### Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное агентство по образованию

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

#### В.В. КОВАЛЕНКО

# ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНЫЙ МЕХАНИЗМ ТУРБУЛИЗАЦИИ ПРИРОДНЫХ И СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Nity prixinadoung Rapung on almospo Bhel 11.06.06

OAT Y

Санкт-Петербург 2006

УДК 001.891.57:[316.3+502.51]:519.87:556.5.06:517.958 ББК 72 К56

Коваленко В.В. Частично инфинитный механизм турбулизации природных и социальных процессов. – СПб.: изд. РГГМУ, 2006. – 166 с.:

#### ISBN 5-86813-168-1

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И. Ф. Карасев (Государственный гидрологический институт)

В книге показывается общность механизма, приводящего к потере устойчивости начальных моментов как «материальных», так и идеальных (информационных) распределений, являющихся решениями уравнений параболического типа, для которых справедливы теоремы существования и единственности. В этом механизме мерой системы управляет частично инфинитная реальность, представленная в моделях коэффициентом сноса, реализующим мультипликативный интерфейс с изучаемой предметной областью. Неустойчивость приводит к развитию, сущность которого лежит в действительности, заставляющей систему действовать в соответствии с возможностями, обеспечивающими тот или иной вид интерфейса с окружением.

Предназначена лицам, склонным, «вульгаризируя философию и опошляя математику», искать рациональные ориентиры в иррациональном мире.

The book considers generality of the mechanism resulting in loss of stability of the initial moments both "material" and ideal (information) distributions, which are the equations of parabolic type being decisions for which theorems of existence and uniqueness are fair. In this mechanism a measure of system operates a partial infinitary reality which is submitted in models in moving coefficient which realizes the multiplicate interface with an investigated subject domain. Instability leads to development which essence lays actually, forcing system to operate according to the opportunities providing this or that kind of the interface with an environment.

The book is intended for persons inclined to searching for rational reference points in the irrational world, "vulgarizing" philosophy and mathematics.

#### ISBN 5-86813-168-1

- © В.В. Коваленко, 2006
- © Т.А. Васехина, обложка, 2006
- © Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2006

#### Введение

Настоящая книга находится в ряду монографий [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24], последовательно отражающих процесс становления того направления, которое автор именует «частично инфинитным». Это название не только «корявое», но и в определенном смысле «случайное». Более «вальяжным» было бы название «моделирование эволюционирующих (или развивающихся) систем» (или что-то в этом роде). Но ведь «моделировать» тоже можно по-разному. В нашем подходе важно то, что неустойчив не только сам объект моделирования («развивается»). Тот кто моделирует также развивается: меняет точку зрения, умнеет и стареет, эмоционально «сопереживает» изучаемому объекту. Все это вместе взятое и есть «частично инфинитное» (или, вульгаризируя высокий философский смысл этого термина, — частично неопределенное). Название «навеяно» книгой [30] замечательного философа

Название «навеяно» книгой [30] замечательного философа А. Ф. Кудряшова. И хотя в его монографии слова нет о моделировании, вся она «пропитана» такими понятиями, как финитность, инфинитность, инфракрасная сущность, загибание логики и т. п. Себя он относит к школе известного профессора В. П. Бранского (о чем написал в одной из рецензий на книгу автора [20]), но его манера изложения материала (живая, «рабоче-крестьянская») значительно ближе автору данной книги, чем сухой, «академический», стиль уважаемого профессора.

Настоящая монография была задумана как учебное пособие, в котором доступно для студентов излагались бы основные идеи подобного подхода к моделированию. Однако при разборе примеров (социология, география, механика жидкости) настолько очевидно стал выявляться один и тот же механизм зарождения нового (через турбулизацию — предоставление системы на какое-то время самой себе), что его обсуждение стало основной целью. Более того, сам процесс познания подчиняется такому же механизму. И тем не менее эта монография вполне может использоваться как учебное пособие (ведь совсем не обязательно излагать студентам ее содержание в полном объеме, с математическими тонкостями).

Многие вопросы (уравнения, специфические понятия и обозначения) в книге подробно не комментируются (предполагается, что читатели, а это в основном студенты, знакомы с ними из общего курса «Моделирование гидрологических процессов» [17]).

«Нет ничего самодостаточного, все зыбко, открыто взаимодействию с окружением и всегда готово развиваться» — хотелось бы, чтобы, примерно, такой вывод сделал читатель из монографии.

### 1. Парадоксы географии, социологии и механики жидкости

## 1.1. Неустойчивость механизма формирования речного стока

В предлагаемой вашему вниманию книге есть претензия на научную новизну (выявление новой закономерности). Но любое новое знание появляется, когда старое оказывается недееспособным, когда возникают тупики или, более высокопарно, — парадоксы. Вот мы и начнем с обсуждения таких тупиков.

Хорошо известно, что все виды многолетнего речного стока (годового, минимального и максимального) описываются асимметричными одномодальными кривыми плотности вероятности (рис. 1.1, a), укладывающихся в семейство кривых Пирсона, являющееся решением уравнения

$$\frac{dp}{dQ} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} p, \qquad (1.1)$$

где p — плотность вероятности расхода воды Q (модуля или слоя стока);  $a, b_0, b_1, b_2$  — коэффициенты.

На практике считается достаточным аппроксимировать кривую p(Q) тремя начальными моментами  $m_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty} Q^n \, p(Q) dQ \, (n=1,\,2,\,3)$ . Ка-

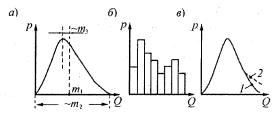


Рис. 1.1. Идеализированная (a) и реальные ( $\delta$  и  $\epsilon$ ) распределения плотности вероятности (начальные моменты  $m_2$  и  $m_3$  характеризуют линейные размеры, показанные на рисунке, но разумеется не соответствуют им):

1 – экспоненциальная; 2 – степенная

ждый из этих моментов имеет определенный геометрический смысл, по-казанный на рис. 1.1, *a*; и в совокупности они, с достаточной для практики полнотой, характеризуют одномодальную кривую.

Тем не менее реально эмпирические кривые часто не соответствуют подобной идеализации. Гистограммы

обычно многомодальны (рис. 1.1,  $\delta$ ), а «хвосты» распределений меняются не по экспоненте  $(p \sim \exp(-Q^2) \underset{Q \to \infty}{\longrightarrow} 0)$ , а по степенному за-

кону ( $p \sim \text{const}/Q^{(1+\alpha)} \nrightarrow 0$  при  $\alpha \leq 0 \leq 1$ ), рис. 1.1, в. Однако оба эти обстоятельства на практике игнорируют, ссылаясь на «короткие ряды наблюдений».

Для того чтобы разобраться, стоит ли какая-либо генетическая причина за второй модой, нужна модель формирования стока. Уравнение Пирсона (1.1), к сожалению, таковой не является: это просто одномодальная

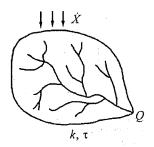


Рис. 1.2. К модели формирования речного стока с сосредоточенными параметрами (1.2)

геометрическая аппроксимация эмпирических распределений, полученных обработкой натурных рядов. Коэффициенты a,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  зависят от моментов распределения, но никакой связи с динамикой формирования стока, с физико-статистическими свойствами бассейнов и внешними воздействиями на них не дают.

Однако можно получить и генетическую модель формирования стока, дающую решение в виде кривых плотности вероятности, эволюционирующих во времени:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k\tau}Q + \frac{\dot{X}}{\tau},\tag{1.2}$$

где k — коэффициент стока;  $\tau$  — время релаксации речного бассейна (рис. 1.2). Введя белые шумы  $1/k\tau=c=\bar{c}+\bar{c}$ ,  $\dot{X}/\tau=N=\overline{N}+\widetilde{N}$  (с интенсивностями  $G_{\tilde{c}}$ ,  $G_{\tilde{N}}$ ,  $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ ), получаем стохастическую модель линейного формирующего фильтра, преобразующего случайный процесс осадков в марковскую последовательность расходов в замыкающем створе бассейна.

Этой модели статистически эквивалентно уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} (Ap) + 0.5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2} (Bp), \qquad (1.3)$$

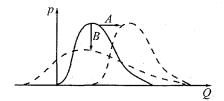


Рис. 1.3. Условная иллюстрация действия коэффициентов сноса (A) и диффузии (B)

которое описывает эволюцию кривой плотности вероятности за счет коэффициентов сноса (A) и диффузии (B) (рис. 1.3).

В стационарном случае модель ФПК превращается в уравнение Пирсона (1.1), но его коэффициенты уже явным образом связываются с генетическими факторами формирования стока:

$$a=(G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}+2\overline{N})/(2\overline{c}+G_{\widetilde{c}})$$
;  $b_0=-G_{\widetilde{N}}/(2\overline{c}+G_{\widetilde{c}})$ ;  $b_1=G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}/(2\overline{c}+G_{\widetilde{c}})$ ;  $b_2=-G_{\widetilde{c}}/(2\overline{c}+G_{\widetilde{c}})$ . Уравнение ФПК вполне можно считать онтологией (базисной моделью) современной гидрологии (примерно как закон Ома в электротехнике или формулу Шези в речной гидравлике). Эта модель при указанной взаимосвязи между ее коэффициентами и свойствами бассейна (как и внешних воздействий) позволяет решить две ключевые гидрологические проблемы: 1) оценить гидрологические последствия изменения климата; 2) оценить влияние антропогенных нагрузок на водный режим бассейнов. И хотя двухмодальных распределений она не описывает (для этого формирующий фильтр должен быть нелинейным), но зато может объяснить появление толстых хвостов и неустойчивость моментов.

Это объяснение заключается в следующем. Задание плотности вероятности равносильно заданию определенного числа моментов:  $p(Q) \sim m_1, m_2, m_3, \dots$  Известна процедура, позволяющая аппроксимировать уравнение ФПК системой уравнений для моментов:

$$dm_n / dt = (-\overline{c} + 0.5nG_{\tilde{c}})m_n + \dots$$
  $(n = 1, 2, 3, 4)$  (1.4)

(приведены только те члены правой части, которые необходимы для выяснения условий устойчивости).

Из системы (1.4) видно, что при  $\overline{c} < 0.5nG_{\widetilde{c}}$  производная  $dm_n/dt > 0$ , т. е.  $m_n \to \infty$ . Это и есть формальный признак неустойчивости. Если обозначить  $\beta = G_{\widetilde{c}} / \overline{c}$ , то неустойчивость для момента n-го порядка  $m_n$  возникает при  $\beta > 2/n$  (  $m_3 - \beta > 2/3$ ,  $m_2 - \beta > 1$ ,

 $m_1 - \beta > 2$ ). Спектр этого критерия дискретен и сгущается в сторону старших моментов (рис. 1.4).

Таким образом, чем старше момент, тем меньшая относительная интенсивность шума  $G_{\tilde{c}}$  требуется для его неустойчивости. По старшим моментам речной сток практически всегда неустойчив. А гидрологи вынуждены строить распределения с использованием второго и третьего

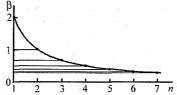


Рис. 1.4. Сгущение дискретного спектра значений параметра неустойчивости  $\beta = G_{\overline{C}} / \overline{c}$  при увеличении порядка момента n

моментов (т. е. часто заведомо неустойчивые распределения). В этом и заключается парадоксальность ситуации. Это и есть нефеноменологический, т. е. сущностный, парадокс («тупик»). Следовательно, гидрологи сущность процесса формирования стока не знают (точнее знают только для отдельных видов стока и для тех природных зон, где его описание в рамках существующей онтологии устойчиво).

Визуально неустойчивость можно представить следующим образом (рис. 1.5). Сначала (если ограничиться только тремя моментами и рассуждать метафорически) система ищет наиболее «удобное» для себя

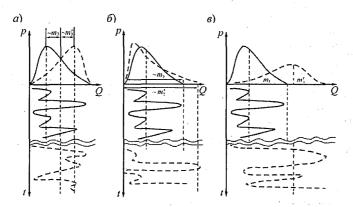


Рис. 1.5. Визуализация понятия неустойчивости по моментам третьего (a), второго (б) и первого (в) порядков. Внизу показаны возможные временные развертки при первоначальных  $(m_n)$  и измененных  $(m_n')$  моментах разного порядка. Правая граница развертки, показанная на рис. 1.5, 6, условна; при неустойчивости ее не существует (о «соответствии»  $m_n$  линейным размерам см. подпись к рис. 1.1)

(модальное) значение фазовой переменной (рис. 1.5, a), затем расширяет диапазон своих «интересов» (рис. 1.5,  $\delta$ ) и, наконец, «уходит в поисках счастья в другой мир» (рис. 1.5,  $\theta$ ).

Не надо думать, что неустойчивость — это некая экзотика на фоне устойчивой картины формирования речного стока. Нами получены карты зон неустойчивости по первым трем моментам для годового, минимального и максимального стока (рис. 1.6).

В табл. 1.1 представлена информация о масштабе рассматриваемой проблемы. Из нее видно, что выявленный парадокс — не игра «больного воображения»: за неумением устойчиво описывать процесс формирования стока — реальные наводнения, разрушения мостов, гидроэкологические катастрофы.

Таблица 1.1 Территория СНГ (в %), на которой наблюдается неустойчивость расчетных гидрологических характеристик

Расчетные гидро- логические ха- Вид рактери- речного стики стока	Норма	Коэффициент	
		вариации	асимметрии
Годовой	12*	38	51
Минимальный лет- не-осенний	3,7**	81**	93**
Максимальный сток весеннего половодья	На ЕТР в зону неустойчивости по 3-м моментам попадает 40 % территории (см. рис. $1.6$ , $a$ ). Примерно на 60 % территории $\beta$ < 0 (чего не может быть по физическому смыслу) либо $r$ < 0 (логарифм отрицательных чисел не существует). Ситуация требует осмысления (см. п. 5.7).		
Максимальный паводочный	***	***	***

<sup>\*</sup> Оценка при  $\beta \ge 1,8 \ (\beta \to 2)$ .

<sup>\*\*</sup> Расчеты выполнены по ЕТР и Украине.

<sup>\*\*\*</sup> Из-за малых коэффициентов автокорреляции ряды максимального паводочного стока близки к случайному блужданию. Хотя и выделяются отдельные регионы, позволяющие оценить степень устойчивости моментов, в целом картина очень пестрая и требует дальнейшего изучения.

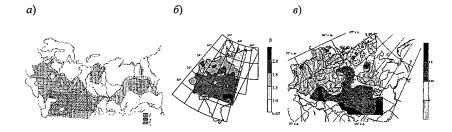


Рис. 1.6. Неустойчивость годового стока на территории СНГ (a), минимального летне-осеннего и максимального стока весеннего половодья на ЕТР ( $\delta$ ,  $\epsilon$ ):  $I - \beta > 2/3$ ;  $2 - \beta > 1$ ;  $3 - \beta \ge 1,8$  (для годового стока)

# 1.2. Отсутствие периодических решений уравнений гидравлической идеализации

Второй парадокс (или тупик) – из области речной гидравлики. Система уравнений одномерной гидравлической идеализации для деформируемых русел имеет вид:

$$i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{Q^2}{C^2 R F^2} + \frac{1}{g F} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2\alpha Q}{g F^2} \frac{\partial Q}{\partial x}; \qquad (1.5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_1(x, t); \qquad (1.6)$$

$$B\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = q_2(x, t); \qquad (1.7)$$

$$G = f(d, U, ...),$$
 (1.8)

где  $i_0 = -\partial z/\partial x$  — уклон дна; h — глубина; C — коэффициент Шези; g — ускорение свободного падения; R — гидравлический радиус; F — площадь живого сечения; B — ширина; z — отметка дна; G — расход наносов (обычно донные наносы превосходят взвешенные); d — диаметр частиц; U — скорость течения;  $\alpha$  — коэффициент неравномерности распределе-

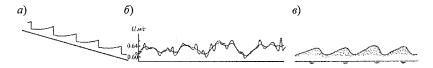


Рис. 1.7. К периодическим образованиям в потоках: a) поверхностные волны в быстротоках; b) низкочастотные колебания скорости (р. Тверца); b) гряды на дне

ния скорости по глубине; x — продольная координата; t — время. Соотношение (1.8) — это та или иная эмпирическая формула, используемая для замыкания системы уравнений.

С помощью этой системы уравнений решается огромный круг вопросов, связанных с прогнозами паводков и половодий, размывами в нижних бьефах ГЭС, сгонно-нагонными явлениями и т. п. Однако есть в гидравлике проблемы, которые данной системе «не по зубам» (см. рис. 1.7):

- 1) образование в быстротоках (водоводы с большим уклоном дна) периодических поверхностных волн;
- 2) низкочастотные (с периодом порядка минут) колебания скорости в реках и каналах при неизменных граничных условиях;
- 3) грядообразование. Ясно, что не песчаное дно («само по себе») образует гряды. Периодические составляющие должны быть в самом течении.

Порождают ли подобные периодические решения уравнения Сен-Венана (два первых уравнения системы (1.5) - (1.8))? Этим вопросом долго занимался известный гидролог Н. А. Картвелишвили [26]. Он

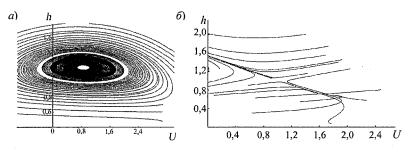


Рис. 1.8. Фазовые портреты при наличии (a) и отсутствии (b) замкнутых циклов

пытался построить замкнутые циклы на фазовой плоскости, однако гиперболическая система (1.5), (1.6) их не имеет (см. рис. 1.8). Это еще один нефеноменологический (см. п.2) парадокс («тупик»): «онтология», построенная на системе Сен-Венана, не описывает сущность подобных волновых явлений.

### 1.3. Отсутствие турбулентных решений уравнений гидромеханики

Рассматриваемый в данном пункте парадокс имеет отношение не только к гидрологии, но и вообще к науке в целом (метеорологии, самолетостроению и ко многому другому). Это — проблема турбулентности. Ситуация заключается в следующем.

Есть строго выводимая модель гидромеханики: система уравнений Навье-Стокса (кстати, из нее получается осреднением по живому сечению и система Сен-Венана)

$$\vec{v}_t - v\Delta \vec{v} + \vec{v}_{\kappa} v_{\vec{x}_{\kappa}} = -\operatorname{grad} p + \vec{f}(\vec{x}, t), \qquad (1.9)$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \tag{1.10}$$

(здесь v – коэффициент вязкости;  $\vec{f}(\vec{x},t)$  – внешняя «сила»).

Решение этой системы (например, для бесконечно длинной трубы радиусом c с условиями прилипания на стенке) дается формулой Пуазейля, т. е. параболой (рис. 1.9):

$$v_x = a(c^2 - r^2),$$
 (1.11)

где r – координата; a = const.

Однако это распределение справедливо, пока число Рейнольдса меньше критического значения Re<sub>кр</sub>:

$$Re = U d/v < Re_{sp}$$

(здесь d – диаметр трубы).

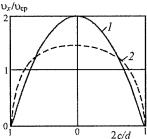


Рис. 1.9. Распределение скорости при ламинарном (*I*) и турбулентном (*2*) режимах

При больших числах Re течение становится турбулентным и эпюра принимает другой вид, т. е. уравнения Навье–Стокса ведут в «тупик».

#### 1.4. Социальные парадоксы

Известно, что существует три формы движения материи: косная (механическая), биологическая и социальная. Гидравлика и гидромеханическая турбулентность относятся к первой форме. Процессы в речном бассейне могут включать и биологические формы, связанные, например, с ростом биомассы (потребление влаги корнями растений, транспирация и т. п.). Рассмотрим социальную форму с точки зрения возникающих парадоксальных ситуаций.

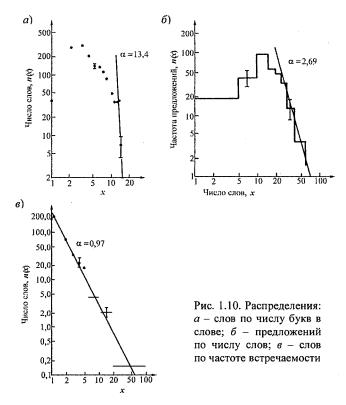
Очень большая база данных по рассматриваемому вопросу собрана С. Д. Хайтуном [55]. В ней содержится около двух сотен статистических распределений (из области социальных явлений: лингвистика, научная деятельность и т. п.), имеющих степенные распределения («толстохвостые»), описываемые формулой Ципфа (Парето):

$$p(x) = C/x^{(1+\alpha)}, \quad 0 < x_0 \le x \le J, \quad 0 < \alpha < \infty.$$
 (1.12)

Если формулу (1.12) подставить в выражение для момента  $m_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^n \; p(x) dx \; , \; \text{то можно убедиться, что моменты порядка } n$ 

бесконечны для  $\alpha \le n$  (среднее бесконечно при  $\alpha \le 1$ , второй момент, а значит, и дисперсия — при  $\alpha \le 2$  и т. д.).

Форму «социального» распределения определяют «объективные» и субъективные факторы. Эту гипотезу Хайтун проверил с помощью статистического анализа статьи одного из своих оппонентов. Язык — сложная иерархическая система со своим α (см. рис. 1.10) для каждого уровня иерархии (синтаксиса, лексики, морфемики, фонологии). Длина слов (число букв) физиологически детерминируется, главным образом, свойством голосового аппарата. В формировании длины предложения (числа слов) уже в большей степени задействован мозг. Частота встречаемости слов формируется практически мозгом (словарным запасом человека). Таким образом, чем более к «творческому» типу принадлежит распределение, тем меньше α. Например, по данным Хайтуна у



распределений, относящихся к научной деятельности, в 43,3 % случаев  $\alpha \le 1$ , в 76,9 %  $\alpha \le 2$  и лишь в 2,9 %  $\alpha > 10$ ; у распределений социальных, но не относящихся к научной деятельности в 27,9 %  $\alpha \le 1$ , в 50,0 %  $\alpha \le 2$  и в 5,8 %  $\alpha > 10$ . (Заметим, что распределением Ципфа описываются так называемые фрактальные структуры, см. п. 4.)

### 1.5. Почему тупики нельзя преодолеть обычным моделированием

Любую математическую модель можно записать в общем виде (рис. 1.11):  $L(\vec{Y}(\vec{\Lambda})) = \vec{\xi}$ , где L – оператор;  $\vec{\xi}$ ,  $\vec{\Lambda}$ ,  $\vec{Y}$  – вектора внешних воздействий, задаваемых параметров и состояния системы соответст-

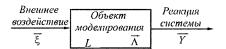


Рис. 1.11. К общему виду математической модели

венно. Пусть, например,  $\vec{\xi} = \dot{X}$ ,  $\vec{\Lambda} = (k, \tau)$ ,  $\vec{Y} = Q$ ,  $L \equiv \tau d / dt + 1/k$ . Тогда приходим к модели водосбора (1.1).

Для корректности решения

любой модели необходимо, чтобы решение существовало, было единственным и непрерывно зависело от задаваемой информации. Это обеспечивается заданием начальных и граничных условий и выбором (при численной реализации моделей) шагов интегрирования (прогнозирования), согласованных в каком-то смысле со свойствами объекта моделирования, отражаемых вектором задаваемых параметров:  $(t-t_0) \sim \vec{\Lambda}$ . Например, для модели кинематической волны

$$\partial F / \partial t + a \partial F / \partial x = 0 , \qquad (1.13)$$

являющейся упрощенным вариантом системы (1.5)-(1.6), должно соблюдаться условие  $a \, \Delta t \, / \, \Delta x \leq 1$ , где скорость перемещения паводочной волны a и есть компонент вектора  $\vec{\Lambda}$ .

Если все три условия корректности соблюдены, то модель количественно правильно описывает изменения составляющих вектора со-

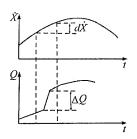


Рис. 1.12. В «обычном» моделировании не допускается, чтобы при бесконечно малом изменении внешнего воздействия dX решения  $\Delta Q$  изменялись на конечную величину

стояния  $\vec{Y}$ , причем подразумевается, что набор компонентов, входящих в  $\vec{Y}$ , не меняется на интервале прогнозирования (интегрирования)  $\Delta t = t - t_0$ . Тем самым молчаливо предполагается, что не может появиться, например, мутность воды р в качестве определяющей величины, если ее не было в стартовой позиции (в начальный момент времени):  $(Q, F; t_0) \rightarrow (Q, F, \rho; t)$ . На самом деле ситуация более жесткая: не только не могут появиться новые компоненты, но и старые не могут меняться резко (рис. 1.12). Подобные скачки исключаются, так как при выводе моделей предполагается, что  $d\vec{\xi} = d\vec{Y}$  (нельзя, чтобы, например, в модели (1.2),  $d\dot{X}\sim\Delta Q$ : «муха пролетела и в бассейне начался паводок», образно говоря).

Таким образом, в понятие устойчивости вкладывается более широкий смысл: система не только не должна иметь скачков на выходе, но она обязана оставаться качественно прежней. В обычном моделировании системе разрешается только плавно адаптироваться к изменению внешних условий (ни «дергаться», ни рождать что-то новое ей нельзя).

#### 1.6. Расширение фазового пространства

Вернемся к модели водосбора (1.2). В ней  $\vec{\Lambda} = (\tau, k)$ ; решение представлено на рис. 1.13, a, интервал ( $t_0$ , t'). Однако, если учесть возможность влияния расхода на время релаксации (т. е. что  $\vec{\Lambda} = f(\vec{Y})$ ), например  $\tau = W/Q$  (W = const), то уравнение будет нелинейным:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q^2}{kW} + \frac{Q\dot{X}}{W} \,. \tag{1.14}$$

В этом случае для описания состояния водосбора надо использовать две переменные:  $\vec{Y} = (Q, \tau)$ .

две переменные:  $Y = (Q, \tau)$ . Решение может выглядеть, например, так (по крайней мере, при численной реализации (1.14) с шагом  $\Delta t = 1$ ), как показано на рис. 1.13, a, интервал  $(t_1, t'')$ .

Если теперь учесть, что и коэффициент стока может быть величиной переменной:

$$\tau_1 dk / dt = f(k, Q, \dot{X}), (1.15)$$

то получим систему из трех уравнений (т. е.  $\vec{Y} = (Q, \tau, k)$ ), решение ко-

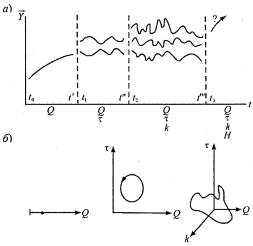


Рис. 1.13. Смена характера решений во времени (a) и изменение фазового пространства (6)

торой может выглядеть случайным (рис. 1.13, a, интервал ( $t_2$ , t''')) при постоянном входном воздействии  $\dot{X}$ .

На основании изложенного можно ввести понятие фазового пространства как некой матрицы переменных, характеризующей состояние объекта (рис. 1.13, б). Таким образом развитие интерпретируется как усложнение фазового пространства объекта.

#### 1.7. Формулировка задачи частично инфинитного моделирования

Важно обратить внимание на то, что развитие идет за счет вектора  $\vec{\Lambda}$ : прежние <u>задаваемые</u> параметры  $\tau$  и k становятся <u>искомыми</u> фазовыми переменными,  $\tau$ . е. как бы <u>размораживаются</u> новые свойства бассейна.

В данном случае это размораживание сделано без всякой технологии (или — научной методологии, выражаясь высокопарно). Ее просто на сегодняшний день нет. Поэтому необходимо научиться, находясь в малоразмерном фазовом пространстве, переходить в более высокоразмерное:  $\vec{Y}_2(...) \stackrel{?}{\longrightarrow} \vec{Y}_3(...)$ . При этом возникают вопросы:

- 1. Когда надо переходить?
- 2. Как надо переходить?
- 3. Какая новая фазовая переменная появится, т. е. какой конкретно из параметров объекта оживает?
- 4. Можно ли полностью формализовать этот процесс расширения? и т. д.

Ответам на эти вопросы посвящена книга. Попытки «алгоритмизации» творческих процессов в истории случались (например, некий «рыцарь» Раймунд Луллий в конце XIII в. сконструировал машину для «вычисления» богословских и любых других истин; делал такие попытки и уж совсем серьезный человек — философ Лейбниц), но становились, как правило, предметом иронического издевательства.

Однако не меньшей иронии заслуживают и разговоры о невозможности проникновения в «святая святых» творческого процесса. По крайней мере, более или менее ясна его мотивация: поставить задачу означает осознание тупика, из которого надо выбираться. Этих тупиков в науке было много и наивно думать, что выход из каждого всегда уникален. Этот выход — пересечение уникальности (единичное) и универсальности (общее) — всегда некая особенность (частичная инфинитность).

# 2. Философско-методологические основы частично инфинитного моделирования

2.1. Основные понятия (предметная область; сущность и явление; иррациональный шаблон – «дерево»; финитность, инфинитность, частичная инфинитность)

Вспомним нашу модель водосбора:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k\tau}Q + \frac{\dot{X}}{\tau}.$$
 (2.1)

Основываясь на уравнении (2.1), мы выделили (зафиксировали) с помощью коэффициентов k и  $\tau$  такие свойства речного бассейна, как проницаемость почвы-грунтов, потери на испарение, инерционность. Но ведь бассейн как материальный объект гораздо сложнее, чем мы его представили (там и люди, и города, и биомасса, и  $\tau$ . п.). Однако нам (как гидрологам) важны только те стороны этого объекта, которые:

- 1) отражают процесс формирования речного стока;
- 2) уже нами «освоены», т. е. рационализированы с помощью искусственно созданных понятий (расход воды, время релаксации и т. д.). Можно сказать, что выделена изучаемая предметная область. В нашем конкретном случае гидрологическая предметная область; причем только то в ней, что нам интересно и «под силу» изучать (вне поля зрения остались ледовые явления, деформация русел и многое другое). В этом смысле мы интересуемся не объектами вообще, а конкретными предметными областями.

Таким образом, можно дать следующее «размытое» определение: предметная область — это субъективно (т. е. нами самими) рационализированный «кусок» объективной реальности, используемый в «корыстных» целях. Поэтому и любая модель предназначена для описания только конкретных предметных областей. Причем для описания только сущности (явлений никакой моделью описать невозможно). Парадоксальность ситуации заключается в том, что в зафиксированной предметной области ее сущность ненаблюдаема (не может «взаимодействовать» с органами чувств и приборами).

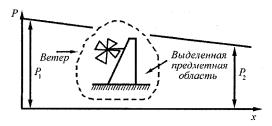


Рис. 2.1. Выделение предметной области - мельницы

Выделим (зафикнапример, сируем), предметную область мельницу, взаимодейст-ВУЮЩУЮ ветром (рис. 2.1). Явление ветра наблюдать онжом вращению мельницы, но сущность ветра (т. е. перепад давлений  $\Delta P = P_1$  –

 $-P_2$ , связанный с разностью температур) по вращению мельницы ненаблюдаема. Сущность ветра можно только осознать чисто <u>умозрительно</u>, но для этого надо мысленно расширить предметную область с мельницы до неоднородно нагретой атмосферы.

То же самое происходит в случае речного бассейна. Его воднобалансовую сущность, определяемую моделью (2.1), «потрогать» нельзя, это умозрительное понятие. Потеря решением устойчивости означает, что не «бьет» баланс. Модель надо модифицировать, искать новую сущность. Как? Путем новой фиксации предметной области (бассейна), затрачивая при этом энергию, и путем нового умозрения, расходуя интеллектуальную (эмоциональную) энергию.

Какой-то «логики умозрения» нет — это процесс творческий (не формализуемый), иррациональный, интуитивный. Интуиция просыпается, когда из-под ног уходит сущность. Математическим индикатором этого является неустойчивость решения модели. Она показывает, что прежнее умозрительное понятие (модель), описывающее сущность, надо заменять новым (по-новому фиксировать предметную область, что-бы новое решение было устойчивым).

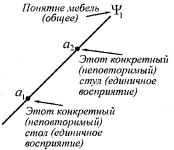


Рис. 2.2. Как формируется понятие

Попробуем наглядно представить действие интуиции. Любое чувственное восприятие явления — это неповторимое событие (философская категория — единичное), т. е. «точка» (рис. 2.2). Для того чтобы сформировалось понятие о чем-то (философская категория — общее), надо иметь что-то общее как минимум в двух чувственных восприятиях (рис. 2.2). А теперь

обобщим этот рисунок (см. рис. 2.3). Пусть двумерные существа (жители плоскости), наблюдая, как ветер качает ветки, установили для единичных восприятий (точек  $a_i$ ) общность их перемещения, т. е. сформулировали понятия  $\psi_i$ . Пусть подрастающая ветка протыкает плоскость. В рамках логики, основанной на двумерных понятиях  $\psi_i$ , это событие не объяснить. Но если некоторые двумерные существа («творческие») обладают (бессознательно) интуицией и «видят» дерево целиком,

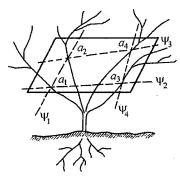


Рис. 2.3. К метафоре «иррационального шаблона»

то они могут сформировать умозрительное (для жителей плоскости) понятие третьего измерения и все прекрасно объяснить. Это дерево можно считать неким <u>иррациональным</u> <u>шаблоном</u>, в котором слились рациональность и иррациональность.

Теперь можно ввести ряд важных понятий [30]. Будем называть любые объекты ( и связи между ними) на «плоскости» финитными, т. е. выразимыми в рациональных структурах (понятиях у), а объекты (и связи) на всем «дереве» (т. е. невыразимые в рациональных понятиях ψ) – инфинитными. Инфинитная реальность – это все «дерево» или «лес» (короче – иррациональный шаблон). Опираясь на эти понятия, можно сказать, что зафиксированная предметная область всегда является финитной реальностью (самим фактом фиксации). Эта фиксация может осуществляться либо практической деятельностью (на уровне явлений), либо умозрительными понятиями (на уровне сущности). Таким образом, вся окружающая нас реальность – это взаимосвязанная система предметных областей. Но выделение предметной области означает, что все другие предметные области частично или полностью инфинитны (т. е. невыразимы в ее рациональных структурах). Следовательно финитная реальность («плоскость») задается при помощи реальности инфинитной («дерева»). Граница между финитным и инфинитным всегда частично инфинитна (только частично выразима в рациональных структурах). Например, для «плоскости, пересекающей дерево», частично инфинитным понятием будет «расширение дырки» («перемещение существующей» - финитным, «появление новой» - инфинитным). Ну а что же такое «частично инфинитное моделирование»?

# 2.2. Наглядный образ частично инфинитного моделирования (переход из возможности в действительность)

Можно дать такое достаточно общее определение: <u>частично инфинитное моделирование</u> — это переходной гносеологический процесс из возможности в действительность с затратой энергии. Ниже будет расшифровываться это определение.

Пусть мы спроектировали инфинитную реальность на «плоскость» (точка зрения № 1) и построили «обычную» модель (рис. 2.4). Если ее решение оказалось неустойчивым, то надо менять точку зрения, т. е. по-новому фиксировать проекцию (материальный объект – «дерево» — при этом не меняется). Если в расширенной области (с новыми фазовыми переменными) решение устойчиво, то можно временно «остановиться» до появления новой неустойчивости.

Как может возникнуть эта новая неустойчивость? Только в процессе деятельности по освоению материального объекта («дерева» — шаблона). В результате этой деятельности мы выходим за рамки расширенной предметной области (например, оказываемся в новом диапазоне прежних параметров). Расширенная (например, двухфазная) модель может не «сработать» и все начинается «по-новой»: снова надо менять точку зрения. Следовательно, частично инфинитное моделиро-

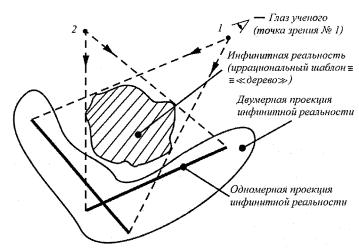


Рис. 2.4. Наглядный образ частично инфинитного моделирования

вание предполагает, что материальный объект («инфинитный») может оставаться и прежним, а меняется только точка зрения ученого, пытающегося по-новому объяснить сущность (т. е. построить модель) вновь расширенной предметной области. Это расширение происходит не умозрительно, а в результате практической деятельности (умозрением уже потом пытаются объяснить сущность). Таким образом, частично инфинитное моделирование — это гносеологический (относящийся к технологии познания) переходной процесс от одной точки зрения (№ 1) к другой (расширенной) — (№ 1 + № 2), например, от одномерной проекции к двумерной.

Вопрос: переход откуда куда?

Ответ: из <u>возможности</u> в <u>действительность</u> (есть такие философские категории в диалектическом материализме).

Новая действительность — это расширенная предметная область (новая «плоскость» на «дереве»). Но она не может возникнуть из ничего. Должны быть предпосылки этой новой действительности, т. е. ее возможность. Эти предпосылки заложены: с одной стороны, в самой инфинитной реальности («дереве», иначе откуда вообще возьмется чтото новое), а с другой — в существующей актуальной (фактической) действительности, т. е. в освоенных проекциях. Только опираясь на них познающий субъект может действовать, т. е. фиксировать инфинитную реальность. Можно выразиться и так: возможность новой действительности заложена в действительности существующей.

Таким образом, чтобы оказаться в новой действительности (т. е. получить новые знания) надо:

- 1. Действием (т. е. затратой энергии) зафиксировать «по-другому» предметную область. (Действовать могут и другие, помещая тебя в новые условия.)
- 2. Умозрением (затратой интеллектуальной энергии) объяснить сущность этой расширенной предметной области.

Так как и действие, и умозрение — это иррациональные (творческие) процессы, т. е. из сферы инфинитности, то все новое (рационализированное финитное) достигается путем «выжигания» инфинитности. Отсюда, в частности, следует глупость вопроса о том, познаваем ли мир (чтобы его познать, надо этот мир зафиксировать в качестве предметной области, а для этого не хватит никакой энергии). Мы познаем только отдельные предметные области.

### 2.3. Селективная роль физической картины мира (ФКМ)

Попытаемся графически (рис. 2.5) представить рассматриваемый процесс познания и место, которое в нем занимает частично инфинитное моделирование.

Если субъект отклоняется от цели, то с помощью контура  $OC_1$  выбирается подходящий шаблон (модель), который корректирует его траекторию. Но если субъект в результате своих (или чужих) действий оказался в новой предметной области, то подходящего шаблона (модели) нет (неустойчивость). Тогда есть два пути: либо погибнуть, либо сформировать новый шаблон (добавить фазовую переменную) в частично инфинитном блоке с помощью контура  $OC_2$ .

Семантический фильтр (основанный на физической картине мира познающего субъекта) предохраняет от «бредовых идей» как в сторону частично инфинитных моделей, так и от них. Но возможно и прямое (в обход «здравого смысла») влияние интеллектуальных эмоций на обычную энергию (см. волнистую линию на рис. 2.5).

Для прояснения ситуации вернемся к гидрологии (рис. 2.6).

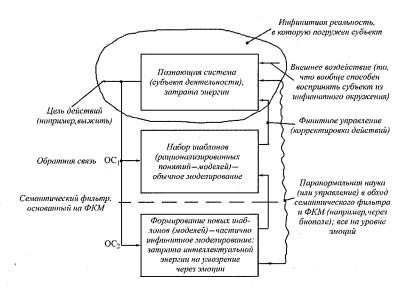


Рис. 2.5. Место частично инфинитного моделирования в процессе познания

Пусть некий субъект прогнозирует приток воды в водохранилище, имея определенный набор прогностических моделей (шаблонов). Если ни одна из моделей не дает S/σ ≤ ≤ 0.8 (здесь S – средняя квадратическая погрешность поверочных прогнозов; о - среднее квадратическое отклонепредсказываемой переменной от нормы), то прогноначинает выдумывать шаблоны дополнительные коэффициенты («оживлять») уже известных моделей), чтобы добиться успеха.

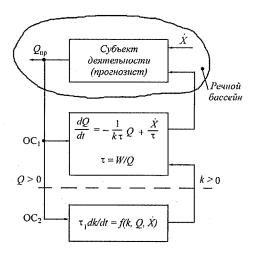


Рис. 2.6. Гидрологический пример процесса познания

Семантический фильтр -

это знание прогнозистом того, что, например,  $Q \ge 0$ ,  $\dot{X} \ge 0$  и что новый придуманный им шаблон (модель) не должен давать отрицательных коэффициентов стока (это запрещает его ФКМ).

### 2.4. Двигаться к истине – значит менять онтологию

До сих пор мы занимались гносеологией, — технологией получения новых знаний (методологией познания). Она приводит к некоторым базовым установкам об окружающем мире, т. е. к <u>онтологии</u>, которая сама влияет на гносеологию.

Вульгаризируя ситуацию, можно привести такой гидрологический пример. Гидрологи, познавая процесс формирования стока, пришли к некоторым базовым понятиям: k – коэффициент стока,  $\tau$  – время добегания (релаксации), Q – расход воды,  $\dot{X}$  – интенсивность осадков и т. д. Опираясь на общенаучные базовые понятия (= – равно, + – плюс, d/dt – производная, / – делить, t – время и т. д.), они сформулировали некую <u>линейную онтологию</u> формирования речного стока, в основе которой лежит модель (2.1). Эта онтология дает толчок для познания

(гносеологии) различного влияния на гидрологический режим: леса (процент залесенности водосбора связывается с коэффициентом стока), хозяйственной деятельности (опять же через этот коэффициент) и т. д.

Однако эта линейная онтология в определенной ситуации может и не сработать (привести к неустойчивости или просто неправильно описывать водный режим). Например, осадки выпадают, а стока нет, как в пустыне, где  $k \to 0$  (рис. 2.7). В таком случае говорят, что ситуация парадоксальна. Но это только в данной (линейной, первого порядка и т. д.) онтологии. На математическом языке аналогом парадоксальности является неустойчивость.

Вспомним, для чего существует наука. Для того, чтобы двигаться к истине. Это движение происходит путем смены онтологий:  $O_1 \to O_2 \to \dots O_n \to O_{n+1} \to \dots$  Например, линейная онтология из-за неспособности справиться с парадоксом заменяется нелинейной (при  $\tau = W/Q$ ):

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q^2}{kW} + \frac{Q\dot{X}}{W} \,. \tag{2.2}$$

Произошло то, что в п. 1 мы называли расширением фазового пространства:

$$Q \rightarrow (Q, \tau) \rightarrow (Q, \tau, k) \rightarrow ...$$

Для оправданности такой эволюции надо, чтобы очередная онтология оказалась в новой для себя бессмысленной (парадоксальной)

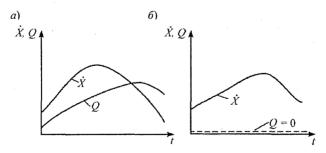


Рис. 2.7. Устойчивость (a) и неустойчивость ( $\delta$ ) линейной онтологии стока, основанной на модели (2.1)

предметной области. Причем более ранняя онтология не может своей логикой указать путь в более позднюю (т. е.  $O_n \subset O_{n+1}$ ). Переход в новую онтологию – процесс творческий.

И тем не менее частично инфинитное моделирование для того и создано, чтобы все-таки хоть как-то наметить путь из одной онтологии в другую.

# 2.5. Нефеноменологические и логико-негеоцентрические парадоксы

Рассмотренные парадоксы называются нефеноменологическими (сущностными). Их происхождение связано с неспособностью, заложенной в онтологии  $O_n$  логикой, отличить ложь от истины; говорят, что происходит «загибание логики» (рис. 2.8). Логика «распрямляется» путем перехода к  $O_{n+1}$ , т. е. путем перестройки онтологий. Этим и занимается частично инфинитное моделирование. («Обычное» моделирование «работает» в фиксированной онтологии, где логике не дают «загибаться» путем корректной постановки задачи.)

Но существуют и такие парадоксы, которые не разрешаются подобной перестройкой (т. е. их не ликвидировать и с помощью частично инфинитного моделирования) – логико-негеоцентрические. Они возникают не в конкретной онтологии, а во всем онтологическом (познавательном) ряду:  $O_1 \rightarrow O_2 \rightarrow \dots O_n \rightarrow O_{n+1} \rightarrow \dots$ , т. е. любая онтология в этом ряду бессмысленна (неразличима от

других онтологий). Ложен весь познавательный ряд, т. е. сам процесс познания.

Например, в рамках буддийской онтологии «все есть иллюзия», кроме нирваны. Ясно, что в таком случае бессмысленно искать настоящую истину (разрешать парадоксы) в сфере рационального познания: любое сечение «дерева» – иллюзия. Истинен только сам иррациональный шаблон в целом, т. е. все «дерево».

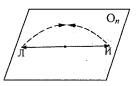


Рис. 2.8. «Загибание логики» в онтологии О<sub>n</sub>, приводящее к нефеноменологическим парадоксам

#### 2.6. Пример «работы» введенных понятий

Рассмотрим на конкретном примере, как «работают» введенные понятия. Дополним уравнение (2.1) начальным условием:

$$dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau, \qquad Q|_{t=0} = Q_0.$$
 (2.3)

Эту модель, а значит, онтологию, которую обозначим  $O_{\text{лин}}$ , определяют понятия, т. е. некие рациональные структуры (их «пощупать» нельзя):  $Q, k, d, = +, -, /, Q_0, t$ . Степень «рационализации» разная. Более «финитные»:  $d, t, +, -, /, t, t_0, Q$ . Частично инфинитные:  $k, \tau, Q_0, X$ . Почему? Где переходной гносеологический процесс? Как возникают парадоксы и неустойчивость онтологии?

Рассмотрим рис. 2.9. В инфинитной реальности (молния, гром, ливень и т. п.) выделяется воднобалансовая сущность, описываемая  $O_{\text{лин}}$ . Решение модели (2.3) — это траектория Q(t) на «плоскости, рассекающей крону дерева». В рамках онтологии  $O_{\text{лин}}$  (повторим: линейной, первого порядка; дополним: детерминистической) можно вводить новые рациональные понятия (залесенность, заболоченность, плотность населения и др.), насыщая ими выделенную предметную область, и проводить научные исследования по влиянию на сток леса и

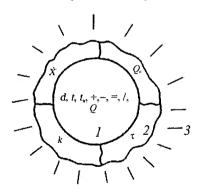


Рис. 2.9. Предметная область, фиксируемая моделью (2.3):

I — финитное ядро; 2 — частично инфинитная граница; 3 — инфинитная (для модели (2.3)) реальность

т. п. Но так как эти новые рациональные понятия вводятся через коэффициент стока  $[k=f(f_n,f_{3a6},\ldots),$  где  $f_n,f_{3a6}-$  степень залесенности и заболоченности бассейна], то все эти научные исследования будут проводится в рамках одной и той же онтологии  $O_{\text{лин}}$ . Поэтому их можно назвать псевдонаучными (тут нет ничего плохого, просто такова судьба всей прикладной науки).

Для того чтобы произошла смена онтологии  $O_{\text{лин}}$ , необходимо появление парадоксов. Они могут появиться только из инфинитной реальности через частично инфинитные параметры  $(\dot{X}, \tau, k, Q_0)$ . Эти параметры мы счита-

ем частично инфинитными, так как, с одной стороны, они осмыслены в рамках онтологии  $O_{\text{лин}}$  (финитность), но с другой — породить их может что угодно (о процессах, стоящих за коэффициентом k, можно только догадываться — инфинитность). Ну а в сумме — это и есть частичная инфинитность.

Эта неопределенность порождает шумы, размывание траектории Q(t), и поэтому логично заменить  $O_{\text{лин}}$  на стохастическую онтологию  $O_{\text{стох}}$ :

$$\frac{\partial p(Q,t)}{\partial t} = -\frac{\partial (Ap)}{\partial Q} + 0.5 \frac{\partial^2 (Bp)}{\partial Q^2}.$$
 (2.4)

В онтологии  $O_{\text{стох}}$  шумы уже рационализированы с помощью их характеристик:  $G_{\widetilde{c}}$ ,  $G_{\widetilde{n}}$ ,  $G_{\widetilde{c}\widetilde{n}}$ .

Стохастическая онтология (2.4) также начинает плодить псевдоинформацию (огромное число исследований по вероятностным законам распределения речного стока, дробление его на годовой, минимальный, максимальный и т. д.). Но и стохастическая онтология сталкивается с парадоксами (неустойчивостью). Например, в уравнении для моментов

$$dm_n / dt = (-c + 0.5nG_{\tilde{c}})m_n + ...$$

при  $\bar{c} < 0.5nG_{\tilde{c}}$  возникает неустойчивость моментов n-ого порядка и всего распределения в целом. Поэтому онтологию  $O_{\text{стох}}$ , основанную на уравнении ФПК (2.4), надо заменять. Например, стохастически обобщать уже нелинейную онтологию  $O_{\text{нлин}}$  (2.2). При этом прежний частично инфинитный параметр  $\tau$  становится финитными ( $\tau = W/Q$ ), так как это уже новая фазовая переменная (наряду с Q). Однако одновременно появился новый частично инфинитный параметр W, так как мы не знаем, что конкретно стоит за гидрологической емкостью среды W (это может быть и водохранилище, и биомасса и  $\tau$ . п.). Переход от  $O_n$  к  $O_{n+1}$  и есть гносеологический переходной процесс перестройки онтологий.

# 3. Математический аппарат частично инфинитного моделирования

# 3.1. О невозможности самодостаточного математического аппарата в частично инфинитном моделировании

Следует заметить, что никакого самодостаточного математического аппарата для получения нового знания нет и быть не может. Не существует и методологии ( в традиционном смысле этого слова) его получения.

В традиционной методологии в обязательном порядке:

- 1) описывается состав и последовательность действий (материальных и мысленных), необходимых для получения новых знаний;
- 2) изложение ведется в форме нормативных высказываний («сделать то-то ...»);
- 3) должен удовлетворяться критерий осуществимости (в описании действий не должно быть противоречий и они должны выполняться за конечное число шагов).

Но с позиций такой рационализированной методологии, исключающей творческие шаги, нового знания не получить. Поэтому ни о какой «корректной» постановке задачи в частично инфинитном моделировании и речи нет. А поэтому не может быть и «своего» математического аппарата, ибо оно содержит элементы не рационализируемые, творческие.

Однако это не означает, что в нем нет вообще никакого аппарата, помогающего переходить из предыдущей онтологии в последующую. Так как каждая последующая онтология в известном смысле мощнее предыдущей, то можно построить некую частично инфинитную метамодель, показывающую как растет мощность (по Г. Кантору) в онтологическом ряду. На этом пути появляется много неожиданных вещей типа отрицательных мощностей, нарушение гипотезы о том, что не существует промежуточных мощностей между счетным множеством и континуумом и, наконец, опровержение (в известном смысле) основной догмы теории множеств о том, что несравнимых мощностей нет. К этим вопросам мы вернемся в конце книги.

#### 3.2. Почему линейное мышление заменяется нелинейным?

Простой пример линейной системы — модель формирования стока (1.1). Формальный (математический) признак линейности — первая степень искомой функции. Физически особенность линейных систем состоит в выполнении принципа суперпозиции. Его смысл заключается в том, что если имеется несколько внешних воздействий, то в системе нет их взаимного влияния, хотя выходная реакция все их учитывает.

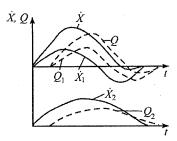


Рис. 3.1. Разложение «входа» и «выхода» на две составляющие

Пусть, например, «вход» и «выход» системы с линейным оператором  $L \equiv \tau d/dt + 1/k$  могут быть разложены на составляющие  $\dot{X} = \dot{X}_1 + \dot{X}_2$ ,  $Q = Q_1 + Q_2$  (рис. 3.1). Тогда

$$\tau \frac{dQ_1}{dt} + \frac{Q_1}{k} + \tau \frac{dQ_2}{dt} + \frac{Q_2}{k} = \dot{X}_1 + \dot{X}_2, \tag{3.1}$$

т. е. каждая составляющая входного воздействия живет своей жизнью и не способна к кооперации с другими (рис. 3.2). В этом случае говорят, что линейная система лишена внутренней активности и только пассивно трансформирует внешнее воздействие. Ее поведение предсказуемо, она не может родить ничего нового (того, чего не было на входе).

Как может появиться нелинейность? За счет обратной связи (рис. 3.3), приводящей к уравнению (2.2). Причем появляются даже две нелинейности:  $Q^2$  (самовоздействие) и  $Q\dot{X}$  (взаимодействие внешнего сигнала и реакции). Это приводит к нарушению принципа суперпозиции, например, к появлению колебаний, которых не было на входе (см. рис. 1.13, a). Это и есть внутрен-

няя активность.

Важно отметить, что система на малые воздействия может реагировать линейно, а на большие — нелинейно (рис. 3.4, a,  $\delta$ ).

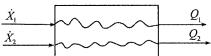


Рис. 3.2. Отсутствие «кооперации» в линейной системе

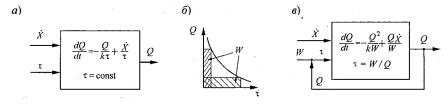


Рис. 3.3. Преобразование линейной (a) модели формирования стока в нелинейную (в) за счет введения обратной связи

На этом факте основана так называемая линеаризация, когда параболу  $y = x^2$  в малой окрестности какого-либо значения  $x_0$  можно рассматривать как прямую линию:  $y = (x_0 + \Delta x)^2 = x_0^2 + 2x_0\Delta x + \Delta x^2 \approx \text{const}_1 + \text{const}_2 \cdot \Delta x$  (если  $\Delta x << x_0$ ).

Так как при частично инфинитном подходе мы пытаемся смоделировать появление чего-то нового, то все наши модели будут нелинейными, т. е. способными к генерации «нововведений».

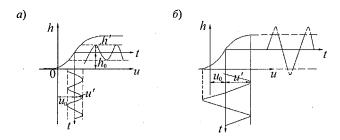


Рис. 3.4. Иллюстрация возможности линеаризации в нелинейной (h=f(u)) системе. В качестве примера выбрана линеаризация в системе Сен-Венана члена, учитывающего гидравлические сопротивления:  $j=gu^2/(C^2h)$ , где g — ускорение свободного падения; u — скорость; h — глубина; C — коэффициент Шези. Выполняя подстановку  $h=h_0+h'$ ,  $u=u_0+u'$ , используя ряд Маклорена и пренебрегая членами второго порядка малости, получаем:  $j=2au'-(u_0/h_0)ah'$ , где  $a=gu_0/C^2h_0$ :

a – линеаризация возможна ( $u' < u_0$ ,  $h' < h_0$ );  $\delta$  – при большой амплитуде внешнего воздействия ( $u' > u_0$ ) на выходе появляются нелинейные искажения

### 3.3. Замена бесконечномерных систем конечномерными

Модели бывают разных типов, но в частично инфинитном моделировании «хотелось бы» иметь дело с конечномерными моделями в виде обыкновенных дифференциальных уравнений (ниже увидим почему). Этого можно добиться разными способами. Например, для задачи о распространении тепла в стержне длиной *l*:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} ,$$

$$T(x,0) = T_0(x), \qquad 0 \le x \le l ,$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial T(l,t)}{\partial x} = 0$$

(здесь T – температура; a – коэффициент теплопроводности; x – координата), решение можно представить рядом Фурье

$$T(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t) f_n(x) ,$$

где f(x) — собственные функции (задаваемые). Согласно принципу суперпозиции, решение линейного уравнения в частных производных эквивалентно решению бесконечной последовательности обыкновенных дифференциальных уравнений для гармоник (мод)  $c_n(t)$ :

$$\frac{dc_n}{dt} = -a \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 c_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

От бесконечности можно уйти следующим образом. Типичное измене-

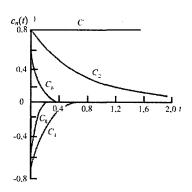


Рис. 3.5. Типичная картина изменения функции  $c_n(t)$ 

ние функций  $c_n(t)$  такое, как представлено на рис. 3.5 [31]. Чем выше номер гармоники, тем быстрее уменьшается ее амплитуда. Поэтому если необходимо знать приближенное решение, то можно отбросить гармоники с высокими номерами и ограничиться конечной системой уравнений.

В нелинейном случае принцип суперпозиции не выполняется и имеем для аналогичной задачи связанную бесконечную систему:

$$dc_n / dt = f_n(c_0, c_1, ...) - \gamma_n c_n, \quad n = 0, 1, ...$$

где  $1/\gamma_n$  – время релаксации отдельных мод. Но и в данном случае возможно отбросить так называемые быстрые моды.

Существуют и другие способы конечномерных аппроксимаций бесконечномерных систем. Например, метод прямых (дискретизация по пространственной переменной) приводит модель кинематической волны (1.13) к виду

$$dF_i / dt + a'F_i - a'F_{i-1} = 0,$$
  $i = 0, 1, ...$ 

где  $a' = a/\Delta x$ . Широко используется метод Галеркина и др.

Кроме дифференциальных уравнений, мы будем иметь дело с <u>отображениями</u>. Например, с дискретным ( $\Delta t=1$ ) аналогом модели (1.14):

$$Q_{i+1} = Q_i (\dot{X}/W + 1 - Q_i/kW)$$
.

#### 3.4. Эволюционные модели

В результате применения различных методов бесконечномерные системы можно свести к конечномерным  $dx_i/dt = f(x_i, t), i = 1, 2, \dots$  Однако существует определенный класс подобных моделей, который отражает некоторые реальные черты развивающихся систем, хорошо изучен и допускает экспериментальную проверку. Это так называе-

мые популяционные модели, описывающие эволюцию всевозможных популяций.

Рассмотрим их более подробно [53, 61]. Обозначим через  $x_j(t)$  плотность популяции какого-либо j-го вида. Скорость роста (без учета миграции из ареала обитания)

$$dx_j / dt = (b_j - d_j)x_j.$$

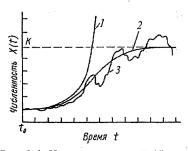


Рис. 3.6. Нелимитированный (1), лимитированный (2) и фактически наблюденный (3) рост популяций [53]

Удельные скорости размножения  $b_j$  и гибели  $d_j$  зависят как от абиотических факторов (тепло, свет и т. п.), так и от взаимодействия с другими популяциями x:

$$b_j = b_j(v_1,...,v_k; x,...,x_j,...,x_n);$$

$$d_{j} = d_{j}(v_{1},...,v_{k}; x_{1},...,x_{j},...,x_{n}).$$

Обозначив  $b_j - d_j = r_j$ , получим:

$$dx_{j} / dt = r_{j}x_{j}$$
.

Если  $r_j = r_0 = \text{const}$  ( $r_j$  не зависит от  $x_j$  – редкая популяция), то имеем модель Мальтуса, решение которой дается экспонентой  $x(t) = x_0 \exp r_0(t-t_0)$  (рис. 3.6). Однако более реалистическая модель получается, если считать, что с повышением плотности популяции она сама себя начинает «тормозить» ( $\beta$  – коэффициент):

$$r_j = r_0 - \beta x_j \,. \tag{3.2}$$

Модель примет вид

$$\frac{dx}{dt} = r_0 x (1 - \frac{x}{K}), \qquad (3.3)$$

где  $K = r_0/\beta$  (индекс j опущен, так как сейчас рассматривается одна популяция). Это так называемое уравнение Ферхюльста, и его решение дается формулой

$$x(t) = K/(1 + ((K - x_0)/x_0) \exp(-r_0(t - t_0)))$$

(см. рис. 3.6).

Величина  $r_0$  — <u>биотический потенциал</u> популяции (показывает потенциальные возможности роста при отсутствии помех со стороны других популяций и самой себя); K — <u>экологическая емкость среды</u>, т. е. тот потолок, до которого может расти популяция в заданной экологической нише.

В случае взаимодействующих популяций вместо (3.2) будем иметь:

Тогда модель примет вид:

$$dx_i / dt = (r_i^0 - \sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_j) x_i, \qquad i = 1, ..., n.$$
 (3.4)

Если  $r_i^0$  определяет продуктивность i-го вида (по-другому: селективную ценность или биотический потенциал i-го вида), то  $\sum\limits_{j=1}^n \beta_{ij} x_j = \overline{E}(t)$  — среднюю продуктивность всей цепи взаимодействующих популяций. Размерность  $r_i^0$  обратно пропорциональна времени релаксации ( $[r_i^0] = [1/\tau]$ ). Следовательно, если  $\tau_I \to 0$ , то  $r_i^0 \to \infty$ , т. е. тот, кто быстрее плодится, находится в выигрыше.

Рано или поздно наступает селективное равновесие:  $\overline{E}(t) \to \max_i r_i^0$  и  $dx_i/dt=0$ . Система уравнений (3.4) работает как фильтр, выделяющий информацию (фазовые переменные) с наибольшей ценностью. Чтобы сдвинуться с точки равновесия, должен появиться мутант с  $\widetilde{r_i}^0 > \max_i r_i^0$ , т. е. необходимо рождение новой информации.

Коэффициенты  $\beta_{ij}$  учитывают влияние одних популяций (или фазовых переменных) на другие. Причем могут быть разные ситуации:  $\beta_{ij} < 0$ ,  $\beta_{ij} = 0$ ,  $\beta_{ij} < 0$ . В зависимости от знака  $\beta_{ij}$  в системе могут происходить разные типы взаимодействий, общая классификация которых сводится к следующему.

Запишем систему уравнений в общем виде

$$dx_i / dt = f_i(x_1, ..., x_n)$$
  $i = 1, ..., n$ .

Переменные  $x_i$  (популяции) взаимодействуют друг с другом (борются за свет, тепло, пищу и т. д.). Влияние одного вида на скорость изменения других определяется частной производной

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\Big|_{x_1,\ldots,x_n} = c_{ij}(t) = \partial \left(\frac{dx_i}{dt}\right)/\partial x_j \geq 0.$$

При этом тип взаимодействия может меняться со временем.

Если есть n видов, то исчерпывающую характеристику парных взаимодействий дает матрица

$$\begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \cdots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & \cdots & c_{2n}(t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1}(t) & c_{n2}(t) & \cdots & c_{nn}(t) \end{pmatrix}.$$

Всего известно шесть типов парных взаимодействий (табл. 3.1).

Если пользоваться введенной нами терминологией, то нейтрализм характеризует две инфинитные друг другу «предметные области»; аменсализм и комменсализм — частично инфинитные; конкуренция, жертва—эксплуататор и мутуализм — финитные.

Типы парных взаимодействий

Таблица 3.1

Тип влияния

7.45	паименование взаимодеиствия	1-го вида на 2-й	2-го вида на 1-й
1	Нейтрализм	0	0
2	Аменсализм	<del>-</del>	0
3	Комменсализм	+	0
4	Конкуренция	<del>-</del>	
5	Жертва-эксплуататор	+	_
6	Мутуализм	+	+
Примеч	ание (характер влияния): 0 нейтраль	ное, – отрицательное, ⊣	положительное.

Рассмотренная популяционная модель Лотки—Вольтера известна с 20-х годов XX в. М. Эйген подобной моделью описывал зарождение жизни на Земле ( $x_i$  — конкурирующие и объединяющиеся макромолекулы). Ею же описываются и другие процессы, связанные с теорией эволюции Дарвина, например борьба идей в науке.

Рассмотрим две «популяции ученых» (две конкурирующие идеи) с научными («биотическими») потенциалами  $r_1=r_1^0-\beta_{11}x_1-\beta_{12}x_2$ ,  $r_2=r_2^0-\beta_{22}x_2-\beta_{21}x_1$ . Тогда модель их взаимодействия будет

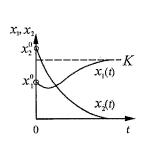


Рис. 3.7. Пример конкурентного взаимодействия двух «илей»

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1^0 x_1 \left(1 - \frac{x_1}{K} - \frac{x_2}{K}\right),\,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = r_2^0 x_2 \left( 1 - \frac{x_1}{K} - \frac{x_2}{K} \right)$$

(здесь использована идеализация 
$$\beta_{ij} / r_i^0 = 1/K; \ i, j = 1, 2; \ K = \sum_{i=1}^2 x_i - \text{научная}$$

емкость среды, т. е. число ученых, способных воспринимать идеи определенного уровня).

Решение этой системы, графически представленное на рис. 3.7, приводит к полной победе одной из идей и к исчезновению другой. Это не совсем хорошо, так как проигравшая в данной ситуации идея при других обстоятельствах может оказаться полезной. Поэтому желательно сохранение хотя бы на какой-то период времени всех, включая бредовые, идей. Очень поучительна в этом отношении эпопея, связанная с волновой и корпускулярной теориями света, которая закончилась их объединением. Подобное сохранение можно осуществить, если перейти к вероятностному описанию и изучать эволюцию совместной плотности вероятности  $p(x_1, ..., x_i, ...)$  (i = 1, ..., n).

#### 3.5. Стохастическое обобщение

Запишем нашу систему в виде

$$\dot{x}_i(t) = (\lambda_i - \sum_{l=1}^n \lambda_l x_l(t) / K) x_i(t).$$

Введем в правую часть источник мутаций  $F_i(t)$  (из инфинитной реальности) – случайный процесс типа белого шума:  $\overline{F_i(t)F_i(t')} = c_{ii}\delta(t-t')$ .

Выполнив стохастическое обобщение, получим вероятностный процесс, подчиняющийся многомерному уравнению ФПК для эволюции совместной плотности вероятности  $p(x_1, ..., x_i, ...; t)$ :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial (A p)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{j,i=1}^{n} \frac{\partial (B p)}{\partial x_j \partial x_i}, \qquad (3.5)$$

где 
$$A = (x_i - \sum\limits_{\ell=1}^n \lambda_\ell x_\ell / K) x_i -$$
коэффициент сноса;  $B = c_{ij} -$ коэффициент диффузии.

За счет коэффициента диффузии даже при «победе» одной идеи останутся и все другие для будущей борьбы (рис. 3.8).

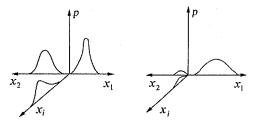


Рис. 3.8. «Вероятностная победа»  $x_i$ -й идеи при поглощающих граничных условиях

#### 3.6. Математические свойства параболических уравнений

Уравнение (3.5) относится к параболическому типу и может быть записано в виде [50] (для одномерного случая):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( B' \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \beta p , \qquad (3.6)$$

где B'=0.5B;  $\alpha=-A+\partial B'/\partial x$ ;  $\beta=-\partial A/\partial x=\partial^2 B'/\partial x^2=\partial \alpha/\partial x$ . При однородности процесса приходим к уравнению с постоянными коэффициентами, а при изотропии — к простейшему уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial p}{\partial t} = B' \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}.$$

Однако мы будем иметь дело и с квазилинейными уравнениями параболического типа, в которых искомой функцией будет не плотность вероятности, т. е. информационная характеристика процесса, а вполне материальная, например скорость течения, распределенная по глубине потока. Нам потребуются знания о математических свойствах задач, поставленных для подобных уравнений (существование, единственность и устойчивость решений).

Литература по этому вопросу огромна. Мы не будем касаться неоднородных уравнений с нелинейными источниками и с «нелинейными» коэффициентами диффузии [48] — еще неизвестно, свойства «чего» доказываются для нелинейных задач. Параболичностью там реально и «не пахнет» — все определяет тип нелинейности, т. е. источника («инфинитного» окружения).

Что же касается собственно линейных уравнений (с разнообразными граничными и начальными условиями), то существуют всевозможные способы [6, 33] доказательства теорем, гарантирующих их корректность (существование, единственность и непрерывную зависимость решений от «правых частей», начальных и граничных условий) при ограниченности коэффициентов сноса и диффузии A и B (или

B',  $\alpha$ ,  $\beta$ ) и (в некоторых методах) — ограниченности их роста по независимым переменным ( $x_i$  и t). В их основе лежит принцип максимума (минимума), который приводит к формулам (метафорически):

$$||p|| \le ||\text{гр.усл.}|| + ||\text{нач.усл.}|| + ||f||,$$

где f — «неоднородность» (если она существует), а нормы берутся в зависимости от характера искомого решения (если «классического», то это «модули», если «обобщенного», то обычно — метрика «энергетического» пространства).

Основной факт сводится к тому, что изменение A (за счет «инфинитного» окружения), если это изменение ограничено, теоремы существования решения не нарушает. Однако могут быть ситуации, когда решение нестационарно («плывет»).

### 3.7. Как прячутся потенциальные фазовые переменные

Новая фазовая переменная появляется не с Луны, иначе ни о какой, даже частичной, рационализации прогнозирования нового и речи бы не было. Она скрыта в самой модели и «кто-то» ее «пробуждает».

Вернемся к системе популяционных моделей:

$$dx_1 / dt = (r_1 - \beta_{11}x_1 - \beta_{12}x_2)x_1; (3.6)$$

$$dx_2 / dt = (r_2 - \beta_{21}x_1 - \beta_{22}x_2)x_2.$$
 (3.7)

В обычных условиях эта система описывает взаимодействие двух популяций  $x_1$  и  $x_2$ . Теперь вспомним, что  $r_i=1/\tau_i$ , и пусть  $\tau_2 >> \tau_1$ , т. е. селективная ценность у  $x_2$  очень мала ( $x_2 \approx \text{const}$ ,  $dx_2/dt \approx 0$ , рис. 3.9). Тогда  $\beta_{12}x_2 \approx \beta_{12}$  const = const<sub>1</sub>; обозначим  $r_1^0 = r_1 - \text{const}_1$ . Следовательно, систему (3.6), (3.7) мы воспринимаем как одно уравнение  $dx_1/dt = (r_1^0 - \beta_{11}x_1)x_1$ . Наблюдая за  $x_1$ , мы

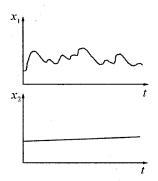


Рис. 3.9. Изменение фазовых переменных с различной селективной ценностью

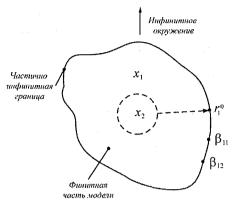


Рис. 3.10. Включение медленной фазовой переменной  $x_2$  в состав частично инфинитных параметров

идентифицируем численные значения  $r_1^0$  и  $\beta_{11}$ . Нам даже невдомек, что за величиной  $r_1^0$  еще что-то стоит, кроме селективной ценности  $x_1$  (точнее, то, что стоит за  $r_1^0$ , и определяет селективную ценность: уменьшает при  $\beta_{12} > 0$ , увеличивает при  $\beta_{12} < 0$ ). Фазовая переменная  $x_2$  как бы есть, но она нами не воспринимается как искомая функция. Действительно, запишем уравнение (3.7) в конечных разностях:

$$(x_2)_{i+1} = (x_2)_i + (1 - \tau_2 \beta_{21} x_1 - \tau_2 \beta_{22} (x_2)_i) (x_2)_i \Delta t / \tau_2.$$

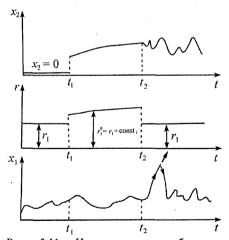


Рис. 3.11. Иллюстрация «пробуждения» «скрытой» фазовой переменной  $x_2$  в момент времени  $t_2$  при возникновении неустойчивости переменной  $x_1$  (переходный процесс при «подключении»  $x_2$  в момент  $t_1$  не рассматриваем)

Если  $\Delta t << \tau_2$ , то  $\Delta t/\tau_2 \rightarrow 0$  и  $(x_2)_{i+1} = (x_2)_i$ . В этом случае выступает как const, принадлежащая частично нитной границе (рис. 3.10). Но если уравнение  $dx_1 / dt = (r_1^0 -\beta_{11}x_1)x_1$  потеряет устойчи-BOCTE  $(dx_1/dt > 0, x_1 \rightarrow \infty)$ , TO  $\tau_1 \beta_1 x_1 \rightarrow \infty$ член И  $(x_2)_{i+1} \neq (x_2)_i$ . Величина «оживает» и подавляет рост фазовой переменной  $x_1$ . Говорят, что они стали жить в одном темпомире (рис. 3.11).

#### 4. Фрактальная диагностика

### 4.1. Фрактальные множества и дробные размерности

Рассмотрим вначале несколько примеров. Если взять лист бумаги, то при нулевой толщине он представляет собой аналог евклидовой плоскости с размерностью, равной двум. Теперь сделаем из него комок. Какая у него размерность? Это ведь не сплошное тело, имеющее размерность три. Значит, что-то между двумя и тремя. Чем сильнее спрессовать, тем ближе размерность к трем (рис. 4.1). В подобных случаях говорят, что комок (и похожие «рыхлые» тела) имеет дробную (фрактальную) размерность. Так как он располагается в трехмерном пространстве, то говорят, что размерность его пространства вложения есть три.

Фрактальная размерность характеризует не свойства каких-то абстрактных пространств «вообще», а конкретный объект (в нашем примере – комок бумаги). Еще точнее – она является продуктом факторов влияния на систему (лист бумаги). В данном случае – это сила, с которой мы сжимаем лист. Если очень сильно утрамбовать комок, то его фрактальная размерность увеличится (в пределе – до трех). Следовательно, она характеризует влияние инфинитного окружения (точнее – частично инфинитного взаимодействия с ним).

Теперь рассмотрим временной ряд речного стока (рис. 4.2). На этом рисунке изображена линия (одномерное многообразие, как сказали бы математики). Однако в первом случае она прямая (евклидова размерность равна единице). А во втором и третьем? И не прямая, но и не плоскость (как в четвертом случае). Уже не линия, но еще и не плоскость. Размерность этого «оно» между единицей и двойкой.

Чем отличается второй случай от третьего? Явно видно, что во

втором случае прослеживается сильная автокоррелированность, а третий — похож на белый шум. Автокоррелированность создается условиями формирования стока (инфинитным окружением). Поэтому в случае белого шума пред-

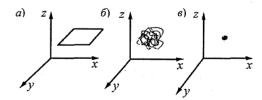


Рис. 4.1. Изменение размерности тела «лист бумаги»: a-2; b-2,...; b-3

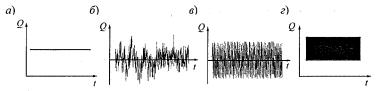


Рис. 4.2. Изменение фрактальной размерности ряда речного стока: a-1;  $6-1,\ldots$ ;  $g-1,\ldots$  ( $\to$  2); e-2

метная область (процесс формирования стока) фиксирована не очень жестко. Это означает, что географический объект, именуемый речным водосбором, надо описывать (характеризовать) не только стоком, но и, например, биомассой, испарением и т. п.

Если вместо ряда среднегодовых расходов воды представить последовательность частиц («шариков»), то во втором случае они жестко связаны, а в третьем — нет. Таким образом, фрактальная размерность — это характеристика жесткости самого объекта. Если поместить «фигуру», изображенную на рис. 4.2, 6, не на плоскость, а в пространство («трубу»), то она сохранит свою форму. Следовательно, в пространстве вложения любой размерности объект остается самим собой B случае, когда «частицы» не связаны (белый шум, молекулы

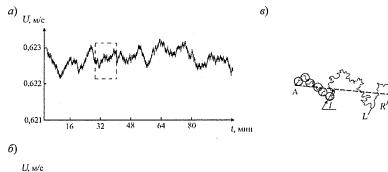




Рис. 4.3. Примеры фрактальных множеств: скорости течения, показанные в разных масштабах (a и  $\delta$ ); определение длины береговой линии ( $\epsilon$ )

газа), то они пытаются заполнить все пространство вложения (как тесто). В нашем случае (рис. 4.2) заполняется плоскость, но это может быть объем или (в случае фазовых пространств) пространство любой размерности.

Еще один пример связан с определением длины береговой линии. Парадоксально, но у береговой линии ко-

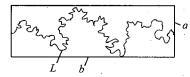


Рис. 4.4. Исключение нефеноменологического парадокса путем расширения фазового пространства

нечной длины не существует. Этот парадокс связан с ее фрактальной размерностью (рис. 4.3, s). Оказывается, что величина L зависит от (образно) раствора циркуля l: если его уменьшать, то L будет стремиться к бесконечности. Длина L определяется выражением  $L \approx l \cdot N$ , где N показывает, сколько раз прикладывается циркуль. Так как  $N \approx (R/l)^D$  (ниже поясним эту формулу), то  $L \approx l(R/l)^D$ . Показатель D и называется фрактальной размерностью. Если она совпадает с топологической (D=1), то приходим к обычному понятию длины гладкой линии  $L=l(R/l)^1=R$ . (Фрактальные объекты, согласно своему начальному определению, обладают размерностью, строго превышающей топологическую размерность элементов, из которых они построены.)

Если раствор циркуля  $l \to 0$ , то  $L = \lim_{l \to 0} l(R/l)^D = lR^D/l^D \sim l^{1-D} \to \infty$  (если D > 1). Например, для берегов Англии  $D \approx 1,3$ .

Накроем береговую линию плоскостью (рис. 4.4). Если L рассматривать как фазовую переменную, описывающую состояние системы «берег», то она неустойчива ( $L \to \infty$ ), т. е. оказываемся в условиях нефеноменологического (сущностного) парадокса. В то же время площадь плоской фигуры, в которую вписан берег, конечна ( $ab = S < \infty$ ). Следовательно, если a и b – две новые фазовые переменные, такое описание устойчиво. Парадокс: имеем бесконечную длину (одномерное фазовое пространство) в конечном (двухфазовом) пространстве.

#### 4.2. Типы размерностей

Объект, который имеет дробную размерность, называется фракталом (или фрактальным множеством, рис. 4.3). Обычно это — странные аттракторы, и фрактальная размерность как раз характеризует меру этой «странности». Приведем примеры фрактальных множеств.

- 1. Кривая Кох (рис. 4.5, a). Правило построения этой кривой видно из рисунка. В пределе получим непрерывную, нигде не дифференцируемую самоподобную кривую с фрактальной размерностью между 1 и 2.
- 2. Множество Кантора (рис. 4.5,  $\delta$ ). Каждый шаг построения удваивает число отрезков, но уменьшает общую длину отрезков до 2/3 ее величины перед отбрасыванием средней части (фрактальная размерность между 0 и 1).
- 3. На рис. 4.5, в представлено более экзотическое фрактальное множество (одно из множеств Жюлиа). Примеры самоподобных образований можно множить до бесконечности.

Теперь будем пытаться более или менее строго определить, что такое дробная размерность и подсчитаем ее для некоторых примеров.

Возьмем пространство  $R^n$ . Это прямая (n=1), плоскость (n=2), трехмерное пространство (n=3). Рассмотрим, чему равны длина L, площадь S, объем V «шара» радиуса r: L=2r,  $S=\pi r^2$ ,  $V=4\pi r^3/3$ . Обобщив на любую размерность, получим  $V_d=\gamma(d)r^d$ , где гамма-функция  $\gamma(d)$  равна: 2 (при d=1),  $\pi$  (при d=2),  $4\pi/3$  (при d=3). Оказывается, эту формулу можно распространить с натуральных d=1, 2, 3, ... на любые

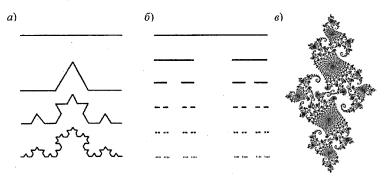


Рис. 4.5. Примеры фракталов: a — кривая Кох;  $\delta$  — «пыль» Кантора;  $\epsilon$  — множество Жюлиа (из «долины морских коньков»)

неотрицательные вещественные числа. Например:  $V_{3/2} = \gamma(3/2)r^{3/2}$ . Величина  $V_d$  называется <u>d-мерой</u> шара радиуса r в пространстве  $R^n$ . Ну а если у нас не шар, а произвольное множество («береговая линия»)  $A \subset R^n$ ?

Покроем A шарами радиуса  $\epsilon$  и просуммируем их объемы (рис. 4.3). Общий объем (мера A) будет  $B_d(A) \sim N(\epsilon)\gamma(d)\epsilon^d \sim N(\epsilon)\epsilon^d$  [ $\gamma(d)$  не играет в дальнейшем роли,  $N(\epsilon)$  — минимальное число шаров для покрытия]. Полагая, что существует конечная мера  $B_d(A) \sim C$ , получаем  $N(\epsilon) \approx C/\epsilon^d$ . Отсюда следует, что  $d \to -\log N(\epsilon)/\log \epsilon$ . Это — размерность Минковского—Хаусдорфа.

Подсчитаем размерность для кривой Кох. На n-ом шаге итерации получим число отрезков  $N_n = 4^n$  (радиус  $\varepsilon_n = (1/3)^n$ ). Поэтому  $\dim = d = \log 4/\log 3 = 1,26185...$ , т. е. это уже не прямая, но еще и не плоскость. Кривая Кох вложена в плоскость, причем d характеризует степень заполненности плоскости («рыхлости») или степень компактности, как сказали бы математики. Таким образом, дробная размерность фрактала всегда больше топологической размерности элементов фрактала («строительных кирпичей», у нас — прямая, с топологической размерностью, равной единице), но меньше топологической размерности пространства вложения (у нас — плоскость, с топологической размерностью, равной двум).

Теперь для множества Кантора:  $N_n = 2^n$ ,  $\varepsilon_n = (1/3)^n$ ,  $d = \log 2/\log 3 = 0,6092...$  Предельный набор точек на рис. 4.5,  $\delta$  не имеет

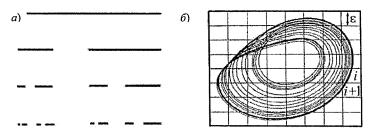


Рис. 4.6. Пример неоднородного фрактала (a) –множество Кантора с двумя характерными масштабами длины, и покрытие аттрактора ячей-ками «радиусом»  $\varepsilon$  (б)

длины, т. е. это «больше», чем точка (топологическая размерность – ноль), но еще не дотягивает до линии.

Введенная дробная размерность не характеризует фрактал, если он неоднородный (рис. 4.6, a). Поэтому в рассмотрение вводят целый спектр подобных размерностей следующим образом. Покроем фрактал (аттрактор) ячейками (рис. 4.6,  $\delta$ ) общим числом  $M(\varepsilon)$   $i=1,2,...,M(\varepsilon)$ . Вероятность попадания точки в i-ю ячейку будет  $P_i = \lim_{N\to\infty} (N_i/N)$  (здесь  $N_i$  – число точек в i-й ячейке, N – общее число точек). Вводится такой «объект»:

$$D_f = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{f - 1} \frac{\ln(\sum_{i=0}^{\varepsilon} P_i^f)}{\ln \varepsilon}, \qquad f = 0, 1, 2, \dots$$

При  $f \rightarrow 0$ 

$$d = D_0 = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln \sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} 1}{\ln \varepsilon} = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln \varepsilon},$$

т. е. выходим на наше предыдущее определение размерности Хаусдорфа (или Минковского). При  $f \to 1$ 

$$D_{1} = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{-\sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} P_{i} \ln P_{i}}{\ln \varepsilon},$$

т. е. получаем так называемую <u>информационную</u> размерность. Если фрактал однороден, т. е.  $\forall i \ P_i = 1/M(\epsilon)$ , то  $D_0 = D_1$ . При f = 2

$$D_2 = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln(\sum_{i=0}^{M(\varepsilon)} P_i^2)}{\ln \varepsilon},$$
(4.1)

т. е. получаем корреляционную размерность.

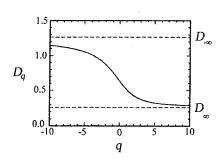


Рис. 4.7. Монотонное убывание фрактальной размерности [3] (спектр обобщенных размерностей для неоднородного множества Кантора; здесь  $q \equiv f$ )

Другие размерности рассматривать не будем, но отметим, что между ними существует иерархия:  $D_f \geq D_{f'}$  при f' > f, т. е.  $D_0 \geq D_1 \geq D_2$  (для множества Кантора эта иерархия представлена на рис. 4.7). Подобная цепочка неравенств важна, так как на практике легко вычисляется корреляционная размерность  $D_2$ , и она дает оценку размерности Хаусдорфа  $D_0$ .

# 4.3. Физика фракталов с позиций частично инфинитного моделирования

Рассмотрим механизм возникновения фрактала на примере формирования речного стока. Если на «вход» модели (1.2) подать осадки в виде прямоугольного импульса, то решением уравнения будет гладкая кривая Q(t) с целой размерностью (рис. 4.8). При переходе (см. рис. 3.3) к модели (1.14) с дискретным временем T=1 год получим

$$Q_{n+1} = F(Q_n) = Q_n (1 + (\dot{X}/Q_0)(1 - Q_n/k\dot{X})), \qquad (4.2)$$

где  $Q_0 = W/T$ . На рис. 3.3 появляется обратная связь. Величину  $\dot{X}/Q_0$  назовем <u>гидрологическим потенциалом</u> речного бассейна. В зависимости от значения  $\dot{X}/Q_0$  получаются решения, представленные графиками на рис. 4.9. Можно получить с помощью нелинейного расширения (см. [23]) подобной модели и фрактальные структуры (рис. 4.10). Для того чтобы подобные структуры получить, потребовалось:

- 1. Ввести нелинейность.
- 2. Иметь достаточно большие значения потенциала.
- 3. Действовать по рекурсивному алгоритму с обратной связью.

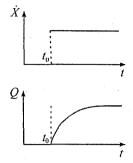


Рис. 4.8. Реакция линейной системы на постоянное воздействие с момента  $t_0$ 

Рассмотрим физический смысл фрактальной размерности. Если бы береговая линия L была не фрактальной, то «потянув» за точки A и B (см. рис. 4.3, a), мы получим отрезок прямой с размерностью единица. Но если потянуть за «концы» фрактальную береговую линию или кривую Кох (рис. 4.5, a), то при ее растяжении будут самовоспроизводиться ее фрагменты.

Спрашивается, за счет каких ресурсов? Для того чтобы получить фрактал, надо совершить N итераций за время  $T = \lim_{N \to \infty} \Delta t \ N$  , где  $\Delta t$  — время,

затрачиваемое на одну итерацию. Если  $\Delta t \neq 0$ , то  $T \rightarrow \infty$ , т. е. фрактальные процессы – нереа-

лизуемая математическая абстракция. Если  $\Delta t=0$ , то получается, что переход из одного состояния в другое происходит мгновенно без затраты энергии. Таким образом, оказываемся в парадоксальной ситуации логико-негеоцентрического характера. Для того чтобы от этого уйти, надо ресурс измерять не временем. Простой итерацией процесса при фиксированных  $\dot{X}$ ,  $Q_0$  и k фрактальную размерность не изменить. Значит, ресурс для ее изменения (т. е. развития системы) лежит в инфинитном окружении, порождающим  $\dot{X}$ ,  $Q_0$  и k, или, на физическом языке, — во фрактальной среде. Именно выжигая ее (увеличивая потенциал  $\dot{X}/Q_0$  словно — метафорически — накал лампы) можно графиком Q(t) заполнить плоскость, как на рис. 4.2,  $\epsilon$ . Но изменение  $\dot{X}$ ,  $Q_0$  и  $\epsilon$  — это

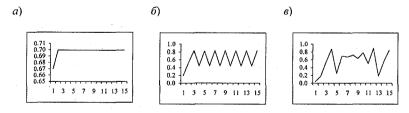
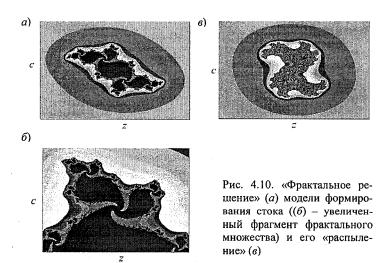


Рис. 4.9. Вид решения уравнения (4.2) в зависимости от значения гидрологического потенциала (по вертикальной оси отложены значения Q, а по горизонтальной – число итераций): a-1.9; b-2.41; b-2.59



новая фиксация предметной области. Поэтому гносеологический переходной процесс можно организовать не иначе как жертвуя частью размерности пространства вложения. Затрата энергии на новую фиксацию и есть эта жертва.

Таким образом, частично инфинитная реальность — это питательная среда для роста размерности фрактала.

### 4.4. Методы практического нахождения фрактальной размерности

С практической точки зрения проще всего определяется корреляционная размерность (4.1). Величина  $P_i$  — это вероятность попадания точки в i-ю ячейку размером  $\varepsilon$ ;  $P_i^2$  — вероятность попадания в эту ячейку двух точек;  $\sum\limits_{i=0}^{M(\varepsilon)} P_i^2$  — вероятность того, что две произвольные точки лежат внутри ячейки размером  $\varepsilon$ . Эта сумма есть следующий парный корреляционный интеграл

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i>j} \Theta(\varepsilon - |\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \approx \frac{N^2(\varepsilon)}{N^2}, \qquad (4.3)$$

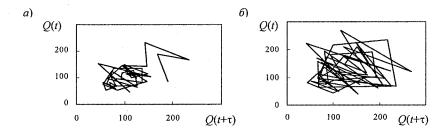


Рис. 4.11. Фазовые портреты, представляющие в двумерном пространстве эволюцию гидрологического режима за несколько десятилетий: a – р. Мокша – с. Шевелевский Майдан (1934—1983 гг.,  $F_{\rm facc}=28~600~{\rm km}^2$ );  $\delta$  – р. Хопер – х. Бесплемяновский (1920—1983 гг.,  $F_{\rm facc}=44~900~{\rm km}^2$ )

где  $(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$  — расстояние между парами точек ij на траектории  $\vec{r}$  рассматриваемой динамической системы (здесь  $\Theta=1$ , если  $\varepsilon - |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \ge 0$ ;  $\Theta=0$ , если  $\varepsilon - |\vec{r}_i - \vec{r}_j| < 0$ ). Таким образом, из (4.1) следует, что  $C(\varepsilon) = \varepsilon^{D_2}$  или (обозначим  $D_2 = d$ )

$$d = \ln C(\varepsilon) / \ln(\varepsilon). \tag{4.4}$$

При использовании этого метода применяется так называемое псевдофазовое пространство. Дело в том, что при изучении той или иной системы обычно неизвестно, сколько фазовых переменных ее описывают. В случае речного бассейна, например, обычно известен только ряд наблюдений за расходом Q(t). Оказывается, что можно построить ряды  $Q(t+\tau)$ ,  $Q(t+2\tau)$ , ..., позволяющие, в определенном смысле, получить аналог фазового пространства (рис. 4.11).

Из изложенного вытекает следующий алгоритм:

- 1. Опираясь на заданный ряд расходов, построить функцию (4.3) для возрастающих значений размерностей фазового пространства n (рис. 4.12, a).
- 2. Определить «наклон» d по выражению (4.4) и построить зависимость d = f(n) (рис. 4.12,  $\delta$ ).

В нашем примере получилось, что d=2,7. Это характеристика аттрактора, который вкладывается в фазовое пространство трех измерений. Таким образом, формирование стока на данном конкретном

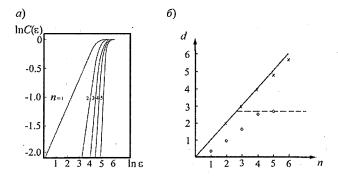


Рис. 4.12. Примеры зависимостей  $\ln C(\varepsilon) = f(\ln \varepsilon)$  (*a*) и d = f(n) (*б*) для гидрологического аттрактора (р. Мокша – с. Шевелевский Майдан) (о) и для сигнала, соответствующего белому шуму (х)

водосборе можно описывать системой из трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (пространство вложения равно трем). В табл. 4.1 представлены характерные значения фрактальных размерностей, а на рис. 4.13 представлены карты, показывающие распределение размерностей пространств вложения для минимального стока ETP.

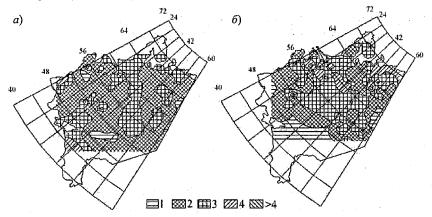


Рис. 4.13. Районирование ETP по размерности пространства вложения для летнеосеннего (а) и зимнего (б) минимального стока (карты получены совместно с Н. В. Викторовой и Е. В. Гайдуковой)

Таблица 4.1 Фрактальная размерность рядов речного стока и уровней озер

Река, пункт, гидрологи- ческая зона	$F_{ m face}$ , км $^2$	Пери- од набл.	Вид речного стока				
			годо- вой	минимальный		максимальный	
				лет-	зим-	поло-	павод-
				ний	ний	водья	ка
р. Анабар – с. Сыска-	78 800	1954–	2,86	2,86	_	_	_
лах, тундра		1980					
р. Унжа – г. Макарь-	18 500	1900-	1,67	1,11	2,86	2,22	5,00
ев, лесная		1980					
р. Сейм – с. Мутино,	25.600	1944-	1,67	2,22	2,50	2,35	_
степная	25 600	1980					
р. Абакан – г. Абаза,	14 400	1937–	2,00	2,86	3,33	2,86	1,43
горно-лесная		1980					
Сток взвещенных наносов							
р. Клязьма – г. Ковров	24 900	1945-	1,70				
		1983					
Уровень							
Ладожское озеро –		1859	2,50				
Валаам		1993					
Ильмень –		1945-	1:42				
(Ужин-Коростино)		1995	1,43				

### 4.5. Применение размерности пространства вложения в постановке задач частично инфинитного моделирования

В частично инфинитном моделировании «строго» поставить задачу нельзя по самому смыслу подобных задач: нельзя полностью рационализировать творческие (инновационные) процессы. Но не совсем строго – можно.

Вспомним, что означают слова «поставить задачу» в случае динамических моделей. Есть уравнение, описывающее процесс формирования стока  $dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau$ . Необходимо задать дополнительную информацию, в данном случае — начальное условие  $Q|_{t=t_0} = Q_0$ . Если решение устойчиво, то оно должно плавно реагировать на изменение параметров k и  $\tau$ , внешнего воздействия  $\dot{X}$  и начального условия  $Q_0$ . Говорят, что задача поставлена корректно (никакого частично инфинитного моделирования не нужно).

В случае стохастического моделирования вместо динамического уравнения используют уравнение ФПК и повторяется та же схема: задают начальное распределение  $p(Q,t_0)$  и граничные условия  $p(Q=0)=p(Q\to\infty)=0$ , а также проверяют условие устойчивости  $(G_{\overline{c}}/\overline{c}<2)$ .

Если уже в стартовой позиции или на прогностической траектории условие устойчивости не выполняется, то это означает, что надо «включать» частично инфинитное моделирование, т. е. расширять фазовое пространство. До какой степени расширять, указывает размерность пространства вложения, как расширять — об этом ниже. В любом случае придется выходить за рамки обычной инженерной гидрологии, так как придется иметь дело с многомодальностью и многомерностью распределений. Не менее важен вопрос о практическом потребителе подобных задач: слишком они еще «академичны» (пока).

# **5. Моделирование переходных гносеологических процессов** в географии

5.1. Нелинейное расширение фазового пространства в задачах формирования многолетнего речного стока

Известно [23], что модель формирования стока в общем случае записывается следующим образом:

$$dQ/dt = -\partial V/\partial Q, (5.1)$$

где V — гидрологический потенциал, представляемый рядом Тейлора:  $V(Q) = \sum\limits_k c^{(k)} Q^k$  (здесь  $c^{(k)} = (d^k V / dQ^k) / k!|_{Q = Q_{\Phi \text{ИКС}}}$ ; значение  $Q_{\Phi \text{ИКС}}$  допускается и нулевым). Величина Q может играть роль отклонения расхода от его значения в точке разложения в ряд (например, модального или среднего значения). Путем ряда преобразований эту точку можно сдвинуть в нуль.

Потенциал возмущается либо внешними воздействиями (осадки  $\dot{X}$ , температура воздуха T и т. п.), либо внутренними бассейновыми факторами, от которых зависят k и  $\tau$  (степень залесенности и распаханности водосбора, испарение и т. п.). В зависимости от числа удер-

живаемых в ряду Тейлора членов разложения будут получаться разнообразные формы потенциала. Например, в случае  $V=Q^2/2k\tau-\dot{X}Q/\tau$  приходим к потенциалу, изображенному на рис. 5.1, и к линейной динамической модели

$$dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau = F(Q).$$

Формы потенциала и плотности вероятности связаны друг с другом. При добавлении в правую часть случайной «силы»  $\widetilde{F}(t)$  она будет толкать «частицу» вверх по потенциальной кривой, определяемой детерминистической составляющей правой части модели. Ясно, что больше всего времени частица будет проводить на дне потенциала (наиболее вероятное место пребывания процесса). В случае зависимости осадков  $\dot{X}$  или коэффициента стока k от времени значение  $Q_0$  также будет функцией времени  $Q_0(t)$ , причем в детерминистическом случае вероятность любых других траекторий Q(t) (кроме  $Q_0(t)$ ) — нулевая, т. е. плотность вероятности  $p(Q,t) = \delta(Q-Q_0(t))$  подчиняется уравнению

$$dp(Q,t)/dt = -d(F(Q)p)/dQ.$$

При наличии случайного воздействия  $\widetilde{F}(t)$  дельта-функция раз-

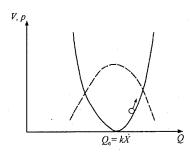


Рис. 5.1. Потенциал V(Q) (сплошная линия) и плотность вероятности p(Q) (штриховая линия)

мывается и среднее (по всем траекториям) распределение p(Q,t)= =  $<\delta(Q-Q_0(t)>$  (см. рис. 5.1) подчиняется уравнению ФПК

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} (F(Q)p) + 0.5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2} (Bp).$$

В данном примере коэффициент диффузии B определяется аддитивной составляющей  $\widetilde{F}(t)$ , но в самом общем случае шумы могут при-

сутствовать и в коэффициентах функции F(Q), причем они могут коррелировать с шумом  $\widetilde{F}(t)$ . Никаких предположений о линейности правой части F(Q) не требуется (ее вид полностью определяется видом потенциала). В случае же ее линейности приходим к уравнению ФПК с решением в виде семейства кривых Пирсона, т. е. одномодальных распределений. (Заметим кстати: попытка [44] изобразить ситуацию таким образом, что для получения применяемых в практической гидрологии асимметричных распределений необходима нелинейность исходной динамической модели несостоятельна. Обычный линейный формирующий фильтр с мультипликативными шумами приводит к семейству кривых Пирсона, в том числе к гамма-распределению и распределению Пирсона V типа. Для этого достаточно ввести в рассмотрение понятную, давно и широко используемую гидрологами характеристику — коэффициент стока [16].)

Следующей, по сложности, за линейным формирующим фильтром является логистическая модель:

$$dQ/dt = -Q^{2}/kW_{0} + Q\dot{X}/W_{0} = \alpha_{0}Q - \gamma_{0}Q^{2},$$

где  $\alpha_0 = \dot{X}/W_0$ ;  $\gamma_0 = 1/kW_0$ , а  $\alpha_0/\gamma_0$  — определяет гидрологическую емкость бассейна. Стохастические свойства подобных по виду моделей изучались экологами [49], причем параметрам придавался следующий экологический смысл:  $\alpha_0$  — мальтусианский параметр популяции,  $\gamma_0$  — коэффициент внутривидовой конкуренции. Введение белых шумов  $\dot{\xi}$  приводит к стохастическому уравнению

$$dQ/dt = \alpha_0 Q - \gamma_0 Q^2 + \sigma(Q)\dot{\xi}$$

(корректно это уравнение, как и подобные ему в данной монографии, следовало бы записать так:  $dQ = \alpha_0 Q dt - \gamma_0 Q^2 dt + \sigma(Q) d\xi$ ; мы на этих тонкостях останавливаться не будем, см. [17], стр. 121), причем на интенсивность флуктуаций  $\sigma(Q)$  расход Q влияет по-разному в зависимости от того, как эти шумы вводятся:  $\sigma(Q) \sim Q$ , если «шумит»  $\alpha_0$ ;  $\sigma(Q) \sim Q^2$ , если «шумит»  $\gamma_0$ ;  $\sigma(Q) -$  константа, если шумы вводятся

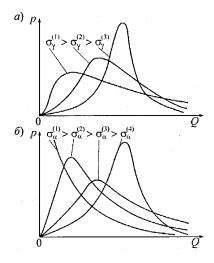


Рис. 5.2. Стационарное распределение плотности вероятности при флуктуациях коэффициентов  $\gamma_0(a)$  и  $\alpha_0(\delta)$  [49]

аддитивно. Основной вывод о решениях уравнения ФПК, соответствующего данной модели, сводится к следующему. При возмущении, как свойств подстилающей поверхности (коэффициент стока), так и свойств внешнего воздействия (осадки), временем устанавливается одномодальное распределение (рис. 5.2). При «жестко коррелированных возмущениях коэффициентов  $\alpha_0$  и  $\gamma_0$ », а также при чисто аддитивном возмущении стационарного распределения не существует. Интересно обратить внимание на «утяжеление» хвопо мере роста интенсивности шумов.

Двухмодальности можно добиться, если еще удлинить ряд Тейлора и включить в него четвертую степень расхода. Пусть в уравнении

$$\tau dQ / dt = -\partial V / \partial Q + f(t)$$

потенциал имеет вид  $V(Q) = aQ^2 + bQ^4$ , а f(t) – гауссовский дельтакоррелированный процесс (f(t) > 0,  $f(t)f(t') > 2D\delta(t-t')$ ,  $D = \sigma_f^2 \tau_0$ ). Решение соответствующего уравнения ФПК будет

$$p(Q) = C \exp\{-\tau (aQ^2 + bQ^4)/D\}.$$

Если a > 0, b > 0, то это одномодальное распределение с модой в точке Q = 0 (рис. 5.3). (Напомним, что в точку Q = 0 исходное распределение можно сдвинуть путем формального преобразования.)

В случае  $a<0,\,b>0$  появятся две моды (рис. 5.3, пунктир), причем время переброса T из одного модального состояния  $(-\sqrt{ab}\,)$  в дру-

гое ( $\sqrt{ab}$ ) определяется интенсивностью шума D. Таким образом, снятие нефеноменологических парадоксов заключается в замене «линейной онтологии» на более общие: «квадратическую» и «кубическую».

Возникает такой вопрос: при любом виде потенциала мы приходим все равно к одному дифференциальному уравнению первого порядка, хотя и с разными нелинейностями  $(dQ/dt \sim aQ; dQ/dt \sim aQ + bQ^2; dQ/dt \sim aQ + bQ^2; dQ/dt \sim aQ + bQ^3)$ . Фазовая переменная

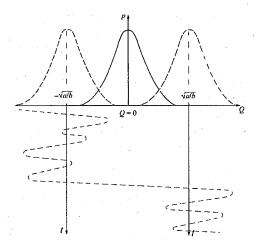


Рис. 5.3. Появление двухмодальности и временная развертка процесса переброса (пунктир)

(Q) остается в единственном числе. Причем тогда «расширение фазового пространства»? Однако расширение все-таки происходит. Привлечению новых членов ряда Тейлора соответствует изображение, представленное на рис. 5.4. Из этого рисунка следует, что мы расширяем (поновому фиксируем) предметную область, если нас не устраивает предыдущая фиксация. Заменяя линейную фиксацию на квадратическую, мы провоцируем появление толстых хвостов и неустойчивость, а переходя к кубической – двухмодальных распределений.

Убедительных физических обоснований в пользу «кубической онтологии» нет. Хотя в науке явление переброса известно давно, а в гидрологии на подобное обоснование двухмодальности неоднократно указывал автор, начиная с работы [16], дальше умозрительных рассуждений о его причинах дело не идет. Проще всего ввести кубический член в логистическую модель, если предположить, что  $1/k = c_0 + aQ$ . Умозрительным обоснованием подобной зависимости могут служить следующие рассуждения, основанные, так сказать, на «здравом смысле»: в многоводные периоды теплу проще «добраться» до влаги, пропитывающей бассейн, испарение увеличивается и коэффициент стока уменьшается. Однако аналогичные по «правдоподобности» рассуж-

дения могут привести и к обратному выводу [44]: «... слой испарения с поверхности водосбора уменьшается с ростом его влагозапасов. Это происходит потому, что эффективная теплоемкость ... бассейна уменьшается с ростом увлажненности, так как значительная часть солнечной энергии будет затрачиваться не только на испарение, но и на нагрев увеличивающегося объема воды».

Более или менее объективным показателем характера нелинейности правой части уравнения (5.1) могло бы служить фазовое пространство соответствующего ему дискретного отображения  $Q_{t+\Delta t}=f(Q_t)$ . Однако судя по рис. 4.11, говорить о надежной идентификации полинома f не приходится. А о чем тогда мы можем судить надежно? О размерности пространства вложения. Усложняя нелинейность, мы вводим неявно новые фазовые переменные. Например, квадратичная модель  $dQ/dt=-Q^2/kW+Q\dot{X}/W$  эквивалентна системе линейных уравнений:  $dQ/dt=-Q/k\tau+\dot{X}/\tau$ ,  $\tau_1 d\tau/dt=-\tau+W/Q$  при  $\tau_1\to 0$ . В случае кубической нелинейности мы имеем дело с уравнением Абеля  $1^{\frac{10}{2}}$  рода  $dQ/dt=\sum_{t=0}^3 f_v(t)Q^v$ . Путем ряда подстановок оно приводится к линей-

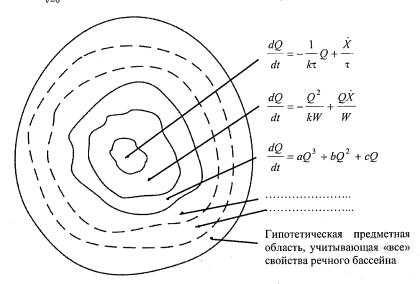


Рис. 5.4. К расширению фазового пространства

ному уравнению  $2^{\frac{10}{10}}$  порядка  $d^2q/dt^2+f(q)=0$ , которое эквивалентно системе из двух уравнений  $1^{\frac{10}{10}}$  порядка: dq/dt=x; dx/dt=f(q), т. е. имеем две новые фазовые переменные, связанные определенным образом с расходом. Таким образом, приведенные в табл. 4.1 фрактальные размерности вовсе не обязательно указывают на число «независимых» фазовых переменных. Например, размерность 3,33 для зимнего минимального стока р. Абакан (г. Абаза) может означать, что есть квадратичная нелинейность по 30 суточной зимней межени (две фазовые переменные), линейное уравнение по коэффициенту стока, а также размытость всей ситуации за счет действия других факторов (белых или «цветных» шумов).

Вернемся к двухмодальности. Тут, на наш взгляд, следует избегать крайностей. С одной стороны, появление нескольких «мод» на гистограммах часто списывают на короткие ряды наблюдений, однако к настоящему времени появились работы [39], в которых сделана попытка оценить вероятность случайного появления эмпирических полимодальных законов распределения. На примере 1000 створов рек Северного полушария для годовых и максимальных расходов выяснилось,

что эта вероятность пренебрежимо мала, т. е. полимодальность — реальный феномен. В цитируемой работе она связывается с полимодальностью распределений метеорологических величин.

С другой стороны, вряд ли следует впадать в другую крайность, приписывая много возможностей самому механизму формирования стока речным бассейном. Получить в чистом виде картинку явления перебропредставленной (типа рис. 5.3) проблематично, ocoбенно, если учесть, что все воздействия внешние (осадки, температура воздуха др.)

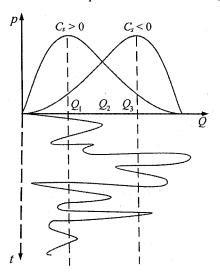


Рис. 5.5. Возможная интерпретация появления двухмодальности

должны иметь одномодальные распределения. Обычно действует много факторов, интенсивность шума и высота потенциального барьера таковы, что процесс сравнительно легко и часто меняет моду (рис. 5.5). Не исключено, что сюда примешивается и двухмодальность внешних воздействий. Во всяком случае, для того чтобы «валить» ответственность за вторую моду на «переброс», нужны наблюдения, включающие несколько перебросов, что заведомо исключено при продолжительности рядов в несколько десятков лет.

Не исключена и такая ситуация. Реально в бассейне действует модель линейного фильтра. Однако при достижении процессом значения  $Q_2$  взаимная интенсивность шумов  $G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}$  меняет знак. При  $Q < Q_2$  коэффициент асимметрии положительный (увеличение осадков приводит к увеличению коэффициента стока), а при  $Q > Q_2$  — отрицательный (увеличение осадков уменьшают коэффициент стока). А так как многолетний коэффициент стока прежде всего учитывает потери на испарение, то высказываемые на этот счет «гипотезы» [44] — общеизвестный гидрологам факт. Взаимная корреляция  $G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}$  при  $Q_1$  и  $Q_2$  может отличаться по модулю, и тогда ряды будут иметь преимущественно тот или иной знак асимметрии, что и подтверждается огромным массивом данных по речному стоку (в России подавляющее число рядов имеет положительную асимметрию).

Изложенное провоцирует трезвый взгляд на речной сток (отраженный как в «старых» СНиПах, так и в «новых» СП): при длине ряда в несколько десятков лет по всем критериям при разумном уровне значимости надо выходить на одномодальное семейство кривых Пирсона, являющихся следствием модели стока в виде линейного формирующего фильтра.

# 5.2. Бифуркационная диаграмма модели речного стока в виде логистического отображения

Мы уже обсуждали возможность взятия на вооружение моделей популяционного типа. Самый простой их представитель — это одно нелинейное уравнение, получающееся из линейной модели  $dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau$  при  $\tau = W/Q$ :

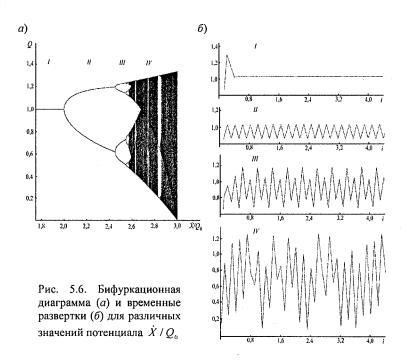
$$dQ/dt = -Q^2/kW + Q\dot{X}/W.$$

Предположим, что имеем дело с рядом годового стока, т. е. дискретными величинами, и интервал дискретности ( $dt \approx \Delta t = T$ ) равен одному голу. Тогда дифференциальное уравнение примет вид отображения

$$Q_{i+1} = Q_i (1 + (\dot{X}/Q_0)(1 - Q_i/k\dot{X})), \qquad (5.2)$$

где  $Q_0 = W/T$ .

В этом отображении <u>потенциал</u>  $\dot{X}/Q_0$  и <u>емкость среды</u>  $\dot{k}\dot{X}$  являются частично инфинитными параметрами, потенциально претендующими на роль фазовых переменных. Решения (5.2) будут меняться в зависимости от численного значения управляющего (<u>бифуркационного</u>) параметра  $\dot{X}/Q_0$ . Его действие наглядно иллюстрирует рис. 5.6.



Обработав статистическими методами ряд в области «хаоса» ( $\dot{X}/Q_0\approx 2,57$ ; размерность Минковского—Хаусдорфа равна 0,538, так как фактически у нас нет сплошной линии на рис. 5.6,  $\delta$ , а есть набор «точек» — значений расхода в моменты  $i, i+1, i+2, \ldots$ ), можно получить «обычное» одномодальное асимметричное распределение, используемое в гидрологии (и это при постоянных осадках  $\dot{X}={\rm const}$ ). Если же  $\dot{X}$  сгенерировать датчиком случайных чисел, то ситуацию вообще не отличить от обычного натурального ряда.

## 5.3. Модель конкурентного взаимодействия двух фазовых переменных («отщепление» фазовой переменной)

Представим логистическую модель в следующем виде:

$$\frac{dQ}{dt} = Q \left( \frac{\dot{X}}{W} - \frac{cQ}{W} \right), \tag{5.3}$$

где c=1/k, W — гидрологическая емкость речного бассейна. Частично инфинитные параметры  $\dot{X}$ , W и c осуществляют интерфейс с инфинитным окружением (сюда надо добавить и начальное условие  $Q|_{t=0}=Q_0$ ). Почему они частично инфинитные?

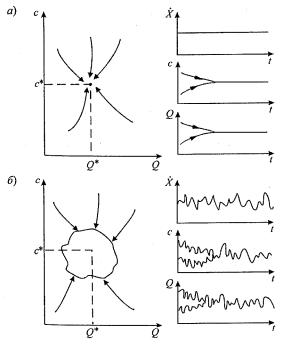
С одной стороны, они входят в модель, формирующую расход Q, и как бы фиксируют то, что нас интересует в бассейне. Но с другой — за ними стоит целый мир (свойства грунтов, растительность, циклоны и т. п.). И каждый представитель этого мира в любую минуту может ожить и начать взаимодействовать с расходом. Точнее: они в природе и так «живут», а заморожены только нами в модели (если это нас устраивает).

Пока гидрологический потенциал  $\dot{X}/W$  мал, решение есть «плавная» линия с фрактальной размерностью, равной топологической (т. е. единице). Если же в системе начинается хаотизация, то эти размерности не совпадают. Это означает, что в системе появляются элементы неустойчивости, т. е. развития. Один из ранее задаваемых параметров начинает «диктовать» условия, готов «ожить» и стать фазовой переменной.

В нашем конкретном случае таким кандидатом на фазовую переменную является параметр c. Он характеризует «потери» постуна водосбор паюших осадков на фильтрацию  $Q_{\Phi}$  и испарение  $Q_{\rm H}$ :  $c \sim$  $\sim (Q_{\phi} + Q_{\mu})$ . Следовательно, c и Q конкурируют за ресурс  $\dot{X}$ :

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{cQ}{\tau_Q} + \frac{\dot{X}}{\tau_Q} \,, \label{eq:Qdt}$$

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{c}{\tau_c} + \frac{\dot{X}}{\tau_c Q}.$$



Если  $\tau_c >> \tau_Q$ , то  $c \approx$   $\approx$  const, т. е. первое уравнение можно рассматривать отдельно от

Рис. 5.7. Конкурентное взаимодействие при однозначных (a) и «случайных» ( $\delta$ ) частично инфинитных параметрах ( $c^*$  и  $Q^*$  – устойчивое состояние равновесия)

второго. Тогда в «стоковом» уравнении c выступает как задаваемый постоянный параметр (модель линейна). Если же оба уравнения рассматривать в паре ( $\tau_Q \approx \tau_c$ ), то c – это уже одна из искомых фазовых переменных, а значит, система нелинейна, так как произведение cQ учитывает взаимодействие составляющих вектора состояния модели.

Теперь сделаем уравнение для c «похожим» на уравнение для Q (5.3), т. е. нелинейным самим по себе. Для этого приняв  $\tau_c = W_c / Q_c$  (здесь  $W_c$  – «испарительная емкость» бассейна), получим

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{Qc^2}{W_c} + \frac{\dot{X}c}{W_c} \,. \tag{5.4}$$

Рассмотрим, какой тип взаимодействия существует между переменными Q и c. Введем обозначения  $\dot{Q} \equiv dQ/dt$ ,  $\dot{c} \equiv dc/dt$ ; так как  $\partial \dot{Q}/\partial c = -Q^2/W_Q$ ;  $\partial \dot{c}/\partial Q = -c^2/W_c$ , то реализуется механизм конкуренции (за ресурс  $\dot{X}$ ) с определенными ( $W_Q$  и  $W_c$ ) селективными ценностями и проявлением эмержентных свойств (когда влияние фазовой переменной на саму себя оказывается зависящей от других фазовых переменных).

Решение системы (5.3), (5.4) на фазовой плоскости представлено на рис. 5.7, a. Если один из частично инфинитных параметров (например,  $\dot{X}$ ) сделать «случайным» (подключить датчик случайных чисел), то изображение будет размытым (рис. 5.7,  $\delta$ ).

## 5.4. Модель конкурентного взаимодействия в виде системы нелинейных отображений

Представим систему (5.3), (5.4) в виде отображений:

$$Q_{i+1} = \frac{\dot{X}Q_i}{Q_{0Q}} \left(1 - \frac{(c_i - 1)Q_i}{\dot{X}}\right) + Q_i + a;$$
 (5.5)

$$c_{i+1} = \frac{\dot{X}(c_i - 1)}{Q_{0c}} \left(1 - \frac{(c_i - 1)Q_i}{\dot{X}}\right) + c_i + b,$$
 (5.6)

где a и b — постоянные «стоки» («источники»), добавленные в основном для «протяжки» компьютерного изображения (рис. 5.8,  $\delta$ ). К переменной c добавлена «-1», так как по физическому смыслу c > 1.

На рис. 5.8 представлены решения данной системы отображений (при  $Q_{0Q}=Q_{0c}=Q_0$ ) по мере роста потенциала  $\dot{X}/Q_0$  (сверху вниз).

Если селективные ценности не равны  $(Q_{0Q} \neq Q_{0c}, \tau_Q \neq \tau_c)$ , то получим изображения, представленные на рис. 5.9. Рисунки напоминают бифуркационную диаграмму (только деформированную).

Каждая из фазовых переменных рассматривается как управляющий параметр (при фиксированных селективных ценностях) по отно-

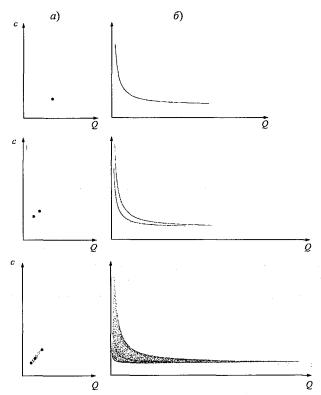


Рис. 5.8. Решения системы (5.5), (5.6), соответствующие «линейному формирующему фильтру», периодическому режиму и хаосу, по мере увеличения потенциала  $\dot{X}/Q_{_0}$  при a и b, равных (a) и не равных (b) нулю

шению к другой (на рис. 5.9, a «управляет» c, на рис. 5.9, b-Q). Например, для рис. 5.9, a при  $c \to 1$  (районы избыточного увлажнения): расходы «большие» и режим стока близок к апериодическому (линейный формирующий фильтр). При  $c \to \infty$  (засушливые или бессточные районы) происходят бифуркации (при больших потенциалах  $X/Q_{0Q}$ ), приводящие к многомодальности (степной тип Конаржевского) и полной хаотизации процесса. Но в целом ситуация управляется селективными ценностями, приводящими к различию в потенциалах  $X/Q_{0Q}$  и  $X/Q_{0G}$ .

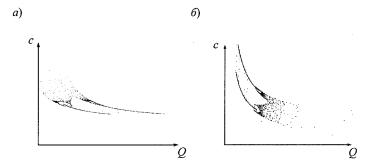


Рис. 5.9. Результат совместного решения отображений (5.5) и (5.6) при различии в селективных ценностях:  $Q_{0Q} < Q_{0c}$ ,  $\tau_Q < \tau_c$  (a);  $Q_{0c} < Q_{0Q}$ ,  $\tau_c < \tau_O$  (б)

Таким образом, при объединении в одну модель двух предметных областей (стоковой и испарительной) каждая из них перестает быть инфинитной по отношению к другой и они начинают взаимодействовать — управлять друг другом, но обе при этом находятся под частично инфинитным управлением осадков  $\dot{X}$ .

### 5.5. Общий случай популяционных моделей

Теперь рассмотрим тот же вопрос об объединении инфинитных областей с более общих позиций. В уравнении

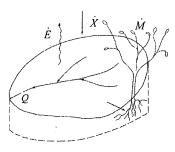


Рис. 5.10. Элементы влагопереноса

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{cQ^2}{W_O} + \frac{Q\dot{X}}{W_O}$$

величины c=1/k и  $W_Q$  интерпретируются как задаваемые параметры, идентифицируемые по наблюденным данным. Параметр c может учитывать «потери» воды, например на испарение  $\dot{E}$  и рост биомассы  $\dot{M}:c=\dot{X}/Q==(Q+\dot{E}+\dot{M})/Q$  (рис. 5.10).

Если мы интересуемся и другими составляющими водного баланса (кроме расхода) в качестве искомых функций, то приходим к системе уравнений:

$$\begin{split} \frac{dQ}{dt} &= -\frac{(Q + \dot{E} + \dot{M})Q}{W_Q} + \frac{Q\dot{X}}{W_Q} \,, \\ \frac{d\dot{E}}{dt} &= -\frac{(Q + \dot{E} + \dot{M})\dot{E}}{W_{\dot{E}}} + \frac{\dot{E}\dot{X}}{W_{\dot{E}}} \,, \\ \frac{d\dot{M}}{dt} &= -\frac{(Q + \dot{E} + \dot{M})\dot{M}}{W_{\dot{M}}} + \frac{\dot{M}\dot{X}}{W_{\dot{M}}} \,. \end{split}$$

При данной записи модели переменные Q,  $\dot{M}$  и  $\dot{E}$  связаны только конкурентными взаимодействиями за ресурс  $\dot{X}$ . Но ситуация может быть и более сложной. Пусть, например, биомасса связана с процентом залесенности водосбора. Известны многочисленные исследования влияния леса на сток. На большом статистическом материале, в частности, установлены зависимости, представленные на рис. 5.11 [47]. Из этих графиков видно, что увеличение залесенности f делает ситуацию со стоком более однозначной (рис. 5.12).

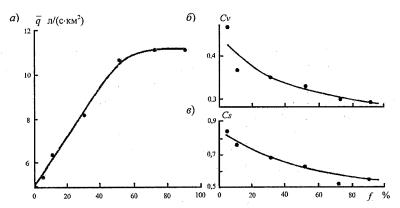


Рис. 5.11. Зависимость среднего многолетнего стока (a), коэффициентов вариации ( $\delta$ ) и асимметрии ( $\delta$ ) от залесённости водосбора

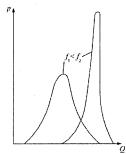


Рис. 5.12. Влияние залесённости на форму кривой плотности вероятности

Таким образом, для пары переменных Q и M можно записать:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{Q\dot{X}}{W_Q} \left( 1 - \frac{Q}{\dot{X}} - \frac{\alpha_{Q\dot{M}}\dot{M}}{\dot{X}} \right);$$

$$\frac{d\dot{M}}{dt} = \frac{\dot{M}\dot{X}}{W_{\dot{M}}} \left( 1 - \frac{\dot{M}}{\dot{X}} - \frac{\alpha_{\dot{M}Q}Q}{\dot{X}} \right),$$

где коэффициенты взаимодействия (с учетом знаков в уравнениях) подчиняются неравенст-

вам  $\alpha_{Q\dot{M}} < 0$ ,  $\alpha_{\dot{M}Q} < 0$ , т. е. вода способствует росту биомассы, а рост биомассы способствует увеличению стока (мутуализм), хотя по обеим переменным имеет место самолимитирование (в примере  $\alpha_{\dot{M}\dot{M}} = \alpha_{QQ} = 1$ ). Поэтому в общем случае систему уравнений можно записать в виде

$$\frac{dQ_i}{dt} = \frac{Q_i \dot{X}}{W_{Q_i}} \left( 1 - \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} Q_j \right), \qquad (i = 1, 2, ..., n)$$
 (5.7)

где  $Q_1 = Q, \; Q_2 = \dot{E} \; , \; Q_3 = \dot{M} \;$  и т. д.

Эта система имеет большой репертуар возможных решений. Пусть, например,  $W_Q$  имеет периодические составляющие и в системе действуют источники и стоки. Фазовые портреты приобретают вид, представленный на рис. 5.13. При  $n \geq 3$  решение с периодическими составляющими очень неустойчиво.

Если  $\dot{X}$  случайный процесс, то и фазовые переменные ведут себя случайным образом, но всегда есть и свое «внутреннее» поведение (например, квазипериодическое), механизм порождения которого лежит в самом речном бассейне.

Таким образом, параметр c есть постоянный (задаваемый) коэффициент, пока он косвенно учитывает влияние «замороженных» фа-

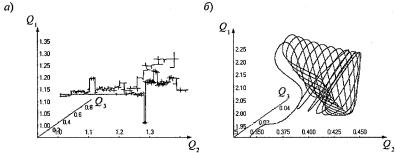


Рис. 5.13. Возможные решения системы (5.7) при чисто конкурентных взаимодействиях (a) и при наличии в системе некоторых пар взаимодействий по типу «хищник – жертва» ( $\delta$ ).

Изображение на рис. 5.13 *а* напоминает заставку «Трубопровод» в Windows (ее траектория после большого числа итераций может выскочить из области притяжения)

зовых переменных на сток. Если их «разморозить», то уравнение становится незамкнутым и автоматически — нелинейным, так как появляются взаимодействия  $Q_iQ_j$  и самоограничения  $Q_i^2$ . Одновременно появляются коэффициенты взаимодействия  $\alpha_{ij}$ . Для их оценки надо использовать физическую, а точнее гидрологическую картину мира, т. е. экспертные оценки, основанные на интуиции, эмоциональном восприятии ситуации и опыте исследователя. Именно здесь и происходит подключение эмоций к модели, т. е. перевод нечисловой информации в числовой образ.

Перейдем теперь к стохастическому обобщению.

### 5.6. Многомерное уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова

Введем в систему (5.7) аддитивное слагаемое  $Q_i$ :

$$dQ_i / dt = r_i f(Q_i) + Q_i', \qquad i = 1, 2, ..., n$$

где 
$$r_i = \dot{X} / W_{Q_i}$$
,  $f(Q_i) = Q_i (1 - \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} Q_j)$ .

Задаваемые аддитивные составляющие могут быть не связаны с

основным природным механизмом формирования стока. Например, антропогенные изъятия или поступления воды (поливы). Они могут коррелировать с осадками (осадки увеличиваются, поливы уменьшаются).

Пусть теперь  $r_i = \overline{r}_i + \widetilde{r}_i$ ,  $Q_i^{'} = \overline{Q}_i^{'} + \widetilde{Q}_i^{'}$  ( $\widetilde{r}_i$ ,  $\widetilde{Q}_i^{'}$  — белые шумы). Тогда можем записать многомерное уравнение ФПК

$$\frac{\partial p(Q_i, t)}{\partial t} = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial (A_i p(Q_i, t))}{\partial Q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 (B_{ij} p(Q_i, t))}{\partial Q_i \partial Q_j}$$

(коэффициенты сноса и диффузии выпишем позже для более простого двумерного случая).

При переходе к уравнению ФПК компоненты фазового пространства формально становятся независимыми переменными («аргументами», наподобие геометрических координат x, y и z; отсюда этимология термина «фазовое пространство»), а нелинейная система динамических уравнений превращается в линейное уравнение для многомерной плотности вероятности  $p(Q_i, t)$ .

Еще важный момент. Если «осреднить» уравнение ФПК по всем независимым переменным  $Q_i$  за исключением одной, то придем к одномерному уравнению ФПК. Все осредненные  $Q_i$  учитываются в одномерном уравнении ФПК шумящими коэффициентами (точнее — фиксированной интенсивностью шума): своеобразный обмен многомерности на зашумленность. Если бы мы могли учесть все инфинитное окружение  $(i \to \infty)$ , то и шумов бы (т. е. случайности) не было.

Выпишем многомерное уравнение ФПК для двух фазовых переменных (Q и  $\dot{E}$ ). Возьмем линейное уравнение  $dQ/dt = -Q/k_Q\tau_Q + \dot{X}/\tau_Q$  и добавим в правую часть белый шум  $\sigma_Q\xi$  (с интенсивностью  $\sigma$  = const и автокорреляционной функцией  $K_\xi(\Delta t) = \delta(\Delta t)$ ). Предположим, что у расхода в бассейне есть «конкурент»  $\dot{E}$  с аналогичной по структуре линейной моделью. Для каждого из конкурентов учтем «потери»:  $1/k_Q = c_Q = \dot{X}/Q = (Q + \dot{E})/Q$ ,  $1/k_{\dot{E}} = c_{\dot{E}} = \dot{X}/\dot{E} = (Q + \dot{E})/\dot{E}$ . Тогда придем к следующей системе уравнений:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{(Q + \dot{E})}{\tau_O} + \frac{\dot{X}}{\tau_O} + \sigma_Q \xi_1,$$

$$\frac{d\dot{E}}{dt} = -\frac{(Q + \dot{E})}{\tau_{\dot{E}}} + \frac{\dot{X}}{\tau_{\dot{E}}} + \sigma_{\dot{E}} \xi_2$$

(предполагается, что взаимная корреляция шумов отсутствует:  $r(\xi_1, \xi_2) = 0$ ).

Многомерное уравнение ФПК будет:

$$\frac{\partial p(Q, \dot{E}; t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Q} \left[ \frac{1}{\tau_{Q}} (Q + \dot{E} - \dot{X}) p(Q, \dot{E}; t) \right] +$$

$$+\frac{\partial}{\partial \dot{E}}\left[\frac{1}{\tau_{\dot{E}}}(Q+\dot{E}-\dot{X})p(Q,\dot{E};t)\right]+\frac{\sigma_{Q}}{2}\frac{\partial^{2}p(Q,\dot{E};t)}{\partial Q^{2}}+\frac{\sigma_{\dot{E}}}{2}\frac{\partial^{2}p(Q,\dot{E};t)}{\partial \dot{E}^{2}}.$$

Если  $\sigma_Q \to 0$ ,  $\sigma_{\dot E} \to 0$ , то решение сводится к двумерной  $\delta$ -функции, т. е. решение сосредоточено на некоторых значениях  $(Q_0, \dot E_0)$ , которые сами зависят от времени.

Теперь предположим, что мы проигнорировали испарение (как самостоятельную фазовую переменную) и решали уравнение ФПК, полученное на основе стохастического уравнения

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{k_O \tau_O} Q + \frac{\dot{X}}{\tau_O} + \sigma_Q \xi_1$$

с «внутренними» шумами  $(1/k_Q = \overline{c}_Q + \widetilde{c}_Q)$  интенсивностью  $G_{\widetilde{c}_Q}$ . Пока  $G_{\widetilde{c}_Q}$  мала, мы имеем одномерное распределение, близкое к нормальному (если взаимная интенсивность внешних и внутренних шумов близка к нулю), хотя на самом деле оно из-за испарения двумерно (рис. 5.14).

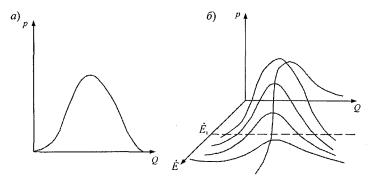


Рис. 5.14. Одномерный «срез» (а) двумерного распределения (б)

До тех пор пока есть основания рассматривать  $\dot{E}$  как константу ( $\tau_{\dot{E}} >> \tau_Q$ ,  $\bar{c}_Q >> G_{\widetilde{c}_Q}$ ), можно из семейства кривых  $p(Q,\dot{E})$  «выбрать» одну ( $p(Q,\dot{E}={\rm const})$ ). В этом случае описание стока будет устойчивым и более или менее соответствовать действительности. (Если  $\tau_Q >> \tau_{\dot{E}}$ ,  $\bar{c}_{\dot{E}} >> G_{\widetilde{c}_{\dot{E}}}$ , то режим бассейна можно было бы устойчиво описывать распределением  $p(Q={\rm const},\dot{E})$ , если для такового найдутся потребители (производственные функции).)

Далее возможны две ситуации.

- 1. Либо  $G_{\tilde{c}_Q} \approx \bar{c}_Q$  и тогда пользоваться моделью ФПК (если в ее основе лежит линейный формирующий фильтр) нельзя (неустойчивость по моментам распределения).
- 2. Либо  $\tau_{\dot E} \approx \tau_Q$  и тогда  $\bar c_Q = {\rm var}$  , что также ведет к неустойчивости, так как нельзя обоснованно зафиксировать  $\dot E$  , а значит, и  $\bar c_Q$  (на рис. 5.14,  $\delta$  распределение будет «гулять» по  $\dot E$  ).

Выходов два.

1. Если мы знаем состав фазовых переменных  $Q_1=Q,\ Q_2=\dot{E}$ ,  $Q_3=\dot{M}$  и.т. д., а также селективную ценность каждой из них ( $\tau_{Q_i}$ ), то можно просто решать многомерное уравнение ФПК для линейной или нелинейной систем стохастических уравнений. Тогда решение само

выйдет на стационарный режим – аттрактор (типа, например, семейства кривых Пирсона в одномерном случае), если он существует, так как будет происходить просто выделение селективно ценных фазовых переменных.

2. Когда мы заранее не знаем c (состав фазовых переменных), можно решать уравнение для p(Q, c; t), не конкретизируя c, и менять онтологию речного стока (вводить в рассмотрение испарение, биомассу и т. п. путем действия, экспериментируя — затрачивая энергию).

Таким образом, вне зависимости от наличия  $\xi_i$  мультипликативные шумы, ведущие к неустойчивости, вызывают «скрытые» (для нас) фазовые переменные; и задача гидрологической науки заключается, в частности, в их выявлении. Расширенное описание при равных и не меняющихся коэффициентах  $c_{\mathcal{Q}_i}$  всегда устойчиво, а при отсутствии мультипликативных шумов нет и источников неустойчивости. Но это также идеализация (всегда есть температурные влияния, взаимное усиление фазовых переменных и т. п.).

Все эти внешние воздействия есть влияние инфинитного окружения (через коэффициенты взаимодействия) на бассейн, рационализированный той или иной моделью. Поэтому рассматривать моделируемую систему как замкнутую или открытую – это вопрос не онтологии, а гносеологии: какой точностью (в широком смысле этого слова) можно ограничиться на данном этапе познания. Глупо, например, настаивать на практическом использовании многомодальных распределений при рядах наблюдений в несколько десятков лет. Но это вовсе не означает, что реальные распределения одномерны и одномодальны.

# 5.7. Турбулизация географических закономерностей

Географические закономерности обычно выражают путем построения карт распределения тех или иных природных характеристик, в частности таких вероятностных параметров многолетнего речного стока, как норма модуля стока, коэффициенты вариации и асимметрии. Однако необходимому и достаточному условию построения карт изолиний (каждой точке территории должно отвечать одно и только одно значение рассматриваемой характеристики) статистические моменты гидрологических рядов могут и не удовлетворять (на это, в частности,

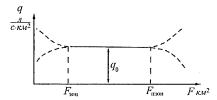


Рис. 5.15. Зависимость модуля стока q от площади водосбора F ( $F_{30H} < 1000$  км $^2$  – азональное,  $F_{130H} > 50\,000$  км $^2$  – полизональное значения площадей)

указал Н. А. Картвелишвили в рецензии к монографии [2]). На наш взгляд, ситуацию в какой-то степени спасает представление модуля стока формулой  $q = q_0 \varphi(F)$  (рис. 5.15). Функция  $\varphi(F)$  отражает влияние азональных и полизональных факторов формирования стока. Если «привязаться» к гидрографической схеме бассейна, то действитель-

но при слиянии двух рек функция  $\varphi(F)$  терпит разрыв, исключающий географическую интерполяцию стока. Но в таком случае о «поле речного стока» надо забыть (а заодно и о том, что гидрология суши — раздел географии) и гидрологические задачи ставить на графе речной системы, в который трансформируются поле осадков (хотя, если принять подобную логику рассуждений, то и осадки не образуют «поля»).

Зависимость, представленная на рис. 5.15, легко подтверждается теоретически (до точки  $F_{\rm пзон}$ ). Так как в любом случае необходимо выйти на семейство распределений Пирсона, то возьмем в качестве «динамической основы» линейный пространственный формирующий фильтр

$$dq/dF = -(1/kF_{HH})q + \dot{X}/F_{HH},$$
 (5.8)

где  $F_{\rm ин}$  — «инерционный» параметр «пространственной релаксации», т. е. площадь водосбора, на которой бассейн начинает адекватно реагировать на внешние воздействия (где перестают проявляться азональные факторы формирования стока).

Выполним стандартную процедуру стохастического обобщения. Введем обозначения:  $1/kF_{\text{nH}}=c=\bar{c}+\widetilde{c}$ ,  $\dot{X}/F_{\text{nH}}=N=\overline{N}+\widetilde{N}$ , где  $\bar{c}$ ,  $\bar{N}$  — матожидания, а  $\tilde{c}$  и  $\tilde{N}$  — «пространственные» белые шумы с интенсивностями  $G_{\tilde{c}}$ ,  $G_{\tilde{N}}$ ,  $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ . В этом случае справедливо «пространственное» уравнение ФПК

$$\frac{\partial p(q,F)}{\partial F} = -\frac{\partial}{\partial q} (A(q,F)p(q,F)) + 0.5 \frac{\partial^2}{\partial q^2} (B(q,F)p(q,F)),$$

которое аппроксимируется системой дифференциальных уравнений для начальных моментов

$$dm_n / dF = nM[Aq^{n-1}] + 0.5n(n-1)M[Bq^{n-2}].$$

В частности, справедливо уравнение для матожидания модуля стока  $m_1 = \overline{q}$  :

$$d\overline{q}/dF = (-\overline{c} + 0.5G_{\widetilde{c}})\overline{q} - 0.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} + \overline{N}.$$
 (5.9)

Решение уравнения (5.9) имеет вид

$$\overline{q}(F) = \overline{q}_0 e^{-(\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}})} + \frac{\overline{N} - 0.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}}{\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}}} (1 - e^{-(\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}})F}).$$
 (5.10)

Из формулы (5.10) и рис. 5.15 следует, что при площадях  $F_{\text{ин}} = F_{\text{penp}} \ (\equiv F_{\text{зон}})$  «переходные» процессы практически затухают и норма модуля стока определяется не азональными факторами (которые формируют «начальное» условие  $\overline{q}_0$ ), а зональными (в основном нормой осадков и коэффициентами стока):

$$\overline{q} = (\overline{N} - 0.5G_{\widetilde{N}})/(\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}}). \tag{5.11}$$

Только при нормальном распределении ( $G_{\widetilde{c}}=0,\ G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}=0$ ) мы приходим к обычно используемой в гидрологии формуле для вычисления коэффициента стока:  $k=\overline{q}/\overline{\dot{X}}$  (здесь  $\overline{\dot{X}}$  – норма модуля осадков).

Решения, аналогичные соотношению (5.10), можно получить и для старших моментов. Редукционные кривые есть, по существу, графические изображения подобных решений. На рис. 5.16 показаны подобные зависимости для первых трех начальных моментов и соответствующих им расчетных характеристик ( $C_{\nu}$  и  $C_{s}$ ). Эти эмпирические зависимости построены по материалам работы [47] на основе наблюдений на 5595 гидростворах СССР. Они соответствуют излагаемой теории и

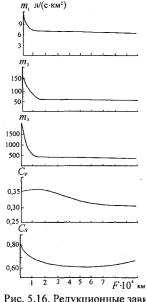


Рис. 5.16. Редукционные зависимости

могут, в частности, служить для определения репрезентативной площади.

Насколько поле многолетнего стока устойчиво? Поле в современном понимании – это (по определению) распределение по площади трех начальных моментов, из которых следуют расчетные характеристики. Судя по рис. 5.16, в осредненном смысле зональное поле более или менее устойчиво, хотя полной «равновесности» по коэффициентам вариации и асимметрии нет:  $\partial C_v / \partial F \neq 0$ ,  $\partial C_s / \partial F \neq 0$ . Наиболее устойчива норма стока (при построении ее карт пытаются увязывать водные балансы, хотя и это, судя по формуле (5.11), для асимметричных распределений не всегда удается при косвенных методах определения испарения).

Теперь об устойчивости полей во времени. Для ее оценки нами использовал-

ся параметр  $\beta$ , получающийся из корреляционной функции K, являющейся решением уравнения  $\Phi\Pi K$  в случае, если оно основано на линейном формирующем фильтре,  $K(\Delta t) = D \exp(-\alpha \cdot \Delta t)$ , где  $D = G_{\widetilde{N}} / 2(\overline{c} - G_{\widetilde{c}})$ ,  $\alpha = \overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}}$ . Логарифмируя нормированную корреляционную функцию r = K/D, получаем для  $\beta = G_{\widetilde{c}} / c$  следующую формулу:  $\beta = 2k \ln r + 2$ .

Рассмотрим подробно ее физический смысл. Вообще действие мультипликативного шума в уравнениях для моментов повышает динамичность системы (уменьшает: инерционность, запас устойчивости, время автокорреляции). Если время релаксации  $\tau$  не равно одному году, то формулу для  $\beta$  надо записывать так:  $\beta = 2k(\ln r_{\Delta t})\tau/\Delta t + 2$ . Сам факт получения подобной зависимости из экспоненциальной автокорреляционной функции указывает на ограничения по ее применимости: исключаются отрицательные коэффициенты автокорреляции и вообще любые статистически значимые автокорреляционные функции, кроме экспоненты,  $\tau$ . е. речь идет об исследовании устойчивости только про-

стых марковских процессов. Осцилляционные хвосты у автокорреляционной функции могут быть и статистически значимыми, лишь бы они не порождались самим бассейном (например, создавались внешними воздействиями). Значение т может

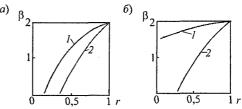


Рис. 5.17. Влияние  $\tau$  и k на  $\beta$ : a-k=0.5,  $1-\tau=1$ ,  $2-\tau=2$ ;  $6-\tau=1$ , 1-k=0.1, 2-k=0.8

быть и несколько лет. Это просто означает, что марковскими будут процессы изменения не годовых расходов воды, а осредненных за  $\tau$  лет (например, ряд двулетних расходов). Принятие для всех бассейнов  $\tau=1$  год может дать занижение степени устойчивости, как это, повидимому, произошло для севера Западносибирской равнины [19, 25] (см. рис. 1.6). Влияние на  $\beta$  значений коэффициентов стока и автокорреляции, а также времени релаксации, иллюстрирует рис. 5.17.

Для многих рядов минимального и максимального стока  $r_{\Delta t=1} < 0$ , что ставит вопрос о подходящей модели их формирования в тех регионах, где экспоненциальная аппроксимация нарушается.

Эмпирическим подтверждением или опровержением (правда, косвенным) результатов по устойчивости моментов могут служить данные анализа стационарности (однородности) многолетних колебаний стока [47]. Применение критериев Стьюдента (среднее), Фишера (дисперсия) и Колмогорова-Смирнова (функция распределения или коэффициент асимметрии — при преобразовании исходной информации) к анализу 519 рядов стока рек СССР привело (на 5 %-м уровне значимости) к следующим результатам (явно неоднородные, из-за влияния хозяйственной деятельности, ряды не рассматривались).

В зависимости от региона неоднородными оказались от 0 % рядов (Карелия, Северо-Запад ЕТР, Западная Сибирь, Лено-Индигирский Дальний Восток) до 8–13 % (Белоруссия, Западная Украина, Центральный и Южный Казахстан, Средняя Азия); на Камчатке это число доходит до 33 %.

Сопоставлив эти данные с распределением зон неустойчивости рис. 1.6, можно заметить их коррелированность (за исключением Западной Сибири, ситуация по которой обсуждалась выше). Однако мас-

штабы проблемы отличаются в разы: если из карты на рис. 1.6 (даже после отбрасывания региона Западной Сибири) следует, что неустойчивость моментов имеет место на 30–40 % территории, то по данным работы [47] функции распределения неоднородными оказываются не более чем в 10 % случаев (а если рассматривать неоднородность по дисперсии или только по среднему, то и того меньше).

Конечно, подобное прямое сравнение не совсем корректно: 1. Теоретическая неустойчивость моментов, даже если критерий β подсчитывается по фактическим данным, и неоднородность эмпирических рядов видимо не одно и тоже, хотя безусловно тесно связаны друг с другом; 2. Расчеты β не были статистическими оценками, поэтому говорить о каком-либо доверительном интервале не приходится (оценки же неоднородности рядов проведены на 5 %-м уровне значимости). И тем не менее факт налицо: существуют регионы с «турбулизированной» функцией плотности вероятности с распластанной (видимо, многомодальной) вершиной, что выводит подобные распределения за класс кривых Пирсона.

Возникают вопросы: 1. Всегда ли бассейны (сток) в этих регионах находятся в таком турбулизированном режиме или они периодически возвращаются в устойчивое однородное состояние? 2. «Кто» несет ответственность за неустойчивость: физика формирования стока на самом бассейне («самоорганизация») или ситуацией управляют частично инфинитные (по отношению к бассейну) предметные области? 3. Если ситуация неустойчива даже в вероятностном смысле, то что понимать под географической закономерностью, что следует картировать?

Рассмотрим поведение первых начальных моментов в рамках трехмоментной аппроксимации модели ФПК, соответствующей линейному фильтру:

$$\begin{split} dm_1 / dt &= -(\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}}) m_1 + \overline{N} - 0.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}; \\ \\ dm_2 / dt &= -2(\overline{c} - G_{\widetilde{c}}) m_2 + 2\overline{N} m_1 - 3G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} m_1 + G_{\widetilde{N}}; \\ \\ dm_3 / dt &= -3(\overline{c} - 1.5G_{\widetilde{c}}) m_3 + 3(\overline{N} - 1.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}) m_2 + 3G_{\widetilde{N}} m_2. \end{split}$$

Неустойчивость зависит от соотношения между  $\bar{c}$  и  $G_{\bar{c}}$ . Спрашивается, откуда появляется их варьирование? Параметр c учитывает средние (в статистическом смысле, а не обязательно во временном) потери на испарение  $(\bar{c})$  и его вариации (например, внутригодовые колебания за счет температуры), интерпретируемые как белый шум с интенсивностью  $G_{\tilde{c}}$ . Но температурные изменения определяются в основном глобальными процессами (включая взаимодействие атмосферы и океана), а не локальными состоянием конкретного бассейна (хотя и это оказывает влияние). Поэтому будем считать, что  $\bar{c}$  испытывает долговременные периодические изменения, а  $G_{\tilde{c}}$  – постоянная. Можно рассуждать и подругому:  $\bar{c}$  – постоянная, а  $G_{\tilde{c}}$  – меняется. Главное, что существуют промежутки времени (это могут быть и столетия), когда  $G_{\tilde{c}} << \bar{c}$ , но могут быть и такие интервалы, на которых  $\bar{c} \approx G_{\tilde{c}}$  . Тогда имеем ситуацию, изображенную на рис. 5.18. На интервале  $(t_2 - t_1)$  режим стока «ламинарный» (в смысле: одномодальный с устойчивыми начальными моментами в рамках семейства кривых Пирсона), а на интервале  $(t_3 - t_2)$  проявляется тенденция к неустойчивости, например только по третьему или еще и по второму моменту (и не обязательно по математическому ожиданию, см. рис. 5.18), т. е. режим стока «турбулизуется».

Ответственность за эту турбулизацию несет не подстилающая поверхность, а изменчивость всей климатической системы: это она (ствол дерева на рис. 2.3) трясет ветки (бассейны), протыкающие рационализированную плоскость. Водосборы же никакой самостоятельной автоколебательной активности не имеют (хотя и не исключено, что

некоторые бассейны с большими водосборными площадями и имеют собственный репертуар поведения (см. правый конец редукционной кривой в области полизональности, рис. 5.15)).

Что же в таком случае картировать? Если речь идет о нескольких десятилетиях, на протяжении которых режим стока в статистическом смысле на определенном уровне значимости

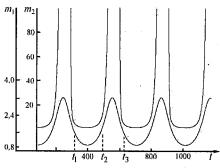


Рис. 5.18. К «турбулизации» речного стока

однороден (стационарен), то картировать надо то, что картируется и сейчас (первые три момента). Если же рассматривать более длительные периоды, то картировать надо характеристики той статистически устойчивой среды, вариации которой вызывают неустойчивость стока. Это могут быть, например, характеристики выбросов типа продолжительности и частоты пребывания климатической системы (видимо, температурного режима) в режиме  $\bar{c} \approx G_{\tilde{c}}$ . Если же встать на точку зрения «официальной» науки («киотских соглашений» и т. п.), то картировать вроде бы и нечего: социальная среда управляет климатической системой, выводя (или вводя) ее из равновесного состояния. Альтернативная же точка зрения, изложенная в работе [44], уж очень «обидна» для метеорологов и океанологов, да и вообще для здравого смысла: речные бассейны, занимающие только часть суши (надо исключить пустыни, полярные области и т. п.), которая сама-то занимает только треть поверхности земного шара, оказывается делает «глобальную погоду». Не по «Сеньке шапка»: все-таки 94 % гидросферы приходится на Мировой океан, а почвенной влаги – на несколько порядков меньше.

Можно предложить наглядный механический аналог ситуации, приводящей неустойчивости вероятностных распределений к (рис. 5.19). Из емкости (1) шарики («осадки») попадают на поверхность «бассейна» (2) и в зависимости от угла наклона (имитирующего коэффициент стока) пластинки (3) происходит разделение «осадков» на стоковую (попадающую в «водоем» (4)) и испарительную (уходящую в отверстие) составляющие. Потери на испарение зависят от параметра  $\overline{c}=1/\overline{k\tau}$ , влияющего на размеры испарительной предметной области (5) и самого зависящего от инерционных свойств бассейна т, которые имитируются в основном массой (или жесткостью) пластины (3). В установившемся режиме (количество шариков, поступающих в «бассейн» в единицу времени, не меняется; радиус окружности (5) – постоянный) параметр т не играет роли (действует алгебраическое балансовое соотношение:  $k\dot{X} = Q$ ). Если же окружность сделать неровной, как на рис. 5.19,  $\delta$  (ввести «белый шум»), то по мере увеличения скорости ее вращения за счет инерции пластины (3) появится систематическое уменьшение ее угла наклона, т. е. увеличение динамического коэффициента стока (т. е. динамичности процесса), что и приведет к потери устойчивости моментов распределения.

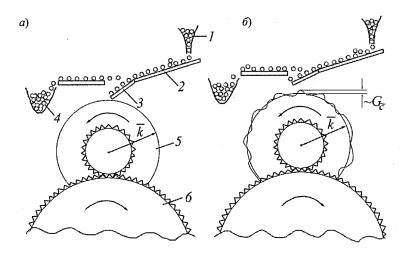


Рис. 5.19. Механическая интерпретация динамического (a) и стохастического ( $\delta$ ) режимов речного стока

Появление аддитивного шума  $\widetilde{N}$  можно имитировать варьированием подачи шариков из емкости (I), а взаимная интенсивность  $G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}$  появится автоматически: при положительной флуктуации  $\widetilde{N}$  (увеличении числа шариков) попасть в отверстие будет сложнее, чем в «водоем» (4), т. е. коэффициент стока увеличится  $(G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} < 0, C_s > 0$  — обычная ситуация для территории бывшего СССР). Если же «дырка» для испарения большая, то увеличение осадков может пойти на увеличение испарения, т. е. уменьшение коэффициента стока  $(G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} < 0, C_s < 0$  — такая ситуация также имеет место; например, по данным работы [13] из 137 исследованных рек земного шара 14 % имеют отрицательную асимметрию). Окружность (6) имитирует действие более «медленной» предметной области (например, процессы переброса климатической системы из одного устойчивого состояния с глобальной температурой  $\approx$  14 °C в другое с — 7 °C с периодом  $10^4$ — $10^5$  лет).

Ясно, что при наличии иерархии предметных областей ламинарные периоды будут сменяться турбулентными в режиме фликкер-шума: всегда можно ожидать наступления еще более длительной ламинарной фазы.

## 6. Социально-экономические процессы

### 6.1. Зачем существует цивилизация?

«Косная» материя постепенно породила живые формы, на базе которых (на нас с вами, как на подложке) существует социальная форма движения материи («разум», цивилизация). Зачем? По В. В. Налимову [43], чтобы раскупоривать семантический вакуум, т. е. порождать смыслы. Делает это цивилизация с помощью речи, являющейся подложкой мысли. Именно речь и распаковывает смыслы, спрессованные (упорядоченные существующей культурой) в семантическом вакууме, как спрессованы числа на действительной оси  $\mu$ . Семантика текста задается плотностью вероятности  $p(\mu)$ , которая эволюционирует при появлении в определенной ситуации  $\mu$  фильтра (наблюдателя)  $\mu(\mu)$ :  $\mu(\mu) = k p(\mu) p(\nu/\mu)$ , где  $\mu$  нормировочная константа.

Таким образом, для эволюции нужна встреча (взаимодействие) существующего смысла  $(p(\mu))$  с «наблюдателем», владеющим набором  $\mu$   $(p(y/\mu))$ . Но это не развитие, а переосмысление «старого»  $(\mu)$  в новом контексте (y). Развитие — это когда  $\mu$  — векторная, и при определенной ситуации происходит расширение набора составляющих  $\vec{\mu}$ .

По Ю. Мухину [42], природа «создала» наблюдателя (ум), чтобы в критической ситуации он, спасая себя, мог спасти и саму природу. Для

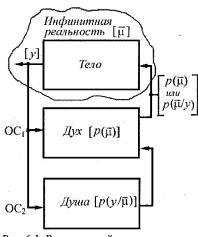


Рис. 6.1. Развивающийся социум

этого социум должен постоянно развиваться (умнеть). Социум состоит из генетического набора (тела), Духа (заготовленных предыдущим опытом набора рациональных структур, «знания»  $p(\mu)$ , доступ к которому в критической ситуации может быть интуитивным) и Души (способности к порождению нового знания). Точнее, по Мухину, из этих компонент «состоят» Люди, а так как социум «состоит» из Людей, то разумно эти составляющие приписать и ему самому, понимая под Духом систему знаний, а под Душой – биополе, способное к пополнению знаний. На

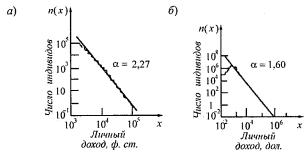


Рис. 6.2. Распределение жителей Великобритании (a) и США ( $\delta$ ) по доходу (из [55])

нашем языке (см. п. 2.3) имеем ситуацию, показанную на рис. 6.1.

Тело (социум), оказываясь в инфинитной реальности, для достижения цели (например, выжить) сначала использует (часто интуитивно) накопленные знания  $p(\mu_i)$ , i=1,2,...,n, но если ситуация оказывается неустойчивой, то Душа начинает ее моделировать (частично инфинитно) и формировать новую фазовую переменную  $\mu_{n+1}$ .

Таким образом, для развития цивилизация должна периодически испытывать неустойчивости, которые турбулизируют распределение  $p(\vec{\mu})$ , и владеть механизмом добывания новых знаний для преодоления неустойчивостей.

Многомерное распределение  $p(\vec{\mu})$  носит слишком абстрактный характер, чтобы иллюстрировать процесс его турбулизации. Можно привести более наглядные примеры распределений, причем возможно под p иметь в виду материальные величины, например число граждан, имеющих тот или иной доход или умственное развитие (рис. 6.2). Согласно п. 1.4, для Великобритании не существует устойчивого третьего момента, а для США — второго. Каков механизм возникновения этой турбулизации?

### 6.2. Механизм турбулизации распределений

Социальное «тело» взаимодействует с инфинитной средой, главным образом, в сфере производства (последнее трактуется широко и включает «производство» научных знаний) (рис. 6.3).

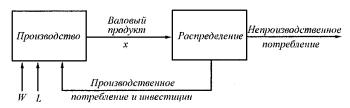


Рис. 6.3. Взаимодействие производства и потребления (W- природные ресурсы, L- трудовые ресурсы)

В качестве фазовой переменной экономики возьмем совокупный (валовый) продукт x, на производство которого надо затратить энергию S. Как и любая открытая в термодинамическом смысле система, экономика взаимодействует со средой, под которой будем понимать не только природные ресурсы (в том числе и гидрологические), но и все, что создано трудовыми ресурсами L в сфере материального и духовного производства. В экономической системе величина S выступает как энтропия, уменьшающаяся по мере «окультуривания» сферы обитания, T. е. производства T. Фиксация экономической предметной области и ее функционирование (T. е. добывание негоэнтропии) может производиться только субъективным фактором, T. е. трудовыми ресурсами (поэтому [41]:  $S = S_0L$ , где  $S_0 -$  задаваемый коэффициент). Таким образом, модель макроэкономической динамики может иметь следующий вид [41]:

$$dx / dt = k_1 Sx - kx; (6.1)$$

$$dS/dt = -\alpha Sx + \beta S^2 + \gamma S + \delta(x - \overline{z}), \qquad (6.2)$$

где  $k_1$  — эффективность производства; k — характеризует степень непроизводственного потребления;  $\alpha$  — показывает степень упорядочивания («окультуривания») производства (уменьшение энтропии);  $\beta$  — «отвечает» за организационные взаимодействия в процессе производства;  $\gamma$  — характеризует степень простоев;  $\bar{z}$  — платежеспособный спрос населения (превышение x над  $\bar{z}$  увеличивает энтропию с коэффициентом пропорциональности  $\delta$ ).

Аналитическое исследование этой системы выполнено в работе [41]. Результат же численного интегрирования, представленный на фа-

зовой плоскости, сводится (в упрощенном виде) к следующему. Возможны два типа аттракторов, показанных на рис. 6.4. Движение сводится либо к предельному циклу — капиталистической экономике (рис. 6.4, a), либо к фокусу — социалистической экономике (рис. 6.4,  $\delta$ ).

Первый тип характеризуется большей способностью к «саморегуляции». Периодические спады и подъемы экономики приводят к конкурентной борьбе за выживание (как предпринимателей, так и трудящихся), что способствует внедрению научно-технических новинок, повышению производительности труда и т. д. Таким образом, в этом типе экономики есть «санитарный» механизм, поддерживающий высокую эффективность. Вместе с тем субъекты такой экономики одновременно есть и ее объекты, так как ликвидировать постоянные кризисы можно только одновременно с ликвидацией капитализма и переходом к «социалистическому фокусу».

Второй тип для своего устойчивого функционирования требует искусственного санитарного механизма самоочищения (при И. В. Сталине был постоянно действующий механизм очищения ячеек власти от людей, не способных поддерживать постоянное повышение производительности труда). Самое главное, что этот тип экономики допускает большие значения k. Это совершенно необходимо для климатических условий России (ведь у нас на каждого производящего продукцию, необходим обогревающий: самого себя, производителя, производство и всю инфраструктуру). Попытки взять «хорошее оттуда и отсюда» и пойти «третьим» путем необоснованны. Этого нельзя сделать, так как на фазовой плоскости в рамках данной модели существуют только два

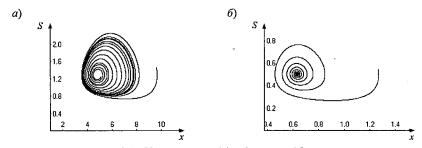


Рис. 6.4. «Циклическая» (а) и фокусная (б) экономики

аттрактора (притягивающих множества), все остальные точки – отталкивающие.

Дополним систему (6.1), (6.2) уравнением для платежеспособного спроса населения (доходов)

$$dz/dt = -z/(k\tau) + x/\tau, \qquad (6.3)$$

где k — коэффициент, учитывающий долю валового продукта, идущего на непроизводственное потребление;  $\tau$  — параметр релаксации. Введя в уравнение (6.3) белые шумы  $(1/k\tau = \overline{c} + \widetilde{c} , x/\tau = \overline{N} + \widetilde{N})$  с интенсивностями  $G_{\widetilde{c}}$ ,  $G_{\widetilde{N}}$ ,  $G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}$ , придем к уравнению для эволюции плотности населения (p) в зависимости от степени дохода:

$$\frac{\partial p(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial (Ap)}{\partial z} + 0.5 \frac{\partial^2 (Bp)}{\partial z^2},$$

где A и B – коэффициенты сноса и диффузии соответственно.

Наивно думать, что можно было произвольно ранжировать население СССР по доходам. Ранжирование было, но оно соответствовало «люфтам» ( $G_{\tilde{c}}$  и  $G_{\tilde{N}}$ ) и взаимной корреляции ( $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$ : хочешь, чтобы большая часть «вала» шла на потребление, увеличивай этот самый вал –  $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$  < 0,  $C_s$  > 0). Вот, например, как выглядело распределение p(z) после пяти лет «демократических» преобразований в Санкт-Петербурге (рис. 6.5). Можно не сомневаться, что дальнейшие «успехи» в деле демократизации приведут к еще большему удлинению хвостов (в

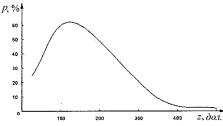


Рис. 6.5. Распределение p(z) в 1996 г. в Санкт-Петербурге (по данным работы [11])

США 0,25 % населения имеет 82 % совокупного капитала всей страны).

Судя по рис. 6.4, a, в циклической экономике действуют постоянные факторы, приводящие к тому, что  $G_{\overline{c}} \approx 0,67\overline{c}$  (для Великобритании) или  $G_{\overline{c}} \approx \overline{c}$  (для США). Обеспечивается это

автоколебательной динамикой всей экономики в целом. Даже если  $G_{\overline{c}}=$  const , то все равно за счет периодического изменения x (а значит, и  $\overline{c}$ ) возникает ситуация, показанная на рис. 6.6. Разумеется, реальный цикл может носить релаксационный характер и вообще стать стохастическим, если к системе (6.1), (6.2) добавить третье уравнение для динамики средних доходов

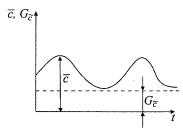


Рис. 6.6. Возможный характер изменения  $\bar{c}$  и  $G_{\tilde{c}}$ 

 $\bar{z}$ , но сам механизм турбулизации функции p(z) сохраняется. В любом случае технический прогресс смещает распределение вправо.

### 6.3. Стоимость, тавтология капитала

Капиталистический способ производства (циклическая экономика) – высшая форма движения «социальной материи» (в сфере обращения), заставляющая банкиров производить <u>стоимость</u>. Ее подложкой является информация, получаемая затратой энергии. Основное производственное отношение капитализма – капитал – ничего не может произвести, кроме самого себя, ибо он есть самовоспроизводящееся отношение: деньги в качестве капитала – это средство делать опять же деньги. Возникает тупик из-за того, что капитал перестает порождать новые смыслы (раскупоривать семантический вакуум).

Казалось бы, неустойчивость моментов (3-го для Великобритании, 2-го для США) — признак развития, но на самом деле это просто механизм зацикливания на деньгах (тавтология капитала): распределение турбулизуется, происходит перераспределение богатства, но категория «деньги» — как товара с наибольшей селективной ценностью — не исчезает.

У этой категории значительная смысловая нагрузка, но смысл размыт по огромному числу понятий и усреднен по большому куску смыслового поля. Деньги выполняют роль информационного обслуживания обмена ресурсами. «Однако паразитарное перерождение информационной функции ведет к появлению так называемых спекуляций, когда нет ни реальных товарных потоков, ни объективной информации.

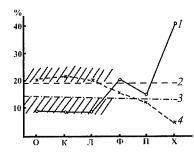


Рис. 6.7. Изменение покрываемости (в %) патологического текста существительными (l) и служебными словами (2) в зависимости от утяжеления психического расстройства испытуемых о., к., л., ф., п., х. (3 – нижняя граница покрываемости непатологического текста служебными словами; 4 – верхняя граница доверительного интервала покрываемости непатологического текста существительными; заштрихован эталонный интервал). Из [45]

Биржевые дельцы «делают деньги» на искажении информации, т. е. прямо противоречат своему целевому назначению» [56]. Деньги — эквивалент всего (или очень многого). А значит, никакие случайные события y не могут породить новых смысловых фильтров — вместо  $p(\mu/y) = k \ p(\mu)p(y/\mu)$  имеем  $p(\mu/y) = p(\mu)$ : диктатура денег абсолютна. В сфере общения это проявляется в несерьезности слов (чего стоят слова, если все определяется деньгами). Можешь говорить правду, а можешь лгать — это не имеет никакого значения. Исчезает механизм порождения смыслов, наступает шизофрения.

Существуют и объективные лингвистические критерии для оценки степени этой шизофреничности [45]. Получены графики, связывающие процент покрываемоети текстов существительными и служебными словами в зависимости от утяжеления психического расстройства (рис. 6.7). Объяснение заключается в следующем. Служебное слова,

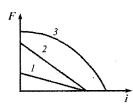


Рис. 6.8. Типовые билогарифмические графики зависимости ранг — частота для трех видов выборок: недостаточная (1), идеальная ципфовская (2), насыщенная (3). Из [45]

выполняющие предикативно-коммуникативную функцию, организуют высказывание, соотнося его с реальной ситуацией общения. При шизофрении происходит нарушение коммуникативной и социальной функции речи. А следовательно, изменение частотности служебных слов является диагностическим симптомом речемыслительных расстройств (бессвязная речь, слабо коррелированная с окружающей ситуацией). Зато растет число существительных (выполняющих функцию номинации), отражающих личные переживания. Нарушается обратная связь с собеседником и внешним миром.

Еще одним показателем являются так называемые билогарифмические зависимости, связывающие частоту появления слова F с его порядковым номером i в частотном словаре текста (рис. 6.8). Подобные зависимости описываются формулой Ципфа—Мандельброта

$$M(F_i) = Nk/(i+\rho)^{\gamma}$$
,

где  $M(F_i)$  – математическое ожидание частоты слова с порядковым номером  $i; k, \rho, \gamma$  – эмпирические коэффициенты; N – число всех словоупотреблений в тексте.

Для русских текстов  $\rho > 1$ , и имеют место насыщенные выборки, что вообще характерно для коллективов со строгой регламентацией. Для языков аналитического строя (английского, в частности)  $\rho = 0$ , и тексты, как правило, не образуют насыщенных выборок, что характерно для ситуаций обсуждения проблем с разных позиций, когда люди не вполне понимают друг друга. Насыщенных выборок не дают и тексты, выдаваемые психическими больными [45]. Выводы делайте сами.

Все это приводит к отсутствию реального развития, к атрофии блока Душа («мутагенез») на рис. 6.1. Полет на Луну выполняется в павильонах Голливуда, доллар обеспечивается воздухом и имитацией боевой силы против агентов ЦРУ типа Усамы бен Ладена, и т. п. Социальную режиссуру вместо настоящих хищных видов (палеантропов) осуществляют суггесторы всех мастей, в роли которых могут выступать целые государства. Огромные слои населения (диффузный тип) оказываются пассивными наблюдателями циничных спектаклей, разыгрываемых откровенными придурками (но расположенных к «предпринимательской» деятельности; таковых примерно 6 % [11], причем их умственные способности слабо коррелируют с «доходами» [12]). Огромный генетический пласт человечества никак не участвует в развитии цивилизации и используется лишь как биологическая подложка. (О палеонтропах, суггесторах и т. п. см. [24].)

### 7. Турбулентность

#### 7.1. Возникновение проблемы турбулентности

Уравнения гидравлики получаются по общей схеме [17] вывода моделей и отражают два закона сохранения: массы и количества движения. В качестве вектора внешних воздействий  $\vec{\xi}$  выступают силы тяжести  $F_{\text{тяж}}$  и трения  $F_{\text{тр}}$ , а вектор состояния  $\vec{Y}$  содержит скорость  $\vec{u}$  и давление p:  $\vec{Y} = (\vec{u}, p)$  (рис. 7.1).

В третьем законе Ньютона  $\sum\limits_{i=1}^n F_i = 0$  учтем следующие силы: инерции  $F_{\rm ин} = m \, d\vec{u} \, / \, dt$ ; тяжести  $F_{\rm тяж} = \vec{f}(x,t)$ ; давления  $F_{\rm давл} = - \, {\rm grad} \, p$ ; трения  $F_{\rm тр} = v \partial^2 \vec{u} \, / \, \partial \vec{x}$  (здесь m — масса, v — коэффициент вязкости). С учетом того, что  $d\vec{u} \, / \, dt = \partial \vec{u} \, / \, \partial t + \vec{u} \, \partial \vec{u} \, / \, \partial \vec{x}$  для единичной массы получим систему уравнений Навье—Стокса:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\vec{u}\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{x}} + v\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial \vec{x}} - \operatorname{grad} p + \vec{f}(\vec{x}, t); \tag{7.1}$$

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0. \tag{7.2}$$

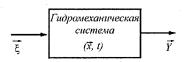


Рис. 7.1. К понятию гидромеханической системы

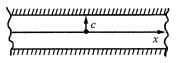


Рис. 7.2. Течение в трубе

Решить систему (7.1), (7.2) — значит найти поля скоростей  $\vec{u}(x,y,z,t)$  и давления p(x,y,z,t). Необходимость в решении подобных задач возникает в метеорологии, гидрологии, океанологии, авиации и т. п.

Были разработаны методы решения данной системы для некоторых частных случаев. Например, для течения в бесконечной трубе (рис. 7.2) с условием прилипания  $\vec{u}|_c = 0$  и начальным усло-

вием  $\vec{u}(t=0) = a$  решение имеет вид параболы (см. рис. 1.9):

$$u_x = a (c^2 - r^2).$$

Однако реально подобный профиль наблюдается только при малых скоростях (точнее: при малых числах Re).

Таким образом, появляется важный нефеноменологический парадокс в классической гидромеханике. Его сущность лежит за пределами предметной области, фиксируемой уравнениями Навье–Стокса, так как он возникает при турбулентном режиме течения, где действие закона трения  $F_{\rm TD} = \nu \partial^2 \vec{u} \, / \, \partial \vec{x}^2$  ставится под сомнение.

Изменение эпюры происходит, когда течение становится нерегулярным, турбулентным. Были предприняты попытки учесть эти нерегулярности (или пульсации) и по-другому зафиксировать предметную область гидромеханики. Стали разбивать скорости и давление на две составляющие:  $u = \overline{u} + u'$ ;  $p = \overline{p} + p'$  (рис. 7.3, a). Однако при подстановке их в уравнения Навье—Стокса возникает как бы новая сила (и новая составляющая вектора  $\overrightarrow{Y}$ ):

$$u \partial u / \partial x = (\overline{u} + u') \partial (\overline{u} + u') / \partial x = 0.5 \partial (u')^2 / \partial x$$

(при  $\overline{u}=0$ ). Если бы уравнения Навье-Стокса были линейными, то этой новой составляющей не возникло (при осреднении:  $\overline{u}'=0$ ;  $\overline{(u')^2}\neq 0$ , рис. 7.3,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ). Таким образом, у вектора  $\overline{Y}$  появляется еще одна составляющая  $\overline{Y}=(\overline{u},p,(\overline{u}')^2)$  и система (7.1), (7.2) становится незамкнутой. Возникает тупик нефеноменологического характера и проблема замыкания:  $(\overline{u}')^2=f(\overline{u})$ .



Рис. 7.3. Разбиение скорости на составляющие

Из тупика пытаются выбраться следующим образом. Возникающий дополнительный член интерпретируется как сила трения  $F'_{\rm rp}$ . Установлено, что в турбулентном режиме она пропорциональна квадрату скорости:  $F'_{\rm rp} \sim ku^2$ . Поэтому ситуацию переводят в эмпирическую плоскость, т. е. пытаются найти численные значения коэффициента k для разных конкретных случаев (профиль самолета, шероховатость русла и т. д.).

Например, осредняя по живому сечению русла систему (7.1), (7.2) с учетом пульсационных составляющих, получают уравнения одномерной гидравлической идеализации:

$$gi_0 - g\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + F'_{\tau p};$$
 (7.3)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0.$$
 (7.4)

где  $i_0$  — уклон дна; U — осреденная по сечению скорость; h — глубина. Далее подключают эмпирику ( $F'_{\rm тp} = gU^2 / C^2 h$ ; для коэффициента Шези используют, например, формулу Манинга  $C = h^{1/6} / n$ ; коэффициент шероховатости n определяют по таблице М. Ф. Срибного). Хотя подобный подход не объясняет природу турбулентности (он и не претендует на это), для многих практических случаев его вполне достаточно. Для многих, но не для всех.

# 7.2. Гидравлические сопротивления и периодические решения уравнений одномерной идеализации

Напомним (см. п. 1.2): смысл нефеноменологического парадокса речной гидравлики заключается в том, что в потоках наблюдаются низкочастотные колебания средней по сечению скорости (а также волны на быстротоках), которые невозможно объяснить в рамках классической гидравлики. Из предыдущего изложения проблемы турбулентности можно сделать вывод о том, что наиболее «подозрительным» чле-

ном в уравнении (7.3) является выражение для силы трения:  $F'_{\rm rp} \approx kU^2$ , где k либо const, либо функция от глубины и шероховатости. В любом случае эта сила оказывается зависящей только от конкретных («текущих») значений h и U и не важно, как эти значения были достигнуты (т. е. не учитывается влияние на сопротивления предыстории процесса).

Однако можно показать [24], что коэффициент сопротивления  $\lambda = g/C^2$  зависит от ускорения (dU/dt) и частоты  $(\omega)$ :  $\lambda = f(dU/dt, \omega)$  (рис. 7.4). Учет этого обстоятельства приводит к тому, что вместо классических уравнений Сен-Венана имеем расширенную систему:

$$(\gamma \lambda - 1) \frac{\partial U}{\partial t} + U(\gamma \lambda - 1) \frac{\partial U}{\partial x} - g \frac{\partial h}{\partial x} = \lambda \frac{U^2}{h} - g i_0; \tag{7.5}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial h}{\partial x} = 0; (7.6)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + U \frac{\partial \lambda}{\partial x} = (-\lambda + \frac{g}{C^2})/\tau, \qquad (7.7)$$

где  $\gamma$  — коэффициент (в общем случае зависящий от  $\omega$ );  $\tau$  — параметр релаксации.

Если  $\gamma = 0$ ,  $\partial \lambda / \partial t = 0$ ,  $\partial \lambda / \partial t = 0$ ,  $\partial \lambda / \partial x = 0$  (т. е.  $\lambda = \text{const}$ ), то приходим к системе (7.3), (7.4). В случае же (7.5) — (7.7) произошло расширение фазового пространства:  $(U, h) \rightarrow (U, h, \lambda)$ . Для определенного значения  $\omega$  тип уравнений меняется (из гиперболического становится эллиптическим) и возможно появление замкнутых циклов на фазовой плоскости (рис. 7.5). Даже если оставить только уравнения (7.5) и (7.6), то при  $\gamma \lambda > 1$  будет

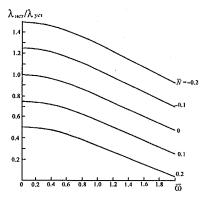


Рис. 7.4. Зависимость отношения неустановившегося  $\lambda_{\text{ист}}$  и установившегося  $\overline{\omega}$   $\lambda_{\text{уст}}$   $\lambda_{\text{нст}}/\lambda_{\text{уст}}$  от безразмерных частоты  $\overline{\omega}$  и ускорения  $\overline{N}$ 

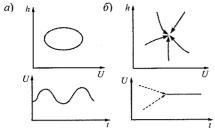


Рис. 7.5. Изображение решений на фазовой плоскости (U, h) и временные развертки U = f(t) при  $\gamma(\omega)\lambda > 1$  (a) и при  $\gamma(\omega)\lambda < 1$  (b)

иметь место взаимодействие по типу «хищник (U) — жертва (h)»  $(\partial U/\partial h>0,\ \partial h/\partial U<0)$ , а при  $\gamma\lambda$  < 1 — конкурентное взаимодействие (рис. 7.5). Река «дрожит» (см. рис. 7.6). Нефеноменоло-гический парадокс преодолен за счет расширения предметной области с (U,h) до  $(U,h,\lambda)$ , причем, так как величина  $\lambda$  оказалась связанной с «историей» самой реки  $(\lambda = f(dU/dt))$ , то

темпы процессов, протекающих в предметных, первоначально частично инфинитных, областях ((U,h) и  $(\lambda)$ ), оказались согласованными. Используем этот факт при анализе проблемы турбулентности.

# 7.3. Существующие подходы к решению проблемы турбулентности

Проблема турбулентности муссируется в науке с разных сторон уже более 100 лет. Однако основная задача (объяснить механизм возникновения и самоподдержания турбулентных течений) до сих пор не решена.

Инженерный, наиболее важный с практической точки зрения, подход мы уже затронули. Это так называемая полуэмпирическая теория турбулентности, когда турбулентные пульсации связывают эмпириче-

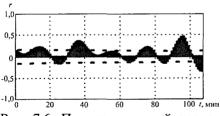


Рис. 7.6. Пример взаимной корреляционной функции скоростей в различных точках живого сечения на р.Тверце (подробно о этих экспериментах см. [16]; в обработке

скими формулами с осредненным полем скоростей:  $\overline{u_x'u_y'} = f(\overline{u})$ . На этом пути родились многие прикладные науки, в том числе и речная гидравлика.

Мы рассмотрим еще два направления, наиболее для нас важных.

1. Математические исследования свойств уравнений Навье—Стокса, с целью ответить на

вопрос: а существует ли вообще у этих уравнений решения при больших числах Re? Среди отечественных ученых наибольший вклад в это направление внесла О. А. Ладыженская [34, 35, 36, 37].

Существование решения равносильно его ограниченности (бесконечных чисел «не существует»). Этот факт можно доказать, используя аппроксимацию уравнений Навье—Стокса конечной системой обыкновенных уравнений. Следуя Ладыженской, поступаем по-другому.

Из уравнений Навье-Стокса можно получить так называемое энергетическое равенство, отражающее баланс энергии:

$$0.5d \| \mathbf{v}^2 \| / dt + \mathbf{v} \| \vec{\mathbf{v}}_x \|^2 = f(\vec{f}, \vec{\mathbf{v}}). \tag{7.8}$$

Из (7.8) следует неравенство

$$d \| \vec{v} \| / dt + v\lambda \| \vec{v} \| \le \| \vec{f} \|,$$
 (7.9)

где  $\lambda$  — собственное значение спектральной задачи. Интегрирование (7.9) дает:

$$\|v(t)\| \le \|v(0)\|e^{-v\lambda t} + \|\vec{f}\|(1-e^{-v\lambda t})/v\lambda$$
,

τ. e. 
$$\lim_{t\to\infty} \|\vec{v}(t)\| \le \rho_0 = (v\lambda)^{-1} \|\vec{f}\|$$
.

Таким образом, любое решение в конце концов втягивается в шар и не уходит оттуда (рис. 7.7). Применение того же энергетического не-

равенства к норме двух близких решений не дает нулевой радиус ( $\rho_0 \neq 0$ ), т. е. имеет место неединственность. Говорят, что траектории локально разбегаются (неустойчивость), но глобально остаются в шаре (устойчивость). Это есть признаки аттрактора (предположительно турбулентного). На вопрос, как он возникает и самоподдерживается (т. е. какова сущность турбулентности), уравнения Навье—Стокса не отвечают. Его хаусдорфова размерность мажорируется числом  $\rho_0$  (т. е. фактически числом Re), за-

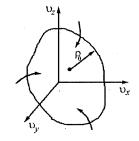


Рис. 7.7. «Втягивание» решений в шар радиуса  $\rho_0$ 

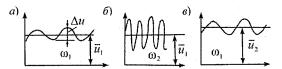


Рис. 7.8. Возмущающие воздействия при различных частотах  $\omega$  и скоростях  $\overline{u}$  (числах Re)

висящем от «внешнего воздействия», вязкости и геометрии области).

2. Другое направление – теоретическое и эмпирическое исследование устойчивости ла-

минарных течений, т. е. выяснение, при каких условиях возникает неустойчивость, трактуемая как переход к турбулентности. Делается это так. Берется «труба» или пограничный слой, для которых из уравнений Навье—Стокса находится стационарное решение. Затем это решение возмущается при разных числах Re и частоте (рис. 7.8) и «смотрят», что будет происходить с возмущениями  $\Delta u$  (их рост указывает на неустойчи-

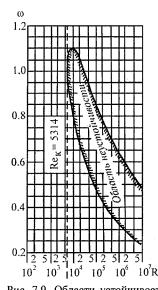


Рис. 7.9. Области устойчивости и неустойчивости ламинарного течения Пуазейля (по Шлихтингу)

вость). В результате получают изображение, типа представленного на рис. 7.9, которое, как правило, подтверждается экспериментально. Неустойчивость трактуется как переход к турбулентности.

Подобный подход частично отвечает на вопрос о природе турбулентности, но содержит много субъективных моментов. Дело в том, что не модель дает колебания из области (Re,  $\omega$ ), а их «навязывают» течению и «смотрят», как поведет себя решение.

Сущность турбулентности лежит за пределами модели ламинарного течения, в другой предметной области. Из рис. 7.9 видно, что область неустойчивости формируется не ламинарным профилем (полем): поток в целом должен иметь большие числа Re и определенный диапазон частот, чтобы возникла турбулентность (изменился профиль скорости).

# 7.4. Сущность механизма возникновения и поддержания турбулентности

Вспомним, что в фиксированной предметной области сущность не наблюдаема (она в «другой» предметной области). Поясним: предметная область — это не материальный объект (точнее — не только материальный). «Другая» предметная область — это не участок лунной поверхности, как-то влияющий на гидромеханическое поле. Материально она может полностью совпадать с исходной предметной областью, но вот что именно фиксируется в материальном теле — это уже вопрос другой. Один и тот же человек с разных точек зрения может фиксироваться по-разному: с точки зрения пенсионного фонда важен возраст, а с точки зрения авиакомпании — его масса.

В нашем случае в зафиксированном моделью Навье-Стокса поле из другой («инфинитной», гидравлической) реальности появляются периодические воздействия, и при больших числах Re вязкость у переконтролировать («держать») течение. Гипотеза состоит гидравлика утверждении. что (поток целом) управляет гидромеханикой. «Гидравлика» – это не только поток, но и резонатор (русло). Материальный объект онтологически один и тот же, но гносеологически фиксируется по-разному. Граница между этими различно зафиксированными областями частично инфинитна (иначе бы не было никакого взаимодействия).

Ситуацию поясняет рис. 7.10. В роли «тела» может выступать как поток воды, перемещающийся в русле, являющимся для воды «инфинитной реальностью» (внутренняя задача), так и «резонатор» (например, самолет или корабль), находящийся в «инфинитной реальности» воздушной или водной среды (внешняя задача обтекания). Для правильной оценки ситуации (модели движения) контур  $OC_1$  достаточен, пока режим движения ламинарный и хватает информации о v,  $u|_{rp} = 0$ ,  $\vec{f}$ . Если тело оказывается в неравновесной ситуации ( $I - i_0 > 0$ ), то возникает зависимость  $\lambda = f(dU/dt)$ , меняющая тип гидравлической модели на частоте  $\omega$  с гиперболического на эллиптический. Появляются автоколебания (точнее автоволны). В зависимости от численных значений  $\omega$  и R гидромеханическое поле турбулизуется или нет.

Если посмотреть на рис. 2.3, то ствол дерева — это гидравлический уровень, а плоскость, рассекающая крону, — гидромеханический.

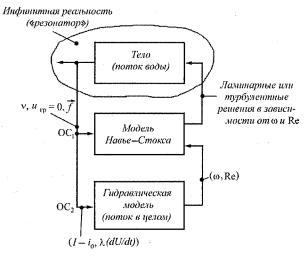


Рис. 7.10. Пояснение процесса формирования турбулентного решения

Ветки («дырки») трясутся (турбулентность) не из-за того, что одна ветка влияет на другую (хотя как-то, конечно, влияет), а из-за того, что трясется дерево в целом. Но это не синхронизация, для которой нужны взаимодействующие осцилляторы, обладающие автоколебательной динамикой. Ведь «в гидродинамической системе каждый элемент системы не обладает какой-то собственной динамикой, которую он может демонстрировать в отсутствии остальных» [40], как это имеет место для уравнений типа реакция—диффузия.

Как же на самом деле «трясется дерево в целом» и есть ли наглядный, а главное доступный экспериментальной проверке, индикатор, характеризующий степень развития турбулентности? Не вызывает сомнения, по крайней мере, факт выравнивания эпюры скорости при турбулезации (см. рис. 1.9).

Попытаемся описать возможный механизм выравнивания эпюры. Известны попытки исследовать влияние периодического внешнего течения на эпюру скорости в пограничном слое [58], подчиняющегося уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial U}{\partial t}, \qquad (7.10)$$

причем  $u|_{z=0} = 0$ ,  $u|_{z=\infty} = \overline{U}(x,t) + U_1(x)\sin \omega t$ .

Для осциллирующей составляющей продольной скорости получено выражение

$$u(x,z,t) = U_1(x) \left\{ \sin \omega t - \left[ \exp \left( -\frac{z}{\delta_0} \right) \sin \left( \omega t - \frac{z}{\delta_0} \right) \right] \right\}$$

(здесь  $\delta_0 = \sqrt{2\nu/\omega}$ ), из которого видно смещение фаз скорости u(x,z,t) относительно внешнего течения. Это смещение зависит от расстояния z от дна.

В нашем случае «внешнее» течение U генерируется потоком в целом, т. е. гидравлической моделью.

Обобщим уравнение (7.10):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial z} - v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial U}{\partial t}; \tag{7.11}$$

$$\frac{\partial \mathcal{O}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \tag{7.12}$$

Если движение «равномерное», то  $\partial u/\partial x = 0$ , и из уравнения (7.12) следует, что  $\partial \upsilon/\partial z = 0$ , т. е.  $\upsilon = \upsilon_0 = \mathrm{const}$ . В терминах (например) теории пограничного слоя это соответствует вдуву ( $\upsilon_0 > 0$ ) или отсасыванию ( $\upsilon_0 < 0$ ). В нашем случае ( $\partial u/\partial x \neq 0$ )  $\partial \upsilon/\partial z = -\partial u/\partial x$ ; можно сделать оценку  $\upsilon = -\int\limits_z (\partial u/\partial x) dz \sim (\partial U/\partial x) \widetilde{h} \sim \upsilon_0 + \widetilde{\upsilon}$  (здесь «шумовая» составляющая  $\widetilde{\upsilon}$  связывается с молекулярной диффузией).

Заметим также, что подстановкой  $u_* = u + U$  уравнение (7.11) сводится к однородному (так как  $\partial u_*/\partial t = \partial u/\partial t + \partial U/\partial t$ ,  $\partial u_*/\partial z = \partial u/\partial z$ ,  $\partial^2 u/\partial z^2 = \partial^2 u_*/\partial z^2$ ). Если  $\partial U/\partial t = \text{const}$ , то это бы означало, что ситуация находится в условиях справедливости преобразований Галилея. В противном же случае система отсчета (или лучше — гидромеханическое поле) трясется как аддитивно (за счет  $\partial U/\partial t$ ), так

и мультипликативно (за счет  $\upsilon \sim (\partial U/\partial x) \cdot \overline{h}$ ). Соотношение (7.11) приобретает следующий вид:

$$\frac{\partial u_*}{\partial t} = -v_0 \frac{\partial u_*}{\partial z} + v \frac{\partial^2 u_*}{\partial z^2}.$$
 (7.13)

Выражение (7.13) есть уравнение ФПК

$$\frac{\partial u_*}{\partial t} = -\frac{\partial (Au_*)}{\partial h} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (Bu_*)}{\partial h^2}$$

(если  $u_*$  рассматривать как аналог плотности вероятности распределения переменной, уже фазовой, z – глубины h) с коэффициентами сноса  $A=\upsilon_0$  и диффузии  $B=2\upsilon$ . При  $\partial U/\partial t=0$ ,  $\upsilon_0=0$  профиль скорости напоминает «гауссовское» распределение, соответствующее ламинарному режиму на рис. 1.9.

Стохастическое уравнение для h можно записать так:

$$dh/dt = (\overline{\lambda} + \widetilde{\lambda})h + \overline{\upsilon}_0 + \widetilde{\upsilon}_0, \qquad (7.14)$$

т. е. глубина (или уровень) изменяется за счет составляющей  $\upsilon_0$  при неравновесном режиме и за счет вариации сопротивлений (при  $\overset{-}{\lambda}>0$  — «запруда» — глубина увеличивается). Тогда коэффициенты сноса и диффузии будут иметь вид:

$$A = (\overline{\lambda} + 0.5G_{\widetilde{\lambda}})h - 0.5G_{\widetilde{\lambda}\widetilde{\nu}_0} + \overline{\nu}_0;$$
  
$$B = G_{\widetilde{\lambda}}h^2 - 2G_{\widetilde{\lambda}\widetilde{\nu}_0}h + G_{\widetilde{\nu}_0}.$$

Ламинарный профиль скорости будет при  $\dot{\lambda}=0$  ,  $G_{\widetilde{\iota}\widetilde{\upsilon}_0}=0$  ,  $G_{\widetilde{\upsilon}_0}=2\nu$  , т. е. если имеет место только молекулярная диффузия.

Выравнивание эпюры на рис. 1.9 происходит с увеличением отрицательных значений эксцесса. На интервалах времени, когда  $\overline{\lambda} < 0$ , но  $G_{\widetilde{\lambda}} \sim \overline{\lambda}$  процесс формирования эпюры неустойчив по всем или части старших моментов, т. е. находится в режиме «самоорганизованной критичности» с вытекающей отсюда перемежаемостью, фрактальностью и «размазыванием» эпюры по ядру турбулентного потока.

На рис. 7.11 представлен один из характерных результатов численного интегрирования системы (7.5), (7.6), (7.7), поясняющий и периодичность  $\overline{\lambda}$ , и ненулевую интенсивность  $G_{\widetilde{3}}$ .

Из рассмотренного механизма следует, что существуют (видимо, очень непродолжительные) периоды устойчивого распределения скорости («плотности вероятности») по глубине, которые сменяются его разрушением (частично или по всем моментам) — «дерево трясется». Если это соотнести с известной гипотезой Лерэ [24], то действительно

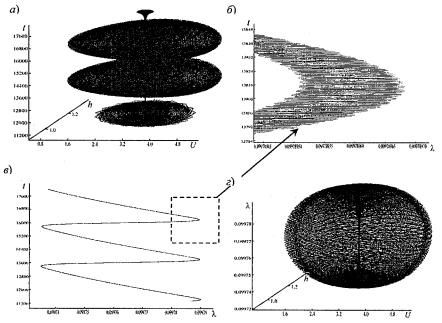


Рис. 7.11. Характерный результат численного интегрирования системы (7.5), (7.6), (7.7)

ламинарные решения разрушаются (может быть, только по части моментов) и вместо закона Ньютона член трения будет выражаться формулой  $\partial^2[(G_{\widetilde{\lambda}}h^2-2G_{\widetilde{\lambda}\widetilde{v}_0}h+G_{\widetilde{v}_0})u_*]/\partial h^2$ , учитывающей взаимодействие молекулярного и молярного обмена  $G_{\widetilde{\lambda}_{00}} \neq 0$ , приводящего к асимметрии эпюры. При  $G_{\widetilde{\lambda}\widetilde{0}_0} o 0$  величина  $G_{\widetilde{\lambda}}h^2$  видимо и есть тот «кинематический коэффициент кажущейся вязкости», определяемый по Л. Прандлю формулой  $l^2 | d\overline{u} / dz |$  (здесь l – «длина пути перемешивания»). В члене трения, соответствующему закону Ньютона, сопряжены две предметные области, определяющие разные уровни иерархии: гидромеханическое поле и более глубокий («фундаментальный») уровень, связанный с заданием вязкости в зависимости от принятой модели взаимодействия между собой молекул. В нашем же случае добавляется еще и третья, гидравлическая, предметная область, уводящая ситуацию далеко от «фундаментального» уровня, на котором еще была надежда на какие-то «строгие» результаты. Не менее радикальные изконвективный претерпевает менения И  $-\partial[(\dot{\lambda}+0.5G_{\widetilde{\lambda}})h-0.5G_{\widetilde{\lambda}\widetilde{\upsilon}_0}+\overline{\upsilon}_0]u_*/\partial h$ , который будет соответствовать ламинарному профилю эпюры только при  $\dot{\lambda}=0$  ,  $G_{\widetilde{\lambda}}=0$  ,  $G_{\widetilde{\lambda}\widetilde{\nu}_0}=0$  .

Выше приведены результаты Ладыженской о втягивании любого решения задачи (7.1), (7.2) в шар с радиусом  $\rho_0 \ge \lim_{t\to\infty} \|\upsilon(t)\|$ . В нашем случае подобные рассуждения приведут к тому, что «шар» для u(t) будет «дышать» (см. рис. 7.11,  $\varepsilon$ ), причем значением  $\rho_0$  управляет гидравлика (т. е. система (7.5), (7.6), (7.7)), меняющая своеобразную кривизну фазового пространства. Неравновесность ( $I \ne i_0$ ) «будит» спящую фазовую переменную ( $\lambda \ne 0$ ) и вся «компания» (U, h,  $\lambda$ ) трясет эпюру.

# 8. Частично инфинитный механизм турбулизации кривых распределения плотности вероятности

# 8.1. Нефеноменологический парадокс классической теории вероятностей

В п.4 уже упоминалось о фрактальной (дробной) размерности систем, которые развиваются и стремятся освоить пространство вложения (см. рис. 4.2). Упоминали мы и о неустойчивости моментов распределения плотности вероятности, как признаке развития  $(dm_i/dt \to \infty)$ . Реально это замечается на 2-м центральном моменте (неустойчивость старших моментов из-за коротких рядов пока всерьез не воспринимается, хотя из теоретических соображений следует, что чем старше момент, тем он менее устойчив) в виде утолщенных хвостов (по сравнению с нормальным распределением, см. рис. 1.1).

Еще одна характеристика подобных (развивающихся) систем: наличие «в них» так называемого фликкер-шума, т. е. расходимость спектра энергии (E) на низких частотах  $(\omega)$  (рис. 8.1). Эта расходимость — прямое следствие инфинитного окружения (см. ниже). Посмотрим, какие имеются сведения о поведении этих характеристик в различных областях знаний.

Что касается речного стока, то мы уже подробно обсуждали его фрактальность и неустойчивость моментов. Можно привести данные и о наличие фликкер-шума в спектрах годового стока (рис. 8.2, a) и колебаний скорости (рис. 8.2, b). Расходимость на низких частотах объясняется тем, что по мере увеличения продолжительности наблюдений свою лепту в спектр будут вносить все новые и новые предметные области (подроб-a)

нее см. [8, 24]), а не только речной бассейн или «турбулентность».

Обратимся к «фрактальной экономике». До недавнего времени в экономической науке (если экономику вообще можно считать наукой: слишком в

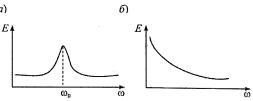


Рис. 8.1. «Обычная» (а) спектральная функция с преобладанием энергии на частоте  $\omega_0$  и «фликкершумовая» (б) спектральная функция с расходимостью на низких частотах ( $E \to \infty$  при  $\omega \to 0$ )

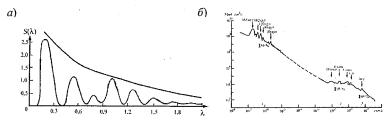


Рис. 8.2. Спектральные функции годового стока (р. Нева – с. Новосаратовка; «огибающая» – спектр, определяемый формулой  $1/f^{\delta}$  при  $\delta=1$ ) (a) и спектры колебаний скорости на Нижнем Днестре ( $\delta$ ) (см. [8, 24, 57])

ней силен субъективный фактор, связанный с корыстным интересом) доминировала теория эффективного рынка. Ее смысл проще всего пояснить рисунком (см. рис. 8.3, a). Действуют много участников, и конкурентное взаимодействие приводит к некоторой устойчивой точке равновесия (спрос равняется предложению). В этом случае прибыль участников распределяется по нормальному закону. Однако на практике все распределения толстохвостые (рис. 8.3,  $\delta$ ). Это указывает на то, что кроме чисто рыночных («честных», «финитных») взаимодействий, есть очень много околорыночных, «инфинитных» влияний (сговоров, слухов), т. е. сильно влияние эмоций (желания нажиться). (При  $\bar{c} \sim G_{\tilde{c}}$  и возникает неустойчивость по дисперсии, т. е. толстые хвосты у распределений.)

Существует ряд индексов состояния экономики: рейтинговой компании Стандарт энд Пур (S & P 500), индекса международного капитала Моргана—Стенли (MSCI). Все они фрактальны (табл. 8.1).

Фрактальные размерности: обыкновенные акции [46]

Таблица 8.1

Индекс	Фрактальная размерность
S & P 500 CIIIA	2,33
MSCI Япония	3,05
MSCI Германия	2,41
MSCI Англия	2,94

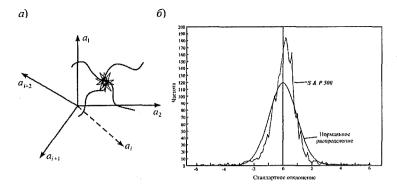


Рис. 8.3. Конкурентное взаимодействие участников рынка, приводящее к равновесию (а) и частотное распределение пятидневных прибылей по индексу S & P 500, январь 1928 — декабрь 1989 гг.: нормальное распределение и действительные прибыли (вероятность события на рынке при трех сигма в два раза выше, чем для гауссовского распределения) (б) (б из [46])

Возникает вопрос, если пространство вложения для рыночного аттрактора примерно 3–4 (т. е. мало), то почему до сих пор не нашелся рыночный паразит (или, более мягко, – инвестор), который не построил модель рынка и не скупил все мировой богатство?

Потому что рынок — открытая система (частично инфинитная, в нашей терминологии), он всегда «развивается», его невозможно «намертво» зафиксировать конечным числом понятий. (Даже, если пространство вложения — 3, то сам вид уравнений, типы взаимодействий и т. п. меняются.) Эффективный способ паразитирования — сделать рынок финитным (для паразитов), что и практикуется (сговоры, ложные слухи и т. д.). Но инфинитное окружение — не только жулье, но и реальное производство, которое, в конечном итоге, и регулирует рыночный аттрактор.

Теперь о «фрактальной биологии». Все показатели развития особенно проявляются в живых системах. Почти что все показатели жизнедеятельности имеют фрактальную размерность (сердцебиение, ЭЭГ и т. п.). Например, фрактальная диагностика ЭЭГ указывает на увеличение размерности при переходе от биологической деятельности (эпилептический припадок — около 2, глубокий сон — 4—4,3) к интеллектуальной ( $d \approx 4,7$ ). Часто конечная размерность на ЭЭГ человека вообще не идентифицируется.

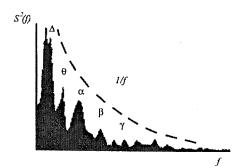


Рис. 8.4. «Симбиоз» детерминистических ритмов и 1/f-флуктуаций [52]

В мозгу человека существует несколько ритмов ( $\Delta$ ,  $\Theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ -режимы). Так вот, их спектральная функция соответствует фликкер-шуму (рис. 8.4), т. е. человеческий мозг — очень неустойчивая система в том смысле, что способна к открытиям и сумасшествию.

Совсем удивительный факт (рис. 8.5): корреляционная размерность интервалов между

активностью полосатого сфинктера уретры (2,57) поразительным образом совпадает с фрактальной размерностью речи человека (вариациями длительности пауз). И в том, и в другом случаях достаточно трех переменных, чтобы промоделировать сексуальный или «речевой» оргазм. И оба они (видимо) связаны с генерацией информации (биологической или интеллектуальной).

Напомним (см. п.1), что огромная база данных собрана по всевозможным социальным явлениям с анализом хвостов распределений, исходя из формулы  $p(x) = C/x^{1+\alpha}$  (стран — по числу ученых, журналов — по числу публикаций определенного профиля, ученых — по числу публикаций, периодических изданий по их цитированию, распределение букв русского алфавита — по частоте встречаемости, национальностей — по численности и т. д.). Общие выводы по всем распределениям характеризуют следующие картинки (рис. 8.6). Так как  $n(x) = C/x^{1+\alpha}$ , то чем больше  $\alpha$ , тем



Рис. 8.5. Половая (электромиографическое отведение от мышц мужчины во время эякуляции; стрелкой показан момент возникновения чувства оргазма (a) [7] и речевая ( $\delta$ ) активность

тоньше хвост (т. е. распределение ближе к устойчивому нормальному).

Длина слова (число букв в слове) определяется свойствами голосового аппарата (физиологией), т. е. не очень творческой природой. Как следствие — хвост тонкий (распределение устойчиво по дисперсии):

 $\alpha=13,4$ . А вот частота использования (встречаемости) тех ли иных слов формируется творческим мозгом (словарным запасом человека), поэтому хвосты толстые:  $\alpha=0,97$  (признак неустойчивости по дисперсии, т. е. «творческости»).

Таким образом, чем более творческий объект (процесс), тем больше α приближается к нулю (неустойчивость). Это обстоятельство порождает

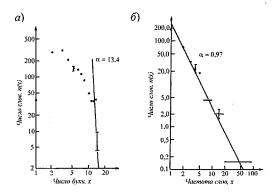


Рис. 8.6. Распределение слов в одной из статей по числу букв в слове (a) и по частоте встречаемости (б) [55] (координаты логарифмические)

нефеноменологический парадокс существующей научной методологии.

К рассмотренным распределениям надо добавить все распределения, описывающие катастрофы, бедствия, землетрясения и т. п. Простейшие из них аналитически можно описать распределением Парето (рис. 8.7):

$$F(x) = \begin{cases} 1 - x^{-\alpha}; & x \ge 1, \ \alpha > 0, \\ 0 & ; x < 1. \end{cases}$$

В системе распределений Пирсона это VI тип (бета-распределение II рода):

$$p(x) = F'(x) \sim x^{-(1+\alpha)}.$$

Пока порядок момента  $n < \alpha$ , мы находимся в условиях действия обычных предельных теорем теории вероятностей, т. е.

$$S_n = \sum_{i=1}^n x_i \xrightarrow[n \to \infty]{} S$$
 (при условии, что  $x_i$  одинаково распределены), т. е.

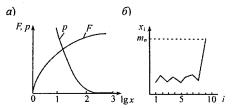


Рис. 8.7. Распределение Парето при  $\alpha=0,5$  (a) и иллюстрация нарушения предельной теоремы (6)

 $\forall i \, x_i$  не вносит определяющего вклада.

При  $\alpha \le 1$ , все моменты расходятся, и в этом случае

$$\lim_{n\to\infty} M[S_n/m_n] = 1/(1-\alpha)$$

(здесь  $m_n = \max\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ ). Так как предел является константой, то это означает, что две последовательности  $S_n$  и  $m_n$  эквивалентны, т. е. сумма эффектов определяется лишь одним максимальным членом  $m_n$  (не действует предельная теорема Чебышева). Это не что иное, как нефеноменологический (сущностный) парадокс классической онтологии теории вероятностей.

Мы уже разбирались в том, что сущность явления (а в теории вероятностей обрабатываются именно характеристики явлений) лежит за пределами фиксируемой предметной области. Для ликвидации парадокса надо по-другому ее зафиксировать, например расширить. Надо, чтобы наблюдаемое явление (  $\lim_{n\to\infty} M[S_n/m_n] = \text{const}$ ) стало сущностью

расширенной предметной области. Это значит, что в теорию должны быть внесены элементы (рациональные конструкции), которые не просто констатируют факт эквивалентности  $S_n \sim m_n$ , но и объясняют его, а значит, и прогнозируют.

Часто вместо того, чтобы разрешить парадокс, пытаются от него уйти. Например, вместо обработки ряда  $\{x_i\}$  обрабатывают ряд логарифмов  $\{y_i = \log x_i\}$ . В последнее время появились всевозможные модели так называемой «самоорганизованной критичности». Пример — куча песка: добавление новой песчинки может вызвать лавину. Но эти теории ровным счетом ничего не объясняют, а только констатируют факт неустойчивости: виновата не конкретная песчинка, а вся куча (экономика, гидрологический режим и т. д.) в целом. Это она находится в критическом состоянии и феноменологически описывается моделями самоорганизованной критичности.

Однако сущность нефеноменологического парадокса ( $S_n \sim m_n$ ), т. е. неустойчивость «кучи», не в ней самой. Неустойчивость лишь условие реализации причинно-следственной связи (песчинка—лавина), но кто создал саму эту неустойчивость?

Выход из тупика заключается в построении динамической модели, при статистической обработке решений которой (т. е. траекторий)

можно было бы получить степенное распределение. Это означало бы, что «погоду»  $(S_n)$  делает не безликая масса событий на траектории  $(x_i)$ , а экстремальные выбросы  $(m_n = \max\{x_i\})$ . Для развивающихся систем такая ситуация — отказ от закона больших чисел и от существующей онтологии теории вероятностей.

Таким образом, надо рассматривать различные пути (сценарии, как говорят) возникновения хаоса («турбулентности») и смотреть, каким образом возникают признаки неустойчивости, тяжелые хвосты, фрактальность. К ним относятся сценарии Ландау—Хопфа, Рюэля—Такенса, удвоения периода (рассмотренный в п.5, рис. 5.6) и др. (см. [24]). Однако ни один из перечисленных сценариев не объясняет фликкер-шум (низкочастотную расходимость спектра).

На феноменологическом уровне описания процесса уравнением ФПК появление тяжелых хвостов связано с неустойчивостью моментов за счет «выбросов»  $m_n = \max\{x_i\}$  на фоне более или менее устойчивой статистической совокупности  $\{x_i\}$ . Значит, процесс (траектория) эпизодически (может быть, «квазипериодически») должен возвращаться в статистически устойчивое состояние. Кроме этого, по мере увеличения продолжительности наблюдений за процессом, длительность «паминарной» фазы должна увеличиваться, точнее, мы должны «натыкаться» на более длительные фазы (это необходимо для расходимости спектра при  $\omega \to 0$ ). На феноменологическом уровне описания, это может быть реализовано либо внешними воздействиями (например, граничными условиями), либо переменными коэффициентами модели, которые зависят («управляются») опять же от внешней среды.

Таким образом, надо иметь такую модель распределения (p, п. 5; p, п. 6; u, п. 7), в которой «внешняя среда» сама бы «дышала», турбулизируя распределение, как движущаяся по ухабам тележка растрясает свое содержимое. Если игнорировать факт перемещения самой «тележки» (считать «систему отсчета» неподвижной — «инерциальной»), то действительно возникают мысли о «самоорганизации» содержимого тележки. Наука со времен Аристотеля пытается найти такие типы «тележек» (системы отсчета), чтобы математическое описание динамики их содержимого не менялось при замене «тележек». Поэтому название частная (или общая) теория относительности — просто исторический курьез: речь в них идет о поисках абсолюта (универсальной «тележки»), это теории абсолютности со своими инвариантами.

#### 8.2. Неинерциальные системы отсчета и их инварианты

Какова история и мотивация создания этих универсальных «тележек»? И речная гидравлика, и теория турбулентности появились не на пустом месте. Они — разделы механики и возникли в силу определенных тупиков (парадоксов, в нашей терминологии), которые появились при эволюции механики как науки (рис. 8.8). Классическая механика Галилея—Ньютона разделилась на прикладную и фундаментальную ветви, каждая из которых также преодолевала свои тупики. В нашем изложении (основанном на работах [4, 5, 9, 10, 54, 62]) ключевыми словами будут «сила тяжести». Почему камень падает вниз? Потому что на камень со стороны Земли действует сила тяжести (учат нас). А что такое сила тяжести? Это та причина, которая вызывает падение камня. Получается логический порочный круг (загибание логики). Выясняется удивительная вещь: никакой силы тяжести не существует (вернее она существует как бы «не совсем»).

Создание механики началось с Аристотеля. По логике его рассуждений состояние движущейся материальной точки описывается тремя координатами  $\vec{r}=(x,y,z)$  [4],  $d\vec{r}/dt=\vec{f}(\vec{r})$ , где  $\vec{f}=(f_x(\vec{r}),f_y(\vec{r}),f_z(\vec{r}))$  описывает воздействие внешних сил. У него

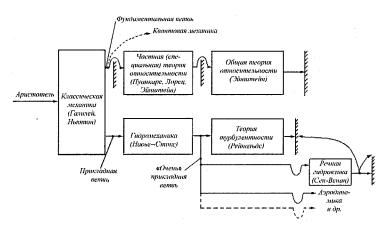


Рис. 8.8. Примерная схема эволюции механики

было много «глупостей» (еще больше - не глупостей), но главное - это постулирование абсолютной системы отсчета – Земли. Отсюда птолемеевская геоцентрическая система, разрушение которой потихоньку подвело к созданию классической механики Галилея-Ньютона. По Ньютону, к трем координатам (x, y, z) добавляются три составляющие скорости  $\vec{\upsilon} = (\upsilon_x, \upsilon_v, \upsilon_z)$ , и уравнения движения материальной точки  $\vec{F}(\vec{r})$ действием массой внешней силы пол имеют  $d\vec{r}/dt = \vec{\upsilon}, \ m \cdot d\vec{\upsilon}/dt = \vec{F}(\vec{r})$ . (Если ускорение  $d\vec{\upsilon}/dt$  мало, то оба подхода совпадают.) Четыре известных закона Ньютона базируются на двух основополагающих принципах Галилея.

Во-первых, им было осознано, что быть тяжелым или легким зависит не только от тела, но и от окружающей среды («инфинитного окружения», в нашей терминологии): полено на воздухе тяжелое (можно убить), а в воде легкое (даже не тонет) — «все тела тяжелые».

Во-вторых (главное) — это принцип относительности: любое тело можно сделать неподвижным, если принять его в качестве тела отсчета. По-другому: механические явления происходят одинаково в неподвижной или в подвижной (но движущейся прямолинейно и равномерно) системах отсчета.

Системы отсчета, в которых на тело не действуют никакие силы, называются инерциальными (говорят «тело движется по инерции»). Переход от координат одной инерциальной системы к координатам другой описывается преобразованиями Галилея:  $x = x' + \upsilon't'$ , y = y', z = z', t = t'. Этими формулами напрочь отвергается идея Аристотеля об абсолютной (выделенной) системе отсчета, т. е. об абсолютном движении (с центром на Земле). Систем может быть сколько угодно, лишь бы они были инерциальны.

Говорят, что законы механики инвариантны (не меняются) относительно преобразований Галилея. Действительно, пусть имеется уравнение  $m \cdot d^2 \vec{r} / dt^2 = \vec{F}$  и t = t',  $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{\upsilon} \cdot t$ . В теории Ньютона предполагается, что сила  $\vec{F}$  и масса m являются абсолютными величинами, т. е. одни и те же в инерциальных системах отсчета  $(m = m', \vec{F} = \vec{F}')$ . Поэтому (считая, что  $\partial \upsilon / \partial t = 0$ ) получим:  $m'd^2(\vec{r} + \upsilon t) / dt^2 = \vec{F}' = m'd^2 \vec{r} / dt^2 = md^2 \vec{r} / dt^2 = \vec{F}$ , т. е. второй закон Ньютона инвариантен относительно преобразований Галилея. Все это

в нашей терминологии можно назвать онтологией классической механики. На ее основе действует практическая космонавтика и небесная механика. Но если онтология Галилея—Ньютона так хороша, то откуда появилась частная теория относительности? Давайте ее (онтологию) «ругать» (вместе с автором работы [9]).

Во-первых, вся классическая механика действует только в инерциальных системах отсчета (поэтому и были введены абсолютные пространство и время, чтобы на бесконечном расстоянии существовали инерциальные системы отсчета). В ускоренно движущихся системах отсчета пространство перестает быть однородным и изотропным, а время перестает «течь» равномерно. Преобразования Галилея теряют смысл, нарушается инвариантность законов, не действует закон сохранения механической энергии, так как при переходе к ускоренно движущимся системам отсчета возникают таинственные силы инерции. Они, как и сила тяготения, неконтактны, а еще и не имеют материального носителя (мистика, хотя они оказывают самое реальное воздействие: резко тормознул — шишка; сила Кориолиса — подмыв берега и т. п.). Силы инерции возникают при ускорениях, торможениях, вращениях, колебаниях. Их часто называют фиктивными, так как неясно, откуда они берутся.

Во-вторых, все основано на принципе инерции, «утверждающим» существование некой инерциальной системы отсчета, в которой (при отсутствии сил) тело движется равномерно и прямолинейно. Но кто это наблюдал? Даже, если бы удалось такое увидеть, возникает вопрос: относительно чего тело движется равномерно и прямолинейно. Ответ только один: относительно той же инерциальной системы отсчета. Это логический порочный круг (загибание логики, нефеноменологический парадокс). А потом, как узнать, что на тело «не действуют силы»? Сплошная метафизика.

А что такое абсолютное, пустое пространство? Или абсолютное время? Ведь люди пришли к понятию времени, наблюдая изменения вещей. Как вообще можно применить эти понятия к закону Ньютона  $m \cdot d^2 \vec{r} / dt^2 = \vec{F}$ ?

Действительно:

1. Относительно чего измеряются ускорения? Относительно инерциальной системы отсчета — «говорит» Ньютон. Но к какому телу ее привязать в абсолютной пустоте?

2. Для определения ускорения  $d^2\vec{r}/dt^2$  надо иметь понятие времени. Но по Ньютону абсолютное время не зависит ни от чего (в частности, и от движения тел), а следовательно, его никак не определить.

И тем не менее классическая механика — не только философия и мистика, но и наука, т. е. в ней есть элементы того, что можно обосновать, и что признается каждым человеком. На ней построена вся наблюдательная астрономия, машины, механизмы, гидромеханика, речная гидравлика и т. д. Зачем тогда люди стали ее обобщать и придумали какую-то «специальную теорию относительности»? Зачем практически была нужна какая-то новая теория тяготения? Все-таки все перечисленные парадоксы и тупики носят характер философский, метафизический. Для того чтобы замахиваться на Ньютона, нужен был тупик практического характера.

Этот тупик появился в связи с изучением электромагнитных полей. Слово «поле» чуждо онтологии Галилея—Ньютона, где все процессы происходят с некими абстракциями, именуемыми материальными точками, причем воздействие между ними происходит мгновенно. Так вот, оказалось, что уравнения электромагнитного поля Максвелла (мы «опускаем» все, что к ним относится: это захватывающий детектив, связанный с охотой на эфир) не инвариантны относительно преобразований Галилея, т. е. вступают в противоречие с его принципом относительности. Таким образом, в науке возник очередной нефеноменологический парадокс. Возник он из-за того, что предметная область классической механики была расширена на новый класс физических явлений (электромагнитных), с которыми не могла справиться старая онтология. Поэтому классическая механика была расширена до специальной (частной) теории относительности.

Барьер был преодолен двумя шагами:

- 1. (Главный.) Был сформулирован новый (по сравнению с принципом относительности Галилея) умозрительный принцип, который опять все свел к целому классу привилегированных систем отсчета, в которых уже расширенная теория (механика плюс электродинамика) не меняется при переходе от одной системы к другой.
- 2. Был взят на вооружение эмпирический факт постоянства скорости света (во всех инерциальных системах отсчета она одинакова и не зависит от направления).

Вместо преобразований Галилея надо использовать преобразования Лоренца  $(t=(t'+(\upsilon/c^2)x')/(\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}), x=(x'+\upsilon t')/\sqrt{(\sqrt{1-(\upsilon/c)^2})}, y=y', z=z';$  при  $\upsilon/c<<1$  они переходят в формулы Галилея, которые отвергают ньютоновские постулаты об абсолютности пространства и времени  $(t'=t, \Delta x'=\Delta x)$ . Вместо раздельно существующих пространства (M=(x,y,z)) и времени (t) было введено 4-мерное пространство событий (M=(x,y,z,t)) с интервалом  $S_{12}$  между событиями (постранственно-временными «точками»  $(x_1,y_1,z_1,t_1)$  и  $(x_2,y_2,z_2,t_2)$ ), определяемым формулой

$$(S_{12})^2 \equiv c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2, \tag{8.1}$$

где c — скорость света.

Если в абсолютном пространстве Ньютона инвариантом преобразований (Галилея) является отрезок (  $\Delta x' = \Delta x$ ), то в пространстве событий (также абсолютном, но в более широком смысле) инвариантом преобразования (Лоренца) является интервал  $(S_{12})^2 = (S_{12}')^2$ . Так как интервал, в рамках формулы (8.1), определяется с нарушением теоремы Пифагора, то геометрия введенного пространства не является евклидовой. В подобных «псевдоевклидовых» пространствах квадраты интервалов могут быть положительными, нулевыми и отрицательными. В них возникает много релятивистских эффектов («сокращение» длин, эффект близнецов и т. д.), на которых мы не останавливаемся.

Дальнейший ход событий, изображенных на верхней ветви рис. 8.8, т. е. переход к общей теории относительности, это уже личная «заслуга» Эйнштейна, хотя основные идеи были им заимствованы у других. Онтологического тупика, диктуемого практическими потребностями, не было. Был тупик умозрительный, так как всем было ясно, что само понятие инерциальной системы отсчета метафизично и реализуемо только приближенно (скажем, гелиоцентрическая система отсчета). Поэтому Эйнштейн и предпринял попытку дальнейшего расширения принципа относительности (безразличия к выбору системы отсчета — «тележки») на ускоренные системы отсчета. В основе этой попытки лежал его принцип эквивалентности: поле тяготения в инерциальной системе можно заменить «полем сил инерции» в ускоренной системе.

В основе этого принципа лежит идея Э. Маха о том, что для ускоренных систем отсчета сила в одной системе может выступать в качестве силы тяжести, а в другой — силы инерции (силы инерции и гравитации взаимопревращаемы). Подоплека этой идеи в том, что Мах вообще выступал против метафизики Ньютона и пытался показать, что инерция порождается не пустым пространством, а массами, содержащимися в пространстве. Эту идею (зависимость свойств пространства от распределения и движения массы) и взял на вооружение Эйнштейн.

Реализация этой идеи потребовала расширить принцип относительности применительно к ускоренным (в частности, вращающимся) системам (заменить преобразования Лоренца на нелинейные). В ускоренных системах возможны только криволинейные системы координат; сами координаты теряют метрический характер, а время — свой физический смысл. Появилась идея связи геометрии пространства и гравитации. На вооружение были взяты так называемые неевклидовы геометрии (рис. 8.9) — n-мерные многообразия (искривленные пространства). Аналог интервала (8.1) в них выражается уже не через конечные приращения, а через дифференциалы координат

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2,$$

причем подобная «локальная» метрика реализуется только в касательным (к многообразию) пространстве (пространстве Минковского), а в общем случае имеет место выражение

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^{\alpha} dx^{\beta}$$
 (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3),

в котором коэффициенты  $g_{\alpha\beta}$  являются функцией координат  $x^i$  (i=1,2,3) и времени ( $x_0=ct$ ), т. е. пространство предполагается неоднородным. Метрические свойства «сидят» в компонентах тензора в  $g_{\alpha\beta}$ , а не в координатах, которые могут быть любыми.

Так как  $g_{\alpha\beta}$  зависят от  $x^i$ , то они образуют поле. Но оно может быть как истинным в конечной области (гравитационным), так и фиктивным полем сил инерции при переходе в ускоренную систему отсчета (в бесконечно малой окрестности точки эти поля совпадают). Критерием их различия, как выяснилось, служит тензор Римана  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , составленный из первой и второй частных производных от  $g_{\alpha\beta}$ . Поле

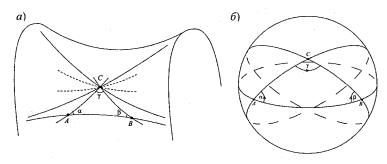


Рис. 8.9. Искривленные пространства Лобачевского (а) и Римана (б) [9]

гравитационное, если  $R_{\alpha\beta\gamma\delta} \neq 0$ : тяготение есть искривленность пространства—времени.

Уравнения гравитации обобщают полевое выражение закона тяготения Ньютона

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi k \rho , \qquad (8.2)$$

где  $\Phi$  — гравитационный потенциал; k — гравитационная постоянная Ньютона;  $\rho$  — плотность распределения материи. Так как Эйнштейн стремился к инвариантности (ковариантности) при любых преобразованиях координат, то необходимо, чтобы в обеих частях уравнения, обобщающего (8.2), стояли тензоры. Правую скалярную часть заменил тензор плотности энергии источников, создающих гравитационное поле (так называемый тензор энергии—импульса, построенный еще в рамках СТО):  $T_{\mu\nu} = \rho c^2 u_{\mu} u_{\nu}$ , где  $u_{\mu}$  — вектор 4-скорости. Левую часть представляют компоненты метрического тензора  $g_{\alpha\beta}$  — преобразованный тензор  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ :

$$R_{\alpha\beta} - 0.5Rg_{\alpha\beta} = \chi T_{\alpha\beta},\tag{8.3}$$

где  $\chi = 8\pi k/c^4$  — гравитационная постоянная Эйнштейна. Метафорическая интерпретация уравнения (8.3) по Дж. Уилеру примерно такая: пространство указывает материи, как двигаться, а материя — простран-

ству, как искривляться. Но если «как двигаться» телу «указывает» пространство, а не «сила тяжести», то «логика распрямляется». Парашютист, летящий камнем вниз до раскрытия парашюта, не испытывал никакой «силы тяжести». Куда она делась? Никуда. Ее и не было [9]. Поле  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  не имеет силового характера и неуничтожимо («инвариантно» в каком-то смысле), но первые производные от  $g_{\alpha\beta}$  («силы») можно уничтожить выбором «локально-инерционной» системы координат. Таким образом, о «силе тяжести» можно говорить только как о фиктивной силе инерции.

Почему планеты не падают на Солнце? Потому что на них не действует сила. А почему же они движутся вокруг него? Потому что «Солнце указывает пространству, как ему искривляться, а пространство указывает планетам, как им двигаться» [9]. А как двигаться? По «геодезическим линиям», т. е. наикратчайшим путем в искривленном пространстве (по криволинейным замкнутым орбитам).

В общем случае любые, первоначально (локально) расходящиеся траектории, на больших масштабах пространства—времени пересекутся (глобально «ситуация» замкнута). Удивительно, но из-за нелинейности уравнений Эйнштейна гравитационное поле «может быть источником самого себя» («антимаховские миры»): пространство—время — абсолют, который может существовать без вещества. Как тут не вспомнить Г. Державина:

«...Дух всюду сущий и единый, Кому нет места и причины, Кого никто постичь не мог, Кто все собою наполняет, Объемлет, зиждет, сохраняет, Кого мы называем: бог...»

Чего же удивляться известному выражению Эйнштейна «бог не играет в кости» — не очень то в них поиграешь на геодезических: всем командует кривизна. От безнадежности спасают сингулярности (типа черных дыр или «Большого взрыва»), неустранимые никакими преобразованиями систем отсчета. Их наличие делает ситуацию частично инфинитной (почти в прямом смысле этого слова), закрывая возможность предсказания будущего.

## 8.3. Механизм турбулизации кривых плотности вероятности

В предыдущем разделе мы видели, что основные усилия ученых направлялись на то, чтобы «объективные» модели реальности не зависели от «субъективной» системы отсчета. Но и объективность, и субъективность – это чисто гносеологические категории. Они имеют смысл только в переходном гносеологическом режиме от одной онтологии к другой. Если в очередной онтологии логика не «загибается» (до определенного момента), то существуют общезначимые логические правила получения псевдоинформации. Поэтому весь пафос продвижения по верхней («фундаментальной») ветви (см. рис. 8.8) сводится к овладению «абсолютной» онтологией. В ней «система отсчета» вообще играет вспомогательную роль: на какой «тележке» ни поедешь, но в целом ситуацию определяет «дорога» (ее «кривизна»).

Пока эту кривизну дороги («геометрию») определяли «маховские миры» (т. е. ландшафты местности, по которой проходит дорога: горы, озера — «массы»), а именно это имелось в виду во время создания ОТО, то новый «абсолют» вел себя тихо. Разбушевался он, когда выяснилась его «самодостаточность» и без «масс». На «место» его «поставили» сингулярности, не дав всей науке превратиться в тавтологию.

Таким образом, зрительно ситуацию можно представить как не-

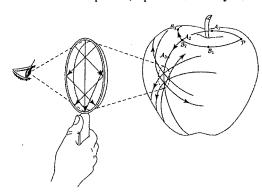


Рис. 8.10. «Ученый» проводит локальное изучение римановой геометрии пространства—времени (линии на «яблоке» — геодезические, т. е. кратчайшие пути между двумя точками в искривленном пространстве) [9]

кое яблоко (искривленное пространство) или (наукообразно) - многообразие, «помещенное» в никуда, «пространство влот. е. отсутствует жения» (рис. 8.10). Изучать этот объект можно только локально - «ученому» нечем руководствоваться, кроме локальной геометрии той «поверхности», части которой OH находится. Полностью изучить это «яблоко» не дают сингулярности, делая процесс познания открытым.

А теперь вспомним наши модели, приводящие к уравнению ФПК (даже, если искомая функция не плотность вероятности, а скорость течения или плотность населения):

$$\frac{\partial p(Q,t)}{\partial t} = -\frac{\partial (A p)}{\partial Q} + 0.5 \frac{\partial^2 (B p)}{\partial Q^2}.$$

Независимая переменная в нем (Q) играет роль «пространственной» координаты. Формально-математически она — независимая переменная. Независимая от чего? От искомой функции p (так же, как геометрия Эйнштейна независима от распределения масс и полей). Можно даже нарисовать что-то похожее на «яблоко» на рис. 8.11: n-мерное многообразие (n-мерную плотность вероятности  $p(Q_i)$ ). Однако в данном случае об инвариантности (например,  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(Q_1,...,Q_5) dQ_1,...,dQ_5 = \text{const}$ ) можно говорить, пока происходит перераспределение вероятности только по «пространству»  $(Q_1,...,Q_5)$ .

Развитие — появление новых свойств ( $Q_6$ ) — требует перенормировки. Можно взять (в качестве примера) и рис. 7.11,  $\epsilon$ , очень похожий на яблоко. В нашем случае многообразие уже куда-то «вкладывается», у «пространства вложения» есть топологическая размерность, превос-

у «пространства вложения» сеть то ходящая фрактальную, характеризующую многообразие «само по себе». Однако это «само по себе» не более, чем иллюзия: многообразие только проекция «чего-то» на то пространство, координаты которого (фазовые переменные) нами как-то освоены.

Проводя псевдоаналогию «дальше» и считая величину р «аналогией» кривизны, можно вслед за Уилером сказать, что плотность вероятности указывает фазовым переменным, как концентрироваться, а фазовые переменные указывают плотности вероят-

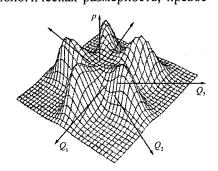


Рис. 8.11. Пятимерная плотность вероятности (за основу взят один из примеров многомерной собственной функции нелинейной среды, построенной для нелинейного уравнения теплопроводности [32])

ности, как искривляться — распределяться. Роль «кривизны» может играть скорость течения или плотность населения. Наивно думать, что скорость u (или плотность  $\rho$ ) более материальны, чем плотность вероятности. И то, и другое — «выдумки». Скорость также нельзя пощупать, как и плотность вероятности, но обе эти характеристики можно измерить.

Что делает подобную модель познания открытой? Своеобразная сингулярность. Роль поля, порождающего ее в данном случае, «играет» ситуация, при которой не существует стационарного распределения указанных выше характеристик (всего в целом или по моментам типа толстых «хвостов» при неустойчивости по дисперсии). Будем называть такую неустойчивость турбулизацией  $p(Q_1, ..., Q_i, ...)$ . Как она реализуется?

Для ответа на этот вопрос надо знать свойства двух объектов: модели для  $p(Q_1, ..., Q_i, ...)$  и свойства той неучтенной явно (а также неявно, в коэффициентах) инфинитной реальности, которая «стучится» в пространство фазовых переменных. С математической точки зрения уравнение ФПК принадлежит к параболическому типу, который изучен (см. п. 3.1). Проблемы могут возникнуть только при отсутствии стационарных распределений (при  $G_{\tilde{c}} \sim \bar{c}$ ). Именно это состояние мы и называем «турбулизацией p(Q)» (фактически – ее расползанием).

Если для уравнений теплопроводности (в том числе и для таковых с нелинейным источником [48]) найдены автомодельные решения, то для уравнения ФПК при переходе к новым фазовым координатам инвариантность не сохраняется (см. [27]): другая фиксация предметной области ведет к изменению значений коэффициентов сноса и диффузии как функций новых переменных (универсальной гносеологической «тележки» не существует, в отличие от того, что было рассмотрено в п. 8.2). Каждая «тележка» трясется по-своему.

Эта «тележка» (система отсчета), в свою очередь, может быть размещена на другой «тележке», и т. д. В рамках модели ФПК турбулизацию функции p(Q) может вызвать в первую очередь то инфинитное окружение, которое влияет на соотношение  $G_{\widetilde{c}}$  /  $\overline{c}=\beta$ . Это влияние не должно быть однозначным и постоянным. Действительно, если на протяжении длительного интервала  $\beta\approx 2$ , то это означает, что изучаемая предметная область, которую мы описываем вероятностным распределением p(Q), перестает существовать как объект познания с помощью статистических закономерностей (p(Q)) не сходится ни к какому устойчивому распределению). В этом случае надо по-новому зафиксировать

предметную область (например, p(Q, E)) и изучать ее (а значит, и управлять) в рамках «расширенного» двумерного распределения. Если же  $\beta(t)$  — вяло изменяющаяся функция, которая эпизодически (или периодически) создает неустойчивость по моментам, то мы все-таки можем оставаться в рамках традиционных распределений, но при этом «удивляться», например, толстым хвостам.

Все наши примеры, так или иначе, как раз предполагают квазипериодические изменения  $\beta$ . В географии — это вековые колебания климата (например), в капиталистической экономике — периодические спады и подъемы деловой активности, в речной турбулентности — автоволновые процессы в потоке в целом. В свое время Сталин вынужден был периодически корректировать  $\beta$ , повышая «нормы выработки» и заставляя моду распределения смещаться вправо (при Брежневе этого не делалось — результат налицо). Рассмотрим ситуацию более подробно на примере речных потоков.

Турбулентность вызывается тем, что в потоке в целом возникают квазипериодические изменения гидравлических характеристик, делающие эпюру скорости неустойчивой по моментам и более выровненной (см. п. 7). Ранее (см. [16]) была получена формула для периода этих изменений, исходя из системы Сен-Венана (уравнений (7.5), (7.6) при  $\gamma = 0$ ). Если предположить, что информация об уровне (и его изменениях по времени и координате) известна из измерений, то система (7.5), (7.6) для фиксированного створа сводится к уравнению Риккати, которое преобразуется к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$d^{2}y/dt^{2} - R(t)y = 0, (8.4)$$

где  $R(t) \approx (I-i_0)g^2/C^2h$ , а переменная y связана рядом преобразований с расходом воды (или средней по сечению скорости). При  $R_1 > 0$  уравнение (8.4) имеет «колебательные» решения с периодом

$$T \approx \frac{\pi C h^{0.5}}{g\sqrt{I - i_0}},\tag{8.5}$$

который хорошо согласуется с экспериментальными результатами (см. [16]).

Появление отрицательных значений R объясняется зависимостью гидравлических сопротивлений от ускорения

$$\frac{\lambda_{\text{HCT}}}{\lambda_{\text{VCT}}} \approx \frac{1}{1 + \overline{\omega}^2 / 4} - \frac{2.5 + \overline{\omega}^2 / 2}{1 + \overline{\omega}^2 / 4} \overline{N}, \qquad (8.6)$$

где  $\overline{\omega}$  и  $\overline{N}$  — безразмерные частота и ускорение [16]. При учете выражения (8.6) в уравнениях Сен-Венана появляются два новых слагаемых, равных примерно (при малых  $\overline{\omega}$ ) — $\gamma\lambda_{\rm ycr}dU/dt$  и — ( $\overline{\omega}^2/4$ ) $\lambda_{\rm ycr}U^2/h$ . С учетом этого обстоятельства выражение для R(t) принимает вид:  $R(t) \approx -(\overline{\omega}^2/4)(I-i_0)g^2/C^2h(\gamma\lambda_{\rm ycr}-1)^2$ . Следовательно, период T будет отличаться от значения, подсчитанного по формуле (8.5), на величину  $((\gamma\lambda_{\rm ycr}-1)^2/(\overline{\omega}^2/4))^{0.5}$ . Наиболее надежные данные (р. Тверца) по выявлению периодичности (см. табл. 2.3.2 из работы [24]) показывают, что периоды, рассчитанные по формуле (8.5), не очень сильно отличаются от экспериментальных значений.

Возникает вопрос: если периодические решения создает зависимость сопротивлений от ускорений, то почему формула (8.5), которая получается при классическом задании сопротивлений (при игнорировании знака перед R(t)), дает правильный порядок величин для T? И вот тут нам пригодится принцип эквивалентности сил тяжести и инерции. Учет влияния ускорения на сопротивления приводит к появлению двух новых членов в динамическом уравнении системы Сен-Венана (чисто инерционных по своей природе, т. е. «фиктивных»). Без их учета мы никогда бы не получили нужный знак у R(t). Появление этих «сил» эквивалентно изменению силы тяжести, «сидящей» в уклоне. А так как подкоренное выражение в формуле (8.5) можно записать  $I-i_0=i_0-\partial h/\partial x-i_0$ , то добавление новых слагаемых к  $i_0$ , имеющему разные знаки, периода не меняет. Кроме этого, соответствие формулы (8.5) натурным данным указывает на существование своеобразной инвариантности:  $(\gamma(\overline{\omega})\lambda_{\text{VCT}} - 1)^2 \approx \overline{\omega}^2 / 4$ . «Гидромеханическую тележку» трясет с частотой, определяемой λ и условиями на границах рассматриваемого участка реки, создающих геометрию «резонатора» ( $-\partial h/\partial x$ ). Следовательно, квазипериодические изменения «коэффициента сноса»

в уравнении, описывающем распределение скорости по глубине (см. п. 7), создаются инфинитной (для гидромеханического поля) реальностью (шероховатостью и режимом речного стока).

«Квазипериодичность» возникает из-за того, что реально мы имеем задачу на собственные значения (Штурма—Лиувилля), и полученный период соответствует наименьшему собственному значению. Так как мы имеем дело не просто со временем t или координатой x, а с инвариантом  $p = t + x/U_0$ , то аналогичные рассуждения приводят к формуле для пространственного периода (см. [15]):

$$L=\frac{\pi Ch^{0.5}U_0}{g\sqrt{I-i_0}},$$

получающейся из уравнения

$$d^2y/dx^2 - k(x)y = 0,$$

где y — переменная, связанная преобразованиями со скоростью, а k(x) < 0. Для любого конечного участка русла длиной  $l = [x_0, x_k]$ , на концах которого принимается отсутствие отклонений от квазиустановившегося режима  $(y(x_0) = y(x_k) = 0)$ , существуют нетривиальные решения (собственные функции):

$$y_n(x) = a_n \sin \frac{\pi n}{l} x$$

(здесь  $a_n$  – амплитуда волны; n = 1, 2, ...) при собственных значениях

$$k = (g^2 / U_0 C^2 h)(I - i_0) = k_n = \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2.$$

Если величина  $g^2/U_0C^2h$  постоянна на участке длиной l, то квантомеханический аналог энергии  $(I-i_0)$  принимает дискретные значения:

$$(I - i_0)_n = \frac{\pi g^2}{U_0 C^2 h l^2} n^2$$

(при n=0  $I=i_0$ , т. е. имеем «равномерный» режим; в квантовой механике это означает отсутствие частиц, а у нас — отсутствие низкочастотных пульсаций).

По аналогии с квантовой механикой (см. [1, 38]) можно рассматривать различные варианты изменения «потенциала»  $i_0$ . Например, в случае потенциальной ямы (горизонтальный участок реки с  $i_0 = 0$  длиной l, который начинается и заканчивается водопадом, рис. 8.12, a) имеем дискретный набор  $y_n(x)$ , т. е. гидромеханическое поле (эпюру u(h)) трясет не периодический процесс, а «пила» с частоколом зубьев (см. рис. 8.2,  $\delta$  в диапазоне от  $10^{-2}$  до  $10^0$  рад/с).

Другим простейшим аналогом моделей в квантовой механике служит потенциальный барьер (рис.  $8.12 \ \delta$ ):

$$k \sim I$$
 при  $x < x_0$   $k \sim I - i_0$  при  $x > x_0$ .

Если при  $I>i_0$  (энергия больше потенциального барьера; на гидравлическом языке — конфузор) «волна» y частично отражается, частично проходит в конфузор, то в случае  $I< i_0$  (диффузор), хотя и нет полного запрета на появление «волн» при  $x>x_0$  (из-за «квантового» эффекта), но зона их проникновения оказывается экспоненциально малой. Возможно, что описанные эффекты имеют отношение и к грядообразованию, но пока эта аналогия в основном умозрительна.

Чего мы добивались? Мы хотели объяснить одним и тем же механизмом (частично инфинитным) турбулизацию всего распределения или неустойчивость отдельных моментов. Достаточно даже только толстых хвостов, чтобы объяснить фликкер-шум (расходимость спектра на

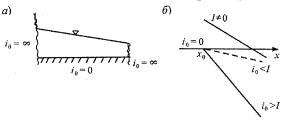


Рис. 8.12. Гидро-квантовомеханическая аналогия: a — потенциальная яма;  $\delta$  — потенциальный барьер

низких частотах). Толстые хвосты идентифицируются, если система открыта влиянию окружения. В зависимости от степени этой открытости (т. е. значений β) имеем либо устойчивое стационарное распределение

(действует закон больших чисел), либо проблемы, вплоть до развала если не самой изучаемой предметной области, то устойчивой картины ее функционирования у нас в голове. Быть открытым — значит быть «творческим».

Любой фрагмент реальности является «творческим». На рис. 8.13 приведены результаты непрерывного измерения скорости и глубины в 12 метровом гидравлическом лотке лаборатории водных исследований РГГМУ. Ничего, казалось бы, «творческого» в нем нет, но спектр

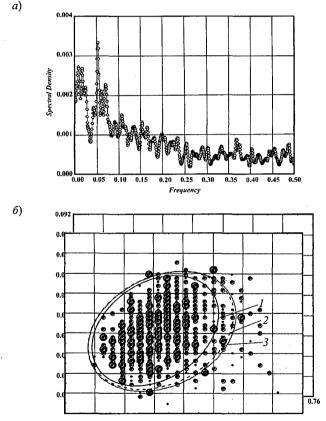


Рис. 8.13. Спектр мощности (a) и фазовая плоскость ( $\delta$ ), полученные по результатам измерений в гидравлическом лотке:

<sup>1, 2</sup> и 3 – положение эллипса рассеяния при увеличении продолжительности наблюдений за скоростью и уровнем, отложенных по осям в условных единицах

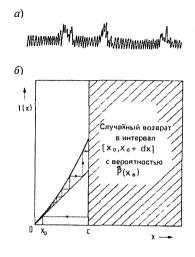


Рис. 8.14. Примеры режима перемежаемости (a) и отображения, «заставляющего» траекторию возвращаться на «растягивающий» участок  $(\delta)$  [60]

мощности степенной, а фазовая траектория непрерывно расширяет область своего существования по мере увеличения продолжительности наблюдений. Это происходит потому, никакой фрагмент реальности мы не можем (в отличие от его модели) зафиксировать совершенно жестко (изолировать от других предметных областей): то варьируют обороты насоса, подающего воду в поток (из-за колебаний напряжения в сети), то тяжелый грузовик проедет по улице здание задрожит, или оба эти явления произойдут одновременно и т. д. Если бы приборы были очень чувствительными, то можно «поставить задачу» для лотка быть фиксатором всего, что происходит в мире (хотя бы в области механики). Ло-

ток — это кусок голограммы мироздания и в нем, хотя и смутно, отражается все, что содержится в голограмме (точнее в динамической голограмме — голорезе).

Конечно, все это анекдотично, но в принципе так и есть. Поэтому методика нелинейной динамики парадоксальна не только частностями, типа  $S_n / \max\{x_1, x_2, ..., x_n\} = \mathrm{const}$ , но и общенаучным стремлением зафиксировать объект познания аттрактором (пусть даже глобальным). Нужна методология, которая бы описывала эволюцию самого аттрактора (его геометрию и фрактальную размерность).

К фликкер-шуму приводит перемежаемость, когда спокойную («ламинарную») фазу существования системы сменяют хаотические всплески (рис. 8.14, a). Это происходит, например, когда у отображения есть как «растягивающие» участки с притяжением на бесконечности, так и «сжимающие», заставляющие траекторию возвращаться в заданную область  $0 \le x_0 < c$  (рис. 8.14, 6). Таким примером служит отображение

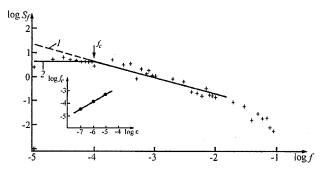


Рис. 8.15. Спектр мощности для отображения  $x_{n+1} = x_n + x_n^z + \varepsilon \mod 1$  при z = 5/2 [60]:  $I - \varepsilon = 0$ ;  $2 - \varepsilon \neq 0$ 

$$x_{n+1} = x_n + x_n^z + \varepsilon \operatorname{mod} 1 \tag{8.6}$$

(mod 1 в данном случае «заставляет» траекторию возвращаться на растягивающий участок). На рис. 8.15 представлен спектр мощности отображения (8.6), указывающий на расхождение при низких частотах:  $\lim_{f\to 0} S_f \sim 1/f^\delta$ .

Если рассматриваемую ситуацию перевести на язык дифференциальных уравнений (да еще добавить аддитивный шум), то вместо отображения (8.6) получим уравнение:

$$dx/dt = \varepsilon + ax^2 + g\xi(t),$$

где  $<\xi(t)>=0$ ,  $<\xi(t)\xi(t')>=\delta(t-t')$ ,  $g^2$  — интенсивность шума. Этому стохастическому уравнению соответствует уравнение ФПК с коэффициентами сноса и диффузии:  $A=(\varepsilon+ax^2)$ ,  $B=g^2$ . Очевидно, что продолжительность ламинарной фазы зависит от A и B, а конкретнее — от потока вероятности G на интервале [0, c]:  $\tau \sim G^{-1}$ , где  $G=(\varepsilon+ax^2)p-0.5g^2\partial p/\partial x$ . А может ли быть «перемежаемость» на интервале  $(-\infty,\infty)$  для линейного формирующего фильтра, с коэффициентами сноса и диффузии:

$$A = (\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}})x - 0.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} + \overline{N};$$
  

$$B = G_{\widetilde{c}}x^2 - 2G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}x + G_{\widetilde{N}}?$$

Если «обнулить» все шумы ( $G_{\widetilde{c}}=0;~G_{\widetilde{N}}=0;~G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}=0$ ), то придем к динамической модели:  $p(Q) \to \delta(Q-Q_0)$ , т. е. продолжительность «ламинарной» фазы  $\tau \sim G^{-1} \to \infty$ .

При ненулевых шумах  $(G=Ap-0.5\partial(Bp/\partial^2x)\neq 0$ , но при  $G_{\widetilde{c}}<<\overline{c}$ ) имеет место стационарное распределение (бесконечность не является областью притяжения); имеем только «ламинарную» фазу (т. е. случайный процесс без нарушения предельной теоремы Чебышева:  $\lim_{n\to\infty}(S_n/\max\{x_1,x_2,...,x_n\})\to\infty$ ). Расходимость на низких частотах возникает, если появляется распределение  $p(\tau)$ . Создать его может только та реальность, которая управляется параметрами  $G_{\widetilde{c}}$  и  $\overline{c}$  (в частности, для модели формирования многолетнего стока — режим испарения), например, квазипериодически создает ситуации, когда  $G_{\widetilde{c}}\to \overline{c}$  (рис. 8.16). Если неустойчивость ограничивается дисперсией D, то есть возможность создать совместное распределение p(Q,E); если же неустойчив и первый момент  $m_1$ , то это означает, что управление бассейном полностью передается переменной E.

Как выяснилось в п. 5, в речном бассейне действует конкурентное взаимодействие между фазовыми переменными  $Q_i$ . Известно также, что для большого периода осреднения уравнение водного бассейна имеет вид  $\dot{X} = \overline{Q} + \overline{E}$ , т. е. остается только два конкурента  $(Q \cup E)$  за ресурс  $(\dot{X})$ . Гидрологи интересуются в основном

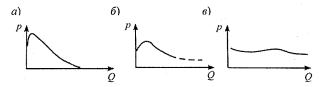


Рис. 8.16. Распластывание плотности вероятности при переходе неустойчивости от асимметрии (a) к дисперсии (b) и к норме (b)

расходом воды. Стохастически обобщая динамическую модель  $dQ/dt = -(1/k\tau)Q + \dot{X}/\tau$ , они приходят к уравнению ФПК и семейству кривых Пирсона (его стационарному решению). Но аналогичное уравнение можно записать и для испарения:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{k_E \tau_E} E + \frac{\dot{X}}{\tau_E},$$

где  $k_E = E / X$  — коэффициент испарения;  $\tau_E$  — время релаксации испарительной емкости бассейна. Стохастически обобщая это уравнение, приходим к уравнению ФПК для p(E) с коэффициентами сноса и диффузии:

$$A_E = -(\overline{c}_E - 0.5G_{\widetilde{c}_E})E - 0.5G_{\widetilde{c}_E\widetilde{N}} + \overline{N};$$

$$B_E = G_{\widetilde{c}_E} E^2 - 2 G_{\widetilde{c}_E \widetilde{N}} E + G_{\widetilde{N}},$$

где  $G_{\widetilde{c}_{E}\widetilde{N}}$  больше (видимо) нуля, что приводит к отрицательному (пока это умозрительное предположение) коэффициенту асимметрии для распределения p(E).

Пока  $G_{\widetilde{c}_E} << \overline{c}_E$  и  $\overline{c}_Q >> G_{\widetilde{c}_Q}$  обе предметный области (стоковая и испарительная) могут рассматриваться независимо друг от друга, но в случае отсутствия стационарных распределений их надо рассматривать совместно. Так как  $c_Q = \dot{X}/Q = (Q+E)/Q; \ c_E = \dot{X}/E = (Q+E)/E$ , то получим систему уравнений:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q+E}{\tau_Q} + \frac{\dot{X}}{\tau_Q} + z\xi;$$

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{Q+E}{\tau_E} + \frac{\dot{X}}{\tau_E} + z\xi,$$

в которые добавлен аддитивный белый шум с интенсивностью  $G_z$ . Мультипликативные шумы исчезли, так как сделано предположение, что они порождались либо стоковой, либо испарительной предметными областями. Таким образом приходим к двумерному уравнению ФПК:

$$\begin{split} \frac{\partial p(Q,E;t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial Q} \left[ \frac{1}{\tau_Q} (Q + E - \dot{X}) p(Q,E;t) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial E} \left[ \frac{1}{\tau_E} (Q + E - \dot{X}) p(Q,E;t) \right] + \frac{G_z \partial^2 p(Q,E;t)}{\partial Q \partial E} + \\ &+ \frac{G_z}{2} \frac{\partial^2 p(Q,E;t)}{\partial Q^2} + \frac{G_z}{2} \frac{\partial^2 p(Q,E;t)}{\partial E^2} . \end{split}$$

Решение этого уравнения — нормальное распределение («колокольчик») (рис. 8.17, a).

При объединении предметных областей произошла нормализация распределения, а также ликвидирован источник, делающий распределение нестационарным. Мы сделали систему мультипликативно замкнутой от внешнего мира, но оставили ее аддитивно открытой. Тем самым получили возможность иметь устойчивое по моментам, но уже

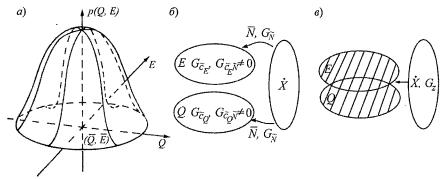


Рис. 8.17. Нормализация распределения p(Q, E) при мультипликативно замкнутом объединении двух предметных областей (a) и учитываемые интенсивности шумов при раздельном (b) и совместном (e) их рассмотрении

двумерное распределение. В случае одномерного устойчивого распределения нам необходимо было иметь три момента для его описания (в случае кривой Пирсона III типа). Сечение же «колокольчика» будет уже нормальным распределением и для его описания надо знать два момента. Но это будет условное распределение (для каждого E – «свое»). Следовательно, все равно надо знать три числа для его описания. Однако в случае p(Q, E; t)мы можем работать и с распределениями, которые раньше были неустойчивыми по моментам. Толстые хвосты и низкочастотная расходимость спектра исчезли, но исчезли они только для случайного двумерного процесса (O, E) (и условного одномерного).

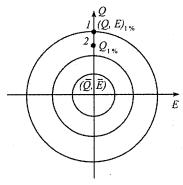


Рис. 8.18. Проекция «колокольчика» (рис. 8.17, a) на плоскость (Q, E). Значения расхода (точка I) соответствующее окружности (Q, E)<sub>1%</sub> не обязаны совпадать с  $Q_{1\%}$  (точкой 2), полученных при фиксированном значении испарения и при фиксированных значениях  $\bar{c}$ ,  $G_{\bar{c}} \neq 0$  и  $G_{\bar{c}N} \neq 0$ 

Двумерный процесс (для данного случая) полностью заполняет плоскость, его фрактальная размерность совпадает с топологической (безусловный одномерный процесс будет фрактальным).

Какую пользу может дать переход к двумерным распределениям на практике (например, в строительном проектировании при назначении максимального расхода заданной обеспеченности  $Q_{1\%}$ )? Если в рамках линейного формирующего фильтра расход  $Q_{1\%}$  «брался» при фиксированных значениях  $\bar{c}$ ,  $G_{\tilde{c}}$  и  $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$  (которые дает ряд наблюдений, если он стационарный), то теперь выбор обеспеченности становится проблемой (рис. 8.18). События 1 %-й обеспеченности происходят на окружности определенного радиуса, построенной в координатах (Q, E), а не на оси расходов, на которой фиксировался  $Q_{1\%}$ . Можно предположить, что максимальное значение расхода на этой окружности превосходит значение  $Q_{1\%}$ , снятое с кривой p(Q). Возможно, оно превосходит и увеличенные их значения, приписываемые толстым хвостам за счет введения «гарантийных поправок» (гп). Важно, что  $\max_{Q}(Q, E)_{1\%}$  является

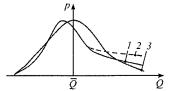


Рис. 8.19. Иллюстрация возможного увеличения  $Q_{1\%}$  при переходе от устойчивых асимметричных распределений (I) к толстохвостым за счет «гп» (2) и к нормализированным двумерным (3) (в третьем случае под  $Q_{1\%}$  понимается максимальное значение расхода, снятое с окружности (Q, E)<sub>1%</sub>, рис. 8.18)

однозначной, а следовательно, нормируемой характеристикой (это происходит за счет нормализации, рис. 8.19). Если при толстом хвосте происходит нарушение предельной теоремы ( $S_n / \max\{x_1, x_2, ..., x_n\} = \text{const}$ ), то при нормализации мы оказываемся в условиях ее справедливости, но при «застывании» размерности пространства вложения (нормальное распределение «вкладывается» само в себя).

Все эти рассуждения носят пока гипотетический (умозрительный) ха-

рактер. Для того чтобы они стали теоретическими (т. е. допускающими в принципе экспериментальную проверку), необходимо найти возможность практически строить двумерные распределения p(Q, E) по данным натурных наблюдений. Но перед этим необходимо ответить еще на один вопрос: почему именно испарение (а не биомасса или характеристики подстилающей поверхности водосборов, например) должно рассматриваться как основной конкурент расходу?

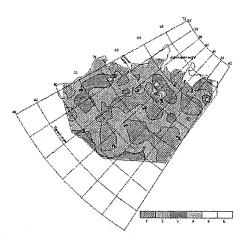


Рис. 8.20. Распределение размерности пространства вложения для годового стока на ЕТР

Для ответа на этот вопрос нами (совместно с Е. В. Гайдуковой при содействии техническом Н. И. Замащиковой) было оценена размерность пространства вложения для многолетнего годового стока ЕТР (рис. 8.20). Оказалось, что действительно для устойчивого описания формирования стока достаточно 2-3-х фазовых переменных (хотя были створы, их немного, на которых разпространства мерность вложения больше).

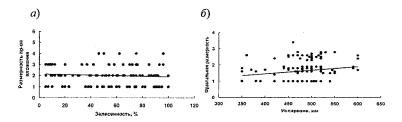


Рис. 8.21. Влияние на фрактальные размерности залесенности (аналогично заболоченности, озерности) (a) и испарения (аналогично температуры воздуха) (6) (по ETP)

Какая же переменная «борется» с расходом за выпавшие осадки («ресурс»)? Пока временные интервалы, на которых рассматривается процесс, малы (месяц, год), этих конкурентов может быть несколько. Однако при переходе к многолетним нормам статистически значимое влияние на фрактальную размерность оказывает только испарение (а также температура воздуха) (рис. 8.21). Характеристики подстилающей поверхности влияния не оказывают. Этот результат не является неожиданностью, так как в гидрологии хорошо известно, что уравнение водного баланса для многолетних норм имеет вид:  $\overline{X} = \overline{E} + \overline{Q}$ . Однако испарение (так же как и расход) от года к году будет меняться, образуя (устойчивую или неустойчивую) статистическую совокупность. На интервалах времени, на которых уместно употреблять климатическую терминологию (несколько десятилетий), вариации стока и испарения создаются за счет осадков, температуры, запасов влаги в почвогрунтах.

Как получить многолетний ряд годовых испарений? Прямые измерения этой гидрометеорологической характеристики не производятся (за исключением эпизодических наблюдений или систематических измерений на экспериментальных водосборах, например на территории Валдайской лаборатории). Однако существуют эмпирические формулы, связывающие испарение с температурой и влажностью. Есть рекомендации (см. [29]), пользуясь которыми можно сгенерировать ряды годовых испарений.

В частности, предлагается определять испарение по температуре и влажности воздуха, измеряемых на существующей сети метеорологических станций (см. рис. 8.22).

В этих рекомендациях есть «темные пятна», но на сегодняшний день это, видимо, единственный способ получения пусть и не совсем

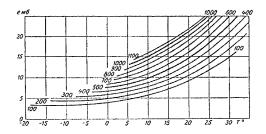


Рис. 8.22. График для расчета годового испарения (мм/год) по среднегодовым температуре ( $T^{\circ}$ ) и влажности воздуха (e мбар)

инструментальных, а только расчетно-инструментальных, эмпирических рядов испарения.

В общем случае, когда необходимо изучать и прогнозировать эволюцию формирования стока на любых временных интервалах надо уметь строить эмпирические «ежики»  $p(Q_1, Q_2, ..., Q_i, ...)$ . При осреднении такого много-

мерного случайного процесса по фазовым переменным, оказывающим влияние на интервалах времени много меньших «климатического интервала», приходим к двумерному распределению p(Q, E), пример которого представлен на рис. 8.23 (ряд испарений генерировался по изложенной выше методике). Получение подобных распределений актуально как для максимального стока (который используется в строительном проектировании), так и для минимального стока (являющегося лимитирующим для многих водозависимых отраслей экономики и экологии); см. приложение 3.

Сделаем одно замечание. Для чего используются статистические методы? Для упрощения описания (а значит, и управления) процесса:

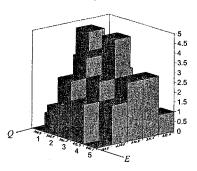


Рис. 8.23. Гистограмма двумерного распределения p(Q, E), р. Сухона — г. Тотьма,  $F = 34800 \text{ км}^2$ 

вместо того, чтобы отслеживать каждый индивидуальный расход (в ряду их несколько десятков), информацию о них «свертывают» в вероятностном распределении только несколькими оперируют числами (моментами). При неустойчивости подобная свертка (только одних расходов) не срабатывает. Переходя к двумерному распределению p(Q, E) и надеясь на его устойчивость, мы фактически одновременно «свертываем» формацию с двух смежных областей (стоковой и испарительной). Тем самым мы заменяем нейтрализм конкурентным типом взаимодействия испарения и расхода. Ситуация становится более финитной и статистически управляемой. Но сами управляющие воздействия носят уже другой качественный характер – это вероятностные моменты уже двумерных распределений.

Означает ли, что учет второй фазовой переменной всегда нормализует распределение. Нет. Это происходит для линейных моделей, если игнорировать влияние других (скрытых) переменных, создающих мультипликативные шумы, коррелирующиеся с шумами осадков. В нелинейном случае возможно появление асимметрии и многомодальности.

Вернемся к системе популяционных моделей (см. п. 5.5), рассматривая только расход Q и интенсивность испарения E (без точки):

$$\dot{Q} \equiv \frac{dQ}{dt} = -\frac{(Q+E)Q}{W_O} + \frac{Q\dot{X}}{W_O},$$

$$\dot{E} \equiv \frac{dE}{dt} = -\frac{(Q+E)E}{W_E} + \frac{E\dot{X}}{W_E}.$$

Фазовые переменные тормозят рост друг друга ( $\partial \dot{Q}/\partial E = -Q/W_Q < 0$ ,  $\partial \dot{E}/\partial Q = -E/W_E < 0$ ), т. е. имеет место конкурентный тип взаимодействия.

Перейдем к системе отображений:

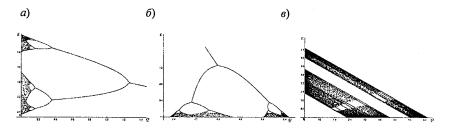


Рис. 8.24. Бифуркационные диаграммы при различных соотношениях между емкостями предметных областей: a)  $Q_0 >> E_0$ ; b)  $E_0 >> Q_0$ ; b)  $E_0 \approx Q_0$ 

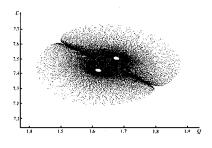


Рис. 8.25. Фазовый портрет при частичной линеаризации двумерной модели

$$Q_{i+1} = -(Q_i + E_i)Q_i/Q_0 + \dot{X}Q_i/Q_0 + Q_i;$$

$$E_{i+1} = -(Q_i + E_i)E_i/E_0 + \dot{X}E_i/E_0 + E_i.$$

Бифуркационные параметры  $((\dot{X}-E_i)/Q_0$  и  $(\dot{X}-Q_i)/E_0)$  сами зависят от текущих значений фазовых переменных. Наиболее характерные решения этой системы отображений представлены на рис. 8.24.

Как видно из рис. 8.24,  $\epsilon$ , при одинаковых селективных ценностях (емкостях предметных областей) одномодальные распределения вообще могут исчезнуть.

Таким образом, привлечение испарительной предметной области может дать не только нормализацию двумерных распределений, но и самые экзотические ситуации типа полимодальности (рис. 8.24,  $\varepsilon$ ) или двухмодального автоколебательного режима, возникающего при частичной линеаризации модели из двух уравнений (например, линеаризации уравнения для испарительной предметной области:  $E_{i+1} = -(Q_i + E_i)/\tau_E + \dot{X}/\tau_E + E_i$ ;  $\Delta t = 1$ ) (рис. 8.25).

Постепенно процесс вырождается в двумерную дельтафункцию  $p(Q, E) \rightarrow \delta(Q - Q_0, E - E_0)$ . Введение внешних аддитивных шумов делает ее размытой (рис. 8.26).

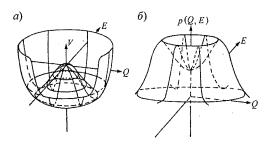


Рис. 8.26. Потенциал (a) и соответствующая ему плотность вероятности ( $\delta$ )

Статистика таких многомодальных многомодальных многомерных распределений требует огромных рядов наблюдений. Если их брать на вооружение (для определения расхода заданной обеспеченности), то, видимо, надо работать только с «хвостами», которые характеризует дисперсия.

### 9. Парадоксальность частично инфинитного моделирования

## 9.1. Метамодель развития и ее парадоксальность

Слово матемодель имеет тот смысл, что она как бы обобщенно улавливает основные моменты моделируемой системы, в данном случае связанные с развитием. Из монографии ясно, что развиваться (в нашем понимании) — это превращать константы, которыми фиксируется предметная область, обеспечивая интерфейс с инфинитным окружением, в фазовые переменные. Их число может быть конечным или бесконечным, причем эти бесконечности также могут иметь градации. Для этого в теории множеств используют понятие мощности m (конечная, счетная  $\chi_0$  — алеф-нуль, континуум c).

Пусть M — множество фазовых переменных. По известной теореме Кантора, мощность множества, элементами которого являются всякие подмножества множества M (т. е.  $m(M_{\subset})$ ), больше, чем M ( $M \subset m(M_{\subset})$ ). Причем

$$m(M_{\subset})=2^m$$
.

Если некоторые подмножества (числом k) фазовых переменных вступают во взаимодействия, пропорциональные  $\alpha$  (с весом  $\alpha$ ), то при подсчете мощности  $z_0 = m(M_{\subset \alpha})$  элемент подмножества засчитывается с весом  $\alpha^{k-1}$ .

Пусть, например, множество состоит из двух элементов  $x_1$  и  $x_2$  (плюс нулевой элемент 0, не вступающий во взаимодействия), т. е. m=2. Тогда будет три подмножества  $x_1$ , 0,  $x_2$  без взаимодействия и одно подмножество  $(x_1, x_2)$  с взаимодействием (k=2) с весом  $\alpha^{k-1} = \alpha^{2-1} = \alpha$ , т. е.  $z_0(2) = 3 + \alpha$ . При m=3:  $z_0(3) = 4 + 3\alpha + \alpha^2$  и т. д. Таким образом, для  $z_0(m)$  можно получить формулу (см. [28]):

$$z_0(m) \approx 2^m + (\alpha - 1)(m - 2) 2^{m-1} + 1$$
 (9.1)

(это отображение можно обобщить на случай  $\chi_0 \le m \le c$  [28]). Пока  $m < \chi_0$ , любое пополнение базы данных (увеличение m) приводит к пополнению и базы знаний  $z_0(m)$ , т. е. существует лазейка для получения псевдоинформации: пополнение знаний не за счет взаимоДЕЙСТВИЙ

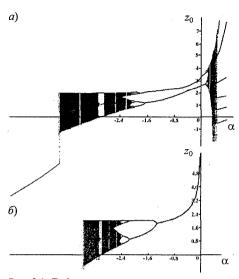


Рис. 9.1. Бифуркационные диаграммы:  $a - (9.1); \quad 6 - (9.2)$ 

а, а за счет «заимствований». Можно и «заимствовать», но тогда данные должны быть упорядочены в другом направлении (в духе Кантора [14]), т. е. должна быть зафиксирована другая предметная область. При переходе в область трансфинитных чисел  $(m \ge \chi_0)$  эта проблема во многом исчезает: ни какими «конечными заимствованиями» мощности не изменить. Наиболее ярким примером в этом отношении является математика: в ней трудно украсть новую идею, которая, как правило, очень «эмерджентна» (обычно это целый комплекс).

Следует заметить, что формула (9.1) справедлива при  $\alpha \sim 1$ . При  $\alpha \to 1$   $z_0 \to 2^m$ , однако при  $\alpha \to 0$   $z_0(m) \to (m+1)$  (как должно быть). Можно предложить формулу, справедливую как при  $\alpha = 1$ , так и при  $\alpha = 0$ :

$$z_0(m) = (m+1) + (2^m - 1 - m)\alpha. \tag{9.2}$$

При m=2 обе формулы дают одинаковые результаты для  $\alpha \in [-3, 1]$ , совпадающие с таковыми, полученными по формуле  $z_0(2) = 3 + \alpha$ .

Бифуркационные диаграммы данных отображений представлены на рис. 9.1. Эти диаграммы (если их воспринимать всерьез) довольно поучительны и ставят много вопросов.

Во-первых, число фазовых переменных конечно в диапазоне значений коэффициента взаимодействия  $\alpha \in [-4,21...0,64]$ . При  $\alpha \to 1$   $z_0(m) \to 2^m$ . (В случае  $\chi_0 \le m \le c$  промежуточная мощность — ее существование отвергает континуум-гипотезу об отсутствии промежуточных мощностей — близка к мощности счетного множества  $\chi_0$  при  $\alpha$  много меньшим величины порядка обратного алеф-нуль.)

Во-вторых, при  $\alpha < -2,97$  и  $\alpha > 0,33$  возможны отрицательные значения мощности. (Приводимые цифры – визуальная оценка.)

В-третьих, ни при каких значениях  $\alpha$  из диапазона устойчивого существования бифуркационной диаграммы для отображения (9.1) фазовая переменная никогда не появляется в единственном числе (периодическое окно для мощности не закрывается).

В-четвертых, если мощность  $z_0(m)$  рассматривать как размерность фазового пространства при фиксированном значении  $\alpha$ , то она меняется, в том числе и хаотически, принимая дробные (фрактальные) значения.

В-пятых, перебрав  $\alpha$ , можно найти очень много ситуаций, напоминающих своеобразную перемежаемость, когда регулярный режим нескольких размерностей сменяется хаотическими всплесками. На рис. 9.2 представлены некоторые примеры поведения  $z_0(m)$ .

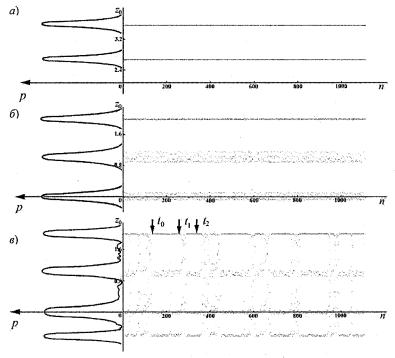


Рис. 9.2. Примеры изменения размерности фазового пространства при различных значениях «управляющего» параметра  $\alpha$  в модели (9.1): a: 0,1;  $\delta$ : -3,068;  $\epsilon$ : -3,63107

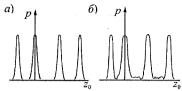


Рис. 9.3. Изменение плотности вероятности в зависимости от интервала, на котором производятся наблюдения за процессом:  $a: t_1 - t_0; \quad b: t_2 - t_1$ 

Если данные графики рассматривать как временные развертки ( $n \sim t$ ), то можно реконструировать кривые плотности вероятности мощностей (показаны слева на рис. 9.2 a,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ). В третьем случае (когда наблюдается перемежаемость) можно даже построить эволюцию  $p(z_0, t)$  (рис. 9.3).

Из этих рисунков видно, что если α мало по модулю, то в системе «ниче-

го не происходит»: время «идет», а система просто перескакивает из одного состояния в другое. Если же  $|\alpha|$  большой, то хотя в целом картинка («гештальт») одинакова, но «внутри» процесса итераций возникают нюансы, т. е. все-таки что-то происходит. Но настоящие изменения (бифуркации) возникают только при изменении  $\alpha$  (рис. 9.4).

Возникает очень глубокий вопрос о природе времени: «настоящее» время — это не астрономическое «t», а системное  $\alpha$  (когда в системе чтото меняется, т. е. когда проявляется неустойчивость — атрибут развития).

Обсудим ситуацию с точки зрения степени открытости системы. Можно считать, что (9.1) и (9.2) описывают открытую систему, к которой из «внешней среды» подводится ненулевой поток  $\alpha$  (рис. 9.5,  $\delta$ ), имеющий произвольные знаки. В случае  $\alpha=0$  (рис. 9.5, a) имеем «закрытую» систему, элементами которой «запрещается» вступать во взаимодействия. Если же допустить, что  $\dot{\alpha}=0$  ( $\alpha_{n+1}/\alpha_n\neq 1$ ), например  $\alpha=f(m,c={\rm const})$ , то получим систему, закрытую (уже в более широком смысле) по  $\alpha$ , но погруженную в новый «термостат» (рис. 9.5,  $\epsilon$ ), который тоже можно «оживить» ( $\dot{c}\neq 0$ ).

На рис. 9.6 представлены различные варианты решений системы двумерных отображений

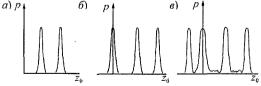


Рис. 9.4. Появление бифуркаций при изменении параметра  $\alpha$ :

a: 0,1; 6:-3,068; 6:-3,63107

двумерных отображений (определенных выражением (9.2) и формулой  $\alpha = c_1 \sin(c_2 z_0(m)) + c_3$ ) в зависимости от численных значений  $c_1, c_2, c_3$ .

Рисунок 9.6, *а* соответствует аттрактору сис-

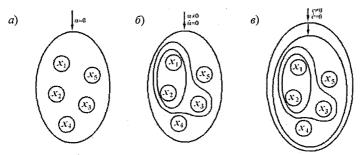


Рис. 9.5. Превращение закрытой по параметру  $\alpha$  системы (a) в открытую (b) и ее погружение в новый «термостат» (b)

темы отображений в виде точки. На классическом языке эта ситуация соответствует устойчивому существованию единственного решения модели, причем «единственность» надо понимать в широком смысле слова (например, в вероятностном), так как  $z_0(m)$  может быть и дробной.

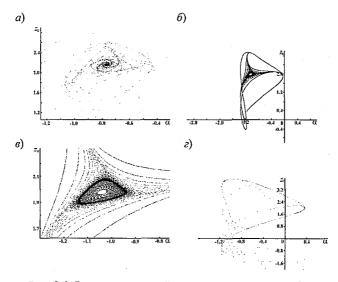


Рисунок 9.6,  $\delta$  указывает на то, что устойчивое решение существует, но не единственно (одному и тому же  $\alpha$  могут соответствовать разные  $z_0(m)$ , т. е. разное число фазовых переменных или разные законы вероятностных распределений). Устойчивость надо понимать в том смысле, что решение метамодели (системы отображений) выходит на аттрактор из бассейна притяжения.

Рисунок 9.6,  $\varepsilon$  соответствует отсутствию устойчивого решения (константы  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , и  $\varepsilon_3$  не фиксируют в достаточной мере предметную область).

Если посмотреть на левую нижнюю часть рис. 9.1, a, то приходим еще к одной ситуации, требующей комментариев. Из этого рисунка видно, что при  $\alpha \ge |-5| z_0(m) \to \alpha$ . Это указывает на то, что метамодель просто воспроизводит давление среды (свойства «термостата»), никак не проявляя своих внутренних свойств. Для внешнего наблюдателя она просто становится невидимой.

Разумеется мы не сумеем рационализировать процесс новой фиксации (мы исходили изначально, что этого нельзя сделать в принципе), но вывели рационализацию на новой уровень, когда фазовыми переменными оперируют как мощностями (построили, так сказать, онтологию мощностей). Но в новой онтологии ситуация с нюансами воспроизводит парадоксы предыдущей онтологии (перемежаемость мощностей, приводящая к фликкер-шуму; уход на бесконечность в область трансфинитных чисел, и т. д.).

О чем говорит повторение ситуации на другом иерархическом уровне ( или в другом масштабе)? О том, что фрактален сам познавательный ряд онтологии. В этом ряду нет средств, различающих истину и ложь («расходимость» на языке этого ряда, рис. 9.7). Почему? Потому что взяты на вооружение только научные (т. е. рациональные) методы общения с реальностью. По-другому – взята на вооружение геоцен-

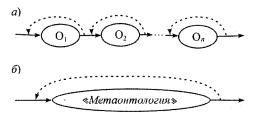


Рис. 9.7. Смыкание «истины» и «лжи» в онтологическом ряду (a) и в «метаонтологии» ( $\delta$ )

трическая логика (скорее «западная»). Поэтому все это можно интерпретировать как логиконегеоцентрический парадокс уже самого процесса познания (или нефеноменологический парадокс частично инфинитного моде-

лирования). Сущность этого парадокса в Глупости (с большой буквы, см. ниже) вопросов, на которые пытается ответить наука. Ликвидировать его возможно только путем выхода за «земные» понятия и обращения к «божественным» (не рациональным) сущностям. Последствия такого шага обсудим в следующем разделе.

# 9.2. Есть ли у частично инфинитного моделирования своя Глупость?

Зачем нам нужна Глупость? Чтобы сохранить науку как одну из форм общественного сознания. Прогресс человечества существует, пока оно задает само себе Глупые вопросы и пытается на них ответить (приоритет уважительного отношения к Глупости у Эразма Роттердамского [63]). Действительно, умный вопрос уже на 90 % приводит к умному ответу, т. е. к логико-негеоцентрическому парадоксу (остановке процесса познания – чего еще познавать, если истина найдена?).

Пример Глупого вопроса: познаваем ли мир? Глупость в том, что мир никто и никогда не делал (и не сделает) объектом познания. Познаются только предметные области, т. е. зафиксированные «куски» реальности. Для фиксации объекта познания нужна энергия (включая эмоциональную). Ни у кого нет такой энергии, чтобы зафиксировать предметную область, «состоящую» из «всего мира». А если бы такое было возможно, то пришли бы уже не к негеоцентрическому, а к «невселенскому» парадоксу – а что для «мира» является «пространством вложения». Ведь фиксировать – значит проводить частично инфинитную (фрактальную) границу между чем-то и чем-то. Так вот, между чем? Ведь зафиксирован «весь мир». Но в этой Глупости – наше счастье: наука не останавливается (только не надо путать глупый вопрос с Глупым вопросом).

Как известно, существуют три основные формы общественного сознания:

- 1. Научная (через рациональные понятия).
- 2. Религиозно-философская (через «размытые» понятия и веру).
- 3. Искусство (через интуицию).

Из предыдущего изложения ясно, что общественное сознание не может саморефлексировать (правильно на себя смотреть «со стороны») в чисто научной форме (приходит к парадоксальности этого процесса).

Поэтому оно пытается это сделать через религиозно-философские системы. Наиболее «продвинутыми» в этом отношении являются адвайтаведанта и буддизм (см. [18]).

Адвайта-веданта «говорит», что все есть иррациональный шаблон (Абсолют), а любые его конечномерные проекции — иллюзия (см. рис. 2.4). Абсолют можно постичь только изнутри, со всех точек зрения, т. е. если слиться с ним в экстазе. Буддизм рассуждает примерно так: познание — это переход от одной проекции к другой, т. е. это бесконечная смена состояний (иллюзий). Чтобы познать реальность (в буддизме это не Абсолют, а некая шунья-вада), надо выпасть из этого процесса смены состояний (оказаться в нирване). Хотя они враждуют между собой, но родились из одного корня и сходятся в главном: мир — иллюзия (майя) и наука (в том числе и частично инфинитное моделирование) занимается изучением иллюзий, т. е. конечномерных проекций.

Интересно, что сменить одну иллюзию другой можно только войдя в реальность (шаблон). Со стороны нельзя, так как из него нельзя выйти (он везде). Чтобы сменить точку зрения (для получения новой проекции), надо пробить дорогу в иррациональном шаблоне (выжигать его, тратить энергию).

Получается, что оба подхода к действительности парадоксальны. В научном (рациональном) подходе нельзя двигаться вперед (эволюционировать), не прибегая к иррациональным методам (мы натолкнулись на парадокс). В религиозно-философском подходе мы вообще должны застрять в иррациональной нирване, чтобы не возвращаться в иллюзорный мир, в котором родились.

Однако, есть еще одна древнеиндийская система — джайнизма, которая нащупала компромисс между ними. Его цель — освобождение (как и в других древнеиндийских религиозно-философских системах). Но под последним понимают достижение состояния всеведения, не ограниченного какой-либо фиксацией предметной области. Поэтому в джайнизме существует технология познания.

Любая истина относительна и определяется принятой точкой зрения, способом фиксации изучаемой реальности (условиями). Например, утверждение, что Коваленко — умный справедливо при условии, что я сам о себе так думаю, а с точки зрения Иванова — я дурак.

Джайны создали даже некую размытую (или нечеткую, как бы сейчас сказали) логику условных суждений. Всего их семь, но реперных – четыре.

- 1. «Некоторым образом A есть B». Например, некоторым образом «частично инфинитное моделирование есть теория», имея в виду, что теория: в понимании автора и его ближайших родственников, на данном историческом этапе (на другом она может быть туфтой в их же понимании) и т. п.
- 2. «Некоторым образом A есть не -B». Некоторым образом частично инфинитное моделирование не теория, т. е. не теория по понятиям академика Иванова Ивана Ивановича и французской Академии наук, и т. п.
- 3. «Некоторым образом A есть B, а также есть не -B». Эта комбинация первых двух суждений создает условия для более или менее объективной оценки изучаемого объекта.

Но настоящим шедевром джайнской логики служит следующее суждение.

4. «Некоторым образом *A* есть неописуемое». С одной стороны: «Частично инфинитное моделирование — это попытка создать теорию развития, теорию появления нового». С другой стороны: «Частично инфинитное моделирование — это попытка показать, что никакой теории развития, теории появления нового создать невозможно». Но если спросить, что такое на самом деле частично инфинитное моделирование, то честный ответ будет заключаться в следующем: частично инфинитное моделирование не может быть охарактеризовано при данной постановке вопроса. Действительно, что значит «на самом деле»? На каком «деле»?

Все это указывает на то, что познаваемости «вообще» не существует, и есть вопросы, природа которых такова, что они должны остаться без ответа.

Таким образом, познание по джайнам — это ответ на правильно поставленный вопрос, т. е. связанный с правильной фиксацией предметной области (не глупый, по-нашему). Корень же глупого вопроса «вообще» в игнорировании того факта, что природа многогранна и изменчива. Но пренебрежение Глупостью порождает нефеноменологический парадокс: если объект и формы познания относительны и изменяясь переходят во что-то другое, то возникает вопрос о некой абсолютной реальности (Абсолюте), в которую вливаются реальности относительные. В самой системе джайнов парадокс не разрешить, его сущность — в другой «предметной» области (адвайте-веданте) — там есть место Абсолюту.

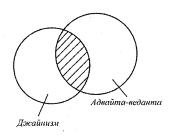


Рис. 9.8. Религиознофилософский каркас частично инфинитного мо-

Однако адвайта-веданта (как и буддизм) сама парадоксальна: если все относительные реальности — иллюзия, то откуда берется реальность абсолютная (Абсолют или шунья-вада)? Его сущность в джайнизме. Следовательно, религиознофилософский каркас частично инфинитного моделирования — это две инфинитные друг другу «предметные» области (рис. 9.8).

Джайнизм позволяет изучать относительную реальность (отвечать на правильные вопросы, т. е. изучать только фик-

сированные предметные области), а адвайта-веданта тянет к «изучению» Абсолюта (т. е. к ответу на вопрос «вообще») и оставляет возможность частично инфинитному моделированию быть Глупым.

А теперь вернемся к «делу» (штрихованная область на рис. 9.8). Должно быть дело, «делая» которое мы одновременно и моделируем, т. е. познаем. Как тут не вспомнить афоризм Софокла: «Чтобы понять что-нибудь, нужно это сделать». Поэтому и можно сказать, что частично инфинитное моделирование не может быть чисто кабинетным занятием, оно предполагает хорошо осознаваемое дело, т. е. предметную область и прямое действие в ней. А действие — это всегда искусство. Поэтому частично инфинитное моделирование — это некий стиль освоения инфинитной реальности, стиль жизни, если хотите. Со своими парадоксами, что важно, так как их наличие исключает претензии на самодостаточность.

#### Заключение

В науке известны два вида закономерностей: динамические и статистические. Первые – предполагают жесткую связь между причиной и следствием: если известна модель процесса, начальные условия и внешние воздействия, то гарантируется получение однозначного решения в будущий момент времени. Вторые – дают гарантию только вероятностной устойчивости результата. Если провести аналогию со стрельбой по мишени (см. рисунок), то в первом случае гарантируется точное попадание в цель, а во втором – существование устойчивого «пятна» со сгущением в центре, этой мишенью может быть расход воды. В обоих случаях в начальный  $(t_0)$  и конечный  $(t_k)$  моменты времени имеем одну и туже систему (например, речной бассейн) с одной фазовой переменной.

В частично инфинитном моделировании ситуация другая: в каждый момент времени мы «стартуем» с точного или «размытого» (вероятностного) значения расхода. О второй фазовой переменной (например, испарении E) мы можем или просто ничего не знать в момент  $t_0$ , или она может появиться (стать «значимой») из-за неустойчивости (развития) системы лишь на интервале «заблаговременности прогнозов»  $[t_0, t_{\kappa}]$ . Важно то, что мы не изначально «стреляем» в две грани мишени, а то, что в момент времени  $t_0$  (когда обнаруживается неустойчивость системы) «пуля раздваивается».

Обнаружить неустойчивость может только субъект познания (мозг человека). Но «обнаруживаем мы только то, что умозрительно (и «смутно») уже сформулировали у себя в голове. Неустойчивость может идентифицировать только другая неустойчивость. Значит турбулизация происходит у нас в голове (недаром спектр  $\Delta$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ -ритмов расходится на низких частотах). Поэтому данной книге явно не хватает раз-

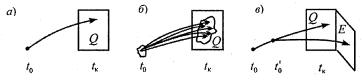


Иллюстрация динамических (a), статистических (b) и частично инфинитных (a) закономерностей

дела о частично инфинитном механизме турбулизации самого процесса мышления (познания).

У этого механизма два аспекта: физиологический и методологический. Если проводить рассуждения в терминах распределений плотности вероятности, то неустойчивость — это уход от режима «среднего ноля». Физиологически — это вовлечение в работу мозга нейронов, ранее не участвующих в формировании статистической совокупности, охватывающей тот или иной фрагмент реальности; появление в мозгу дальних корреляционных связей. Эту ситуацию можно проиллюстрировать на гидрологическом примере.

Известно, что при оптимизации режимной гидрологической сети используется так называемый корреляционный критерий, который не дает постам «расползаться». Это нужно, чтобы между речным стоком на постах наблюдалась достаточно стабильная статистическая связь (необходимость в этом возникает, например, при восстановлении пропущенных рядов наблюдений). Можно получить подобный критерий (см. [21]), опираясь на модель (5.8), и учесть в нем явным образом влияние на расстояние между постами L степени неустойчивости  $\beta$ :

$$L = \sigma^2 / \bar{c} C_v^2 (1 - 0.5\beta)$$
,

где  $\sigma$  — погрешность учета стока

При  $\beta \to 2$  получается, что  $L \to \infty$ . Что это означает практически? При  $\beta = 2$  происходит потеря устойчивости по всем начальным моментам распределения плотности вероятности. Предметная область под названием «речной бассейн» перестает фиксироваться моделью ФПК. А раз нет фиксированной предметной области (т. е. она расплывается на весь мир,  $L \to \infty$ ), то никакое рациональное познание (в рамках одномодального описания речного стока) невозможно.

Однако можно рассуждать и по-другому. Стремление L к бесконечности означает, что при потере устойчивости моментов (в точке бифуркации) возникают дальние пространственные корреляции. Плотность вероятности существует (так как мы имеем дело с линейным уравнением ФПК, для которого доказаны теоремы существования единственности решения) и, более того, в силу параболических свойств самой модели, — происходит ее сглаживание, рассасывание по пространству. Распределение становятся более равномерными и информа-

ция с одного поста описывает гидрологическую ситуацию в целом (везде «хаос»).

А в мозгу? Получается, что каждый нейрон отражает все? Но для этого распределения надо турбулизировать («распластать по всей голове»). Может быть нейроны в такой ситуации образуют самые причудливые конфигурации, некоторые из которых и есть порождения нового знания (смысла). Если физиология мозга «темна», то о «методологии» порождения смыслов в терминологии Налимова о «раскупоривании семантического вакуума» (см. п. 6) кое-что сказать можно.

Есть (пусть одномерное) распределение  $p(\mu)$  ( $\mu$  — «аналог» расхода). Пока распределение устойчиво, контекст (т. е. «испарение», порождающее  $\bar{c}$  и  $G_{\bar{c}}:G_{\bar{c}}/\bar{c}$   $\beta\to 0$ ) не играет существенной роли (носит интегральный для всей оси  $\mu$  характер). Имеем устойчивое смысловое пятно (см. рисунок,  $\delta$ ), нет двусмысленности (парадоксальности, «юмора»). Смысловая неустойчивость возникает при  $G_{\bar{c}}\sim \bar{c}$ , смысл становится ситуативным, зависящим локально от контекста, т. е. распределение  $p(\mu)$  становиться двумерным,  $p(\bar{\mu}), \bar{\mu}=(\mu_1,\,\mu_2)$ . Слова из  $\mu_1$  (т. е. Q) устойчиво осмысливаются только совместно с  $\mu_2$  (т. е. E).

Человек, мыслящий двумя фазовыми переменными, рассуждает правильно, финитно (но живет «скучно» - так как ему все понятно). Человек же, который мыслит одной фазовой переменной  $\mu_1$  (при неустойчивости  $p(\mu_1)$ ) все время ошибается, неправильно интерпретирует ситуацию в глазах людей, мыслящих двумерным распределением  $p(\mu_1, \mu_2)$ , является «дураком». Человек, догадывающийся о существовании переменной ц2 (хотя и не полностью ее понимающий), всегда будет исходить из контекста ситуации: действовать «локально», частично инфинитно, не руководствуясь раз и навсегда заданными правилами. В глазах «одномерных существ» - это человек, раздражающий своей двусмысленностью. В глазах «двумерных существ» («Богов») – «щут гороховый». А в своих собственных глазах - просто человек, который все время находится в точке бифуркации; он как бы без конца примеривается к жизни. Это и есть творческое состояние (т. е. точка  $t'_0$ , см. рисунок,  $\theta$ ), позволяющее «стрелять» в обе мишени и попадать в них не за счет готового алгоритма в точке  $t_0$ , а за счет размытой, но более или менее правильной, и главное динамичной, картины мира у «стреляющего» в голове.

Человечество (в среднем) именно такое, творческое (раз оно развивается). Очень хорошо это чувствовал А. Платонов. «"Неправильная" гибкость языка Платонова, прекрасное "косноязычие" его, шероховатость, особые, столь характерные для народной речи, спрямления — все это своеобразное мышление вслух, когда мысль еще только рождается, возникает, "примеривается" к действительности.

Незаконченность мысли, ее незавершенность — это не только формальная особенность мысли, не только строй, структура мысли, но и содержательное ее свойство. Мысль только стремится охватить предмет — это процесс который еще не завершен, — и потому герои Платонова ведут беспрерывный диалог с миром и окружающими его людьми...» [59].

#### Приложения

## 1. Категории возможность и действительность в частично инфинитном моделировании

В марксистско-ленинской теории познания (пусть даже таковой по названию, так как базируется она на философии Гегеля) все категории связаны друг с другом (каждая зависит от других, т. е. носит эмерджентный характер или, в научно-естественной терминологии, требует полевого мышления). Поэтому, в принципе, нельзя вырывать какую-либо пару категорий и обсуждать их, как будто других не существует. Кроме этого, есть определенная иерархия категорий. Поэтому сделаем несколько предварительных шагов, прежде чем заниматься «вульгаризацией» категорий возможность и действительность. (Слово «вульгаризация» употреблено без всякой иронии: для «настоящего философа» любая попытка сделать философию не игрой в бирюльки, а оружием по добыванию новых знаний, есть ее «опошление».)

Развитие — это расширение фазового пространства, новая фиксация предметной области. Подойдем к этому понятию, опираясь на гегелевские категории.

Предметная область — это, во-первых, бытие, а во-вторых, бытие не только «вообще», но бытие конкретное. У всего конкретного есть мера как единство количества и качества. Следовательно, развитие есть смена мер.

Конкретизируя «часть» бытия, мы мысленно (и с затратой энергии) выделяем предметную область из контекста окружающей реальности; навязываем этому для—себя—бытию (как сказал бы Гегель) определенное качество, отличающее его от окружающего мира. Например, речной бассейн (речную сеть определенного порядка n) с расходом воды как его отличительной особенностью. Но расходы Q могут быть разные (большие и маленькие), появляется категория «количество». Но они  $(n \ u \ Q)$  не могут быть произвольными: пока часть реальности существует как обособленная предметная область, сохраняется мера его бытия— единство количества (Q) и качества (n), выражаемая, например, законом Хортона:

$$n = 2.2 \lg Q + 6.35$$
.

Но меры «обнаружения бытия» речного бассейна могут быть разные. Пусть его модель есть система дифференциальных уравнений для моментов:

$$\begin{split} dm_1 \,/\, dt &= -(\overline{c} - 0.5G_{\widetilde{c}}) m_1 + \overline{N} - 0.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}; \\ dm_2 \,/\, dt &= -2(\overline{c} - G_{\widetilde{c}}) m_2 + 2\overline{N} m_1 - 3G_{\widetilde{c}\widetilde{N}} m_1 + G_{\widetilde{N}}; \\ dm_3 \,/\, dt &= -3(\overline{c} - 1.5G_{\widetilde{c}}) m_3 + 3(\overline{N} - 1.5G_{\widetilde{c}\widetilde{N}}) m_2 + 3G_{\widetilde{N}} m_2. \end{split}$$

Мера такого «статистического бытия» бассейна — увязка дискретно теряющих устойчивость моментов (качество) с непрерывно меняющимся параметром  $\beta = G_{\widetilde{c}} \ / \ \bar{c}$  (количество) через условие нормировки  $\int p(Q)dQ=1$  и его нарушение (узловая линия мер). Причем «количеством» (а значит, и «качеством») управляет смежная предметная область (испарительная).

Возникает странная ситуация: мера (точнее управление ею) бассейна лежит не в нем! Как же тогда устроена эта предметная область? Для ответа на этот вопрос надо обратиться к категориям «сущность» и «явление». Сток формирует не сам по себе бассейн. Он лишь элемент глобальной гидрометеорологической системы. Только в контексте этой «всеобщности» осмысленно явление речного стока (примерно это соответствует «бытовой» фразе: свита делает короля). Мы уже упоминали в п. 2, что сущность надо искать в другой предметной области. В данном случае ею является испарительная область, которая сама осмыслена только в контексте более общей гидрометеорологической системы.

Хороший пример для прояснения ситуации приводится в работе [51]. «То, что я живу, допустим, работая учителем, имеет своим основанием то, что общество производит знания о мире и передает их своим подрастающим поколениям. Следовательно, основанием моего существования (явления — B. K.) в качестве учителя является сущность общества как тотальности, которой я принадлежу». Их единство (сущности и явления) дает категорию *действительности*, т. е. того, что действует. Но чтобы действовать, нужна возможность для этого.

Категории «возможность» и «действительность» можно пояснить наглядно (рис. П.1). В стартовой позиции (1) имеем стационарное состояние бассейна  $p(Q, t_0)$ , моделируемое уравнением ФПК. Эта

модель описывает сущность, в заложена которой возможность разрушения меры (за  $-(\overline{c}-0.5G_{\widetilde{c}})$ ). счет члена Чтобы возникла новая («двухфазная») действительность, одной модели нужно действие (действительность - то, что действует). Любой прогноз - это гносеологическая имитация действия. Если мы на интервале от (1) до (2) меняем окружение («свиту короля»), т. е. сущность (соотношение  $\bar{c}$  и  $G_{\tilde{c}}$ , т. е.  $\beta$ ), то в момент нарушения меры (1') селектив-

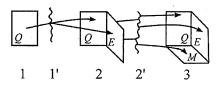


Рис. П.1 Новые возможности могут появиться только через действительность

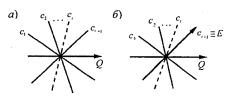


Рис. П.2. Расширение одномерного (a) фазового пространства до двухмерного ( $\delta$ ) за счет действия мультипликативных шумов

ные ценности явной (Q) и скрытой (E) фазовых переменных сравниваются  $(dQ/dt \approx dE/dt)$ . В позиции (2) имеем двумерное уравнение  $\Phi\Pi K$  с решением p(Q,E;t) и новой мерой  $\int\int p(Q,E;t)dQdE=1$  (скрытая сущность  $E\sim -(\overline{c}-0.5G_{\overline{c}})$  стала псевдоявлением).

Если в состоянии (Q, E) система закрыта для мультипликативных шумов  $(c_i = 0 \ \forall i$ , рис.  $\Pi.2, 6$ ), то возможностей для перехода в состояние (3) у нее нет. Никакими действиями без нарушения меры  $\iint p(Q, E; t) dQ dE = 1$  устойчивую систему не вывести в новое качество (король оказывается голым).

Развалить новую меру может только новая сущность, а чтобы она себя проявила, надо действовать, по-новому фиксировать (и менять эту фиксацию) предметную область (мультипликативно открываться). Для модели это означает — в нее надо вводить шумящие параметры, а коэффициент сноса делать переменным  $(-(\bar{c}-G_{\tilde{c}})=f(t))$ . Сущность — то, что разрушает меру и становится новым явлением (если под явлением понимать Q и E).

### 2. Системы отображений для различных типов взаимодействий

Рассмотрим модель популяционного типа для двух переменных:

$$\frac{dQ_i}{dt} = -\frac{Q_i^2}{W_i} + \frac{Q_i(\dot{X} - Q_{i-1})}{W_i},$$

где  $W_i$  – емкость среды;  $\dot{X}$  – ресурсы; i=1,2.

Между переменными  $Q_1$  и  $Q_2$  возможны шесть видов взаимодействий:

- 1. Нейтрализм  $(Q_{1-1} = 0, Q_{2-1} = 0)$ .
- 2. Аменсализм  $(Q_{1-1}=0, Q_{2-1}=Q_1)$ .
- 3. Комменсализм  $(Q_{1-1} = 0, Q_{2-1} = -Q_1)$ .
- 4. Конкуренция  $(Q_{1-1} = -Q_2, Q_{2-1} = -Q_1)$ .
- 5. Жертва-эксплуататор  $(Q_{1-1} = -Q_2, Q_{2-1} = Q_1)$ .
- 6. Мутуализм  $(Q_{1-1} = -Q_2, Q_{2-1} = -Q_2)$ .

На рис. П.3 представлены некоторые характерные решения. Из этих рисунков видно, что предметные области, содержащие переменные большой емкости, становятся (частично) инфинитными для «быстрых» переменных. Особенно хорошо это видно в случае комменсализма: при умеренных ресурсах среды процесс застывает по переменной  $Q_1$ , которая определяет периодические (или хаотические) изменения  $Q_2$  (при больших ресурсах процесс теряет устойчивость).

Поучительна определенная симметрия в случае нейтрализма: у каждой переменной есть свое место (они и не «подозревают», что ктото упорядочивает их местоположение на плоскости; они не «знают» друг друга, ситуацией «владеет» частично инфинитная реальность, представленная величинами  $\dot{X},~Q_1^0$  и  $Q_2^0$  – «свита делает короля»).

Особого внимания заслуживает мутуализм. Анархист князь  $\Pi$ . А. Кропоткин утверждал (не без оснований), что конкуренция не ведет к развитию, а губит. Развиваться общество может только при взаимопомощи. Но полное равноправие (абсолютное равенство селективных ценностей: все «целуют» друг друга и взаимно помогают) неустойчиво (рис.  $\Pi$ .3, слева). Если одну переменную «заморозить» (существенно увеличить емкость), то процесс стремится к устойчивому периодическому состоянию по другой переменной (рис.  $\Pi$ .3, e бифуркационная

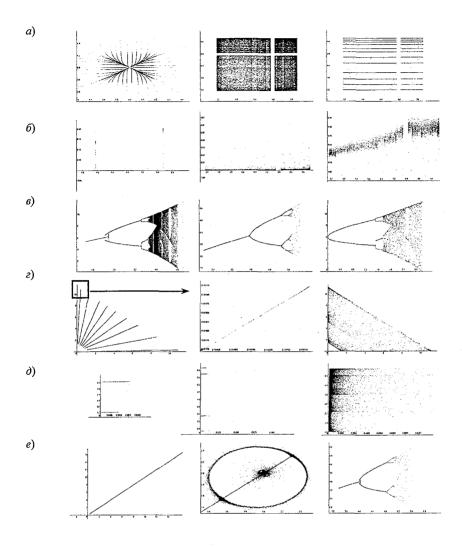


Рис. П.З. Фазовые портреты отображений, соответствующих различным типам взаимодействий (буквенные обозначения a,  $\delta$  и т. д. соотнесены с представленной классификацией; тройки чисел соответствуют  $\dot{X}$ ,  $Q_1^0$  и  $Q_2^0$  для левого, среднего и правого рисунка в каждом типе; горизонтальная ось  $Q_1$ , вертикальная  $-Q_2$ : a) 3, 6, 3; 3, 8, 3; 3, 8, 3.013; a) 3, 7, 5; 3, 8, 3; 3, 8, 5; a) 22222, 4, 3; 22222, 2, 3; 22222, 6, 3; a) 3, 8.6, 3; 3, 8.6, 3; 3, 8.6, 3: 3, 8.6, 3.01; a) 2, 4.5, 2; 2, 5, 2; 2, 5.5, 2; a) 2, 0.001, 2; 2, 0.001, 2.003; 1111, 0.001, 2

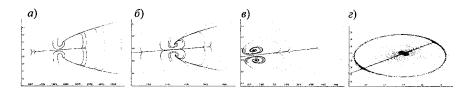


Рис. П.4. Возникновение стохастических двумерных автоколебаний при сближении емкостей  $Q_1^0$  /  $Q_2^0$  : a) 555; b) 227; b) 33; b) 1,5 (горизонтальная ось D1, вертикальная — D2)

диаграмма справа). Однако, если полного «равноправия» нет и селективные ценности немного отличаются, то наступает «гармония», напоминающая мистические круги на пшеничных полях (рис.  $\Pi$ .3, e в середине) и приводящая к двухмодальному двумерному распределению («кольцу», см. рис. 8.26). Размытое кольцо является областью притяжения для точек, находящихся как снаружи, так и внутри.

Если этот рисунок считать плоскостью, срезающей крону дерева (см. рис. 2.3), то третью («теневую») фазовую переменную порождают селективные ценности, связанные с емкостями  $Q_1^0$  и  $Q_2^0$ . По мере их сближения картина гармонизируется, возникает режим стохастических двумерных автоколебаний (см. рис.  $\Pi$ .4), но полная симметрия ( $Q_1^0 = Q_2^0$ ) ведет к разрушению этой «красоты».

#### 3. К ликвидации «толстых хвостов»

Рассмотренная в п. 8.3 умозрительная схема ликвидации толстых хвостов за счет многомерной нормализации вовсе не обязана выполняться на практике. Она может реализовываться, если действительно за осадки «борются» только две фазовые переменные с примерно одинаковыми селективными ценностями. Однако годовые водные балансы, как правило, содержат, по крайней мере, член  $\pm \Delta U$  (изменение влагозапасов в почве). А это означает, что в динамических моделях для Q и E (см. стр. 129) появится коэффициент, учитывающий влияние почвогрунтов. Следовательно, неизбежны мультипликативные шумы, приводящие к асимметрии двумерного распределения. Более того, откуда появились бы асимметричные одномерные проекции p(Q), если бы процесс описывался двумерным симметричным распределением p(Q, E)?

Все дело однако в том, что мы не гонимся за симметрией. Нам важно, чтобы двумерное распределение имело «тонкий хвост» (также двумерный), допускающий нормирование величины  $(Q, E)_{p\%}$  (а значит, возможность однозначного задания максимального значения расхода, соответствующего проекции  $(Q, E)_{p\%}$ , которая эмпирически будет не окружность и не эллипс, а что-то похожее на грушу).

Чем по большему числу фазовых переменных «рассасывается» распределение, тем значительнее шансы на его устойчивость (а значит, и на возможность нормирования расхода). При равенстве их числа размерности пространства вложения дальнейшие попытки расширения фазового пространства теряют смысл.

## Список литературы

- 1. *Абаренков И. В., Загуляев С. Н.* Простейшие модели в квантовой механике: Учеб.пособие.— СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2004. 128 с.
- 2. *Алексеев Г. А.* Методы оценки случайных погрешностей гидрометеорологической информации.— Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 96 с.
- 3. *Божокин С. В., Паршин Д. А.* Фракталы и мультифракталы. СПб.: Издво СПбГТУ, 2000. 134 с.
- 4. *Бакий А. С., Сигов Ю. С.* Многоликая турбулентность // В кн.: Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. М.: Наука, 1996. С. 10 94.
- 5. Борн М. Основы теории относительности. Ижевск: Издательский дом «Удмурский университет», 2000. 296 с.
- 6. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971. 512 с.
- 7. *Гласс Л., Мэки М.* От часов к хаосу: Ритмы жизни: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 248 с.
- 8. *Гринвальд Д. И., Никора В. И.* Речная турбулентность. Л.: Гидрометео-издат, 1988. 152 с.
- 9. *Захаров В. Д.* Тяготение. От Аристотеля до Эйнштейна.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. 278 с.
- 10. *Захаров В. Д.* Физика как философия природы. М.: Едиториал УРСС, 2005. 232 с.
- 11. *Исаев А. В.* Закон распределения богатства. СПб.: Издательство «ЛИСС», 1998. 68 с.
- 12. *Исаев А. В.* Параллельные миры или дискретность пространства—времени. СПб.: «Всемирная литература», 2001. 127 с.
- 13. *Калинин Г. П.* Проблемы глобальной гидрологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1968. 378 с.
- 14. *Кантор Г.* К учению о трансфинитном // В кн.: Парадоксы бесконечного. Минск: Изд. В. П. Ильин, 2000. 368 с.
- 15. *Карасев И. Ф., Коваленко В. В.* Стохастические методы речной гидравлики и гидрометрии. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 208 с.
- 16. *Коваленко В. В.* Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 160 с.
- 17. *Коваленко В. В.* Моделирование гидрологических процессов.— СПб.: Гидрометеоиздат, 1993. 256 с.
- 18. *Коваленко В. В.* Бифуркации в религиозной философии, естествознании и общественном развитии. СПб.: Гидрометеоиздат, 1994. 160 с.
- 19. Коваленко В. В. Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процессов развития. СПб.: Изд. РГГМУ, 1998. 113 с.

- 20. *Коваленко В. В.* Онтология и гносеология частично инфинитного моделирования. СПб.: Изд. РГГМУ, 2001. 47 с.
- 21. *Коваленко В. В.* Нелинейные аспекты частично инфинитного моделирования в эволюционной гидрометеоэкологии. СПб.: Изд. РГГМУ, 2002. 158 с.
- 22. Коваленко В. В. Моделирование эволюционных процессов (на примере истории России). СПб.: Изд. РГГМУ, 2003. 304 с.
- 23. *Коваленко В. В.* Частично инфинитное моделирование и прогнозирование процесса формирования речного стока. СПб.: Изд. РГГМУ, 2004. 198 с.
- 24. Коваленко В. В. Частично инфинитное моделирование (основания, примеры, парадоксы). СПб.: Политехника, 2005. 480 с.
- 25. *Коваленко В. В., Хаустов В. А.* Критерии устойчивого развития гидрологических процессов и картирование зон ожидаемых анамалий параметров годового стока, 1998, 12. с. 96 102.
- 26. *Картвелишвили Н. А., Галактионов Ю. И.* Идеализация сложных динамических систем. М.: Наука, 1976. 272 с.
- Колмогоров А. Н. Об аналитических методах в теории вероятностей. Успехи матем. наук, вып. 5, 1938.
- 28. *Колокольчиков В. В.* Отображения. От чисел до функционалов. М.: УРСС, 1999. 172 с.
- Константинов А. Р. Испарение в природе. Л.: Гидрометеоиздат, 1968.
   532 с.
- 30. *Кудрящов А. Ф.* Онтология. Методология. Негеоцентризм. СПб.: Петрополие, 1993. 160 с.
- 31. Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика теория самоорганизации (идеи, модели, перспектива) // В кн.: Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. Введение в информатику с позиций математического моделирования. М.: Наука, 1988. С. 79 136.
- 32. Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Самарский А. А. Структуры в нелинейных средах // В кн.: Компьютеры и нелинейные явления.— М.: Наука, 1988.— С. 5—43.
- 33. *Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967. 736 с.
- 34. *Ладыженская О. А.* Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970. 288 с.
- 35. Ладыженская О. А. О динамической системе, порождаемой уравнениями Навье-Стокса. // В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 6 (Зап. научн. семин. ЛОМИ, т. 27). Л.: Наука, 1972. С. 91 114.
- 36. *Ладыженская О. А.* О конечномерности ограниченных инвариантных множеств для системы Навье-Стокса и других диссипативных систем. Зап. научн. семин. ЛОМИ, т. 115). Л.: Наука, 1982. С. 137 155.

- 37. Ладыженская О. А. Об аттракторах нелинейных эволюционных задач с диссипацией. // В кн.: Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. 18 (Зап. научн. семин. ЛОМИ, т. 152). Л.: Наука, 1986. С. 72 85.
- 38. *Левич В. Г., Вдовин Ю. А., Мямлин В. А.* Курс теоретической физики. Том II. Квантовая механика. Квантовая статистика и физическая кинетика. М.: Наука, 1971. 938 с.
- 39. Лобанов С. А. Полимодальность законов распределения годового и максимального стока. В кн.: Тезисы докладов VI Всероссийского гидрологического съезда. Секция 5. Гидрофизические явления и процессы. Формирование и изменчивость речного стока. Гидрологические и водохозяйственные расчеты. СПб., 2004. С. 204 206.
- 40. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.
- 41. *Милованов В. П.* Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 264 с.
- 42. Мухин Ю. Н. Не надейся не умрешь! М.: Эксмо, Яуза, 2004. 384 с.
- 43. *Налимов В. В.* Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. М.: Прогресс-Традиция, 2000. 344 с.
- 44. Hайденов В. И. Нелинейная динамика поверхностных вод суши. М.: Наука, 2004. 318 с.
- 45. *Пашковский В. Э., Пиотровская В. Р., Пиотровский Р. Т.* Психиатрическая лингвистика. СПб.: Наука, 1994. 160 с.
- 46. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: Пер. с англ. М.: Мир, 2000. 333 с.
- 47. *Пространственно-временные* колебания стока рек СССР / Под. ред. А. В. Рождественского. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 376 с.
- 48. *Режимы с обострением*. Эволюция идеи: законы коэволюции сложных структур. М.: Наука, 1998. 255 с.
- 49. *Свирежев Ю. М.* Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. М.: Наука, 1987. 368 с.
- 50. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
- 51. *Труфанов С. Н.* «Наука логики» Гегеля в доступном изложении: учебное попсобие. Самара: Парус, 1999. 187 с.
- 52. *Урицкий В. Н., Музалевская Н. Н.* Фрактальные структуры и процессы в биологии (обзор) // Биомедицинская информатика и этиология. СПб.: СПИИРАН, 1995. С. 84 129.
- 53.  $\Phi$ едоров В. Д., Гильманов Т. Г. Экология. М.: Изд. МГУ, 1980. 464 с.
- 54. *Фридман А. А.* Мир как пространство и время. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 96 с.

- 55. Хайтун С. Д. Мои идеи (эволюция и энтропия, неаддитивность социальных данных, негауссовость социальных явлений, необратимость и механика, проблемы посткоммунизма в России). М.: Изд-во «АГАР», 1998. 240 с.
- 56. *Хомяков П. М.* Национал-прогрессизм. Теория и идеология национального выживания и развития России (Библиотека РОС. Вып. 1). М.: Паллада, 1994. 64 с.
- 57. Шелутко В. А. Статистические модели и методы исследования многолетних колебаний стока. Л.: Гидрометеоиздат, 1984. 160 с.
- 58. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
- Шубин Л. А. Поиски смысла отдельного и общего существования. Об Андрее Платонове. Работы разных лет. – М.: Советский писатель, 1987. – 368 с.
- 60. *Шустер* Г. Детерминированный хаос: Введение. М.: Мир, 1988. 240 с.
- 61. Эйген М. Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул. М.: Мир, 1973. 216 с.
- 62. Эйнштейн А. Пристонские лекции. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 290 с.
- 63. Эразм Роттердамский. Похвала Глупости // БВЛ.— 1970.— Т.33. С. 119 207.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	
1. Парадоксы географии, социологии и механики жидкости	
1.1. Неустойчивость механизма формирования речного стока	
1.2. Отсутствие периодических решений уравнений гидравлической идеализации.	
1.3. Отсутствие турбулентных решений уравнений гидромеханики	
1.4. Социальные парадоксы	
1.5. Почему тупики нельзя преодолеть обычным моделированием	
1.6. Расширение фазового пространства	
1.7. Формулировка задачи частично инфинитного моделирования	
2. Философско-методологические основы частично инфинитного моделирования	
2.1. Основные понятия (предметная область; сущность и явление; иррацио-	
нальный шаблон – «дерево»; финитность, инфинитность, частичная инфи-	
нитность)	
2.2. Наглядный образ частично инфинитного моделирования (переход из	
возможности в действительность)	
2.3. Селективная роль физической картины мира (ФКМ)	
2.4. Двигаться к истине – значит менять онтологию	
2.5. Нефеноменологические и логико-негеоцентрические парадоксы	
2.6. Пример «работы» введенных понятий	
3. Математический аппарат частично инфинитного моделирования	
3.1. О невозможности самодостаточного математического аппарата в частич-	
но инфинитном моделировании	
3.2. Почему линейное мышление заменяется нелинейным?	
3.3. Замена бесконечномерных систем конечномерными	
3.4. Эволюционные модели	
3.5. Стохастическое обобщение	
3.6. Математические свойства параболических уравнений	
3.7. Как прячутся потенциальные фазовые переменные	
4. Фрактальная диагностика	
4.1. Фрактальные множества и дробные размерности	
4.2. Типы размерностей	
4.3. Физика фракталов с позиций частично инфинитного моделирования	
4.4. Методы практического нахождения фрактальной размерности	
4.5. Применение размерности пространства вложения в постановке задач час-	
тично инфинитного моделирования	
5. Моделирование переходных гносеологических процессов в географии	
<ol> <li>моделирование переходных гносеологических процессов в географии</li> <li>Нелинейное расширение фазового пространства в задачах формирования</li> </ol>	
многолетнего речного стока	
5.2. Бифуркационная диаграмма модели речного стока в виде логистического	
отображения	
5.3. Модель конкурентного взаимодействия двух фазовых переменных («от-	
щепление» фазовой переменной)	

5.4. Модель конкурентного взаимодеиствия в виде системы нелинеиных ото-
бражений
5.5. Общий случай популяционных моделей
5.6. Многомерное уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова
5.7. Турбулизация географических закономерностей
6. Социально-экономические процессы
6.1. Зачем существует цивилизация?
6.2. Механизм турбулизации распределений
6.3. Стоимость, тавтология капитала
7. Турбулентность
7.1. Возникновение проблемы турбулентности
7.2. Гидравлические сопротивления и периодические решения уравнений од-
номерной идеализации
7.3. Существующие подходы к решению проблемы турбулентности
7.4. Сущность механизма возникновения и поддержания турбулентности
8. Частично инфинитный механизм турбулизации кривых распределения плот-
ности вероятности
8.1. Нефеноменологический парадокс классической теории вероятностей
8.2. Неинерциальные системы отсчета и их инварианты
8.3. Механизм турбулизации кривых плотности вероятности
9. Парадоксальность частично инфинитного моделирования
9.1. Метамодель развития и ее парадоксальность
9.2. Есть ли у частично инфинитного моделирования своя Глупость?
Заключение
Приложения
1. Категории возможность и действительность в частично инфинитном моде-
лировании
2. Системы отображений для различных типов взаимодействий
3. К ликвидации «толстых хвостов»
Список литературы
Оглариение

## **CONTENTS**

Introduction		
1. Paradoxes o	of geography, sociology and fluid mechanics	
1.1. Instabilit	ty of mechanism of river flow formation 4	
1.2. Lack of	periodic decisions of the equations of hydraulic idealization	
1.3. Lack of	turbulent decisions of the equations of a hydromechanics	1
	aradoxes1	2
1.5. Why imr	passes cannot be overcome by usual modelling	3
	on of phase space	5
1.7 The form	nulation of task in partial infinitary modelling	
	al-methodological bases in partial infinitary modelling	_
2.1 The basi	c notions (a subject domain; essence and the phenomenon; an irra-	•
	n – "tree"; finit, infinit, partial infinit)	7
2.2 An evide	ent image of partial infinitary modelling (transition from an opportu-	,
nity in the vo	didity)	n
2.2 Salactive	e role of a physical picture of world (PPW)	
	ent to true - change ontology	
2.4. Mon who	enomenological and logic-nongeocentric paradoxes	
2.5. Non pne	mple of "work" of the entered notions	
	tation: incurs in parties intimus just a constitution of the const	0
3.1. About in	npossibility of the self-sufficient mathematical means in partial infini-	0
	ng	
	linear thinking is replaced nonlinear?	
	ment infinite-dimensional systems by finite-dimensional	
	mary models	
	ic generalization	
	atical properties of parabolic equations	
	tential phase variables are hidden	
	nostics	
	льные множества и дробные размерности	
	assemblade and fractional dimensions	_
	f dimensions	
	of fractals from positions in partial infinitary modelling 4	
4.4. Methods	s of practical determination of fractal dimensions	9
4.5. Statemen	nt of task of partial infinitary modelling with application dimension of	
	ace	
	of transitive gnosiological processes in geography	_
5.1. Nonlinea	ar expansion of phase space in tasks of perennial river flow formation 5.	
5.2. Bifurcati	ion diagram of river flow model as logistical map	0
5.3. Model o	f competitive interaction of two phase variable ("separation" of phase	
variable)	66	2
	f competitive interaction as system of nonlinear map	4
	eral case of population models	6
	tivariate Fokker-Planck-Kolmogorov equation 6	9
	ration of geographical laws	
J. / . I GLOWILL	miles == 0 = 0 = profession (miles = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 = 1 =	

2
2
3
7
0
0
2
4
7
03
03
10
18
7
43
43
47
51
51
54
57
58
62

#### Научное издание

#### Коваленко Виктор Васильевич

# ЧАСТИЧНО ИНФИНИТНЫЙ МЕХАНИЗМ ТУРБУЛИЗАЦИИ ПРИРОДНЫХ И СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Монография

Редакторы Л.В. Ковель, И.Г. Максимова Компьютерный набор и верстка: Е.В. Гайдукова

ЛР № 020309 от 30.12.96

Подписано в печать 25.04.06. Формат 60х90 1/16. Гарнитура Times New Roman. Бумага офестная. Печать офестная. Усл.печл. 10,5. Уч.-изд.л. 10,5. Тираж 250 экз. Заказ № 30 РГГМУ, 195196. Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98. ЗАО «НПП «Система», 195112, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 80/2.