Министерство образования Российской Федерации

Российский государственный
гидрометеорологический университет

В.А. Царев

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТЫ ПРИДОННЫХ ПЛОТНОСТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В МОРЕ

Монография

Санкт-Петербург
2001

УДК 551.465

Царев В.А. Теория и расчеты придонных плотностных течений в море: Монография. – СПб.: РГГМУ, 2001. – 60 с.

В монографии обсуждаются проблемы моделирования распространения придонных вод в море. Представлена трехмерная негидростатическая модель придонных плотностных течений. Изложен подход к реализации данной модели, основанный на применении метода векторного потенциала. Проанализированы результаты моделирования элементарных придонных бароклинных процессов. На примере моделирования распространения придонных вод в Балтийском море исследованы возможности модели для описания процессов, связанных с затоком в море придонных вод.

Предназначена для специалистов в области физической океанографии, гидродинамики океана, студентов и аспирантов университетов и гидрометеорологических институтов.

In the monograph the problems of the modeling of bottom waters spreading in sea are discussed. Three-dimensional nonhydrostatic model of bottom water flow is submitted. The approach to realization of the given model based on application of a method of vector potential is developed. The results of modeling of elementary bottom baroclonic processes are analyzed. On an example of modeling of bottom water intruding into the Baltic Sea the opportunities of model for simulation of processes connected with bottom dense water inflow in the sea are investigated.

For the experts in the field of physical oceanography, hydrodynamics of ocean, students both post-graduate students of universities and hydrometeorological institutes.

Рецензент
Доктор физ.–мат. наук, проф. В.Ф. Романов (Арктический и Антарктический научно-исследовательский институт)

Одобрено к изданию Советом РГГМУ

Введение

Гидрологические особенности многих шельфовых морей связаны с процессами распространения в придонном слое воды повышенной солености, которая может поступать через внешнюю границу [7, 23, 37, 38] или формироваться на мелководье в результате осенне-зимней конвекции [50]. При этом формируются фоновые поля солености и плотности воды в море, вертикальная плотностная стратификация, которые оказывают влияние на сезонные и более мелкомасштабные процессы. В частности, это характерно для Балтийского [8, 22, 27, 30, 36, 42–45] и Белого [6, 13] морей.

Примеры натурных исследований придонных бароклинных процессов из-за трудностей проведения наблюдений в придонном слое все еще немногочисленны [16, 17, 26, 41, 51]. Опубликованные результаты лабораторных исследований придонных плотностных процессов в основном включают эксперименты, в которых на вращающихся установках проводились наблюдения за поведением объема воды повышенной солености вблизи наклонного дна [9, 19, 31, 32, 46–49]. Теоретические исследования придонных процессов были направлены на изучение основных общих закономерностей поведения объема более плотной воды вблизи наклонного дна [4, 5, 10, 20, 21, 26, 33–35]. При этом окружающий слой принимался бесконечно большой толщины. Проведенные исследования позволили получить первые, самые общие представления о придонных бароклинных процессах. В частности, было показано, что радиальное растекание объема придонной воды повышенной плотности продолжается в течение периода Россби и распространяется на расстояние, равное бароклинному радиусу Россби. При растекании объем придонной воды закручивается под влиянием силы Кориолиса, в результате чего достигается геострофическое приспособление. При перемещении объема плотной воды по наклонному дну также под влиянием силы Кориолиса происходит отклонение его движения вправо. В итоге формируется перенос придонного объема вправо, вдоль изобат. Установлена связь скорости этого переноса с разностью плотностей придонного объема и окружающей среды и наклоном дна. Полученные результаты привели к выводу, что гидродинамика придонных процессов отличается от аналогичных процессов в вышележащих слоях океана. Вместе с тем многие аспекты придонных процессов остались неизученными. В частности, не вполне ясен механизм, приводящий к нарушению движения придонной воды вдоль изобат и к ее перемещению вдоль наклона дна. При этом требует изучения вопрос о роли придонного трения и мелкомасштабных неоднородностей дна в виде подводных бороздин и каньонов. Нет достаточной ясности в поведении придонного объема воды при достижении им границы между наклонным и ровным участками дна и в других вопросах. Ответы на такие вопросы не всегда могут быть получены с помощью аналитических моделей. Это стимулировало развитие математических моделей придонных процессов. Существующие математические модели можно условно разбить на интегральные и дифференциальные. В первом случае [27, 39, 40] придонная вода рассматривается с интегральных позиций. Во втором случае применяются дифференциальные (часто трехмерные) уравнения движения и переноса солей [18, 24, 25, 27, 28, 29]. Используемые модели, как правило, являются гидростатическими, а опыт их применения ограничен условиями океанского материкового склона. Это не позволяет исследовать эффекты негидростатичности в придонных бароклинных процессах. Использование же сеточной области с пространственным шагом, превышающим бароклинный радиус Россби, делает невозможным анализ бароклинных процессов на стадии их геострофического приспособления.

В монографии описывается трехмерная негидростатическая модель придонных бароклинных процессов шельфового моря. Представлены полученные с помощью расчетов по данной модели результаты исследований закономерностей поведения воды повышенной плотности вблизи горизонтального и наклонного дна, а также у границы между участками с горизонтальным и наклонным дном. Также приводятся результаты расчетов распространения придонной воды в Готландскую впадину из Слупского желоба в Балтийском море.

1. Негидростатическая модель придонных бароклинных процессов

1.1. Формулировка математической модели

При формировании придонных плотностных течений одной из основных вынуждающих сил является неуравновешенная составляющая силы тяжести [4, 7, 10, 12]. В связи с этим представляется целесообразным для их моделирования использовать негидростатические модели. Бароклинные процессы, к которым относятся придонные плотностные течения, представляют собой результат взаимодействия течений и поля плотности воды. Соответственно описывающие их математические модели включают уравнения переноса поля плотности и уравнения движения. С целью включения в модель негидростатических бароклинных процессов типа опускания плотных вод по наклонному дну вместо обычно используемого условия гидростатики воспользуемся уравнением движения в приближении Буссинеска. В итоге исходная система уравнений будет иметь вид

$$\rho_0\left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}+\mathbf{f}\times\mathbf{u}-k_z\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial z^2}-k_l\nabla_l^2\mathbf{u}\right]=-\nabla P+\rho\mathbf{g}; \qquad (1)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u}=0; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)s=k_z\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}+k_l\nabla^2_l s; \qquad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)T=k_z\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+k_l\nabla^2_l T, \qquad (4)$$

где $\mathbf{u}$ – вектор скорости течения; $\mathbf{f}$ – вектор удвоенной угловой скорости вращения Земли; P – давление; $\mathbf{g}$ – вектор ускорения силы тяжести; k_z, k_l – коэффициенты вертикального и горизонтального обмена импульсом; ρ, ρ_0 – плотность и стандартная плотность; T, s – температура и соленость воды.

Рассчитываемые по этим уравнениям соленость s и температура T связываются с плотностью через уравнение состояния

$$\rho = f(s,T). \tag{5}$$

Многие методы численной реализации динамической части моделей бароклинных процессов строились на использовании условия гидростатики, которое позволяло получить простое соотношение, связывающее давление с возмущением уровня свободной поверхности и вертикальным распределением плотности воды. Отказ от применения условия гидростатики обусловливает необходимость перехода к новым методам реализации модели. В качестве такого метода для решения входящего в исходную систему уравнения движения воспользуемся методом векторного потенциала, который обладает, на наш взгляд, определенными преимуществами при численной реализации получаемых уравнений.

В этом случае вектор скорости течений можно представить в виде суммы вихревой $\left(\bar{\mathbf{u}}\right)$ и потенциальной $\left(\bar{\bar{\mathbf{u}}}\right)$ составляющих [2, 14, 15]

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \bar{\bar{\mathbf{u}}}, \tag{6}$$

которые выражаются соответственно через векторный (ψ) и скалярный (φ) потенциалы

$$\bar{\mathbf{u}} = \nabla \times \psi; \tag{7}$$

$$\bar{\bar{\mathbf{u}}} = \nabla \varphi. \tag{8}$$

Легко проверить, что введенные соотношения удовлетворяют уравнению неразрывности

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot (\nabla \times \psi + \nabla \varphi) = \nabla \cdot \nabla \times \psi + \nabla^2 \varphi = 0. \tag{9}$$

Так как $\nabla \cdot \nabla \times \psi \equiv 0$, то из предыдущего уравнения получаем

$$\nabla^2 \varphi = 0. \tag{10}$$

Полученное уравнение (10) позволяет найти потенциальную составляющую скорости течения. Вихревую составляющую можно найти из выражения для вихря скорости (Ω)

$$\Omega = \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times \left(\bar{\mathbf{u}} + \bar{\bar{\mathbf{u}}}\right) = \nabla \times \nabla \times \psi + \nabla \times \left(\nabla \varphi\right). \tag{11}$$

Из векторной алгебры известно, что

$$\nabla \times \nabla \varphi \equiv 0,\ \nabla \times \nabla \times \psi = -\nabla \cdot \nabla \psi + \nabla\left(\nabla \cdot \psi\right). \tag{12}$$

Тогда получается

$$\nabla^2 \psi - \nabla\left(\nabla \cdot \psi\right) = -\Omega. \tag{13}$$

Из теории потенциала [1, 2] известно, что из семейства векторных потенциалов, удовлетворяющих уравнению (10), можно выбрать такие, которые удовлетворяют условию

$$\nabla \cdot \psi = 0. \tag{14}$$

В этом случае уравнение (10) можно представить в более простом виде

$$\nabla^2 \psi = -\Omega. \tag{15}$$

Найденный из уравнения (12) при соответствующих граничных условиях векторный потенциал ψ при подстановке в уравнение (3) позволяет определить вихревую составляющую скорости течения.

Чтобы использовать уравнение (12), необходимо предварительно найти вектор завихренности Ω. Уравнение завихренности получим из уравнения движения (1). Предварительно представим его в виде, удобном для дальнейших преобразований,

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \left(\Omega + \mathbf{f}\right) \times \mathbf{u} - k_z \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} - k_l \nabla_l^2 \mathbf{u}\right] = -\nabla P - \rho \mathbf{g} - \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right), \tag{16}$$

где u – модуль скорости течения.

Уравнение (16) представим в виде

$$\rho_0 \mathbf{A}(\mathbf{u}) = -\nabla P - \rho \mathbf{g} - \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right), \tag{17}$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{u}) = \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\Omega + \mathbf{f}) \times \mathbf{u} - k_z \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} - k_l \nabla_l^2 \mathbf{u}\right].$ (18)

Применим операцию вихря к уравнению (17)

$$\rho_0 \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{u}) = -\nabla \times \nabla P - \nabla \times (\rho \mathbf{g}) + \nabla \times \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right). \tag{19}$$

Из свойств векторов следует, что $\nabla \times \nabla P = 0, \nabla \times \nabla\left(\frac{u^2}{2}\right) = 0.$ (20)

Так как $\nabla \times \mathbf{g} = 0,$

$$\nabla \times (\rho \mathbf{g}) = \rho \nabla \times \mathbf{g} + (\nabla \rho) \times \mathbf{g} = (\nabla \rho) \times \mathbf{g}. \tag{21}$$

В результате уравнение (19) может быть переписано в виде

$$\rho_0 \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{u}) = (\nabla \rho) \times \mathbf{g}. \tag{22}$$

Раскроем левую часть уравнения (22)

$$\rho_0 \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{u}) = \rho_0 [\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{u} + \nabla \times (\Omega \times \mathbf{u}) +$$

$$+ \nabla \times (\mathbf{f} \times \mathbf{u}) - k_z \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\nabla \times \mathbf{u}) - k_l \nabla_l^2 (\nabla \times \mathbf{u})]. \tag{23}$$

Преобразуем выражения, входящие в правую часть уравнения (23), учитывая, что $\nabla \times \mathbf{u} = \Omega$. Упростим второе выражение в правой части уравнения (23)

$$\nabla \times (\Omega \times \mathbf{u}) = \nabla \times (\Omega \times \mathbf{u}) = \Omega(\nabla \cdot \mathbf{u}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\Omega - \mathbf{u}(\nabla \cdot \Omega) - (\Omega \cdot \nabla)\mathbf{u}. \tag{24}$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (24) равно нулю из условия неразрывности. Третье слагаемое может быть непосредственно вычислено

$$\mathbf{u}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]=0.$$

В результате выражение (24) может быть представлено в более простом виде

$$\nabla\times(\Omega\times\mathbf{u})=(\mathbf{u}\cdot\nabla)\Omega-(\Omega\cdot\nabla)\mathbf{u}. \tag{25}$$

Аналогично третье слагаемое в уравнении (23) можно представить в виде

$$\nabla\times(\mathbf{f}\times\mathbf{u})=\mathbf{f}(\nabla\cdot\mathbf{u})+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{f}-\mathbf{u}(\nabla\cdot\mathbf{f})-(\mathbf{f}\cdot\nabla)\mathbf{u}. \tag{26}$$

Как и в предыдущем случае, первое слагаемое в правой части уравнения (26) равно нулю вследствие условия неразрывности. Второе и третье слагаемые равны нулю в силу того, что $\mathbf{f}$ = const. В результате получим

$$\nabla\times(\mathbf{f}\times\mathbf{u})=-(\mathbf{f}\cdot\nabla)\mathbf{u}=-\left(f_x\frac{\partial}{\partial x}+f_y\frac{\partial}{\partial y}+f_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\mathbf{u}. \tag{27}$$

Так как масштаб горизонтальной пространственной изменчивости составляющих скоростей течений существенно больше соответствующего масштаба вертикальной изменчивости, то можно ограничиться слагаемым, включающим производную по z, и принять, что

$$\nabla\times(\mathbf{f}\times\mathbf{u})=-f_z\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial z}. \tag{28}$$

Пренебрегая на данном этапе пространственной изменчивостью коэффициентов турбулентного обмена импульсом, с учетом проведенных преобразований уравнение завихренности может быть представлено в виде

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\Omega-(\Omega\cdot\nabla)\mathbf{u}-f_z\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial z}-k_z\frac{\partial^2\Omega}{\partial z^2}-k_l\nabla_l^2\Omega=\frac{1}{\rho_0}\mathbf{g}\times\nabla\rho. \tag{29}$$

Уравнения (5), (6), (7), (10), (15), (29) позволяют по заданному полю плотности рассчитать три составляющие скорости течения. При этом требуется преобразовать граничные условия, выразив их через новые переменные.

Для удобства представим сформулированную систему уравнений в скалярном виде. Вихревая составляющая скорости будет определяться следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial t}+u\frac{\partial \Omega_x}{\partial x}+v\frac{\partial \Omega_x}{\partial y}+w\frac{\partial \Omega_x}{\partial z}=f_z\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial y}+k_z\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial z^2}+k_l\nabla^2\Omega_x; \quad (30)$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial t}+u\frac{\partial \Omega_y}{\partial x}+v\frac{\partial \Omega_y}{\partial y}+w\frac{\partial \Omega_y}{\partial z}=f_z\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial x}+k_z\frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial z^2}+k_l\nabla^2\Omega_y; \quad (31)$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial t}+u\frac{\partial \Omega_z}{\partial x}+v\frac{\partial \Omega_z}{\partial y}+w\frac{\partial \Omega_z}{\partial z}=(\Omega_z+f_z)\frac{\partial w}{\partial z}+k_z\frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial z^2}+k_l\nabla^2\Omega_z; \quad (32)$$

$$\nabla^2\psi_x=-\Omega_x; \quad (33)$$

$$\nabla^2\psi_y=-\Omega_y; \quad (34)$$

$$\nabla^2\psi_z=-\Omega_z; \quad (35)$$

$$\bar{u}=\frac{\partial \psi_z}{\partial y}-\frac{\partial \psi_y}{\partial z}; \quad (36)$$

$$\bar{v}=\frac{\partial \psi_x}{\partial z}-\frac{\partial \psi_z}{\partial x}; \quad (37)$$

$$\bar{w}=\frac{\partial \psi_y}{\partial x}-\frac{\partial \psi_x}{\partial y}. \quad (38)$$

Для потенциальной составляющей скорости используются уравнения

$$\nabla^2\varphi=0; \quad (39)$$

$$\bar{\bar{u}} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \tag{40}$$

$$\bar{\bar{v}} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \tag{41}$$

$$\bar{\bar{w}} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \tag{42}$$

$$u = \bar{u} + \bar{\bar{u}},\ v = \bar{v} + \bar{\bar{v}},\ w = \bar{w} + \bar{\bar{w}}. \tag{43}$$

1.2. Граничные условия

При выборе граничных условий можно считать, что в случае рассмотрения бароклинных процессов, скорость которых существенно меньше скорости распространения возмущения уровня свободной поверхности, для уровня свободной поверхности можно принять условие "твердой крышки" [3]

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = w\big|_{z=0} = 0. \tag{44}$$

Также на первом этапе будем пренебрегать трением ветра, т. е. считаем, что

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z=0} = 0,\ \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z=0} = 0. \tag{45}$$

При рассмотрении динамических бароклинных процессов можно не учитывать потоки солей через поверхность. В этом случае используется условие

$$\frac{\partial s}{\partial z} = 0\,. \tag{46}$$

У дна для горизонтальных составляющих скорости применяем соотношения

$$k_z \rho_0 \frac{\partial u}{\partial z}\bigg|_{z=H} = -c_0 \sqrt{u^2 + v^2}\, u,\ k_z \rho_0 \frac{\partial v}{\partial z}\bigg|_{z=H} = -c_0 \sqrt{u^2 + v^2}\, v. \tag{47}$$

Для составляющей скорости течения, направленной нормально ко дну, примем условие непротекания, т. е.

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = 0. \tag{48}$$

Соответственно для солености используется условие

$$(\nabla s \cdot \mathbf{n}) = 0. \tag{49}$$

На боковой границе твердого контура для горизонтальных составляющих скорости течений, направленных нормально к границе, можно использовать условие непротекания

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = 0. \tag{50}$$

Горизонтальное трение играет второстепенную роль в формировании придонных течений. Поэтому с целью упрощения задачи можно пренебречь трением на боковом твердом контуре и для касательных составляющих скоростей течения использовать условие скольжения

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{l}) = 0, \tag{51}$$

где $\mathbf{l}$ – касательная к контуру.

Появившиеся новые дифференциальные уравнения (30)–(39) требуют постановки новых граничных условий для новых переменных, которые могут быть получены из граничных условий (44)–(51). Для скалярного потенциала граничные условия выводятся из условия непротекания, которое должно выполняться одновременно для потенциальной и вихревой составляющих скорости течения. В этом случае для твердой боковой границы, а также для дна и поверхности моря получается

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0.$$

Для жидкой боковой границы соответствующее граничное условие принимает вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = (\bar{\bar{\mathbf{u}}} \cdot \mathbf{n}),$$

где $\mathbf{n}$ – нормаль к границе.

Рассмотрим задание граничных условий для вихря скорости. Учитывая используемое условие "твердой крышки", а также пренебрегая влиянием касательного напряжения трения ветра для поверхности моря, можно использовать следующие граничные условия для составляющих вихря скорости:

$$\Omega_x = \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} = 0; \tag{52}$$

$$\Omega_y = \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} = 0; \tag{53}$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u}}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}\right) = 0. \tag{54}$$

Для дна из условий (47) и пренебрегая $\frac{\partial \overline{w}}{\partial x}$ и $\frac{\partial \overline{w}}{\partial y}$ по сравнению с $\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$ и $\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}$, получим

$$\Omega_x = -\frac{c_0\sqrt{u^2+v^2}}{k_z\rho_0}u; \tag{55}$$

$$\Omega_y = -\frac{c_0\sqrt{u^2+v^2}}{k_z\rho_0}v; \tag{56}$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u}}{\partial y}\right) \cong -\frac{c_0\sqrt{u^2+v^2}}{k_z\rho_0}\Omega_z. \tag{57}$$

При постановке граничных условий на боковых границах на твердом контуре исходим из условий равенства нулю нормальной составляющей скорости течения и отсутствия трения на боковой границе Ω_l (50)–(51). В результате для составляющих ротора скорости относительно осей координат, параллельных поверхности боковой границы, на твердой боковой границе в качестве граничных условий получим соотношения

$$\Omega_l = \frac{\partial \overline{u}_n}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w}}{\partial n} \ ; \Omega_z = \frac{\partial \overline{u}_l}{\partial n} - \frac{\partial \overline{u}_n}{\partial l} = 0 \ , \tag{58}$$

где $\overline{u}_n, \overline{u}_l$ – нормальная и касательная к границе горизонтальные составляющие скорости течений.

Для составляющей завихренности относительно оси координат, ориентированной перпендикулярно боковой границе, соответствующее граничное условие удобно представить относительно нормальной производной

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial l} - \frac{\partial \overline{u}_l}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial n}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \overline{u}_l}{\partial n}\right) = 0, \tag{59}$$

здесь n – нормаль к границе. Для части боковой границы, ориентированной перпендикулярно оси координат x, получим

$$\Omega_z = \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = 0\ ; \tag{60}$$

$$\Omega_y = \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} = 0\ ; \tag{61}$$

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v}}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right) = 0. \tag{62}$$

При формулировке граничных условий для составляющих векторного потенциала также учитываются граничные условия для скорости в исходной системе уравнений. При задании граничных условий на непроницаемых участках границы используется условие равенства нулю составляющей скорости течения, направленной по нормали к границе,

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{n} \cdot \nabla \times \Psi = -\nabla \cdot (\mathbf{n} \times \Psi) = -\nabla \cdot \left(\mathbf{l}\Psi_z - \mathbf{z}\Psi_l\right) = 0. \tag{63}$$

Выражение в скобках представляет собой составляющую векторного потенциала, лежащую в плоскости непроницаемой границы. Для выполнения условия (63) достаточно, чтобы эти составляющие на границе были равны нулю, т. е.

$$\Psi_l = 0, \Psi_z = 0, \tag{64}$$

где Ψ_l, Ψ_z – составляющие векторного потенциала вдоль осей координат в плоскости границы. Для составляющей векторного потенциала, направленной перпендикулярно границе, граничные условия выводятся из условия "нормировки" (14), использованного при выводе уравнения векторного потенциала (15),

$$\frac{\partial \Psi_l}{\partial l} + \frac{\partial \Psi_n}{\partial n} + \frac{\partial \Psi_z}{\partial z} = 0, \tag{65}$$

где Ψ_l, Ψ_n, Ψ_z – составляющие векторного потенциала вдоль соответствующих осей координат. Из уравнения (65) с учетом соотношения (64) следует, что

$$\frac{\partial \Psi_n}{\partial n} = 0. \tag{66}$$

Для свободной поверхности при использовании условия "твердой крышки" справедливы следующие соотношения:

$$\Psi_x = 0, \Psi_y = 0, \frac{\partial \Psi_z}{\partial z} = 0 . \tag{67}$$

Наиболее простые выражения граничных условий для векторного потенциала получаются тогда, когда граничная область перпендикулярна какой-либо оси используемой системы координат. В противном случае касательные и нормальные составляющие векторного потенциала относительно границы должны быть выражены через его составляющие в используемой фиксируемой системе координат. При традиционном выборе системы координат поверхность дна не обязательно в каждой точке перпендикулярна вертикальной системе координат. Однако обычно углы наклона дна составляют несколько градусов, что позволяет упростить граничные условия, отождествив локальную, привязанную к поверхности систему координат с основной. В этом случае граничные условия на дне аналогичны соотношениям (67). На боковой твердой границе для участка, перпендикулярного оси x, граничные условия примут вид

$$\Psi_z = 0, \Psi_y = 0, \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} = 0. \tag{68}$$

Для аналогичного участка, перпендикулярного оси y, граничные условия могут быть представлены следующим образом:

$$\Psi_x = 0,\ \Psi_z = 0; \tag{69}$$

$$\frac{\partial \Psi_y}{\partial y} = 0. \tag{70}$$

На твердом непроницаемом контуре одна из осей координат в плоскости границы совпадает с вертикальной осью **z** исходной системы координат. Ось координат, перпендикулярная границе, в общем случае может иметь некоторый угол α по отношению к одной из горизонтальных осей фиксированной системы координат. В этом случае в локальной системе координат граничные условия имеют вид (64)–(66). В частности, если исходная система координат является правосторонней с осями **x, y, z** при **z**, направленной вертикально вверх, а локальная система имеет правосторонние базовые векторы **l, n, z** с осью **n**, направленной перпендикулярно боковой границе внутрь области, то граничные условия (64) и (66) могут быть выражены через компоненты векторного потенциала в исходной системе координат следующим образом. Если ось координат **n** составляет с **y** угол α , то составляющие Ψ_l, Ψ_n могут быть представлены через Ψ_x, Ψ_y с помощью уравнений

$$\Psi_l = -\Psi_x \cdot \sin\alpha + \Psi_y \cos\alpha = 0; \tag{71}$$

$$\Psi_n = \Psi_x \cos\alpha + \Psi_y \sin\alpha. \tag{72}$$

Подставляя уравнение (71) в (72), получаем

$$\frac{\partial \Psi_n}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n}\left(\Psi_x \cos\alpha + \Psi_y \sin\alpha\right) = 0. \tag{73}$$

Из уравнения (71) выразим Ψ_y через Ψ_x и подставим в (73). В результате получим

$$\Psi_y = \Psi_x \operatorname{ctg}\alpha. \tag{74}$$

В уравнении $\frac{\partial \Psi_x}{\partial n} = 0$ выразим производную $\frac{\partial}{\partial n}$ через производные $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$. В векторной форме $\frac{\partial}{\partial n}$ можно представить как $\mathbf{n} \cdot \nabla$. Так как в исходной системе координат

$$\mathbf{n} = -\mathbf{i}\cos\alpha - \mathrm{j}\sin\alpha + \mathbf{k}0,$$

тогда

$$\frac{\partial\Psi_x}{\partial n} = \mathbf{n}\cdot\nabla\Psi_x = -\frac{\partial\Psi_x}{\partial x}\cos\alpha - \frac{\partial\Psi_x}{\partial y}\sin\alpha = 0. \qquad (75)$$

Из уравнения (75) получаем

$$\frac{\partial\Psi_x}{\partial y} = -\frac{\partial\Psi_x}{\partial x}\operatorname{ctg}\alpha. \qquad (76)$$

Ψy находится из соотношения (74).

На жидком контуре боковой границы вихревая составляющая скорости течения определяется либо факторами, находящимися вне расчетной области, либо процессами, протекающими внутри нее. В первом случае распределение скорости течений на жидкой границе должно быть задано. Во втором случае обычно принимается, что факторы, вызывающие вихревую составляющую течений вблизи жидкой границы, однородны, и эти течения слабо меняются в направлении от границы внутрь области. Это позволяет использовать соотношение

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\mathbf{n}\cdot\bar{\mathbf{u}}\right) = 0. \qquad (77)$$

С учетом (77) можно записать

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\mathbf{n}\cdot\bar{\mathbf{u}}\right) = \frac{\partial}{\partial n}\left(\mathbf{n}\cdot\nabla\times\Psi\right) = -\frac{\partial}{\partial n}\left(\nabla\cdot\left(\mathbf{n}\times\Psi\right)\right) = -\left(\nabla\cdot\left(\mathbf{n}\times\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right)\right) = 0. \qquad (78)$$

В локальной системе координат $\left(\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \mathbf{n}\right)$

$$\mathbf{n} = (0,0,1),\ \Psi = \left(\Psi_1, \Psi_2, \Psi_n\right).$$

В этом случае выражение (78) можно переписать

$$\nabla\cdot\begin{vmatrix} \mathbf{l}_1 & \mathbf{l}_2 & \mathbf{n} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial\Psi_1}{\partial n} & \frac{\partial\Psi_2}{\partial n} & \frac{\partial\Psi_n}{\partial n} \end{vmatrix} = \nabla\cdot\left(\mathbf{l}_1\left(-\frac{\partial\Psi_2}{\partial n}\right) + \mathbf{l}_2\left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial n}\right) + \mathbf{n}0\right) =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial l_1}\left(\frac{\partial\Psi_2}{\partial n}\right) + \frac{\partial}{\partial l_2}\left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial n}\right) = 0. \qquad (79)$$

Соотношение (79) выполняется, если принять, что

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial n} = 0, \frac{\partial \Psi_2}{\partial n} = 0. \tag{80}$$

Граничные условия на жидкой боковой границе для Ψn найдем из уравнения (65)

$$\frac{\partial \Psi_n}{\partial n} = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial l_1} - \frac{\partial \Psi_2}{\partial l_2}. \tag{81}$$

В реальных задачах граничные условия должны быть представлены в исходных фиксированных координатах. В частности, для жидкого контура, ориентированного перпендикулярно оси x, граничные условия (80)–(81) в исходной системе координат **(x, y, z)** могут быть представлены следующим образом:

$$\frac{\partial \Psi_y}{\partial x} = 0, \frac{\partial \Psi_z}{\partial x} = 0; \tag{82}$$

$$\frac{\partial \Psi_x}{\partial x} = -\frac{\partial \Psi_y}{\partial y} - \frac{\partial \Psi_z}{\partial z}. \tag{83}$$

1.3. Решение исходной системы уравнений модели

1.3.1. Численное решение уравнения завихренности в задаче бароклинной динамики шельфа

Уравнения составляющих вихря скорости являются одними из основных в представленной модели. Эффективность и точность расчета этих уравнений в значительной степени определяют точность решения всей системы. Для правосторонней системы координат эти уравнения имеют вид

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial t} + u\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} + v\frac{\partial \Omega_x}{\partial y} + w\frac{\partial \Omega_x}{\partial z} - \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial y} + f\frac{\partial u}{\partial z} + k_z\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial z^2} + k_l\nabla_l^2\Omega_x; \tag{84}$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial t} + u\frac{\partial \Omega_y}{\partial x} + v\frac{\partial \Omega_y}{\partial y} + w\frac{\partial \Omega_y}{\partial z} = \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial x} + f\frac{\partial v}{\partial z} + k_z\frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial z^2} + k_l\nabla_l^2\Omega_y; \tag{85}$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial t} + u\frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + v\frac{\partial \Omega_z}{\partial y} + w\frac{\partial \Omega_z}{\partial z} =$$

$$= f\frac{\partial w}{\partial z} + k_z \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial z^2} + k_l \nabla_l^2 \Omega_z . \qquad (86)$$

где x, y, z – составляющие правосторонней системы координат с осью z, направленной вертикально вверх; Ω_x, Ω_y, Ω_z – составляющие вектора вихря скорости на соответствующие оси; u, v, w – составляющие скорости течения; k_z k_l – вертикальный и горизонтальный коэффициенты турбулентного обмена; f – параметр Кориолиса;

$$\nabla_l^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} .$$

В представленной системе уравнений первые два уравнения содержат производные по z от горизонтальных составляющих скорости, которые можно заменить соответствующими составляющими вихря скорости, пользуясь следующими соотношениями:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \Omega_y + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} ; \qquad (87)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \Omega_x + \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} . \qquad (88)$$

В результате подстановки полученных соотношений в уравнения (84)–(85) последние приводятся к более удобному виду

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial t} + u\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} + v\frac{\partial \Omega_x}{\partial y} + w\frac{\partial \Omega_x}{\partial z} =$$

$$= \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial y} + f\Omega_y + f\left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{\overline{u}}}{\partial z}\right) + k_z \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial z^2} + k_l \nabla_l^2 \Omega_x ; \qquad (89)$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial t} + u\frac{\partial \Omega_y}{\partial x} + v\frac{\partial \Omega_y}{\partial y} + w\frac{\partial \Omega_y}{\partial z} =$$

$$= \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial x} + f\Omega_x + f(\frac{\partial \overline{w}}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}) + k_z \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial z^2} + k_l \nabla_l^2 \Omega_y \,. \qquad (90)$$

В новой системе уравнений появившиеся выражения $f(\frac{\partial \overline{w}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u}}{\partial z})$ и $f(\frac{\partial \overline{w}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{y}}{\partial z})$ в основном значительно меньше содержащихся до этого величин $f\frac{\partial \overline{u}}{\partial z}$ и $f\frac{\partial \overline{v}}{\partial z}$. В результате полученная система уравнений вихря скорости стала в меньшей степени зависеть от других динамических величин, что делает ее более удобной для анализа и проведения расчетов. Сопоставляя уравнения (86), (89) и (90), легко заметить, что два последних уравнения являются взаимозависимыми. Уравнение (86) не включает в явном виде других составляющих вектора скорости. Это позволяет предположить, что формирование горизонтальных и вертикальной составляющих вектора скорости происходит в достаточной степени автономно. В то же время формирование горизонтальных его составляющих тесно взаимосвязано. Это подтверждается результатами расчетов по модели.

Прежде чем переходить к построению численного решения представленной системы уравнений, целесообразно предварительно проанализировать общие свойства этих уравнений, представив их в упрощенном виде. В частности, уравнения (89)–(90) в упрощенном виде могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial t} = f\Omega_y - \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial y}; \qquad (91)$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial t} = -f\Omega_x + \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial \rho}{\partial x}. \qquad (92)$$

Уравнения (91)–(92) могут быть преобразованы к одному уравнению для комплексных переменных

$$\frac{\partial \Omega_k}{\partial t} + if\Omega_k = i\frac{g}{\rho_0}\nabla_k \rho \,, \qquad (93)$$

где i – мнимая величина; $\Omega_k = \Omega_x + i\Omega_y$; $\nabla_k\rho = \frac{\partial\rho}{\partial x} + i\frac{\partial\rho}{\partial y}$.

Решением данного уравнения является выражение вида

$$\Omega_k = \Omega_{k0}\exp(-ift) + \frac{g\nabla_k\rho}{\rho_0 f}(1-\exp(-ift)), \qquad (94)$$

где Ω_{k0} – начальная комплексная горизонтальная составляющая вихря скорости.

При нулевой начальной завихренности обусловленная пространственной неоднородностью завихренность будет представлять собой гармонические незатухающие колебания в окрестности величины

$$\Omega_k = \frac{g\nabla_k\rho}{\rho_0 f}.$$

Очевидно, что под влиянием трения колебания со временем затухают, и завихренность устанавливается. Инерционность процесса формирования поля завихренности лежит в основе процесса установления геострофического приспособления. Это заставляет при выборе численных схем искать компромисс между желанием ослабить инерционные колебания и одновременно необходимостью избежать искажения из-за счетной вязкости процесса геострофического приспособления.

Учитывая отмеченные особенности уравнений (84)–(85), представим их в виде одного уравнения для комплексной горизонтальной завихренности

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} + u\frac{\partial\Omega}{\partial x} + v\frac{\partial\Omega}{\partial y} + w\frac{\partial\Omega}{\partial z} =$$

$$= i\frac{g}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x} + i\frac{\partial\rho}{\partial y}\right) - if\Omega + f\left(\frac{\partial w}{\partial x} + i\frac{\partial w}{\partial y}\right) + k_z\frac{\partial^2\Omega}{\partial z^2} + k_l\nabla_l^2\Omega, \qquad (95)$$

где $\Omega = \Omega_x + i\Omega_y$.

Решение уравнения (95) получается с помощью расщепления. На первом шаге находится промежуточное решение Ω^* из уравнения

$$\frac{\partial\Omega_j}{\partial t} = i\frac{g}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x} + i\frac{\partial\rho}{\partial y}\right) - if\Omega_j + f\left(\frac{\partial w}{\partial x} + i\frac{\partial w}{\partial y}\right) +$$

$$+ k_z\left(\frac{\Omega_{j+1} + \Omega_{j-1} - 2\Omega_j}{\Delta z^2}\right), \qquad (96)$$

где j – индекс расчетного узла по вертикали.

Уравнение (96) позволяет получить аналитическое решение, из которого получается выражение для промежуточного значения завихренности Ω^*

$$\Omega^*_j = \exp(-a_r\Delta t)(\Omega^n_{xj} + i\Omega^n_{yj})(\cos(f\Delta t) - i\ \sin(f\Delta t)) +$$
$$+\frac{(a_rF_r + a_mF_m) + i(a_rF_m - a_mF_r)}{a_r^2 + a_m^2}\times$$
$$\times[(1-\exp(-a_r\Delta t)\cos(f\Delta t)) + i\ \exp(-a_r\Delta t)\sin(f\Delta t)], \qquad (97)$$

где $a_r = \dfrac{k_z}{\Delta z^2}$; $a_m = f$; $F_r = -\dfrac{g}{\rho_0}\dfrac{\partial\rho}{\partial y} + f\dfrac{\partial w}{\partial x} + \dfrac{k_z}{\Delta z^2}(\Omega^n_{xj+1} + \Omega^n_{xj-1})$;

$$F_m = \frac{g}{\rho_0}\frac{\partial\rho}{\partial x} + f\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{k_z}{\Delta z^2}(\Omega^n_{yj+1} + \Omega^n_{yj-1}).$$

На втором шаге решается уравнение

$$\frac{\Omega^{n+1} - \Omega^*}{\Delta t} = -u^n\frac{\partial\Omega^*}{\partial x} - v^n\frac{\partial\Omega^*}{\partial y} - w\frac{\partial\Omega^*}{\partial z} + k_l\frac{\partial^2\Omega^*}{\partial x^2} + k_l\frac{\partial^2\Omega^*}{\partial y^2}. \qquad (98)$$

Численное решение уравнения (98) находится по явной схеме. Адвективные слагаемые, входящие в уравнение, представляются в виде направленных разностей, диффузионные слагаемые – центральными разностями.

С целью исследования расчетной схемы были проведены расчеты установления завихренности при $\dfrac{\partial\rho}{\partial x} = 10^{-3}$ кг· м$^{-4}$, $\dfrac{\partial\rho}{\partial y} = 0$, $\Delta z = 1$ м, $k_z = 10^{-5}$ м^2·с$^{-1}$, $\Delta t = 10^4$ с. В качестве начальных условий задавалось нулевое значение x-й и y-й составляющих завихренности. Результаты расчетов (рис. 1) показывают, что возбуждаются периодические колебания указанных составляющих с периодом 10^4 с, соответствующим величине f^{-1} (f – параметр Кориолиса).

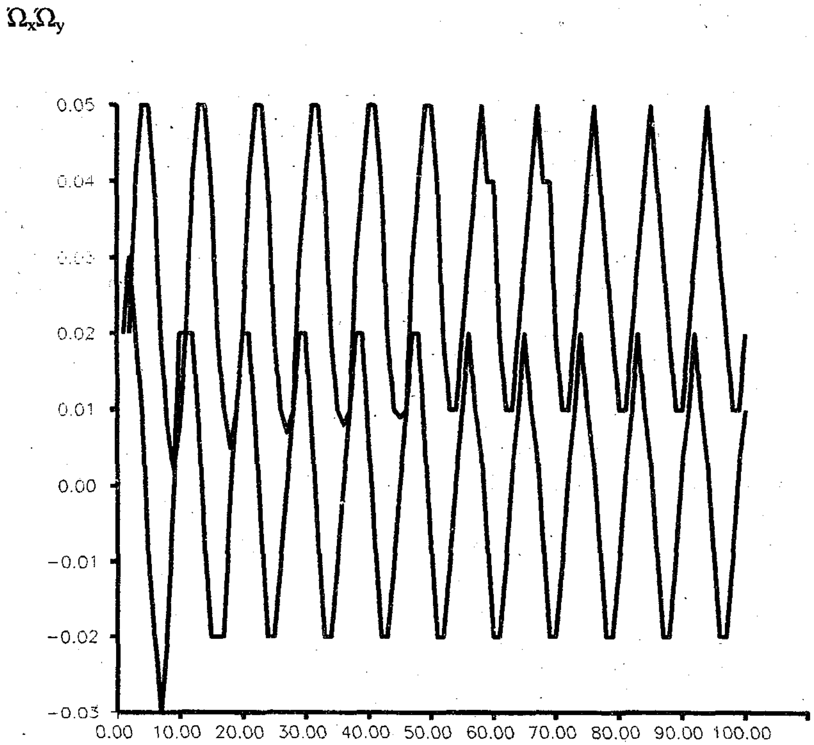

Рис. 1. Рассчитанная временная изменчивость x-й и y-й составляющих завихреннсти.

При этом x-я составляющая колеблется около средней величины, близкой 0,1 $с^{-1}$. Вторая горизонтальная составляющая завихренности осциллирует около величины, близкой нулю. Представленные результаты численного решения позволяют отметить его устойчивость и слабое проявление счетной вязкости.

1.3.2. Расчет составляющих векторного потенциала

Составляющие векторного потенциала в модели описываются трехмерными уравнениями Пуассона. При решении таких уравнений используются как прямые, так и итерационные методы. Преимущество итерационных методов состоит в простоте используемого алгоритма. Вместе с тем они, как правило, требуют большего числа операций и соответственно времени расчетов. При этом также обычно остается неопределенность в оценке степени соответствия полученного приближения точному решению. Прямые методы при решении многомерных уравнений, как правило, наиболее эффективны при использовании простых расчетных областей. Среди них определенными преимуществами обладает метод Фурье, так как при использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье он позволяет получить схемы расчета с минимальным числом операций. При использовании метода Фурье желательно, чтобы применялись постоянные пространственные шаги. В модели бароклинных процессов при описании придонных процессов часто удобно уменьшать размер вертикального шага у дна. Поэтому при решении уравнения Пуассона для составляющих векторного потенциала разложение в ряд Фурье целесообразно использовать вдоль горизонтальных осей координат. В результате для коэффициентов Фурье получаются трехточечные уравнения по вертикали, которые решаются прогонкой. Далее с помощью обратного преобразования Фурье находятся значения векторного потенциала в расчетных точках [11, 14].

1.3.3. Численная схема расчета уравнения переноса солей

При расчетах на продолжительный период важно, чтобы используемая расчетная схема уравнения переноса солей обладала минимальной счетной диффузией. Это имеет особое значение в моделях бароклинных процессов, так как именно поля плотности здесь являются основным фактором, формирующим динамические процессы, и уменьшение плотностных градиентов из-за влияния счетной диффузии может привести к заметному искажению результатов моделирования.

Причиной возникновения счетной диффузии при решении задач адвекции является искусственный перенос соли между соседними расчетными точками за временной шаг независимо от того, какое реальное расстояние проходят соли за счет адвекции. Как правило, при расчетах по явным схемам $u\Delta t << \Delta x$.

С целью уменьшения эффекта счетной диффузии при расчете переноса солей используется следующая схема. Принимается, что расчетная ячейка состоит из двух областей. Одна из них содержит воду, поступающую из других ячеек, и имеет соленость поступающей воды ($s1$). Другая содержит прежнюю воду, уходящую соответственно в другие расчетные ячейки и сохраняющую прежнюю соленость ($s2$). С поступлением в ячейку воды из других расчетных ячеек относительный размер области (p) с входящей водой увеличивается в соответствии с соотношением

$$p^{n+1} = p^{n} + u^{n}\Delta t,$$

где p – относительный размер принимающей области на n–м и на (n + 1)–м временных шагах; u^n – скорость; Δt – шаг по времени.

При одномерной сеточной области соленость воды в принимающей области в случае, когда скорость течений положительна, рассчитывается из соотношения

$$s1^{n+1}(i) = (s1^{n}(i)p^{n} + s2(i-1)u\Delta t) / p^{n-1},$$

где i – номер ячейки; n – номер временного шага..

При отрицательной скорости течений в одномерном случае данное соотношение принимает вид

$$s1^{n+1}(i) = (s1^{n}(i)p^{n} + s2(i+1)u\Delta t) / p^{n-1}.$$

Когда относительный размер принимающей области становится равным 1, считается, что вся ячейка заполнена новой водой. В этом случае принимающая область и соленость воды в ней становятся выходящими. Относительный размер принимающей области считается равным 0. При расчетах плотности используется средневзвешенная соленость (s), которая рассчитывается из уравнения

$$s = ps1 + (1-p)s2.$$

В одномерном случае s2 представляет собой выходящую соленость соседней ячейки, из которой поступает вода. Для двухмерной области при положительных составляющих скорости течения $s2$ находится путем интерполяции

$$s2_{ij} = s2_{i-1j} + \frac{v_{ij}}{u_{ij}}\left(\frac{s2_{i-1j} - s2_{i-1j-1}}{\Delta y}\right),$$

где v – составляющая скорости течений по другой оси координат. Соответствующим образом данное соотношение обобщается для трехмерного случая при произвольном знаке составляющих скорости течений.

С целью проверки рассмотренного метода были проведены расчеты перемещения придонной линзы на период в 10 суток при различных соотношениях составляющих скоростей течений. Как показали расчеты, в случае одной составляющей скорости счетная диффузия практически не проявляется.

Включение двух и трех составляющих скорости вызывает появление эффекта размыва градиентов солености из-за интерполяции выходящих соленостей.

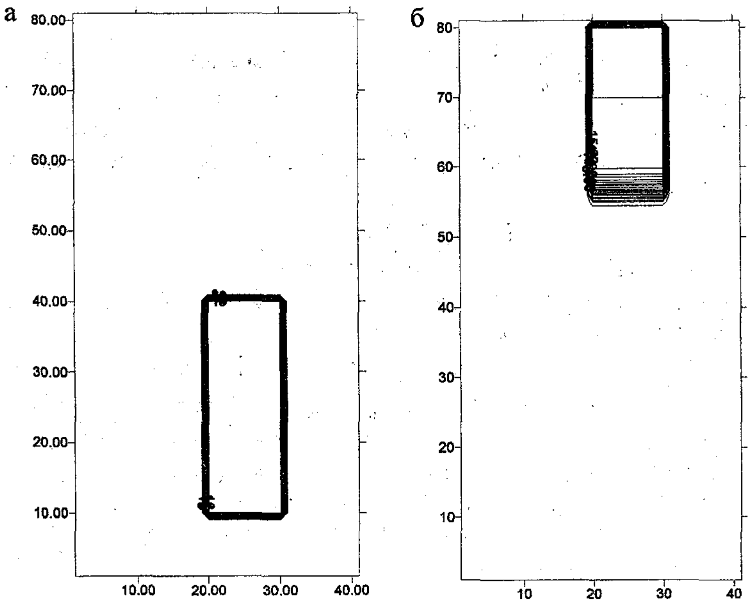

Рис. 2. Распределение придонной солености в начальный момент (а) и через 1000 шагов (б) с временным шагом 1000 с при заданной скорости 25 см $с^{-1}$ вдоль оси *y*.

Однако этот эффект локален, не переносится по направлению течений и проявляется лишь в случае больших градиентов солености.

2. Моделирование элементарных придонных бароклинных процессов

Моделирование сложных реальных придонных бароклинных процессов целесообразно начать с исследования с помощью моделирования некоторых лежащих в их основе элементарных процессов. К таким процессам, в частности, относится поведение придонной линзы у горизонтального, у наклонного дна, а также у границы раздела участков с наклонным и горизонтальным дном. Предварительное исследование элементарных процессов помогает глубже понять сложные природные процессы и дает возможность проверить модель, сопоставляя результаты расчетов с имеющимися данными лабораторных и теоретических исследований, которые более полно представлены для элементарных процессов.

2.1. Растекание придонной линзы при горизонтальном дне

Для моделирования эволюции придонной линзы у горизонтального дна была использована представленная выше негидростатическая трехмерная модель. В качестве начальных условий принималось однородное распределение солености, равной 6 промилле. В центре области в придонном слое помещался объем воды соленостью 16 ‰ размером 30х30 км и высотой 20 м в центре, уменьшающейся к краям до 15 м. Использованное соотношение между фоновой соленостью и соленостью придонной воды характерно, в частности, для Балтийского моря. Начальный горизонтальный размер придонной линзы был выбран превышающим бароклинный радиус деформации Россби с целью обеспечения достижения ею геострофического приспособления прежде, чем она растечется по дну. Относительно малые значения для коэффициентов турбулентности использованы для того, чтобы избежать ослабления диффузией роли адвекции, которая является основной в рассматриваемом процессе. Вертикальный и горизонтальный коэффициенты турбулентности $kz = 10^{-5}$ м$^2 \cdot$с$^{-1}$, $kl = 10$ м$^2 \cdot$с$^{-1}$.

Задача решалась на сеточной области размером 41х81 узел по горизонтали и 30 узлов по вертикали. Пространственные шаги по горизонтали составляли 5 км. В вертикальном направлении первые десять шагов от дна составляли 2 м, а выше – равнялись (H – 20 м)/19, где H – общая глубина в метрах. В расчетах H принималась равной 100 м. В качестве начальных условий задавалось нулевое значение завихренности во всей области.

Расчеты позволили проанализировать основные особенности поведения придонной линзы и формирующие их процессы. По расчетам, в начальной стадии у боковых границ линзы за счет горизонтального градиента плотности формируются горизонтальные составляющие завихренности с осью, направленной перпендикулярно плотностному градиенту. На рис. 3 представлено распределение рассчитанной на различные моменты времени x-й составляющей завихренности в окрестности линзы на расстоянии 2 м от дна. В период времени $t = 10^3$ с, не превышающий периода Россби, максимальная величина x-й составляющей завихренности отмечается у боковых границ линзы, перпендикулярных оси y, где горизонтальный градиент плотности также направлен преимущественно вдоль оси y. Около других боковых границ линзы с горизонтальным градиентом плотности вдоль оси x x-я составляющая завихренности практически отсутствует, а преобладает y-я составляющая завихренности. Для моментов времени, превышающих период Россби ($t_R = f^{-1}$), в области боковой границы придонной линзы устанавливается завихренность с осью, совпадающей с направлением горизонтального плотностного градиента. На рис. 3, б представлена x-я составляющая завихренности, рассчитанная на момент времени $t = 2{\cdot}5\ 10^5$ с на расстоянии 2 м от дна.

Сопоставляя рис. 3, б и 3, а, несложно заметить, что расположение максимальных величин x-й составляющей завихренности перешло с области границы линзы, характеризующейся преимущественным направлением горизонтального плотностного градиента вдоль оси y, к области с преобладающим горизонтальным плотностным градиентом вдоль оси x.

В области верхней границы линзы из-за ее наклона также вначале формируется завихренность с осью, совпадающей с направлением горизонтального плотностного градиента. Со временем происходит разворот горизонтальной составляющей завихренности в направлении, совпадающем с направлением горизонтального плотностного градиента. Интенсивность формирующейся в области верхней границы линзы завихренности меньше, чем у ее боковых границ из-за меньшей величины горизонтального градиента плотности.

Изменение направления оси завихренности происходит не плавно, а сопровождается периодическими колебаниями, подобными представленным на рис. 1. При этом ось горизонтальной составляющей завихренности, сохраняя основное направление вдоль горизонтального плотностного градиента, может отклоняться от него вправо и влево. В этом случае у составляющей завихренности, являющейся ее проекцией на направление плотностного градиента, отмечаются затухающие периодические колебания ее величины без изменения знака. Проекция завихренности на ось, перпендикулярную горизонтальному плотностному градиенту, также подвержена периодическим колебаниям. Однако в этом случае изменение величины завихренности происходит с изменением знака.

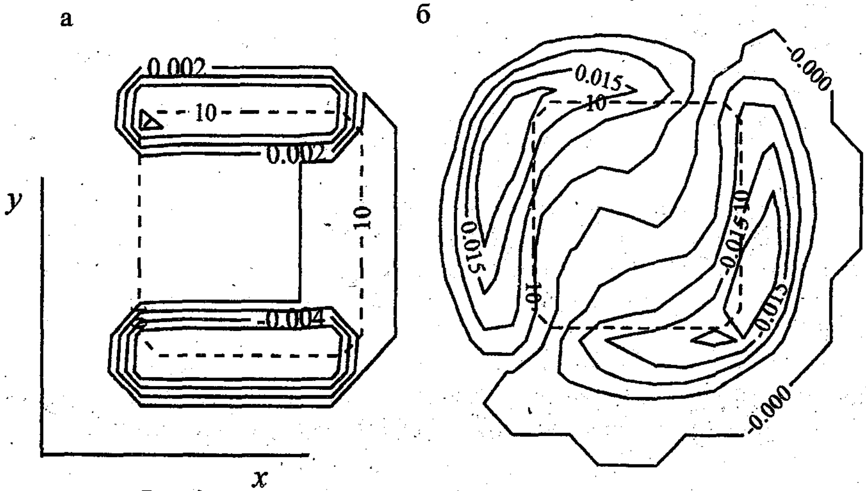

Рис. 3. Распределение x-й компоненты завихренности на расстоянии 2 м от дна, рассчитанной на моменты времени 10^3 с (а); $2{,}5 \cdot 10^5$ с (б); пунктир – изохалина 10 ‰

Отмеченные особенности в поведении горизонтальной составляющей завихренности определяют основной характер распределения скоростей течений и их изменения. Так, в начальный момент при $t < t_R$, когда преобладает составляющая завихренности с осью, перпендикулярной плотностному градиенту, в области линзы формируются преимущественно радиальные составляющие скорости течений. В области линзы они направлены от центра. Происходящий с течением времени разворот оси горизонтальной завихренности вдоль направления горизонтального плотностного градиента приводит к изменению преобладающего направления придонных течений от радиальных к тангенциальным. Переход от радиального к тангенциальному направлению придонных течений иллюстрируется результатами расчетов, представлеными на рис.4, а, – 4, б. На данных рисунках представлены рассчитанные для разных моментов времени скорости придонных течений. На рис.4, а придонные течения, полученные на момент времени 10^3 с, имеют преимущественно радиальное направление. Но уже через

$1{,}5 \cdot 10^4$ с придонные течения, представленные на рис.5, б, становятся преимущественно тангенциальными.

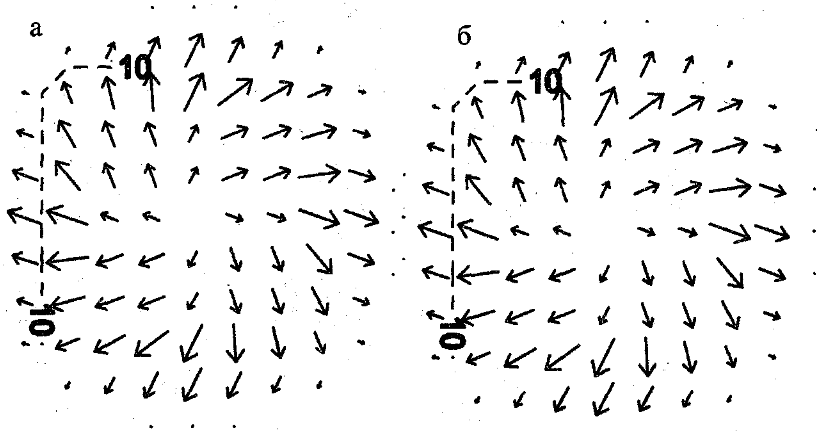

Рис. 4. Скорости течений на расстоянии 2 м от дна, рассчитанные на моменты времени $5 \cdot 10^3$ (а), $1{,}5 \cdot 10^4$ с (б); максимальная скорость – 30 см·с$^{-1}$; пунктир – изохалина 10 %о

Над линзой течения имеют противоположное направление, но существенно меньшие скорости, что иллюстрируется результатами расчетов течений на горизонте 20 м от дна, представленными на рис. 5.

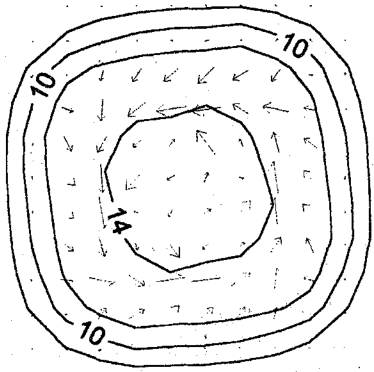

Рис. 5. Скорости течений и придонная соленость на расстоянии 20 м от дна, рассчитанные для момента времени 10^5 с (максимальная скорость течений – 1,9 см·с$^{-1}$)

Под влиянием завихренности, сформировавшейся в области верхней границы линзы, возникают противоположно направленные и равные по величине потоки. Так как толщина слоя над линзой в данном случае значительно больше толщины линзы, то скорости течений в верхнем слое оказались значительно слабее. Распределение скоростей течений в окрестности линзы показано на рис. 6, а– г. На рис. 6, а представлено распределение x-й составляющей скорости течений (u) на проходящем через центр линзы разрезе $z-x$, где u характеризует радиальные составляющие течений в области линзы. На рис. 6, б дано аналогичное распределение u на разрезе $z-y$. Здесь u характеризует тангенциальные составляющие скорости течений.

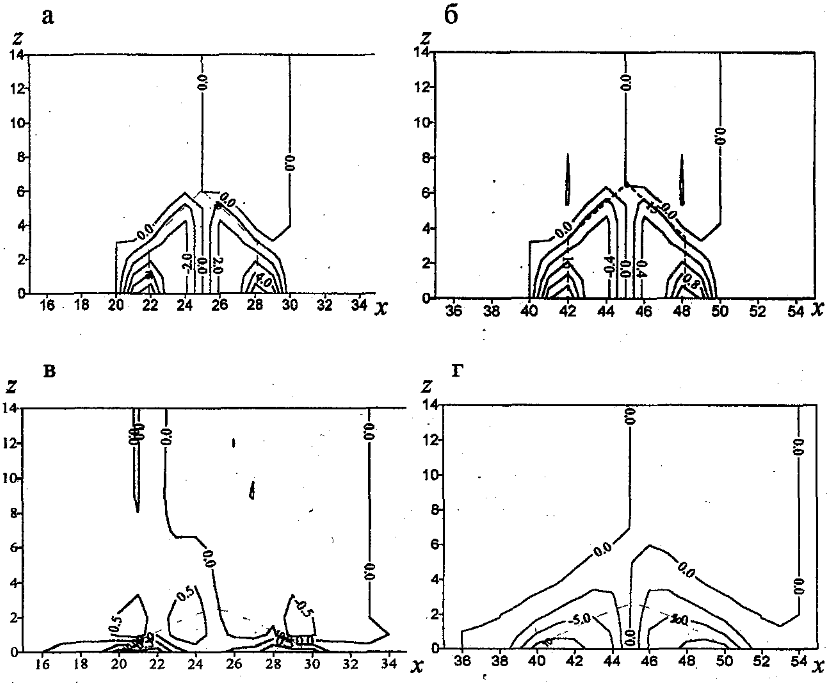

Рис. 6. Распределение в плоскости z–x (слева) и z–y (справа) x-й составляющей скорости течений на моменты времени 10^3 с (а,б) и $2{,}5 \cdot 10^5$ с (в, г); скорости даны в см·с$^{-1}$; пунктир–изохалины 10 ‰ ; по осям – номера узлов

Согласно представленным результатам расчетов, преобладающая в начальный период радиальная составляющая достигает максимального значения у боковых границ линзы с увеличением ко дну. В основной области линзы радиальные скорости быстро возрастают в окрестности ее верхней границы и далее не меняются по направлению ко дну. К моменту времени, существенно превышающему период Россби, радиальная составляющая, представленная на рис.6, в, практически пропадает, оставаясь лишь непосредственно около дна. Тангенциальная составляющая, представленная на рис.6, г, наоборот усиливается и охватывает всю область линзы.

Распределение вертикальной составляющей завихренности, представленное на рис. 7, связано с распределением областей дивергенции и конвергенции скоростей течений.

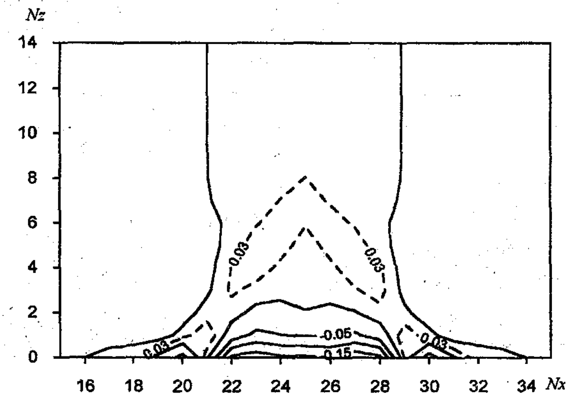

Рис. 7. Распределение вертикальной составляющей завихренности ($\Omega z \cdot 10^4$) через $4 \cdot 10^5$ с на сечении z–x, проходящем через середину линзы; Nx, Nz – номера узлов по осям x и z

Область положительной завихренности располагается в области растекающейся линзы. По ее краям и над линзой в областях конвергенции располагаются зоны с положительной завихренностью.

2.2. Поведение придонной линзы при наклонном дне

При моделировании поведения придонной линзы в случае наклонного дна принималось, что глубина расчетной области меняется вдоль оси x с уклоном ($\frac{\partial H}{\partial x} = -10^{-3}$). Линза прямоугольной формы размером 50х50 км и толщиной 20 м располагалась в центре расчетной области. В начальный момент времени завихренность и скорость течений принимались равными нулю. Расчетная область покрывалась сеткой размером 41x81x30 расчетных узлов соответственно вдоль осей x, y, z. Расстояние между узлами по горизонтали составляло 5000 м. По вертикали первые десять шагов от дна задавались равными 2 м, а выше равнялись $(H - 20\ \text{м})/19$, где H – глубина. В соответствии с этим в исходной системе уравнений использовался переход к новым переменным.

Формирующееся распределение горизонтальных составляющих скорости в окрестности линзы оказывается более сложным, чем в предыдущем случае. По расчетам, в отличие от случая с горизонтальным дном из-за наклона изопикн, связанного с наклоном дна, формируются дополнительные горизонтальные составляющие завихренности (рис. 8).

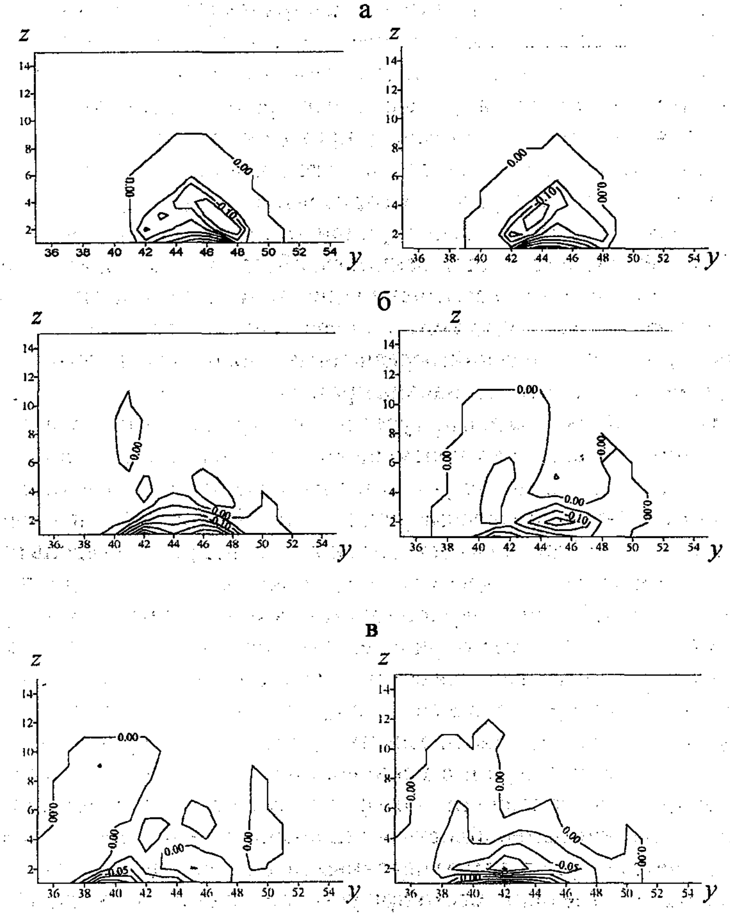

Рис. 8. Распределение в плоскости z–y x-й (справа) и y-й (слева) составляющих завихренности через 10^4 с (а) ,$4 \cdot 10^4$ с (б) и 10^5 с (в)

Причем вначале происходит формирование составляющей завихренности, ось которой ориентирована перпендикулярно направлению наклона дна. В настоящем случае это y-я составляющая завихренности. Данная завихренность порождает составляющую завихренности с осью, совпадающей с направлением наклона дна. В результате формируется процесс вращения по часовой стрелке оси преобладающей завихренности. Под влиянием трения данный процесс затухает. При этом преобладающей остается завихренность, ось которой расположена вдоль направления наклона дна. Под влиянием трения в придонном слое сохраняется и другая горизонтальная составляющая завихренности, но на порядок слабее первой.

Кроме отмеченного процесса имеет место формирование завихренности, анализируемое ранее для случая горизонтального дна. Как отмечалось, в результате этого процесса вдоль боковых границ придонной линзы устанавливается завихренность с осью, направленной вдоль горизонтального градиента плотности. В результате наложения нового поля завихренности и завихренности, характерной для горизонтального дна, результирующая картина поля течений и поведение придонной линзы становятся более сложными. Причем эволюция завихренности, обусловленной наклоном дна, в основном проявляется в перемещении придонной линзы как целого объекта. Это показано на рис. 9, где представлено поведение горизонтальных составляющих скорости течений, осредненных в пределах придонной линзы.

Как видно из рисунка, сначала происходит рост скорости перемещения линзы вдоль наклона дна u_0 и увеличение отрицательного значения скорости v_0, что соответствует перемещению линзы вправо от направления наклона дна. Рост u_0 является результатом усиления завихренности с осью, перпендикулярной направлению наклона дна. В свою очередь увеличение v_0 связано с ростом завихренности, ось которой направлена вдоль наклона дна. Далее процесс установления u_0 и v_0 происходит в виде периодических затухающих колебаний. В период затухания колебаний в момент времени около $3 \cdot f^{-1}$, u_0 приобретает отрицательное значение. Это означает, что в данный момент линза движется вверх по наклону дна. При установлении u_0 стремится к величине около 3 см·с$^{-1}$, а v_0 – к величине порядка 24 см·с$^{-1}$. В итоге установившееся движение линзы приобретает направление преимущественно вдоль изобаты и в меньшей степени – вниз по наклону дна. Полученная v_0 близка величине, которая получается из соотношения Нофа [7]. Периодическая изменчивость составляющих скоростей перемещения линзы является результатом отмеченных выше периодических инерционных колебаний, имеющих место при установлении поля горизонтальных составляющих завихренности. А преобладание при установлении составляющей переноса линзы по направлению вдоль изобат является следствием

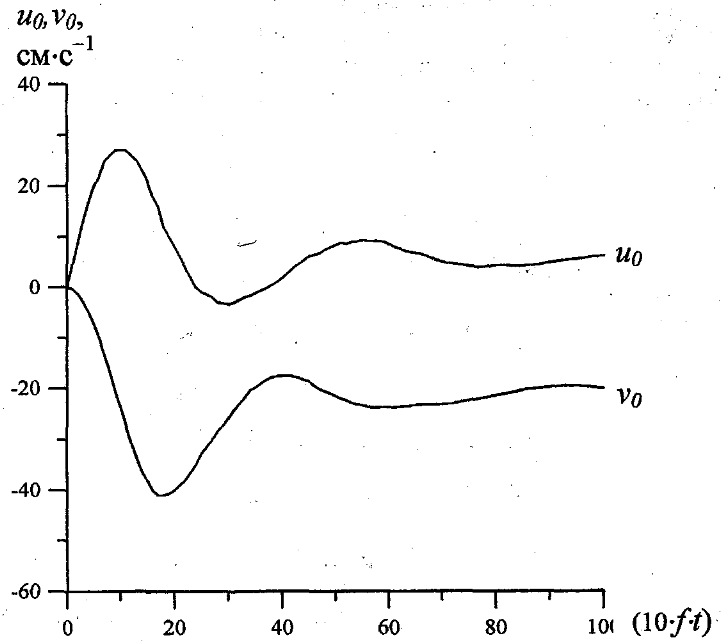

Рис. 9. Временная изменчивость горизонтальных составляющих скоростей течений (см·с$^{-1}$), осредненных в пределах придонной линзы

установления завихренности, ось которой расположена вдоль направления наклона дна.

Составляющая поля завихренности, ранее анализируемая для горизонтального дна, приводит к скоростям течений, обуславливающим растекание и вращение линзы. На рис.10 представлены придонные скорости течений в пределах линзы, полученные как разность между результирующими скоростями и осредненной скоростью переноса линзы.

Как видно из рисунка, полученные "остаточные" скорости течений имеют вращательный характер, что характерно для условий горизонтального дна. Скорости течений вблизи наклонного дна являются результатом наложения завихренности, связанной с наклоном дна, и завихренности, обусловленной неоднородностью горизонтального распределения плотности вдоль дна. Это приводит к более сложной картине придонных течений. На рис. 11, где представлены результаты расчетов на момент времени, равный периоду Россби, наибольшие скорости течений отмечаются в тыловой и нижней по наклону дна частях линзы. Именно здесь вращательные составляющие течений совпадают со скоростями течений, обуславливающими перенос линзы как целого объекта.

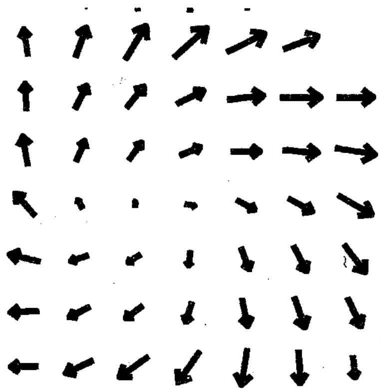

Рис. 10. Остаточные течения на расстоянии 2 м от дна, рассчитанные на момент времени 10^4 с (максимальная скорость – 45 см·с$^{-1}$)

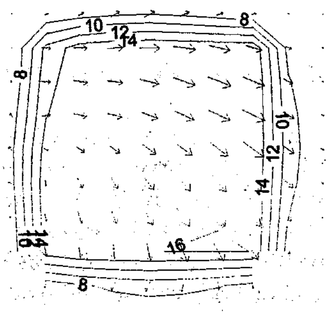

Рис. 11. Распределение солености и результирующих скоростей течений у дна

Эволюция трехмерной структуры горизонтальных составляющих течений показана на рис. 12.

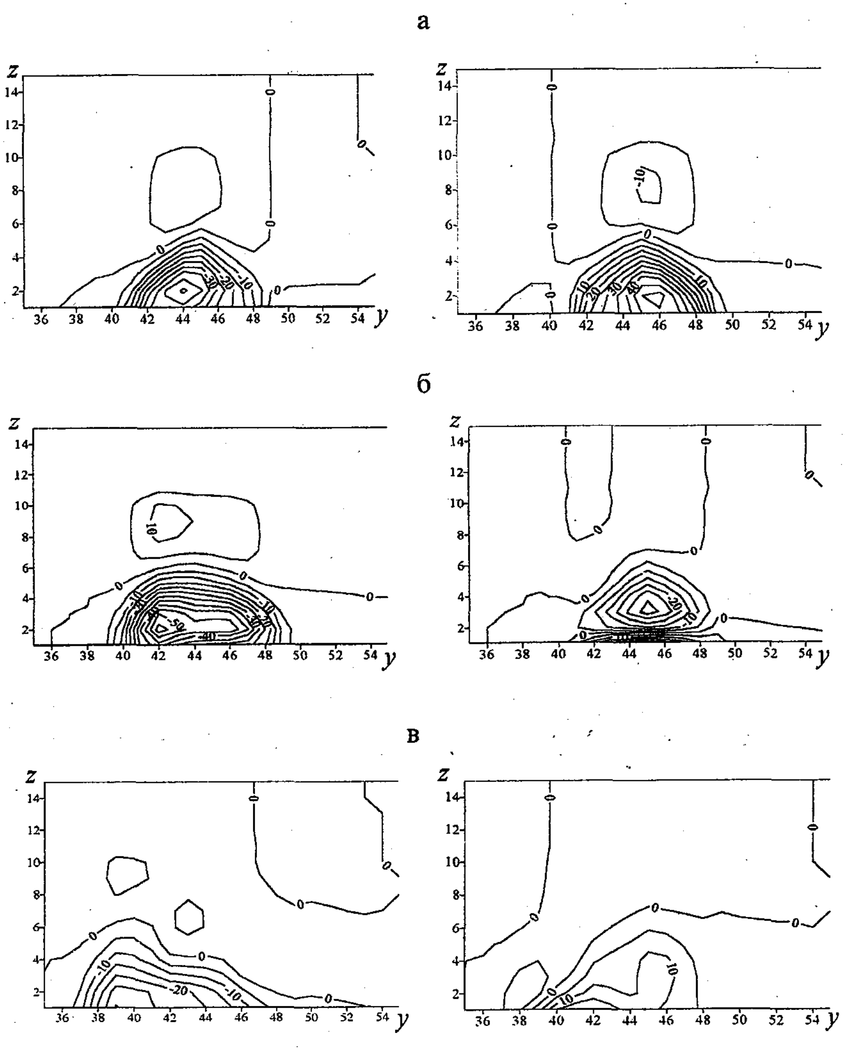

Рис. 12. Распределение в плоскости z–y составляющих скорости u (справа) и v (слева), рассчитанное на моменты времени 10^4 с (а), $3 \cdot 10^4$ с (б) и 10^5 с (в) (скорости даны в $см \cdot с^{-1}$)

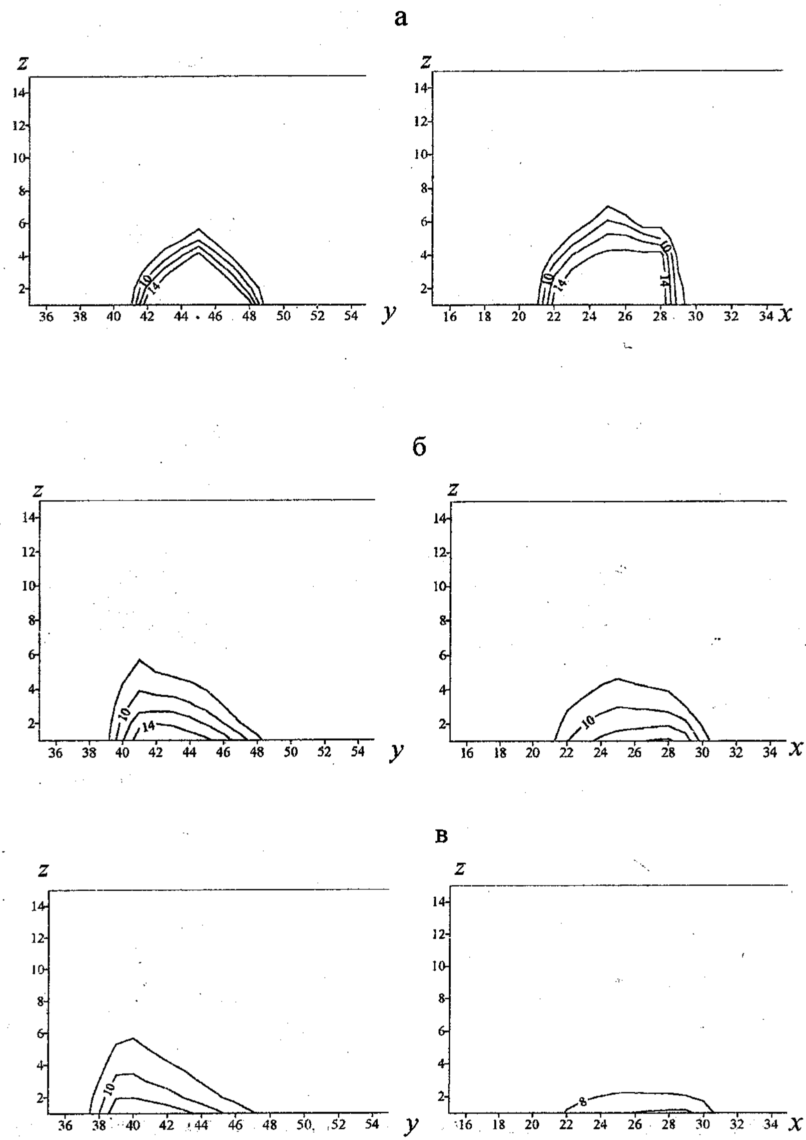

Рис. 13. Распределение солености на сечениях $z-y$ (слева) и $z-x$ (справа), рассчитанное на моменты времени 10^3 с (а), $5{\cdot}10^3$ с (б) и 10^4 с (в)

В соответствии с представленными результатами в начальный период происходит рост двух составляющих с опережением роста составляющей скорости вдоль наклона дна. Обе составляющие сосредоточены преимущественно в пределах линзы. Над линзой отмечается формирование более слабых составляющих скорости противоположного знака. С течением времени составляющая течений вдоль изобат усиливается по сравнению с составляющей, направленной вдоль наклона дна. Наибольшие горизонтальные скорости отмечаются в области линзы, характеризующейся наибольшей толщиной.

Хотя результирующая картина придонных течений представляет собой наложение переноса линзы как целого объекта и вращательных составляющих, и это должно было бы привести к простому переносу вращающейся линзы без заметной деформации ее формы, по расчетам получается заметное изменение формы линзы. Как видно из рис.13, в начальный момент наибольшее изменение формы линзы происходило в плоскости $z-y$.

Это связано с преобладанием на первом этапе завихренности с осью вдоль изобат и, как следствие, с преобладанием составляющих переноса линзы в направлении наклона дна. Позднее, когда устанавливается завихренность с осью вдоль наклона дна, усиливается перенос линзы вдоль изобат. При этом происходит перенос массы линзы к передней границе. Линза теряет свою симметрию. Передний край линзы становится существенно более крутым по сравнению с ее задним краем.

2.3. Поведение придонной линзы у границы между наклонным и горизонтальным участками дна

Специфика перемещения придонной линзы вдоль границы между наклонным и горизонтальным участками дна заключается в том, что при этом различные части линзы находятся в разных условиях. Та ее часть, которая находится на горизонтальном дне, казалось бы, по результатам предыдущих исследований не должна перемещаться. Находящаяся же на наклонном участке дна часть линзы должна двигаться вдоль изобат в соответствии с соотношением Ноффа. Однако взаимодействие между частями линзы может сделать процесс более сложным, чем просто сложение независимых поведений отдельных частей линзы. Анализ данного процесса полезен для понимания поведения линзы на стадии ее перехода от наклонных участков дна к более ровным. Такая ситуация возникает, когда придонная вода достигает максимальных глубин или заполняет локальные котловины.

При моделировании поведения линзы эффекты, связанные с влиянием изменения наклона дна, маскируются влиянием динамических эффектов, возникающих на краях линзы. В связи с этим на первом этапе целесообразно вначале рассмотреть механизм влияния изменения наклона дна на более простом случае придонного слоя.

Исследование поведения придонного слоя проводилось с помощью рассмотренной ранее модели. Потенциальные составляющие скорости течений принимались равными нулю. Используемая расчетная область в плане имела размеры 200x400 км с расположением большей стороны вдоль оси y. Граница между горизонтальным и наклонным участками дна проходила посередине области вдоль оси y. Левая половина области с горизонтальным дном имела глубину 200 м. Глубина правой половины области уменьшалась с наклоном дна 0,001. Принималось, что в начальный момент вдоль дна располагается слой воды соленостью 16 ‰, толщиной 20 м. Над придонным слоем располагалась вода соленостью 6 ‰. На боковых границах по оси y задавалось условие свободного протекания.

По расчетам, в течение первых суток в области верхней границы слоя над наклонным дном устанавливается завихренность с осью, совпадающей с направлением наклона дна. Распределение рассчитанной x-й составляющей завихренности на сечении $z - x$, проходящем через центр расчетной области, представлено на рис.14.

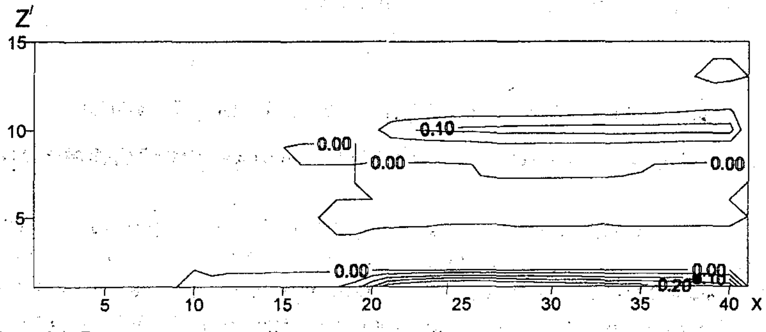

Рис. 14. Распределение x-й составляющей завихренности на сечении $z - x$ через 1 сутки (на осях – номера расчетных узлов)

Вертикальная ось на рисунках трансформирована в соответствии с описанным выше способом выбора шагов по оси z. На рисунке выделяются две области с аномальным значением завихренности. Первая, область с положительным значением Ω_x, расположена в правой части сечения в окрестности верхней границы придонного слоя. Вторая, – с отрицательными значениями Ω_x, находится непосредственно у дна также в области с наклонным дном. Формирование первой области связано с влиянием наклона верхней границы придонного слоя. Вторая область образовалась в результате действия придонного трения. Под влиянием положительной завихренности формируются течения: в пределах нижнего слоя – направленное вправо от наклона дна, а над ним – направленное в противоположную сторону и более слабое (рис.15).

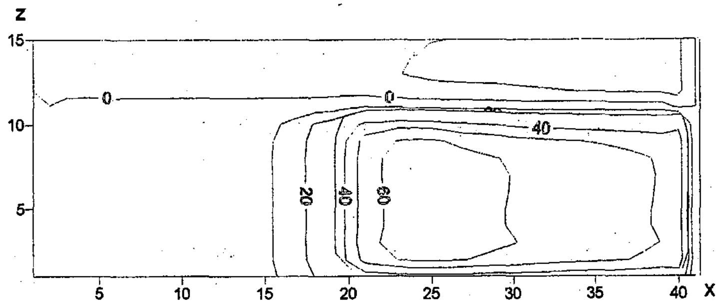

Рис. 15. Распределение y-й составляющей скорости течения на сечении z-x через 1 сутки (скорость указана в см·с$^{-1}$);

В результате завихренности, образовавшейся под влиянием придонного трения, формируется перенос придонной воды из наклонного участка к границе (рис.16), а также интенсивный вертикальный подъем воды на границе областей с разным наклонным дном (рис.17).

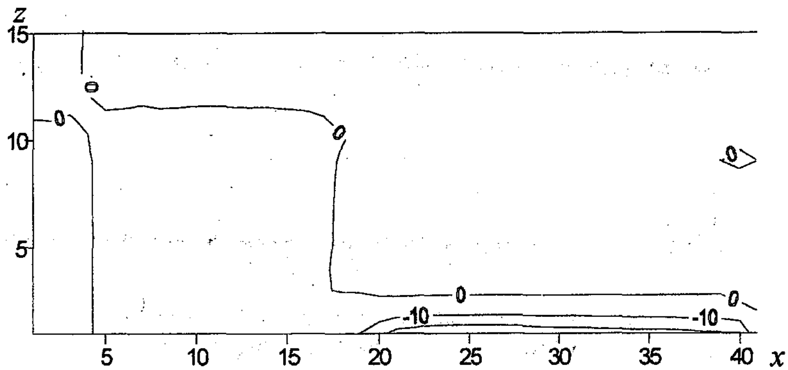

Рис. 16. Распределение x-й составляющей скорости течений в плоскости $z-x$ через 1 сутки

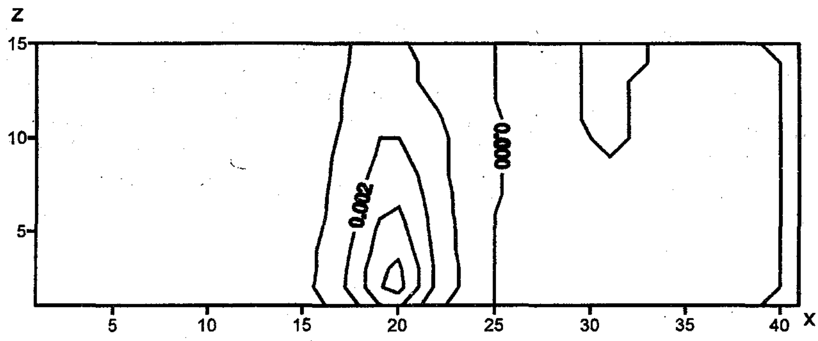

Рис. 17. Распределение вертикальной скорости на поперечном сечении через 1 сутки

Представленное на рис.17 распределение вертикальной скорости на сечении $z-x$ позволяет отметить наличие интенсивных вертикальных течений в области границы. Под их влиянием происходит подъем верхней границы придонного слоя. Представленное на рис.18 распределение солености в плоскости $z-x$ позволяет отметить подъем верхней плотностной границы придонного слоя.

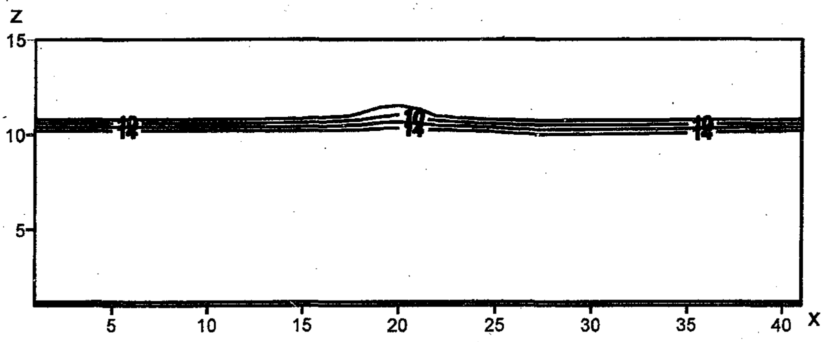

Рис.18. Распределение солености на сечении $z-x$ в центре расчетной области через 1 сутки

Как результат, в области границы формируются плотностные градиенты, направленные в сторону наклонного и горизонтального участков дна и имеющие разные знаки. Под влиянием плотностного градиента, формирующегося в области с горизонтальным дном, образуется x-я составляющая завихренности, порождающая перенос придонного слоя в прилежащем к границе участке данной области в направлении, совпадающем с направлением переноса придонной воды в области с наклонным дном. Образующийся плотностной градиент, направленный в область с наклонным дном, наоборот порождает завихренность противоположного знака. Как можно заметить на рис.14, в окрестности границы между участками с горизонтальным и ровным дном область с положительной Ω_x переходит на часть расчетной области с горизонтальным дном. В то же время справа от границы отмечается ослабление интенсивности Ω_x. Отмеченное изменение поля x-й составляющей завихренности приводит к формированию y-й составляющей течений в нижнем слое слева от границы в области с горизонтальным дном и одновременно – к ослаблению таких течений справа от границы в области с наклонным дном.

Более общим случаем является распространение придонной линзы у границы раздела горизонтального и наклонного участков дна. Для исследования особенностей поведения линзы использовалась та же модель, но в качестве начальных условий задавалось, что вдоль границы раздела областей располагается линза размером 50x150 км и толщиной 20 м.

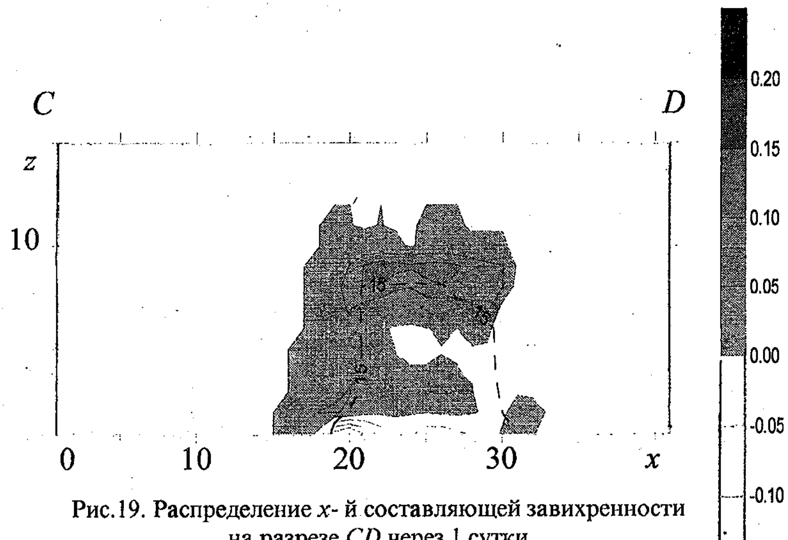

Рис.19. Распределение x- й составляющей завихренности на разрезе CD через 1 сутки

По расчетам, как и в предыдущем случае, после затухания инерционных колебаний над наклонным дном сформировалось трехмерное поле завихренности. В x-й составляющей завихренности, как и в предыдущем случае, выделяются области около верхней границы линзы и у дна (рис.19), где отмечаются большие по абсолютной величине соответственно положительная и отрицательная завихренности.

Относительно большие по абсолютной величине значения x-й составляющей завихренности отмечаются и у боковых границ линзы, что обусловлено неоднородностью продольного распределения плотности. Под влиянием положительной завихренности у верхней границы линзы устанавливается перенос линзы вдоль изобат (рис. 20).

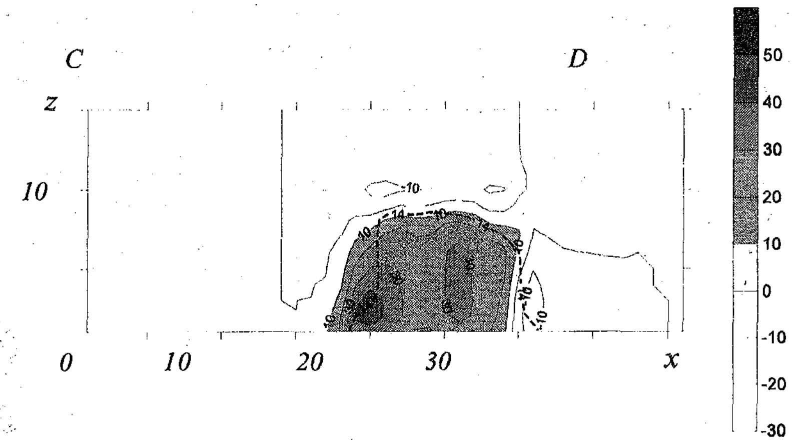

Рис. 20. Распределение направленной вдоль границы составляющей скорости течений (см·с⁻¹)

Завихренность у боковых границ линзы обуславливает формирование течения вдоль боковой границы линзы, направленного по часовой стрелке. Отрицательная завихренность у дна приводит к ослаблению у дна течения, направленного вдоль изобат. Поле y-й составляющей завихренности включает области с большими величинами положительной завихренности у дна и у верхней границы линзы (рис.21).

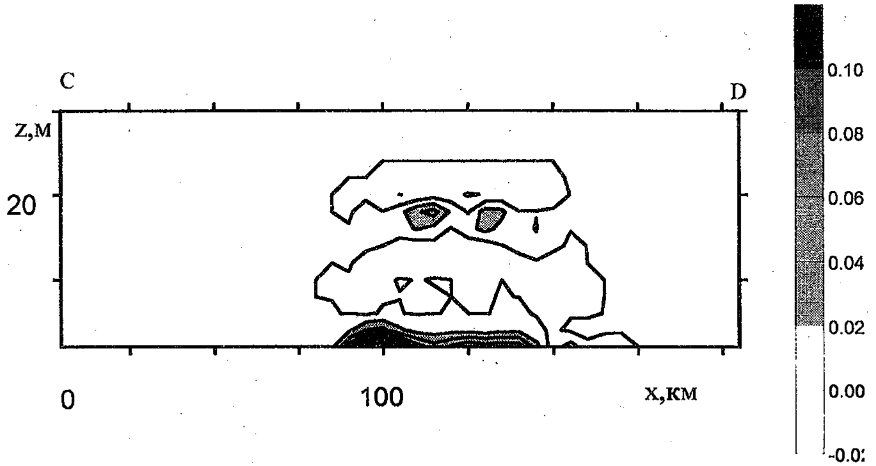

Рис. 21. Распределение y-й составляющей завихренности на разрезе CD через 1 сутки

Придонная область формируется в результате совместного влияния придонного трения и силы Кориолиса. Природа увеличения завихренности над линзой аналогична формированию завихренности у дна, но вместо придонного трения выступает трение на верхней границе линзы, обусловленное разностью скорости течений в линзе и над ней. Формирующаяся в придонном слое y-я составляющая завихренности приводит к придонному потоку, направленному вдоль наклона дна. К аналогичному эффекту приводит завихренность над линзой, но ее влияние заметно меньше. Лишь у правой границы линзы завихренность и поток у дна имеют противоположный знак, что обусловлено влиянием плотностного градиента на боковой границе линзы. В результате, у границы происходят конвергенция воды линзы, и подъем ее верхней границы, а также вынос придонной воды в область с горизонтальным дном. Накопление придонной воды у границы раздела приводит к формированию здесь локального вихря с вращением по часовой стрелке. Вследствие этого в области с горизонтальным дном формируется течение вдоль границы, совпадающее с направлением перемещения линзы в области с наклонным дном. Справа от границы формируются течения противоположного знака. При сложении с основным потоком в области с наклонным дном эти течения приводят к уменьшению скорости течений в области с наклонным дном по направлению вдоль границы. В результате при движении линзы вдоль изобат отмечается отставание части линзы в приграничной области, приводящее к трансформации формы линзы (рис. 22).

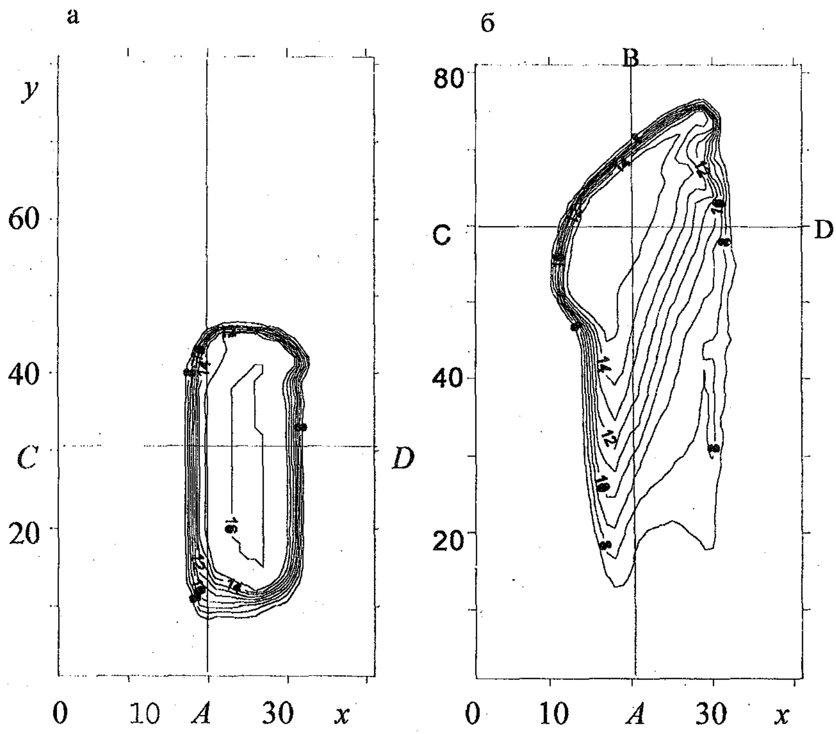

Рис. 22. Придонное распределение солености через 1 сутки (а) и 10 суток (б)

Вдоль границы формируется вытянутая в ленту узкая водная масса с относительно высокой плотностью. В направлении основного течения ширина области с горизонтальным дном, занятая этой водной массой, увеличивается, что обусловлено большей продолжительностью стока воды из линзы.

С течением времени при увеличении толщины левого края линзы и ее уменьшении справа формируется уклон верхней границы линзы относительно дна, противоположный уклону дна и частично компенсирующий его влияние (рис. 23.).

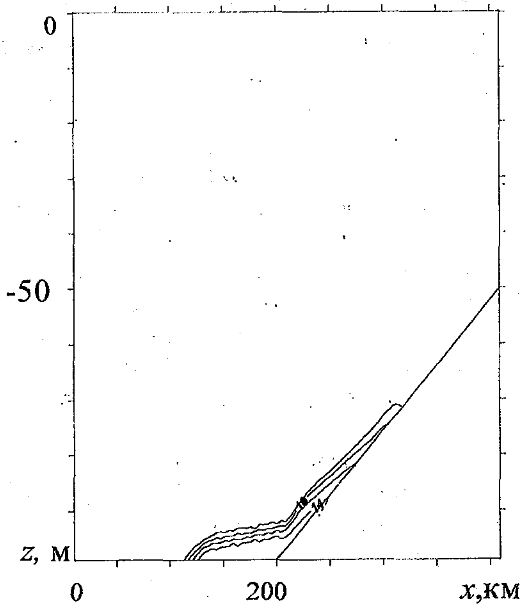

Рис. 23. Распределение солености на разрезе CD через 10 суток

В пределах основного объема линзы это приводит к некоторому уменьшению скорости переноса линзы вдоль изобат и придонного потока вдоль наклона дна.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИДОННОЙ ВОДЫ В БАЛТИЙСКОМ МОРЕ

Поступление и распространение придонной североморской воды в Балтийском море представляет собой важное звено в процессе водообмена. Под влиянием затока североморской воды происходят аэрация котловин, формирование фоновых полей солености и течений, устойчивости вертикального распределения плотности. Последнее в значительной степени влияет на сезонные процессы, включая осенне-зимнюю конвекцию и вертикальные потоки тепла. Важность отмеченного процесса обусловила существенный интерес к его исследованию и, в частности, к его моделированию [2, 3, 4].

Продвижение североморской воды в Балтийское море представляет собой достаточно сложный процесс. Ее прохождение через Датские проливы представляет собой эпизодическое перетекание через мелководные хребты из одной относительно глубоководной впадины в другую [8, 30, 31, 42–45]. При этом происходят увеличение объема и уменьшение солености придонной воды за счет вовлечения воды из поверхностного слоя. Условия прохождения мелководных границ между котловинами определяются ветром и соотношением между уровнем моря в районе соседних котловин. Трансформированная североморская вода поступает в собственно Балтийское море из Борнхольмской впадины через Слупский желоб. Этот заток происходит эпизодически при благоприятном распределении уровня моря и ветра. Распространение придонной воды зависит от многих факторов, включая фоновые бароклинные течения, ветровые течения, фоновое распределение поля плотности. Заведомо упрощая реальный процесс, с помощью представленной ранее модели был рассмотрен процесс распространения в центральной части Балтийского моря придонной воды, поступающей через Слупский желоб.

Расчеты проводились для прямоугольной области, расположенной в Балтийском море в районе Готландской впадины (рис. 24, а). Начальная соленость в области принималась равной 6 ‰. Фоновая бароклинная циркуляция и ветровые течения не учитывались. На жидкой границе, которая располагалась в районе Слупского желоба, поддерживалась соленость 16 ‰. С целью выделения основных особенностей в моделируемом процессе при расчетах использовалось упрощенное распределение глубин, включающее основные черты реальной батиметрии (рис. 24, б).

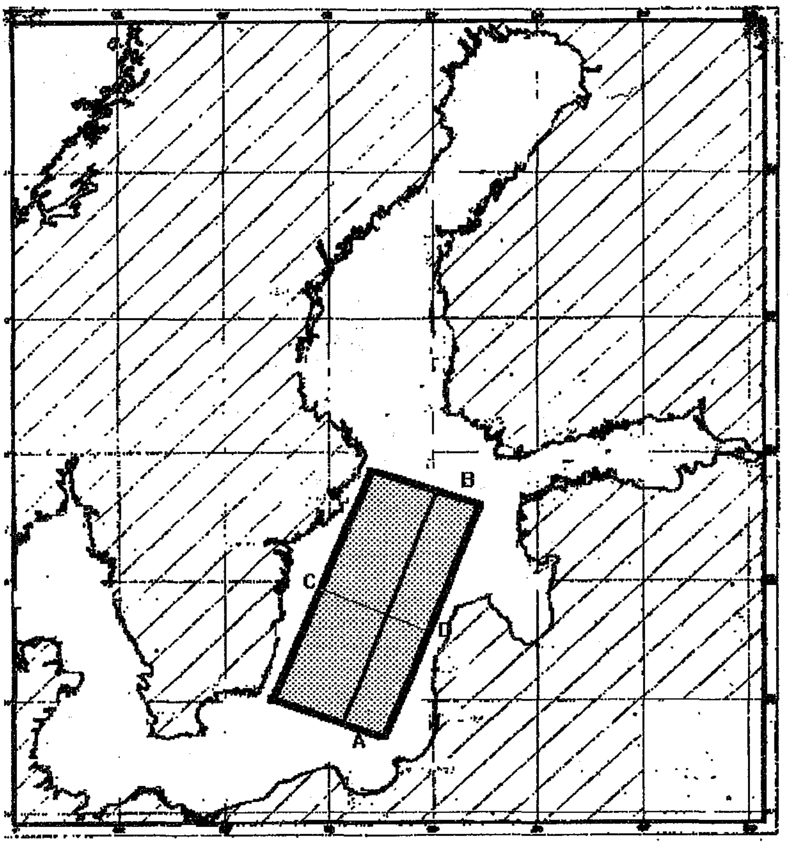

Рис. 24, а. Положение расчетной области

Задача решалась на сеточной области размером 41x81 узел по горизонтали и 30 узлов по вертикали. Пространственные шаги по горизонтали составляли 5 км. В вертикальном направлении первые десять шагов от дна составляли 2 м, а выше равнялись (H – 20 м) /19, где H– общая глубина в метрах.

По расчетам, придонная вода, поступающая через жидкую границу в Готландский бассейн, распространяется в основном вдоль его правого склона (рис. 25).

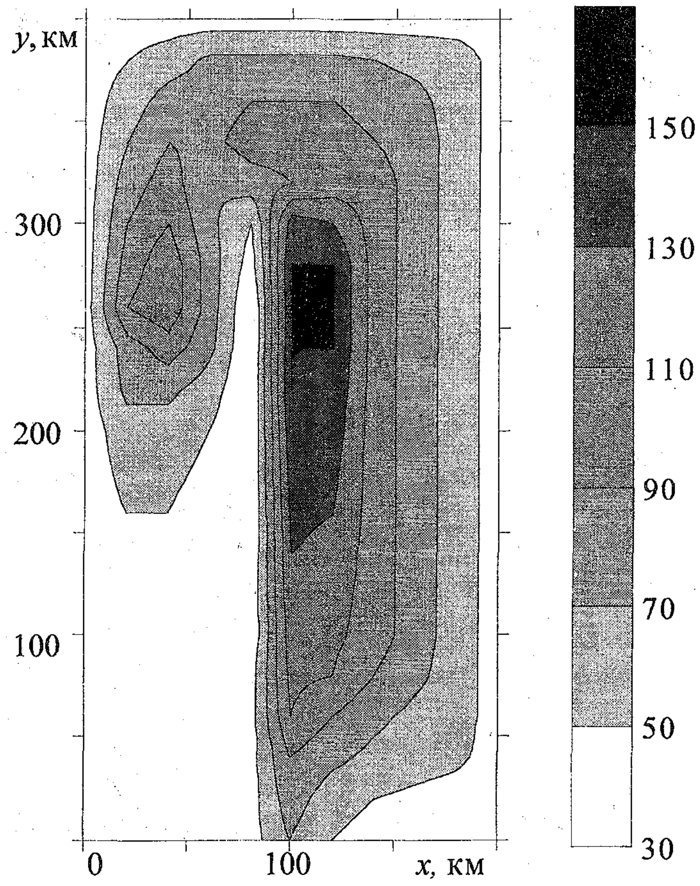

Рис. 24, б. Использованное в расчетах осредненное распределение глубин

Основное перемещение придонной воды происходит вдоль изобат. Проходя через жидкую границу шириной всего лишь 30 км, придонный поток значительно растекается, достигая ширины 100 км. При распространении внутрь области происходит уменьшение солености придонных вод. Наибольшие пространственные градиенты солености придонной воды отмечаются у жидкой границы. Следуя изобатам, придонная вода вначале перемещается под некоторым углом вправо от продольной оси. Далее в области с продольным расположением изобат из-за преобладания скорости переноса у левой границы потока распределение солености приобретает треугольную форму. При этом отмечается плавное опускание изохалин в сторону больших глубин. В течение 30 суток придонная вода прошла основную часть Готландского бассейна, достигнув его котловины. За следующие 40 суток распределение солености в области, ограниченной изохалиной 11 о/оо , практически не изменилось. Произошло лишь продвижение области придонной воды с соленостью меньше 11‰. В течение первых 30 суток придонная вода распространялась относительно тонким слоем. Позднее ее продвижение сопровождалось увеличением толщины слоя придонных вод в котловине (рис.26).

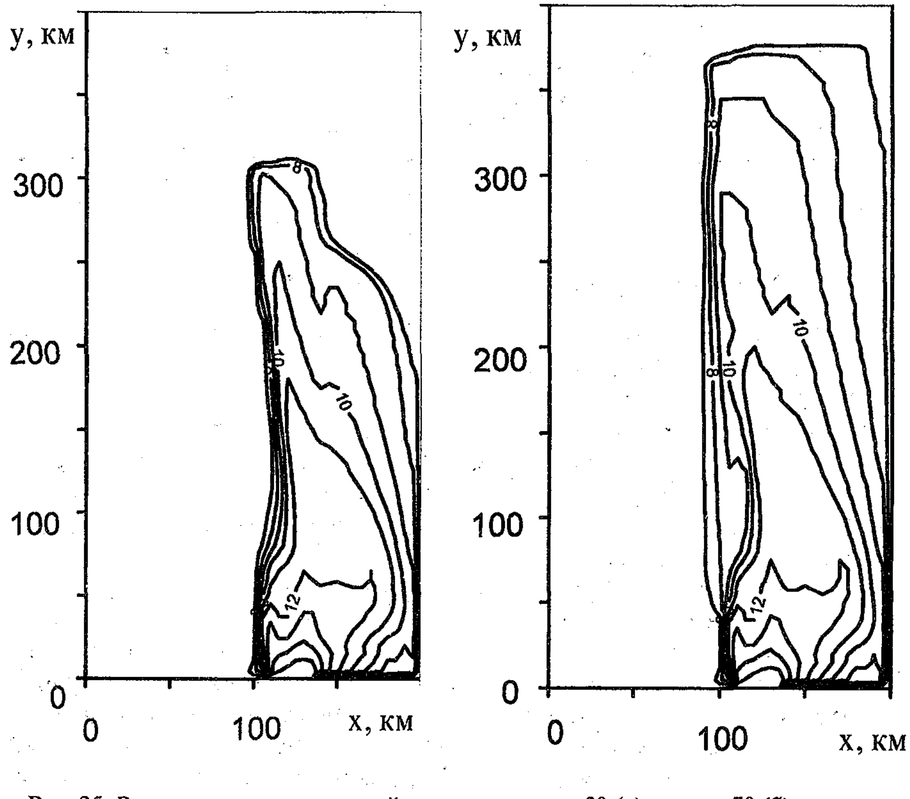

Рис. 25. Распределение придонной солености через 30 (а) и через 70 (б) суток

При этом увеличение толщины слоя придонных вод в котловине приводит к подъему изохалин вдоль дальнего склона котловины. На поперечных разрезах распределения солености видно, что в направлении вдоль наклона дна происходит увеличение толщины слоя придонной воды (рис. 27).

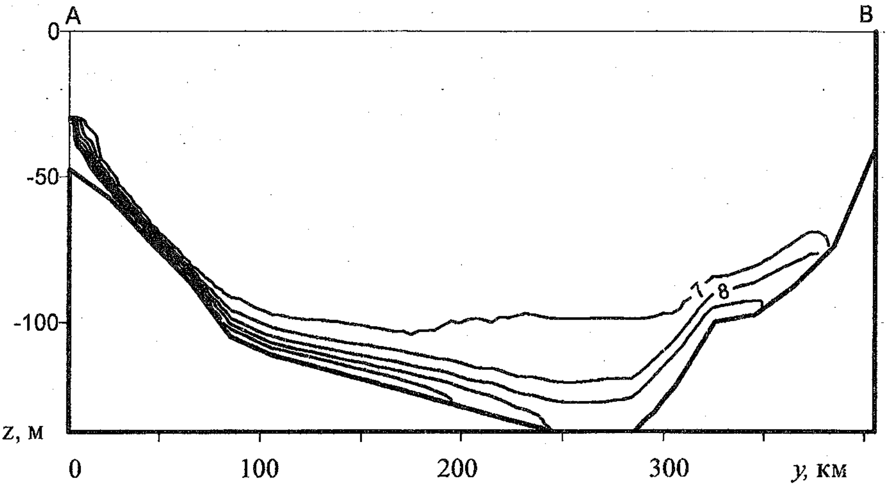

Рис. 26. Распределение солености на разрезе *A–B* через 70 суток

Это связано с присутствием в движении придонной воды составляющей, направленной вдоль наклона дна, что приводит к накоплению придонной воды в котловине.

Рассчитанное на 70-е сутки распределение скоростей придонных течений (рис. 28) характеризуется концентрацией скоростей течений лишь в области правого склона Готландского бассейна, занятого придонной водой. Таким образом, перемещение придонных вод не вызывает придонных течений в остальных, не занятых придонной водой, областях бассейна.

Скорость придонных течений направлена в основном вдоль изобат, отклоняясь на некоторый угол влево. При этом заметно присутствие поперечной неоднородности скорости течений, характеризующейся увеличением скорости течений от правой границы основного потока к его левой границе. В целом скорость течений уменьшается с удалением от жидкой границы. Однако вблизи котловины в области увеличения поперечного уклона дна скорости придонных течений также усиливаются. Направление скорости придонных течений вдоль изобат объясняется тем, что за счет наклона дна в слое придонной воды повышенной плотности формируется дополнительный горизонтальный градиент плотности с направлением вдоль наклона дна. Последний способствует формированию завихренности, ось которой направлена вдоль наклона дна, что обуславливает перенос придонной воды вдоль изобат. Отклонение придонных течений вправо от изобат связано с влиянием придонного трения. Направленное вдоль изобат придонное течение приводит к формированию соответствующего касательного напряжения трения, которое обуславливает генерацию горизонтальной завихренности, имеющей составляющую с осью вдоль направления придонного трения, т. е. вдоль изобат. Эта составляющая приводит к отклонению вектора придонных течений влево от направления вдоль изобат. Завихренность, обуславливающая перенос придонных течений вдоль изобат, а, следовательно, и сами придонные течения зависят от величины аномалии плотности придонной воды и от наклона дна. Поэтому ослабление скорости придонных течений с увеличением расстояния от жидкой границы объясняется уменьшением солености, а, следовательно, и плотности придонной воды. Увеличение скорости течений в окрестности наибольших глубин связано с увеличением в этой области поперечного наклона дна.

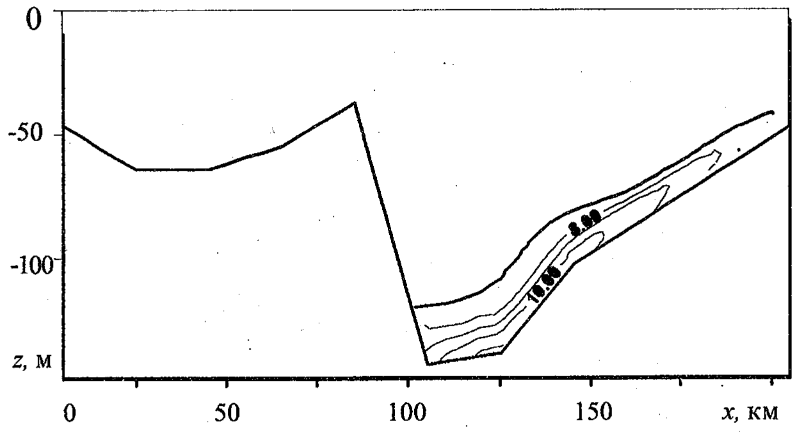

Рис. 27. Распределение солености на разрезе *C–D* через 70 суток

Поперечная неоднородность в распределении скорости придонных течений вызвана тем, что формирующаяся под влиянием распространяющихся придонных вод горизонтальная неоднородность поля плотности приводит к формированию завихренности с осью, совпадающей с направлением горизонтального плотностного градиента. В результате у дна формируют-

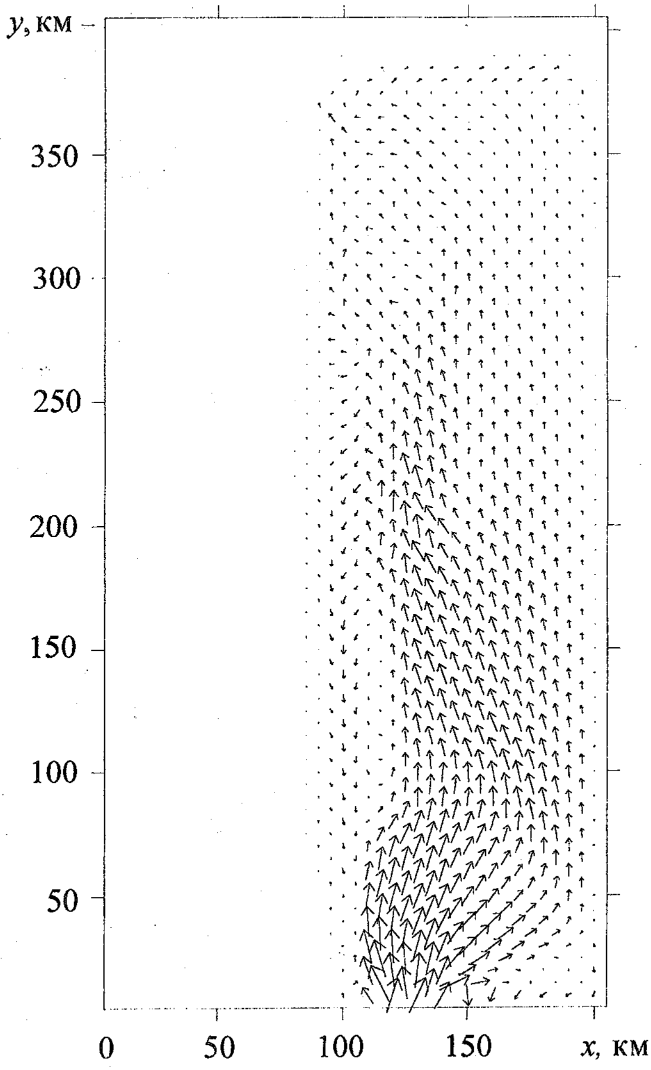

Рис. 28. Придонная скорость течений через 70 суток

ся течения с направлением вдоль изопикн, так что справа остается область с большей плотностью. У левой границы придонного потока эти течения совпадают с направлением основного потока, а справа – противоположны ему. Как следствие, у левой границы потока суммарные скорости течений сильнее, чем у правой.

Список литературы

1. Арфкен Г. Математические методы в физике. – М.: Атомиздат, 1970. – 712 с.

2. Борис Д., Оран М. Численное моделирование реагирующих потоков. – М.: Мир, 1990. – 661с.

3. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. – М.: Мир, 1986. Т. 1. – 396 с.

4. Грищенко В.А., Юрова А.А. О распространении придонного гравитационного течения по крутому склону дна // Океанология. 1997. Т. 37. № 1. С. 44–49.

5. Грищенко В.А., Юрова А.А. Об основных фазах отрыва придонного гравитационного течения от склона дна // Океанология. 1999. Т. 39. № 2. С. 187–191.

6. Доронин Ю.П. Региональная океанология – Л.: Гидрометеоиздат, 1986. – 303 с.

7. Жмур В.В., Назаренко Д.В., Простакишин В.М. Движение конечного объема тяжелой жидкости в придонном слое океана у наклонного дна: Препринт. Т.1. – Долгопрудный: МФТИ, 1994. – 40 с.

8. Журбас В.М., Пака В.Т. Интрузионное расслоение галоклина в Готландском бассейне, обусловленное большим затоком североморских вод в Балтику в январе 1993 г. // Изв. РАН ФАО. 1997. Т. 33. № 4. С. 549–551.

9. Зацепин А.Г., Константинов А.Г., Семенов А.В. Осесимметричное плотностное течение на наклонном дне во вращающейся жидкости // Океанология. 1996. Т. 36. № 3. С. 339–345.

10. Максименко Н.А., Зацепин А.Г. О закономерностях опускания более плотных вод по гладкому склону океана // Океанология. 1997. Т.37. № 4. С. 513–516.

11. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. – М.: Мир, 1975. – 392 с.

12. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. –М.: Мир, 1977. – 4 31 с.

13. Тимонов В.В. Схема общей циркуляции вод Бассейна Белого моря и происхождение его глубинных вод // Тр. ГОИН. 1947. Вып.1(13). С. 113–131.

14. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. –М.: Мир, 1991. Т.2. –.552 с.

15. Царев В.А. Метод векторного потенциала в приложении к задачам бароклинной динамики шельфа. Деп. во ВИНИТИ 15.04.98, № 1113–В98. 23 с.

16. Bignami F., Solusti E., Schiarini S. Observations on a bottom vein of dense water in the southern Adriatic and Ionian seas.// J. Geophys. Res. 1990. № C5. P. 7249–7259.

17. Bruce J.G. Eddies southwest of Denmark Strait. // J.Mar.Res. 1995. V. 53. P. 897–928.

18. Chapman D.C. Gawarkiewicz G. Offshore transport of dense shelf water in the presence of submarine canyon // J. Geophys. Res. 1995. № 100(C3). P. 4489–4507.

19. Condie S.A. Descent of dense water masses along continental slopes // J. Mar. Res. 1995. V. 53. P. 897–928.

20. Flierl G. R. A simple model of the structure of warm and cold core rings // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. P. 781–785.

21. Griffits A. Gravity currents in rotaiting systems // Ann. Rev .Fluid Mech. 1986. V. 18, P. 59–89.

22. Gidhagen L. and Hakansson B. A model of the deep water flow into the Baltic Sea // Tellus. 1992. V. 44A. P. 414–424.

23. Harvey L. Polar boundary layer plumes and bottom water formation: a missing element in ocean general circulation models // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 10799–20808.

24. Jiang L., Garwood R.W. Three dimensional simulation of overflow on continental slope // J.Phys.Ocean. 1992. V.26. № 7. P. 1214–1233.

25. Kao T., Hsien Ping P., Park C. Surface Intrusions, fronts, and internal waves: a numerical study // J. Geophys. Res.. 1978. V. 83. № C9. P.4641–4650.

26. Killworth, P. D. On motion of isolated lenses on beta plane. // J. Phys. Oceanogr. 1983. V. 13. P. 368–376.

27. Kouts T, Omstedt A. Deepwater exchange in the Baltic proper. 1993 // Tellus. V. 45A. P. 311–324.

28. Lane Serf G.F., Baines P.G., Gregory F. Eddy formation by dense flows on slopes in a rotating fluid. // J. Fluid Mech. 1997. V. 363. P. 229–252.

29. Mc Donald N.R The motion of an intense vortex near topography // J. Fluid Mech.1998. V. 367. P. 359–377.

30. Matthaus W., Lass H. U. The recent salt inflow into the Baltic sea //

J. Phys. Ocean. 1995. V. 25. P. 280–286.
31. Mory M. Integral constraints on bottom and surface isolated eddies // J. Phys. Oceanogr. 1985. V. 15. P.1433–1438.
32. Mory M., Stern J., Griffits A. Coherent eddies produced by dense water onto a sloping bottom // J. Fluid Mech. 1987. V. 183. P. 45–62.
33. Nof D. The translation of isolated cold eddies on a sloping bottom // Deep Sea Res. 1983. V. 30. P .171–182.
34. Nof D. Oscilatory drift of deep cold eddies // Deep Sea Res. 1984. V. 31. P. 1395–1414.
35. Nof D. Joint vortices, eastward propagating eddies and migratory Taylor columns // J. Phys. Oceanogr. 1985. V. 15. P. 1114–1137.
36. Omstedt, A. Modelling the Baltic Sea as thirteen sub basins with vertical resolution // Tellus. 1990. V. 42A P. 286–301.
37. Price J.F., Baringer M.O'N. Outflows and deep water production by marginal seas // Progr. Oceanogr. 1994. V. 33. P. 161–200.
38. Shaw P.T., Csanady G.T. Self advection of density pertupbations on a sloping continental shelf // J. Phys.Ocean. 1983. V. 13. P. 769–782.
39. Smith P.C. A streamtube model for bottom boundary currents in the ocean // Deep Sea Res.1975. V. 22. P. 853–873.
40. Smith P.C. Experiments with viscous source flows in rotating systems // Dyn. Atmos. Oceans. 1977 V. 1. P.241–272.
41. Spall M.A., Price J.F. Mesoscale variability in Denmark Strit: the PV outflow hypothesis // J.Phys. Ocean. 1998.V. 28. № 8. P. 1598–1623
42. Stigebrandt A. A model for seasonal pycnocline in rotating systems with application to the Baltic proper. // J. Phys. Ocean. 1985. V. 15. P. 1392–1404.
43. Stigebrandt A. Computations of the flow of dense water into the Baltic Sea from hydrographical measurements in the Arkona Basin // Tellus. 1987. V. 39A, P. 170–177.
44. Stigebrandt A. A model for the vertical circulation of the Baltic deep water. J. Phys. Oceanogr. 1987. V. 17. P. 1772–1785.
45. Stigebrandt A.A model for the exchange of water and salt between the Baltic and the Skagerrak // J .Phys. Ocean. 1983. V. 13. P. 411–427/
46. Swater G. E., Flierl G.R. Dinamics of ventilated coherent cold core eddies on a sloping bottom // J. Fluid Mech. 1991 V. 223. P. 565–587.
47. Swaters G.E. Numerical simulations of the baroclinic dynamic of density driven coupled fronts and eddies on a sloping bottom // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. P. 2945–2961.
48. Swaters G.E. Dynamics of radiating cold domes on a sloping bottom // J. Fluid Mech. 1998. V. 364. P. 221–250.
49. Whitehead J., Stern M., Flierl G., Klinger B. 1 Experimental

observations of Baroclinic eddies on a sloping bottom // J. Geophys. Res. 1990. V. 95. № C6. P. 9585–9610

50. Zoccolotti L., Salusti E. Observation a very dense marine water in the southern Adriatic sea // Cont. Shelf. Res. 1957. V. 7. P.535–551.

Содержание

Научное издание

Валерий Анатольевич Царев

Теория и расчеты придонных плотностных течений в море

Монография

Редактор Т.В.Белянкина
Верстка Н.В.Зимаков

ЛГ № 020309 от 30.12.96

Подписано в печать 14.06.2001. Формат 60х90 1/16.
Бумага офсетная. Печ.л. 4,0.
Тираж 200 экз.

РГГМУ. 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98
Отпечатано в ООО "АС принт"