



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра инженерной гидрологии

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
(бакалаврская работа)

На тему «Оценка распространения примесей на участках реки Кама»

Исполнитель Босавина Ирина Дмитриевна  
(фамилия, имя, отчество)

Руководитель К.Т.Н., доцент  
(ученая степень, ученое звание)

Гайдукова Екатерина Владимировна  
(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»  
Заведующий кафедрой

К.Т.Н., доцент

(ученая степень, ученое звание)

Хаустов Виталий Александрович

(фамилия, имя, отчество)

«6» июля 2022 г.

Санкт-Петербург  
2022

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 Методы расчета разбавления сточных вод в естественных водотоках.....	4
1.1 Расчет начального разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод Н.Н. Лапшева).....	6
1.2 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО).....	9
1.3 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод ТПИ).....	11
1.4 Информационный метод расчета разбавления сточных вод.....	13
1.5 Метод номограмм, разработанный в ГГИ.....	14
2 Формирование базы данных для исследования.....	18
3 Моделирование распространения примесей на участке реки Кама.....	19
3.1 Математические модели формирования химического состава вод.....	19
3.2 Практическое применение математических моделей для расчета распространения примеси.....	28
3.3 Численные эксперименты моделирования распространения шлейфа шламовых вод на участке р. Камы от г. Березники до п. Орел.....	28
3.3.1 Расчет методом номограмм, разработанный в ГГИ.....	28
3.3.2 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО).....	30
3.3.3 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод ТПИ).....	31
3.3.4 Расчет основного разбавления детальным методом по схеме плоской задачи (турбулентная диффузия).....	33
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	35
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	37

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема сброса сточных вод вот уже не один год остро стоит не только в России, но и во всем мире. Сброс сточных вод в водные объекты регламентируется Федеральным законом от 21.10.2013 N 282-ФЗ, но многие предприятия игнорируют данный закон.

Сброс сточных вод происходит с разных предприятий и в разные реки. Одни реки способны разбавить сточные воды и сохранить свою экосистему, в то время как другие речные экосистемы могут исчезнуть навсегда.

Река Кама, расположенная в европейской части России, являющаяся левым и самый крупный приток Волги, так же не стала исключением. Ежегодно от АО «Березниковского содового завода» (БСЗ) Шламохранилище № 2 «Белое море» в воды реки Камы попадают множество сточных вод. Но как утверждает руководство завода, все сточные воды разбавляются в реке и не могут оказать губительное влияние на ее обитателей.

Целью моей выпускной квалификационной работы является оценить распространения примесей на участках реки Кама.

Чтобы достичь цели необходимо выполнить следующие задачи:

1. рассмотреть методы расчета разбавления сточных вод в естественных водотоках;
2. рассчитать разбавление сточных вод в естественных водотоках разными методами;
3. сравнить полученные результаты расчетов по разным методам.

# 1 Методы расчета разбавления сточных вод в естественных водотоках

Разбавление является одним из основных факторов обезвреживания сточных вод, поступивших в водоем. Конечно, при разбавлении общее количество поступившего в водоем загрязняющего вещества не изменится, но концентрация уменьшится.

Разбавление сточных вод в водотоке происходит благодаря перемешиванию загрязненных струй со смежными более чистыми струями под влиянием турбулентного перемешивания [1].

Процесс разбавления определяется определенными физическими процессами, которые протекают в водной среде и определяются гидродинамикой течения (см. рис. 1) [2].



Рисунок 1 – Составляющие процесса разбавления [2]

Кратность разбавления связана с коэффициентом смешения ( $\gamma$ ) следующим приближенным соотношением:

$$\frac{\gamma \times Q}{q} = n - 1, \quad (1)$$

где  $n$  – кратность общего разбавления сточных вод в водном объекте [3].

Значение  $n$  равно произведению кратности начального разбавления ( $n_n$ ) на кратность основного разбавления ( $n_o$ ):

$$n = n_n \times n_o \quad (2)$$

Чаще всего в водном объекте различают две зоны разбавления (см. рис. 2) [2].

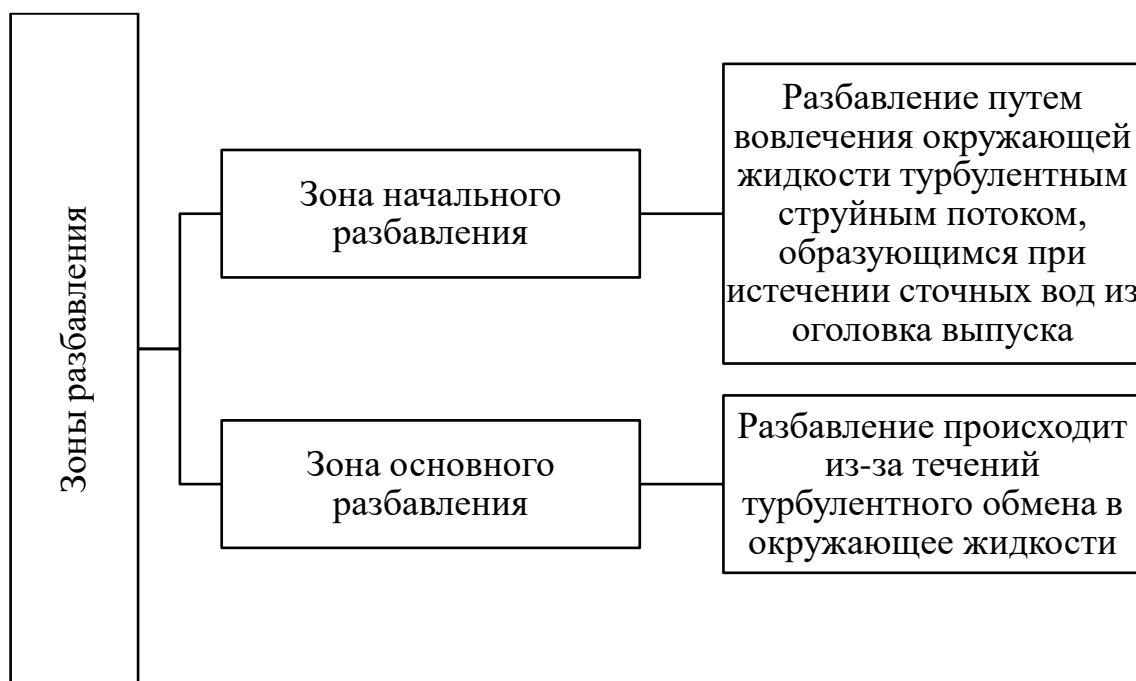


Рисунок 2 – Зоны разбавления [2]

Количественный учет влияния начального и основного разбавления производится через кратность начального ( $n_n$ ) и основного ( $n_o$ ) разбавления [3].

### 1.1 Расчет начального разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод Н.Н. Лапшева)

Начальное разбавление ( $n_n$ ) рекомендуется учитывать при выпуске сточных вод в если:

1. для напорных сосредоточенных и рассеивающих выпусков в водоток при скоростях потока реки  $V_o$  и выпуска сточных вод  $V_p$ :

$$V_o \geq 4V_p$$

2. при абсолютных скоростях истечения струи из выпуска, больше 2 м/с [4].

Для единичного напорного выпуска кратность начального разбавления  $n_n$  находится по номограмме (рис. 3) [5].

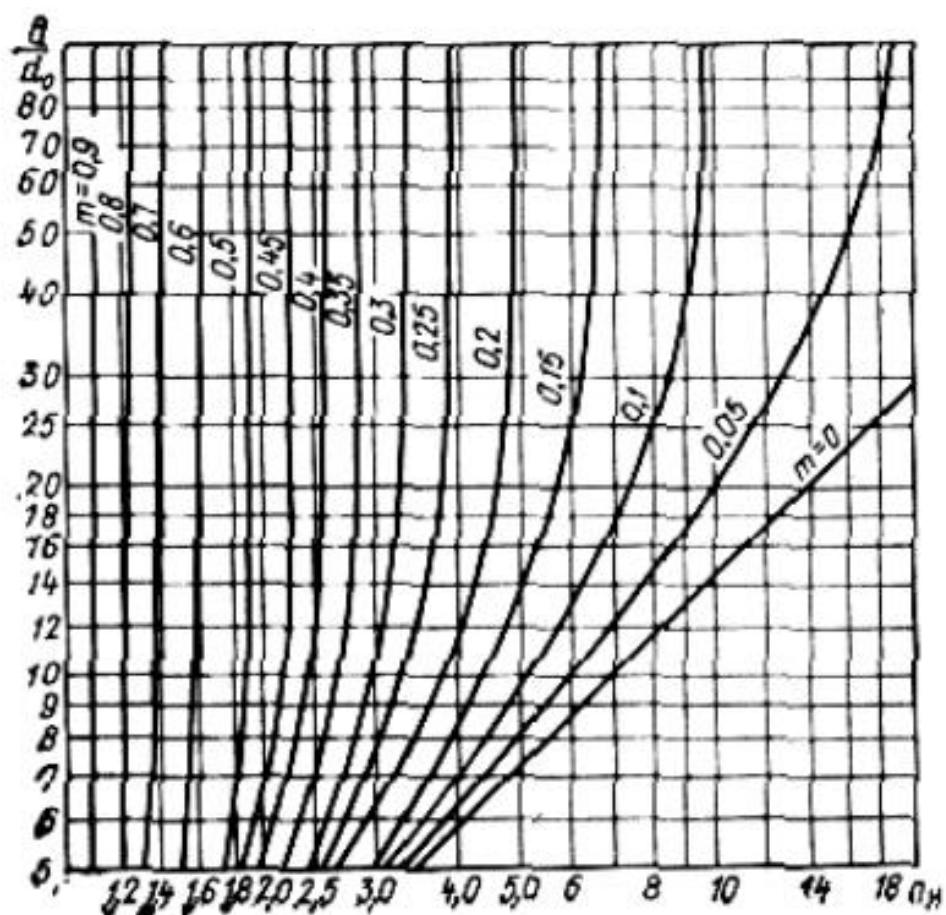


Рисунок 3 – Номограмма для определения кратности начального разбавления  $n_n$  [5]

Для этого предварительно вычисляется отношение

$$\frac{d}{d_0} = 1,26m^{-1,09} \left( \frac{u_{oc}}{v_p} - 1 \right)^{-0,6} \quad (3)$$

где  $d$  – диаметр загрязненного пятна в граничном створе начального разбавления;

$d_0$  – диаметр выпуска;

$u_{oc}$  – скорость, на оси струи м/с [6].

$$\frac{u_{oc}}{v_p} - 1 \approx \frac{0,15}{v_p} \quad (4)$$

$$m = \frac{v_p}{v_{p0}} \quad (5)$$

Расчет рассеивающего напорного выпуска осуществляется следующим образом: приняв  $N$  выпускных отверстий, скорость истечения  $v_0 \geq 2,0$  м/с, определяют диаметр выпускного патрубка:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4Q_{cm}^*}{(\pi v_0 N)}} \quad (6)$$

где  $Q_{cm}^*$  – суммарный расход сточных вод [6].

Затем по формуле (3) определяют отношение  $\frac{d}{d_0}$ , и найденное значение  $d$  сравнивают с глубиной потока  $H$  (см. рис. 4) [7].



Рисунок 4 – Схема зависимости значение  $d$  от глубины потока  $H$  [7]

$$f(H/d) = 1,1(H/d)^{2/3} \quad (7)$$

Расстояние до пограничного сечения зоны начального разбавления определяют по формуле [8]:

$$l_{\text{нач}} = \frac{2,08d}{(1 - 3,12m)} \quad (8)$$

Расход смеси сточных вод и воды водотока в том же сечении находят по условию [8]:

$$Q = n_n Q_{\text{см}} \quad (9)$$

Средняя концентрация вещества в граничном сечении [8]:

$$c_{\text{ср}} = \frac{(c_{\text{см}} - c_{\text{в}})}{n_n} + c_{\text{в}} \quad (10)$$



## 1.2 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО)

Кратность основного разбавления ( $n_0$ ) определяется по методу В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера (или методу ВНИИ ВОДГЕО) [9].

$$n_0 = \frac{q \times \gamma Q}{q} \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{1 - \beta}{1 + \frac{Q\beta}{q}} \quad (12)$$

$$\beta = e^{-\alpha \sqrt[3]{L}} \quad (13)$$

где  $L$  – расстояние по фарватеру от места выпуска сточных вод до рассматриваемого контрольного створа, м;

$\alpha$  – безразмерный коэффициент, учитывающий гидравлические условия смешения, определяемый по формуле 14 [9].

$$\alpha = \xi \phi \sqrt[3]{\frac{D}{q}} \quad (14)$$

где  $\phi$  – безразмерный коэффициент извилистости, равный отношению расстояния по фарватеру  $L_\phi$  от места выпуска сточных вод до рассматриваемого створа к расстоянию между этими створами по прямой  $L_\Pi$ .

$$\phi = \frac{L_\phi}{L_\Pi} \quad (15)$$

где  $\xi$  – коэффициент, зависящий от расположения выпуска сточных вод в водоток (при выпуске у берега  $\xi$  равен 1, при выпуске сточных вод в стрежень реки  $\xi$  равен 1,5);

$D$  – коэффициент турбулентной диффузии, м<sup>2</sup>/с, определяется по формуле 16 [10].

$$D = g \frac{HV}{\mu \bar{c}} \quad (16)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, 9,81 м/с<sup>2</sup>;

$V$  – средняя скорость течения реки на рассматриваемом участке, м/с;

$H$  – средняя глубина реки, м;

$c$  – коэффициент Шези (м<sup>0,5</sup>/с), определяемый по формуле Н.Н. Павловского [4];

$\mu$  – функция коэффициента Шези.

Коэффициент Шези связан с гидравлическим радиусом потока и с коэффициентом шероховатости ложа реки. Для летних условий гидравлический радиус  $R \approx H$ ;

при:	$\bar{c} \leq 60$	$\mu = 7,0 \times c + 6$
	$\bar{c} > 60$	$\mu = 48$

Для повышения точности расчетов вместо средних значений  $V$ ,  $H$ ,  $\bar{c}$  рекомендуется брать их значения в зоне непосредственного смешения сточной жидкости с речной водой [11].

Если условия течения различны на отдельных секциях этого участка, то величина коэффициента турбулентной диффузии равна сумме [9]:

$$D = g \left( \frac{L_1 H_1 V_1}{L \mu_1 \bar{c}_1} + \frac{L_2 H_2 V_2}{L \mu_2 \bar{c}_2} + \dots + \frac{L_n H_n V_n}{L \mu_n \bar{c}_n} \right) \quad (17)$$

где  $L_1, L_2, \dots, L_n$  – длина каждой секции.

Рассмотренный метод применим при отношении:  
 $Q_{cm}/Q_B=0,1 \dots 0,0025$  [5].

1.3 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод ТПИ)

Метод Таллинского политехнического института (ТПИ) позволяет определить величину максимального значения концентрации вещества. После подстановки этого максимального значения в выражение (18) устанавливается следующая зависимость для определения кратности разбавления по формуле 19 [12]:

$$n = \frac{(\gamma Q_B + Q_{cm})}{Q_{cm}} = (c_{cm} - c_B)/(C_{max} - C_B) \quad (18)$$

где  $Q_B$  – расчетный расход водотока;

$\gamma$  – коэффициент смешения, показывающий, какая часть расчетного расхода водотока участвует в смешении;

$Q_{cm}$  – расход сточных вод, сбрасываемых в водоем или водоток;

$c_{cm}$  – концентрации загрязняющих веществ в сточных водах;

$c_B$  – концентрации загрязняющих веществ в водном источнике до выпуска в него сточных вод

$C_{max}$  – максимальная концентрация вещества в створе водного объекта [12].

$$n_0 = \frac{H_{cp} \sqrt{\pi v_{cp} D_y x}}{Q_{cm}} \left[ erf \left( \frac{b \sqrt{v_{cp}}}{2 \sqrt{D_y x}} \right) + erf \left( \frac{(B - b) \sqrt{v_{cp}}}{2 \sqrt{D_y x}} \right) \right] + 1 \quad (19)$$

- где  $b$  – расстояние от берега до выпуска сточных вод;  
 $B$  – ширина реки;  
 $D_y$  – коэффициент дисперсии в поперечном направлении;  
 $Q_{cm}$  – расход сточной жидкости, который при наличии начального разбавления является  $Q_{cm}$  и находится по формуле 9;  
 $erf(z)$  – функции ошибок, которая рассчитывается по формуле 20.

$$erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\xi^2} d\xi \quad (20)$$

Коэффициент дисперсии  $D_y$  для рек шириной до 50 – 60 м рекомендуется определять по формуле [13]:

$$D_y = 41,6Rv_{cp} \frac{\sqrt{g}}{C} * \sqrt{Re} \quad (21)$$

где  $Re$  – число Рейнольдса (формула 22);

$R$  – гидравлический радиус.

$$Re = v_{cp} \frac{R}{\nu} \quad (22)$$

Для рек с большой шириной (100 м и более) коэффициент поперечной дисперсии равен [13]:

$$D_y = 284 \cdot 10^{-6} H_{cp} v \left( \frac{B}{H} \right)^{1,378} \quad (23)$$

Этот метод применим к сравнительно небольшим водотокам с коэффициентом извилистости меньше 1,5 [6].

#### 1.4 Информационный метод расчета разбавления сточных вод

В 2017 году была разработана автоматизированный информационный метод расчета кратности разбавления сточных вод. Он основан на «Методике разработки нормативов допустимых сбросов веществ и микроорганизмов в водные объекты для водопользователей», утвержденной приказом МПР России № 333 от 17.12.2007 г., рекомендациях Санитарного института им. Эрисмана и Научно-исследовательского института ВОДГЕО, методе Н.Н. Лапшева и методике В.А. Фролова – И.Д. Родзиллера [4]. Основанный на этих рекомендациях, методе и методиках обобщенный алгоритм информационной системы расчета кратности разбавления показан на рис. 5

Элементами этого метода являются база данных и знаний, содержащая необходимые для расчетов значения коэффициентов извилистости рек, шероховатости открытых русел водотоков и нижней поверхности льда, не консервативности загрязняющих веществ и т.д [7].

Суть метода заключалась в автоматизации расчетов и, следовательно, в увеличении качества этих расчетов.



Рисунок 5 – Обобщенная блок-схема работы информационно-советующей системы расчета кратности разбавления сточных вод [7]

## 1.5 Метод номограмм, разработанный в ГГИ

Метод номограмм, разработанный в ГГИ Фаустовой Л.И., позволяет определить параметры зон загрязнения до створов с заданной кратностью разбавления в зависимости от основных гидрологических факторов (см. рис. 6) [13].

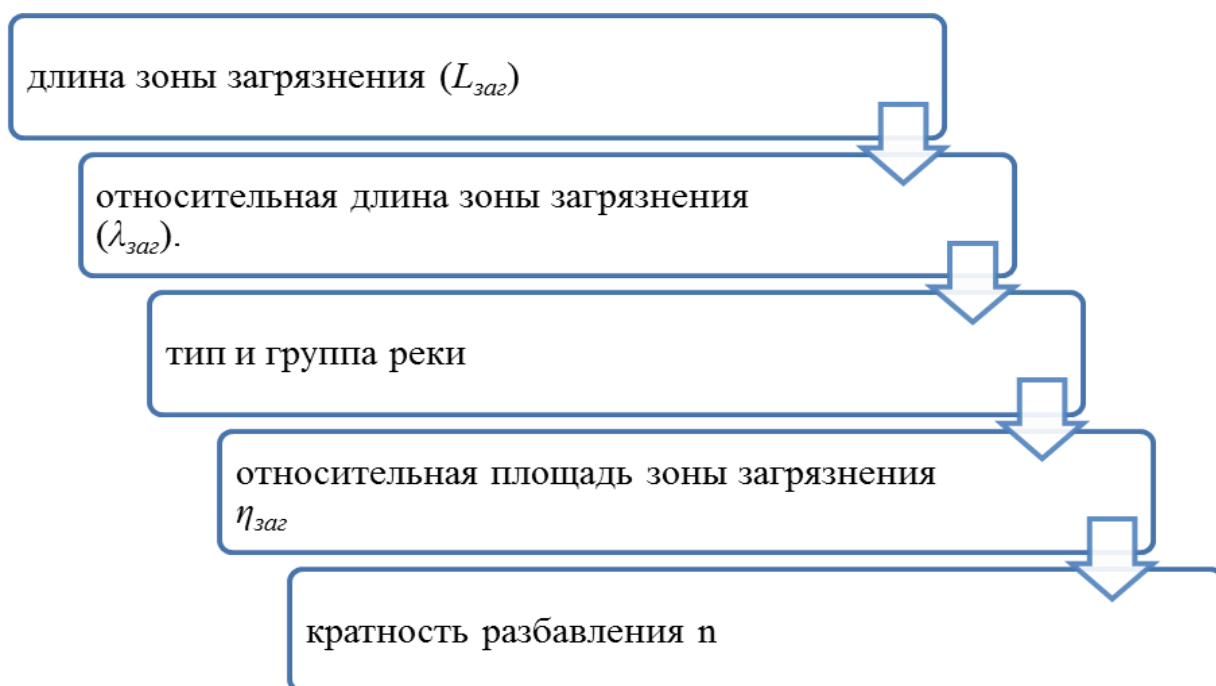


Рисунок 6 – Схема расчета методом ГГИ

Каждая из шести кривых, изображенных на рис. 8., соответствует определенной кратности разбавления. Каждая из пяти кривых на рис. 7 относится к определенному типу и группе рек. Критерием для разделения рек на группы служит принадлежность их к тому или иному классу в соответствии с табл. 1 (см. табл. 1) [8].

По номограммам могут при заданных расходах речных и сточных вод определять кратность на любом расстоянии от источников загрязнения.

Порядок определения кратности разбавления  $n$  укладывается в 3 действия и описан ниже [14].

1 по формуле 24 при заданных значениях длина зоны загрязнения ( $L_{заг}$ ) определяются относительная длина зоны загрязнения ( $\lambda_{заг}$ ).

$$\lambda_{заг} = \frac{L_{заг}}{B} \quad (24)$$

где  $B$  – средняя широта потока;

2 по зависимости на рис. 5 для определенного типа и группы рек по найденному значению  $\lambda_{заг}$  снимается относительная площадь зоны загрязнения  $\eta_{заг}$ ;

3 по зависимости на рис. 4 для полученных значений  $\eta_{заг}$  по заданному соотношению расходов сточных и речных вод находится кратность разбавления  $n$  [4];

4 по зависимости на рис. 4 для полученных значений  $\eta_{заг}$  по заданному соотношению расходов сточных и речных вод находится кратность разбавления  $n$  [4].

Таблица 1 – Типизация водотоков по особенностям гидролого-гидродинамического режима

Тип	Группа	Перемещение	Индекс	Q <sub>ср.год</sub> м <sup>3</sup> /с	Преобладающи грунт	Коэффициент Шези С, м <sup>1/2</sup> /с	Средний уклон, ‰	Уравнение кривой обеспеченности	Пример реки
1. Горные реки	с)средние	Весьма хорошее	1 р.с	От 25 – 50 до 250 – 500	Валуны, галька, гравий	25 – 35	5 – 30	$\frac{Q}{Q_0} = \frac{a}{r + c} - b$	Ингури – с.Хамши Сулак – с. Миатлы
	м)малые	Хорошее	1 р.м	От 2,5 – 5,0 до 2,5 – 50	Валуны, обломки скал, галька, гравий	15 – 30	25 – 115		Риоки – с.Ущера Алазани – с. Биркиани
	р)ручьи	Хорошее	1 р.р	<(2,5 – 5,0)	Галька, гравий, песок	10 – 20	55 – 190		Прут – г. Черновы Квирила – ст. Зестафони
2. Реки предгор ий	с)средние	Хорошее	2 р.с	От 25 – 50 до 250 – 500	Галька, гравий, песок	20 – 40	1 – 40		Сев.Двина – г. Черновы Квирила – ст.Застафони
3. Равнинные реки	б)большие	Хорошее	3 р.б.	>(250 – 500)	Галька, песок	40 – 70	0,20 – 0,50	$\frac{Q}{Q_0} = \frac{a}{r^r}$	Сев.Двина – Усть- Пинега ока – г. Муром
	с)средние	Умеренное	3 р.с	От 25 – 50 до 250 – 500	Гавий, песко,ил	30 – 60	0,20 – 0,60		Кострома – г. Буй Ижма – д. Картайоль
	м)малые	Слабое	3 р.м	От 2,5 – 5,0 до 2,5 – 50	Песок, ил	30 – 50	0,15 – 1,0		Нерль – д.Подол Чичка – Юл – п.Франы
	р)ручьи	Умеренное	3 р.р	<(2,5 – 5,0)	Песок, ил	10 – 30	0,70 – 2,5		Крива – д.Симаницы Валуи – г.Валуйки



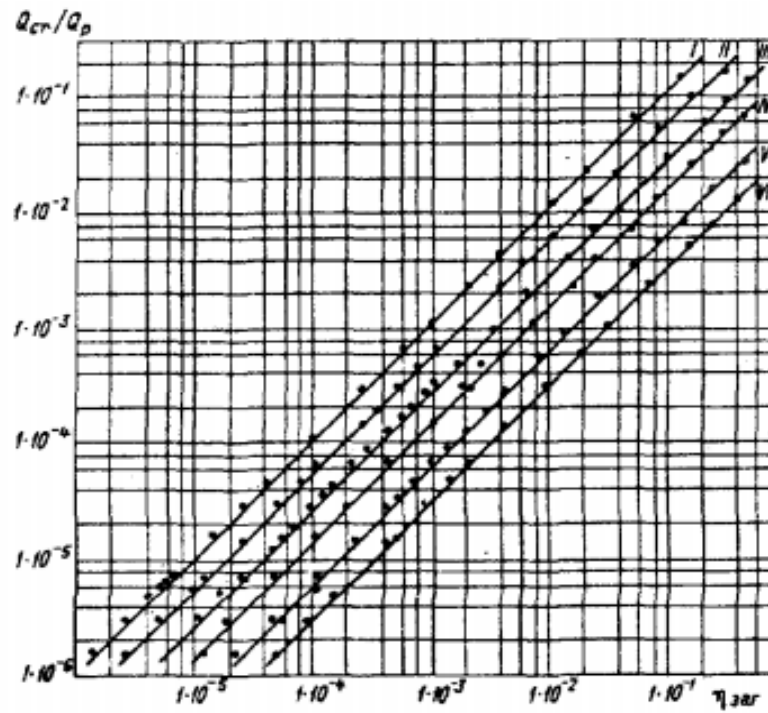


Рисунок 7 – Зависимость  $Q_{ст}/Q_p = f(\eta_{заг})$

I - двукратное разбавление, II - пятикратное, III – 10-кратное, IV – 20-кратное, V – 40-кратное, VI — 90-кратное разбавление.

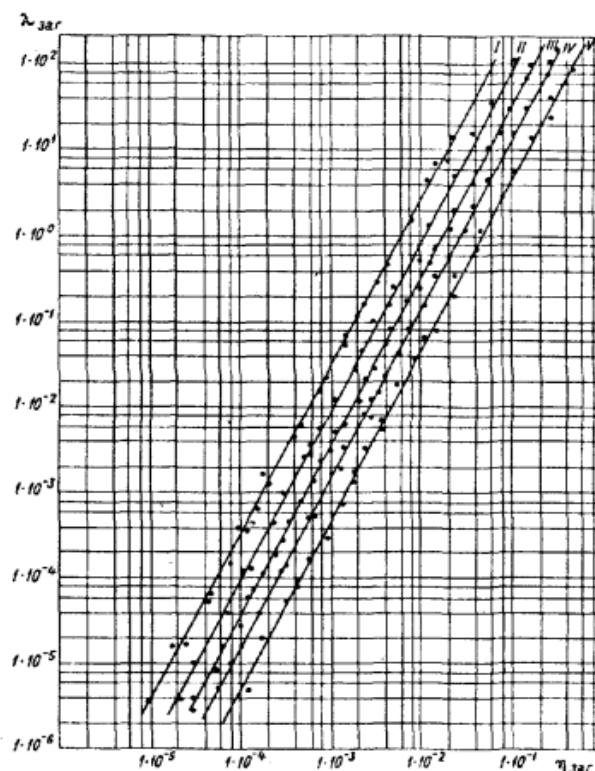


Рисунок 8 – График связи  $\lambda_{заг} = f(\eta_{заг})$ .

I — большие равнинные реки, Б — средние горные реки, Ш – средние равнинные и реки предгорий, IV – малые равнинные, V – малые горные реки.

## 2 Формирование базы данных для исследования

### 3 Моделирование распространения примесей на участке реки Кама

#### 3.1 Математические модели формирования химического состава вод

Математическое моделирование качества воды все шире используется во всем мире для отчетности о качестве воды, оценки риска, выявления и количественного определения источников загрязнения, а также для изучения потенциальных результатов климатических, гидрологических и управленческих сценариев [19].

Виды математических моделей, которые используются на сегодняшний день, изображены на рисунке 14.

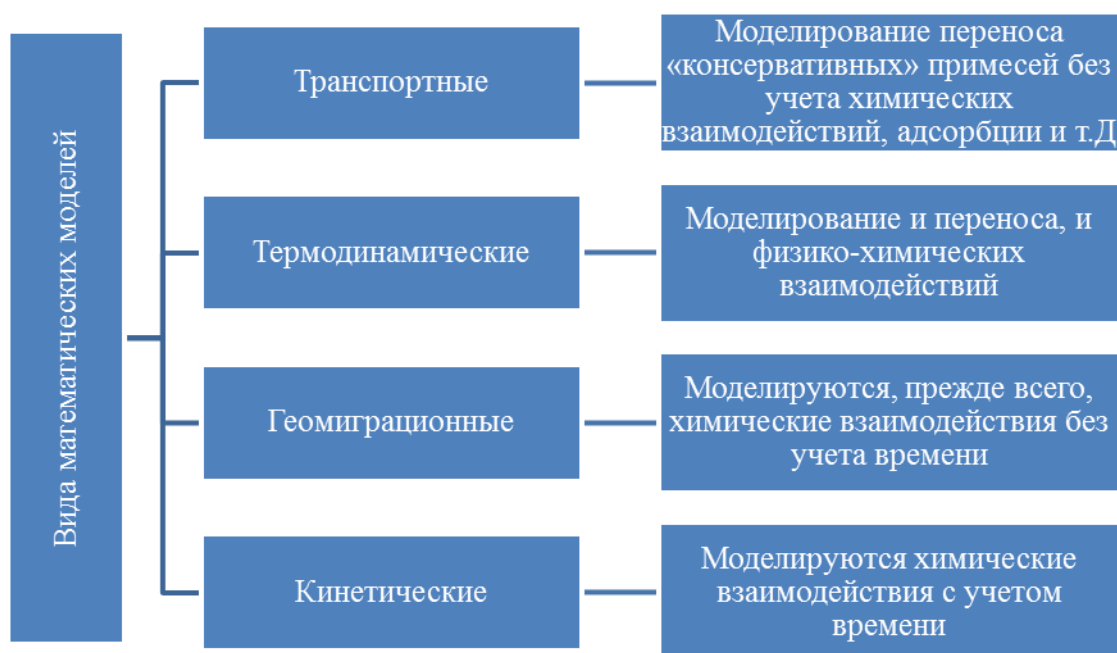


Рисунок 14 – Виды математических моделей [20]

На практике нормирования сбросов веществ в водные объекты наибольшее распространение получили геомиграционные модели, которые основываются на упрощении системы дифференциальных уравнений

неразрывности жидкости, Навье-Стокса, тепло- и массопереноса в водных массах и донных отложениях [20]:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + g_x \quad (26)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + g_y \quad (27)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + g_z \quad (28)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{T,x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{T,y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{T,z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f_*(C) \quad (29)$$

$$\frac{\partial T_\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{T_\partial,x} \frac{\partial T_\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{T_\partial,y} \frac{\partial T_\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{T_\partial,z} \frac{\partial T_\partial}{\partial z} \right) + \psi_*(C_\partial) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_i}{\partial t} + v_x \frac{\partial C_i}{\partial x} + v_y \frac{\partial C_i}{\partial y} + v_z \frac{\partial C_i}{\partial z} = & \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{C_i,x} \frac{\partial C_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{C_i,y} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{C_i,z} \frac{\partial C_i}{\partial z} \right) + f(C_1, \dots, C_N), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\frac{\partial C_{\partial,i}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{\partial,x} \frac{\partial C_{\partial,i}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{\partial,y} \frac{\partial C_{\partial,i}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\partial,z} \frac{\partial C_{\partial,i}}{\partial z} \right) + \psi(C_{\partial,1}, \dots, C_{\partial,N}), \quad (32)$$

где  $t$  – координата времени;  
 $x, y, z$  – координаты пространства;  
 $v_x, v_y, v_z$  – коэффициент дисперсии в поперечном направлении;  
 $g_x, g_y, g_z$  – компоненты вектора плотности массовой силы;

- $\eta$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости;
- $P$  – давление;
- $T$  и  $T\delta$  – температура жидкости и донных отложений;
- $C_i$  и  $C\delta,i$  – концентрация  $i$ -о вещества из  $N$  компонентов химического состава жидкости и донных отложений;
- $DC, DT,j$  – коэффициенты турбулентной диффузии вещества и теплопроводности жидкости в  $j$ -м направлении;
- $D\delta,i, DT\delta,i$  – коэффициенты диффузии вещества и теплопроводности донных отложений в  $j$ -м направлении;
- $f$  и  $f^*$  – функции источника вещества и тепла в жидкости соответственно;
- $\psi$  и  $\psi^*$  – функции источника вещества и тепла в донных отложениях соответственно [20].

Функция источника вещества зависит от решения нелинейных уравнений, описывающих химические равновесия, сорбционные процессы, массоперенос между фазами; может иметь вид:

$$f(C_1, \dots, C_N) = \sum_l^L \prod_i^N C_i^{m_i}, \quad (33)$$

где  $m_i$  – стехиометрический коэффициент;

$L$  – количество учитываемых химических реакций, протекающих в водной среде [20].

Следует отметить, что преобразование уравнения к выражению вида  $f(B,C)=0$  при ряде допущений представляет собой реализацию термодинамического метода моделирования, широко применяемого при изучении подземных вод и относительно редко и избирательно – при исследовании поверхностных водных объектов.

Многие ученые описывали в своих трудах методологии моделирования гидрохимических процессов на основе положений

химической термодинамики и представлении о частичных или локальных равновесиях (см. рис. 15) [21].



Рисунок 15 – Подходы к моделированию гидрохимических процессов [21]

Согласно сложившимся представлениям, если в частной закрытой гетерогенной системе отсутствует движение воды или его скорость стремится к нулю, то равновесное состояние является конечным для этой системы, причем степень приближения определяется соотношением скоростей химических реакций и скоростей движения воды. С учетом этого в реальных гидрохимических системах наблюдаются только частичные или локальные равновесия [22].

Но у ряда других ученых, например С.Л. Шварцев, была и другая точка зрения. Он утверждал что «... в системе вода – порода, взятой целиком, невозможно установление равновесия даже в том случае, если вода абсолютно неподвижна, а диффузионные процессы крайне замедлены. В то же время вода при любых скоростях ее движения всегда равновесна с определенным комплексом вторичных минералов, который в этих условиях

формируется. И это происходит не локально, а регионально всюду, где есть вода и порода». Данный вывод хорошо подтверждается не только для подземных, но и поверхностных (в том числе, болотных) вод.

Многими авторами иногда рассматривается упрощенная система одномерных уравнений:

- уравнения Сен-Венана;
- одномерное уравнение турбулентной диффузии вещества в водном потоке;
- одномерное уравнение диффузии вещества в донных отложениях [23]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad (35)$$

$$i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v^2}{C_{ш}^2 R}, \quad (35)$$

$$\frac{\partial(C \cdot \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(C \cdot Q)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_C \omega \frac{\partial C}{\partial x} \right) + q_* \cdot C_* - f(C), \quad (36)$$

$$\frac{\partial C_{\partial}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{\partial} \frac{\partial C_{\partial}}{\partial z} \right) + \psi(C_{\partial}), \quad (37)$$

- где  $\omega$  – площадь живого сечения водного потока;
- $Q$  – расход воды потока;
- $q^*$  – боковой приток воды в водный объект;
- $C_*$  – концентрация рассматриваемого вещества в водах, поступающих на участок в размере  $q_*$ ;
- $R$  – гидравлический радиус потока;
- $h$  – глубина потока;
- $C_{ш}$  – коэффициент Шези;

- $i_0$  – уклон дна потока;
- $g$  – ускорение свободного падения;
- $v$  – скорость течения воды.

В ряде случаев функция источника может быть приближенно представлена в виде:

$$f(C) = -k_* \cdot A \cdot C, \quad (38)$$

или

$$f(C) = -k^* \cdot A \cdot (C - Y), \quad (39)$$

где  $Y$  – величина, обычно характеризующая либо фактическую концентрацию вещества в донных отложениях, либо равновесное содержание в растворе;

$k^*$  – удельная скорость поступления вещества;

$A$  – площадь взаимодействия водных масс с веществом.

Величина  $A$  обратно пропорциональна диаметру частиц породы, соприкасающихся с водой, и плотности минерала, в них содержащегося. Для взвешенных наносов формула определения площади  $A_i$  взаимодействия воды с  $i$ -ым минералом принимает вид [23]:

$$A_i = S_g \cdot \frac{6 \cdot \alpha_{m,i}}{\rho_{m,i} \cdot d_s} \quad (40)$$

где  $\alpha_{m,i}$  – коэффициент, учитывающий процентное содержание  $i$ -го минерала;

$\rho_{m,i}$  – плотность  $i$ -го минерала;

$d_s$  – диаметр взвешенных частиц;

$S_g$  – содержание взвешенных веществ.



Очевидно, что достоверно оценить удельную скорость перехода в раствор и площадь взаимодействия с водой каждого минерала в конкретный момент времени весьма сложно. Поэтому в ряде случаев вводятся площадь живого сечения и константа  $k$ , учитывающая различие между величинами, либо единственный параметр –  $kc$ . Использование системы уравнений также сопряжено с многочисленными затруднениями [24]. Поэтому для получения приемлемых для практического использования расчетных зависимостей обычно рассматривается система усеченных уравнений неразрывности потока вещества и воды, записанных с помощью уже не частных производных, а в полных дифференциалах:

$$\frac{dQ}{dx} = q_* \quad (41)$$

$$\frac{d(Q \cdot C)}{dx} = q_* \cdot C_* \quad (42)$$

причем подобные уравнения могут описывать приток в водный объект и сточных, и природных вод. Интегрирование этих уравнений приводит к уравнению материального баланса, которое применительно к потоку сточных вод преобразуется к виду [24]:

$$C_x \cdot Q_x = C_\phi \cdot Q_\phi \cdot \gamma + C_{cm} \cdot Q_{cm} \quad (43)$$

$$C_x = \frac{C_\phi \cdot Q_\phi \cdot \gamma + C_{cm} \cdot Q_{cm}}{Q_\phi \cdot \gamma + Q_{cm}} \quad (44)$$

где  $C_x, Q_x$  – концентрация вещества в воде и расход воды в контрольном створе, расположенном на расстоянии  $X$  от выпуска сточных вод (притока);

$C_\phi, Q_\phi$  – концентрация вещества в воде и расход воды до

поступления бокового притока или сточных вод;

- $C_{ст}, Q_{ст}$  – концентрация вещества в сточных водах и их расход;  
 $\gamma$  – коэффициент смешения, характеризующий долю расхода воды в реке, которая смешивается со сточными водами (водами притока).

Полагая, что деструкция вещества в водном потоке описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка

$$\frac{dC}{dt} = -k_C \cdot C \quad (45)$$

$$C = C_0 \exp(-k_C t) \quad (46)$$

производится совмещение решения этого уравнения в виде зависимости и уравнения, результатом чего является выражение,

$$C_x = \frac{C_\phi \cdot Q_\phi \cdot \gamma + C_{ст} \cdot q_{ст}}{Q_\phi \cdot \gamma + q_{ст}} \cdot \exp(-k_C t) \quad (47)$$

где  $C_0$  – концентрация вещества в начальный момент времени  $t=0$ , например, в момент смешения природных и сточных вод;

$C_x$  – концентрация вещества в контрольном створе исследуемого водного объекта.

Величина  $k_C$  в общем случае зависит от температуры водной среды и может быть определена по данным наблюдений с использованием или по специальным таблицам с учетом температуры воды. Уравнение после замены  $C_x = ПДК$  и с учетом выражения для кратности основного разбавления  $n_0$  нетрудно преобразовать к виду или к более привычной форме, используемой для расчета допустимых концентраций вещества в сточных водах  $C_{ст.дк}$  [25]:

$$n_0 = \frac{Q_\phi \cdot \gamma + q_{cm}}{q_{cm}} \quad (48)$$

$$C_{cm.\partial k} = ПДК \cdot n_0 \cdot \exp(k_c \cdot t) - (n_0 - 1) \cdot C_\phi \quad (49)$$

$$C_{cm.\partial k} = n_0 \cdot (ПДК \cdot \exp(k_c \cdot t) - C_\phi) + C_\phi \quad (50)$$

В общем случае в формуле используется кратность не основного ( $n_0$ ), а общего разбавления ( $n$ ), связанную с параметром  $n_0$  выражением, а с концентрациями вещества в сточных и поверхностных водах – соотношением [25]:

$$n = n_0 \cdot n_n \quad (51)$$

$$n = \frac{C_{cm} - C_\phi}{C_{x,max} - C_\phi} \quad (52)$$

где  $C_{x,max}$  – максимальная концентрация вещества в расчетном створе (ниже по течению притока природных или сточных вод);

$n_n$  – кратность начального разбавления.

Основное разбавление происходит благодаря турбулентному обмену в водном объекте, а начальное – вследствие увлечения окружающей жидкости турбулентным струйным потоком, образующимся при истечении сточных вод из оголовка выпуска. Границей начального разбавления является сечение, где разность скоростей струйного потока и окружающей среды становится незначительной [10].

### 3.2 Практическое применение математических моделей для расчета распространения примеси

Оценка качества воды в значительной степени зависит от данных о качестве воды в реке, собираемых различными государственными учреждениями. Это создавало препятствие для оценки, но на сегодняшний день момент доступности данных и доступ к ним улучшились с появлением и распространения цифровых данных. Действительно, большая часть сбора и обработки данных теперь автоматизирована. Большая часть усилий по созданию математической модели качества воды связана с предоставлением данных. Существует также растущий разрыв между теми, кто измеряет и понимает ограничения и ошибки данных, и теми, кто занимается вопросами моделирования [27].

На практике применении математических моделей для расчета распространения примеси получили большое распространение. Так математическими моделями пользуются для расчета разбавления воды и как следствие для расчета конечной концентрации загрязняющих веществ попавших в водоемы вместе со сточными водами [28].

### 3.3 Численные эксперименты моделирования распространения шлейфа шламовых вод на участке р. Камы от г. Березники до п. Орел

#### 3.3.1 Расчет методом номограмм, разработанный в ГГИ

Как говорилось выше, метод номограмм, разработанный в ГГИ Фаустовой Л.И., позволяет определить параметры зон загрязнения до створов с заданной кратностью разбавления в зависимости от основных гидрологических факторов. Этим методом было решено рассчитать кратность разбавления реки Камы.

Так как нам известна длина зоны загрязнения и ширина потока, то по формуле 24 мы определяем относительную длину зоны загрязнения ( $\lambda_{заг}$ ), которая равна 3,48 м.

Исследуемая река относится к категории больших равнинных рек и поэтому по монограмме, изображенной на таблице 4 с помощью ранее найденного значения относительной длины зоны загрязнения снимаем значение относительной зоны загрязнения  $\eta_{заг}$ .

Далее по монограмме, изображённой на рисунке 5, для полученных значений  $\eta_{заг}$  по заданному соотношению расходов сточных и речных вод находится кратность разбавления  $n$ , которая для нашего случая равна примерно 2,5, т.е. начальная концентрация загрязняющего веществ уменьшится практически в 2,5 раз.

Графические результаты расчёта изображены на рисунке 16.

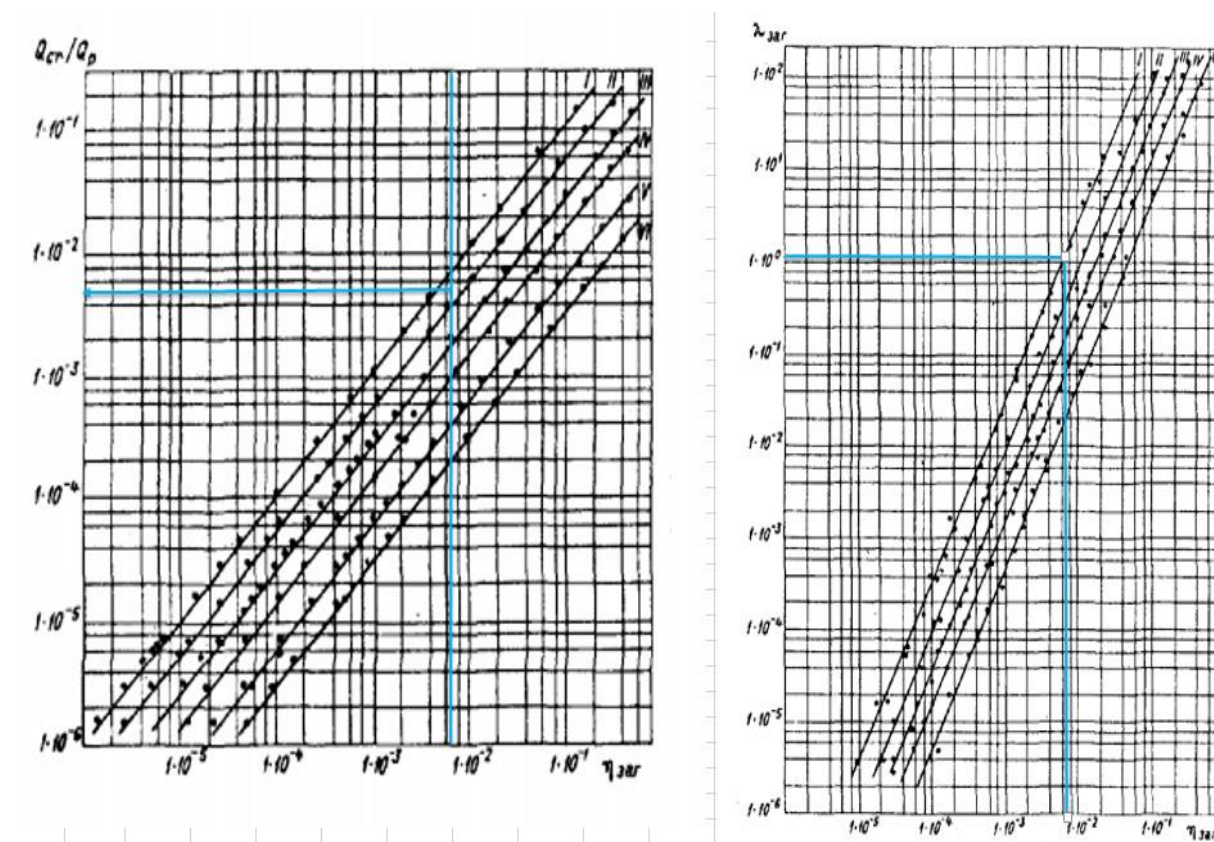


Рисунок 16 – Графические результаты расчет разбавления метод номограмм, разработанный в ГГИ Фаустовой Л.И.

### 3.3.2 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО)

Второй метод, которым была рассчитана кратность основного разбавления ( $n_0$ ), был метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера (или метод ВНИИ ВОДГЕО) описанной выше в главе 1.2. Так с помощью приведённых формул (11-16) был произведён расчет кратности основного разбавления, который оказался равен примерно 2,61.

$$n_0 = \frac{q \times \gamma Q}{q} = 2,61 \quad (53)$$

Для расчета были использованы такие величины как:

- 1 расстояние по фарватеру от места выпуска сточных вод до рассматриваемого контрольного створа  $L = 6950$  м;
- 2 безразмерный коэффициент, учитывающий гидравлические условия смешения  $\alpha = 4,45 \cdot 10^{-5}$ , определяемый по формуле 14;
- 3 безразмерный коэффициент извилистости –  $\phi = 1,21$ , определённый по формуле 15;
- 4 коэффициент, зависящий от расположения выпуска сточных вод в водоток  $\zeta = 1$ ;
- 5 коэффициент турбулентной диффузии  $D$  м<sup>2</sup>/с, определяется по формуле 16;
- 6 ускорение свободного падения  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;
- 7 средняя скорость течения реки на рассматриваемом участке  $V = 0,28$  м/с;
- 8 средняя глубина реки  $H = 2,15$  м;
- 9 коэффициент Шези  $c = 39,5$  м<sup>0,5</sup>/с).

Чтобы найти величину  $n_0$  сначала мы рассчитываем коэффициент турбулентной диффузии  $D$ , затем коэффициент  $a$ , который учитывает влияние гидравлических условий смешения и коэффициент  $\gamma$ .

### 3.3.3 Расчет основного разбавления при выпуске сточных вод в водотоки (метод ТПИ)

Третий метод, которым было рассчитано основное разбавление при выпуске сточных вод, стал метод Таллинского политехнического института (ТПИ), описанный в главе 1.3. Так был произведен расчет по формуле 18 и получен коэффициент кратности разбавления равный 2,19.

$$n_0 = \frac{H_{cp}\sqrt{\pi v_{cp} D_y x}}{Q_{cm}} \left[ erf\left(\frac{b\sqrt{v_{cp}}}{2\sqrt{D_y x}}\right) + erf\left(\frac{(B-b)\sqrt{v_{cp}}}{2\sqrt{D_y x}}\right) \right] + 1 = 2,19 \quad (54)$$

Для расчета были использованы такие величины как:

- 1 расстояние от берега до выпуска сточных вод  $b$ ;
- 2 ширина реки  $B = 2000$  м;
- 3 коэффициент дисперсии в поперечном направлении  $D_y = 2,11$ ;
- 4 функции ошибок  $erf(z) = 0,69$ .

Чтобы найти величину  $n_0$  сначала мы нашли коэффициент поперечной дисперсии. Затем с помощью несложных расчетов и таблицы интегралов вероятности (см. табл. 3) определили функцию ошибок. Затем с помощью полученных значений определяется либо кратность разбавления (которую мы в итоге и ищем) либо же максимальную концентрацию загрязняющего вещества.

Таблица 3 – Интеграл вероятности  $\Phi(\xi\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi\sqrt{2}} e^{-t^2} dt$  [19]

$\xi\sqrt{2}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	01128	02256	03384	05411	05637	06752	07886	09008	10128
0,1	11246	12362	13476	14587	15695	16800	17901	18999	20094	21184
0,2	22270	23352	24430	25502	26570	27633	28690	29742	30788	31828
0,3	32863	33891	34913	35928	36936	37938	38933	39941	40901	41874
0,4	42839	42839	43797	44747	45689	46622	47548	48466	49374	50275
0,5	52050	52924	53790	54646	55494	56332	57162	57982	58792	59594
0,6	60386	61186	61941	62705	63459	64203	64938	65663	66378	67084
0,7	67780	68467	69143	69810	70486	71116	71754	72382	73001	73610
0,8	74210	74800	75381	75952	76514	77067	77610	78144	78669	79184
0,9	79691	80188	80677	81156	81627	82089	82542	82987	83423	83851
1,0	84281	84681	85084	85478	85865	86244	86614	86977	87333	87680
1,1	88020	88353	88679	88997	89308	89612	89910	90200	90484	90761
1,2	91031	91296	91530	91805	92050	92290	92524	92751	92973	93190
1,3	93401	93606	93806	94002	94191	94376	94556	94731	94902	95067
1,4	95228	95385	95538	95686	95830	95970	96105	96237	96365	96490
1,5	96610	96728	96841	96952	97059	97162	97263	97360	97455	97545
1,6	97635	97721	97804	97884	97962	98038	98110	98181	98249	98315
1,7	98379	98441	98500	98558	98614	98667	98719	98769	98817	98864
1,8	98909	98952	98994	99035	99074	99111	99147	99182	99216	99248
1,9	99279	99309	99338	99366	99392	99418	99443	99466	99489	99511
2,0	99532	99552	99572	99591	99609	99629	99642	99658	99673	99688
2,1	99702	99716	99728	99741	99752	99764	99775	99785	99795	99805
2,2	99814	99822	99831	99839	99846	99854	99861	99867	99874	99880
2,3	99886	99891	99897	99902	99906	99911	99916	99920	99924	99928
2,4	99931	99935	99938	99941	99944	99947	99950	99952	99955	99957
2,5	99959	99961	99963	99965	99967	99969	99971	99972	99974	99980
2,6	99976	99978	99979	99980	99981	99982	99983	99984	99985	99928
2,7	99987	99987	99988	99989	99989	99990	99991	99991	99992	99992
2,8	99992	99993	99993	99994	99994	99994	99995	99995	99995	99996
2,9	99996	99996	99996	99997	99997	99997	99997	99997	99998	99998
3,0	99998	99998	99998	99998	99998	99998	99998	99999	99999	99999



### 3.3.4 Расчет основного разбавления детальным методом по схеме плоской задачи (турбулентная диффузия)

Также мы решили рассчитать разбавление детальным методом по схеме плоской задачи.

Для начала мы нашли начальное разбавление струи и ширину загрязненной части реки в начальном створе.

Расчет турбулентной диффузии производился по формуле 55 и результаты расчёты были приведены в таблице 4 и на графике 17.

$$S_{k+1.m} = \frac{1}{2} (S_{k,m-1} + S_{k,m+1}) \quad (55)$$

Рассчитав всю схемы, мы видим, что от места сброса до конечной точки разбавление произойдет в 2,35 раза.

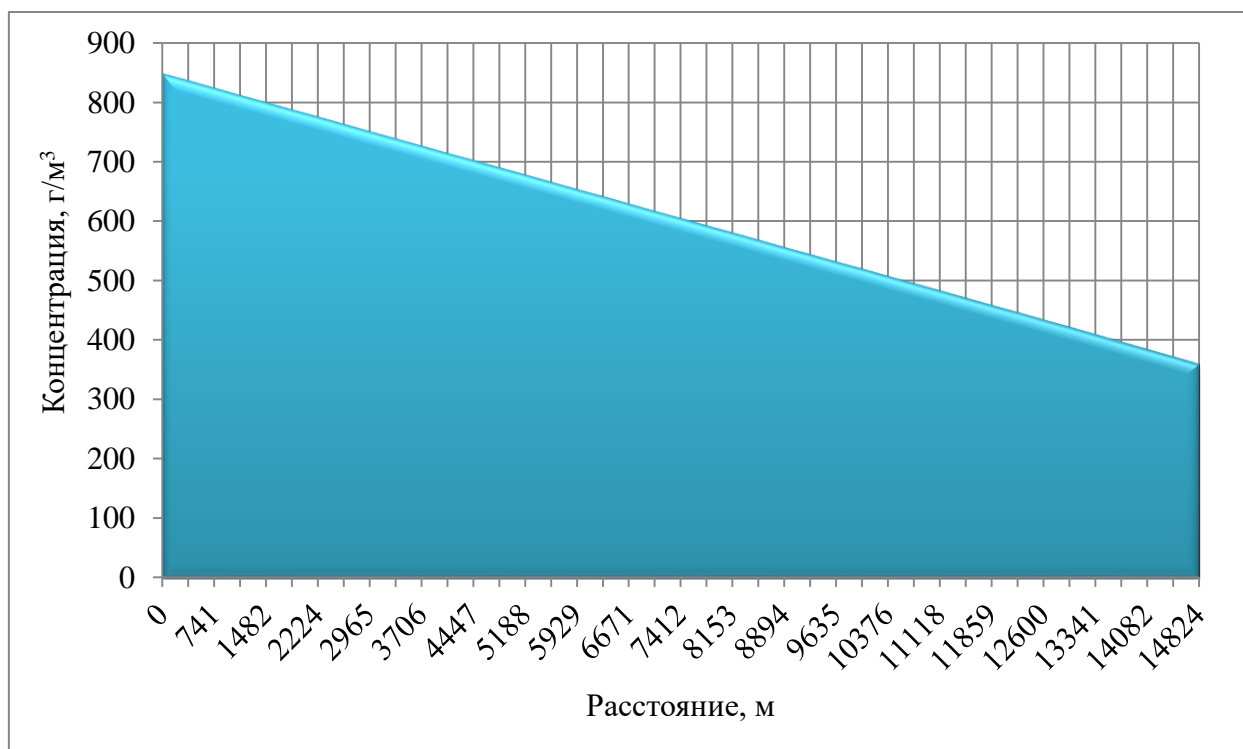


Рисунок 17 – Графическое представление результата расчёта детальным методом по схеме плоской задачи



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения исследования были получены следующие результаты:

1. были рассмотрены различные методы расчета разбавления сточных вод в естественных водотоках;
2. по таким методам как:
  - a. метод номограмм, разработанный в ГГИ;
  - b. метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО;
  - c. метод ТПИ;
  - d. метод по схеме плоской задачи (турбулентная диффузия);

были рассчитанные значения коэффициента разбавления сточных вод, попадающих в реку Кама. Результаты расчетов объединены в таблицу 5.

Таблица 5 – Результаты расчётов кратности разбавления

	Название метода			
Значение разбавления	Метод номограмм, разработанный в ГГИ	Метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО	Метод ТПИ	Метод по схеме плоской задачи (турбулентная диффузия)
	2,50	2,61	2,19	2,35

Как видно из таблицы все результаты расчётов примерно одинаковы. Разница в расчётных значениях появляется из-за погрешности расчетных формул. Наименьший результат расчета составил по методу ТПИ, а наибольший по методу В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ

ВОДГЕО. Разница между наибольшим и наименьшим результатами составила 0,42.

Таким образом, цель моей выпускной квалификационной работы, которая звучит как «Оценка распространения примесей на участках реки Кама» достигнута. Мы видим, что примеси, сбрасываемые АО «Березниковского содового завода» (БСЗ) Шламохранилище № 2 «Белое море» в реку через 17 км разбавляются в среднем 2,4 раза.

Еще хотелось бы сказать пару слов о трудозатратности данных методов расчета. На мой взгляд, самым менее трудозатратным методом является метод монограмм ГГИ, потому что для него необходимо минимальное количество данных. А самым трудозатратным методом является метод В.А.Фролова – И.Д.Родзиллера / метод ВНИИ ВОДГЕО, потому что для него необходимо наибольшее количество исходных данных.

Не смотря на то, что методом плоско задачи выглядит очень громоздко, количество исходных данных для расчета в этом методе не большое, и если проводить расчеты в *Excel*, то можно значительно сократить их время.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Канализация, 4 изд., М., 1969; Канализация промышленных предприятия М., 1969. З. А. Орловский
2. Экология. Охрана водных объектов. Метод. указания и расчетные задания / Казан. гос. технол. ун-т; Сост.: Т.В.Андряшина, Г.Н. Зиннатуллина, С.А.Антонова. Казань, 2004. - 50с.
3. Справочник проектировщика. – М.: Стройиздат, 1981.
4. Курганов А.М., Федоров Н.Ф. Гидравлические расчеты систем водоснабжения и водоотведения: Справочник / Под общ. Ред. А.М. Курганова. – 3-е изд., перераб. И доп. – Л.: Стройиздат. Ленингр. Отд-ние, 1986. – 440с.
5. Гидравлика. Методические материалы по курсу «Гидравлика» для студентов II курса, обучающихся по направлению 280302 «Комплексное использование и охрана водных ресурсов». Часть II / сост. В.В. Крамаренко, О.Г. Савичев – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 124 с.
6. Пронько Н.А., Корсак В.В., Прокопец Р.В. Мониторинг состояния компонентов агроландшафтов: учебное пособие.– Саратов: ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ им. Н.И. Вавилова» – 2017, - 170 с.
7. Фалькович А.С. Мустьяца Н.В., Колеганов А.Н. Информационная система расчета разбавления [Журнал]. - Саратов : ФГБОУ ВО Саратовский национальный исследовательский, 2017 г.. – 5 с.
8. Фаустова Л. И., Зависимость размеров зон загрязнения от гидрологических факторов.-Тр. ГГИ, 1978, вып. 249, с. 109-114.
9. Караушев А.В., Методические основы оценки антропогенного влияния на качество поверхностных вод [Книга]. - Ленинград : Гидрометеиздат, 1981. – 176 с.
10. Экологическое нормирование: методы расчёта допустимых сбросов загрязняющих веществ в поверхностные водные объекты суши

[Текст]: учеб. пособие / О.Г. Савичев, К.И. Кузеванов, А.А. Хващевская, В.В. Янковский; Томский политех.ун-т. – 2-е изд., – Томск, 2009. – 108 с.

11. Лапшев Н.Н., Расчеты выпусков сточных вод [Текст]. – М.: Стройиздат, 1977. – 85 с.

12. Родзиллер И. Д., К вопросу о расчете сточных вод в реках [Текст]: Информ. мат-лы. – М.: Изд. ВНИИ ВОДГЕО, 1976.– 31 с.

13. Семчуков А.Н., Определение интенсивности сброса загрязняющих веществ в реку по данным наблюдений в расположенном ниже створе [Текст] / А. Н. Семчуков, В.И. Квон; Метеорология и гидрология. – 1999. – № 7. – с. 84 – 91.

14. Савичев О.Г., Гидрология, метеорология и климатология: гидрологические расчеты: учебное пособие [Книга]. - Томск : Томского политехнического университета, 2013. – 223 с.

15. Нечаев А. 2020. Белое море Березников. Наш Урал. [В Интернете] 28.06.2020 г. [Цитировано: 04.05.2022 г.] <https://nashural.ru/>

16. Крамаренко В.В. Савичев О.Г. Гидравлика [Книга]. - Томск : Томского политехнического университета, 2009. -. 124 с.

17. Охрана окружающей среды: Учебник для вузов, и др.: Под ред. . – М.: Высш. школа, 1991. – 191 с.

18. Очистка производственных сточных вод: Учеб. пособие для вузов, Под ред. . – М.: Стройиздат, 1985. – 335 с.

19. Глинка химия: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. . – Л.: Химия, 1983. – 704 с.

20. Роев сооружения газоперекачивающих станций и нефтебаз Учебник для вузов / М. Недра, 1981. – 240 с.

21. Справочник по очистке природных и сточных вод,. – М. : Высш. шк., 1994. – 336 с.

22. Акционерное общество «Березниковский содовый завод». АО "БСЗ". [В Интернете] [Цитировано: 06.05.2022 г.] <http://www.bsz.ru/>.

23. Куклев экология: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа, 2001. – 357 с.
24. Геоинформационные технологии в сельском хозяйстве, природообустройстве и защите окружающей среды: Материалы Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых / Под редакцией В.В. Афолина. – Саратов: ФГБОУ ВО Саратовский ГАУ, 2017. – 153 с.
25. Шмакова М.В. Методология решения геоэкологических задач, связанных с оценкой твердого стока водных объектов [Книга]. - Санкт-Петербург : ФГБОУ ВО «Российский государственный гидрометеорологический университет», 2020. – 312 с.
26. Савичев О.Г. Метод оценки допустимых антропогенных изменений химического состава поверхностных вод [Журнал] // Известия Томского политехнического университета. - 2005 г.. - Т. 308. - стр. 51-55.
27. Методика расчета нормативов допустимых сбросов (НДС) загрязняющих веществ и тепла в поверхностные водные объекты со сточными водами тепловых электрических станций и котельных. - 2017 г. – 42 с.
28. Приказ МПР России от 17.12.2007 N 333 (ред. от 31.07.2018) "Об утверждении методики разработки нормативов допустимых сбросов веществ и микроорганизмов в водные объекты для водопользователей" (Зарегистрировано в Минюсте России 21.02.2008 N 11198). - 2018 г.. - стр. 65.
29. Федеральный закон "О внесении изменений в Водный кодекс Российской Федерации и отдельные законодательные акты Российской Федерации" от 21.10.2013 N 282-ФЗ (последняя редакция). - стр. 45.
30. Распопов П. 2019. Река Кама. Ураловед. [В Интернете] 07.02.2019 г. [Цитировано: 04.05.2022 г.] <https://uraloved.ru/reka-kama>.