

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра физики

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Бакалаврская

На тему Глобальные собственные колебания атмосфер Земли и Марса

**Исполнитель** Лифарь Виталия Дмитриевна

**Руководитель** доктор физ.-мат. наук

Погорельцев Александр Иванович

«К защите допускаю»

**Заведующий кафедрой**

---

(подпись)

кандидат физико-математических наук, доцент

Бобровский Анатолий Петрович

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Санкт-Петербург

2021

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ОБЗОР .....	5
ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ .....	9
1.1. Сравнение физических параметров планет .....	9
1.2. Атмосферные колебания и волны.....	13
1.3. Источники мезомасштабных и глобальных волн.....	17
1.3.1. Источники мезомасштабных волн .....	17
1.3.2. Источники глобальных волн .....	18
1.4. Схожесть волновых процессов на Марсе и Земле.....	19
ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ГЛОБАЛЬНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН.....	24
2.1. Введение в теорию собственных колебаний .....	24
2.2. Приливное уравнение Лапласа .....	27
2.2.1. Традиционные упрощения .....	28
2.3 Приливной оператор Лапласа .....	30
ГЛАВА 3. РАСЧЕТЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ.....	34
3.1 Собственные колебания атмосферы Земли .....	34
3.2 Собственные колебания атмосферы Марса.....	42
3.3 Сравнение собственных колебаний Земли и Марса .....	50
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	54

## ВВЕДЕНИЕ

Атмосфера является постоянно меняющейся системой, её гидродинамические величины, такие как: ветер, температура, давление, концентрация газовых компонент – испытывают периодические изменения, колебания, которые присущи звёздам и планетам, в том числе Земле и Марсу.

Волновые движения в планетной атмосфере составляют неотъемлемую часть динамических процессов на всех высотах. Волны вносят существенный вклад в общий энергетический баланс среды и оказывают многообразное влияние на процессы в атмосфере и ионосфере, что описано во многих работах. Например, [18, 24, 2].

В данной работе рассматриваются глобальные собственные колебания атмосфер вышеуказанных планет – Земли и Марса. Говоря о глобальных собственных колебаниях, подразумевается:

Во-первых, волна может занимать слой атмосферы на всей площади планеты или в широтном поясе (например, экваториально захваченные планетарные волны).

Во-вторых, атмосфера является механической системой, имеющей собственные колебания, то есть она имеет колебания с резонансными частотами и пространственными конфигурациями внутренне присущими системе.

В ходе работы будут решены следующие задачи:

- рассмотрены виды атмосферных колебаний;
- изучены схожесть и различия параметров и характеристик Земли и Марса;
- рассчитаны и сравнены глобальные собственные колебания обеих планет.

Актуальность изучения динамических процессов, в том числе и волновых возмущений, обусловлена тем, что пространственные неоднородности различных масштабов, наблюдаемые в атмосферах планет, имеют важную роль в функционировании современных технологических систем. Атмосферные

волны оказывают влияние на траектории аппаратов ракетно-космической техники, чувствительных к вариациям плотности атмосферы и ветрам. Например, волны являются важным фактором для космических аппаратов типа Space Shuttle при их запуске и возвращении на Землю. Для Марса же примером может служить SpaceX Starship - пилотируемый космический корабль многоразового запуска, который планируют отправить на Красную планету в 2022 году.

Также важным направлением является моделирование параметров атмосферы при проектировании новых трасс запусков и расчёте районов падения отделяющихся частей ракет [3]. Или же планирование полетов космических аппаратов, предоставляющих профили плотности верхних слоев атмосферы для аэробрейкинга спутников или аэрозахвата, оценки профилей входа для посадочных аппаратов.

Кроме того, немаловажным научным направлением, где могут использоваться полученные данные из этой работы - изучение взаимодействия динамических процессов, протекающих в различных слоях планетных атмосфер. Полученные расчеты можно использовать в качестве материала, используемого для лучшего понимания процессов.

## ОБЗОР

Вопросы о присутствии волн в такой среде как атмосфера поднимались ещё в ранних работах таких великих учёных как: Гельмгольц [21], Кельвин [31], Рэлей [33], Лэмб [26].

Однако с тех времен малая доля государств разрабатывает свои технологии моделирования глобальной атмосферы (США, Англия, Канада, Франция, Япония, Германия, Австралия, Китай и Россия), поскольку физика атмосферных процессов действительно сложна. Большой проблемой являются вычислительные ресурсы - они ограничены -, и пространственное разрешение моделей мало для прямого подробного описания некоторых процессов (к примеру, глубокой конвекции), поэтому подобные процессы необходимо описывать параметрически, зная только характеристики атмосферы на масштабе характерного размера ячейки сетки. Разработка полного набора таких параметризаций также является очень трудоемкой задачей.

Таким образом, необходимым условием для разработки и усовершенствования моделей являются усилия специалистов различного профиля, а также, как говорилось выше, необходимы большие вычислительные ресурсы и, естественно, новые данные измерений.

Первая модель общей циркуляции была разработана в 1956 году в Калифорнийском университете, в Лос-Анджелесе, - General Circulation Model (GCM).

В настоящее время, улучшенные GCM ещё не способны описывать мельчайшие вязкие движения, которые могут оказывать большое влияние на крупномасштабные синоптические погодные системы. Поэтому всё ещё существует необходимость в разработке сложного набора параметризаций, которые могли бы предсказать крупномасштабное воздействие мелкомасштабных процессов, таких как конвективное перемещение и воздействие мезомасштабных волн. Значительная часть вычислительных затрат GCM заключается в представлении и параметризации физических процессов,

таких как радиационное нагревание или охлаждение, микрофизика облаков, взаимодействие и связь атмосферы с твердой поверхностью, с океанами и мелкомасштабными неразрешаемыми в моделях атмосферными волнами.

Ежедневно проводится огромное количество наземных, воздушных и спутниковых наблюдений за атмосферой Земли, которые используются для обеспечения начальных условий GCMs для прогнозов погоды, а также для проверки используемых методов моделирования. Для других планет детальное физическое моделирование, необходимое для GCM, в настоящее время трудно реализуемое.

К земным крупномасштабным моделям относятся также: Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (GFDL), Hadley Centre Coupled Model (HadCM) и т.д.

Модель GCM адаптировали для Марса Леови и Минц (leovy and Mintz, 1969) и назвали Martian General Circulation Model (MGCM). Разработка MGCM продолжалась в исследовательском центре NASA Ames Research Center, предоставляя много информации о марсианской погоде и марсианском климате.

В начале 1990-х годов в Оксфорде была также разработана модель Mars GCM, первоначально в виде простой динамической модели в сотрудничестве с Университетом Рединга (Collins and James, 1995).

Был также построен ряд других глобальных моделей Марса (включая Mass and Sagan 1976, Moriyama and Iwashima 1980, Nayvelt et al. 1997, Segschneider et al. 2003, Takahashi et al. 2003), некоторые из которых включают полную динамику MGCM, но упрощают аспекты, например, радиационного воздействия.

Помимо моделирования крупномасштабных процессов важным научным направлением является изучение динамических процессов и волновых движений в атмосфере. Атмосфере Земли уделяется много ресурсов во многих международных проектах по солнечно-земной физике. Относительно недавно выполнялись два проекта: Planetary Scale Mesopause Observing System (PSMOS, 1998-2002 гг.) и Solar-Terrestrial Energy Program - Results, Applications and Modeling Phase, (S-RAMP, 1998-2002 гг.), организованных и приводимых под руководством Scientific Committee on Solar-Terrestrial Physics (SCOSTEP).

Изучение атмосферы Марса входит в программы Mars Exploration Program (MEP) и в Emirates Mars Mission (EMM).

Интересно, что в ряде исследований предпринимались попытки моделировать гравитационные волновые эффекты в идеализированных моделях атмосферы Марса, начиная от двумерных исследований и заканчивая GCMs (Barnes 1990, Théodore et al. 1993, Joshi et al. 1995, 1996, Collins et al. 1997). Исследователи пришли к выводу, что гравитационное волновое сопротивление может оказывать большое влияние на Марс выше 45-50 км.

Большой интерес вызывают термические солнечные приливы, которые ответственны за большую часть пространственно-временной изменчивости верхних слоев атмосферы Марса (100-200 км). Недавние исследования [16] показали, что незначимый вклад в изменчивость плотности вносят стационарные планетарные волны, возникающие в результате нелинейных взаимодействий приливов и отливов.

Многое из того, что мы знаем наблюдательно о приливах в средней атмосфере ( $\approx 50$ -100 км) Марса, было получено из измерений температуры прибором Mars Climate Sounder (MCS) (McCleese et al., 2007) на орбитальном аппарате Mars Reconnaissance Orbiter (MRO), который ведет наблюдение за атмосферой и поверхностью Марса с сентября 2006 года. Также наблюдения солнечных приливов Марса на высотах от 70 до 110 км с помощью прибора SPICAM на Марс Экспресс, опубликованные в P. Withers et al., 2011. Измерения температуры MCS простираются от поверхности до высоты около 80 км между широтами  $\pm 87^\circ$ .

На больших высотах (100-200 км) информацию о приливах получают косвенно из долготных структур, выявленных при измерениях плотности, выполненных акселерометрами на спутниках Mars Global Surveyor (MGS), Mars Odyssey (MO) и Mars Reconnaissance Orbiter (MRO).

Конкретно же собственные колебания атмосферы, или нормальные атмосферные моды рассматривались в различных трудах [29, 1, 39]. В

большинстве работ, посвященных свойствам собственных колебаний, как правило, не рассматриваются вероятные источники их генерации [28, 15, 32, 13].

В принципе, любые возмущения атмосферы могут генерировать собственные колебания, т.к. атмосфера является резонансной системой. Также существуют труды, описывающие подход к расчету нормальных мод для глобальной негидростатической, сжимаемой и бароклинной модели. [23].

## ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

### 1.1. Сравнение физических параметров планет

Одно время астрономы считали, что поверхность Марса пересекают системы водных каналов или линии растительности. Это, в свою очередь, породило предположение, что Марс очень похож на Землю. Но когда человечество начало запускать спутники и марсоходы, проводить исследования планеты, видение Марса сменилось – был сделан вывод, что это холодная, иссушенная и безжизненная планета [22].

Однако за последние несколько десятилетий ученые узнали очень много об истории Марса, что также изменило взгляд на планету [10]. Теперь мы знаем, что Марс не всегда был холодным и негостеприимным. Более того, даже в своей нынешней форме Марс и Земля на самом деле имеют много общего.

По своим размерам и массе Земля и Марс отличаются. Имея средний радиус 6371 км и массу  $5,97 \times 10^{24}$  кг, Земля является пятой по величине и пятой по массе планетой в Солнечной системе, а также самой большой из планет земной группы. Марс, между тем, имеет радиус приблизительно 3396 км на экваторе (3376 км в полярных областях), что эквивалентно примерно 0,53 земным. Однако его масса составляет всего  $6,4185 \times 10^{23}$  кг, что примерно составляет 10,7% земной массы.

Объем Земли составляет  $1,08321 \times 10^{12}$  км<sup>3</sup>. Для сравнения, Марс имеет объем  $1,6318 \times 10^{11}$  км<sup>3</sup>, что эквивалентно 0,151 Земли. Кроме того, сила притяжения поверхности Марса составляет 3,711 м/с<sup>2</sup>, это значит, что марсианская гравитация составляет 38% от Земной (9,807 м/с<sup>2</sup>).

Если рассматривать орбиты, то Земля и Марс также весьма различны. Например, Земля обращается вокруг Солнца на среднем расстоянии 149 598 261 км, или на одну астрономическую единицу (АС). Эта орбита имеет очень малый эксцентриситет (приблизительно 0,0167), что означает, что ее

орбита колеблется от 147 095 000 км (0,983 А.Е.) в перигелии до 151 930 000 км (1,015 А.Е.) в афелии.

На своем наибольшем расстоянии от Солнца, в афелии, Марс вращается на расстоянии приблизительно 249 200 000 км (1,666 А.Е.). В перигелии, когда он ближе всего к Солнцу, он вращается на расстоянии приблизительно 206 700 000 км (1,3814 А.Е.). Земля имеет орбитальный период 365,25 дня, в то время как Марс имеет орбитальный период 686,971 дня (1,88 земных лет).

Однако с точки зрения звездного вращения, т.е. времени, которое требуется планете, чтобы завершить один оборот вокруг своей оси, Земля и Марс имеют сходство. В то время как Земле требуется ровно 23 часа 56 минут и 4 секунды, чтобы завершить один звездный оборот (0,997 земных суток), Марс делает то же самое примерно за 24 часа и 40 минут. Это означает, что один марсианский день (или Сол) очень близок к земному дню.

Осевой наклон Марса имеет схожесть с земным -  $25,19^\circ$  к его орбитальной плоскости. А осевой наклон Земли составляет чуть более  $23^\circ$ . Это означает, что на Марсе, подобно Земле, присутствуют сезоны и колебания температур.

Поскольку Земля и Марс являются планетами земной группы, они имеют схожий основной состав. Тем не менее, плотность Земли выше, чем у Марса –  $5,514 \text{ г/см}^3$  по сравнению с  $3,93 \text{ г/см}^3$  (0,71 Земли).

Атмосферное давление и температура - это еще одно отличие Земли от Марса. Земля имеет плотную атмосферу, состоящую из пяти основных слоев – тропосферы, стратосферы, мезосферы, термосферы и экзосферы. Атмосфера Марса является очень тонкой относительно Земли, с давлением в диапазоне от 0,4-0,87 кПа – что эквивалентно примерно 1% от земного на уровне моря.

Атмосфера Земли состоит в основном из азота (78%) и кислорода (21%) с незначительными концентрациями водяного пара, углекислого газа и других газообразных молекул. Марс состоит из 96% углекислого газа, 1,93% аргона и 1,89% азота. Недавние исследования также показали наличие некоторого количества метана [34].

Существует значительная разница между средней температурой поверхности Земли и Марса. На Земле она составляет приблизительно  $14^{\circ}\text{C}$ , с большим количеством вариаций из-за географического региона, высоты и времени года.

Вследствие своей тонкой атмосферы и большего расстояния от Солнца, температура поверхности Марса намного холоднее, в среднем  $-46^{\circ}\text{C}$ . Однако из-за своей наклонной оси и эксцентриситета орбиты, Марс также испытывает значительные колебания температуры. Их можно наблюдать в виде низкой температуры -  $143^{\circ}\text{C}$  зимой на полюсах и высокой -  $35^{\circ}\text{C}$  летом, в полдень на экваторе.

Температура поверхности является чрезвычайно важным фактором для марсианской атмосферы. Её вариации определяются балансом между входящим солнечным излучением, входящим инфракрасным излучением из атмосферы, исходящим инфракрасным излучением с поверхности, турбулентными атмосферными потоками и теплопроводностью в почве под поверхностью. Марсианская “почва” состоит в основном из мелкозернистых частиц с некоторыми более грубыми фрагментами горных пород и может быть смоделирована с помощью многослойной диффузионной модели почвы [36].

Помимо всего прочего, атмосфера Марса довольно пыльная. Планета испытывает пыльные бури, которые могут превратиться в то, что напоминает небольшие торнадо. Более крупные пыльные бури происходят, когда пыль вдувается в атмосферу и нагревается от Солнца.

Пыль является главным поглотителем солнечной радиации в нижней части марсианской атмосферы и основным источником межгодовой изменчивости на Марсе. Даже в отсутствие крупных пылевых бурь на Марсе всегда наблюдается значительный фоновый уровень пыли [37].

Кроме того, на Марсе и на Земле присутствуют “пылевые дьяволы” - вертикальные конвективные вихри, нагруженные частицами. Характеризуются высокими скоростями вращающегося ветра, значительными электростатическими полями, пониженным давлением и повышенной

температурой в их центрах. На Земле они являются лишь ‘неприятными’ явлениями. Однако на Марсе они, по-видимому, поддерживают постоянную фоновую атмосферную дымку, влияют на альбедо, возможно, угрожают будущей разведке из-за их высокой пылевой нагрузки. Численное моделирование успешно описывает пылевые дьявольские вихри на Марсе, но вписать действие пылевого дьявола в марсианский глобальный пылевой цикл все еще проблематично [8].

Важным параметром для собственных (резонансных) колебаний атмосфер планет является эквивалентная глубина  $h_n$ , через которую традиционно выражаются собственные значения приливного оператора Лапласа. Определяется этот параметр как

$$h_n = \frac{H}{1 - k} \quad (1.1)$$

где

$$k = \frac{R}{C_p} \quad (1.2)$$

$$R = \frac{R^*}{\mu} \quad (1.3)$$

$$H = \frac{RT}{g} \quad (1.4)$$

$H$  – высота однородной атмосферы,  $R^*$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – средняя температура,  $g$  – ускорение свободного падения,  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\mu$  – молярная масса.

Выше перечисленные величины также представлены в таблице 1.1. Данные для таблицы брались из официальной страницы NASA [11].

Таблица 1.1.

Сводная сравнительная таблица

	Земля	Марс
Средний радиус	6,371 км	3,396 км
Масса	$59,7 \times 10^{23}$ кг	$6,42 \times 10^{23}$ кг
Объем	$10,8 \times 10^{11}$ км <sup>3</sup>	$1,63 \times 10^{11}$ км <sup>3</sup>
Давление	101,325 кПа	0,4 – 0,87 кПа
Сила притяжения	9,8 м/с <sup>2</sup>	3,711 м/с <sup>2</sup>
Средняя температура	287 К	210 К
Молярная масса	28,96 г/моль	44.01 г/моль
Газовая постоянная	287,10 Дж/(кг*К)	188,92 Дж/(кг*К)
Удельная теплоемкость при постоянном давлении	1,0040 Дж/(г*К)	0,8312 Дж/(г*К)
k	0,2860	0.2273
γ	1,4005	1,2941
Высота однородной атмосферы	7,5 км	11,1 км
Эквивалентная глубина	10,5 км	14,4 км
Температурные вариации	±160 °С	±178 °С
Продолжительность дня	24 часа	24 часа 40 минут
Продолжительность года	365.25 дня	686.971 дней

## 1.2. Атмосферные колебания и волны

В атмосферах планет распространяющиеся волны зачастую составляют основной механизм, с помощью которого энергия и импульс передаются из одной области высот или широт в другую. Примеры волн окружают нас - будь

то звук или морские волны, атмосферные приливы, гравитационные и планетарные волны. Для наглядного примера того, что атмосферные волны окружают нас и находятся в постоянном движении, на рис.1.1 показан перенос энергии в мезосфере и нижней термосфере.

Причины возникновения волн в атмосфере различны, их появление обусловлено многими физическими факторами. Например, бароклинная и баротропная неустойчивость или обтекание потоком неоднородностей орографии являются причинами образования крупномасштабных волн в воздушной оболочке.

Помимо этого, волны обладают обширным диапазоном пространственных и временных масштабов. В атмосфере существуют разнообразные волны - волны Россби, смешанные волны Россби - гравитационные, волны Кельвина, инерционно-гравитационные волны и звуковые волны. Причем их протяженность может быть, как миллиметровой, так и даже равной окружности планеты. Спектральные распределения энергии и потоков в таких масштабах очень сложны.

Волны Россби, образующиеся из-за сохранения потенциальной завихренности, относятся к планетарным волнам, так как их существование определяется вращением в условиях сферической геометрии. Такие волны распространяются на запад относительно среднего потока, и по этой причине они могут быть стационарными (стоячими относительно поверхности) при средних западных ветрах (ветрах, дующих на восток).

Формирование волн Россби может обуславливаться разными факторами. Например, неустойчивостями или взаимодействием воздушного потока с неровностями рельефа. Любопытно, что волны Россби, распространяющиеся в меридиональном направлении, переносят энергию и импульс между тропиками и средними широтами.

Гравитационные волны образуются вследствие действия силы плавучести в условиях устойчивой стратификации. Они выявляются в различных масштабах. В случае, если их масштаб больше радиуса деформации, то они в

большей степени зависят от вращения и называются инерционно-гравитационными волнами. Они формируются многими механизмами, включая топографическое воздействие и конвекцию. Считается, что гравитационные волны, распространяющиеся вертикально, производят важный вертикальный перенос импульса, влияющий на крупномасштабную циркуляцию.

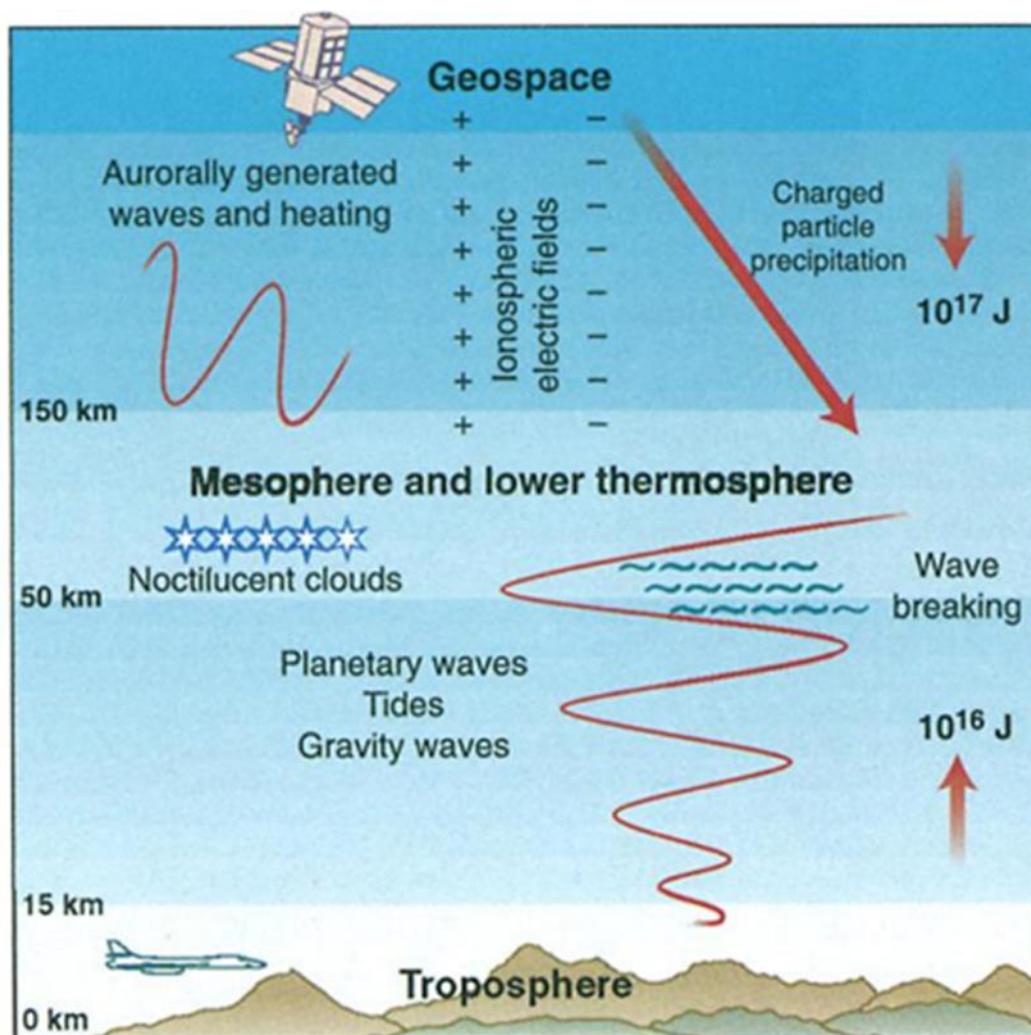


Рисунок 1.1. - Перенос энергии в мезосфере и нижней термосфере. Около  $10^{16}$  Дж энергии ежедневно распространяется из атмосферы снизу-вверх в виде волн и приливов [22].

Два особых класса волн, зарождающихся в экваториальной области, наблюдаются в тропической атмосфере. Это смешанные Россби-гравитационные волны, ещё именуемые волнами Янаи, которые распространяются на запад; и волны Кельвина, которые распространяются на восток. Эти два вида волн

связаны с физическим механизмом, который приводит в действие квазидвухлетнее колебание. Считается, что волны Кельвина представляют важную роль в осцилляциях Эль-Ниньо и Маддена-Джулиана. Кроме того, есть экваториально-захваченные волны Россби, которые сильно схожи со среднеширотными волнами Россби.

Базовым свойством атмосферных (в том числе планетарных) волн является то, что при распространении из нижней атмосферы в вышележащие слои они переносят энергию и импульс. Диссипируя на высотах средней атмосферы и термосферы, эти волны передают энергию и импульс среде, воздействуя тем самым на тепловой баланс и среднезональную циркуляцию атмосферы. Так, процесс распространения и диссипации атмосферных волн является одним из основных механизмов, отвечающих за энергетическое и динамическое взаимодействие различных слоев атмосферы.

Итак, атмосферные волны глобального масштаба могут быть классифицированы по различным признакам, таким как:

- источники возбуждения (вынужденные и свободные колебания атмосферы);
- возвращающие силы, отвечающие за возникновение колебаний (инерционные и гравитационные волны);
- горизонтальные (зональные) фазовые скорости (стационарные и бегущие на восток или запад волны);
- условия распространения (вертикально распространяющиеся внутренние и затухающие внешние волны);
- широтная структура (симметричные и антисимметричные относительно экватора моды, экваториально захваченные и внетропические волны) и т. д.

### 1.3. Источники мезомасштабных и глобальных волн

#### 1.3.1. Источники мезомасштабных волн

К источникам мезомасштабных волн относятся:

1. Возмущения поля давления образуются в следствие потери устойчивости многообразных типов атмосферных движений при возникновении больших градиентов скорости движения, в частности из-за крупных сдвигов ветра. Генерируя волну, возмущение самоуничтожается. Потеря устойчивости макромасштабных движений может привести к возмущениям поля давления мезо- и макромасштабного размера. Такие возмущения могут возникать в случае бароклинной и баротропной неустойчивости глобальных течений.

2. Непрерывно нарушаемое геострофическое равновесие непрерывно восстанавливается за счет излучения волн. Волны, порождаемые данным стабильно функционирующим источником, возникают чаще и имеют бóльшую амплитуду там, где в рассматриваемый момент времени сильнее нарушается геострофическое равновесие.

3. Конвективная неустойчивость, приводящая к нарушению гидростатического равновесия, представляет собой источник волн. Возмущения давления, связанные с данным источником, усиливаются по причине выделения тепла в конвективных облаках вертикального развития при конденсации водяного пара, особенно в случае глубокой проникающей влажной конвекции. По этой причине в местах скопления подобной облачности прослеживается повышенная волновая активность.

4. Существует нерегулярная причина появления волн в верхней полярной атмосфере от высот около 100 км. Источник обусловлен усилением потока солнечного корпускулярного излучения, вызывающим на Земле магнитные бури. Возмущения давления возникают по причине разогревания областей атмосферы потоками вторгающихся в атмосферу быстрых частиц

(электронов и протонов) и электрическими токами (так называемое джоулево нагревание ионосферы).

5. Возмущение атмосферных течений за счет попадающих на их пути горами приводит к появлению горных или орографических волн.

6. Волны, бегущие по поверхности планеты, генерируют в атмосфере волны такого же периода. На Земле источниками атмосферных волн являются волнение морской поверхности и сейсмические волны на суше. Первые становятся сильным источником инфразвука во время морских бурь, а вторые — при землетрясениях.

### 1.3.2. Источники глобальных волн

Так как глобальные волны делятся на вынуждаемые и собственные колебания, то в этом случае и источники имеют различия.

Вынуждаемые волны делятся на два класса по генерируемым их источникам. К первому классу относятся приливы и отливы, вызванные влиянием небесных тел на планету. Во-первых, это гравитационные приливы. Луна и Солнце, вследствие ньютоновского притяжения, возмущают поле силы тяжести планеты. Из-за вращения Земли вокруг собственной оси, гравитационные колебания в каждой точке земной поверхности и атмосферы периодически изменяются со временем. Образцом гравитационного прилива считается океанический прилив. Однако лунный, а также солнечный гравитационные приливы присутствуют и в атмосфере Земли. Во-вторых, в атмосфере имеются так называемые солнечные тепловые приливы. Основным источником этих приливов является поглощение солнечного излучения системой “атмосфера — поверхность” и нагревание атмосферы только той стороны Земли, которая обращена к Солнцу. Этот нагрев создает перепады давления атмосферы вдоль параллели. Появившееся долготное возмущение поля давления движется вдоль параллели вследствие вращения планеты, порождая глобальную волну. Вторая категория вынуждаемых волн включает глобальные

волны, которые, как в случае тепловых приливов, также обусловлены долготным возмущением поля давления, обязанным возмущению поля притока тепла. Однако в этом варианте зависимость возмущения от долготы и времени суток исходно обусловлена неоднородностью свойств поверхности планеты. Ко второй категории относятся стационарные и экваториальные волны.

Что касается собственных колебаний атмосферы, то они возникают и усиливаются в результате перехода в них энергии мезо- и макромасштабных движений, когда во всей планетной атмосфере возникает пространственная конфигурация полей гидродинамических величин и временные вариации полей, благоприятствующие такому переходу. Когда эта конфигурация и вариации полей становятся неблагоприятными для описанного перехода, собственные колебания затухают.

#### 1.4. Схожесть волновых процессов на Марсе и Земле

Атмосферы Земли и Марса динамически подобны во многих отношениях, так как процессы сильно зависят от полученной солнечной радиации. Как ранее указывалось, их скорости вращения почти одинаковы, а ускорения под действием силы тяжести и поверхностное давление несколько отличаются.

Однако несмотря на совершенно различные поверхностные давления, температурные структуры и гравитационные ускорения обеих планет таковы, что плотность и давление атмосфер Земли и Марса примерно одинаковы на высоте около 110 км. Вплоть до этой высоты перемешивание различными динамическими процессами, включая турбулентность, сохраняет относительные химические составы постоянными с высотой: для Марса примерно 95%  $\text{CO}_2$  и 3%  $\text{N}_2$ , а для Земли-21%  $\text{O}_2$  и 78%  $\text{N}_2$ . Выше этой высоты плотность становится достаточно низкой для того, чтобы начала доминировать молекулярная диффузия. Различные химические виды изменяются с высотой в соответствии с их соответствующими атомными и молекулярными весами. Это, в сочетании с тем фактом, что ультрафиолетовое и экстремальное ультрафиолетовое

солнечное излучение фотодиссоциируют  $O_2$  и  $CO_2$ , приводит к тому, что  $O$  является доминирующим видом выше примерно 160-200 км в обеих атмосферах, пока более легкие виды, такие как  $He$  и  $H$ , не возьмут верх.

Таким образом, высоту 110 км иногда называют турбопаузой, или разделением между гомосферой (внизу) и гетеросферой (вверху).

Это также не слишком далеко от высоты 90-100 км, где собственное магнитное поле Земли начинает оказывать влияние на динамику атмосферы. (Марс не имеет собственного глобального магнитного поля, но у него есть магнитные аномалии земной коры, влияние которых ощущается на больших высотах [24]). По этой причине, а также из-за отсутствия общепринятой номенклатуры, удобно разделить атмосферы Земли и Марса на нижнюю атмосферу и верхнюю атмосферу, где 110-километровая турбопауза разграничивает два режима.

Для лучшего понимания волновых процессов в атмосфере рассмотрим рисунок 1.2, где схематически изображены генерации волн и процессы, связанные с ними в атмосферах Земли и Марса.

На Земле периодическое поглощение солнечной радиации тропосферным  $H_2O$  и стратосферным  $O_3$ , а также скрытое выделение тепла в облаках возбуждают тепловые приливы. Топография поверхности и нестабильные вихревые потоки возбуждают планетарные волны (ПВ) и гравитационные волны (ГВ). ПВ либо квазистационарны (то есть они не распространяются зонально или делают это с очень медленными скоростями), либо представляют собой колебания с периодами, преимущественно близкими к 2, 5, 6.5, 10 и 16 дням. Они часто связаны с естественными квазирезонансами в атмосфере, но иногда они могут усиливаться из-за нестабильности, которая обеспечивается сдвигами ветра.

Другие заметные волны, которые вертикально соединяют атмосферные области Земли, являются “сверхбыстрые волны Кельвина (СВК)” с периодами примерно от 2 до 5 дней. СВК возбуждаются скрытым нагревом, связанным с глубокой тропической конвекцией в тропосфере, и наряду с некоторыми

приливами, которые возбуждаются скрытым выделением тепла, по существу несут отпечаток пространственно-временной изменчивости тропической тропосферы в верхние слои атмосферы.

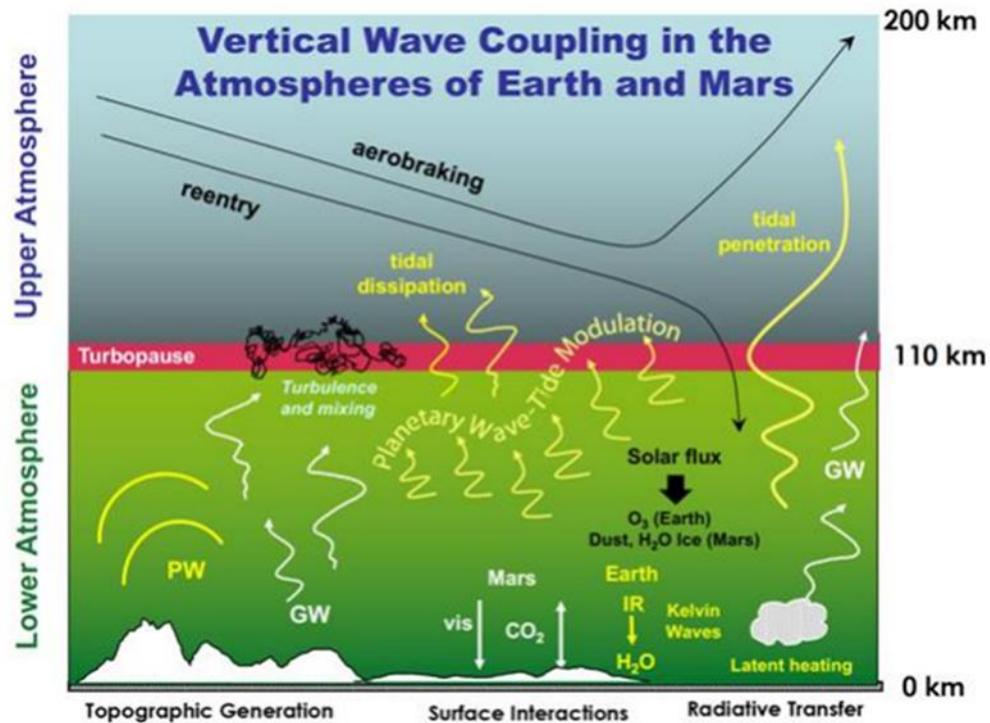


Рисунок 1.2. – Схема генерации волн, вертикальной связи и связанных с ними процессов в атмосферах Земли и Марса [17].

Вертикально распространяющиеся волны растут экспоненциально с высотой в более разреженную атмосферу, в конечном счете достигая больших амплитуд, главным образом в диссипативной области между примерно 100 и 150 км. Некоторая часть волн проникает до самого основания экзосферы (около 500-600 км, Земля; 300 км, Марс). На этом пути возникают нелинейные взаимодействия между различными типами волн, модифицирующие взаимодействующие волны и порождающие вторичные волны, которые добавляют пространственно-временную сложность динамике.

На Марсе ситуация не слишком отличается. ГВ и стационарные ПВ генерируются потоком воздуха по орографии. Динамические ПВ с периодами примерно от 5 до 20 дней существуют на Марсе, хотя ещё точно не установлено, каково их происхождение.

Источники приливного нагрева также включают инфракрасное поглощение и перенос излучения  $\text{CO}_2$  вблизи поверхности, поглощение излучения облаками пыли и водяного льда и поглощение излучения в ближнем инфракрасном диапазоне  $\text{CO}_2$  выше 70 км. На эти процессы сильно влияют топография, тепловые свойства поверхности и динамические процессы, ответственные за перераспределение поглощающих частиц. Следовательно, как солнечный нагрев, так и атмосферные реакции зависят от широты, долготы, местного солнечного времени и дня года

$\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{O}_3$  редко встречаются в атмосфере Марса, но нагревание из-за поглощения солнечного инфракрасного излучения пылью и водяным льдом, а также поглощение видимого излучения пылью играют такую же роль в нагревании атмосферы Марса, как  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{O}_3$  на земле. Видимое излучение также нагревает поверхность Марса, которая излучает в инфракрасном диапазоне, и через обмен с атмосферой  $\text{CO}_2$  этот источник тепла также возбуждает тепловые приливы.

Как на Земле, так и на Марсе, рельеф поверхности и различия между сушей и морем (на Земле) создают приливное нагревание и порождают продольно изменяющиеся приливные источники тепла.

Вертикально распространяющиеся приливы достигают своих максимальных амплитуд примерно в 100-140 км из-за молекулярной диссипации. Связанные с этим возмущения плотности приливов имеют практические последствия на обеих планетах. Например, на Земле места столкновения с поверхностью неконтролируемых возвращающихся объектов (то есть обломков) значительно варьируются в зависимости от конкретной широты, долготы и местного времени входа в атмосферу [27] из-за изменений окружающей приливной плотности.

На Марсе космические миссии первоначально “захватываются” на высокоэллиптические орбиты вокруг планеты. Однако научные миссии часто требуют относительно низких высотных круговых орбит. Аэробрейкинг – это маневр для экономии топлива, используемый для уменьшения орбит спутников

после первоначального входа в атмосферу планеты. То есть, это использование сопротивления атмосферы, чтобы замедлить ракетно-космический объект. Естественно, что аэробрейкинг совершенно не обязательно подразумевает посадку на планету — можно просто сбросить скорость с транзитной до орбитальной.

Быстрота, с которой это может быть сделано, в значительной степени зависит от знания изменчивости плотности орбиты, а значит и от знания вертикально распространяющихся приливов [30].

## ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ГЛОБАЛЬНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН

Крупномасштабные квазистационарные долготные возмущения параметров атмосферы представляют собой вынужденные колебания. Поскольку планета может рассматриваться как колебательная система, то для этой системы можно найти собственные (резонансные) глобальные колебания. Для простоты рассматривается безветренная горизонтально-однородная стратифицированная атмосфера с учетом вращения. В этом случае переменные в уравнениях, описывающих глобальные волновые возмущения, разделяются и задача определения резонансных частот сводится к задаче на собственные значения.

### 2.1. Введение в теорию собственных колебаний

Любое физическое тело в той или иной степени обладает свойствами упругости, а потому обязательно имеет частоту собственных колебаний. Эти колебания возникают за счет перехода потенциальной энергии тела в кинетическую энергию. Например, к какому-то телу мы приложили статическую деформацию, дальше тело стремится в исходное состояние, но в точке равновесия оно остановиться не может, так как приложенная потенциальная энергия перешла в кинетическую. Эта кинетическая энергия деформирует тело в обратную сторону, и теперь уже кинетическая энергия перетекает в потенциальную энергию. И так цикл за циклом. По ходу процесса часть энергии рассеивается, например, преобразуется в тепловую. По сему, колебания носят затухающий характер.

Однако идея о том, что атмосфера Земли тоже имеет собственные колебания пришла не сразу. В начале 19 века французский физик и математик Пьер-Симон Лаплас вывел формулы, известные сегодня как приливные уравнения Лапласа, сейчас используемые в расчетах при составлении прогнозов погоды.

Учёный считал, что в атмосфере присутствуют приливы и отливы, - как в океане -, а также волны воздушных масс и тепловой энергии. Также он описывал вертикальные колебания у поверхности Земли, движущиеся в горизонтальном направлении, которые можно зафиксировать по изменениям приземного давления.

В наше время известно, что у волн Лапласа довольно крупные масштабы — они охватывают чуть ли не целые полушария — и довольно короткие периоды, меньше суток. Вследствие этого, их не замечали и при исследовании локальных атмосферных явлений, например, гроз, и при исследовании крупных, но длительных движений воздушных масс.

Не так давно исследователи заинтересовались короткопериодными волнами - от двух до 33 часов. Эти волны распространяются горизонтально в атмосфере вокруг земного шара с большой скоростью — более 1100 километров в час [34].

Зоны высокого и низкого давления, которые связали с этими волнами, создают узор, напоминающий "шахматную доску". На рис 1.3 как раз представлен этот узор, который, отличается для каждой из четырех основных мод — волн Кельвина, Россби, гравитационных и комбинации двух последних.

Исследователи использовали данные повторного анализа Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды для изучения атмосферного давления по всему земному шару на почасовой основе с 1979-2016 годов. Изучение значений поверхностного давления из нового набора данных показало десятки прогнозируемых нормальных волновых режимов, обычно с периодами от двух до тридцати трех часов, которые перемещаются горизонтально вокруг земного шара со скоростью свыше 1100 км/ч. Выявлено, что движение этих волн приводит к картине высокого и низкого давления в шахматном порядке, которая окружает земной шар.

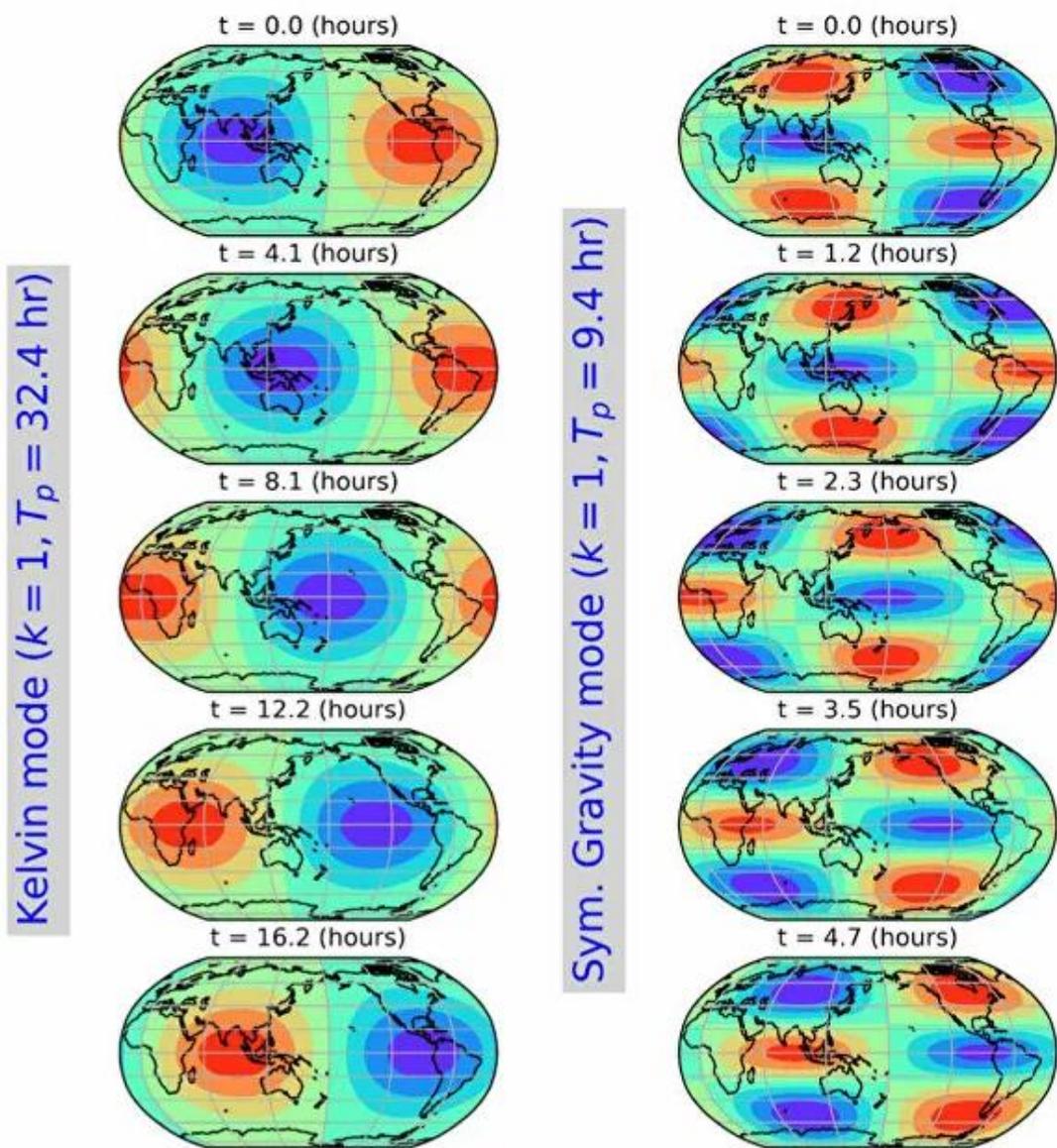


Рисунок 1.3. - Колебательные режимы: компьютерное моделирование, показывающее картину областей низкого (синего) и высокого (красного) давления, перемещающихся во времени на восток в атмосфере. Эффект создается двумя колебаниями глобальной атмосферы (периодами 32,4 ч и 9,4 ч). (Сакадзаки и Гамильтон (2020)).

## 2.2. Приливное уравнение Лапласа

Движения тонкого слоя несжимаемой, однородной и гидростатической жидкости над вращающейся сферой описываются уравнениями “мелкой воды”, которые имеют фундаментальное значение для метеорологии и океанографии. Эти уравнения выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \varphi v = -\frac{g}{a \cos \varphi} \frac{\partial h}{\partial \lambda} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \varphi u = -\frac{g}{a} \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{h_0}{a \cos \varphi} \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (v \cos \varphi) \right] = 0 \quad (2.3)$$

Все условные обозначения приведены в табл. 2.1.

Линеаризованная версия уравнений невязкой мелкой воды относительно основного состояния покоя называется приливыми уравнениями Лапласа.

Таблица 2.1

### Общие обозначения

Символ	Значение
$\varphi$	Широта
$\lambda$	Долгота
$z$	Высота
$t$	Время
$h$	вертикальное смещение свободной поверхности от средней высоты жидкости $h_0$
$F_v$	объемные силы
$\delta_H = 1$	Для негидростатического случая
$\delta_H = 0$	Для гидростатического случая

(u,v,w)	Зональная, меридиональная и вертикальная компоненты ветра
p	Давление
$\rho$	Плотность
T	Температура
R	Газовая постоянная для сухого воздуха
$C_p$	Удельная теплоемкость при постоянном давлении
$C_v = C_p - R$	Удельная теплоемкость при постоянном объеме
$\gamma$	$= C_p/C_v$
$k = R/C_p$	
g	Ускорение свободного падения
a	Радиус планеты
$\Omega$	Скорость вращения планеты

### 2.2.1. Традиционные упрощения

Глобальные масштабы волн позволяют использовать сферическую систему координат, т.е. координаты  $x$  и  $y$  заменяются на долготу  $\lambda$  и широту  $\varphi$ , причем

$$dx = a \cos\varphi d\lambda, \quad dy = a d\varphi \quad (2.4)$$

Соотношения 2.1 используются при любой высоте  $z$ , поскольку радиус планеты  $a$  много больше слоя атмосферы (к слову, радиус считается константой).

Также используются “традиционные приближения” (Phillips 1973), которые приводят к упрощенным уравнениям.

Кратко об упрощениях:

1. Вводится новая вертикальная координата  $z = r - a$ . Учитывая  $z \ll a$ , делают замену  $r \rightarrow a$ . Также слагаемые, содержащие  $r$  под знаком

производной по высоте, заменяются следующими приближенными выражениями

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \approx \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 w)}{\partial r} \approx \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.5)$$

2. Пренебрегают слагаемым силы Кориолиса, содержащим вертикальную компоненту скорости в уравнении для зональной скорости, т.е. учитывая, что  $\boldsymbol{\Omega} = \{0, \Omega \cos \varphi, \Omega \sin \varphi\}$ , получаем  $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} = 2\Omega\{(v \sin \varphi - w \cos \varphi); u \sin \varphi; u \cos \varphi\} \approx 2\Omega\{v \sin \varphi; -u \sin \varphi; u \cos \varphi\}$ .

3. В уравнении движения для вертикальной компоненты скорости пренебрегают всеми слагаемыми за исключением градиента давления и силы тяжести, т.е. используются приближения гидростатики.

Тогда при использовании указанных упрощений уравнения движения для компонент скорости запишутся в виде

$$\frac{du}{dt} - \left(2\Omega \sin \varphi + \frac{u \tan \varphi}{a}\right) v = -\frac{1}{\rho a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \frac{1}{\rho} (F_v)_\lambda, \quad (2.6)$$

$$\frac{dv}{dt} + \left(2\Omega \sin \varphi + \frac{u \tan \varphi}{a}\right) u = -\frac{1}{\rho a} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \frac{1}{\rho} (F_v)_\lambda, \quad (2.7)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (2.8)$$

Важно отметить, что волна принимается недиссипирующей – пренебрегается силой трения и используется адиабатическое приближение. Путем включения вышеуказанных упрощений и других незначительных допущений, уравнения движения, неразрывности и энергии, а также уравнение состояния записываются в виде:

$$\frac{du}{dt} - \left(f + \frac{u \tan \varphi}{a}\right) v = -\frac{1}{\rho a \cos \varphi} \frac{\partial p}{\partial \lambda}, \quad (2.9)$$

$$\frac{dv}{dt} + \left( f + \frac{u \tan \varphi}{a} \right) u = - \frac{1}{\rho a} \frac{\partial p}{\partial \varphi}, \quad (2.10)$$

$$\delta_H \frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (2.11)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0, \quad (2.12)$$

$$\frac{dp}{dt} = \gamma RT \frac{d\rho}{dt}, \quad (2.13)$$

$$p = \rho RT, \quad (2.14)$$

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{V} \cdot \nabla = \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (2.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right] \quad (2.17)$$

$$\mathbf{V} = (u, v) \quad (2.18)$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi \quad (2.19)$$

### 2.3 Приливной оператор Лапласа

Уравнения гидродинамики, описывающие атмосферные движения, нелинейные и содержат различные диссипативные члены. Уравнения могут быть линеаризованы относительно возмущений среднезонального состояния.

В классической теории стационарных глобальных волн все независимые переменные разделяются. Временная и долготная зависимости принимаются гармоническими.

Опуская большую часть математических выкладок ( к ним можно обратиться в [38], находим приливное уравнение Лапласа (уравнение широтной структуры):

$$L_{\varphi}[\Theta_n] + \frac{1}{gh_n}\Theta_n = 0 \quad (2.20)$$

$$L_{\varphi} = \frac{-1}{a^2 \cos^2 \varphi} \left[ \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{mf}{w} \right) \frac{1}{f^2 - w^2} \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{mf}{w} \right) + \frac{m^2}{w^2} \right] \quad (2.21)$$

где

$L_{\varphi}$  – приливной оператор Лапласа,

$\Theta_n$  – собственные функции оператора Лапласа (функции Хафа),

$h_n$  – эквивалентная глубина (собственные значения), причём  $\varepsilon_n = (2\Omega a)^2 / gh_n$  – параметр Лэмба.

Приливы – собственные моды или собственные колебания атмосферы. Каждая пара частота  $\omega$  - волновое число  $m$  (приливный компонент) представляет собой суперпозицию функций Хафа (или приливных мод) с индексом  $n$ . Полный ортогональный набор собственных функций  $\Theta_n$  (функций Хафа) и собственных чисел  $\varepsilon_n$  может быть найден для заданных  $m$  и  $\omega$  [13]. Функции Хафа определяются как бесконечная сумма связанных полиномов Лежандра. Константы  $h_n$  связывают горизонтальную часть с вертикальной. Общепринято, что отрицательному значению  $n$  соответствуют малые (не распространяющиеся вверх), положительному значению  $n$  – распространяющиеся моды.

Для понимания, как выглядят функции Хафа для вращательных мод, кроме высокочастотной (1,0), можно обратиться к рис. 2.1.

В общем виде приливный оператор Лапласа может быть записан в виде

$$L_{\theta} \equiv \frac{\sigma^2}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[ \frac{\sin \vartheta}{\sigma^2 - \cos^2 \vartheta} \left( \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{i \cos \vartheta}{\sigma \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \right] \quad (2.22)$$

$$+ \frac{\sigma^2}{\sigma^2 - \cos^2 \vartheta} \left[ \frac{i \cos \vartheta \partial^2}{\sin \vartheta \sigma \partial \vartheta \lambda} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right]$$

где  $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \varphi$  – ко-широта. Также выражение для приливного оператора Лапласа может быть преобразовано следующим образом

$$L_{\theta} \equiv \frac{\sigma^2}{\sigma^2 - \cos^2 \vartheta} \Delta - \frac{\sigma^2 \sin 2\vartheta}{(\sigma^2 - \cos^2 \vartheta)^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{i\sigma(\sigma^2 + \cos^2 \vartheta)}{(\sigma^2 - \cos^2 \vartheta)^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \quad (2.23)$$

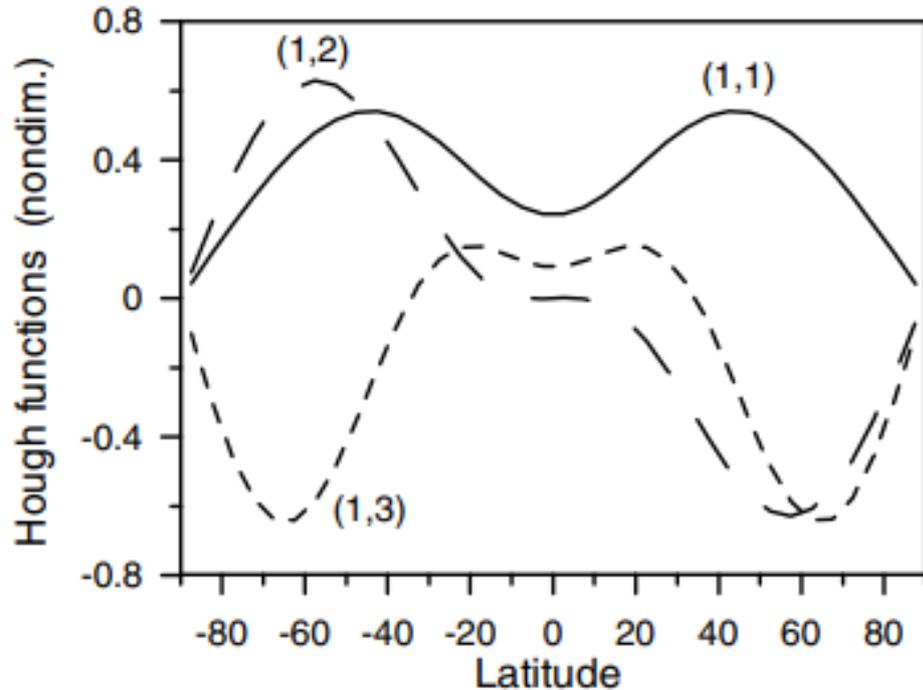


Рисунок 2.1.- Широтные структуры нормальных мод (функций Хафа. [12].

Абсолютное значение зонального числа  $|m|$  даёт число длин волн, укладывающихся вдоль параллели. Если  $m < 0$ , то волна распространяется на запад, а если  $m > 0$ , то на восток. Число  $n$  определяет горизонтальную структуру вдоль меридиана. С ростом  $n$  растёт число узлов – число широт между полюсами, на которых амплитуда колебаний обращается в ноль, а колебание меняет фазу на противоположную. При четном числе узлов фаза колебаний рассматриваемой гидродинамической переменной является симметричной относительно экватора, при нечетном – антисимметричной, т.е. колебания в северном и южном полушариях на заданной широте  $|\varphi|$  соответственно синфазны или противофазны. При этом типы симметрии последовательно чередуются с ростом  $n$  при прочих равных условиях. (Амплитуда колебаний как функция широты относительно экватора симметрична всегда.) При заданном  $n$  типы симметрии

колебаний давления и зонального ветра совпадают, но тип симметрии меридионального ветра им противоположен.

Волны первого рода – это гравитационные (или точнее гравитационно-инерционные) волны. Они распространяются в обоих зональных направлениях – на запад и на восток. Волны второго рода – это вращательные или инерционные волны. Их возникновение связано с движением элементов атмосферы по инерции во вращающейся с Землей атмосфере. В покоящейся атмосфере они распространяются только на запад. Однако западно-восточный перенос воздуха на средних широтах приводит к тому, что существуют волны, распространяющиеся также на восток.

## ГЛАВА 3. РАСЧЕТЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчёты проводились с помощью программы, написанной Paul N. Swarztrauber and Akira Kasahara.

Важно отметить, что расчёты проводились для однородной, несжимаемой атмосферы в гидростатическом приближении.

На основании полученных значений  $h_n$  были рассчитаны собственные функции приливного оператора Лапласа и параметры Лэмба, построены графики широтных структур мод в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра.

### 3.1 Собственные колебания атмосферы Земли

На рис. 3.1. и рис. 3.2. показаны рассчитанные резонансные атмосферные отклики для Земли в виде широтной структуры в геопотенциале, зональном и меридиональном ветрах для гравитационных волн – волн, идущих на запад, и волн, идущих на восток. На рис. 3.3. – рис. 3.6. показаны также рассчитанные резонансные атмосферные отклики в виде широтной структуры в геопотенциале, зональном и меридиональном ветрах для вращательных волн.

На всех графиках представлены широтные структуры нормальных атмосферных режимов для зональных волновых чисел  $m = 1$ . Все основные изменяемые параметры в программе представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1.

#### Параметры

Средняя угловая скорость $\Omega$ , рад/с	$7.29 * 10^{-5}$
Сила притяжения $g$ , м/с <sup>2</sup>	9,8
Средний радиус планеты $r$ , км	6371
Эквивалентная глубина $h$ , км	10,5

В таблице 3.2 представлены резонансные периоды для атмосферы Земли для зонального волнового числа  $m = 1$  и для меридиональных волновых чисел  $l = 0, 1, 2, 3$ .

Таблица 3.2

Резонансные периоды для атмосферы Земли.

$m = 1$	Резонансные периоды		
	Волна на восток	Волна на запад	Вращательная волна на запад
$l = 0$	31 час	13 часов	28 часов
$l = 1$	13 часов	10 часов	5 дней
$l = 2$	9 часов	8 часов	10 дней
$l = 3$	7 часов	6 часов	16 дней

Волна на восток, (1,0), период 31 час

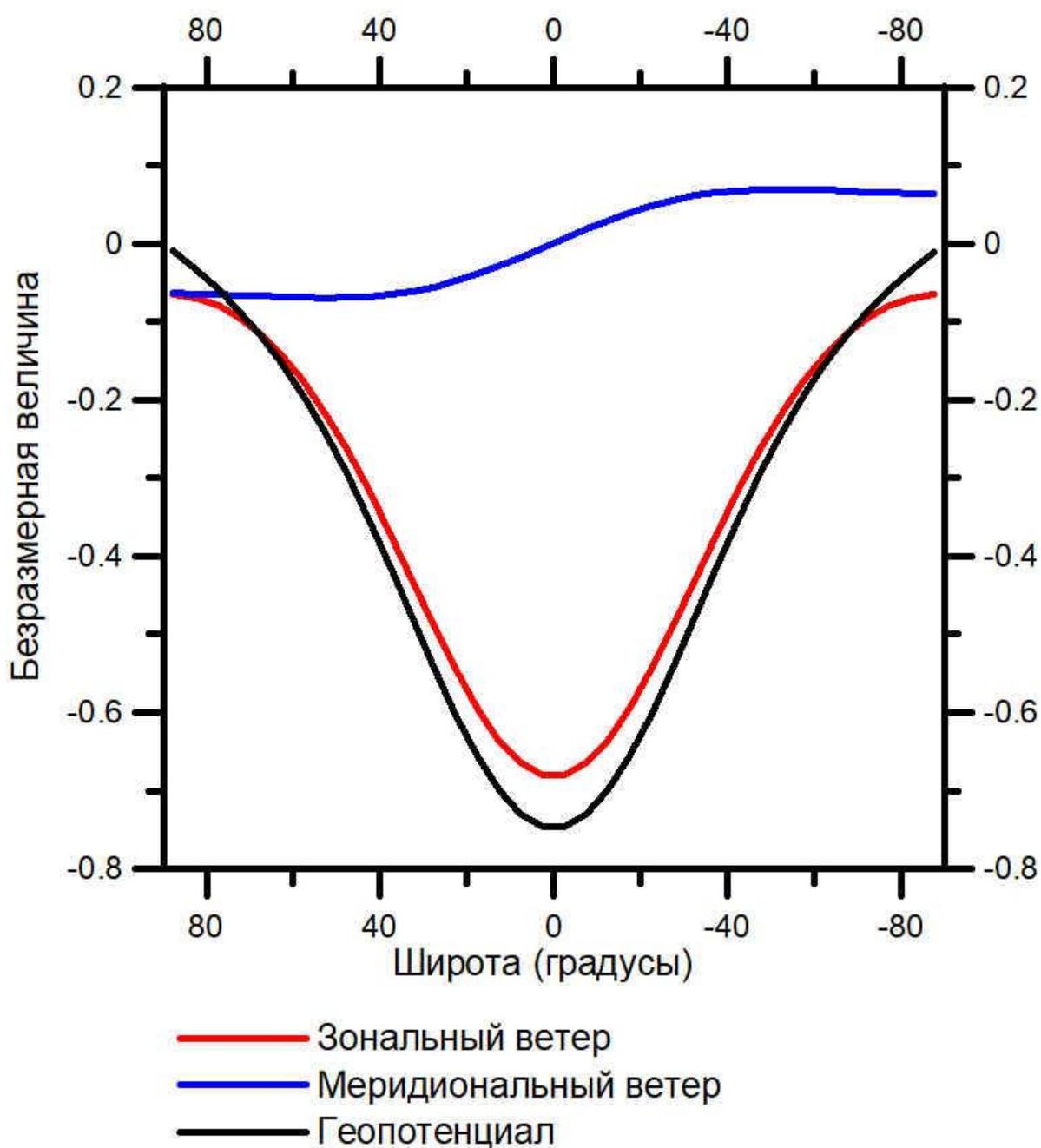


Рисунок 3.1. – Широтная структура моды (1,0) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Волна, идущая на восток. Земля.

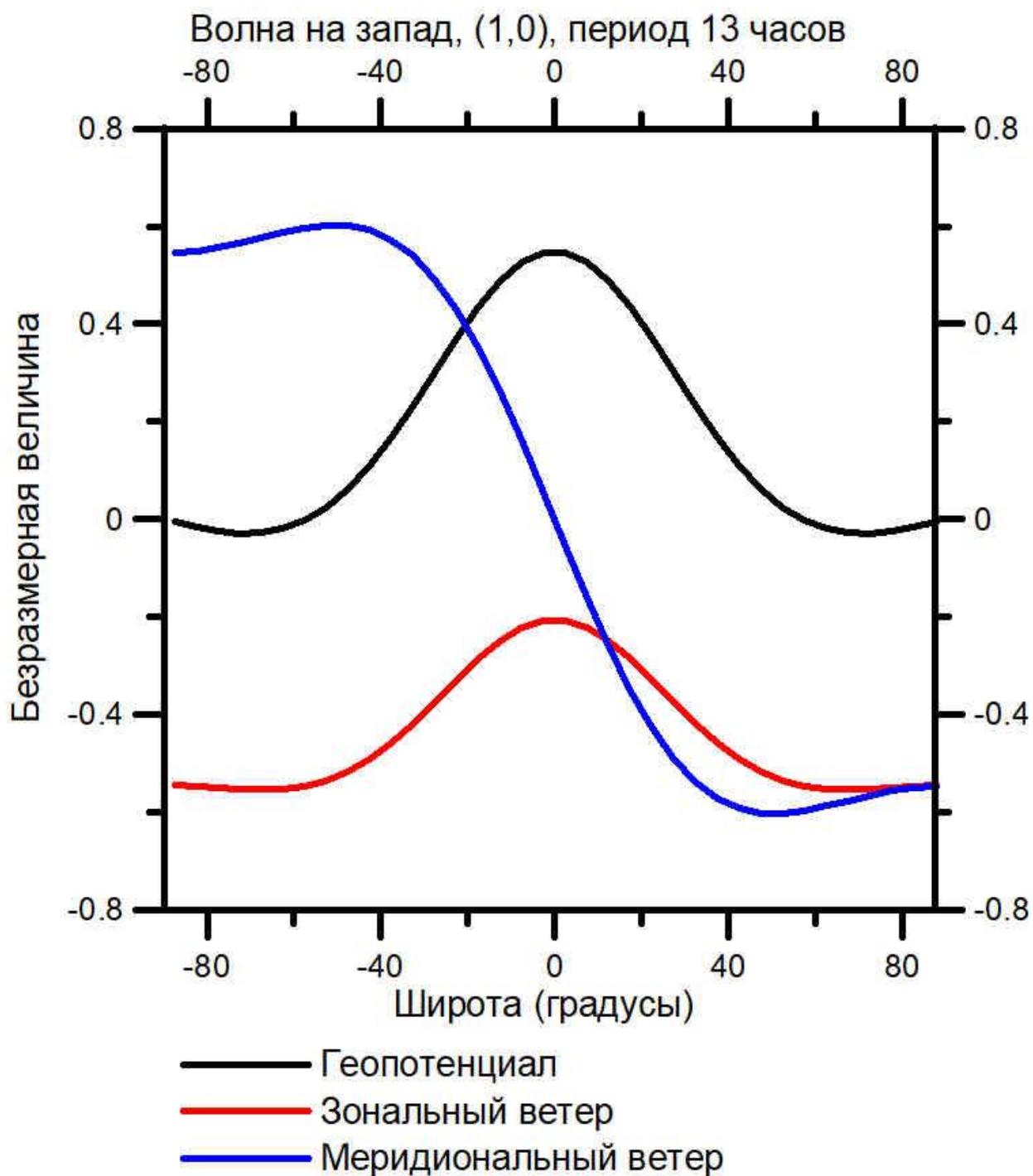


Рисунок 3.2. - Широтная структура моды (1,0) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Волна, идущая на запад. Земля.

Вращательная волна на запад, (1,0), период 28 часов

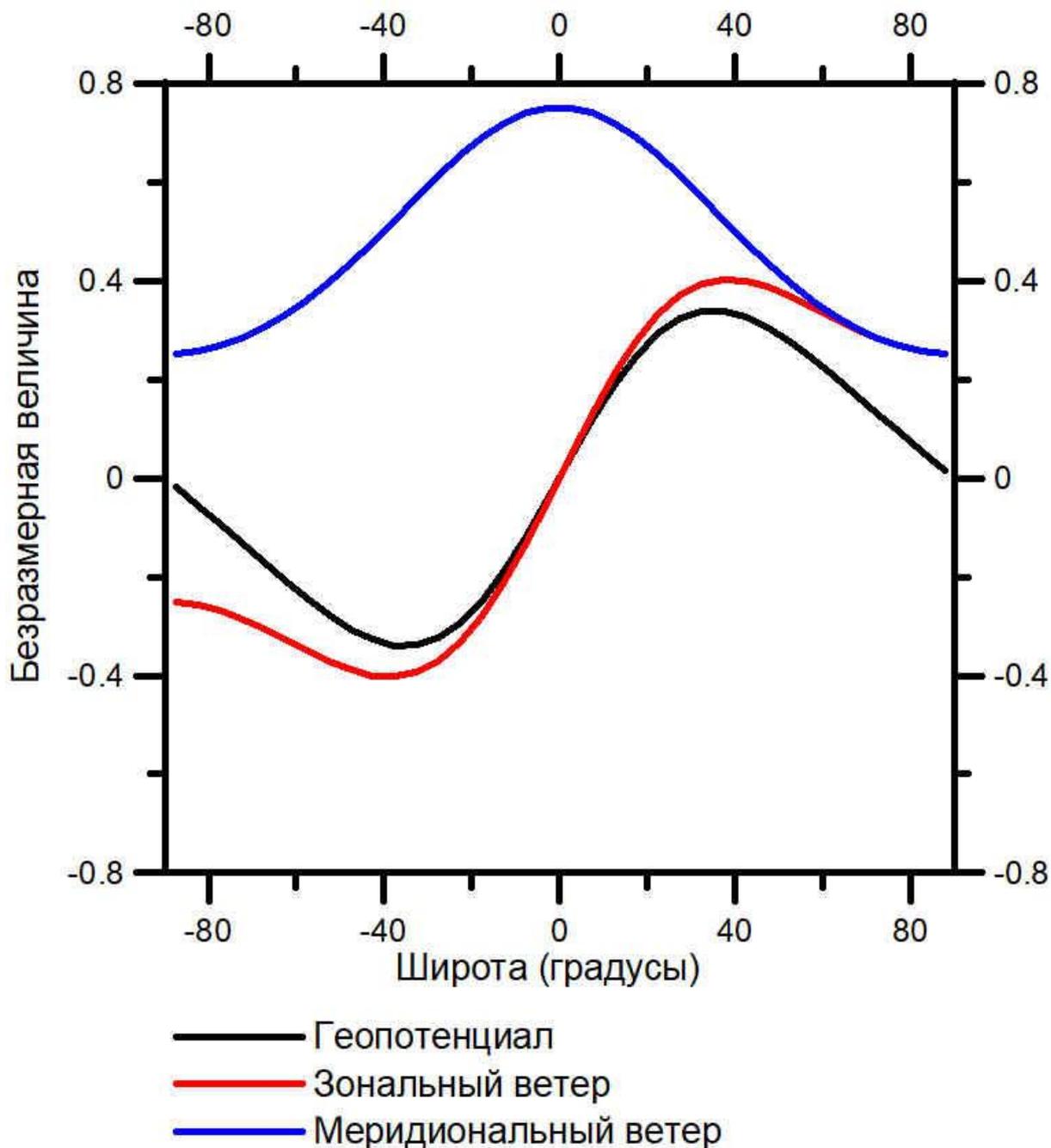


Рисунок 3.3. - Широтная структура моды (1,0) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Земля.

Вращательная волна на запад, (1,1), период 5 дней

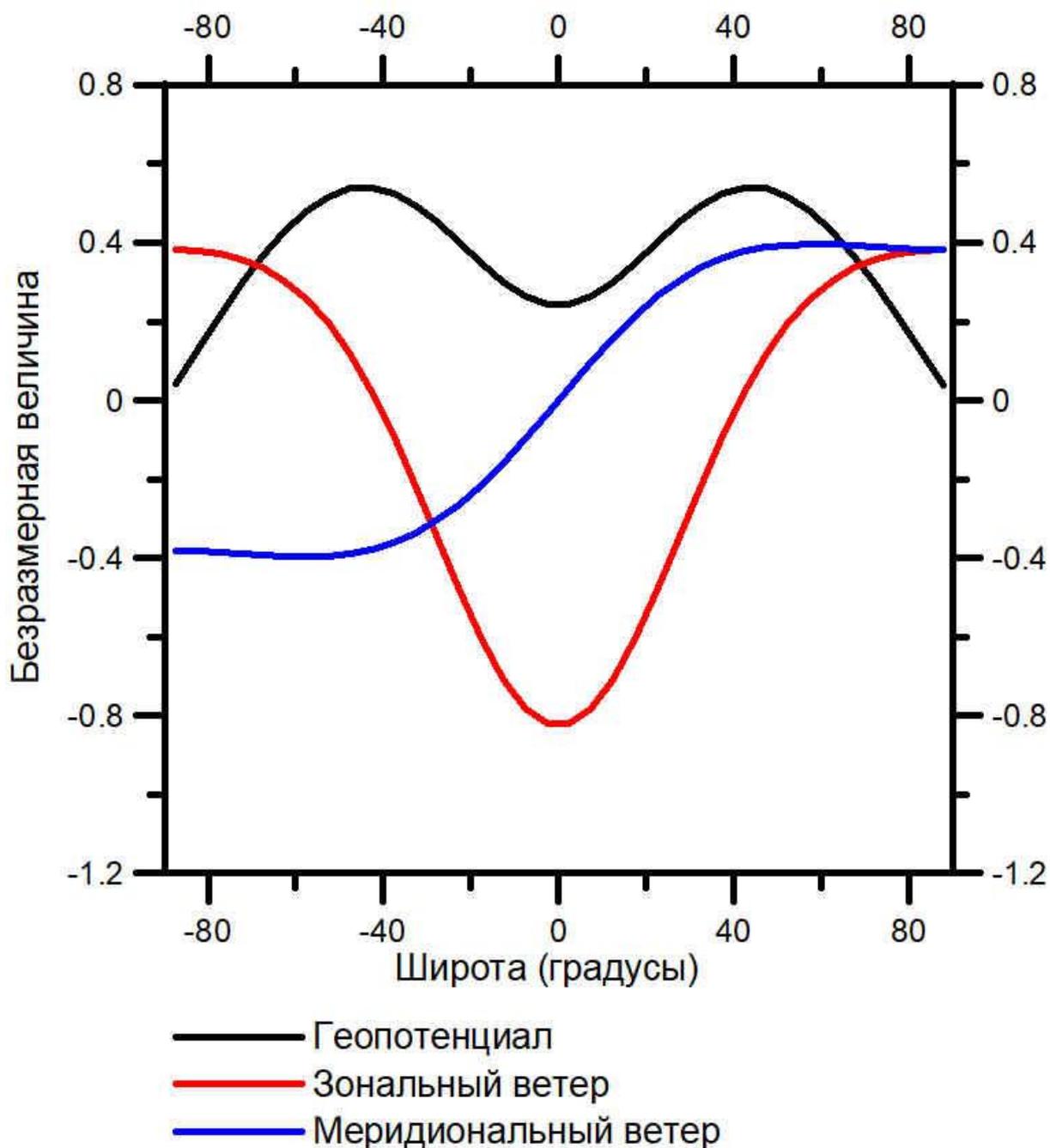


Рисунок 3.4. - Широтная структура моды (1,1) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Земля.

Вращательная волна на запад, (1,2), период 10 дней

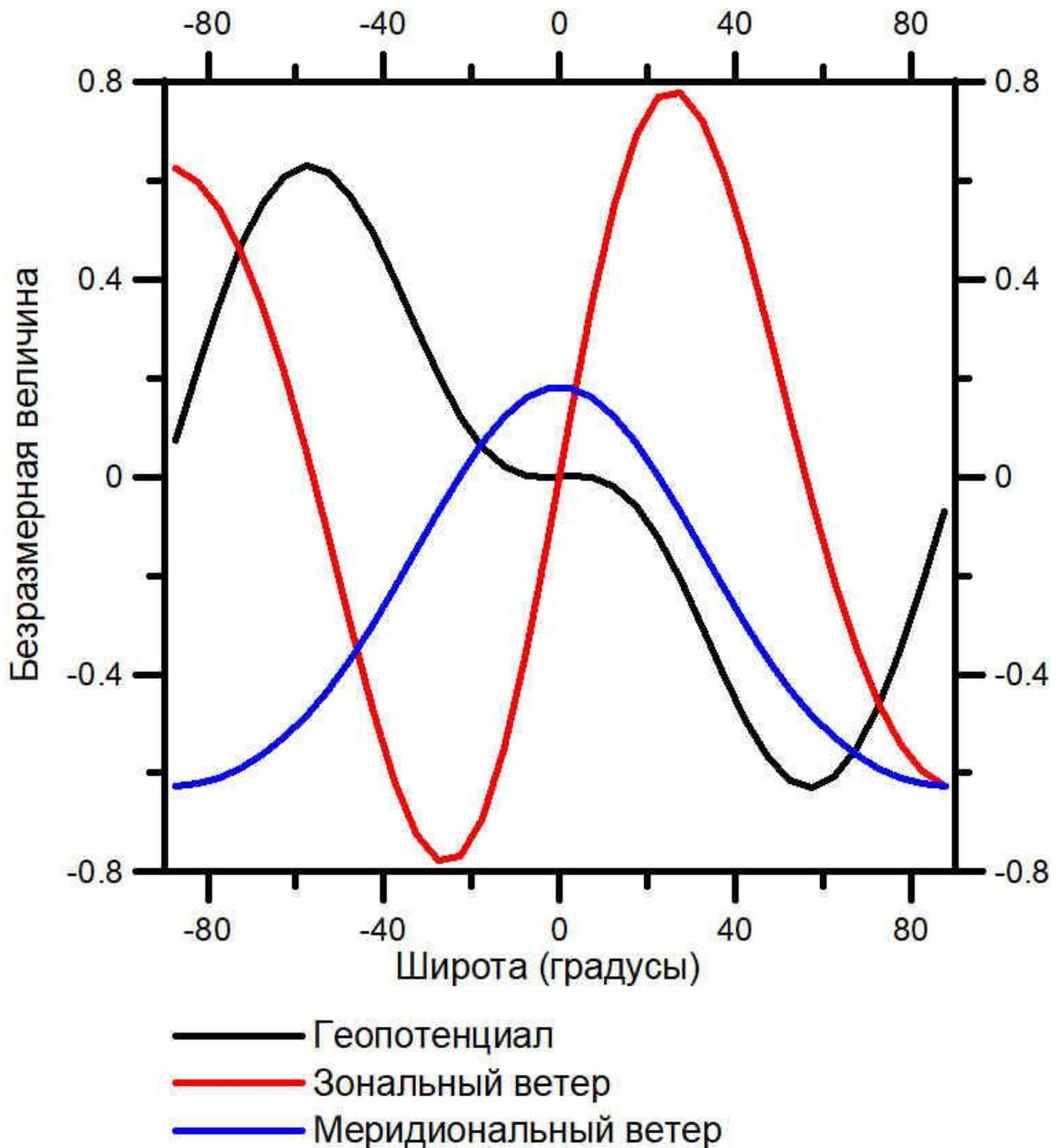


Рисунок 3.5. - Широтная структура моды (1,2) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Земля.

Вращательная волна на запад, (1,3), период 16 дней

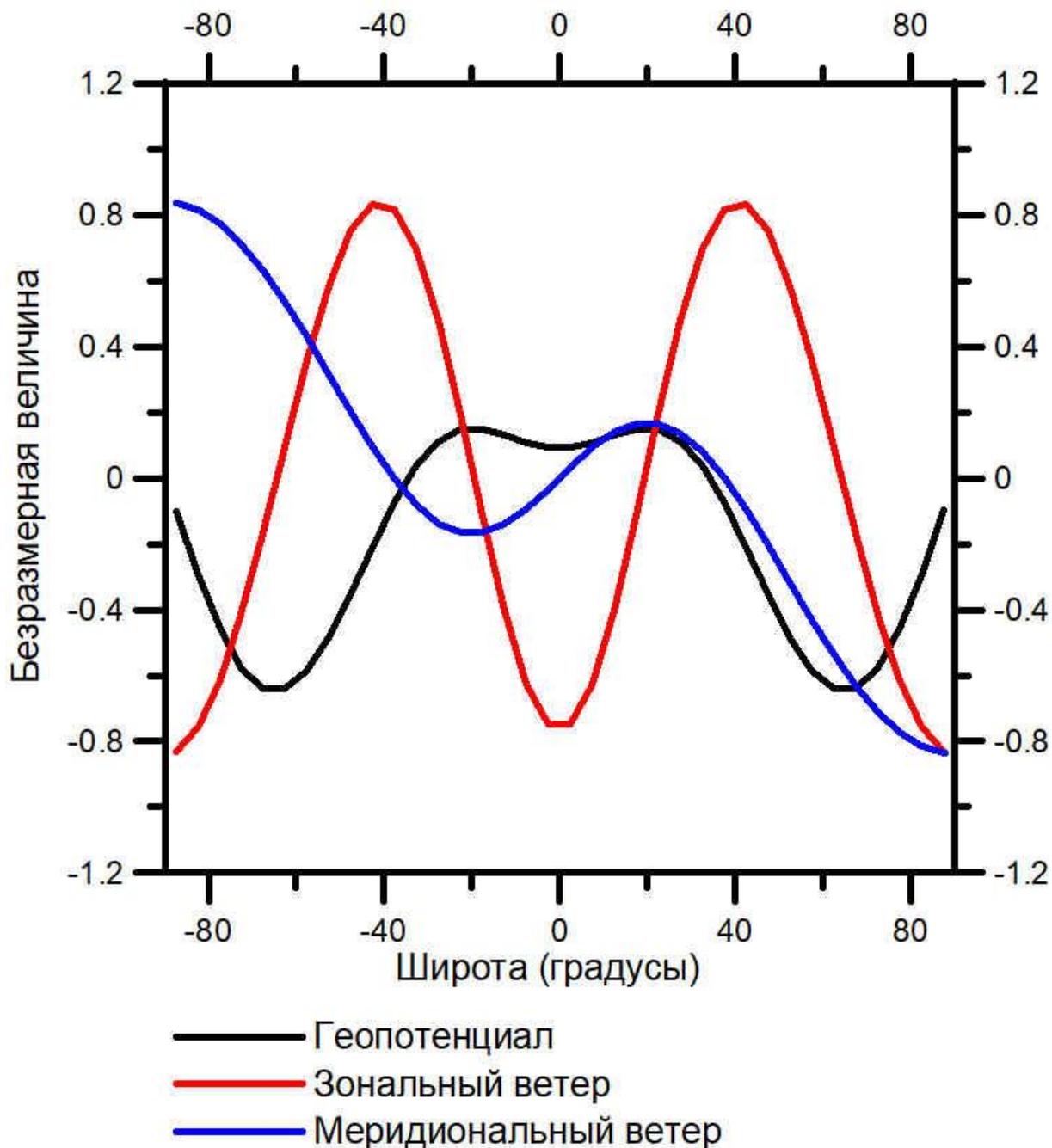


Рисунок 3.6. - Широтная структура моды (1,3) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Земля.

### 3.2 Собственные колебания атмосферы Марса

На рис. 3.7. и рис. 3.8. показаны рассчитанные резонансные атмосферные отклики для Марса в виде широтной структуры в гепотенциале, зональном и меридиональном ветрах для гравитационных волн – волн, идущих на запад, и волн, идущих на восток. На рис. 3.9. – рис. 3.12. показаны также рассчитанные резонансные атмосферные отклики в виде широтной структуры в гепотенциале, зональном и меридиональном ветрах для вращательных волн.

На всех графиках представлены широтные структуры нормальных атмосферных режимов для зональных волновых чисел  $m = 1$ . Все основные изменяемые параметры в программе представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3.

Параметры

Средняя угловая скорость $\Omega$ , рад/с	$7.088 * 10^{-5}$
Сила притяжения $g$ , м/с <sup>2</sup>	3, 711
Средний радиус планеты $r$ , км	3396
Эквивалентная глубина $h$ , км	14,4

В таблице 3.4 представлены резонансные периоды для атмосферы Марса для зонального волнового числа  $m = 1$  и для меридиональных волновых чисел  $l = 0, 1, 2, 3$ .

## Резонансные периоды для атмосферы Марса.

m = 1	Резонансные периоды		
	Волна на восток	Волна на запад	Вращательная волна на запад
l = 0	22 часа	11 часов	27 часов
l = 1	10 часов	8 часов	4 дня
l = 2	7 часов	6 часов	7 дней
l = 3	5 часов	5 часов	11 дней

### Волна на восток, (1,0), период 22 часа

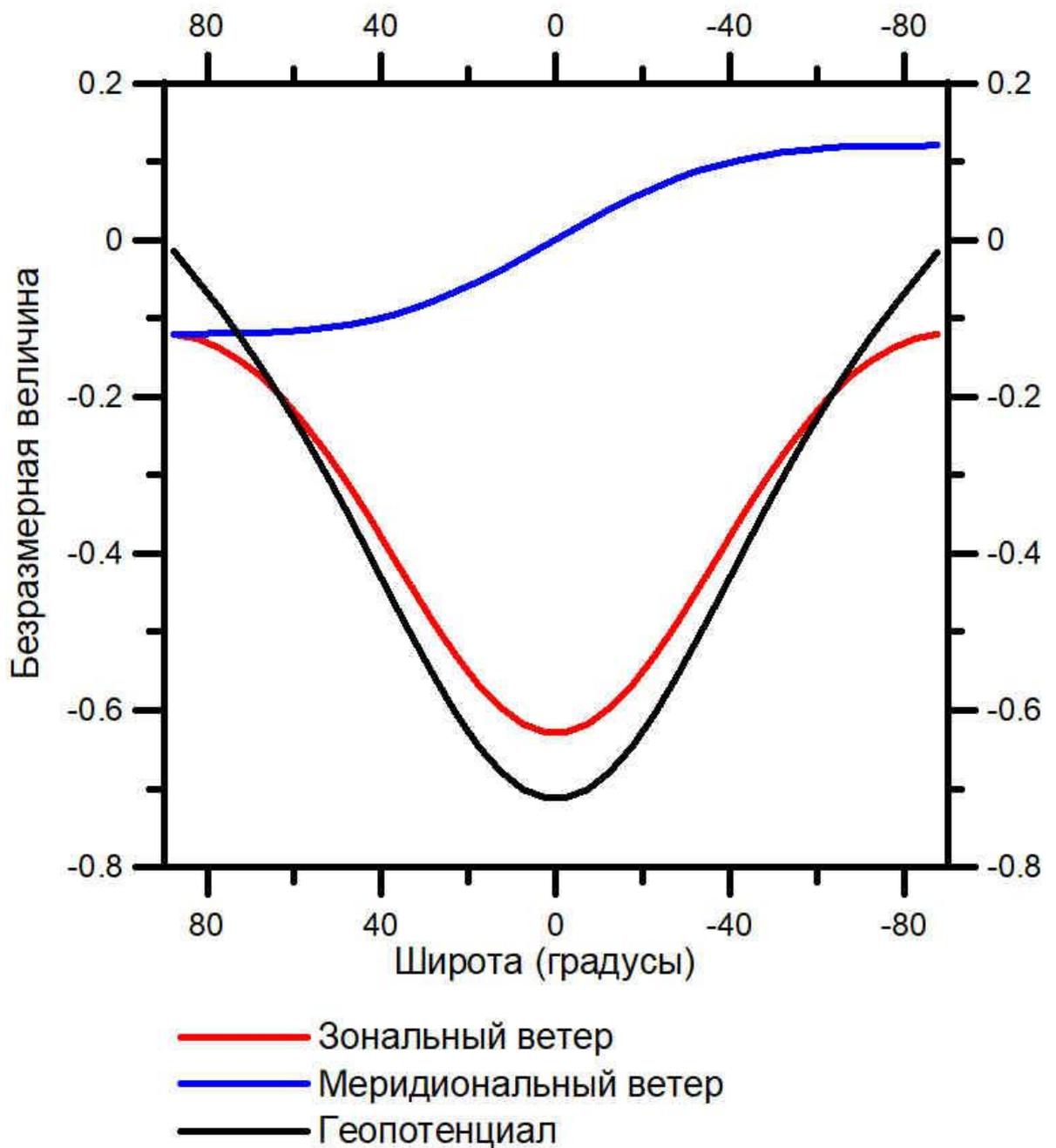


Рисунок 3.7. – Широтная структура моды (1,0) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Волна, идущая на восток. Марс.

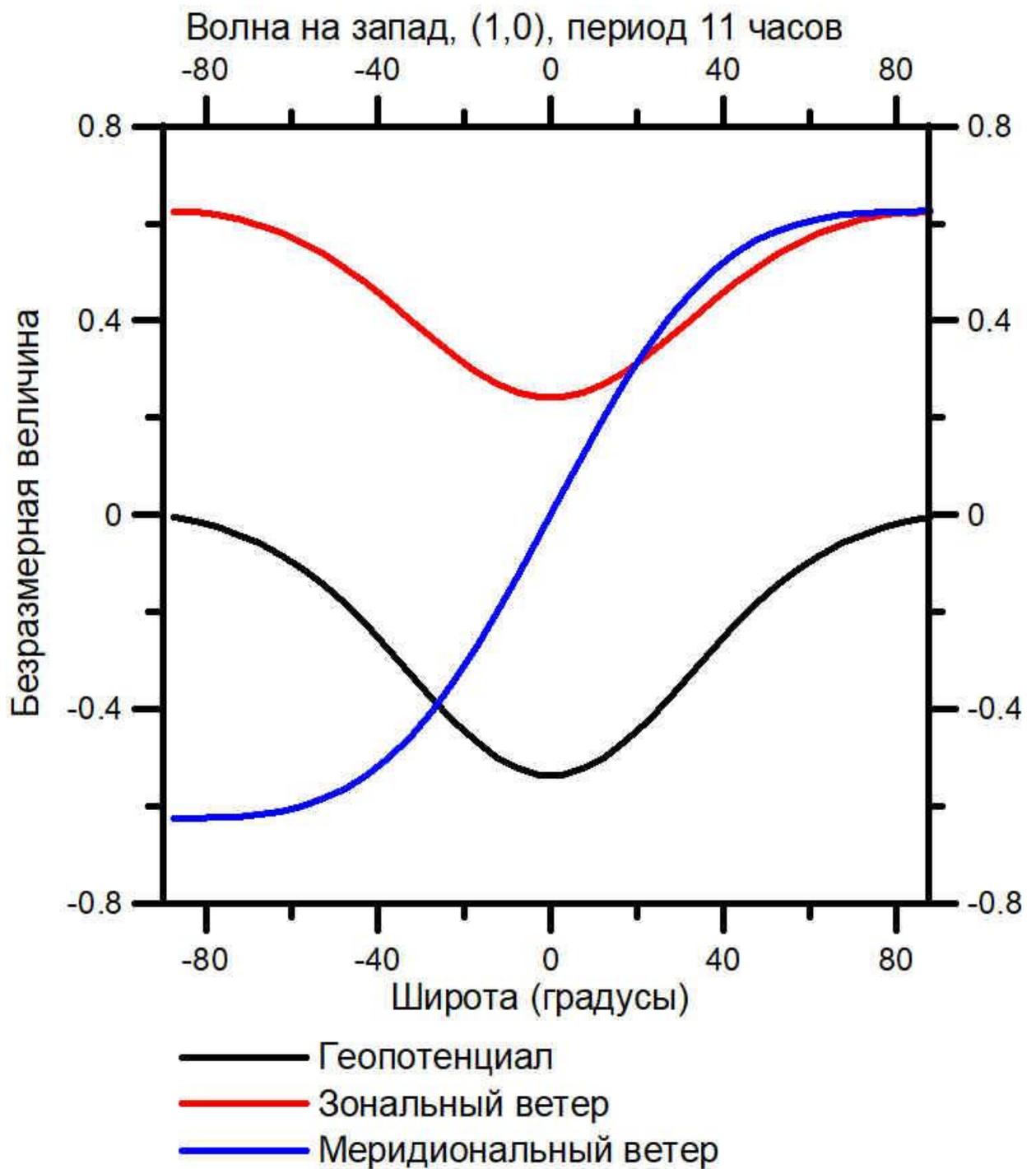


Рисунок 3.8 - Широтная структура моды (1,0) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Волна, идущая на запад. Марс.

Вращательная волна на запад, (1,0), период 27 часов

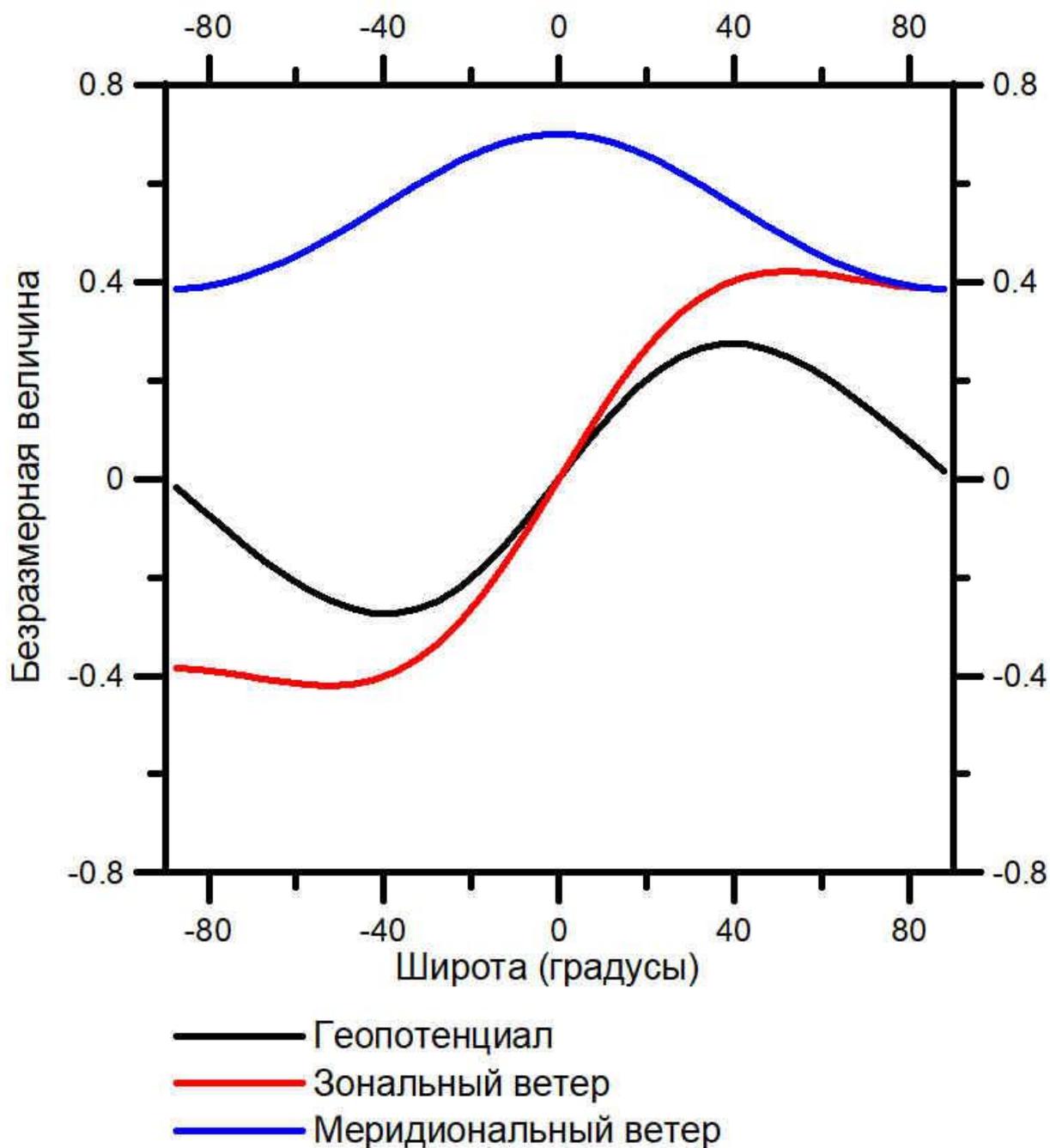


Рисунок 3.9. - Широтная структура моды (1,0) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Марс.

Вращательная волна на запад, (1,1), период 4 дня

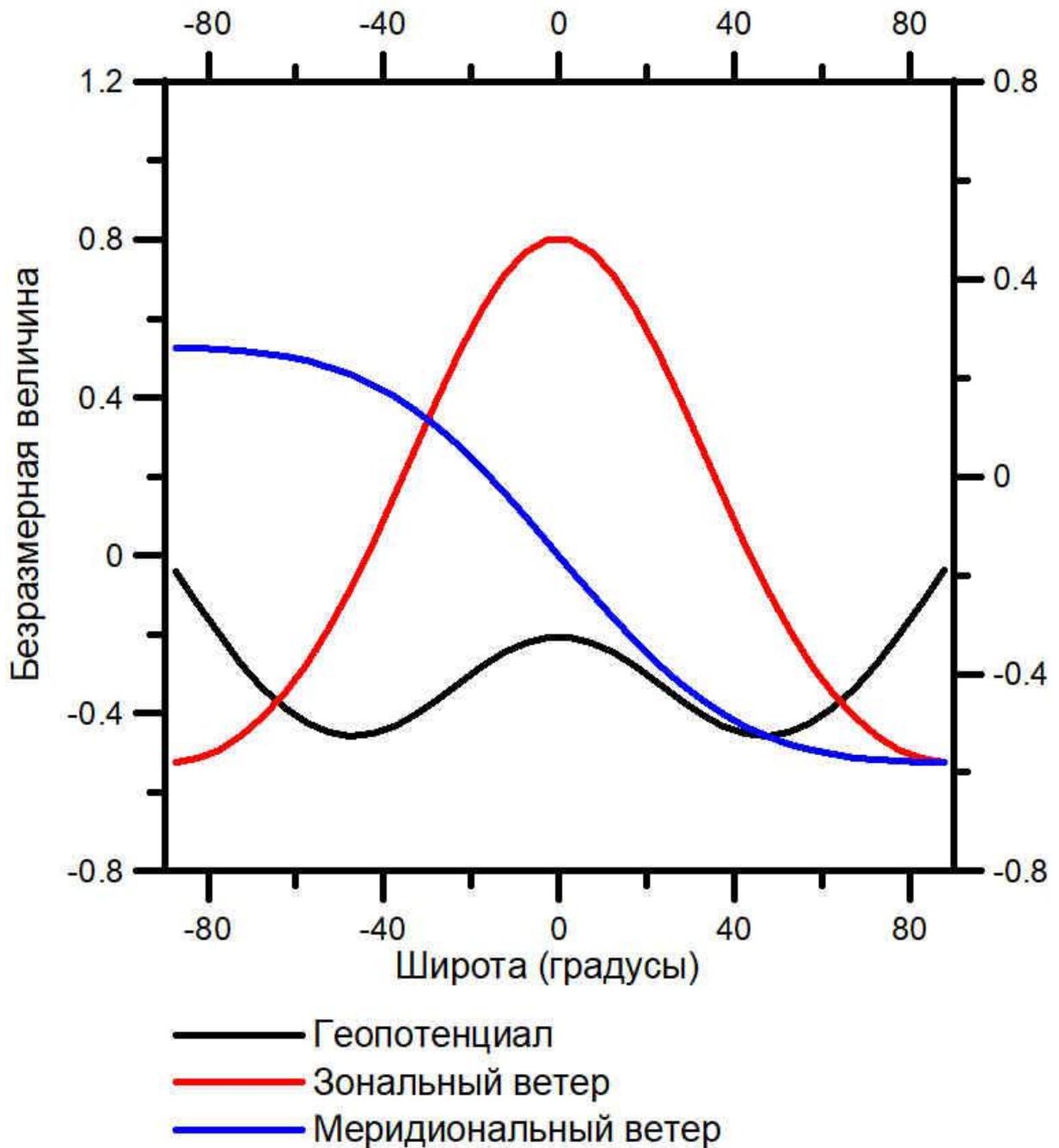


Рисунок 3.10. - Широтная структура моды (1,1) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Марс.

Вращательная волна на запад, (1,2), период 7 дней

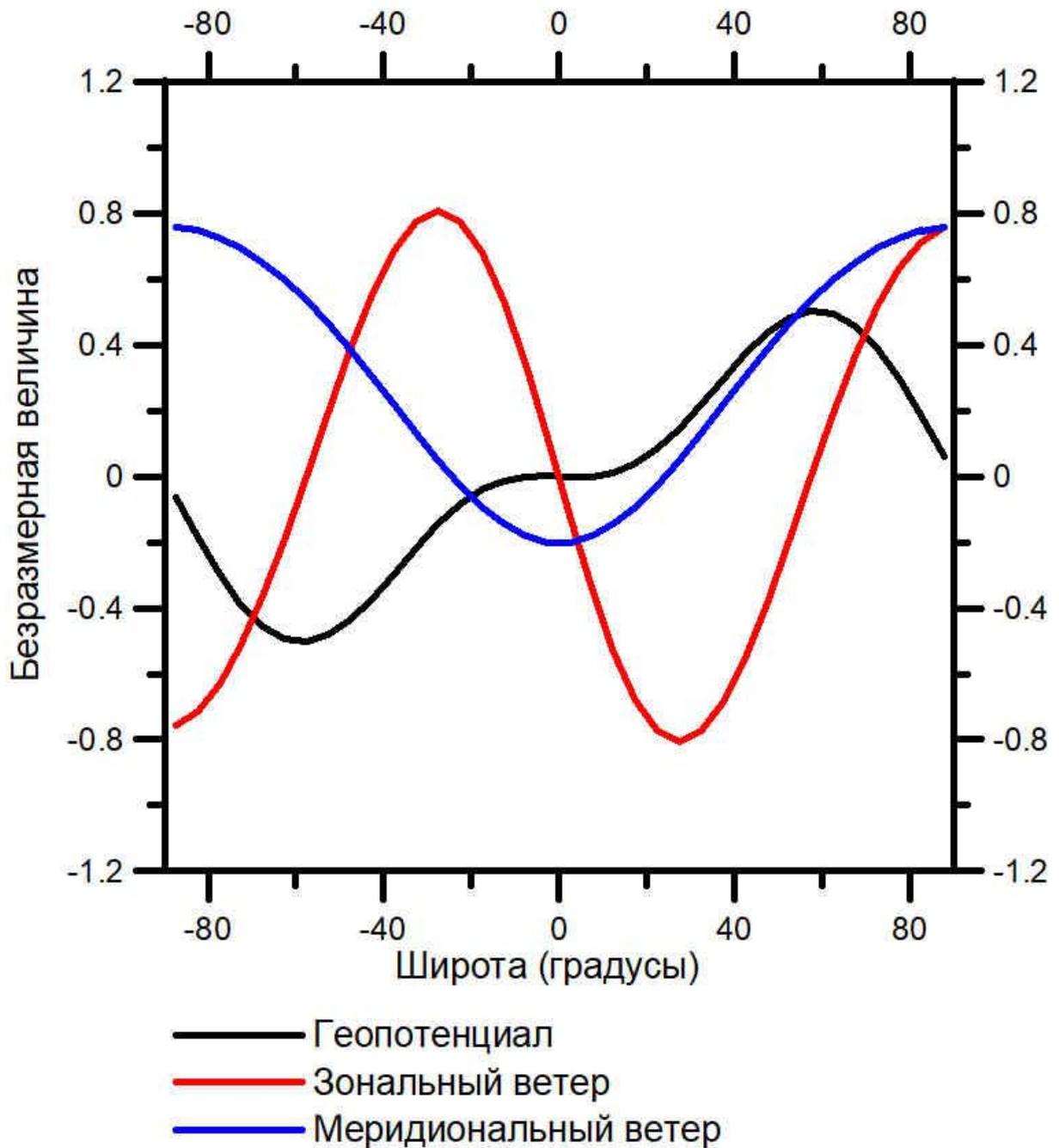


Рисунок 3.11. - Широтная структура моды (1,2) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Марс.

Вращательная волна на запад, (1,3), период 11 дней

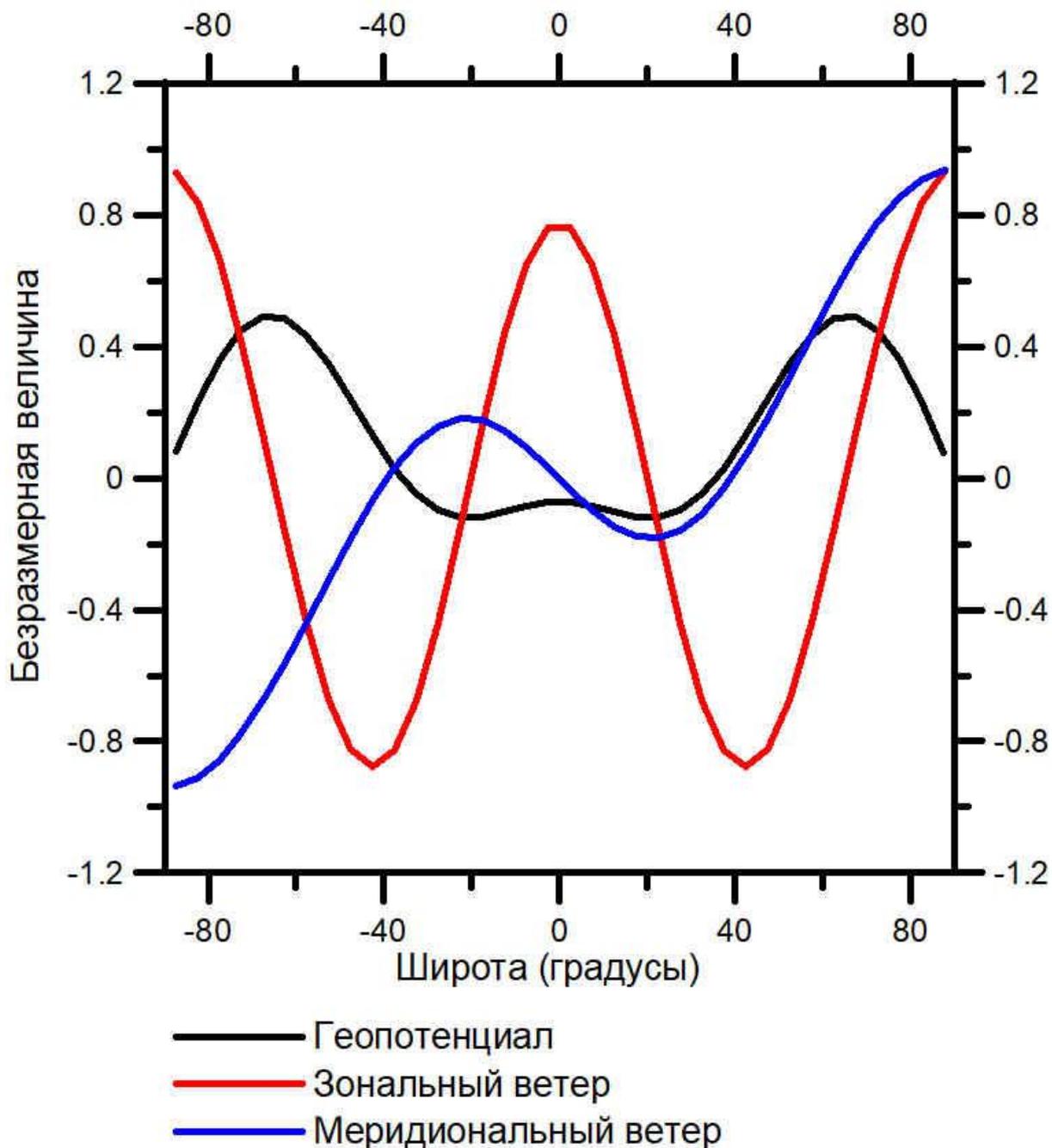


Рисунок 3.12. - Широтная структура моды (1,3) в геопотенциале, меридиональной и зональной компонентах скорости ветра. Вращательная волна на восток. Марс.

### 3.3 Сравнение собственных колебаний Земли и Марса

Поскольку на данный момент при анализе спутниковых данных гравитационные высокочастотные моды (1,1), (1,2), (1,3) не обнаружить, то в эту работу они не вошли.

Для наглядного сравнения и выявления отличий, все графики были сгруппированы по классам волн и модам на рис 3.13 - рис. 3.18.

При сравнении функций Хафа для Земли и Марса, следует учитывать, что программа их расчета выводит их с точностью до знака, поэтому главное нужно обращать внимание на их локализацию по широте, чтобы при возможности интерпретировать данные наблюдений.

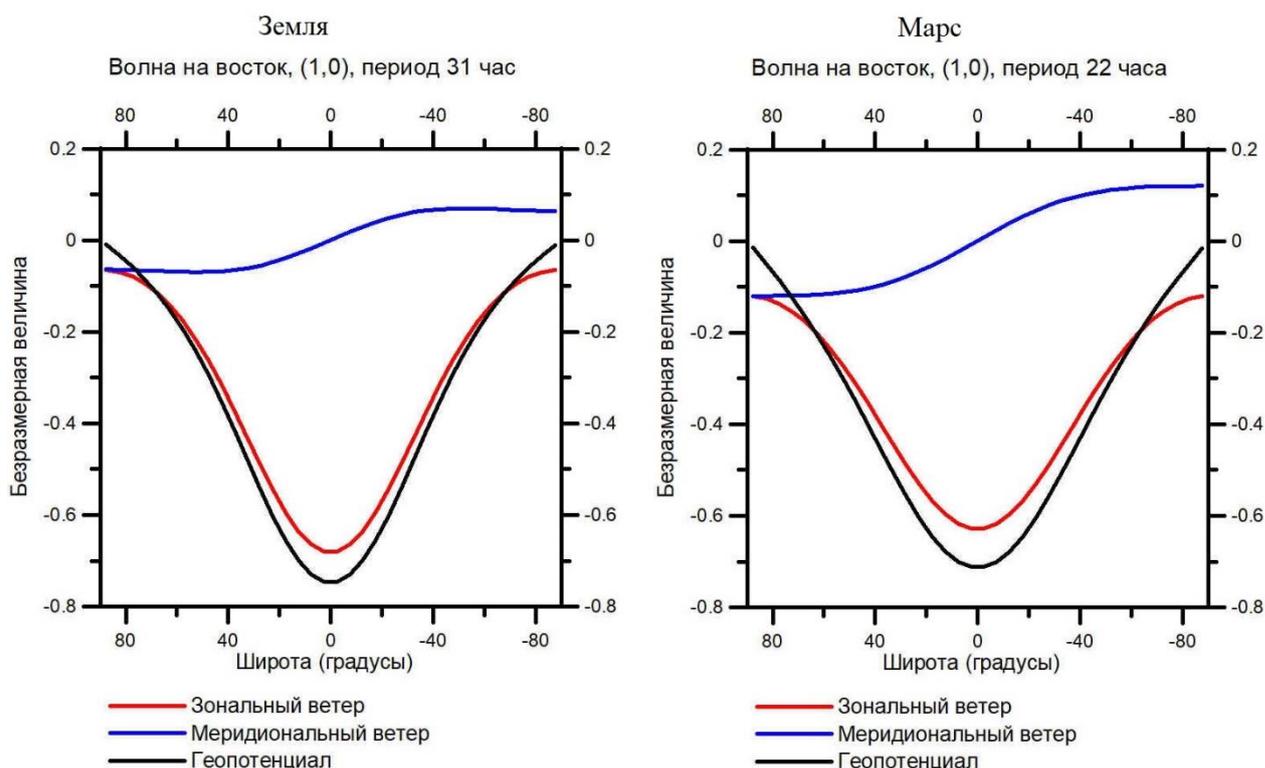


Рисунок 3.13. – Сравнение широтных структур моды (1,0) для Земли и Марса. Волна на восток.

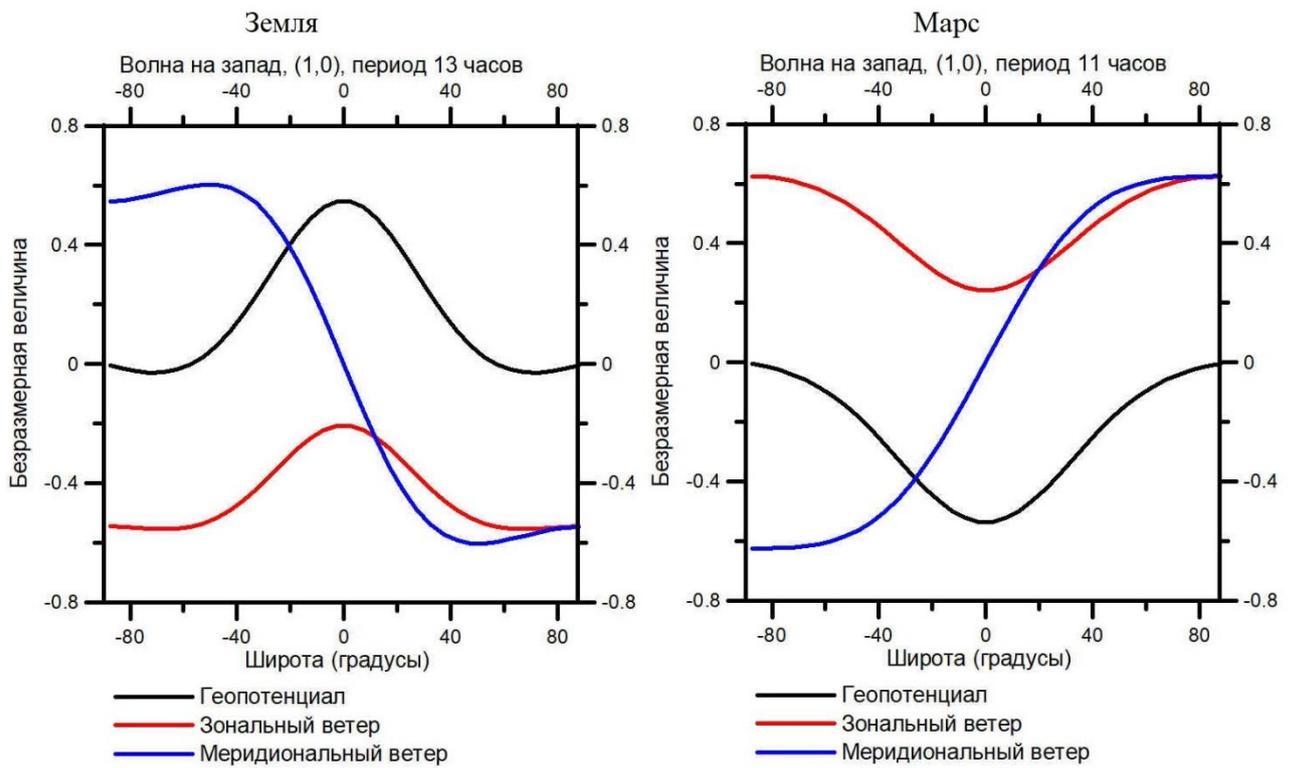


Рисунок 3.14. - Сравнение широтных структур моды (1,0) для Земли и Марса. Волна на запад.

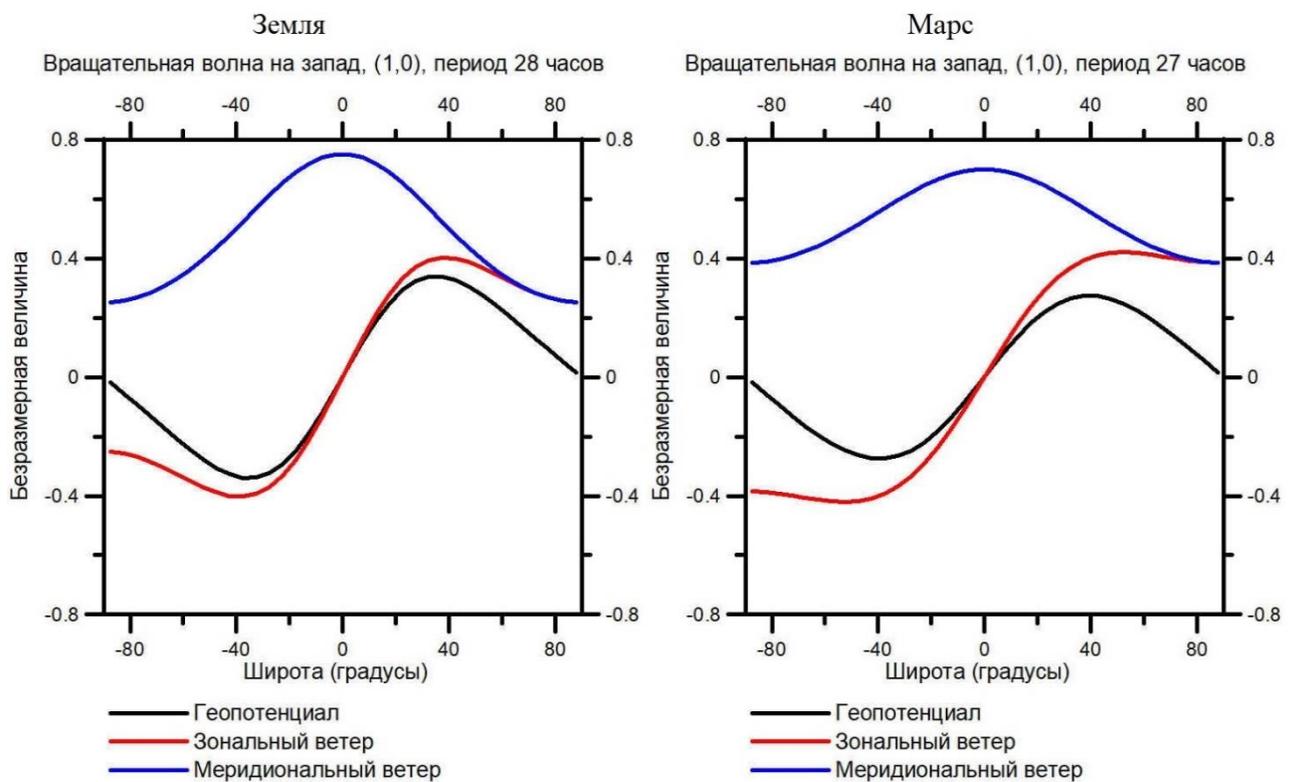


Рисунок 3.15 - Сравнение широтных структур моды (1,0) для Земли и Марса. Вращательная волна на запад

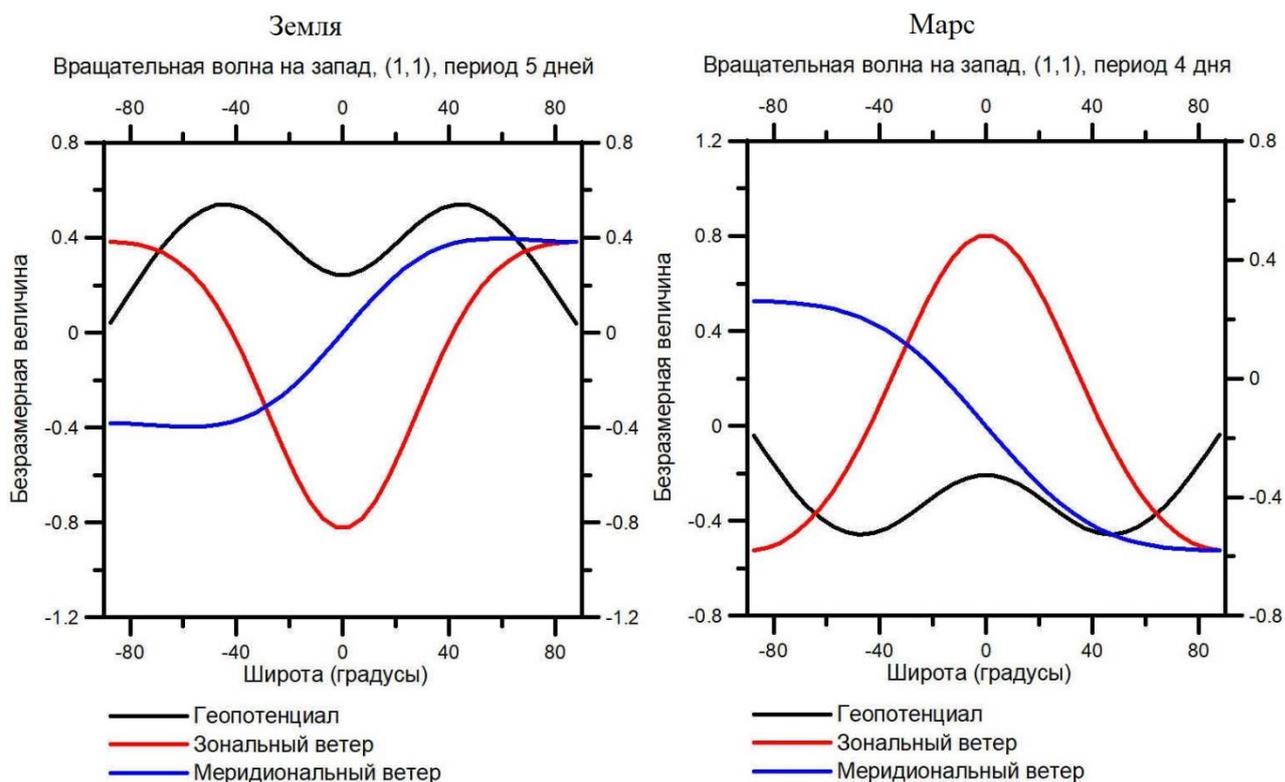


Рисунок 3.16 - Сравнение широтных структур моды (1,1) для Земли и Марса. Вращательная волна на запад.

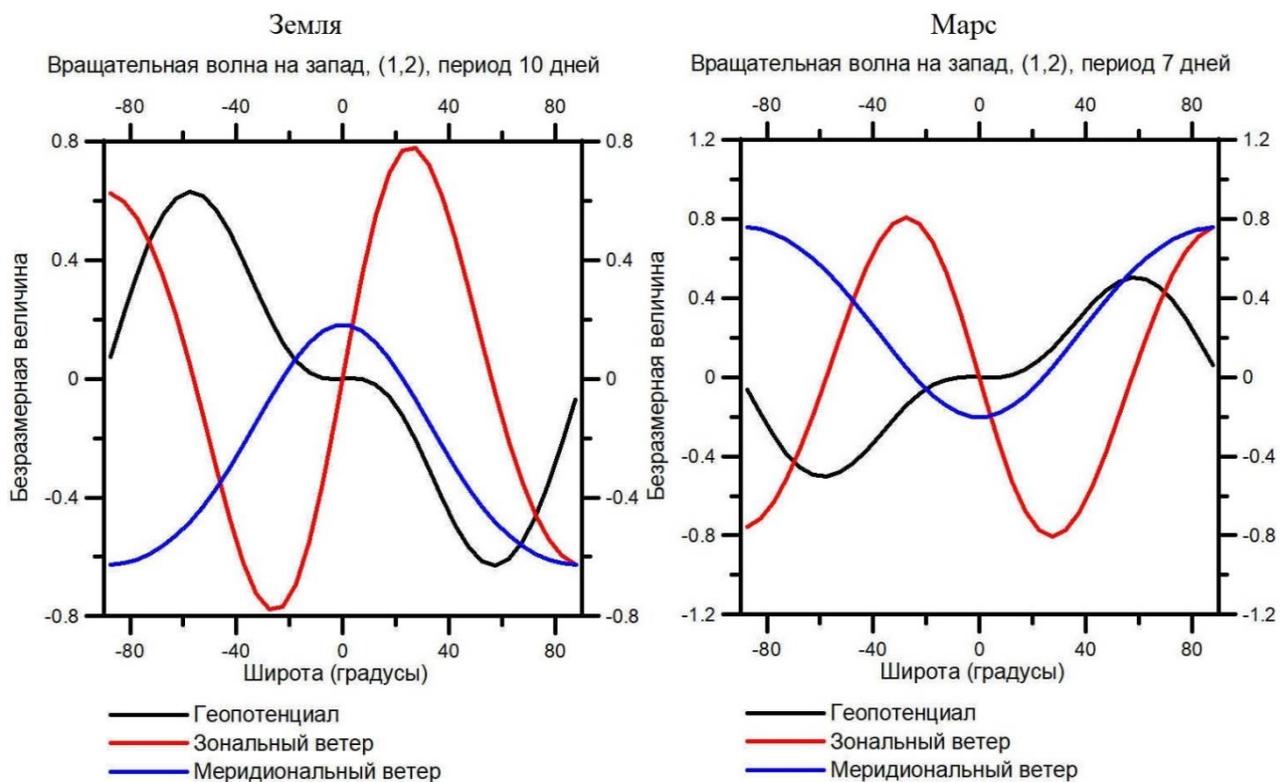


Рисунок 3.17. - Сравнение широтных структур моды (1,2) для Земли и Марса. Вращательная волна на запад.

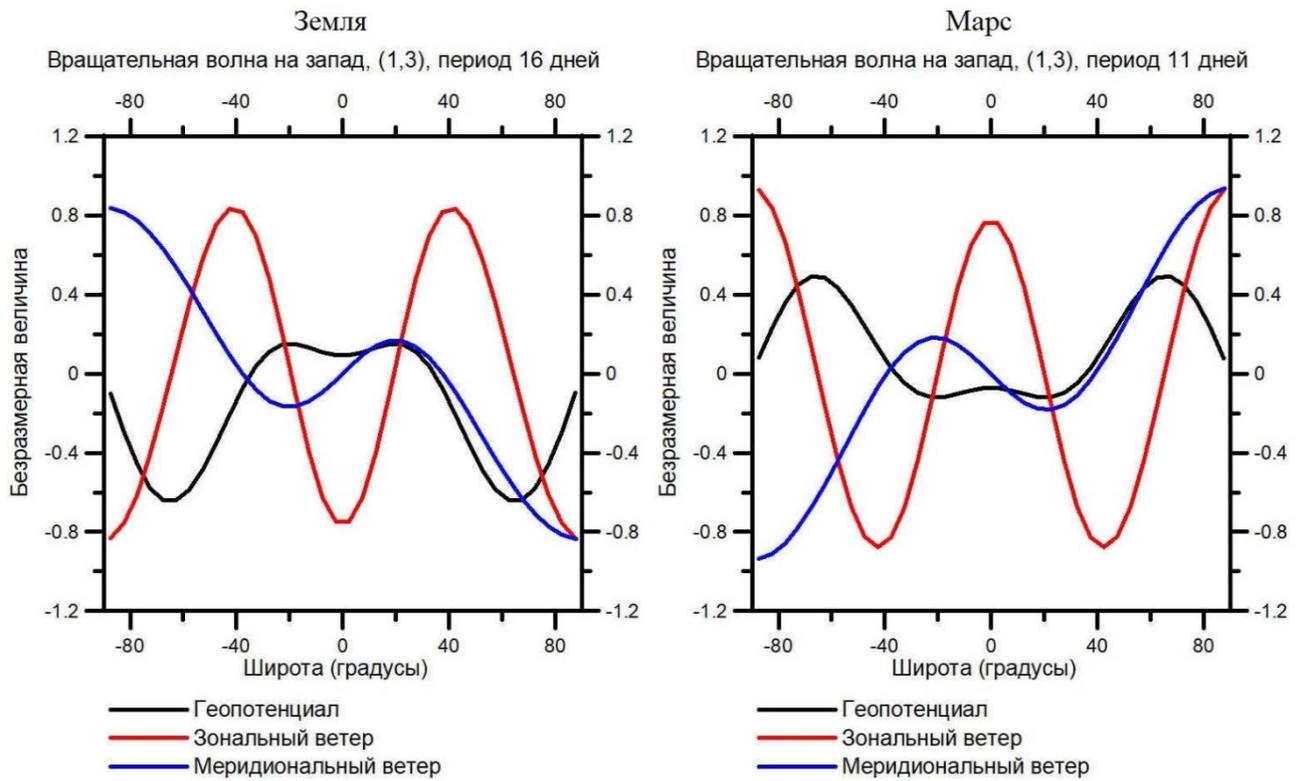


Рисунок 3.18 - Сравнение широтных структур моды (1,0) для Земли и Марса. Вращательная волна на запад.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании проделанных расчетов можно сделать следующие выводы:

- Широтная структура основных (с малыми меридиональными волновыми числами) функций Хафа для распространяющихся на восток и запад гравитационных волн, а также для первых вращательных мод схожа для атмосфер Земли и Марса (как уже отмечалось выше с учетом неопределенности знака).
- Различия наблюдаются только в периодах собственных колебаний (Таблицы ? и ?), что и понятно – резонансы зависят от характеристик планет.
- Полученные результаты могут быть использованы при интерпретации наблюдений планетарных волн по данным реанализов (на Земле) и/или спутниковых наблюдений за атмосферой Марса.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дикий Л.А. Теория колебаний земной атмосферы. - Ленинград : Гидрометеиздат, 1969. - 194 с.
2. Крючков, Е.И, А.К. Федоренко. Особенности переноса энергии в атмосфере акустико-гравитационными волнами, // Геомагнетизм и аэрономия. — 2012. — Т. 52, № 2. — С. 251-257.
3. Научно-техническая конференция «Моделирование геофизических факторов в ракетно-космической технике» 4 ЦНИИ Минобороны России, 18 и 19 мая 2017 г.
4. Погорельцев, А & Савенкова, Е & Перцев, Н. (2014). Внезапные стратосферные потепления: роль нормальных атмосферных мод. Геомагнетизм и аэрономия. 54. 387-403. 10.7868/S0016794014020163.
5. Чепмен С., Линдзен Р. Атмосферные приливы // М.: Мир. 1972. 295 с.
6. Ahlquist, J. E. 1982 Normal-mode global Rossby waves: Theory and observations. J. Atmos. Sci., 39, 193–202.
7. Balme, Matthew & Greeley, Ronald. (2006). Dust devils on Earth and Mars. Rev. Geophys.. 44. 10.1029/2005RG000188.
8. Carr, Michael. (1999). Retention of an atmosphere on early Mars. Journal of Geophysical Research. 104. 21897-21909. 10.1029/1999JE001048.
9. Deland, Raymond. (1964). Travelling Planetary Waves. Tellus A. 16. 10.3402/tellusa.v16i2.8895.
10. Dr. David R. Williams. Mars Fact Sheet. - [Электронный ресурс] URL: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/marsfact.html> (дата обращения: 10.05.2021).
11. Fedulina, I. & Pogoreltsev, A.I. & Vaughan, Geraint. (2004). Seasonal, interannual and short-term variability of planetary waves in Met Office stratospheric assimilated fields. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 130. 2445 - 2458. 10.1256/qj.02.200.

12. Flattery, T. W., Hough functions. Ph.D. dissertation, Department of Geophysical Sciences, University of Chicago. 168 pp. 1967.
13. Forbes J.M. Tidal and planetary waves, in *The Upper Mesosphere and Lower Thermosphere: A Review of Experiment and Theory*, Geophysical Monograph, V. 87 / Eds: R.M. Johnson, T.L. Killeen. Washington: AGU,D.C., 1995. P. 67–87.
14. Forbes J.M., Palo S.E., Zhang X., Portnyagin Yu. I., Makarov N.A. and Merzlyakov E.G. Lamb waves in the lower thermosphere: observational evidence and global consequences // *J.Geophys. Res.* 1999b. V. 104. P. 17107–17115.
15. Forbes, J. M., Zhang, X., Forget, F., Millour, E., & Kleinböhl, A. (2020). Solar tides in the middle and upper atmosphere of Mars. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 125, e2020JA028140. <https://doi.org/10.1029/2020JA028140>
16. FORBES, Jeffrey M.. Wave Coupling and Nonlinear Interactions in the Atmospheres of Earth and Mars. *Quarterly Physics Review*, [S.l.], v. 3, n. 3, oct. 2017. ISSN 2572-701X. Available at: <https://esmed.org/MRA/qpr/article/view/1439>. Дата посещения: 13.05.2021.
17. Fritts, D.C. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere / D.C. Fritts, M.J. Alexander // *Rev. Geophys.* — 2003. — V. 41, No. 1. — P. 1—64.
18. Haberle, Robert & Kahre, Melinda & Hollingsworth, Jeffery & Montmessin, F. & Wilson, Robert & Urata, Richard & Brecht, Amanda & Wolff, M. & Kling, Alexandre & Schaeffer, James. (2019). Documentation of the NASA/Ames Mars Global Climate Model: Simulations of the present seasonal water cycle. *Icarus*. 333. 10.1016/j.icarus.2019.03.026.
19. Helmholtz H.V. Über diskontinuierliche flüssigkeitsbewegungen. - Berlin: Monatsber. der Kgl. Preuss. Akad. Wiss., 1868. - 23. - S. 215 - 229.
20. Hess, S. L., Henry, R. M., Leovy, C. B., Ryan, J. A., and Tillman, J. E. (1977), Meteorological results from the surface of Mars: Viking 1 and 2, *J. Geophys. Рез.*, 82(28), 4559– 4574, doi:10.1029/JS082i028p04559].
21. Jarvis, Martin. (2001). Atmospheric science - Bridging the atmospheric divide. *Science* (New York, N.Y.). 293. 2218-9. 10.1126/science.1064467.

22. Kasahara, Akira & Qian, Jianhua. (2000). Normal Modes of a Global Nonhydrostatic Atmospheric Model. *Monthly Weather Review - MON WEATHER REV.* 128. 10.1175/1520-0493(2000)128<3357:NMOAGN>2.0.CO;2.
23. Kletetschka, Gunther & Wasilewski, Peter & Taylor, Patrick. (2010). Mineralogy of the source for magnetic anomalies on Mars. *Meteoritics & Planetary Science.* 35. 895 - 899. 10.1111/j.1945-5100.2000.tb01478.x.
24. Krasnov, V. & Drobzheva, Ya & Laštovička, J. (2007). Acoustic energy transfer to the upper atmosphere from sinusoidal sources and a role of nonlinear processes. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics.* 69. 1357-1365. 10.1016/j.jastp.2007.04.011.
25. Lamb Horace, On the Theory of Waves Propagated Vertically in the Atmosphere, *Proceedings of the London Mathematical Society*, Volume s2-7, Issue 1, 1909, Pages 122–141.
26. Leonard, J.M., J.M. Forbes, and G.H.Born, Impact of tidal density variability on orbital and reentry predictions, *Space Weather*, 10, S12003, doi:10.1029/2012SW000842, 2012.
27. Lindzen R.S. Planetary waves on beta-plane // *Mon. Wea. Rev.* 1967. V. 95. < 7. P. 441–451.
28. Longuet-Higgins M. The eigenfunctions of Laplace's tidal equations over a sphere // *Phil. Trans. Roy. Soc. London.* 1968. V. A262. P. 511–607.
29. Moudden, Y., and J.M. Forbes, Density prediction in Mars' aerobraking region, *Space Weather*, 13, 86–96, doi:10.1002/2014SW001121, 2015.
30. On a Disturbing Infinity in Lord Rayleigh's Solution for Waves in a Plane Vortex Stratum 1. *Nature* 23, 45–46 (1880) <https://doi.org/10.1038/023045a0>
31. Pogoreltsev A.I. Simulation of planetary waves and their influence on the zonally averaged circulation in the middle atmosphere // *Earth, Planets and Space.* 1999. < 7/8. V. 51. P. 773–784.
32. Rayleigh, L. (1883) Investigation of the Character of the Equilibrium of an Incompressible Heavy Fluid of Variable Density. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 14, 170-177.

33. Sakazaki, Takatoshi & Hamilton, Kevin. (2020). An Array of Ringing Global Free Modes Discovered in Tropical Surface Pressure Data. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 77. 10.1175/JAS-D-20-0053.1.
34. Salby M.L. Survey of planetary-scale traveling waves: The state of theory and observations // *Rev. Geophys.*1984. V. 22. < 2. P. 209–236.
35. Sci., Paris, 1992b. Hourdin, F., P. Le Van, F. Forget, and O. Talagrand, Meteorological variability and the annual surface pressure cycle on Mars, *J Atmos. Sci*, 50, 3625-3640, 1993.
36. Stephen R Lewis, Modelling the martian atmosphere, *Astronomy & Geophysics*, Volume 44, Issue 4, August 2003, Pages 4.6–4.14, <https://doi.org/10.1046/j.1468-4004.2003.444406.x>
37. Swarztrauber, P. and A. Kasahara. “The Vector Harmonic Analysis of Laplace's Tidal Equations.” *Siam Journal on Scientific and Statistical Computing* 6 (1985): 464-491.
38. Volland H. *Atmospheric Tidal and Planetary Waves*. Dordrecht: Kluwer Academic Publ., 1988.
39. Zahnle, K. & Freedman, Richard & Catling, David. (2011). Is there Methane on Mars?. *Icarus*. 212. 10.1016/j.icarus.2010.11.027.