



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра метеорологических прогнозов

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

(магистерская диссертация)

На тему "Ассимиляция данных наблюдений в мезомасштабную
модель WRF-ARW"

Исполнитель Силин Никита Игоревич
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель кандидат физико-математических наук
(ученая степень, ученое звание)
Анискина Ольга Георгиевна
(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»

И. о. заведующего кафедрой

(подпись)

кандидат физико-математических наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)
Анискина Ольга Георгиевна
(фамилия, имя, отчество)

« 11 » июня 2022 г.

Санкт-Петербург

2022

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Содержание	
Введение.....	4
1 Ассимиляция гидрометеорологических данных.....	7
1.1 Базовые концепты ассимиляции.....	7
1.2 О выборе модели.....	8
1.3 Метод Крессмана.....	10
1.4 Необходимость статистического подхода.....	11
1.5 Вектор состояния, контрольное пространство и наблюдения.....	14
1.5.1 Вектор состояния.....	13
1.5.2 Контрольная переменная.....	14
1.5.3 Наблюдения.....	14
1.5.4 Отклонения.....	15
1.5.5 Моделирование ошибок.....	16
1.5.7 Ошибки переменных.....	17
1.5.8 Использование ковариаций ошибок.....	18
1.5.9 Оценка статистических характеристик на практике.....	19
1.6 Статистическая интерполяция.....	20
1.6.1 Ассимиляция данных методом трёхмерного вариационного анализа.....	21
1.6.2 Использование метода наискорейшего спуска для минимизации функционала качества.....	27
1.6.3 Поиск направления на минимум при минимизации функционала качества в трёхмерном вариационном анализе.....	31
1.7 Ассимиляция радарных данных в WRF.....	35
1.7.1 Анализ линеаризованного $Z - q_r$ уравнения.....	36
1.7.2 Ассимиляция возвращённой дождевой воды и водяного пара.....	39

2	Описание модели WRF.....	43
2.1	Описание конфигурации ARW.....	43
2.2	Определяющие уравнения ARW.....	45
2.2.1	Вертикальная координата и переменные в потоковой форме.....	46
2.2.2	Уравнения в потоковой форме.....	50
3	Численные эксперименты.....	52
3.1	Радиолокационные данные.....	54
4	Верификация данных.....	57
5	Оптимизация модели.....	67
	Заключение.....	81
	Список использованных источников.....	83
	Приложение №1.....	85

ВВЕДЕНИЕ

Ассимиляция гидрометеорологических данных - раздел численного моделирования земных процессов, в котором рассматриваются методы получения наиболее точной картины начального состояния рассматриваемой системы (атмосфера, океан, моделирование содержания примесей в различных средах и проч.) с целью дальнейшего прогноза по численной модели. Основной задачей ассимиляции является инновация предварительной оценки модельного состояния путём усвоения фактических данных, получаемых с помощью измерений и минимизация невязки между фоновой оценкой и измерениями.

Как известно, первая попытка создания приближённого, численного прогноза погоды была предпринята Льюисом Фрай Ричардсоном в далёком 1913 году. Несмотря на то, что эта попытка была неудачной - например, прогноз давления на 6 часов предсказывал его изменение на 145 гектопаскалей, что физически очень далеко от действительности, его работа во многом стала пророческой, сильно опередившей своё время. Это касается как и методов решения уравнений гидротермодинамики атмосферы (применялся метод конечных разностей), так и подходами, которые были реализованы для решения этой задачи – например, известно, что для расчёта прогноза было задействовано несколько человек, которые численно решали уравнения на арифмометрах, что в настоящее время может трактоваться как широко распространённые параллельные вычисления. Как бы то ни было, но результат оказался неудовлетворительным, и ещё долгие годы научное сообщество было занято поиском допущенных Ричардсоном ошибок, которые привели к неудаче. Среди них было в том числе и плохое описание начальных полей атмосферы, в связи с чем исследователями начали активно разрабатываться методы объективного, математического анализа.

Известно, что задача прогноза погоды может трактоваться как детерминистская, для решения которой необходимо максимально точно описать текущее состояния системы и решить эволюционные уравнения, согласно

которым это состояние изменяется во времени. Исходя из этого становится очевидным, что задача качественного описания начального состояния системы является одной из важнейших составляющих численного моделирования.

Существует множество методов получения фактических данных о состоянии системы в конкретный момент времени, все они различаются способами измерения (например, температуру можно измерять напрямую с помощью термометра или косвенно, путём фиксирования исходящего от земли длинноволнового излучения с помощью метеорологических спутников), и, следовательно, особенностями усвоения получаемых с измерительных приборов данных и характерными погрешностями, которые всегда учитываются в современных системах ассимиляции данных. Данная работа посвящена ассимиляции радиолокационных данных, в которых содержится информация об параметрах облачности, а также сведения об их перемещении. Радиолокационное зондирование является очень важным источником данных, поскольку напрямую измерить состояние облачных систем не представляется возможным, в то время как они являются очень важным погодообразующим фактором, который напрямую или косвенно влияет на жизнедеятельность людей. Поэтому качественное их усвоение может сильно улучшить прогноз, и тем самым выполнить главную его задачу – предотвращение рисков, связанных с опасными метеорологическими явлениями.

Цель магистерской диссертации - исследование влияния ассимиляции радиолокационных данных на численный прогноз и подбор оптимальных параметров их усвоения в мезомасштабную гидродинамическую модель.

Объектом исследования является атмосфера и происходящие в ней процессы, предметом - численные методы решения уравнений, описывающие эти процессы.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- изучить литературу, посвящённую ассимиляции данных в целом и усвоению радиолокационных данных в частности;

- установить необходимое программное обеспечение и написать скрипты и программы, автоматизирующие процессы прогнозирования, ассимиляции и верификации данных;
- изучить особенности системы ассимиляции радарных данных WRFDA;
- создать численные прогнозы за продолжительный период с ассимилированными данными радара с целью проверки её влияния на прогноз;
- верифицировать прогностические данные путём сравнения прогнозов с фактическими данными;
- подобрать оптимальные параметры системы ассимиляции радиолокационных данных для лучшего прогноза.

Магистерская диссертация состоит из введения, 5 глав и заключения.

В первой главе рассматриваются теоретические аспекты ассимиляции гидрометеорологических данных и методы усвоения радиолокационных измерений атмосферы в системе WRFDA. Вторая глава посвящена мезомасштабной гидродинамической модели WRF-ARW - рассматривается её описание и система определяющих уравнений. В третьей главе содержится сведения о конфигурации модели и особенностях радиолокационных данных. В четвёртой главе описаны результаты верификации прогностического массива модели с ассимиляцией радарных данных, а также его сравнение с моделью без ассимиляции. В пятой главе содержится информация о проведённых численных экспериментах, проведённых с целью подбора оптимальных параметров ассимиляции.

Список использованных источников содержит 15 наименований.

1. Ассимиляция гидрометеорологических данных

1.1 Базовые концепты ассимиляции

Анализ – процедура получения точной картины истинного состояния атмосферы в определённый момент времени, представленный в модели в виде набора чисел. Анализ может быть полезен сам по себе как комплексное и непротиворечивое описание атмосферы. Он также может быть использован как исходные данные для оперативного использования – в качестве начальных условий для численного прогноза погоды, или восстановленных данных, используемые как псевдо-наблюдения. Анализ может служить эталоном для проверки качества наблюдений.

Базовая объективная информация, которая может быть использована для получения анализа – набор фактических данных, получаемых из результатов измерений истинного состояния. Если состояние модели переопределяется наблюдениями, то анализ сводится к проблеме интерполяции. В большинстве случаев анализ недоопределён (хотя, на некоторых локальных участках с высокой плотностью источников данных анализ может быть, напротив, переопределён) по причине низкой плотности источников данных и лишь косвенного отношения наблюдений к модельным переменным. Для построения корректной задачи необходимо опираться на некоторую фоновую, предварительную информацию в виде априорной оценки состояния модели. Для получения этой оценки в проблеме анализа задействуются физические ограничения. В качестве предварительной информации (background) могут использоваться климатические данные или некоторое тривиальное состояние атмосферы, а также сгенерированные от выходных данных предыдущего анализа значения переменных при использовании предположений о согласованности во времени модельного состояния, таких как стационарность (гипотеза

персистентности) или эволюции, полученной по прогностической модели. Предполагается, что эти упрощения позволяют информации накапливаться во времени, усваиваться в модельное состояние, и распространяться на все её переменные. Это – концепт ассимиляции данных.

Ассимиляция – метод получения анализа, в котором накопленная информация наблюдений усваивается моделью с использованием ограничений согласованности совместно с законами эволюции во времени и физическими свойствами.

Существует два основных подхода к ассимиляции данных – последовательный, в котором рассматриваются данные наблюдений, полученные в прошлом, до момента формирования анализа (системы ассимиляции, действующие в режиме реального времени); и непоследовательный (ретроспективный), в котором могут быть использованы фактические значения из будущих моментов времени (например, реанализ). Другое разделение может быть сделано между прерывистыми или непрерывными во времени методами ассимиляции. В прерывистой ассимиляции наблюдения усваиваются небольшими партиями, что удобно технически, в непрерывной ассимиляции рассматриваются серии наблюдений на протяжении большего периода, коррекция анализа более гладкая во времени, что физически более реалистично.

Существует множество методов ассимиляции гидрометеорологических или океанических данных. Они отличаются по требуемым вычислительным ресурсам, оптимальностью и пригодностью для ассимиляции в режиме реального времени.

1.2 О выборе модели

В метеорологии существует несколько равноценных путей для описания модельного состояния. Поля могут быть спроецированы на различные базисные вектора одного состояния и представлены, например, как значения в узлах сетки

(то есть среднее значение поля внутри ячеек), спектральные компоненты, значения EOF и в виде конечно-разностного разложения. Ветер может быть описан в виде компонент (u, v) , завихренности и дивергенции (ζ, η) или как функция тока и потенциал скорости (ψ, χ) с соответствующими константами интегрирования. Для описания содержания влаги в атмосфере можно использовать значения специальной или относительной влажности, или точки росы в случае известной температуры. Вертикальные переменные, такие как геопотенциальная толщина или высоты могут быть эквиваленты известной температуре и приземному давлению при использовании предположения о гидростатическом балансе. Все эти трансформации не меняют задачу анализа, только её форму представления. Может показаться очевидным, но важно понимать, что анализ может быть представлен в отличающемся от прогностической модели виде, до тех пор, пока возможны обратимые преобразования между переменными. Практическое решение задач поиска анализа, например моделирование статистических характеристик ошибок, может быть сильно упрощено в случае выбора правильного описания состояния рассматриваемой системы.

Поскольку разрешение модели меньше действительности, даже лучший анализ не будет совпадать с реальным состоянием. В разделе ассимиляции данных используется термин «истинное состояние» атмосферы, который обозначает наилучшее из возможных состояний атмосферы, представленное в модели, которое мы пытаемся аппроксимировать. Следовательно, даже если наблюдения не будут иметь инструментальной погрешности, и анализ будет равен истинному состоянию, всё равно останутся неизбежные расхождения с наблюдениями и их аналогами в поле анализа по причине наличия ошибки репрезентативности. Хотя зачастую эти ошибки в математических формулах рассматриваются как часть ошибок наблюдений, следует понимать, что они зависят от модельной дискретизации, не от погрешностей измерений.

1.3 Метод Крессмана

Можно предложить процедуру анализа, в которой модельное состояние описывается равнозначными фактическими значениями в окрестности доступных точек наблюдений с одной стороны, и полем первого приближения (климатологические данные или предыдущий прогноз) с другой. Это является концепцией схемы анализа Крессмана, которая распространена в настоящее время для простых систем ассимиляции.

Подразумевается, что модельное состояние инвариантно и представлено в виде значений в узлах сетки. Если мы обозначим x_b как предыдущую оценку модельного состояния (background), полученной из климатологических данных, предположений о стационарности анализа или из прошлого прогноза, и $y(i)$ как набор $i=1 \dots n$ наблюдений тех же параметров, простой вид анализа Крессмана, описывающего модельное состояние x_a , определённого в каждом узле сетки j будет иметь вид (формулы 1.1, 1.2):

$$x_a(j) = x_b(j) + \frac{\sum_{i=1}^n \omega(i, j) \{y(i) - x_b(i)\}}{\sum_{i=1}^n \omega(i, j)} \quad (1.1)$$

$$\omega(i, j) = \max\left(0, \frac{R^2 - d_{i,j}^2}{R^2 + d_{i,j}^2}\right) \quad (1.2)$$

где

- $d_{i,j}$ – мера расстояния между точками i и j ;
- $x_b(i)$ – поле первого приближения, интерполированное в точку i ;
- $\omega(i, j)$ – весовая функция, равная единице в случае совпадения сеточной точки j с точкой наблюдений i ;

R - радиус влияния, который в случае выполнения условия $d_{i,j} > R$ обращает весовую функцию $\omega(i, j)$ в ноль.

Существует множество вариантов метода Крессмана – например, можно изменить вид весовой функций как (формула 1.3):

$$\omega(i, j) = \exp\left(\frac{-d_{i,j}^2}{2R^2}\right) \quad (1.3)$$

Более общий алгоритм – метод последовательной коррекции, одной из особенностей которого является отличное от единицы значение весовой функции в случае $i = j$, что означает взвешивание между первым приближением и наблюдениями. Другой особенностью можно назвать использование нескольких коррекций как для одного момента времени, так и для распределённых во времени полей с целью усилить сглаживание в анализе. Несмотря на невысокую сложность системы, метод последовательных уточнений может показывать высокое качество ассимиляции, однако, точного метода задания оптимальных весов не существует.

1.4 Необходимость статистического подхода

На практике, метод Крессмана не был удовлетворительным по следующим причинам:

- Если имеется предварительная оценка анализа хорошего качества, нет необходимости её замещения наблюдениями низкого качества;
- При удалении от точки наблюдений точно неизвестно, насколько необходимо изменить анализ по направлению к произвольному состоянию, т. е. как определить форму функции ω ;

- Необходимо знать, как анализ соотносится с некоторыми базовыми известными свойствами реальной системы, например, какое сглаживание должно быть выполнено, или каково соотношение между переменными (например, гидростатический баланс). Это не учитывается методом Крессмана: случайные ошибки наблюдений способны генерировать нефизические свойства в поле анализа.

По причине своей простоты, метод Крессмана может быть полезен как стартовый инструмент. Однако, невозможно избавиться от вышеописанных проблем и получить анализ высокого качества без другого, улучшенного метода. Для хорошего анализа требуется выполнение следующих условий:

- 1) Необходимо стартовать с первого приближения хорошего качества, например от предыдущего анализа или прогноза, который оценивает общее состояние системы;
- 2) Если сеть наблюдений плотная, нужно помнить, что истинное состояние вероятно ошибочно в окрестности среднего от этих наблюдений;
- 3) Поле анализа должно быть гладким, так как известно, что реальные метеорологические поля гладкие. При удалении от точек наблюдений, анализ изменяется гладко к состоянию первого приближения в масштабах, известных как типичный масштаб физического явления;
- 4) Анализ должен соотноситься с известными физическими свойствами системы. Естественно, могут возникать редкие ситуации с нетипичными масштабами и дисбалансом в системе, и хороший анализ должен быть способен распознавать их, поскольку подобные ситуации обычно тоже очень важны.

Грубо говоря, ассимилируемые данные должны включать в себя наблюдения, первое приближение и известные физические свойства системы. Видно, что наиболее важной характеристикой, которую необходимо представить в системе анализа, является тот факт, что все данные являются важными источниками информации, но в то же время мы не должны полагаться ни на один

из них полностью, поэтому мы должны их использовать при необходимости. Существуют ошибки и в наблюдениях, и в модельных данных, по этой причине никогда неизвестно, на какой из источников стоит опираться. Однако можно разработать стратегию минимизации средней ошибки между анализом и истинным состоянием.

Для разработки алгоритма, который выполняет эту задачу автоматически, необходимо математически описать неопределённость в данных. Эта неопределённость может быть измерена калибровкой (или предположениями) их статических ошибок, и смоделирована с использованием вероятностных концепций. Следовательно, алгоритм анализа может быть разработан согласно формальному требованию, что в среднем ошибка анализа должна быть минимальна в значимом для использования смысле. Это позволит нам рассматривать анализ как проблему оптимизации.

1.5 Вектор состояния, контрольное пространство и наблюдения

1.5.1 Вектор состояния

Первым шагом к математической формулировке проблемы анализа является определение рабочего пространства. Как и в прогностических моделях, набор чисел, необходимых для описания состояния атмосферы в модели содержится в одномерной матрице, называемой вектором состояния x . То, как компоненты вектора соотносятся с истинным состоянием атмосферы, зависит от дискретизации, что математически эквивалентно выбору базиса.

Как было сказано ранее, необходимо различать реальное состояние системы (которое более сложно чем его можно представить в векторе состояния) и наилучшее из возможных описание атмосферы, заданное в векторе состояния, которое мы обозначим x_t – истинное состояние в момент анализа. Другая важная компонента вектора состояния обозначается как x_b – априорная или предварительная оценка истинного состояния перед процедурой анализа,

действительная в тот же момент времени. Сам анализ, поиск которого нам необходимо осуществить, мы обозначим как x_a .

1.5.2 Контрольная переменная

На практике зачастую удобно решать проблему анализа не для всех компонентов модельного состояния. Вероятно, мы не знаем, как выполнить последовательный анализ для всех переменных, или мы должны уменьшить разрешение или область модели анализа по причине недостаточной вычислительной мощности. Этого трудно избежать, поскольку разрешение и сложность прогностических моделей, как правило, настолько высоки, насколько позволяют вычислительные мощности, то есть слишком велики для анализа, который становится вычислительно менее эффективным при увеличении числа необходимых для обработки переменных при одновременной работе модели самой по себе. В этих случаях рабочее пространство не является модельным, а допустимое пространство для корректировки предварительной оценки состояния называется пространством контрольной переменной. Таким образом, проблема анализа заключается в поиске поправки δx (или инкремент анализа) такого как (формула 1.4):

$$x_a = x_b + \delta x \quad (1.4)$$

который близок к x_t настолько, насколько это возможно. Формально проблема анализа может быть представлена явно с помощью простой замены: вместо поиска x_a мы ищем $(x_a - x_b)$ в подходящих подпространствах.

1.5.3 Наблюдения

Для данного анализа мы используем ряд фактических значений. Они задаются в векторе наблюдений y . Для использования их в процедуре анализа необходимо иметь возможность сравнить наблюдения с вектором состояния.

Было бы хорошо если каждая степень свободы измерялась напрямую, таким образом, y можно было считать конкретным значением вектора состояния. На практике можно измерить меньшее количество переменных, чем используется в моделях, кроме того, наблюдения распределены нерегулярно, поэтому единственным верным путём для сравнения фактических данных с вектором состояния будет использование функции, называемой оператор наблюдений и обозначенной как H , которая переводит из пространства вектора модельного состояния в пространство наблюдений. Этот оператор позволяет получить те значения $H(x)$, которые принимали бы наблюдения, если бы и они, и вектор состояния были идеальными, при отсутствии какой-либо ошибки моделирования. На практике H представляет собой набор операторов интерполяции, связывающих модельную дискретизацию и точки наблюдений, и переводящий модельные переменные в параметры наблюдений. Для каждого скалярного наблюдения имеется соответствующий оператор H . Количество наблюдений, т. е. размерность вектора y и количество операторов H варьируется если сеть наблюдений не является периодичной во времени. Обычно наблюдений гораздо меньше, чем переменных в модели.

1.5.4 Отклонения

Ключевым моментом в анализе данных является использование расхождения между наблюдениями и вектором состояния. Согласно предыдущему разделу, эти расхождения описываются вектором отклонений в точке наблюдения (формула 1.5):

$$y - H(x) \quad (1.5)$$

При расчёте фоновой оценки x_b это отклонение называется вектором инновации, для характеристики отклонения от анализа x_a используется термин остаток анализа.

1.5.5 Моделирование ошибок

Для учёта наличия некоторых неопределённостей фоновой оценки, наблюдений и анализа, подразумевается модель ошибок между вышеописанными векторами и их истинными аналогами. Правильным путём для создания такой модели будет использование функции плотности вероятности для каждого типа ошибок. Для практических целей ниже представлена упрощённая (и математически менее полноценная) теория функций плотности вероятности, используемая применительно к фоновым ошибкам.

1.5.6 Использование функции плотности вероятности для представления неопределённости

При заданном поле первого приближения x_b существует один вектор, характеризующий его отклонение от истинного состояния (формула 1.6):

$$\varepsilon_b = x_b - x_t \quad (1.6)$$

Если бы мы могли повторить каждый эксперимент анализа большое количество раз при одинаковых условиях, но с разными ошибками, сгенерированными при неизвестных обстоятельствах, ε_b будет различным в каждом эксперименте. Мы можем рассчитать статистические характеристики ε_b , такие как среднее, дисперсия и частота повторяемости. При стремлении количества реализаций анализа к некоторому очень большому числу, мы ожидаем сходимость статистик к значениям, зависящим только от физических процессов, вызывающих эти ошибки, а не от какой-либо конкретной реализации этих ошибок. При проведении другого эксперимента анализа при тех же условиях, мы не будем знать какой будет ошибка ε_b , однако, как минимум будет известны статистические характеристики этой ошибки. Наилучшую информацию о распределении ε_b можно получить с помощью гистограммы со

стремящимися к бесконечно малому значению интервалов разбиения, являющейся скалярной функцией интеграла и называющейся функция плотности вероятности ε_b . Из этой функции можно получить все статистики, включая среднее (или математическое ожидание) $\bar{\varepsilon}_b$ и дисперсию. Популярной моделью скалярных функций плотностей вероятности является Гауссово распределение, которое может обобщено для многомерных функций.

1.5.7 Ошибки переменных

Статистические характеристик ошибок первого приближения и наблюдений могут быть смоделированы по следующему принципу:

- Фоновые ошибки: $\varepsilon_b = x_b - x_t$, средняя ошибка $\bar{\varepsilon}_b$ и ковариации ошибок $B = \overline{(\varepsilon_b - \bar{\varepsilon}_b)(\varepsilon_b - \bar{\varepsilon}_b)^T}$. Эти характеристики являются мерой фоновых ошибок, т. е. разностью между вектором фонового состояния и его истинным значением. Они не включают в себя ошибки дискретизации.
- Ошибки наблюдений: $\varepsilon_o = y - H(x)$, средняя ошибка $\bar{\varepsilon}_o$ и ковариации ошибок $R = \overline{(\varepsilon_o - \bar{\varepsilon}_o)(\varepsilon_o - \bar{\varepsilon}_o)^T}$. Они включают в себя ошибки в процессе получения данных (инструментальные ошибки, поскольку передаваемые данные не дают идеальную картину реальности), ошибки оператора наблюдений H и ошибки репрезентации (дискретизации), из-за которых x_t не является идеальной картиной реального состояния атмосферы.
- Ошибки анализа: $\varepsilon_a = x_a - x_t$, средняя ошибка $\bar{\varepsilon}_a$. Мера $\overline{\|\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}_a\|^2}$ этих ошибок определяется следом ковариационной матрицы ошибок анализа A (формула 1.7):

$$Tr(A) = \overline{\|\varepsilon_a - \bar{\varepsilon}_a\|^2} \quad (1.7)$$

Эти характеристики ошибок анализа необходимо минимизировать.

Средние значения ошибок называются смещениями и являются признаком систематической проблемы в системе ассимиляции: модельный сдвиг, смещение в наблюдениях или систематическая ошибка.

Необходимо понимать алгебраическую природу этих статистик. Смещения – векторы того же типа, что и вектор модельного состояния или вектор наблюдений, поэтому их интерпретация проста. Линейные трансформации, применяемые к векторам модельного состояния или наблюдений (например, спектральное преобразование) могут быть применены к векторам смещения.

1.5.8 Использование ковариаций ошибок

Ковариации ошибок являются более сложной характеристикой, что будет продемонстрировано на примере фоновых ошибок (все примечания применимы и для ошибок наблюдений). В скалярной системе, ковариационная матрица фоновых ошибок является простой дисперсией, то есть среднеквадратическое отклонение от среднего (формула 1.8):

$$B = var(\varepsilon_b) = var(\overline{\varepsilon_b - \bar{\varepsilon}_b})^2 \quad (1.8)$$

В многомерной системе, ковариации образуют квадратную симметричную матрицу. В случае если вектор модельного состояния имеет размерность n , размерность матрицы будет $n \times n$. Диагональные члены матрицы содержат дисперсии для каждой переменной модели; недиагональные члены – взаимные ковариации между каждой парой переменных модели. Матрица является положительной (но не каждый её член больше нуля). Если некоторые дисперсии равны нулю, что случается крайне редко в случае, если некоторые свойства в первом приближении идеальны, то ковариационная матрица ошибок положительно определённая. К примеру, если модельное состояние является

трёхмерным, и фоновые ошибки (минус их среднее) определены как (e_1, e_2, e_3) , тогда матрица будет иметь вид (формула 1.9):

$$B = \begin{bmatrix} \text{var}(e_1) & \text{cov}(e_1, e_2) & \text{cov}(e_1, e_3) \\ \text{cov}(e_2, e_1) & \text{var}(e_2) & \text{cov}(e_2, e_3) \\ \text{cov}(e_3, e_1) & \text{cov}(e_3, e_2) & \text{var}(e_3) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Недиагональные члены могут быть представлены в виде корреляций (если соответствующие дисперсии не равны нулю) (формула 1.10):

$$\rho(e_i, e_j) = \frac{\text{cov}(e_i, e_j)}{\sqrt{\text{var}(e_i)\text{var}(e_j)}} \quad (1.10)$$

Наконец, линейные преобразования вектора модельного состояния могут быть применены к ковариациям только как полные матричные преобразования. В частности, невозможно напрямую преобразовать поля дисперсии или стандартного отклонения. Если обозначить линейное преобразование как матрицу P (то есть матрица, в которой линиями координат будут новые базисные вектора относительно старых, таким образом, новые координаты преобразования x будут Px), то ковариационная матрица относительно новых переменных будет иметь вид PBP^T .

1.5.10 Оценка статистических характеристик на практике

Статистика ошибок (отклонения и ковариации) – функции физических процессов, зависящие от метеорологической ситуации, сети станций наблюдений и априорного знания ошибок. Дисперсии ошибок, в частности, зависят от неопределённости в свойствах фоновой оценки или наблюдений. В общем, единственным способом получить статистические характеристики будет предположение об их стационарности в течение некоторого периода времени и в некоторой области, и таким образом, статистики ошибок можно получить

путём обработки некоторого числа их реализаций и на этой основе получить эмпирические данные ошибок. В некотором смысле, это климатология ошибок. Другой эмпирический способ определения статистики ошибок состоит в том, чтобы считать её частью климатологической статистики самих полей.

При настройке системы ассимиляции на практике, подобные аппроксимации неприменимы, поскольку очень трудно собрать точные данные для оценки статистик: ошибки нельзя получить напрямую. Некоторую полезную информацию о средних значениях статистических характеристик можно получить при обработке существующих данных системы ассимиляции используя «метод наблюдений» и «NMC метод» (использование различий в прогнозах в качестве ошибок в краткосрочных прогнозах). Более детально, зависящие от потока ковариации ошибок прогноза можно оценить непосредственно с помощью фильтра Калмана, хотя этот алгоритм приводит к множеству других проблем. Наконец, познания в метеорологии могут быть использованы для определения статистики ошибок в той мере, в какой они отражают наши априорные знания о физических процессах, влияющих на ошибки.

1.6 Статистическая интерполяция

Обозначим размерность вектора состояния как n , вектора наблюдений как p . Введём следующие переменные:

- x_t – истинное модельное состояние (размерность n);
- x_b – фоновая оценка (размерность n);
- x_a – аналитическое модельное состояние;
- y – вектор наблюдений;
- H – оператор наблюдений (переводит из размерности n в размерность p);

- B – ковариационная матрица фоновых ошибок $(x_b - x_t)$
(размерность $n \times n$);
- R – ковариационная матрица ошибок наблюдений $(y - H[x_t])$
(размерность $p \times p$);
- A – ковариационная матрица ошибок анализа $(x_a - x_t)$
(размерность $n \times n$).

Принимаются следующие гипотезы:

- Оператор наблюдений линеаризован: изменение оператора наблюдений в окрестности фонового состояния линейно: для любого x , достаточно близкого к x_b , $H(x) - H(x_b) = H(x - x_b)$, где H – линейный оператор;
- Нетривиальные ошибки: B и R — положительно определенные матрицы.
- Несмещённые ошибки: математическое ожидание фоновых ошибок и ошибок наблюдений $\overline{x_b - x_t} = \overline{y - H(x_t)} = 0$;
- Некоррелируемые ошибки: фоновые ошибки и ошибки наблюдений напрямую не коррелируют, то есть $\overline{(x_b - x_t)(y - H[x_t])^T} = 0$;
- Линеаризованный анализ: осуществляется поиск анализа, определённого с помощью коррекций относительно фонового состояния, который линейно зависит от отклонений анализа и наблюдений;
- Оптимальный анализ: осуществляется поиск анализа, наиболее близкого к истинному состоянию в среднеквадратическом смысле (то есть минимум дисперсии). [1]

1.6.1 Ассимиляция данных методом трёхмерного вариационного анализа

Запишем основное уравнение корректировки с учётом ранее введённых переменных (формула 1.11):

$$x_a = x_b + K[y - H(x_b)] \quad (1.11)$$

где

K – матрица весов.

Проблема ассимиляции заключается в определении матрицы весов K , которые зависят от погрешностей метеорологических приборов, ошибок моделирования и интерполяции.

Задача нахождения оптимальных весов подразумевает минимизацию ошибок анализа в среднеквадратическом смысле, т.е. минимизацию дисперсии, однако так как неизвестны точные метеорологических величин, то, во-первых, можно говорить только о статистических величинах, а, во-вторых, можно говорить о вероятном распределении ошибок измерений, моделирования и оценки фонового состояния. Соответственно, можно ставить задачу об оценке вероятности нахождения величины x_a при заданных значениях. Результаты оптимального анализ должны соответствовать максимальной вероятности минимума ошибок анализа. Обычно ошибки оценивания фонового состояния P_b (моделирования) и измерений P_o являются независимыми. В этом случае общая вероятность записывается как произведение вероятностей P (формула 1.12):

$$P = P_b P_o = \exp(\ln P_b + \ln P_o) \quad (1.12)$$

Вероятность того, что ошибки минимальны, будет максимальной, когда показатель экспоненты максимален или минимальна обратная функция, которую называют функционалом качества J (формула 1.13):

$$J = -\ln P_b - \ln P_o = J_b + J_o \quad (1.13)$$

где

J_b – функционал качества первого приближения;

J_o – функционал качества наблюдений.

Если плотность вероятности распределения ошибок носит нормальный (Гауссовский) характер, то (формула 1.14):

$$P_B = \frac{1}{\sqrt{2\pi|R|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) \right\} \quad (1.14)$$

$$P_o = \frac{1}{\sqrt{2\pi|R|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y - H(x_b))^T R^{-1} (y - H[x_b]) \right\} \quad (1.15)$$

Тогда функционал качества имеет вид (формула 1.16):

$$J(x) = \frac{1}{2} (x - x_b) B^{-1} (x - x_b)^T + \frac{1}{2} (y - H(x)) R^{-1} (y - H[x])^T \quad (1.16)$$

Этот функционал одновременно определяет разницу между искомой функцией x и фоновой оценкой x_b , взвешенную обратной ковариационной матрицей ошибок фоновых оценок B^{-1} и разницу между результатами наблюдений y и приведенным к точкам и единицам измерений фоновым оценкам $H(x)$, взвешенную обратной ковариационной матрицей ошибок наблюдений R^{-1} .

Задача минимизации функционала качества может быть решена путём поиска матрицы $K = BH^T(R + HBH^T)^{-1}$, что приводит к сложной технической задаче. Однако, можно непосредственно минимизировать функционал качества.

В методе 3D-Var зависимостью оператора наблюдений от времени пренебрегают, а нелинейность допускается. Все измерения в пределах окна ассимиляции считаются относящимися к одному моменту времени.

Идея состоит в том, чтобы варьировать x таким образом, чтобы пошагово уменьшать значение функционала $J(x)$, стремясь к его минимуму, соответствующему текущим значениям x_B, y, B, R, H [2].

Решение задачи минимизации функционала может быть применена как к самому функционалу, так и к его градиенту (формула 1.17):

$$\nabla J(x) = 2B^{-1}(x - x_b) - 2H^T R^{-1}(y - H[x]) \quad (1.17)$$

Аппроксимация заключается в том, что выполняется лишь небольшое количество итераций. Минимизация может быть остановлена при достижении заданного числа итераций, или при выполнении требования уменьшения нормы градиента $\|\nabla J(x)\|$ в процессе минимизации в определённое количество раз, что является инстинктивной мерой близости анализа к оптимальному состоянию в сравнении с начальной точкой минимизации. Геометрически минимизация изображена на рисунке 1.1

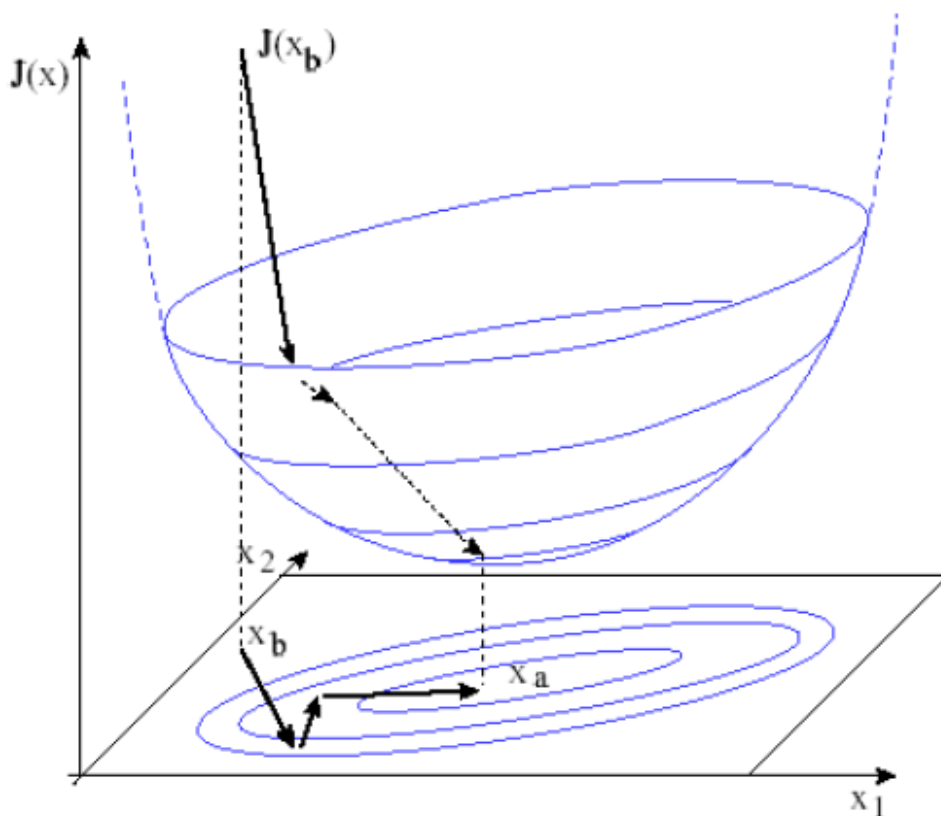


Рис. 1.1 - схематичное представление минимизации функционала качества вариационными методами (в данном случае в пространстве двух модельных переменных): функционал качества имеет форму параболоида, с минимум в точке оптимального анализа x_a . Минимизация выполняется поиском направления наибольшего градиента функционала на некотором локальном отрезке. Значение контрольной переменной при каждой итерации двигается в данном пространстве в сторону уменьшения функционала - к точке оптимального анализа [3]

На практике, начальная точка минимизации, или первое приближение принимается равным фоновому состоянию x_b . Это необязательно так, однако, очень важно различать фоновое состояние (которое используется в определении функции стоимости) и первое приближение (которое используется для начала процедуры минимизации). Если минимизация удовлетворительна, анализ не будет существенно зависеть от выбора первого приближения, но всегда будет чувствителен к фону.

Серьёзной трудностью в трёхмерном анализе является необходимость разработки модели матрицы ошибок B , которая должным образом определяет ковариации фоновых ошибок для всех пар модельных переменных. В частности, это должна быть симметричная, положительно определённая матрица, и дисперсии фоновых ошибок должны быть реалистичными, если они выражены в параметрах наблюдений, так как именно эта матрица задаёт вес наблюдений в анализе.

В большинстве случаев ковариационная матрица ошибок наблюдений R блочно-диагональная, или просто диагональная, поскольку нет причин подразумевать корреляцию ошибок наблюдений между независимыми сетями наблюдений, станциями наблюдений и приборами, исключая некоторые особые случаи. Легко заметить, что блочно-диагональная матрица R подразумевает, что это сумма N скалярных функций $J_{o,i}$, каждая из которых определена субматрицей R_i и соответствующими наборами операторов наблюдений H_i и фактическими данными y_i (формулы 1.18, 1.19):

$$J_o = \sum_{i=1}^N J_{o,i}(x) \quad (1.18)$$

$$J_{o,i} = (y_i - H_i[x])^T R_i^{-1} (y_i - H_i[x]) \quad (1.19)$$

Градиент ∇J_o может быть разложен схожим образом. Разложение J_o может быть полезным инструментом диагностики поведения 3D-Var с точки зрения каждого типа наблюдения: величина каждого измерения характеризует несоответствие между истинным состоянием x и соответствующим подмножеством наблюдений.

Другим преимуществом метода 3D-var является возможность принудительного применения слабых внешних (или штрафных) ограничений, таких как свойства баланса, путем добавления дополнительных условий в

функцию стоимости. Однако это может затруднить предварительную обработку задачи минимизации. [1]

1.6.2 Использование метода наискорейшего спуска для минимизации функционала качества

Для минимизации этого функционала можно применить итерационную процедуру последовательного уменьшения функционала $J(x)$, начиная от значения, определяемого фоновыми оценками, до достижения минимального значения (метод наискорейшего спуска).

Рассмотрим сначала двумерный пример, когда имеются два узла x_1 и x_2 , т.е. $\underline{x} = (x_1, x_2)^T$, матрица ошибок является диагональной, т.е. (формула 1.20):

$$B = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Тогда функционал качества определяется формулой 1.21:

$$\begin{aligned} J(x_1, x_2) &= (\underline{x} - \underline{x}_b)^T \underline{\underline{B}}^{-1} (\underline{x} - \underline{x}_b) = \\ &= (x_1 - x_{1b}, x_2 - x_{2b}) \begin{pmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - x_{1b} \\ x_2 - x_{2b} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Или, если перемножить по правилу строка на столбец (формула 1.22):

$$J(x_1, x_2) = \frac{(x_1 - x_{1b})^2}{a^2} + \frac{(x_2 - x_{2b})^2}{b^2} \quad (1.22)$$

Или эллипсоидальная функция, имеющая вид, если поместить начало координат в (x_{1b}, x_{2b}) (формула 1.23):

$$J(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} \quad (1.23)$$

где a и b – некоторые константы.

Если предположить, что каждому значению x_1 может соответствовать любое из значений x_2 , то в пространстве функций x_1 и x_2 можно построить сечения значения функционала качества $J(x_1, x_2)$ (рисунок 1.2)

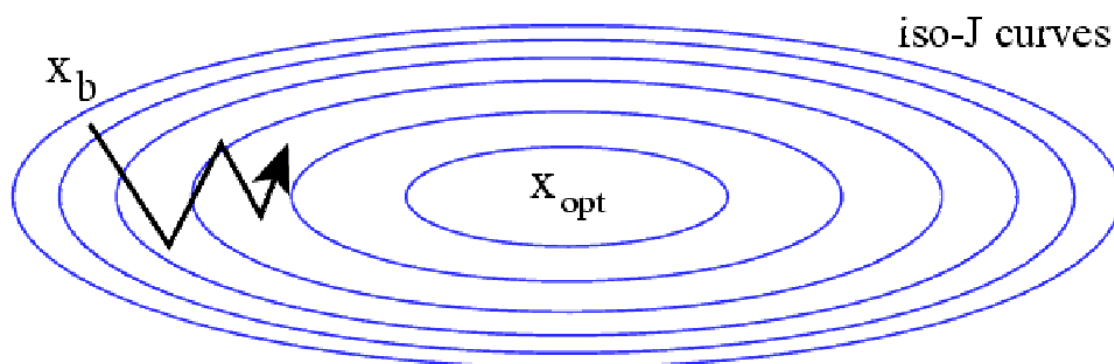


Рисунок 1.2 – плоскость контрольной переменной, где по осям отложены x_1 и x_2 , изолиниями являются эллипсы, образованные равными значениями функционала качества [1]

В начале, когда мы имеем только фоновые оценки x_{1b} и x_{2b} мы можем оценить функционал качества $J(x_{1b}, x_{2b}) = \frac{x_{1b}^2}{a^2} + \frac{x_{2b}^2}{b^2}$. В двумерном пространстве функций x_1 и x_2 это даст точку с координатами x_{1b} и x_{2b} .

Теперь мы можем вычислить градиент функционала качества в этой точке (формула 1.24):

$$\nabla J = \frac{\partial J}{\partial x_1} \vec{i} + \frac{\partial J}{\partial x_2} \vec{j} \quad (1.24)$$

или (формула 1.25):

$$\nabla J = \frac{\partial J}{\partial x_1}, \frac{\partial J}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial J}{\partial x_N} \quad (1.25)$$

Или, если проварьировать рассматриваемую форму градиента по каждой функции (формула 1.26):

$$\nabla J = \frac{2x_1}{a^2} \vec{i} + \frac{2x_2}{b^2} \vec{j} \quad (1.26)$$

Малые вариации x_1 и x_2 вызывают малые вариации функционала качества (формула 1.27):

$$\delta J = \nabla J \cdot \delta x \quad (1.27)$$

где (формулы 1.28, 1.29):

$$x = x_1 \vec{i} + x_2 \vec{j} \quad (1.28)$$

$$\delta x = \delta x_1 \vec{i} + \delta x_2 \vec{j} \quad (1.29)$$

Стартуем с точки $x_b = (x_{1b}, x_{2b})$. Если задать малые изменения в x_{1b} и x_{2b} , равные δx_1 и δx_2 , то изменения в функционале качества будут (формула 1.30):

$$\delta J_b = \frac{2x_1}{a^2} \delta x_{1b} + \frac{2x_2}{b^2} \delta x_{2b} \quad (1.30)$$

Если при изменении δx_1 и δx_2 градиент функционала качества положителен, то это означает, что значение J будет увеличиваться, т.е. мы уходим дальше от решения проблемы минимизации функционала качества. Значит, в этом случае нужно изменять значения функций x_1 и x_2 в сторону,

противоположную положительному изменению градиента, т.е. в сторону $-\nabla J_b$. В этом случае значение функционала качества будет уменьшаться, т.е. мы будем приближаться к решению задачи минимизации J . Однако, если двигаться слишком далеко в этом направлении, то значение функционала качества может начать увеличиваться снова, т.к. по мере удаления от точки оценки градиента может измениться его направление.

С другой стороны, если сдвинуться в направлении отрицательного градиента немного, то значение функционала качества уменьшится несущественно. Необходимо найти оптимальную длину шага в направлении $-\nabla J_b$. Идея выбора этого оптимального шага заключается в поиске такой точки, где значение J в этом направлении достигает минимума. Для нахождения этой точки можно использовать метод вилки, когда сначала ищется значение шага, при котором функционал качества увеличивается, а потом шаг уменьшается в два раза до тех пор, пока не достигнет минимального значения. Этот метод требует много вычислений функционала качества.

Можно попробовать теоретически оценить точку минимального значения J в направлении $-\nabla J_b$. В этой точке направление $-\nabla J_b$ будет параллельно линиям постоянных значений, т.е. перпендикулярно градиенту в этой точке. Это означает, что скалярное произведение градиентов должно обращаться в нуль (формула 1.31):

$$\nabla J_b \cdot \nabla J_{b+1} = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_{b+1} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_{b+1} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.31)$$

Откуда можно оценить длину шага как $x_{b+1} - x_b$.

Для нашего случая имеем (формула 1.32):

$$\frac{2x_{1b}}{a^2} \frac{2x_{1b+1}}{a^2} + \frac{2x_{2b}}{b^2} \frac{2x_{2b+1}}{b^2} = 0 \quad (1.32)$$

Второе уравнение получается по соотношению приращений x_1 и x_2 в соответствии с компонентами градиента (формула 1.33):

$$\frac{x_{1b+1} - x_{1b}}{x_{2b+1} - x_{2b}} = \frac{2x_{1b} b^2}{2x_{2b} a^2} \quad (1.33)$$

или (формула 1.34):

$$a^2(x_{1b+1}x_{2b} - x_{1b}x_{2b}) = b^2(x_{2b+1}x_{1b} - x_{1b}x_{2b}) \quad (1.34)$$

откуда (формула 1.35):

$$x_{1b+1} = \left[\left(\frac{b}{a} \right)^2 (x_{2b+1}x_{1b} - x_{1b}x_{2b}) \right] \frac{1}{x_{2b}} \quad (1.35)$$

В общем случае нескольких узлов модельной сетки можно определить следующую итерационную процедуру (формула 1.36):

$$x_{m+1} = x_m - \gamma_m \nabla J(x_m) = x_m - \gamma_m \frac{\partial J}{\partial x_m} \quad (1.36)$$

В качестве нулевой итерации $m = 0$ можно использовать фоновые значения x_b , а шаг γ_m определять из условия ортогональности градиентов.

1.6.3 Поиск направления на минимум при минимизации функционала качества в трёхмерном вариационном анализе

Метод наискорейшего спуска действует в направлении отрицательного локального градиента. Это направление не всегда совпадает с направлением на минимум функционала качества. Чаще всего это направление в сторону от минимума, поэтому приходится делать несколько итераций, чтобы достигнуть

минимального значения. В результате метод наискорейшего спуска может стать неэффективным. Если определить направление на минимум, то алгоритм наискорейшего спуска станет более эффективным.

Одним из методов является замена переменных с целью получения концентрических окружностей вместо эллипсов. Так в приведенном выше примере можно сделать замену $u = x_1/a$, $v = x_2/b$. Тогда уравнение для функционала качества в новых переменных будет $J = u^2 + v^2$, т.е. уравнение окружности. Теперь градиент будет всегда направлен к центру, т.е. в сторону минимальных значений.

Другой способ предполагает вычисление направления на минимум. Функционал качества представляет собой число (скаляр), полученное в результате суммирования по всем узлам и станциям (формула 1.37):

$$\begin{aligned}
 J(\underline{x}) = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_b^i - x^i) B_{ij}^{-1} (x_b^j - x^j) \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^P (y^m - \sum_{i=1}^N H_{mi} x^i) E_{mn}^{-1} (y^n - \sum_{j=1}^N H_{nj} x^j)
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

Градиент (вектор размерности N) получается в результате варьирования (дифференцирования) по каждому $x^j, j = 1, 2, \dots, N$ (формула 1.38):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial x^j} = & - \sum_{i=1}^N (x_b^i - x^i) B_{ij}^{-1} \\
 & - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^P \left\{ (y^m - \sum_{i=1}^N H_{mi} x^i) E_{mn}^{-1} H_{nj} + H_{mj} E_{mn}^{-1} (y^n - \sum_{j=1}^N H_{nj} x^j) \right. \\
 & \left. - \sum_{i=1}^N H_{ni} x^i \right\}
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Если теперь взять вторую вариацию по каждому x^k , то получится матрица размерности $N \times N$, называемая матрицей Хесса (формула 1.39):

$$\frac{\partial^2 J}{\partial x^j \partial x^k} = B_{ij}^{-1} + \sum_{m=1}^P \sum_{n=1}^P (H_{mk} E_{mn}^{-1} H_{nj} + H_{mj} E_{mn}^{-1} H_{nk}) \quad (1.39)$$

Если теперь разложить функционал качества в ряд Тейлора вблизи точки анализа x_b (формула 1.40):

$$J(x = x_b + \delta x) = J(x_a) + \left. \frac{\partial J}{\partial x} \right|_{x=x_b} \delta x + \frac{1}{2} \delta x \left. \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right|_{x=x_b} \delta x \quad (1.40)$$

И проварьировать относительно δx и приравнять нулю, то получим (формула 1.41):

$$\left. \frac{\partial J}{\partial x} \right|_{x=x_b} + \left. \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right|_{x=x_b} \delta x = 0 \quad (1.41)$$

Произвольное направление в пространстве L функций может быть определено как (формула 1.42):

$$\underline{\underline{\theta}} = \underline{\underline{\delta x}} \quad (1.42)$$

где

$\underline{\underline{\theta}}$ — произвольная матрица размерности $L \times L$.

Если эта матрица единичная, то получается направление наискорейшего спуска.

Возьмем теперь в качестве матрицы, определяющей направление вторую производную от функционала качества (формула 1.43):

$$\underline{\underline{\theta}}^{-1} = \nabla^2 J(x_a) = \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} = B^{-1} + H^T R^{-1} H \quad (1.43)$$

Это будет матрица размерности $L \times L$, где L - число узлов модельной сетки. Подобная матрица называется матрицей Хесса.

Рассмотрим теперь алгоритм спуска в виде (формула 1.44):

$$x_{m+1} = x_m - \gamma_m \left(\frac{\partial^2 J}{\partial x_m^2} \right)^{-1} \frac{\delta J}{\delta x_m} \quad (1.44)$$

где

γ_m — длина шага.

Подставив выражения для градиента и матрицы Хесса функционала качества и полагая единичный шаг и линейность оператора наблюдений получим алгоритм Ньютоновского спуска (формула 1.45):

$$\underline{\underline{x}}_a^{(m+1)} = \underline{\underline{x}}_a^{(m)} + \left[\underline{\underline{B}}^{-1} + \underline{\underline{H}}^T \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{H}} \right]^{-1} \cdot \left[\underline{\underline{B}}^{-1} (\underline{\underline{x}}_a^{(m)} - \underline{\underline{x}}_b) - \underline{\underline{H}}^T \underline{\underline{R}}^{-1} (\underline{\underline{Y}} - \underline{\underline{H}} \underline{\underline{x}}_a^{(m)}) \right] \quad (1.45)$$

где

m — номер итерации.

1.7 Ассимиляция радарных данных в WRF

В WRF 3D-Var используется инкрементная вариационная формулировка, которая обычно применяется в оперативном прогнозировании. Инкрементный подход минимизирует функцию стоимости, определённую как функция приращения анализа относительно фона, используя линейризованный оператор наблюдений (формула 1.46):

$$J = J_b + J_o = \frac{1}{2} v^T v + \frac{1}{2} (d - H' U v)^T R^{-1} (d - H' U v) \quad (1.46)$$

где

- J_b – функционал качества фоновой оценки;
- J_o – функционал качества наблюдений;
- v – контрольная переменная, обозначенная как $v = U^{-1}(x - x_b)$;
- U – разложение ковариационной матрицы ошибок фоновых ошибок $B = U U^T$;
- x – анализируемая переменная;
- x_b – фоновая оценка переменной;
- y^o – наблюдения;
- H' – линейризованный оператор наблюдений H ;
- R – матрица ошибок наблюдений;
- d – вектор инновации, показывающий отклонение наблюдений y^o от фоновой оценки x_b : $d = y^o - H(x_b)$.

Данный подход для ассимиляции радарных данных использует следующие контрольные переменные: функция тока, неравновесный потенциал скорости, неравновесная температура, неравновесное приземное давление и псевдо-

относительную влажность. Слово «неравновесный» означает остаток от балансной функции тока.

1.7.1 Анализ линеаризованного $Z - q_r$ уравнения

Поскольку в WRF 3D-Var используется инкрементная форма, для ассимиляции радарных данных используется линеаризованное уравнение зависимости $Z - q_r$ в качестве оператора наблюдений.

Нелинейное соотношение $Z - q_r$ имеет вид (формула 1.48) [4]:

$$Z = c_1 + c_2 \log_{10}(\rho q_r) \quad (1.48)$$

где

- Z – отражаемость в децибелах;
- c_1, c_2 – константы, равные 43.1 и 17.5 соответственно;
- ρ – плотность воздуха ($\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$);
- q_r – отношение смесей дождевой воды ($\text{г} \cdot \text{кг}^{-1}$).

Уравнение используется как нелинейный оператор H для расчёта вектора инновации.

Линеаризованная форма уравнения имеет вид (формула 1.49):

$$dZ = \frac{c_2 dq_r}{q_r \ln(10)} \quad (1.49)$$

Данное уравнение может быть использовано как оператор наблюдений H' , однако, можно заметить, что оно не может быть использовано при отсутствии дождевой воды в поле первого приближения. Это может приводит к трудностям при сходимости функции стоимости из-за большого градиента в тех случаях, когда значения дождевой воды очень малы. При проведении численных

экспериментов было обнаружено, что линеаризованное уравнение имеет большое несоответствие с его нелинейной формой, особенно когда в поле фоновой оценки очень малые значения влаги по сравнению с наблюдениями.

Добавив приращение дождевой воды dq_r к фоновой оценке переменной q_r , используя уравнение 40 можно получить результирующую отражаемость в виде (уравнение 1.50):

$$Z_{new} = c_1 + c_2 \log_{10}(\rho[q_r + dq_r]) \quad (1.50)$$

Возмущение в отражаемости, вызванное dq_r имеет вид (формула 1.51):

$$dZ_n = Z_{new} - Z = c_2 \log_{10}[(q_r + dq_r)/q_r] \quad (1.51)$$

Ошибка линейной аппроксимации (LE) - разница между уравнением 1.51 и 1.49 (формула 1.52):

$$LE = dZ - dZ_n = \frac{c_2 k}{\ln(10)} - c_2 \log_{10}(1 + k) \quad (1.52)$$

где

k – Отношение $\frac{q_r}{dq_r}$

Уравнение 1.52 называется $LE - k$ соотношением, и оно показывает, что применимость линейного уравнения $Z - q_r$ зависит только от соотношения k , которое, в свою очередь, показывает приращение дождевой воды к фоновой оценке. Численное решение уравнения показано на рисунке 1.3

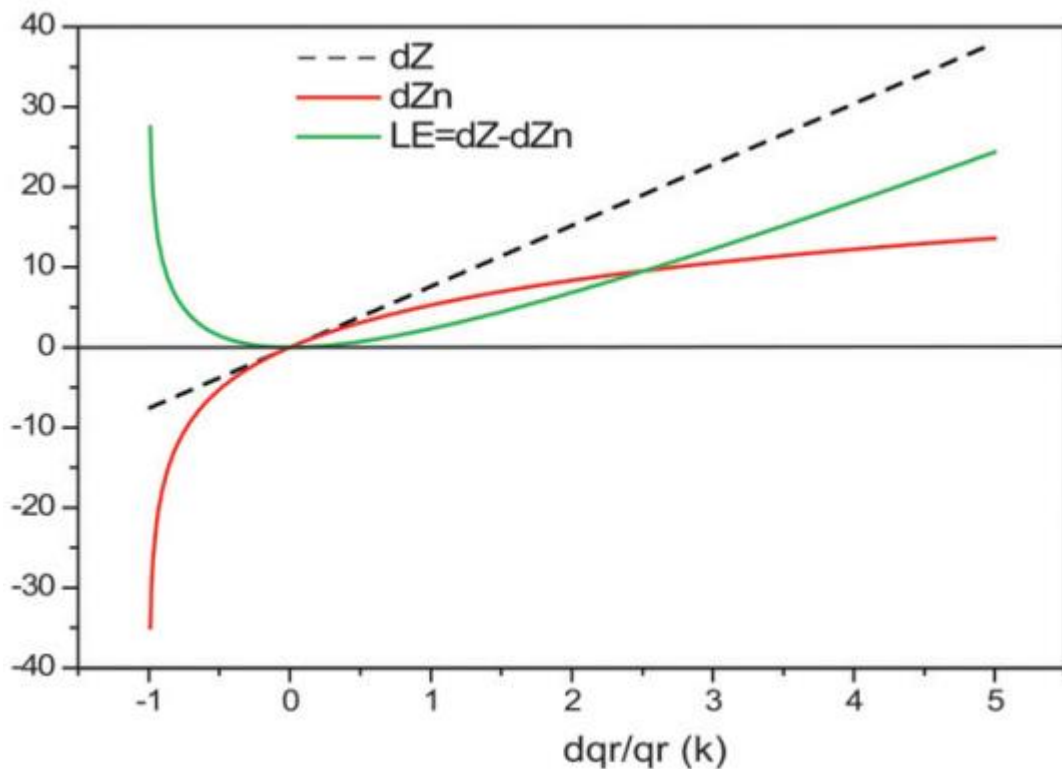


Рисунок 1.3 – линейное возмущение dZ , разница с нелинейным уравнением dZ_n и $LE - k$ соотношение [5]

Хорошо видно, что разница между линейным (штриховая линия) и нелинейным (красная линия) уравнениями состоит в том, что в нелинейной форме решение обрывается при $k = -1$, а в линейной – нет. Рисунок 3 так же показывает, что чем больше абсолютное значение k , тем менее точным является предположение о линейности. Например, если фоновое значение $q_r = 0.1 \text{ г} \cdot \text{кг}^{-1}$, приращение $dq_r = 0.5 \text{ г} \cdot \text{кг}^{-1}$ или $-0.1 \text{ г} \cdot \text{кг}^{-1}$, то соответствующий коэффициент $k = 5$ или $k = -1$, что в результате линейной аппроксимации даёт ошибку свыше 20 децибел. В этих случаях, линеаризованный оператор наблюдений не является пригодной аппроксимацией нелинейного оператора. Хорошо известен тот факт, что прогноз конвективных осадков даёт большие погрешности в определении местоположения явления, в виду чего k может быть равен 5 или -1 (особенно в случаях, если фоновая оценка гораздо более «сухая» по сравнению с наблюдениями), что впоследствии ведёт к большим погрешностям. На рисунке 3 также видно, что LE всегда больше 0, т.е. dZ всегда переоценивает dZ_n .

Наоборот, при расчёте инновации радарной отражаемости с линеаризованным уравнением $Z - q_r$, для некоторых фоновых значений дождевой воды q_r может получиться недооценка приращения dq_r (сухой сдвиг) относительно приращения, полученного с помощью нелинейного уравнения для $Z - q_r$. Для примера, если инновация составляет 10 децибел, k в нелинейном уравнении будет равен 2.73, в то время как линеаризованной форме составит 1.32.

1.7.2 Ассимиляция возвращённой дождевой воды и водяного пара

Исходя из вышесказанного следует, что линеаризованная форма уравнения для $Z - q_r$ в определённых условиях может приводить к большим погрешностям. Это подразумевает, что в случае, если модельный прогноз имеет большое отклонение с наблюдениями, то результаты, полученные из разных форм оператора наблюдений, могут быть очень разными. Для решения этой проблемы можно предложить ассимилировать возвращённую из радарных данных дождевую воду, а не напрямую ассимилировать отражаемость. Дождевая вода извлекается из радарных данных перед ассимиляцией, тем самым минуются проблемы, вызванные линеаризацией оператора наблюдений для радарных данных. Имея данные радиолокационного зондирования, дождевая вода рассчитывается по формуле 1.48. Плотность воздуха ρ задаётся из фоновой оценки. Уравнение 1.49 используется для оценки погрешности содержания дождевой воды, полученной при процедурах предварительной обработки и контроля качества.

Для ассимиляции возвращённой дождевой воды, в уравнение функционала качества было добавлено два новых члена (уравнения 1.53, 1.54):

$$J_{qr} = \frac{1}{2}(q_r - q_r^b)^T B_{qr}^{-1}(q_r - q_r^b) + \frac{1}{2}(q_r - q_r^o)^T R_{qr}^{-1}(q_r - q_r^o) \quad (1.53)$$

$$J_{qv} = \frac{1}{2}(q_v - q_v^o)^T B_{qv}^{-1}(q_v - q_v^o) \quad (1.54)$$

где

- q_r – дождевая вода в атмосфере;
- q_r^b – фоновая оценка содержания дождевой воды;
- q_v – водяной пар в атмосфере;
- q_r^o – извлечённая из радарных наблюдений дождевая вода;
- q_v^o – извлечённый из радарных наблюдений водяной пар;
- R_{qr} – дисперсия ошибок наблюдений дождевой воды;
- R_{qv} – дисперсия ошибок наблюдений водяного пара;
- B_{qr} – дисперсия ошибок фоновых значений дождевой воды.

Предполагается, что относительная влажность в облаках составляет 100%, если радарная отражаемость выше некоторого порогового значения над нижней границей облаков, ввиду чего оцениваемый водяной пар, используемый в качестве «наблюдений» q_v^o в уравнении 1.54, равен насыщенному, который рассчитывается исходя из фонового давления и температуры. Погрешность наблюдений водяного пара определяется погрешностью измерений относительной влажности с постоянным значением 20%. Следует отметить, что в данном методе ассимиляции есть два источника неопределенности. Первый — определение «облачной» области, а второй — расчет насыщенного водяного пара, точность которого зависит от качества полей давления и температуры в первом приближении. Важно отметить, что фоновые ошибки моделирования относительной влажности также играют важную роль в ассимиляции насыщенного водяного пара.

Для новой переменной наблюдений q_v , нелинейный оператор H имеет вид (уравнение 1.55):

$$q_v = rh \times q_s \quad (1.55)$$

где

- q_v – специальная влажность;
- rh – относительная влажность;
- q_s – специальная влажность насыщенного водяного пара.

Уравнение (1.55) связывает водяной пар с контрольной переменной rh и с контрольными переменными - температурой и давлением через уравнения (1.57) и (1.58) ниже. Физически разумно, что возмущение влажности влияет на давление и температуру при условии, что влажность близка к насыщению, когда тепловые процессы происходят путем фазовых переходов между водяным паром и облачным конденсатом.

Линеаризованный оператор наблюдений H' имеет вид (уравнение 1.56):

$$dq_v = drh \times q_s + rh \times dq_s \quad (1.56)$$

$$q_s = \frac{\varepsilon e_s}{p - (1 - \varepsilon)e_s} \quad (1.57)$$

$$e_s = c_q \exp\left(\frac{c_2 T}{T + c_3}\right) \quad (1.58)$$

где

$$\varepsilon = 0.622, c_1 = 6.112, c_2 = 17.67, c_3 = 243.5 \quad (1.59)$$

Используя уравнения 1.57 и 1.58, уравнение 1.56 может быть записано в форме (уравнение 1.60):

$$dq_v = q_s \times drh + rh \times \left(\frac{\partial q_s}{\partial p} dp + \frac{\partial q_s}{\partial e_s} \frac{\partial e_s}{\partial T} dT \right) \quad (1.60)$$

Если пренебречь вкладом возмущения давления в изменение насыщенного водяного пара в уравнении, окончательный линейризованный оператор наблюдения упрощается как (уравнение 1.61):

$$dq_v \approx q_s \times drh + c_4 q_v dT \quad (1.61)$$

$$c_4 = \frac{c_2 c_3}{(T + c_3)^2} \quad (1.62)$$

Заметим, что c_4 всегда больше 0, так что при ассимиляции насыщенного водяного пара будут получены положительные приращения относительной влажности и температуры. Обратим внимание, что аналогичная функция применялась в схемах анализа облаков (Zhang et al. 1998), в которых фоновая влажность (если она недонасыщена) увеличивается, а скрытое тепло добавляется везде, где есть облака. [5]

2 WRF

Модель Weather Research and Forecasting (WRF) – система моделирования атмосферы, разработанная как для исследований, так и для численного прогнозирования погоды. Модель была создана научным сообществом для самых различных целей – исследований в университетах и правительственных лабораториях, для оперативного прогнозирования государственными и частными организациями, и для коммерческих задач в промышленности. Разработка WRF была начата во второй половине 90-ых годов с целью построить систему прогнозирования погоды следующего поколения, используемой и совершенствуемой исследователями и пользователями. Новая система моделирования стала общей платформой для обширного исследовательского сообщества, на базе которой оно может развивать методы численного прогнозирования и впоследствии применять новшества в оперативной практике, в то время как верификация нововведений пользователями способно направлять и ускорять дальнейшее развитие модели. Система WRF была разработана в сотрудничестве с Национальным Центром Атмосферных Исследований (NCAR), Национальной Океанической и Атмосферной Администрацией (представленной Национальным Центром Предсказаний Окружающей Среды (NCEP) и Лабораторией Исследования Земной Системы), исследовательским центром BBC США, военно-морской исследовательской лабораторией, университетом Оклахомы и Федеральной Администрации Авиации (FAA).

2.1 ARW

Advanced Research WRF (ARW) – конфигурация системы WRF с динамическим ядром ARW и другими совместимыми компонентами для моделирования. Таким образом, система модулей WRF, в дополнении к

динамическому ядру, охватывает схемы физических параметризаций, численные/динамические опции, процедуры инициализации и систему ассимиляции данных (WRFDA). ARW состоит из гибкого, модульного, портативного кода, который легко настраивается для широкого списка задач и эффективно работает на различных вычислительных платформах – от ноутбуков до мощных суперкомпьютеров с возможностями параллельных вычислений. Обширный список схем параметризаций физических процессов и опций численных методов отражает вклад сообщества в развитие модели и делает её мощным средством для численного прогнозирования. WRFDA предоставляет множество подходов ассимиляции данных и, таким образом, имеет возможность усваивать широкий спектр различных типов наблюдений. В дополнение, помимо прогнозирования погоды, динамическое ядро ARW применяется в ряде других моделей, предназначенных для моделирования геофизических процессов, включая WRF-Chem (химия атмосферы), WRF-Hydro (гидрологическое моделирование), и WRF-Fire (моделирование лесных пожаров).

ARW представлена как модель сообщества, что облегчает разработку системы и ее широкое использование для исследований, оперативного использования и обучения. Она поддерживает атмосферные симуляции от вихреразрешающего до глобального масштабов. Задачи, решаемые с помощью ARW, включают в себя численный прогноз погоды в режиме реального времени, изучение погодных явлений и других атмосферных процессов, разработку методов ассимиляции данных, параметризаций физических процессов, моделирование регионального климата, качества воздуха, сопряжение систем атмосфера-океан, и идеализированные исследования атмосферы.

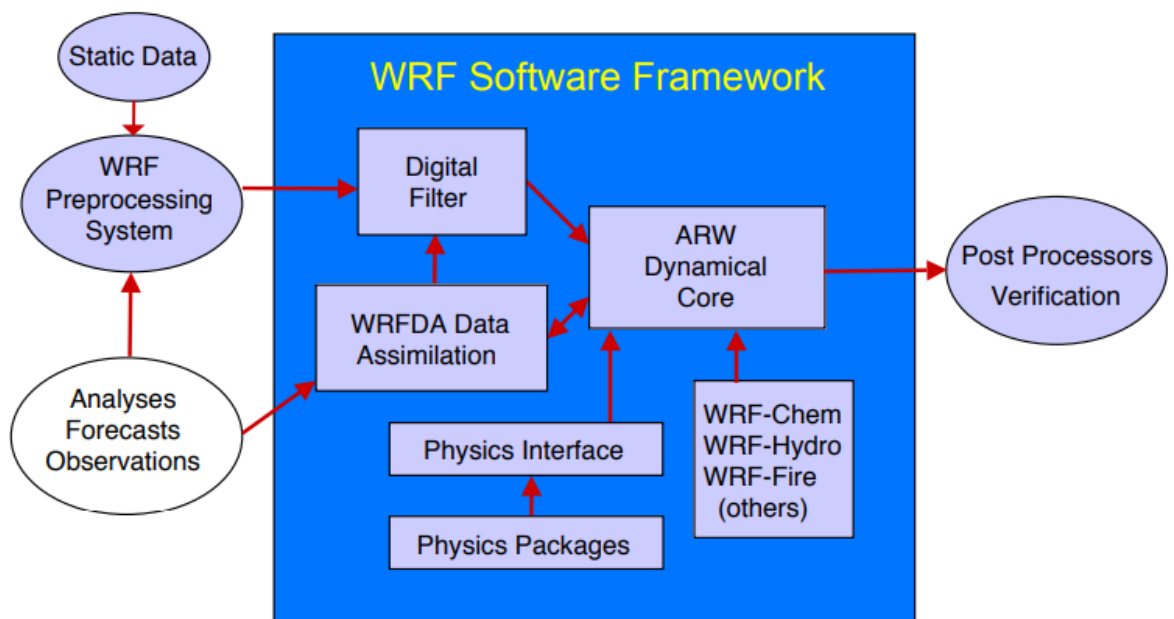


Рисунок 2.1 – компоненты системы WRF-ARW [6]

На рисунке 2.1 изображены основные компоненты системы ARW. Программная среда WRF содержит динамическое ядро, схемы физических параметризаций, утилиты для инициализации, систему ассимиляции данных, и интегрированные модели WRF-Chem, WRF-Hydro, WRF-Fire и другие. Эта среда также содержит динамическое ядро NMM-E, которое используется NCEP для оперативной модели HWRF. Поддержку ARW, репозитории исходного кода и выпуск новых версий предоставляет лаборатория мезомасштабной и микромасштабной метеорологии NCAR.

2.2 Определяющие уравнения

В динамическом ядре ARW используются сжимаемые, негидростатические уравнения Эйлера, записанные в потоковой форме с использованием переменных, обладающими консервативными свойствами. Уравнения сформулированы с использованием гидростатического давления в качестве независимой переменной. Вертикальная координата повторяет рельеф, используется гибридная δ - p формулировка. В этой главе рассматривается

определение вертикальной координаты, запись уравнений в потоково-влажностной форме в декартовом пространстве.

2.2.1 Вертикальная координата и переменные в потоковой форме

Уравнения ARW записаны с использованием вертикальной координаты гидростатического давления, повторяющей рельеф и обозначенной как η , которая также называется вертикальной координатой массы. В предыдущей версии ARW, η была обозначена как (формула 2.1):

$$\eta = \frac{p_d - p_t}{p_s - p_t} \quad (2.1)$$

где

p_d – гидростатическая составляющая давления сухого воздуха, определяемая формулой:

$$p_d = B(\eta)(p_s - p_t) + [\eta - B(\eta)](p_0 - p_t) + p_t$$

p_0 – атмосферное давление на уровне моря,

$B(\eta)$ – относительный вес описывающей рельеф сигма-системой координат и изобарической системой координат.

Уравнение вертикальной координаты (2.1) – традиционная сигма-координата, используемая во многих моделях с гидростатическим давлением. η варьируется от 1 на поверхности до 0 на верхней границе (рисунок 2.2 а).

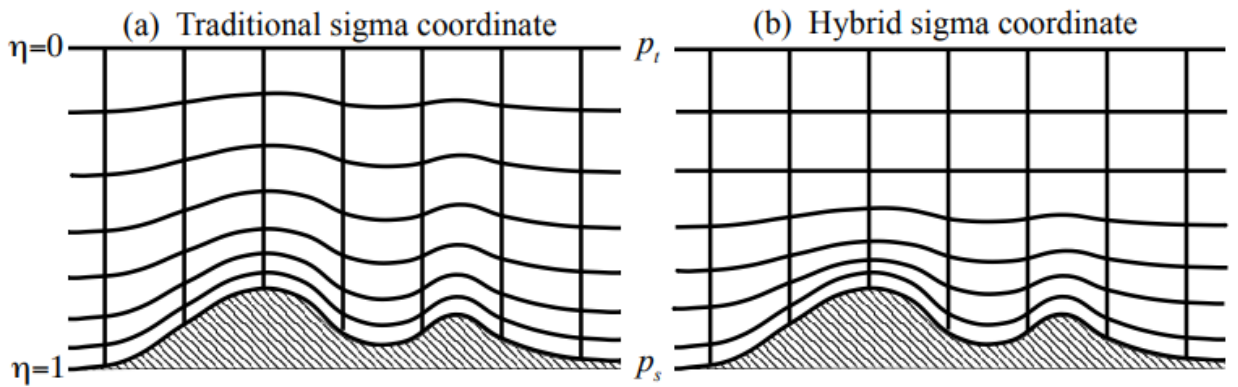


Рисунок 2.2 - η координата в ARW [6]

В ARW 4 версии, вертикальная координата была определена для описания рельефа в окрестностях поверхности, влияние которой быстро уменьшается с увеличением высоты, как проиллюстрировано на рисунке 2.2b. Для модифицированной вертикальной координаты используется относительный вес $B(\eta)$ повторяющей рельеф сигма-координаты и обычной изобарической системой координат, таким образом, η соответствует сигме-координате при $B(\eta) = \eta$ и преобразуется в изобарическую вертикальную координату при $B(\eta) = 0$. Для гладкого перехода от сигма-координаты у поверхности к изобарической координате на верхних границах, $B(\eta)$ определяется как полином третьего порядка (формула 2.2):

$$B(\eta) = c_1 + c_2\eta + c_3\eta^2 + c_4\eta^3 \quad (2.2)$$

(где индекс η обозначает дифференциацию) при заданных граничных условиях (2.3):

$$B(1) = 1, \quad B_\eta(1) = 1, \quad B(\eta_c) = 0, \quad B_\eta(\eta_c) = 0 \quad (2.3)$$

таким образом (формула 2.4):

$$c_1 = \frac{2\eta_c^2}{(1-\eta_c)^3}, c_2 = \frac{-\eta_c(4+\eta_c+\eta_c^2)}{(1-\eta_c)^3}, c_3 = \frac{2(1+\eta_c+\eta_c^2)}{(1-\eta_c)^3}, c_4 = \frac{-(1+\eta_c)}{(1-\eta_c)^3} \quad (2.4)$$

где η_c – задаваемое значение η , при котором оно становится изобарической координатой.

На рисунке 2.3 изображены профили $B(\eta)$ для традиционной сигма-координаты и для гибридной координаты для нескольких значений параметра η_c . Изображённые как функции от η (рисунок 2.3а), эти профили отображают форму полинома в формуле (2.2). Однако, строя график $B(\eta)$ как функцию высоты в результате получаем более наглядный результат перехода к изобарической координате при отдалении от нижней границы. Для примера, в модели с верхней границей 30 км вертикальная координата становится изобарической на высоте примерно в 12 км при $\eta_c = 0.2$.

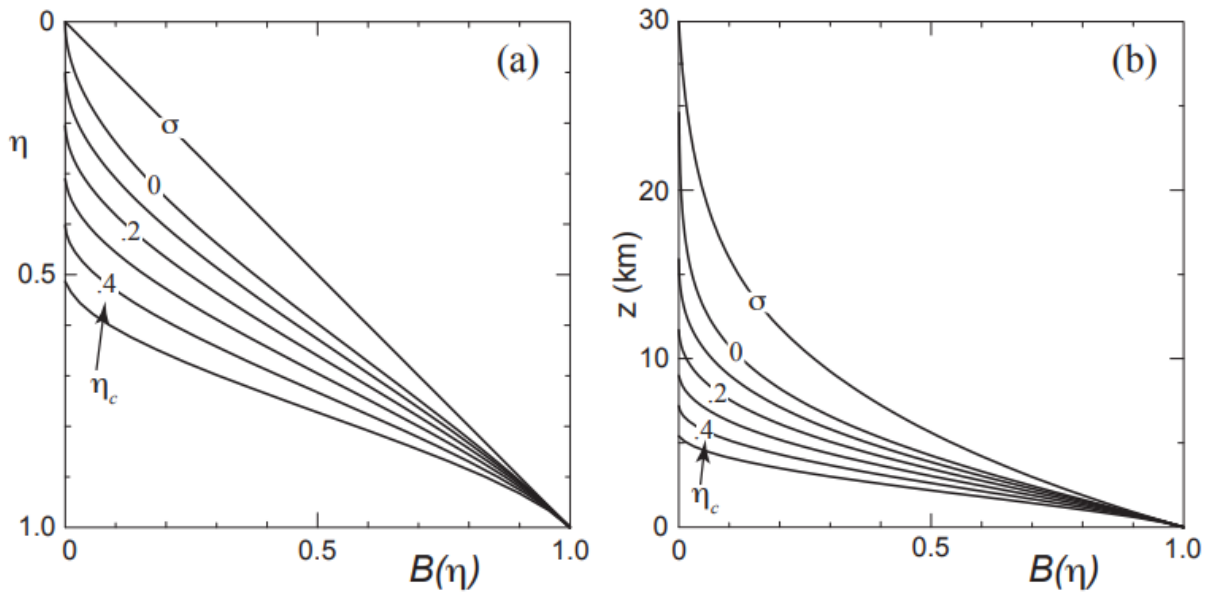


Рисунок 2.3 - профили $B(\eta)$ для сигма (δ) координаты и для гибридной координаты при $\eta_c = 0., 0.1, 0.2, 0.3, 0.4,$ и 0.5 , отображённая (а) как функция от η , и как функция от высоты (b) для стандартной атмосферы с областью с верхней границей 30 км [6]

Метрика вертикальной координаты определена как (формула 2.5):

$$\mu_d = \frac{\partial p_d}{\partial \eta} = B_\eta(\eta)(p_s - p_t) + [1 - B_\eta(\eta)](p_0 - p_t) \quad (2.5)$$

Поскольку (формула 2.6):

$$\mu_d \Delta \eta = \Delta p_d = -g \rho_d \Delta z \quad (2.6)$$

пропорциональны массе в единице площади ячейки сетки, соответствующая потоковая форма для прогностических переменных определена как (формула 2.7):

$$V = \mu_d v = (U, V, W), \Omega = \mu_d \omega, \theta_b = \mu_d \theta_m, Q_m = \mu_d q_m \quad (2.7)$$

где

$V = u, v, w$ - ковариантные скорости в горизонтальном и вертикальных направлениях;

$\omega = \dot{\eta}$ - контрвариантная «вертикальная» скорость;

$\theta_m = \theta(1 + (\frac{R_v}{R_d})q_v) \approx \theta(1 + 1.61q_v)$ – влажная потенциальная температура;

$Q_m = \mu_d q_m, q_m = q_v, q_c, q_r$ – отношения смесей влажных переменных (водяной пар, облачная вода, дождевая вода...).

Уравнение для геопотенциала записано не в потоковой форме, поскольку $\mu_d \Phi$ не имеет консервативных свойств, и имеет вид (уравнение 2.8):

$$\phi = gz \quad (2.8)$$

2.2.2 Уравнения в потоковой форме

Используя переменные, заданные выше, Эйлеровы уравнения в потоковой форме могут быть записаны как (формулы 2.9-2.17):

$$\partial_t U + (\nabla * Vu) + \mu_d \alpha \partial_x p + \left(\frac{\alpha}{\alpha_d}\right) \partial_\eta p \partial_x \phi = F_U \quad (2.9)$$

$$\partial_t V + (\nabla * Vu) + \mu_d \alpha \partial_y p + \left(\frac{\alpha}{\alpha_d}\right) \partial_\eta p \partial_y \phi = F_V \quad (2.10)$$

$$\partial_t W + (\nabla * Vw) - g \left[\left(\frac{\alpha}{\alpha_d}\right) \partial_\eta p - \mu_d \right] = F_W \quad (2.11)$$

$$\partial_t \theta_m + (\nabla * \theta_m) = F_{\theta_m} \quad (2.12)$$

$$\partial_t \mu_d + (\nabla * V) = 0 \quad (2.13)$$

$$\partial_t \phi + \mu_d^{-1} [(\nabla \phi * V) - gW] = 0 \quad (2.14)$$

$$\partial_t Q_m + (\nabla * Vq_m) = F_{Q_m} \quad (2.15)$$

$$\partial_\eta \phi = -\alpha_d \mu_d \quad (2.16)$$

$$p = p_0 \left(\frac{R_d \theta_m}{p_0 \alpha_d} \right)^\gamma \quad (2.17)$$

Уравнение (2.16) – диагностическое уравнение для сухого гидростатического давления, уравнение (2.17) – диагностическое отношение для полного давления (сухой воздух + водяной пар).

В этих уравнениях:

- α_d - обратная плотность сухого воздуха, $\alpha_d = \left(\frac{1}{p_d}\right)$;
 α - обратная плотность парциальных плотностей воздуха,
 $\alpha = \alpha_d(1 + q_v + q_c + q_r + q_i)^{-1}$;
 $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ - отношение теплоёмкостей сухого воздуха;
 R_d - газовая постоянная сухого воздуха;
 p_0 - приземное давление (примерно 10^5 Па);
 $F_U, F_V,$
 F_W, F_{θ_m} - составляющие действующих сил модельной физики,
 турбулентного перемешивания, сферической проекции и
 вращения земли.

В уравнениях 2.5-2.11 индексы x , y и η обозначают дифференцирование, произведение $\nabla * \nabla a$ и $V * \nabla a$ определяется следующим образом (формулы 2.18, 2.19) [6]:

$$\nabla * \nabla a = \partial_x(Ua) + \partial_y(Va) + \partial_\eta(\Omega a) \quad (2.18)$$

$$V * \nabla a = U\partial_x a + V\partial_y a + \Omega\partial_\eta a \quad (2.19)$$

3 Численные эксперименты

Для проведения исследования влияния ассимиляции радарных данных на численный прогноз использовалась модель WRF-ARW совместно с системой ассимиляции данных WRFDA. Область моделирования представлена на рис. 3.1

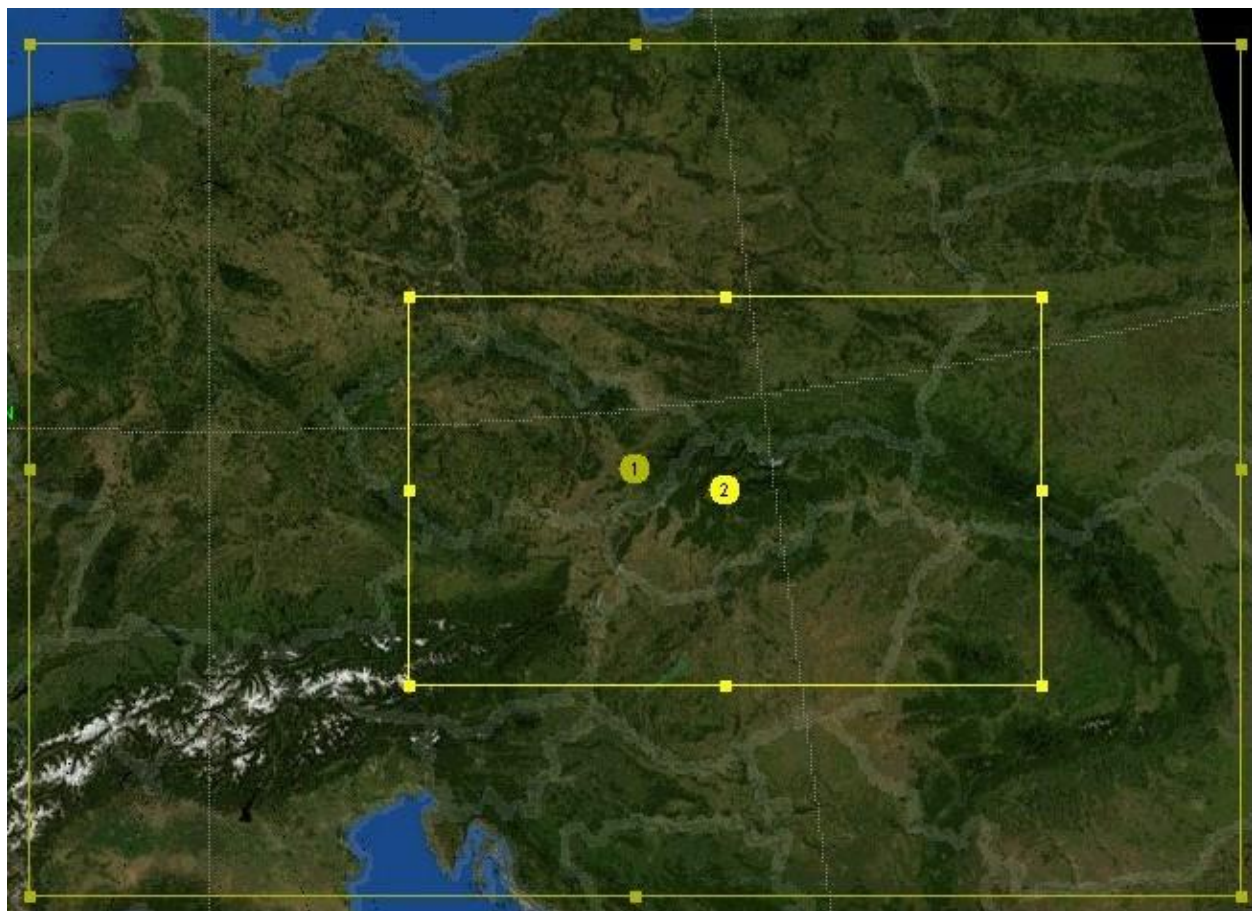


Рисунок 3.1 – область моделирования

В модели использовалась одна вложенная сетка. Параметры для обеих сеток – по горизонтали применялась декартова система координат с ламбертовой проекцией, по вертикали – гибридная сигма-изобарическая система, число вертикальных уровней – 50. В качестве полей начальных условий использовались данные NCEP GFS с разрешением 0.25° [7], обновление граничных условий – каждые 3 часа. Параметры большей области – шаг по

пространству 15 км, шаг по времени – 60 секунд, число точек по долготе – 116, по широте – 82. В меньшей модели шаг по пространству составлял 5 км, шаг по времени – 20 секунд, число точек по долготе составляло 181, по широте – 112.

Радиолокационные данные усваивались методом трёхмерного вариационного анализа (3D-Var) со схемой ассимиляции радарных данных, описанной в работе Hongli Wang, Juanzhen Sun, Shuiyong Fan, Xiang-Yu Huang [5], основные положения которой описаны в разделе «Ассимиляция радарных данных в WRF». Использовались данные одного радара, находящегося в городе Злин, Чехия. Его местоположение совпадает с центром большей области и, соответственно, на рисунке 3.1 помечено как цифра 1. Параметры радара описаны в разделе 3.1. Методика расчёта прогноза была такова: сначала с помощью программы `real.exe` формировалось поле начальных данных для большей области, после чего в него ассимилировались данные радара и считался прогноз на 48 часов. После этого производился расчёт начальных условий для обеих (основной и вложенной) сеток, в них аналогичным образом ассимилировались радарные данные. Далее запускалась программа `ndown.exe`, цели которой – формирование боковых граничных и начальных условий, полученных из прогноза более грубой сетки, и, наконец, рассчитывался прогноз на 48 часов для второй области.

Всего было рассчитано 132 прогноза с заблаговременностью 48 часов в период с марта по август 2019 года. Для изучения влияния ассимиляции были верифицированы две конфигурации модели - с ассимиляцией и без неё - по 20 метеостанциям в Словакии. Архив погоды со станций был взят из [8]. Данные моделирования линейно интерполировались в координаты метеостанций по 4 ближайшим точкам сетки. Использовалась стандартная ковариационная матрица ошибок, полученная по глобальной модели GFS с периодом для расчёта статистик в 1 год (357 реализаций), а также её модификации, которые подробнее описаны в разделе 5. Впоследствии так же было созданы ковариационные матрицы ошибок для обеих областей по NMC-методу. Для создания каждой из них было рассчитано 44 реализации прогноза в период с июля по август.

3.1 Радиолокационные данные

Данные, ассимилируемые в модель, были получены с помощью радиолокационного метода зондирования атмосферы. Метеорологические радиолокаторы (МРЛ) предназначены для зондирования атмосферы с целью обнаружения и исследования облаков и осадков, основная метеорологическая информация о которых заключена в их радиолокационной отражаемости, подлежащей измерению. Метеорологический анализ данных радиолокационных измерений основан на существовании устойчивых физико-статистических связей этих характеристик с физическим состоянием и параметрами облаков и осадков. При этом используются как качественные особенности пространственного распределения радиосигнала, так и их количественные характеристики: высота верхней границы, вертикальная мощность и радиолокационная отражаемость [9].

Мощность отраженных от метеообразований сигналов на фиксированной дальности пропорциональна отражаемости метеообразований Z . Величина Z реагирует на изменение размеров отражающих частиц гидрометеоров и их концентрацию, которые, в свою очередь, возрастают по мере увеличения степени опасности явления (ливни, грозы, град). Поляризационные характеристики отраженных от метеообразований сигналов позволяют определять микрофизическую структуру метеообъекта (форму и фазовое состояние частиц гидрометеоров, их преимущественную ориентацию в пространстве) [10].

В основу работы станции положен импульсный метод радиолокации. Передающее устройство генерирует мощные короткие импульсы электромагнитной энергии СВЧ, которые поступают в антенну по волноводным трактам. Излучение электромагнитной энергии в пространство производится антенной в виде узкого остронаправленного луча. Если излучаемый сигнал, распространяясь в пространстве, встречает на своем пути препятствия в виде местных предметов, облаков и других метеообразований, то происходит его отражение в разные стороны от объекта, в том числе и в направлении МРЛ.

Отраженные импульсы принимаются той же антенной и по волноводному тракту поступают на приемное устройство.

Пример фрагмента данных, получаемых с МРЛ представлен на рисунке 3.2.

	1	2	3	4	5	6	7
TOTAL NUMBER =	1						
#-----#							
RADAR	MMR-50_ZLIN	17.574	49.315	240.0	2019-07-07_00:08:42	1168	15
#-----#							
FM-128 RADAR	2019-07-07_00:08:42	48.418	16.836	240.0			1
	3531.4 -888888.000 -88 -888888.000		26.000 0	0.000			
FM-128 RADAR	2019-07-07_00:08:42	48.364	16.850	240.0			1
	2662.7 -888888.000 -88 -888888.000		26.500 0	0.000			
FM-128 RADAR	2019-07-07_00:08:42	48.369	16.853	240.0			1
	2646.2 -888888.000 -88 -888888.000		26.500 0	0.000			
FM-128 RADAR	2019-07-07_00:08:42	48.398	16.875	240.0			2
	2548.3 -888888.000 -88 -888888.000		26.500 0	0.000			
	3545.4 -888888.000 -88 -888888.000		26.232 0	0.000			
FM-128 RADAR	2019-07-07_00:08:42	48.403	16.878	240.0			3
	2532.2 -888888.000 -88 -888888.000		26.040 0	0.000			
	3523.9 -888888.000 -88 -888888.000		26.232 0	0.000			
	4516.4 -888888.000 -88 -888888.000		26.000 0	0.000			
FM-128 RADAR	2019-07-07_00:08:42	48.408	16.882	240.0			1

Рисунок 3.2 – фрагмент данных радиолокационного зондирования

Цифрами на этом рисунке обозначено следующее:

- 1 - Имя радара;
- 2 - Широта и долгота используемого радара;
- 3 - Высота, на которой радар находится;
- 4 - Дата и время зондирования;
- 5 - Общее количество зондирований;
- 6 - Общее количество высот;
- 7 - Номер высоты в данный момент времени и при данной координате;
- 8 - Координаты измеренной отражаемости;
- 9 - Отражаемость;
- 10 - Высота. [11]

Данные были получены с помощью малогабаритного метеорологического радара MMR-116, работающего в х-диапазоне (9 410 мегагерц). Он позволяет обнаруживать облачные частицы с минимальной отражаемостью 10 децибел на расстоянии до 200 километров по радиусу. Динамический диапазон составляет 90 децибел, полное обновление данных происходит за 1 минуту [12].

4 Верификация данных

По завершению составления прогностического массива все данные моделирования были проверены на качество путём сравнения значений метеорологических характеристик моделей с ассимиляцией и без неё с фактическими данными 20 метеостанций, расположенных на территории Словакии. Всего анализировалось 6 параметров - приземное давление, температура, температура точки росы, относительная влажность и количество осадков за 6 часов. Архив погоды был получен с сайта [8]. Результаты моделирования были линейно интерполированы в координаты метеостанций по 4 ближайшим точкам сетки. Было рассчитано 3 характеристики - средняя ошибка (me), средняя абсолютная ошибка (mae) и среднеквадратическая ошибка ($rmse$) по формулам 4.1-4.3:

$$me = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [fcst(i) - fact(i)] \quad (4.1)$$

$$mae = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |fcst(i) - fact(i)| \quad (4.2)$$

$$rmse = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [fcst(i) - fact(i)]^2 \quad (4.3)$$

где

$fcst(i)$ – значение прогностической переменной в i -ый момент времени;

$fact(i)$ – фактическое значение переменной в i -ый момент времени;

N – Общее число проверяемых значений.

Фрагмент результатов верификации температуры для городов Братислава и Нитра представлен в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – верификация температуры по моделям с ассимиляцией и без неё для городов Нитра и Братислава

Температура						
	Модель с ассимиляцией			Модель без ассимиляции		
	Нитра			Нитра		
dt	me	mae	rmse	me	mae	rmse
3	-0.6	1.4	1.8	-1.4	1.7	2
6	0	1.3	1.7	-1.1	1.7	2
9	-0.8	1.3	1.5	-0.9	1.5	2.1
12	-0.5	1.6	2	-0.2	1.6	2.2
15	-0.4	1.5	1.8	-0.6	1.7	2.1
18	-1	1.7	2.1	-1.9	2.3	2.8
21	-0.3	1.4	1.7	-1.2	1.8	2.3
24	-0.1	1.5	1.9	-1	1.7	2.2
27	-0.1	1.5	2	-1	1.8	2.2
30	0.6	1.4	2	-0.8	1.8	2.2
33	-0.2	1.7	2	-0.9	2	2.5
36	-0.4	2.1	2.6	-0.6	2.3	2.8
39	-0.5	1.8	2.3	-0.8	2.2	2.8
42	-1	1.7	2.1	-2.2	2.6	3.1
45	-0.2	1.4	1.8	-1.5	2	2.5
48	0.2	1.6	2	-1.1	1.9	2.5
	Братислава			Братислава		
dt	me	mae	rmse	me	mae	rmse
3	-0.8	1.5	1.8	-1.6	1.9	2.2
6	-0.3	1.1	1.4	-1.1	1.4	1.8
9	0.2	1.1	1.5	0	1.4	2
12	0.3	1.3	1.8	0.9	1.6	2.3

Продолжение таблицы 4.1

	Модель с ассимиляцией			Модель без ассимиляции		
	Братислава			Братислава		
dt	me	mae	rmse	me	mae	rmse
15	0.5	1.4	2	0.4	1.7	2.2
18	-0.8	1.5	1.8	-1.4	2.1	2.5
21	-0.4	1.4	1.8	-1.3	1.8	2.2
24	-0.4	1.5	1.9	-1.2	1.9	2.4
27	-0.5	1.5	1.9	-1.3	1.9	2.3
30	0.4	1.4	1.8	-0.7	1.6	2.1
33	0.6	1.7	2.2	0.2	2	2.6
36	0.5	1.9	2.6	0.5	2.2	2.9
39	0.3	1.7	2.3	0	2.1	2.7
42	-0.7	1.6	2	-1.9	2.6	3.1
45	-0.5	1.4	1.8	-1.6	2.1	2.6
48	-0.4	1.5	2	-1.6	2.2	2.8

При анализе данных из таблицы можно заключить, что на всех метеостанциях прогноз температуры улучшился или остался на том же уровне – средняя величина абсолютной ошибки уменьшилась на 0.21°C , что говорит о меньших значениях ошибок по модулю, разброс температур тоже уменьшился на 0.24°C , что свидетельствует об уменьшении дисперсии ошибок. В то же время средняя ошибка изменилась на 0.3°C , но из этой оценки сделать вывод об улучшении или ухудшении прогноза нельзя. Информативнее будет оценить среднюю ошибку для всех метеостанций в различные часы прогноза, что изображено на рисунке 4.1.

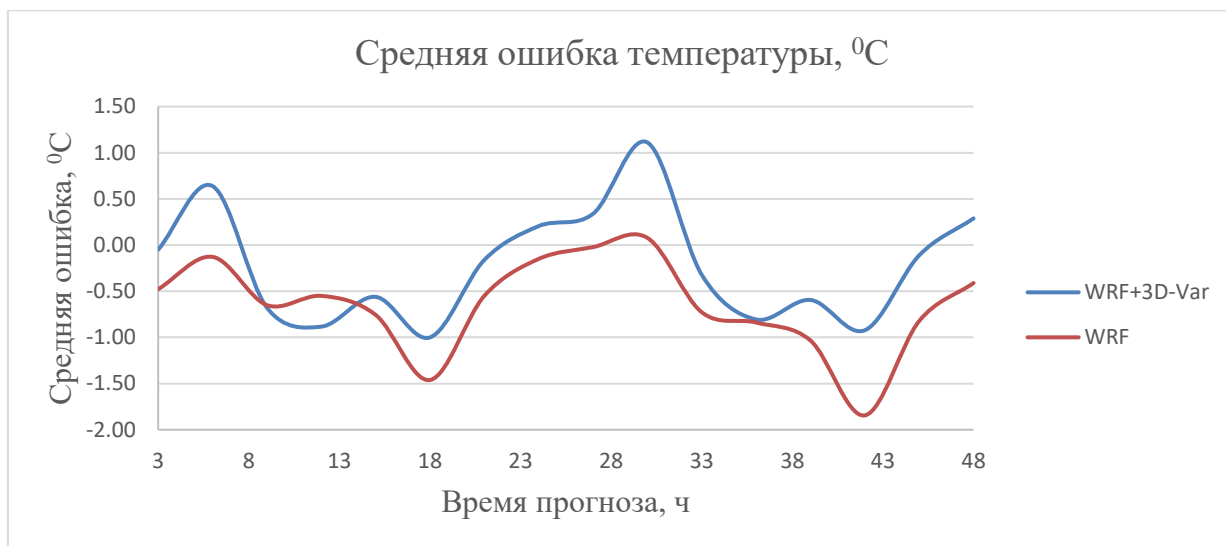


Рисунок 4.1 – сравнительный график средней ошибки в зависимости от срока прогноза в модели с ассимиляцией (WRF+3D-Var) и без неё (WRF)

Из рисунка 4.1 видно, что модель с ассимиляцией чаще завышает ночную и утреннюю температуру, на прогнозирование которых приходится максимальная ошибка (1.1°C для 30 часа прогноза, что соответствует 6 UTC), в то время как дневные и вечерние температуры напротив, слегка занижены (максимальная ошибка – 1°C в 18 UTC). При сравнении с моделью без ассимиляции виден схожий ход кривой средней ошибки, однако, почти во всех прогностических сроках температура занижается, и эта ошибка оказывается больше, чем у модели с ассимиляцией данных.

В таблице 4.2 представлен фрагмент верификации осадков для тех же городов – Братислава и Нитра.

Таблица 4.2 – верификация температуры по моделям с ассимиляцией и без неё для городов Нитра и Братислава

Осадки						
	Модель с ассимиляцией			Модель без ассимиляции		
	Nitra			Nitra		
dt	me	mae	rmse	me	mae	rmse
6	-1.7	3.6	7	-3.1	3.2	7.7
18	0.6	3.3	5.7	-1.7	2.9	5.8
30	-0.9	3.2	7.1	-2.4	3.1	7.1
42	0.5	4.6	7.5	-2.1	4.2	7.2
	Bratislava			Bratislava		
dt	me	mae	rmse	me	mae	rmse
6	2.2	5.8	16.5	-2.4	2.4	4.5
18	1	2	3.2	-0.1	3	6.1
30	-0.9	3.1	6	-2.1	2.5	4.7
42	0.4	3	4.7	-1.2	2.5	4.9

При анализе данных верификации количества осадков видно, что средняя абсолютная ошибка в большинстве городов увеличилась, в среднем рост ошибки составил 0.6 мм. Дисперсия ошибок так же стала больше и в среднем увеличение составило 1.1 мм. На рисунке 4.2 представлены распределения ошибок в зависимости от срока прогноза.

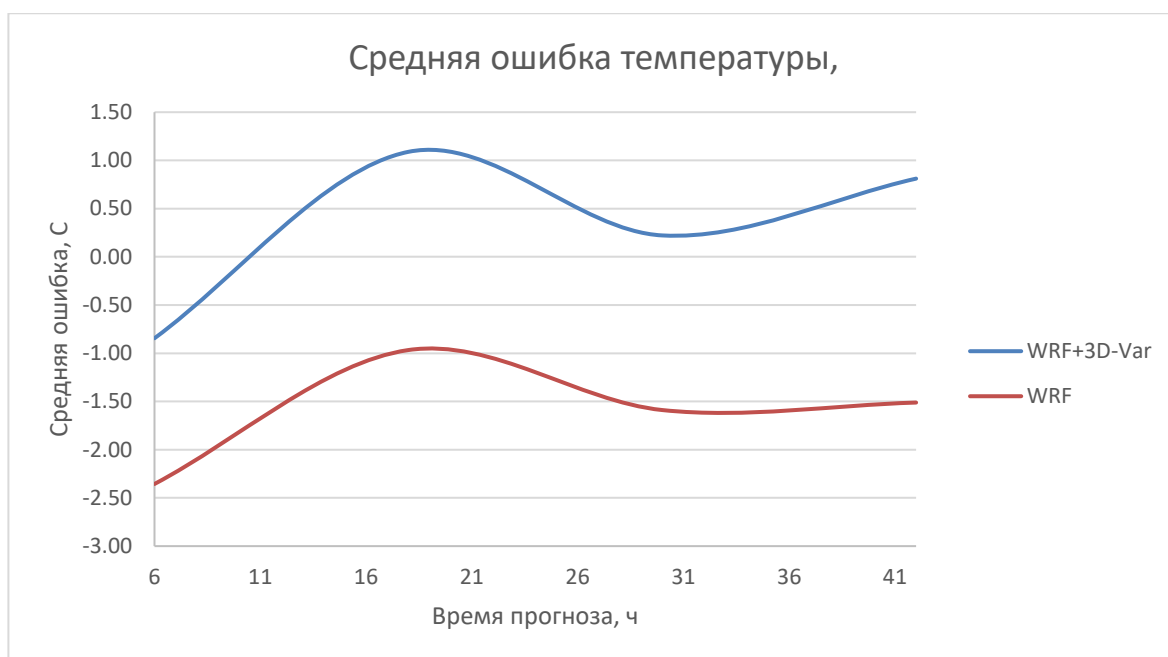


Рисунок 4.2 – сравнительный график средней ошибки в зависимости от срока прогноза в модели с ассимиляцией (WRF+3D-Var) и без неё (WRF)

Исходя из графика видно, что модель с ассимиляцией чаще завышает количество прогнозируемых осадков, в то время как в модели без усвоения радиолокационных данных осадки напротив, чаще занижены. Стоит, однако, помнить, что средняя ошибка может быть сильно подвержена влиянию резко отклоняющихся величин, в связи с чем к интерпретации её результатов необходимо относиться аккуратно.

Помимо расчёта основных статических ошибок, для осадков также были составлены матрицы сопряжённости для двух пороговых значений количества осадков - свыше 30 мм за 6 часов, что соответствует критерию сильный дождь, и 50 мм за 6 часов, что попадает по критерий очень сильный дождь. При составлении матрицы сопряжённости были исключены две высокогорные метеостанции - lomnicku-stit (2635 м) и chopok (2007 м), поскольку в высокогорных районах численные модели зачастую работают некорректно, что может сильно влиять на результат в матрицах, в то время как эти станции не являются населенными пунктами, в связи с чем прогноз погоды для них требует

особой конфигурации модели и не является важной задачей для обычной мезомасштабной модели. Результаты представлены в таблицах 4.3, 4.4

Таблица 4.3 – матрицы сопряжённости для порогового значения осадков 30 мм за 6 часов для модели с ассимиляцией и без неё

Сумма осадков свыше 30 мм/ 6 часов (WRF + 3D-var)			
	Явление прогнозировалось	Явление не прогнозировалось	
Явление наблюдалось	4	31	35
Явление не наблюдалось	12	85	97
	16	116	132
Сумма осадков свыше 30 мм/ 6 часов (WRF)			
	Явление прогнозировалось	Явление не прогнозировалось	
Явление наблюдалось	3	9	12
Явление не наблюдалось	13	107	120
	16	116	132

Таблица 4.4 – матрицы сопряжённости для порогового значения осадков 50 мм за 6 часов для модели с ассимиляцией и без неё

Сумма осадков свыше 50 мм/ 6 часов (WRF + 3D-var)			
	Явление прогнозировалось	Явление не прогнозировалось	
Явление наблюдалось	1	10	11
Явление не наблюдалось	5	116	121
	6	126	132
Сумма осадков свыше 50 мм/ 6 часов (WRF)			
	Явление прогнозировалось	Явление не прогнозировалось	
Явление наблюдалось	0	0	0
Явление не наблюдалось	6	126	132
	6	126	132

Представленные данные удобнее анализировать, если их представить в виде критериев, оценивающих показатели качества прогноза. В данной работе были посчитаны основные из них - индекс успешности прогноза (CSI), критерий ложных тревог (FAR) и вероятность обнаружения (POD) по формулам 4.4-4.6 [13]:

$$CSI = n_{11}/(n_{11} + n_{12} + n_{21}) \quad (4.4)$$

$$FAR = n_{21}/(n_{11} + n_{21}) \quad (4.5)$$

$$POD = n_{11}/(n_{11} + n_{21}) \quad (4.6)$$

где

- n_{11} – количество наблюдавшихся и прогнозируемых моделью явлений;
- n_{12} – количество прогнозируемых, но фактически не наблюдавшихся явлений;
- n_{21} – количество не прогнозируемых, но фактически наблюдавшихся явлений.

Итоговые статистики приведены в таблице 4.5

Таблица 4.5 – критерии успешности прогнозов сильных осадков для модели с ассимиляцией и без неё

Критерии успешности прогнозов для количества осадков свыше 30 мм/6 часов			
Модель с ассимиляцией		Модель без ассимиляции	
csi	0.09	csi	0.12
far	0.89	far	0.75
pod	0.11	pod	0.25
Критерии успешности прогнозов для количества осадков свыше 50 мм/6 часов			
Модель с ассимиляцией		Модель без ассимиляции	
csi	0.06	csi	0
far	0.91	far	0
pod	0.09	pod	0

При анализе данных видно, что исходя из этих критериев для значения осадков свыше 30 мм/ 6 часов модель без ассимиляции работает лучше, чем с ней. Если же рассматривать эти критерии совместно с данными из таблицы сопряжённости, то будет видно, что одновременно с возросшим количеством предсказанных моделью и наблюдавшихся фактически явлений сильно возросли и так называемые «ложные тревоги», то есть предсказанные моделью, но не наблюдавшиеся фактически явления, что в итоге вносит большой вклад в оценку успешности прогнозов по матрицам сопряжённости. Что касается порогового значения 50 мм/ 6 часов, то здесь лучше себя показывает модель с ассимиляцией, не смотря на низкие показатели вероятности обнаружения, критерия успешности и высокого значения критерия ложных тревог, что так же объясняется большим количеством прогнозируемых, но не наблюдавшихся фактически явлений. В то же время модель без ассимиляции за рассматриваемый период среди всех метеостанций ни разу не спрогнозировала количество осадков свыше 50 мм/ 6 часов, вследствие чего все показатели для неё равны 0. В этой связи модель с ассимиляцией будет полезнее, так как такое количество осадков за столь короткий срок является опасным явлением, и его прогноз очень важен.

Кратким итогом верификации осадков может быть тот факт, что модель с ассимиляцией зачастую завышает прогнозируемое количество осадков, хотя она может быть полезнее для прогнозирования большого их количества. Помимо этого, стоит помнить, что осадки, особенно конвективные, нередко очень локализованы и небольшая погрешность в определении их местоположения может приводить к очень сильным расхождениям при сравнении прогноза с данным метеостанций. По этой причине дальнейший анализ данных был посвящён подбору оптимальных параметров для ассимиляции с целью лучшего прогноза по пространству и уменьшению прогнозируемого количества.

5 Оптимизация модели

Для дальнейшего улучшения модели в первую очередь были более тщательно проверены случаи превышения порогового количества в 50 мм за 6 часов. В результате было обнаружено несколько случаев сильного расхождения прогнозов по моделям с ассимиляцией и без неё, и все они относятся к периоду с июнь по август, когда в данном регионе наиболее вероятны конвективные явления и связанные с ними очень сильные ливни. Помимо этого выяснилось, что в ряде случаев большие количества осадков гораздо чаще прогнозировались в первые 6 часов от начала срока прогноза, что напрямую может быть связано с ассимиляцией радиолокационных данных. Для проверки работы системы ассимиляции для начала было проведено сравнение случаев, когда модели прогнозировали схожие количества осадков. На рисунках 5.1, 5.2 приведён пример такого случая - прогноз от 14 августа 00 UTC на 6 часов для 2 конфигураций - модели с ассимиляцией и без неё.

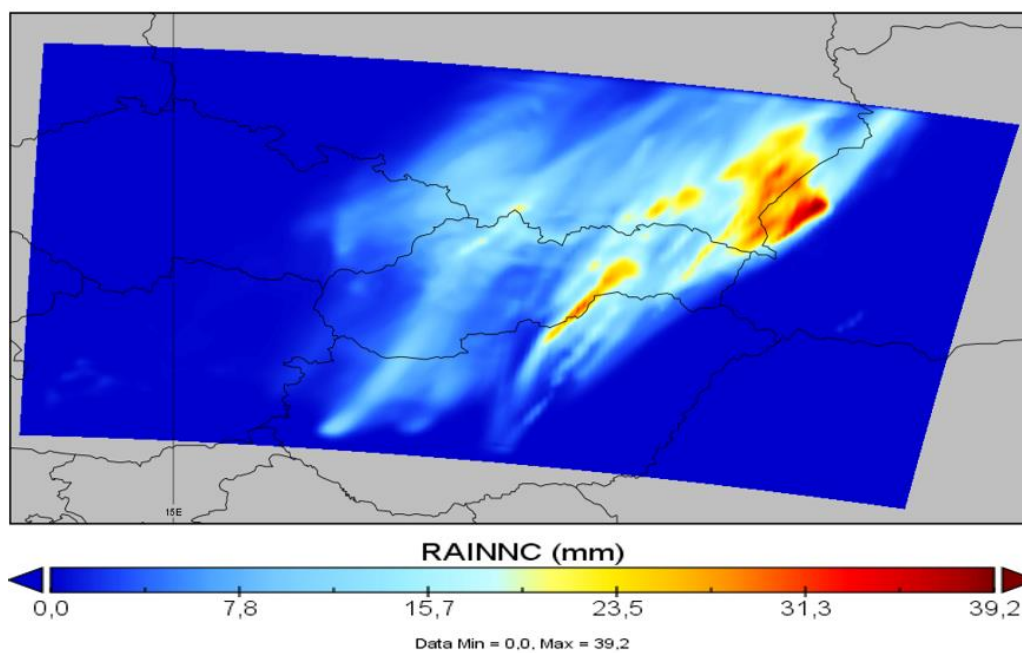


Рисунок 5.1 – Суммарное количество осадков за 6 часов от 14.08.2019 00:00 – 06:00 по модели без ассимиляции

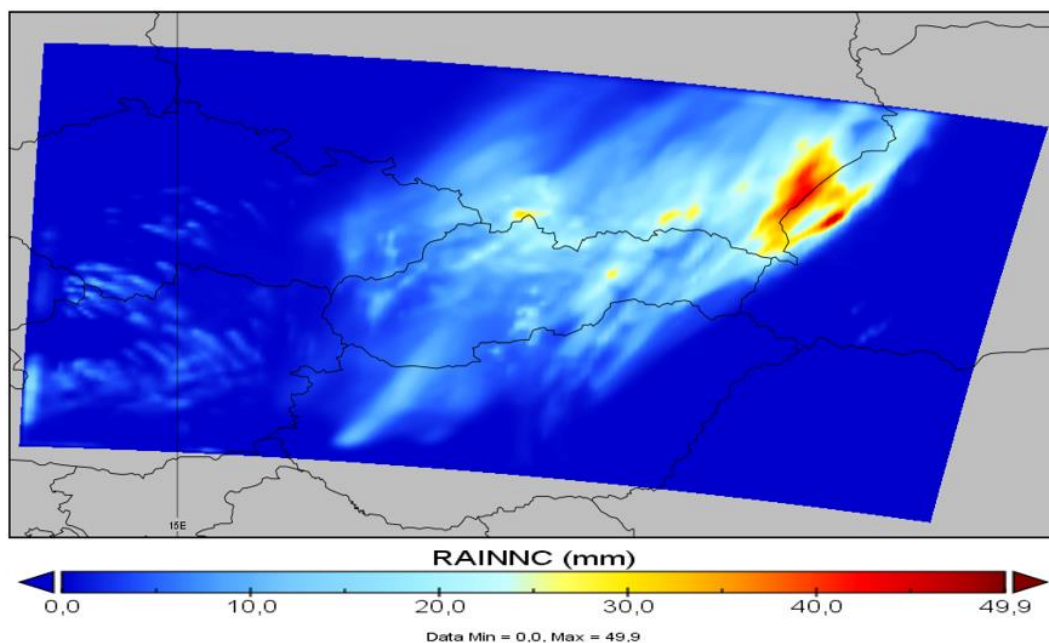


Рисунок 5.2 – Суммарное количество осадков за 6 часов от 14.08.2019 00:00 – 06:00 по модели с ассимиляцией

При сравнении двух прогнозов видно, что модели прогнозируют схожее пространственное распределение осадков и их количество.

Далее были подробно рассмотрены случаи с крайне высоким количеством прогнозируемых осадков. Наиболее «проблемными» датами стали 27.07, когда прогноз с ассимиляцией данных для двух населённых пунктов – Малый Яровник и Братислава прогнозировал 74 и 69 мм соответственно, и 25.08, когда для 4 населённых пунктов (Братислава, Телгарт, Малацки, Ясловски-Богунице) за 6 часов прогнозировалось от 51 до 103 мм осадков. Эксперименты проводились для 25.08, всех их результаты применимы и для других дат. Для верификации прогноза для этих чисел в первую очередь было проверено пространственное распределение осадков, для чего были задействованы данные реанализа и модели eugrad, которая представляет собой переведённые в миллиметры осадков фактические данные радиолокационного и спутникового зондирования, которые в данных условиях можно считать эталонными. Результаты приведены на рисунках 5.3-5.5

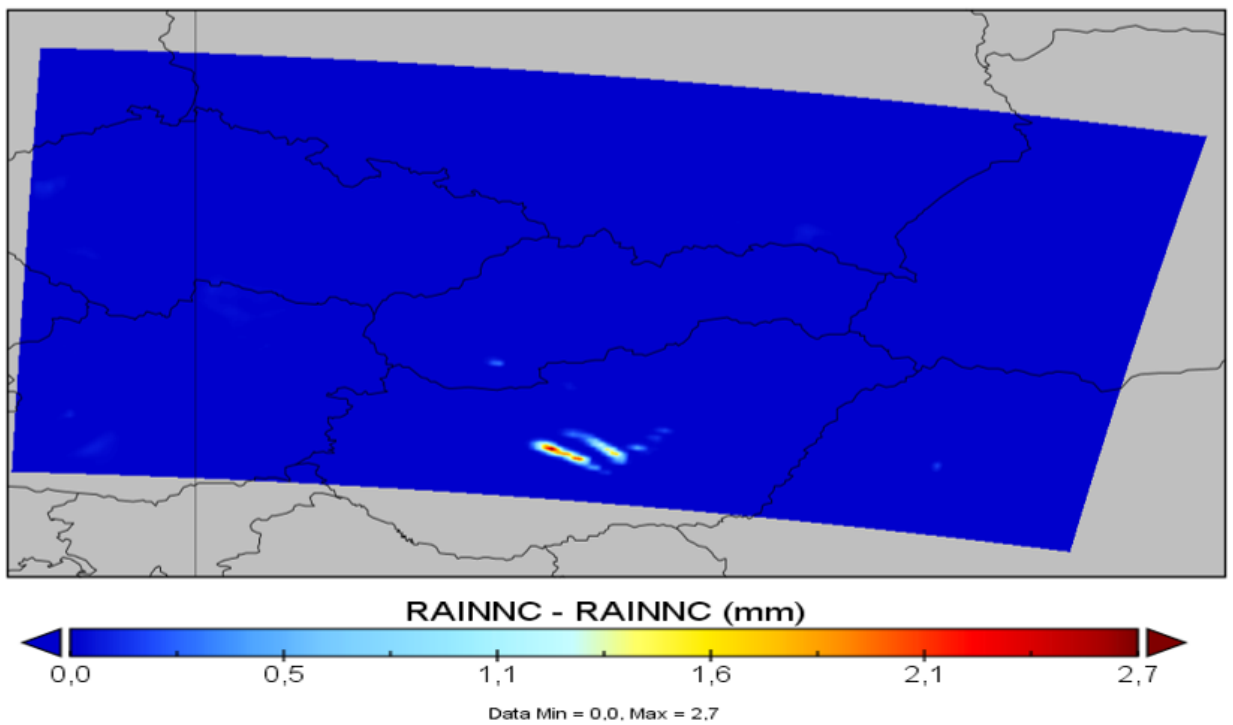


Рисунок 5.3 – количество осадков в период 27.08.2019 03-06 UTC по данным модели WRF без ассимиляции радиолокационных данных

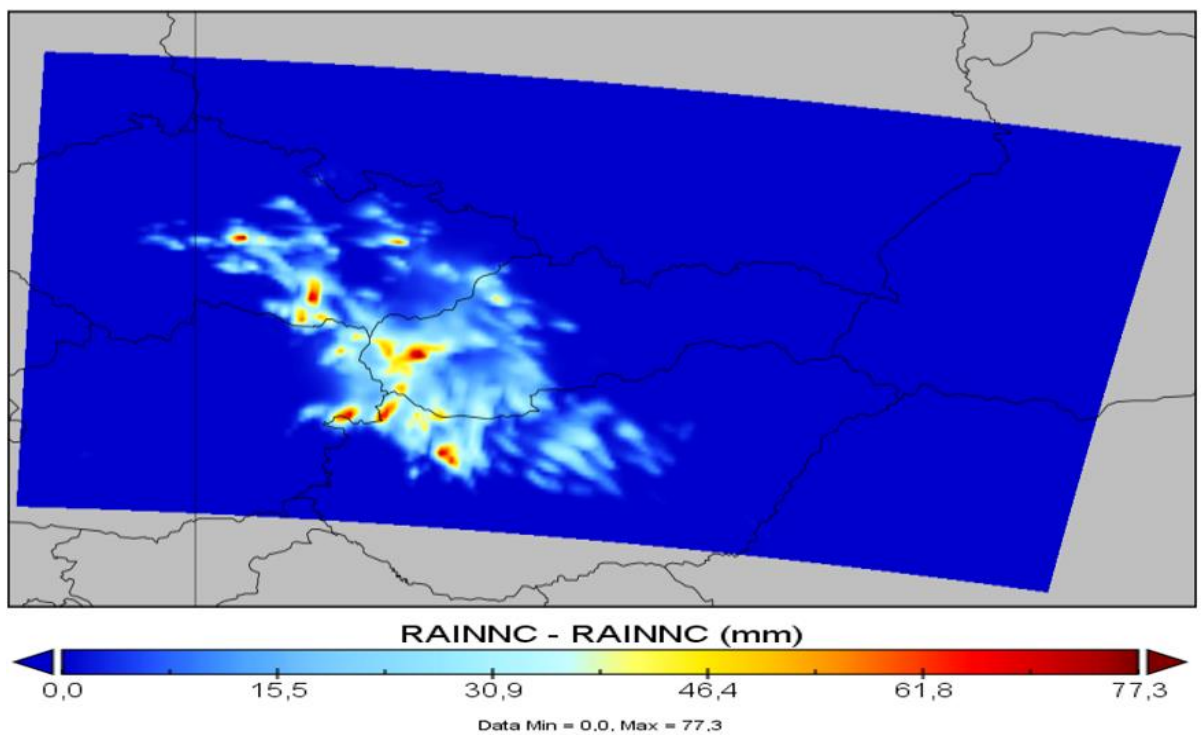


Рисунок 5.4 – количество осадков в период 27.08.2019 03-06 UTC по данным модели WRF с ассимиляцией радиолокационных данных

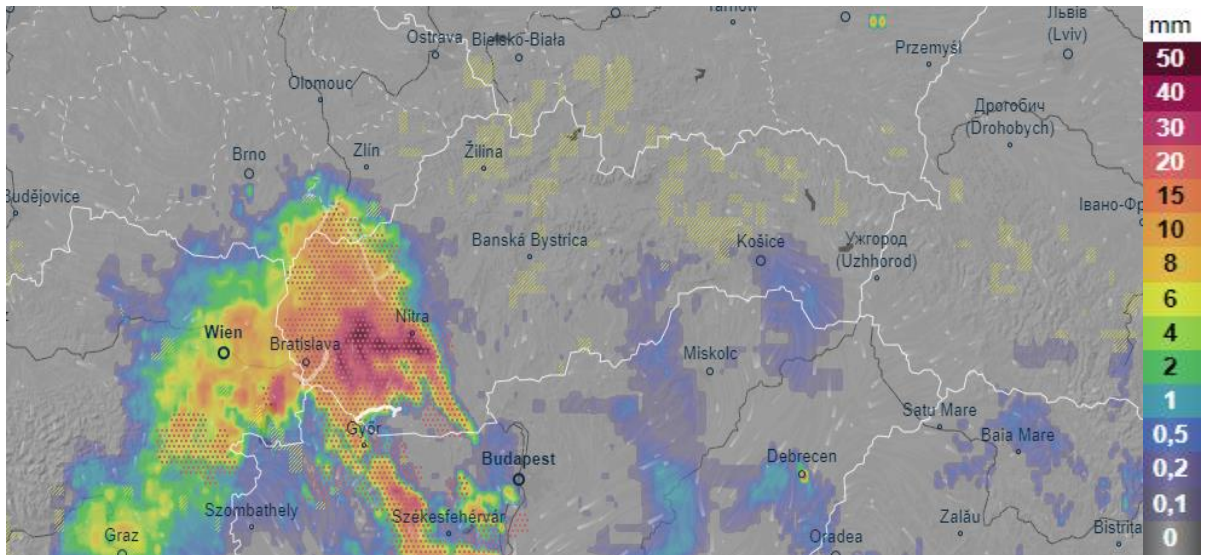


Рисунок 5.5 – количество осадков в период 27.08.2019 03-06 UTC по данным модели EURAD [14]

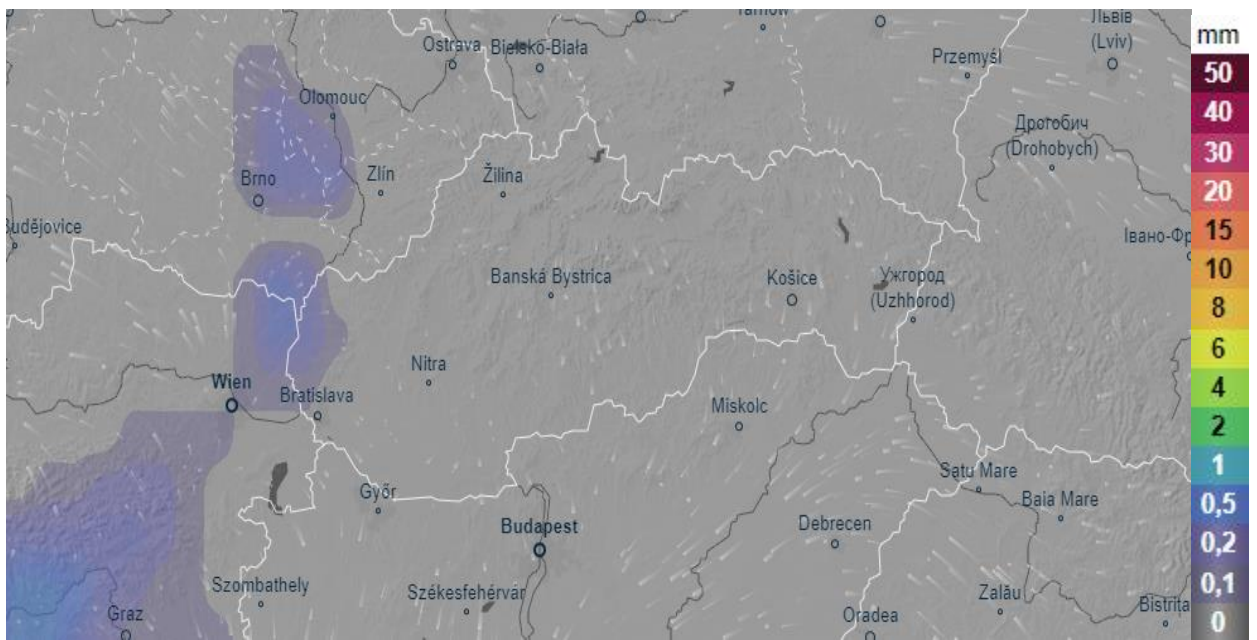


Рисунок 5.6 – количество осадков в период 27.08.2019 03-06 UTC по данным реанализа ECMWF

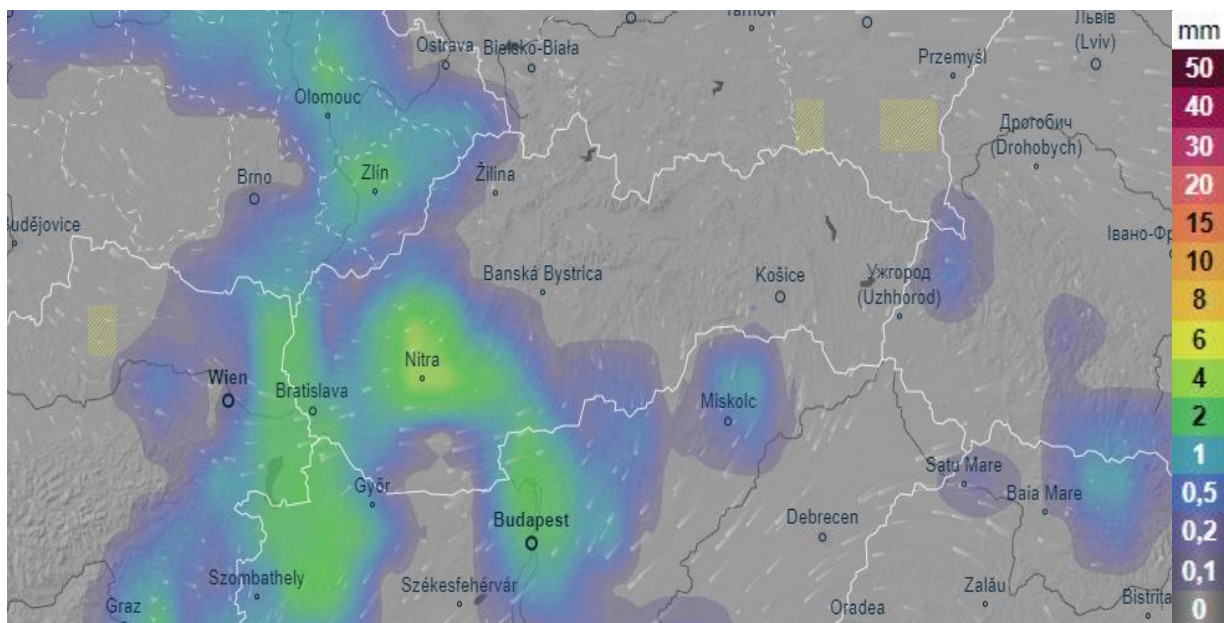


Рисунок 5.7 – количество осадков в период 27.08.2019 03-06 UTC по данным реанализа GFS

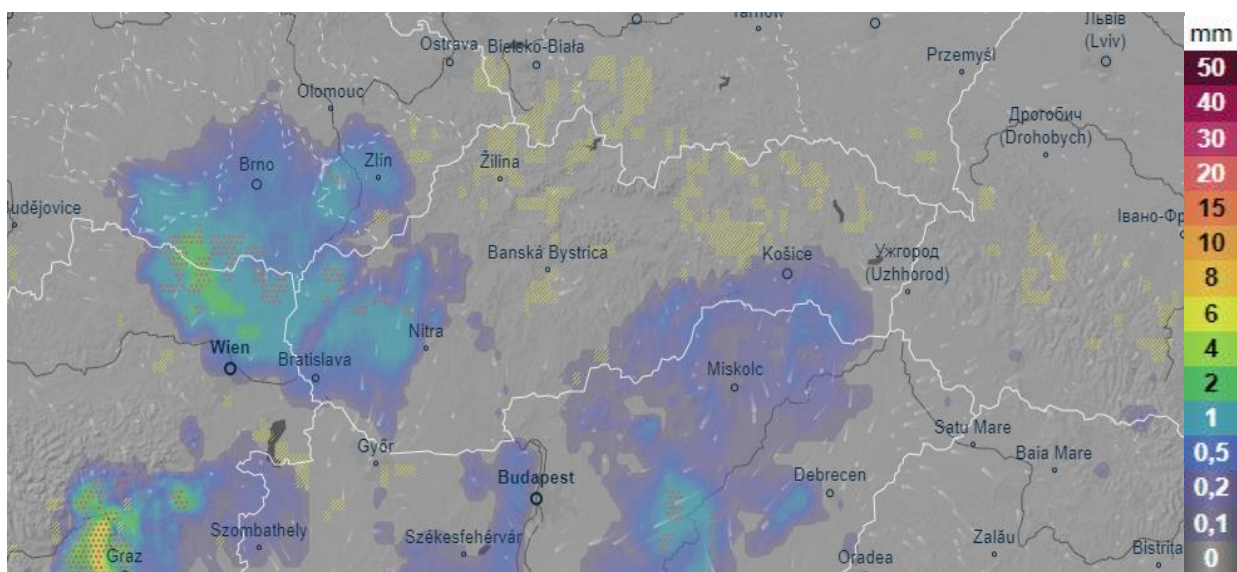


Рисунок 5.8 – количество осадков в период 27.08.2019 03-06 UTC по данным реанализа ICON

Из рисунков видно, что ни один из представленных реанализов не воспроизводит наблюдавшуюся по данным eurad грозу, в то время как модель с ассимиляцией с достаточно высокой точностью воспроизводит и пространственное распределение, и время наблюдавшейся грозы, но делает это с сильно завышенным количеством осадков. Если детальнее просмотреть архив

погоды для перечисленных городов за 25 августа, то будет видно, что в них всю ночь фиксировалась гроза, но количество фактически выпавших осадков составляет от 18 мм (Братислава) до 36 мм (Малацки) вместо прогнозируемых 103 мм для Братиславы и 51 мм для Малацки (рисунок 5.9).

00	25.08	С	3	10 км	гроза, ливневой дождь	10/6 450 м [Cb cap Ac cast]	+20.2	+17.8	86	+24	+24	комфорт	1020.9	1005.2				2
01	25.08	ЮВ	6	4000 м	гроза, ливневой дождь	10/8 300 м [Cb cap Ac cast]	+19.8	+17.6	87	+22	+22	комфорт	1022.2	1006.5				
02	25.08	СВ	4	10 км	гроза, ливневой дождь	10/4 450 м [Cb cap Ac As]	+19.2	+18.2	94	+21	+21	комфорт	1021.6	1005.9				
03	25.08	С	5	15 км	гроза, ливневой дождь	10/3 300 м [Cb cap Ac As]	+19.0	+18.2	95	+20	+20	тепло	1020.9	1005.2				
04	25.08	СВ	1	20 км	гроза, ливневой дождь	10/3 270 м [Cb cap Ac As]	+19.0	+17.5	91	+22	+22	комфорт	1021.0	1005.3				
05	25.08	В	2	8000 м	гроза, ливневой дождь	10/8 1200 м [Cb cap Ac As]	+18.7	+17.5	93	+20	+20	тепло	1021.7	1005.9				
06	25.08	С	3	7000 м	гроза, ливневой дождь	10/3 180 м [Cb cap Ac As]	+18.5	+17.8	96	+20	+20	тепло	1021.7	1005.9	+18.4			18

Рисунок 5.9 – архив погоды в Братиславе от 25.08.2019 00-06 UTC [8]

Основной составляющей трёхмерного вариационного анализа, влияющей на её качество, является “стоимость” (степень расхождения полей первого приближения и наблюдений от статистически оптимального описания состояния атмосферы) на которую в свою очередь влияет ковариационная матрица ошибок. Поэтому первоначально была предпринята попытка менять параметры, влияющие на стоимость ассимиляции. Таким параметром является ϵ , который настраивается вручную и его численное значение характеризует отношение нормы градиента функционала качества к его начальному значению, при достижении которого ассимиляция прекращается. Стандартное число было задано на уровне 0.01, для изучения влияния его изменения были выбраны значения 0.1 и 0.001. Результаты экспериментов с изменением параметра ϵ , а также сравнение со стандартной конфигурацией представлены на рисунках 5.10-5.12

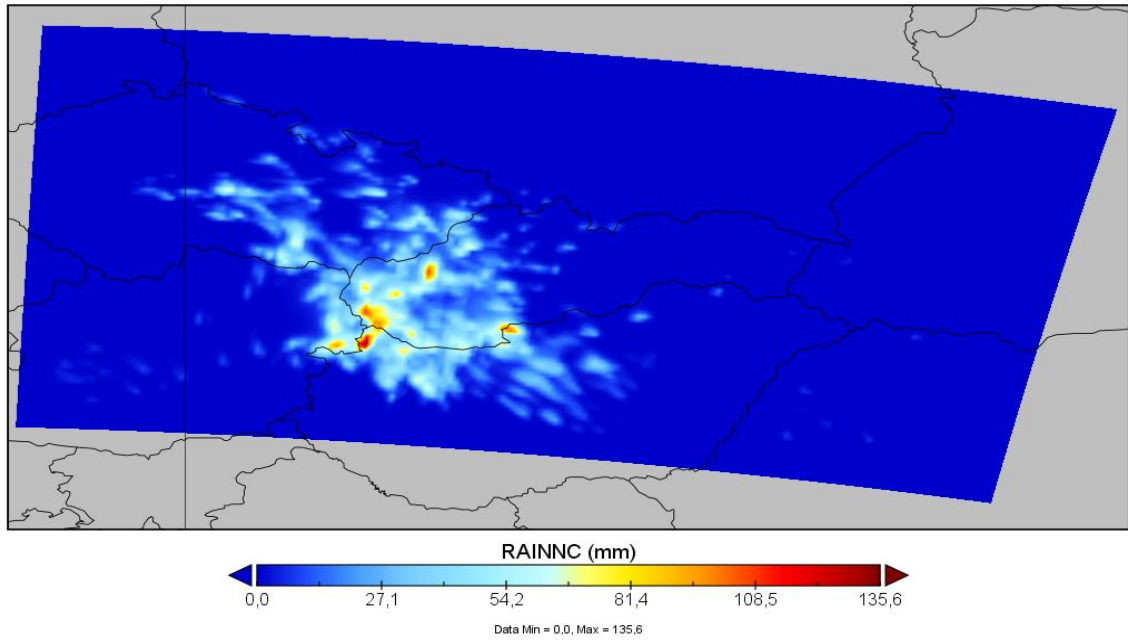


Рисунок 5.10 – прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC при $\text{eps}=0.01$

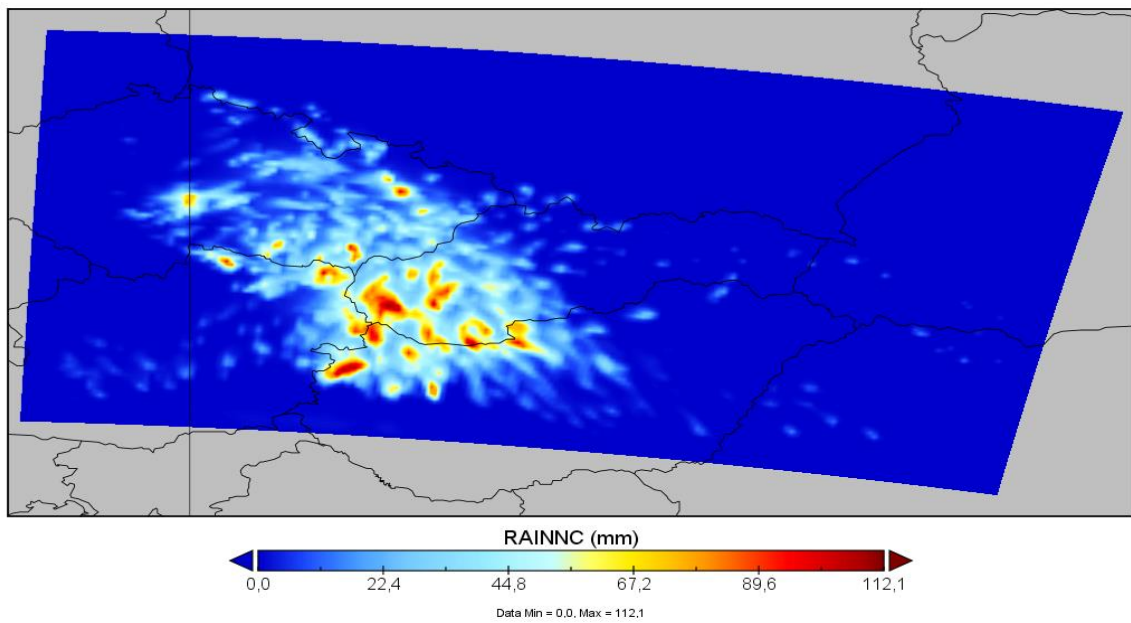


Рисунок 5.11 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC при $\text{eps}=0.1$

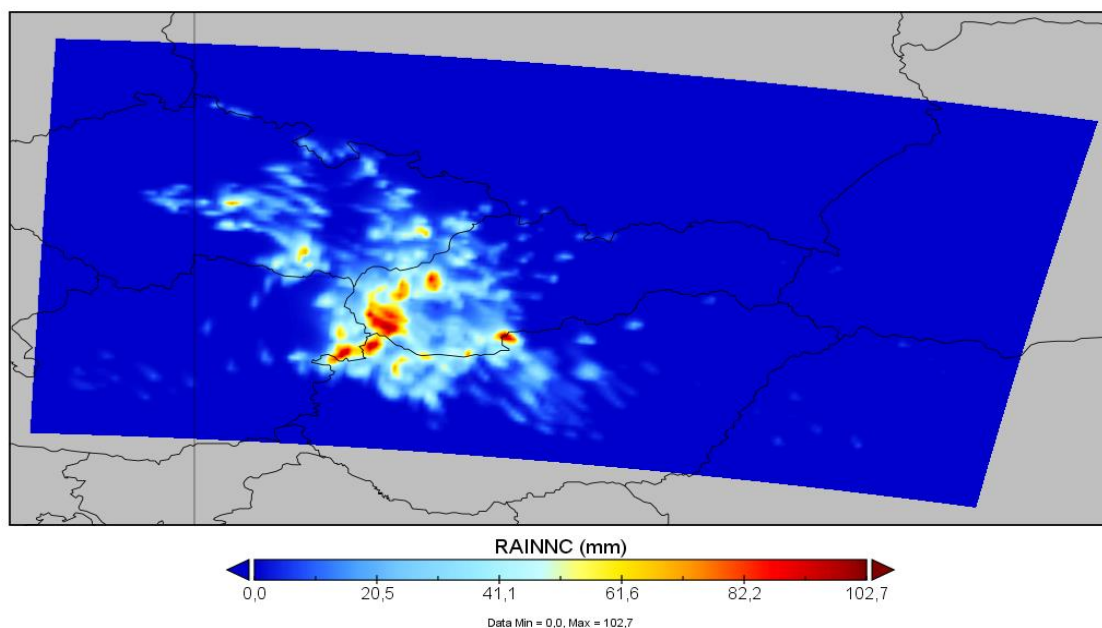


Рисунок 5.12 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC при $\text{eps}=0.001$

Из рисунков видно, что изменение eps не сильно, но меняет картину прогноза - при его уменьшении сокращается количество шумовых составляющих, но на количество прогнозируемых осадков он влияет слабо. Но несмотря на это, было принято решение уменьшить его значение относительно стандартной конфигурации для лучшего прогноза по пространству.

Далее менялись параметры, связанные с масштабированием значений ковариационной матрицы ошибок. Для стандартной матрицы такими параметрами являются a_1 - a_5 , каждый которых представляет собой вектор из 3 компонентов (дисперсия, горизонтальный масштаб ошибок, вертикальный масштаб ошибок) для пяти контрольных переменных - функции тока, потенциала скорости, температуры, относительной влажности и приземного давления. Для изучения влияния этих параметров на ассимиляцию, как и в случае с eps , эти параметры были увеличены и уменьшены относительно их стандартного значения. Результаты экспериментов представлены на рисунках 5.13-5.15.

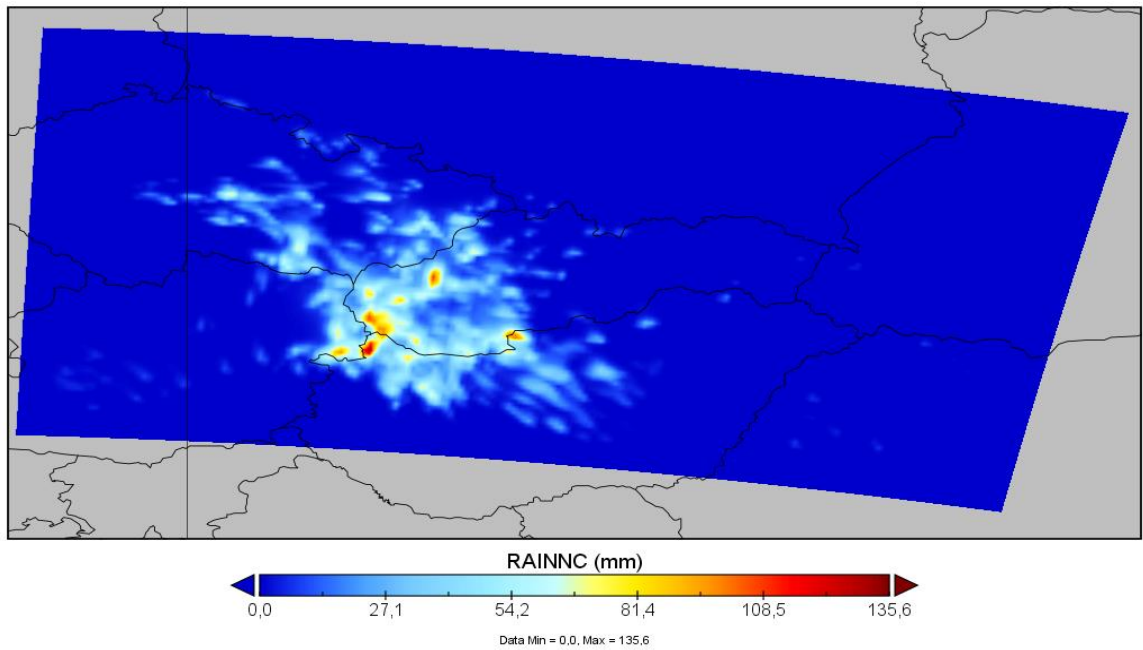


Рисунок 5.13 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC при $as_{1-5}=0.25, 0.5, 1.5$

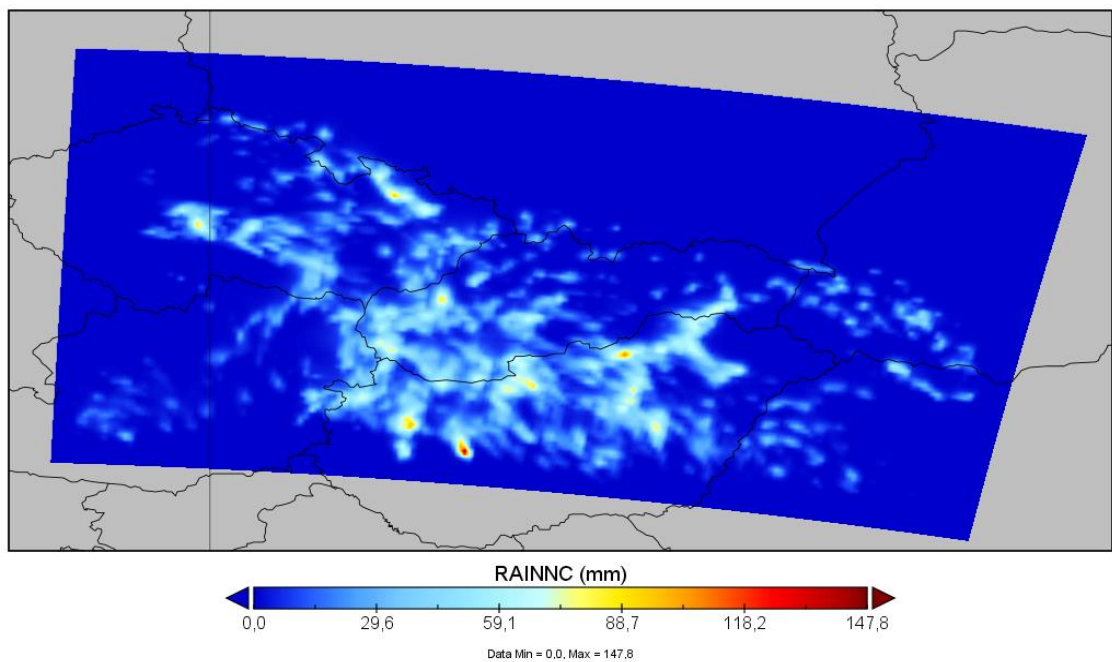


Рисунок 5.14 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC при $as_{1-5}=0.5, 1.0, 3.0$

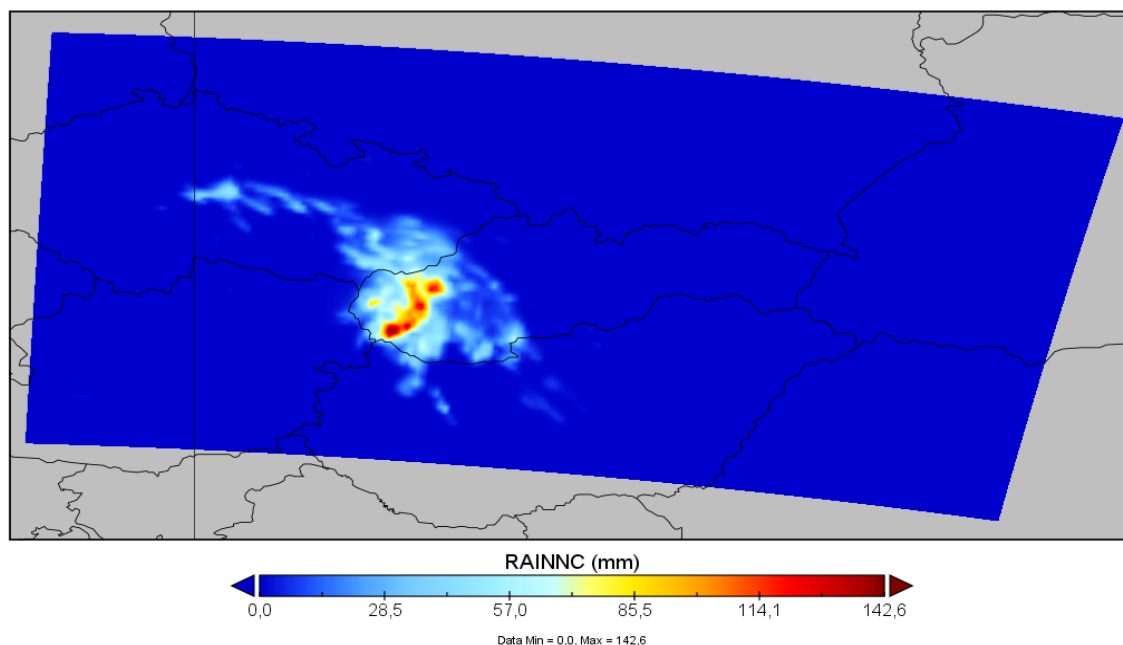


Рисунок 5.15 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC при $as_{1-5} = 0.12, 0.25, 0.75$

Из рисунков видно, что уменьшение масштабов ошибок улучшает качество пространственного распределения осадков, шумовые составляющие практически отсутствуют, но в то же время количество осадков остаётся высоким. Увеличение масштаба хоть и снижает сумму осадков за 6 часов в рассматриваемой области, но их прогноз представляет собой хаотичную картину, что делает такие параметры неприменимыми.

Следующим шагом для оптимизации ассимиляции стало создание новой матрицы ошибок, опирающейся на конфигурацию имеющейся модели. Матрица создавалась NMC-методом, в котором флуктуации рассчитываются вычитанием двух прогнозов (разность прогностических полей с заблаговременностью 48 часов и с заблаговременностью 24 часа для глобальных моделей, а для региональных моделей высчитывается разность полей с заблаговременностью 24 и 12 часов), действующих в один момент времени (т.е. стартующих с разных начальных условий) [15]. Матрицы были созданы для обеих сеток - основной и вложенной - на основании 44 прогностических дней с начала июля по середину августа.

На рисунке 5.16 представлен прогноз по модели с тем же параметрами, но с новой матрицей. Видно, что пространственный прогноз стал ещё лучше, но количество прогнозируемых осадков все равно оставалось большим. Для новой матрицы так же было проверено влияние масштабирования ошибок на результат прогноза, в итоге проведения экспериментов выяснилось, что их изменение на прогноз влияет слабо. В этой связи были продолжены поиски оптимальных параметров для извлечения фактической информации непосредственно из радиолокационных данных.

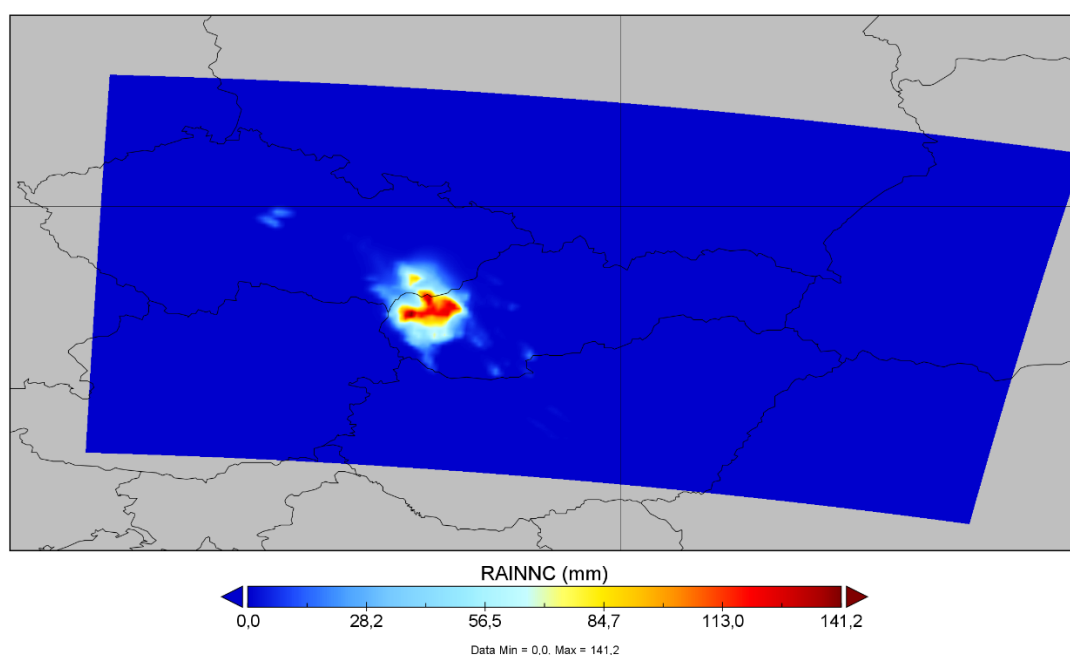


Рисунок 5.16 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC с специализированной матрицей ошибок

Система ассимиляции данных WRFDA предоставляет пользователям широкий набор настраиваемых опций, путём варьирования которых можно добиться оптимального качества прогноза. В ходе численных экспериментов, помимо параметров масштабирования ковариационной матрицы ошибок и контроль нужной степени минимизации стоимости функционала качества, были выявлены другие переменные, которые сильно меняют картину и

пространственного распределения осадков, и их максимальное количество.

Среди них:

- параметры, определяющие значения относительной влажности в водной или ледяной фазе гидрометеоров в облаке, при которой извлечённая вода не выпадает из в виде осадков (radar_non_precip_rh_w, radar_non_precip_rh_i);
- значение отражаемости, при превышении которого извлечённая из радиолокационных данных вода выпадает в виде осадков (radar_saturated_rf);
- пороговые значения относительной влажности, при которых уменьшается количество ассимилируемого водяного пара (radar_rqv_thresh1, radar_rqv_thresh2);
- относительная влажность для $\text{radar_saturated_rf} < \text{rf} < \text{radar_rqv_thresh1}$ и $\text{radar_rqv_thresh1} < \text{rf} < \text{radar_rqv_thresh2}$.

В ходе проведения экспериментов были предложены значения этих параметров, приведённых в приложении 1 (раздел &radar_da). Помимо этого, имеется возможность обозначать нижнюю и верхнюю границу зоны потенциального зарождения облаков в метрах, вне которых радиолокационные данные усваиваться не будут, а также значение отражаемости в децибелах, ниже которого данные радиолокации рассматриваются как не выпадающие в виде осадков.

На рисунке 5.17 изображён прогноз осадков для предложенных параметров ассимиляции.

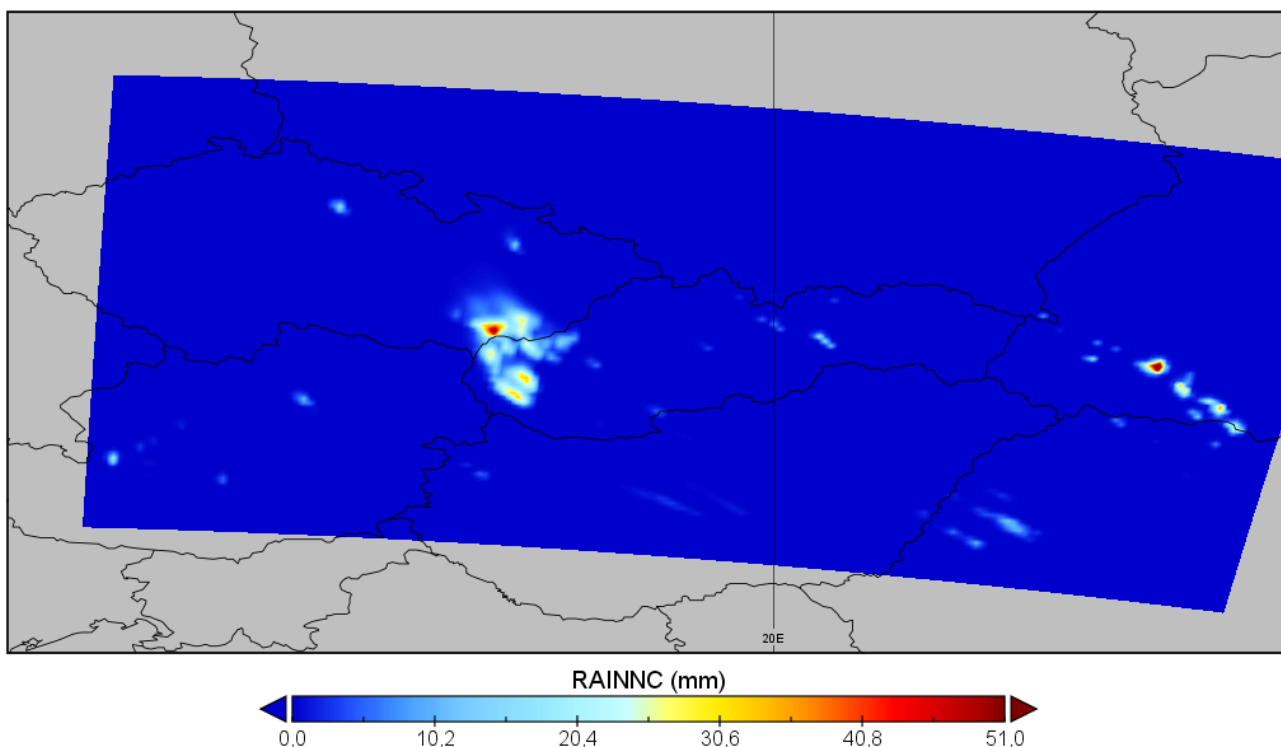


Рисунок 5.17 - прогноз накопления осадков за 6 часов в период 25.08.2019 00-06 UTC с подобранными параметрами для ассимиляции данных.

Из рисунка видно, что в целом по пространству прогноз количества осадков улучшился, но имеются шумовые составляющие, в которых значение прогнозируемых осадков резко отклоняются от их количества в соседних точках. Пути устранения этой проблемы могут состоять в применении фильтра при пост-процессинге, изменение конфигурации модели в целом, изменении ковариационной матрицы ошибок путём осреднения её характеристик за большой период, применение другой схемы ассимиляции (например, четырёхмерный вариационный анализ). Стоит отметить, что вышеописанные параметры для ассимиляции радарных данных позволяют получить любые значения прогнозируемых осадков в диапазоне от 0 до 150 мм за 6 часов, и небольшое изменение одного из них способно сильно изменить результата прогноза, в связи с чем необходимо тщательно и аккуратно их подбирать.

Обратим так же внимание, что конвективные облака очень часто имеют сложную структуру, и их прогноз в целом затруднителен. Кроме того, оценка

качества прогноза по данным метеостанций для них может быть не репрезентативным, так как масштаб таких явлений нередко очень мал.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью магистерской диссертации было разработка методики усвоения радиолокационных данных в мезомасштабную модель и её реализация с целью улучшения прогноза, а также изучение теоретических основ ассимиляции для настройки системы усвоения данных с целью использования её в оперативной практике.

В ходе выполнения работы:

- была изучена литература, посвящённая разделу ассимиляции гидрометеорологических данных;
- установлено необходимое программное обеспечение для усвоения данных и численного прогноза, а также её обработки;
- составлено 130 прогнозов полей метеорологических величин и произведена верификация результатов прогноза температуры, влажности, давления и количества осадков;
- написаны скрипты на `bash` и программы на языке `python`, автоматизирующие процессы скачивания начальных данных, их подготовки к прогнозу, ассимиляции радиолокационных данных в поля начальных условий, прогнозирования, извлечения данных из файлов и верификации данных прогнозирования с наблюдениями путём расчёта статистических характеристик;
- рассчитана ковариационная матрица ошибок прогноза, учитывающая специфику конфигурации модели;
- проведены численные эксперименты для подбора оптимальных параметров ассимиляции для прогноза количества осадков

В результате проделанной работы сделаны следующие выводы:

- ассимиляция радиолокационных данных значительно влияет на прогноз осадков. За счёт ассимиляции меняются количественные характеристики интенсивности прогностических осадков (в некоторых ситуациях от 10 мм/6 часов до 100 мм/6 часов) и их пространственно-временное распределение.

- ассимиляция радиолокационных данных об отражаемости влияет и на качество прогноза температуры воздуха, влажность и геопотенциал.

- на качество прогноза с ассимиляцией оказывают влияние следующие параметры: критерий сходимости итерационного процесса минимизации функционала качества, параметры масштаба горизонтальных и вертикальных ошибок пяти контрольных переменных, пороговые значения характеристик водности/лёдности облаков.

- большая чувствительности ассимиляции наблюдается к горизонтальным масштабам ошибок и к пороговым параметрам водности/лёдности облаков.

- критерий сходимости итерационного процесса значительно влияет на ассимиляцию при значениях в диапазоне 0.01 - 0.1, далее с уменьшением параметра ϵ изменений не происходит.

Дальнейшие исследования по ассимиляции радиолокационных данных связаны с изменением конфигурации модели, с изменением ковариационной матрицы ошибок (рассчитать её на большем количестве реализаций) и с переходом на четырёхмерное усвоение данных.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Data assimilation concepts and methods [электронный ресурс] / F. Bouttier, P. Courtier. – электронные текстовые данные. – Режим доступа: <https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2002/16928-data-assimilation-concepts-and-methods.pdf>, свободный (дата обращения: 10.05.2022).
2. Лекции по ассимиляции [электронный ресурс] / С. Смышляев. - электронные текстовые данные. – Режим доступа: http://ra.rshu.ru/mps/dwnl/smyshl/Лекции_Ассимиляция.zip, свободный (дата обращения: 14.05.2022).
3. Lecture notes on assimilation algorithms [электронный ресурс] / E. Valur Holm. – электронные текстовые данные. – Режим доступа: <https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2008/16931-assimilation-algorithms.pdf>, свободный (дата обращения: 15.05.2022)
4. Sun, J. Dynamical and microphysical retrieval from Doppler radar observations using a cloud model and its adjoint. / Sun J. and N. A. Crook // Part I: Model development and simulated data experiments. J. Atmos. Sci. – 1997. №54. – С. 1642–1661.
5. Hongli, W. Indirect Assimilation of Radar Reflectivity with WRF 3D-Var and Its Impact on Prediction of Four Summertime Convective Events / W. Hongli, S. Juanzhen, F. Shuiyong, H. Xiang-Yu // Journal of Applied Meteorology and Climatology. - 2013. - №52. - С. 889–902.
6. <https://opensky.ucar.edu/islandora/object/opensky:2898> (дата обращения: 17.05.2022)
7. <https://rda.ucar.edu/> (дата обращения: 29.05.2022)
8. <http://pogodaiklimat.ru/> (дата обращения: 29.05.2022)
9. Кузнецов, А. Методы зондирования окружающей среды (атмосферы) / А. Кузнецов, В. Киселёв. – Санкт-Петербург: Гидрометиздат, 2004. – 428 с.
10. Бочарников, Н. Автоматизированные метеорологические радиолокационные комплексы «метеоячейка» / Н. Бочарников, Г. Брылев, Л. Кузнецова, А. Линев. – Санкт-Петербург: Гидрометиздат, 2007. – 428 с.
11. https://www2.mmm.ucar.edu/wrf/users/wrfda/Tutorials/2015_Aug/docs/WRFDA_Radar.pdf (дата обращения: 21.05.2022)

12. <https://www.microstep-mis.ru/drupal/web/sites/default/files/2020-07/%D0%A0%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%80%20MMR-116.pdf>
(дата обращения: 21.05.2022)
13. Jolliffe, I. Forecast Verification / I. Jolliffe, D. Stephenson. – Exeter: University of Exeter, 2012. – 274 с.
14. <https://www.ventusky.com/?p=48.33;18.98;6&l=rain-3h&t=20190825/0300&m=eurad> (дата обращения: 30.05.2022)
15. Background Error Modeling for WRF-Var using the NMC method [электронный ресурс] / H. Wang, H. Xiang-Yu, S. Juazhen, X. Dongmei – электронные текстовые данные. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/283144125_Background_Error_Modeling_for_WRF-Var_using_the_NMC_method, свободный (дата обращения: 05.06.2022).

Приложение №1

```
&wrfvar1
write_increments      = .false.,
var4d                 = .false.,
multi_inc             = 0,
print_detail_radar   = .true.,
print_detail_grad    = .true.,
check_max_iv_print   = .true.,
print_detail_be      = .false.,
/
&wrfvar2
analysis_accu        = 900,
/
&wrfvar3
ob_format            = 2,
/
&wrfvar4
thin_conv            = .false.,
use_synopobs         = .false.,
use_shipsobs         = .false.,
use_metarobs         = .false.,
use_soundobs         = .false.,
use_pilotobs         = .false.,
use_airepobs         = .false.,
use_geoamvobs        = .false.,
use_polaramvobs      = .false.,
use_bogusobs         = .false.,
use_buoyobs          = .false.,
use_profilerobs      = .false.,
use_satemobs         = .false.,
use_gpspwobs         = .false.,
use_gpsrefobs        = .false.,
use_ssmiretrievalobs = .false.,
use_ssmibobs         = .false.,
use_ssm1obs          = .false.,
use_ssm2obs          = .false.,
use_qscatobs         = .false.,
use_radarobs         = .true.,
use_radar_rv         = .true.,
use_radar_rf         = .false.,
use_radar_rhv        = .true.,
use_radar_rqv        = .true.
```

```

/
&wrfvar5
  check_max_iv=true,
  max_radar_input      = 2000000,
/
&wrfvar6
  max_ext_its          = 2,
  ntmax                = 50,
  eps                  = 0.001
/
&wrfvar7
  cv_options           = 5,
  rf_passes            = 6,
  as1                  = 0.25, 1.00, 1.50, 0.25, 1.00, 1.50,
  as2                  = 0.25, 1.00, 1.50, 0.25, 1.00, 1.50,
  as3                  = 0.25, 1.00, 1.50, 0.25, 1.00, 1.50,
  as4                  = 0.25, 1.00, 1.50, 0.25, 1.00, 1.50,
  as5                  = 0.25, 1.00, 1.50, 0.25, 1.00, 1.50,
  var_scaling1         = 1.5,
  var_scaling2         = 1.5,
  var_scaling3         = 1.5,
  var_scaling4         = 1.5,
  var_scaling5         = 1.5,
  len_scaling1         = 0.25,
  len_scaling2         = 0.25,
  len_scaling3         = 0.25,
  len_scaling4         = 0.25,
  len_scaling5         = 0.25,
/
&wrfvar8
/
&wrfvar9
  trace_use            = .false.,
/
&wrfvar10
  interpolate_stats=.true.
  be_eta               = 0.9965, 0.988, 0.9765, 0.962, 0.944, 0.9215, 0.8945,
0.8683053, 0.844916, 0.8215265, 0.7981372, 0.7645414, 0.7216843, 0.6806834,
0.6414717, 0.6039845, 0.5681586, 0.5339334, 0.5012495, 0.4700497,
0.4402786, 0.4118823, 0.384809, 0.359008, 0.3344305, 0.3110294,
0.2887589, 0.2675747, 0.2474339, 0.2282951, 0.2101182, 0.1928644,
0.1764961, 0.1609772, 0.1462726, 0.1323483, 0.1191717, 0.1067111,
0.09493599, 0.08381677, 0.07332497, 0.06343306, 0.05411445, 0.04534348,
0.03709537, 0.02934618, 0.02207283, 0.01525297, 0.008865068, 0.002888225,

```

```

/
&wrfvar11
  cv_options_hum           = 1,
  check_rh                 = 0,
  seed_array1              = 0,
  seed_array2              = 0,
  calculate_cg_cost_fn     = .true.,
/
&wrfvar12
/
&wrfvar13
/
&wrfvar14
/
&wrfvar15
/
&wrfvar16
/
&wrfvar17
  analysis_type            = "3D-VAR",
/
&wrfvar18
  analysis_date            = "2019-08-25_00:00:00.0000",
/
&wrfvar19
/
&wrfvar20
/
&wrfvar21
  time_window_min         = "2019-08-24_23:30:00.0000",
/
&wrfvar22
  time_window_max        = "2019-08-25_00:30:00.0000",
/
&radar_da
  radar_non_precip_opt    = 0,
  radar_non_precip_rf     = -999.99,
  radar_non_precip_rh_w   = 95,
  radar_non_precip_rh_i   = 85,
  cloudbase_calc_opt     = 1,
  radar_saturated_rf      = 25,
  radar_rqv_thresh1      = 40,
  radar_rqv_thresh2      = 50,
  radar_rqv_rh1          = 76,

```

```

radar_rqv_rh2                = 86,
radar_rqv_h_lbound           = -999.0,
radar_rqv_h_ubound          = -999.0,
/
&wrfvar23
jcdfi_use=false,
/
&time_control
run_hours                    = 48,
start_year                   = 2019,
start_month                   = 08,
start_day                    = 25,
start_hour                   = 00,
end_year                     = 2019,
end_month                    = 08,
end_day                      = 25,
end_hour                     = 00,
interval_seconds             = 10800,
input_from_file              = .true.,
history_interval             = 60,
frames_per_outfile           = 1000,
debug_level                  = 0,
inputout_interval            = 360,
inputout_begin_h             = 00,
inputout_end_h               = 00,
input_outname                 = "wrfinput_d<domain>_<date>",
write_input                   = .true.,
force_use_old_data=T
/
&fdda
/
&domains
time_step                    = 60,
e_we                         = 116,
e_sn                          = 82,
e_vert                        = 50,
dx                             = 15000,
dy                             = 15000,
smooth_option                 = 0,
/

```