

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию

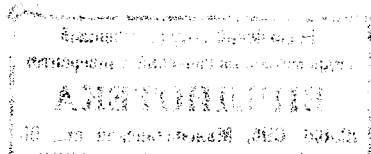
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В. В. КОВАЛЕНКО

**ГИДРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
НАДЕЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ
ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КЛИМАТА**



Санкт-Петербург
2009



УДК 556.048:627:551.583

ББК 26.222

K56

Коваленко В.В. Гидрологическое обеспечение надежности строительных проектов при изменении климата. – СПб.: изд. РГГМУ, 2009. – 100 с.

ISBN 978-5-86813-234-6

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И. Ф. Карасев (Государственный гидрологический институт)

В книге рассматривается возможность практического приложения некоторых идей частично инфинитного моделирования к задачам гидрологического обеспечения строительных проектов. Предлагаются пути определения расчетных характеристик речного стока и оценки гидрологической надежности инженерных сооружений в условиях неустойчивости гидрометеорологических процессов (вплоть до отказа от использования статистических закономерностей).

Предназначена лицам, занимающимся гидрологическим обеспечением строительных проектов, студентам и аспирантам.

Kovalenko V.V. Hydrological maintenance of reliability of the building projects at change of a climate. – St. Petersburg, RSHU Publishers, 2009. – 100 pp.

In the book the opportunity of the practical appendix of some ideas partially infinity of modeling to tasks of hydrological maintenance of the building projects is considered. The ways of definition of the settlement characteristics of a river drain and estimation of hydrological reliability of engineering structures in conditions of instability of hydrometeorological processes (down to failure of use of statistical laws) are offered.

Is intended to the persons engaged hydrological maintenance of the building projects, students and post-graduate students.

ISBN 978-5-86813-234-6

© Коваленко В. В., 2009

© Хаустов В. А., обложка, 2009

© Российский государственный

гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2009

Российский государственный
гидрометеорологический университет

БИБЛИОТЕКА

195196, СПб, Малоохтинский пр., 98

у2.в. 1447

Введение

(о частично инфинитной гидрологии и ее связи с темой монографии)

Гидрология, как и подавляющее большинство прикладных наук, развивалась, опираясь на зарекомендовавший себя математический аппарат, предполагающий априори так называемую корректную постановку задач. Смысл этой корректности варьирует в зависимости от изучаемой предметной области. Если мы рассматриваем гидравлику неустановившихся течений, то пользуемся уравнениями математической физики. Естественным образом возникает необходимость ставить гидравлическую задачу корректно, например по Адамару (решение должно априори существовать, быть единственным и непрерывно зависеть от исходных данных – параметров модели, граничных и начальных условий). Если мы изучаем многолетние колебания стока методами математической статистики, то логично требовать устойчивости моментов распределения плотности вероятности.

Прочитав последнее предложение, любой «нормальный» гидролог будет интерпретировать слово «устойчивость» в смысле устойчивости статистических выборочных оценок моментов (а значит, и расчетных гидрологических характеристик: нормы модуля стока $\bar{q}$, коэффициентов вариации C_v и асимметрии C_s), полученных по ограниченной реальной статистической совокупности (ряду наблюдений). Но в данном случае смысл корректности совсем в другом: процесс должен быть устойчивым в «самой физике», а не только в эмпирических оценках.

Когда возникает физическая неустойчивость? В двух случаях: 1) если изучаемая система активно взаимодействует с окружающим «миром» и развивается (тогда ряд расходов, например, не представляет собой устойчивую статистическую совокупность – стационарную или нестационарную) – онтологическая неустойчивость; 2) если познающий субъект настолько упростил ситуацию, что в рамки его «примитивных» представлений изучаемый объект не вписывается – гносеологическая неустойчивость.

С точки зрения эпистемологии различие между этими двумя случаями не так уж и существенно: в первом случае познавать должен «всемирный дух» (по Гегелю), а во втором – конкретный «Коля Крюков». С точки же зрения гидрологического обеспечения строи-

тельного проектирования важен не только факт существования неустойчивости, но и ее генезис (иначе, как с ней бороться?).

Частично инфинитная гидрология как раз и занимается такими неустойчивостями, которые существуют как объективно в природе самого процесса формирования стока (как атрибут развития), так и субъективно (в нашем недопонимании того, что реально происходит на водосборах). Финитная же гидрология имеет дело с устойчивыми объектами, причем эта устойчивость также может быть как объективной, так и субъективной (связанной с нашим наивным взглядом на процесс формирования стока, если мы не способны саморефлексировать и видеть свою наивность со стороны).

Ситуацию может прояснить рис. В.1, где вектор состояния $\vec{Y}$ – набор величин (например, только расход воды Q), которыми мы пытаемся описать реакцию системы на внешнее воздействие (например, интенсивность осадков $\dot{X}$). В науке известны два вида закономерностей: динамические и статистические. На рис. В.1 динамические закономерности представляет траектория $\vec{Y}(t)$ до полосы разрыва A . Тут действуют жесткие причинно-следственные связи, математически выражаемые, например, дифференциальными уравнениями различного типа. Если происходит потеря устойчивости их решений, то переходят от изучения отдельных траекторий к рассмотрению их пучка (интервал $A - B$), т. е. к использованию статистических закономерностей (кривым плотности вероятности $p(Q)$; на интервале $0 - A$ «действует» вырожденная плотность вероятности в виде δ -функции). Этот пучок может быть как стационарным (интервал $A - 1$, где статистические моменты не меняются во времени), так и нестационарным (интервал $1 - 2$, где могут наблюдаться тренды по моментам за счет изменения факторов формирования стока, например климата).

Но что делать, если и пучок теряет устойчивость (например, растет дисперсия, как показано на рис. В. 1 на интервале $2 - B$)? Оказывается, что одномерный пучок можно «сжать», если перейти к пучку (распределению) многомерному. Последний может быть как одномодальным, так и многомодальным (рис. В.1). Практическая необходимость в этом возникает, например, если проектируется мост на расход $Q_{p\%}$, а распределение неустойчиво по дисперсии и $Q_{p\%}$ нельзя

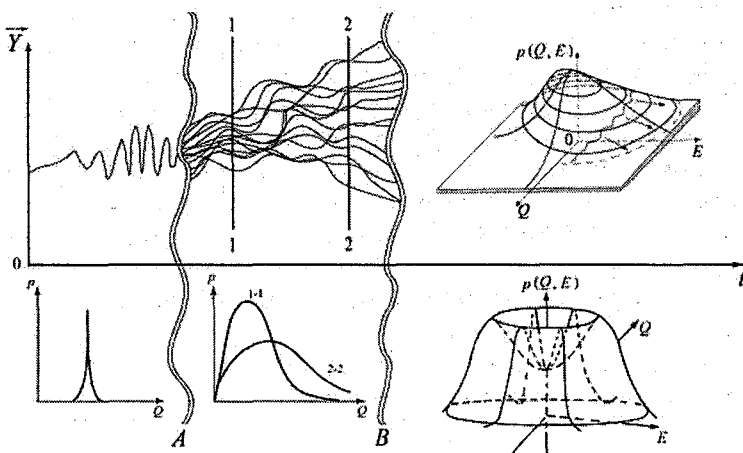


Рис. В. 1. К пояснению понятия «частично инфинитная гидрология».

установить надежно. В случае же двумерного устойчивого распределения (например, $p(Q, E)$, где E – испарение) событие $p(Q, E)_{p\%}$ определяется однозначно. При этом существует способ, позволяющий установить, сколько новых фазовых переменных надо привлекать, чтобы многомерное распределение было устойчивым. Это так называемая фрактальная диагностика.

Так вот, частично инфинитным моделированием (и прогнозированием) называется переход через полосы разрыва, в нашем случае – через B . Если глубокий философский термин «инфинитность» заменить более вульгарным «неопределенность», то можно сказать, что это процесс частично неопределенный. В том смысле, что он формализуем только частично, а именно в части числа новых переменных, но не их качества (на вопрос «что они из себя представляют?» нельзя ответить, используя математические методы).

Действующий нормативный документ (СП 33-101-2003) подразумевает свою дееспособность на интервале $A-1$, т. е. в случае стационарного устойчивого одномерного распределения. Но если официально (мировым сообществом) признается факт антропогенного изменения климата, то налицо явное противоречие между идеологией, заложенной в СП, и реалиями окружающей нас действительности.

Вопрос о физической устойчивости даже стационарных распределений в своде правил СП 33-101-2003 вообще остается втуне. Такой проблемы в его логических рамках просто не существует. Но как в таком случае надо оценивать факт фрактальности практически всех рядов речного стока? О чем он говорит? О том, что гидрологические объекты (бассейны рек) развиваются, взаимодействуя с гидрометеорологической средой, и вероятностные распределения, характеризующие сток, неустойчивы по старшим, а часто и по младшим моментам.

Данная монография направлена на решение подобных проблем, а главное – на возможность практической реализации этих решений. Базовой моделью, которая будет использована в книге, является уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК):

$$\frac{\partial p(\vec{Y}, t)}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial Y_i} \left[A_i(\vec{Y}, t) p(\vec{Y}, t) \right] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial Y_i \partial Y_j} \left[B_{ij}(\vec{Y}, t) p(\vec{Y}, t) \right], \quad (\text{B.1})$$

где A_i и B_{ij} – коэффициенты сноса и диффузии, определяющие скорость изменения математического ожидания приращений вектора состояния $\vec{Y}$ и их квадратов.

Эта модель не является базовой для частично инфинитной гидрологии (как и вообще для частично инфинитного моделирования – там «базовых» моделей не может быть просто по определению), но для финитной гидрологии она является базовой безусловно (именно ее мы будем использовать для расширения фазовых пространств с целью формирования более устойчивых многомерных распределений).

То, что она является базовой моделью для классической гидрологии (об этом многие «гидрологи» даже не догадываются), следует из того, что практическая гидрология, использующая статистические методы, основана на уравнении К. Пирсона, которое в одномерном случае имеет вид:

$$\frac{dp}{dQ} = \frac{Q - a}{F(Q)} p, \quad (\text{B.2})$$

являясь стационарным «огрызком» уравнения ФПК. В гидрологии обычно ограничиваются квадратичной аппроксимацией функции распределения $F(Q) = b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2$ и связывают коэффициенты a, b_0, b_1, b_2 с первыми четырьмя начальными моментами. Уравнение (В.2) было получено Пирсоном без всякой связи с уравнением ФПК (последнего на момент появления модели (В.2) еще не существовало). Если уравнение (В.2) вывести из модели ФПК (В.1), то коэффициентам можно придать наглядный физический (в нашем случае гидрологический) смысл (см., например, [6]): $a = (G_{\bar{c}\tilde{N}} + 2\bar{N})/d$; $b_0 = -G_{\tilde{N}}/d$; $b_1 = G_{\bar{c}\tilde{N}}/d$; $b_2 = -G_{\bar{c}}/d$ (здесь $d = 2\bar{c} + G_{\bar{c}}$). В этих формулах использованы следующие обозначения: $c = \bar{c} + \tilde{c}$, $N = \bar{N} + \tilde{N}$, $c = 1/k\tau$, $N = \bar{X}/\tau$ (здесь $\bar{c}, \bar{N}$ – математические ожидания; $\tilde{c}, \tilde{N}$ – белые шумы с интенсивностями $G_{\bar{c}}, G_{\tilde{N}}$ и взаимной интенсивностью $G_{\bar{c}\tilde{N}}$; k – коэффициент стока; τ – время релаксации бассейна).

Предполагается, что читатель знаком с подобным математическим аппаратом марковских случайных процессов, а также с основными положениями частично инфинитной гидрологии (см. [6]), которые будут использоваться в монографии. Если игнорировать физическую неустойчивость как существующего режима формирования многолетнего стока (статистические характеристики которого закартированы в приложении к СНиПу 2.01.14-83), так и ожидаемого режима его формирования в будущем, то уравнение (В.2) пригодно (разумеется при приведенном выше раскрытии гидрологического смысла его коэффициентов) для определения обеспеченных значений характеристик стока при заданных сценариях изменения климата. Подробно методика его использования приводится в учебнике [8] (а также в первом его издании 1993 г.). Поэтому в монографии много места уделяется проблемам, которые возникают при неустойчивости вероятностных распределений.

Исследования выполнялись при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 2.1.1/3355).

1. Недостатки существующего нормативного гидрологического обеспечения строительных проектов

1.1. «Научная история» СНиПов и СП

История зарождения нормативных документов в области гидро-расчетов начинается с Д. И. Кочерина. Занимаясь в 20-е годы прошедшего века экспертизой гидротехнических проектов (работая в Главэнерго ВСНХ), он как никто другой ощущал разрыв между гидротехникой и гидрологией. Последняя была беспомощна в деле обеспечения курса на индустриализацию СССР (принятого большевиками на XIV съезде ВКП(б) в 1925 г.) в области промышленного гидротехнического строительства. Им впервые была предложена карта среднего многолетнего стока Европейской территории СССР (рис. 1.1) и, также впервые, поднят вопрос о вероятностных его колебаниях. Карта Кочерина (вплоть до появления более основательной карты ГГИ в 1937 г.) служила для гидрологического обоснования гидротехнических проектов.

Конечно, предложения Кочерина не носили нормативного характера в современном понимании, но именно его идеология послужила основой существующих СНиПов и СП. Под гидрологию была заложена мина замедленного действия. Очень прогрессивная для своего времени и исторически неизбежная, но все-таки мина.

По-существу, на гидрологию надевался «колпак-термостат», гарантирующий самодостаточность статистически обработанных рядов гидрологических наблюдений для принятия проектных решений в области гидротехнического строительства. Многомерное гидрометеорологическое фазовое пространство проецировалось на одну ось — фазовую гидрологическую переменную (если выражаться языком частично инфинитной гидрологии). Дальновидные гидрологи это понимали и высказывали свои опасения. Например, Е. В. Оппоков на II Всесоюзном гидрологическом съезде указал, что «сводная работа Д. И. Кочерина по изучению стока для целей гидросиловых установок носит статистический характер без связи с атмосферными осадками и другими факторами стока» [14].

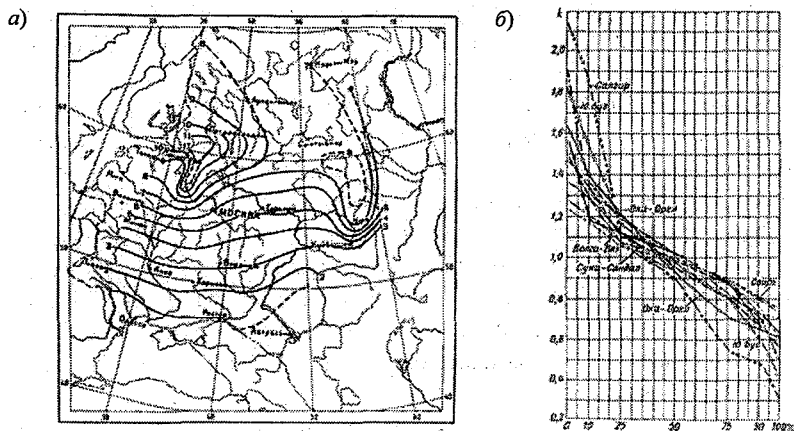


Рис. 1.1. Первенцы нормативной гидрологии: а – карта среднего многолетнего стока рек Европейской территории СССР; б – кривые обеспеченности его модульных коэффициентов k (рисунки из учебника Д. Л. Соколовского [18]).

В дальнейшем линия Кочерина только усиливалась. Появились варианты более обоснованных карт, причем не только годового, но максимального и минимального стока. Решающий вклад в строительство «гидрологического термостата» внес Д. Л. Соколовский в 1930 г., взяв на вооружение уравнение К. Пирсона и введя в практику гидрорасчетов биномиальную асимметричную кривую как одно из решений этого уравнения. Дальше, как говорится, «дело техники»: кривую «улучшили» С. Н. Крицкий и М. Ф. Менкель, «запретив» рекам пересыхать и перемерзать. Последний гвоздь в гроб эволюционной гидрологии вбил III Всесоюзный гидрологический съезд (1957 г.), предложив провести своеобразную «кодификацию» методов расчета гидрологических характеристик при строительном проектировании. После этого впервые в истории гидрологии появилось несколько локальных нормативных документов (СН 346-66 – минимальный сток; СН 356-66 – максимальный сток талых вод; СН 371-67 – годовой сток и его внутригодовое распределение; СН 397-69 – наивысшие уровни воды рек и озер).

В 1972 г. строительные нормы (СН) были сведены в единый документ «Указания по определению расчетных гидрологических характеристик СН 435-72» (в него дополнительно вошли методы расче-

1. Недостатки существующего нормативного гидрологического обеспечения

та максимальных расходов воды дождевых паводков). В последние 30 лет он дважды «клонировался» (с небольшими изменениями): СНиП 2.01.14-83 и СП 33-101-2003.

Подобная историческая линия гидрорасчетов, конечно, имеет положительные моменты, закрывая путь всевозможной «отсебятине». Однако оборотной стороной подобной консервативности является опасность проглядеть эволюцию гидрометеорологической реальности, окружающей «гидрологический термостат», из-за которого затруднено взаимодействие смежных предметных областей. Инкапсулировав себя в одномерном «статистическом термостате» и сделав основную ставку на фактические ряды наблюдений за стоком (да еще в предположении их стационарности), гидрорасчеты оказались совершенно нечувствительными к изменениям в окружающем мире. (Косность проступает даже в сочетании слов «гидрологические расчеты»: мыслимы ли в современном мире термины «метеорологические расчеты» или «океанологические расчеты».) Свод правил СП 33-101-2003 фактически требовал дополнений на следующий день после выхода из печати. Конечно, я утрирую ситуацию, но без этого будет не понятен смысл данной монографии.

1.2. Что нас интересует в нормативных документах

Действующие документы включают много аспектов технического характера (действия при отсутствии или недостаточности наблюдений, погрешности статистических оценок и т. п.), которые нас интересовать не будут. Нам важно поведение характеристик многолетнего стока в условиях, когда термостат, обеспечивающий стационарность и устойчивость рядов стока, не срабатывает.

Интересующие нас характеристики представлены на рис. 1.2. Именно в отношении характеристик 1 – 4, 7 на рис. 1.2 в монографии будут сделаны рекомендации о возможности их однозначной идентификации в условиях неустойчивости. Что это за «неустойчивость» и откуда она берется?

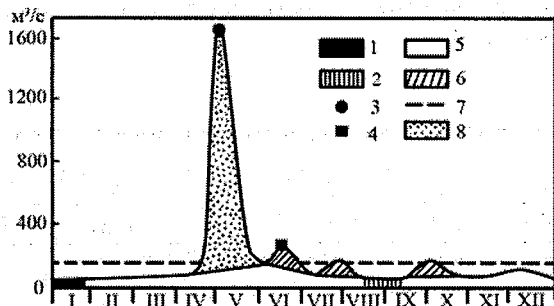


Рис. 1.2. Гидрологические характеристики, рассматриваемые в монографии: 1 – зимний межень; 2 – летне-осенний межень; 3 – максимальный сток весеннего половодья; 4 – максимальный сток дождевого паводка. На рисунке введены также следующие обозначения: 5 – грунтовое питание; 6 – дождевое питание; 7 – среднегодовой сток; 8 – снеговое питание.

1.3. Неустойчивость вероятностных распределений

Задание плотности вероятности равносильно заданию определенного числа моментов: $p(Q) \sim m_1, m_2, m_3, \dots$. Известна процедура, позволяющая аппроксимировать уравнение ФПК системой уравнений для моментов

$$dm_n/dt = (-\bar{c} + 0,5nG_{\bar{c}})m_n + \dots \quad (n=1,2,3\dots) \quad (1.1)$$

(приведены только те члены правой части, которые необходимы для выяснения условий устойчивости).

Из системы (1.1) видно, что при $\bar{c} < 0,5nG_{\bar{c}}$ производная $dm_n/dt > 0$, т. е. $m_n \rightarrow \infty$. Это и есть формальный признак неустойчивости. Если обозначить $\beta = G_{\bar{c}}/\bar{c}$, то неустойчивость для моментов n -го порядка m_n возникает при

$$\beta > 2/n \quad (m_3 - \beta > 2/3, \quad m_2 - \beta > 1, \quad m_1 - \beta > 2).$$

1. Недостатки существующего нормативного гидрологического обеспечения

Спектр этого критерия дискретен и сгущается в сторону старших моментов (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Зависимость критерия устойчивости от порядка момента*

n	1	2	3	4	5	6	7
β	2,00	1,00	0,67	0,50	0,40	0,33	0,29

* В инженерной практике используется не более 3–4 моментов.

Таким образом, чем старше момент, тем меньшая относительная интенсивность шума требуется для его неустойчивости. По старшим моментам речной сток практически всегда неустойчив. А гидрологи вынуждены строить распределения с использованием второго и третьего моментов (т. е. часто заведомо неустойчивые распределения).

Визуально неустойчивость можно представить следующим образом (рис. 1.3). Сначала (если ограничиться только тремя моментами и рассуждать метафорически) система ищет наиболее «удобное» для себя (модальное) значение фазовой переменной (рис. 1.3, а), затем расширяет диапазон своих «интересов» (рис. 1.3, б) и, наконец,

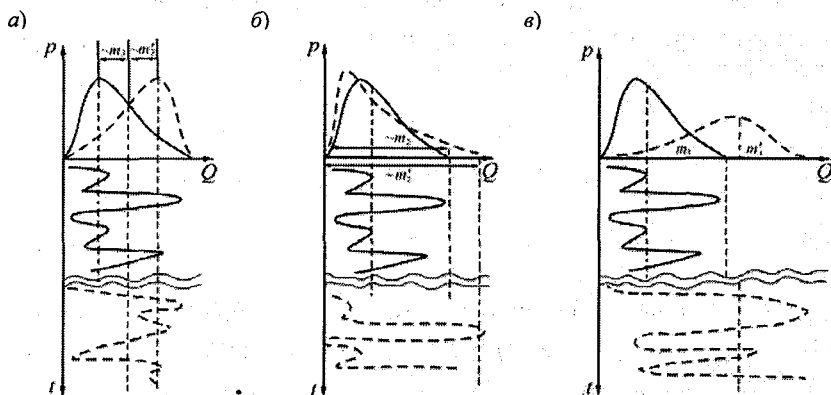


Рис. 1.3. Визуализация понятия неустойчивости по моментам третьего (а), второго (б) и первого (в) порядков. Внизу показаны возможные временные развертки при первоначальных m_n и измененных m'_n моментах разного порядка. Правая граница развертки, показанная на рис. 1.3, б, условна: при неустойчивости ее не существует (второй и третий моменты, показанные на рисунке, характеризуют линейные размеры, но, естественно, не равны им).

«уходит в поисках счастья в другой мир» (рис. 1.3, в). («Расширение диапазона своих интересов» практически означает, что «хвост» распределения толстеет – спадает не по экспоненте, а степенным образом, см. [6].)

На практике параметр β находится следующим образом. Одним из частных решений уравнения (В.1) является экспонента (что вполне естественно для марковских случайных процессов): $r = \exp(-(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})\Delta t)$. Логарифмируя это выражение, получаем (при годовой сдвигке $\Delta t = 1$) формулу для вычисления $\beta = G_{\bar{c}}/\bar{c} : \beta = 2k \ln r + 2$. Так как коэффициенты стока k и автокорреляции r вычисляются по имеющимся рядам наблюдений, то довольно легко выполнить расчеты по обширным территориям (рис. 1.4). Наиболее достоверно это можно сделать для годового стока, так как и k , и r имеют хорошую физическую интерпретацию и вычисляются достаточно надежно. Как видно из рис. 1.4, почти половина территории СНГ неустойчива по коэффициенту асимметрии (40 % – по коэффициенту вариации и 10 % – по норме стока), причем зоны неустойчивости примерно совпадают с бессточными областями СССР (по поводу севера Западно-Сибирской равнины см. комментарий в работе [6]).

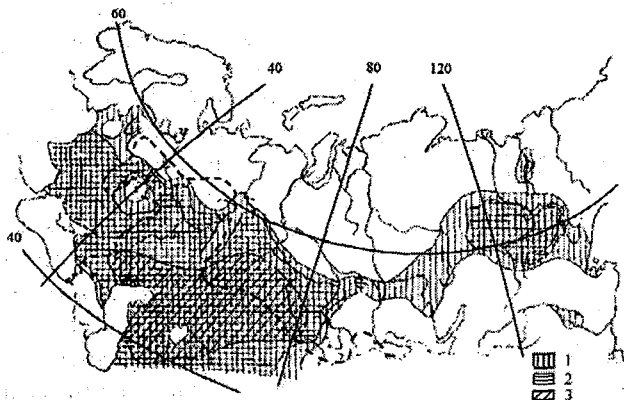


Рис. 1.4. Неустойчивость годового стока на территории СНГ по критерию β и бессточные области СССР (ограничены пунктирной линией): 1) $\beta > 2/3$, 2) $\beta > 1$, 3) $\beta \geq 1,8$.

В отношении максимального и минимального стока ситуация не такая определенная.

Для того чтобы ощутить источник этой неопределенности, вернемся к формуле $\beta = 2k \ln r + 2$. Если посмотреть на график функции $\beta' = 2k \ln r = f(k, r)$ (рис. 1.5), то становится понятным механизм выхода за «устойчивые пределы» как при $r \rightarrow 0$, так и при $r \rightarrow 1$ (при любых значениях коэффициента стока). В первом случае имеем дело с белым шумом, во втором – выходим за рамки идеализации случайной функции простым марковским процессом (при $\Delta t = 1$). Если ситуация с коэффициентом автокорреляции сравнительно нормальна (в том смысле, что его значения можно более или менее однозначно интерпретировать для любого вида стока), то ответить на вопрос: что такое коэффициент стока для зимней или летне-осенней межени, не просто.

Между годовой нормой осадков X и нормой меженного стока $q_{\min}$ действительно прослеживаются связи (см. [3]), и для определенных целей можно использовать $k_{\min} = q_{\min} / X$. Однако с точки

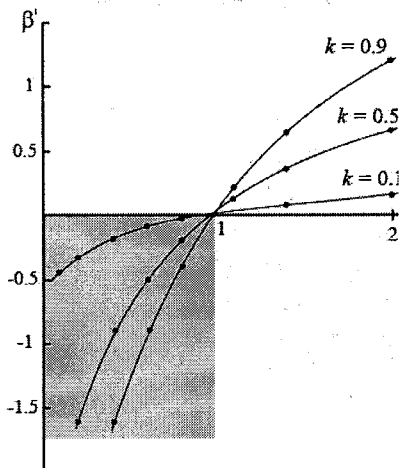


Рис. 1.5. Зависимость $\beta' = f(k, r)$ (серым цветом выделена рабочая область, где $0 < r < 1$).

зрения устойчивости использование такого значения $k_{\min}$ даст худшие показатели, чем есть на самом деле. Например, расчеты устойчивости летне-осенней межени по ЕТР и Украине показывают, что 80 % территории имеет распределения с толстыми хвостами, см. [6].

В то же самое время, по данным Соколовского [18], коэффициенты подземного стока на большей части ЕТР составляют 0,1–0,2, что приводит к показателям устойчивости, сравнимым с таковыми для годового стока (а может быть и лучшими).

То же самое относится и к максимальному стоку весеннего

половодья (многолетний ряд максимальных расходов дождевых паводков при той его интерпретации, которая заложена в СНиПе и СП, представляет собой практически белый шум). В зависимости от того, что понимать под его коэффициентом стока, будем получать разные картины устойчивости. Если интерпретировать его как отношение максимального суточного слоя стока к максимальной суточной «водоподаче» на бассейн, то получим довольно неутешительную картину в отношении устойчивости. Если же оценивать его более интегрально как коэффициент стока талых вод (в духе Соколовского [18]), то ситуация становится более радужной. Однако в любом случае для всех видов речного стока при любой интерпретации коэффициента стока существуют огромные территории, где формирование стока неустойчиво по тем или иным моментам распределения плотности вероятности.

Эмпирическим подтверждением или опровержением (правда, косвенным) результатов по устойчивости моментов могут служить данные анализа стационарности (однородности) многолетних колебаний стока [15]. Применение критериев Стьюдента (среднее), Фишера (дисперсия) и Колмогорова–Смирнова (функция распределения или коэффициент асимметрии – при преобразовании исходной информации) к анализу 519 рядов стока рек СССР привело (на 5 %-м уровне значимости) к следующим результатам (явно неоднородные, из-за влияния хозяйственной деятельности, ряды не рассматривались).

В зависимости от региона неоднородными оказались от 0 % рядов (Карелия, Северо-Запад ЕТР, Западная Сибирь, Лено-Индигирский Дальний Восток) до 8–13 % (Белоруссия, Западная Украина, Центральный и Южный Казахстан, Средняя Азия); на Камчатке это число доходит до 33 %.

Сопоставив эти данные с распределением зон неустойчивости на рис. 1.4, можно заметить их коррелированность. Однако масштабы проблемы отличаются в разы: если из карты на рис. 1.4 следует, что неустойчивость моментов имеет место на 30–40 % территории, то по данным работы [15] функции распределения неоднородными оказываются не более чем в 10 % случаев (а если рассматривать неоднородность по дисперсии или только по среднему, то и того меньше).

Конечно, подобное прямое сравнение не совсем корректно:

1. Теоретическая неустойчивость моментов, даже если критерий β подсчитывается по фактическим данным, и неоднородность эмпири-

1. Недостатки существующего нормативного гидрологического обеспечения

ческих рядов видимо не одно и то же, хотя безусловно тесно связаны друг с другом. 2. Расчеты β не были статистическими оценками, поэтому говорить о каком-либо доверительном интервале не приходится (оценки же неоднородности рядов проведены на 5 %-м уровне значимости). И тем не менее факт налицо: существуют регионы с «турбулизированной» функцией плотности вероятности с распластанной (видимо, многомодальной) вершиной, что выводит подобные распределения за класс кривых Пирсона.

Метафорически эти результаты можно прокомментировать и так. Анализируя степень устойчивости с помощью теоретического критерия β , мы как бы выделяем генетически неустойчивые бассейны (потенциальных «преступников»), а с помощью статистических критериев мы ловим «преступника» за руку (по факту неоднородности – совершению «преступления»). Если усилить органы правопорядка (поднять уровень значимости), то пойманных окажется больше (может быть те же самые 50 % территории).

Можно спросить, как же так: всегда была устойчивость и вдруг повальная нестабильность? Нет, речные бассейны (как и все природные объекты) менялись всегда («все течет, все меняется»). Просто либо «разрешающей способности» науки не хватало, чтобы идентифицировать эту изменчивость, либо не было практической необходимости, чтобы обращать на нее внимание.

1.4. Как климат «уходит от ответственности» за гидрологическую безопасность сооружений

Сейчас к этой (внутренней) нестабильности добавляется нестабильность внешняя, климатическая. Ряды стока могут быть статистически устойчивыми, но нестационарными за счет потепления и изменения осадков. Но в нормативных документах ни температура воздуха, ни осадки напрямую никакой ответственности за потенциальные аварии не несут. Во всем оказывается «виноват» ряд расходов. Функции распределения безусловны (и бесправны – хочется добавить). Интуитивно чувствуя наличие «инфинитной реальности» за гидрологическим термостатом, составители СНиПа и СП ввели гарантийную поправку к максимальным расходам вероятностью превышения 0,01 %.

1.5. Надежна ли «теория надежности»

Но давайте разберемся, как стыкуется понятие «надежности», основанное на «обеспеченности», с реалиями сегодняшнего дня. Если климатическая система выведена из равновесия, то из-за больших времен релаксации, свойственных ее компонентам (океану, биосфере и т. д.), о стационарных рядах стока надо забыть и учиться жить в новом неустойчивом мире (рис. 1.6). А это означает, в частности, коренную ломку представлений о надежности, основанных на понятии обеспеченного значения расхода. Термостата нет, стационарности нет, «обеспечивать» надежность некому.

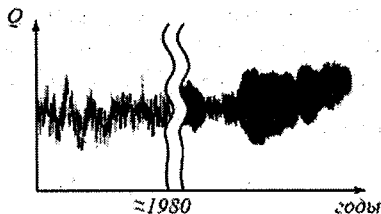


Рис. 1.6. К смене парадигмы надежности.

Иногда можно услышать и такие рассуждения. «Пусть климатическая система за счет выброса CO_2 выведена из равновесия, но она ведь снова вернется в прежнее состояние». Может быть и вернется, но через какое время? Существует такое понятие как «продолжительность (время) эксплуатации сооружения». Эти два «времени» должны быть согласованы, но как это сделать, игнорируя неравномерность климата и статистическую изменчивость речного стока? В п. 4 будет рассмотрен возможный выход из подобной ситуации, который не требует, чтобы климатическая система куда-то возвращалась.

2. Механизмы «расширения размерности» и «сжатия размеров» фазовых пространств моделей формирования многолетнего речного стока

2.1. Некоторые сведения о частично инфинитной гидрологии

Уравнение (В.1) олицетворяет собой действие статистической закономерности (хотя формально само по себе – это обычное уравнение математической физики), которую прокомментируем для одномерного случая. Эта закономерность действует при выполнении обычных предельных теорем теории вероятностей $S_n = \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow S$ (при условии, что x_i одинаково распределены), т. е. $\forall i$ x_i не вносит определяющего вклада.

Действие статистической закономерности прекращается, если $\lim_{n \rightarrow \infty} M[S_n/m_n] = \text{const}$, где $m_n = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. В этом случае последовательности S_n и m_n эквивалентны, т. е. сумма эффектов определяется лишь одним максимальным числом m_n (не действует предельная теорема Чебышева). А что это означает? Метафорически следующее. Некий «термостат», обеспечивающий «закрытость» системы $(S - S_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0)$, «прокололся». Система открылась влиянию инфинитной реальности и стала в статистическом смысле неустойчивой.

Возникает вопрос, «если статистические закономерности не действуют, что тогда действует»? Каким закономерностям подчиняется потерявшая устойчивость система? Для нее есть два пути:

1. «Заклеить» дыру в термостате и вернуться в прежнее статистически устойчивое состояние.

2. Соорудить новый (уже расширенный) термостат и описывать ситуацию двумерным (но устойчивым) распределением.

Эти возможности призывают вернуться к известным в науке (статистическим) закономерностям. Но как? Существуют ли закономерности, по которым система из одного статистически неустойчивого состояния переходит в другое, статистически устойчивое? Частично

инфинитная гидрология утверждает, что существуют. Именно: переход в новое устойчивое состояние связан с превращением одного из условий реализации причинно-следственных связей (коэффициентов модели) старого термостата в новую фазовую переменную (следствие) расширенного устойчивого термостата. Подобные закономерности мы и называем «частично инфинитными». Они действуют в переходных гносеологических (познавательных) режимах, когда старое уже разрушено, а новое еще не создано.

Этот класс закономерностей назван частично инфинитным, так как он, с одной стороны, определяется свойствами разрушенной системы (финитность), а с другой – зависит от разрушающего фактора, который для нас известен только в предположительном смысле (инфинитность). Вектор задаваемых параметров любой модели обеспечивает интерфейс моделируемой системы с окружением, и именно «оживление» его составляющих (превращение в фазовые переменные – искомые функции) является задачей частично инфинитного моделирования.

Основными понятиями в нем являются: предметная область, финитность, инфинитность, частичная инфинитность. Любая модель выделяет (фиксирует, рационализирует) определенную предметную область в окружающем мире. Объекты и связи между ними, зафиксированные в рамках выделенной предметной области, называются финитными. Все остальное – инфинитная реальность, которая невыразима рациональными структурами, используемыми для фиксации нашей предметной области. Граница между финитным и инфинитным частично инфинитна (только частично выразима в рациональных структурах). Развитие – это расширение фазового пространства, новая фиксация предметной области.

Рассмотрим, опираясь уже на более рациональные основания, как мы из своей финитной оболочки можем проникать в инфинитную реальность. Новая переменная появляется не с Луны, иначе ни о какой, даже «частичной», рационализации и речи бы не было. Она скрыта в самой модели и «кто-то» ее «пробуждает».

Обратимся к системе популяционных моделей (почему именно к ним см. [6]):

$$dx_1/dt = (r_1 - \beta_{11}x_1 - \beta_{12}x_2)x_1; \quad (2.1)$$

$$dx_2/dt = (r_2 - \beta_{21}x_1 - \beta_{22}x_2)x_2 \quad (2.2)$$

(в обычных условиях эта система уравнений описывает взаимодействие двух популяций x_1 и x_2 с биологическими потенциалами r_1 , r_2 и коэффициентами взаимодействия β_{ij}).

«Огидрологичим» ситуацию и будем считать: $x_1 = Q$; $x_2 = E$; $r_i = \dot{X}/w_i$, где w_i — емкость для i -й переменной. Существует связь между r_i и временем релаксации τ_i : $r_i = 1/\tau_i$. Пусть $\tau_2 \gg \tau_1$, т. е. селективная ценность у E очень мала ($E = \text{const}$, $dE/dt \approx 0$). Тогда $\beta_{12}E \approx \beta_{12} * \text{const} = \text{const}_1$; обозначим $r_1^0 = r_1 - \text{const}_1$. Следовательно, систему (2.1), (2.2) мы воспринимаем как одно уравнение $dQ/dt = (r_1^0 - \beta_{11}Q)Q$. (Если рассуждать «мультипликативно», см. [6], то придем к уравнению $dQ/dt = (r_1 - \beta'_{11}Q)Q$.) Наблюдая за расходом, мы идентифицируем численные значения r_1^0 и β_{11} (или β'_{11}). Нам даже невдомек, что за величиной $r_1^0 = (\dot{X}/w_1)^0$ еще что-то стоит, кроме селективной ценности расхода (точнее, то что стоит за r_1^0 , и определяет его селективную ценность: в зависимости от знака β_{12} увеличивает или уменьшает ее). Испарение есть, но оно не воспринимается нами как искомая функция. Это просто потери, учитываемые коэффициентом стока. (Если в уравнении $dQ/dt = -Q/k\tau + \dot{X}/\tau$ считать, что $\tau = w_1/Q$, то получим $dQ/dt = (\dot{X}/w_1 - cQ/w_1)Q$, где параметр $c = 1/k$ учитывает наличие испарения.)

Таким образом, медленная фазовая переменная просто включена в состав частично инфинитных параметров $\dot{X}/w_1$ (здесь величину $\dot{X}$ следует считать эффективной, т. е. осадки минус потери) или (чаще) c/w_1 (рис. 2.1.)

Реально испарение имеет смысл рассматривать как «ожившую» фазовую переменную, если ее внутригодовые вариации (интенсивность белого шума $G_{\bar{c}}$) сравнимы с нормой: $G_{\bar{c}} = \bar{c}$.

В этом случае величина x_2 в (2.1) отнюдь не константа и надо рассматривать (2.1), (2.2) совместно для расхода и испарения. Испарение «оживает» и подавляет рост расходов (при $G_c \rightarrow 2\bar{c}$ система становится статистически неустойчивой по расходу). Говорят, что они (Q и E) стали жить в одном темпомире.

А сколько всего таких «затаившихся» фазовых переменных? Ответ на этот вопрос дает фрактальная диагностика. Ее смысл заключается в том, что наблюдая за одной фазовой переменной (доступной измерению), можно сделать вывод о количестве других (оказывается, что временная реализация одной фазовой переменной в известном смысле эквивалентна «пространственному» срезу многообразия фазовых переменных: ведь эволюция одномерной проекции инфинитной реальности происходит не сама по себе, а с учетом влияния ближайших соседей). Методика фрактальной диагностики гидрологических процессов подробно описана в работе [5].

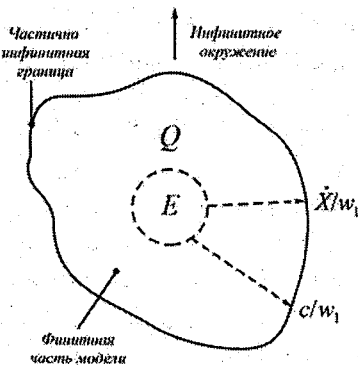


Рис. 2.1. Включение медленной фазовой переменной E в состав частично инфинитных параметров.

2.2. Расширяемость статистически неустойчивых моделей

Уравнение ФПК – это уравнение параболического типа конвекции-диффузии. Математические свойства подобных уравнений (существование решений, их единственность и устойчивость) хорошо изучены [17]. С помощью соответствующих преобразований их можно приводить к различному виду. Например, уравнение (В.1) можно записать так (для одномерного случая):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} (A'p) + \frac{\partial}{\partial y} \left(B \frac{\partial p}{\partial y} \right),$$

где $A' = -A + \partial B / \partial y$. Это так называемая дивергентная форма уравнения конвекции–диффузии, подробно рассмотренная в работе [17].

В подобных уравнениях преобладать может либо конвекция ($Pe \gg 1$), либо диффузия ($Pe \ll 1$), критерием чего выступает число Пекле: $Pe = A'_0 y_0 / B_0$, где A'_0, y_0, B_0 – характерные значения соответствующих величин (в случае, например, уравнения Навье–Стокса в роли Pe выступает число Рейнольдса $Re = V_0 h_0 / \nu$, где V_0 и h_0 – характерные скорость и глубина, ν – вязкость).

При сильном доминировании конвекции (это важный для нас случай, который создает предпосылки для неустойчивости моментов) приходим к так называемым сингулярно возмущенным задачам с малым параметром Pe^{-1} при старших производных, что приводит к наличию областей сильного изменения моментов (в частности – к толстым хвостам). Если частично инфинитная среда несжимаема (например, для (B.1) $\text{div} \vec{A} = \sum_{i=1}^n \partial A_i / \partial y_i = 0$; это будет, в частности, для одномерного случая при $2\bar{c} = G_{\bar{c}}$), то стационарное распределение (конечная инвариантная мера, как сказали бы математики) вообще отсутствует. В гидрологии обычно пытаются иметь дело с семейством кривых Пирсона, к которому придем, если для одномерного случая в (B.1) принять:

$$A(y) = a_0 + a_1 y; \quad B(y) = b_0 + b_1 y + b_2 y^2.$$

Причем для стационарности необходимо, чтобы $a_1 < 0, b_2 > 0$. Неустойчивость – это нарушение законов сохранения, т. е. появление из инфинитной реальности своеобразной «тележки» (см. [6]), «трясущей» распределение плотности вероятности.

Основной тезис частично инфинитной гидрологии заключается в том, что при расширении фазового пространства частично инфинитную реальность (ее размерность равна разности размерности пространства вложения и числа реально учитываемых фазовых переменных) сжать проще. Это означает, например, что толстый хвост, возникающий при неустойчивости по дисперсии, можно «размазать» по вновь вводимой фазовой переменной, сделав тем самым двумерное

распределение устойчивым. Это процедура предполагает умение прогнозировать появление неустойчивости и зарождение новой фазовой переменной, которая эту неустойчивость и создала.

2.3. «Сжатие размеров» фазовых пространств путем перехода к условным распределениям

Как реально расширить фазовое пространство моделей различных видов стока, мы рассмотрим в п. 3.4 на конкретных примерах. Но ведь строительному проектированию не нужны новые фазовые переменные. Ему нужен расход воды, которому можно приписать определенную обеспеченность. Поэтому надо от устойчивых многомерных распределений снова возвращаться к одномерным, но устойчивым (сжимать фазовые пространства). Общая схема подобного сжатия сводится к следующему.

Предположим, что есть «измерительный» ряд величины x (например, расходов воды) и сгенерированный по той или иной методике ряд величин y (например, испарений). Если распределение $p(x)$ неустойчиво по дисперсии (а значит, заведомо, и по третьему моменту), то задать однозначно нормируемое значение $x_{p\%}$ мы не можем. Если бы мы этого не знали, то по ряду x вычислили бы m_1 и среднее квадратическое отклонение σ_x . Затем, используя формулу $p(x) = (\exp(-(x - m_1)^2 / 2\sigma_x^2)) / \sqrt{\sigma_x^2 2\pi}$, построили бы кривую плотности вероятности, а затем кривую обеспеченности. По ней нашли бы, например, $x_{1\%}$, оставаясь в детском неведении, что за найденным числом не стоит никакая устойчивая реальность.

Привлекая вторую переменную y , мы получим эллипс рассеяния (рис. 2.2), используя который можно найти двумерное нормальное распределение:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2} \right]} \quad (2.3)$$

2. Механизмы «расширения размерности»

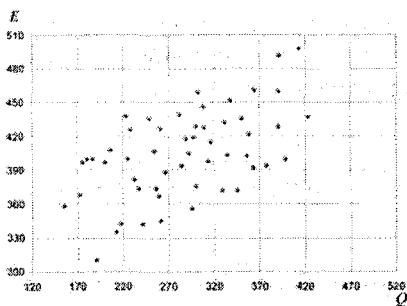


Рис. 2.2. Эллипс рассеяния.

где r — коэффициент корреляции между x и y . (Забудем временно о ненадежности σ_x .)

Использование (2.3) открывает определенные возможности, но и создает проблемы. Например, что такое двумерная обеспеченность? Кому вообще в проектной практике нужны дополнительные фазовые переменные (то же самое

испарение какой-то обеспеченности, да еще совместно с расходом)? Поэтому, естественно, возникает желание использовать подобное расширение для построения «обычной» одномерной кривой $p(x)$, но с устойчивой дисперсией («прижатым хвостом»).

Известно [16], что наличие корреляции между двумя переменными уменьшает среднее квадратическое отклонение исходного ряда: $\sigma_{x(y)} = \sigma_x \sqrt{1-r^2}$, что естественно приводит к опусканию хвоста (рис. 2.3). Однако у такого условного распределения меняется и центр распределения (в зависимости от «условия», т. е. значения y):

$$p(x/y) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi(1-r^2)}} e^{-\frac{1}{2\sigma_x^2(1-r^2)} \left(x - \bar{x} - \frac{r\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}) \right)^2}$$

(см. рис. 2.3).

Если строить условное распределение для x относительно $\bar{y}$, то получим просто прижатый хвост, но как установить обеспеченное значение $x_{p\%}$? Ведь оно будет явно занижено по сравнению со значением $x_{p\%}$, полученным по безусловному распределению.

Видимо рассуждать надо так. Неустойчивость (например, по дисперсии) означает, что изучаемая предметная область (в нашем случае речной бассейн в части, отражаемой его моделью) слабо зафиксирована и в «ней» есть «дырки», через которые «уходит вероятность».

Это следствие того, что мы сложную гидрометеорологическую систему, режим которой определяется и осадками, и температурой, и испарением, и почвогрунтами, и уклоном водосбора, решили изучать с помощью только одного ряда расходов. Это привело к тому, что в последнем появилась тенденция к распаду статистической совокупности расходов. «Термостат» (модель бассейна в виде одномерного распределения $p(Q)$) оказался недостаточным. Укрепим его еще одной

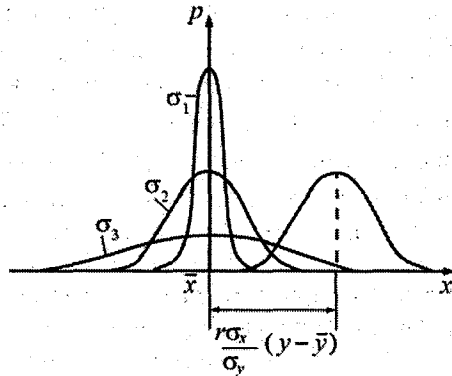


Рис. 2.3. Влияние среднего квадратического отклонения на хвосты распределения ($\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$).

«обшивкой» и введем в рассмотрение наряду с расходом еще и испарение. Вопрос об «условии» (толщине обшивки) $E_{P\%}$ — это вопрос соглашения: насколько распределение надо смещать вправо $\left(Q_E = \bar{Q} + \frac{r\sigma_Q}{\sigma_E} (E_{P\%} - \bar{E}) \right)$, чтобы обеспечить надежность проекти-

руемых сооружений и вместе с тем не очень тратиться и не сильно менять без нужды существующие оценки $Q_{P\%}$. У нового распределения хвост спадает быстрее, чем у исходного, безусловного (разу-

меется, если $r_{QE} \neq 0$ и ранг матрицы моментов $\begin{vmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{vmatrix}$ равен

двум, т. е. когда между Q и E существует корреляционная, не жесткая, однозначная зависимость; здесь центральные моменты определяются выражением $\mu_{ik} = M[(Q - \bar{Q})^i (E - \bar{E})^k]$.

Таким образом, учет второй фазовой переменной (E) позволяет прижать и одномерный хвост условного распределения $p(Q/E_{P\%})$. Учитывая, что процент обеспеченности $P\%$ для распределений модулей стока, испарения и осадков более или менее совпадает (что

вполне вероятно, так как и Q и E находятся под «колпаком» у $\dot{X}$; иначе откуда бы взялась «ложная» корреляция между ними), нормировку лучше проводить так: нормативно задавать внешнее воздействие на бассейн $\dot{X}_{P\%}$ (например $P = 10\%$), а дальше подключать условное распределение $p(Q/E_{10\%})$ и нормативно задавать P уже для Q . Тем самым мы часть внутренних проблем бассейна перекладываем на более общую климатическую систему, формирующую гидрометеорологический режим на Земле.

Какими при этом могут получаться значения $Q_{P\%}$ по сравнению с расчетами по существующим нормативным документам, мы сейчас не обсуждаем, так как цель – уйти от неопределенности, если мы оказываемся в зоне неустойчивости по второму начальному моменту. И вот тут самое время «вспомнить» о том, что используемая величина σ_Q «ненадежна», см. пояснения к формуле (2.3). Возникает очень нетривиальный вопрос: как мы что-то сумели сделать «более надежным», используя «ненадежную» информацию? Причем ситуацию не спасает даже, например, такая «уловка»: давайте в (2.3) вообще не будем использовать безусловные среднеквадратические отклонения, а только условные, типа $\sigma_{Q(E)} = \sigma_Q \sqrt{1 - r^2}$, которые можно вычис-

лить по формуле $\sigma_{Q(E)} = (\sum_{i=1}^n (Q_{i,n} - Q_P)^2 / n)^{0.5}$, где $Q_{i,n}$ – наблюдаемый расход; Q_P – расход, рассчитанный по уравнению регрессии. Однако для уравнения регрессии все равно надо вычислять безусловные среднеквадратические отклонения.

Давайте вспомним, почему мы σ_Q считаем ненадежным? Потому что оно получено путем обработки ряда в области неустойчивости по дисперсии (или по второму начальному моменту, если точнее). Однако если в эмпирическом распределении еще не сформировался степенной «хвост», то никто не запрещает подставлять σ_Q в формулу (2.3) и оставлять в силе все последующие рассуждения. Однако все равно «маячит» вопрос: как из менее совершенного получается что-то более совершенное? Вопрос слишком философский; таков и ответ: так же, как из обезьяны произошел человек. «Ненадежная» обезьяна только и могла произвести что-то новое, потому что она использовалась «средой» как мутировавшая подложка. Среда (у

нас испарение) заставляет «ненадежный» объект (у нас расход) стать более «надежным» в расширенном фазовом пространстве. «Расширяться» имеет смысл до размерности пространства вложения, по крайней мере, существуют обобщения двумерных распределений на многомерные.

Данные рассуждения, видимо, можно перенести и на минимальный сток, и на максимальный сток весеннего половодья, хотя и с оговорками, а может быть и с заменой природы второй фазовой переменной. Особняком стоит максимальный дождевой сток (см. п. 3.5).

3. Примеры определения расчетных характеристик для «стационарного» режима с неустойчивыми моментами

3.1. Модель формирования многолетнего стока

Известно, что все виды многолетнего речного стока (годового, минимального и максимального) описываются асимметричными одно-модальными кривыми плотности вероятности, укладывающимися в семейство кривых Пирсона, являющихся решением уравнения (В. 2).

На практике считается достаточным аппроксимировать кривую $p(Q)$ тремя начальными моментами $m_n = \int Q^n p(Q) dQ$ ($n=1, 2, 3$). Каждый из этих моментов имеет определенный геометрический смысл, и в совокупности они, с достаточной для практики полнотой, характеризуют одномодальную кривую.

Тем не менее реально эмпирические кривые часто не соответствуют подобной идеализации. Из-за неустойчивости процесса формирования стока «хвосты» распределений меняются не по экспоненте $(p \sim \exp(-Q^2) \xrightarrow{Q \rightarrow \infty} 0)$, а по степенному закону $(p \sim \text{const}/Q^{(1+\alpha)} \rightarrow 0 \text{ при } 0 \leq \alpha \leq 1)$. Однако на практике это обстоятельство игнорируют, ссылаясь на «короткие ряды наблюдений». Естественным образом возникает необходимость расширения фазового пространства. В речном бассейне могут действовать различные типы взаимодействия между фазовыми переменными. При годовом осреднении уравнение водного баланса имеет вид $\bar{X} = \bar{Q} + \bar{E} + \bar{\Delta U}$, т. е. остаются три взаимодействующих переменных, причем расход и испарение конкурируют за ресурс $\bar{X}$, а изменение запасов влаги в почве ΔU (оно может входить в уравнение баланса и с плюсом, и с минусом) ведет себя более «экзотически».

Гидрологи интересуются в основном расходом воды. Стохастически обобщая динамическую модель

$$dQ/dt = -(1/k_Q \tau_Q)Q + \dot{X}/\tau_Q, \quad (3.1)$$

приходим к уравнению ФПК и семейству кривых Пирсона (его стационарному решению). Но аналогичное уравнение можно записать и для испарения:

$$dE/dt = -(1/k_E \tau_E)Q + \dot{X}/\tau_E, \quad (3.2)$$

где $k_E = E/\dot{X}$ – коэффициент испарения; τ_E – время релаксации испарительной емкости бассейна. Стохастически обобщая это уравнение, приходим к уравнению ФПК для $p(E)$ с коэффициентами сноса и диффузии:

$$\begin{aligned} A_E &= -(\bar{c}_E - 0,5G_{\tilde{c}_E})E - 0,5G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E} + \bar{N}_E; \\ B_E &= G_{\tilde{c}_E} E^2 - 2G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E} E + G_{\tilde{N}_E}, \end{aligned}$$

где $G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E}$ – взаимная интенсивность «испарительных шумов», о значе которой, видимо, можно написать отдельную работу.

Пока $G_{\tilde{c}_E} \ll \bar{c}_E$ и $\bar{c}_Q \gg G_{\tilde{c}_Q}$, обе предметные области (стоковая и испарительная) могут рассматриваться независимо друг от друга, но в случае отсутствия стационарных распределений их надо рассматривать совместно. Учитывая, что $k_Q = Q/(Q + E + \Delta U)$, $k_E = E/(Q + E + \Delta U)$, уравнения (3.1) и (3.2) можно записать так:

$$dQ/dt = -(Q + E + \Delta U)/\tau_Q + \dot{X}/\tau_Q; \quad (3.3)$$

$$dE/dt = -(Q + E + \Delta U)/\tau_E + \dot{X}/\tau_E. \quad (3.4)$$

Введем в (3.3) и (3.4) шумы:

$$dQ/dt = -(\bar{c}_Q + \tilde{c}_Q)(Q + E + \Delta U) + \bar{N}_Q + \tilde{N}_Q; \quad (3.5)$$

$$dE/dt = -(\bar{c}_E + \tilde{c}_E)(Q + E + \Delta U) + \bar{N}_E + \tilde{N}_E. \quad (3.6)$$

3. Примеры определения расчетных характеристик

Коэффициентами $c_Q = \bar{c}_Q + \tilde{c}_Q$ и $c_E = \bar{c}_E + \tilde{c}_E$ учитываются вариации τ_Q и τ_E , а также неучтенного (явно) влияния других факторов формирования стока, хотя в первом приближении можно допустить, что $\tau_Q \approx \tau_E \approx 1$, $\bar{c}_Q \approx \bar{c}_E \approx 1$. Величинами $\tilde{N}_Q$ и $\tilde{N}_E$ учитываются вариации внешних воздействий (в первом приближении, видимо, можно допустить: $\tilde{N}_Q = \tilde{N}_E$, $G_{\tilde{N}_Q} \approx G_{\tilde{N}_E}$), которые коррелируются с $\tilde{c}_Q$ и $\tilde{c}_E$ (не только из-за того, что в них входят параметры τ_Q и τ_E).

Более сложная ситуация с третьей фазовой переменной – изменением запасов воды в почво-грунтах ΔU . Эта величина знакопеременная, причем знак определяется суммой $\dot{X} - Q - E$. Если поступающие в бассейн ресурсы ($\dot{X}$) большие ($\dot{X} > Q - E$), то $\Delta U > 0$; в противном случае $\Delta U < 0$. Поэтому почво-грунты бассейна играют роль своеобразной релейной следящей системы, которую можно описать уравнением:

$$d(\Delta U)/dt = -(\bar{c} + \tilde{c})\text{sgn}(\Delta U) + \bar{N} + \tilde{N}, \quad (3.7)$$

где $\text{sgn}(\Delta U)$ – знаковая функция (+1 при $\Delta U > 0$, -1 при $\Delta U < 0$), а $N = \dot{X} - Q - E$.

Параметр c можно интерпретировать как скорость насыщения (или водоотдачи) почво-грунтов речного бассейна. Визуально характер нелинейности иллюстрирует рис. 3.1, а, а распределение плотно-

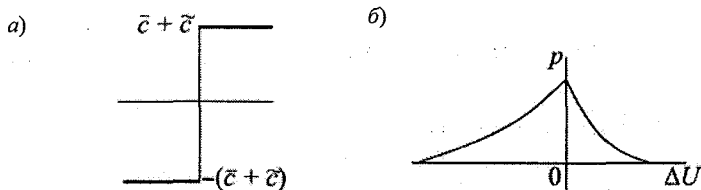


Рис. 3.1. Характер нелинейности (а) и распределение плотности вероятности (б) для модели (3.7).

сти вероятности (при $\bar{N} = 0$) – рис. 3.1, б (асимметрия порождается корреляцией аддитивного $\tilde{N}$ и параметрического $\tilde{c}$ шумов).

Системе уравнений (3.5), (3.6) и (3.7) статистически эквивалентно уравнение ФПК для совместной плотности вероятности $p(Q, E, \Delta U; t)$:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial (A_i p)}{\partial Q_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 (B_{ij} p)}{\partial Q_i \partial Q_j}, \quad (3.8)$$

где $Q_1 = Q$; $Q_2 = E$; $Q_3 = \Delta U$. Коэффициенты сноса A_i и диффузии B_{ij} определяются формулами:

$$\begin{aligned} A_Q &= -(\bar{c}_Q - 0,5G_{\tilde{c}_Q})(Q + E + \Delta U) - 0,5G_{\tilde{c}_Q \tilde{N}_Q} + \bar{N}; \\ A_E &= -(\bar{c}_E - 0,5G_{\tilde{c}_E})(Q + E + \Delta U) - 0,5G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E} + \bar{N}; \\ A_{\Delta U} &= -\bar{c}_{\Delta U} \operatorname{sgn}(\Delta U) + \delta(\Delta U)[G_{\tilde{c}_{\Delta U}} \operatorname{sgn}(\Delta U) - G_{\tilde{c}_{\Delta U} \tilde{N}}] + \bar{N}; \\ B_Q &= G_{\tilde{c}_Q} Q^2 - 2G_{\tilde{c}_Q \tilde{N}_Q} Q + G_{\tilde{N}_Q}; \\ B_E &= G_{\tilde{c}_E} E^2 - 2G_{\tilde{c}_E \tilde{N}_E} E + G_{\tilde{N}_E}; \\ B_{\Delta U} &= G_{\tilde{c}} - 2G_{\tilde{c}_{\Delta U} \tilde{N}} \operatorname{sgn}(\Delta U) + G_{\tilde{N}}; \\ B_{QE} &= B_{Q\Delta U} = B_{E\Delta U} = 0. \end{aligned}$$

Для чего мы вводим новые фазовые переменные: E и ΔU ? Чтобы ликвидировать толстый «хвост» (т. е. неустойчивость по дисперсии) у распределения $p(Q)$. Следовательно, мы должны убедиться, что распределение $p(Q, E, \Delta U; t)$ имеет тонкий (но трехмерный) «хвост» (или хотя бы, что $p(Q, E; t)$ – тонкий двумерный). Для этого надо показать, что в расширенной системе процесс формирования расхода устойчив по дисперсии.

На рис. 3.2 представлен пример двумерной проекции функции $p(Q, E, \Delta U; t)$ (о генерации рядов испарения см. п.3.2). При игнорировании (в явном виде) испарения мы фактически проектируем дву-

3. Примеры определения расчетных характеристик

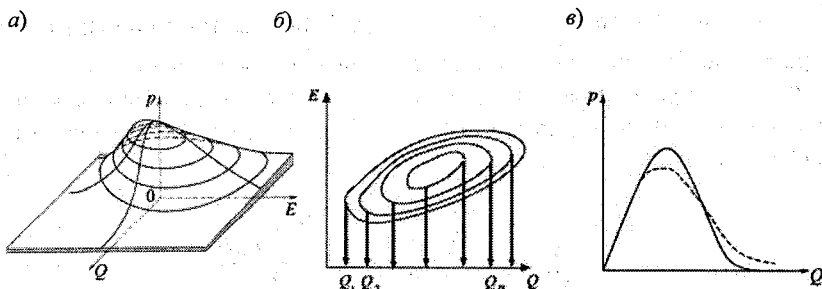


Рис. 3.2. Двумерное распределение плотности вероятности $p(Q, E)$ (а), его двумерная (б) и одномерная (в) проекции (стрелками на рис. б показано проецирование эмпирических точек с координатами (Q, E) на ось расходов; рис. в – это результат статистической обработки ряда $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$).

мерное поле (Q, E) на ось расходов. При этом происходит смещение точек; «хвост» распределения $p(Q)$ «поднимается». Переход к плоскости (Q, E) «размазывает» точки по ней, и имеем двумерное распределение $p(Q, E)$ с «опущенным» (но уже двумерным) «хвостом» (т. е. устойчивость по дисперсии фазовых переменных). Это означает сжимаемость частично инфинитной среды для многомерного распределения: $\text{div } \vec{A} = \sum \partial A_i / \partial Q_i < 0$ (в случае одной переменной $Q_1 = Q$ можем иметь $\partial A / \partial Q = 0$, что и приводит к неустойчивости).

Исходя из представленных выше выражений для коэффициентов, имеем

$$\sum \partial A_i / \partial Q_i = -(\bar{c}_Q - 0,5G_{\bar{c}_Q}) - (\bar{c}_E - 0,5G_{\bar{c}_E}) - \bar{c}_{\Delta U} \delta(\Delta U) \quad (3.9)$$

(в коэффициенте $A_{\Delta U}$ мы проигнорировали параметрический шум). Из этого выражения видно, что учет дополнительных фазовых переменных увеличивает шансы на сжимаемость, если, конечно, и для других переменных, например испарения, нет тенденции к неустойчивости ($G_{\bar{c}_E} \rightarrow \bar{c}_E$). Однако сравнительный анализ рядов расходов и испарения для ЕТР показал, что подобная тенденция отсутствует (рис. 3.3).

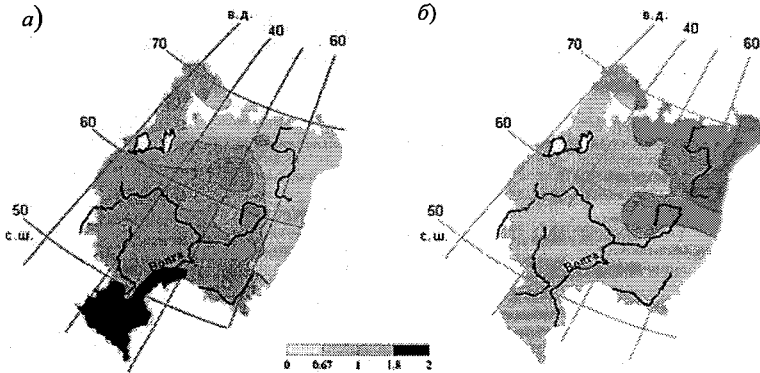


Рис. 3.3. Распределение зон неустойчивости по стоку (а) и по испарению (б). Карты построены совместно с к.т.н. Е. В. Гайдуковой и аспирантом Ф. Л. Соловьевым при следующих допущениях по отношению к β_E . Коэффициенты автокорреляции для рядов испарения напоминают таковые для зимней межени: из 160 рядов в 67 случаях они отрицательные, в остальных случаях положительные, но, как правило, незначительные. Но можно ли их считать «статистически незначимыми» исходя, например, из доверительного интервала, определяемого по известной формуле $|r_0| = t_\alpha \sigma_r$ (здесь t_α – критерий Стьюдента при уровне значимости α ; σ_r – среднее квадратическое отклонение ординат корреляционной функции)? Смотря для чего. Для использования регрессионных прогностических зависимостей – да. В нашем же случае они и не обязаны быть большими (в марковских процессах автокорреляционные функции спадают по экспоненте со скоростью, зависящей от $(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})$). Если вычислять β_E исходя из фактических значений коэффициентов автокорреляции $r_E(1)$, то в подавляющем числе случаев критерий β_E стремится к нулю и даже становится отрицательным. Это, видимо, следует интерпретировать как устойчивость по всем четырем моментам, используемых при описании семейства кривых Пирсона. Почти вся БТР (за исключением северо-восточного региона) оказывается устойчивой. Поэтому, чтобы усугубить ситуацию, карта построена для $r_E(1)$ при уровне значимости $\alpha = 0,1$ для степени свободы 30–60. Эти же значения $r_E(1)$ использовались в табл. 3.1 и при построении рис. 3.4. Полученная картина качественно сохраняется до значений $r_E(1)$, соответствующих $0,5\sigma_r$.

Наоборот, из-за сравнительной «зеркальности» зон неустойчивости происходит увеличение степени сжимаемости двумерного распределения $p(Q, E)$ по сравнению с одномерным $p(Q)$. Действительно:

$$\text{div} \vec{A} = -(\bar{c}_Q - 0,5G_{\bar{c}_Q}) - (\bar{c}_E - 0,5G_{\bar{c}_E}) = -\bar{c}_Q(1 - 0,5\beta_Q) - \bar{c}_E(1 - 0,5\beta_E),$$

3. Примеры определения расчетных характеристик

т. е. в любом случае каждая из переменных стабилизирует другую, причем в тем большей степени, чем неустойчивее последняя (см. рис. 3.4 и табл. 3.1).

Таблица 3.1

Влияние широты местности на численные значения критериев устойчивости

№ п/п	Градус северной широты	Река – створ	β_Q	β_E
1	44,22	Кума – ст-ца Александрийская	1,93	0,00
2	48,00	Кундрючья – ст-ца Владимирская	1,78	0,01
3	50,63	Оскол – г. Старый Оскол	1,49	0,06
4	51,45	Большой Караман – пгт Советское	1,85	0,02
5	52,67	Чагра – с. Новотулка	1,78	0,01
6	53,68	Кондурча – п. Украинка	1,59	0,33
7	54,22	Кондурча – с. Кошки	1,44	0,36
8	55,78	Летка – с. Казань	1,24	0,31
9	56,65	Уфа – г. Красноуфимск	1,20	0,04
10	57,48	Полисть – д. Подтополье	1,16	0,35
11	58,02	Нея – д. Буслаево	0,90	0,29
12	59,50	Воложба – д. Воложба	1,35	0,35
13	60,57	Юг – д. Гаврино	0,90	0,30
14	61,72	Выгчеда – г. Сыктывкар	1,29	0,61
15	62,23	Яренга – с. Тохта	1,46	0,64
16	64,72	Пинегга – с. Кулогоры	0,34	0,61
17	65,82	Пеза – д. Игумново	0,25	0,87

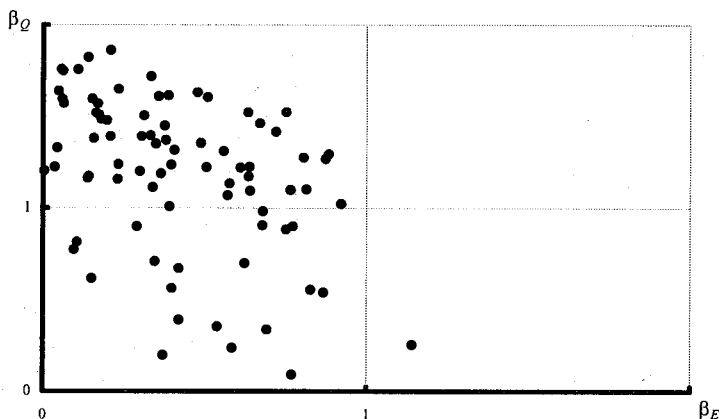


Рис. 3.4. Взаимозависимость между критериями устойчивости по стоку β_Q и испарению β_E .

Вопрос о влиянии третьего слагаемого в (3.9) оставим пока открытым.

Смысл объединения в том, что интегрированная (стоковая и испарительная) предметная область испытывает меньше влияния «инфинитной реальности», чем каждая из них в отдельности (они обе стали финитным ядром многомерной модели). Если бы кроме них ничего не было, то система стала бы полностью мультипликативно замкнутой, и мы перешли бы к нормальному двумерному распределению $p(Q, E)$ (симметричному «колокольчику»), заведомо ликвидировав толстый «хвост».

Вообще надо заметить, что критерий устойчивости, как для одномерного, так и для многомерного случая, получают на основе метода (функции) Ляпунова, разработанного для детерминированных систем без случайных воздействий. Система уравнений для начальных моментов формально именно таковой и является (так же как и уравнение ФПК: хотя оно описывает вероятностные распределения, ничего случайного в нем нет — это детерминистическое уравнение конвекции–диффузии). Поэтому устойчивость определяется не абстрактными случайными шумами, а в целом коэффициентами ($\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}$) (их знаками).

3.2. Годовой сток

Какую пользу может дать переход к двумерным распределениям на практике (например, в строительном проектировании при назначении расхода заданной обеспеченности $Q_{1\%}$)? Если в рамках линейного формирующего фильтра расход $Q_{1\%}$ «брался» при фиксированных значениях $\bar{c}$, $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{N}}$ и $G_{\bar{c}\bar{N}}$ (которые дает ряд наблюдений, если он стационарный), то теперь выбор расхода нужной обеспеченности становится «проблемой» (см. рис. 3.2, б). События 1 %-ной обеспеченности происходят на некоей изолинии, а $\max Q_{1\%}$ соответствует проекции на ось Q крайней правой точки изолинии $(Q, E)_{1\%}$. При устойчивости двумерного распределения эта величина является однозначной, а значит, нормируемой характеристикой. (При толстом хвосте для распределения $p(Q)$ происходило нарушение предельной

3. Примеры определения расчетных характеристик

теоремы: $S_n / \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \text{const}$; ситуация повисала в воздухе и нормировать проектный расход было нельзя.)

Для получения распределения $p(Q, E)$ необходимо наряду с расходами воды иметь ряды испарения с поверхности речного бассейна. Как получить многолетний ряд годовых испарений? Прямые измерения этой гидрометеорологической характеристики не производятся (за исключением эпизодических наблюдений или систематических измерений на экспериментальных водосборах, например, на территории Валдайской лаборатории). Однако существуют эмпирические формулы, связывающие испарение с температурой воздуха и влажностью. Есть рекомендации (см. [10]), пользуясь которыми можно сгенерировать ряды годовых испарений. В частности, предлагается определять испарение по температуре и влажности воздуха, измеренных на существующей сети метеорологических станций (рис. 3.5).

В этих рекомендациях есть «темные пятна», но на сегодняшний день это, видимо, единственный путь получения пусть и не совсем инструментальных, а только расчетно-инструментальных, эмпирических рядов испарения. Использование подобных рекомендаций на практике показывает, что за небольшим исключением ($\approx 10\%$) получаются довольно правдоподобные цифры балансов (пример приведен в табл. 3.2).

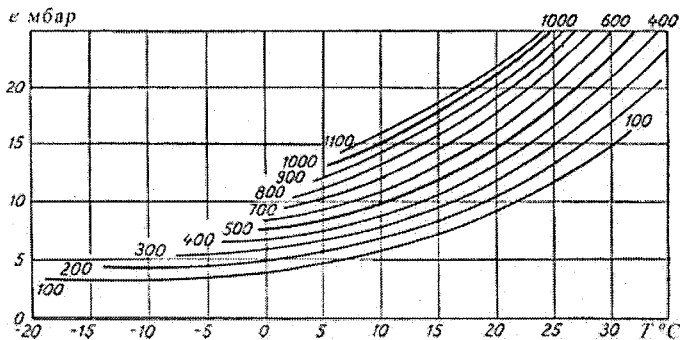


Рис. 3.5. График для расчета годового испарения (мм/год) по среднегодовым температуре (T) и влажности воздуха (e).

Таблица 3.2

Годовые водные балансы (Судость – Погар, $F_{\text{бас}} = 5\,180 \text{ км}^2$)*

Год	Слой стока, мм	Ст. Стародуб		Среднее испарение по ст. Стародуб и ст. Почел, мм	Осадки, мм	Невязка, мм
		Температура, $T^{\circ}\text{C}$	Влажность, мбар			
1951	142	5,7	8,2	472	483	-131
1952	100	5,2	8,1	480	696	116
1953	130	5,1	8,5	515	515	-130
1954	84,0	5,2	8,7	541	577	-48
1955	78,5	5,5	8,0	454	487	-46
1956	121	3,8	7,9	476	673	76
1957	136	6,1	8,7	513	612	-37
1958	186	5,3	8,4	489	650	-25
1959	104	5,7	8,1	446	465	-85
1960	108	6,2	8,4	472	474	-106
1961	71,2	6,3	8,6	476	474	-73
1962	150	5,8	8,6	503	700	47
1976	83,4	4,5	7,6	421	588	84
1977	84,0	5,5	8,6	497	653	72
1979	139	5,6	8,1	446	643	48
1980	183	4,9	8,2	487	781	111
1982	155	6,3	8,5	472	569	-58
1983	149	7,0	8,8	480	556	-73
1984	90,7	5,7	8,4	469	613	53
1985	145	4,1	8,3	502	675	28
1986	139	5,8	8,4	474	617	4
* Таблица составлена аспирантом кафедры гидрофизики и гидропрогнозов РГТМУ Ф. Л. Соловьевым.						

На рис. 3.6 приведен пример полученного описанным выше образом двумерного распределения $p(Q, E)$.

Сделаем одно замечание. Для чего используются статистические методы? Для упрощения описания (а значит, и управления) процесса: вместо того, чтобы отслеживать каждый индивидуальный расход (в ряду их несколько десятков), информацию о них «свертывают»

3. Примеры определения расчетных характеристик

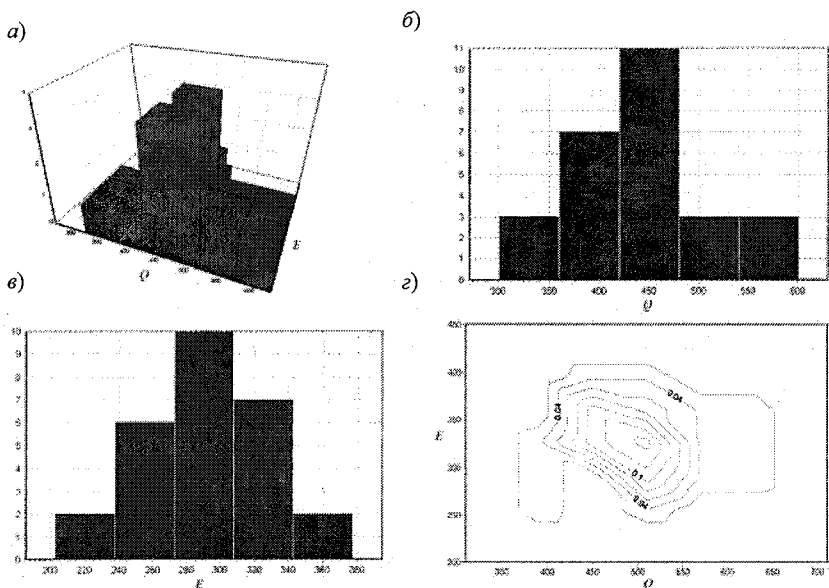


Рис. 3.6. Двумерное распределение $p(Q, E)$ (а) и его проекции (б, в, г), р. Печора – г. Троицко-Печорск, $F = 35\,600 \text{ км}^2$ (рисунки выполнены аспирантом Ф. Л. Соловьевым).

в вероятностном распределении и оперируют только несколькими числами (моментами). При неустойчивости подобная свертка (только одних расходов) не срабатывает. Переходя к двумерному распределению $p(Q, E)$ и надеясь на его устойчивость, мы фактически одновременно «свертываем» информацию с двух смежных предметных областей (стоковой и испарительной). Тем самым мы заменяем тип взаимодействия между испарением и расходом (нейтрализм на конкуренцию). Ситуация становится более финитной и статистически управляемой. Но сами управляющие воздействия носят уже другой качественный характер – это вероятностные моменты уже двумерных распределений.

Сгенерированные ряды испарений (для ста шестидесяти речных бассейнов ЕТР) позволили построить карты распределений по территории статистических характеристик ($\bar{E}$, C_{vE} , C_{sE}/C_{vE} , $r_E(1)$,

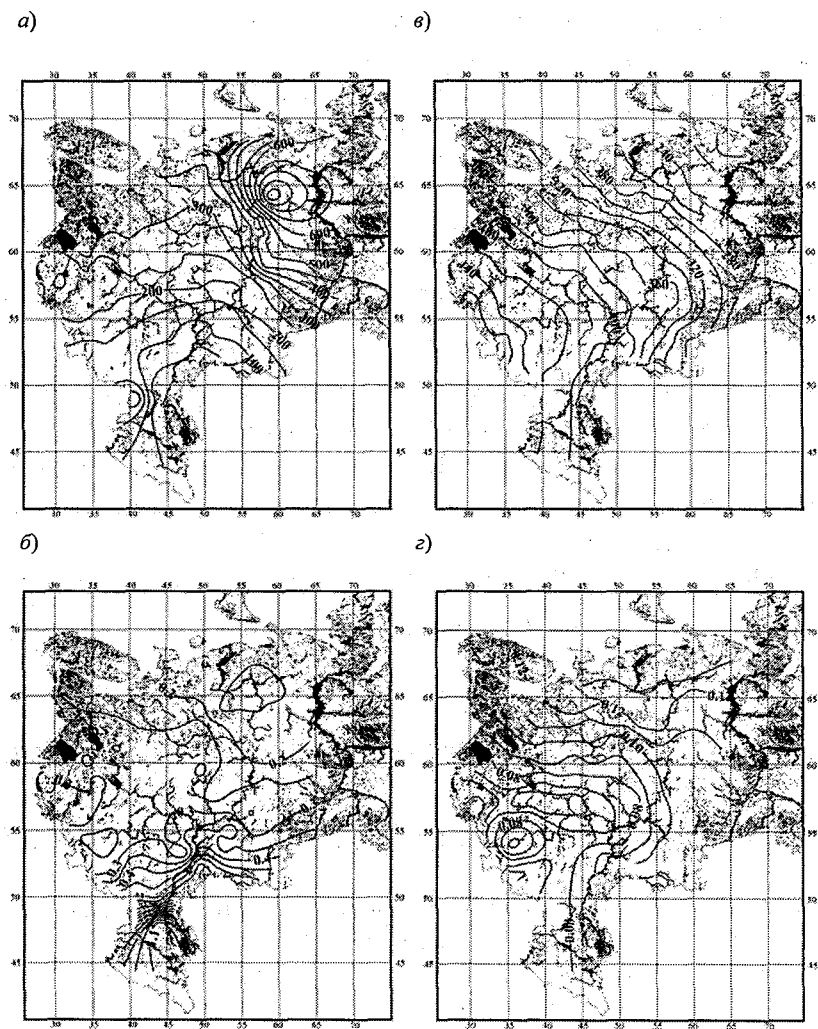


Рис. 3.7. Распределения статистических характеристик годового стока (*а* – норма, *б* – коэффициент вариации) и испарения (*в*, *г* – аналогично) по ЕТР (соотношение C_s/C_v для испарения, как и величина $r_E(1)$, варьируют в широких пределах и в дальнейшем требуется их территориально-групповой анализ). Карты построены совместно с к.т.н. Е. В. Гайдуковой и асп. Ф. Л. Соловьевым.

3. Примеры определения расчетных характеристик

$k_E = \bar{E} / \bar{X}$, здесь $r_E(1)$ – коэффициент автокорреляции для испарения) и сравнить их с таковыми для расхода (пример см. рис. 3.7).

Эти карты потребовались для получения карт распределения зон неустойчивости (рис. 3.3) с использованием критерия $\beta = 2k \ln r + 2$, хотя, видимо, могут найти и другое применение.

Встает вопрос об аналитической аппроксимации эмпирических гистограмм, типа представленных на рис. 3.6. Конечно, в общем случае, аппроксимировать надо решение уравнения (3.8), для трехмерной плотности вероятности или даже более общее n -мерное, которое можно записать так [4]:

$$\partial p(\vec{x}, t) / \partial t = -\vec{\nabla}' [\vec{A}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)] + 0,5 \text{Sp}[\vec{\nabla} \vec{\nabla}' \vec{B}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)], \quad (3.10)$$

где $\vec{x}$ – вектор, характеризующий фазовые переменные исходной системы динамических моделей; $\vec{\nabla} = |\partial / \partial \vec{x}|$; штрих и Sp означают операции транспонирования и взятия следа.

Соотношение (3.10) является уравнением неразрывности $(\partial p(\vec{x}, t) / \partial t = -\text{div} \vec{\Pi}(\vec{x}, t))$ потока вероятности $\vec{\Pi}(\vec{x}, t) = \vec{A}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t) - 0,5 \text{div} \vec{B}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)$, который для стационарного распределения $(\partial p(\vec{x}, t) / \partial t = 0)$ является величиной постоянной, а учитывая, что на границах $p(\pm \infty, t) = 0$ – нулевой (на границах). Исходя из этого, получаем искомое уравнение:

$$\vec{\nabla} [\vec{B}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t)] - 2 \vec{A}(\vec{x}, t) p(\vec{x}, t) = 0. \quad (3.11)$$

(В отличие от одномерного распределения, для которого справедливо уравнение Пирсона, в многомерном случае возможны вихревые движения в потоке вероятности. Поэтому соотношение (3.11) справедливо при существовании скалярного поля для потенциала $V(\vec{x})$.)

Уравнениями в частных производных первого порядка, подобными (3.11), описываются всевозможные поверхности. При отсутствии параметрических шумов их решением является n -мерное нормальное распределение (рис. 3.8, а), эллипсоид рассеяния которого позволяет определять вероятность нахождения вектора $\vec{x}$ внутри него.

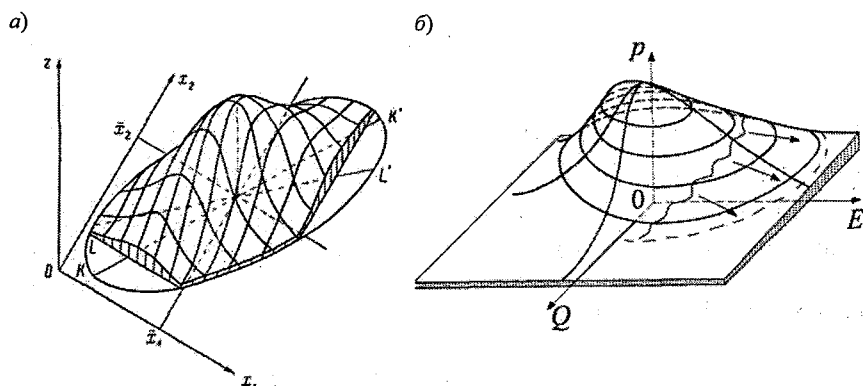


Рис. 3.8. Нормальная поверхность (а) и экстраполяция многомерного «хвоста» в зону малых обеспеченностей (б).

В двумерном случае $(\tilde{x} = (Q, E))$,

$$p(\tilde{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_Q\sigma_E\sqrt{1-r_{QE}^2}} \exp(-\lambda^2).$$

Вероятность попадания вектора $\tilde{x}$ внутрь эллипса равных вероятностей равна $1 - e^{-\lambda^2}$, где

$$\frac{1}{2(1-r_{QE}^2)} \left[\frac{(Q-\bar{Q})^2}{\sigma_Q^2} - \frac{2r_{QE}(Q-\bar{Q})(E-\bar{E})}{\sigma_Q\sigma_E} + \frac{(E-\bar{E})^2}{\sigma_E^2} \right] = \lambda^2.$$

В случае явного учета параметрических шумов решение уравнения (3.11) будет асимметричным (рис. 3.8, б), и нужны определенные усилия, чтобы в полном виде проанализировать двумерный аналог уравнения Пирсона. Если ограничиться эмпирическими построениями, то первым шагом на пути перехода от нормальных многомерных распределений к асимметричным может быть использование так называемых распределений типа A [11], основанных на использовании ряда Грама-Шарлье, приводящего (в одномерном случае) к выражению:

3. Примеры определения расчетных характеристик

$$p_A(x) = p(x) + \frac{r_3}{6} p^{(3)}(x) + \frac{r_4 - 3}{24} p^{(4)}(x), \quad (3.12)$$

где x – нормированная случайная величина; r_3, r_4 – основные моменты $(r_3 = \mu_3/\sigma^3, r_4 = \mu_4/\sigma^4)$.

Первый член $p(x)$ разложения (3.12) дает нормальное распределение, которое деформируется за счет учета асимметрии и эксцесса (последующие члены в ряду (3.12)). Распределение (3.12) обобщается на двумерный случай [11]:

$$\begin{aligned} p_A(x, y) = p(x) & \left[p(y) - \frac{r_{0|3}}{6} p^{(3)}(y) + \frac{r_{0|4} - 3}{24} p^{(4)}(y) \right] + \\ & + p'(x) \left[-\frac{r_{1|2}}{2} p''(y) + \frac{r_{1|3} - 3r_{1|1}}{6} p^{(3)}(y) \right] + \\ & + p''(x) \left[-\frac{r_{2|1}}{6} p'(y) + \frac{r_{2|2} - 2r_{1|1}^2 - 1}{4} p''(y) \right] + \\ & + p^{(3)}(x) \left[-\frac{r_{3|0}}{6} p(y) + \frac{r_{3|1} - 3r_{1|1}}{6} p'(y) \right] + p^{(4)}(x) \left[-\frac{r_{4|0} - 3}{24} p(y) \right] \quad (3.13) \end{aligned}$$

(здесь $r_{1|2}$ и т. д. – смешанные основные моменты), приводящий к асимметричному распределению типа, изображенного на рис. 3.8, б.

В табл. 3.3 приведены результаты вычислений модулей 10 %-ной обеспеченности по безусловным и условным распределениям. Последние – при значениях испарения, соответствующих расходам Q_E , определенных по двумерному нормальному распределению.

Как видно из таблицы, для зон с устойчивой и неустойчивой дисперсиями (см. рис. 3.3) результаты различны. Если в первом случае среднее отклонение $\delta_{\text{ср}}$, вычисленное по безусловному ($Q_{10\%}$) и условному ($Q_{10\%}^{\text{усл}}$) распределениям ($\delta = (Q_{10\%}^{\text{усл}} - Q_{10\%})/Q_{10\%}$), не превосходит 2 % (при максимальном отклонении 3,7 %), то во втором

случае оно почти на порядок больше. (Такие же результаты дают и кривые Крицкого–Менкеля.)

Таблица 3.3

Оценки модулей годового стока 10 %-ной обеспеченности, полученные по различным вариантам распределений

Река – пункт	$F_{\text{бас}}, \text{ км}^2$	Пирсона III типа ($C_s = 2C_v$)			Нормальное		
		Безул.	Усл.	$\delta \%$	Безул.	Усл.	$\delta \%$
Ряды с устойчивой дисперсией							
Пеза – д. Игумново	12 000	12,3	12,6	2,23	12,2	12,5	2,30
Унжа – г. Кологрив	11 500	12,7	12,7	0,05	12,6	12,6	0,05
Белая – д. Сыртланово	10 100	9,47	9,79	3,39	9,33	9,68	3,71
Печора – д. Якша	9 620	18,8	18,8	0,34	18,7	18,7	0,33
Паша – с. Часовенское	5 710	14,6	14,7	0,43	14,5	14,6	0,39
Сясь – с. Яхново	6 230	11,6	11,7	0,46	11,5	11,6	0,56
Мста – д. Девкино	22 500	10,0	10,1	0,97	9,88	9,99	1,08
Луга – ст. Толмачево	6 350	9,44	9,77	3,53	9,34	9,69	3,73
Сорочь – д. Осинкино	3 170	9,37	9,59	2,39	9,26	9,49	2,46
Юг – пгт Подосиновец	15 200	11,1	11,2	0,54	11,0	11,0	0,55
		$\delta_{\text{ср}} = 1,43$			$\delta_{\text{ср}} = 1,52$		
Ряды с неустойчивой дисперсией							
Т. Сосна – г. Алексеевка	10 500	0,94	0,99	5,26	0,93	0,98	5,37
Синюха – с. Син. Брод	16 700	2,69	2,42	-10,1	2,64	2,37	-10,3
Свияга – с. Ивашевка	8 300	3,82	3,73	-2,51	3,76	3,67	-2,53
Самара – с. Елшанка	22 800	3,26	2,63	-19,3	3,21	2,58	-19,6
Цна – г. Княжево	13 600	4,99	4,58	-8,33	4,93	4,51	-8,64
Случь – д. Сарны	13 300	5,95	6,18	3,95	5,84	6,07	4,05
Десна – с. Разлеты	36 300	6,05	5,79	-4,25	6,00	5,74	-4,38
Псел – с. Запселье	21 800	3,31	3,49	5,56	3,26	3,45	5,84
Днепр – г. Смоленск	14 100	9,42	14,6	54,6	9,32	14,5	55,5
Сейм – с. Лебяжье	4 870	5,29	8,99	69,9	5,23	8,95	71,2
		$\delta_{\text{ср}} = 18,4$			$\delta_{\text{ср}} = 18,7$		

Аналогичные расчеты для меньших обеспеченностей (1 %; 0,1 %; 0,01 % – это «стандартные» значения, для которых составляются таблицы) показали, что для обеих зон практически всегда $\delta \% > 0$, т. е. $Q_{P\%}^{\text{Усл}} > Q_{P\%}^{\text{Безул}}$. Значения $\delta_{\text{ср}}$ составляют 1–2 % (при максимальных отклонениях 5 %).

Подобные результаты можно объяснить тем, что, с одной стороны, условные распределения сдвинуты вправо по сравнению с безусловными, а с другой – их дисперсии меньше (хвосты более прижаты к оси расходов или модулей). Результат варьирует в зависимости от соотношения между σ_Q , σ_E и r_{QE} .

3.3. Минимальный сток

Известно, что существуют два вида минимального стока: летне-осенний и зимний. Их гидрологическая и географическая специфика несомненна, однако с математически формальной точки зрения – это случайные процессы, описываемые практически одинаковыми моделями. Поэтому будем использовать термин «минимальный сток», имея в виду, что он относится к обеим его разновидностям, представленным на рис. 1.2.

Как и в случае годового стока, для него можно записать модель формирующего фильтра типа (3.1):

$$dQ_{\min}/dt = -(1/k_{\min} \tau_{\min}) Q_{\min} + \dot{X}/\tau_{\min}, \quad (3.14)$$

где $Q_{\min}$ – минимальные расходы (обычно расчеты удобнее вести в модулях); $k_{\min}$ – коэффициент минимального стока

$\left(k_{\min} = \overline{Q}_{\min} / \dot{\overline{X}}_{\text{год}} \right)$; $\tau_{\min}$ – время релаксации. Стохастическое

обобщение уравнения (3.14) приводит к модели ФПК и к кривым распределений Пирсона в стационарном режиме. Однако, так же как и в случае годового стока, применение критерия β приводит к выявлению зон неустойчивости. Так как $k_{\min} < k_{\text{год}}$, эти зоны получаются значительно обширнее (рис. 3.9, а). Почти 80 % ЕТР находится в зонах неустойчивости по дисперсии. Но так ли неустойчив минимальный сток на самом деле?

Известно (см. [18]), что изменчивость подземной составляющей годового стока (тесно связанной с минимальным стоком) ниже, чем изменчивость самого годового стока. Вероятнее всего стремление β к двум (так же как и значения $\beta < 0$ из-за малых значений коэффициентов автокорреляции) указывает на ущербность самой модели, «использующей» условный коэффициент минимального стока

$k_{\min} = \overline{Q}_{\min} / \dot{\overline{X}}_{\text{год}}$. Связь между $\dot{\overline{X}}_{\text{год}}$ и $\overline{Q}_{\min}$ действительно наблюдается (см. [3]), но не осадки непосредственно формируют минимальный сток. Кроме этого, с помощью подобным образом опре-

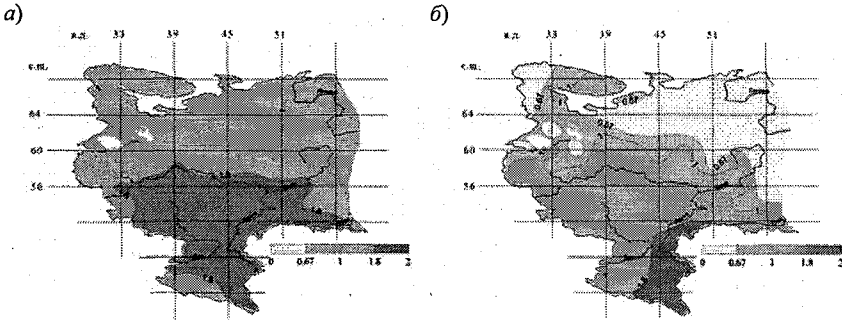


Рис. 3.9. Распределение зон неустойчивости ЕТР для летне-осеннего минимального

стока при $k_{\min} = \bar{Q}_{\min} / \bar{X}_{\text{год}}$ (а) и при $k'_{\min} = \bar{Q}_{\min} / \bar{Q}_{\text{год}}$ (б).

деляемого значения $k_{\min}$ трудно учесть влияние на сток гидрометеорологических характеристик и факторов подстилающей поверхности (обычно такие исследования проводятся для $k_{\text{год}}$). Поэтому логичнее модель формирования минимального стока представить следующим образом:

$$dQ_{\text{год}}/dt = -(\bar{c}_{Q_{\text{год}}} + \tilde{c}_{Q_{\text{год}}})(Q_{\text{год}} + E_{\text{год}}) + \bar{N}_{Q_{\text{год}}} + \tilde{N}_{Q_{\text{год}}}; \quad (3.15)$$

$$dE_{\text{год}}/dt = -(\bar{c}_{E_{\text{год}}} + \tilde{c}_{E_{\text{год}}})(Q_{\text{год}} + E_{\text{год}}) + \bar{N}_{E_{\text{год}}} + \tilde{N}_{E_{\text{год}}}; \quad (3.16)$$

$$dQ_{\min}/dt = -(\bar{c}_{Q_{\min}} + \tilde{c}_{Q_{\min}})Q_{\min} + \bar{N}_{Q_{\min}} + \tilde{N}_{Q_{\min}}, \quad (3.17)$$

где (при $\tau \approx 1$) $\bar{c}_{Q_{\min}} \sim \bar{Q}_{\text{год}} / \bar{Q}_{\min}$; $\bar{N}_{Q_{\min}} \sim \bar{Q}_{\text{год}}$ (влияние ΔU учтено коэффициентами $c_{Q_{\text{год}}}$, $c_{E_{\text{год}}}$, $c_{Q_{\min}}$, т. е., в конечном итоге, интенсивностью белых шумов $G_{\tilde{c}_{Q_{\text{год}}}}$, $G_{\tilde{c}_{E_{\text{год}}}}$, $G_{\tilde{c}_{Q_{\min}}}$).

Переходя от (3.15) – (3.17) к многомерному уравнению ФПК, получаем возможность находить динамику трехмерного распределения

3. Примеры определения расчетных характеристик

$p(Q_{\text{год}}, E_{\text{год}}, Q_{\text{мин}}; t)$. Однако ситуацию можно упростить, отделив «годовую задачу» (уравнения (3.15), (3.16)) от «минимальной» (уравнение (3.17)), так как первые два уравнения не зависят от третьего. Сначала решается система (3.15), (3.16) (точнее – уравнение ФПК, полученное на их основе), а затем по $\bar{Q}_{\text{год}}$ (найденному из $p(Q, E)$) ищется распределение $p(Q_{\text{мин}})$.

Фактический ряд $Q_{\text{мин}}$ используется при параметризации модели ФПК для $p(Q_{\text{мин}}; t)$, т. е. для нахождения интенсивности шумов $G_{\bar{c}_{Q_{\text{мин}}}}, G_{\tilde{N}_{Q_{\text{мин}}}}, G_{\bar{c}_{Q_{\text{мин}}}} \tilde{N}_{Q_{\text{мин}}}$. Решение уравнения Пирсона для $p(Q_{\text{мин}}; t)$ позволяет аппроксимировать эмпирическое распределение ряда $Q_{\text{мин}}$, заведомо исключив «кривые Крицкого–Менкеля», не «разрешающие» рекам перемерзать и пересыхать, что является обычным для «них» делом. Это вовсе не означает появление в реальности «отрицательных расходов», но – появление нулевых расходов реализуется с ненулевой вероятностью.

Переход от модели, основанной на стохастическом обобщении уравнения (3.14), к многомерному уравнению ФПК (для системы (3.15) – (3.17)) или к одномерному – для (3.17), позволяет устранить по крайней мере две проблемы.

Во-первых, применение коэффициента минимального стока в виде $k'_{\text{мин}} = \bar{Q}_{\text{мин}} / \bar{Q}_{\text{год}}$ при неизменном коэффициенте автокорреляции r , используемых в формуле для критерия устойчивости $\beta = 2k \ln r + 2$, приводит к существенному снижению площади регионов, являющихся неустойчивыми по моментам (рис. 3.9, б). Это происходит из-за того, что $k'_{\text{мин}} > k_{\text{мин}}$ (при средних значениях коэффициента годового стока, равных 0,5, величина $k'_{\text{мин}} / k_{\text{мин}} = 2$, что существенно повышает отрицательную составляющую в выражении для критерия β и приводит к его уменьшению).

Во-вторых, появление в модели минимального стока, основанной на системе (3.15) – (3.17), коэффициента годового стока (в выражении для $\bar{c}_{Q_{\text{год}}}$), позволяет использовать огромный эмпирический материал по влиянию на него всевозможных антропогенных и клима-

тических факторов, а значит, и чувствительности статистических характеристик минимального стока к этим факторам.

Решая данные проблемы, расширенная модель (в полном соответствии с основным тезисом частично инфинитной гидрологии о том, что расширяя предметную область, мы увеличиваем область ее соприкосновения с инфинитной реальностью) порождает свои.

Действительно, сам механизм формирования минимального стока при использовании $k'_{\min}$ описывается более устойчиво, но что мы в таком случае должны понимать под $\tilde{N}_{Q_{\min}}$? В модели (3.15) аналогичная величина $(\tilde{N}_{Q_{\text{год}}})$ интерпретируется как белый шум осадков, преобразуемыми формирующим фильтром в марковский процесс речного стока. Это, кстати, позволяет в принципе использовать дисперсию осадков $D_{\text{ос}}$ для задания $G_{\tilde{N}_{Q_{\text{год}}}}$ по формуле

$$G_{\tilde{N}_{Q_{\text{год}}}} = D_{\text{ос}} / 2\pi\alpha, \text{ где } \alpha - \text{величина, обратная времени релаксации.}$$

Но можно ли так поступать в случае уравнения (3.17)? Ведь время релаксации бассейна в отношении и годового, и минимального стока соизмеримо (примерно один год). Выход возможен, если

$G_{\tilde{N}_{Q_{\min}}}$ идентифицировать непосредственно по ряду наблюдений за минимальным стоком, но тогда оценки и других интенсивностей шумов $\left(G_{\tilde{c}_{Q_{\min}}} \text{ и } G_{\tilde{c}_{Q_{\min}} \tilde{N}_{Q_{\min}}} \right)$ будут смещенными, хотя при их использовании интегральный эффект будет удовлетворительным (теоретическая кривая плотности вероятности $p(Q_{\min})$ будет хорошо аппроксимировать эмпирическую гистограмму).

Возникает и такой вопрос. Что представляет собой ряд минимального стока в зоне, где существует неустойчивость по дисперсии годового стока? Ведь в этом случае $\tilde{N}_{Q_{\min}}$ не только не белый шум, но и вообще «никакой случайный процесс». Напрашивается вывод, что в неустойчивых по годовому стоку регионах разделять систему (3.15) – (3.17) на «годовую» и «минимальную» надо осторожно, пытаясь остаться в рамках трехмерного распределения $p(Q, E, Q_{\min}; t)$.

3. Примеры определения расчетных характеристик

Но и это еще не все. Для минимального стока интерес представляет не хвост распределения, а его «начало» при $Q_{\min} \rightarrow 0$. Почему-то решили, что должно выполняться условие $p(Q=0)=0$; появились кривые Крицкого–Менкеля. Реальные ряды минимального стока явно указывают на то, что вероятность пересыхания (перемерзания) не нулевая. Но природу «поправили»: гидрологи «лучше» знают, как должны себя вести кривые обеспеченности («они не должны уходить в отрицательную область»).

Давайте «разберемся», почему кривые плотности вероятности уходят в область отрицательных расходов. Это не теория их «уводит» туда, а эмпирика. Так устроен мир (по крайней мере, гидрологический). Формально для кривых Пирсона III типа это происходит в ситуации, когда $C_s < 2C_v$ (см. [16]), т. е. когда интенсивность $G_{\tilde{N}_{Q_{\min}}}$ «большая», а взаимная интенсивность $G_{\tilde{c}_{Q_{\min}} \tilde{N}_{Q_{\min}}}$ – «маленькая».

Если шум $\tilde{N}_{Q_{\min}}$ (наряду с $\tilde{c}_{Q_{\min}}$) порождает изменчивость минимального стока меньшую, чем изменчивость стока годового (см. выше), то вся ответственность за «отрицательные» значения расходов лежит на $G_{\tilde{c}_{Q_{\min}} \tilde{N}_{Q_{\min}}}$: эта величина должна быть достаточно малой.

Взаимная интенсивность шумов $G_{\tilde{c}_{Q_{\min}} \tilde{N}_{Q_{\min}}}$ представляет собой корреляцию между $\tilde{c}_{Q_{\min}}$ и $\tilde{N}_{Q_{\min}}$, т. е. (по нашему, пока умозрительно, предположению) между вариациями влагозапасов в почвогрунтах ΔU и колебаниями годового стока. Однако так как речь идет о белом шуме, то это должна быть корреляция между внутригодовыми изменениями указанных характеристик. Водные балансы для периодов времени меньше года включают, кроме основных составляющих многолетних балансов $(\bar{X}, Q, E, \Delta U)$, еще ряд величин z_i , «исчезающих» при осреднении по большому временному интервалу. Поэтому, исходя из уравнения $\Delta U = \bar{X} - Q - E \pm \sum z_i$, можно предположить, что между вариациями стока Q и влагозапасами ΔU нет устойчивой (по знаку) корреляционной связи (как, например, между $\tilde{c}$ и $\tilde{N}$ в стохастической модели годового стока). Хотя в целом она должна быть отрицательной (увеличение стока Q снижает запасы

ΔU), а значит, $C_s > 0$, но могут быть случаи, когда $C_s < 0$. Таким образом, сама природа толкает к «пересыханию», т. е. к ситуации, когда $C_s < 2C_v$ (на коэффициент вариации влияет интенсивность $G_{\tilde{N}_{Q_{\min}}}$, которая связывается с отнюдь не малыми вариациями «белого шума»).

Посмотрим, что реально дает уравнение Пирсона в отношении распределения $p(Q_{\min})$, если с помощью параметров a, b_0, b_1, b_2 (см. Введение) менять интенсивность аддитивных и мультипликативных шумов (рис. 3.10). Из этого рисунка видно, что, варьируя интенсивностью шумов, можно менять вероятность пересыхания (или перемерзания) реки (эта вероятность P_0 равна площади под кривой плотности вероятности при отрицательных значениях $Q_{\min}$). Так как интенсивности шумов связаны с C_v и C_s , то при уменьшении отношения C_s/C_v величина P_0 должна увеличиваться, что подтверждается данным табл. 3.4 (по крайней мере, в отношении обоих видов минимального стока).

На рис. 3.11 приведены примеры распределений, полученных по натурным данным. Существуют две возможности использования распределений $p(Q_{\min})$ для нормирования характеристик минимального стока (если не «цепляться» за кривые Крицкого–Менкеля).

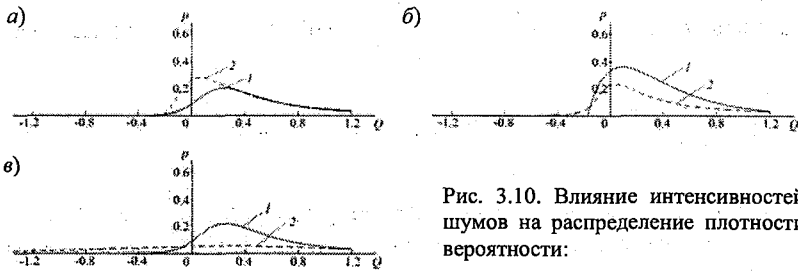
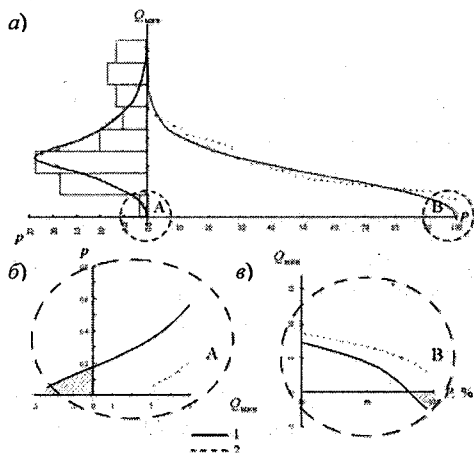


Рис. 3.10. Влияние интенсивностей шумов на распределение плотности вероятности:

$$\begin{aligned}
 а - G_{\tilde{N}_{Q_{\min}(1)}} &= G_{\tilde{N}_{Q_{\min}(2)}}, G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(1)}} = G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(2)}}, G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(1)}} \tilde{N}_{Q_{\min}(1)} < G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(2)}} \tilde{N}_{Q_{\min}(2)}; \\
 б - G_{\tilde{N}_{Q_{\min}(1)}} &= G_{\tilde{N}_{Q_{\min}(2)}}, G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(1)}} < G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(2)}}, G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(1)}} \tilde{N}_{Q_{\min}(1)} = G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(2)}} \tilde{N}_{Q_{\min}(2)}; \\
 в - G_{\tilde{N}_{Q_{\min}(1)}} &< G_{\tilde{N}_{Q_{\min}(2)}}, G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(1)}} = G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(2)}}, G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(1)}} \tilde{N}_{Q_{\min}(1)} = G_{\tilde{C}_{Q_{\min}(2)}} \tilde{N}_{Q_{\min}(2)}.
 \end{aligned}$$

3. Примеры определения расчетных характеристик



3.11. Кривые плотности вероятности и обеспеченности зимнего минимального стока (а) и их увеличенные фрагменты (б, в); р. Сухона–г. Тотма.; 1 – Пирсона III типа; 2 – Крицкого–Менкеля.

III типа таким образом, чтобы она начиналась со значения $p_0 = p(Q_{\min} = 0)$. Это может быть экзотика для гидрологии, но не для статистики. Примером может служить плотность показательного

распределения $p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ (оно же гамма-распределение

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{при } \alpha = 1, \text{ рис. 3.12).}$$

Какие же практические выводы следуют из рассуждений п. 3.3?

1. Минимальный сток формируется достаточно устойчиво в рамках предметной области «марковских процессов» при разумной интерпретации коэффициента минимального стока.

2. Нет какой-то острой необходимости «трансформировать» кривую Пирсона III типа и выводить ее из области отрицательных расходов, искусственно начиная трансформированную кривую с нулевого значения

Первая. Использовать аппроксимацию эмпирического распределения кривой Пирсона III типа, экстраполируя ее тем или иным способом (например, линейно) в область отрицательных расходов $Q_{\min}$ и нормируя площадь под всей кривой на единицу. Тогда заштрихованная часть этой площади (см. рис. 3.11) можно интерпретировать как вероятность пересыхания (перемерзания) реки.

Вторая. Модернизировать кривую Пирсо-

Таблица 3.4

Статистические характеристики годового и минимального стока*

№ п/п	Река – пункт	$F_{\text{басс}}$ км ²	Годовой				Минимальный							
			C_v	C_s	C_d/C_v	P_0 %	Летне-осенний				Зимний			
							C_v	C_s	C_d/C_v	P_0 %	C_v	C_s	C_d/C_v	P_0 %
1	Мста – д. Девкино	22 500	0,28	0,67	2,39	–	0,45	1,28	2,84	–	0,35	0,82	2,34	–
2	Ловать – г. Холм	14 700	0,30	0,56	1,87	2,14	0,8	2,96	3,70	–	0,74	1,58	2,14	–
3	Великая – д. Гуйтово	13 400	0,28	0,30	1,07	1,76	0,48	1,88	3,92	–	0,48	1,37	2,85	–
4	Свяга – с. Ивашека	8 300	0,39	0,20	0,51	0,05	0,56	1,07	1,91	0,05	0,45	0,58	1,29	0,05
5	Самара – с. Елшанка	22 800	0,43	1,02	2,37	–	0,38	0,62	1,63	0,08	0,33	0,7	2,12	–
6	Кинель – п. Тимошево	12 000	0,39	0,10	0,26	0,05	0,38	0,12	0,32	0,05	0,33	–0,23	–0,70	0,05
7	Белая – д. Сыртланово	10 100	0,33	0,67	2,03	–	0,46	2,33	5,07	–	0,37	–0,01	–0,03	0,05
8	Ик – с. Нагабайково	12 300	0,39	0,29	0,74	0,05	0,37	–0,33	–0,89	0,05	0,32	–0,06	–0,19	0,05
9	Молома – Перматская	6 070	0,27	0,48	1,78	2,70	0,61	2,72	4,46	–	0,23	0,49	2,13	–
10	Случь – д. Сарны	13 300	0,47	0,74	1,57	0,05	0,65	1,41	2,17	–	0,91	2,14	2,35	–
11	Десна – с. Разлеты	36 300	0,23	0,37	1,61	1,85	0,37	1,45	3,92	–	0,42	0,99	2,36	–
12	Псел – с. Занселе	21 800	0,38	0,55	1,45	0,27	0,61	2,68	4,39	–	0,46	0,64	1,39	0,05
13	Кемь – с. Юшкозеро	19 800	0,26	–0,28	–1,08	0,90	0,34	0,19	0,56	0,30	0,24	–0,34	–1,42	0,54
14	Печора – д. Якша	9 620	0,15	–0,18	–1,20	8,40	0,42	1,37	3,26	–	0,13	–0,07	–0,54	1,51
15	Уса – с. Петрунь	27 500	0,18	0,49	2,72	–	0,49	1,12	2,29	–	0,31	–0,01	–0,03	0,05
16	Днепр – г. Смоленск	14 100	0,26	0,93	3,58	–	0,36	1,52	4,22	–	0,32	1,14	3,56	–
17	Ипуть – с. Ущерье	8 100	0,35	0,77	2,20	–	0,67	2,63	3,93	–	0,47	1,1	2,34	–
18	Сейм – с. Лебяжье	4 870	0,33	0,14	0,42	0,19	0,30	0,01	0,03	0,08	0,38	1,11	2,92	–
19	Сейм – г. Рыльск	18 100	0,26	0,04	0,15	0,82	0,27	1,06	3,93	–	0,39	0,97	2,49	–
20	Оскол – г. Кулякск	12 700	0,33	0,40	1,21	0,47	0,27	0,03	0,11	0,18	0,27	0,23	0,85	0,29

* Значения P_0 – примерных оценок.

* Значения P_0 – примерная оценка.

3. Примеры определения расчетных характеристик

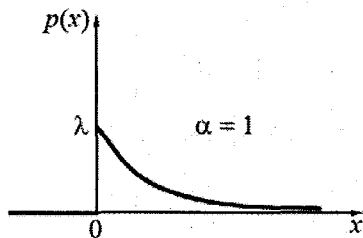


Рис. 3.12. Плотность гамма-распределения при $\alpha = 1$.

плотности вероятности. Можно наоборот экстраполировать эмпирическое распределение в область отрицательных значений расходов, интерпретируя площадь под образовавшимся отрицательным хвостом началом как вероятность пересыхания или промерзания.

3. Существуют механизмы, позволяющие учесть влияние изменений климата и антропогенной дея-

тельности на минимальный сток и обеспечить возможность его долгосрочного прогнозирования.

Ситуацию, возникающую при отрицательных значениях автокорреляционной функции при годовой сдвигке (это особенно часто имеет место для зимней межени), рассмотрим в п. 3.5, посвященном максимальному стоку дождевых паводков, для которого подобное явление распространено повсеместно.

3.4. Максимальный сток весеннего половодья

До настоящего времени эволюция распределений плотности вероятности $p(h; t)$ слоя стока весеннего половодья h моделировалась уравнением ФПК, построенным на базе линейного формирующего фильтра с внешним воздействием в виде годовых осадков $\dot{X}_{\text{год}}$ и коэффициентом максимального стока $k_{\text{макс}} = h / \dot{X}_{\text{год}}$. При таком подходе возникают, по крайней мере, две проблемы.

Во-первых, при использовании $k_{\text{макс}}$ (он всегда меньше $k_{\text{год}}$) для оценки степени устойчивости по критерию β получаются более негативные результаты (см. рис. 3.13, а), чем могли бы быть при «настоящем» коэффициенте стока весеннего половодья $\alpha = h / \dot{X}_{\text{макс}}$, где $\dot{X}_{\text{макс}}$ — «стокообразующие» (для слоя весеннего половодья) осадки.

Во-вторых, так же как и в случае минимального стока, затруднена оценка последствий изменения антропогенной нагрузки на $p(h)$ че-

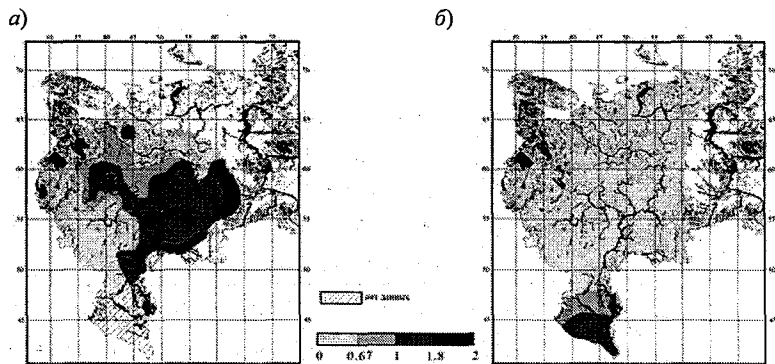


Рис. 3.13. Расположение зон неустойчивости максимального стока весеннего половодья на ЕТР (а – при использовании коэффициента $k_{\max}$; б – при использовании коэффициента α).

рез коэффициент $k_{\text{год}}$ (который просто отсутствует в подобной модели).

Однако обе эти проблемы можно преодолеть. Из суммарного водного баланса талых вод

$$h = h'_c + x - u - z - h_{\text{ак}}$$

(здесь h – слой весеннего стока; h'_c – запасы воды в снеге; x – жидкие осадки; u – часть инфильтровавшихся талых вод, пошедшая на пополнение почвенной влаги; z – величина испарения со снега минус конденсация; $h_{\text{ак}}$ – слой талых вод, аккумулировавшихся на поверхности бассейна; обозначения соответствуют таковым из книги [18], в которой приводится данное уравнение) следует выражение:

$$h = (h'_c + x) \left(1 - \frac{u + z + h_{\text{ак}}}{h'_c + x} \right) = (h'_c + x) \alpha, \quad (3.18)$$

где α – коэффициент стока талых вод.

Коэффициент α подробно изучался В. Д. Комаровым [9]. Им были построены карты распределения α по ЕТ бывшего СССР (рис. 3.14).

С учетом соотношения (3.18) динамическая модель стока весеннего половодья будет:

3. Примеры определения расчетных характеристик

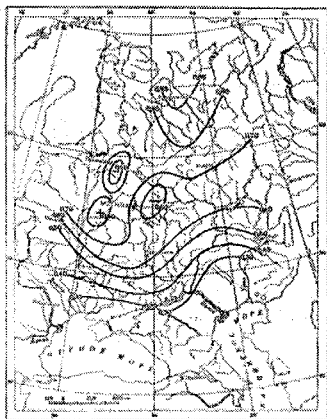


Рис. 3.14. Распределение среднего коэффициента весеннего стока по Европейской территории СССР.

$$dh/dt = -h/\alpha\tau + \dot{X}_{\text{макс}}/\tau, \quad (3.19)$$

где $\dot{X}_{\text{макс}} = (h'_c + x)$.

При введении шумов в уравнение (3.19) второе слагаемое правой части примет вид $\bar{N} + \tilde{N}$ (здесь $\bar{N}$ – статистическая норма величины $\dot{X}_{\text{макс}}/\tau$; $\tilde{N}$ – белый шум). Для задания величины $\bar{N}$ можно предложить два варианта.

Если формирование годового стока происходит в зоне устойчивости по первому начальному моменту, то $\bar{N} = k_{\text{макс}} \bar{\dot{X}}_{\text{год}}/\alpha\tau$, где $k_{\text{макс}} = \bar{h}/\bar{\dot{X}}_{\text{год}}$ (τ обычно принимают равным одному году). В этом случае мы можем про-

гнозировать распределение $p(h)$ непосредственно используя $\bar{\dot{X}}_{\text{год}}$ из климатического сценария. При этом учитывать изменение коэффициентов стока $k_{\text{макс}}$ и α , как за счет гидрометеорологических факторов $\dot{X}_r, E, T^0C$, так и в связи с антропогенной деятельностью (распашка земель, лесонасаждения или вырубка деревьев, урбанизация и т. п.), затруднительно, так как подобные зависимости известны в основном для коэффициента годового стока $k_{\text{год}}$.

Если сам годовой сток формируется неустойчиво (в рамках одномерного распределения $p(Q)$), то $\bar{N} = k_{\text{макс}} \bar{Q}_{\text{год}}/k_{\text{год}}\alpha\tau$, где $\bar{Q}_{\text{год}}$ берется как условная характеристика из двумерного (устойчивого) распределения $p(Q, E)$, получаемого на основе стохастической модели на базе уравнений (3.15), (3.16), в которых учитывается влияние различных характеристик на коэффициент стока (разумеется, расчеты проводятся в одинаковых единицах – слоях, модулях или расходах).

Здесь возникает ряд вопросов. Чем, собственно, отличаются формулы $\bar{N}_1 = k_{\text{макс}} \bar{\dot{X}}_{\text{год}}/\alpha\tau$ и $\bar{N}_2 = k_{\text{макс}} \bar{Q}_{\text{год}}/k_{\text{год}}\alpha\tau$, если они преобразуются одна в другую? В первом варианте ($\bar{N}_1$) мы используем непосредственно $\bar{\dot{X}}_{\text{год}}$, не волнуясь о том, устойчиво или неустойчиво

происходит формирование годового стока. И это вроде бы хорошо. Но при этом мы теряем возможность оперировать величиной $k_{\text{год}}$, о значимости которой только что упоминалось. Но что такое $\bar{Q}_{\text{год}}$? Хотя мы использовали обычную для гидрологии формулу $\bar{Q}_{\text{год}} = k_{\text{год}} \dot{X}_{\text{год}}$, но норма стока $\bar{Q}_{\text{год}}$ (первый начальный момент m_1) связана с осадками вовсе не такой примитивной формулой. Для стационарного случайного процесса формирования стока можно записать (см. первое уравнение системы (4.2) при $dm_1/dt = 0$):

$$m_1 = (\bar{N} - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}})/(\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}),$$

где (напоминаем) $\bar{c} = 1/k$, $\bar{N} = \dot{X}$ при $\tau = 1$.

Таким образом, коэффициент стока близок к обычному его пониманию гидрологами только в случае $G_{\bar{c}\bar{N}} = 0$, $G_{\bar{c}} = 0$ или, практически, при симметричном распределении ($G_{\bar{c}\bar{N}} \rightarrow 0$) с малыми параметрическими шумами ($G_{\bar{c}} \rightarrow 0$). В случае неустойчивости ($\bar{c} \approx G_{\bar{c}}$) величина m_1 стремится к бесконечности, поэтому и надо использовать для задания $\bar{Q}_{\text{год}}$ систему (3.15), (3.16).

Однако, если посмотреть на ситуацию с чисто практической точки зрения, эмпирические связи между $k_{\text{год}}$ и различными факторами формирования стока все эти тонкости не учитывают (да о них никто и не знал). Поэтому на вариант $\bar{N}_2$ надо смотреть примерно так. Величина $\bar{Q}_{\text{год}}$ вычисляется с использованием системы (3.15), (3.16) (причем там также могут использоваться эмпирические связи $k_{\text{год}}$ с факторами стока) без всякой связи с процессом формирования стока весеннего половодья. Затем $\bar{N}_2$ используется как внешнее воздействие в модели (3.19), причем наличие $k_{\text{год}}$ позволяет примерно оценивать влияние факторов формирования стока на кривую распределения $p(h)$. Если $\bar{Q}_{\text{год}}$ зафиксировать для стационарных условий, то использование $\bar{N}_2$ в (3.19) отвечает на вопрос о чувственности $p(h)$ к гидрометеорологическим или антропогенным факторам, которые учитываются $k_{\text{год}}$. Именно это проделано ниже (см. табл. 3.5). Ситуация выглядит парадоксально, так как надо ответить на вопрос: если норма годового стока зафиксирована, то как при этом условии изме-

3. Примеры определения расчетных характеристик

нится распределение $p(h)$, если будут меняться факторы формирования стока? В соответствии с формулой для $\bar{N}_2$, увеличение коэффициента $k_{\text{год}}$ ведет к уменьшению h (а как иначе, если $\bar{Q}_{\text{год}}$ менять нельзя?) Чтобы уйти от этой несколько необычной ситуации надо пытаться получать эмпирические связи напрямую между факторами формирования стока и $k_{\text{макс}}$ для подстановки последнего в $\bar{N}_1$.

В любом из этих вариантов зоны устойчивого формирования максимального стока увеличиваются (см. рис. 3.13, б) и имеется возможность учесть влияние изменения антропогенных факторов на его характеристики. Следовательно, обе обозначенные выше проблемы решаются. Причем, какая бы неопределенность ни стояла за $k_{\text{год}}$ (из-за возможного недоучета некоторых антропогенных факторов или их сильной изменчивости, приводящей к большим значениям интенсивности шума $G_{\bar{N}}$), процесс формирования распределения $p(h)$ будет происходить устойчиво (так как этот шум не носит мультипликативного характера).

В табл. 3.5 представлены результаты имитационных расчетов по стационарному варианту уравнения ФПК, т. е. модели Пирсона (с граничными условиями $p(h \rightarrow 0, h \rightarrow \infty) \rightarrow 0$), но с физически осмысленными коэффициентами a, b_0, b_1 и b_2 (см. Введение), хотя и с довольно условными, а главное, «замороженными» параметрами.

Влияние метеорологических факторов $\bar{X}$ и T на максимальный сток учитывалось как непосредственно через годовые осадки $\bar{X}_{\text{год}}$, входящие в $\bar{N}$, так и через коэффициент стока $k_{\text{год}}$. Для этого можно использовать кривые, характеризующие зависимость коэффициента годового стока от степени увлажнения $E_0/\bar{X}_{\text{год}}$ или непосредственно от осадков и максимально возможной испаряемости E_0 (рис. 3.15). При этом последнюю можно связать с приземной температурой воздуха (сценарной климатической характеристикой), например с помощью формулы Тюрка:

$$E_0 = 300 + 25T + 0,05T^3$$

(подробнее см. [8]).

Таблица 3
Чувствительность модального слоя стока весеннего половодья $h_{\text{мод}}$ к факторам формирования речного стока

№ п/п	Река – пункт	$\frac{F_0, \text{км}^2}{X_r, \text{мм}}$	$\frac{\alpha}{h, \text{мм}}$	$\frac{k_n = h / X_r}{C_{v,h}}$	$\frac{k_r}{-a, \text{мм}}$	$\frac{\bar{N}_{\Phi}, \text{мм}}{h_{\text{мод}}, \text{мм}}$	$\frac{h_{\text{мод}}, \text{мм}}{\delta, \%}$			
							$\bar{X}_r \uparrow 40 \%$		$k_r \uparrow 20 \%$	
							$C_s = 2C_v$	$C_s = 4C_v$	$C_s = 2C_v$	$C_s = 4C_v$
1	Волошка – Тороповская	$\frac{7040}{750}$	$\frac{0,80}{160}$	$\frac{0,21}{0,30}$	$\frac{0,40}{29}$	$\frac{197}{131}$	$\frac{186}{41,9}$	$\frac{149}{46,1}$	$\frac{103}{21,4}$	$\frac{78}{23,5}$
2	Вымь– Веселая	$\frac{19100}{800}$	$\frac{0,80}{180}$	$\frac{0,22}{0,30}$	$\frac{0,50}{32}$	$\frac{220}{148}$	$\frac{214}{44,6}$	$\frac{172}{48,3}$	$\frac{117}{20,9}$	$\frac{89}{23,3}$
3	Мезень – Малонисогорская	$\frac{56400}{700}$	$\frac{0,80}{200}$	$\frac{0,29}{0,25}$	$\frac{0,50}{25}$	$\frac{254}{175}$	$\frac{249}{42,3}$	$\frac{220}{46,7}$	$\frac{138}{21,1}$	$\frac{117}{22,0}$
4	Сухона – Тотьма	$\frac{34800}{800}$	$\frac{0,75}{160}$	$\frac{0,20}{0,35}$	$\frac{0,40}{39}$	$\frac{213}{121}$	$\frac{175}{44,6}$	$\frac{121}{47,6}$	$\frac{95}{21,5}$	$\frac{61}{25,6}$
5	Коль – Верхний Двор	$\frac{3160}{700}$	$\frac{0,60}{80}$	$\frac{0,11}{0,40}$	$\frac{0,25}{26}$	$\frac{128}{54}$	$\frac{77}{42,6}$	$\frac{41}{46,4}$	$\frac{41}{24,1}$	$\frac{21}{25,0}$
6	Ай – Метели	$\frac{14200}{600}$	$\frac{0,60}{140}$	$\frac{0,23}{0,40}$	$\frac{0,30}{45}$	$\frac{230}{95}$	$\frac{138}{45,3}$	$\frac{76}{52,0}$	$\frac{75}{21,1}$	$\frac{37}{26,0}$
7	Сытва – Шамары	$\frac{3130}{600}$	$\frac{0,65}{120}$	$\frac{0,20}{0,30}$	$\frac{0,30}{22}$	$\frac{185}{98}$	$\frac{138}{40,8}$	$\frac{111}{46,1}$	$\frac{76}{22,4}$	$\frac{58}{23,7}$
8	Кожим – Кожим	$\frac{4980}{800}$	$\frac{0,80}{200}$	$\frac{0,25}{0,20}$	$\frac{0,60}{8}$	$\frac{250}{192}$	$\frac{270}{40,6}$	$\frac{264}{43,5}$	$\frac{153}{20,3}$	$\frac{148}{19,8}$

3. Примеры определения расчетных характеристик

9	Печора – Троицко-Печорск	$\frac{35\,600}{700}$	$\frac{0,75}{160}$	$\frac{0,23}{0,25}$	$\frac{0,50}{20}$	$\frac{215}{140}$	$\frac{197}{40,7}$	$\frac{175}{45,8}$	$\frac{110}{21,4}$	$\frac{95}{20,1}$
10	Судость – Поляр	$\frac{5180}{700}$	$\frac{0,60}{80}$	$\frac{0,11}{0,50}$	$\frac{0,20}{40}$	$\frac{128}{40}$	$\frac{60}{50,0}$	$\frac{—}{—}$	$\frac{31}{22,5}$	$\frac{—}{—}$
						$\delta_{\text{сп}}, \%$	$\frac{43,34}{46,87}$	$\frac{21,64}{23,20}$		

Примечания:

1. В таблице использованы те же обозначения, что и в тексте с небольшими изменениями: $\bar{F}_6 = F_{\text{вс}}^*$; $\bar{X}_t = \bar{X}_{\text{год}}^*$; $k_M = k_{\text{мкс}}^*$; $\bar{N}_\Phi = k_M \bar{X}_t / \alpha$ – фактическое внешнее воздействие; $\bar{h}_{\text{м(ф)}} = \bar{h} + a$ – фактическое модальное значение, где $a = -\mu_3 / \mu_2 = -C_3 \bar{h} C_5$ (в таблице значения a приведены при $C_3 = 2C_5$, μ_2 и μ_3 – центральные моменты; $\bar{h}_{\text{м(сп)}}$ – «прогнозное» значение моды, полученное при увеличении $\bar{X}_t$ на 40 % или увеличении k_t на 20 % (в связи с «раздражающей» ролью k_t , влияние последнего можно воспринимать как уменьшение осадков); $\delta = (\bar{h}_{\text{м(ф)}} - \bar{h}_{\text{м(сп)}}) / \bar{h}_{\text{м(ф)}}$.
2. При численном интегрировании уравнения Пирсона задание интенсивностей шумов G_{cN}^* , G_c^* и G_N^* производилось следующим образом. Значение G_{cN}^* принималось равным a и $2a$ (при $C_3 = 4C_5$). Интенсивность G_c^* варьировалась в пределах $G_c^* < 2\bar{c}$ (обычно $G_c^* < \bar{c}$), чтобы модальное значение $\bar{h}_M$ при $\bar{N}_\Phi$ совпадало с $\bar{h}_{\text{м(ф)}}$. Величина G_N^* на моду слоя весеннего половодья существенного значения не оказывает.
3. Были вычислены значения $\tilde{\delta} = (\delta_{\text{сп}(C_3=4C_5)} - \delta_{\text{сп}(C_3=2C_5)}) / \delta_{\text{сп}(C_3=2C_5)}, \%$ как для случая изменения $\bar{X}_t$ ($\tilde{\delta}_{\bar{X}_t}$), так и $-k_t$ ($\tilde{\delta}_{k_t}$). Оказалось, что $\tilde{\delta}_{\bar{X}_t} = 8,1 \%$, а $\tilde{\delta}_{k_t} = 7,2 \%$. Отсюда можно сделать вывод, что модальные значения слоя стока весеннего половодья тем более чувствительны к изменениям $\bar{X}_t$ и k_t , чем более асимметрично распределения $p(h)$.

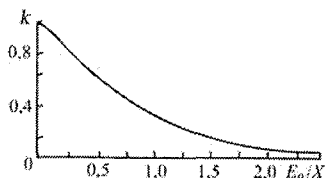
4. Хотя бассейны выбирались таким образом, чтобы охватить большую часть ЕТР (координаты замыкающих створов менялись примерно на 20° по широте и долготе), однако преобладающего влияния каких-либо использованных в методике гидрологических характеристик на чувствительность h_m не выявлено (за исключением C_s , о чем упоминалось в п. 3 данных примечаний). По одному из створов (р. Аксай – Водянский) вообще не удалось провести вычисления в пределах разумных цифр (следует обратить внимание на довольно экзотические значения некоторых характеристик для этого створа: $C_{v,h} = 0,7$; $k_r = 0,05$). Такая же ситуация возникла для створа р. Судость – Погар при $C_s = 4C_v$. Надо отметить, что приведенные в таблице цифры носят приближенный (оценочный) характер, так как использовались гидрологические карты масштабов страниц учебника (ведь цель была – чисто методической).

3. Примеры определения расчетных характеристик

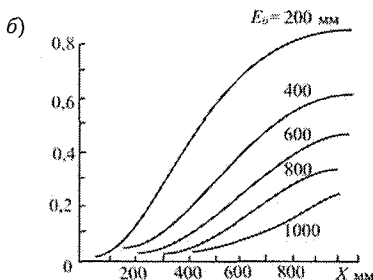
Влияние урбанизации учитывалось следующим образом. За показатель урбанизации (γ) принималось отношение площади, занятой поселениями (с учетом укатанных дорог) f , к общей площади бассейна. Площадь же урбанизированной территории можно связать с числом жителей H [19]: $f = (H/1000)^n$, где $n = 0,714 \dots 0,893$.

Более точный вариант этой формулы может учитывать среднюю высоту построек в городе и долю городских построек в общей площади города. Составлены карты, показывающие степень урбанизации территории СНГ. Зная демографический прогноз, можно оценивать изменение f на перспективу. Последствия замены природных ландшафтов урбанизированными можно оценить по изменению средних многолетних коэффициентов годового стока в определенных широтных зонах [19]: $k_{\text{год}} = k_{0\text{год}} + a\gamma$, где $k_{\text{год}}$ — коэффициент годового стока с учетом влияния всех урбанизированных территорий

а) в широтной зоне; $k_{0\text{год}}$ — коэффи-



циент стока в естественных условиях; a — параметр, зависящий от широты местности, который увеличивается с юга на север.



Достаточно просто многие виды хозяйственной деятельности связываются с коэффициентом годового стока. Опубликованный справочный материал по залесенности, распаханности, заболоченности и озерности речных бассейнов позволяет построить эмпирические связи между коэффициентом стока и этими характеристиками, которые так или иначе отражают хозяйственную деятельность (вырубку леса, мелиорацию, земледелие и т. д.).

Рис. 3.15. Однопараметрическая (а) и двухпараметрическая (б) зависимости коэффициента стока от осадков и испаряемости.

3.5. Максимальный дождевой сток и типовой гидрограф

Модель линейного формирующего фильтра оказалась применимой почти для всех видов многолетнего стока (годовой, максимальный – весеннего половодья, летне-осенний и зимний минимальный) за исключением дождевых максимумов. Для всех видов стока, кроме последнего, прослеживаются более или менее выраженные корреляционные связи, по крайней мере, между стоком смежных лет. Это позволяет подобные процессы рассматривать как простые марковские. Генезис формирования их плотности вероятности хорошо описывается уравнением ФПК и в стационарном режиме приводит к семейству кривых Пирсона. Поэтому можно действовать «по трафарету»: параметризовать модель на основе существующего (статистического) режима (моментов плотности вероятности m_i или расчетных гидрологических характеристик $\bar{Q}$, C_v , C_s), а в качестве внешнего воздействия принять годовую норму осадков (избегая кропотливого выявления стокообразующих осадков). При прогнозе (сценарных оценках) в модель вводятся новые климатические нормы осадков и температуры как аддитивно (через $\dot{X}$), так и мультипликативно (через $\bar{c}$) (см. методику, изложенную в учебнике [8] и использующую, в частности, зависимости М. И. Будыко). Также мультипликативно в модель можно ввести факторы подстилающей поверхности (урбанизация, распахка, залесенность, демография и др.).

Конечно, при такой параметризации в модель вносятся систематические отклонения («погрешности») в параметры $\bar{c}$, $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{N}}$, $G_{\bar{c}\bar{N}}$ (меньше всего таких отклонений в модели годового стока). Это связано с тем, что в уравнениях появляются условные («фиктивные») коэффициенты стока, например $k_{\min} = \bar{Q}_{\min} / \bar{X}$. Однако, так как работоспособность моделей интегрально оценивается по метрикам, характеризующим близость фактических и прогнозных кривых плотности вероятности (это много раз проделывалось на ретроспективном материале по различным критериям согласия), то систематическое отклонение в том или ином коэффициенте терпимо (с точки зрения рассматриваемой задачи; в другой ситуации это может быть и не так).

3. Примеры определения расчетных характеристик

Проблемы начинаются, когда решаются эволюционные задачи, например оценивается устойчивость формирования стока по критерию $\beta = 2k \ln r + 2$. Заниженные значения коэффициента $k_{\min}$ для летне-осенней и зимней межени (наряду с трудно оцениваемыми значениями коэффициентов автокорреляции) приводят к завышенно-негативным оценкам по устойчивости (это не относится к годовому стоку, неустойчивость которого вполне обоснованна в рамках данной формулы). Увеличение $k_{\min}$ или $k_{\max}$ (порой в несколько раз) при их подсчете на основе не годовой нормы осадков, а «стокообразующей нормы» последних, приведет к более оптимистической картине устойчивости. Насколько, пока не ясно.

В отношении же дождевых максимумов проблемы начинаются «сразу». Используемая (СНиПами и СП) методика формирования рядов дождевых максимумов (в каждый год берется одно максимальное значение) сразу закрывает вопрос о марковости. Такие ряды представляют собой внутренне статистически не связанный белый шум. Ясно также, что формируются подобные максимумы не годовыми осадками (а тем более их нормами), а конкретным дождем (как правило, ливневого или ливне-дождевого характера). Поэтому для оценки долгосрочных изменений статистических характеристик (моментов) кривой плотности вероятности дождевых максимумов (тип этой кривой, несмотря на белый шум, такой же, как и для других видов многолетнего стока) в климатическом сценарии надо иметь внутригодовой ход осадков или, по крайней мере, некие « типовые » экстремальные характеристики дождя. Но и этого « мало »: катастрофы определяют не только дожди, но и состояние почво-грунтов (тенденции изменения запасов ΔU), а также конкретная гидравлическая ситуация в изучаемом створе (см. [6]). В любом случае нужен « дождевой » климатический сценарий.

Знание прогнозируемых (сценарных) распределений каждого вида многолетнего стока открывает возможность прогнозировать также и « типовые » гидрографы. Типовые – если пользоваться прогнозируемыми нормами максимального и минимального стока, формирующими внутригодовое его распределение. Неопределенность, связанная с дождевыми паводками, частично компенсируется необходимостью увязки нормы годового стока с типовым внутригодовым распределением. Знание же сценарных оценок C_v и C_s для многолетних видов стока позволяет указать границы доверительной вероятности

отклонения конкретной реализации гидрографа от типового. Во всяком случае подобный подход снимает некоторые некорректности, возникающие при традиционной постановке задачи о внутригодовом распределении, на которые указывают авторы работы [2].

3.6. Уровни озер и изменение запасов воды в почво-грунтах

Каким образом мы собираемся объединять в одном пункте такие разные характеристики, как уровни озер H и изменение запасов воды в почво-грунтах ΔU ? Дело в том, что свойства емкости для ΔU мало чем отличаются от свойств обыкновенного водоема, если последним интересоваться как проточной емкостью (почво-грунты – это водоем, заполненный «грязью»).

Любой водоем при любом серьезном варианте его изучения должен рассматриваться как нелинейная система. Размерность пространства вложения для них – 2–3 (см. [6]).

Но существующий математический аппарат марковских случайных процессов подталкивает, обычно, к их изучению в рамках линейной идеализации. Наиболее последовательно и обстоятельно модели озер исследовались сотрудниками ИВП РАН [12, 13]. В зависимости от характера аппроксимации потенциала U в уравнении для уровня озера ($dH/dt = -\partial U/\partial H + \varepsilon$) (здесь ε – случайная функция) получаются либо модель линейного фильтра, приводящая к одномодальным распределениям с уровнем тяготения, соответствующим яме потенциала, либо модели, приводящие к более экзотическим двухмодальным распределениям. Сначала была взята на вооружение одномодальная модель, однако после скандала с переброской стока в Каспий (уровень последнего вопреки прогнозам стал повышаться) разразилась буря негодования, появились изобличители всех мастей. Среди них оказались и те, кто предсказал это самое повышение. Но на какой основе? На основе «кофейной гущи»: просто угадали. Такая же степень правдоподобности и у двухмодальных (нелинейных по динамике, но не по статистике) моделей: можно представить, какая продолжительность ряда наблюдений за уровнем озера должна быть, чтобы делать статистически надежные выводы о значимости второй моды. Однако других предложений о характере вероятностных распределений уровня нет: либо одна, либо две моды (два устойчивых и

3. Примеры определения расчетных характеристик

одно неустойчивое положение равновесия). Существуют озера, уровень которых можно использовать для защиты как той, так и другой модели.

Если теперь обратиться к почво-грунтам, то одномодальная модель уже есть (см. (3.7)). Можно сравнительно легко сделать ее двухмодальной. Для этого заменим нелинейность в уравнении (3.7) на гистерезисную:

$$d(\Delta U)/dt = -(\bar{c} + \tilde{c})f(\Delta U) + \bar{N} + \tilde{N}, \quad (3.20)$$

$$\text{где } f(\Delta U) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\Delta U - a), & \Delta \dot{U} > 0 \\ \operatorname{sgn}(\Delta U + a), & \Delta \dot{U} < 0 \end{cases}, \quad (\text{см. рис. 3.16, а}).$$

Уравнение ФПК, статистически эквивалентное (3.20), в стационарном случае, с учетом того, что плотность и поток вероятности обращаются на бесконечности в нуль, будет:

$$\frac{dp(\Delta U)}{p d(\Delta U)} = \frac{1}{B(\Delta U)} \left(\frac{dB(\Delta U)}{d(\Delta U)} - 2A(\Delta U) \right). \quad (3.21)$$

Общий интеграл уравнения (3.21) имеет вид:

$$p(\Delta U) = k \cdot \exp \left\{ - \int \frac{1}{B(\Delta U)} \left(\frac{dB(\Delta U)}{d(\Delta U)} - 2A(\Delta U) \right) d(\Delta U) \right\}, \quad (3.22)$$

где нормирующий множитель k находят из условия нормировки

$$k = \left[\int_{-\infty}^{\infty} p(\Delta U) d(\Delta U) \right]^{-1}.$$

Решение (3.22) можно представить в виде (см. работу [1], в которой рассмотрена похожая задача для автоматической системы, возбуждаемой широкополосным шумом):

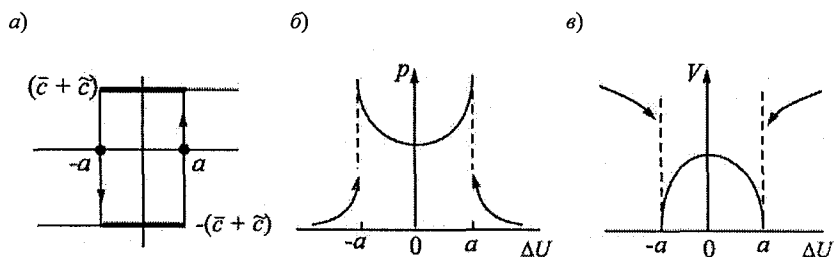


Рис. 3.16. Гистерезисная нелинейность (а), плотность вероятности (б) и потенциал (в).

$$p(\Delta U) \sim \begin{cases} \exp(-2\bar{c}\Delta U / G_{\bar{N}}) & \text{при } \Delta U > a, \\ 0,5 \operatorname{ch}(-2\bar{c}\Delta U / G_{\bar{N}}) & \text{при } |\Delta U| \leq a, \\ \exp(-2\bar{c}\Delta U / G_{\bar{N}}) & \text{при } \Delta U < -a, \end{cases}$$

(рис. 3.16, б).

Высота потенциального барьера (рис. 3.16, в) определяется скоростью насыщения почво-грунтов $\bar{c}$, интенсивностью аддитивного шума $G_{\bar{N}}$ и параметром a , характеризующим ширину гистерезисной петли. Если в представленные формулы явно ввести постоянную времени τ , характеризующую быстроедействие почво-грунтовой предметной области, то ее уменьшение сужает распределение плотности вероятности. (При $G_{\bar{c}\bar{N}} \neq 0$ возникает асимметрия распределения, а при $a = 0$ приходим к одномодальному распределению $p \sim \exp(-2\bar{c}|\Delta U| / G_{\bar{N}})$, см. рис. 3.1.)

Посмотрим, насколько подобная модель подтверждается эмпирическими данными. Для 63 водосборов ЕТР по рядам наблюдений за осадками, стоком и сгенерированным (см. п. 3.2) рядом испарения были «восстановлены» ряды влагозапасов $\pm \Delta U = \bar{X} - E - Q$, по которым вычислены начальные моменты m_i и коэффициенты автокорреляции r при сдвигке Δt один год (пример см. табл. 3.6).

3. Примеры определения расчетных характеристик

Таблица 3.6

Начальные моменты и коэффициенты автокорреляции для случайного процесса изменения влагозапасов в почво-грунтах речных бассейнов ЕТР

№ п/п	$F_{\text{басс.}}$ км ²	Река – пункт	Начальные моменты			Коэф. авто- коррел.
			m_1	m_2	m_3	
1	6 450	Свидь – д. Горки	–28	13 190	–1 497 347	0,28
2	7 040	Волошка – д. Тороповская	–52	14 051	–2 030 966	0,42
3	34 800	Сухона – г. Тотьма	–70	9 677	–1 414 120	0,14
4	7 890	Вишера – д. Лунь	–67	17 478	–1 528 048	–0,14
5	19 000	Вашка – д. Решельская	–97	16 643	–3 346 396	0,55
6	3 810	Немда – с. Селище	46	10 339	1 358 705	0,12
7	5 700	Нея – д. Буслаево	7	6 308	287 207	–0,14
8	13 600	Цна – г. Княжево	–6	5 657	10 928	–0,05
9	14 300	Клязма – г. Владимир	8	9 065	1 358 868	–0,14
10	6 440	Ай – с. Лаклы	–1	6 534	83 893	0,22
11	12 500	Дема – д. Бочкарева	–46	7 114	–807 369	–0,02
12	9 750	Кама – с. Волосническое	66	17 643	4 592 313	–0,14
13	3 130	Сылва – пгт Шамары	32	12 070	1 538 341	0,16
14	14 200	Уфа – г. Красноуфимск	–18	5 742	–445 577	0,21
15	5 930	Чепца – с. Полом	–171	39 138	–10 924 225	0,16
16	3 500	Великая – г. Опочка	–102	13 757	–2 463 654	0,65
17	5 140	Куныя – г. Холм	–30	3 747	–68 319	–0,81
18	12 800	Луга – г. Кингисепп	–12	5 344	–107 976	0,19
19	5 710	Паша – с. Часовенское	–56	8 550	–1 085 865	0,03
20	20 900	Цильма – с. Трусово	–98	16 795	–2 800 727	0,25

На рис. 3.17 представлены характерные гистограммы распределений и автокорреляционные функции. В подавляющем числе случаев (50 %) встречаются одномодальные асимметричные ($C_s \geq 0$) распределения. В 35% случаев – двухмодальные, а еще в 15 % – распределения, близкие к равномерному (в том числе – «без зубов»). В более 70 % случаев $\Delta \bar{U} = m_1 < 0$. Коэффициенты автокорреляции при годовой сдвигке меняются от –0,81 (р. Куныя – г. Холм) до +0,65 (р. Великая – г. Опочка), но в подавляющем числе случаев – незначительные.

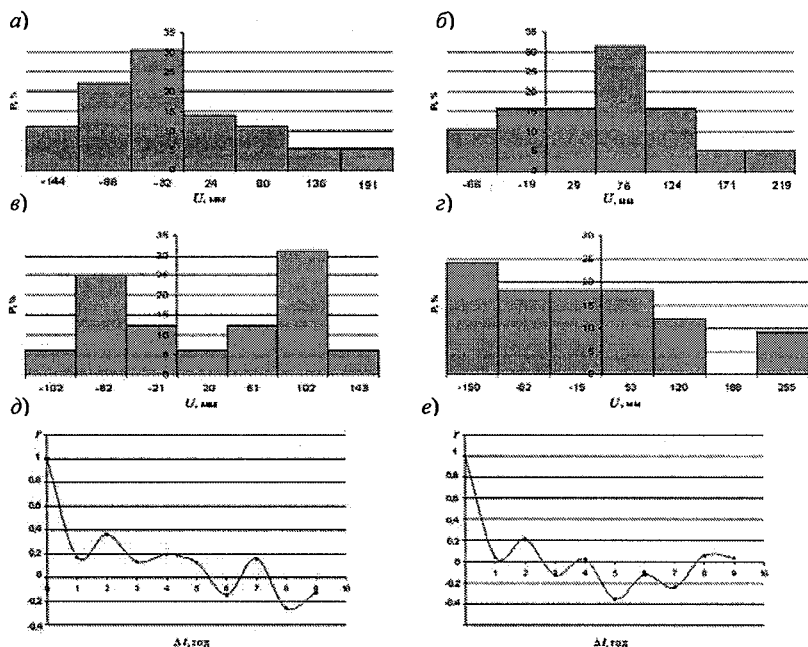


Рис. 3.17. Примеры распределений $p(\Delta U)$ и автокорреляционных функций $r(\Delta t)$: а – р. Сюнь – с. Миньярово; б – р. Немда – с. Селище; в – р. Луга – ст. Толмачево; г – р. Колпь – д. Верхний Двор; д – р. Шугор – д. Мичабичевник; е – р. Уса – с. Петрунь.

Для распределений, близких к одномодальным симметричным, параметры уравнения ФПК для расчета эволюции $p(\Delta U)$ могут быть вычислены на основе уравнений для математического ожидания $m_{\Delta U}$ и дисперсии $D_{\Delta U}$ в установившемся режиме [6]:

$$m_{\Delta U} = (G_{\bar{c}} + G_{\bar{N}}) \bar{N} / (\bar{c}^2 - \bar{N}^2); \quad (3.23)$$

$$D_{\Delta U} = (G_{\bar{c}} + G_{\bar{N}})^2 (\bar{c}^2 + \bar{N}^2) / 2 (\bar{c}^2 - \bar{N}^2)^2. \quad (3.24)$$

3. Примеры определения расчетных характеристик

Для замыкания системы (3.23), (3.24) относительно параметров $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{N}}$ и $\bar{c}$ можно воспользоваться тем фактом, что процесс, описываемый стохастическим уравнением (3.7) – марковский, а значит, автокорреляционная функция $r_{\Delta U}(\Delta t)$ – экспонента, скорость спада которой определяется значениями $\bar{c}$ и $G_{\bar{c}}$. При сдвиге в один год имеем уравнение $\ln r_1 = f(\bar{c}, G_{\bar{c}})$, которого, совместно с выражениями (3.23) и (3.24), достаточно для нахождения $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{N}}$ и $\bar{c}$ (разумеется, при условии, что $r_1 > 0$).

Теперь обратимся к проточным озерам. В уравнении (3.7) величина N будет: $N = Q_{\text{пр}} + \dot{X} - E - Q_{\text{от}}$, где $Q_{\text{пр(от)}}$ – суммарный приток (отток) в (из) озеро (а); $\dot{X}$ – осадки на акваторию озера; E – испарение с поверхности воды озера. В равновесном режиме имеем уровень равновесия H_0 , соответствующий балансу $Q_{\text{пр}} + \dot{X} = Q_{\text{от}} + E$. При отклонении от него происходит изменение запаса воды в озере ΔU в соответствии с уравнением (3.7), причем слагаемое $c \text{sign}(\Delta U)$ надо интерпретировать как скорость наполнения (опорожнения) водоема, т. е. как величину, имеющую размерность расхода Q . При этом в рамках модели (3.7) его приращение определяется некой постоянной «пропускной способностью» озера $\partial Q / \partial(\Delta U)$ и знаком приращения запасов ΔU . Конечно, ΔU не уровень воды, но тесно с ним связан, благодаря морфометрической зависимости, именуемой кривой объемов $W(H)$. Поэтому имеет место соответствие $\Delta Q \approx (\partial Q / \partial H) \Delta H$. В этом случае приходим к одномодальному распределению (см. рис. 3.1).

Вторая мода может появиться, например, если существует гистерезисная зависимость между c и ΔU в уравнении (3.20), т. е. если $f(\Delta U)$ зависит не только от знака ΔU , но и от знака скорости изменения ΔU , а также от некоторой «константы» a (см. рис. 3.16). Откуда может взяться этот гистерезис?

Так как приходная часть баланса озера ($Q_{\text{пр}}$ и $\dot{X}$) «навязана» внешними воздействиями, то гистерезис может порождаться либо «неклассическим» поведением испарения (см. [13]), либо динамическими эффектами при оттоке воды из озера $Q_{\text{от}}$. Определяя прира-

щение оттока по квазистационарному соотношению $dQ = (\partial Q / \partial (\Delta U)) d(\Delta U)$, мы тем самым используем классические формулы «равновесной гидрометрии» для учета стока из озера: $dQ = (\partial Q / \partial H) dH$, где $\partial Q / \partial H$ определяется наклоном кривой пропускной способности $Q = f(H)$ в створе вытекающей из озера реки. Однако в неравновесной ситуации (а именно она и имеет место раз мы используем дифференциальные уравнения) приращение зависит явным образом от динамики процесса изменения запасов:

$$dQ(\Delta U, t) = \frac{\partial Q}{\partial (\Delta U)} \frac{\partial (\Delta U)}{\partial t} dt \quad (\text{или ближе к гидрометрии}$$

$$dQ(H, t) = \frac{\partial Q}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} dt). \text{ Следовательно, величина оттока зависит не}$$

только от наклона кривой $Q = f(H)$, но и от скорости протекания процесса. В гидрометрии подобный динамический эффект порождает «петли» на зависимостях $Q = f(H)$ (см. рис. 3.18, а). В случае проточного водоема этот эффект в створе вытекающей реки приводит к появлению гистерезисной полосы шириной $2a$ (см. рис. 3.18, б, з).

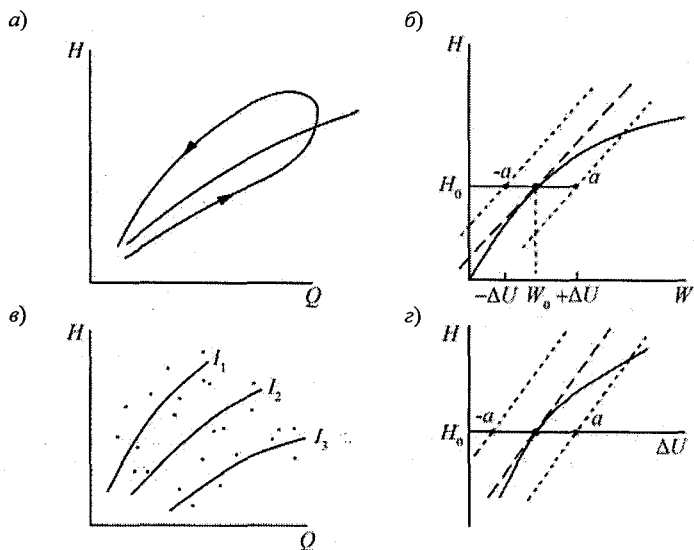


Рис. 3.18. К появлению гистерезисного эффекта в речных гидростворах (а, б) и в проточных водоемах (в, з).

3. Примеры определения расчетных характеристик

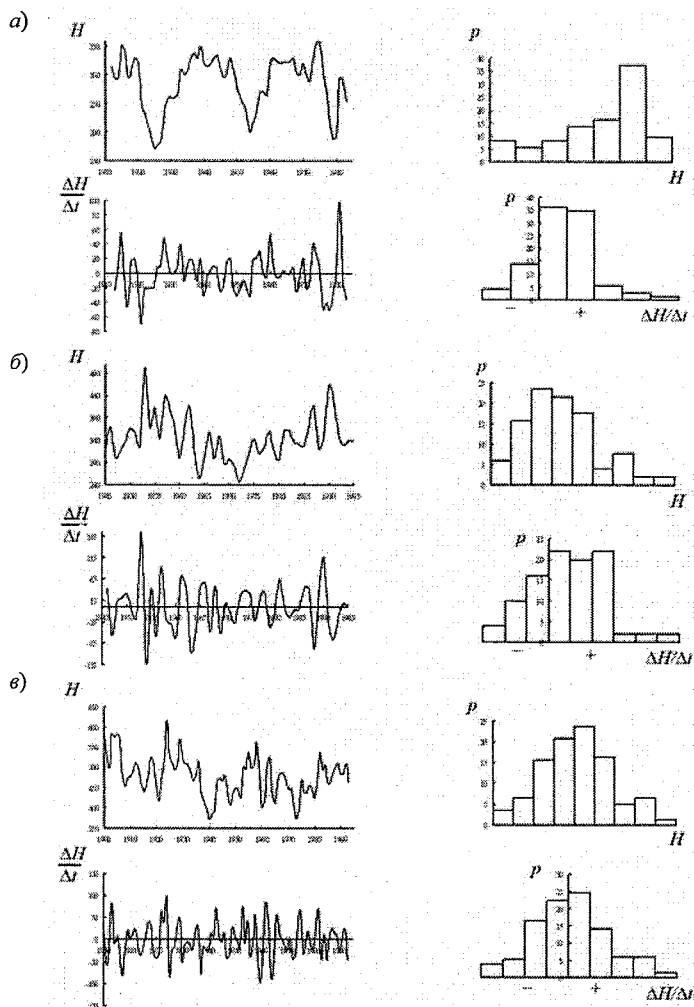


Рис. 3.19. Хронологические графики хода уровней озер и их приращений (слева), а также соответствующие им гистограммы: а – Ханка; б – Ильмень; в – Ладожское.

Конечно, сразу возникает вопрос. Для появления достаточно широкой петли на зависимости $Q = f(H)$ необходимы значительные

значения производной $\partial H/\partial t$ (временные масштабы: часы, сутки). А мы рассматриваем процессы для скользящих, осредненных за год, величин. Однако фактически створ вытекающей из озера реки всегда находится в неравновесном режиме ($I > i_0$, I – уклон водной поверхности, i_0 – уклон, соответствующий «равномерному» режиму), связь $Q = f(H)$ неоднозначная (см. рис. 3.18, в), причем вариации ΔU делают гистерезисную нелинейность «размытой» (если сравнивать с рис. 3.16, а).

Для иллюстрации возможных распределений плотности вероятности уровней и приращений уровней (последние тесно связаны с ΔU) проточных озер были проведены вычисления для трех озер (см. рис. 3.19, использованы данные натурных наблюдений; оз. Ханка см. [13]). Из этого рисунка видно, что они могут быть как одномодальными, так и двухмодальными. Это подтверждает (правда, косвенно) справедливость рассматриваемых моделей, в том числе и с гистерезисной нелинейностью.

4. Надежность гидротехнических сооружений при неустановившемся климате

4.1. Общая постановка задачи о «выбросах»

Надежность проектируемых сооружений в рамках существующих нормативных документов основывается на предположении, что гидрологический режим статистически не меняется: значение (например) $Q_{1\%}$, полученное за прошедшее до момента разработки проекта время, останется таким же и в будущем. На первый взгляд кажется странным, что время (продолжительность безаварийной эксплуатации сооружения) явно не фигурирует в оценках надежности. Однако в силу предположения о стационарности случайного процесса формирования стока оно неявно присутствует в самой цифре 1% («раз в сто лет»). Не ясно, когда и при каких обстоятельствах, но в среднем статистическом смысле, сооружение будет поставлено в условия, при которых необходимо пропустить расход $Q_{1\%}$ один раз в сто лет.

Однако подобное предположение («мир застыл» – пусть даже в статистическом смысле) есть идеализация. Фрактальность гидрологических (да, видимо, и любых гидрометеорологических) рядов «говорит» об обратном, а изменение климата и характеристик подстилающей поверхности водосборов делают картину изменчивости очень наглядной.

На рис. 4.1 представлены некоторые варианты возможных изменений гидрологических процессов. Обычно прогнозы (сценарные оценки) гидрологических последствий изменения климата предполагают переход от одной равновесной ситуации (ряд 0 на интервале ОА) к другой такой же равновесной (ряд 3 на интервале БВ). Но кто доказал, что климатическая система, выведенная из равновесия, должна снова быстро стабилизироваться? Учитывая, что она содержит такие инерционные составляющие, как океан, надеяться на это не приходится. Ситуация может, например, развиваться в соответствии с процессом 4 на интервале БВ (или что-то в подобном духе).

Важно обратить внимание на то, что обычно сценарные задачи, связанные с изменением климата, игнорируют переходные режимы (интервал АВ), которые могут быть как аperiodическими (2), так и колебательными (1); по крайней мере, этот вопрос не изучался.

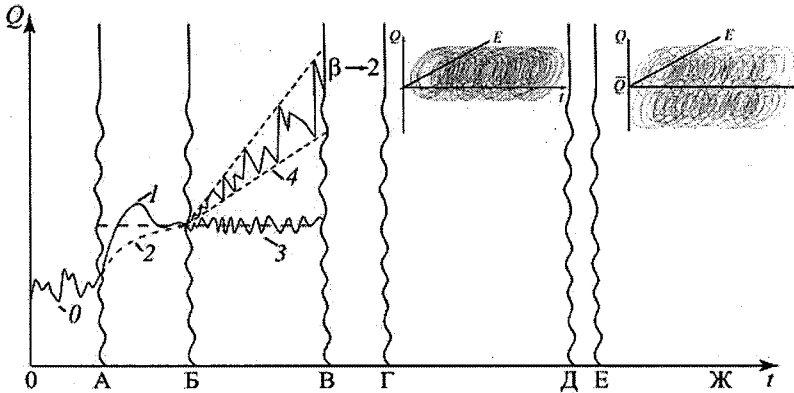


Рис. 4.1. Некоторые варианты изменения гидрологических процессов: ОА – стационарный ряд 0; АБ – переходные режимы (1 – колебательный, 2 – аperiodический); БВ – режимы в новом климате (3 – при равновесном сценарии, 4 – неустановившийся режим); ВГ – зарождение второй фазовой переменной; ГД – двухфазный режим; ДЕ – зарождение второй «моды» в двухфазном режиме; ЕЖ – двухфазный «двухмодальный» случайный процесс (реализация).

Наличие трендов (ряд 4 на интервале БВ) может привести к росту параметра устойчивости β (интервал ВГ) и к появлению статистически значимой второй фазовой переменной (например, испарения, интервал ГД). Возможно дальнейшее усложнение процесса, например появление второго центра притяжения–отталкивания (второй «моды», интервал ЕЖ), а также другие варианты, включая регрессивные упрощения.

Таким образом, могут происходить не только выбросы ординат случайного процесса за критический уровень обеспеченности; эволюционировать могут сами моменты распределений, а «выбросы» может иметь и размерность фазового пространства.

Решение задачи о «выбросах» ординат случайного процесса отвечает на вопрос о надежности в общем случае неустановившегося климата. В теории случайных процессов подобные вопросы рассматривались уже давно. Задача о надежности заключается в определении вероятности того, что случайная функция $\phi(t)$, имеющая в момент времени t (зависящий от степени дискретизации процесса) зна-

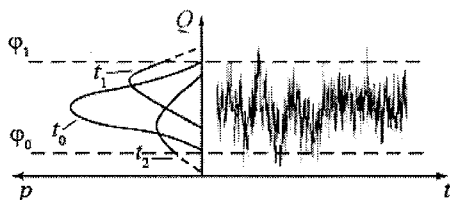


Рис. 4.2. «Уменьшение надежности» (площади под кривой $p(\varphi)$) с течением времени $(t_0, t_1, t_2, \dots)$.

φ_1 будет затоплен мост (рис. 4.2). Следовательно, надо найти вероятность того, что в интервале времени $(t, t+T)$ выполняется следующее неравенство: $\varphi_0 < \varphi(t) < \varphi_1$.

Искомая вероятность $P(\tau)$ недостижения границ к моменту времени $\tau = t + T$ равна:

$$P(\tau) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} p(\tau, \tilde{\varphi}) d\tilde{\varphi}, \quad (4.1)$$

где $p(\tau, \tilde{\varphi})$ удовлетворяет уравнению ФПК для соответствующего процесса φ .

При пересечении случайным процессом $\varphi = \varphi(t)$ любой из границ плотность вероятности обратиться в нуль, т. е. в качестве граничных условий выступают соотношения $p(\tau, \varphi_0) = p(\tau, \varphi_1) = 0$ при $\tau > t$.

Начальное условие при известной ординате случайного процесса $\tilde{\varphi}$ имеет вид $p(\tau, \tilde{\varphi})|_{\tau=t} = \delta(\tilde{\varphi} - \varphi)$, а при вероятностной начальной информации — $p(\tau, \tilde{\varphi})|_{\tau=t} = p_0(\tilde{\varphi})$.

Таким образом, для получения искомой вероятности, определяющей надежность, необходимо проинтегрировать уравнение ФПК при соответствующих начальных и граничных условиях, а затем подставить найденное решение в формулу (4.1).

Задачу о надежности можно расширить на многомерные процессы. Пусть $\vec{\varphi}$ – вектор, компонентами которого являются климатические и гидрологические переменные, влияющие на какой-либо хозяйственный объект или отрасль экономики. Можно искать вероятность того, что ни один компонент $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)$ за время изменения климата $\tau = t + T$ не выйдет за допустимые пределы (не покинет область D), но можно интересоваться только одним компонентом. Пусть $p(\tau, \varphi_1, \dots, \varphi_n)$ – плотность вероятности того, что к моменту времени τ ординаты случайных процессов будут находиться в интервалах $(\varphi_k, \varphi_k + d\varphi_k)$ ($k=1, \dots, n$), ни разу не попадая за границы области D в пределах интервала (t, τ) , а искомая вероятность – $P(\tau)$. Тогда

$$P(\tau) = \int_D \dots \int p(\tau, \varphi_1, \dots, \varphi_n) d\varphi_1 \dots d\varphi_n, \quad \tau = t + T,$$

где $p(\tau, \varphi_1, \dots, \varphi_n)$ удовлетворяет многомерному уравнению ФПК при следующих начальных и граничных условиях:

$$1) p = \delta(\varphi_1 - \tilde{\varphi}_1) \delta(\varphi_1 - \tilde{\varphi}_2) \dots \delta(\varphi_1 - \tilde{\varphi}_n) \text{ при } \tau = t;$$

2) $p = 0$ при $\tau > t$ (если компоненты вектора $\vec{\varphi}$ достигают границ области D).

Если интересен только один компонент, то область интегрирования D ограничивается только интервалом изменения интересующего компонента.

Заметим, что вероятностью $P(\tau)$ определяется плотность вероятности $p(\theta)$ времени пребывания случайного процесса в дозволенной области $p(\theta) = \partial P(\theta) / \partial \theta$, и математическое ожидание этого времени пребывания $\bar{\theta} = \int_t^\infty P(\tau) d\tau$.

В многомерном случае – это время, в течение которого все компоненты процесса ни разу не выйдут за границы области D .

Технически реализовать подобную задачу возможно. Имеются даже численные методы решения многомерного уравнения ФПК, адаптированные к условиям изменяющейся размерности фазового пространства, см. [7]. Однако для практического применения по-

добных идей нужны более приемлемые для инженерных приложений подходы (нетрудно представить себе реакцию гидрологов, работающих в изыскательских отделах проектных организаций, если им предложат СНИП с требованием численно решать многомерные уравнения ФПК). И такие подходы существуют.

4.2. Устойчивые переходные гидрометеорологические режимы

Оставим вопрос о «выбросах размерности» до следующего раздела и займемся упрощенным вариантом задачи о выбросах, т. е. интервалом ОВ на рис. 4.1, включая зону АБ. Таким образом мы предполагаем, что имеет место статистически устойчивый неустановившийся режим, управляемый либо известными климатическими характеристиками $\dot{X}(t)$, $T^0 C(t)$, либо опять же известными факторами подстилающей поверхности, учитываемыми в модели коэффициентом стока.

Прежде всего заметим, что на практике ограничиваются (из-за коротких рядов наблюдений) несколькими начальными моментами m_i . Поэтому аппроксимируем уравнение ФПК для $p(Q)$ системой уравнений для моментов. В теории случайных процессов подобная процедура известна, и в нашем случае она приводит к следующей системе дифференциальных уравнений для моментов:

$$\begin{aligned} dm_1/dt &= (\bar{c} - 0,5G_{\bar{c}})m_1 - 0,5G_{\bar{c}\bar{N}} + \bar{N}; \\ dm_2/dt &= -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\bar{c}\bar{N}}m_1 + G_{\bar{N}}; \\ dm_3/dt &= -3(\bar{c} - 1,5G_{\bar{c}})m_3 + 3\bar{N}m_2 - 7,5G_{\bar{c}\bar{N}}m_2 + 3G_{\bar{N}}m_1; \\ dm_4/dt &= -4(\bar{c} - 2G_{\bar{c}})m_4 + 4\bar{N}m_3 - 14G_{\bar{c}\bar{N}}m_3 + 6G_{\bar{N}}m_2. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Предполагается, что решение системы (4.2) устойчиво, т. е. $\text{div } m_i = \sum_{i=1}^4 \dot{m}_i / m_i < 0$ ($\bar{c} > 2G_{\bar{c}}$). С помощью подобной модели (ее можно упростить, отбросив последнее уравнение, так как эксцесс, для вычисления которого нужен четвертый момент, в практической

гидрологии не используется) можно решать задачи на любом из интервалов участка ОВ (рис. 4.1).

«Стационарный интервал» ОА, на котором $dm_i/dt = 0$, можно использовать для идентификации параметров $G_{\bar{c}}, G_{\bar{c}\bar{N}}, \bar{c}$ ($\bar{N}$ и $G_{\bar{N}}$ – задаваемые внешние воздействия). На интервале БВ вычисляется изменение моментов (а значит, и эволюция плотности вероятности $p(Q)$) при неравновесном (кривая 4) или равновесном (кривая 3) климате.

Основное допущение, которое на сегодняшний день приходится делать, заключается в «замораживании» интенсивности шумов: $G_{\bar{c}}^{OA} = G_{\bar{c}}^{BB}$, $G_{\bar{c}\bar{N}}^{OA} = G_{\bar{c}\bar{N}}^{BB}$ (каких-либо попыток их размораживания автору неизвестно). Однако и при этом допущении (как показали расчеты на ретроспективном материале) по большинству статических критериев согласия в 70 – 80 % случаев результаты оказываются удовлетворительными на приемлемом уровне значимости (см. [8]).

Рассмотрим сначала, какие возможны переходные процессы на интервале АБ. Самая неблагоприятная ситуация может быть при резком (ступенчатом) изменении характеристик климата (например, статистической нормы осадков $\bar{N}$). Однако линейный характер уравнений для m_i из системы (4.2) указывает на то, что гидрологический статистический режим будет аperiodически подстраиваться под изменения климата. Это подтверждается численным решением системы (4.2), см. рис. 4.3, а. Оно довольно быстро стремится к аттрактору из любой точки области его притяжения (рис. 4.3, б).

Выбросы (типа кривой 1 на интервале АБ) возможны, если система уравнений (4.2) была бы нелинейной. В этом случае возникает много проблем, так как в уравнения для младших моментов входят старшие моменты. «Безнаказанно» обрывать систему на конечном числе моментов нельзя. Надо переходить от моментов к кумулянтам [8], значимость которых убывает с увеличением их порядка, что дает основание для обрывания системы. Однако в любом случае в нелинейном варианте мы выходим за рамки семейства кривых Пирсона, что само по себе нежелательно, так как эмпирический материал, а главное исторически сложившаяся традиция, ориентируют на одно-модальные кривые.

4. Надежность гидротехнических сооружений

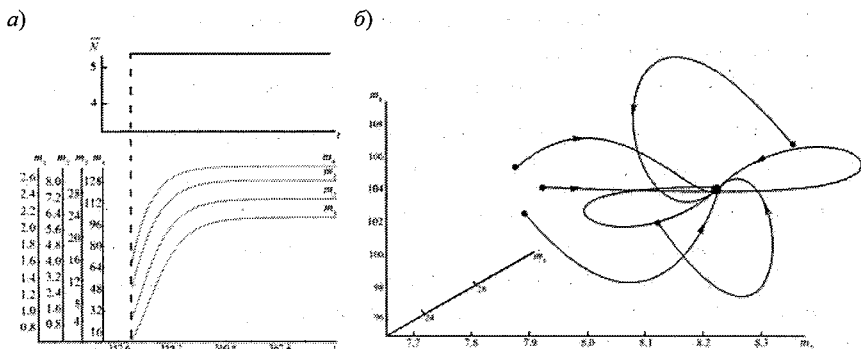


Рис. 4.3. Реакция моментов m_i на ступенчатое изменение осадков (а) и стремление к точечному аттрактору трехмерной проекции решения системы (4.2) (б).

Поэтому нелинейные модели оказываются излишне сложными для задач, связанных с гидрологическим обеспечением строительных проектов (по крайней мере, на интервале ОВ, пока можно игнорировать появление новых фазовых переменных). При оценках долгосрочных последствий антропогенного изменения климата обычно задается равновесный климатический сценарий. Требуется под потенциальные внешние воздействия на водосборы (нормы осадков и температуры воздуха) получить прогнозные вероятностные характеристики статистически стационарного гидрологического режима на заданной территории. В конечном итоге необходимо построить сценарные карты расчетных гидрологических характеристик многолетнего речного стока. Модель (4.2) позволяет практически учитывать все характеристики прогнозируемого климатического режима (норму осадков и их дисперсию – через $\bar{N}$ и $G_{\bar{N}}$; температуру воздуха – через $\bar{c}$), а также фактически все факторы подстилающей поверхности (залесенность, заболоченность, распаханность, степень урбанизации) и демографию через коэффициент стока, который уже давно «освоен» гидрологами.

Если задается динамика изменения сценарных климатических характеристик $(\bar{N}(t), G_{\bar{N}}(t), T^0 C(t))$ или перечисленных выше факторов подстилающей поверхности, то на любой момент времени интервала БВ мы, решая систему (4.2), получаем сечение потенциального пуч-

ка траекторий, одну из которых (реализацию случайного процесса) представляет функция 4 на рис. 4.1. Таким образом, для оценки надежности имеем возможность либо ориентироваться на динамику изменения расхода заданной обеспеченности $Q_{p\%} = f(t)$, либо непосредственно использовать формулу (4.1).

Для примера «оживим» параметры $\bar{N}$ и $\bar{c}$ в системе (4.2), дополнив ее дифференциальным уравнением $d\bar{c}/dt = -\bar{c} + (a + b \sin wt)$ и задав $\bar{N}$ в виде $\bar{N} = a_1 + b_1 \sin w_1 t$ (здесь a, a_1, b, b_1 – задаваемые константы). В зависимости от соотношения w/w_1 могут получаться довольно экзотические картинки (рис. 4.4).

Насколько оправдано использование дифференциальных уравнений для моментов при оценке возможной эволюции кривых плотности вероятности в условиях нестационарного сценария именно для проектных целей? Вспомним, что для подавляющего большинства рек автокорреляционные функции различных видов многолетнего стока спадают достаточно быстро. Фактически уже

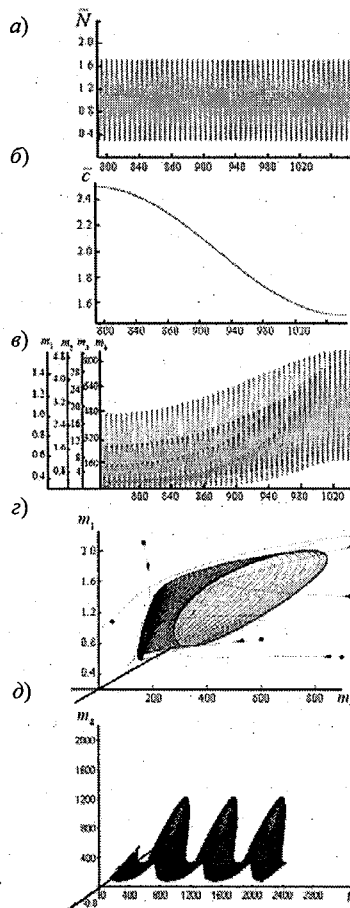


Рис. 4.4. Некоторые варианты решения системы (4.2) при устойчивом нестационарном климатическом сценарии (а) и изменяющихся факторах подстилающей поверхности (б) ($w/w_1=0,01$: в – зависимости $m_i(t)$; г – трехмерная проекция периодического аттрактора (обобщение рис. 4.3, б на нестационарный сценарий климатических изменений); д – участок временной развертки двумерной проекции аттрактора системы (4.2).

при годовой сдвигке возникают сомнения в статистической значимости коэффициентов автокорреляции. Поэтому достаточно обоснованно можно принять параметр релаксации τ равным одному году (за исключением может быть больших рек типа Амазонки, Волги, Оби и т. п.). Бассейны (с точки зрения процессов водообмена) как марионетки следуют «указаниям» климатических характеристик. Поэтому вряд ли будет большой ошибкой заменить модель (4.2) системой алгебраических уравнений при ступенчатом задании изменяющихся параметров $\bar{N}$ и $\bar{c}$. (Конечно, это справедливо, пока можно игнорировать факт зарождения новой фазовой переменной: процесс формирования стока устойчив по моментам, входящим в систему (4.2), т. е. $\bar{c}$ значительно превосходит $G_{\bar{c}}$.)

4.3. «Выбросы размерности» фазового пространства гидрологических систем

Под «выбросами размерности» мы понимаем появление (или исчезновение) новых фазовых переменных, которые в совокупности со старыми фазовыми переменными устойчиво описывают процесс эволюции (деградации) рассматриваемой системы. На рис. 4.1 это соответствует переходу от интервала БВ к интервалу ГД. Для развивающихся систем подобная эволюция происходит через потерю устойчивости «старой» системы (интервал ВГ).

Этот же процесс можно изобразить еще нагляднее (см. рис. 4.5). На интервале (1) «проволока» расположена в плоскости (xt). Затем появляется новое измерение (y) и на интервале (2) «проволока» закручивается в пружину, «осваивая» пространство (xyt). На интерва-

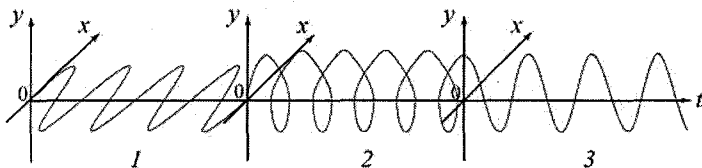


Рис. 4.5. Переход от плоскости (1) к пространству (2) и снова к плоскости (3).

ле (3) «провода снова занимает плоскость, но уже другую (yt). Для освоения новых фазовых переменных системе нужны ресурсы, и она их получает из инфинитного окружения (см. [5]).

На длительном интервале своего развития гидрологические системы могут неоднократно менять размерность своего фазового пространства, которая не ограничивается тремя, как в примере с «проводкой», в котором имелось в виду геометрическое пространство. По существу, частично инфинитная гидрология была создана для того, чтобы в какой-то мере рационализировать механизм расширения фазовых пространств, что на более спокойном «жаргоне» интерпретируется как процесс развития. Оставим в стороне подчас довольно сложные особенности этого механизма и проиллюстрируем ситуацию на простом и наглядном примере в рамках корреляционного анализа систем с параметрическими шумами.

В частично инфинитной гидрологии (да и вообще в нелинейной динамике) считается возможным (а с практической точки зрения – необходимым) аппроксимировать бесконечномерные модели конечномерными в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений (например, (2.1), (2.2)). В достаточно общем случае подобная система имеет вид:

$$\dot{Y}_i = \sum_{j=1}^n (\bar{c}_{ij} + \tilde{c}_{ij}) \varphi_{ij}(\vec{Y}) + \bar{N}_i + \tilde{N}_i \quad (i = \overline{1, n}), \quad (4.3)$$

где $\vec{Y}$ – вектор состояния системы («набор» фазовых переменных, например, Q, E и т. д.); остальные обозначения нами уже использовали ($\bar{c}_{ij} < 0$).

Переходя от (4.3) к уравнению ФПК и аппроксимируя последнее системой дифференциальных уравнений для моментов, мы получаем (из-за нелинейности функции $\varphi_{ij}(\vec{Y})$) незамкнутую систему уравнений, в которой младшие моменты зависят от старших. Ситуация существенно упрощается, если $\varphi_{ij}(\vec{Y}) = Y_j$. В этом случае можно получить (процедуры подобного «получения» в теории случайных процессов известны уже несколько десятилетий) «развязанную» систему

4. Надежность гидротехнических сооружений

для первых ($m_i = M[\bar{Y}]$) и вторых ($\alpha_{ij} = M[\bar{Y}\bar{Y}']$) начальных моментов:

$$\dot{m}_i = \sum_{p,q=1}^n \left(\bar{c}_{ip} + 0,5 G_{\bar{c}_{ipq}} \right) m_p + 0,5 \sum_{p=1}^n G_{(\bar{c}\tilde{N})_{ipp}} + \bar{N}_i; \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{ij} = & \sum_{p,q=1}^n \left(\bar{c}_{ip} + 0,5 G_{\bar{c}_{ipq}} \right) \alpha_{pj} + \left(0,5 \sum_{p=1}^n G_{(\bar{c}\tilde{N})_{ipp}} + \bar{N}_j \right) m_j + \\ & + \sum_{p,q=1}^n \left(\bar{c}_{ip} + 0,5 G_{\bar{c}_{ipq}} \right) \alpha_{ip} + \left(0,5 \sum_{p=1}^n G_{(\bar{c}\tilde{N})_{jpp}} + \bar{N}_j \right) m_i + \\ & + \sum_{p,q=1}^n G_{\bar{c}_{ipj}q} \alpha_{pq} + \sum_{p=1}^n \left(G_{(\bar{c}\tilde{N})_{ipj}} + G_{(\bar{c}\tilde{N})_{jpi}} \right) m_p + G_{\tilde{N}_{ij}}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

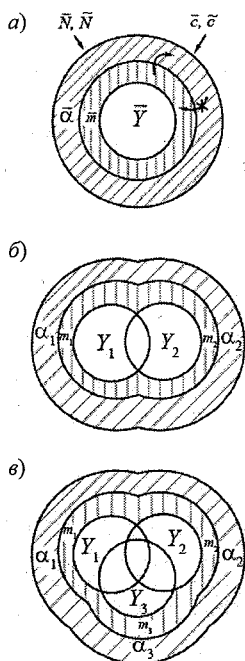


Рис. 4.6. Иллюстрация «выброса размерности».

Смысл «развязанности» в том, что уравнение (4.4) никак не зависит от уравнения (4.5) (в нелинейном случае такой «развязки» нет).

Для уяснения ситуации имеет смысл визуализировать объект, описываемый системой (4.4), (4.5) (см. рис. 4.6). При переходе от исходной динамической модели (при $c = \bar{c} + \tilde{c}$; $N = \bar{N} + \tilde{N}$) к стохастическому уравнению (4.3), а затем к уравнению ФПК и его аппроксимации системой (4.4), (4.5) мы вектор фазовых переменных $\bar{Y}$ как бы делаем уязвимым для внешней среды, допуская взаимодействия с ней через шумы $\tilde{N}$ и $\tilde{c}$. При $G_{\tilde{c}} = \bar{c}$ внешняя среда начинает разваливать «двухслойную броню» в виде оболочек из $\bar{m}$ и $\bar{\alpha}$ (исходная динамическая модель при $c < 0$ всегда устойчива; это и хорошо, и плохо, так как она не способна описывать процессы развития). При этом, во-первых, внешний слой $\bar{\alpha}$ (а в более общем случае – слой) менее ус-

тойчив, чем внутренний $\bar{m}$, а во-вторых – зависит от свойств внутреннего (но не наоборот).

Если оба слоя «пробиты» внешней средой ($G_{\bar{c}} > 2\bar{c}$), то у системы есть две возможности: либо погибнуть, либо промутировать, объединившись с «пробившимися» элементами инфинитной реальности в расширенную систему (рис. 4.6, б). Это и есть «выброс размерности» (появление нового компонента у вектора состояния $\bar{Y}$, а именно – Y_2).

Предположим, что первая оболочка $\bar{\alpha}$ «пробита». Рассмотрим механизм «пробивания» второй оболочки и ее «заклеивания» с помощью введения новой фазовой переменной. Итак, имеем систему уравнений (4.4), которую запишем для одной переменной (математического ожидания):

$$\dot{m}_Q = -(\bar{c}_Q - 0,5G_{\bar{c}_Q})m_Q + 0,5G_{(\bar{c}_N)Q} + \bar{N}_Q. \quad (4.6)$$

Если $G_{\bar{c}_Q} > 2\bar{c}_Q$, то последний заслон для распределения $p(Q)$ пробивается: расходы воды не представляют больше собой статистическую совокупность (по крайней мере, в рамках распределений Пирсона). Но ведь расходы воды никуда не делись, река осталась. Разрушился только «карточный домик» наших представлений о том, как живет (в статистическом смысле) река (ее режим стока). Давайте построим еще один «карточный домик», чтобы он не «пугался» больших значений интенсивности шума $G_{\bar{c}_Q}$.

Вспомним, как получается динамическое уравнение для расхода. Балансовое соотношение $\dot{Q} + E - \dot{X} = 0$ заменяется на $\dot{Q}/k - \dot{X} = 0$ и вводится динамическая составляющая для возможности описания неравновесной ситуации $\dot{Q} = -cQ + N$, где $c = 1/k\tau$; $N = \dot{X}/\tau$. Далее мы «разрешаем» величинам c и N «шуметь» ($c = \bar{c} + \tilde{c}$, $N = \bar{N} + \tilde{N}$) с интенсивностями $G_{\bar{c}}$, $G_{\bar{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$. Если параметр c «шумит» сильно ($G_{\bar{c}} > 2\bar{c}$), то уравнение (4.6) теряет устойчивость.

Давайте разберемся «кто шумит»? Параметром c так или иначе учитываются потери на испарение, которым «управляет» в основном

температура воздуха, т. е. что-то инфинитное для речного бассейна. Поэтому можно включить испарение в состав вектора $\vec{Y}$. Но тогда система (4.4) примет вид:

$$\dot{m}_Q = -c_Q m_Q - c_E m_E + \bar{N}_Q; \quad (4.7)$$

$$\dot{m}_E = -c_E m_E - c_Q m_Q + \bar{N}_E, \quad (4.8)$$

где $c_Q = 1/\tau_Q$; $c_E = 1/\tau_E$; $\bar{N}_Q = \dot{X}/\tau_Q$; $\bar{N}_E = \dot{X}/\tau_E$ (здесь τ_Q, τ_E — время релаксации расхода и испарения соответственно). Если τ_Q и τ_E считать не случайными параметрами, то всякие основания для неустойчивости вообще исчезают; имеем «термостат» по мультипликативным шумам $\tilde{c}$ (но не по аддитивным $\tilde{N}$). Закон распределения $p(Q, E)$ стал устойчивым (по крайней мере, в отношении математического ожидания), но произошел «выброс размерности». Разумеется, реальная картина может быть (и практически всегда бывает) более сложной: и $\Delta U \neq 0$, и τ может иметь свое статистическое распределение. Однако суть проявляется. Метафорически: если сосед женился на скандальной соседке (ввел шумы из инфинитной реальности в финитную, т. е. в свою квартиру), то и шуметь стало некому, разве что появятся новые «веселые» соседи или «зашумят» старые, которые раньше вообще не брались во внимание как источник шума.

Мы упростили систему (4.4) до одного уравнения (4.6), перегрузив (говоря языком C++) коэффициенты $\bar{c}_Q$ и $G_{\bar{c}_Q}$. Пока оставшиеся «в тени» остальные уравнения ведут себя тихо (например, $\dot{m}_E \approx 0$), то подобная идеализация срабатывает. В противном случае переменная m_E «выходит на сцену» и «говорит», что без нее нельзя. Правда, обычно мы не знаем, что реально остается в тени, хотя методами фрактальной диагностики можно определить, сколько потенциальных фазовых переменных «затаилось в тени».

Проиллюстрируем ситуацию на наглядных картинках. Пусть имеем исходную модель для математического ожидания расхода

$$\dot{m}_Q = -c m_Q + \bar{N}_Q, \quad (4.9)$$

где c включает в себя как среднее значение $\bar{c}$, так и интенсивность шума $G_{\bar{c}}$ ($c = \bar{c} - 0,5G_{\bar{c}}$); взаимную интенсивность шума $G_{\bar{c}\bar{N}}$ прием нулевой (в данном контексте это не существенно).

Будем считать, что такое же по структуре уравнение (теневое) справедливо для матожидания испарения m_E (оба уравнения «не знают» друг о друге).

В зависимости от знака коэффициента c в уравнении (4.9) получаются устойчивые ($c > 0$) или неустойчивые ($c < 0$) решения, см. рис. 4.7, а. Неустойчивость по матожиданию m_Q можно проиллюстрировать более наглядно, если ввести в коэффициенты и внешние воздействия уравнений для m_Q и m_E периодические составляющие

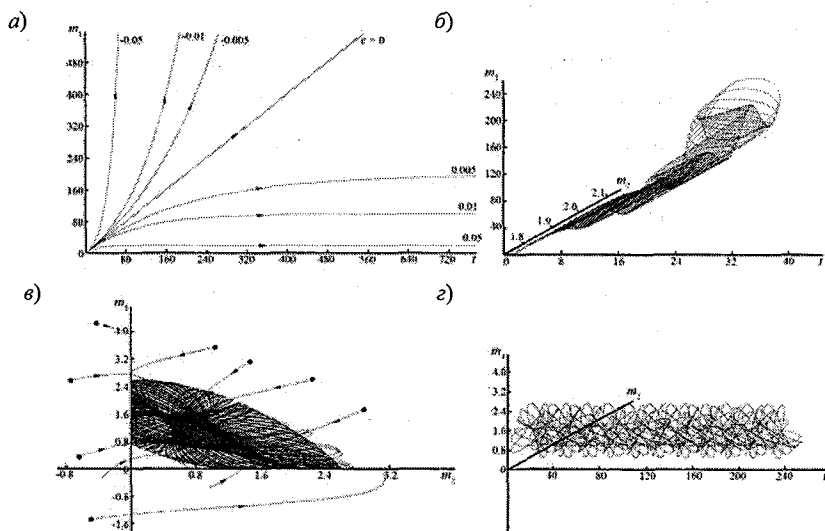


Рис. 4.7. Превращение неустойчивого (за счет «выброса размерности») одномерного процесса в устойчивый двумерный: а – влияние параметра c в модели (4.9) на поведение решения; б – двумерная траектория, устойчивая по фазовой переменной m_2 и неустойчивая по переменной m_1 ; в – пример появления аттрактора при переходе от неустойчивой одномерной модели с сильным шумом к двумерной модели, в которой «ответственность» за шумы из инфинитной реальности «взяла на себя» вновь введенная фазовая переменная; г – временная развертка аттрактора, изображенного на рис. 4.7, в.

(см. рис. 4.7, б – режим для m_E периодический, но устойчивый, в отличие от решения для m_Q , которое нарастает из-за отрицательного значения $c: G_c > 2\bar{c}$).

Обращаю внимание читателя на то обстоятельство, что рис. 4.7, б есть просто «иллюзия»: на нем совмещены в одной фазовой плоскости две независимые переменные m_Q и m_E (они независимы, пока мы не перейдем к системе (4.7), (4.8)). Сама по себе неустойчивость решения модели для m_Q просто индикатор: что-то не так, есть какое-то влияние, выводящее ситуацию за рамки предметной области, зафиксированной моделью (4.9). Природу этого влияния в самой модели не «выловить», нужны не формализуемые моделью творческие действия познающего субъекта.

Неустойчивость – индикатор «выброса размерности», проявление действия второй фазовой переменной (появления «флюса» на рис. 4.6, б). Объединив разрозненные уравнения типа (4.9) для m_Q и m_E в единую систему (4.7) и (4.8), мы ликвидировали мультипликативные шумы. Процесс стал устойчивым (рис. 4.7, в и 4.7, г), но двумерным. (По физическому смыслу переменных m_Q и m_E они не могут быть отрицательными. Поэтому в модель (4.7), (4.8) для членов ct необходимо вводить либо знаковую функцию
$$f(m) = \begin{cases} 0, & m \leq 0, \\ 1, & m > 0 \end{cases},$$
 либо множитель $\exp(-a|m|)\exp(am)$, где значение постоянной a должно согласовываться с шагами численного интегрирования.)

Закключение (Что делать, если «случайности нет»?)

В данной монографии мы придерживались «классического» взгляда на проблему надежности, связывая последнюю с обеспеченностью «закладываемых» в строительные проекты расчетных гидрологических характеристик. Это подразумевает существование (как само собой разумеющееся) случайных процессов. Но существуют ли они в реальности? Мы не собираемся рассматривать философские аспекты этой проблемы, а посмотрим на нее с чисто практической (инженерной) стороны.

Если не очень умичать, то случайный процесс – это «пучок» траекторий (например, гидрографов стока, рис. 1, а).

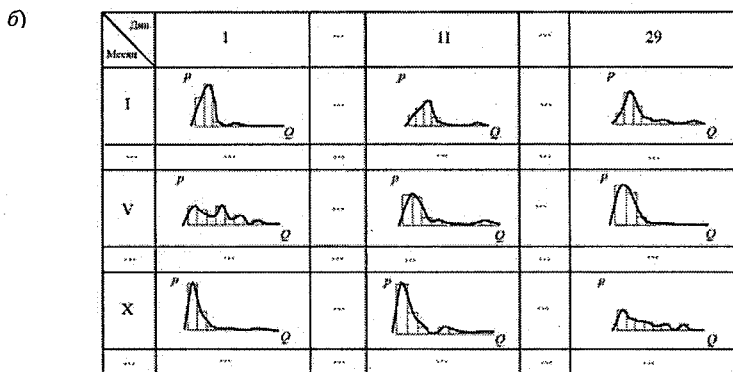
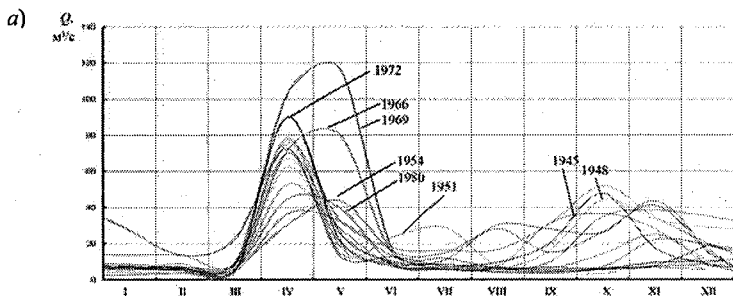


Рис. 1. Пример случайного процесса (а) и случайных чисел в его сечениях (б) (р. Тихвинка – д. Горелуха).

А что означают слова «задать случайный процесс»? Построить так называемую n -мерную плотность вероятности $p(Q/t_1, Q/t_2, \dots, Q/t_n)$. Визуально – это серия «картинок» (сечений «пучка»), каждая из которых представляет собой случайное число: диапазон неслучайных значений расхода и вероятность появления каждого из этих значений (рис. 1, б).

Таким образом, предполагается, что есть некий генератор, который периодически «выдает» более или менее одинаковые реализации случайного процесса (в нашем примере периодичность создается годовым вращением Земли вокруг Солнца). А где же в таком случае периодичность и «пучок», когда обрабатываются гидрологические ряды (например, годового стока, рис. 2)? И то, и другое есть. Каждое среднегодовое значение расхода (реализация случайного числа) появляется «периодически» (через год) и проецируется (многие гидрологи этого и не подозревают) на «экран». Для того чтобы учесть изменение водности, пытаются «включить в ряд» маловодные и многоводные периоды. Однако суть от этого не меняется: в проектной практике дело имеют со случайным числом.

Но где его взять для неустановившегося гидрометеорологического режима типа, изображенного на рис. 4.1 (интервал БВ), см. также рис. 1.6? Ведь переходный режим всегда уникален (для него нет периодического генератора реализаций).

Есть две возможности:

1. Либо «притвориться», что изложенное выше мы «не знаем» и работать на интервале БВ с моделью ФПК (или более сложной), идентифицировав входящие в нее интенсивности шумов по стационарному случайному процессу на интервале ОА (т. е. по случайному числу).
2. Либо отказаться вообще от применения теории случайных процессов при неустановившихся режимах (не путать с нестационарными процессами).

Что же во втором случае принимать за проектные зна-

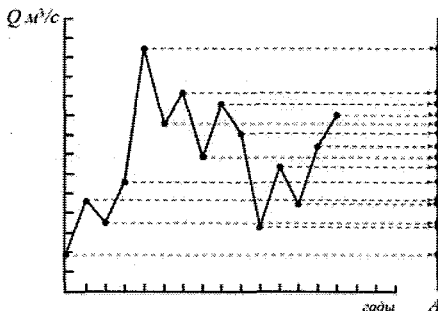


Рис. 2. Проецирование среднегодовых расходов воды на условное «сечение» А.

чения гидрологической характеристики? Например, можно поступать так. По известному климатическому сценарию $(\dot{X}(t), T(t))$ решать систему уравнений для гидрологических переменных $(Q, E, \Delta U)$ и в качестве проектного значения расхода брать максимальное значение одномерной проекции многомерного фазового портрета на интервале времени, на котором требуется надежная работа сооружения. Можно ввести нормированную гарантийную поправку, как это практикуется в СНиПе и СП для обеспеченных значений расходов.

В качестве примера рассмотрим систему из трех уравнений для Q, E и ΔU [6]:

$$\frac{dQ}{dt} = \left(\frac{\dot{X}}{W_Q} - \frac{Q + E + \Delta U}{W_Q} \right) Q; \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{\dot{X}}{W_E} - \frac{Q + E + \Delta U}{W_E} \right) E; \quad (2)$$

$$\frac{d\Delta U}{dt} = (X - Q - E - c \cdot \operatorname{sgn}(X - Q - E)) / \tau_{\Delta U}, \quad (3)$$

где W_Q, W_E – емкости стоковой и испарительной предметных областей; $\tau_{\Delta U}$ – параметр, характеризующий период релаксации запасов воды в почво-грунтах.

На рис. 3 показан пример решения системы (1) – (3) для нарастающих со временем осадках (рис.3, а). Если нас интересует максимальная амплитуда изменения запасов воды в почво-грунтах $\Delta \tilde{U}$ на интервале (472 ... 504) (это может быть, например, проектная продолжительность безаварийной работы проектируемого объекта), то ее значение может быть получено проецированием ординат графика $\Delta U(t)$ на вертикальную ось (максимальная ордината сжатого графика на рис. 3, в превышает таковую для графика на рис. 3, б, так как последний не отслеживает процесс при уменьшении осадков).

Однако полное игнорирование случайных закономерностей в таком важном деле, как обеспечение надежности проектируемых сооружений, вряд ли целесообразно (да и «кто позволит»). Поэтому можно, например, поступить следующим образом. Ввести в уравне-

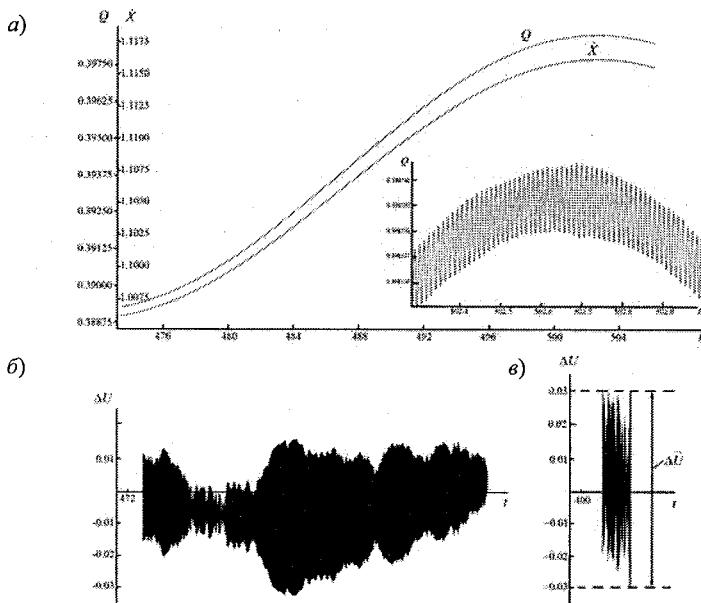


Рис. 3. К определению расчетной характеристики (в данном примере $\Delta \tilde{U}$) без привлечения теории случайных процессов: а – изменение во времени осадков и расходов воды (внизу справа участок экстремума графика $Q(t)$ в увеличенном масштабе); б – зависимость $\Delta U(t)$ до момента 502; в – «сжатый» график изменения $\Delta U(t)$ и определение значения $\Delta \tilde{U}$.

ния с помощью функции $\text{Random}()$ вариации климатических переменных и параметров модели (это можно проделать в разных вариантах, включая их взаимную корреляцию).

Проделаем это на примере отображений, соответствующих уравнениям (1) и (2) (без ΔU). В зависимости от интенсивности осадков и емкостей W_Q, W_E могут быть разные варианты изображений на фазовой плоскости. На рис. 4 представлено несколько вариантов для $\dot{X} = \dot{X}_0 = \text{const}$ и для $\dot{X} = \dot{X}_0 + \tilde{x}$, где $\tilde{x}$ – случайные изменения осадков в моменты итераций отображений. (Точнее, осадки изменялись в соответствии с формулой $\dot{X}_{Q(E)} = \dot{X}_0 + a(Q(E) - \text{int}(Q(E)))$,

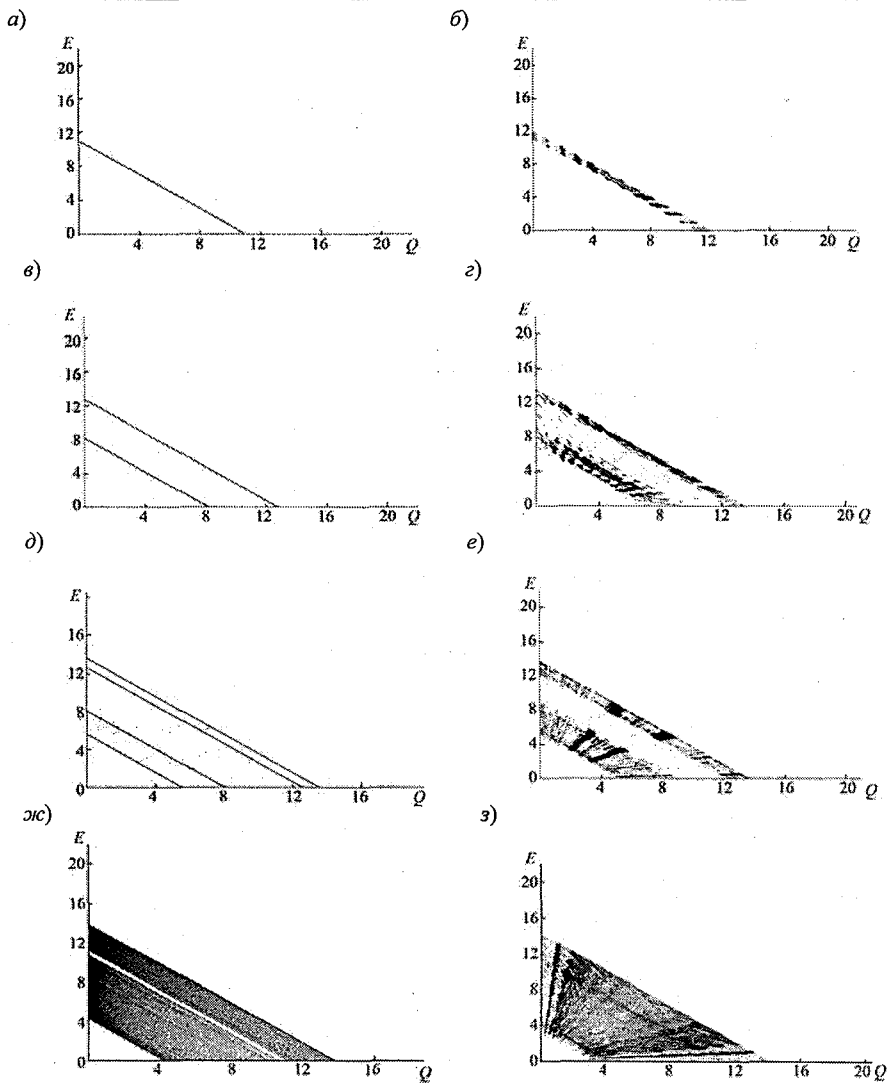


Рис. 4. Продолжение рисунка на следующей странице.

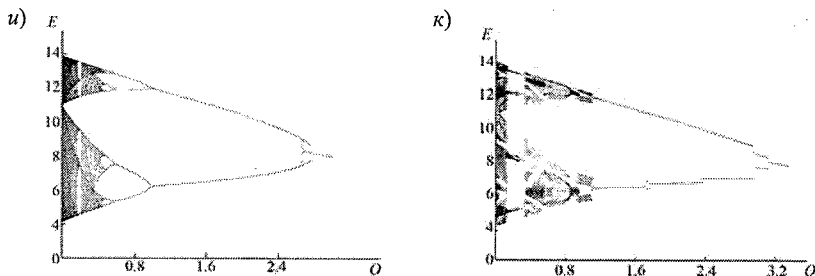


Рис. 4. Примеры решений системы отображений для Q и E (левая колонка при $a = 0$). В зависимости от соотношения подаваемых в систему ресурсов (осадков) и возможностей емкостей (зависящих от селективных ценностей) для Q и E происходит усложнение процесса, начиная от одномодального (a , $б$) и заканчивая полимодальным ($жс$, $з$). На рис. 4, $и$ представлена ситуация, когда переменная с большей емкостью (в примере – Q) начинает играть роль буфуркационного параметра для другой переменной (бифуркации начинаются, когда значения Q малы и испарение не может «спокойно» перерабатывать поступающие в систему осадки.

где $\text{int}()$ – целая часть от числа в скобках; параметром a варьировалось значение величины $\tilde{x}$.)

Наличие бифуркационных очагов (на рис. 4, $жс$, оба очага для переменных Q и E с небольшими емкостями, по сравнению с ресурсами $\dot{X}$, практически сжимаются) еще не делает процесс случайным, так как он полностью воспроизводим, хотя и выглядит хаотичным.

Не делает его случайным и введенная добавка $\tilde{x}$ (даже если бы она вводилась с помощью функции $\text{Random}()$). Правда, при больших значениях параметра a фазовый портрет рассыпается в пыль, происходит переполнение оперативной памяти, но неустойчивость это не случайность. Правая колонка на рис. 4 получена при $a \neq 0$, картина размыта, но контуры совпадают.

Практическая гидрология, как правило, имеет дело с участком бифуркационной диаграммы до первой точки бифуркации (см. рис. 4, a , и 4, $б$). На этом участке ряды расхода формирует линейный фильтр с аддитивными и с коррелированными с ними мультипликативными шумами, что приводит к асимметричным одномодальным распределениям. Для стационарных случайных процессов моменты подобных распределений можно идентифицировать и использовать для создания нужного варианта генератора «случайных» чисел, которыми и

зашумлять динамическую модель в виде системы дифференциальных уравнений или отображений (последнее часто бывает предпочтительнее, учитывая дискретный характер гидрологических рядов) для решения задач, связанных с оценкой гидрологического режима при неустановившемся климате.

Список литературы

1. Астапов Ю. М., Медведев В. С. Стохастическая теория систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
2. Виноградов Ю. Б., Виноградова Т. А. Современные проблемы гидрологии. Учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Издательский дом «Академия», 2008. – 320 с.
3. Владимиров А. М. Минимальный сток рек СССР. – Л.: Гидрометеиздат, 1970. – 214 с.
4. Казаков И. Е., Мальчиков С. В. Анализ стохастических систем в пространстве состояний. М.: Наука, 1983. – 382 с.
5. Коваленко В. В. Частично инфинитное моделирование: основание, примеры, парадоксы. – СПб: Политехника, 2005. – 408 с.
6. Коваленко В. В. Частично инфинитная гидрология. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007. – 230 с.
7. Коваленко В. В. Теория катастроф и эволюция дифференцируемых многообразий в частично инфинитной гидрологии. – СПб.: изд. РГГМУ, 2008. – 178 с.
8. Коваленко В. В., Викторова Н. В., Гайдукова Е. В. Моделирование гидрологических процессов. – СПб: изд. РГГМУ, 2006. – 559 с.
9. Комаров В. Д. Гидрологический анализ и прогноз весеннего половодья равнинных рек. – Л.: Гидрометеиздат, 1955.
10. Константинов А. Р. Испарение в природе. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 532 с.
11. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 376 с.
12. Музылев С. В., Привальский В. Е., Раткович Д. Я. Стохастические модели в инженерной гидрологии. – М.: Наука, 1982. – 184 с.
13. Найденов В. И. Нелинейная динамика поверхностных вод суши. – М: Наука, 2004. – 318 с.
14. Оппоков Е. В. Постановка и организация изучения годового стока в различных физико-географических условиях. Труды II Всесоюз. гидрол. съезда. Л., 1928.
15. Пространственно-временные колебания стока рек СССР / Под ред. А. В. Рождественского. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 376 с.
16. Рождественский А. В., Чеботарев А. И. Статистические методы в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.
17. Самарский А. А., Вабищев П. Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. Изд. 3-е. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 248 с.
18. Соколовский Д. Л. Речной сток (основы теории и методики расчетов). Изд. 3-е, испр. и доп. Учебник. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 540 с.
19. Устюжанин Б. С. Реакция речного стока на урбанизацию водосбора//Расчеты и прогнозы гидрологических характеристик. Л.: изд. ЛПИ, 1989. – С. 73 – 81// Труды ЛГМИ, вып. 103).

Предметный указатель

Автокорреляционная функция	67, 68
Аттрактор	86
– развертка	86
Балансы многолетние	48
Барьер потенциальный	66
Белый шум	15, 20, 48
Бифуркационный очаг	93
Влагозапасы в почво-грунтах	48
Внутригодовое распределение	9
Выбросы	74, 81
– размерности	83, 87
Гидрологическая безопасность	16
– термостат	9
Гистерезисная нелинейность	66
Годовой сток	9, 35
– водный баланс	37
– испарение	36
Динамический эффект	70
Дисперсия	43
– неустойчивая	43
– уравнение	68
Закономерности	4
– динамические	4
– статистические	4, 18
– частично инфинитные	19
Запас воды в почво-грунтах	30
Зоны неустойчивости	33, 42, 45, 54
Интенсивность шума	49
Инфинитная реальность	16, 19, 21
– параметры	20
Климат	16, 73
– сценарий	80
Корректная постановка задач	3
Коэффициенты стока	29
– автокорреляции	39, 46
– диффузии	29
– испарения	29

Предметный указатель

— весеннего половодья	53, 55	
Критерий устойчивости	12, 33, 34, 35	
Линейный формирующий фильтр	53	
Максимальный сток	9, 11, 53, 62	
Минимальный сток	9, 27, 44, 47, 50	
Модальный слой стока весеннего половодья	58	
Модель популяционная	19	
— одномодальная	65	
— стохастическая	28	
— Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК)	44	
— формирующего фильтра	44	
Надежность гидротехнических сооружений	73	
Неустановившейся климат	73, 74	
Неустойчивость	3	
— вероятностных распределений	11	
— гносеологическая	3	
— годового стока	13	
— моментов	12, 28	
— онтологическая	3	
— физическая	3	
Озеро	64	
— баланс	69	
— запас воды	69	
— ход уровней	71	
Отображение	91	
Почво-грунты	30	
Предметная область	19	
— испарительная	38, 90	
— стоковая	38, 90	
Процесс марковский	50	
— переходной	78	
Распределение	23, 43	
— безусловное	24	
— двумерное	32, 37, 39	
— многомерное	32	
— нормальное	40, 41	
— Пирсона	44	
— плотности вероятности	30	
— типа А	42	
— условное	23	

Сжимаемость	32	
Снеговое питание	11	
Сценарные задачи	73	
Теория надежности	17	
Толстый хвост	22	
Тонкий хвост	31	
Уравнение моментов	28	
– конвекции–диффузии	21, 22	
– неразрывности	40	
– Пирсона	61, 62	
Урбанизация	61, 62	
Устойчивость	3	
– моментов	15	
– переходных гидрометеорологических режимов	77	
– статистических выборочных оценок	3	
– физическая	6	
Фазовое пространство	8, 23, 74	
– расширение	18, 19	
– сжатие	23	
Частично инфинитная гидрология	4, 5, 7, 8, 18, 22, 82	
– моделирование	5	
– прогнозирование	5	
Шум аддитивный	31	
– параметрический	31, 32, 41, 49	
Эволюционная гидрология	9	
– задачи	63	

Содержание

Введение (о частично инфинитной гидрологии и ее связи с темой монографии).....	3
1. Недостатки существующего нормативного гидрологического обеспечения строительных проектов.....	8
1.1. «Научная история» СНиПов и СП.....	8
1.2. Что нас интересует в нормативных документах.....	10
1.3. Неустойчивость вероятностных распределений.....	11
1.4. Как климат «уходит от ответственности» за гидрологическую безопасность сооружений.....	16
1.5. Надежна ли «теория надежности».....	17
2. Механизмы «расширения размерности» и «сжатия размеров» фазовых пространств моделей формирования многолетнего речного стока.....	18
2.1. Некоторые сведения о частично инфинитной гидрологии.....	18
2.2. Распиряемость статистически неустойчивых моделей.....	21
2.3. «Сжатие размеров» фазовых пространств путем перехода к условным распределениям.....	23
3. Примеры определения расчетных характеристик для «стационарного» режима с неустойчивыми моментами.....	28
3.1. Модель формирования многолетнего стока.....	28
3.2. Годовой сток.....	35
3.3. Минимальный сток.....	44
3.4. Максимальный сток весеннего половодья.....	52
3.5. Максимальный дождевой сток и типовой гидрограф.....	61
3.6. Уровни озер и изменение запасов воды в почво-грунтах.....	63
4. Надежность гидротехнических сооружений при неустановившемся климате.....	72
4.1. Общая постановка задачи о «выбросах».....	72
4.2. Устойчивые переходные гидрометеорологические режимы.....	76
4.3. «Выбросы размерности» фазового пространства гидрологических систем.....	80
Заключение (Что делать, если «случайности нет?»).....	87
Список литературы.....	94
Предметный указатель.....	95

The contents

	Introduction (about partially infinity of a hydrology and its connection with a theme of the monography).....	3
1.	Lacks of existing normative hydrological maintenance of the building projects.....	8
1.1.	«A Scientific history» SNR and SR.....	8
1.2.	That us interests in the normative documents.....	10
1.3.	Instability вероятностных of distributions.....	11
1.4.	As the climate «leaves from the responsibility» for hydrological safety of structures	16
1.5.	Whether «the theory of reliability» is reliable.....	17
2.	Mechanisms « expansions of dimension » and « compression of the sizes » of phase spaces of models of formation of a long-term river runoff.....	18
2.1.	Some items of information about partially инфинитной of a hydrology...	18
2.2.	Extendability of the statistically of unstable models.....	21
2.3.	«Compression of the sizes» of phase spaces by transition to conditional distributions	23
3.	Examples of definition of the settlement characteristics for a «stationary» mode with the unstable moments	28
3.1.	Model of formation of a long-term runoff.....	28
3.2.	Annual runoff.....	35
3.3.	The minimal runoff.....	44
3.4.	The maximal runoff of a spring high water.....	52
3.5.	Maximal rain runoff and typical hydrocolumns.....	61
3.6.	Levels of lakes and change of stocks of water in the ground.....	63
4.	Reliability of hydraulic engineering structures at the unsteady climate.....	72
4.1.	General statement of a task about «emissions».....	72
4.2.	Steady transitive hydrometeorological modes.....	76
4.3.	«Emissions of dimension» of phase space of hydrological systems.....	80
	The conclusion (What to do, if «the accident is not present?»).....	87
	The list of the literature.....	94
	The index.....	95

105-60

Научное издание

Коваленко Виктор Васильевич

ГИДРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
НАДЕЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ
ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КЛИМАТА

Монография

Редакторы Л. В. Ковель, И. Г. Максимова

Компьютерный набор: О. В. Романова

Верстка: Е. В. Гайдукова

ЛР № 020309 от 30.12.96

Подписано в печать 16.07.09. Формат 60×90 ¹/₁₆. Гарнитура Times New Roman.

Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл.печ.л. 6,25. Уч.-изд.л. 3,18. Тираж 250 экз. Заказ № 18/09.

РГТМУ, 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.

ЗАО «НПП «Система», 197045, Санкт-Петербург, Ушаковская наб., 17/1.
