

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.А. Царев

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ДИНАМИКА ОКЕАНА»

Санкт-Петербург  
РГГМУ  
2022

УДК [551.463:531.79](075.8)  
ББК 26.221.31я73Ц18  
Ц18

**Царев, Валерий Анатольевич**

Ц18      Лабораторный практикум по дисциплине «Динамика океана» :  
[Текст: электронный] В.А. Царев. – Санкт-Петербург : РГГМУ, 2022. – 52 с.

В лабораторный практикум учебной дисциплины «Динамика океана» включены работы, при выполнении которых проводятся расчеты характеристик основных океанологических процессов. Выполнение данных работ позволит достичь лучшего понимания физических основ изучаемых океанологических процессов.

УДК [551.463:531.79](075.8)  
ББК 26.221.31я73Ц18

© В.А. Царев, 2022  
© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2022

# Работа № 1. Расчет характеристик групповых волн

Групповые волны формируются при сложении исходных поверхностных волн с близкими длиной и периодом.

Уравнения исходных поверхностных волн:

$$\xi_1 = \xi_0 \cos(k_1 x \pm w_1 t), \quad (1)$$

$$\xi_2 = \xi_0 \cos(k_2 x \pm w_2 t), \quad (2)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $w = \frac{2\pi}{T}$ ,  $c = \frac{w}{k}$ ,  $\lambda$  – длина волны,  $T$  – период,  $c$  – фазовая скорость.

При сложении исходных волн получается результирующая волна, которая описывается соотношением:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \cos(k_g x \pm w_g t) \cos\left[\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x - \left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right)t\right], \quad (3)$$

$$k_g = \left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right), \quad w_g = \left(\frac{w_1 - w_2}{2}\right), \quad (4)$$

где  $k_g$ ,  $w_g$  – длина и частота групповой волны.

Особенностью сформировавшейся результирующей волны является то, что она при сохранении высокочастотных волновых характеристик обладает периодически меняющейся амплитудой. Таким образом, получившаяся в результате высокочастотная волна модулируется групповой волной, обладающей большими по величине длиной волны и периодом. При этом фазовая скорость групповой волны может отличаться от фазовой скорости исходных волн не только по величине, но и по знаку.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с методикой расчета формирования групповых волн, а также с особенностями зависимости их характеристик от характеристик исходных волн.

*Задачи работы*

1. Рассчитать групповые волны как результат сложения исходных поверхностных волн с близкими характеристиками.
2. Выделить особенности рассчитанных групповых волн по отношению к исходным волнам.
3. Проанализировать зависимость характеристик групповой волны от характеристик исходных волн.

### *Порядок выполнения работы*

1. С помощью уравнения (3) провести расчеты групповых волн при различных соотношениях между характеристиками исходных волн.

2. Изменяя последовательно значения параметров исходных волн  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  отметить, к каким изменениям волновых чисел, частоты, фазовой скорости и формы групповой волны это приводит.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ особенностей рассчитанных групповых волн в зависимости от характеристик исходных волн.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- характеристику исходных волн, для которых проводились расчеты;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 2. Особенности вертикального распределения волновых возмущений давления, горизонтальной и вертикально составляющих скорости течений в волновом потоке**

При распространении волнового возмущения уровня моря, описываемого уравнением

$$\xi = \xi_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (1)$$

в море формируются волновые возмущения давления ( $p$ ), горизонтальной ( $u$ ) и вертикальной ( $w$ ) составляющих скоростей течений. Последние описываются уравнениями:

$$p = g\rho_0 \frac{e^{k(H-z)} + e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \xi_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (2)$$

$$u = \frac{g}{c} \frac{e^{k(H-z)} + e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \xi_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (3)$$

$$w = -\frac{g}{c} \frac{e^{k(H-z)} - e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \xi_0 \sin(kx - \sigma t), \quad (4)$$

где  $\xi$  – волновое возмущение уровня моря;  $\xi_0$  – амплитуда волнового возмущения;  $k$  – волновое число;  $\sigma$  – угловая частота;  $u$  – волновое

возмущение горизонтальной составляющей скорости;  $w$  – волновое возмущение вертикальной составляющей скорости;  $c$  – фазовая скорость;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $H$  – глубина моря;  $z$  – горизонт.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с методикой расчета формирования волновых возмущений гидрологических характеристик.

#### *Задачи работы*

1. Рассчитать вертикальное распределение волнового возмущения давления, горизонтальной и вертикальной составляющих скорости течений.

2. Выделить особенности рассчитанных характеристик

3. Проанализировать особенности вертикального распределения рассчитанных характеристик в зависимости от фазы волны, длины волны и глубины.

#### *Порядок выполнения работы*

Расчеты вертикального распределения давления и составляющих скорости течения проводятся с использованием уравнений (1)–(4) по прилагаемой программе.

В программе задаются длина волны ( $l$ ), глубина моря ( $H$ ), период ( $T$ ), расстояние от начала осей координат ( $x$ ) и время ( $t$ ). По умолчанию принимается, что длина волны и глубина равны 100 м.

При заданных глубине и длине волны реализуются условия, близкие к «глубокому морю». Обратит внимание на характер вертикального распределения давления и составляющих скорости в зависимости от фазы волны.

Далее надо уменьшить глубину до 10 м. При этом создаются условия, близкие к «мелкому морю». После этого надо повторить расчеты. Важно отметить, что для мелкого моря вертикальное распределение давления и горизонтальной составляющей скорости приближаются к однородному. Вертикальное распределение вертикальной составляющей скорости приближается к линейному.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ особенностей рассчитанных вертикальных распределений давления и составляющих скоростей течений в зависимости от фазы волны, а также от соотношения длины волны и глубины моря

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- длины волн и глубину моря, для которых проводились расчеты;
- основные результаты анализа.

### Работа № 3. Траектория перемещения воды в волновом потоке

При распространении волнового возмущения уровня моря, описываемого уравнением

$$\xi = \xi_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (1)$$

в море формируются волновые возмущения горизонтальной и вертикальной составляющих скоростей течений. Последние описываются уравнениями:

$$u = \frac{g}{c} \frac{e^{k(H-z)} + e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \xi_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (2)$$

$$w = -\frac{g}{c} \frac{e^{k(H-z)} - e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \xi_0 \sin(kx - \sigma t), \quad (3)$$

где  $\xi$  – волновое возмущение уровня моря;  $\xi_0$  – амплитуда волнового возмущения уровня моря;  $k$  – волновое число;  $\sigma$  – угловая частота;  $u$  – волновое возмущение горизонтальной составляющей скорости;  $w$  – волновое возмущение вертикальной составляющей скорости;  $c$  – фазовая скорость;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $H$  – глубина моря;  $z$  – горизонт.

Под влиянием волновых возмущений горизонтальной и вертикальной составляющих скорости течений частицы воды совершают движения по траекториям, описываемым уравнениями:

$$X = x_0 + \int_0^t u dt' = x_0 + \int \left( \frac{g \xi_0}{c} \frac{e^{k(H-z)} + e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \cos(kx_0 - \sigma t) \right) dt', \quad (4)$$

$$Z = z_0 + \int_0^t w dt' = z_0 - \int \left( \frac{g \xi_0}{c} \frac{e^{k(H-z)} - e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \sin(kx_0 - \sigma t) \right) dt'. \quad (5)$$

Если начало осей координат расположить в точке с координатами  $(x_0, z_0)$ , то есть в точке расположения волновой частицы в отсутствии волнового возмущения, то уравнения (4)–(5) преобразуются к виду:

$$X = a \frac{e^{k(H-z)} + e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \sin(\sigma t), \quad (6)$$

$$Z = -a \frac{e^{k(H-z)} - e^{-k(H-z)}}{e^{kH} + e^{-kH}} \cos(\sigma t), \quad (7)$$

где  $a = \frac{g\xi_0}{c\sigma}$ .

Уравнения (6)–(7) описывают координаты частицы воды, совершающей волновые движения при прохождении поверхностной волны, то есть траекторию волнового движения частицы воды.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с методикой расчета траектории волновых движений.

#### *Задачи работы*

1. Рассчитать траекторию волновых движений для различных горизонтов, а также соотношений между глубиной моря и длиной волны.

2. Выделить особенности рассчитанных характеристик.

3. Проанализировать особенности вертикального распределения рассчитанных характеристик в зависимости от длины волны и глубины.

#### *Порядок выполнения работы*

Расчеты вертикального распределения давления и составляющих скорости течения проводятся с использованием уравнений (1)–(4) по прилагаемой программе.

В программе задаются длина волны ( $l$ ), глубина моря ( $H$ ), период ( $T$ ), расстояние от начала осей координат ( $x_0$ ) и время ( $t$ ). С помощью уравнений (6)–(7) строится графический массив, описывающий координаты частицы воды в различные моменты времени. Затем с помощью данного массива строится график траектории волновых движений.

В прилагаемой программе задаются длина волны, глубина моря и горизонт. По умолчанию принимается, что длина волны и глубина равны 100 м. Горизонт задается равным 0 м. При заданных глубине и длине волны реализуются условия, близкие к «глубокому морю».

#### *Задание*

Провести расчеты, начиная с горизонта 0 м и далее для следующих горизонтов с шагом 10 м. При расчетах отметить, что для «глубокого моря» траектория частиц воды в волновом потоке имеет вид окружности, а радиус окружности уменьшается с увеличением глубины горизонта.

Далее надо увеличить длину волны до 1000 м. (При этом создаются условия, близкие к «мелкому морю».) После этого надо повторить расчеты. Следует отметить, что для мелкого моря траектории волновых движений жидкости имеют форму эллипса. С глубиной горизонтальный размер эллипса не меняется, но уменьшается его вертикальный размер.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ особенностей рассчитанных вертикальных распределений траектории движения воды в волновом потоке в зависимости от горизонта, а также от соотношения длины волны и глубины моря.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- длины волн и глубину моря, для которых проводились расчеты;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 4. Волны Свердруп**

В отличие от поверхностных гравитационных волн характеристики волн Свердруп зависят от ускорения Кориолиса. Волновые возмущения продольной и поперечной составляющих скоростей волн Свердруп описываются следующими соотношениями:

$$u = u_0 \cos \left( k \sqrt{1 - \frac{f^2}{\sigma^2}} \cdot x - \sigma t \right),$$

$$v = \frac{u_0 f}{\sigma} \sin \left( k \sqrt{1 - \frac{f^2}{\sigma^2}} \cdot x - \sigma t \right).$$

Возмущение уровня морской поверхности для волн Свердруп описывается соотношением:

$$\xi = \frac{H u_0 k \sqrt{1 - \frac{f^2}{\sigma^2}}}{\sigma} \cos \left( k \sqrt{1 - \frac{f^2}{\sigma^2}} \cdot x - \sigma t \right),$$

где  $u$ ,  $v$  – волновые возмущения продольных составляющих скорости течений вдоль осей  $x$  и  $y$ ;  $\xi$  – волновое возмущение уровня морской поверхности;  $k$  – волновое число;  $\sigma$  – частота;  $u_0$  – амплитуда



волновых возмущений продольной составляющей скорости;  $H$  – глубина моря;  $f$  – параметр Кориолиса.

Также проводится расчет траектории движения жидкости в горизонтальной плоскости.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с методикой расчета характеристик волн Свердрупа, а также с зависимостью характеристик этих волн от частоты волновых колебаний  $\sigma$ .

*Задачи работы*

1. Рассчитать волновые возмущения уровня и составляющих скоростей течений, а также траектории движения жидкости при различных значениях частоты волн.

2. Выделить особенности рассчитанных характеристик

3. Проанализировать особенности изменения рассчитанных характеристик в зависимости от соотношения между частотой и параметром Кориолиса.

*Порядок выполнения работы*

При расчетах задаются частота  $\sigma$  и время. Следует изменять величину частоты в пределах от  $200E-6$  до  $141E-6$ . На рабочем столе выводятся совмещенные графики волновых возмущений уровня, а также продольной  $u$  и поперечной  $v$  составляющих скорости.

При анализе результатов отметить, что происходит при стремлении величины частоты к величине инерционной частоты.

*Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ особенностей рассчитанных волновых возмущений уровня, составляющих скорости течений, а также траектории движения жидкости в горизонтальной плоскости в зависимости от соотношения между частотой и параметром Кориолиса.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- частоты, для которых проводились расчеты;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 5. Инерционные колебания полного потока**

Изменение полного потока в зависимости от времени в период инерционных колебаний описываются уравнениями:

$$M_x = M_0 \cos(ft), \quad (1)$$

$$M_y = -M_0 \sin(ft), \quad (2)$$

$$f = f_0 \sin(\varphi), \quad (3)$$

где  $M_x, M_y$  – составляющие полного потока вдоль осей  $x$  и  $y$ ;  $M_0$  – модуль полного потока;  $f$  – параметр Кориолиса;  $f_0$  – параметр Кориолиса для широты  $90^\circ$ ;  $\varphi$  – широта;  $t$  – время.

Радиус окружности, описываемой частицей воды в процессе инерционных колебаний находится из уравнения:

$$R = \frac{M_0}{Hf}, \quad (4)$$

где  $R$  – радиус окружности инерционных колебаний;  $H$  – глубина моря.

В программе показано поведение полного потока и рассчитывается величина радиуса окружности, описываемой частицей жидкости в период инерционных колебаний полного потока.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями инерционных колебаний, а также с методами их расчета.

*Задачи работы*

1. Рассчитать характеристики траектории инерционных колебаний жидкости в зависимости от широты.
2. Выделить особенности рассчитанных характеристик.
3. Проанализировать особенности изменения рассчитанных характеристик в зависимости от широты.

*Порядок выполнения работы*

При расчетах задается широта в пределах от  $0$  до  $90^\circ$  с интервалом  $30^\circ$ . На рабочем столе выводятся график траектории инерционных колебаний, а также радиус траектории и скорость течений

*Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ изменения характеристик инерционных колебаний в зависимости от широты.
2. В отчете следует:
  - представить используемые уравнения;
  - выделить особенности поведения вектора полного потока и величины радиуса описываемой в период инерционных колебаний траектории в зависимости от широты.

## Работа № 6. Квазигеострофические волны

Квазигеострофические волны формируются при условии  $\sigma < f$ , где  $\sigma$  – частота волновых колебаний,  $f$  – параметр Кориолиса.

### Основные уравнения

Для квазигеострофических волн имеют место соотношения:

$$u = u_0 \cos(\sigma t) \exp\left(-k \cdot \sqrt{\frac{f^2}{\sigma^2} - 1} \cdot x\right), \quad (1)$$

$$v = \frac{u_0 f}{\sigma} \sin(\sigma t) \exp\left(-k \sqrt{\frac{f^2}{\sigma^2} - 1} \cdot x\right), \quad (2)$$

$$\xi = \frac{u_0 H k \sqrt{\frac{f^2}{\sigma^2} - 1}}{\sigma} \sin(\sigma t) \cdot \exp\left(-k \sqrt{\frac{f^2}{\sigma^2} - 1} \cdot x\right), \quad (3)$$

где  $u$  – продольная составляющая волнового возмущения скорости течений;  $u_0$  – амплитуда продольной составляющей волнового возмущения скорости течений;  $v$  – поперечная составляющая волнового возмущения скорости течений на границе области;  $\xi$  – волновое возмущение уровня свободной поверхности;  $H$  – глубина моря;  $k$  – волновое число.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с методикой расчета характеристик квазигеострофических волн, а также с зависимостью характеристик этих волн от частоты волновых колебаний  $\sigma$ .

### Задачи работы

1. Рассчитать волновые возмущения уровня и составляющих скоростей течений, а также траектории движения жидкости при различных значениях частоты волн.
2. Выделить особенности рассчитанных характеристик.
3. Проанализировать особенности изменения рассчитанных характеристик в зависимости от соотношения между частотой и параметром Кориолиса.

### Порядок выполнения работы

При расчетах задается частота  $\sigma$ . Следует изменять величину частоты в пределах от  $2E-4$  до  $10E-4$ . На рабочем столе выводятся совмещенные графики волновых возмущений уровня, а также продольной  $u$  и поперечной  $v$  составляющих скорости.

При анализе результатов отметить поведение рассчитываемых характеристик, а также изменение формы и размеров формирующейся траектории движения жидкости при стремлении величины частоты к величине параметра Кориолиса.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ особенностей рассчитанных волновых возмущений уровня, составляющих скорости течений, а также траектории движения жидкости в горизонтальной плоскости в зависимости от соотношения между частотой и параметром Кориолиса. Важно обратить внимание, что характер временной изменчивости волновых характеристик соответствует стоячим волнам. При этом пространственная изменчивость соответствует экспоненте, а не гармоническим функциям (синусу, косинусу).

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- частоты, для которых проводились расчеты;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 7. Особенности приливного эллипсоида**

Рассматривается формирование под влиянием приливообразующей силы приливного эллипсоида. Воздействие приливообразующей силы на жидкую оболочку Земли формирует возмущение уровня свободной поверхности в виде приливного эллипсоида. Распределение возмущения уровня свободной поверхности жидкой оболочки Земли в зависимости от величины зенитного угла описывается уравнением:

$$\xi = \frac{3}{2g} \frac{\gamma MR^2}{X_0^3} \left( \cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right), \quad (1)$$

где  $\xi$  – возмущение уровня свободной поверхности;  $\theta$  – зенитный угол;  $\gamma$  – гравитационная составляющая;  $M$  – масса планеты (Луны);  $X_0$  – расстояние между центрами Земли и планеты (Луны);  $g$  – ускорение силы тяжести.

С помощью уравнения сферической геометрии в уравнении (1) зенитный угол может быть выражен через широту точки на поверхности Земли, склонение планеты и через часовой угол между меридианами точки на поверхности Земли и полюса планеты. В этом случае данное уравнение приобретает вид:

$$\xi = \frac{3}{2g} \frac{\gamma MR^2}{X_0^3} \left( \frac{(3\sin^2 \varphi - 1)(3\sin^2 \delta - 1)}{6} + \frac{1}{2} \sin(2\varphi) \sin(2\delta) \cos(t) + \frac{1}{2} \cos^2(\varphi) \cos^2(\delta) \cos(2t) \right), \quad (2)$$

где  $\varphi$  – широта точки на поверхности Земли;  $\delta$  – склонение полюса планеты (Луны);  $t$  – часовой угол.

#### *Описание работы*

В работе с помощью уравнения (2) рассчитывается распределение возмущения уровня приливного эллипса вдоль меридиана, пересекающего линию, связывающую центры Земли и планеты. Результаты расчетов представлены на правом левом рисунке в виде меридионального сечения приливного эллипса. Также рассчитывается распределение возмущения уровня приливного эллипса вдоль параллели для заданной широты. Результаты расчетов представлены на верхнем правом рисунке. Кроме этого, рассчитываются содержащиеся в скобках три составляющие как функции от часового угла  $t$  и с учетом заданных широты сечения и склонения полюса планеты. Широта и склонение задаются в верхнем и нижнем окошках в правой части экрана соответственно. Результаты расчетов представлены в левой части в виде функции от часового угла  $t$ .

*Цель работы:* изучение особенностей формирования приливного эллипсоида на различных широтных сечениях в зависимости от склонения планеты (Луны).

#### *Задачи работы*

Провести расчеты приливного эллипсоида при различных склонении планеты и широты сечения. Выделить особенности формы приливного эллипсоида на широтных сечениях при различных склонениях планеты. Также необходимо отметить характер изменения представленных на левом рисунке составляющих. Первая составляющая (постоянная) имеет желтый цвет. Вторая (суточная составляющая) окрашена синим цветом. Третья (полусуточная составляющая) представлена зеленым цветом. Красный график представляет сумму всех составляющих.

#### *Последовательность выполнения работы*

Вначале задать склонение равным нулю и провести расчеты, задав последовательно для широты сечений величины  $0, 30$  и  $60^\circ$ . Далее повторить расчеты для склонений  $30$  и  $60^\circ$ . Для каждой величины склонения повторить расчеты при  $0, 30$  и  $60^\circ$ .

### *Анализ результатов*

Отметить характер изменений приливного эллипса и формы графиков в зависимости от широты при различных величинах склонения.

Объяснить механизм формирования отмеченных особенностей.

## **Работа № 8. Особенности формирования прогрессивных приливных волн в канале (первая задача Эри)**

Рассматривается формирование под влиянием приливообразующей силы приливной волны в канале, расположенном вдоль параллели. Потенциал приливообразующей силы перемещается вдоль канала в направлении с востока на запад с фазовой скоростью, равной

$$c = \frac{2\pi R \cos(\varphi)}{2T_0}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус Земли;  $\varphi$  – широта;  $T_0$  – период вращения Земли.

Перемещение приливного эллипсоида описывается соотношением:

$$\xi^p = \xi_0^p \cos(kx + \sigma t), \quad (2)$$

где  $\xi^p$  – возмущение уровня приливного эллипсоида;  $\xi_0^p$  – амплитуда возмущения приливного эллипсоида;  $k$  – волновое число;  $\sigma$  – частота.

Формирующаяся под влиянием приливообразующей силы приливная волна описывается уравнением:

$$\xi = \frac{\xi_0^p}{\left(1 - \frac{c^2}{gH}\right)} \cos(kx + \sigma t), \quad (3)$$

где  $\xi$  – возмущение уровня у приливной волны;  $\xi_0$  – амплитуда возмущения уровня приливной волны;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $H$  – глубина.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями формирования приливных волн в расположенном вдоль параллели канале под влиянием приливообразующей силы, представленной с помощью приливного эллипсоида, а также с методикой их расчета.

### *Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнения (3) формирование приливной волны при различных значениях глубины и широты расположения канала.

2. Отметить особенности характеристик формирующейся волны в зависимости от соотношения между фазовыми скоростями приливного эллипсоида и длинной волны.

### *Порядок выполнения работы*

При выполнении работы строятся волновые возмущения уровня приливного эллипсоида (зеленый) и формирующейся приливной волны (красный). Следует выполнить расчеты при последовательном задании глубины моря 4000, 8000, 16000 м и широты  $0^\circ$ . Далее повторить расчета при задании глубины 4000 м и при последовательном задании широты 0, 45, 60 и  $80^\circ$ .

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Выделить особенности изменения амплитуды приливной волны в зависимости от глубины и широты расположения канала.

2. Отметить зависимость амплитуды приливной волны от соотношения между фазовыми скоростями приливного эллипсоида и формирующейся приливной волны.

3. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- используемые при расчетах величины используемых характеристик;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 9. Длинные внутренние волны в двухслойном море (бароклинная мода)**

### *Общая характеристика*

Для бароклинной моды в двухслойном море характеристики волновых возмущений гидрологических характеристик определяются волновым возмущением плотностной границы. Волновые возмущения уровня моря, а также продольной составляющей скоростей течений в верхнем и нижнем слоях являются реакцией на волновое возмущение плотностной границы.

### *Основные уравнения*

Волновое возмущение плотностной границы описывается соотношением:

$$\eta = \eta_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (1)$$

где  $\eta$  – волновое возмущение плотностной границы;  $\eta_0$  – амплитуда волнового возмущения плотностной границы;  $\sigma$  – частота колебания;  $k$  – волновое число;  $x$  – координата вдоль оси  $x$ ;  $t$  – время.

Входящие в данное соотношение волновое число и частота связаны соотношением:

$$\sigma = c \cdot k, \quad (2)$$

где  $c$  – фазовая скорость, величина которой определяется уравнением:

$$c = \sqrt{g^* \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}}, \quad (3)$$

где  $h_1, h_2$  – толщины верхнего и нижнего слоев соответственно;  $g^*$  – приведенное ускорение силы тяжести, которое связано с ускорением силы тяжести  $g$  следующим соотношением:

$$g^* = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_0} g, \quad (4)$$

где  $\rho_1, \rho_2, \rho_0$  – плотности воды в верхнем и нижнем слоях и стандартная плотность воды соответственно.

Волновое возмущение уровня моря описывается уравнением:

$$\xi = -\frac{g^*}{g} \frac{h_1 + h_2}{h_2} \eta. \quad (5)$$

Волновое возмущение скорости продольных течений в нижнем слое определяется уравнением:

$$u_2 = \frac{c}{h_2} \eta, \quad (6)$$

где  $u_2$  – волновое возмущение продольной составляющей скорости нижнего слоя моря.

Волновое возмущение продольной составляющей скорости в верхнем слое  $u_1$  связано с  $u_2$ :

$$u_1 = -\frac{h_2}{h_1} u_2. \quad (7)$$

### *Описание работы*

В работе дается графическое представление пространственно-временной изменчивости основных характеристик, описываемых



уравнениями (1)–(7) для верхнего и нижнего слоев двухслойного моря.

В окнах на рабочей панели можно задать приведенное ускорение силы тяжести ( $g^*$ ), которая определяется уравнением (4), относительную толщину нижнего слоя  $\left(\frac{h_2}{h_1 + h_2}\right)$ , а также время.

*Цель работы:* ознакомление с особенностями характеристик бароклинной моды длинных внутренних волн в двухслойном море, а также с методикой их расчета.

#### *Задачи работы*

1. Рассчитать волновые возмущения плотностной границы, уровня моря, а также скоростей течений для бароклинной моды длинных внутренних волн в двухслойном море.

2. Отметить особенности в распределении скоростей течений в верхнем и нижнем слоях, а также соотношение между возмущением уровня моря и плотностной границы.

3. Проанализировать особенности изменения рассчитанных характеристик в зависимости от соотношений между толщинами слоев, а также от разности между плотностью воды в слоях.

#### *Порядок выполнения работы*

Вначале, используя заданные в окнах значения величин, воспроизвести пространственно-временную изменчивость волновых характеристик. Важно обратить внимание на то, что распределение волновых характеристик в верхнем и нижнем слоях противоположны по знаку. Изменяя величину приведенного ускорения силы тяжести, следует отметить, как это сказывается на величине фазовой скорости. Аналогично, изменяя величину относительной толщины нижнего слоя, надо определить характер изменения фазовой скорости, а также амплитуды волновых возмущений уровня свободной поверхности и скоростей течений в верхнем и нижнем слоях.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ соотношения между скоростями в верхнем и нижнем слоях, а также возмущения плотностной границы и уровня свободной поверхности.

2. Отметить зависимость указанных характеристик, а также фазовой скорости волн от соотношения между толщинами слоев и от разности плотности воды.

3. В отчете следует представить:

– используемые уравнения;

- используемые при расчетах соотношения между толщинами слоев и величины разности их плотности;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 10. Короткие внутренние волны в двухслойном море**

Для коротких волновых возмущений плотностной границы может быть использовано соотношение:

$$\eta = \eta_0 \cos(kx - \sigma t), \quad (1)$$

где  $\eta$  – волновое возмущение плотностной границы;  $\eta_0$  – амплитуда волнового возмущения плотностной границы;  $\sigma$  – частота колебания;  $k$  – волновое число;  $x$  – координата вдоль оси  $x$ ;  $t$  – время.

Входящие в данное соотношение волновое число и частота связаны соотношением:

$$\sigma = c \cdot k, \quad (2)$$

где  $c$  – фазовая скорость, величина которой определяется уравнением:

$$c = \sqrt{\frac{g^*}{k}}, \quad (3)$$

где  $g^*$  – приведенное ускорение силы тяжести, которое связано с ускорением силы тяжести  $g$  следующим соотношением:

$$g^* = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_0} g, \quad (4)$$

где  $\rho_1, \rho_2, \rho_0$  – плотности воды в верхнем и нижнем слоях и стандартная плотность воды соответственно.

Волновое возмущение давления, обусловленное распространением волнового возмущения плотностной границы (1), для верхнего ( $p_1$ ) и нижнего ( $p_2$ ) слоев описывается уравнениями:

– для верхнего слоя ( $z < 0$ ):

$$p_1 = -g^* \Delta \rho \frac{1}{2} \eta_0 \cos(kx - \sigma t) \exp(kz); \quad (5)$$

– для нижнего слоя ( $z > 0$ ):

$$p_2 = g^* \Delta \rho \frac{1}{2} \eta_0 \cos(kx - \sigma t) \exp(-kz), \quad (6)$$

где  $z$  – расстояние вниз от положения невозмущенной плотностной границы.

Волновое возмущение горизонтальной составляющей скорости течений определяется уравнениями:

– для верхнего слоя ( $z < 0$ ):

$$u_1 = -g^* \frac{\Delta\rho}{2\rho_0} \frac{k}{\sigma} \eta_0 \cos(kx - \sigma t) \exp(kz), \quad (6)$$

– для нижнего слоя ( $z > 0$ ):

$$u_1 = g^* \frac{\Delta\rho}{2\rho_0} \frac{k}{\sigma} \eta_0 \cos(kx - \sigma t) \exp(-kz),$$

где  $u_1, u_2$  – волновое возмущение продольной составляющей скорости для верхнего и нижнего слоев моря.

Волновые возмущения вертикальной составляющей скорости в верхнем и в нижнем слоях описываются соотношениями:

– для нижнего слоя ( $z > 0$ ):

$$w_1 = -g^* \frac{\Delta\rho}{2\rho_0} \frac{k}{\sigma} \eta_0 \sin(kx - \sigma t) \exp(kz); \quad (7)$$

– для нижнего слоя ( $z > 0$ ):

$$w_1 = -g^* \frac{\Delta\rho}{2\rho_0} \frac{k}{\sigma} \eta_0 \sin(kx - \sigma t) \exp(-kz), \quad (8)$$

где  $w_1, w_2$  – волновое возмущение вертикальной составляющей скорости верхнего и нижнего слоев моря.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями характеристик бароклинной моды коротких внутренних волн в двухслойном море, а также с методикой их расчета.

*Задачи работы*

1. Рассчитать волновые возмущения скоростей течений для коротких внутренних волн в двухслойном море.

2. Отметить особенности в распределении скоростей течений в верхнем и нижнем слоях.

3. Проанализировать особенности изменения рассчитанных характеристик в зависимости от соотношениями между плотностью воды в слоях.

*Порядок выполнения работы*

С помощью уравнений (1)–(7) строятся вертикальные распределения давления, а также горизонтальной и вертикальной составляющих

скоростей течений в окрестности плотностной границы, формирующиеся при распространении коротких внутренних волн. Красный график характеризует давление, зеленый и синий – продольную и вертикальную составляющие скорости соответственно. Важно обратить внимание на характер вертикального распределения волновых характеристик в зависимости от фазы волны. В окнах на рабочей панели можно задать приведенное ускорение силы тяжести ( $g^*$ ), которая определяется уравнением (4). Изменяя величину приведенного ускорения силы тяжести, можно отметить, как это сказывается на величинах волновых характеристик, а также на фазовой скорости.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ соотношения между скоростями в верхнем и нижнем слоях.
2. Отметить зависимость отмеченных характеристик, а также фазовой скорости волн от разности плотности воды.
3. В отчете следует представить:
  - используемые уравнения;
  - используемые при расчетах величины разности плотности;
  - основные результаты анализа.

## **Работа № 11. Приспособление полного потока к постоянно действующей силе**

Приспособление полного потока к постоянно действующей силе описывается уравнением:

$$M = -i \frac{F}{f - ir} + i \frac{F}{f - ir} \exp(-rt) \exp(-ift), \quad (1)$$

где  $M = M_x + iM_y$ ;  $F = F_x + F_y$ ;  $M$  – полный поток;  $M_x$ ,  $M_y$  – компоненты полного потока по осям  $x$ ,  $y$ ;  $F$  – постоянно действующая сила;  $F_x$ ,  $F_y$  – компоненты действующей силы по осям  $x$ ,  $y$ ;  $f$  – параметр Кориолиса;  $r$  – коэффициент придонного трения;  $t$  – время.

Первое слагаемое в правой части уравнения описывает постоянную составляющую полного потока, направленную вправо от действующей силы. Второе – переменную составляющую, совершающую инерционные колебания. Если принять для упрощения, что действующая сила направлена вдоль оси  $x$ , то компоненты постоянной ( $M_1$ ), переменной ( $M_2$ ) составляющих и результирующего полного потока будут описываться соотношениями:

$$M_x^1 = 0, \quad (2)$$

$$M_y^1 = -\frac{F_x}{f}, \quad (3)$$

$$M_x^2 = \frac{F_x}{f} \exp(-rt) \cos(ft), \quad (4)$$

$$M_y^2 = \frac{F_x}{f} \exp(-rt) \sin(ft), \quad (5)$$

$$M_x = M_x^1 + M_x^2, \quad (6)$$

$$M_y = M_y^1 + M_y^2. \quad (7)$$

В программе описывается поведение постоянной, переменной составляющих и результирующего полного потока. Следует обратить внимание на то, что учет придонного трения приводит к постепенному убыванию амплитуды переменного вектора, совершающего инерционные колебания. В итоге результирующий вектор с течением времени приближается к постоянной составляющей. Второй особенностью, возникающей с включением влияния придонного трения, является отклонение постоянного вектора в направлении действующей силы.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями процесса приспособления полного потока к постоянной внешней силе.

*Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнений (2)–(7) составляющие и результирующий полные потоки, формирующиеся под влиянием постоянной внешней силы

2. Отметить особенности поведения составляющих и результирующей полных потоков в процессе приспособления к постоянной внешней силе.

*Порядок выполнения работы*

С помощью уравнений (2)–(7) рассчитываются характеристики составляющих и результирующего полных потоков для различных моментов времени в пределах периода, приспособления к постоянной внешней силе. Далее строится их векторное представление. Выполняется анализ особенностей поведения построенных векторов.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ особенностей поведения вектора результирующего полного потока, учитывая особенности поведения векторов составляющих полных потоков.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин и величины внешней силы;
- основные результаты расчетов для различных моментов времени;
- результаты анализа.

## **Работа № 12. Приспособление полного потока к вращающейся с постоянной скоростью внешней силе**

Составляющие полного потока, формирующегося под влиянием вращающейся с постоянной угловой скоростью  $w_0$  внешней силой, описываются соотношениями:

$$M_x = \frac{F_0}{w_0 + f} \sin(w_0 t), \quad (1)$$

$$M_y = -\frac{F_0}{w_0 + f} \cos(w_0 t), \quad (2)$$

где  $M_x, M_y$  – составляющие полного потока,  $F_0$  – модуль внешней силы,  $f$  – параметр Кориолиса,  $t$  – время.

Вращение внешней силы описывается соотношениями:

$$F_x = F_0 \cos(w_0 t),$$

$$F_y = F_0 \sin(w_0 t).$$

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями процесса приспособления полного потока к вращающейся внешней силе.

### *Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнений (1)–(2) полные потоки, формирующиеся под влиянием вращающейся внешней силы

2. Отметить особенности поведения полных потоков, формирующиеся в процессе приспособления к вращающейся внешней силе.

*Порядок выполнения работы*

С помощью уравнений (1)–(2) рассчитываются характеристики полных потоков, формирующихся под влиянием вращающейся внешней силы для случаев положительной и отрицательной  $\omega_0$ . При положительной угловой скорости расчеты проводятся для ряда последовательно возрастающих величин угловой скорости, чтобы отметить влияние угловой скорости на характеристики формирующегося полного потока. При отрицательной  $\omega_0$  рассмотреть случаи, когда модуль угловой скорости меньше и больше величины параметра Кориолиса  $f$ . Произвести расчеты поведения вектора полного потока, формирующегося под влиянием вращающейся с постоянной скоростью внешней силы, используя следующие значения величины угловой скорости 0,  $2e-5$ ,  $10e-5$ ,  $50e-5$ ,  $-2e-5$ ,  $-8e-5$ ,  $-12e-5$ ,  $-50e-5$ . Отметить взаимное расположение векторов полного потока и внешней силы. Выделить закономерности изменения модуля вектора полного потока в зависимости от величины угловой скорости вращения внешней силы (при ее вращении по часовой и против часовой стрелки).

*Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей поведения вектора полного потока, в зависимости от знака и величины угловой скорости.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин и величины внешней силы;
- основные результаты расчетов;
- результаты анализа.

## **Работа № 13. Инерционное приспособление**

Поведение возмущения уровня и течений на этапе инерционного периода приспособления описывается уравнениями:

$$\xi(x, t) = F(x - ct) + F(x + ct), \quad (1)$$

$$u(x, t) = F_1(x - ct) + F_1(x + ct), \quad (2)$$

где  $\xi(x, t)$  – возмущение уровня моря;  $u(x, t)$  – продольная составляющая скорости течения;

$$F(x) = \frac{1}{2} \xi(x, t) \Big|_{t=0}, \quad (3)$$

$$F_1(x - ct) = \sqrt{g/H} F(x - ct), \quad (4)$$

$$F_1(x + ct) = -\sqrt{g/H} F(x + ct). \quad (5)$$

Как видно из представленных уравнений, эволюция возмущения уровня определяется в результате сложения двух составляющих, описываемых функциями  $F(x - ct)$  и  $F(x + ct)$ . Из них первая перемещается вдоль оси координат с фазовой скоростью  $c$ , а вторая – в противоположном направлении. Эволюция продольной составляющей скорости формируется также двумя составляющими  $F_1(x - ct)$  и  $F_1(x + ct)$ . Последние связаны с  $F(x - ct)$  и  $F(x + ct)$  соотношениями (4)–(5).

В данной работе рассматривается начальное возмущение в виде ступеньки, которое описывается соотношением:

$$F(x) = \xi_0 \operatorname{sign}(x) = \begin{cases} \xi_0, & \text{если } x > 0 \\ -\xi_0, & \text{если } x < 0 \end{cases}.$$

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями процесса инерционного приспособления.

*Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнений (1)–(5) распределения составляющих и результирующих возмущений уровня и скоростей течений на различные моменты процесса инерционного приспособления.

2. По результатам расчетов отметить особенности поведения возмущения уровня и скорости течений, формирующихся в процессе инерционного приспособления.

*Порядок выполнения работы*

С помощью уравнений (1)–(5) рассчитываются распределения составляющих и результирующего возмущений уровня и скорости течений, формирующихся в период инерционного приспособления.

*Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов выделить особенности поведения результирующих графиков возмущения уровня и скорости как следствие поведения графиков составляющих. Обратить внимание, что



графики составляющих возмущения уровня в начальный момент времени совпадают, а графики составляющих скорости течений противоположны друг другу.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов для различных моментов времени;
- результаты анализа.

## Работа № 14. Геострофическое приспособление

Рассматривается геострофическое приспособление возмущения морской поверхности моря в виде ступеньки. В результате геострофического приспособления начальное возмущение морской поверхности в виде ступеньки приобретает форму, описываемую уравнениями:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \left( 1 - \exp\left(-\frac{x}{Ro}\right) \right), \quad x > 0, \quad (1)$$

$$\xi(x, t) = \xi_0 \left( -1 + \exp\left(\frac{x}{Ro}\right) \right), \quad x < 0. \quad (2)$$

Сформировавшееся при этом распределение поперечной составляющей скорости описывается уравнениями:

$$v(x, t) = \frac{\xi_0 g}{fRo} \exp\left(-\frac{x}{Ro}\right), \quad (3)$$

$$v(x, t) = \frac{\xi_0 g}{fRo} \exp\left(\frac{x}{Ro}\right), \quad (4)$$

где  $\xi(x, t)$  – возмущение уровня моря;  $v(x, t)$  – поперечная составляющая скорости течения;  $Ro = \frac{\sqrt{gh}}{f}$ ;  $g$  – ускорение свободного падения;

$h$  – глубина моря;  $f$  – параметр Кориолиса.

Как видно из представленных уравнений, распределение возмущения морской поверхности после геострофического приспособления определяется радиусом деформации Россби  $Ro$ , который в свою очередь зависит от глубины моря  $h$ .

### *Описание программы*

В программе рассчитываются графики распределения возмущения морской поверхности и течений, сформировавшиеся в результате геострофического приспособления возмущения уровня морской поверхности в виде ступеньки. Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – возмущение уровня, зеленый – скорость установившегося течения). В отдельном окне выводится значение числа Россби.

### *Задание*

При работе с программой выделить особенности распределения геострофических распределений уровня и скорости течений, сформировавшиеся при начальном распределении уровня моря в виде ступеньки. Провести расчеты для различных значений глубины моря. Сделать вывод о характере зависимости геострофических распределений рассчитываемых характеристик от глубины моря.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями процесса геострофического приспособления.

### *Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнений (1)–(4) распределения возмущений уровня и скоростей течений, сформировавшиеся в результате геострофического приспособления при начальном распределении уровня в виде ступеньки.

2. По результатам расчетов отметить особенности поведения возмущения уровня и скорости течений, формирующихся в процессе инерционного приспособления.

### *Порядок выполнения работы*

С помощью уравнений (1)–(4) рассчитываются распределения возмущений уровня и скорости течений, формирующихся в результате геострофического приспособления. Расчеты повторить для глубин моря 100 и 400 м.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей графиков возмущения уровня и скорости течений, сформировавшихся в результате геострофического приспособления. Отметить влияние глубины на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов для различных моментов времени;
- результаты анализа.

## Работа № 15. Вязкое приспособление

Рассматривается вязкое приспособление возмущения морской поверхности моря. В качестве начального условия задается косинусоидальное распределение уровня. В результате вязкого приспособления происходит уменьшение амплитуды начального возмущения морской поверхности, которая меняется в соответствии с уравнением:

$$\xi_0(t) = (\xi_0|_{t=0}) \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right), \quad (1)$$

где  $T_0 = \left(\frac{f}{2\alpha H} \cdot \frac{1}{Ro^2 K^2 + 1}\right)^{-1}$ , где  $T_0$  – период вязкого приспособления,

$f$  – параметр Кориолиса,  $H$  – глубина,  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2k_z}}$ ,  $k_z$  – коэффициент вязкой турбулентной вязкости в придонном слое моря,  $Ro$  – число Россби,  $K$  – волновое число.

В результате вязкого приспособления возмущение уровня моря меняется в соответствии с соотношением:

$$\xi(x, t) = \xi_0(t) \cos(Kx). \quad (2)$$

### *Описание программы*

В программе рассчитывается график продольного распределения возмущения морской поверхности с меняющейся в течение времени амплитудой, а также график изменения амплитуды возмущения в течение времени. В отдельных окнах выводятся значения числа Россби и периода вязкого приспособления.

### *Задание*

Исследовать зависимость вязкого приспособления от глубины моря и длины волны возмущения уровня морской поверхности. Для этого провести расчеты при различных глубинах и длинах волн.

Сделать вывод о характере зависимости периода вязкого приспособления  $T_0$  от величины изменяемых характеристик.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями процесса вязкого приспособления.

### *Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнений (1)–(2) распределения возмущений уровня и скоростей течений, сформировавшиеся в результате вязкого приспособления.

2. По результатам расчетов отметить особенности поведения возмущения уровня и скорости течений, формирующихся в процессе вязкого приспособления.

*Порядок выполнения работы*

С помощью уравнений (1)–(2) рассчитываются распределения возмущений уровня и скорости течений, формирующихся в результате геострофического приспособления. Расчеты повторить для глубин моря 100 и 400 м.

*Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей поведения возмущения уровня и скорости течений, в период вязкого приспособления. Отметить влияние глубины на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов для различных моментов времени;
- результаты анализа.

## **Работа № 16. Особенности формирования завихренности при изменении глубины моря в направлении движения потока**

При движении потока над неоднородным рельефом дна в области изменения глубины моря происходит формирование вертикальной составляющей завихренности, которое в случае движения воды вдоль оси  $x$  описывается уравнением:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = u \frac{\partial \Omega}{\partial x} - u \frac{f}{H_0} \frac{\partial H}{\partial x} - r \Omega, \quad (1)$$

где  $\Omega$  – вертикальная составляющая завихренности;  $u$  – средняя скорость течения вдоль оси  $x$ ;  $H_0$  – средняя глубина моря;  $f$  – параметр Кориолиса;  $t$  – время.

В лабораторной работе рассматривается формирование завихренности при движении потока над котловиной. Используется уравнение (1), которое решается численно. Уравнение (1) в конечно-разностном форме принимает вид:

$$\Omega_i^{n+1} = \Omega_i^n - \left( \frac{u + |u|}{2} \right) \left( \frac{\Omega_i^n - \Omega_{i-1}^n}{\Delta x} \right) \Delta t - \\ - \left( \frac{u - |u|}{2} \right) \left( \frac{\Omega_{i+1}^n - \Omega_i^n}{\Delta x} \right) \Delta t - u \frac{f}{H_0} \left( \frac{H_i - H_{i-1}}{\Delta x} \right) \Delta t - r \Omega_i^n,$$

где  $\Omega_i^n, \Omega_i^{n+1}$  завихренность в  $i$ -ой расчетной точке на  $n$ -ый и  $n + 1$ -ом временных шагах;  $H_0$  – глубина моря;  $f$  – параметр Кориолиса;  $\Delta t$  – шаг по времени;  $\Delta x$  – шаг по пространству;  $H_i$  – глубина в  $i$ -ой расчетной точке;  $r$  – коэффициент придонного трения.

В центре расчетной сетки задается область с глубиной, превышающей среднюю глубину на 10 м. На начальный момент принимается отсутствие завихренности. Средняя скорость потока меняется в соответствии с соотношением:

$$u = u_0 \cos(wt),$$

где  $w$  – угловая частота, равная  $w = \frac{2\pi}{T}$ ;  $T$  – период изменения направления потока.

#### *Описание программы*

В программе рассчитывается распределение завихренности, сформировавшейся при движении потока над котловиной. Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – завихренность, зеленый – рельеф дна).

#### *Задание*

При работе с программой выделить особенности формирования распределения завихренности при заданных величинах параметров.

– Задать коэффициент придонного трения равным  $1e-5$  с-1. Повторить расчеты и определить, к каким изменениям в распределении завихренности приводит увеличение коэффициента придонного трения.

– Задать период изменения направления потока равным 1000 с. Повторить расчеты и установить особенности формирования завихренности при периодическом изменении направления потока.

## Работа № 17. Особенности формирования волн Россби

В отличие от поверхностных гравитационных волн характеристики волны Россби происходят в результате взаимодействия формирующейся за счет  $\beta$ -эффекта завихренности и меридиональных течений. Если представить распределение меридиональной скорости течений в виде:

$$v = v_0 \cos(kx), \quad (1)$$

то формирование относительной завихренности под влиянием  $\beta$ -эффекта будет описываться уравнением:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\beta v_0 \cos(kx). \quad (2)$$

Тогда на начальном этапе завихренность будет формироваться в соответствие с соотношением:

$$\Omega = -\beta v_0 \cos(kx)t. \quad (3)$$

Формирующаяся завихренность вызывает создание новых меридиональных скоростей течения, которые, складываясь с исходными скоростями, приводят к их смещению вправо. Чтобы продемонстрировать это, сложим исходную скорость течений, описываемую уравнением (1), со скоростями течений, связанными с формирующейся завихренностью. Последние можно найти, проинтегрировав по  $x$  уравнение (3), которое предварительно может быть переписано в следующем виде:

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial x} = -\beta v_0 \cos(kx)t = -\beta v_0 e^{-ikx}t. \quad (4)$$

В уравнении (4) для удобства косинус заменен на мнимую экспоненту. После интегрирования уравнения (4) по  $x$  получим выражение для приращения меридиональных скоростей течений, возникающих за счет формирующейся завихренности:

$$v' = -v_0 \frac{\beta}{ik} e^{ikx}t. \quad (5)$$

Сложим полученную составляющую с выражением для исходной скорости меридиональных течений, описанных уравнением (1), также выразив косинус через мнимую экспоненту:

$$v_R = v_0 e^{ikx} + v_0 \left( -\frac{\beta}{ik} t \right) e^{ikx} = \left( 1 - \frac{\beta}{ik} t \right) v_0 e^{ikx} = \left( 1 + \frac{\beta}{ik} t \right) v_0 e^{ikx}. \quad (6)$$

Выражение, стоящее в скобках, при малом  $t$ , при котором второе слагаемое остается много меньше единицы, может быть представлено в виде экспоненты, тогда (6) можно переписать в виде:

$$v_R = v_0 e^{i\frac{\beta}{k}t} e^{ikx} = v_0 \exp\left( ikx + i\frac{\beta}{k}t \right) = v_0 \cos\left( kx + \frac{\beta}{k}t \right).$$

В итоге результирующие волновые возмущения меридиональной составляющей скорости течений в волнах Россби описываются следующими соотношениями:

$$v = v_0 \cos\left( kx + \frac{\beta}{k}t \right).$$

Возмущение уровня морской поверхности для волн Россби находится из условия геострофического равновесия между баротропной составляющей градиента давления и ускорением Кориолиса:

$$-g \frac{\partial \xi}{\partial x} = -f v_0 \cos\left( kx + \frac{\beta}{k}t \right).$$

Откуда получаем:

$$\xi \left( \frac{f}{g} \right) = v_0 \frac{1}{k} \sin\left( kx + \frac{\beta}{k}t \right),$$

где  $v$  – волновые возмущения меридиональных составляющих скорости течений вдоль оси  $y$ ;  $\xi$  – волновое возмущение уровня морской поверхности;  $k$  – волновое число;  $v_0$  – амплитуда волновых возмущений продольной составляющей скорости;  $H$  – глубина моря;  $f$  – параметр Кориолиса;  $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ .

*Цель работы:* ознакомление учащихся с методикой расчета характеристик волн Россби, а также с механизмом их формирования.

*Задачи работы*

1. Рассчитать волновые возмущения меридиональных составляющих скоростей течений, связанных с формированием завихренности.

2. Отметить, что перемещение исходной волны обусловлено ее сложением со вторичной волной, возникающей под влиянием формирующейся завихренности.

3. Проанализировать особенности изменения рассчитанных характеристик в зависимости от длины исходной волны.

*Порядок выполнения работы*

При расчетах задается длина исходной волны. По результатам расчетов строятся совмещенные графики исходной, вторичной и результирующей волн. При сложении вторичной с исходной волны можно отметить, что это приводит к перемещению исходной волны влево. Повторив расчеты для разных величин длины волны для исходных волн (100–500 км) найти зависимость фазовой скорости волн Россби от их длины.

*Анализ результатов и составление отчета*

1. Провести анализ взаимодействия исходной и вторичной волн, что приводит к формированию смещения исходной волны.

2. Отметить зависимость фазовой скорости волн Россби от их длины.

3. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- длины волн, для которых проводились расчеты;
- основные результаты анализа.

## **Работа № 18. Стоковая стационарная интегральная циркуляция при учете $\beta$ -эффекта**

Рассматривается распределение стоковой интегральной стационарной циркуляции по ширине прямоугольной области с постоянной глубиной. Учитывается  $\beta$ -эффект. В этом случае соответствующее уравнение функции полных потоков принимает вид:

$$\frac{f}{\alpha H} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – функция полных потоков;  $H$  – глубина моря;  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2k}}$ ;  $f$  – параметр Кориолиса;  $k$  – коэффициент придонной турбулентной вязкости;  $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ .

Уравнение (1) решается численно с помощью итерационного метода. На левой границе задается нулевое значение функции полных потоков. Для правой границы используется условие:



$$\varphi = M_{y_0} \cdot x_0,$$

где  $M_{y_0}$  – величина полного потока на жидких границах,  $x_0$  – ширина расчетной области.

Уравнение (1) в конечно-разностной форме имеет вид:

$$\frac{f}{\alpha H (\Delta x)^2} (\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) + \frac{\beta}{\Delta x} (\varphi_i - \varphi_{i-1}) = 0. \quad (2)$$

Расчетная формула, используемая при итерациях, получается из уравнения (2):

$$\varphi_H^{B+1} = \left[ \left( \frac{f}{\alpha H (\Delta x)^2} + \frac{\beta}{\Delta x} \right) \varphi_{i+1}^n + \left( \frac{f}{\alpha H (\Delta x)^2} \right) \varphi_{i-1}^n \right] \cdot \left( \frac{2f}{\alpha H (\Delta x)^2} + \frac{\beta}{\Delta x} \right)^{-1}. \quad (3)$$

### *Описание программы*

В программе рассчитываются графики распределения функции полных потоков по ширине области и составляющей полного потока вдоль оси  $x$ . Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – функция полных потоков, зеленый –  $y$ -ая составляющая полного потока).

### *Задание*

Провести расчеты распределения функции полных потоков и  $y$ -ой составляющей полного потока при заданных размере области и глубине моря. Расчеты необходимо продолжать до установления результатов. Выделить особенности распределения функции полных потоков и составляющей полного потока.

Провести расчеты при различных значениях глубины моря и размера области. Сделать вывод о характере зависимости распределений рассчитываемых характеристик от глубины моря и размера расчетной области.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями структуры стационарной стоковой циркуляции.

### *Задачи работы*

1. Рассчитать с помощью уравнения (3) распределения функции полных потоков и  $y$ -ой составляющей полных потоков.

2. По результатам расчетов отметить особенности распределения рассчитанных функции полных потоков и полных потоков.

*Порядок выполнения работы*

Провести расчеты распределения функции полных потоков и  $y$ -ой составляющей полного потока при заданных размере области и глубине моря. Расчеты повторить при различных значениях глубины, коэффициента придонного трения.

*Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей распределения функции полных потоков. Отметить влияние глубины и величины коэффициента придонного трения на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
- результаты анализа расчетов.

## **Работа № 19. Стационарная ветровая интегральная циркуляция при учете ротора касательного напряжения трения**

Рассматривается распределение ветровой стационарной интегральной циркуляции по ширине прямоугольной области с постоянной глубиной. Учитывается ротор касательного напряжения ветра. В этом случае соответствующее уравнение функции полных потоков принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где  $\varphi$  – функция полных потоков;  $r$  – коэффициент придонного трения;  $\rho_0$  – стандартная плотность морской воды;  $\tau_x, \tau_y$  – составляющие касательного напряжения трения;  $x$  – координата.

Уравнение (1) решается численно с помощью итерационного метода. На левой и правой границах задается нулевое значение функции полных потоков.

Уравнение (1) в конечно-разностной форме имеет вид:

$$(\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) = \frac{1}{r\rho_0} \left( \frac{\partial\tau_y}{\partial x} - \frac{\partial\tau_x}{\partial y} \right) dx^2. \quad (2)$$

Расчетная формула, используемая при итерациях, получается из уравнения (2):

$$\varphi_H^{n+1} = \frac{1}{2} [\varphi_{i+1}^n + \varphi_{i-1}^n] + \frac{1}{2r\rho_0} \left( \frac{\partial\tau_y}{\partial x} - \frac{\partial\tau_x}{\partial y} \right)^2 dx^2. \quad (3)$$

### *Описание программы*

В программе рассчитываются распределения функции полных потоков по ширине области и составляющей полного потока вдоль оси  $x$ . Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – функция полных потоков, зеленый –  $y$ -ая составляющая полного потока).

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями структуры стационарной ветровой циркуляции, формирующейся под влиянием ротора касательного напряжения трения ветра.

### *Задачи работы*

1. Провести расчеты распределения функции полных потоков, а также  $y$ -ой составляющей полного потока при заданных размере области и глубине моря.

2. Провести расчеты при различных значениях глубины моря, величине ротора касательного напряжения трения ветра и размерах области.

3. Выделить особенности распределения функции полных потоков и составляющей полного потока.

### *Порядок выполнения работы*

С помощью уравнения (3) провести расчеты распределения функции полных потоков. По рассчитанной функции полных потоков выполнить расчеты распределения  $y$ -ой составляющей полного потока. Расчеты проводить при заданных размере области и глубине моря. Расчеты необходимо продолжать до установления результатов. Расчеты повторить при различных значениях глубины, коэффициента турбулентной вязкости.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей распределения функции полных потоков. Отметить влияние глубины и величины коэффициента придонного трения на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:
- используемые уравнения;
  - значение входящих в уравнения величин;
  - основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
  - результаты анализа расчетов.

## **Работа № 20. Стационарная ветровая интегральная циркуляция при учете совместного влияния ветра и рельефа дна**

Рассматривается распределение ветровой стационарной интегральной циркуляции по ширине прямоугольной области с переменной глубиной. Учитывается ротор касательного напряжения трения и совместное влияние ветра и рельефа дна. В этом случае соответствующее уравнение функции полных потоков принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\tau_{0y}}{r} \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – функция полных потоков;  $\tau_{0y}$  –  $y$ -ая составляющая касательного напряжения трения ветра;  $H$  – глубина моря;  $r$  – коэффициент придонного трения;  $\rho_0$  – плотность и стандартная плотность морской воды;  $x$  – координата.

Принимаем, что касательное напряжение трения однородно распределено по ширине области в соответствии с соотношением:

$$\tau_{0y} = \tau_0.$$

Также будем считать, что глубина дна области изменяется вдоль  $x$  в соответствии с соотношением:

$$H = H_0 + a \left( x - \frac{H}{2} \right).$$

Изменением глубины дна по  $y$  будем пренебрегать.

Уравнение (1) решается численно с помощью итерационного метода. На левой и правой границах задается нулевое значение функции полных потоков.

Уравнение (1) в конечно-разностной форме имеет вид:

$$(\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) = dx^2 + \frac{\tau_{0y}}{r} a (\Delta x)^2. \quad (2)$$

Расчетная формула, используемая при итерациях, получается из уравнения (2):

$$\varphi_{H}^{B+1} = \frac{1}{2} [\varphi_{i+1}^n + \varphi_{i-1}^n] + \frac{\tau_{0y}}{r} a (\Delta x)^2, \quad (3)$$

где  $\varphi_i$  – функция полных потоков в  $i$ -м узле;  $\Delta x$  – расстояние между узлами.

#### *Описание программы*

В программе рассчитываются графики распределения функции полных потоков и составляющей полного потока вдоль оси  $x$ . Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – функция полных потоков, зеленый –  $y$ -ая составляющая полного потока).

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями структуры стационарной ветровой циркуляции, формирующейся при совместном влиянии касательного напряжения трения ветра и рельефа дна.

#### *Задачи работы*

1. Провести расчеты с помощью уравнения (3) распределения функции полных потоков, формирующегося в результате совместного влияния касательного напряжения трения и рельефа дна, а также  $y$ -ой составляющей полного потока при заданных величинах касательного напряжения трения ветра, наклона дна, размере области и глубине моря.

2. Повторить расчеты при различных значениях глубины моря, величине касательного напряжения трения ветра и наклоне дна.

3. Выделить особенности распределения функции полных потоков и составляющей полного потока.

#### *Порядок выполнения работы*

При помощи уравнения (3) провести расчеты распределения функции полных потоков. По рассчитанной функции полных потоков выполнить расчеты распределения и  $y$ -ой составляющей полного потока. Расчеты проводить при заданных размере области и глубине моря. Расчеты необходимо продолжать до установления результатов. Расчеты повторить при различных значениях глубины, коэффициента придонного трения.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей распределения функции полных потоков отметить характер и механизм совместного влияния ветра и наклона дна на интегральную циркуляцию. Оценить влияние глубины и величины коэффициента придонного трения на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:
- используемые уравнения;
  - значение входящих в уравнения величин;
  - основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
  - результаты анализа расчетов.

## Работа № 21. Бароклинная стационарная интегральная циркуляция при учете бароклинного трения

Рассматривается распределение бароклинной стационарной интегральной циркуляции по ширине прямоугольной области с постоянной глубиной. Учитывается бароклинное трение. В этом случае соответствующее уравнение функции полных потоков принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{Hg}{\rho_0 f} \int_0^H \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} dz, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – функция полных потоков;  $H$  – глубина моря;  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2k}}$ ;  $f$  – параметр Кориолиса;  $k$  – коэффициент придонной турбулентной вязкости;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\rho$ ,  $\rho_0$  – плотность и стандартная плотность морской воды;  $x$  – координата.

Принимаем, что плотность воды определяется соленостью, распределение которой в рассматриваемой области соответствует выражению:

$$s = s_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$

Также принимается, что плотность воды связана с соленостью соотношением:

$$\rho = \rho_0 + \alpha_s s.$$

Уравнение (1) решается численно с помощью итерационного метода. На левой и правой границах задается нулевое значение функции полных потоков.

Уравнение (1) в конечно-разностной форме имеет вид:

$$(\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) = \frac{\alpha g H}{\rho_0 f} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right). \quad (2)$$

Расчетная формула, используемая при итерациях, получается из уравнения (2):

$$\varphi_H^{B+1} = \frac{1}{2} [\varphi_{i+1}^n + \varphi_{i-1}^n] + \frac{gH}{\rho_0 f} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sin \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right). \quad (3)$$

### *Описание программы*

В программе рассчитываются графики распределения функции полных потоков по ширине области и составляющей полного потока вдоль оси  $x$ . Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – функция полных потоков, зеленый –  $u$ -ая составляющая полного потока, синий – соленость).

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями структуры стационарной бароклинной циркуляции, формирующейся под влиянием бароклинного трения.

### *Задачи работы*

1. Провести расчеты с помощью уравнения (3) распределения функции полных потоков, формирующегося под влиянием бароклинного трения, а также  $u$ -ой составляющей полного потока при заданном распределении солености, размере области и глубине моря.
2. Повторить расчеты при различных значениях глубины моря, величине коэффициента придонного трения.
3. Выделить особенности распределения функции полных потоков и  $u$ -ой составляющей полного потока.

### *Порядок выполнения работы*

С помощью уравнения (3) провести расчеты распределения функции полных потоков. По рассчитанной функции полных потоков выполнить расчеты распределения и  $u$ -ой составляющей полного потока. Расчеты проводить при заданных размере области и глубине моря. Расчеты необходимо продолжать до установления результатов. Расчеты повторить при различных значениях глубины, коэффициента придонного трения.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей распределения функции полных потоков отметить характер и механизм влияния бароклинного трения на интегральную циркуляцию.

Оценить влияние глубины и величины коэффициента придонного трения на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
- результаты анализа расчетов.

## **Работа № 22. Бароклинная стационарная интегральная циркуляция при учете совместного влияния бароклинности и рельефа дна**

Рассматривается распределение бароклинной стационарной интегральной циркуляции по ширине прямоугольной области с постоянной глубиной. Учитывается совместное влияние бароклинности и рельефа дна (СЭБИР). В этом случае соответствующее уравнение функции полных потоков принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{2\alpha}{\rho_0 f} \int_0^H Z \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial y} dz, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – функция полных потоков;  $H$  – глубина моря;  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2k}}$ ;  $f$  – параметр Кориолиса;  $k$  – коэффициент придонной турбулентной вязкости;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\rho$ ,  $\rho_0$  – плотность и стандартная плотность морской воды;  $x$  – координата.

Принимаем, что плотность воды определяется соленостью, распределение которой в рассматриваемой области соответствует выражению:

$$s = s_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$

Также будем считать, что плотность воды связана с соленостью соотношением:

$$\rho = \rho_0 + a_s s.$$

Уравнение (1) решается численно с помощью итерационного метода. На левой и правой границах задается нулевое значение функции полных потоков.



Уравнение (1) в конечно-разностной форме имеет вид:

$$(\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) = \left[ -\frac{\alpha H^2}{\rho_0 f} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot a_s s_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right] - \Delta x^2. \quad (2)$$

Расчетная формула, используемая при итерациях, получается из уравнения (2):

$$\varphi_H^{B+1} = \frac{1}{2} [\varphi_{i+1}^n + \varphi_{i-1}^n] + \left[ \frac{\alpha H^2}{\rho_0 f} \cdot \frac{\partial H}{\partial y} \cdot a_s s_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right]. \quad (3)$$

### *Описание программы*

В программе рассчитываются распределения функции полных потоков по ширине области и составляющей полного потока вдоль оси  $x$ . Результаты расчетов представляются в виде графиков (красный – функция полных потоков, зеленый –  $y$ -ая составляющая полного потока, синий – соленость).

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями структуры стационарной бароклиновой циркуляции, формирующейся под влиянием совместного влияния бароклинности и рельефа дна (СЭБИР).

### *Задачи работы*

1. Провести расчеты с помощью уравнения (3) распределения функции полных потоков, формирующегося в результате совместного влиянием бароклинности и рельефа дна (СЭБИР), а также  $y$ -ой составляющей полного потока при заданном распределении солености, размере области и глубине моря.

2. Повторить расчеты при различных значениях глубины моря, величине коэффициента придонного трения.

3. Выделить особенности распределения функции полных потоков и  $y$ -ой составляющей полного потока.

### *Порядок выполнения работы*

С помощью уравнения (3) провести расчеты распределения функции полных потоков. По рассчитанной функции полных потоков выполнить расчеты распределения и  $y$ -ой составляющей полного потока. Расчеты проводить при заданных размере области и глубине моря. Расчеты необходимо продолжать до установления результатов. Расчеты повторить при различных значениях глубины, коэффициент придонной турбулентной вязкости.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей распределения функции полных потоков отметить характер и механизм

влияния СЭБИР на интегральную циркуляцию. Оценить влияние глубины и величины коэффициента придонного трения на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
- результаты анализа расчетов.

## **Работа № 23. Вертикальная структура стационарных стоковых течений**

Рассматривается вертикальное распределение стационарных стоковых течений в прямоугольной области с постоянной глубиной.  $\beta$ -эффект не учитывается. В этом случае в области устанавливается стационарная интегральная циркуляция, описываемая соотношением:

$$\varphi = V_0 x, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – функция полных потоков;  $V_0 = \frac{Q}{x_0}$ ;  $Q$  – общий расход воды на

жидкой границе;  $x_0$  – ширина границы.

Вертикальное распределение скорости стоковых течений в этом случае описывается уравнениями:

$$u = u_g + u_e, \quad (2)$$

$$v = v_g + v_e, \quad (3)$$

где  $u_g, v_g$  – геострофические составляющие скорости стоковых течений;  $u_e, v_e$  – экмановские составляющие скорости стоковых течений, обусловленные придонным трением.

Геострофические составляющие находятся из уравнений:

$$u_g = \frac{V_0}{H} \cos(\varphi_1), \quad (4)$$

$$v_g = \frac{V_0}{H} \sin(\varphi_1). \quad (5)$$

Экмановские составляющие описываются уравнениями:

$$u_e = -\frac{V_0}{H} \exp(-\alpha z) \cos(\varphi_1 - \alpha z), \quad (6)$$

$$v_e = -\frac{V_0}{H} \exp(-\alpha z) \sin(\varphi_1 - \alpha z), \quad (7)$$

где  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2k_z}}$ ;  $\varphi_1 = \varphi + \frac{\pi}{2}$ ;  $\varphi = \arctg\left(\frac{1}{\alpha H}\right)$ ;  $\varphi_1$  – угол между направлением геострофических стоковых течений и осью  $x$ ;  $\varphi$  – угол между вектором баротропного градиента возмущения уровня моря и осью  $x$ ;  $k_z$  – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости в придонном слое моря.

Начало вертикальной оси располагается у дна моря.

#### *Описание программы*

В программе рассчитываются вектора геострофической (зеленый), экмановской (синий) составляющих и результирующей (красный) скорости стокового течения.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями вертикальной структуры стационарных стоковых течений, формирующихся под влиянием наклона уровня моря.

#### *Задачи работы*

1. С помощью уравнения (4)–(7) провести расчеты составляющих и результирующей скоростей течения при различных расстояниях от дна.
2. Повторить расчеты при различных значениях коэффициента вертикальной турбулентной вязкости.
3. Выделить особенности вертикального распределения составляющих скорости течений по глубине моря.

#### *Порядок выполнения работы*

Провести расчеты составляющих и результирующей скоростей течения при различных расстояниях от дна при различных величинах глубины моря и коэффициента вертикальной турбулентной вязкости у дна. Последнее задается через  $\alpha$ . Сделать вывод о характере поведения векторов с увеличением расстояния от дна, а также о зависимости этого поведения от величины коэффициента турбулентной вязкости.

Расчеты повторить при различных значениях коэффициента придонного трения.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей вертикального распределения рассчитываемых составляющих скорости течений. Оценить влияние глубины и величины коэффициента вертикальной турбулентной вязкости на рассчитываемые характеристики.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
- результаты анализа расчетов.

## **Работа № 24. Вертикальная структура стационарных ветровых течений**

Рассматривается вертикальное распределение стационарных ветровых течений в прямоугольной области с постоянной глубиной. Принимается, что касательное напряжение трения ветра направлено вдоль оси  $y$  и меняется вдоль оси  $x$  в соответствии с соотношением:

$$\tau_c = \tau_0 \left( \frac{x}{x_0} - \frac{1}{2} \right), \quad (1)$$

где  $\tau_0$  – величина продольной составляющей касательного напряжения трения ветра на боковых границах области,  $x_0$  – размер области по оси  $x$ .

В этом случае по ширине области устанавливается стационарная интегральная циркуляция, характеризующаяся следующим выражением для функции полных потоков:

$$\Phi = \frac{\tau_0 \alpha H}{2\rho_0 f} x(x - x_0), \quad (2)$$

где  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2k}}$ ,  $f$  – параметр Кориолиса;  $H$  – глубина моря;  $\rho_0$  – стандартная плотность морской воды;  $k$  – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости.

Из уравнений движения и уравнения (2) получаем, уравнение:

$$g \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{f}{H} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\alpha \tau_0}{\rho_0} \left( x - \frac{x_0}{2} \right), \quad (3)$$

$$g \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где  $\xi$  – возмущение уровня свободной поверхности.

Вертикальное распределение скорости ветровых течений в этом случае описывается уравнением:

$$u = u_g + u_e + u_b, \quad v = v_g + v_e + v_b, \quad (5)$$

где  $u_g, v_g$  – геострофические составляющие скорости ветровых течений;  $u_e, v_e$  – экмановские составляющие скорости ветровых течений у морской поверхности;  $u_b, v_b$  – составляющие скорости ветровых течений, обусловленные придонным трением.

Геострофические составляющие находятся из уравнения:

$$u_g = 0, \quad v_g = \frac{\alpha \tau_0}{\rho_0} \left( x - \frac{x_0}{2} \right). \quad (6)$$

Экмановские составляющие у морской поверхности описываются уравнениями:

$$u_e = \frac{\tau_0 \left( x - \frac{x_0}{2} \right)}{\sqrt{2\alpha k \rho_0}} \exp(-\alpha z) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha z\right), \quad (7)$$

$$v_e = \frac{\tau_0 \left( x - \frac{x_0}{2} \right)}{\sqrt{2\alpha k \rho_0}} \exp(-\alpha z) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha z\right), \quad (8)$$

начало вертикальной оси располагается у морской поверхности и направлено вниз.

Горизонтальные составляющие скоростей течений в придонном слое описываются соотношениями:

$$u_b = -v_g \exp(-\alpha(H-z)) \sin(\alpha(H-z)), \quad (9)$$

$$v_b = -v_g \exp(-\alpha(H-z)) \cos(\alpha(H-z)). \quad (10)$$

### *Описание программы*

В программе рассчитываются вектора геострофической (желтый), экмановской приповерхностной (зеленый), экмановской придонной (синий) составляющих и результирующей (красный) скорости стокового течения.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями вертикальной структуры ветровых течений, формирующихся под влиянием наклона уровня и касательного напряжения трения ветра.

### *Задачи работы*

1. С помощью уравнений (6)–(10) провести расчеты составляющих и результирующей скоростей течения при различных расстояниях от дна.

2. Повторить расчеты при различных значениях коэффициента вертикальной турбулентной вязкости.

3. Выделить особенности вертикального распределения скоростей течений по глубине моря.

### *Порядок выполнения работы*

Провести расчеты составляющих и результирующей скоростей течения при различных расстояниях от дна, при различных величинах глубины моря и коэффициента вертикальной турбулентной вязкости у дна. Последнее задается через  $\alpha$ . Сделать вывод о характере поведения векторов с увеличением расстояния от дна, а также о зависимости этого поведения от величины коэффициента турбулентной вязкости.

Расчеты повторить при различных значениях коэффициента придонного трения.

### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей вертикального распределения рассчитываемых составляющих скорости течений. Оценить влияние глубины и величины коэффициента вертикальной турбулентной вязкости на рассчитываемые характеристики.

Сделать вывод о характере поведения векторов с увеличением расстояния от дна, а также о зависимости этого поведения от глубины и от величины коэффициента придонной турбулентной вязкости.

2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
- результаты анализа расчетов.

## Работа № 25. Вертикальная структура стационарных бароклинных течений

Рассматривается вертикальное распределение стационарных бароклинных течений в прямоугольной области с постоянной глубиной. Принимается, что распределение солёности однородно по вертикали, а солёность меняется вдоль оси  $x$  в соответствии с соотношением:

$$S = S_0 \frac{x}{x_0} \left( \frac{x}{x_0} - 1 \right), \quad (1)$$

где  $S$  – солёность;  $S_0$  – солёность в средней части области;  $x_0$  – размер области по оси  $x$ .

Если пренебречь возмущением уровня свободной поверхности, то вертикальное распределение скорости бароклинных течений будет описывается уравнением:

$$u = u_g + u_s + u_b, \quad v = v_g + v_s + v_b, \quad (2)$$

где  $u_g, v_g$  – геострофические составляющие скорости течений;  $u_s, v_s$  – экмановские составляющие скорости течений у морской поверхности;  $u_b, v_b$  – придонные экмановские составляющие скорости течений.

Геострофические составляющие находятся из уравнения:

$$u_g = 0, \quad v_g = \frac{g}{f\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \left( 1 - \frac{2x}{x_0} \right). \quad (3)$$

Экмановские составляющие у морской поверхности описываются уравнениями:

$$u_0 = \frac{g}{f\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\left( 1 - \frac{2x}{x_0} \right)}{\sqrt{2\alpha}} \exp(-\alpha z) \cos\left( \frac{\pi}{4} - \alpha z \right), \quad (4)$$

$$v_e = \frac{g}{f\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\left( 1 - \frac{2x}{x_0} \right)}{\sqrt{2\alpha}} \exp(-\alpha z) \sin\left( \frac{\pi}{4} - \alpha z \right), \quad (5)$$

начало вертикальной оси располагается у морской поверхности и направлено вниз.

Горизонтальные составляющие скоростей течений в придонном слое описываются соотношениями:

$$u_b = -v_g \exp(-\alpha(H-z)) \sin(\alpha(H-z)), \quad (6)$$

$$v_b = -v_g \exp(-\alpha(H-z)) \cos(\alpha(H-z)). \quad (7)$$

#### *Описание программы*

В программе рассчитываются вектора геострофической (желтый), экмановской приповерхностной (зеленый), экмановской придонной (синий) составляющих и результирующей (красный) скорости стокового течения.

*Цель работы:* ознакомление учащихся с особенностями вертикальной структуры стационарных бароклинных течений, формирующихся под влиянием бароклинной составляющей градиента давления.

#### *Задачи работы*

1. С помощью уравнений (3)–(7) провести расчеты составляющих и результирующей скоростей течения при различных расстояниях от дна.

2. Повторить расчеты при различных значениях коэффициента вертикальной турбулентной вязкости.

3. Выделить особенности вертикального распределения составляющих скорости течений по глубине моря.

#### *Порядок выполнения работы*

Провести расчеты составляющих и результирующей скоростей течения при различных расстояниях от дна и при различных величинах глубины моря и коэффициента вертикальной турбулентной вязкости у дна. Последнее задается через  $\alpha$ . Сделать вывод о характере поведения векторов с увеличением расстояния от дна, а также о зависимости этого поведения от величины коэффициента турбулентной вязкости.

#### *Анализ результатов и составление отчета*

1. По результатам расчетов провести анализ особенностей вертикального распределения рассчитываемых составляющих скорости течений. Оценить влияние глубины и величины коэффициента вертикальной турбулентной вязкости на рассчитываемые характеристики.

Сделать вывод о характере поведения векторов с увеличением расстояния от дна, а также о зависимости этого поведения от глубины и от величины коэффициента придонной турбулентной вязкости.



2. В отчете следует представить:

- используемые уравнения;
- значение входящих в уравнения величин;
- основные результаты расчетов, полученные при различных величинах используемых характеристик;
- результаты анализа расчетов.

## Содержание

Работа № 1. Расчет характеристик групповых волн . . . . .	3
Работа № 2. Особенности вертикального распределения волновых возмущений давления, горизонтальной и вертикально составляющих скорости течений в волновом потоке . . . . .	4
Работа № 3. Траектория перемещения воды в волновом потоке . . . . .	6
Работа № 4. Волны Свердрупса . . . . .	8
Работа № 5. Инерционные колебания полного потока . . . . .	9
Работа № 6. Квазигеострофические волны . . . . .	11
Работа № 7. Особенности приливного эллипсоида . . . . .	12
Работа № 8. Особенности формирования прогрессивных приливных волн в канале (первая задача Эри) . . . . .	14
Работа № 9. Длинные внутренние волны в двухслойном море (бароклинная мода) . . . . .	15
Работа № 10. Короткие внутренние волны в двухслойном море . . . . .	18
Работа № 11. Приспособление полного потока к постоянно действующей силе . . . . .	20
Работа № 12. Приспособление полного потока к вращающейся с постоянной скоростью внешней силе . . . . .	22
Работа № 13. Инерционное приспособление . . . . .	23
Работа № 14. Геострофическое приспособление . . . . .	25
Работа № 15. Вязкое приспособление . . . . .	27
Работа № 16. Особенности формирования завихренности при изменении глубины моря в направлении движения потока . . . . .	28
Работа № 17. Особенности формирования волн Россби . . . . .	30
Работа № 18. Стоковая стационарная интегральная циркуляция при учете $\beta$ -эффекта . . . . .	32
Работа № 19. Стационарная ветровая интегральная циркуляция при учете ротора касательного напряжения трения . . . . .	34
Работа № 20. Стационарная ветровая интегральная циркуляция при учете совместного влияния ветра и рельефа дна . . . . .	36
Работа № 21. Бароклинная стационарная интегральная циркуляция при учете бароклинного трения . . . . .	38

Работа № 22. Бароклинная стационарная интегральная циркуляция при учете совместного влияния бароклинности и рельефа дна . . . . .	40
Работа № 23. Вертикальная структура стационарных стоковых течений . . . . .	42
Работа № 24. Вертикальная структура стационарных ветровых течений . . . . .	44
Работа № 25. Вертикальная структура стационарных бароклинных течений . . . . .	47

*Учебное издание*

Валерий Анатольевич Царев

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ДИНАМИКА ОКЕАНА»

*Начальник РИО А.В. Ляхтейнен*

*Редактор Л.Ю. Кладова*

*Верстка М.В. Ивановой*

---

Подписано к публикации 13.07.2022. Формат 60×90 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура Times New Roman.

Усл. печ. л. 3,25. Заказ № 1241.

РГГМУ, 192007, Санкт-Петербург, Воронежская ул., 79.

---