t)U^2 + N(x_0, t)U + P(x_0, t), \quad (3.2)$$

где $M = (i_0 - I) / h - g / (C^2 R)$, $N = (\alpha / F) \partial F / \partial t$, $P = gI$.

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

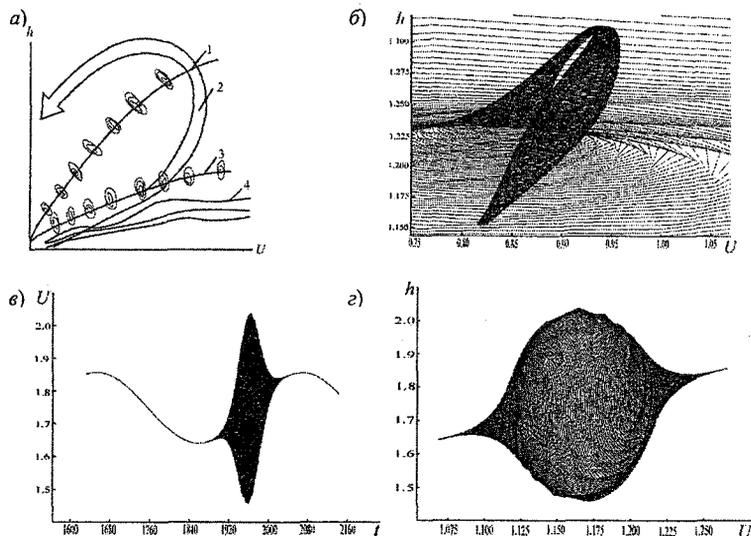


Рис. 3.1. Умозрительная (а) и расчетные (б, в) зависимости $U = f(h)$, полученные при различных вариантах гидравлических расчетов [50] (на рис. в показана временная развертка, в какой-то степени имитирующая селевой поток; ей соответствует рис. д):

1 – квазиравномерный режим, 2 – неустановившееся движение, 3 – быстрое течение, 4 – селеподобное движение.

При расчетах по (3.2) изменялось выражение для закона сопротивления. С учетом зависимости коэффициента Шези не только от глубины (как в классических формулах гидравлики), но и от ускорения, выражение для P имело вид:

$$P = gI \{ 1 + 2\gamma [(h/U)(1/U) \partial U / \partial t - (\alpha/F) \partial F / \partial t - (i_0 - I)] \}.$$

В случае $\gamma = 0$ имеем уравнение, справедливое при задании закона сопротивлений в обычном виде. В расчетах методом Рунге–Кутты значения скорости, входящие в P , брались с предыдущего временного слоя. На рис. 3.2 дан пример, показывающий влияние на результаты расчетов значений задаваемых параметров, входящих в модель. В большинстве случаев результаты улучшаются при $\gamma \neq 0$.

До сих пор, рассматривая модель «петли», мы старались не выходить за рамки собственно гидрометрии и пыгались результаты обосновывать экспериментальными данными. Ниже эта модель будет рассмотрена в несколько более широком аспекте, чем чисто гидрометрический. Привлечение экспериментальных данных будет иметь место, но будут и умозрительные рассуждения.

Заметим, что любая математическая модель является рационализированной проекцией «куска» иррациональной (для нас) реальности. В случае системы Сен-Венана мы оперируем двумя переменными (U и h , или Q и F) при λ (или C), интерпретируемом как задаваемый параметр или переменная, но жестко связанная с h : $C = h^{1/6} / n$ (например). Ясно, что реальность сложнее, но для многих случаев двух переменных оказывается достаточно. Но и эту («2-фазную») реальность можно упростить, спроектировав ее на одномерную. Мы это и сделали, предположив, что h (или F) и ее производные известны из измерений. Конечно, многие черты гидравлического процесса при таком огрублении теряются, но многие — сохраняются. Одномерная проекция более простая в изучении, поэтому имеет смысл обращаться к ней. В частности, в работе [11] она использовалась при выявлении роли нелинейности в устойчивости разностной схемы для решения системы Сен-Венана.

В нашем случае важны последствия введения в гидравлику модифицированного закона трения, учитывающего влияние на сопротивление величины и знака ускорения. Примем $\lambda_{\text{нст}} = \lambda_{\text{уст}} - \gamma dU / dt$, причем размерный параметр γ в общем случае может зависеть от частоты ω , скорости U и глубины h . Подставив это выражение в уравнение Рикати, записанное для скорости, получим его модельный аналог:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{\lambda'_{\text{уст}} U^2}{(1 - \gamma' U^2)} + \frac{aU}{(1 - \gamma' U^2)} + \frac{P}{(1 - \gamma' U^2)}, \quad (3.3)$$

где $\lambda'_{\text{уст}} = \lambda_{\text{уст}} / h$, $\gamma' = \gamma / h$.

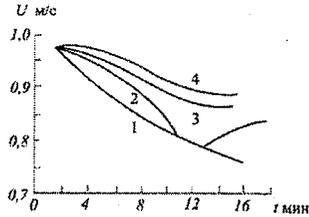


Рис. 3.2. Зависимость $U = f(t)$ при разных значениях параметров (р. Тверца, створ 1): 1 — по данным измерений; 2 — $\gamma = 40$, $\alpha = 1$, $i_0 = 0,1 \dots 0,5\%$; 3 — $\gamma = 0$, $\alpha = 1$, $i_0 = 0,1\%$; 4 — $\gamma = 0$, $\alpha = 1$, $i_0 = 0,3\%$.

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

Для численного решения (3.3) воспользуемся методом Рунге–Кутты. Если значение γ таково, что $\gamma'U^2 < 1$, то имеем устойчивое решение (рис. 3.3, а). Однако при $\gamma'U^2 \approx 1$ ситуация меняется координатно: процесс из начального состояния стремится к скорости, при которой $\gamma'U^2 \approx 1$, но само значение этой скорости ($U = \sqrt{1/\gamma'}$) неустойчиво (рис. 3.3, б).

Ситуация требует осмысления. При $\gamma'U^2 \approx 1$ мы имеем малый «параметр» при производной. В случае представления модели уравнением (3.3) в знаменателях правой части может оказаться нулевое значение (а «на ноль делить нельзя»). Однако в данном случае это не фиксированный параметр («0»), так как он сам зависит от скорости. При численной реализации модели (3.3) мы имеем дело не с «нулями», а с «машинными нулями», причем продолжительность действия такого нуля коррелируется с выбранным шагом численного решения (интегрирования) Δt . Возникает своеобразная численная вязкость. Если в какой-либо момент времени величина $(1 - \gamma'U^2)$ близка к нулю, то происходит скачок решения (рис. 3.3, б) вверх или вниз, но на следующем шаге имеет место $1 - \gamma'U^2 \neq 0$, и процесс устойчиво возвращается в неустойчивое положение $1 \approx \gamma'U^2$.

Для неустойчивости требуется «несжимаемость» (см. п. 1.2), т. е. $d\dot{U}/dU = 0$ (здесь $\dot{U} \equiv dU/dt$). Устойчивость будет при отрицательности этой величины. Для уравнения (3.3) имеем:

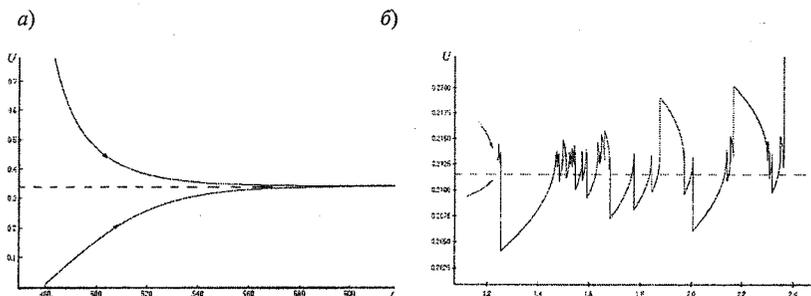


Рис. 3.3. Устойчивое (а) и локально неустойчивое (б) решения уравнения (3.3).

$$\frac{dU}{dt} = \frac{(-\lambda'_{уст} U^2 + aU + P)2\gamma'U}{(1 - \gamma'U^2)^2} + \frac{-2\lambda'_{уст}U + a}{1 - \gamma'U^2}. \quad (3.4)$$

Если $\gamma' \rightarrow 0$, то ситуацию полностью определяет числитель второй дроби в соотношении (3.4), т. е. при достаточном («обычном») коэффициенте трения $\lambda'_{уст}$ (таком, что $2\lambda'_{уст}U < a$) процесс устойчив (см. рис. 3.3, а). В случае достаточно большого значения γ' при $\gamma'U^2 \approx 1$ ситуацию определяет числитель первой дроби соотношения (3.4). Для неустойчивости необходимо, чтобы величина P (пропорциональная $(i - \partial h / \partial x)$) была больше $\lambda'_{уст} U^2$, т. е. требуется неравновесность (накачка энергии).

Если по реализации, представленной на рис. 3.3, б, построить псевдофазовое пространство $U(t)$, $U(t + \tau)$, $U(t + 2\tau)$, ..., то фрактальная размерность будет 1,52. Расходящийся на низких частотах спектр (рис. 3.4, а) указывает на то, что мы имеем дело с фликкер-шумом. Его порождают выбросы, причем $m_2 \rightarrow \text{const}$ при $t \rightarrow \infty$ (неустойчивость по дисперсии, толстый хвост, рис. 3.4, а, б).

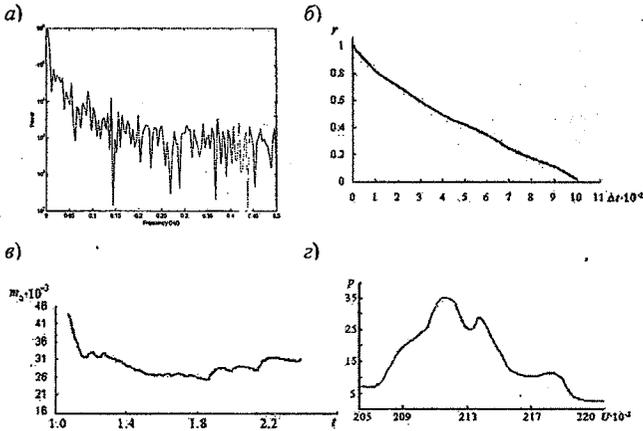


Рис. 3.4. Спектр (а), автокорреляционная функция (б), зависимость $m_2 = f(t)$ (в) и толстохвостое распределение плотности вероятности $p(U)$ (г), вычисленные по реализации, представленной на рис. 3.3, б.

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

В полосе неустойчивости (при $(1 - \gamma' U^2) \approx 0$) система становится практически безынерционной: время релаксации стремится к нулю. Эту неустойчивость можно интерпретировать как «открытость» (повышенную чувствительность) процесса «инфинитной реальности», или уменьшение степени изолированности изучаемой системы. При $\gamma' = 0$ уравнение Риккати является гидрометрически грубым: между причиной (измеренными гидравлическими величинами, входящими в уравнение, а также начальными условием) и следствием (расходом или скоростью) существует хорошая согласованность (полезная с точки зрения гидрометрии), которая теряется в полосе $1 - \gamma' U^2 \approx 0$ при $\gamma' \neq 0$. В последнем случае сама неустойчивость может интерпретироваться как причина, а так как она явно не видна, то иногда [101] говорят, что событие (следствие) произошло случайно. Однако можно ли эту случайность интерпретировать в терминах статистических закономерностей, базирующихся на предельной теореме Чебышева и законе больших чисел? Судя по рис. 3.4, *в* имеет место расходимость по m_2 , а значит, и по старшим моментам.

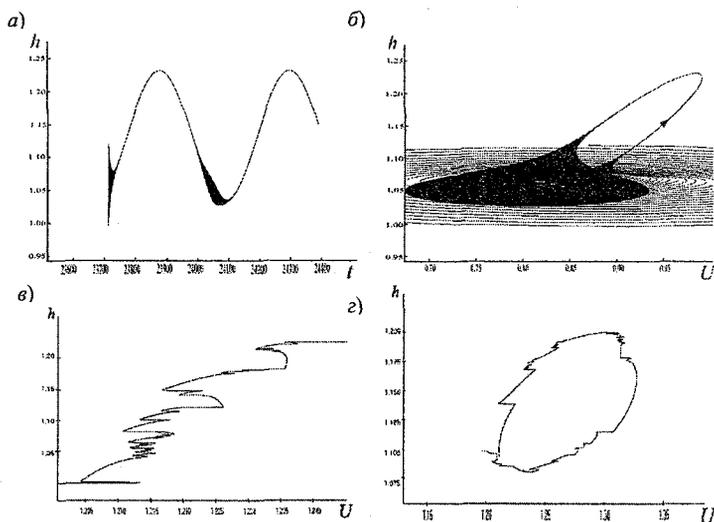


Рис. 3.5. Зоны неустойчивости при фиксированных (а и б) и «размороженных» (в и г) параметрах модели.

При фиксированных значениях γ' , $\lambda'_{уст}$, P и a из (3.4) следует, что неустойчивость будет локальным свойством, т. е. происходить в окрестности фиксированного значения скорости. При синусоидальном изменении P скорость будет меняться также по синусоиде, но неустойчивостью будут охвачены только фиксированные участки зависимости $U = f(h)$ (рис. 3.5, *a* и *б*). Если же γ' , $\lambda'_{уст}$, P и a «разморозить», т. е. связать с реальными текущими характеристиками потока $\gamma'(\omega, h, U)$, $\lambda'_{уст}$, $a(F, dF/dt, \dots)$, то ситуация изменится (рис. 3.5, *в* и *г*). Причем в силу большей открытости модели «миру» (параметры «чувствуют» гидравлическую ситуацию), к этим колебаниям более применимо понятие «статистическая закономерность» – случайный нестационарный процесс на рис. 3.5, *г* при медленном (по сравнению с колебаниями) внешнем воздействии.

Рисунок 3.5, *в* подтверждается натурными данными по р. Тверце: на всех стабилизированных ступеньках (рис. 3.6, *a*) процессы похожи на случайные с выделяемым статистически значимым периодом колебаний (рис. 3.6, *б*, табл. 3.1), что не отвергает присутствие и фликкер-шума (просто происходит его наложение).

Таблица 3.1

Результаты выделения низкочастотной периодичности по измерениям на р. Тверце в 1959 г.

Дата	Время измерения, ч мин	Номер скоростной вертикали	Период колебаний, мин		Статистическая надежность выделенного периода, %	$I - I_0, \%$	Амплитуда колебаний скорости, % среднего значения скорости	
			по теоретической формуле	по методу Шустера			соответствующая выделенному периоду	в исходной реализации
5/VIII	22 06 – 0 06	3	16,4	26	92,2	0,15	3,6	9,8
	22 06 – 0 06	5	16,4	28	92,2	0,15	5,4	11,4
7/VIII	3 04 – 5 04	3	25,8	32	86,1	0,11	5,4	10,8
	3 04 – 5 04	5	25,8	28	82,6	0,11	3,6	8,9
8/VIII	12 34 – 14 34	3	22,4	28	92,2	0,06	3,6	7,3
	12 34 – 14 24	5	22,4	28	92,7	0,06	6,7	13,0
9/VIII	2 42 – 4 42	3	29,8	28	87,0	0,04	5,2	14,4
	3 02 – 5 02	5	29,6	26	92,4	0,04	4,7	10,6
	21 36 – 23 36	3	29,2	24	85,0	0,09	5,0	15,2
10/VIII	21 36 – 23 36	5	29,2	26	82,6	0,09	3,9	10,4
	7 10 – 9 10	3	16,6	24	92,5	0,17	4,4	11,1
	7 10 – 9 10	5	16,6	24	92,5	0,17	3,7	10,1

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

(продолжение табл. 3.1)

Дата	Время измерения, ч мин	Номер скоростной вертикали	Период колебаний, мин		Статистическая надежность выделенного периода, %	$T - t_0, \%$	Амплитуда колебаний скорости, % среднего значения скорости	
			по теоретической формуле	по методу Шустера			соответствующая выделенному периоду	в исходной реализации
	20 02 – 22 02	3	19,8	32	88,6	0,21	3,4	7,2
	20 02 – 22 02	5	19,8	28	88,6	0,21	5,6	14,8
11/VIII	13 00 – 15 00	3	18,7	30	90,2	0,25	4,6	9,4
	13 00 – 15 00	5	18,7	24	92,3	0,25	3,6	10,3
	21 15 – 23 15	3	19,6	26	85,8	0,23	3,6	11,8
	21 15 – 23 15	5	19,6	30	83,4	0,23	3,7	9,4
12/VIII	12 34 – 14 34	3	17,8	30	88,6	0,29	4,0	7,2
	12 34 – 14 34	5	17,8	26	76,4	0,29	3,9	9,8
13/VIII	14 20 – 16 20	3	17,8	24	92,2	0,18	3,7	8,4
	14 20 – 16 20	5	17,8	22	92,2	0,18	3,1	10,1
14/VIII	1 52 – 3 52	3	27,5	32	71,0	0,11	3,7	11,0
	1 52 – 3 52	5	27,5	28	85,4	0,11	3,8	13,9
	9 34 – 11 34	3	26,4	32	74,2	0,12	3,4	9,4
	9 34 – 11 34	5	26,4	28	71,0	0,12	5,0	13,6
15/VIII	18 34 – 20 34	3	45,0	28	92,2	0,02	5,0	14,6
	18 34 – 20 34	5	45,0	26	92,2	0,02	3,9	13,5
17/VIII	2 04 – 4 04	3	32,0		Не выделен	0,04		12,9
	3 16 – 5 16	5	32,0			0,04		14,0

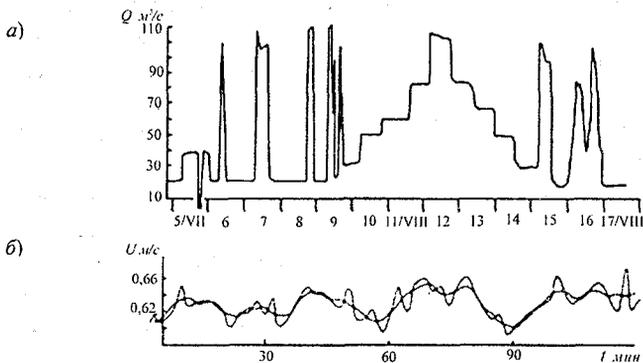


Рис. 3.6. График попусков на р. Тверце (а) и скорость, измеренная на вертикали № 3 в гидростворе № 1 8/VIII 1959 г. с 12 ч 34 мин до 14 ч 34 мин до и после скользящего осреднения (б).

3.2. Стохастическая модель «петли»

Движение воды в руслах рек (как установившееся, так и неустановившееся) часто происходит в условиях, которые системой Сен-Венана не учитываются (деформации, зарастание, ледовые явления). Кроме этого, само использование уравнения Риккати в гидрометрических целях предполагает введение в него измерительной информации, что не может быть сделано точно; причем погрешности могут коррелироваться с упомянутыми выше пренебрегаемыми факторами. Последние, например, усложняют промеры, вызывая дополнительную неопределенность в коэффициентах уравнения Риккати. Таким образом, к размытости ситуации за счет «дребезжания» процесса из-за неустойчивости при $\gamma \neq 0$ добавляется неопределенность, связанная со случайными погрешностями измерений и с игнорированием упомянутых выше физических факторов.

Последовательный учет последних требует расширения системы Сен-Венана путем введения дополнительных фазовых переменных, отражающих изменение толщины льда, степени зарастания и деформации русла. Поэтому в самом общем случае стохастическое обобщение приводит к многомерному уравнению ФПК для совместной плотности вероятности как расхода воды (скорости), так и остальных фазовых переменных. Это, в свою очередь, требует знания динамических моделей для них, причем с точки зрения гидрометрии эти модели (так же как и уравнение Риккати) должны быть с сосредоточенными параметрами. Если же задачу рассматривать более узко и ставить целью определение только одного расхода воды (или плотности его вероятности), то многомерное распределение проектируется на одномерное, а фазовые переменные становятся «теневыми» или косвенно учитываются через доступные измерению (оценке) параметры. Тем самым открывается возможность частично проследить их качественное влияние на динамику расходов (скоростей).

Например, в практической гидрометрии при учете стока широко используют метод переходных коэффициентов $K_{\text{зим}}$ и $K_{\text{зар}}$. По фактически измеренным расходам при свободном русле $Q_{\text{св}}$ и (например) ледовом покрове $Q_{\text{зим}}$ определяют коэффициент $K_{\text{зим}} = Q_{\text{зим}}/Q_{\text{св}}$ (соответ-

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

венно $K_{зар} = Q_{зар}/Q_{св}$) и строят хронологические графики для переходных коэффициентов $K_{зим}$ (или $K_{зар}$), рис. 3.7.

Ежедневные расходы $Q_{зим}$ (или $Q_{зар}$) находят, умножая значения $Q_{св}$, снятые с кривой $Q = f(H)$ для свободного русла при том же уровне, на $K_{зим}$ ($K_{зар}$). В обоих случаях переходные коэффициенты меньше единицы, что равносильно уменьшению пропускной способности русла, учитываемой в уравнении Риккати коэффициентом $\lambda_{уст}$. Это означает, что некая «инфинитная реальность» (определяющая процессы ледообразования и зарастания) частично учтена в модели Сен-Венана (стала «частично инфинитной») параметром $\lambda_{уст}$ и «сжимает» фазовый объем (одномерный) больше, чем без учета $K_{зим}$ ($K_{зар}$): так как

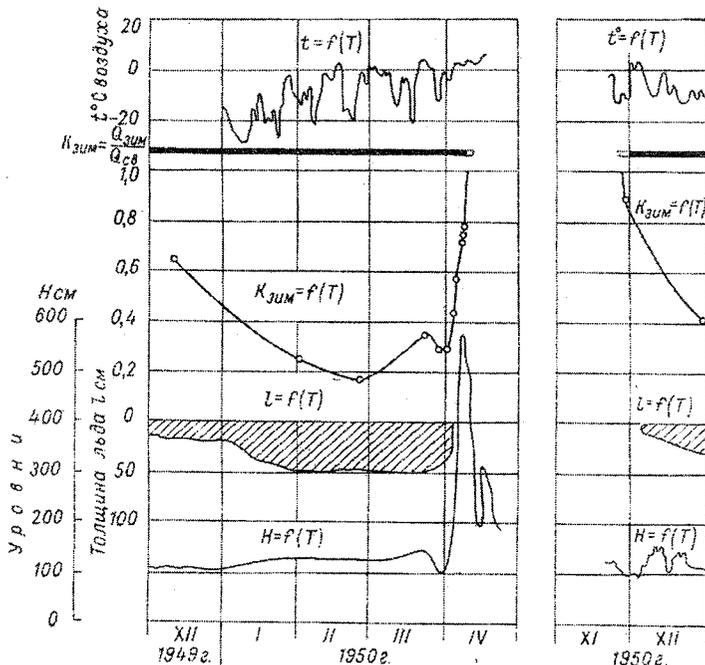


Рис. 3.7. Пример хронологических графиков, используемых в методе переходных зимних коэффициентов [10].

$\lambda_{уст(св)} < \lambda_{уст(зим)}$ (аналогично $\lambda_{уст(св)} < \lambda_{уст(зар)}$), то $|\operatorname{div} A_{зим(зар)}| > |\operatorname{div} A_{св}|$ (заметим, что $\operatorname{div} d\dot{U}/dU \sim \operatorname{div} A$). Это означает, что процесс изменения расхода (скорости) становится более устойчивым (более «задемпфированным»).

Запишем уравнение (3.3) в виде $dU/dt = \varphi(U)$. В каждом из слагаемых правой части $\varphi(U)$ имеется величина $(1 - \gamma U^2)$, которая получена в предположении $\lambda_{уст} = \lambda_{уст} - \gamma dU/dt$, что является упрощенным вариантом зависимости, графически представленной на рис. 2.6. Учтем это обстоятельство коэффициентом $c = \bar{c} + \tilde{c}$ (здесь $\bar{c} = 1$, а \tilde{c} – белый шум), а влияние неучтенных при выводе системы Сен-Венана факторов – белым шумом с нулевым математическим ожиданием \tilde{N} .

Таким образом, уравнение (3.3) принимает вид:

$$dU/dt = (\bar{c} + \tilde{c})\varphi(U) + \tilde{N} \quad (3.5)$$

(такая запись не совсем корректна, см. [52]), причем допускается корреляция мультипликативных (\tilde{c}) и аддитивных (\tilde{N}) шумов.

Уравнение ФПК, соответствующее (3.5), будет:

$$\frac{\partial p(U, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial U} [A(U, t)p(U, t)] + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial U^2} [B(U, t)p(U, t)], \quad (3.6)$$

где
$$A = \bar{c}\varphi(U) + \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi(U)}{\partial U} [G_{\tilde{c}}\varphi(U) + G_{\tilde{c}\tilde{N}}],$$

$$B = G_{\tilde{c}}\varphi^2(U) + 2G_{\tilde{c}\tilde{N}}\varphi(U) + G_{\tilde{N}}$$

(здесь $G_{\tilde{c}}, G_{\tilde{N}}, G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ – интенсивности и взаимные интенсивности шумов). Можно говорить о способности или неспособности инфинитной реальности (при $\gamma \neq 0$) сжимать фазовый объем (одномерный в случае (3.6)) или о сингулярности (так как вероятно $\operatorname{Re} = AU \cdot /B \rightarrow \infty$, особенно при $\gamma \neq 0$ из-за искусственного характера введения аддитивного

шума; здесь U_* – характерное значение скорости), но главный факт состоит в том, что на жаргоне классической математики уравнение (3.6) при $1 - \gamma'U^2 = 0$ решений не имеет.

Действительно, уравнение ФПК определяет непрерывный (диффузионный) марковский процесс, условием чего является соотношение Линдберга:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|\Delta y| > \epsilon} p(y + \Delta y; t + \Delta t / y; t) d\Delta y = 0,$$

из которого следует конечность коэффициентов сноса и диффузии. При $\gamma'U^2 = 1$ коэффициент сноса имеет сингулярность по переменной U и становится неограниченным, что недопустимо. Однако в реальности при численной реализации модели ФПК мы имеем дело не с дифференциальным уравнением, а с конечно-разностной аппроксимацией. Конечность шагов интегрирования не дает этой сингулярности стать определяющей, так как при очередном шаге интегрирования мы вновь оказываемся в условиях, когда выполняется основное свойство краевых задач для уравнений параболического типа – детерминированность (теорема единственности). Интегрирование уравнения (3.6) должно дать распределение, представленное на рис. 3.8.

Из этого рисунка видно, что при $\gamma'U^2 = 1$ кривая плотности вероятности имеет «провал», который отсутствует при $\gamma = 0$ или очень мал (в этом случае имеем одномодальное асимметричное распределение). Его происхождение наглядно можно объяснить, опираясь на понятие потенциала.

Уравнение (3.3) можно записать так:

$$dU / dt = \varphi(U) = -\partial V / \partial U,$$

где V – потенциал. Он определяется интегралом

$$-\int_U \varphi(U) dU = \int_U \frac{\lambda_{уст} U^2}{U(1 - \gamma U^2)} dU - \int_U \frac{aU}{U(1 - \gamma U^2)} dU - \int_U \frac{P}{U(1 - \gamma U^2)} dU.$$

Примем $\gamma' = 1$ (это несущественно) и выполним интегрирование в предыдущем выражении:

$$V = -\lambda'_{\text{уст}} \left(U + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+U}{1-U} \right| \right) - \frac{a}{2} \ln |1-U^2| - \frac{P}{2} \ln \left| \frac{1+U}{1-U} \right|. \quad (3.7)$$

Пусть $a = 0$. Графики функций $y = 1/(1-U^2)$ (знаменатель в подинтегральных выражениях) и $y = 0,5 \ln|(1+U)/(1-U)|$ показаны на рис. 3.8, б. Можно представить, как, примерно, выглядит потенциал, порожденный моделью (3.3) при $\gamma' \neq 0$. При переходе $\gamma'U^2$ через единицу слагаемые в $\phi(U)$ меняют знак, т. е. U в (3.7) входит со знаком « \leftarrow » при $\gamma'U^2 > 1$ и со знаком « \rightarrow » при $\gamma'U^2 < 1$ (см. точечные линии на рис. 3.8, б). Исходя из потенциала, представленного на рис. 3.8, б, распределение плотности вероятности примет вид, качественно совпадающий с таковым на рис. 3.8, а. Ненулевая вероятность «проскакивания» через точку $U = 1$ создается, по-видимому, численной вязкостью.

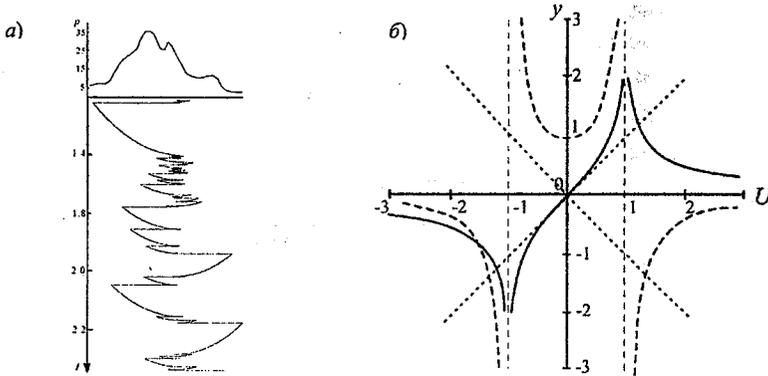


Рис. 3.8. Возможный вариант решения уравнения (3.6) при нулевой интенсивности внешних и взаимных шумов (соответствует временной развертке и плотности вероятности из п. 3.1) (а) и графики функций $y = 1/(1-U^2)$ (пунктир), $y = 0,5 \ln|(1+U)/(1-U)|$ (сплошная линия) и $y = \pm U$ (точки) (б).

Теперь вернемся к гидрометрически грубой ситуации, когда $\gamma = 0$ (или $\gamma \neq 0$, но информация о членах, содержащих γ , берется с предыдущего временного слоя, т. е. считается известной с «точки зрения дифференциального уравнения»). Возьмем модель расхода воды в виде уравнения (3.1)

Как видно из расшифровки формул для коэффициентов f_1 , f_2 и свободного члена f_3 , расход в рамках принятой идеализации полностью определяется уровнем и его производными по времени и координате (при известной морфометрии створа с координатой $x = x_0$).

Стохастическое обобщение уравнения (3.1) приводит к модели ФПК (3.6) с более простыми выражениями для коэффициентов сноса и диффузии (так как $\gamma' = 0$). Провал на кривой плотности вероятности исчезает, и мы имеем одномодальную асимметричную кривую, хотя и не обязательно принадлежащую семейству кривых Пирсона. Из-за нелинейности уравнения (3.1) аппроксимация модели ФПК системой уравнений для моментов приведет к бесконечному их числу, причем младшие моменты окажутся зависимыми от старших. С точки зрения гидрометрии нам надо знать расход и его погрешность, для чего достаточно информации о 3–4-х моментах, интерпретируемых чисто метрологически, т. е. связывая их происхождение с погрешностями определения f_1 , f_2 и f_3 . Поэтому линеаризуем (3.1): $Q^2 = Q_0(H) + 2Q_0(H)q + q^2$ (здесь $Q_0(H)$ – значение расхода, соответствующее однозначной кривой $Q = f(H)$), причем в отношении отклонения q расхода от Q_0 считаем, что квадратом q^2 можно пренебречь, а $dq/dt \gg dQ_0/dt$. Тогда уравнение (3.1) примет вид:

$$dq/dt = -cq + N, \quad (3.8)$$

где $-c = f_1 2Q_0 + f_2$; $N = f_1 Q_0^2 + f_2 Q_0 + f_3$.

Теперь мы оказываемся в рамках линейного формирующего фильтра ($c = \bar{c} + \tilde{c}$, $N = \bar{N} + \tilde{N}$), аппроксимация уравнения ФПК для которого системой из 4-х уравнений для моментов имеет вид:

$$dm_1 / dt = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_1 + \bar{N} - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}};$$

$$dm_2 / dt = -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\bar{c}\bar{N}}m_1 + G_{\bar{N}};$$

$$dm_3 / dt = -3(\bar{c} - 1,5G_{\bar{c}})m_3 + 3\bar{N}m_2 - 7,5G_{\bar{c}\bar{N}}m_2 + 3G_{\bar{N}}m_1;$$

$$dm_4 / dt = -4(\bar{c} - 2G_{\bar{c}})m_4 + 4\bar{N}m_3 - 4 \cdot 3,5G_{\bar{c}\bar{N}}m_3 + 6G_{\bar{N}}m_2. \quad (3.9)$$

В данном случае статистическая неопределенность результата определения расхода q вызывается погрешностями, порождающими то или иное распределение плотности вероятности, аппроксимированное 4-я моментами. В метрологии (см. [92]) есть такое понятие, как функция преобразования, связывающая непосредственно изменяемую величину x и интересующую нас y через свойства преобразователя («прибора») S : $y = Sx$. Свойства преобразователя (чувствительность S) точно не известна, поэтому вводится относительная погрешность γ_S , а с учетом погрешности измерения x (Δ_0) получаем реальную функцию преобразования $y = S(1 \pm \gamma_S)(x \pm \Delta_0)$, содержащую мультипликативные ($\pm \gamma_S S$) и аддитивные ($\pm \Delta_0$) погрешности. Ее интервал неопределенности $d = 2\Delta_0 + 2\gamma_S x$ (см. рис. 3.9) используется для нормирования точности средств измерений с помощью формулы $\gamma(x) = \Delta_0 / x + \gamma_S$, т. е. в этом случае достаточно указать два постоянных параметра: порог чувствительности Δ_0 и погрешность чувствительности γ_S .

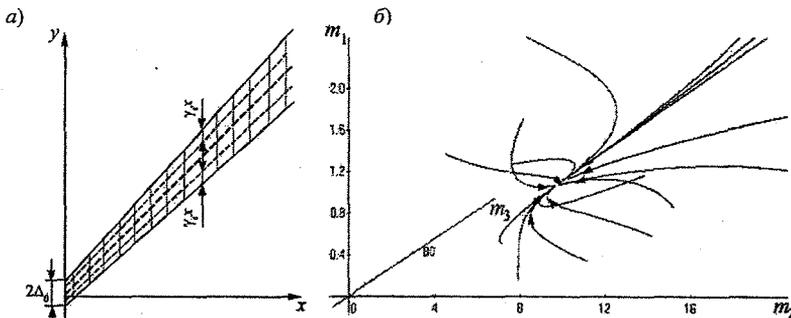


Рис. 3.9. Полоса неопределенностей (а) и стремление решения системы (3.9) к устойчивому состоянию при $\beta = G_{\bar{c}} / c < 0,5$ (б).

3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков

Если такую методику применить к стационарному варианту модели (3.8), то получим $q = (1/c)N$, где $q \sim y$, $1/c \sim S$, $N \sim x$. Однако в нашем случае ситуация гораздо сложнее, чем в рассмотренном классическом метрологическом варианте. Во-первых, у нас процесс динамический как в отношении самой функции преобразования (это не алгебраическое выражение, а дифференциальное уравнение), так и в отношении «чувствительности» ($1/c$) и «измеряемой величины» N . Во-вторых, погрешности содержат случайные составляющие, причем мультипликативные погрешности скоррелированы с аддитивными, так как обе определяются измерениями уровня воды.

Использование системы (3.9) позволяет оценивать расходы воды в статистическом смысле, причем последовательно делая эту процедуру все более «изоэкономной» (напомним, что система (3.9) «развязана» по моментам: младшие не зависят от старших).

Если процесс стационарный и β достаточно мал, то из любого начального состояния $(m_1, m_2, m_3, m_4)|_{t=t_0}$ в области притяжения режим стремится к точечному аттрактору (рис. 3.9, б). Если ограничиться первым уравнением, то имеем оценку расхода по норме; если — двумя уравнениями, то имеем возможность оценивать случайный процесс в нормальном приближении; последующие уравнения дают возможность оценивать асимметрию и эксцесс.

При $\beta \rightarrow 2$ моменты теряют устойчивость (последовательно от старших к младшим). Наглядно это можно проиллюстрировать для случая синусоидального изменения уклона и уровня воды. На

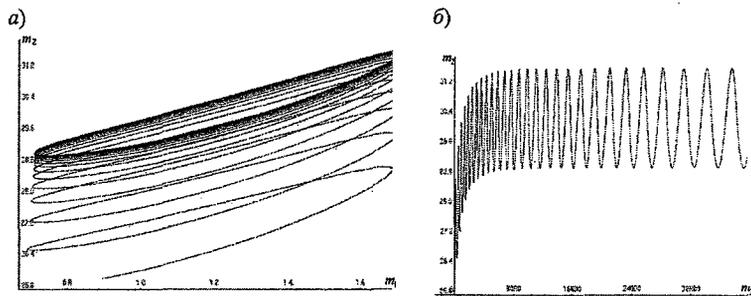


Рис. 3.10. Процесс, устойчивый по первым двум моментам (а) и неустойчивый по третьему моменту (б).

рис. 3.10, *а* представлена двумерная проекция на плоскость (m_1, m_2) решения системы (3.9). Параметры $G_{\bar{z}}$ и \bar{c} подобраны так, чтобы в двумерном приближении (под фазовыми переменными имеются в виду m_i) процесс изменения расхода был метрологически устойчив (существует «метрологический аттрактор», если так можно выразиться): к предельному циклу притягиваются траектории как изнутри, так и снаружи. Однако уже третий момент при тех же значениях \bar{c} и $G_{\bar{z}}$ неустойчив (стремится к бесконечности), рис. 3.10, *б*.

4. Многолетний речной сток

4.1. Турбулизация географических закономерностей

В данной книге есть претензия на научную новизну (выявление новой закономерности). Но любое новое знание появляется, когда старое оказывается недееспособным, когда возникают тупики или, более высокопарно, — парадоксы. Вот мы и начнем с обсуждения некоторых тупиков.

Хорошо известно, что все виды многолетнего речного стока (годового, минимального и максимального) описываются асимметричными одномодальными кривыми плотности вероятности (рис. 4.1, а), укладывающимися в семейство кривых Пирсона, являющееся решением уравнения

$$\frac{dp}{dQ} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} P, \quad (4.1)$$

где p — плотность вероятности расхода воды Q (модуля или слоя стока); a, b_0, b_1, b_2 — коэффициенты.

На практике считается достаточным аппроксимировать кривую $p(Q)$ тремя начальными моментами $m_n = \int_{-\infty}^{\infty} Q^n p(Q) dQ$ ($n = 1, 2, 3$). Ка-

ждый из этих моментов имеет определенный геометрический смысл, показанный на рис. 4.1, а; и в совокупности они, с достаточной для практики полнотой, характеризуют одномодальную кривую.

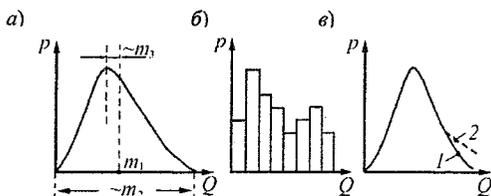


Рис. 4.1. Идеализированная (а) и реальные (б и в) распределения плотности вероятности (начальные моменты m_2 и m_3 характеризуют линейные размеры, показанные на рисунке, но разумеется не соответствуют им):

1 — экспоненциальная; 2 — степенная.

Тем не менее реально эмпирические кривые часто не соответствуют подобной идеализации. Гистограммы обычно многомодальны (рис. 4.1, б), а «хвосты»

распределений меняются не по экспоненте ($p \sim \exp(-Q^2) \rightarrow 0$), а по степенному закону ($p \sim \text{const}/Q^{(1+\alpha)} \rightarrow 0$ при $\alpha \leq 0 \leq 1$), рис. 4.1, в. Однако оба эти обстоятельства на практике игнорируют, ссылаясь на «короткие ряды наблюдений».

Для того чтобы разобраться, стоит ли какая-либо генетическая причина за второй модой, нужна модель формирования стока. Уравнение Пирсона (4.1), к сожалению, такой не является: это просто одномодальная геометрическая аппроксимация эмпирических распределений, полученных обработкой натуральных рядов. Коэффициенты a, b_0, b_1, b_2 зависят от моментов распределения, но никакой связи с динамикой формирования стока, с физико-статистическими свойствами бассейнов и внешними воздействиями на них не дают.

Однако можно получить и генетическую модель формирования стока, дающую решение в виде кривых плотности вероятности, эволюционирующих во времени:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k\tau}Q + \frac{\dot{X}}{\tau}, \quad (4.2)$$

где k – коэффициент стока; τ – время релаксации речного бассейна (рис. 4.2). Введя белые шумы $1/k\tau = c = \bar{c} + \tilde{c}$, $\dot{X}/\tau = N = \bar{N} + \tilde{N}$ (с интенсивностями $G_{\bar{c}}, G_{\tilde{c}}, G_{\bar{N}}, G_{\tilde{N}}$), получаем стохастическую модель линейного формирующего фильтра, преобразующего случайный процесс осадков в марковскую последовательность расходов в замыкающем створе бассейна.

Этой модели статистически эквивалентно уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q}(Ap) + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2}(Bp), \quad (4.3)$$

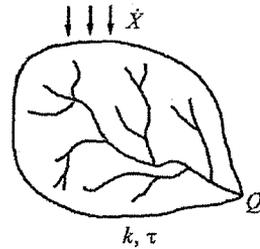


Рис. 4.2. К модели формирования речного стока с сосредоточенными параметрами (4.2).

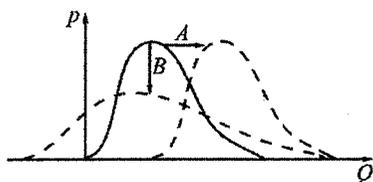


Рис. 4.3. Условная иллюстрация действия коэффициентов сноса (A) и диффузии (B).

которое описывает эволюцию кривой плотности вероятности за счет коэффициентов сноса (A) и диффузии (B) (рис. 4.3).

В стационарном случае модель ФПК превращается в уравнение Пирсона (4.1), но его коэффициенты уже явным образом связываются с генетическими факторами формирования стока:

$$a = (G_{\bar{c}\bar{N}} + 2\bar{N}) / (2\bar{c} + G_{\bar{c}}); \quad b_0 = -G_{\bar{N}} / (2\bar{c} + G_{\bar{c}}); \quad b_1 = G_{\bar{c}\bar{N}} / (2\bar{c} + G_{\bar{c}}); \\ b_2 = -G_{\bar{c}} / (2\bar{c} + G_{\bar{c}}).$$

Уравнение ФПК вполне можно считать онтологией (базисной моделью) современной гидрологии (примерно, как закон Ома в электротехнике или формулу Шези в речной гидравлике). Эта модель при указанной взаимосвязи между ее коэффициентами и свойствами бассейна (как и внешних воздействий) позволяет решить две ключевые гидрологические проблемы: 1) оценить гидрологические последствия изменения климата; 2) оценить влияние антропогенных нагрузок на водный режим бассейнов. И хотя двухмодальных распределений она не описывает (для этого формирующий фильтр должен быть нелинейным), но зато может объяснить появление толстых хвостов и неустойчивость моментов.

Это объяснение заключается в следующем. Задание плотности вероятности равносильно заданию определенного числа моментов: $p(Q) \sim m_1, m_2, m_3, \dots$ Известна процедура, позволяющая аппроксимировать уравнение ФПК системой уравнений для моментов:

$$dm_n / dt = (-\bar{c} + 0,5nG_{\bar{c}})m_n + \dots \quad (n = 1, 2, 3, 4) \quad (4.4)$$

(приведены только те члены правой части, которые необходимы для выяснения условий устойчивости).

Из системы (4.4) видно, что при $\bar{c} < 0,5nG_{\bar{c}}$ производная $dm_n/dt > 0$, т. е. $m_n \rightarrow \infty$. Это и есть формальный признак неустойчивости. Если обозначить $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c}$, то неустойчивость для момента n -го порядка m_n возникает при $\beta > 2/n$ ($m_3 - \beta > 2/3, m_2 - \beta > 1$,

$m_1 - \beta > 2$). Спектр этого критерия дискретен и сгущается в сторону старших моментов (рис. 4.4).

Таким образом, чем старше момент, тем меньшая относительная интенсивность шума G_{σ} требуется для его неустойчивости. По старшим моментам речной сток практически всегда неустойчив. А гидрологи вынуждены строить распределения с использованием второго и третьего моментов (т. е. часто заведомо неустойчивые распределения). В этом и заключается парадоксальность ситуации. Это и есть нефеноменологический, т. е. сущностный, парадокс («тупик»). Следовательно, гидрологи сущность процесса формирования стока не знают (точнее знают только для отдельных видов стока и для тех природных зон, где его описание в рамках существующей онтологии устойчиво).

Визуально неустойчивость можно представить следующим образом (рис. 4.5). Сначала (если ограничиться только тремя моментами и рассуждать метафорически) система ищет наиболее «удобное» для себя

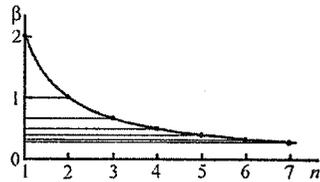


Рис. 4.4. Сгущение дискретного спектра значений параметра неустойчивости $\beta = G_{\sigma} / \bar{c}$ при увеличении порядка момента n .

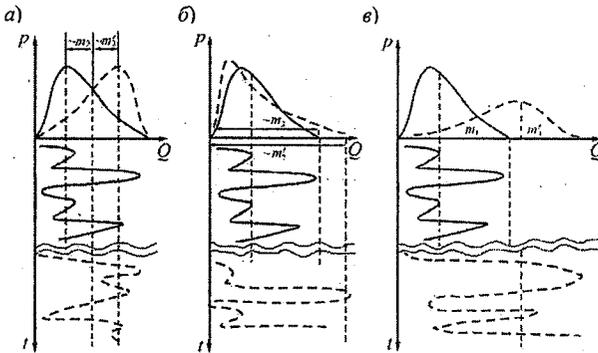


Рис. 4.5. Визуализация понятия неустойчивости по моментам третьего (а), второго (б) и первого (в) порядков. Внизу показаны возможные временные развертки при первоначальных (m_n) и измененных (m_n') моментах разного порядка. Правая граница развертки, показанная на рис. 4.5, б, условна; при неустойчивости ее не существует (о «соответствии» m_n , линейным размерам см. подпись к рис. 4.1).

4. Многолетний речной сток

(модальное) значение фазовой переменной (рис. 4.5, а), затем расширяет диапазон своих «интересов» (рис. 4.5, б) и, наконец, «уходит в поисках счастья в другой мир» (рис. 4.5, в).

Не надо думать, что неустойчивость – это некая экзотика на фоне устойчивой картины формирования речного стока. Нами получены карты зон неустойчивости по первым трем моментам для годового, минимального и максимального стока (рис. 4.6).

В табл. 4.1 представлена информация о масштабе рассматриваемой проблемы. Из нее видно, что выявленный парадокс – не игра «больного воображения»: за неумением устойчиво описывать процесс формирования стока – реальные наводнения, разрушения мостов, гидроэкологические катастрофы.

Таблица 4.1

Территория СНГ (в %), на которой наблюдается неустойчивость расчетных гидрологических характеристик

Вид речного стока	Расчетные гидрологические характеристики стока		
	норма	коэффициент	
		вариации	асимметрии
Годовой	12*	38	51
Минимальный летне-осенний	3,7**	81**	93**
Максимальный сток весеннего половодья	На ЕТР в зону неустойчивости по 3 моментам попадает 40 % территории (см. рис.4.6, а). Примерно на 60 % территории $\beta < 0$ (чего не может быть по физическому смыслу) либо $r < 0$ (логарифм отрицательных чисел не существует). Ситуация требует осмысления.		
Максимальный паводочный	***	***	***
<p>* Оценка при $\beta \geq 1,8$ ($\beta \rightarrow 2$).</p> <p>** Расчеты выполнены по ЕТР и Украине.</p> <p>*** Из-за малых коэффициентов автокорреляции ряда максимального паводочного стока близки к случайному блужданию. Хотя и выделяются отдельные регионы, позволяющие оценить степень устойчивости моментов, в целом картина очень пестрая и требует дальнейшего изучения.</p>			

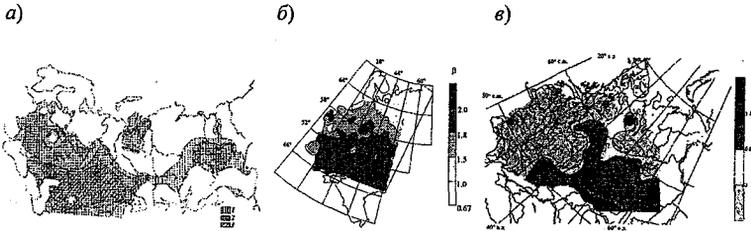


Рис. 4.6. Неустойчивость годового стока на территории СНГ (а), минимального летне-осеннего и максимального стока весеннего половодья на ЕТР (б, в): 1 - $\beta > 2/3$; 2 - $\beta > 1$; 3 - $\beta \geq 1,8$ (для годового стока).

Географические закономерности обычно выражают путем построения карт распределения тех или иных природных характеристик, в частности, таких вероятностных параметров многолетнего речного стока, как норма модуля стока, коэффициенты вариации и асимметрии. Однако необходимому и достаточному условию построения карт изолиний (каждой точке территории должно отвечать одно и только одно значение рассматриваемой характеристики) статистические моменты гидрологических рядов могут и не удовлетворять (на это, в частности, указал Н. А. Картвелишвили в рецензии к монографии [2]). На наш взгляд, ситуацию в какой-то степени спасает представление модуля стока формулой $q = q_0 \varphi(F)$ (рис. 4.7). Функция $\varphi(F)$ отражает влияние аazonальных и полиazonальных факторов формирования стока. Если «привязаться» к гидрографической схеме бассейна, то действительно при слиянии двух рек функция $\varphi(F)$ терпит разрыв, исключающий географическую интерполяцию стока. Но в таком случае о «поле речного стока» надо забыть (а заодно и о том, что гидрология суши – раздел географии) и гидрологические задачи ставить на графе речной системы, в который трансформируется поле осадков (хотя, если принять подобную логику рассуждений, то и осадки не образуют «поля»).

Зависимость, представленная на рис. 4.7, легко подтверждается теоретически (до

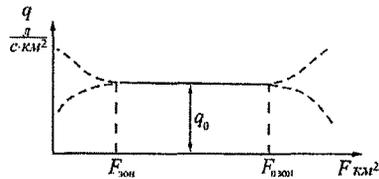


Рис. 4.7. Зависимость модуля стока q от площади водосбора F ($F_{\text{позон}} < 1000 \text{ км}^2$ – аazonальное, $F_{\text{позон}} > 50\,000 \text{ км}^2$ – полиazonальное значения площадей).

4. Многолетний речной сток

точки $F_{\text{пзон}}$). Так как в любом случае необходимо выйти на семейство распределений Пирсона, то возьмем в качестве «динамической основы» линейный пространственный формирующий фильтр

$$dq/dF = -(1/kF_{\text{ин}})q + \dot{X}/F_{\text{ин}}, \quad (4.5)$$

где $F_{\text{ин}}$ – «инерционный» параметр «пространственной релаксации», т. е. площадь водосбора, на которой бассейн начинает адекватно реагировать на внешние воздействия (где перестают проявляться азональные факторы формирования стока).

Выполним стандартную процедуру стохастического обобщения. Введем обозначения: $1/kF_{\text{ин}} = c = \bar{c} + \tilde{c}$, $\dot{X}/F_{\text{ин}} = N = \bar{N} + \tilde{N}$, где \bar{c} , \bar{N} – матожидания, а \tilde{c} и \tilde{N} – «пространственные» белые шумы с интенсивностями $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$. В этом случае справедливо «пространственное» уравнение ФПК

$$\frac{\partial p(q, F)}{\partial F} = -\frac{\partial}{\partial q}(A(q, F)p(q, F)) + 0,5 \frac{\partial^2}{\partial q^2}(B(q, F)p(q, F)),$$

которое аппроксимируется системой дифференциальных уравнений для начальных моментов

$$dm_n/dF = nM[Aq^{n-1}] + 0,5n(n-1)M[Bq^{n-2}].$$

В частности, справедливо уравнение для матожидания модуля стока $m_1 = \bar{q}$:

$$d\bar{q}/dF = (-\bar{c} + 0,5G_{\tilde{c}})\bar{q} - 0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N}. \quad (4.6)$$

Решение уравнения (4.6) имеет вид:

$$\bar{q}(F) = \bar{q}_0 e^{-(\bar{c}-0,5G_{\tilde{c}})F} + \frac{\bar{N} - 0,5G_{\tilde{c}\tilde{N}}}{\bar{c} - 0,5G_{\tilde{c}}} (1 - e^{-(\bar{c}-0,5G_{\tilde{c}})F}). \quad (4.7)$$

Из формулы (4.7) и рис. 4.7 следует, что при площадях $F_{\text{ин}} = F_{\text{репр}} (\equiv F_{\text{зон}})$ «переходные» процессы практически затухают и норма модуля стока определяется не азональными факторами (которые формируют «начальное» условие \bar{q}_0), а зональными (в основном нормой осадков и коэффициентами стока):

$$\bar{q} = (\bar{N} - 0,5G_{\bar{N}}) / (\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}). \quad (4.8)$$

Только при нормальном распределении ($G_{\bar{c}} = 0, G_{\bar{N}} = 0$) мы приходим к обычно используемой в гидрологии формуле для вычисления коэффициента стока: $k = \bar{q} / \bar{X}$ (здесь \bar{X} – норма модуля осадков).

Решения, аналогичные соотношению (4.7), можно получить и для старших моментов. Редукционные кривые есть, по существу, графические изображения подобных решений. На рис. 4.8 показаны подобные зависимости для первых трех начальных моментов и соответствующих им расчетных характеристик (C_v и C_s). Эти эмпирические зависимости построены по материалам работы [80] на основе наблюдений на 5 595 гидростворах СССР. Они соответствуют излагаемой теории и могут, в частности, служить для определения репрезентативной площади.

Насколько поле многолетнего стока устойчиво? Поле в современном понимании – это (по определению) распределение по площади трех начальных моментов, из которых следуют расчетные характеристики. Судя по рис. 4.8, в осредненном смысле зональное поле более или менее устойчиво, хотя полной «равновесности» по коэффициентам вариации и асимметрии нет: $\partial C_v / \partial F \neq 0, \partial C_s / \partial F \neq 0$. Наиболее устойчива норма стока (при построении ее карт пытаются увязывать водные балансы, хотя и это, судя по формуле (4.8), для асимметричных распределений не всегда

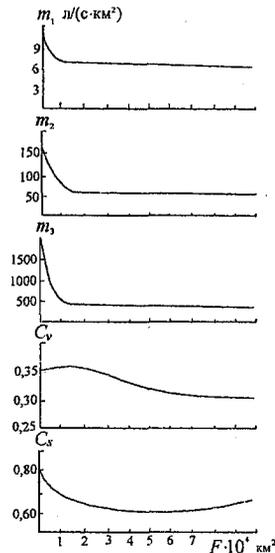


Рис. 4.8. Редукционные зависимости.

удается при косвенных методах определения испарения).

Теперь об устойчивости полей во времени. Для ее оценки нами использовался параметр β , получающийся из корреляционной функции K , являющейся решением уравнения ФПК в случае, если оно основано на линейном формирующем фильтре, $K(\Delta t) = D \exp(-\alpha \cdot \Delta t)$, где $D = G_{\bar{N}} / 2(\bar{c} - G_{\bar{z}})$, $\alpha = \bar{c} - 0,5G_{\bar{z}}$. Логарифмируя нормированную корреляционную функцию $r = K/D$, получаем для $\beta = G_{\bar{z}} / c$ следующую формулу: $\beta = 2k \ln r + 2$.

Рассмотрим подробно ее физический смысл. Вообще действие мультипликативного шума в уравнениях для моментов повышает динамичность системы (уменьшает: инерционность, запас устойчивости, время автокорреляции). Если время релаксации τ не равно одному году, то формулу для β надо записывать так: $\beta = 2k(\ln r_{\Delta t})\tau / \Delta t + 2$. Сам факт получения подобной зависимости из экспоненциальной автокорреляционной функции указывает на ограничения по ее применимости: исключаются отрицательные коэффициенты автокорреляции и вообще любые статистически значимые автокорреляционные функции, кроме экспоненты, т. е. речь идет об исследовании устойчивости только простых марковских процессов. Осцилляционные хвосты у автокорреляционной функции могут быть и статистически значимыми, лишь бы они не порождались самим бассейном (например, создавались внешними воздействиями). Значение τ может быть и несколько лет. Это просто означает, что марковскими будут процессы изменения не годовых расходов воды, а осредненных за τ лет (например, ряд двулетних расходов). Принятие для всех бассейнов $\tau = 1$ год может дать занижение степени устойчивости, как это, по-видимому, произошло для севера Западно-Сибирской равнины [49] (см. рис. 4.6, а). Влияние на β значений

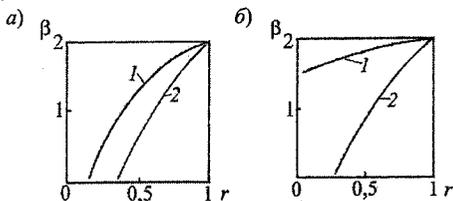


Рис. 4.9. Влияние τ и k на β :
 $a - k = 0,5, 1 - \tau = 1, 2 - \tau = 2; b - \tau = 1, 1 - k = 0,1, 2 - k = 0,8$.

коэффициентов стока и автокорреляции, а также времени релаксации, иллюстрирует рис. 4.9.

Для многих рядов минимального и максимального стока $r_{\Delta t=1} < 0$, что ставит вопрос о подходящей модели их фор-

мирования в тех регионах, где экспоненциальная аппроксимация нарушается.

Эмпирическим подтверждением или опровержением (правда, косвенным) результатов по устойчивости моментов могут служить данные анализа стационарности (однородности) многолетних колебаний стока [80]. Применение критериев Стьюдента (среднее), Фишера (дисперсия) и Колмогорова–Смирнова (функция распределения или коэффициент асимметрии – при преобразовании исходной информации к анализу 519 рядов стока рек СССР привело (на 5 %-м уровне значимости) к следующим результатам (явно неоднородные, из-за влияния хозяйственной деятельности, ряды не рассматривались).

В зависимости от региона неоднородными оказались от 0 % рядов (Карелия, Северо-Запад ЕТР, Западная Сибирь, Лено-Индигирский Дальний Восток) до 8–13 % (Белоруссия, Западная Украина, Центральный и Южный Казахстан, Средняя Азия); на Камчатке это число доходит до 33 %.

Сопоставив эти данные с распределением зон неустойчивости рис. 4.6, а, можно заметить их коррелированность (за исключением Западной Сибири, ситуация по которой обсуждалась выше). Однако масштабы проблемы отличаются в разы: если из карты на рис. 4.6, а (даже после отбрасывания региона Западной Сибири) следует, что неустойчивость моментов имеет место на 30–40 % территории, то по данным работы [80] функции распределения неоднородными оказываются не более чем в 10 % случаев (а если рассматривать неоднородность по дисперсии или только по среднему, то и того меньше).

Конечно, подобное прямое сравнение не совсем корректно:

1. Теоретическая неустойчивость моментов, даже если критерий β подсчитывается по фактическим данным, и неоднородность эмпирических рядов видимо не одно и то же, хотя безусловно тесно связаны друг с другом;
2. Расчеты β не были статистическими оценками, поэтому говорить о каком-либо доверительном интервале не приходится (оценки же неоднородности рядов проведены на 5 %-м уровне значимости). И тем не менее факт наличия: существуют регионы с «турбулизированной» функцией плотности вероятности с распластанной (видимо, многомодальной) вершиной, что выводит подобные распределения за класс кривых Пирсона.

Возникают вопросы: 1. Всегда ли бассейны (сток) в этих регионах находятся в таком турбулизированном режиме или они периодиче-

ски возвращаются в устойчивое однородное состояние? 2. «Кто» несет ответственность за неустойчивость: физика формирования стока на самом бассейне («самоорганизация») или ситуацией управляют частично инфинитные (по отношению к бассейну) предметные области? 3. Если ситуация неустойчива даже в вероятностном смысле, то что понимать под географической закономерностью, что следует картировать?

Рассмотрим поведение первых начальных моментов в рамках трехмоментной аппроксимации модели ФПК, соответствующей линейному фильтру:

$$dm_1 / dt = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_1 + \bar{N} - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}};$$

$$dm_2 / dt = -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\bar{c}\bar{N}}m_1 + G_{\bar{N}};$$

$$dm_3 / dt = -3(\bar{c} - 1,5G_{\bar{c}})m_3 + 3(\bar{N} - 2,5G_{\bar{c}\bar{N}})m_2 + 3G_{\bar{N}}m_2.$$

Неустойчивость зависит от соотношения между \bar{c} и $G_{\bar{c}}$. Спрашивается, откуда появляется их варьирование? Параметр c учитывает средние (в статистическом смысле, а не обязательно во временном) потери на испарение (\bar{c}) и его вариации (например, внутригодовые колебания за счет температуры), интерпретируемые как белый шум с интенсивностью $G_{\bar{c}}$. Но температурные изменения определяются в основном глобальными процессами (включая взаимодействие атмосферы и океана), а не локальным состоянием конкретного бассейна (хотя и это оказывает влияние). Поэтому будем считать, что \bar{c} испытывает долговременные периодические изменения, а $G_{\bar{c}}$ – постоянная. Можно рассуждать и по-другому: \bar{c} – постоянная, а $G_{\bar{c}}$ – меняется. Главное, что существуют промежутки времени (это могут быть и столетия), когда $G_{\bar{c}} \ll \bar{c}$, но могут быть и такие интервалы, на которых $\bar{c} \approx G_{\bar{c}}$. Тогда имеем ситуацию, изображенную на рис. 4.10. На интервале $(t_2 - t_1)$ режим стока «ламинарный» (в смысле: одномодальный с устойчивыми начальными моментами в рамках семейства кривых Пирсона), а на интервале $(t_3 - t_2)$ проявляется тенденция к неустойчивости, например, только по

третьему или еще и по второму моменту (и не обязательно по математическому ожиданию, см. рис. 4.10), т. е. режим стока «турбулизуется».

Ответственность за эту турбулизацию несет не подстилающая поверхность, а изменчивость всей климатической системы: это она (ствол дерева на рис. 1.1) трясет ветки (бассейны), протыкающие рационализированную плоскость. Водосборы же никакой самостоятельной автоколебательной активности не имеют (хотя и не исключено, что некоторые бассейны с большими водосборными площадями и имеют собственный репертуар поведения см. правый конец редуцированной кривой в области полизональности на рис. 4.7).

Что же в таком случае картировать? Если речь идет о нескольких десятилетиях, на протяжении которых режим стока в статистическом смысле на определенном уровне значимости однороден (стационарен), то картировать надо то, что картируется и сейчас (первые три момента). Если же рассматривать более длительные периоды, то картировать надо характеристики той статистически устойчивой среды, вариации которой вызывают неустойчивость стока. Это могут быть, например, характеристики выбросов типа продолжительности и частоты пребывания климатической системы (видимо, температурного режима) в режиме $\bar{c} \approx G_c$. Если же встать на точку зрения «официальной» науки («киотских соглашений» и т. п.), то картировать вроде бы и нечего: социальная среда управляет климатической системой, выводя (или вводя) ее из равновесного состояния. Альтернативная же точка зрения, изложенная в работе [72], уж очень «обидна» для метеорологов и океанологов, да и вообще для здравого смысла: речные бассейны, занимающие только часть суши (надо исключить пустыни, полярные области и т. п.), которая сама-то занимает только треть поверхности земного шара, оказывается делают «глобальную погоду». Не по «Сеньке шапка»: все-таки 94 % гидросферы приходится на Мировой океан, а почвенной влаги — на несколько порядков меньше.

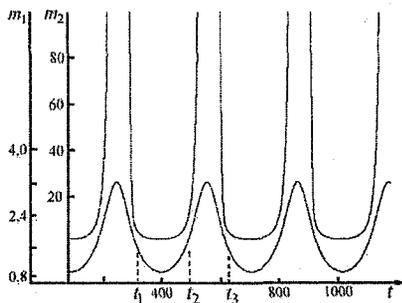


Рис. 4.10. К «турбулизации» речного стока.

Можно предложить наглядный механический аналог ситуации, приводящей к неустойчивости вероятностных распределений (рис. 4.11). Из емкости (1) шарики («осадки») попадают на поверхность «бассейна» (2) и в зависимости от угла наклона (имитирующего коэффициент стока) пластинки (3) происходит разделение «осадков» на стоковую (попадающую в «водоем» (4)) и испарительную (уходящую в отверстие) составляющие. Потери на испарение зависят от параметра $\bar{c} = 1/\overline{kt}$, влияющего на размеры испарительной предметной области (5) и самого зависящего от инерционных свойств бассейна t , которые имитируются в основном массой (или жесткостью) пластины (3). В установившемся режиме (количество шариков, поступающих в «бассейн» в единицу времени, не меняется; радиус окружности (5) – постоянный) параметр t не играет роли (действует алгебраическое балансовое соотношение: $k\dot{X} = Q$). Если же окружность сделать неровной, как на рис. 4.11, б (ввести «белый шум»), то по мере увеличения скорости ее вращения за счет инерции пластины (3) появится систематическое уменьшение ее угла наклона, т. е. увеличение динамического коэффициента стока (т. е. динамичности процесса), что и приведет к потере

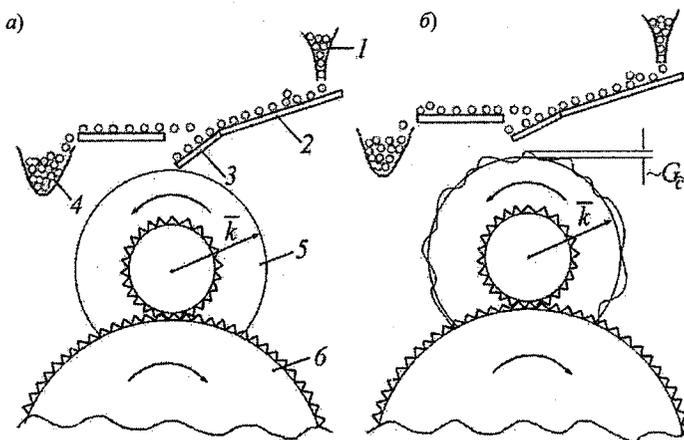


Рис. 4.11. Механическая интерпретация динамического (а) и стохастического (б) режимов речного стока.

устойчивости моментов распределения.

Появление аддитивного шума \tilde{N} можно имитировать варьированием подачи шариков из емкости (J), а взаимная интенсивность $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ появится автоматически: при положительной флуктуации \tilde{N} (увеличении числа шариков) попасть в отверстие будет сложнее, чем в «водоем» (A), т. е. коэффициент стока увеличится ($G_{\tilde{c}\tilde{N}} < 0$, $C_s > 0$ – обычная ситуация для территории бывшего СССР). Если же «дырка» для испарения большая, то увеличение осадков может пойти на увеличение испарения, т. е. уменьшение коэффициента стока ($G_{\tilde{c}\tilde{N}} < 0$, $C_s < 0$ – такая ситуация также имеет место; например, по данным работы [35] из 137 исследованных рек земного шара 14 % имеют отрицательную асимметрию). Окружность (b) имитирует действие более «медленной» предметной области (например, процессы переброса климатической системы из одного устойчивого состояния с глобальной температурой $\approx 14^\circ\text{C}$ в другое с -7°C с периодом 10^4 – 10^5 лет).

Ясно, что при наличии иерархии предметных областей ламинарные периоды будут сменяться турбулентными в режиме фликкер-шума: всегда можно ожидать наступления еще более длительной ламинарной фазы.

4.2. Расширение фазового пространства модели формирования речного стока

Неустойчивость процесса формирования стока, описываемого одномерным распределением $p(Q)$, ставит задачу по привлечению дополнительных фазовых переменных, расширению фазового пространства. В речном бассейне могут действовать различные типы взаимодействия между фазовыми переменными. При годовом осреднении уравнение водного баланса имеет вид $\dot{X} = \bar{Q} + \bar{E} + \Delta\bar{U}$, т. е. остаются три взаимодействующих переменных, причем расход Q и испарение E конкурируют за ресурс X , а изменение запасов влаги в почве ΔU (оно может входить в уравнение баланса и с плюсом, и с минусом) ведет себя более «экзотически».

4. Многолетний речной сток

Гидрологи интересуются в основном расходом воды. Стохастически обобщая динамическую модель

$$dQ/dt = -(1/k_Q \tau_Q)Q + \dot{X}/\tau_Q, \quad (4.9)$$

приходим к уравнению ФПК и семейству кривых Пирсона (его стационарному решению). Но аналогичное уравнение можно записать и для испарения

$$dE/dt = -(1/k_E \tau_E)E + \dot{X}/\tau_E, \quad (4.10)$$

где $k_E = E/\dot{X}$ — коэффициент испарения; τ_E — время релаксации испарительной емкости бассейна. Стохастически обобщая это уравнение, приходим к уравнению ФПК для $p(E)$ с коэффициентами сноса и диффузии:

$$A_E = -(c_E - 0,5G_{c_E})E - 0,5G_{c_E N_E} + N_E;$$

$$B_E = G_{c_E} E^2 - 2G_{c_E N_E} E + G_{N_E},$$

где $G_{c_E N_E}$ больше (видимо) нуля, что приводит к отрицательному (пока это умозрительное предположение) коэффициенту асимметрии для распределения $p(E)$.

Пока $G_{c_E} \ll c_E$ и $c_Q \gg G_{c_Q}$, обе предметные области (стоковая и испарительная) могут рассматриваться независимо друг от друга, но в случае отсутствия стационарных распределений их надо рассматривать совместно. Учитывая, что $k_Q = Q/(Q + E + \Delta U)$, $k_E = E/(Q + E + \Delta U)$, уравнения (4.9) и (4.10) можно записать так:

$$dQ/dt = -(Q + E + \Delta U)/\tau_Q + \dot{X}/\tau_Q; \quad (4.11)$$

$$dE/dt = -(Q + E + \Delta U)/\tau_E + \dot{X}/\tau_E. \quad (4.12)$$

Введем в (4.11) и (4.12) шумы:

$$dQ/dt = -(\bar{c}_Q + \tilde{c}_Q)(Q + E + \Delta U) + \bar{N}_Q + \tilde{N}_Q; \quad (4.13)$$

$$dE/dt = -(\bar{c}_E + \tilde{c}_E)(Q + E + \Delta U) + \bar{N}_E + \tilde{N}_E. \quad (4.14)$$

Коэффициентами $c_Q = \bar{c}_Q + \tilde{c}_Q$ и $c_E = \bar{c}_E + \tilde{c}_E$ учитываются вариации τ_Q и τ_E , а также неучтенного (явно) влияния других факторов формирования стока, хотя в первом приближении можно допустить, что $\tau_Q \approx \tau_E \approx 1$, $\bar{c}_Q \approx \bar{c}_E \approx 1$. Величинами \tilde{N}_Q и \tilde{N}_E учитываются вариации внешних воздействий (в первом приближении, видимо, можно допустить: $\tilde{N}_Q \approx \tilde{N}_E$, $G_{\tilde{N}_Q} \approx G_{\tilde{N}_E}$), которые коррелируются с \tilde{c}_Q и \tilde{c}_E (не только из-за того, что в них входят параметры τ_Q и τ_E).

Более сложная ситуация с третьей фазовой переменной – изменением запасов воды в почве ΔU . Эта величина знакопеременная, причем знак определяется суммой $\dot{X} - Q - E$. Если поступающие в бассейн ресурсы (\dot{X}) большие ($\dot{X} > Q - E$), то $\Delta U < 0$; в противном случае $\Delta U > 0$. Поэтому почво-грунты бассейна играют роль своеобразной релейной следящей системы, работы которой можно описать уравнением:

$$d(\Delta U)/dt = -(\bar{c} + \tilde{c})\text{sgn}(\Delta U) + \bar{N} + \tilde{N}, \quad (4.15)$$

где $\text{sgn}(\Delta U)$ – знаковая функция (+1 при $\Delta U > 0$, -1 при $\Delta U < 0$), а $\bar{N} = \dot{X} - Q - E$.

Подобные (по структуре) стохастические модели используются в теории автоматического регулирования. Они достаточно подробно изучались В. С. Пугачевым, его сотрудниками и учениками. Параметр c гидрологически можно интерпретировать как скорость насыщения (или водостдачи) почво-грунтов речного бассейна. Визуально характер нелинейности иллюстрирует рис. 4.12, а, а распределение плотности вероятности (при $\bar{N} = 0$) – рис. 4.12, б (асимметрия порождается корреляцией аддитивного \tilde{N} и параметрического \tilde{c} шумов).

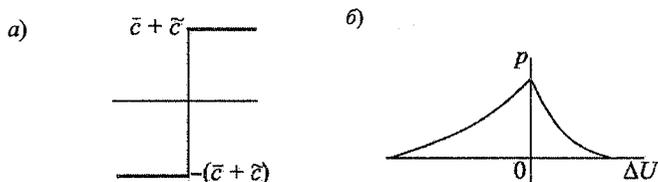


Рис. 4.12. Характер нелинейности (а) и распределения плотности вероятности (б) для модели (4.15).

В случае $G_{cN} = 0$ получаются достаточно простые формулы для математического ожидания $m_{\Delta U}$ и дисперсии $D_{\Delta U}$ в установившемся режиме:

$$m_{\Delta U} = (G_c + G_N)N / (c^2 - N^2), \quad (4.16)$$

$$D_{\Delta U} = (G_c + G_N)^2 (c^2 + N^2) / 2(c^2 - N^2)^2. \quad (4.17)$$

Из формул (4.16) и (4.17) видно, что: 1) знак изменения влагозапасов определяется знаком $N(t)$ (норма статистическая); 2) если скорость насыщения мала ($N(t) > c$), то как по дисперсии, так и по математическому ожиданию в изменении влагозапасов установившийся режим отсутствует; 3) из формулы (4.16) следует, что между изменением водности и влагозапасов связь не однозначная. Коэффициент $(G_c + G_N) / (c^2 - N^2)$ равен единице только, если $G_c + G_N = c^2 - N^2$. Ниоткуда не следует, что это равенство должно выполняться на длительных интервалах времени. Возможно этим можно объяснить странное повышение влагозапасов на ЕТР (отмеченное сотрудниками ГГИ) при отсутствии трендов осадков (в работе [72] возможность подобных явлений связывается с нелинейностью зависимости теплофизических свойств суши от ее влажности).

Системе уравнений (4.13), (4.14) и (4.15) статистически эквивалентно уравнение ФПК для совместной плотности вероятности $p(Q, E, \Delta U; t)$:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial (A_i p)}{\partial Q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 (B_{ij} p)}{\partial Q_i \partial Q_j}, \quad (4.18)$$

где $Q_1 = Q$; $Q_2 = E$; $Q_3 = \Delta U$. Коэффициенты сноса A_i и диффузии B_i определяются формулами:

$$\begin{aligned} A_Q &= -(\bar{c}_Q - 0,5G_{\bar{c}_Q})(Q + E + \Delta U) - 0,5G_{\bar{c}_Q N_Q} + \bar{N}; \\ A_E &= -(\bar{c}_E - 0,5G_{\bar{c}_E})(Q + E + \Delta U) - 0,5G_{\bar{c}_E N_E} + \bar{N}; \\ A_{\Delta U} &= -\bar{c}_{\Delta U} \operatorname{sgn}(\Delta U) + \delta(\Delta U)[G_{\bar{c}_N} \operatorname{sgn}(\Delta U) - G_{\bar{c}_N}] + \bar{N}; \\ B_Q &= G_{\bar{c}_Q} Q^2 - 2G_{\bar{c}_Q N_Q} Q + G_{\bar{N}_Q}; \\ B_E &= G_{\bar{c}_E} E^2 - 2G_{\bar{c}_E N_E} E + G_{\bar{N}_E}; \\ B_{\Delta U} &= G_{\bar{c}} - 2G_{\bar{c}_N} \operatorname{sgn}(\Delta U) + G_{\bar{N}}; \\ B_{QE} &= B_{Q\Delta U} = B_{E\Delta U} = 0. \end{aligned}$$

Для чего мы вводили новые фазовые переменные: E и ΔU ? Чтобы ликвидировать толстый «хвост» (т. е. неустойчивость по дисперсии) у распределения $p(Q)$. Следовательно, мы должны убедиться, что распределение $p(Q, E, \Delta U; t)$ имеет тонкий (но трехмерный) «хвост» (или хотя бы, что $p(Q, E; t)$ – тонкий двумерный). Для этого надо показать, что в расширенной системе процесс изменения расхода устойчив по «дисперсии».

Сначала проведем умозрительные рассуждения на чисто качественном уровне. На рис. 4.13 представлен пример двумерной проекции функции $p(Q, E, \Delta U; t)$ (о генерации рядов испарения см. ниже). При игнорировании (в явном виде) испарения мы фактически проектируем двумерное поле (Q, E) на ось расходов. При этом происходит смещение точек; «хвост» распределения $p(Q)$ «поднимается». Переход к плоскости (Q, E) размазывает точки по ней, и имеем двумерное распределение $p(Q, E)$ с «опущенным» (но уже двумерным) хвостом, т. е. устойчивость по дисперсии фазовых переменных. Это означает сжимаемость частично инфинитной среды для многомерного распределения: $\operatorname{div} \bar{A} = \sum \partial A_i / \partial Q_i < 0$ (в случае одной переменной $Q_1 = Q$ можем иметь $\partial A / \partial Q \geq 0$, что и приводит к неустойчивости).

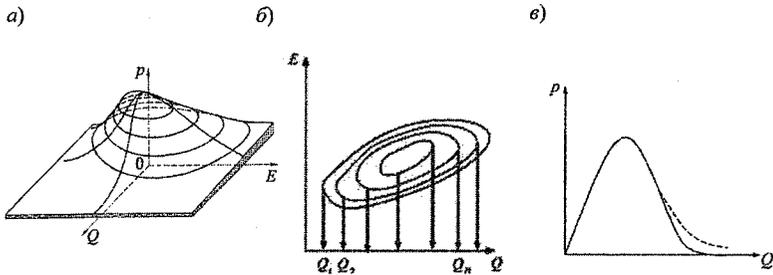


Рис. 4.13. Двумерное распределение плотности вероятности $p(Q, E)$ (а), его двумерная (б) и одномерная (в) проекции (стрелками на рис. б условно показано проектирование эмпирических точек с координатами (Q, E) на ось расходов; рис. в — это результат статистической обработки ряда Q_1, Q_2, \dots, Q_n).

Исходя из представленных выше выражений для коэффициентов имеем

$$\sum \partial A_i / \partial Q_i = -(\bar{\sigma}_Q - 0,5G_{\sigma_Q}) - (\bar{\sigma}_E - 0,5G_{\sigma_E}) - \bar{\sigma} \delta(\Delta U)$$

(в коэффициенте $A_{\Delta U}$ мы проигнорировали параметрический шум). Для упрощения анализа ограничимся двумя фазовыми переменными (Q и E) и будем считать, что: $\bar{\sigma}_Q = \bar{\sigma}_E$; $G_{\sigma_Q} = G_{\sigma_E}$. Тогда $\sum \partial A_i / \partial Q_i = -2(\bar{\sigma} - 0,5G_{\sigma})$. С точки зрения вида критерия потери устойчивости ничего не изменилось: $\beta = G_{\sigma} / \bar{\sigma} = 2$. Но и $\bar{\sigma}$, и G_{σ} уже другие по сравнению с таковыми в модели одномерного линейного фильтра. Достигнуть значений $\beta = 2$ уже значительно труднее. Действительно, практически численные значения критерия мы находили по нормированной автокорреляционной функции $r = \exp(-\bar{\sigma} + 0,5G_{\sigma})\Delta t$; $\beta = 2k \ln r + 2$ (так как $r \leq 1$, то первое слагаемое правой части всегда отрицательное и $\beta \leq 2$). Расширив фазовое пространство, мы уменьшили $\bar{\sigma}$, т. е. увеличили k и уменьшили β (но это уже другое β по сравнению с одномерным случаем). При этом сам характер экспоненты остается тем же (автокорреляционная функция находится по реальному ряду наблюдений и не содержит ни $\bar{\sigma}$, ни G_{σ} ; она имеет вид $r = \exp(-\alpha \Delta t)$, это мы сами (конечно, не мы, в прямом смысле этого

4.2. Расширение фазового пространства модели формирования речного стока

слова, а используемая модель) связываем теоретическую функцию $r = \exp(-\bar{c} + 0,5G_{\bar{c}})\Delta t$ с экспериментальной, считая, что $\alpha = \bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}$, так как скорость ее спада зависит не от β , а от разности $-(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})$, а β мы находим обратным пересчетом. Предположим $\bar{c} = 4$ ($k = 0,25$), а $G_{\bar{c}} = 6$. Тогда $\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}} = 1$. Чтобы ту же единицу получить при $\bar{c} = 1$, надо чтобы $G_{\bar{c}} \rightarrow 0$, т. е. $\beta \rightarrow 0$.

При аппроксимации уравнения ФПК для $p(Q, E; t)$ системой уравнений для моментов можно получить уравнение для дисперсии расхода воды $dD_Q/dt = -2(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})D_Q + f(m_Q, m_E, D_E, k_{QE})$ (здесь m_Q, m_E – математические ожидания; k_{QE} – корреляционный момент), причем, так же как и в одномерном случае ($p(Q)$), неустойчивость будет при $G_{\bar{c}} \rightarrow \bar{c}$, но достичь этого уже сложнее: и \bar{c} – «не то», и уравнение для D_Q «завязано» в систему их пяти уравнений ($k_{QE} = k_{EQ}$). Наглядно подобную ситуацию в общем случае можно представить, как показано на рис. 4.14.

Смысл объединения в том, что объединенная (стоковая и испарительная) предметная область испытывает меньше влияния «инфинитной реальности», чем каждая из них в отдельности (они обе стали финитным ядром многомерной модели). Если бы кроме них ничего не бы-

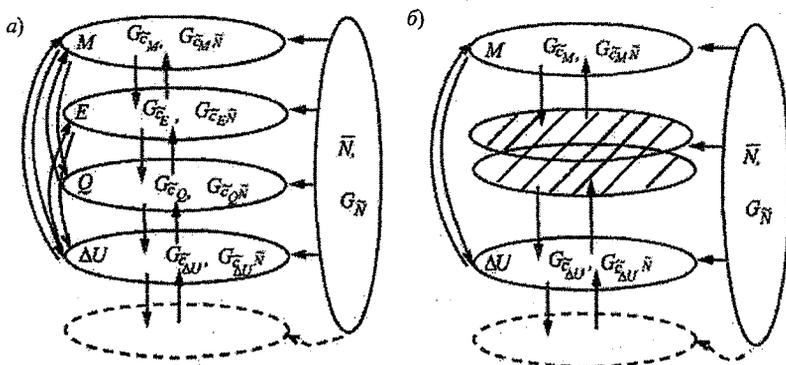


Рис. 4.14. Мультипликативно разомкнутые (а) и замкнутые по расходу и испарению (б) предметные области (M – скорость роста биомассы, пунктиром показаны неизвестные, но потенциально возможные предметные области с теньевыми фазовыми переменными).

ло, то система стала бы полностью мультипликативно замкнутой, и мы перешли бы к нормальному двумерному распределению $p(Q, E)$ (симметричному «колокольчику»), заведомо ликвидировав толстый хвост.

Вообще надо заметить, что критерий устойчивости, как для одномерного, так и для многомерного случая, получают на основе метода (функции) Ляпунова, разработанного для детерминированных систем без случайных воздействий. Система уравнений для моментов формально именно таковой и является (так же как и уравнение ФПК: хотя оно описывает вероятностные распределения, ничего случайного в нем нет – это детерминистическое уравнение конвекции–диффузии). Поэтому устойчивость определяется не абстрактными случайными шумами, а в целом коэффициентами ($c - 0,5G_z$) (их знаками). Поэтому и возникает некая неопределенность: из-за того, что (например) τ изменяется в два раза вовсе не следует, что и G_z будет изменяться в два раза.

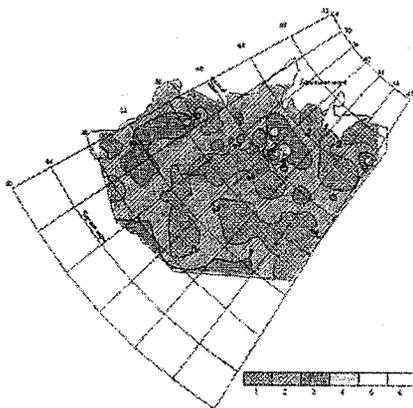
Какую пользу может дать переход к двумерным распределениям на практике (например, в строительном проектировании при назначении максимального расхода заданной обеспеченности $Q_{1\%}$)? Если в рамках линейного формирующего фильтра расход $Q_{1\%}$ «брался» при фиксированных значениях τ , G_z и G_{zN} (которые дает ряд наблюдений, если он стационарный), то теперь выбор расхода нужной обеспеченности становится «проблемой» (см. рис. 4.13, б). События 1 %-й обеспеченности происходят на некоей изолинии, а $\max_E Q_{1\%}$ соответст-

вует проекции на ось Q крайней правой точки изолинии $(Q, E)_{1\%}$. При устойчивости двумерного распределения эта величина является однозначной, а значит, нормируемой характеристикой. (При толстом хвосте для распределения $p(Q)$ происходило нарушение предельной теоремы $S_n / \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \text{const}$, ситуация повисала в воздухе и нормировать проектный расход было нельзя.)

Все эти рассуждения носят пока гипотетический (умозрительный) характер. Для того чтобы они стали теоретическими (т. е. допускающими в принципе экспериментальную проверку), необходимо найти возможность практически строить двумерные распределения $p(Q, E)$ по данным натурных наблюдений. Но перед этим необходимо ответить еще на один вопрос: почему именно испарение (а не биомасса или характеристики подстилающей поверхности водосборов, например) должно рассматриваться как основной конкурент расходу?

4.2. Расширение фазового пространства модели формирования речного стока

Для ответа на этот вопрос нами (совместно с Е. В. Гайдуковой) была оценена размерность пространства вложения для многолетнего годового стока ЕТР (рис. 4.15). Оказалось, что действительно для устойчивого описания формирования стока достаточно 2–3 фазовых переменных (хотя были створы, их немного, на которых размерность пространства вложения больше).



Какая же переменная «борется» с расходом за выпавшие осадки («ресурс»)?

Пока временные интервалы, на которых рассматривается процесс, малы (месяц, год), этих конкурентов может быть несколько. Однако при переходе к многолетним нормам статистически значимое влияние на фрактальную размерность оказывает только испарение (а также температура воздуха) (рис. 4.16). Характеристики подстилающей поверхности влияния не оказывают. Этот результат не является неожиданностью, так как в гидрологии хорошо известно, что уравнение водного баланса для многолетних норм имеет вид: $\bar{X} = \bar{E} + \bar{Q}$. Однако испарение (так же как и расход) от года к году будет меняться, образуя (устой-

Рис. 4.15. Распределение размерности пространства вложения для годового стока на ЕТР.

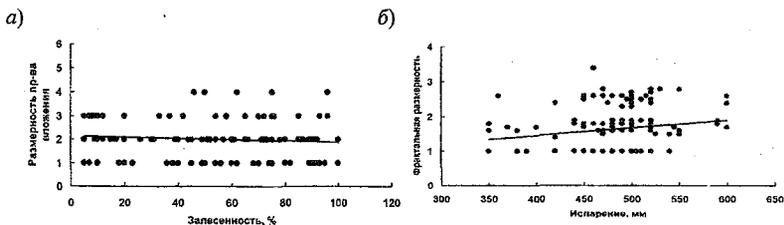


Рис. 4.16. Влияние на фрактальные размерности залесенности (аналогично заболоченности, озерности) (а) и испарения (аналогично температуре воздуха) (б) (по ЕТР).

4. Многолетний речной сток

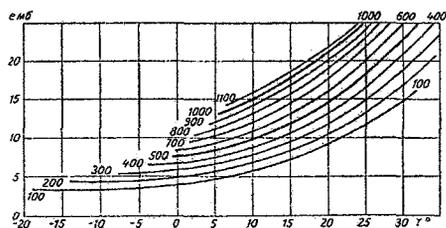


Рис. 4.17. График для расчета годового испарения (мм/год) по среднегодовым температуре ($T^{\circ}\text{C}$) и влажности воздуха (e мбар).

чивую или неустойчивую) статистическую совокупность. На интервалах времени, на которых уместно употреблять климатическую терминологию (несколько десятилетий), вариации стока и испарения создаются за счет осадков, температуры, запасов влаги в почво-грунтах.

Как получить многолетний ряд годовых испарений? Прямые измерения этой гидрометеорологической характеристики не производятся (за исключением эпизодических наблюдений или систематических измерений на экспериментальных водосборах, например на территории Валдайской лаборатории). Однако существуют эмпирические формулы, связывающие испарение с температурой и влажностью. Есть рекомендации (см. [55]), пользуясь которыми можно сгенерировать ряды годовых испарений. В частности, предлагается определять испарение по температуре и влажности воздуха, измеряемых на существующей сети метеорологических станций (см. рис. 4.17).

В этих рекомендациях есть «темные пятна», но на сегодняшний день это, видимо, единственный способ получения пусть и не совсем инструментальных, а только расчетно-инструментальных, эмпирических рядов испарения. Использование подобных рекомендаций на практике показывает, что за небольшим исключением ($\approx 10\%$) получаются довольно правдоподобные цифры балансов (пример приведен в табл. 4.2).

В общем случае, когда необходимо изучать и прогнозировать эволюцию формирования стока на любых временных интервалах, надо уметь строить эмпирические «ежики» $p(Q_1, Q_2, \dots, Q_i, \dots)$. При осреднении такого многомерного случайного процесса по фазовым переменным, оказывающим влияние на интервалах времени много меньших «климатического интервала», приходим к двумерному распределению $p(Q, E)$, пример которого представлен на рис. 4.18 (ряд испарений генерировался по изложенной выше методике). Получение подобных распределений актуально как для максимального стока (который используется в

строительном проектировании), так и для минимального стока (являющегося лимитирующим для многих водозависимых отраслей экономики и экологии).

Сделаем одно замечание. Для чего используются статистические методы? Для упрощения описания (а значит, и управления) процесса: вместо того, чтобы отслеживать каждый индивидуальный расход (в ряду их несколько десятков), информацию о них «свертывают» в вероятностном распределении и оперируют только несколькими числами (моментами). При неустойчивости подобная свертка (только одних расходов) не срабатывает. Переходя к двумерному распределению $p(Q, E)$ и надеясь на его устойчивость, мы фактически одновременно «свертываем» информацию с двух смежных предметных областей (стоковой и испарительной). Тем самым мы заменяем нейтрализм конкурентным типом взаимодействия испарения и расхода. Ситуация становится более финитной и статистически управляемой. Но сами управляющие воздействия носят уже другой качественный характер – это вероятностные моменты уже двумерных распределений.

Повторим, что учет второй фазовой переменной не нормализует распределение. Это происходит для линейных моделей, если игнорировать влияние других (скрытых) переменных, создающих мультипликативные шумы, коррелирующиеся с шумами осадков. В общем случае неизбежно появление асимметрии и, возможно, многомодальности.

Обратимся к системе популяционных моделей (см. п. 1.2), рассмотрим только расход Q и интенсивность испарения E :

$$\dot{Q} \equiv \frac{dQ}{dt} = -\frac{(Q+E)Q}{W_Q} + \frac{Q\dot{X}}{W_Q},$$

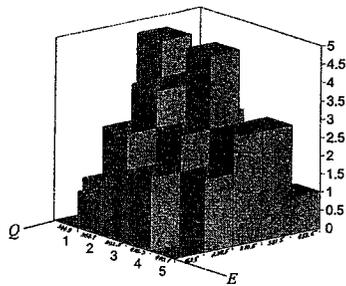


Рис. 4.18. Гистограмма двумерного распределения $p(Q, E)$, р. Сухона – г. Тотьма, $F = 34\,800 \text{ км}^2$.

4. Многолетний речной сток

$$\dot{E} \equiv \frac{dE}{dt} = -\frac{(Q + E)E}{W_E} + \frac{EX}{W_E}$$

(здесь W_Q и W_E — константы).

Таблица 4.2

Годовые водные балансы (Судость — Погар, $F_{\text{бас}} = 5\ 180\ \text{км}^2$)*

Год	Слой стока, мм	Ст. Стародуб		Среднее испарение по ст. Стародуб и ст. Почел, мм	Осадки, мм	Невязка, мм
		Температура, $t^{\circ}\text{C}$	Влажность, мб			
1951	142	5,7	8,2	472	483	-131
1952	100	5,2	8,1	480	696	116
1953	130	5,1	8,5	515	515	-130
1954	84,0	5,2	8,7	541	577	-48
1955	78,5	5,5	8,0	454	487	-46
1956	121	3,8	7,9	476	673	76
1957	136	6,1	8,7	513	612	-37
1958	186	5,3	8,4	489	650	-25
1959	104	5,7	8,1	446	465	-85
1960	108	6,2	8,4	472	474	-106
1961	71,2	6,3	8,6	476	474	-73
1962	150	5,8	8,6	503	700	47
1976	83,4	4,5	7,6	421	588	84
1977	84,0	5,5	8,6	497	653	72
1979	139	5,6	8,1	446	643	48
1980	183	4,9	8,2	487	781	111
1982	155	6,3	8,5	472	569	-58
1983	149	7,0	8,8	480	556	-73
1984	90,7	5,7	8,4	469	613	53
1985	145	4,1	8,3	502	675	28
1986	139	5,8	8,4	474	617	4

* Таблица составлена аспирантом кафедры гидрофизики и гидропрогнозов РГГМУ Ф. Л. Соловьевым.

4.2. Расширение фазового пространства модели формирования речного стока

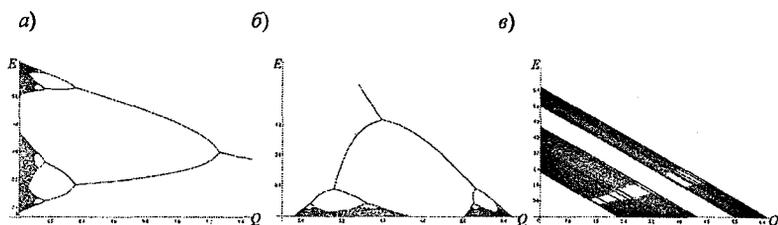


Рис. 4.19. Бифуркационные диаграммы при различных соотношениях между емкостями предметных областей: а) $Q_0 \gg E_0$; б) $E_0 \gg Q_0$; в) $E_0 \approx Q_0$.

Фазовые переменные тормозят рост друг друга ($\partial \dot{Q} / \partial E = -Q / W_Q < 0$, $\partial \dot{E} / \partial Q = -E / W_E < 0$), т. е. имеет место конкурентный тип взаимодействия.

Перейдем к системе отображений:

$$Q_{i+1} = -(Q_i + E_i)Q_i / Q_0 + \dot{X}Q_i / Q_0 + Q_i;$$

$$E_{i+1} = -(Q_i + E_i)E_i / E_0 + \dot{X}E_i / E_0 + E_i.$$

Бифуркационные параметры $((\dot{X} - E_i) / Q_0$ и $(\dot{X} - Q_i) / E_0$) сами зависят от текущих значений фазовых переменных. Наиболее характерные решения этой системы отображений представлены на рис. 4.19.

Как видно из рис. 4.19, в, при одинаковых селективных ценностях (емкостях предметных областей) одномодальные распределения вообще могут исчезнуть.

Таким образом, привлечение испарительной предметной области может дать не только нормализацию двумерных распределений, но и самые экзотические ситуации типа полимодальности (рис. 4.19, в)

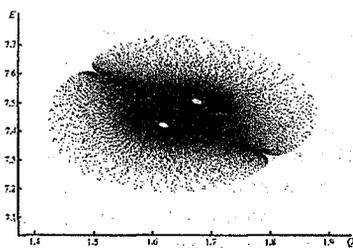


Рис. 4.20. Фазовый портрет при частичной линеаризации двумерной модели.

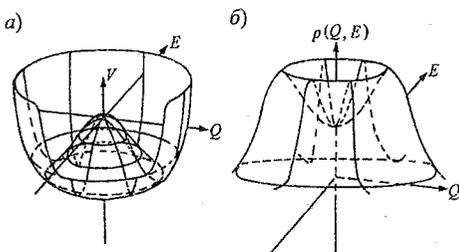


Рис. 4.21. Потенциал (а) и соответствующая ему плотность вероятности (б).

или двухмодального автоколебательного режима, возникающего при частичной линеаризации модели из двух уравнений (например, линеаризации уравнения для испарительной предметной области: $E_{i+1} = -(Q_i + E_i)/\tau_E + \dot{X}/\tau_E + E_i; \Delta t = 1$)

(см. рис. 4.20).

Постепенно процесс вырождается в двумерную дельта-функцию $p(Q, E) \rightarrow \delta(Q - Q_0, E - E_0)$. Введение внешних аддитивных шумов делает ее размытой (рис. 4.21).

Статистика таких многомодальных многомерных распределений требует огромных рядов наблюдений. Если их брать на вооружение (для определения расхода заданной обеспеченности), то, видимо, надо работать только с «хвостами», которые характеризует дисперсия.

4.3. Оптимальная сеть гидрологических постов в условиях расширяющегося фазового пространства

Ниже делается попытка представить проблему оптимизации осадкомерной и стоковой сети в рамках единого методологического подхода, основанного на концепции частично инфинитивного моделирования. Сеть постов – это своеобразные «шпионы», плотность и места расположения которых диктуются не абстрактным желанием знать «все» об объекте, а так называемой предметной областью, которая выделяет в инфинитивной гидрометеорологической среде набор осмысленных рационализированных представлений (модель), имеющих практическое применение.

В качестве такой модели использовано уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова, которое описывает формирование речного стока и содержит в качестве «входа» метеорологические и ан-

тропогенные управляющие воздействия на водосборы. Опираясь на эту модель, удалось получить более общие (чем существующие в настоящее время) критерии оптимальной режимной сети и наметить пути дальнейшей эволюции методологии оптимизации.

Суммарные затраты Σ на содержание осадкомерной и стоковой сети складываются из затрат на содержание постов наблюдений c и убытков народного хозяйства от незнания гидрометеорологической ситуации L [17].

Примем $c = c_{oc}N_{oc} + c_{ct}N_{ct}$, где N_{oc} , N_{ct} – плотность осадкомерной и стоковой сети соответственно (т. е. количество пунктов наблюдений на заданном водосборе площадью F); c_{oc} , c_{ct} – стоимость содержания каждого пункта. Знание гидрометеорологической ситуации будем оценивать плотностью вероятности $p(Q(F))$. Тогда неточность информации о вероятностных характеристиках годового стока определяется: 1) расхождением фактических p_f (теоретических) и эмпирических p_e функций распределения, оцениваемым локальной или интегральной метрикой на интервале T лет наблюдений (типа критериев согласия Колмогорова или Пирсона) $\rho_1(p_f, p_e)$, и 2) убывающей функцией числа стоковых постов, наблюдениями на которых аппроксимируется фактическое поле речного стока $f_{N_{ct}}(\rho_1(p_f, p_e))$. Аналогичные оценки примем и для годовых сумм осадков. Тогда экономические потери, связанные с недостаточной плотностью гидрометеорологических постов, можно задать следующей линейной функцией: $L = a_{ct}f_1(N_{ct}) + a_{oc}f_2(N_{oc}) + b$.

Введем ограничения на затраты, связанные с содержанием постов $c_{ct}N_{ct} + c_{oc}N_{oc} = R^*$. Тогда выгода от содержания сети описывается следующей целевой функцией (лагранжианом):

$$G(N_{ct}, N_{oc}, \lambda) = a_{ct}[f_1(0) - f_1(N_{ct})] + a_{oc}[f_2(0) - f_2(N_{oc})] - \\ - c_{ct}N_{ct} - c_{oc}N_{oc} - \lambda(c_{ct}N_{ct} + c_{oc}N_{oc} - R^*),$$

где члены в квадратных скобках описывают уменьшение потерь по мере уплотнения сети.

Приравнявая к нулю частные производные от $G(N_{ct}, N_{oc}, \lambda)$, получаем систему алгебраических уравнений:

$$-a_{ct} \partial f_1 / \partial N_{ct} - c_{ct} - \lambda_{ct} = 0;$$

$$-a_{oc} \partial f_2 / \partial N_{oc} - c_{oc} - \lambda c_{oc} = 0;$$

$$c_{ct} N_{ct} + c_{oc} N_{oc} - R^* = 0,$$

решив которую, можно найти оптимальное число осадкомерных и стоковых постов. Рисунок 4.22 иллюстрирует излагаемую ситуацию. Множитель Лагранжа λ показывает скорость изменения оптимального значения целевой функции G (без последнего слагаемого) при изменении ограничения и называется теневой ценой.

Более разумным представляется использовать ограничения в виде неравенства $c_{ct} N_{ct} + c_{oc} N_{oc} \leq R^*$ (иначе мы «заставляем» тратить деньги). Тогда для придания процедуре решения стандартного вида, в указанное неравенство вводят так называемые избыточные переменные [65], преобразующие его в равенство.

Для определения оптимальных значений N_{ct} и N_{oc} необходимо знать c_{ct} , c_{oc} , a_{ct} , a_{oc} и R^* , f_1 , f_2 . Это требует детального знакомства с экономикой оптимизируемой территории и используемой методикой гидрометеорологических измерений и расчетов. Коэффициенты a_{ct} и a_{oc} зависят от характера использования данных по стоку и осадкам, а для этого необходимо знание математического вида производственных функций [44], в которые входит природный ресурс, например в виде

обеспеченного значения расхода воды. Поэтому практическая реализация экономического подхода требует знания чувствительности производственных функций отраслей экономики, имеющих отношение к оптимизируемым водосборам, к погрешностям гидрометеорологической информации, включая прогнозную. Следовательно, приходится пока ограничиваться чисто гидро-метеорологическим подходом, задавая требуемую точность, исходя из которой находить опти-

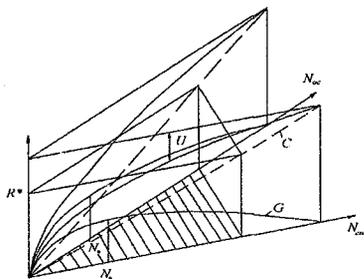


Рис. 4.22. Оптимизация гидрометеорологической сети:

N_0 – оптимальное число постов при несущественности или избыточности ограничения; $U = a_{ct} [f_1(0) - f_1(N_{ct})]$ – уменьшение потерь при увеличении числа постов.

мальную сеть. Но даже в такой ситуации возникает ряд вопросов. Например, что такое «фактическое» распределение $p(Q(F))$, к которому надо стремиться, организуя оптимальную сеть постов?

Данную задачу можно детализировать, не только рассмотрев в качестве «потребителей» выделяемых средств R^* сеть постов для наблюдения за жидким стоком, но и расширив состав наблюдений (измерение мутности, расхода донных и взвешенных наносов и т. п.). Тогда приоритеты в распределении ресурсов можно найти, используя динамическое программирование (с помощью многошаговой процедуры принятия решения). В любом случае требуется привязка к конкретным потребителям гидрологической информации. Задача оптимизации «тонет» в потребителях (целевых функциях, которых может быть сотни: тут и ГЭС, и строительное проектирование, и водный транспорт и многое другое). Однако по мере развития общества осознаются общегосударственные задачи, когда вопрос о «водности» важен сам по себе: что в принципе происходит с гидрологическим режимом, как меняется поле речного стока. На этом этапе развития общества появляется «академическая» задача об оптимальной сети наблюдений для отслеживания изменений характеристик поля. Общие предпосылки решения этой задачи состоят в следующем.

Общие предпосылки появления существующих критериев оптимальной гидрологической сети. В настоящее время существуют признанные как в России, так и за рубежом критерии, позволяющие оптимальным образом определять число режимных постов для наблюдения за речным стоком. В их основе лежит идеология оптимизации метеорологической сети, разработанная О. А. Дроздовым–А. А. Шепелевским [25, 26], усовершенствованная Л. С. Гандиным–Р. Л. Каганом [17] и адаптированная к гидрологии И. Ф. Карасевым [37].

Ее суть заключается в следующем. Основное назначение режимных постов – наблюдение за многолетним стоком рек Y , характеризуемым годовой нормой m и первыми начальными моментами. Рассматривается следующая функция «поля» речного стока: $Y = Y(\xi, C_v, \text{grad } Y, r(l), \sigma)$, где ξ – ось в направлении градиента стока (рис. 4.23, а); $\text{grad } Y$ – градиент стока; C_v – коэффициент вариации годо-

4. Многолетний речной сток

вого стока; $r(l)$ – нормированная корреляционная функция стока; l – расстояние между центрами бассейнов; σ – относительная случайная погрешность определения годового стока по гидрометрическим данным.

Годовой сток можно рассматривать как пространственную реализацию случайной функции с конечным математическим ожиданием, на которое наложены случайные отклонения: $Y(\xi) = m(\xi) + f(\xi)$, где $m(\xi)$ – неслучайная функция математического ожидания (нормы) стока; $f(\xi)$ – случайная функция, характеризующая несинхронность изменений стока для различных рек за одни и те же годы (рис. 4.23, б). Двум составляющим стока соответствуют два критерия размещения сети.

Градиентный критерий. Приращение нормы стока по координате ξ равно $\Delta Y(\xi) = (dm(\xi)/d\xi)\Delta\xi = \Delta\xi \text{ grad } Y$. Необходимо, чтобы изменение нормы стока, определенной для центров двух бассейнов, превышало в 2 раза среднеквадратическую погрешность расчета этого изменения, определяемую по данным измерения на двух смежных опорных постах: $\Delta Y(l) = l \text{ grad } Y \geq 2\sigma_{\Delta Y} = 2\sqrt{2} \sigma_0 Y_{cp}$, где $\sigma_0 = C_v / \sqrt{N}$ – погрешность определения нормы стока; N – число лет наблюдений; Y_{cp} – средняя на участке радиусом l норма стока. Поэтому расстояние между центрами бассейнов, замыкаемых опорными режимными постами, должно быть следующим: $l_{град} \geq (2,82 \sigma_0 / \text{grad } Y) Y_{cp}$.

Таким образом, минимальное расстояние между стоковыми постами определяется физико-географическими условиями, задаваемыми параметрами $\text{grad } Y$ и Y_{cp} , и погрешностью σ_0 . Чтобы определить расчетную площадь, приходящуюся на один стоковый пост, используем

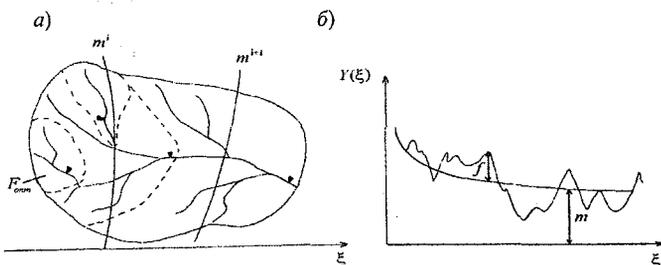


Рис. 4.23. Речной бассейн (а) и две составляющие (б) стока с этого бассейна.

эмпирические соотношения: $L = 2\sqrt{F}$, $l = 0,5 L$, где L – длина реки; F – площадь бассейна; l – расстояние между центрами смежных бассейнов. С учетом этих зависимостей получаем окончательную расчетную формулу для градиентного критерия (минимально допустимой площади, приходящейся на один стоковый пост):

$$F_{\text{град}} \geq \left[8 \sigma_0^2 / (\text{grad } Y)^2 \right] Y_{\text{ср}}^2.$$

Располагать режимные посты чаще, чем требует этот критерий, экономически нецелесообразно.

Корреляционный критерий. При расчетах стока широко используется метод гидрологической аналогии, когда режим водного объекта, для которого нет данных систематических наблюдений за стоком воды, изучается с помощью реки-аналога. Это возможно, если режимы обоих объектов взаимосвязаны, что бывает у не слишком удаленных друг от друга речных бассейнов. По мере увеличения площади смежных бассейнов связь характеристик стока, определяемая случайной составляющей $f(\xi)$, становится все более неоднозначной. Для близко расположенных бассейнов рек имеет место положительная корреляция стока, и нормированная корреляционная функция может быть аппроксимирована линейной зависимостью $r(l) = 1 - al$, где $a = 1/L_0$, $L_0 = 1\ 600$ км – радиус корреляции, т. е. расстояние, при котором функция $r(l)$ переходит через ноль.

В работе [17] представлен вывод различных вариантов формул для среднеквадратической погрешности интерполяции гидрометеорологической величины f : $E^2 = f(\sigma_f^2, m_{\Delta\xi}, n_{\Delta\xi}, z_{\Delta\xi})$, где σ_f – среднеквадратическая погрешность интерполяции нормы f , вес которой невелик, а для изотропных полей $\sigma_f^2 = 0$; $m_{\Delta\xi}$ – ковариация величины $f(m_{\Delta\xi} = m_0 = \sigma^2)$; $n_{\Delta\xi}$ – ковариация погрешностей наблюдений; $z_{\Delta\xi}$ – взаимная ковариация величины f и погрешностей наблюдений. Считая, что $z_{\Delta\xi} = 0 \forall \Delta\xi$, $n_{\Delta\xi} = 0$ (за исключением случая $\Delta\xi = 0$, когда $n_0 = \Delta^2$ – средняя квадратическая погрешность наблюдений величины f), формулу для E^2 можно конкретизировать следующим образом:

4. Многолетний речной сток

$E^2 = am_{\Delta\xi} + b\Delta_0^2 - 2cm_{\Delta\xi_0} + \sigma_0^2$, где 0 – индекс точки, в которой производится интерполяция.

Часто эту формулу используют в безразмерном виде для меры ошибки интерполяции $\varepsilon^2 = a\mu_{\Delta\xi} + b\eta_0^2 - 2c\mu_{\Delta\xi_0} + 1$, где $\mu = m/\sigma^2$ – нормировочный коэффициент; $\eta_0 = \Delta^2/\sigma^2$ – мера ошибки наблюдений.

При линейной интерполяции (а это бывает практически всегда по отношению к наблюдаемым данным; так называемая оптимальная интерполяция также линейна: речь идет об оптимальном, в смысле МНК, выборе коэффициентов в формуле для ε^2) имеем:

$$\varepsilon_{л}^2 = \frac{3}{2} - 2\mu\left(\frac{\Delta\xi}{2}\right) + \frac{1}{2}\mu(\Delta\xi) + \frac{1}{2}\eta_0^2. \quad (4.19)$$

Переходя к обычным для гидрологии обозначениям ($\mu = r$) и нормируя выражение для E^2 , деля каждое слагаемое на норму годового стока, приходим к выражению Карасева [37] для относительной погрешности интерполяции:

$$\sigma_{0и}^2 = \frac{3}{2}C_v^2 - 2C_v r_f \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{C_v}{2} r_f(l) + \frac{1}{2}\sigma_f^2.$$

Погрешность интерполяции стока между пунктами измерений зависит от тесноты коррелятивных связей, максимальна при интерполяции на середину между пунктами наблюдений и с учетом выражения для $r(l)$ определяется формулой [37]: $\sigma_{0и}^2 = 0,5(C_v^2 al + \sigma_0^2)$. Полагая, что точность интерполяции не больше точности измерения стока (т. е. $\sigma_{0и} \geq \sigma_0$), получаем критериальное соотношение $\sigma_{0и}^2 \geq 0,5(C_v^2 al + \sigma_0^2)$.

В соответствии с ним допустимое по условиям корреляции расстояние между центрами бассейнов должно быть следующим: $l_{\text{корр}} \leq \sigma_0^2 / (aC_v^2)$. С учетом приведенных выше эмпирических соотношений верхняя граница расчетной площади бассейна, контролируемой режимным постом, должна быть следующей: $F_{\text{корр}} \leq \sigma_0^4 / (a^2 C_v^4)$.

Кроме двух рассмотренных критериев, обусловленных представлением функции $Y(\xi)$ в виде детерминированной и случайной составляющих, имеется еще один критерий, определяющий размещение сети постов.

Критерий репрезентативности. Речной сток зависит от климатических факторов и

подчинен зональным закономерностям. Так как пространственная изменчивость стока имеет вероятностный характер, то его зональные значения можно относить лишь к бассейнам определенной (репрезентативной) площади $F_{\text{репр}}$. По мере уменьшения площади бассейна все большее значение приобретают локальные (азональные) факторы (глубина эрозионного вреза русел и степень дренирования подземных вод, наличие карста и т. п.), которые создают вариации стока относительно зональных характеристик. Таким образом, появляется третий критерий оптимального размещения гидрологической сети – критерий репрезентативности. Площадь, приходящаяся на один стоковый пост, не должна быть очень малой, иначе информация, получаемая с него, будет отражать не общие зональные закономерности стока, а местные особенности, т. е. не будет репрезентативной.

По результатам наблюдений на стоковых станциях определены предельно малые площади бассейнов $F_{\text{репр}}$. Зональная норма стока не зависит от размеров бассейна, если его площадь больше $F_{\text{репр}}$ (рис. 4.24). Так, по данным К. П. Воскресенского, для лесной зоны азиатской территории бывшего СССР $F_{\text{репр}} \approx 500 \text{ км}^2$, а для степной – $1\,500 \text{ км}^2$.

Определение оптимального числа стоковых постов с помощью критериев и с учетом реальной густоты речных систем на основе закона Хортон. Оптимальная площадь $F_{\text{опт}}$, приходящаяся на один режимный пост, должна находиться в диапазоне $F_{\text{репр}} < F_{\text{град}} \leq F_{\text{опт}} \leq F_{\text{кор}}$. Если данное соотношение между критерия-

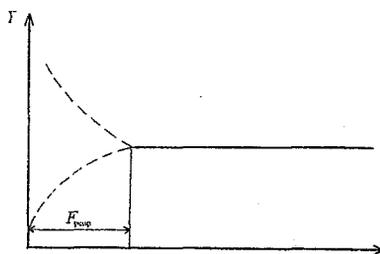


Рис. 4.24. К пояснению критерия репрезентативности.

4. Многолетний речной сток

ми нарушено, то Карасев рекомендует использовать следующие соотношения:

- 1) при $F_{\text{репр}} < F_{\text{кор}} < F_{\text{град}}$ принимается $F_{\text{кор}} < F_{\text{опт}} < F_{\text{град}}$;
- 2) при $F_{\text{кор}}, F_{\text{град}} < F_{\text{репр}}$ назначаем $F_{\text{репр}} < F_{\text{опт}}$.

Общее число режимных стоковых постов в речном бассейне площадью F можно определить по формуле $N_{\text{опт}} = F/F_{\text{опт}}$ (см. рис. 4.23, а).

Нарушение приведенной выше цепочки неравенств (что происходит довольно часто) приводит к тому, что сеть постов не будет оптимальной при заданном уровне погрешности σ . Просто при его нарушении (но при соблюдении в любом случае неравенства $F_{\text{репр}} \leq F_{\text{опт}}$) либо вычисление нормы стока, либо интерполяция будут проводиться с большими погрешностями (их значения можно определить обратным пересчетом критериальных соотношений). Ситуацию проясняет рис. 4.25.

Величина $N_{\text{опт}}$ дает фоновую оценку числа постов, которые замыкают притоки с оптимальной площадью водосбора $F_{\text{опт}}$. Число постов на более крупных притоках можно определить, используя закон Хортона:

$$N_{\text{доп}} = \sum_{i=n_{\text{опт}}+1}^s r^{s-i}, \text{ где } n_{\text{опт}} - \text{порядок притока, имеющих } F_{\text{опт}}; s - \text{порядок речной системы}; r - \text{бифуркационное отношение } (r \approx 3).$$

Таким образом, численность опорных режимных постов будет $N_p = \kappa(N_{\text{опт}} + N_{\text{доп}})$, где κ — коэффициент, учитывающий сеть постов на малых реках ($\kappa \approx 1,15 \div 1,30$). Что касается транзитных участков рек, то по данным работы [37], даже если допустить погрешность определения приращения стока вдвое

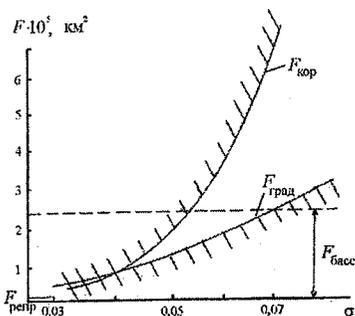


Рис. 4.25. Последствия нарушения $F_{\text{опт}}$, р. Подкаменная Тунгуска.

большую, чем погрешность определения нормы, то необходимо более чем двукратное увеличение расхода на транзитном участке, что практически никогда не бывает. Поэтому посты на таких участках могут иметь специфическое предназначение (учет экстремальных расходов, учет твердого стока и т. д.) и их можно учесть, увеличив нижнее значение коэффициента k .

Критика существующей методики и постановка задачи. Тридцать лет рассмотренные критерии не подвергались сомнению и широко использовались в различных странах. Однако можно сделать ряд замечаний в их адрес. Например, если пользоваться формулой для погрешности $\sigma = C_v / \sqrt{N}$, то получается, что $\sigma \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$, чего быть не может, хотя бы из-за неизбежных инструментальных и методических погрешностей. На самом деле следовало бы использовать формулу следующего вида: $\sigma^2 = \sigma_N^2 + \sigma_\Delta^2$, где σ_N – погрешность из-за ограниченности ряда наблюдений; σ_Δ – случайная погрешность гидрометрического учета годового стока. Однако, учитывая, что N не превосходит нескольких десятков лет, можно считать $\sigma_N^2 \gg \sigma_\Delta^2$, причем в первом приближении $\sigma_N = C_v / \sqrt{N} \approx 0,25 / \sqrt{25} = 0,05$, как принято в работе Карасева [37], хотя это значение погрешности может быть и больше [38].

Далее, в корреляционном (как и в градиентном) критерии величина C_v явно характеризует временную изменчивость C_v^t . Но у нас в качестве независимой переменной выступает координата на оси в направлении градиента стока ξ или, в самом общем случае, площадь водосбора F , контролируемого стоковым постом. Таким образом, речь должна идти об изменчивости по территории, характеризуемой коэффициентом C_v^ξ или C_v^F .

Как известно [35], эргодическая гипотеза для речного стока (кривая распределения годового стока, полученная по материалам многолетних наблюдений для произвольно взятой реки, должна совпадать с кривой распределения стока за любой произвольно взятый год для совокупности всех рек, расположенных на данной территории) не выполняется. Однако в отношении коэффициента вариации C_v^t известно (см. [80], рис. 2.16, б, стр. 126), что $\partial C_v^t / \partial F \approx 0$ (здесь C_v^t – осреднен-

ный по группе пунктов наблюдений за стоком, замыкающих бассейны рек определенной градации площадей, коэффициент вариации годового стока) в интервале площадей от 500 до 25 000 км², причем $C_v^I = 0,34 \div 0,36$ при $\sigma_{C_v^I} = 0,19 \div 0,26$. Таким образом, предпосылки «квазиэргодичности» по коэффициенту вариации вроде бы имеются (во всяком случае, существует диапазон площадей, в котором, возможно, выполняется если не равенство, то пропорциональность величин C_v^I и C_v^F).

По-настоящему оценить сущность рассматриваемых критериев, область применимости, преимущества и недостатки можно, если вывести их из более общих представлений о процессе формирования стока, т. е. расширить изучаемую предметную область [47]. В фиксированной данными критериями предметной области ($dm^1(\xi)/d\xi \neq 0$, $r(\xi_1, \xi_2) = r(\xi_1 - \xi_2) = r(I)$) их сущность ненаблюдаема в принципе. Таким образом, ниже описывается гносеологический переходный процесс (если пользоваться терминологией «частично инфинитного моделирования») замены предметных областей. Процесс построения теории оптимальной сети будет заключаться в совмещении феноменологического описания и нефеноменологического объяснения, которое само (если оно верно) рано или поздно будет лишь явлением (феноменологией) с точки зрения более глубокой модели формирования речного стока.

Пространственная стохастическая модель формирования стока. При любом подходе к получению критериев оптимальной сети используются представления о том, что важно, а что нет в рассматриваемом процессе формирования стока, т. е. его модель. В рассмотренном выше подходе Карасева модель в прямом смысле этого слова, как некое дифференциальное уравнение (или система уравнений), описывающее физическую закономерность (сущность) стока, не использовалось, но определенные его следствия (решения) в виде функций $m(\xi)$ и $r(\xi)$ (явление) были положены в основу критериев.

Получим критерии оптимальной сети исходя из математической модели формирования стока. В качестве исходной (динамической) модели примем дифференциальное уравнение

$$dY/d\xi = -(1/kL) Y + \dot{X}/L, \quad (4.20)$$

где Y – модуль стока; k – коэффициент стока; L – параметр «пространственной релаксации», т. е. того расстояния, на котором бассейн начинает адекватно реагировать на внешнее воздействие (не проявляются азональные факторы формирования стока или, в случае измерительной интерпретации модели, сглаживается влияние погрешностей измерений).

Если ввести обозначения $1/kL = c = \bar{c} + \sigma$; $\dot{X}/L = \bar{N} + \dot{N}$ (здесь \bar{c} , \bar{N} – матожидания; σ , \dot{N} – белые шумы с интенсивностями G_σ , $G_{\dot{N}}$, $G_{\sigma\dot{N}}$), то приходим к стандартному уравнению ФПК для $p(Y, \xi)$.

Уравнения для моментов распределения плотности вероятности и соответствующие им градиентные критерии. Уравнение ФПК аппроксимируем системой дифференциальных уравнений для начальных моментов:

$$dm_n/d\xi = nM[AY^{n-1}] + 0,5n(n-1) M[BY^{n-2}], \quad (4.21)$$

где M – символ математического ожидания, $n = 1, 2, 3, \dots$. Ограничившись тремя моментами, приходим к обычным расчетным гидрологическим характеристикам (норме, коэффициентам вариации и асимметрии).

При $n = 1$ получим уравнение для матожидания модуля стока

$$dm_1/d\xi = (-\bar{c} + 0,5 G_\sigma) m_1 - 0,5 G_{\sigma\dot{N}} + \bar{N}. \quad (4.22)$$

Пренебрегая взаимной интенсивностью шумов ($G_{\sigma\dot{N}} \approx 0$) и учитывая неслучайный характер величины L , получаем $L_1 dm_1/d\xi \approx (-\bar{c} + 0,5 G_\sigma) m_1 + \bar{X}$ (здесь $\bar{c} = 1/k$). Для однородных условий $-\bar{c}m_1 = \bar{X}$. Неоднородность возникает из-за шумов σ , связанных как с естественными изменениями коэффициента стока, так и с погрешностями измерения \bar{X} и m_1 .

Сеть постов должна обеспечить идентификацию параметров модели (4.22) по измеренным значениям m_1 и $dm_1/d\xi$. Поэтому, например, необходимо выполнение неравенства $L_1 dm_1/d\xi \geq 0,5 G_\sigma m_1$ или

$$L_1 \geq 0,5 G_{\bar{c}} m_1 / \text{grad } m_1, \quad (4.23)$$

где $\text{grad } m_1 = dm_1 / d\bar{\xi}$.

Сравнивая это неравенство с градиентным критерием Карасева, видим, что для их совпадения необходимо, чтобы $0,5 G_{\bar{c}} \approx 2,82 \sigma_0$, т. е. при $\sigma \approx 0,05$ имеем $G_{\bar{c}} \approx 0,3$. При $\kappa = 0,3$ такая интенсивность шума порождает примерно 10 %-й интервал неопределенности, для выхода из которого необходимо соблюдение неравенства (4.23). Обобщая это неравенство для момента любого порядка, получаем:

$$L_n \geq n G_{\bar{c}} m_n / 2 \text{grad } m_n.$$

Соотношения между численными значениями L_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) могут, по-видимому, варьироваться в зависимости от характера случайного поля (рис. 4.26).

Выполним иллюстративные расчеты по реальным водосборам, считая, что $0,5 G_{\bar{c}} \approx 2,82 \sigma_0$, т. е. при $\sigma_0 = 0,05$ величина $0,5 G_{\bar{c}}$ будет примерно равна 0,15. Используем известные в статистике формулы: $\mu_2 = m_2 - m_1^2$, $\mu_3 = m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3$, $C_v = \sqrt{\mu_2} / m_1$, $C_s = \mu_3 / \mu_2^{3/2}$ (здесь μ_n — центральный момент n -го порядка). С их помощью достаточно просто вычисляются второй ($m_2 = m_1^2 a$, где

$a = 1 + C_v^2$) и третий

($m_3 = m_1^3 b$, где

$$b = C_s C_v^3 + 3(1 + C_v^2) - 2)$$

моменты, необходимые для подсчета L_2 и L_3 . Как видно из табл. 4.3, в большинстве случаев градиентные критерии различаются, но не очень сильно. В табл. 4.3 гради-

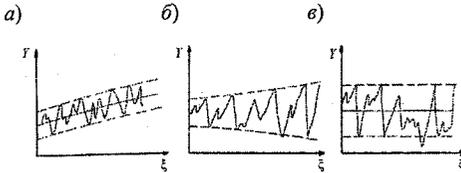


Рис. 4.26. Варианты соотношений между расчетными гидрологическими характеристиками:

а) $dm_1/d\bar{\xi} \neq 0$, $dD/d\bar{\xi} = 0$, $dC/d\bar{\xi} \neq 0$; б) $dm_1/d\bar{\xi} = 0$, $dD/d\bar{\xi} \neq 0$, $dC/d\bar{\xi} \neq 0$; в) $dm_1/d\bar{\xi} = 0$, $dD/d\bar{\xi} = 0$, $dC/d\bar{\xi} \neq 0$.

4.3. Оптимальная сеть гидропостов в расширяющемся фазовом пространстве

ентные критерии обозначены как $F_{\nabla i}$ (переход от линейных размеров к площадным выполнен по указанным выше эмпирическим формулам).

Вывод корреляционного критерия из стохастической модели. Возникает вопрос о корреляционном критерии, который вроде бы не следует из системы уравнений для моментов. Однако это не так. Сделаем вывод этого критерия из стохастической модели формирования стока.

Таблица 4.3

Приближенная оценка численных значений критериев оптимальной гидрологической сети

№	Река, гидрологическая зона	Исходные характеристики					Значения критериев, тыс. км ²				
		$F_{\text{басс}}$, тыс. км ²	m_1 , л/(с·км ²)	C_v	m_2	m_3	$F_{\text{рсп}}$	$F_{\nabla 1}$	$F_{\nabla 2}$	$F_{\nabla 3}$	$F_{\text{кор}}$
1	Подкаменная Тунгуска, лесная	241	6	0,25	38,2	255	0,5	90	97,5	103	160
			8	0,20	66,6	573					
			10	0,15	102,2	1060					
2	Дон, степная	378	5	0,3	27,3	159	1,5	7,82	13,9	6,23	1,58
			2	0,7	7,6	19,8					
			0,5	0,6	0,34	0,26					
3	Западная Двина, лесная	81	10	0,3	109	1270	0,5	44,3	41,1	41,9	5,72
			8	0,3	70	650					
			6	0,3	39	274					
4	Южный Буг, степная	46,2	4	0,3	17,4	81,2	1,5	1,6	2,27	2,13	1,0
			2	0,6	5,4	16,6					
			0,2	1,0	0,08	0,032					
5	Бурья, горнолесная	67,4	16	0,25	271	4833	-	4,65	4,64	3,76	4,1
			10	0,3	109	1270					
			5	0,4	29	175					

Примечание. Значения нормы модуля стока сняты с карт в верхней, средней и нижней частях бассейнов. При подсчете C_v значение $\beta = C_v/C_v$ брались равными 2, за исключением средней и нижней частей бассейна Западной Двины, в которых $\beta = 2,5$.

По определению корреляционная функция — это $K(\xi, \xi') = M[Y^0(\xi)Y^0(\xi')]$, где $Y^0 = Y - m_1$. Тогда дифференциальное уравнение для $K(\xi, \xi')$ будет $\partial K(\xi, \xi')/\partial \xi = M[Y^0(\xi) Y^0(\xi')]$, где

личину $Y^0(\xi) \equiv dY^0/d\xi$ можно определить, используя уравнения (4.20) и (4.22). Для однородных, в отношении корреляционной функции, условий формирования стока получим:

$$dK(\Delta\xi)/d(\Delta\xi) = -(\bar{c} - 0,5 G_{\bar{c}}) K(\Delta\xi); \quad K(\Delta\xi = 0) = D,$$

где $\Delta\xi = \xi' - \xi$, D — дисперсия.

Решение этого линейного уравнения имеет следующий вид:

$$K(\Delta\xi) = D \exp(-\bar{c} + 0,5 G_{\bar{c}}) \Delta\xi.$$

Используем линейную аппроксимацию экспоненты $\exp(-\bar{c} + 0,5 G_{\bar{c}}) \Delta\xi \approx 1 - (\bar{c} - 0,5 G_{\bar{c}}) \Delta\xi$. Тогда $K(\Delta\xi) = D - D(\bar{c} - 0,5 G_{\bar{c}}) \Delta\xi$ или, с учетом соотношения $D = C_v^2 m_1^2$,

$$K(\Delta\xi) = C_v^2 m_1^2 - C_v^2 m_1^2 (\bar{c} - 0,5 G_{\bar{c}}) \Delta\xi.$$

Разделив каждое из слагаемых на квадрат нормы модуля стока, получим $\sigma^2 - \sigma_{\max}^2 = -C_v^2 a l$, где $a = \bar{c} - 0,5 G_{\bar{c}}$, $l = \Delta\xi$. Если считать, что допустимая потеря корреляции не превосходит погрешность измерения стока, т. е. $\sigma_{\max}^2 - \sigma^2 \approx \sigma_0^2$, то расстояние между пунктами наблюдений должно удовлетворять неравенству $l \leq \sigma_0^2 / (C_v^2 a)$, т. е. приходим к выражению, по форме идентичному корреляционному критерию (пример расчетов см. в табл. 4.3).

Критерий репрезентативности как параметр релаксации в модели речного стока. Остается невыясненным (с точки зрения математического моделирования) смысл критерия репрезентативности. Система уравнений первого порядка для начальных моментов (4.21) является линейной, причем решение каждого последующего зависит от предыдущего (но не наоборот). Параметр L , входящий в динамическую модель (4.20) и присутствующий в уравнениях для моментов, определяет зону неоднородности стока, связанную с влиянием азональных факторов, учитываемых краевым («начальным») условием

$m_n(\xi=0) = m_n^0$ ($n = 1, 2, \dots$). Его смысл такой же, как у постоянной времени в обычных динамических системах, численное значение которой определяется (условно) временем достижения выходным сигналом (в нашем случае Y) значения, равного 67 % от установившегося (однородного, в нашем случае) значения.

Решение, например, уравнения для первого начального момента имеет вид:

$$m_1(\xi) = m_1^0 e^{-(\bar{c}-0,5 G_{\bar{c}}) \xi} + \frac{N-0,5 G_{\bar{c}} N}{\bar{c}-0,5 G_{\bar{c}}} \left(1 - e^{-(\bar{c}-0,5 G_{\bar{c}}) \xi} \right), \quad (4.24)$$

где $\bar{c} = 1/kL$ определяет интенсивность изменения экспоненты. На расстоянии $\xi = L$ переходные процессы практически замирают и норма стока определяется не азональными факторами (которые формируют m_1^0), а зональными (в основном нормой осадков).

Редукционные кривые, представленные на рис. 4.8, есть графическое изображение подобных решений. Они соответствуют излагаемой теории и могут служить для экспериментального определения репрезентативного расстояния (или площади). Если около зависимостей провести интервалы неопределенности (СКО для этого приведены в работе [80]), то «точки» перегиба для m_1, m_2, m_3 превращаются в размытый диапазон, где лежат значения $F_{\text{репр}}$ (500 – 5 000 км²). Разумеется, это осредненная картина по всей территории, которая может варьироваться для отдельных гидрологических зон. Надо иметь в виду, что полной редукции по матожиданию нет (как и по старшим начальным моментам), хотя, например, на зависимости $C_v = f(F)$ имеется практически полная редукция в диапазоне площадей от 750 до 25 000 км². Отсутствие полной редукции связано, по-видимому, с нелинейным характером формирования стока и будет обсуждаться ниже.

Связь оптимизации стоковой и осадкомерной сети. В соответствии с решением (4.24), на достаточно большом расстоянии ξ влиянием m_1^0 , формирующим пространственную азональную неоднородность стока, можно пренебречь. Будем (пока) пренебрегать также взаимной интенсивностью шумов $G_{\bar{c}N}$. Тогда решение (4.24) примет простой вид

4. Многолетний речной сток

$m_1(\xi) = N(\xi) / (\tau - 0,5 G_{\tau})$. Считаем, что изменение нормы стока определяется полем осадков. Тогда можно записать $\Delta m_1 = k \Delta \bar{N} / (1 - 0,5 G_{\tau} / \bar{c})$, где $\Delta \bar{N} = \Delta X$; k – коэффициент стока. Это выражение можно записать так

$$\nabla_{m_1} l_{m_1} = k \nabla_N l_N / (1 - 0,5 G_{\tau} / \bar{c}) \quad (4.25)$$

или
$$l_{m_1} = k (\nabla_N / \nabla_{m_1}) l_N / (1 - 0,5 G_{\tau} / \bar{c}), \quad (4.26)$$

где ∇_N , ∇_{m_1} – градиенты нормы осадков и стока; l_{m_1} , l_N – расстояние между стоковыми и осадкомерными постами.

По аналогии с гидрологической сетью можно ввести градиентные критерии для осадкомерной сети $l_N^{\bar{N}} \geq 2\sqrt{2}\sigma_0 N_{\text{ср}} / \nabla_N$, где $\sigma_0 = C_v / \sqrt{n}$ (здесь C_v – коэффициент вариации годовых сумм осадков; n – число членов в ряду осадков или, если принимать эргодическую гипотезу, число пунктов наблюдений).

Корреляционный критерий, так же как и для стоковой сети, можно вычислить, опираясь на формулу Дроздова–Шепелевского (4.19), считая корреляционную функцию годовых сумм осадков линейной, $l_N^{\text{кор}} \approx r_0 (\varepsilon^2 - \eta^2)$, где r_0 – радиус корреляции годовых сумм осадков; ε – допустимая мера ошибки интерполяции; η – мера ошибки измерения. Если считать $\varepsilon = \eta$, то $l_N^{\text{кор}} \leq r_0 \eta^2$. Таким образом, $2,82 \sigma \bar{N} / \nabla_N \leq l_N^{\text{опт}} \leq r_0 \eta^2$. Это неравенство может и не выполняться. Тогда надо поступить как и в случае стоковой сети.

Для осадкомерной сети можно найти и аналог критерия репрезентативности. Имеется в виду репрезентативность данных осадкомерных наблюдений по отношению к окружающей территории, оцениваемая точностью экстраполяции [33]. В соответствии с данной работой, погрешность, с которой локальные данные на конкретной станции характеризуют среднюю на окружающей территории площадью F погрешность репрезентативности, определяется формулой $E(F) = \sigma \sqrt{\varepsilon^2(F) + \eta^2}$, где σ – среднеквадратическое отклонение сум-

мы осадков; $\varepsilon^2(F)$ – мера ошибки представления средних по площади F осадков локальными данными; η^2 – мера ошибки измерения. Величина $\varepsilon^2(F)$ определяется зависимостью:

$$\varepsilon^2(F) = \frac{1}{\sigma^2} \left[f(0, 0) - \frac{1}{F} \int \int f(x, y) dx dy \right]^2,$$

где x, y – пространственные координаты; f – поле осадков. Если корреляционную функцию осадков описывать экспонентой $r(l) = \exp(-e/l_0)$, где l_0 – радиус корреляции, то для относительной погрешности $e(F) = E(F)/N$; $C_v = \sigma/N$, N – средняя сумма осадков.

Используя эту формулу, можно найти репрезентативную площадь, приходящуюся на один осадкомер, исходя из желаемой погрешности экстраполяции осадков на окружающую территорию $F_{\text{репр}} = (e^2 - C_v^2 \eta^2)^2 l_0^2 / (C_v^4 (0,23)^2)$. По данным работы [17] (см. [17], табл. 2.14, стр. 77), при периоде суммирования, равном сезону, для центра ЕТР имеем: $N = 362$ мм, $\sigma = 92$ мм, $l_0 = 290$ км, $\eta^2 = 0,02$. Пусть желаемая погрешность экстраполяции составляет 7%. Тогда по приведенной формуле получим $F_{\text{репр}} = 5,5$ тыс. км².

Влияние нелинейности процессов формирования стока на критерий оптимальности. Уравнение формирования стока можно записать, используя в качестве независимой переменной водосборную площадь F :

$$F_0 dY(F)/dF = -Y(F)/k + X(F), \quad (4.27)$$

где F_0 – параметр “инерционности”, т. е. площадь, на которой перестает сказываться действие азональных факторов. Если $\partial F_0 / \partial Y \approx 0$ и $\partial k / \partial Y \approx 0$, то стандартная процедура стохастического обобщения при обычных предположениях о характере шумов (они должны быть «бе-

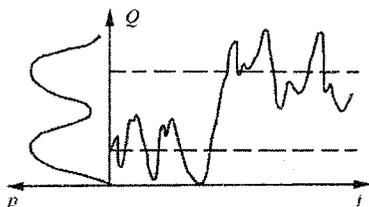


Рис. 4.27. Возможная временная развертка гидрологического процесса при двухмодальном распределении.

лыми») приводит к уравнению ФПК для плотности вероятности $p(Y, F)$. Для стационарных (т. е. в нашем случае – репрезентативных) условий ($dY/dF \approx 0$) его решение приводит к семейству одномодальных кривых Пирсона, которые и описывают законы распределения вне зависимости от площади водосбора.

Однако в общем случае ситуация может быть сложней. Гидрологический потенциал $V(Y)$ ($dY/dF = -\partial V/\partial Y$) можно представить рядом Тейлора [45] $V(Y) = \sum_k c^{(k)} Y^k$. Потенциал возмущается либо внешними гидрометеорологическими воздействиями (например, осадками), либо внутренними, бассейновыми факторами, учитываемыми релаксационным параметром F_0 и коэффициентом стока k . В зависимости от числа удерживаемых членов в ряду и соотношения между коэффициентами $c^{(k)}$

можно получить разнообразные кривые распределения плотности вероятности. Если в качестве независимой переменной взять время t , то можно показать развертку процесса в случае двухмодального распределения (рис. 4.27). Подобное нелинейное явление переброса (смена режимов расходов без видимого изменения осадков и температуры) наблюдается, например, на реках Северного Казахстана. Как отразится на оптимальной гидрологической сети подобное «шизофреническое» поведение водосборов? Ведь норма стока, коэффициент вариации и корреляционная функция, входящие в критерии, представлены здесь в двух экземплярах (более подробно об этом явлении см. [42], стр. 134 – 136).

Судя по отсутствию полной редукции у всех начальных моментов (см. рис. 4.8), процесс формирования стока всегда нелинейный. Но если даже ограничиться обычным уравнением ФПК, полученным на основе линейной динамической модели, на вероятностном уровне эффекты нелинейности все равно имеют место.

В науке и технике хорошо известен эффект детектирования. Его суть поясняет рис. 4.28. Из-за наличия «выпрямителя» (нелинейного элемента $R(i)$) сигнал на выходе получает постоянную составляющую U_0 , хотя на входе постоянной составляющей не было. Имеет место нарушение симметрии: симметричное воздействие преобразуется в несимметричную реакцию системы. Подобный эффект появляется из-за нелинейного параметра системы $R(i)$, изменяющего свои свойства с частотой гармонического воздействия.

В случае стохастической системы (речного бассейна) роль совпадения частот будет играть корреляция $G_{\varepsilon N}$ между параметрическими (ε) и аддитивными (N) шумами, при этом сама стохастическая система может быть и линейной. Наличие асимметрии в гидрологических рядах (причем большей, чем в рядах годовых сумм осадков: $C_s^{oc} \leq 0,25$ [102], $C_s^{ct} \approx 0,6-0,7$, рис. 4.8) подтверждает подобный эффект. При этом теряет всякий смысл принимать коэффициент стока как константу; он просто обязан испытывать случайные колебания, определенным образом связанные с колебаниями водоподачи. Именно эта связь, величину которой характеризует $G_{\varepsilon N}$, и порождает асимметричность распределения (т. е. смещение в рядах стока – несовпадение модального и среднего значений, рис. 4.29). Бытующее среди гидрологов и метеорологов мнение о том, что «положительная асимметрия гидрометеорологических характеристик объясняется влиянием нижнего предела на вид эмпирических кривых обеспеченностей» [80, 102], по-видимому, ошибочно. Если асимметрию порождают пределы, то что порождает отрицательную асимметрию у кривых Пирсона 3-го типа, а также асимметрию обоих знаков у кривой Пирсона 4-го типа, не имеющей пределов ни слева, ни справа?

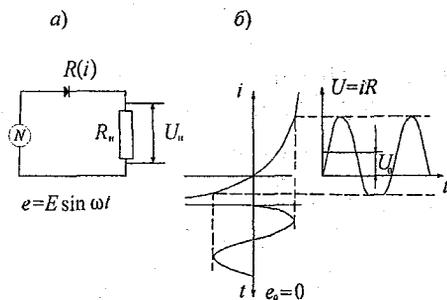


Рис. 4.28. Пояснение эффекта детектирования: а – электрическая схема, содержащая нелинейный элемент; б – входной и выходной сигналы.

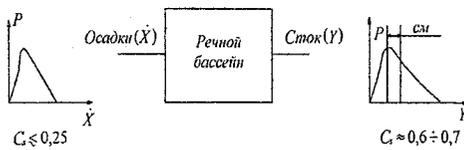


Рис. 4.29. К появлению смещения (см) в распределении $p(Y)$.

Как велико это нелинейное смещение и каково его влияние на критерии оптимальности? Разность между модальным и средним значением зависит [43, 83] от отношения центральных моментов $\mu_3 / 2\mu_2$, а величина

на $G_{\sigma N}$ в первом приближении может быть выражена соотношением $G_{\sigma N} \approx \sigma \mu_3 / 2\mu_2$. В соответствии с решением для уравнения нормы стока (4.24) после завершения пространственной релаксации (ухода от азональности) получим $m_1(\xi) = N - 0,5 G_{\sigma N} / (\sigma - 0,5 G_{\sigma})$. Величина $0,5 G_{\sigma N}$ составляет в среднем 10–15 % от N и, так как нет редукции ни по C_v ни по C_s , является функцией ξ (или F). Происхождение этого «смещения» имеет корни в физике самого процесса формирования стока. Знак его определяется знаком коэффициента асимметрии и при положительном его значении он отрицательный. Все это приводит к появлению дополнительных слагаемых как в формуле (4.23), так и в формуле (4.25), а значит, и к изменению градиентного критерия. Например, формула (4.23) примет вид:

$$L_1 \geq 0,5 G_{\sigma} m_1 / \text{grad } m_1 + 0,5 G_{\sigma N} / \text{grad } m_1 \quad (4.28)$$

(у второго слагаемого знак «+», так как при положительной асимметрии, что характерно для большинства рядов, корреляция $G_{\sigma N}$ отрицательна).

Онтология оптимальной режимной сети, ее парадоксы и перспективы эволюции. *Существующая онтология и невозможность научно обоснованного прогнозирования принципиальных ее изменений.* Более 30 лет критерии оптимальной режимной сети не подвергались критическому анализу и теоретическому обоснованию, что затрудняло осознавать пределы их применимости, преимущества и недостатки. Вместе с тем они широко используются в нашей стране и за рубежом, что говорит об их исключительной практической значимости. В этой работе впервые теоретически получены критерии оптимальной сети из

общей стохастической модели формирования стока, из которых (как частный случай) следуют критерии Карасева. Это позволяет устранить некоторые их недостатки и конкретизировать те условия формирования стока, при которых они справедливы.

Научная онтология оптимальной режимной сети (т. е. универсальные представления о том, что и как надо оптимизировать) базируется на выделении в бесконечно сложных гидрологических процессах некой конечной предметной области, т. е. фиксации более менее рационально обоснованных и имеющих практическое применение представлений о процессе формирования стока. Выделенная Карасевым предметная область характеризуется полем модуля годового стока и фиксируется следующим допущением: $dm_1(\xi)/d\xi \neq 0$; $r(\xi_1, \xi_2) = r(\xi_1 - \xi_2)$. Подобная фиксация достаточно разумна и уходит корнями к работе О. А. Дроздова 1936 г. [24], посвященной оптимизации метеорологической сети.

Эволюция подобной (как и любой другой) онтологии возможна, если: 1) имеет место псевдоинформационный взрыв, т. е. в рамках фиксированной предметной области происходит размножение рациональных структур, не очень различающихся по глубинному смыслу; 2) предприняты действия (затраты энергии и материальных ресурсов), может быть не связанные с данной проблематикой, но позволяющие расширить предыдущую предметную область. Обе эти предпосылки налицо.

После работы Дроздова было много публикаций по оптимизации метеорологической и гидрологической сети. Большинство из них вносили элементы новизны, особенно в этом отношении выделяется работа Карасева [37], потребовавшая внести в методику гидрологическую специфику, но в их основе лежала формула Дроздова–Шепелевского. Поэтому действительно можно сказать, что по глубинному смыслу, заложенному еще Дроздовым (самим фактом фиксирования определенной предметной области), работы не сильно отличаются друг от друга.

С довоенных времен были сделаны огромные затраты энергии (и в прямом, и в переносном смысле), связанные с расширением гидрометеорологической сети и обобщением результатов наблюдений на ней (карты изолиний расчетных гидрологических характеристик различных видов речного стока и т. д.). Стала широко внедряться стохастическая модель формирования речного стока на основе уравнения ФПК [42].

Кроме этого, существующая до сих пор онтология оптимизации была не в состоянии объяснить сущность своих критериев, оставаясь в рамках используемых в ней смыслов (так же как каждый из нас, даже при хорошо развитой саморефлексии, свою сущность не знает: нужен взгляд со стороны, с расширенной предметной области).

Все это вместе взятое (включая и имеющую место критику [107]) сделало существующую онтологию неустойчивой и вынудило ее эволюционировать. Однако возникает вопрос: а на сколько устойчива расширенная онтология оптимизации, представленная в данной работе? Можно ли уже сейчас предсказать дальнейшие пути ее эволюции?

Априори следует сказать, что сделать научно обоснованный прогноз появления «по-настоящему» новой онтологии оптимизации нельзя. Расширение онтологии возможно только за счет прямого действия (затраты энергии), а не за счет существующего знания (т. е. рациональных структур, присущих существующей онтологии: ведь со временем они теряют устойчивость, порождая псевдоинформацию). А так как деятельность, в отличие от состояния, описать стандартным образом невозможно (ее можно только воспроизвести), то отсюда следует и невозможность научного прогноза появления чего-то нового (угадывать можно). Однако на начальном этапе возникновения новой онтологии определенные возможности по предсказанию ее плавной эволюции в рамках адаптационного механизма развития [44] еще имеются. Рассмотрим эту эволюцию (в том числе и в связи с расширением пространственных и временных масштабов гидрометеорологических явлений).

Влияние устойчивости вероятностного процесса формирования стока на плотность сети. Вывод критериев на основе модели ФПК привел, в частности, к формуле для градиентного критерия (4.28). Из нее видно, что нарастание интенсивности шума G_{σ} приводит к увеличению расстояния между смежными постами. Проведенные исследования [45] показали, что параметром $\beta = G_{\sigma} / \sigma$ определяется устойчивость моментов распределения плотности вероятности расходов воды. Поэтому, чем менее устойчив вероятностный процесс формирования стока, тем больше должно быть расстояние между постами, чтобы уловить градиенты матожидания модуля. На рис. 4.30, а показаны зоны потери устойчивости [44]. В них сеть постов (по градиентному критерию) должна быть реже. Интересно, что зона наибольшей неустойчивости совпадает с бессточной областью (рис. 4.30, б) территории бывшего

СССР ([35], стр. 33, рис. 4). По-видимому, это связано с численными значениями коэффициентов стока и их вариациями в этой области. Надо только иметь в виду, что интенсивность шума G_{σ} в формуле (4.26) и в выражении для параметра β , использованном при построении карты на рис. 4.30, а, совпадают лишь в случае, если справедлива гипотеза эргодичности (или ее квазианалоги) в отношении G_{σ} .

Уменьшение роли гидрологических аспектов в действующей онтологии при увеличении водосборной площади.

Посмотрим, как изменится предметная область (и онтология оптимизации) при увеличении водосборной площади. Судя по рис. 4.8 (да и по огромному практическому опыту гидрологических расчетов), при увеличении водосборной площади расчетные параметры (m_1 , C_v , C_s) не выходят за пределы, при которых справедливо семейство Пирсона, а значит, — уравнение ФПК, фиксирующее обсуждаемую предметную область. Все три параметра, правда, уменьшаются, но и это не противоречит здравому смыслу: по мере увеличения площади все более эффективно происходит усреднение случайных процессов. В пределе надо от

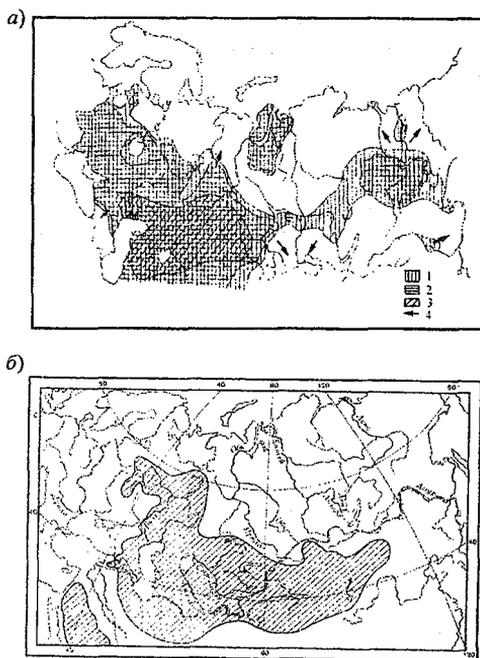


Рис. 4.30. Неустойчивость гидрологического режима на территории СНГ по критерию $\beta = G_{\sigma} / \sigma$ (а) и бессточные области СССР (б):

1) $\beta > 2/3$, 2) $\beta > 1$, 3) $\beta \geq 1,8$ (при современном климате), 4) тенденции к изменению зон неустойчивого развития по климатическому сценарию на 2020 г. (глобальное повышение температуры на 2°C).

речных бассейнов переходить к водосборным площадям морей или океанов. При этом необходимо либо рассматривать многомерное уравнение ФПК для «популяции бассейнов», формирующих сток в океан, либо в качестве выходной переменной рассматривать суммарный сток с бассейнов. Эта «популяция» будет довольно рыхлая и каждый бассейн будет вести себя наподобие Лейбницеvской монады, хотя слабая корреляция шумов будет за счет глобальных климатических факторов. Просуммировав же сток по всем бассейнам, подойдем к модели суммарного стока с поверхности суши в океан с нормой $m_1 = 3,1 \text{ л/(с} \cdot \text{км}^2)$ (коэффициенты вариации и асимметрии, по-видимому, очень незначительные).

С точки зрения оптимизации эти два случая (модель «популяции» и модель суммарного стока) не имеют значения, так как каждый из бассейнов уже прооптимизирован, а значит, прооптимизирована вся площадь суши, с которой осуществляется сток. Гидрологическая специфика процесса («сядущая» в параметрах $G_{\bar{c}}$ и $G_{\bar{c}N}$) при таких площадях практически уже теряется: $G_{\bar{c}N} \rightarrow 0$ (а значит, $C_s \rightarrow 0$), вариации (также незначительные) создаются климатическим шумом G_N , а m_1 — нормой осадков.

Потеря гидрологической специфики формирования стока осуществляется уже с площадями порядка $F_{\text{репр}}$. Парадоксальность ситуации заключается в том, что оперируя при построении оптимальной сети только тремя моментами и пренебрегая четвертым моментом (это обычная в гидрологии практика), мы считаем тем самым, что $G_{\bar{c}} \ll \bar{c} + G_{\bar{c}}$. В то же время $G_{\bar{c}N} \neq 0$ (иначе бы $C_s = 0$), т. е. эффект детектирования есть, но создается он не внутренней (гидрологической) активностью бассейна, а климатическим шумом. Водосборы с площадью $F \geq F_{\text{репр}}$ довольно пассивным образом трансформируют осадки в сток. Судя по формуле (4.26), плотность стоковой сети практически полностью определяется плотностью сети осадкомеров. Возникает довольно неприятный для гидрологов вопрос: а нужна ли вообще плотная режимная стоковая сеть при наличии сети осадкомеров?

Взаимосвязь расчетных гидрологических характеристик с белыми шумами и метеорологическими структурами синоптического масштаба. На графике $C_v = f(F)$ (рис. 4.8) имеется область $F \leq 25\,000 \text{ км}^2$, где $\partial C_v / \partial F \approx 0$. При больших площадях $\partial C_v / \partial F < 0$.

Объяснение подобной структуры функции $C_v(F)$ может быть следующим. Пока площадь водосбора, замыкаемого стоковым постом, лежит в указанных пределах, редукции C_v не наблюдается. Это может быть связано с однородностью (по C_v) внешних воздействий (поля осадков). Действительно, судя по имеющимся материалам [3, 17, 30, 102], наибольшим пространственным структурным образованием этого поля является макромасштабная (синоптическая) система с характерным размером порядка 10^5 км^2 (и выше). Причем ядро этого образования имеет радиус корреляции порядка 100–200 км [17], что в среднем и дает площади порядка $25\,000 \text{ км}^2$. При такой степени покрытия территории водосборы больших площадей осредняют шумы и редуцируют коэффициент вариации.

Может возникнуть следующий вопрос. Характерное время жизни структур синоптического масштаба (циклонов, например) несколько суток. А у нас речь идет о коэффициенте вариации годового стока. Но дело в том, что в соответствии с моделью ФПК коэффициент вариации порождается белыми шумами (например, для нормального распределения $C_v = \sqrt{D}/m_1 = (\sqrt{G_N/\bar{c}})/m_1$ [43]), т. е. случайным процессом с нулевым радиусом корреляции (а практически – много меньшим временем релаксации речного бассейна равным примерно одному году). Именно этому условию и удовлетворяет характерное время жизни синоптических образований. Таким образом, и плато ($\partial C_v/\partial F \approx 0$) на графике $C_v(F)$ порождено не гидрологическими, а метеорологическими особенностями.

Увеличение роли гидрологических аспектов в эволюционирующей онтологии при уменьшении водосборной площади. Разрыв между реальным состоянием гидрологических объектов и используемыми законами (моделями), описывающими их функционирование. Теперь посмотрим, что происходит при F (или ξ) $\rightarrow 0$. В интервале площадей от $F = F_0$ до $F_{\text{реп}}$ действуют так называемые переходные процессы (точнее их надо назвать пространственно-релаксационными, если в качестве независимой переменной выступает не время, а площадь). Парадоксальность ситуации заключается в том, что мы «навязываем» водосбору закон (модель ФПК), по которому должны меняться моменты распределения плотности вероятности. Краевые условия (начальные моменты в «точке» F_0) задаются независимо от уравнения ФПК. К чему это при-

водит рассмотрим на примере решения уравнения для первого момента (матожидания).

Предположим, что на водосборе площадью F_0 происходят некие («азональные») процессы формирования стока, приводящие этот водосбор в состояние $m_1(F_0) = m_1^0$, $dm_1/dF|_{F_0} = \dot{m}_1^0 = 0$. Подставив в решение (4.24) значение m_1^0 , получим «переходной процесс», изображенный на рис. 4.31, где $m_1^0(F_0) = (-\bar{c} + 0,5 G_{\bar{c}}) m_1^0 \neq m_1^0 = 0$ (для простоты при подсчете $m_1^0(F_0)$ считаем, что $N=0$, $G_{\bar{c}N}=0$). Таким образом, «начальное» состояние m_1^0 моделью просто игнорируется, и реальный «переходный процесс», показанный штриховой линией на рис. 4.31, заменяется экспонентой. Следовательно, при постановке задачи о формировании функции $p(Y, F)$ мы должны задавать уравнение ФПК, начальные моменты при F_0 , а также молчаливо постулировать условие скачка для производных от моментов.

Это неизбежная плата за то, что мы пытаемся в новую (для модели ФПК в том виде, как она представлена), еще не рационализированную, предметную область (область азональных процессов формирования стока) выйти со старым (уже освоенным) законом. Поэтому, оптимизируя сеть стоковых постов, поступают вполне благоразумно, выбирая $F_{\text{опт}} > F_{\text{репр}}$.

Тем самым игнорируются нестыковки между состояниями водосборов (m_1^0, \dot{m}_1^0) и законами, которым подчиняется формирование стока на больших территориях.

Чтобы расширить онтологию оптимизации на область $F < F_{\text{репр}}$, необходима деятельность, затрата энергии (проведение экспериментальных исследований, рытье шурфов, идентификация азональных моделей и т. д.), хотя и сейчас уже много сделано в этом направлении. Причем чем меньше оптимизируе-

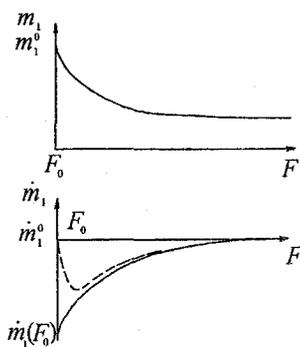


Рис. 4.31. К иллюстрации «нестыковки» между состояниями водосборов и законами формирования стока.

мая площадь, тем более уникален процесс формирования стока на ней (философская категория «единичное» приобретает больший вес), и тем большее число научных понятий (философская категория «общее») надо вводить в рассмотрение, чтобы составить математическую модель и на ее основе разработать критерии оптимального размещения сети.

Особенности оптимизации в горных районах. Попытки построить редуccionные зависимости модуля годового стока от площади горных водосборов оказываются, как правило, безуспешными. В связи с этим возникает вопрос о критерии репрезентативности. Специальные исследования на эту тему с точки зрения задач оптимизации автору неизвестны, но определенные соображения общего характера высказать можно.

Для горных районов прослеживаются хорошие связи модуля годового стока со средней высотой водосборов. Если обратиться к уравнению (4.27), то влияние высоты местности h можно учесть, считая, что $F_0 = f(h)$. Причем по физическому смыслу эта зависимость может быть такой: $F_0 \approx F_{\text{репр}} / (ah + 1)$, где a – коэффициент. Тогда для равнинных рек (при $h \rightarrow 0$) $F_0 = F_{\text{репр}}$, а с увеличением высоты водосбора $F_0 \rightarrow 0$, т. е. водосборы становятся «малоинерционными» и, как говорится, «без лишних слов» сбрасывают выпавшие осадки к замыкающему створу. В этом случае решение типа (4.24) при любых площадях будет $m_1(F) = (N(F) - 0,5 G_{zN}) / (\bar{c} - 0,5 G_{\bar{c}})$, т. е. норма модуля стока определяется в основном нормой осадков. А так как с высотой количество осадков, как правило, увеличивается, то растет и модуль стока. По данным работы [78] (табл. 6, стр. 149 – 172), из 116 горных районов и подрайонов только в пяти случаях наблюдалось уменьшение нормы модуля с высотой, хотя и это связано с осадками.

Таким образом, критерий репрезентативности в горных условиях теряет свой смысл (получается, что все горные бассейны «репрезентативны»).

Связь задачи оптимизации сети с вопросами управления гидрологическими процессами. До сих пор мы рассматривали критерии оптимальной сети, так сказать, в чистом виде без всякой связи с практическим использованием речного стока. Но гидрометеорологическая сеть создавалась не ради праздного любопытства: дескать «интересно», как выглядит поле речного стока и осадков. Учесть практический интерес при размещении сети можно, если ввести этот самый «интерес» в мо-

дель формирования стока в виде управляющего воздействия φ . Проще всего это можно проиллюстрировать на примере уравнения (4.22):

$$dm_1 / d\xi = (-\bar{c}(\varphi) + 0,5 G_{\bar{c}N}) m_1 - 0,5 G_{\bar{c}N} + \bar{N} \pm \varphi.$$

В роли φ может выступать, например, изъятие стока на орошение, водопотребление и т. д. Причем ввести φ можно либо в виде аддитивной добавки, либо мультипликативно через параметр \bar{c} (например, изменение коэффициента стока под действием антропогенных факторов). Тогда, например, при изъятии стока по длине реки (как это происходит в бассейне Амударьи) формула (4.28) примет вид:

$$L_1 \geq 0,5 G_{\bar{c}} m_1 / \text{grad } m_1 + 0,5 G_{\bar{c}N} / \text{grad } m_1 - \varphi / \text{grad } m_1,$$

т. е. на редуccionной кривой либо появляется локальная воронка в области изъятия, либо увеличивается наклон кривой к оси F (или ξ) и по градиентному критерию сеть постов должна быть более густой. В этой формуле два первых слагаемых определяют естественный физико-географический процесс формирования стока, а последнее – антропогенный фактор.

Вообще онтология оптимизации определяется фиксацией предметной области, т.е. моделью – степенью осмысленности гидрометеорологической ситуации. Практическая потребность (управление) стоит на первом месте (рис. 4.32).

Все три блока (и соответствующие им группы гидрометеорологических задач: оценка состояния, прогноз и управление) образуют дос-

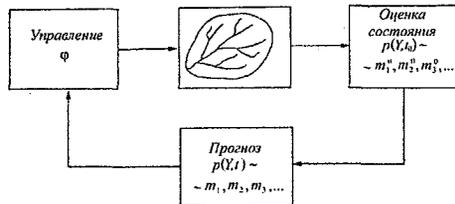


Рис. 4.32. Гидрологическая управляемая система.

точно замкнутую систему. Поэтому характер предполагаемого управления определяет выбор прогностической модели стока, которая диктует, что и как будет оцениваться на поверхности водосбора (т. е. плотность сети, состав и методику гидрометрических работ). Конечно, можно оборвать цепочку между блоками «Оценивание» и «Прогноз» и, так сказать, оценивать «вообще». Но это «вообще» тоже опирается на какие-то модельные, не обязательно в математической форме, представления о стоке и его практическом использовании. Ибо «оценка» — это одна из ступеней процесса познания: от живого созерцания (оценка) к абстрактному мышлению (модель и прогноз на ее основе) и от него к практике (т. е. управлению).

Все рассуждения, выполненные в данной работе в отношении годового стока, оказываются справедливыми (с соответствующими коррективами) для минимального и максимального стока, формирование которых также описывается моделью ФПК.

Влияние на сеть расширяющегося фазового пространства. Что же дальше? Выше была получена формула для корреляционного критерия $L_k = \sigma_0^2 / (C_v^2 a)$, где $a = \bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}$. Умножив и разделив знаменатель на \bar{c} , получим $L_k = \sigma_0^2 / (\bar{c} C_v (1 - 0,5\beta))$, т. е. имеем формулу для учета прямого влияния β на верхнюю границу оптимального расстояния между постами.

При $\beta \rightarrow 2$ получается, что $L \rightarrow \infty$. Что это означает практически? При $\beta = 2$ происходит потеря устойчивости по всем начальным моментам распределения плотности вероятности. Предметная область под названием «речной бассейн» перестает фиксироваться моделью ФПК при линейном динамическом ядре. А раз нет фиксированной предметной области (т. е. она расплывается на весь мир, $L \rightarrow \infty$), то никакое рациональное познание (в рамках одномодального описания речного стока) невозможно.

Однако можно рассуждать и по-другому. Стремление L к бесконечности означает, что при потере устойчивости моментов (в точке бифуркации) возникают дальние пространственные корреляции. Плотность вероятности существует (так как мы имеем дело с линейным уравнением ФПК, для которого доказаны теоремы существования и единственности решения) и более того в силу параболических свойств самой модели, — происходит ее сглаживание, рассасывание по пространству. Распределение становится более равномерными и инфор-

мация с одного поста описывает гидрологическую ситуацию в целом (везде «хаос»).

Эта неустойчивость ставит задачу по обобщению критериев оптимальности путем расширения фазового пространства, т. е. учета наряду с расходами еще двух фазовых переменных: испарения E и изменения запаса воды в почво-грунтах ΔU .

В принципе модель формирования стока в виде уравнения (4.18) остается в силе. Однако, учитывая, что в данном случае сеть постов должна отслеживать изменчивость распределения плотности вероятности фазовых переменных по площади, надо t заменить на F (естественно, что при этом изменится смысл интенсивности шумов, входящих в уравнение ФПК для $p(Q, E, \Delta U; t)$) (при этом в качестве аргументов разумно использовать модули). Логично, как и в предыдущих случаях, перейти от многомерной плотности вероятности к уравнениям для моментов. Однако, в силу нелинейности динамического уравнения для ΔU , система уравнений для моментов не подлежит развязке, так как в этой системе младшие моменты будут зависеть от старших, а для отбрасывания последних оснований нет. В этой ситуации возможны два варианта выхода из тупика: либо переход к уравнениям для кумулянтов, либо применение статистической линеаризации знаковой функции. Подобные процедуры известны уже более полувека (см., например, [81]) и приводят уравнения типа (4.15) к следующему виду:

$$d(\Delta U)/dF = -(\bar{c} + \tilde{c})(\varphi_0 + \mu(\Delta U)^0 + \bar{N} + \tilde{N}), \quad (4.29)$$

где параметры статистической линеаризации φ_0 и μ представляются формулами

$$\varphi_0 = \Phi\left(\frac{m_{\Delta U}}{\sqrt{D_{\Delta U}}}\right), \quad \mu = \frac{2}{\sqrt{2\pi D_{\Delta U}}} e^{-\frac{m_{\Delta U}^2}{2D_{\Delta U}}}$$

(здесь $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ — функция Крампта), $(\Delta U)^0$ — центрированное значение входного воздействия на нелинейный элемент.

В этом случае коэффициенты сноса и диффузии для переменной

ΔU в уравнении (4.18) изменяются и принимают следующий вид:

$$A_{\Delta U} = -(\bar{c} - 0,5\mu G_{\bar{z}})\varphi_0 - \mu(\bar{c} - 0,5\mu G_{\bar{z}})(\Delta U)^0 - 0,5\mu G_{\bar{z}\bar{N}} + \bar{N}, \quad (4.30)$$

$$B_{\Delta U} = G_{\bar{z}}(\varphi_0 + \mu(\Delta U)^0)^2 - 2G_{\bar{z}\bar{N}}(\varphi_0 + \mu(\Delta U)^0) + G_{\bar{N}}. \quad (4.31)$$

Интересно обратить внимание на следующий факт. Если \bar{N} считать известной и записать уравнение для математического ожидания $m_{\Delta U}$

$$dm_{\Delta U} / dF = -(\bar{c} - 0,5\mu G_{\bar{z}})\varphi_0(m_{\Delta U}, D_{\Delta U}) - 0,5\mu G_{\bar{z}\bar{N}} + \bar{N} \quad (4.32)$$

(применение оператора математического ожидания к (4.30) для получения (4.32) ликвидирует член с $(\Delta U)^0$), то $m_{\Delta U} = f(D_{\Delta U})$, чего не бывает в «настоящих» линейных системах.

Как бы там ни было, эта линеаризация позволяет аппроксимировать (4.18) (напомним, что сейчас мы имеем ввиду $p(Q, E, \Delta U; F)$) конечной системой уравнений для моментов (включая корреляционные) фазовых переменных трехмерного марковского процесса (точнее уж — «поля»). Это открывает возможность получить градиентные и корреляционные критерии по каждой из переменных и оценить плотность сети совместных наблюдений за расходом, испарением (по температуре и влажности) и изменением запасов воды в почво-грунтах, обеспечивающих устойчивое статистическое описание функции $p(Q, E, \Delta U; F)$ в рамках корреляционного приближения. Хотя имеет смысл напомнить, что вся эта затея предпринята для гарантированного получения только расхода заданной обеспеченности в условиях, когда одномерное описание неустойчиво (распределение имеет толстый хвост). Наблюдения за испарением и изменением запасов воды в почво-грунтах в данном контексте носят «корыстный» характер, обеспечивая устойчивость («тонкость») двух- или трехмерного хвоста. Хотя не исключено, что существуют (или появятся) производственные функции, требующие характеристики испарения или запасов воды.

Мы не будем выписывать явные формулы для критериев (теперь это уже «дело техники», хотя и трудоемкое), но на основном моменте остановимся. Он заключается все в тех же значениях \bar{c} и $G_{\bar{z}}$ (их изме-

нениях при расширении фазового пространства). Можно ли, например, однозначно сказать, что произойдет с плотностью наблюдательной сети, если сжимаемость среды, формирующей многомерное распределение $p(Q, E, \Delta U; F)$ увеличится?

Возьмем, например, математическое ожидание расхода. Его дифференциальное уравнение имеет вид (запасами ΔU пренебрегаем):

$$dm_Q / dF = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_Q - (\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_E - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}} + \bar{N}. \quad (4.33)$$

Оптимальная сеть постов для расширенного фазового пространства должна обеспечить много чего (критериев набирается с десяток), но в любом случае площадь должна быть такой, чтобы градиент нормы стока на ней был не меньше погрешностей. По аналогии с формулой градиентного критерия в одномерном фазовом пространстве в данном случае имеем

$$F_1 dm_Q / dF \geq G_{\bar{c}}(m_Q + m_E),$$

т. е.

$$F_{\text{град}} \geq G_{\bar{c}}(m_Q + m_E) / \text{grad } m_Q,$$

где $F_{\text{град}} = F_1$; $\text{grad } m_Q = dm_Q / dF$, а $G_{\bar{c}}$ разумеется отличается от $G_{\bar{c}}$ в формуле (4.33); с аналогичной ситуацией мы уже встречались.

С одной стороны, данное $G_{\bar{c}}$ должно быть меньше, чем $G_{\bar{c}}$ в одномерном случае, но с другой – в ситуацию «вмешивается» норма испарения. Аналогичная неопределенность (возможно, кажущаяся) существует и для других моментов. Например, в дифференциальное уравнение для корреляционного момента K_{QE} войдут дисперсии фазовых переменных Q и E , но его спад ($K_{QE} = f(\Delta F)$) будет определяться коэффициентом – $(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})$. И опять встает та же проблема: уменьшение \bar{c} увеличивает сжимаемость, но в какой пропорции уменьшается $G_{\bar{c}}$?

Умозрительно рассудив, можно прийти к выводу, что усложнение контролируемой сетью постов ситуации (все-таки три фазовые пере-

менные, взаимодействующие друг с другом) требует более тщательно отслеживать гидрометеорологический режим и уплотнять сеть наблюдений. В любом случае гидрологическая сеть постов должна оптимизироваться совместно с метеорологической.

Сделаем несколько замечаний по поводу оптимизации сети «вообще». Часто можно слышать замечание: сеть повсеместно сокращают (в связи с отсутствием финансирования на ее содержание, а вы – оптимизация...). Товарищи гидрологи! Оптимизировать – не обязательно увеличивать плотность сети. Она может и сокращаться. Нет денег? Уменьшай нормативную «точность» учета стока и под новую цифру думай, где и что сокращать. Но в любом случае для этого нужны критерии (т. е. формулы, а не гуманитарные рассуждения).

Еще одна группа реплик, которые раздаются на семинарах по оптимизации: «что вы уперлись в Карасева, есть много подходов к оптимизации». К оптимизации может быть и есть другие подходы, но к оптимизации **режимной** гидрологической сети есть только подход Карасева: это он (опираясь на методику Дроздова) стал рассматривать **поле речного стока** и для оценки его (поля) характеристик ввел критерии. В данном разделе развивается именно этот полевой подход (хотя можно ограничиться конкретным водосбором – предложенные модели описывают сток именно с водосборов). Международные рекомендации (в рамках ООН) – просто попытка ограничиться критерием репрезентативности. А вообще-то критерии оптимизации связаны с целевым значением сети: «у каждой цели свои критерии».

5. Прогноз гидрологических катастроф

5.1. Обобщение понятия озера и его включение в модель формирования речного стока. Понятие гидрологической катастрофы

Почему в разделе о прогнозе катастроф мы обращаемся к озерам (водоемам)? С целью показать, что, с одной стороны, величина изменения запаса ΔU (наряду, конечно, с осадками) фактически определяет ход процесса увеличения расхода Q (т. е. «катастрофу»), а с другой — свойства емкости для ΔU ничем (или мало чем), не отличаются от свойств обыкновенного водоема (разумеется, если последним интересоваться просто как проточной емкостью). Ведь насыщающаяся емкость c , если на нее посмотреть шире, ничем не отличается от емкости водоема (почво-грунты — это водоем, заполненный «грязью»). Но уровень водоема, который образуется за счет избытка осадков (таяния снега или заторов), ограничивается только водораздельной линией бассейна, т. е. в обычной ситуации недостижим. В этом смысле гидрологической катастрофы нет (бассейн в озеро не превращается), но «бытовая»

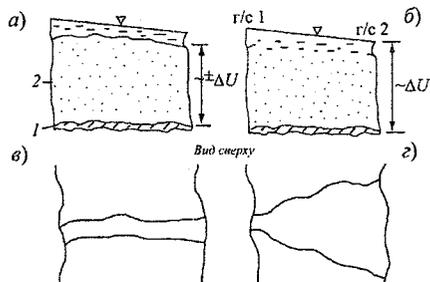


Рис. 5.1. Слияние речного стока с зоной аэрации (а) и превращение двух последних в «псевдоводоем» (б) за счет либо роста сопротивления в $r/c 2$ (например, затор), либо за счет увеличения поступления осадков \dot{X} на водосбор и повышения расхода воды в $r/c 1$.

катастрофа есть: на участке раздела, на котором происходит разлив воды, могут затопляться населенные пункты. Поэтому, связав ΔU с отметкой поверхности земли, можно реально оценивать ожидаемый масштаб наводнений. Поэтому ближайшей нашей целью будет проведение параллелей между моделями водоемов и почво-грунтов (оба объекта рассматриваются как аккумулирующие емкости, рис. 5.1). Посмотрим, какие модели водоемов (озер) име-

ются на сегодняшний день и как они соотносятся в моделями для ΔU .

Не будем тратить слова о важности озер. Сейчас они нас интересуют с точки зрения аккумулирующей способности и ее моделирования уравнением ФПК. Любой водоем при любом серьезном варианте его изучения является нелинейной системой. Размерность пространства вложения для них – 2–3 (см. табл. 1.2). Но существующий математический аппарат марковских случайных процессов подталкивает к их изучению в рамках линейной идеализации.

Наиболее последовательно и обстоятельно модели озер исследовались сотрудниками ИВП РАН [71, 72]. В зависимости от характера аппроксимации потенциала U в уравнении для уровня H озера $dH/dt = -\partial U/\partial H + \varepsilon$ (здесь ε – случайная функция) получаются либо модель линейного фильтра, приводящая к одномодальным распределениям с уровнем тяготения, соответствующим яме потенциала, либо модели, приводящие к более экзотическим двумодальным распределениям. Сначала была взята на вооружение одномодальная модель, однако после скандала с переброской стока в Каспий (уровень последнего вопреки прогнозам стал повышаться) разразилась буря негодования, появились изобличители всех мастей. Среди них оказались и те, кто предсказал это самое повышение. Но на какой основе? На основе «кофейной гущи»: просто угадали. Такая же степень правдоподобности и у двумодальных (нелинейных по динамике, но не по статистике) моделей: можно представить, какая продолжительность ряда наблюдений за уровнем озера должна быть, чтобы делать статистически надежные выводы о значимости второй моды. Однако других предложений о характере вероятностных распределений уровня нет: либо одна, либо две моды (два устойчивых и одно неустойчивое положение равновесия). Существуют озера, уровенный режим которых можно использовать для защиты как той, так и другой модели.

Если теперь обратиться к почво-грунтам, то одномодальная модель уже есть (см. (4.15)). Можно сравнительно легко сделать ее двумодальной. Для этого заменим нелинейность в уравнении (4.15) на гистерезисную:

$$d(\Delta U)/dt = -(\tau + \tau')f(\Delta U) + N + \tilde{N}, \quad (5.1)$$

5. Прогноз гидрологических катастроф

$$\text{где } f(\Delta U) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\Delta U - a), & \Delta \dot{U} > 0 \\ \operatorname{sgn}(\Delta U + a), & \Delta \dot{U} < 0 \end{cases},$$

(см. рис. 5.2, а).

Уравнение ФПК, статистически эквивалентное (5.1), в стационарном случае, с учетом того, что плотность и поток вероятности обращается на бесконечности в нуль, будет:

$$\frac{dp(\Delta U)}{p d(\Delta U)} = \frac{1}{B(\Delta U)} \left(\frac{dB(\Delta U)}{d(\Delta U)} - 2A(\Delta U) \right). \quad (5.2)$$

Общий интеграл уравнения (5.2) имеет вид:

$$p(\Delta U) = k \cdot \exp \left\{ - \int \frac{1}{B(\Delta U)} \left(\frac{dB(\Delta U)}{d(\Delta U)} - 2A(\Delta U) \right) \right\}, \quad (5.3)$$

где нормирующий множитель k находят из условия нормировки

$$k = \left[\int_{-\infty}^{\infty} p(\Delta U) d(\Delta U) \right]^{-1}.$$

Решение (5.3) можно представить в виде (см. работу [5], в которой рассмотрена похожая задача для автоматической системы, возбуждаемой широкополосным шумом):

$$p(\Delta U) \sim \begin{cases} \exp(-2\bar{c}\Delta U/G_N) & \text{при } \Delta U > a, \\ 0,5 \operatorname{ch}(-2\bar{c}\Delta U/G_N) & \text{при } |\Delta U| \leq a, \\ \exp(-2\bar{c}\Delta U/G_N) & \text{при } \Delta U < -a, \end{cases}$$

(рис. 5.2, б).

Высота потенциального барьера (рис. 5.2, в) определяется скоростью насыщения почво-грунтов \bar{c} , интенсивностью аддитивного шума G_N и параметром a , характеризующим ширину гистерезисной петли.

Если в представленные формулы явно ввести постоянную времени τ , характеризующую быстродействие почво-грунтовой предметной области, то ее уменьшение сужает распределение плотности вероятности.

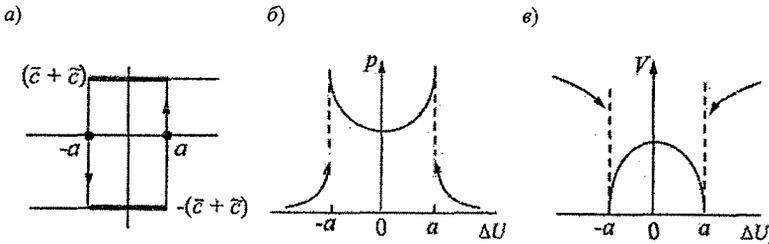


Рис. 5.2. Гистерезисная нелинейность (а), плотность вероятности (б) и потенциал (в).

(При $G_{zN} \neq 0$ возникает асимметрия распределения, а при $a = 0$ приходим к одномодальному распределению $p \sim \exp(-2c|\Delta U|/G_N)$, см. рис. 4.12.)

Конечно, в случае почво-грунтов механизм порождения двухмодальности отличается от такового для, например, Каспийского моря (там он связывается в соленостью и физикой испарения, а тут – навязан моделью (5.1)). Тем не менее, наряду с линейными моделями для Q и E и нелинейными вариантами моделей для ΔU , имеем уравнение ФПК для трехмерной плотности вероятности, с помощью которого можно проводить вероятностное прогнозирование.

Давайте разберемся, что такое вероятностный прогноз по уравнению ФПК. Случайный процесс – это пучок траекторий со сгущением в области модального (модальных) значений. Причем он может расширяться, сужаться, иметь тренды и т. д. (рис. 5.3). Отдельные реализации в какие-то моменты времени могут иметь очень большие (или очень маленькие) значения расхода, но если пучок представляет собой устойчивую статистическую совокупность, то плотность вероятности подобных отклонений по экспоненте стремится к нулю при стремлении расхода к бесконечности.

Прогноз по уравнению ФПК – это переход от распределения $p(Q; t_0)$ к распределению $p(Q; t_1)$ (например) при известных внешних воздействиях, коэффициентах и интенсивностях шумов. Так как $p(Q; t_i)$ – это просто случайное число, взятое в момент t_i (т. е. это указание диапазона расходов и вероятности появления тех или иных его значений), то вероятностный прогноз для марковского случайного про-

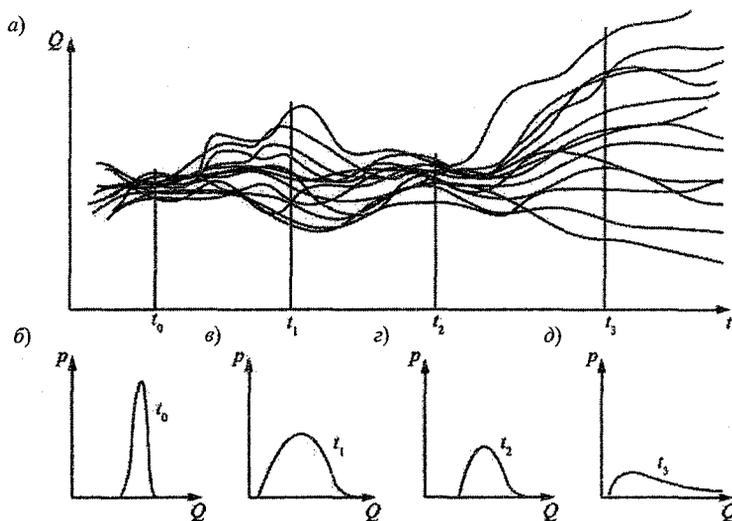


Рис. 5.3. Случайный процесс («пучок траекторий» (а)), а также устойчивые (б, в, з) и неустойчивое по дисперсиям сечения «пучка» (д).

цесса — это получение случайного числа на интервале заблаговременности прогноза. Но это можно делать, если на данном интервале прогнозируемая система не потеряет статистической устойчивости (если не нарушена предельная теорема Чебышева).

А если устойчивость нарушается? Плохо, но не смертельно. Смотря по каким моментам. Если, например, по третьему ($\beta > 0,67$), то мы теряем возможность оценивать прогнозное распределение $p(Q; t + \Delta t)$ (здесь Δt — интервал заблаговременности) более чем по двум моментам, т. е. можем предсказывать ситуацию только в рамках нормального огрубления процесса (теряются нюансы, но главные характеристики пучка все-таки прогнозируются). Эту ситуацию можно назвать «катастрофой по третьему моменту». Прогноз возможен, если «забыть» о третьем моменте и действовать как ни в чем не бывало, оперируя только двумя начальными моментами. Аналогично можно говорить о «катастрофе по дисперсии». Неустойчивость и по математическому ожиданию можно интерпретировать как «катастрофу одномерного распределения».

Мы пытаемся придать слову «катастрофа» узкий и конкретный смысл, чтобы научиться с этими катастрофами работать и «обходить» их. Если же это слово употреблять в рамках «бытового» жаргона, то ситуация становится двусмысленной. Например, можно, решая задачу о выбросах, находить (и даже прогнозировать) характеристики последних для расходов очень маленьких обеспеченностей. Но означает ли это, что мы «рассчитываем и прогнозируем катастрофы»? Нет. Сам факт способности решить подобную задачу говорит о том, что мы имеем дело со статистически устойчивым процессом (находимся в рамках «теории нормальных аварий» [47, 67, 93]) и никакой катастрофы (в изложенном нами понимании этого слова) нет. А бытовая катастрофа (мост смыло) может и произойти (но это статистически предсказуемая, именно «бытовая катастрофа»), а не катастрофа в смысле предсказуемого выброса расхода воды при толстых хвостах).

Итак, мы оказались в условиях настоящей катастрофы: $\beta \rightarrow 2$. Статистический (точнее вероятностный) прогноз такой катастрофы (в смысле значений расхода) невозможен, но можно оценить условия, при которых она может произойти. Ну а можно ли все-таки оценить сами расходы? Можно, если расширить фазовое пространство модели и проводить прогнозы уже «двумерного случайного числа» $p(Q, E; t + \Delta t)$, т. е. убрав толстый хвост у одномерного распределения, сделав его двумерным, но тонким.

Ситуация может повториться: неустойчивость (катастрофа) двумерного распределения по отдельным моментам; потом «настоящая катастрофа» всего двумерного распределения и снова расширение фазового пространства $p(Q, E, \Delta U; t + \Delta t)$. Поэтому можно сделать такой, несколько парадоксальный вывод: гидрологические (и любые другие) катастрофы прогнозировать можно, если используемая для прогноза модель не «рассматривает» процесс как катастрофический, т. е. если она «рассматривает» случайные числа, с которыми имеет дело, как «частично инфинитные» (т. е. как способные к расширению своей размерности до размерности пространства вложения прогнозируемого объекта).

5.2. Режимные и оперативные прогнозы катастроф

Прогнозы, связанные с пучком траекторий, можно разбить на две группы: режимные и оперативные. Поясним смысл, который мы вкладываем в эти понятия исходя из контекста рассматриваемой задачи.

Устойчивый пучок (например, расходов воды) соответствует статистической совокупности, которая возникает, если изучаемая система в определенном смысле замкнута и подвержена влиянию, пусть нами плохоосознаваемых, но в известных пределах стабильных воздействий (таких, что они не нарушают закона больших чисел). Реки – продукт климата, поэтому чтобы пучок расходов был устойчивым на климатическом интервале (несколько десятилетий), сами характеристики климата должны быть устойчивыми (также не должны существенным образом проявляться антропогенные воздействия на водосбор). В этом случае можно считать, что пучок характеризует сложившийся гидрометеорологический режим, обладающий устойчивостью (в статистическом смысле).

Этот пучок не обязан быть стационарным. На рис. 5.4, *a* и *b* показана ситуация, которая реально сейчас имеет место в нормативной гидрологии, положенной в основу старых СНиПов и новых СП. Предполагается, что справедлива эргодическая гипотеза в том смысле, что если многолетний ряд годовых (например) расходов воды «разрезать» на куски и совместить их друг с другом, то получим стационарный пучок. Это такой случайный процесс, в котором в статистическом смысле ничего не меняется: в любом сечении распределение $p(Q)$ одно и то же. При рядах наблюдений в несколько десятков лет таких кусков не очень много «нарежешь». Реально имеют одну реализацию, ее и используют для получения $p(Q)$, проецируя годовые расходы на одно из сечений (рис. 5.4, *b*).

Пучок, представленный на рис. 5.4, *в* (рисунок взят из диссертации бывшего аспиранта автора, доктора Эфраина Домингеса, Колумбия), также характеризует случайный процесс: режим внутригодового хода расходов воды в бассейне р. Магдалены.

Под режимным прогнозом понимаем «перенос» (с помощью модели ФПК) подобных пучков в новые условия (климатические или антропогенные). Ярким примером подобной задачи является оценка дол-

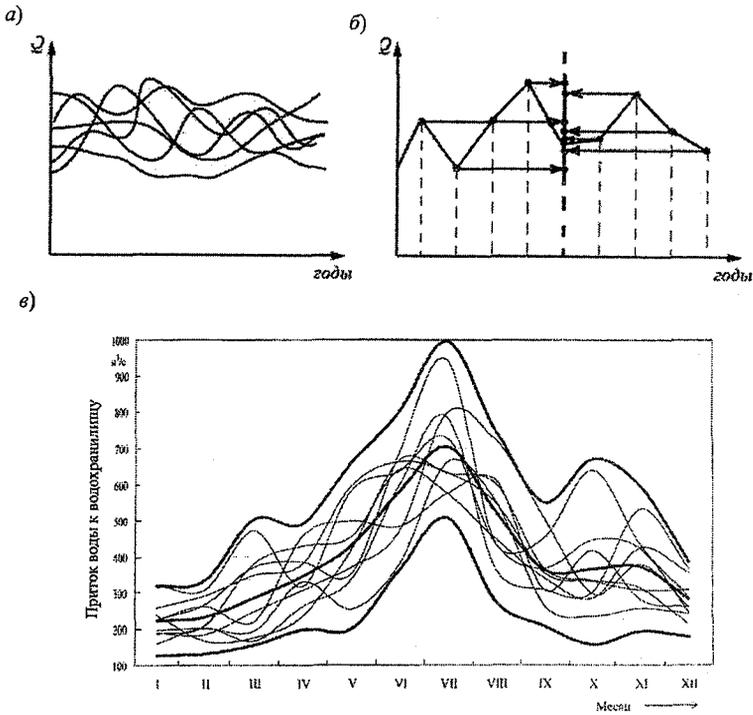


Рис. 5.4. Гипотетический стационарный пучок годовых расходов воды (а), механизм получения его сечения (б) и нестационарный пучок месячного притока воды в водохранилище Бэтанья (р. Магдолена, Колумбия) (в).

госрочных изменений вероятностных характеристик гидрологического режима при климатических изменениях. Существующие климатические сценарии предполагают равновесные режимы, т. е. переходные процессы (насколько нам известно) исключаются. Задаются новые климатические нормы (осадки и температура) и надо определить статистические характеристики (моменты) сечения прогнозируемого пучка, т. е. $p(Q)$. Методика подобного режимного прогноза разработана, апробирована на ретроспективном материале и вошла в учебники [43, 52]. Причем одновременно с климатическим сценарием при прогнозе можно учесть и изменение антропогенной составляющей (вырубка леса,

распашка, урбанизация, демография и т. п.). Это можно сделать с помощью коэффициента стока, так как имеется много работ по его изменению при вариациях перечисленных факторов.

Факт возможной неустойчивости прогнозируемого распределения $p(Q)$ можно установить по характеру прогнозной автокорреляционной функции, связав ее с прогнозируемой нормой и коэффициентом вариации (такие связи имеют место [71]). В этом случае необходимо именно частично инфинитное прогнозирование, т. е. превращение неустойчивого одномерного прогнозного распределения в устойчивое двумерное $p(Q, E)$. Хотя прогнозные испарение само по себе видимо мало кому нужно (производственные функции для него автору неизвестны), но оно играет роль стабилизирующего фактора, повышая сжимаемость прогнозной среды для плотности вероятности $p(Q, E)$. Таким образом, с режимным прогнозом катастроф проблем не возникает, хотя апробации такой методики нет (она появилась буквально «на днях» или лучше «на годах»).

Больше проблем возникает с оперативным прогнозом. Что мы под ним понимаем? Посмотрим на рис. 5.4, в. Конечно, информация, содержащаяся в этом пучке, важна для коммерческого руководства ГЭС. Они видят, например, что в июле можно ожидать увеличение притока по сравнению с зимними месяцами. В ноябре возникает существенная неопределенность в притоке, а значит, и в потенциальной выработке электроэнергии. Но эта информация носит слишком общий («стратегический») характер. Реальное регулирование на ГЭС требует больше конкретики: в прогнозах отталкиваются не от многолетнего закона распределения $p(Q)$, например в мае, а от совершенно конкретного «измеренного» майского расхода, гидрометрический интервал неопределенности которого значительно меньше, чем таковой, зависящий от «майской ширины» пучка. Он определяется только инструментальными и расчетными погрешностями, возникающими при переходе от ежедневных расходов (снятых с кривой $Q = f(H)$) к среднемесячным. Фактически любая прогнозная методика «стартует» с размытой дельта-функции и вот тут начинаются проблемы.

Начальное условие для уравнения ФПК в данном случае получается измерениями, а не по самому уравнению, которое, заметим кстати, носит детерминистический характер. Но для чего используется уравнение ФПК? Для того, чтобы с его помощью трансформировать майские

«начальные статистические моменты» в июньские. Однако эта трансформация связана с параметрами N , G_N , G_ε и $G_{\varepsilon N}$, которые формируются не погрешностями измерений, а физикой формирования режима стока в бассейне р. Магдалена. Таким образом, в начальный момент времени (в мае) происходит объединение совершенно разных предметных областей (почти полностью инфинитных друг другу): измерительной (это метрологические свойства измерений, степень «опьянения» наблюдателей и т. п.) и физико-географической (свойства бассейна, «которому наплевать» на наблюдателей). Сам процесс, «размазывающий» эту начальную дельта-функцию (разумеется, она «размыта», так как измерения вносят неопределенность в расходы) в некое распластанное распределение, носит детерминистический характер.

Самое «удивительное», что измерительная случайность детерминистически «увеличивается», и если этот процесс не остановить новым измерением в июне (т. е. не организовать «коллапс» функции $p(Q)$), то в силу параболических свойств уравнения ФПК прогноз становится все более и более бессмысленным. Мы сейчас даже не обсуждаем вопрос о том, как выполнять параметризацию ФПК (есть разные подходы), важно другое: «менеджер» ГЭС скорее удовлетворится траекторным (детерминистическим) прогнозом с приданием результату некой неопределенности, которая связана с погрешностями, чем вот таким стохастическим прогнозом, который без «коллапсирования» бессмыслен. Скорее он воспользуется просто инерционным прогнозом (или методом тенденции), чем будет анализировать эти «коллапсы» (похожие на таковые в квантовой механике, см. п. 1.4).

Все это мы и называем оперативным прогнозом. Это может быть прогноз катастроф: даже в рамках пучка на рис. 5.4 расход может «шархаться» из стороны в сторону, и эту «полосу шархания» можно сузить, привлекая другие фазовые переменные (E и ΔU). В конце концов, «пучок» – это абстракция: реально мы имеем дело с нескончаемой траекторией $Q = f(t)$, с конкретной реализацией случайного (это еще вопрос) процесса (пучка) и, только сделав всевозможные допущения, можно эту траекторию разрезать на куски и совмещать их в пресловутый пучок.

У каждого из рассмотренных методов прогнозирования катастроф (режимных и оперативных) есть своя «экологическая ниша», своя область эффективного применения. Если нас интересует не просто ситуация «вообще» (которая может сложиться в принципе, как это подра-

зумеваются в СНиПах и СП), а конкретные цифры на конкретную дату, то мы будем склоняться к детерминистическим прогнозам с малым и устойчивым интервалом неопределенности.

Режимным и оперативным прогнозам можно придать еще одну (биологическую) интерпретацию. Любая реализация пучка отражает онтогенез, т. е. индивидуальное развитие конкретной ситуации, которая в биологии предопределена генетически, а в нашем случае конкретным внешним воздействием и значениями задаваемых параметров модели. Случайные события в онтогенезе существенной роли не играют, это процесс детерминистический. При его реализации новой информации не возникает, и если пучок устойчив, то происходит только отбор информации, диктуемый внешними условиями и коэффициентами модели.

Устойчивый пучок в этом смысле также не отражает филогенез (развитие «вида»), так как с помощью уравнения ФПК реализуется механизм отбора распределения плотности вероятности, также соответствующего задаваемым (пусть и в статистическом смысле) внешнему воздействию и коэффициентам. Только при неустойчивости (реализации пучка) в точке бифуркации возможен случайный выбор пути развития и его запоминание (это и трактуется как возникновение новой информации).

Корректное («обычное») моделирование и прогноз – это заведомо только отбор (так как неустойчивость, ведущая к выбору, с порога отвергается по самому смыслу подобных задач). Частично инфинитное моделирование (и прогноз) – это попытка сделать выбор частично предсказуемым: система расширяет фазовое пространство в пользу наиболее шумящего параметра, близкого по своей природе к неустойчивой фазовой переменной.

Рассмотрим иллюстративные примеры применения различных вариантов рассмотренных выше моделей в виде дифференциальных уравнений и отображений (в том числе и с явным введением в них шумов).

Начнем с модели:

$$dQ/dt = -(Q + E + \Delta U)/\tau_Q + \dot{X}/\tau_Q; \quad (5.4)$$

$$dE/dt = -(Q + E + \Delta U)/\tau_E + \dot{X}/\tau_E; \quad (5.5)$$

$$d(\Delta U) / dt = -c \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{sgn}(\Delta U - a), \Delta \dot{U} > 0 \\ \operatorname{sgn}(\Delta U + a), \Delta \dot{U} < 0 \end{array} \right\} / \tau_{\Delta U} + N / \tau_{\Delta U}. \quad (5.6)$$

Пусть $\tau_Q = \tau_E = 1$, $\tau_{\Delta U} = 1$, $\dot{X} = \text{const}$, $a = 0$. Стартуя из любой точки $(Q, E, \Delta U)$ в области притяжения к равновесию, мы имеем частично затухающий процесс переключения (рис. 5.5, а). Если $a \neq 0$, то существует предельный (размытый) цикл, к которому траектории притягиваются как снаружи, так и изнутри (рис. 5.5, б). Подобное поведение определяется видом потенциала (рис. 5.2, в) для величины изменения запаса ΔU . Если в качестве внешнего воздействия взять медленное синусоидальное воздействие осадков \dot{X} , то получим решения, показанные на рис. 5.5, в и 5.5, г. Переходный процесс (он возникает из-за произвольного, несбалансированного задания значений Q , E и ΔU в начальный момент времени) постепенно стабилизуется, хотя из-за отсутствия равновесия (осадки ведь непрерывно меняются) полной стабилизации (или затухания для случая $a = 0$) нет (бассейн в области «равновесия» «дрожит», рис. 5.5, д). Таким образом, хотя расход и испарение в целом находятся в режиме конкурентного взаимодействия, вмешивается третья фазовая переменная, которая при $c > \dot{X} - Q - E$ процесс демпфирует (опять же только «в целом»), но при маленькой скорости накопления влаги (например, почва промерзла) или резком увеличении осадков теряется устойчивость демпфирования, и на рис. 5.5, д возникает в буквальном смысле выброс. Что это означает практически? Воде, поступающей на поверхность бассейна за счет осадков или интенсивного снеготаяния, деваться некуда, быстро испариться она не может, фильтроваться в почво-грунты «никак» (c мало). Остается увеличить расход воды с бассейна. Если же пропускная способность русла мала (затор, например), то начинается наводнение, образование проточного «озера». Если это озеро характеризовать изменением запасы воды в нем ΔU , то катастрофа – это передача управления процессом переменной ΔU . Таким образом, наводнения определяются: 1) осадками, 2) состоянием почво-грунтов, 3) морфометрией участка русла, поймы и прилегающей территории, 4) характером гидравлических сопротивлений.

5. Прогноз гидрологических катастроф

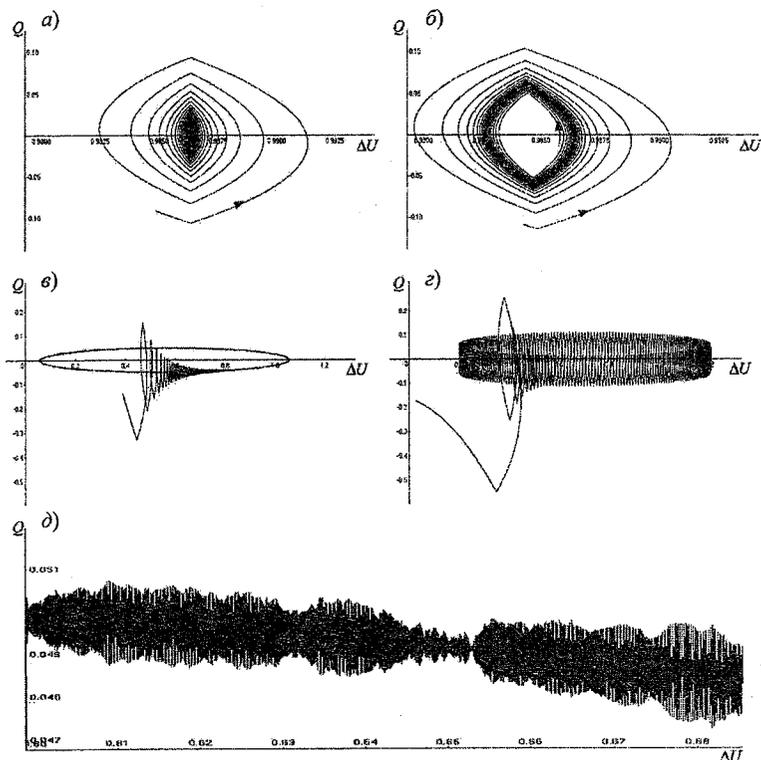


Рис. 5.5. Варианты решения системы (5.4) – (5.6).

Морфометрия и сопротивления – это гидравлический уровень описания ситуации (рис. 5.6). Поэтому на участке возможного затопления (2) имеет смысл воспользоваться диффузионной моделью (1.18). Модель кинематической волны не подходит, если подпор от затора (например) распространяется вверх по течению, а система Сен-Венана при достаточно медленных процессах слишком «тонкий инструмент». Зная морфометрию участка от г/с 1 до г/с 2 (т. е. $F(H(t, x))$), а также характер пропускной способности в г/с 2 и расход в г/с 1 (из системы уравнений формирования стока (5.4), (5.5), (5.6) в зоне 1), можно, решив (1.18), найти, как меняется уровень во времени и по длине затоп-

ляемого участка. (Гидравлическую модель можно сразу записать для урвней воды. Проиллюстрируем такую возможность для модели кинематической волны:

$$\frac{\partial F(H(x, t))}{\partial t} + a(H(x, t)) \frac{\partial F(H(x, t))}{\partial x} = q(H(x, t)).$$

Это уравнение можно записать так:

$$\frac{\partial F}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} + a(H(x, t)) \frac{\partial F}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial x} = q(H(x, t))$$

или

$$\frac{\partial H}{\partial t} + a(H(x, t)) \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{q(H(x, t))}{b(x, t)}, \quad (5.7)$$

где $b = \partial F / \partial H$ – параметр, характеризующий морфометрию затопляемого участка; в каждой точке (x, t) он имеет различные значения правая часть уравнения (5.7) может быть как положительной, так и отрицательной.)

При такой идеализации процесса затопления мы имеем фактически слабопроточное озеро, которое можно моделировать как некую аккумулирующую емкость с переключением знака у изменения запаса воды в зависимости от разности расходов в г/с 1 и г/с 2 и ставя параметр c в модели типа (5.6) в зависимость от объема аккумулирующей емкости, при котором наводнение начинает приносить ущерб. В любом из этих вариантов гидрологической катастрофы (в научном смысле слова) нет, так

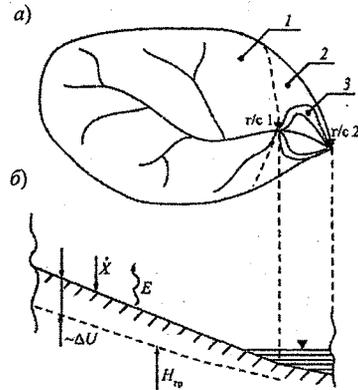


Рис. 5.6. Схематическое изображение речного бассейна: а – вид сверху, б – разрез (1 – зона формирования стока, 2 – зона возможных наводнений, 3 – изогипсы).

5. Прогноз гидрологических катастроф

как используя трехмерное фазовое пространство, мы имеем многомерное устойчивое распределение $p(Q, E, \Delta U)$. С его помощью можно строго нормировать событие определенной вероятности в г/с 1, при которой происходит выход воды на уровень затолпления изогипсы, соответствующей гидрологической катастрофе в бытовом смысле (т. е. причинению ущерба).

В заключение этого раздела остановимся на возможности использования для описания и прогнозирования процесса формирования стока в зоне 1 отображений. (Часто такой подход ближе к реальной жизни, так как гидрологи оперируют дискретными значениями: ежедневные расходы воды, ряд годовых расходов и т. д.) Мы, с одной стороны, упростим систему (5.4) – (5.6) (будем рассматривать только двумерные отображения), а с другой – усложним: сделаем обе составляющие модели нелинейными. За основу возьмем систему эволюционных уравнений:

$$\frac{dQ_i}{dt} = - \frac{\left(\sum_{j=1}^n Q_j \right) Q_i}{W_{Q_i}} + \frac{Q_i \dot{X}}{W_{Q_i}}. \quad (5.8)$$

Эта система содержит n взаимодействующих фазовых переменных Q_i . Если мы ограничиваемся случаем $i = 1$, то вместо (5.8) получим нелинейное уравнение для расхода:

$$\frac{dQ}{dt} = - \frac{cQ^2}{W_Q} + \frac{Q\dot{X}}{W_Q}. \quad (5.9)$$

Уравнение (5.9) – просто обобщение модели линейного фильтра, если в нем положить $\tau = W_Q / Q$. Физически это означает (примерно), что мы вводим в рассмотрение так называемую двухъемкостную модель (различные варианты двух и многоемкостных моделей приводятся, в частности, в работах [4, 22, 59]) (рис. 5.7, а). В формировании стока участвуют два резервуара: поверхностный (параметры k и τ_1) и подземный, который, в конечном итоге, разгружается в реку с временем релаксации τ_2 . Балансовое уравнение для верхнего резервуара

$dW_1/dt = (\dot{X} - Q/k)$, учитывая, что $W_1 \approx \tau_1 Q_1$, можем записать так:

$$dQ_1/dt = (\dot{X} - Q/k)/\tau_1. \quad (5.10)$$

Аналогично для второго резервуара ($dW_2/dt = Q_1 - Q_2$):

$$dQ_2/dt = (Q_1 - Q_2)/\tau_2. \quad (5.11)$$

Объединяя (5.10) и (5.11), получаем:

$$\tau_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} + \left(\frac{\tau_2}{k\tau_1} + 1 \right) \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{k\tau_1} Q = \frac{1}{\tau_1} \dot{X} \quad (5.12)$$

(при $\tau_2 = 0$ естественно приходим к одномерной модели линейного фильтра).

Из математики (см. [69]) известно, что уравнение Риккати (5.9) может быть преобразовано к линейному однородному уравнению второго порядка. Именно таковым и является двухемкостная модель (5.12), если считать $\dot{X} = \text{const}$ и сделать подстановку $Q_* = Q - k\dot{X}$. Поэтому нелинейное обобщение модели линейного фильтра – это просто учет возможности влияния второй емкости. Решение обобщенного уравнения усложняется (рис. 5.7, в). При стохастическом обобщении обе модели приводят к похожему асимметричным распределениям, хотя в случае нелинейной модели возникают нюансы и определенные проблемы [49].

В п. 4.2 уже рассмотрены некоторые варианты действия отображений, соответствующих системе (5.9). Впечатляющая картинка получается, если «заставить» переменные Q_i взаимодейст-

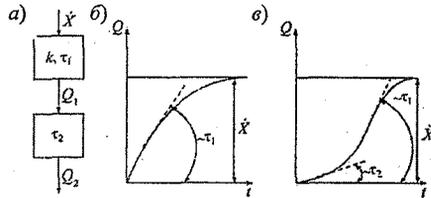


Рис. 5.7. Схема двухемкостной структуры формирования стока (а), реакция одноемкостной (б) и двухемкостной (в) модели на «ступенчатое» воздействие осадков (тангенсы углов наклона пропорциональны временам релаксации τ_1 и τ_2).

5. Прогноз гидрологических катастроф

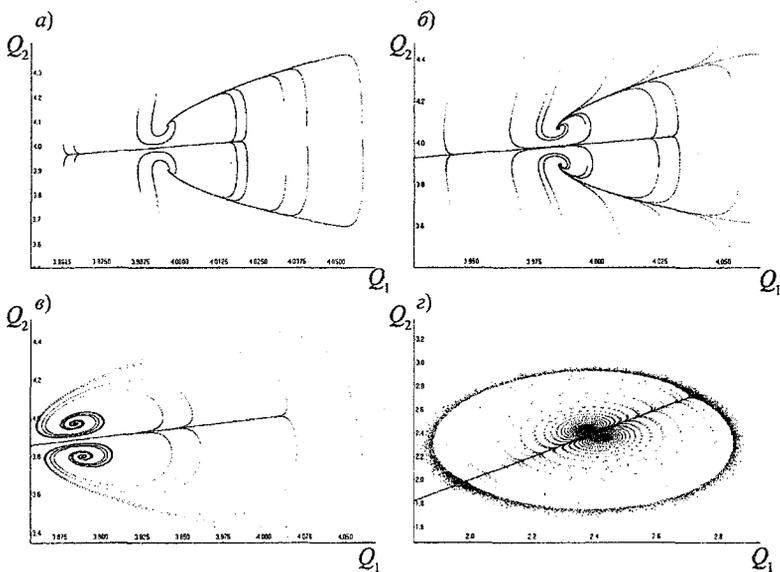


Рис. 5.8. Возникновение стохастических двумерных колебаний при сближении численных значений емкостей Q_1^0 / Q_2^0 .

вовать по типу мутуализма $d\dot{Q}_1 / dQ_2 > 0$; $d\dot{Q}_2 / dQ_1 > 0$ (рис. 5.8). Трудно себе представить, что испарение и расход так могут взаимодействовать. Однако что-то похожее можно получить, если «подключить» модель для ΔU (5.6).

Действительно, величина ΔU ведет себя довольно альтруистично: при избытке ресурсов X она помогает их перерабатывать, а при недостатке – способствует «выживанию» переменных Q и E . Ограничимся двумя фазовыми переменными (Q и ΔU), так как ввод в рассмотрение третьей фазовой переменной поднимает вопрос о тройных взаимодействиях, что науке только предстоит осваивать. Поэтому рассмотрим два уравнения:

$$Q_{i+1} = Q_i - (Q_i - Q_i(X - \Delta U_i)) / Q_0; \quad (5.13)$$

$$\Delta U_{i+1} = \Delta U_i + (X - Q_i - c \operatorname{sgn}(X - Q_i)) / \tau_{\Delta U}, \quad (5.14)$$

в которых под осадками X понимаются «эффективные» осадки (т. е. осадки за вычетом испарения). Визуально решения этих отображений (итерации составили несколько тысяч) выглядят экзотически (рис. 5.9).

Стоит какая-нибудь реальность за этими картинками? В любом случае ряды наблюдений в несколько десятилетий заставляют смотреть на них как на экзотику и огрублять ее трезвым одномодальным асимметричным распределением. (А жаль: ведь это вовсе не означает, что так и есть на самом деле.)

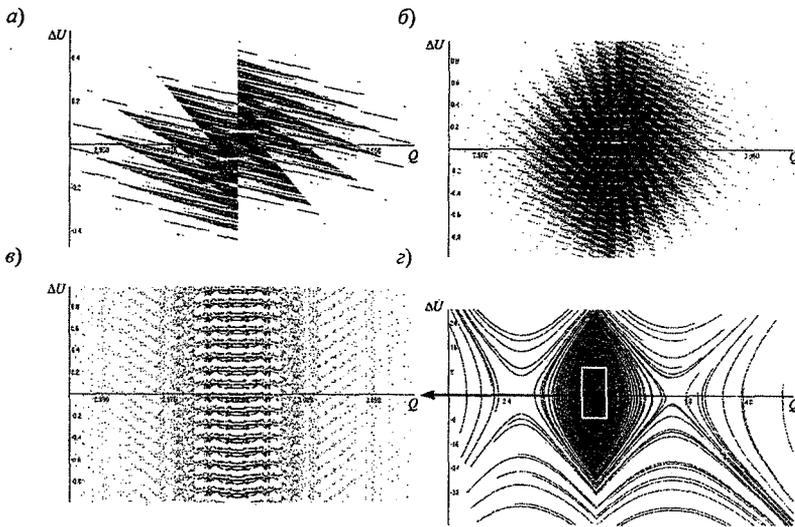


Рис. 5.9. Варианты решения системы отображений (5.13), (5.14) при увеличении емкости стоковой предметной области (при переходе от (а) к (б) на порядок, при переходе от (б) к (с) на два порядка).

5.3. О белых и черных дырах в гидрологии

Из научно-популярной литературы нам известна «черная дыра» как «нечто», втягивающее в себя все, что оказывается вблизи. Аналогично можно рассуждать и о «белых дырах» — это то, что от себя отталкивает. Попробуем, используя эти понятия как метафоры, объяснить те распределения плотности вероятности, с которыми мы встретились в книге (рис. 5.10).

Обычное («классическое») распределение, которое используют гидрологи (рис. 5.10, *а*), в известном смысле действительно напоминает черную дыру: на языке потенциалов оно образует яму, куда «кохотно» скатываются шарики. Если распределение «поднимает хвост» (опускает правую ветвь потенциала, рис. 5.10, *б*), то шарик сравнительно легко может выскочить из этой ямы (дыра «сереет»). В случае двухмодальных распределений возникает «бугорок» (белая дыра), с которого шарик стремится попасть в ямы.

Понятия белых и черных дыр «оправдывают» себя и визуально (см. рис. 5.5, *а* и 5.5, *б*); хотя во многих случаях черная дыра (рис. 5.9, *з*) при более подробном рассмотрении имеет много «белых пятен», и что в ней происходит реально можно обсуждать отдельно. При обычной

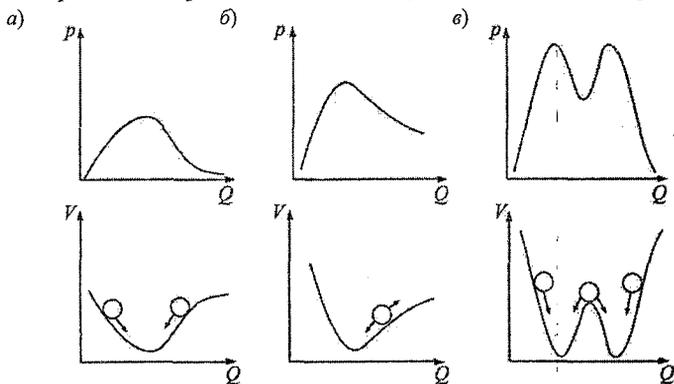


Рис. 5.10. Распределения плотности вероятности и соответствующие им потенциалы:

а — классическое (одномодальное асимметричное), *б* — толстохвостое, *в* — двухмодальное.

(низкой) разрешающей способности средств и методов измерений мы приходим к «классической» гидрологии (рис. 5.10, а), а если немного умозрительно порассуждать, то — к гидрологии «частично инфинитной» (рис. 5.10, б и в). Что стоит за этими распределениями? И только ли гидрология такая («хвостатая» и «двухмодальная»)?

Далее в этом разделе мы будем опираться на три книги, не имеющие отношения к гидрологии, но во многом проясняющие ситуацию [27, 36, 100]. Если воспользоваться моделью фазового перехода Гинзбурга–Ландау с потенциальной функцией

$$V(x, a) = 0,25x^4 + 0,5ax^2,$$

то в зависимости от численного значения параметра a будем иметь потенциалы, представленные на рис. 5.11.

Состояние при $a \approx 0$ (оно отдаленно напоминает самоорганизованную критичность, рис. 5.11, б, если правую ветвь потенциала наклонить к горизонтальной оси) называется критическим и обладает, по крайней мере, двумя закономерностями. Во-первых, хотя в окрестности критической точки корреляционная функция $r(\Delta t)$ спадает по экспоненте $r(\Delta t) = \exp(-\Delta t/\alpha)$, но в самой точке она имеет степенной

вид $r(\Delta t) = \text{const}/(\Delta t)^p$ (спадает значительно медленнее). Это означает, во-первых, что система в таком состоянии не имеет характерного масштаба или, по-другому, находится под «внешним управлением» (например, сток «управляется» испарением в том смысле, что за последним остается преобладающее влияние). Во-вторых, происходит так называемое критическое замедление: система релаксирует к равновесию очень медленно (см. п. 3.1, где что-то подобное только на начальных этапах релаксации наблюдалось для

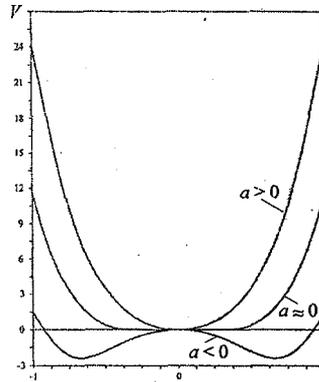


Рис. 5.11. Вид потенциала в зависимости от параметра a .

уравнения (3.1)) – «шарик в плоскую яму не спешит».

Зачем все это надо природе? Оказывается, подобное состояние на грани порядка и хаоса обеспечивает системам благоприятные условия для адаптации. Ну а зачем нужен «бугорок» (белая дыра)? Для того чтобы заставить эту критичность. Флуктуируя вокруг этой дыры, систему не покидает критическое состояние. А зачем ей это (снова зададим себе вопрос)? Потому что система в этом состоянии чувствительна к внешним воздействиям, что позволяет ей лучше адаптироваться (а живым системам – выживать).

Примеров можно привести множество: это и балансирующий канатоходец, и бессмысленная смена власти республиканской и демократической партий в США (финансируемых из одного источника), и даже вертикальная поза человека (это просто критическое состояние, подерживаемое фрактальным шумом).

Каким образом человек может распознавать эту критичность, существующую повсеместно в косной, живой и социальной формах движения материи? Только в том случае, если его мозг сам находится в критическом состоянии. Оно не обязательно «самоорганизуется», существуют механизмы, обеспечивающие флуктуацию над (или «вокруг») бугорком (белой дырой, см. рис. 5.10, в); это и искусство, и ЛСД, и алкоголь, и др. Главное создать синестезию: взаимную активацию различных отделов мозга, отвечающих за качественно отличающиеся рецепторные восприятия явлений разной природы. Отсюда метафорическое мышление творческих личностей. Для чего оно нужно? Чтобы создать в мозгу дальние корреляционные связи («степенные»), характерные для критических состояний. А так как таким связям способствует и изменение химического баланса веществ мозговой ткани, то сгодится и «крымский портвейн» (желательно красный; можно улыбнуться, но такова реальность).

Мозг практически всегда (как и природа) находится в балансирующем режиме. Реализуется это в неоднозначности восприятия, соответствующей двум модам на рис. 5.10, в. Приведем два примера (рис. 5.12). Когда смотришь на рис. 5.12, а, то сначала лестница «идет» снизу вверх (над полом), но потом (какое-то время) воспринимаешь ее как «висячую» под потолком. Аналогичным образом меняется восприятие женщины на рис. 5.12, б – с молодой на пожилую. Частота смены образов в этих двух случаях различна и, видимо, зависит от личного опыта смотрящего, контекста ситуации и т. п. Мне, например, проще

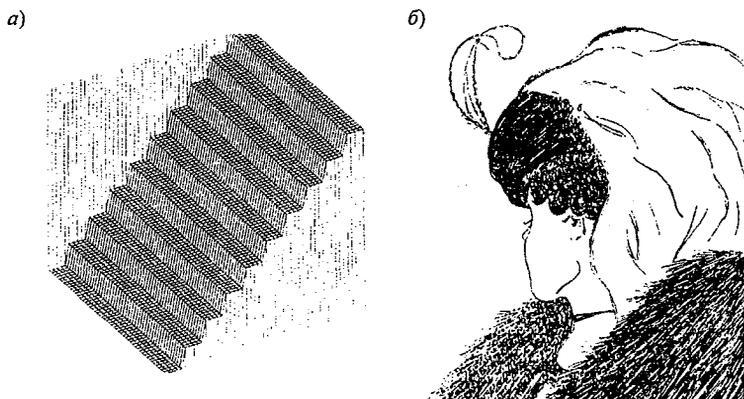


Рис. 5.12. К иллюстрации осцилляции внимания, приводящей к неоднозначности восприятия:

а – лестница Шредера, *б* – образ женщины [36].

(быстрее) перебрасывать внимание между женщинами на рис. 5.12, б.

В книге [36] все это интерпретируется как самоорганизация системы наблюдатель–рисунок, т. е. живое–неживое. После таких обобщений более понятной становится фраза гениального Ф. Ницше: «Если долго всматриваться в бездну, бездна начинает всматриваться в тебя». Применительно к контексту данной монографии это выражение можно переиначить: если долго вглядываться в бездну черных дыр гидрологии, то это бездна через белые дыры начинает вглядываться в тебя, и еще неизвестно кто кого изучает (частично инфинитно).

Гидролог! Вглядимся **эмоционально** в речной бассейн. В его черные и белые дыры статистического режима. Мы увидим в них такое, что никогда не будет доступно равнодушному «специалисту». Мы увидим, что, «поднимая свой хвост» (делая его толстым), он пытается к чему-то адаптироваться и спастись. Этот хвост – проблема для нас (не для него). Для гидрологов это катастрофа, пока мы смотрим на бассейн однобоко («гидрологически»). Посмотрим на него с более широкой («гидрометеорологической») точки зрения: в другом контексте это хвост не толстый, а тонкий (но многомерный). Благодаря этому мы можем не втягиваться в черные дыры катастроф. Их нет, но чтобы это увидеть, нам самим надо уметь адаптироваться к природе через бифуркации в своем сознании (расширять свое фазовое про-

странство). Рецептов для этого нет, процесс творческий.

Уравнение ФПК «рассасывает» любые неоднородности. Необходим определенный режим граничных условий и «поведение» коэффициента сноса, чтобы удерживать какое-либо распределение $p(Q)$ в стационарном режиме. Если коэффициент сноса таков ($G_c \rightarrow \bar{c}$), что вероятность больших расходов велика (толстый хвост), то надо искать виновника шумов и расширять фазовое пространство до (например) $p(Q, E)$. Это означает: во-первых, выявление того, что именно E отвечает за шумы; во-вторых – надо каким-то образом умудриться посмотреть на Q и E с одной точки зрения, увидеть «одинаковость» их природы, объединить их в одной предметной области. Приведем пример.

Пусть есть плоскость (полоска «бумаги»), на одной стороне которой живут «плюскарики» расходюшки, а на другой – испарюшки (обоим племенам неведомо третье измерение). Наблюдая за осадками, они установили, что только 50 % через некоторое время релаксации τ идет на их питание, а 50 % таинственным образом исчезает. Они учли это обстоятельство коэффициентами стока k_Q и испарения k_E . По эмпирическим данным они выполнили «социальное» (по доходам) ранжирование $p(Q)$ и $p(E)$, рис. 5.13, а. Потом построили модели ФПК (каждое племя – свое), на основе их создали «конституции» и жили в рамках устойчивых асимметричных распределений. Вдруг расходюшки увидели, что доля состоятельных лиц ($Q \rightarrow \infty$) резко увеличилась (толстый хвост), возникла угроза национальной безопасности (они хорошо знали теорию К. Маркса о воровской сущности происхождения денег). Испарюшки живут на другой стороне листа (цифры слева для них на рис. 5.13, а увеличиваются сверху вниз, так как они «конкурируют» за X с расходюшками, хотя и те и другие об этом не ведают (об этом знает «природа»). Расходюшки догадываются, что есть «инфинитная» реальность (теневая экономика), которая увеличила шумы, и стали думать как с ней связаться. Проще всего, конечно, проткнуть иглой полосу бумаги, оказаться на обратной ее стороне и вступить в контакт с испарюшками. Но у них нет ни иголок (трехмерных объектов), ни понятия о них. Но вот появилась на свет «расходюшка» по фамилии А. Мебиус и предложила (это он) ошеломляющий шаг для спасения: полуповернуть полосу и склеить ее концы, рис. 5.13, в. Испарюшки и расходюшки оказались на односторонней искривленной поверхности (лист Мебиуса),

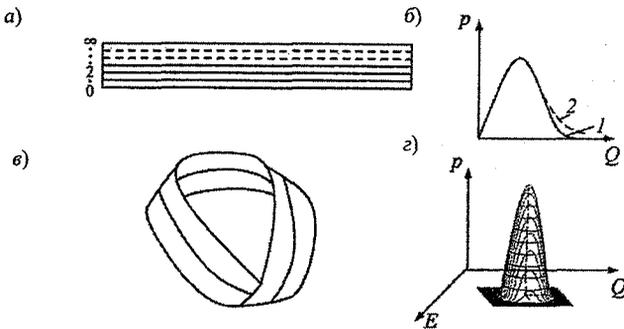


Рис. 5.13. Мебиус на службе у частично инфинитной гидрологии (1 – устойчивое распределение, 2 – толстый хвост).

причем (уж совсем удивительно) только с одним краем (вся граница состоит из одной замкнутой кривой). Испарюшки и расходюшки радостно обнялись, им сразу стал ясен смысл шума, они объединились в социально устойчивую «федерацию» $p(Q, E)$, которая существует и по сей день (рис. 5.13, г).

Как же это у них получилось? Ведь никакой «теории полуповорота» своей страны у них не было. А бог его знает: родился Мебиус, вот и все. На самом деле не просто «вот и все». Был «социальный заказ» на ликвидацию толстого хвоста (ведь он представлял национальную угрозу) и «Мебиус» родился не в единственном числе (был еще И. Местинг).

Получилось нечто конечное (без неуправляемых, «степенных» бесконечностей), но уже двумерное: «конца» нет, но замкнутость есть. В этом суть частично инфинитной гидрологии, она всегда двусмысленна, но именно благодаря ей можно получать ответы на практические вопросы. Катастрофа или нет толстый хвост? Смотря с какой точки зрения на этот хвост посмотреть. С плоскости (рис. 5.13, а) – катастрофа (по крайней мере, по второму начальному моменту), с листа Мебиуса (рис. 5.13, в) – нет. Обнаружение большой неочениваемой вероятности значительных расходов – это просто индикатор очередного тупика у нас в голове.

Заключение (о притягательности новизны)

Дала ли эта книга что-нибудь нового, Вам, уважаемый читатель? Критерий для ответа на этот вопрос существует.

С одной стороны, если дала, то человек должен почувствовать себя уверенней: ну как же, он получил ответы на мучившие его вопросы.

С другой стороны, если дала, то человек должен почувствовать себя менее уверенным, чем до прочтения книги.

Как такое может быть? Критерий один, но у него две стороны. Нет никакого парадокса, «сплошная диалектика» (см. рисунок). На это обстоятельство давно обратил внимание Николай Кузанский [58]. Его трактат так и называется: «Об ученом незнании». Степень своего незнания зависит от того, что ты уже успел узнать. Чем больше знаешь, тем больше ты осознаешь свою глупость («горе от ума»).

Иногда можно услышать просто шокирующие, абсурдные высказывания: гидрологическая наука «старая», в ней уже «все сделано». Так и хочется сказать в ответ: верните в ВАК свой диплом об «ученой степени». Никто не возвращает, видимо считают, что это в их диссертациях «все сделано». Откуда у внешне нормальных людей такие мысли? От «точки» в заштрихованной области на рисунке. Если их знания – точка, то границы у нее нет и такие «ученые» не имеют «ученого незнания» о своей глупости (в данном контексте глупость заключается в том, что люди не знают, что еще надо делать в гидрологии).

Гидрология – наука удивительная! Она и географическая, и историческая, и математическая, и социальная, и экономическая, и «любая». Все мировые цивилизации зародились в бассейнах великих рек.

Несколько слов к тем, для кого в гидрологии «не все сделано». Представим себе зрительный зал и экран (гидрологию). По залу летает один воздушный шарик (фазовая переменная) и проектируется на экран. Наблюдая за тенью шара на экране, вы создаете «классическую гидрологию». А теперь кто-то выпустил в зал несколько шаров (фазовых переменных). Что вы увидите на старом («классическом», плоском) экране? Удивительные вещи: шары (тени) то проходят друг через друга, то отскакивают в сторону. В рамках логики плоского экрана и проекций на него (а любая наука изучает не реальные «шары», а их проекции, т. е. понятия о шарах) новые явления не понять. Надо переходить от плоского экрана (стиля) к объемному («голограмме»). Имен-

но это и пытается сделать частично инфинитная гидрология.

В чем заключается основной стимул заниматься ею? В новизне. Это слово, на мой взгляд, является ключевым в жизни любого человека, страны, цивилизации.

Почему вожди африканских племен за стеклянные бусинки отдавали своих соплеменников в рабство – работорговцам не надо было организовывать «отлова» рабов, их приводили толпами к морским портам (Берег Слоновой Кости) сами вожди для обмена: человек – стекляшка. Потому что цветной стеклянный шарик (да еще с дыркой) что-то новое, невиданное доселе. Это вызывает эмоции. Каков механизм их созданий?

А почему мужья изменяют женам, а жены мужьям? Причем подчас с «партнерами», которые в подметки не годятся законным супругам.

А почему весь Запад помешался на новизне [31]: новые зрелища (доходы «развлекателей» не идут ни в какое сравнение с доходами нормальных людей, даже самых талантливых, приносящих реальную пользу обществу); новая бытовая техника; любая сенсация, даже откровенно идиотская, вызывает неподдельный интерес.

Центр удовольствия не в рецепторах, а в мозгу. Связано это удовольствие с синхронизацией большого числа нейронов. В настоящее время установлено, что «при восприятии повторяющихся процессов вовлечено значительно меньше нейронов, чем при восприятии новизны» [27]. Ну хорошо, новизна вызывает более положительные эмоции.

А они-то зачем? Они выводят мозг в критическое состояние, которое обеспечивает адаптацию человека к непредсказуемым событиям. Это просто способ выживания, «готовность № 1», когда пространственная корреляционная функция нейронов «спадает не по экспоненциальному закону» (если такая метафора уместна для мозга).

Частично инфинитная гидрология выводит на фрактальную границу меж-

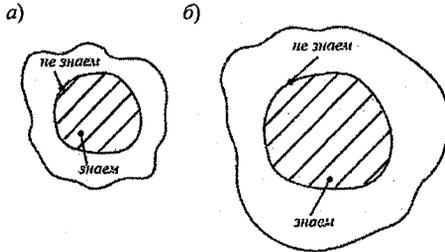


Рисунок. Чем больше мы знаем (заштрихованная область), тем больше частично инфинитная граница между знанием и абсолютным незнанием. Незнание – это линия, все что снаружи – «неизвестно что» (инфинитная реальность). Ученое незнание – это знание о своем незнании [58], оно всегда частично инфинитно и представлено в моделях коэффициентами.

Заклoчение

ду познанным и непознанным (см. рисунок) и поддерживает механизм восприятия новизны. Она создана инстинктом самосохранения. Представим себе на минуточку, что к этой границе нас подвела бы сама жизнь, созрела бы острая практическая необходимость (частично она, конечно, уже созрела) отвечать на те вопросы, которые обсуждались в книге. Как был бы удивлен и беспомощен в такой ситуации гидролог, считающий, что «все уже сделано». Передразнив этого абстрактного «специалиста», можно ответить: «Научная гидрология еще и не началась».

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Методика долгосрочного прогноза (сценарной оценки) многомерных вероятностных распределений (поверхностей) при изменении климата

В гидрологии наряду с эмпирическими кривыми плотности вероятности (или гистограммами) и обеспеченности стараются использовать их аналитические аппроксимации. С практической точки зрения это важно при экстраполяции в зону больших или малых обеспеченностей для назначения (например) проектных значений расхода. Причем даже в рамках фиксированного типа аналитической (теоретической) кривой существует «болтанка» их хвостов в зависимости от задаваемых параметров, например соотношения между C_v и C_s (рис. П.1).

Аналитические зависимости представлены в основном некоторыми типами семейства кривых К. Пирсона, являющегося решением уравнения $dp(Q)/dQ = f(a, b_0, b_1, b_2, Q)p(Q)$, где f – задаваемая функция параметров a , b_0 , b_1 , b_2 , идентифицируемых по фактической кривой плотности вероятности $p(Q)$ или ее моментам. Позже удалось этим параметрам придать гидрологический (физико-статистический) смысл, связав их с шумами, внешними воздействиями и свойствами подстилающей поверхности (см. п. 4.1). Это обстоятельство, в свою очередь, открыло возможность прогнозировать вариации кривой $p(Q)$ при изменении климата и антропогенных воздействий на

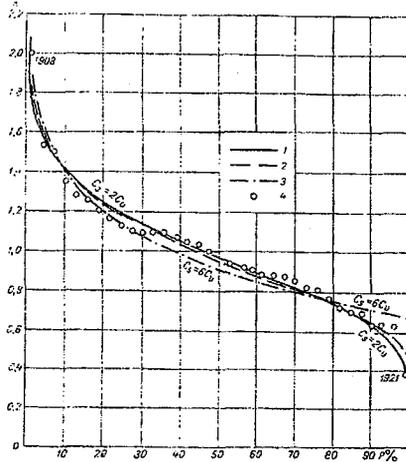


Рис. П.1. Влияние на кривые обеспеченности соотношения C_s/C_v (р. Москва, д. Павалино):
1) $C_s = 2C_v$, 2) $C_s = 3C_v$, 3) $C_s = 6C_v$, 4) наблюдаемые величины [86].

водосборы. Вкратце эта методика сводится к следующему.

Благодаря тому, что уравнение Пирсона является следствием рассмотрения процесса формирования стока как стационарного и линейного (сам Пирсон был далек от гидрологии), возможна его аппроксимация конечным (3 или 4) числом алгебраических уравнений для начальных моментов, причем «развязанных»: младшие не зависят от старших (см., например, (3.9)). По закартированным моментам (они получаются из карт СНИПа для \bar{q} , C_v и C_s/C_v) решается обратная задача (находятся a , b_0 , b_1 , b_2), а затем по климатическому сценарию задается новая норма осадков (температуры и, возможно, других характеристик), входящая в параметры модели, и решается уже прямая задача: находят прогнозные значения моментов, а по ним и прогнозные \bar{q} , C_v и C_s/C_v .

Наложение фактических и прогнозных карт расчетных гидрологических характеристик позволяет выявить возможные аномалии, включая параметры выбросов (рис. П.2).

Использование модели линейного фильтра с коэффициентом стока даст возможность учесть влияние на последний как метеорологических факторов (X , T °С) (см. работы Н. А. Багрова, М. И. Будыко, К. Я. Винникова [8, 9, 13], результаты которых можно сравнительно «безболезненно» адаптировать к нашей модели [43, 52]), так и свойств подстилающей поверхности (распашка, залесенность, заболоченность, демография, урбанизация и др.), так как существуют многочисленные работы по их влиянию на коэффициент стока (в частности, уникальные исследования Б. С. Устюжанина [96]).

Однако подобное упрощенное описание стока (оно, конечно, оправдано всей историей гидрологических расчетов) породило и проблемы, а именно – возможность неустойчивости, о которой много раз упоминалось в монографии. Побороть ее можно только, расширив фазовое пространство и перейдя к многомерным распределениям. В статистике известны попытки использования многомерных распределений (как правило, в нормальном приближении [70, 87]). Нам же, конечно, важно сохранить асимметрию. Это возможно сделать с помощью так называемых «распределений типа А» [87]. От нормальных поверхностей (рис. П.3, а) они отличаются тем, что учитывают третий и четвертый моменты. Используя многочлены Чебышева–Эрмита, удастся учитывать асимметрию и эксцесс, но нам важно связать эти статистические характеристик с генезисом формирования расширенного пространства

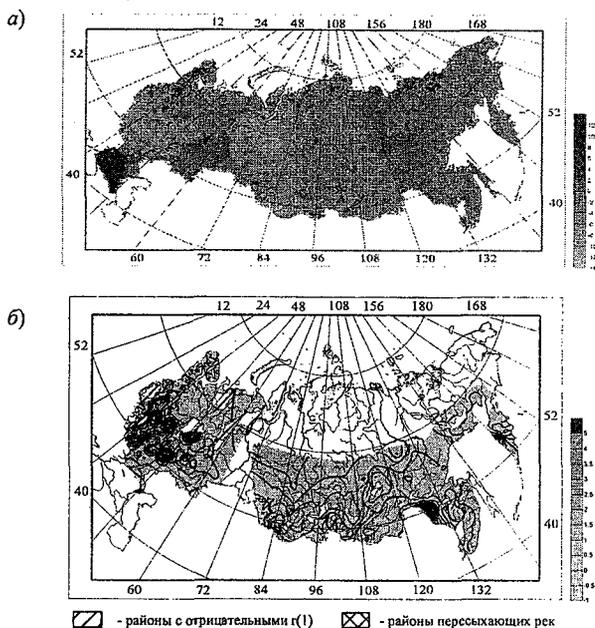


Рис. П.2. Пример карт аномалий (отличий прогнозных от существующих) коэффициентов вариации (а) и частоты выбросов (б) за уровень 80 %-й обеспеченности летне-осеннего стока на территории России для одного из сценариев изменения климата на 2100 г. (построены аспиранткой М. Громовой).

и показать преобразование с уравнением Пирсона (с учетом раскрытия физического смысла его коэффициентов). Зачем нам это нужно?

Для той же цели, для которой используются аналитические распределения в одномерном случае, а именно для экстраполяции многомерного хвоста в область малых обеспеченностей (рис П.3, б).

Получить подобное обобщение уравнения Пирсона на многомерный случай можно следующим образом. В самом общем случае уравнение ФПК можно записать так [34]:

$$\partial p(\vec{x}, t) / \partial t = -\vec{\nabla}' [\vec{A}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)] + 0,5 \text{Sp} [\vec{\nabla} \vec{\nabla}' \vec{B}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)], \quad (\text{П.1})$$

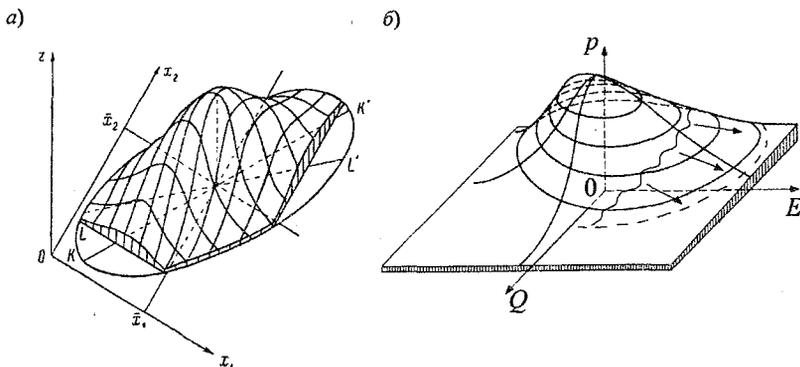


Рис. 11.3. Нормальная поверхность (а) и экстраполяция многомерного хвоста в зону малых обеспеченностей (б).

где \vec{x} – вектор, характеризующий фазовые переменные исходной системы динамических моделей; $\vec{\nabla} = \|\partial / \partial \vec{x}\|$; штрих и Sp означают операции транспонирования и взятия следа.

Соотношение (П.1) является уравнением неразрывности ($\partial p(\vec{x}, t) / \partial t = -\text{div} \vec{\Pi}(\vec{x}, t)$) потока вероятности $\vec{\Pi}(\vec{x}, t) = \vec{A}(\vec{x}, t)p(\vec{x}, t) - 0,5 \text{div} \vec{B}(\vec{x}, t)p(\vec{x}, t)$, который для стационарного распределения ($\partial p(\vec{x}, t) / \partial t = 0$) является величиной постоянной, а учитывая, что на границах $p(\pm\infty, t) = 0$ – нулевой (на границах). Исходя из этого, получаем искомое уравнение:

$$\vec{\nabla} \vec{B}(\vec{x}, t)p(\vec{x}, t) - 2\vec{A}(\vec{x}, t)p(\vec{x}, t) = 0. \quad (\text{П.2})$$

(В отличие от одномерного распределения, для которого справедливо уравнение Пирсона, в многомерном случае возможны вихревые движения в потоке вероятности. Поэтому соотношение (П.2) справедливо при существовании скалярного поля для потенциала $V(\vec{x})$.)

Подобными уравнениями в частных производных первого порядка описываются всевозможные поверхности, они применяются в классической механике и оптике (см., например, [98]). Их специфика в контексте описания вероятностных распределений в том, что они явля-

ются линейными:

$$\sum_{i=1}^n a_i(\bar{x}) \partial p(\bar{x}) / \partial x_i + b(\bar{x}) p(\bar{x}) = 0. \quad (\text{П.3})$$

Конкретизируем это уравнение для случая двух переменных $p(Q, E)$. Будем рассматривать двумерный вариант динамической системы. Он будет максимально упрощен, но приближен к одномерной модели формирующего фильтра:

$$dQ/dt = -(\bar{c}_Q + \bar{z}_Q)(Q + E) + N + \bar{N}_Q;$$

$$dE/dt = -(\bar{c}_E + \bar{z}_E)(Q + E) + N + \bar{N}_E.$$

(Причем \bar{c}_Q , \bar{z}_E и \bar{N}_Q , \bar{N}_E считаем взаимно независимыми белыми шумами, а \bar{c}_Q , \bar{N}_Q и \bar{z}_E , \bar{N}_E — коррелированными.)

Для этой системы имеем следующие коэффициенты сноса и диффузии:

$$A_Q = -(\bar{c}_Q - 0,5G_{\bar{c}_Q})(Q + E) - 0,5G_{\bar{c}_Q \bar{N}_Q} + \bar{N};$$

$$A_E = -(\bar{c}_E - 0,5G_{\bar{c}_E})(Q + E) - 0,5G_{\bar{c}_E \bar{N}_E} + \bar{N};$$

$$B_{QQ} = G_{\bar{c}_Q} Q^2 + G_{\bar{c}_Q} E^2 + 2G_{\bar{c}_Q} QE - 2G_{\bar{c}_Q \bar{N}_Q} Q - 2G_{\bar{c}_Q \bar{N}_Q} E + G_{\bar{N}_Q};$$

$$B_{EE} = G_{\bar{c}_E} E^2 + G_{\bar{c}_E} Q^2 + 2G_{\bar{c}_E} QE - 2G_{\bar{c}_E \bar{N}_E} Q - 2G_{\bar{c}_E \bar{N}_E} E + G_{\bar{N}_E};$$

$$B_{QE} = B_{EQ} = 0.$$

Поэтому уравнение (П.2) принимает вид

$$\sum_{i=1}^2 \partial(B_i p) / \partial x_i - 2A_Q p - 2A_E p = 0$$

или

$$p \partial B_Q / \partial Q + B_Q \partial p / \partial Q + p \partial B_E / \partial E + B_E \partial p / \partial E - 2A_Q p - 2A_E p = 0.$$

Последнее соотношение можно представить в форме (П.3), где

$$\sum_{i=1}^m a_i(x) \partial p / \partial x_i = B_{Q_Q} \partial p / \partial Q + B_{E_E} \partial p / \partial E ;$$

$$\bar{b}(x) = \partial B_{Q_Q} / \partial Q + \partial B_{E_E} / \partial E - 2A_Q - qA_E .$$

В уравнении (П.3) должны быть известны (заданы) восемь параметров ($\bar{c}_Q, G_{\bar{c}_Q}, G_{\bar{N}_Q}, G_{\bar{c}_Q \bar{N}_Q}; \bar{c}_E, G_{\bar{c}_E}, G_{\bar{N}_E}, G_{\bar{c}_E \bar{N}_E}$), причем \bar{c}_Q и \bar{c}_E близки к единице (если нет трендов, например за счет накопления или разгрузки вод в почво-грунтах). Предполагается, что $G_{\bar{c}_Q} < \bar{c}_Q$ и $G_{\bar{c}_E} < \bar{c}_E$ (иначе и двумерный хвост начинает толстеть).

Так же как и в одномерном случае, процедура прогноза разбивается на два этапа: 1. Параметризация модели (П.3) (обратная задача): по известной поверхности $p(Q, E)$ (двумерной гистограмме), соответствующей стабилизированному климату (примерно до 1980 г.), и известной норме осадков \bar{N} находим численные значения восьми перечисленных выше параметров на сетке, с размерами, диктуемыми разрешающей способности географической карты, по которой идентифицируются поля стока и испарения. 2. Задание прогнозной нормы осадков (из климатического сценария), а также, возможно, новых значений других параметров (если появятся работы, связывающие их с климатическими или антропогенными факторами, как это имеет место в отношении коэффициента стока в одномерном случае) и решение прямой задачи, т. е. нахождение прогнозной поверхности $p(Q, E)$ по уравнению (П.3).

Обычным путем параметризации в одномерном случае было использование системы уравнений для моментов, аппроксимирующих уравнение Пирсона. Такой путь не исключается и в данном случае, однако представляется, что более эффективный способ может заключаться в нахождении параметров оптимизацией или прямым решением системы уравнений, получающихся применением к модели (П.3) метода наименьших квадратов. Так как значения $p(Q, E)$ и $\partial p / \partial x$ ($x = (Q, E)$) определяются не точно (и ряды короткие, и испарение не измеряется непосредственно, а вычисляется косвенным путем), то равенство (П.3) в реальности строго выполняться не будет:

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^n a_i(x) \partial p(x) / \partial x_i + b(x) p(x) \neq 0.$$

Выберем минимизируемый критерий исходя из привлечения к нахождению минимизируемой погрешности Φ_1 всего ряда наблюдений на интервале T :

$$L(c_Q, G_{\bar{c}_Q}, \dots) = \int_0^T \Phi_1^2 dt.$$

На искомые параметры $\bar{c}_Q, G_{\bar{c}_Q} \dots$ можно наложить ограничения (типа тех, которые должны выполняться для линейного формирующего фильтра — $G_{\bar{c}} G_{\bar{N}} > G_{\bar{c}\bar{N}}^2$, так как квадрат взаимной интенсивности не может быть больше произведения интенсивностей): $F_m(\bar{c}_Q, G_{\bar{c}_Q}, \dots) = 0$, где m — число дополнительных ограничений, наложенных на искомые параметры. Следовательно, решение задачи сводится к исследованию на экстремум функции Лагранжа:

$$\Phi(\bar{c}_Q, G_{\bar{c}_Q}, \dots, \lambda_j) = L(\bar{c}_Q, G_{\bar{c}_Q}, \dots) + \sum_{j=1}^m \lambda_j F_j(\bar{c}_Q, G_{\bar{c}_Q}, \dots),$$

где λ_j — постоянные множители.

Из необходимого условия минимума

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z_i} = \int_0^T \Phi_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial z_i} dt + \lambda_T \frac{\partial F}{\partial z_i} = 0$$

(здесь искомые параметры переобозначены через z_i) получаем систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов z_i и λ_T , решая которую (например, методом Крамера, хотя этот метод — проблемный) выполняем первый этап (параметризацию) прогнозной процедуры (интеграл, естественно, заменяем суммой по числу лет наблюдений).

Подобный (трафаретный) метод описан подробно применительно к задаче идентификации пропускной способности русла [42, 43, 52], причем в учебнике [43, 52] раскрыта его математическая подоплека с использованием функционального анализа.

Проблемы (хотя и преодолимые) могут возникнуть при решении получающейся системы алгебраических уравнений (например, ее плохая обусловленность). Поэтому не исключено, что прямой численный метод оптимизации также может привести к успеху, хотя и тут возникают проблемы, связанные с большим числом оптимизируемых параметров.

Еще одним путем прогноза двумерной поверхности $p(Q, E)$ в случае неустойчивости одномерного распределения $p(Q)$, возможно, может служить следующий. Какая мотивация экстраполировать в область малых обеспеченностей (или прогнозировать) двумерные распределения? Чтобы найти значения расхода заданной обеспеченностей (испарение с точки зрения производственных функций пока вроде не нужно). Следовательно, можно попытаться свести ситуацию к одномерному (но не безусловному) распределению. Выделим на рис. 4.13, а линию, соответствующую наименьшему градиенту $\partial p / \partial Q$ (ее проекция хорошо прослеживается на рис. 4.13, б). Это и не условная $p(Q/E)$ и не безусловная $p(Q)$ кривая распределения. Вероятнее всего, она соответствует «прямой ортогональной средней квадратической регрессии» [56]. В отличие от безусловного распределения (которым пользуются гидрологи в рамках СП) у подобного распределения хвост более прижат к оси расходов. Это распределение можно аналитически представить какой-либо из обычно используемых устойчивых аппроксимаций эмпирических распределений (например, кривой Пирсона третьего типа) и прогнозы (как и экстраполяцию) выполнять именно по ней.

2. Почему в книге не употребляется слово «синергетика» (ответ на устные замечания лиц, просмотревших рукопись)

Модное в недавнем прошлом слово «кибернетика» сейчас заменено (в смысле популярности) словом «синергетика». Под ним поминуют в основном процессы самоорганизации: то вихри в потоке «самоорганизуются» в «валыцы», то «самоорганизуются» социальные структуры в обществе и т. д. Все это – процессы движения, понимаемые в диалектическом смысле (как изменение, развитие). Конечно, вряд ли кто-то на небесах указывает банде жуликов, как организовать финансовую пирамиду или провести «приватизацию» с помощью «ваучеров». Но не менее глупо думать, что группа проходимцев «самоорганизовалась», чтобы ограбить страну. Вернее уж, ее организовали для этой цели другие. Вспомним Аристотеля (см. [16]): «Все, что движется, приводится в движение другими.» Кто или что эти «другие», когда речь идет о «неживой» природе, гидрологии, в частности? Если ответить широко и не совсем определено, то – окружающая среда, ее свойства. Да и сами социальные структуры (тип, менталитет, язык и т. п.) организованы географией.

Почему к синергетике (процессам появления нового) такой интерес в Германии и России и практически никакого – в США? Появление нового – это становление, возникновение нечто (оно) среднего рода. В английском языке (в отличие от русского и немецкого) большинство имен существительных не имеет грамматической категории рода (все заменяется местоимением it). Порядок слов в английском предложении жестко предопределен. Это не русский язык с его свободным чередованием слов в предложении, разнообразием суффиксов и приставок, эмоционально окрашивающих речь. Отсюда гибкость мышления у немцев и русских (Г. Ф. Ф. Гегель как-то сказал: «Меня нельзя изложить ни кратко, ни популярно, ни по-французски»). Каскад оттенков смысла, когда уже и не «нет», но еще не «да». По мнению В. В. Галавкина [16] русский язык (и немецкий) вообще является генератором многомерной логики, отражающей его динамический характер, формирующий в человеке склонность к анализу процессов и системному мышлению, нужному для выживания в географической среде России. Но между немцами и русскими есть и существенное различие: если у них превалирует рациональное финитное ядро (обстановка приспособливается под себя –

Штольц у Н. А. Гончарова), то у нас давит инфинитное окружение (при-
способливаем себя под обстоятельства – «обломовщина»).

Немцы и русские очень близки генетически (см. [14], стр. 182), но
гораздо важнее черты, характеризующие особенности характера и уро-
вень интеллекта (последнее наследуется, см. там же). Оба мироощуще-
ния – нелинейные, с ярко выраженным интерфейсом финитного и ин-
финитного. Вульгаризируя ситуацию, приводим пример. Пусть амери-
канец, немец и русский живут в некой «среде», описываемой системой
уравнений для моментов типа (3.9). «Неприятности» разрушили стар-
шие начальные моменты, осталось одно уравнение для математическо-
го ожидания с периодическим внешним воздействием:

$$dm_1 / dt = -(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_1 - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}} + (a + b\sin(\omega t)). \quad (\text{П.4})$$

Но «среда» (климатическая или политическая) продолжает давить на
величину $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c}$ и она стремится к двум, создавая условия для не-
устойчивости по норме.

Американцы в рамках своего «линейного мышления» будут все-
ми силами стараться уменьшить значения β (например, прямыми бом-
бежками «среды»). Для них важно добиться устойчивости своего суще-
ствования (находиться в удобной потенциальной яме экономического
комфорта, разумеется, за чужой счет, распространяя по миру зеленые
фантики, не обеспеченные товарной массой).

Немцы и русские наверняка начнут интересоваться природой па-
раметра β (например, смыслом \bar{c}), увеличение которого несет несча-
стье (русские в этом несчастье будут пытаться увидеть даже счастье).
Они изучат свойства частично инфинитной границы между собой и ок-
ружающей проблемной средой и построят модель для интерфейсного
параметра \bar{c} :

$$d\bar{c} / dt = -\bar{c} + a_1(a_2 + a_3m_1) + (a_4 + a_5 \cos(\omega t)) \quad (\text{П.5})$$

(напомним, что \bar{c} является константой только для стационарных слу-
чайных процессов). Расширив фазовое пространство с m_1 до (m_1, \bar{c}) , они
стали смотреть на мир нелинейно: в уравнении (П.4) появился член, учи-

творяющий взаимодействие $\bar{c} m_1$ (ведь \bar{c} теперь не просто коэффициент, а фазовая переменная, живущая в одном темпомире с начальными моментами m_i).

Отличие немцев от русских в том, что они активно начнут использовать член $a_3 m_1$ (давить на среду), чтобы заставить цикл (рис. П.4, а). Русские же будут пассивно (но с пониманием) наблюдать за расширяющимся протуберанцем, разведывающим «инфинитную» реальность (рис. П.4, б). Его траектория, приближаясь к значению $\bar{c} = 0,5G_z$, «отталкивается» от финитного ядра и уходит в туманную даль. А русские будут покорно ждать ее возвращения (как покорно давали себя насиловать татаро-монголам и дают сейчас — «реформаторам»).

На помощь приходит русский язык. «Темный, неорганизованный, алогичный язык приводит к тому, что интеллект русского этноса поляризуется. В обществе становится

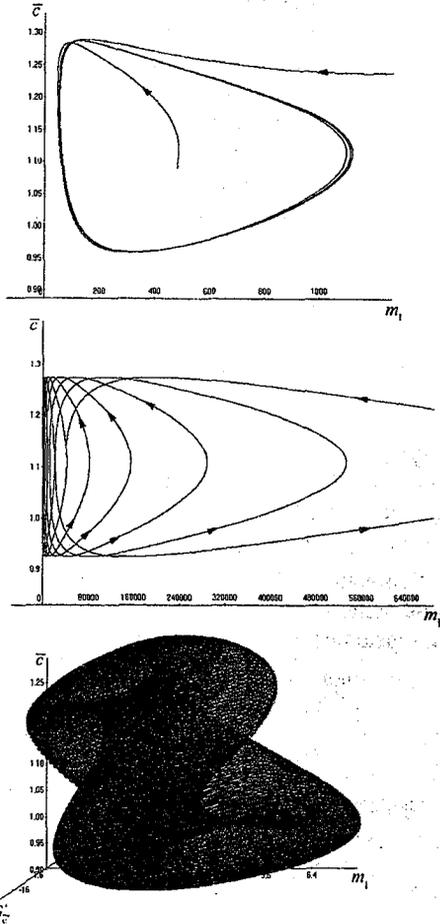


Рис. П.4. Немецкое закрытое (а), русское открытое (б) и русское закрытое, (но расширенное) (в) взаимодействие с инфинитной реальностью.

много дураков, но и много умных. Беспорядочный и хаотичный, трудный и этимологически непрозрачный, он вносит такую же неорганизованность и в мышление. С другой стороны, лишенный жестких шаблонов, он не навязывает своих шаблонов и на интеллектуальную деятельность, что обеспечивает широту и нестандартность мышления» [12].

Вместо того чтобы симметрично сопротивляться насилием на насилие инфинитного окружения, русские «раскрутили» (время много – «обломовщина») природу параметра G_c в (П.4) и установили, что это не просто положительная константа, а ее сумма G_c' с периодической функцией, описываемая уравнением:

$$dG_c' / dt = -G_c' + a_6 \cos(a_7 t) \sin(a_8 t). \quad (\text{П.6})$$

В дальнейшем выяснилось, что достаточно правильно задать численные значения параметров a_6, a_7, a_8 и без всякого насилия над \bar{c} (как у немцев) можно свою страну «закрыть», причем репертуар движения («жизни») будет значительно содержательней, чем просто двумерный немецкий цикл, как на рис. П.4, а. Это будет совсем другая захватывающая жизнь (рис. П.4, в), а «немецкий порядок» – просто плоская проекция при $G_c' = G_c = \text{const}$.

Однако, ни в одном из трех вариантов нет никакой самоорганизации: в линейном (американском) случае ее нет просто по определению (нужна нелинейность), а в русском и немецком – всем управляет инфинитная реальность, частично исследованная немцами и русскими и учтенная в модели (П.5) параметрами a_i ($i = 1, 5$). (Русские пошли дальше и учли еще дополнительные свойства, представленные «коэффициентами» a_6, a_7, a_8 .) Так что «синергетикой» (при таком стиле рассуждений) тут и не пахнет.

Конечно, построенная модель выживания (П.4), (П.5) далека от совершенства. Ведь величина \bar{c} входит и в уравнения для m_2, m_3 и m_4 ; поэтому разумно связать скорость ее изменения $d\bar{c} / dt$ и со старшими моментами, которые могут служить в качестве предикторов возможного развала финитного ядра, так как они теряют устойчивость раньше, чем m_1 (при меньшей интенсивности шума). А еще лучше ввести в модель для \bar{c} производную от старшего момента (сигнал от производной по времени формируется раньше основного сигнала от m_1 и дает возможность увеличить заблаговременность прогноза).

Из рецензии И. Ф. Карасева*

«... Настоящая монография в определенном смысле подводит итог более чем десятилетним попыткам автора сформировать определенную парадигму, с помощью которой можно объяснить зарождение нового. Уже в его первых монографиях на эту тему ясно прослеживается мысль о невозможности полной формализации подобных творческих процессов. Отсюда обращение к религиозной философии (в первую очередь – древне-индийской) и очень своеобразный (метафорический) стиль мышления. Множество кавычек, двусмысленность текста, скрытая (а порой и явная) ирония над рассматриваемой проблемой (и, в первую очередь, над самим собой). Нет боязни в чем-то ошибиться; даже складывается впечатление, что автор сознательно пытается «ошибаться», молчаливо полагая, что по-настоящему новое – это отклонение от нормы («ошибка», с общепринятой точки зрения).

Все знают, что «на ноль делить нельзя». А Коваленко «не знает» и делит, открывая своеобразный механизм отталкивания, действующий локально (при определенных значениях параметров), а глобальные свойства моделей (как правило, параболичность) не дают бесконечности притягивать решения. Если внимательно вчитываться в рецензируемый текст, то почти везде происходит это деление на ноль (например, деление на $1 - \gamma U^2$ при $\gamma U^2 \rightarrow 1$ дает «ноль»). Но этот «0» своеобразный: это «дрожание» около нуля. Даже в модели многолетнего стока есть это «гуляние» вокруг нуля за счет релейного переключения – $\text{csgn}(\Delta U)$. На «статичный» ноль действительно делить нельзя, а на «динамический» – можно.

Наивно думать, что все то новое, что получено в данной книге, «родилось» именно сейчас: и закон гидравлических сопротивлений в неустановившемся режиме, и низкочастотные колебания в реках, и градообразование, и закономерности возникновения турбулентности, и ряд других положений в различных вариантах рассматривались автором и раньше. Но в рецензируемой книге все это сконцентрировано, а

* Выдержка из рецензии публикуется по инициативе РИО РГТУ с согласия рецензента. Редакционный отдел считает, что уважаемый профессор подметил ключевые моменты, связанные с циклом монографий В. В. Коваленко. Становится понятным появление нового направления в науке, которое ничего и никого не отвергает, но живет в будущем, куда еще идти и идти...

главное изложено в одном стиле. Для тех, кто не знаком с работами автора, создается впечатление какого-то настоящего прорыва в гидрологию. Прорыв конечно есть, но он глубоко закономерен и зрел давно.

Самым лучшим подтверждением новизны результатов Коваленко является естественная постановка совершенно новых задач, которые не могли быть поставлены без решения предыдущих. Показателен в этом смысле раздел по оптимизации сети: вырисовывается целая программа действий по объединению метеорологических и гидрологических наблюдений (обе сети связаны и их нельзя разъединять)...

... Название книги сужает раскрываемую в ней тему. Ведь речь идет о дальнейшем развитии диалектической логики, увеличении «разрешающей способности» ее категорий и иллюстраций их «пробивной мощи». Чего стоит одна подпись к рисунку в заключении: «...Ученое незнание ... представлено в моделях коэффициентами». Одним предложением («между делом») соединена мистика Николая Кузанского с потребностями инженерного моделирования. Гидрология для автора – просто полигон, на котором он развивает свое мировоззрение (из 107 источников литературы 67 не имеют непосредственного отношения к гидрологии)...

Замечание автора на сноску к рецензии И. Ф. Карасева, сделанную РИО РГГМУ

Не понятно, как может появиться что-то новое, которое «ничего и никого не отвергает» и при этом «живет в будущем...»

Для того чтобы иметь право жить в будущем, надо выжить в настоящем, т. е. с кем-то соглашаться, с кем-то нет. Решать какие-то текущие проблемы.

Разве «толстый хвост» – это проблема завтрашняя? Она уже сейчас весит «домокловым мечом» над практической гидрологией. Или проблема турбулентности. Что, до ее появления нам еще «идти и идти»? Да она появилась более ста лет назад. А гряды? Многие десятилетия муссируется вопрос о смысле и механизме их появления. И уже совсем не к будущему относятся гидрологические катастрофы. Они сейчас создают проблемы – заливаются целые города. Так что (на мой взгляд) нам и «идти» некуда. Мы пришли в тупик (ничего толком не можем объяснить и предсказать) и надо из него выбираться.

Список литературы

1. *Абаренков И. В., Загуляев С. Н.* Простейшие модели в квантовой механике: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2004. – 128 с.
2. *Алексеев Г. А.* Методы оценки случайных погрешностей гидрометеорологической информации. – Л.: Гидрометеоздат, 1975. – 96 с.
3. *Алибегова Ж. Д.* Пространственно-временная структура полей жидких осадков. – Л.: Гидрометеоздат, 1985. – 230 с.
4. *Аполлов Б. А., Калинин Г. П., Комаров В. Д.* Курс гидрологических прогнозов. Учебник. – Л.: Гидрометеоздат, 1974. – 420 с.
5. *Астапов Ю. М., Медведев В. С.* Статистическая теория систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
6. *Бакий А. С., Сигов Ю. С.* Многоликая турбулентность // В кн.: Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996, с. 10–94.
7. *Божокин С. В., Паршин Д. А.* Фракталы и мультифракталы. – СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2000. – 134 с.
8. *Будыко М. И.* Испарение в природе. – Л.: Гидрометеорологическое издательство, 1948. – 136 с.
9. *Будыко М. И.* Климат в прошлом и будущем. – Л.: Гидрометеоздат, 1980. – 351 с.
10. *Быков В. Д., Васильев А. В.* Гидрометрия. – Л.: Гидрометеоздат, 1977. – 448 с.
11. *Васильев О. Ф., Темноева Т. А., Шугрин С. М.* Численный метод расчета неустановившихся течений в открытых руслах. – Известия АН СССР, Механика, 1965, № 2, с. 17–25.
12. *Вашкевич Н. Н.* Тайны происхождения языка. – М., 1994.
13. *Винников К. Я.* Чувствительность климата. – Л.: Гидрометеоздат, 1986. – 224 с.
14. *Владимиров В. В.* Смысл русской жизни. – М.: Алгоритм, Эксмо, 2006. – 544 с.
15. *Войнич-Саноженцкий Т. Г.* Гидродинамика устьевых участков рек и взморий бесприливных морей. – Л.: Гидрометеоздат, 1972. – 204 с. – (Тр. ЗакНИГМИ. Вып. 46(52)).
16. *Главакин В. В.* Аристотель против Ньютона, или экономика глазами системотехника. (Книга для будущей российской элиты.) – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 224 с.
17. *Гандин Л. С., Каган Р. Л.* Статистические методы интерпретации метеорологических данных. – Л.: Гидрометеоздат, 1976. – 360 с.
18. *Гласс Л., Мэки М.* От часов к хаосу: Ритмы жизни: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 248 с.

Список литературы

19. *Гринвальд Д. И., Никора В. И.* Речная турбулентность. – Л.: Гидрометеоздат, 1988. – 152 с.
20. *Гришанин К. В.* Устойчивость рек и каналов. – Л.: Гидрометеоздат, 1974. – 143 с.
21. *Гришанин К. В.* Гидравлическое сопротивление естественных русел. – СПб.: Гидрометеоздат, 1992. – 184 с.
22. *Денисов Ю. М.* Математическое моделирование процесса стока горных рек. – Тр. САНИГМИ, 1968, вып. 39(54), с. 30–36.
23. *Димова С. Н. и др.* Численное исследование радиально-несимметричных структур в нелинейной теплопроводной среде // В кн.: Режимы с обострением. Эволюция идеи: Законы коэволюции сложных структур. – М.: Наука, 1998, с. 133–140.
24. *Дроздов О. А.* Метод построения сети метеорологических станций равнинной местности // Тр. ГГО. – 1936. – Вып. 21. – С. 10 – 112.
25. *Дроздов О. А.* О принципах рационализации сети метеорологических станций // Тр. ГГО. – 1961. – Вып. 123. – С. 33 – 46.
26. *Дроздов О. А., Шепелевский А. А.* Теория интерполяции в стохастическом поле метеорологических элементов и ее применение к вопросам метеорологических карт и рационализации сети // Тр. НИУТУГМС. – 1946 – Сер. 1, вып. 13–65. – 115 с.
27. *Евин И. А.* Искусство и синергетика. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 164 с.
28. *Естествознание* в борьбе с религиозным мировоззрением. – М.: Наука, 1988. – 245 с.
29. *Захаров В. Д.* Тяготение. От Аристотеля до Эйнштейна. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. – 278 с.
30. *Зверев А. С.* Синоптическая метеорология. – Л.: Гидрометеоздат, 1977. – 712 с.
31. *Зиновьев А. А.* Запад. Феномен западнизма. – М.: Центрполиграф, 1995. – 461 с.
32. *Исследование* неустановившегося движения воды на реках Тверце и Оредеже / Под. ред. Н. Е. Кондратьева и В. А. Урываева. – Л.: Гидрометеоздат, 1961. – 288 с.
33. *Каган Р. Л.* К оценке репрезентативности осадкомерных данных // Тр. ГГО. – 1967. – Вып. 191. – С. 22 – 34.
34. *Казаков И. Е., Мальчиков С. В.* Анализ стохастических систем в пространстве состояний. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
35. *Калинин Г. П.* Проблемы глобальной гидрологии. – Л.: Гидрометеоздат, 1968. – 378 с.
36. *Кальоти Джс.* От восприятия к мысли. О динамике неоднозначного и нарушениях симметрии в науке и искусстве: Пер. с нем. – М.: Мир,

1998. – 221 с.
37. *Карасев И. Ф.* О принципах размещения и перспективах развития гидрологической сети // Тр. ГГИ. – 1968. – Вып. 164. – с. 3 – 36.
 38. *Карасев И. Ф., Коваленко В. В.* Стохастические методы речной гидравлики и гидрометрии. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992. – 208 с.
 39. *Картвелишвили Н. А., Галактионов Ю. И.* Идеализация сложных динамических систем. – М.: Наука, 1976. – 272 с.
 40. *Кереселидзе Н. Б.* Устойчивость ограничивающих поверхностей потока, образованных несвязными грунтами, и критерий грядобразования. – Журнал прикл. механики и техн. физики, 1967, № 5, с. 149–154.
 41. *Клавен А. Б.* Лабораторные исследования структуры придонного слоя // Тр. ГГИ. – 1965. – Вып. 120. – С. 25 – 36.
 42. *Коваленко В. В.* Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 160 с.
 43. *Коваленко В. В.* Моделирование гидрологических процессов. – СПб.: Гидрометеиздат, 1993. – 256 с.
 44. *Коваленко В. В.* Бифуркации в религиозной философии, естествознании и общественном развитии. – СПб.: Гидрометеиздат, 1994. – 160 с.
 45. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процессов развития. – СПб.: изд. РГГМУ, 1998. – 113 с.
 46. *Коваленко В. В.* Онтология и гносеология частично инфинитного моделирования. – СПб.: изд. РГГМУ, 2001. – 47с.
 47. *Коваленко В. В.* Нелинейные аспекты частично инфинитного моделирования в эволюционной гидрометеозологии. – СПб.: изд. РГГМУ, 2002. – 158 с.
 48. *Коваленко В. В.* Моделирование эволюционных процессов (на примере истории России). – СПб.: изд. РГГМУ, 2003. – 304 с.
 49. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процесса формирования речного стока. – СПб.: изд. РГГМУ, 2004. – 198 с.
 50. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование: основания, примеры, парадоксы. – СПб.: Политехника, 2005. – 480 с.
 51. *Коваленко В. В.* Частично инфинитный механизм турбулизации природных и социальных процессов. – СПб.: изд. РГГМУ, 2006. – 166 с.
 52. *Коваленко В. В., Викторова Н. В., Гайдужова Е. В.* Моделирование гидрологических процессов. Изд. 2-е, испр. и доп. Учебник. – СПб.: изд. РГГМУ, 2006. – 559 с.
 53. *Колмогоров А. Н.* Об аналитических методах в теории вероятностей // Успехи мат. наук, 1938, вып. 5.
 54. *Кондратьев Н. Е.* Русловые процессы и деформации берегов водохранилищ. – СПб.: Изд-во «Знак», 2000. – 258 с.

55. *Константинов А. Р.* Испарение в природе. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 532 с.
56. *Крамер Г.* Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
57. *Кудряшов А. Ф.* Онтология. Методология. Негеоцентризм. – СПб.: Петрополис, 1993. – 160 с.
58. *Кузанский Н.* Сочинения в 2-х т. Т.1. – М.: Мысль, 1979. – 488 с.
59. *Кучмент Л. С.* Математическое моделирование речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1977. – 191 с.
60. *Ладыженская О. А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Наука, 1970. – 288 с.
61. *Ладыженская О. А.* О динамической системе, порождаемой уравнениями Навье–Стокса. // В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 6 (Зап. науч. семинара ЛОМИ, т. 27). – Л.: Наука, 1972, – с. 91 – 114.
62. *Ладыженская О. А.* О конечномерности ограниченных инвариантных множеств для системы Навье–Стокса и других диссипативных систем. – Зап. науч. семинара ЛОМИ, т. 115). – Л.: Наука, 1982, – с. 137 – 155.
63. *Ладыженская О. А.* Об аттракторах нелинейных эволюционных задач с диссипацией. // В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 18 (Зап. науч. семинара ЛОМИ, т. 152). – Л.: Наука, 1986, – с. 72 – 85.
64. *Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967. – 736 с.
65. *Лаукс Д., Стединжер Дж., Хейт Д.* Планирование и анализ водохозяйственных систем: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 400 с.
66. *Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мямлин В. А.* Курс теоретической физики. Том II. Квантовая механика. Квантовая статистика и физическая кинетика. – М.: Наука, 1971. – 938 с.
67. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Нелинейность. Новые проблемы, новые возможности. В кн.: Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996, с. 165–189.
68. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Едиториал УРСС, 2000. – 336 с.
69. *Матвеев Н. М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск: Вышэйшая школа, 1974. – 768 с.
70. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 576 с.
71. *Музылев С. В., Привальский В. Е., Раткович Д. Я.* Стохастические модели в инженерной гидрологии. – М.: Наука, 1982. – 184 с.
72. *Найденев В. И.* Нелинейная динамика поверхностных вод суши. – М.:

- Наука, 2004. – 318 с.
73. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. Введение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 344 с.
74. *Николис Дж.* Динамика иерархических систем: Эволюционное представление. – М.: Мир, 1989. – 488 с.
75. *Парменов-Зингер М. Я.* Основы сверхстандартного анализа. – СПб.: Мета, 1992. – 68 с.
76. *Пенроуз Роджер.* Новый ум короля: о компьютерах, мышлении и законах физики: Пер. с англ. / Общ. ред. В. О. Малышенко. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 384 с.
77. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: Пер. с англ. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
78. *Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик.* – СПб.: Гидрометеоздат, 1984. – 448 с.
79. *Пригожин И.* От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках. – М.: Наука, 1985. – 328 с.
80. *Пространственно-временные колебания стока рек СССР* / Под ред. А. В. Рождественского. – Л.: Гидрометеоздат, 1988. – 376 с.
81. *Пугачев В. С. и др.* Основы статистической теории автоматических систем. – М.: «Машиностроение», 1974. – 400 с.
82. *Режимы с обострением.* Эволюция идеи: законы коэволюции сложных структур. – М.: Наука, 1998. – 255 с.
83. *Рождественский А. В., Чеботарев А. И.* Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеоздат, 1974. – 424 с.
84. *Самарский А. А., Вабищев П. Н.* Численные методы решения задач конвекции-диффузии. Изд. 3-е. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 248 с.
85. *Симонов П. В., Еришов П. М.* Темперамент. Характер. Личность. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
86. *Соколовский Д. Л.* Речной сток (основы теории и методики расчетов). Изд. 3-е; испр. и доп. Учебник. – Л.: Гидрометеоздат, 1968. – 540 с.
87. *Справочник по теории вероятностей и математической статистике* / В. С. Королук, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин. – М.: Наука, 1985. – 640 с.
88. *Стили в математике: социокультурная философия математики* / Под ред. А. Г. Барабашева. – СПб.: РХГИ, 1999. – 552 с.
89. *Стратонович Р. Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1961.
90. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.
91. *Труфанов С. Н.* «Наука логики» Гегеля в доступном изложении: учеб-

Список литературы

- ное пособие. – Самара: Парус, 1999. – 187 с.
92. *Туричин А. М. и др.* Электрические измерения неэлектрических величин. – Л.: «Энергия», 1975. – 576 с.
93. *Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика.* – М.: Наука, 2000. – 431 с.
94. *Урицкий В. М., Музалевская Н. Н.* Фрактальные структуры и процессы в биологии (обзор) // Биомедицинская информатика и эниология. – СПб.: СПИИРАН, 1995, с. 84 – 129.
95. *Успенский В. А.* Что такое нестандартный анализ? – М.: Наука, 1987. – 128 с.
96. *Устюжанин Б. С.* Реакция речного стока на урбанизацию водосбора // Расчеты и прогнозы гидрологических характеристик. – Л.: Изд. ЛПИ, 1989, с. 73–81 (Труды ЛГМИ, вып. 103).
97. *Федоров В. Д., Гильманов Т. Г.* Экология. – М.: Изд-во. МГУ, 1980. – 464 с.
98. *Федорюк М. В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1985. – 448 с.
99. *Хайтун С. Д.* Мои идеи (эволюция и энтропия, неаддитивность социальных данных, негауссовость социальных явлений, необратимость и механика, проблемы посткоммунизма в России). – М.: Изд-во «АГАР», 1998. – 240 с.
100. *Хакен Г., Хакен-Крель М.* Тайны восприятия. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 272 с.
101. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация: Динамическая теория информации. – М.: Наука, 2001. – 244 с.
102. *Швер Ц. А.* Закономерности распределения количества осадков на континентах. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.
103. *Шелутко В. А.* Статистические модели и методы исследования многолетних колебаний стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 160 с.
104. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
105. *Шустер Г.* Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
106. *Эйген М.* Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул. – М.: Мир, 1973. – 216 с.
107. *Stewart B. J.* Integrated hydrological networks // Technical reports in hydrology and water sciences. № 60. – 1998. – P. 18.

Предметный указатель

- Аттрактор 6, 38, 60, 61, 92
– размерность 61
– рыночный 47
– странный 32
– точечный 116
– шаблоны-аттракторы 63, 69
- Бифуркационная диаграмма 143
- Взаимодействие 23, 27, 46, 71
Временные развертки 83, 102, 113
- Гидравлические сопротивления 82, 84
Гносеология 16, 72
– частично инфинитная 20
- Закон больших чисел 51, 60
Закон Хортонa 18, 151
Закономерность динамическая 17, 20
– статистическая 17, 20
– частично инфинитная 21
- Идентификация 28
Идеология оптимизации метеорологической сети 147
Инфинитная реальность 12, 14, 58, 63, 85
Инфинитность 4, 17
Иррациональный шаблон 10–12
- Катастрофы гидрологические 183, 191
Категории диалектического материализма 14
– возможность–действительность 14, 19
– сущность–явление 10, 19, 50
- Кривые Пирсона 44, 89, 90, 114, 118, 124, 127, 132, 162, 163, 167
Критерий размещения сети градиентный 148
– – – корреляционный 149
– – – репрезентативный 151
- Критерий устойчивости моментов 121
- Логико-негеоцентрический парадокс 36
- Методы фрактальной диагностики 9
Моделирование 4, 9, 10
– частично инфинитное 5, 9, 13–15, 22, 35, 68, 73, 144, 188
Модель динамическая 62

Предметный указатель

- Модели с сосредоточенными параметрами 25
– Мальтуса 25
– расчетно-измерительные 25
– популяционные 25, 28
– – Лотки–Вольтера 27
– «самоорганизованной критичности» 50, 51
- Нефеноменологический парадокс 31, 50, 51, 54, 55, 76, 77, 81, 121
Неустойчивость 9, 22, 44, 51, 89, 92, 104, 106, 121, 122, 128
Неустойчивость моментов распределения 3, 121
– решения модели 11
- Объекты фрактальные 31
Онтогенез 188
Онтология 9, 16, 17, 21, 56, 70, 76, 120, 164, 165, 166, 169, 170, 172
- Предметная область 10, 14, 18, 23, 46, 50, 58, 60, 68, 93, 131, 144, 154, 167, 173, 187
– – гидромеханики 78
– – гидравлическая 98
– – испарительная 130, 132, 141, 143
– – стоковая 132, 141
– – частично инфинитная 128
- Прогноз катастроф 178, 184
Пространство вложения 30, 45, 57
– псевдофазовое 37, 105
- Процесс гносеологический переходный 13, 14, 17, 37, 72, 154
– марковский 126, 175, 179
- Размерность Минковского–Хаусдорфа 33, 34
– информационная 34
– корреляционная 35, 37
– пространств вложения 39
- Распределение Парето 49
– степенное 51
– «расширенное» двумерное 58
– устойчивое стационарное 60, 62
- Расширение фазового пространства 131
Русловой сток 41
- Самоорганизованная критичность 50, 71
Селективная ценность 26, 28, 143
Семантический фильтр 15, 16
Сингулярность 58, 111, 112
Синестезия 198
Системы отсчета инерционные 53, 54, 55
– гелиоцентрическая 55

- ускоренные 55
- Стиль мышления 5, 17, 202

- Теневая фазовая переменная 29
 - цена (множитель Лагранжа) 146
- Течение ламинарное 77
 - турбулентное 77
- Точка бифуркации 4, 7, 69, 71, 173, 188
- Турбулентность 83, 91, 92
- Турбулентный голорез 70
- Турбулизация распределения 58, 59, 118, 129

- Уравнение конвекции–диффузии 41, 43, 44, 87, 138
 - Навье–Стокса 43, 77, 78, 91, 92
 - Пирсона 119, 120, 206, 210
 - Риккати 3, 25, 83, 100, 103, 106, 109, 193
 - Сен-Венана 25, 43, 76, 79, 81, 84, 100, 109
 - Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) 17, 20, 40, 51, 57, 62, 65, 73, 88, 96, 109, 114, 119, 126, 128, 132, 144, 155, 165, 180, 186, 200
 - Эйгена 65
- Уровень грунтовых вод 41
- Устойчивость 92, 104, 125, 126, 138

- Фазовая плоскость 76, 82, 90
- Фазовое пространство 4, 17, 18, 20, 22, 30, 32, 37, 56, 66, 72, 131, 173, 174, 176, 200
- Фазовые переменные 4, 26, 28, 29, 57, 58, 64, 68, 70, 72, 109, 131, 133, 141, 143
- Фазовый портрет 38, 76, 144
- Фликкер-шум 45, 48, 51, 59, 61, 105, 107, 131
- Фрактал 32, 34, 35
- Фрактальная диагностика 29, 63, 71, 72
 - размерность 29, 30, 31, 36, 39, 139

- Частично инфинитная гидрология 7, 8, 45
- Частичная инфинитность 4, 5, 8, 10, 17

- Шумы аддитивные 61, 88, 111, 131, 133, 144, 163
 - белые 17, 30, 39, 71, 88, 111, 128, 130
 - мультипликативные 20, 88, 111, 126, 141, 155, 168
 - ненулевые 62
 - параметрические 136, 163

- Эргодическая гипотеза 153, 167, 184

- Эффект детектирования 163

Оглавление

Введение (что такое частично инфинитный стиль мышления и в каких ситуациях он нужен гидрологам).....	3
1. Методология исследования развивающихся систем.....	9
1.1 О возможности перехода частично инфинитной гносеологии в частично инфинитную онтологию	9
1.2 Математические аспекты моделирования, фрактального диагностирования и прогнозирования развивающихся систем.....	21
1.3 Частично инфинитный механизм турбулизации природных процессов.....	45
1.4 Саморефлексия процесса познания.....	63
2. Гидравлика и речная турбулентность.....	75
2.1 Парадоксы речной гидравлики и гидромеханики.....	75
2.2 Река «дрожит»: грядообразование.....	79
2.3 Сущность механизма возникновения и поддержания турбулентности.....	91
3. Гидрометрия неустановившихся речных потоков.....	100
3.1 Динамическая модель «петли».....	100
3.2 Стохастическая модель «петли».....	109
4. Многолетний речной сток.....	118
4.1 Турбулизация географических закономерностей.....	118
4.2 Расширение фазового пространства модели формирования речного стока.....	131
4.3 Оптимальная сеть гидрологических постов в условиях расширяющегося фазового пространства.....	144
5. Прогноз гидрологических катастроф.....	178
5.1 Обобщение понятия озера и его включение в модель формирования речного стока. Понятие гидрологической катастрофы.....	178
5.2 Режимные и оперативные прогнозы катастроф.....	184
5.3 О белых и черных дырах в гидрологии.....	196
Заключение (о притягательности новизны).....	202
Приложения.....	205
1. Методика долгосрочного прогноза (сценарной оценки) многомерных вероятностных распределений (поверхностей) при изменении климата.....	205
2. Почему в книге не употребляется слово «синергетика» (ответ на устные замечания лиц, просмотревших рукопись).....	213
Из рецензии И.Ф.Карасева.....	217
Замечание автора на сноску к рецензии И.Ф.Карасева, сделанную РИО РГГМУ.....	218
Список литературы.....	219
Предметный указатель.....	225

Contents

Introduction (that such partially infinite style of thinking and in what situations it is necessary to hydrologists).....	3
1. Methodology of research of developing systems.....	9
1.1 About an opportunity of transition partially infinite epistemology in partially infinite ontology	9
1.2 Mathematical aspects of modeling, fractal diagnosing and forecasting of developing systems	21
1.3 The partially infinite mechanism of turbulization of natural processes.....	45
1.4 Self reflexive of process of knowledge	63
2. Hydraulics and river turbulence	75
2.1 Paradoxes of river hydraulics and hydromechanics	75
2.2 The river «shivers»: formation of ridges	79
2.3 Essence of the mechanism of occurrence and maintenance of turbulence	91
3. Hydrometric of the unsteady river flows	100
3.1 Dynamic model of «loop».....	100
3.2 Stochastic model of «loop».....	109
4. Long-term river drain	118
4.1 Turbulization of geographical laws	118
4.2 Expansion of phase space of model of formation of a river drain	131
4.3 Optimum network of hydrological posts in conditions of extending phase space	144
5. The forecast of hydrological accidents	178
5.1 Generalization of concept of lake and its inclusion in model of formation of a river drain. Concept of hydrological accident	178
5.2 Condition and operative forecasts of accidents	184
5.3 About white and black holes in a hydrology	196
The conclusion (about attractiveness of novelty).....	202
The appendices	205
1. Technique of the long-term forecast (of scenario estimation) of multivariate probabilistic distributions (surfaces) at change of a climate.....	205
2. Why in the book the word « synergetics » (answer to the oral remarks of the persons, seen the manuscript) is not used.....	213
From the review I.F. Karasev	217
The remark of the author on footnote to the review I.F. Karasev, made of RIO RSHU.....	218
The list of the literatures	219
The index	225

137 = 00

Научное издание

Коваленко Виктор Васильевич

ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

Монография

Редакторы Л. В. Ковель, И. Г. Максимова

Компьютерный набор: Н. В. Викторова, Е. В. Гайдукова

Верстка: Е. В. Гайдукова

ЛР № 020309 от 30.12.96

Подписано в печать 01.02.2007 Формат 60×90 1/16. Гарнитура Times New Roman.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл.печ.л. 14,4. Уч.-изд.л. 14,8 Тираж 200 экз. Заказ 16
РГГМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.
