



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладной океанографии  
и комплексного управления прибрежными зонами

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

(магистерская диссертация)

На тему Моделирование приливной динамики в Курило-Камчатском регионе  
Тихого океана

Исполнитель Костылева Виктория Игоревна  
(фамилия, имя, отчество)

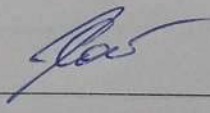
Руководитель кандидат географических наук, доцент  
(ученая степень, ученое звание)

Гордеева Светлана Михайловна  
(фамилия, имя, отчество)

Научный консультант кандидат физико-математических наук  
(ученая степень, ученое звание)

Софьина Екатерина Владимировна  
(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»

Заведующий кафедрой   
(подпись)

кандидат географических наук  
(ученая степень, ученое звание)

Хаймина Ольга Владимировна  
(фамилия, имя, отчество)

«10» ав 2025 г.

Санкт-Петербург

2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....                                                                                  | 3  |
| 1. Внутренние волны и приливы в Курило-Камчатском регионе.....                                 | 6  |
| 1.1 Физико-географическая характеристика Курило-Камчатского<br>региона .....                   | 6  |
| 1.2 Приливная динамика Курило-Камчатского региона .....                                        | 14 |
| 1.3 Внутренние волны как предмет исследования .....                                            | 19 |
| 2. Методы анализа и моделирования приливных внутренних волн.....                               | 25 |
| 2.1 Общее представления о моделировании приливов .....                                         | 25 |
| 2.2 Обзор существующих моделей .....                                                           | 26 |
| 2.3 Обобщенное уравнение Кортевега-де-Вриза.....                                               | 32 |
| 2.4 Обобщенная модель gKdV.....                                                                | 35 |
| 3. Моделирование внутреннего прилива в Авачинском проливе с<br>использованием KDV-модели ..... | 39 |
| 3.1 Район исследования.....                                                                    | 39 |
| 3.2 Определения начальных данных.....                                                          | 42 |
| 3.3 Выполнение расчета по численной схеме и моделирование .....                                | 47 |
| Заключение .....                                                                               | 61 |
| Список источников .....                                                                        | 65 |

## ВВЕДЕНИЕ

*Актуальность работы.* Приливы имеют значимое место в динамике океана и климатических процессах. Короткопериодные внутренние волны (КВВ) – важный, но недостаточно изученный элемент динамики океана. Они возникают из-за различных механизмов, таких как взаимодействие сильных приливных течений с неровностями дна, распад внутренних приливов, разрушение субинерциальных приливных волн, а также взаимодействие с пикноклином, речными плюмами или меандрами. Множество возможных механизмов затрудняет изучение того, как они формируются в разных шельфовых районах. [1].

Исследование КВВ актуально, так как они усиливают вертикальное перемешивание и влияют на гидрофизические поля. Они также важны для практики: перераспределяя биогены и фитопланктон, волны воздействуют на места скопления промысловых видов. Кроме того, КВВ могут искажать подводный звук, затруднять управление подводными аппаратами и перемещать донные осадки.

Климатические изменения в Арктике и Субарктике, проявляющиеся в снижении зимнего ледового покрова и росте теплосодержания вод, уменьшают устойчивость стратификации океана. Это увеличивает амплитуду внутренних приливных волн и вероятность их разрушения, что может усилить короткопериодное волнение. Поэтому важно расширять исследования КВВ в приливных районах, где влияние климата особенно заметно. [1].

*Изученность КВВ в исследуемом регионе.* Приливные процессы в Курило-Камчатском регионе привлекали внимание ранее. Ранние исследования указывают на внутренние приливные волны как вероятный основной источник генерации короткопериодных внутренних волн (КВВ) в регионе. Контактные измерения, проведенные в проливах Курильской гряды и у тихоокеанского побережья Камчатки, зафиксировали КВВ с амплитудами до 8 метров, проявляющиеся с приливной периодичностью. [2]. Доминирующий суточный прилив, как отмечается, делает ВВ субинерциальными, ограничивая их

распространение. [3] Спутниковые наблюдения выявляют в акватории разрозненные, но ярко выраженные поверхностные проявления КВВ. [4] Обобщение данных выявило сложную картину взаимодействующих цугов КВВ у океанского побережья Камчатки. Критическим пробелом остается отсутствие оценок внутригодовой изменчивости характеристик КВВ, в отличие от смежных регионов, а также нехватка результатов синхронных спутниковых и контактных наблюдений для валидации поверхностных проявлений. Учитывая субинерциальный характер внутреннего прилива, в качестве рабочей гипотезы предполагается, что основной механизм генерации КВВ – локальная дезинтеграция субинерциального внутреннего прилива. [5]

*Таким образом, цель исследования* разработать модель генерации и эволюции приливных внутренних волн на основе обобщённого уравнения Кортевега-де Фриза (gKdV) с переменными коэффициентами, адаптированной к условиям Курило-Камчатского региона.

*Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:*

- Исследовать физико-географические условия региона, путем изучения особенности рельефа дна, стратификации вод и приливной динамики Курило-Камчатского региона;
- обосновать выбор обобщенного уравнения Кортевега-де-Фриза (gKdV) с переменными коэффициентами в качестве базовой модели для описания генерации и эволюции приливных внутренних волн, путем исследования существующих подходов к моделированию приливов и внутренних волн от аналоговых до современных 3D бароклинных;
- реализовать численную схему решения уравнения gKdV, адаптированную для учета пространственной изменчивости коэффициентов.

*Предметом* исследования является явление внутренних волн.

*Объектом* исследования является Курило-Камчатский регион.

*Научная новизна работы определяется тем, что* для Курило-Камчатского региона применена модель на основе обобщенного уравнения Кортевега-де-

Фриза с переменными коэффициентами, явно учитывающая уникальные условия: резкий батиметрический переход, субарктическую стратификацию вод с выраженным пикноклином, резонансное усиление ключевых приливных гармоник над топографией и диссипацию за счет трения о дно.

## 1. Внутренние волны и приливы в Курило-Камчатском регионе

### 1.1 Физико-географическая характеристика Курило-Камчатского региона

*Географическое положение и рельеф дна.* Охотское море, представляет собой регион с выраженной приливной динамикой, обусловленной сложной топографией и взаимодействием с Тихим океаном. Географически море ограничено островом Хоккайдо, Курильскими островами, Камчатским полуостровом, побережьем Сибири и островом Сахалин. Его рельеф включает обширные шельфовые зоны вдоль сибирского побережья, глубокие центральные котловины (1000–1500 м) и Курильскую котловину, достигающую глубин 3000–3200 м. Эти особенности создают условия для усиления приливных течений, особенно в узких проливах и мелководных заливах. [6]

Ключевыми субрегионами, определяющими приливные процессы, являются залив Шелихова, Пенжинская губа, Кашеваровский банк и Курильские проливы. Залив Шелихова и Пенжинская губа, отличающиеся экстремальными приливными колебаниями уровня моря (до 13 м), служат основными зонами диссипации энергии суточных приливов. Здесь более 60% энергии рассеивается за счет трения о дно и турбулентности. Кашеваровский банк, изолированная подводная возвышенность, демонстрирует 10-кратное усиление суточных течений (до 85 см/с для  $K_1$  и 75 см/с для  $O_1$ ), что связано с резонансом и нелинейными взаимодействиями приливных волн. [6]

*Границы Курило-Камчатского региона.* Курило-Камчатский регион определяется как участок акватории Тихого океана, прилегающий к берегам Курильских островов и Камчатки. Его пространственные рамки задаются шириной в 200 километров от побережья и протяженностью вдоль него в 2000 километров. Юго-западная граница региона проходит по Кунаширскому проливу, а северо-восточная достигает мыса Начикинского, охватывая, таким образом, всю прибрежную зону указанных территорий. [6]

Акватория Охотского моря и глубоководная впадина, изображенные с помощью изобат представлены на рисунке 1 для обозначения глобального расположения интересующего региона.

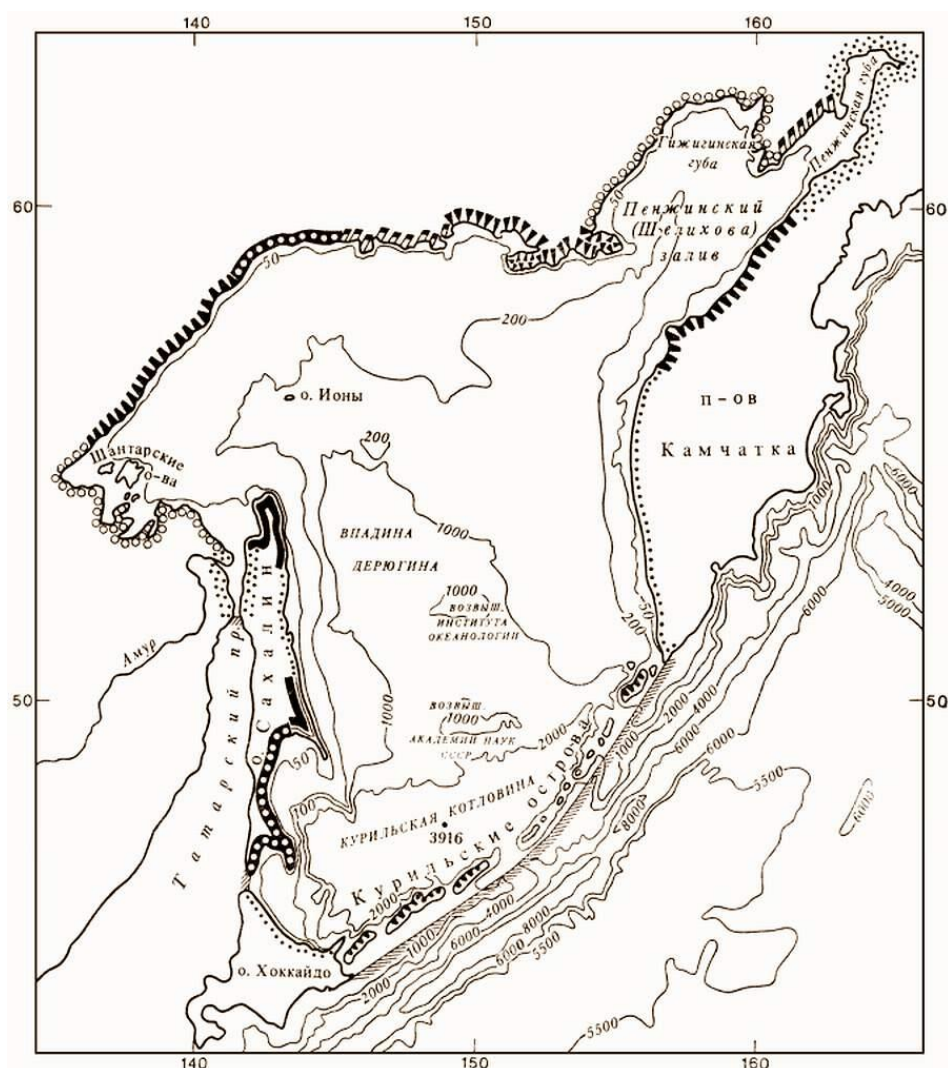


Рисунок 1 – Типы берегов и рельеф дна Охотского моря [6]

Курильская островная гряда играет ключевую роль в формировании гидрологических и динамических процессов региона, выступая естественной границей между Охотским морем и Тихим океаном. Эта цепь вулканических островов и подводных поднятий создаёт сложную систему проливов, которые регулируют водообмен между двумя акваториями. Наиболее значимыми из них являются пролив Буссоль и пролив Крузенштерна, отличающиеся наибольшими глубинами и пропускной способностью.



- Пролив Буссоль, расположенный между островами Уруп и Симушир, имеет глубину до 2300 м, что делает его главным каналом для прохождения глубинных тихоокеанских вод в Охотское море.
- Пролив Крузенштерна, находящийся севернее, между островами Райкоке и Шиадоктан, достигает глубины 1920 м и также обеспечивает интенсивный перенос водных масс.

Эти два пролива формируют основу крупномасштабной циркуляции, влияя на распределение температуры, солёности и биопродуктивности в прилегающих районах. На рисунке 2, представляющей карту рельефа, представлено их расположение.

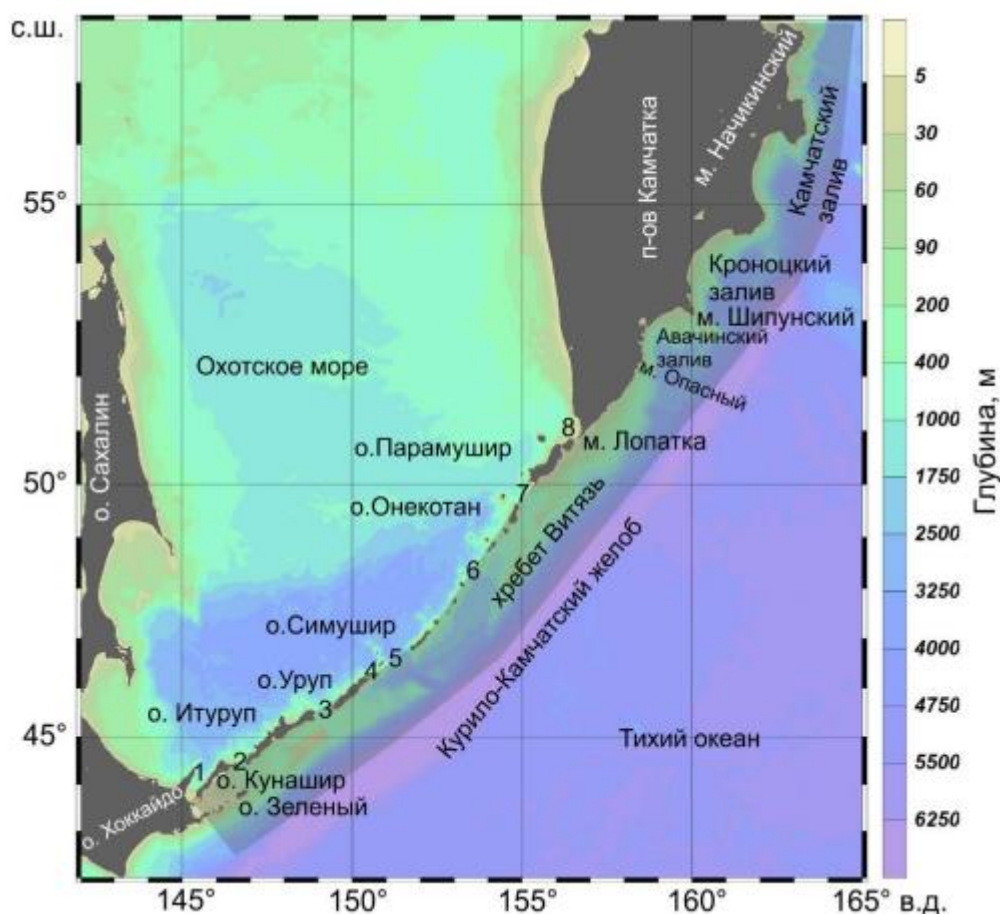


Рисунок 2 – Батиметрия Курило-Камчатского региона. Пролиты обозначены следующим образом: 1 – Кунаширский, 2 – Екатерины, 3 – Фриза, 4 – Уруп, 5 – Буссоль, 6 – Крузенштерна, 7 – Четвёртый Курильский, 8 – Первый



Курильский. Темно-фиолетовая затемнённая полоска иллюстрирует расположение Курило-Камчатского региона. [7]

Проливы с меньшей значимостью, такие как пролив Фриза, расположенный между островами Итуруп и Уруп, и Четвёртый Курильский, находящийся южнее острова Парамушир, характеризуются глубинами до 500 метров. Несмотря на некоторое участие в процессе водообмена между акваториями, их вклад существенно ограничен. Основными причинами этого являются относительно небольшие размеры этих проливов и сложный характер подводного рельефа в их зоне. [6]

Роль мелководных проливов в водообмене выражена ещё слабее. Яркий пример – Первый Курильский пролив, лежащий между островом Шумшу и Камчаткой. Глубины здесь не достигают 200 метров. Узость проходов в сочетании с сильными приливными течениями создают значительные препятствия, делая устойчивый перенос водных масс через этот пролив крайне затруднительным. [8]

Охотское море расположено в переходной зоне от Евразийского континента к Тихому океану. Переходные зоны представлены двумя типами – пассивными и активными окраинами континентов. Активные континентальные окраины отличаются от пассивных интенсивно расчлененным рельефом, высокой сейсмической и вулканической активностью. Регион Охотского моря – это область активных континентальных окраин, структуры которой расположены и развиваются над зоной погружения или субдукции одной литосферной плиты под другую. Тектонические структуры представляются разными типами, разных стадий развития, что видно на рисунке 3. [9]

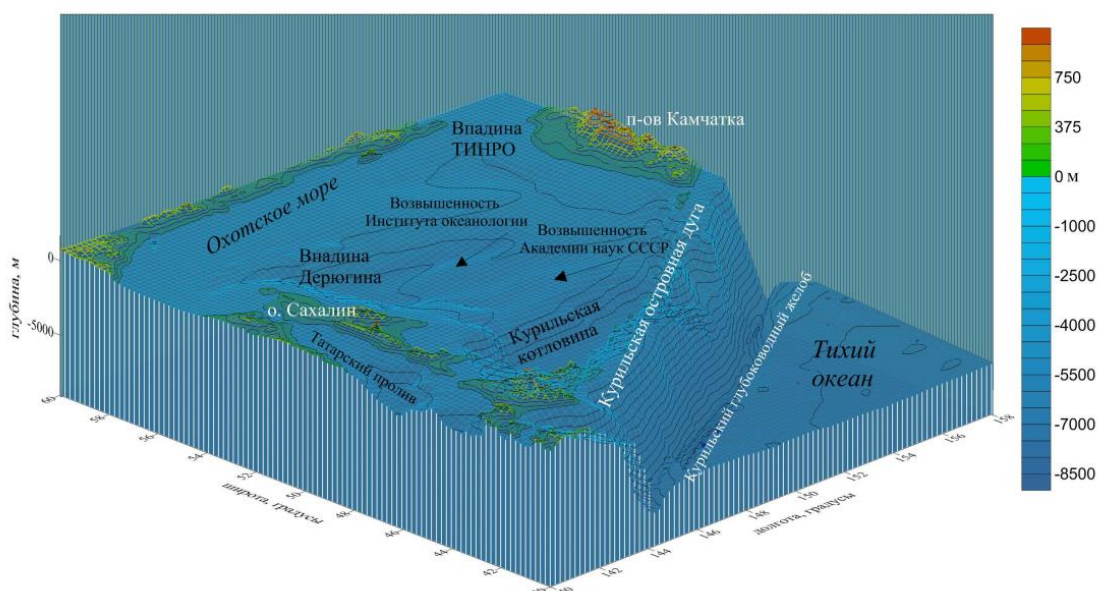


Рисунок 3 - Топография и батиметрия региона Охотского моря [10].

Наименьшие глубины Охотского моря соответствуют двум подводным поднятиям: возвышенности Института океанологии с глубиной 860 метров и возвышенности Академии наук СССР, где глубина достигает 894 метров [10]. В противоположность этому, максимальные глубины сосредоточены в глубоководных котловинах: Курильская котловина имеет глубину 3374 метра, впадина ТИНРО — 991 метр, а впадина Дерюгина — 1795 метров. В тектоническом плане Охотское море занимает отдельную литосферную плиту, представляющую собой крупный блок земной коры. Эта плита расположена в зоне сочленения Тихоокеанской, Северо-Американской, Евразийской и Амурской литосферных плит, что наглядно показано на рисунке 4.

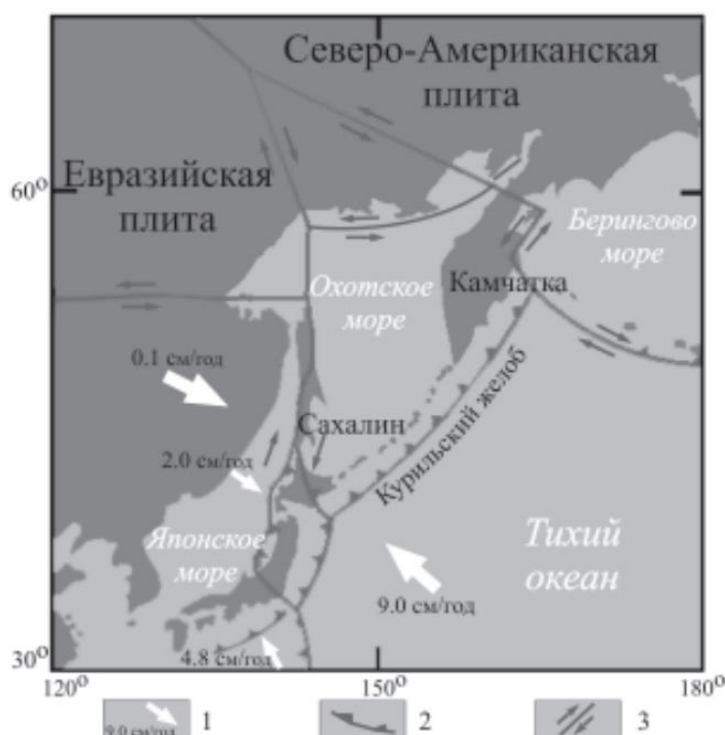


Рисунок 4 – Тектоническая схема региона Охотского моря. 1- скорость смещения; 2 - зона субдукции; 3 – разломы [11]

На рисунке 4 видно, что Курило – Камчатский регион принадлежит к зоне субдукции, то есть к линейной зоне на границе литосферных плит, вдоль которой происходит погружение одной земной коры под другую.

Фундамент плиты обладает разнородным строением: он представлен кристаллическими породами палеозойско-мезозойского возраста, изученными на материке, Сахалине и Камчатке, а также мезозойско-кайнозойскими образованиями, распространенными в акватории Охотского моря. Окончательное формирование плиты произошло в позднемеловую эпоху, после чего в кайнозойскую эру она была перекрыта чехлом осадочных и вулканогенно-осадочных пород [11].

*Водные массы и вертикальная структура вод.* Гидрологический режим региона определяется контрастом между глубоководными проливами, обеспечивающими активный водообмен, и мелкими, которые служат скорее локальными «фильтрами». Эта особенность рельефа создаёт условия для формирования интенсивных внутренних волн, особенно в районах резких

перепадов глубин, таких как материковый склон у полуострова Камчатка или подводный хребет Витязь.

Распределение энергии в море характеризуется доминированием суточных приливов, чья энергия в основном диссипируется в заливах Шелихова и Пенжинская губа. Полусуточные приливы, напротив, теряют энергию в северо-западной части моря. Общий уровень диссипации приливной энергии в Охотском море превышает показатели Северного Ледовитого океана. Резонансные явления, такие как естественные колебания, близким к периоду  $O_1$ , усиливают суточные приливы, особенно над Кашеваровским банком [8].

Нелинейные взаимодействия между приливными составляющими  $K_1$  и  $O_1$  приводят к генерации полумесячных течений (13.66 дней) и остаточной циркуляции (до 16 см/с). Эти процессы влияют на формирование водных масс и вертикальное перемешивание, поддерживая, например, зимние полыньи над Кашеваровским банком. Полученные результаты имеют практическое значение для навигации, прогнозирования штормовых нагонов и изучения экосистем, подчеркивая роль локальной топографии в глобальной приливной динамике.[12]

В Курило-Камчатском регионе, как показано на рисунке 13, выделяются три характерных типа субарктической структуры вод. Первый тип — тихоокеанский, формируемый водами, переносимыми Курило-Камчатским течением. Второй тип характерен для зоны Курильских проливов и представлен трансформированными водами; его отличительными чертами являются более низкие температуры и более высокие значения солености в поверхностном слое, а также увеличенная мощность холодного промежуточного слоя. Третий тип свойственен зоне мелководий, где воды отличаются практически однородным вертикальным распределением как температуры, так и солености. [12]

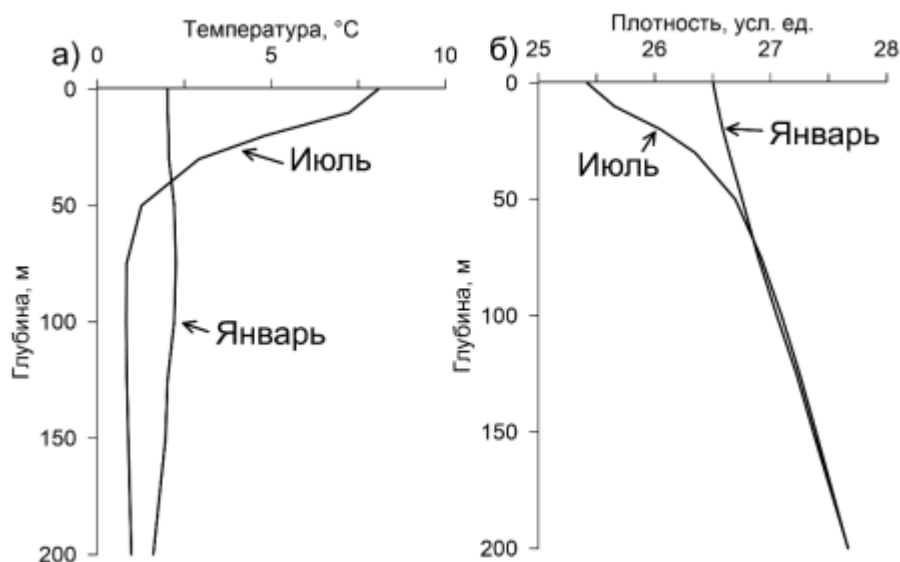


Рисунок 5 – Изменчивость вертикального распределения среднемесячных климатических океанологических характеристик около пролива Буссоль: а) температуры; б) условной плотности [7].

Изменчивость вертикального распределения среднемесячных значений температуры и плотности вод в проливе Буссоль, представленная на рисунке 5 демонстрирует, что для Курило-Камчатского региона в целом характерны значительные пространственные и временные вариации структуры вод. Зимой в проливе Буссоль наблюдается практически однородный по глубине профиль температуры, что типично для этого сезона. Весной, с началом прогрева поверхностных слоев, активизируется процесс формирования термоклина. Наибольшая интенсивность вертикальных градиентов температуры в термокline отмечается в период с июля по сентябрь. Как видно на рисунке 5а, изображающем июльский профиль, зона максимальных градиентов в это время располагается в слое между 20 и 50 метрами глубины [7]

В январский период распределение плотности представляется близким к линейному изменению с глубиной, что видно на рисунке 5б. Это объясняется доминирующей ролью солёности в поддержании устойчивости водной толщи зимой. В летне-осенний сезон, конкретнее июнь–сентябрь, пиковые градиенты плотности также сосредоточены в слое 20–50 м, совпадая по глубине с областью максимальных температурных контрастов. Такое пространственное

соответствие подчеркивает совместное влияние тепловых и солевых процессов на стратификацию вод в регионе [12].

## 1.2 Приливная динамика Курило-Камчатского региона

Периодические подъемы и опускания морской поверхности, называемые приливами – яркая отличительная особенность многих прибрежных районов. Наиболее распространены приливы, при которых полная вода и малая вод наблюдаются по два раза в день, причем в каждый последующий день примерно на 50 мин позже, чем предыдущий [1]. .

*Приливы в регионе.* Охотское море отличается характерно значимыми колебаниями уровня моря. приливами с большой амплитудой колебаний и сильными приливными течениями [5]. Особенно можно выделить диурнальные (суточные) приливы, так как они усиливаются в определенных районах, в частности в заливе Шелихова, в Пенжинской губе, банке Кашеварова и около Курильских островов, также возможны усиления в других мелководных зонах. Взаимодействие диурнальных составляющих  $K_1$  и  $O_1$  над банкой Кашеварова генерирует полусуточный прилив  $M_2$ , который составляет около половины общего течения  $M_2$  в этом районе. Прилив наиболее выражен в Удской губе.

Диурнальные приливы доминируют в северо-восточной части моря, особенно в узкой Пенжинской губе, где амплитуды  $K_1$  и  $O_1$  достигают 2,5 и 1,5 метров соответственно.

Можно обобщенно описать основные приливные составляющие таким образом:

- Диурнальные (суточные) приливы:

Обозначение  $K_1$  соответствует лунно-солнечному суточному приливу, у которого наблюдаются максимальные амплитуды в Пенжинской губе. Значения, которой составляют до 2.5 м. Так же известно, что он усиливается над банкой Кашеварова и Курильскими островами.

Обозначение  $O_1$  соответствует основному лунному суточному приливу, амплитуда которого достигает до 1.5 м в Пенжинской губе. Он резонансно усилен по причине близости к естественному периоду колебаний моря (26.3 ч).

Обозначения  $P_1$  и  $Q_1$  соответствуют малым суточным приливам. Они менее выражены, но присутствуют в общем энергетическом балансе.

- Полусуточные приливы:

$M_2$  обозначает основной лунный полусуточный. Его максимальные амплитуды в Удской губе могут достигать до 1.81 м. Приливные карты для гармоник  $M_2$  представлены на рисунке 5, на котором исследуемый регион с шельфом обозначен черной жирной линией, а земля обозначена серым цветом. [13]

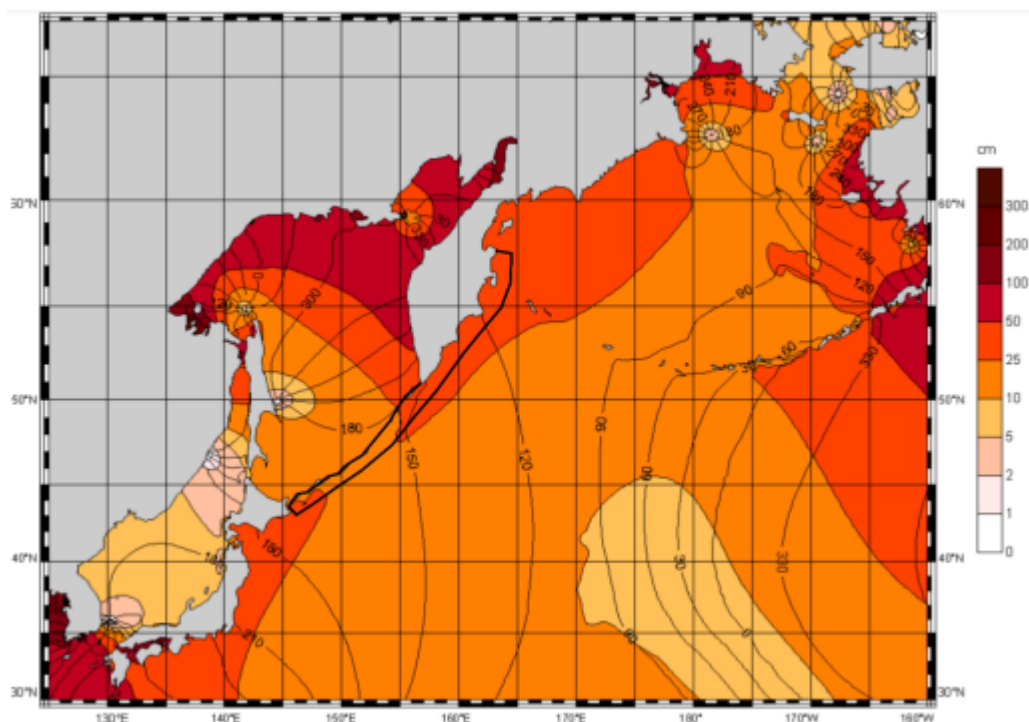


Рисунок 5 – Приливные карты гармоник  $M_2$  в Курило-Камчатском регионе [13]

$S_2$  обозначает основной солнечный полусуточный,  $N_2$  эллиптический лунный,  $K_2$  лунно-солнечный полусуточный, соответственно. Данные приливы повторяют структуру  $M_2$ , но с меньшими амплитудами.

В таблице 1 указаны наиболее важные гармонические составляющие.



Таблица 1 - Гармонические составляющие приливов. [16]

| Вид прилива     | Составляющие                 | Обозначение | Период     |
|-----------------|------------------------------|-------------|------------|
| Полусуточные    | Главная лунная               | $M_2$       | 12,42 ч.   |
|                 | Главная солнечная            | $S_2$       | 12,00 ч.   |
|                 | Большая лунная эллиптическая | $N_2$       | 12,66 ч.   |
|                 | Лунно-солнечная              | $K_2$       | 11,97 ч.   |
| Суточные        | Лунно-солнечная              | $K_1$       | 23,93 ч.   |
|                 | Главная лунная               | $O_1$       | 26,87 ч.   |
|                 | Главная солнечная            | $P_1$       | 24,07 ч.   |
| Длиннопериодные | Лунная двухнедельная         | $M_f$       | 13,66 сут. |
|                 | Лунная месячная              | $M_m$       | 27,55 сут. |
|                 | Солнечная полугодовая        | $S_{sa}$    | 182,70 ч.  |

Резюмируя, в Охотском море доминируют диурнальные (суточные) приливы. Наиболее ярко выражены компоненты  $K_1$  (лунно-солнечный) и  $O_1$  (основной лунный). Максимальные амплитуды  $K_1$  достигают 2.5 м в узкой Пенжинской губе, а  $O_1$  — 1.5 м, соответственно. Данные приливы усиливаются над мелководными участками, такими как банка Кашеварова, Курильские острова и крутые склоны шельфа.

Котидальные карты для четырех основных составляющих,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $M_2$ , и  $S_2$ , приведены на рисунках 6 и 7. Карты составляющих  $S_2$ ,  $N_2$ , и  $K_2$  в целом повторяют схему доминирующей приливной составляющей  $M_2$ , тогда как суточные составляющие  $O_1$ ,  $P_1$ , и  $Q_1$  повторяют схему  $K_1$ , представляющую собой доминирующую суточную составляющую. [14]

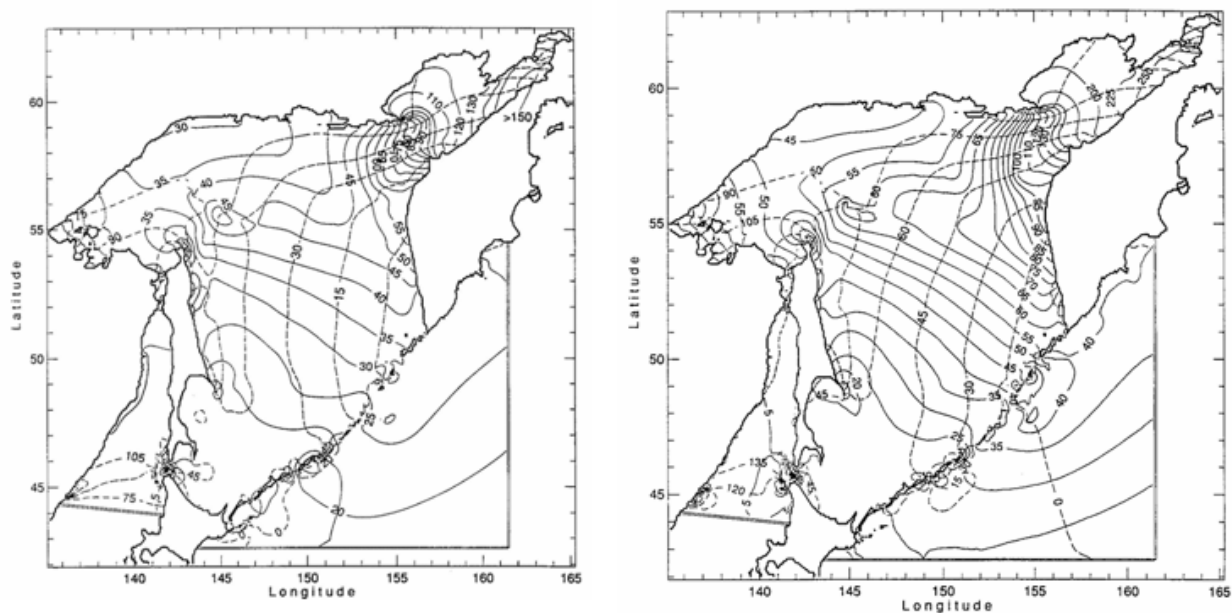


Рисунок 6 - Рассчитанные амплитуды (сплошные линии, см.) и фазы (пунктирные линии, град.) подъема поверхности для суточного прилива  $O_1$  (левая) и  $K_1$  (правая) [14]

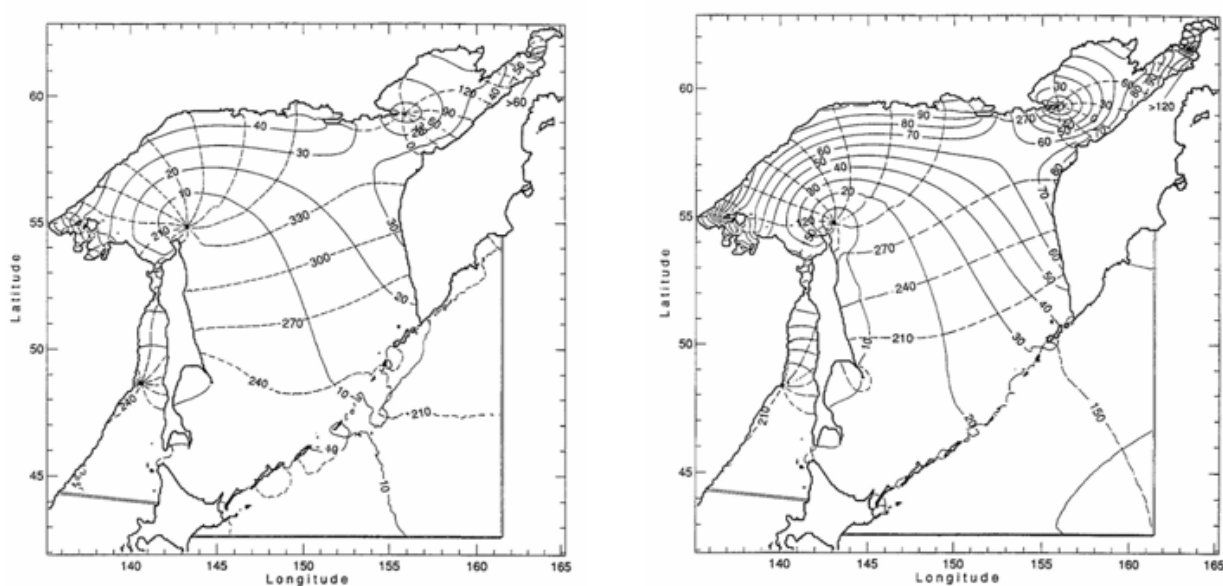


Рисунок 7 - Рассчитанные амплитуды (сплошные линии, см.) и фазы (пунктирные линии, град.) подъема поверхности для суточного прилива в  $S_2$  (левая) и  $M_2$  (правая). [14]

Полусуточные приливы ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_2$ ) преобладают вдоль сибирского побережья и в Удской губе, где амплитуда  $M_2$  достигает 1.81 м. Однако их энергия менее локализована по сравнению с диуральными приливами.

Моделирование на сетке 5' разрешения показало, что диурнальные приливы более чувствительны к резонансным условиям, тогда как полусуточные сильнее зависят от батиметрических деталей. [14]

*Топографически усиленные волны и резонанс.* Шельфовые волны и траппированные, или иначе захваченные, волны усиливают диурнальные течения [15]. Вдоль побережья Сахалина и Хоккайдо взаимодействие шельфовых волн с кельвиновскими волнами формирует амфидромические точки. Над банкой Кашеварова диурнальные течения усиливаются в 10 раз - это до 85 см/с, для  $K_1$ . Данный эффект происходит благодаря близости периода  $O_1$ , значение времени для которого составляет 26,87 ч., к естественному резонансному периоду моря, значение времени для которого составляет 26.3 ч. Это приводит к частичному захвату энергии и формированию замкнутых круговоротов энергии вблизи топографических объектов. Полусуточные волны, напротив, демонстрируют слабое топографическое усиление. [14]

*Нелинейные взаимодействия и генерация вторичных колебаний.* Нелинейные эффекты между  $K_1$  и  $O_1$  порождают остаточные течения примерно до 10 см/с, фортнайтовые колебания, период которых 13,66 дней, и высшие гармоники – к примеру,  $M_4$ . Над банкой Кашеварова взаимодействие  $K_1$  и  $O_1$  создает  $M_2$  -течения, составляющие до 50% от общего  $M_2$ -сигнала в этом района. Фортнайтовые колебания модулируют амплитуды диурнальных приливов, создавая асимметрию в их временных рядах. Анализ спектров мощности показал, что энергия от  $K_1$  и  $O_1$  перераспределяется в полусуточный и фортнайтовый диапазоны, преимущественно за счет адвективных членов уравнений движения. [14]

*Энергетический баланс и диссипация.* Более 60% энергии диурнальных приливов диссипируется в заливах Шелихова и Пенжинской губе, где трение о дно и горизонтальная турбулентность имеют большое значение. Для  $M_2$  основными зонами диссипации являются северо-западная часть моря и те же заливы. Общий расход энергии для  $M_2$  оценивается в  $49.2 \times 10^{16}$  эрг/с, что является значением ниже, чем современные глобальные оценки. Энергетические

потоки диурнальных приливов направлены из Тихого океана через Курильские проливы в зоны диссипации, формируя замкнутые циклы над банкой Кашеварова и Курильскими островами. [14]

### 1.3 Внутренние волны как предмет исследования

Внутренние волны и приливы тесно взаимосвязаны через динамические процессы, происходящие в океанической среде. Одним из ключевых механизмов их взаимодействия является генерация внутренних волн под воздействием приливных сил [14]. Когда приливные течения, вызванные гравитационным влиянием Луны и Солнца, встречаются на своем пути подводные препятствия — такие как хребты, континентальные шельфы или острова, — они создают возмущения в толще воды. Эти возмущения трансформируются во внутренние волны, которые распространяются вдоль слоев с разной плотностью. Кроме того, горизонтальное движение воды, связанное с баротропными приливами, взаимодействует с вертикальной стратификацией плотности, что приводит к бароклинным эффектам и дополнительно стимулирует образование ВВ.

Внутренние волны (ВВ) – колебания устойчиво стратифицированной жидкости, вертикальная амплитуда которых в водной толще гораздо больше, чем на границах жидкости (поверхности и дне) [15].

На рисунке 8 представлен наглядный пример частоты встречаемости КВВ и показано расстояние между ними. С декабря 2018 по ноябрь 2019 было зафиксировано около 1800 случаев появления подобных волн.

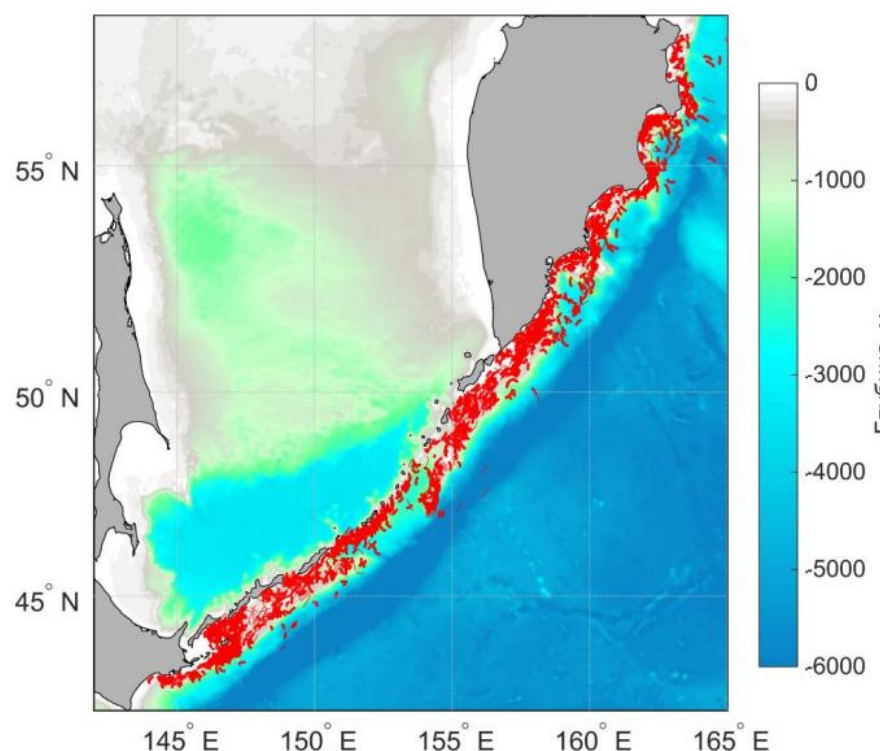


Рисунок 8 – Суммарное число проявлений КВВ с декабря 2018 по ноябрь 2019  
КВВ в Курило-Камчатском регионе [7]

Кинетическая энергия приливов частично преобразуется в энергию внутренних волн, особенно в районах с интенсивными приливными течениями, таких как проливы или глубоководные каньоны. При этом внутренние волны способствуют рассеиванию приливной энергии через турбулентное перемешивание, что вносит вклад в глобальный энергетический баланс океана. Этот механизм не только снижает энергию приливов, но и влияет на крупномасштабные океанические процессы. [16].

Важным следствием взаимодействия приливов и внутренних волн является их влияние на вертикальное перемешивание водных слоев. Когда внутренние волны разрушаются из-за столкновения с рельефом или другими волнами, возникает турбулентность, которая перемешивает воду, перенося тепло, соли, кислород и питательные вещества между поверхностными и глубинными слоями. [16]

На рисунке 9 представлен наглядный пример проявления последовательных пакетов КВВ и показано расстояние между ними.

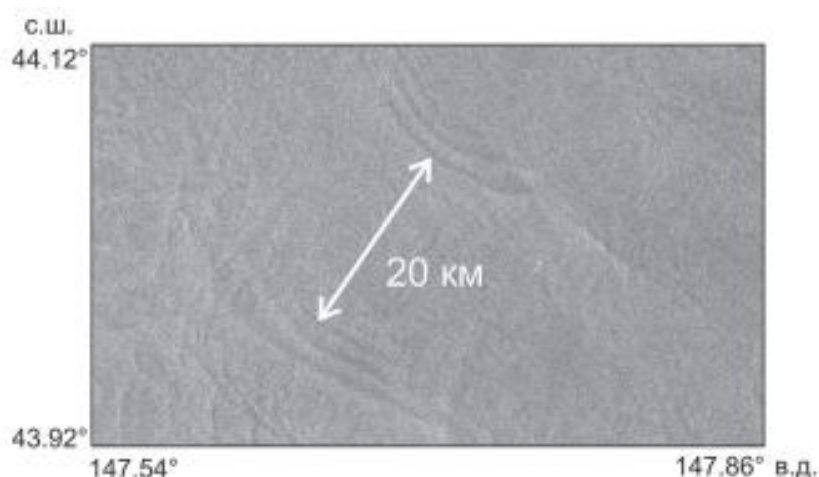


Рисунок 9 – Последовательные пакеты КВВ, зарегистрированных на РЛИ Sentinel 1 от 01 июня 2019 г. [7]

На рисунке 10 представлено как еще изображаются ВВ в исследованиях и отображаются для дальнейшего анализа. Например, для анализа выбирается необходимый пакет ВВ и вдоль центра с  $n$ -ым шагом и задаются точки, которые в дальнейшем интерполируются.

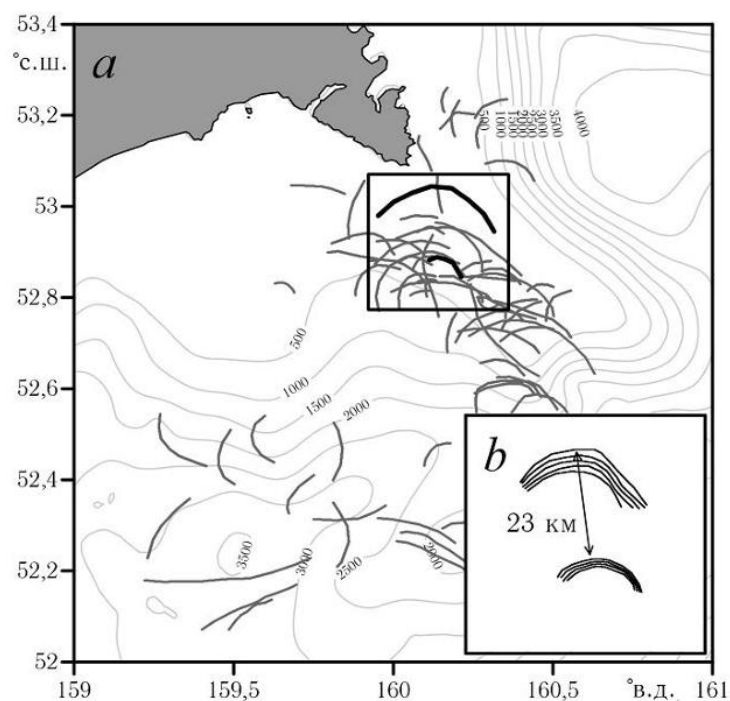


Рисунок 10 - Поверхностных проявления КВВ по результатам анализа спутниковых изображений [30]

Возникновение ВВ обусловлено наличием плотностной стратификации воды, поэтому параметр  $\Gamma = \frac{\partial \rho}{\partial z}$  (градиент плотности) имеет фундаментальное значение для существования ВВ. [17, с.13]

Важным параметром, характеризующим статическое состояние океана, является частота Брента-Вайсяля, т.е. частота колебаний жидкости в устойчиво стратифицированной среде:

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}, \quad (1.1)$$

где  $\rho$  – массовая плотность среды.

При устойчиво статическом равновесии несжимаемой жидкости  $\frac{\partial \rho}{\partial z} < 0$  (ось  $z$  направлена вертикально вверх). Величина  $N$  представляет собой угловую частоту колебаний, связанных с простым гармоническим движением элемента жидкости, перемещающегося вверх и вниз параллельно вектору  $g$ . [18, с.7]

Величина имеет размерность частоты, и тогда  $T = \frac{2\pi}{N}$  – период. Вертикальные колебания с частотой или периодом Вайсяля теоретически характеризуют верхнюю границу частот или нижний предел периодов ВВ при данной стратификации плотности.

Колебания с частотой выше частоты Вайсяля  $N(z)$  имеют настолько малую длину волны, что ее практически можно считать близкой к нулю, поэтому их можно рассматривать как турбулентность [18].

Если частица на каждой глубине принимает давление окружающей воды, то ее верительное смещение будет зависеть от величины  $g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$ , где  $\rho_1$  – плотность верхнего слоя,  $\rho_2$  – плотность нижнего слоя. Эта величина характеризует силы плавучести, приходящиеся на единицу массы воды, которые при устойчивой стратификации вынуждают частицы колебаться около своих средних положений. [17, с.14]

Характерные значения фазовой скорости ВВ составляют несколько метров в секунду, демонстрируя уменьшение при снижении контраста плотности между слоями. В случае глубоководной стратификации, либо большой толщиной слоев, скорость распространения определяется соответствующей формулой.

$$C^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad (1.2)$$

где  $\rho_2$  – плотность нижнего слоя воды;

$\rho_1$  – плотность верхнего слоя воды.

Если в формуле (1.2)  $\rho_2$  принять за плотность воды, а  $\rho_1$  за плотность воздуха, то отношение  $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$  можно считать равным единице. Тогда формула (1.3) принимает вид:

$$C = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}, \quad (1.3)$$

Следовательно, КВ можно рассматривать как частный случай внутренних волн на свободной поверхности моря. Если длина внутренних волн превышает толщины слоев и становятся длинными волнами, то их скорость определяется формулой:

$$C^2 = \frac{gH_1H_2}{H_2 + H_1} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}, \quad (1.4)$$

где  $H_1$  и  $\rho_1$  – толщина и плотность воды верхнего слоя;

$H_2$  и  $\rho_2$  - толщина и плотность воды нижнего слоя.

Если в формуле (1.4) положить  $H_2$  равной глубине моря  $H$ , а  $H_1$  - высоте атмосферы, то  $\frac{gH_1H_2}{H_2 + H_1} = 1$  и  $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = 1$ .

Тогда получаем известную формулу скорости поверхностной длинной волны:



$$C = \sqrt{gH}, \quad (1.5)$$

Следовательно, и длинные поверхностные волны можно рассматривать как частный случай внутренних волн.

Так как разность плотностей двух слоев воды составляет обычно 0.01 – 0.02 единиц плотности, то скорость внутренних волн будет в 7 – 10 раз меньше скорости поверхностных волн той же длины.

ВВ имеют большую высоту, чем поверхностные. Такое замечание объясняется работой, затрачиваемой на подъем слоя воды в воздухе, значительно больше работы на подъем слоя воды в воде, близкой по плотности. От поверхности раздела вниз и вверх внутренние волны быстро уменьшаются по высоте по закону:

$$h = \frac{h_0}{2} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} z}, \quad (1.6)$$

где  $h$  высота волны на расстоянии  $z$  от поверхности раздела (слоя скачка плотности);

$h_0$  – высота волны на поверхности раздела.

Высота внутренних волн может достигать 200-300 м.

Выше отмечалось, что поверхностные ветровые волны можно представить, как внутренние волны, возникающие на поверхности раздела двух сред – воды и воздуха. Однако благодаря большой разности плотностей этих сред ветровые волны распространяются с большой скоростью, и не могут расти до таких больших высот, как внутренние волны [8, с.39].

## 2. Методы анализа и моделирования приливных внутренних волн

### 2.1 Общее представления о моделировании приливов

*Аналоговые модели.* В течении многих лет ученые использовали физические модели для изучения приливов в некоторых специальных районах. Из практических соображений вертикальный масштаб в этих моделях брался большим, чем горизонтальным. Чтобы между реальным течением и моделью сохранялось динамическое подобие, нужно чтобы оставалось неизменным число Фруда равно  $\frac{U}{\sqrt{gh}}$ , где  $U$  – характерная скорость, а  $h$  – глубина. Это условие определяет период прилива в модели. Для полусуточного прилива период обычно равен нескольким минутам, так что в удобном масштабе времени оказывается возможным моделировать большое число приливных составляющих. [15]

*Численное моделирование.* Очень распространенным моделированием приливов является моделирование, основанное на численном решении основных уравнений на ЭВМ. Акватория разбивается сеткой, в узлах которой рассчитывается отклонение уровня и скорость течения; при этом учитываются соответствующие граничные условия. До этого модели были преимущественно двумерные или оперировали величинами, проинтегрированными по глубине; в случае прямоугольной системы координат для этой цели используются уравнения:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \vartheta = -g \frac{\partial}{\partial x} (\xi - \xi') + \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{\rho(h + \xi)} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial \vartheta}{\partial y} - f \bar{u} = -g \frac{\partial}{\partial y} (\xi - \xi') + \frac{\tau_{sy} - \tau_{by}}{\rho(h + \xi)} \quad (2.2)$$

В уравнениях (2.1) и (2.2)  $\tau_{sx}$  и  $\tau_{sy}$  – составляющие напряжений трения на поверхности, а  $\tau_{bx}$  и  $\tau_{by}$  – у дна. Интегрируя таким же образом уравнение неразрывности получим:

$$\frac{\partial}{\partial x} [(h + \xi)\bar{u}] + \frac{\partial}{\partial y} [(h + \xi)\vartheta] + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

## 2.2 Обзор существующих моделей

Взаимодействие солитонов, описываемых различными уравнениями, было предметом изучения в ряде статей, включая анализ моментов волновых полей, что имеет значение для практических приложений. Моделирование приливной динамики в Курило-Камчатском регионе Тихого океана активно развивается, и на сегодняшний день существует ряд моделей, которые применяются для изучения сложных процессов в этом районе. Эти модели различаются масштабом, разрешением и подходом к описанию физических явлений, что позволяет решать задачи необходимые для разных задаваемых целей [13].

Для моделирования механизма усиления приливных течений, особенно в суточном диапазоне применяется трехмерная бароклинная модель с вертикальным усреднением. [14]

Основное уравнения, которое используются для модели это уравнение движение, неразрывности и трения о дно.

Уравнение движения:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{R \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} - f v = - \frac{g}{R \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} (\alpha \xi - \beta \xi_0) - \frac{\tau_{\lambda}^b}{\rho H} + A u \quad (2.4)$$

Уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \phi} \left( \frac{\partial (H u)}{\partial \lambda} + \frac{\partial (H v \cos \phi)}{\partial \phi} \right) = 0 \quad (2.5)$$

Трение о дно моделируется как:

$$T^b = \rho r \sqrt{u^2 + v^2} \cdot (u, v) \quad (2.6)$$

С помощью трехмерная бароклинная модели делаются выводы, что

- усиление суточных течений связано с резонансом между естественными колебаниями моря ( $\sim 26.3$  ч) и приливными гармониками;
- более 60% энергии диурнальных приливов рассеивается в заливе Шелихова и Пенжинской губе. Семидиурнальные приливы теряют энергию в северо-западной части моря;
- взаимодействие  $K_1$  и  $O_1$  генерирует  $M_2$  - течения (до 9 см/с над Кашеваровым банкой), двухнедельную модуляцию амплитуд и остаточные вихри;
- корреляция с наблюдениями превышает 0.9 для  $K_1$  и  $O_1$ , но снижается для семидиурнальных гармоник из-за ограничений сетки.

Уравнения мелкой воды адаптируется для моделирования баротропных приливов. Точнее с уравнением исследуются процессы генерации мелкомасштабных вихрей (2-30 км) под воздействием суточных баротропных приливов.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla h u + f k \cdot u = -g \nabla h - a_0 g \nabla z - \frac{k|u|u}{(H+h)} + A_H \nabla^2 u - B_H \nabla^4 u \quad (2.1.4)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot [(H+h)u] = 0, \quad (2.7)$$

где  $u$  – вектор горизонтальной скорости,

$h$  – отклонение свободной поверхности,

$z$  – равновесный прилив,

$H$  – глубина,

$f$  – параметр Кориолиса,

$g$  – ускорение свободного падения,

$k$  – коэффициент донного трения,

$A_H$  и  $B_H$  – коэффициенты горизонтальной лапласовой и бигармонической вязкости, соответственно,

$a_0$  – параметр, учитывающий эффект приливного потенциала, приливов Земли и эффект нагрузки.

С помощью данной модели делаются выводы, что мелкомасштабные вихри генерируются под воздействием суточных баротропных приливов от пролива Фриза до пролива Онекотан. Циклонические вихри преобладают по численности, размеру, завихренности и высоте поверхности по сравнению с антициклоническими вихрями. Это объясняется эффектом растяжения планетарной завихренности и асимметричным переносом вращающимся приливным течением, которое смещает циклонические вихри в море, а антициклонические – к берегу. Эти вихри вызывают сильное перемешивание с максимальным коэффициентом диффузии  $108 \text{ см}^2/\text{с}$ . Число, свойства и эффекты перемешивания вихрей сильно зависят от сизигийного цикла. [19]

Приливные процессы описываются уравнениями Лапласа. При таком способе моделировании баротропных приливов динамика приливов выражается через вектор переноса горизонтального объема и высоту поверхности воды. Временные поля разлагаются на сумму вкладов от астрономических приливных составляющих.

$$-i\omega U + fU + gH\nabla(\eta^-) + Cd \cdot uf \cdot \frac{U}{H} = 0 \quad (2.8)$$

$$-i\omega U + \nabla \cdot U = 0 \quad (2.9)$$

где  $U$  – вектор переноса горизонтального объема,

$\eta$  – высота поверхности воды,

$f$  – параметр Кориолиса,

$g$  – ускорение свободного падения,

$H$  – рельеф дна,

$Cd$  – коэффициент донного трения,

$uf$  – оценка средней скорости придонного течения.

В результате анализа модели делается вывод, что приливная динамика и резонансное усиление создают нелокальную связь между уровнем воды и рельефом дна, приводя к линейной зависимости измерений от небольшого числа степеней свободы. Чувствительность решений определяется рельефом в районах с прибрежным почти резонансным усилением, что намного превышает влияние других факторов. Результаты указывают на ограничения обратных подходов для идентификации рельефа и подчеркивают важность сбора и обмена высококачественными данными батиметрии для улучшения моделирования океана. [20]

Благодаря реализации модели FESOM – численной конечно-объемной региональной для предвычисления баротропной приливной динамики воспроизводится динамика для отдельных гармоник полусуточного  $M_2$  и суточного  $K_1$  диапазона приливного спектра, а также для суммарного прилива из 12 составляющих. Региональная модель выявляет изменчивость гармонических постоянных приливных колебаний уровня и характеристик течений на шельфе и изрезанном каньонами континентальном склоне из-за топографического рассеивания приливных волн. Оцениваются максимальные течения и вихревые структуры, связанные с остаточной приливной циркуляцией на шельфе и континентальном склоне. [22]

Модель трансформации внутренних приливов на Северо-западном шельфе Австралии — регионе с выраженным континентальным склоном и шельфом, где глубины варьируются от 65 м до 1382 м представляет особый интерес для данной работы. Данные собирались в 1992 и 1995 годах с использованием трёх буёв (Slope, Break, Shelf), установленных вдоль линии шельфового склона, а также STD-станций (C1–C13). Стратификация водной толщи характеризуется непрерывными градиентами плотности, причём в глубокой воде максимум частоты Брента-Вайсяля ( $N^2$ ) расположен ближе к поверхности, а на шельфе — у дна. Преобладающее направление фоновых течений — оншорное (к берегу), что влияет на распространение внутренних приливов.

Основной фокус работы — нелинейная трансформация внутренних приливов при их движении от глубоководных участков к шельфу. Авторы изучают формирование ударных волн (шоков) на переднем и заднем фронтах внутренних волн, генерацию короткопериодных солитонов и осцилляций, а также влияние изменения знака коэффициента нелинейности ( $\alpha$ ) на эволюцию волнового пакета. Отдельное внимание уделяется роли диссипативных процессов, таких как трение о дно, в ограничении амплитуд волн и предотвращении их нереалистичного роста.

Для моделирования применяется обобщённое уравнение Кортевега-де Фриза (КдВ), расширенное для учёта горизонтальной изменчивости среды. Модель включает переменные коэффициенты нелинейности ( $\alpha$ ), дисперсии ( $\beta$ ) и фазовой скорости ( $c$ ), зависящие от глубины, стратификации и фоновых течений. Дополнительно в уравнение введены члены, описывающие диссипацию через трение о дно - параметризованное коэффициентом Шези, и турбулентную вязкость.

Ключевое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{c}{2Q} \frac{dQ}{dx} \eta + \frac{kc}{h^2} \eta |\eta| - \nu \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (2.10)$$

где  $\eta(x,t)$  — вертикальное смещение пикноклина,

$Q(x)$  — функция, учитывающая изменение амплитуды волны из-за горизонтальной неоднородности,

$k$  — коэффициент трения,

$\nu$  — турбулентная вязкость,

$h$  — эффективная глубина.

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $c$  рассчитываются на основе данных CTD и фоновых течений

Моделирование проводится с помощью конечно-разностной схемы, адаптированной для уравнения КдВ с переменными коэффициентами.

Пространственная изменчивость  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\varsigma$  учитывается через данные CTD и буёв, что позволяет точно описать условия на шельфе. Для контроля устойчивости решения используются интегральные законы сохранения энергии и массы. Валидация модели выполняется путём сравнения с данными о вертикальных смещениях изотерм и скоростях течений, зарегистрированных на буях. Численные эксперименты охватывают различные сценарии: от идеализированных синусоидальных волн до реальных наблюдений, что подтверждает универсальность подхода.

Граничные условия задаются как периодические для соответствия приливному периоду 12 часов:

$$\eta \frac{s+2\pi}{\omega x} = \eta(s, x) \quad (2.11)$$

Координата связывает время и пространство, что упрощает анализ распространения волны. В качестве начальных условий используется синусоидальная волна с амплитудой 10–30 м и периодом 12 часов, либо реальные данные измерений с буя Slope, интерполированные по времени. Учитываются усреднённые профили плотности и течений, полученные за 4–12 часов наблюдений.

Авторы приходят к выводу, что изменение знака коэффициента нелинейности ( $\alpha$ ) с отрицательного (глубокая вода) на положительный (шельф) играет ключевую роль в формировании ударных волн и солитонов. На склоне шоки возникают на заднем фронте волны, а на шельфе — на переднем. Диссипация, особенно трение о дно, ограничивает амплитуды волн, делая прогнозы модели более реалистичными. Модель демонстрирует хорошее согласие с наблюдениями, хотя её точность снижается из-за временной изменчивости  $\alpha$ , связанной с фоновыми течениями и стратификацией. [23]



## 2.3 Обобщенное уравнение Кортевега-де-Вриза

В данной работе важно ввести понятия уравнения Кортевега-де Фриза (KdV) и его обобщённая версия (gKdV), представленное в следующем пункте [23].

Явление распространения уединенной волны, названной: солитон, впервые зафиксированное в 1834 году британским инженером Дж.С. Расселлом, и его обобщенная модель (gKdV) являются предметом дальнейшего рассмотрения. Важным вкладом Расселла стала эмпирическая формула, выражающая зависимость скорости солитона от его максимальной высоты  $y_0$ , которая приведена на рисунке 11.

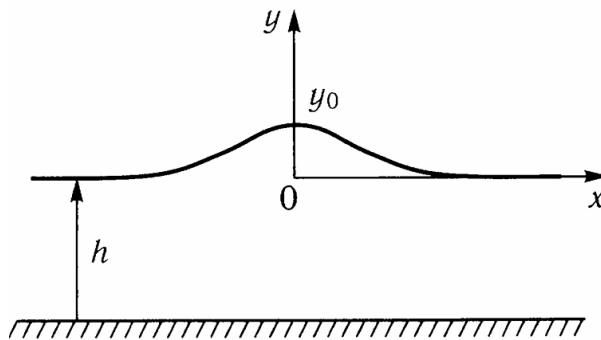


Рисунок 11 – Распространение импульса возмущения на поверхности воды в канале [23]

Уравнение Кортевега – де Фриза (КдВ) - это нелинейное эволюционное уравнение в частных производных, описывающее распространение волн малой амплитуды на поверхности жидкости. Оно имеет вид:

$$u_t + u_{xxx} + 6uu_x = 0 \quad (2.12)$$

где  $u(x,t)$  - функция, описывающая профиль волны, а индексы обозначают производные по времени и пространству.

Основной фокус сделан на аналитическом решении уравнений, описывающих нелинейные волновые процессы, такие как уединенные волны –

солитоны, и фронты ударных волн. Эти явления исследуются в рамках обобщенной модели, которая переходит в классическое уравнение Кортевега – де Фриза (КдВ) при определенных условиях, а также включает модификации для учета диссипативных эффектов.

Моделирование основано на вариационном подходе, где вводится инвариантный функционал действия, зависящий от псевдовектора  $A(x)$ . В одномерном случае этот функционал упрощается до скалярной функции  $A(x,t)$ , что позволяет получить обобщенное динамическое уравнение. Основное уравнение моделирования имеет вид:

$$\alpha \ddot{A} + \beta A + \gamma A^{(4)} + 2CA'' - 3dA'A'' - (D - 2G)(2AA'' + A'^2) = 0 \quad (2.13)$$

где члены с производными отражают нелинейные и диссипативные свойства системы. В частном случае, при нулевых значениях некоторых коэффициентов, уравнение сводится к модифицированному уравнению КдВ, допускающему решения в виде солитонов и ударных волн.

Уравнение позволяет единообразно описать как консервативные, так и диссипативные системы. Вариационный подход обеспечивает строгий аналитический вывод уравнений, альтернативный феноменологическим методам. Обобщенное уравнение в частных случаях воспроизводит классические решения: солитоны, сохраняющие свою форму, и ударные волны, характерные для сред с диссипацией. [24]

*Проблемы численной схемы.* В исследовании Holloway et al. (1997) использовали модель на основе уравнения Кортевега-де Фриза (KdV) с учётом диссипативных эффектов, в связи с чем Broadhead поднимает вопросы, касающиеся включения диссипации в модель, то есть турбулентной горизонтальной вихревой вязкости, соответствующий коэффициенту  $\nu$ , и квадратичного трения о дно, обозначающий коэффициент  $k$ . Автор указывает, что при использовании  $\nu = 2 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$  эффект вихревой вязкости не наблюдался,

и задаётся вопросом, какие эффекты могли бы проявиться при больших значениях  $\nu$ .

Исходная модель Holloway et al. основана на модифицированном уравнении Кортевега-де Фриза (gKdV) с учётом диссипации. Однако явная конечно-разностная схема, использованная в работе, оказалась неустойчивой при больших значениях коэффициента горизонтальной вихревой вязкости ( $\nu$ ). Это объясняется тем, что схема по сути сводится к методу Ричардсона, который безусловно неустойчив для уравнений диффузии. Исходная схема Holloway et al. была работоспособна только благодаря выбору крайне малого  $\nu$ , что исключало влияние неустойчивости. [22]

Предлагается модифицированная схема расчёта, основанная на методе Dufort-Frankel, для улучшения устойчивости при больших  $\nu$ . Для проверки и подтверждения проводятся численные эксперименты и анализ масштабов. Это позволяет исследовать влияние вихревой вязкости в более широком диапазоне значений. Трение о дно преобладает над вихревой вязкостью для приливных масштабов, тогда как для коротковолновых структур (внутренние волны) диссипация за счёт  $\nu$  становится сопоставимой с другими эффектами. [25]

Для внутренних волн (солитонов) вихревая вязкость может играть заметную роль, но для приливных масштабов её влияние остаётся незначительным даже при увеличении  $\nu$ . При малых  $\nu$ , как в исходной работе, трение о дно - коэффициент  $k$ , доминирует над вихревой вязкостью, снижая энергию приливов на порядок. [25]

Подобного рода критический анализ показывает значимость различных диссипативных механизмов в эволюции внутренних приливов и волн.

Критические замечания касаются ограниченной универсальности выводов, основанных на конкретном случае с постоянными коэффициентами. Для других регионов или условий результаты могут отличаться, что требует дополнительных исследований. Кроме того, автор не рассматривал альтернативные методы, такие как неявные схемы или спектральные подходы, которые могли бы повысить эффективность моделирования. Тем не менее,

работа служит важным дополнением к оригинальному исследованию, подчёркивая необходимость аккуратного выбора численных методов и глубокого анализа физических процессов. Эти выводы способствуют более точному прогнозированию волновых и приливных явлений в океане. [25]

## 2.4 Обобщенная модель gKdV

В некоторых приложениях становится важным учитывать нелинейность, что требует перехода к модифицированному уравнению Кортевега-де Вриза или к уравнению Гарднера [22]. Последнее представляет собой обобщение уравнения Кортевега-де Вриза и включает как квадратичную, так и кубическую нелинейности. Уравнение Гарднера, в свою очередь, обладает более разнообразным набором солитонных решений, и взаимодействие этих решений. В общем случае уравнение Гарднера имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\alpha u + a_1 u^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (2.14)$$

где  $\alpha$  коэффициент квадратичной нелинейности,

$a_1$  коэффициент кубической нелинейности,

$\beta$  коэффициент дисперсии.

Оба коэффициента нелинейности могут быть как положительными, так и отрицательными, в зависимости от конкретной задачи. [22]

Для поставленных целей в данной работе наиболее подходит gKDV-модель.

Обобщенное уравнение Кортевега-де-Фриза с переменными коэффициентами - gKDV-модель, зависящими от стратификации и топографии дна, которое описывает эволюции солитоноподобных волн и волновых пакетов взята в качестве расчетной модели и представлена уравнением 2.15::

$$A_t + C_0(x)A_x + \alpha(x)AA_x + \alpha_1(x)A^2A_x + \beta(x)A_{xxx} + \frac{C_0}{2\gamma(x)}\gamma_x A - \varepsilon A_{xx} = 0, \quad (2.15)$$

где  $A(x, t)$  – амплитуда волны,

$C_0(x)$  – фазовая скорость линейной волны,

а параметры  $\alpha(x)$ ,  $\alpha_1(x)$ ,  $\beta(x)$ ,  $\gamma(x)$  и  $\varepsilon$  – коэффициенты для квадратичной нелинейности, кубической нелинейности, дисперсии, трансформации и диссипативных эффектов.

Применяется данное моделирование внутренних волн там, где топография дна и стратификация плотности влияют на  $C_0(x)$ ,  $\alpha(x)$ ,  $\beta(x)$ , а диссипация ( $\varepsilon$ ) учитывает турбулентные потери.

Уравнение (2.4.3) объединяет нелинейность, дисперсию, диссипацию и пространственную неоднородность, что делает его универсальным инструментом для изучения сложных волновых процессов.

Для кода моделирования делается переход от одного уравнения к другому производя замену:  $A$  на  $v$ ,  $C_0(x)$  на  $c(x)$ ,  $\gamma(x)$  на  $Q(x)$ ,  $\varepsilon$  на  $-v$ .

Это позволяет использовать общую методологию численного решения, описанную в работе.

Производные аппроксимируются разностными схемами:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + [c(x) + \alpha(x)v + \alpha_1(x)v^2] \frac{\partial v}{\partial x} + \beta(x) \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{c(x)}{2Q(x)} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (2.16)$$

Первая производная по пространству (нелинейный член):

$$\frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{v_{j+1} - v_{j-1}}{2\Delta x} \quad (2.17)$$

Третья производная по пространству (дисперсия):

$$\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \approx \frac{v_{j+2} - 2v_{j+1} + 2v_{j-1} - v_{j-2}}{2\Delta x^3} \quad (2.18)$$

Вторая производная по пространству (диффузия):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \approx \frac{v_{j+1} - 2v_j + v_{j-1}}{\Delta x^2} \quad (2.19)$$

Используется явный метод Эйлера для обновления решения на каждом шаге:

Вычисление членов уравнения для каждого узла сетки  $j$ :

Нелинейный член:

$$vnl = -\frac{\Delta t}{2\Delta x} \cdot (c_j + \alpha_j v_j + a_{1j} v_j^2) \cdot (v_{j+1} - v_{j-1}) \quad (2.20)$$

Дисперсионный член:

$$vd = -\beta_j \cdot \frac{\Delta t}{2\Delta x^3} \cdot (v_{j+2} - 2v_{j+1} + 2v_{j-1} - v_{j-2}) \quad (2.21)$$

Диффузия:

$$vdif = v \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \cdot (v_{j+1} - 2v_j + v_{j-1}) \quad (2.22)$$

Влияние неоднородности среды:

$$vq = \frac{c_j}{2Q_j} \cdot \frac{Q_{j+1} - Q_{j-1}}{2\Delta x} \cdot v_j \quad (2.23)$$

Особенности реализации, заключаются в том, что переменные коэффициенты:  $c(x)$ ,  $\alpha(x)$ ,  $\beta(x)$ ,  $Q(x)$ , загружаются из файла и интерполируются на сетку в подпрограмме.

Начальные условия задаются как два гауссовых импульса, имитирующих солитоны:

$$v(x, 0) = A \cdot sech^2\left(\frac{x-x_m}{s}\right) + A_2 \cdot sech^2\left(\frac{x-x_{m2}}{s_2}\right) \quad (2.24)$$

Для задания граничных условий в коде используется периодическая граница, а для сглаживания решения, то есть для подавления численных шумов применяется фильтр:

$$v_j' = v_j + k \cdot (v_{j-1} + v_{j+1} - 2v_j) \quad (2.25)$$

Выходными данными будут являться файлы с профилем волны в разные моменты времени и эволюция волны во времени. Моделирование реализует гибридный подход, сочетающий явную конечно-разностную схему, сглаживание и интерполяцию коэффициентов, что реализует нелинейные волны в реальных неоднородных средах.

### 3. Моделирование внутреннего прилива в Авачинском заливе с использованием KDV-модели

#### 3.1 Район исследования

Данные для анализа выбирались на основе исследований интенсивных нелинейных внутренних волн [52], где на рисунках 12 и 13 обозначено пространственное распределение лидирующих гребней проявлений КВВ.

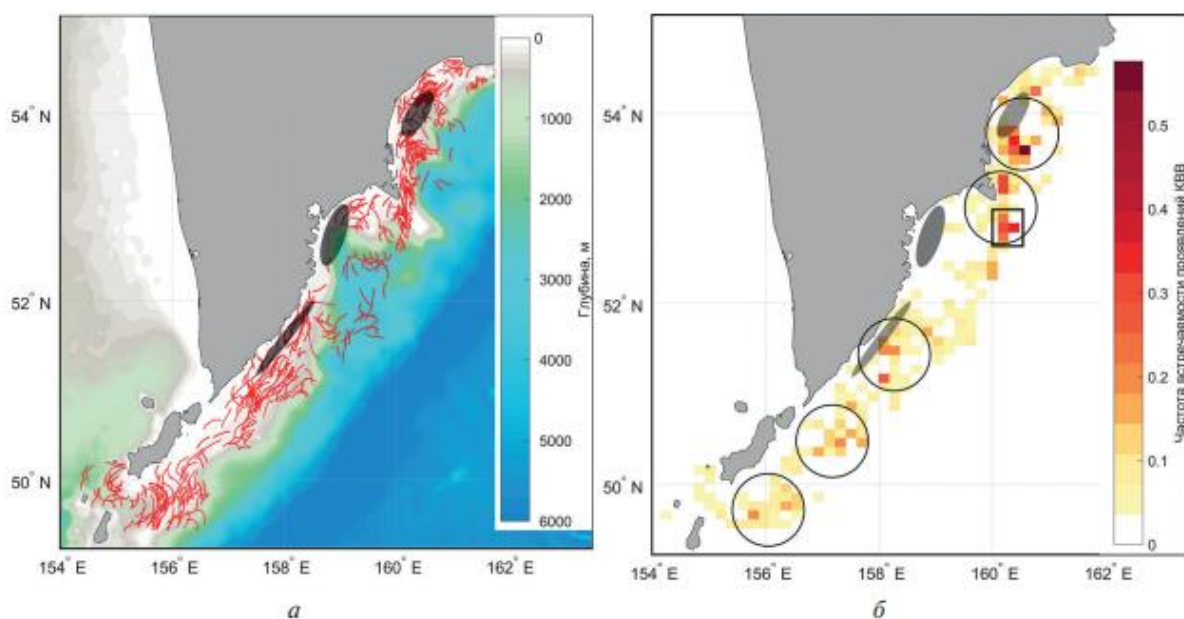


Рисунок 12 – Пространственное распределение лидирующих гребней проявлений КВВ (а) и частота встречаемости проявлений КВВ (б). Серыми эллипсами показаны основные районы, чёрными окружностями — области горячих точек в поле проявлений КВВ; чёрный прямоугольник выделяет область исследования межгодовой изменчивости проявлений КВВ в августе 2017–2021 гг. [52]

На рисунках 12 и 13 видны многочисленные проявления КВВ в исследуемом регионе.



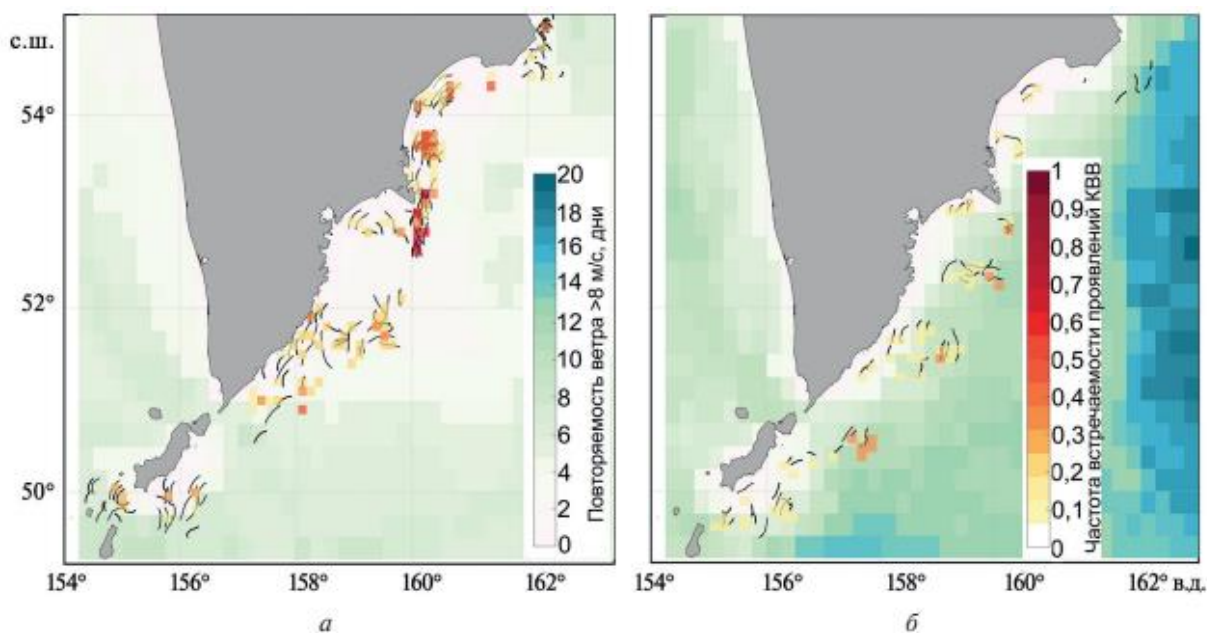


Рисунок 13 - Композитные карты положения лидирующих гребней проявлений КВВ, частота встречаемости проявлений КВВ и повторяемости скорости ветра более 8 м/с за месяц: а — в августе 2017 г.; б — в августе 2020 г. [52]

Был выбран участок в районе Авачинского залива у мыса Шипунского примерно с координатами 52° северной широты и 160° восточной долготы.

Выбор этого разреза обусловлен высокой активностью КВВ, зафиксированной в ходе полевых экспериментов авторов [30], так как разрез должен охватывать область генерации волн и путь их распространения на так как шельф.

На рисунке 14 представлен Авачинский залив, расположенный у юго-восточного побережья полуострова Камчатка в Тихом океане. Мысы Шипунский на северо-востоке и Поворотный на юго-западе представляются граничными по расстоянию точками, которые по прямой очерчивают вход в залив. Сам залив состоит из внешней части, представляющей собой образующую собственную площадь залива и внутренней части, которая именуется Авачинская бухта. Вдоль берега она изрезана множеством мелких бухт. [6]

Узкий шельф, сильный уклон дна и влияние меандров Камчатского течения, которое формирует фронтальные разделы создают отличительные черты залива. Глубины залива, варьирующиеся от 100–200 м в мелководных районах, а зоне склона Курило-Камчатского желоба более 1000 м., создают вышеупомянутый крутой уклон дна. В совокупности факторов в данном районе создаются все условия для формирования КВВ.[6]



Рисунок 14 – Местоположение района Авачинского залива

Характеристики внутренних волн в заливе варьируются в зависимости от глубины [3]. В отличие от глубоководных зон, где максимальная высота волн не превышает 10 метров, на мелководье регистрируются волны до 15 метров, что происходит в 10% случаев. Средние значения составляют 5–8 м. Длина волн достигает 800 м, а фазовая скорость оценивается в 0.6 м/с. Период колебаний — 10–15 минут, а в пакетах насчитывается от 2 до 10 волн. Протяжённость лидирующих гребней может достигать 39 км. [3]

*Связь с приливной динамикой* выражена чётко. Максимальные амплитуды волн совпадают с пиковыми скоростями приливных течений 30 см/с. Например, 16 сентября 2018 года зафиксирован цуг из трёх волн, следующих с

периодичностью 5 часов. Волны проявляются как в фазу прилива, так и отлива, что подтверждает их приливное происхождение. [6]

### 3.2 Определения начальных данных

После выбора места разреза были получены данные батиметрии из базы GEBCO [31]. Данные наблюдения послужили основой для выбора полигона исследования, то есть выбор поля, как и выбор 9 точек вдоль продольного разреза Авачинского залива с шагом примерно равным 10 км. Координаты и глубины соответствуют полигонам, подходящим для изучения внутренних волн, а точнее мелководному району с глубинами 100–200 м, переходящий в глубоководный участок над Курило-Камчатским желобом с глубиной более 1000 м. Например, точка 1 с значением составляющим -1937 м., расположена в зоне желоба, где фиксируются максимальные градиенты плотности, а точка 9 с значением составляющим -166 м. — на шельфе, где зарегистрированы волны высотой до 15 м.

Топография дна разреза проиллюстрирована далее на рисунке 16, где горизонтальная шкала – это расстояние в километрах, а вертикальная — глубина в метрах

В таблице 2 приведены точные значения координат точек и расстояния между первой и последующими точками.

Таблица 2 - Исходные данные на разрезе: глубины и расстояния от начала

| Номер точки | Широта, сев | Долгота, вост | Глубина, м | Расстояния от первой точки, км |
|-------------|-------------|---------------|------------|--------------------------------|
| 1           | 52.50       | 160.20        | -1937.00   | 0.00                           |
| 2           | 52.59       | 160.20        | -1633.00   | 9.73                           |
| 3           | 52.68       | 160.20        | -1167.00   | 19.46                          |
| 4           | 52.76       | 160.20        | -664.00    | 29.19                          |
| 5           | 52.85       | 160.20        | -343.00    | 38.92                          |
| 6           | 52.94       | 160.20        | -195.00    | 48.65                          |
| 7           | 53.03       | 160.20        | -180.00    | 58.38                          |
| 8           | 53.11       | 160.20        | -168.00    | 68.11                          |
| 9           | 53.20       | 160.20        | -166.00    | 77.84                          |

Расстояния от первой точки, указанные в таблице, при загрузке в модель округляются до круглого числа, то есть берутся расстояния: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 и 80 км, как показано на рисунке 16: батиметрическом разрезе вдоль трассы протяжённостью 90 км в акватории Курило-Камчатского региона. Глубины варьируются от -2000 м до -150 м, что соответствует переходу от глубоководного желоба к шельфовой области. Вертикальная шкала отображает глубину в метрах, горизонтальная — дистанцию в километрах.

#### Рисунок 16 - Топография дна

Рисунок 18 демонстрирует вертикальный профиль стратификации для августа 2020 года, где чётко выделяется пикноклин — слой с максимальным градиентом плотности. Физически именно в таких зонах амплитуда внутренних волн достигает максимальных значений. Важно отметить, что положение пикнолина у поверхности (а не на глубине) усиливает взаимодействие волн с донным рельефом на мелководье, что является ключевым фактором для энергетики волновых процессов. Данные получены из базы ECCO (Estimating the Circulation and Climate of the Ocean) — современной климатической модели океана, интегрирующей спутниковые.. [51] Цветовая шкала визуализирует значения плотности, демонстрируя неоднородность водной толщи. Эти данные, но в более крупном масштабе согласуются с независимыми измерениями, представленными на рисунке 18.

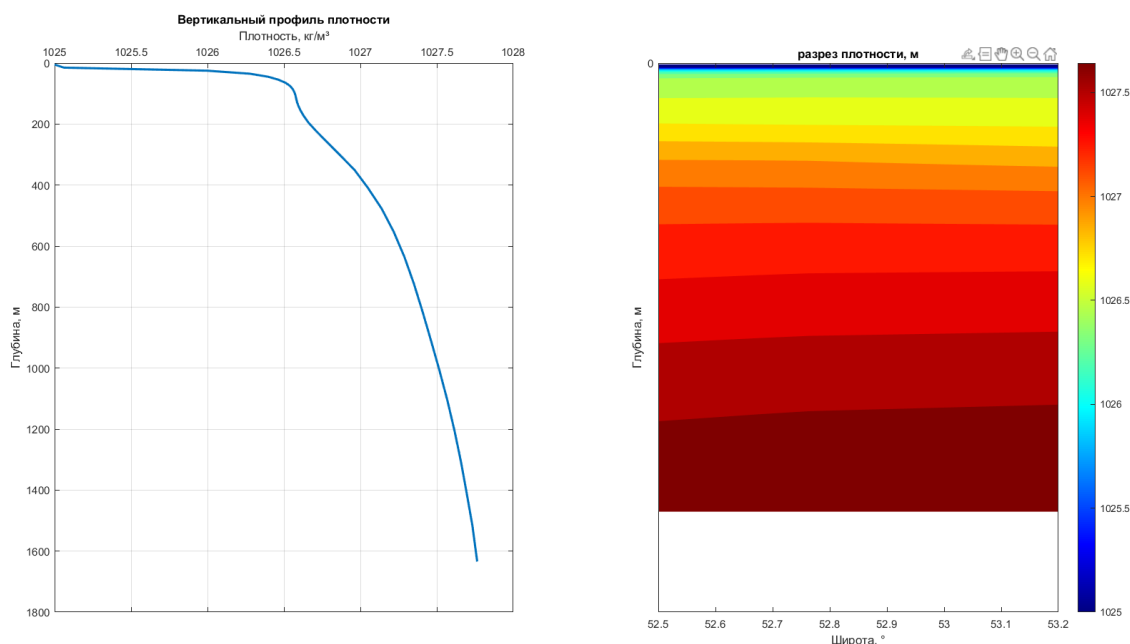


Рисунок 17– Профиль и разрез стратификации участка на август 2020 года [51]

Рисунок 18 отображает пространственное распределение плотности в районе мыса Шипунского, полученное с помощью CTD-зондирования 27 сентября 2018 года. На графике показаны изолинии плотности, где горизонтальная ось соответствует расстоянию вдоль разреза, а вертикальная — глубине.

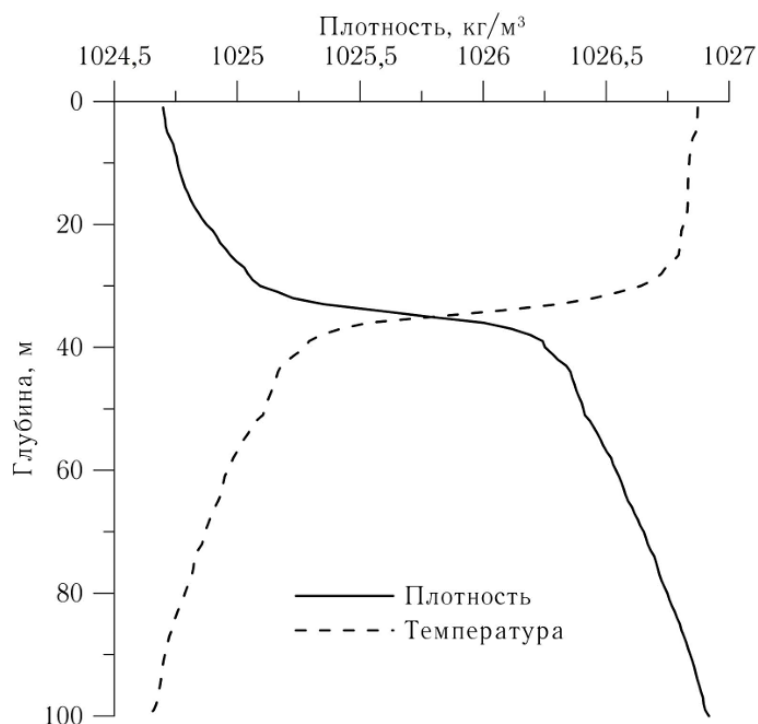


Рисунок 18 - Плотности на полигоне около м. Шипунского по данным CTD-зондирования 27 сентября 2018 г. [30]

Данные соответствуют зафиксированным данным CTD-зондированием, представленным на рисунке 4.

В зонах резкого изменения плотности (например, на Рис. 17) амплитуда  $\Phi(z)$  максимальна. Напротив, в однородных слоях волны затухают. Данные Рис. 17 показывают, пикноклин находится у поверхности, что смещает максимум  $\Phi(z)$  вверх и усиливает взаимодействие волн с дном на мелководье. Соответствие глубины и плотности указаны в таблице 3

Таблица 3 – Значения плотности на глубинах участка

| Глубина | Плотность | Слой        | $\Delta\rho$ |
|---------|-----------|-------------|--------------|
| -3      | 1025      |             |              |
| -17.5   | 1025.06   | -17.5--3    | 0.03         |
| -32.14  | 1026      | -32--17.5   | 0.04         |
| -46.69  | 1026.28   | -45--32     | 0.04         |
| -61.24  | 1026.4    | 61--45      | 0.04         |
| -85     | 1026.47   | -85--61     | 0.05         |
| -95.1   | 1026.51   | -95--85     | 0.05         |
| -105.3  | 1026.54   | -105--95    | 0.05         |
| -115.9  | 1026.56   | -116--105   | 0.06         |
| -127.2  | 1026.57   | -127--116   | 0.06         |
| -139.7  | 1026.58   | -140--127   | 0.06         |
| -154.5  | 1026.58   | -154--140   | 0.07         |
| -172.4  | 1026.59   | -172--154   | 0.08         |
| -194.7  | 1026.59   | -195--172   | 0.09         |
| -222.7  | 1026.61   | -223--19    | 0.09         |
| -257.5  | 1026.63   | -257--223   | 0.1          |
| -299.9  | 1026.66   | -300--257   | 0.08         |
| -350.7  | 1026.71   | -351--300   | 0.07         |
| -409.9  | 1026.78   | -410--351   | 0.05         |
| -477.5  | 1026.86   | -477--410   | 0.03         |
| -552.7  | 1026.96   | -553--477   | 0.02         |
| -634.7  | 1027.05   | -635--553   | 0.01         |
| -722.4  | 1027.14   | -722--635   | 0.01         |
| -814.5  | 1027.22   | -814--722   | 0.01         |
| -909.7  | 1027.29   | -910--814   | 0            |
| -1007.2 | 1027.35   | -1007--910  | 0.01         |
| -1105.9 | 1027.41   | -1105--1007 | 0.01         |
| -1205.5 | 1027.46   | -1207--1105 | 0.02         |
| -1306.2 | 1027.52   | -1306--1207 | 0.03         |
| -1409.2 | 1027.57   | -1406--1306 | 0.04         |
| -1517.1 | 1027.62   | -1506--1406 | 0.07         |
| -1634.2 | 1027.66   | -1606--1506 | 0.12         |
| -1765.1 | 1027.7    | -1709--1606 | 0.28         |
| -1914.2 | 1027.73   | -1917--1709 | 0.94         |

| Глубина | Плотность | Слой         | $\Delta\rho$ |
|---------|-----------|--------------|--------------|
| -2084   | 1027.76   | -2034 --1917 | 0.06         |

Таблица 4 представляет результат отбора данных для моделирования. Из 30 исходных точек выбрано 9, причём некоторые глубины (-172.4 м, -194.7 м) продублированы, по причине отбора по слою, а данные глубин в конкретные точки в базах данных GEBCO и ECCO разнятся в виду погрешностей. Зона резкого скачка плотности — основной на пикноклин.находится между 5 и 6 точками.

Таблица 4 – Отобранные значения стратификации

| Номер точки | Глубина | Плотность | Слой         | $\Delta\rho$ |
|-------------|---------|-----------|--------------|--------------|
| 1           | -172.4  | 1026.59   | -172--154    | 0.08         |
| 2           | -172.4  | 1026.59   | -172--154    | 0.08         |
| 3           | -194.7  | 1026.59   | -195--172    | 0.09         |
| 4           | -194.7  | 1026.59   | -195--172    | 0.09         |
| 5           | -350.7  | 1026.71   | -351--300    | 0.07         |
| 6           | -722.4  | 1027.14   | -722--635    | 0.01         |
| 7           | -1205.5 | 1027.46   | -1207--1105  | 0.02         |
| 8           | -1765.1 | 1027.7    | -1709--1606  | 0.28         |
| 9           | -2084   | 1027.76   | -2034 --1917 | 0.06         |

Таблица 5 демонстрирует финальный этап подготовки данных для модели. Глубины заменены с на данные с базы данных GEBCO [31], что связано с переходом к более точным значениям рельефа. Ключевое нововведение — введение горизонтальных расстояний между точками с фиксированным шагом 9.73 км. Это преобразует вертикальную стратификацию в двумерное пространство, позволяя моделировать распространение волн вдоль разреза. Значения  $\Delta\rho$  сохранены без изменений из Таблицы 4, что обеспечивает физическую согласованность.

Таблица 5 – Отобранные значения стратификации согласно глубинам

| Глубина    | Расстояния от первой точки: | $\Delta\rho$ |
|------------|-----------------------------|--------------|
| -1937.00 м | 0.00 км                     | 0.08         |
| -1633.00 м | 9.73 км                     | 0.08         |
| -1167.00 м | 19.46 км                    | 0.09         |
| -664.00 м  | 29.19 км                    | 0.09         |
| -343.00 м  | 38.92 км                    | 0.07         |
| -195.00 м  | 48.65 км                    | 0.01         |

|           |          |      |
|-----------|----------|------|
| -180.00 м | 58.38 км | 0.02 |
| -168.00 м | 68.11 км | 0.28 |
| -166.00 м | 77.84 км | 0.06 |

### 3.3 Выполнение расчета по численной схеме и моделирование

Результатами решения уравнения (2.15) являются, во-первых, рассчитанные коэффициенты уравнения Гарднера вдоль разреза. Графики (рисунки 19 – 25) отображают пространственное изменение параметров внутренней волны вдоль трассы движения солитона длиной 90 км для трех различных режимов диссипации, обозначенных цветами согласно Broadhead (1999): синий цвет соответствует влиянию только вязкости, красный — только донного трения, а желтый — совместному действию обоих факторов. [26]

Таким образом, можно будет показать, как на приливы влияет трение и вязкость.

Первый коэффициент квадратичной нелинейности  $\alpha$  ( $\text{с}^{-1}$ ), отвечающий за чувствительность к стратификации и сдвигу, считается уравнением:

$$\alpha = \frac{3c}{2} \frac{\int \left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^3 dz}{\int \left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2 dz} \quad (3.1)$$

На рисунке 19 представлена изменчивость коэффициента квадратичной нелинейности  $\alpha$  уравнения Гарднера вдоль разреза. Три графика, синего, красного и желтого цветов значения  $\alpha$  демонстрируют значительные колебания по мере приближения к берегу. В первом отрезке, который можно выделить, значения возрастают, наблюдается выраженный рост коэффициента в глубоководной зоне. Достигая пиковых значений на материковом склоне, происходит обнажение графиков, обозначающее усиление нелинейных эффектов при распространении волн на мелководье.



Рисунок 19 – Изменчивость коэффициента квадратичной нелинейности  $\alpha$

Красный график пространственного распределения коэффициента характеризуется самым выраженным и резким ростом  $\alpha$  в глубоководной зоне. На участке примерно 0-30 км коэффициент увеличивается экспоненциально, достигая абсолютного максимума среди всех трех вариантов. После прохождения солитонном материкового склона значения коэффициента плавно снижаются, без выраженных колебаний. При разрушении видны два небольших скачка, с наименее выраженными по сравнению с двумя другими графиками.

График желтого цвета идет почти ровно, без резких скачков и занимает промежуточное положение. В глубокой воде значения слабо отрицательные — это значит, что волны здесь не сжимаются и не усиливаются. В этой части график схож с значениями графика синего цвета. Однако при входе на шельф линия плавно поднимается вверх и значения остаются слабо положительными. На отметке в 30 км рост  $\alpha$  начинается раньше и протекает более интенсивно, чем у синего, но не достигает таких экстремальных значений, как у красного по модулю. Кривая имеет более выраженную нелинейность – выпуклость, в зоне 10-20 км. Максимум у берега выше, чем у синего и красного графика. Этот вариант отражает умеренно-интенсивный сценарий усиления нелинейных процессов по мере движения волны к берегу.

Синий график на глубоководном участке сохраняет одно значение до материкового склона. При приближении к берегу наблюдается резкое обнижение на материковом склоне и такое же резкое возрастание при достижении шельфа. Более плотный отрицательный скачок наблюдается, когда солитон разрушается.

В конце каждого из графиков отмечаются скачки коэффициента  $\alpha$ , характеризующего нелинейные эффекты в среде. Пиковые значения  $\alpha$  указывают на зоны, где нелинейность усиливается из-за резкого изменения градиента плотности, находящаяся близко к поверхности, относительно общей глубины. Эти области говорят о амплитудном росте КВВ.

График показанный на рисунке 20 иллюстрирует пространственное изменение коэффициента дисперсии  $\beta$  ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) для Авачинского залива и рассчитывается по формуле:

$$\beta = \frac{c}{2} \frac{\int (\Phi)^2 dz}{\int \left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2 dz} \quad (3.2)$$

Рисунок 20 – Графики пространственного распределения коэффициента дисперсии  $\beta$

На всех трех графиках значение  $\beta$  равно нулю на расстоянии 40 км совпадает с точкой смены значений коэффициента дисперсии  $\alpha$  с возрастания на убывание. Такое сочетание усиливает распад исходного солитона возвышения: высокая дисперсия подавляет нелинейную фокусировку волны, ускоряя генерацию короткопериодных осцилляций депрессии после перехода через смену тенденции коэффициента дисперсии  $\alpha$ . При этом крутой спад ограничивает длину формирующегося волнового пакета.

Рисунок 20 демонстрирует резко неоднородное распределение коэффициента дисперсии  $\beta$  ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) вдоль направления распространения внутреннего прилива. В непосредственной близости от точки генерации волн коэффициент достигает своих максимальных значений. Это характерно для глубоководных участков континентального склона, где большая глубина, а стратификация с пикноклином у поверхности максимизируют дисперсионные эффекты. В таких условиях дисперсия играет ключевую роль в формировании солитонов депрессии (волн понижения).

График подтверждает теоретическую модель: пространственная изменчивость  $\beta$  напрямую связана с топографией шельфа и стратификацией, определяя переход от дисперсионно-управляемой динамики в глубокой воде к нелинейно-диссипативной на мелководье.

Следующий коэффициент  $Q$ , представленном на рисунке 21 графиком пространственной эволюции коэффициента усиления амплитуды внутренних волн вдоль траектории распространения прилива от глубоководной зоны к шельфу. Данный коэффициент рассчитывается формулой:

$$Q = \sqrt{\frac{c_0^2 \int c_0 \left(\frac{d\Phi_0}{dz}\right)^2 dz}{c^2 \int c \left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2 dz}} \quad (3.3)$$

Данный интегральный параметр связывает вертикальную структуру океана с изменением амплитуды внутренних волн. Его учёт позволяет моделировать адиабатическое усиление или ослабление волн при распространении через неоднородную среду. График коэффициента усиления амплитуды  $Q$  так же, как и остальные коэффициенты уравнения Гарднера имеет точку изменения на стыке континентального склона и шельфа, что больше всего заметно по графику красного цвета.

Рисунок 21 – График эволюции коэффициента усиления амплитуды

В глубоководной зоне значения кривых чуть выше шельфовых значений. Синий график колеблется около значения 1, что указывает на минимальную роль вихревой диффузии: большие глубины и протяжённые горизонтальные масштабы волн подавляют турбулентное рассеяние. В то же время красный график проявляет резкий всплеск до 3, что противоречит ожиданиям — обычно

на глубинах трение пренебрежимо мало. Эта аномалия может объясняться локальными факторами: подводными оползневыми склонами, которые увеличивают коэффициент  $k$ . Жёлтый график (совместное действие) также стабилизируется у 1, подтверждая, что диссипация здесь определяется исключительно трением ( $\nu$  не вносит вклада).

При переходе через критическую точку (40 км) происходит общее падение значений. Красная кривая (трение  $k$ ) резко снижается к значениям близким к 0. Одновременно жёлтый график (комбинированная диссипация) повторяет красный график. На этом фоне синий график сохраняет стабильность около 1, но его даже наблюдается небольшой рост. Физически это означает, что при исчезновении трения ( $k$ ) система теряет ключевой механизм диссипации, но вязкость ( $\nu$ ) не может его заместить из-за слабых градиентов скорости в длинных волнах.

На рисунке 22 параметр  $\gamma$ , характеризует геометрическое сжатие волны. До начала материкового склона значения тянутся у отметки нуля, с увеличением глубины значение монотонно возрастает по направлению к береговой линии, достигая максимума вблизи берега. Эта тенденция согласуется с теорией: переход к шельфовой зоне приводит к концентрации волновой энергии и росту амплитуды. Особенно выраженный пик наблюдается на последних 10 км разреза, подтверждая критическое влияние мелководья на усиление волн.

График как бы обратен коэффициенту  $\beta$ . Так до смены глубины коэффициента дисперсии убывал, при полном отсутствии коэффициент  $\gamma$ . После же, то есть при выходе на шельф картина зеркально меняется при полном отсутствии значений  $\beta$ , виден плавный рост и последующий скачок коэффициента  $\gamma$ .

Рисунок 22 – График пространственной эволюции коэффициента  
усиления амплитуды

На рисунках 19 – 22 во всех коэффициентах уравнения четко выражен переход от глубоководной зоны к шельфу. Значения перехода как раз выпадают на расположение материкового склона, на месте которого в графиках отмечается плавный рост, после или до которого выражен резкий скачок.

Исходя из локальной глубины и стратификации рассматриваются кинематические характеристики внутренней приливной волны  $M_2$ : согласно линейной теории длинных волн, фазовая скорость ( $C_p$ ), длина волны ( $\lambda$ ), групповая скорость ( $C_g$ ) для прилива  $M_2$ .

Рисунки 23–25 демонстрируют кинематические характеристики внутренней приливной волны  $M_2$ . Фазовая скорость ( $C_p$ , рис. 23) плавно снижается по мере приближения к берегу вследствие уменьшения глубины. Длина волны ( $\lambda$ , рис. 24) сокращается синхронно с  $C_p$ , отражая сжатие волнового пакета. Групповая скорость ( $C_g$ , рис. 25) также уменьшается, но с более резким спадом в прибрежной зоне. Все три графика подтверждают ожидаемое замедление солитона и его трансформацию приливных волн на шельфе.

Рисунок 23 – График пространственной эволюции фазовой скорости приливной волны  $M_2$

Рисунок 24 – График изменения длины волны  $\lambda$  внутренней приливной волны  $M_2$

Рисунок 25 – Пространственное распределение групповой скорости приливной волны  $M_2$

На рисунке 26 представлена эволюция внутренней приливной волны  $M_2$  с амплитудой 5 м и периодом 12.42 ч при её распространении от абиссальной равнины к береговой линии в течение 16 часов. Амплитуда увеличивается по мере движения к берегу, что коррелирует с ростом коэффициента усиления (рис. 21). Подъем дна, отмеченный линией синего цвета, усиливает нелинейные эффекты, приводя к укрупнению волны.

Волна, отмеченная кривой чёрного цвета кривой, демонстрирует типичную для модели Гарднера трансформацию: начальный профиль (красного цвета) профиль деформируется, формируя асимметрию с крутым передним фронтом.

В глубоководной области волна сохраняет квазилинейный синусоидальный профиль (красная кривая), где минимальные значения коэффициентов квадратичной нелинейности  $\alpha$  и дисперсии  $\beta$  (Рис. 19–20)



обуславливают доминирование линейной динамики. При пересечении континентального склона наблюдается прогрессирующая нелинейная трансформация: амплитуда волны увеличивается, а профиль деформируется с формированием крутого переднего фронта и пологого тылового склона (черная кривая). Данный процесс инициируется резким ростом  $\alpha$  в зоне крутых батиметрических градиентов, что приводит к нарушению баланса между нелинейностью и дисперсией. На шельфовом участке усиление  $\alpha$  достигает максимума, вызывая распад исходной волны в мультисолитонный пакет. Результирующая структура характеризуется ведущим солитоном амплитудой менее 5 м, сопровождаемым 2–3 вторичными солитонами амплитудой 3–4 м и затухающими осцилляциями в хвостовой части, что согласуется с теорией распада КдВ-волн при уменьшении глубины.

Рисунок 26 — Эволюция внутренней волны вдоль разреза.

Специфика трансформации аналитического солитона (амплитуда 5 м, полуширина 1 км) на шельфовом участке после перехода от сверхкритических уклонов континентального склона к докритическим уклонам шельфа показана на

рисунке 27. Исходное состояние (красная кривая,  $x=34$  км) соответствует устойчивому солитонному решению уравнения Кортевега — де Вриза. Однако при движении к берегу уменьшение глубины под средним уклоном в 44 градуса, индуцирует монотонный рост  $\alpha$  (Рис. 19), что нарушает условие Ф-вызова ( $\beta/\alpha^2 \neq \text{const}$ ) и приводит к потере устойчивости солитона. На дистанции 10–20 км наблюдается классический распад на солитонную "лестницу": ведущий солитон укрупняется с одновременным ростом амплитуды (до 6–7 м) и генерацией вторичных солитонов меньшей амплитуды (3–4 м), следующих в порядке убывания высоты. Физической основой распада является перераспределение энергии в соответствии с законом сохранения массы и импульса для уравнения Гарднера. На финальной стадии (20–34 км) амплитуда ведущего солитона достигает 8 м при сокращении полуширины до 0.6 км, а волновой пакет эволюционирует в интенсивно осциллирующую структуру с бороподобным фронтом (синие кривые), что свидетельствует о развитии турбулентноподобной диссипации в прибрежной зоне.

Рисунок 27 – Эволюция уединенной волны вдоль части разреза.

Сравнительный анализ рисунков 26 и 27 выявляет общие закономерности нелинейной трансформации внутренних волн на шельфе. В обоих случаях ключевым фактором является усиление квадратичной нелинейности ( $\alpha$ ) при уменьшении глубины, приводящее к росту амплитуды на 60–80% и распаду исходного возмущения. Критическая роль батиметрии подтверждается синхронизацией зон распада с участками максимальных градиентов  $\alpha$  (Рис. 19). Различие заключается в механизме инициирования нелинейности: в Рис. 26 оно обусловлено адиабатическим сжатием волны на континентальном склоне, тогда как в Рис. 27 распад искусственно индуцирован на бровке шельфа переходом к докритическим условиям. Результирующая структура волнового поля у берега (ведущий солитон амплитудой больше 8 м с осциллирующим хвостом) качественно совпадает в обоих экспериментах, что подчеркивает универсальность описанных механизмов для прогноза рисков прибрежных волновых воздействий.

В обоих случаях решающую роль играет рост  $\alpha$  на шельфе (Рис. 19). Когда  $\alpha$  превышает критический порог, дисперсия ( $\beta$ ) не может компенсировать нелинейное укрупнение, что запускает распад. В Рис. 26 этот процесс инициируется на склоне, в Рис. 27 — "включается" на бровке шельфа. Результат сходится: у берега формируется опасная высокоамплитудная волна с крутым фронтом.

Донное трение, представленное красными графиками на рисунках 19-25, выступает главным диссипативным механизмом на шельфовых участках. При выходе волны на мелководье в критической точке в 40 км его воздействие становится доминирующим. Трение вызывает резкое затухание волновой энергии, что наглядно проявляется в катастрофическом падении коэффициента усиления амплитуды ( $Q$ ) практически до нуля. Это прямое следствие интенсивного взаимодействия придонных течений, индуцированных волной, с неровной поверхностью дна, где энергия рассеивается в турбулентности. Парадоксально, но в глубоководной зоне (0-30 км) то же трение способствует резкому, экспоненциальному росту коэффициента квадратичной нелинейности

( $\alpha$ ). Этот рост, самый значительный среди всех рассматриваемых сценариев диссипации, указывает на усиление нелинейных эффектов – волна "заостряется" еще до достижения шельфа. На самом шельфе трение полностью подавляет дисперсионные эффекты ( $\beta$  стремится к нулю), делая волновую динамику сугубо нелинейной и диссипативной.

**Горизонтальная вихревая вязкость**, представленное синими графиками на рисунках 19-25, напротив, наиболее значима в глубоководных районах, вдали от влияния дна. Ее основной эффект – сглаживание резких градиентов в волновом профиле. Она действует как "размазывающий" фактор, подавляя экстремальные пики нелинейности ( $\alpha$ ), что видно по более умеренным значениям этого коэффициента по сравнению со сценарием чистого трения. Вязкость эффективно диссипирует энергию короткопериодных компонент волнового пакета (например, вторичных солитонов), но ее влияние на общую амплитуду длинной приливной волны ( $Q$ ) пренебрежимо мало – коэффициент усиления остается близким к единице. Физически это объясняется слабыми горизонтальными градиентами скорости в масштабах длинной приливной волны, недостаточными для существенного действия вязкости. Однако локально, особенно на материковом склоне, вязкость может вызывать резкие скачки коэффициентов (например, падение  $\alpha$ ), отражая чувствительность модели к выбору параметра  $v$ . Отмечаются самые высокие значения скоростей, при рассмотрении этого параметра

**Совместное действие**, представленное желтыми графиками на рисунках 19-25, трения и вязкости демонстрирует промежуточные характеристики, но с явным доминированием трения на шельфе. Наклон кривой коэффициента нелинейности ( $\alpha$ ) на склоне оказывается круче, чем при чистой вязкости, но менее выражен, чем при чистом трении. На шельфе же совместное действие приводит к такому же резкому падению коэффициента усиления амплитуды ( $Q$ ), как и в сценарии с одним трением, – вязкость не в состоянии компенсировать мощные диссипативные потери от взаимодействия с дном. Это падение означает, что общая энергия волнового пакета у берега будет значительно ниже, чем в

глубоководной зоне. Комбинация механизмов иногда приводит к более плавным пространственным изменениям коэффициентов (например,  $\beta$ ), смягчая резкие скачки, характерные для "чистых" случаев.

## Заключение

В настоящем исследовании достигнута поставленная цель – разработана и успешно применена обобщенная модель на основе уравнения  $gKdV$  с переменными коэффициентами для описания генерации и эволюции приливных внутренних волн в уникальных условиях Курило-Камчатского региона. Разработанная модель явно учитывает ключевые особенности региона: резкий батиметрический переход от глубоководного желоба к шельфу, специфическую субарктическую стратификацию вод с выраженным пикноклином, резонансное усиление суточных приливных гармоник над топографией, а также диссипацию энергии за счет трения о дно.

Анализ результатов для Авачинского пролива показал, пространственную неоднородность коэффициентов уравнения  $gKdV$  вдоль трассы распространения волны протяженностью 90 км – от глубоководного желоба к шельфу. Коэффициент квадратичной нелинейности  $\alpha$  демонстрирует выраженный рост, особенно на материковом склоне и шельфе, что указывает на усиление нелинейных эффектов при выходе волны на мелководье. Коэффициент дисперсии  $\beta$  достигает максимальных значений в глубоководной зоне и резко снижается на шельфе. Коэффициент усиления амплитуды  $Q$  и параметр геометрического сжатия  $\gamma$  также показали значительную пространственную изменчивость, тесно связанную с батиметрией и стратификацией вод.

Моделирование эволюции приливной внутренней волны  $M_2$  с начальной амплитудой 5 м подтвердило теоретические положения о нелинейной трансформации. В глубоководной зоне волна сохраняет квазилинейный синусоидальный профиль, где доминирует линейная динамика. При пересечении континентального склона начинается активная нелинейная трансформация: наблюдается рост амплитуды и деформация профиля с укрупнением переднего фронта, что инициируется резким ростом коэффициента  $\alpha$ . На шельфе усиление  $\alpha$  достигает максимума, приводя к распаду исходной волны в мультисолитонный пакет. Результатом этой трансформации становится формирование ведущего солитона амплитудой до 5 м с сокращением полуширины, сопровождаемого

вторичными солитонами амплитудой 3-4 м и затухающими осцилляциями. Этот распад обусловлен нарушением баланса между нелинейностью и дисперсией при резком росте  $\alpha$  и последующим перераспределением энергии в соответствии с законами сохранения массы и импульса.

Рассчитанные кинематические характеристики – фазовая скорость  $C_p$ , длина волны  $\lambda$  и групповая скорость  $C_g$  для  $M_2$  – плавно снижаются по мере приближения к берегу вследствие уменьшения глубины, что подтверждает ожидаемое замедление и трансформацию приливных волн на шельфе. Важно отметить, что точка перехода кинематики совпадает с зоной экстремумов и смены знаков коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , подчеркивая взаимосвязь этих параметров. Результаты моделирования, особенно амплитуды волн на шельфе до 8 м и структура волновых пакетов, показали хорошее качественное согласие с данными спутниковых наблюдений и экспедиционных измерений в Авачинском заливе, где фиксировались волны высотой до 15 м со схожей структурой пакетов.

Резюмируя, вышесказанное:

- В результате нелинейной трансформации на шельфе, исходная приливная внутренняя волна  $M_2$  распадается в мультисолитонный пакет ВВ;
- диссипация энергии происходит за счет трения о дно и ограничивает рост амплитуд волн на шельфе;
- фазовая ( $C_p$ ), групповая ( $C_g$ ) скорости и длина волны ( $\lambda$ ) внутреннего прилива  $M_2$  монотонно уменьшаются по мере распространения волны к берегу вследствие уменьшения глубины. Точка наиболее резкого изменения этих параметров совпадает с зоной экстремумов коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ .

Научная новизна работы определяется тем, что впервые для Курило-Камчатского региона реализовано комплексное моделирование генерации и эволюции приливных внутренних волн с использованием адаптированной gKdV-модели, явно учитывающей его уникальные океанографические и динамические особенности. Получены количественные оценки пространственной изменчивости ключевых параметров волнового процесса. Теоретическая значимость исследования заключается в существенном вкладе в

понимание механизмов нелинейной трансформации приливных внутренних волн при их распространении с глубин океана на шельф в условиях сложной батиметрии и субарктической стратификации, где подтверждена ведущая роль коэффициента квадратичной нелинейности  $\alpha$  в инициировании распада волны на солитоны.

Практическая значимость полученных результатов заключается в возможности их использования для прогнозирования характеристик опасных высокоамплитудных внутренних волн в прибрежной зоне Камчатки, что актуально для оценки рисков судоходства, подводных операций и береговой инфраструктуры. Результаты также важны для оценки вклада приливных внутренних волн и их нелинейной диссипации в вертикальное перемешивание и перенос биогенов, что имеет ключевое значение для понимания продуктивности морских экосистем региона. Разработанная модель может служить инструментом для планирования навигации и подводных работ с учетом режима внутреннего волнения, а также для валидации и настройки более сложных трехмерных гидродинамических моделей региона.

Перспективными направлениями дальнейших исследований являются включение в модель временной изменчивости стратификации (сезонный ход) и фоновых течений, изучение влияния других приливных гармоник (особенно суточных  $K_1$ ,  $O_1$ ), более детальное моделирование процессов диссипации на шельфе, а также проведение целенаправленных синхронных натурных и спутниковых наблюдений для количественной валидации модели. Применение адаптированной gKdV-модели может быть расширено на другие динамически активные районы Курильской гряды. В заключение следует отметить, что проведенное исследование подтвердило эффективность применения обобщенной модели gKdV с переменными коэффициентами для описания сложного процесса генерации и нелинейной эволюции приливных внутренних волн в уникальных условиях Курило-Камчатского региона. Полученные результаты углубляют понимание физики трансформации волн при выходе на



шельф и создают основу для решения важных практических задач в области оценки волновых рисков и влияния внутренних волн на морскую среду.

## Список источников

1. Куприн П.Н. Введение в океанологию. – М.: Издательство Московского университета, 2014. — 632 с.
2. Nakamura T., Matthews J.P., Awaji T., Mitsudera H. Submesoscale eddies near the Kuril Straits: Asymmetric generation of clockwise and counterclockwise eddies by barotropic tidal flow // Journal Geophysical Research. 2012. V. 117, P.12014.
3. Мороз В. В., Богданов К. Т., Ростов В. И., Ростов И. Д. Электронный атлас приливов окраинных морей северной Пацифики // Вестник ДВО РАН. 2010. №1. С. 102-106.
4. Митник Л. М. и Дубина В. А. Спутниковое радиолокационное зондирование динамики океана в районе Курильских проливов // Международный симпозиум IEEE по наукам о земле и дистанционному зондированию, Мюнхен. 2012
5. Сабинин К.Д. Серебряный А.Н. Горячие точки в поле внутренних волн в океане // Акустический журнал. 2007. Т.53. №3. С.410-436.
6. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т.9. Охотское море. Вып.1. Гидрометеорологические условия / Под ред. Б. Х. Глуховского. // Л.: Гидрометеиздат. 1998, 318 с
7. Свергун Е. И., Зимин А. В., Лазуткина Е. С. Характеристики проявлений короткопериодных внутренних волн Курило-камчатского региона по данным спутниковых наблюдений в летний период // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. V. 14, № 1.
8. Безруков Ю. Ф. Океанология. Часть II. Динамические явления и процессы в океане. Симферополь: Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, 2006. – 123 с.
9. Михайлов О.В. Некоторые новые данные о рельефе дна Курило Камчатского желоба // Труды ИО АН СССР. 1970. Т. 86. С. 72-76.

10. Smith, W. H. F., & Sandwell, D. T. (1997). Global Sea Floor Topography from Satellite Altimetry and Ship Depth Soundings. *Science*, 277(5334), 1956–1962. doi:10.1126/science.277.5334.195
11. Родников А.Г., Забаринская Л.П., Пийп В.Б., Рашидов В.А., Сергеева Н.А., Филатова Н.И. (2005) Геотраверс региона Охотского моря // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. № 5. С. 45-58.
12. Богданов К.Т., Мороз В.В. Структура, динамика и гидрологоакустические характеристики вод проливов Курильской гряды. Владивосток: Дальнаука, 2000. 152 с.
13. Белоненко Т.В., Фукс В.Р. Опыт картирования характеристик уровня северо-западной части Тихого океана на основе спутниковой информации. IV(2) Сахалинский научно-инженерный форум «Мореходство и морские науки. 2012 Т.12. С.166-181
14. Kowalik Z., Polyakov I. Tides in the Sea of Okhotsk // *Journal of Physical Oceanography* 1998. V. 28 P. 1389-1409.
15. Tanaka Y., Hibiya T., Niwa Y., Iwamae N. Numerical study of K1 internal tides in the Kuril straits // *Journal of Geophysical Research*. 2010. V. 115, P.9.
16. Боуден К. Физическая океанография прибрежных вод: М.: Мир, 1988 -324 с.
17. Коняев К.В., Сабинин К.Д. Волны внутри океана. Л.: Гидрометеиздат. 1992. 269 с.
18. Глинский Н.Т. Внутренние волны в океанах и морях. Москва: Наука. 1973. - 127 с.
19. Васильева В.В. Шкадова С.В. Внутренние волны: Учеб. Пособие. СПб.: Изд. Центр СПбМТУ, 2003. - 72с.
20. Nakamura T., Takeuchi Y., Uchimoto K., Mitsudera H. Effect of temporal changes in tidal-induced vertical mixing in the Kuril Straits on the thermohaline circulation occurring in the Sea of Okhotsk // *Progress in Oceanography*. 2014. V. 126. P. 135-145

21. Zaron E.D. Topographic and frictional controls on tides in the Sea of Okhotsk // *Ocean Modelling*. 2017. V. 117. P. 1–11.
22. Романенков Д.А., Софьина Е.В., Родикова А.Е. Моделирование баротропного прилива у юго-восточного побережья п-ва Камчатка с учетом точности глобальных приливных моделей в северо-западном регионе Тихого океана. *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2023;16(4):45–62.
23. Holloway P. E., Pelinovsky E., Talipova T., Barnes B. A Nonlinear Model of Internal Tide Transformation on the Australian North West Shelf // *Journal of Physical Oceanography*. 1997. Vol. 27. № 6. P. 871–896.
24. Л.А. Булавин, Н.В. Выгорницкий, Н.И. Лебовка Компьютерное моделирование физических систем: Учебное пособие / Л.А. Булавин, Н.В. Выгорницкий, Н.И. Лебовка – Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2011. – 352 с.
25. Гладков С. О. Об обобщенном нелинейном уравнении Кортевега – де Вриза // *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физикоматематические науки*. 2024. № 2. С. 40–46. doi: 10.21685/2072-3040-2024-2-4.
26. Broadhead M. K. Comments on "A Nonlinear Model of Internal Tide Transformation on the Australian North West Shelf" // *Journal of Physical Oceanography*. 1999. Vol. 29. P. 1624–1629.
27. Степанюк И.А. Методы измерений характеристик морских внутренних волн. СПб.: изд-во РГГМУ. 2002. 134 с
28. Атлас для работы с базой данных наблюдений внутренних волн – [Электронный ресурс]. Режим доступа: [https://lmnad.nntu.ru/ru/igwatlas\\_map/](https://lmnad.nntu.ru/ru/igwatlas_map/) - свободный. Дата обращения 18.03.2024 года.
29. Васильева В.В. Шкадова С.В. Внутренние волны: Учеб. Пособие. СПб.: Изд. Центр СПбМТУ, 2003. - 72с.
30. . Свергун Е. И., Зимин А. В. Характеристики короткопериодных внутренних волн Авачинского залива по данным экспедиционных и спутниковых наблюдений, выполненных в августе – сентябре 2018 года //

Морской гидрофизический журнал. 2020. Т. 36, № 3. С. 300–312.  
doi:10.22449/0233-7584-2020-3-300-312

31. Батиметрия GEBCO – электронные данные. Режим доступа: <https://www.gebco.net/> - свободный. Дата обращения 20 апреля 2025 года.

32. Большаков В.Н. С.П. Левиков. Внутренние волны в океане: [Обзор]. Обнинск: Информ. центр ВНИИГМИ-МЦД. 1978. - 58 с/

33. Глинский Н.Т. Внутренние волны в океанах и морях. Москва: Наука. 1973. - 127 с.

34. Tanaka Y., Hibiya T., Niwa Y., Iwamae N. Numerical study of K1 internal tides in the Kuril straits // Journal of Geophysical Research. 2010. V. 115, P.9.

35. Шевченко Г. В., Романов А. А. Определение параметров суточных приливных шельфовых волн в районе Северных Курильских островов по данным спутниковой альтиметрии // Исследование Земли из космоса. 2008. №3. С. 76–87.

36. Леменкова П. Моделирование топографической поверхности с использованием наборов растровых сеточных данных по GMT: пример Курило–Камчатской впадины, Тихий океан // Доклады по геодезии и геоинформатике, 2019, Том 108, стр. 9-22.

37. Родионов А.А., Андросов А.А., Фофонова В.В., Кузнецов И.С., Вольцингер Н.Е. Моделирование приливной динамики северных проливов Курильской гряды. Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021; Том 14, стр 20-34.

38. Вольцингер Н.Е., Андросов А.А., Клеванный К.А., Сафрай А.С. Океанологические модели негидростатической динамики. Обзор // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11, № 1. С. 3—20.

39. Katsumata K, Yasuda I. Estimates of non-tidal exchange transport between the Sea of Okhotsk and the North Pacific. 2010. J Oceanogr Vol. 66, No489–504

40. Egbert G.D., Bennett A.F., Forman M.G. TOPEX/POSEIDON tides estimated using a global inverse model //J. Geophys. Res. 1994.99(C12).

41. Андросов А.А., Клеванный К.А., Салусти Э.С. и Вольцингер Н.Е. Открытые граничные условия для горизонтальной двумерной длинноволновой динамики пролива на криволинейной сетке. Достижения в области водных ресурсов, 1995. Т.18/5 с. 267–276.
42. Didenkulova I, Nikolkina I, Pelinovsky E, Zahibo N. Tsunami waves generated by submarine land-. slides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth. NatHazards Earth Syst V. 10.11, P. 2407–2419
43. Романов А. А., Шевченко Г.В., Цой А.Т. Идентификация мезомасштабных вихревых структур на Юго-Восточном шельфе Камчатки по спутниковым данным // Исследование Земли из космоса. 2009. № 5. С. 80-89.
44. Baines, P.G. On models of generation of internal tides // Deep Sea Res. Part A.1982 V. 29 P. 307–338.
45. Hok Sum Fok. Ocean Tides Modeling using Satellite Altimetry // Ocean Tides Modeling using Satellite Altimetry by Hok Sum Fok Report No. 501 Geodetic Science The Ohio State University Columbus, Ohio 43210 December 2012
46. Ohshima K.I., Fukamachi Y., Muto T. et al. Mechanism of generation of mesoscale eddies in the Kuril Basin of the Sea of Okhotsk: baroclinic instability caused by enhanced tidal mixing // J. Oceanogr. 2005. V. 61. P. 247-260.
47. Kida S., Qiu B. Exchange flow between the Sea of Okhotsk and the North Pacific Ocean caused by the East Kamchatka Current // J. Geophys. Res.: Oceans. 2013. V. 118. P. 6747-6758
48. Xing J., Davis A. M. On the importance of non-hydrostatic processes in determining tidal mixing in quiet regions. Cont. Storage permission. 2007. V. 27(16). P. 2162-2185
49. Шевченко Г. В., Частиков В. Н., Ульченко В. А. Особенности гидрологического режима у тихоокеанского побережья северных Курильских островов по данным судовых океанологических съемок // Морской гидрофизический журнал. 2025. Т. 41, № 2. С. 229–246.

50. Доронин Ю.П. Океанография шельфовой зоны. Учебное пособие. - СПб., изд. РГГМУ, 2007. - 128 с

51. . База данных ECCO «Central Estimate» глобальной оценки состояния океана и морского льда. - [Электронный ресурс]. Режим доступа: [«https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/ECCO\\_L4\\_DENS\\_STRAT\\_PRESS\\_05DEG\\_DAILY\\_V4R4»](https://podaac.jpl.nasa.gov/dataset/ECCO_L4_DENS_STRAT_PRESS_05DEG_DAILY_V4R4). (Дата обращения 15 мая 2025)

52. Е. И. Свергун, А. В. Зимин,, А. А. Коник. Короткопериодные внутренние волны на тихоокеанской акватории полуострова Камчатка и северных Курильских островов по данным спутниковых радиолокационных наблюдений 2017–2021 гг. Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2024. Т. 21. № 2. С. 251–260.