

Министерство науки и высшего образования Российской  
Федерации

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Для заочной формы обучения

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
к изучению дисциплины**

**«ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ»**

и рекомендации к выполнению индивидуальных заданий

Направление подготовки–05.03.05 Прикладная гидрометеорология  
Профиль подготовки – Прикладная океанология  
Квалификация (степень) -  
Бакалавр академический

Санкт-Петербург  
2023

УДК 551.511.3(075.8)  
ББК 26.23я73

*Одобрено на заседании методической комиссии метеорологического факультета РГГМУ.  
Протокол №9 от 19 мая 2023 г.*

**Методические указания** по дисциплине «Динамическая метеорология» для высших учебных заведений. Направление подготовки –05.03.05 Прикладная гидрометеорология. Профиль подготовки – Прикладная океанология. Квалификация (степень) – Бакалавр академический. – СПб.: Изд. 2023. – 68с.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины «Динамическая метеорология». Даются рекомендации по изучению дисциплины. Приводятся вопросы для самопроверки, темы практических занятий и индивидуальных заданий, примеры решения задач, варианты индивидуальных заданий, рекомендуемая литература

Составитель: К.Л.Егоров, канд.физ-мат. наук, доцент каф. ЭФА, РГГМУ.

© Российский государственный  
гидрометеорологический  
университет (РГГМУ), 2023.

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Цель дисциплины – сформировать знания и навыки, которые впоследствии могли бы служить фундаментальной основой для изучения синоптической метеорологии, гидродинамических прогнозов, климатологии, физических основ воздействий на атмосферные процессы, экологии и охраны атмосферы и других дисциплин.

Задачей динамической (теоретической) метеорологии является изучение закономерностей атмосферных процессов и строения атмосферы на основе общих принципов гидротермодинамики, что требует от студентов освоения:

- теоретических основ математического описания гидродинамических процессов во вращающейся системе координат;
- теоретических принципов упрощения уравнений в задачах по изучению гидродинамических явлений с различными характерными масштабами, свойственными динамике атмосферных и океанических движений;
- результатов анализа взаимосвязей между параметрами составных элементов сложной структуры течений в атмосфере и упомянутыми выше геофизическими факторами;
- практических навыков решения задач по определению конкретных значений физических параметров в различных гидрометеорологических явлениях.

Студенты, усвоившие материал, должны уметь творчески осмысливать физические механизмы формирования широкого спектра атмосферных процессов, должны знать временную динамику и пространственную структуру характерных типов движений в атмосфере, обладать навыками их математического моделирования и решать задачи, связанные с количественными оценками, как в рамках аналитических моделей, так и с использованием современной вычислительной техники;

должны уметь:

- объяснять особенности основных атмосферных явлений, исходя из общих законов гидромеханики и термодинамики;
- формулировать и решать простейшие задачи, связанные с разнообразными процессами, протекающими в атмосфере;
- выполнять вычисления, необходимые при выполнении профессиональных обязанностей бакалавра-океанолога.

Программой предусмотрено выполнение индивидуальных заданий и одной контрольной работы, содержащей задачи по разным разделам курса.

Индивидуальные задания и контрольная работа имеет несколько вариантов.

Содержание заданий всех вариантов приведено в конце данного учебного пособия в таблице.

В результате изучения дисциплины «Динамическая метеорология» формируются следующие компетенции:

**ОК-5** - способность к самообразованию, саморазвитию и самоконтролю, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации;

**ОПК-1** - способность представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики;

**ОПК-3** – способность анализировать и интерпретировать данные натурных и лабораторных наблюдений, теоретических расчетов и моделирования;

**ПК-2** – способность анализировать явления и процессы, происходящие в природной среде, на основе экспериментальных данных и массивов гидрометеорологической информации, выявлять в них закономерности и отклонения;

**ПК-4** – способность к решению гидрометеорологических задач, достижению поставленных критериев и показателей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Подольская Э.Л. Механика жидкости и газа. Раздел «Геофизическая гидродинамика». Учебное пособие. – СПб.: изд. РГГМУ, 2007.- 154с.
2. Клемин В.В., Кулешов Ю.В., Суворов С.С., Волконский Ю.Н. Динамика атмосферы: Учебник. – СПб.: Наука, 2013. – 421 с.
3. Динамическая метеорология. Под ред. Лайхтмана Д.Л. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 608с.
4. Монин А.С. Гидродинамика атмосферы, океана и земных недр. – СПб.: Гидрометеиздат, 1999. – 524с.
5. Русин И.Н. Динамическая метеорология (ознакомительный курс). Курс лекций. СПб.: изд.РГГМУ, 2008. – 274с.
6. Радикевич В.М. Динамическая метеорология для океанологов. Учебное пособие. – Л.: изд. ЛПИ, 1985. – 157с.
7. Задачник по динамической метеорологии–Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 166с.

## УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

### 1. Основные уравнения Динамической метеорологии.

#### 1.1. Уравнения динамики жидкости на вращающейся Земле и их анализ.

При изучении этого раздела студенты должны получить четкое представление об основных уравнениях гидродинамики в системе координат, связанной с поверхностью вращающейся Земли; понимать динамические проявления вращения Земли; знать физический смысл отдельных членов уравнений.

При изучении данного раздела необходимо обратить внимание на приложения 1-го и 2-ого начал термодинамики к атмосферным процессам - на изменение состояния воздушной массы сухого и влажного воздуха при его вертикальных перемещениях.

#### *Литература*

[1] – Гл.2, с.28-35.

[4] - Гл. 1, с. 5-18; Гл.3, с.42-63; Гл.4, с.64-91.

[8] - Гл. 1, с. 4-7; Гл.2, с.14-16, с.20-22.

#### Вопросы для самопроверки

1. Показать, что при стационарном переносе и движении вдоль изостерической поверхности  $\rho = \text{const}$  уравнение неразрывности имеет вид:  $\text{div}\vec{V} = 0$ .
2. Показать, что сила Кориолиса не может совершать работы.
3. Доказать, что в случае невязкой жидкости и адиабатического процесса уравнение теплопроводности принимает вид  $\frac{d\theta}{dt} = 0$  ( $\theta$  – потенциальная температура).
4. Получите формулу для сухоадиабатического градиента.
5. Каковы основные типы температурной стратификации атмосферы и критерии для их определения?
6. Как изменяются с высотой основные характеристики влажного воздуха: массовая доля водяного пара и относительная влажность, парциальное давление и максимальное парциальное давление водяного пара?

7. Какой процесс называется влажноадиабатическим? От каких характеристик зависит влажноадиабатический градиент?

## **1.2. Основные уравнения динамики турбулентной атмосферы**

При изучении этого раздела студенты должны получить четкое представление о роли сил, действующих в атмосфере, о различии мгновенных значений метеорологических величин, их средних значений и турбулентных флуктуаций, о физическом смысле слагаемых в осреднённых уравнениях переноса различных субстанций (уравнениях гидротермодинамики турбулентной атмосферы) и о понятиях турбулентных потоков и притоков субстанций. Необходимо понять термические эффекты сжатия или расширения в турбулентных вихрях при их вертикальных перемещениях и различные варианты критериев статической устойчивости атмосферы.

### *Литература*

- [1] – Гл.1, с.3-27.  
[4] - Гл. 7, с. 184-206.  
[5] – Гл.2, с.6-52.

### Вопросы для самопроверки

1. Следствием какого закона механики являются уравнения движения?
2. Почему в движущейся воздушной массе сила Кориолиса не совершает работу.
3. В чём отличие данных стандартных наблюдений от мгновенных значений?
4. Объясните различие в физическом смысле турбулентного потока количества движения и притока этой субстанции.
5. Какие условия температурной стратификации помогают развитию турбулентности?

## **1.3. Замыкание системы уравнений турбулентной атмосферы, упрощение уравнений**

В разделе рассматривается и анализируется связь турбулентных потоков с полями средних величин, приводятся гипотезы замыкания полуэмпирической теории турбулентности, даётся вывод уравнения баланса кинетической энергии среднего движения и уравнения баланса энергии турбулентности.

Важным вопросом является приведённая в разделе классификация атмосферных движений и их характерных масштабов. Необходимо усвоить принципы упрощения уравнений с помощью теории подобия и знать систему упрощенных уравнений.

### *Литература*

[4] - Гл. 7, с. 206-224.

[5] – Гл.2, с.41-57.

Вопросы для самопроверки

1. Какая величина называется случайной?
2. Какие члены уравнений дают при осреднении добавочные пульсационные члены?
3. Каков физический смысл отдельных членов уравнения баланса энергии турбулентности?
4. Приведите к безразмерному виду уравнения движения.
5. Как следует выбирать масштабы метеорологических величин при упрощении системы уравнений?

#### **1.4. Подобие гидродинамических движений на вращающейся Земле.**

Требуется знать общую классификацию процессов в атмосфере; усвоить принципы упрощения уравнений с помощью теории подобия и условия применимости тех или иных упрощений для конкретных геофизических процессов.

*Литература*

[1] – Гл.4, с.49-56.

[4] - Гл. 7, с. 184-224.

Вопросы для самопроверки

1. Приведите к безразмерному виду уравнения движения.
2. Каким условиям должны удовлетворять характерные масштабы физических процессов и метеорологических величин при упрощении уравнений?

#### **1.5. Лучистые притоки тепла**

При изучении раздела следует обратить внимание на характер преобразования в атмосфере коротковолновой солнечной и длинноволновой земной радиации, на основные законы поглощения и рассеяния радиации в атмосфере; ознакомиться с методами интегрирования уравнений переноса радиации в коротковолновой и длинноволновой областях спектра и с методами расчета лучистых потоков и притоков тепла.

*Литература*

[4] - Гл. 6, с. 117-183.

[6] - Гл. 3, с. 27-36.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое функция пропускания? Как она зависит от массы поглощающего вещества?
2. Где больше уходящее длинноволновое излучение при ясном небе – на полюсе или на экваторе? Почему?
3. Где поглощается большая часть солнечной радиации – на земной поверхности или в атмосфере?
4. Где формируется основная часть уходящего длинноволнового излучения – на земной поверхности или в атмосфере?
5. Как влияет облачность на эффективное излучение земной поверхности?

## 2. Динамика свободной атмосферы

«Свободной» называют область атмосферы, расположенную над планетарным пограничным слоем, свойства которой не реагируют на мелкомасштабные временные и пространственные изменения, происходящие непосредственно на подстилающей поверхности или вблизи неё. При этом наиболее характерные типы атмосферных движений формируются без силы трения.

### 2.1. Простейшие типы движений при отсутствии трения.

1. Геострофическое движение и его изменение с высотой. Геострофическая адвекция температуры. Отклонения ветра от геострофического. Градиентный ветер при криволинейных изобарах. Следует обратить внимание на квазигеострофичность движений в свободной атмосфере; знать, как направлены геострофический и термический ветер.

*Литература*

[1] - Гл.5, с. 57-62; Гл.6, с. 63-91.

[4] - Гл. 8, с. 225-247.

[8] - Гл. 4, с. 36-38; гл. 5, с. 42-57.

Вопросы для самопроверки

1. Получите выражения для составляющих геострофического движения из уравнений движения, оставив в них лишь главные члены.
2. Равновесием каких сил определяется стационарное движение при параллельных и прямолинейных изобарах? Каковы обязательные условия отсутствия ускорения?
3. В каком из барических образований (в циклоне или антициклоне) не могут наблюдаться большие градиенты давления и скорости ветра? Почему?

4. В каком направлении происходит поворот ветра с высотой при адвекции тепла и при адвекции холода?

## **2.2. Поверхности раздела в атмосфере.**

Угол наклона стационарных поверхностей раздела. Вертикальные токи на фронтальной поверхности.

*Литература*

[1] – Гл.8, с. 99-111.

[4] - Гл. 9.

[8] - Гл. 6, с. 63-66.

Вопросы для самопроверки

1. Какие метеопараметры могут и какие не могут испытывать разрыв на поверхности раздела? Каким поворотом ветра сопровождается прохождение фронта? Доказать примерами.
2. Какими факторами определяется угол наклона поверхности раздела к горизонту?

## **2.3. Вихревая динамика**

Абсолютный и относительный вихрь скорости. Уравнение переноса вихря. Условие сохранения абсолютного вихря. Потенциальный вихрь.

*Литература*

[1] – Гл.7, с.92-95, с.98.

Вопросы для самопроверки

1. Чем отличаются абсолютный и относительный вихрь?
2. Какие факторы приводят к изменению вихря скорости в жидкой среде?
3. Назовите условия, при которых абсолютный вихрь сохраняется неизменным.
4. Приведите пример анализа изменения относительного вихря при условии сохранения абсолютного вихря.

## **2.4. Волны в геофизических средах**

Волны в атмосфере. Исследование волн методом малых возмущений.

Гравитационные волны. Инерционные волны Россби, их фазовая и групповая скорости.

### *Литература*

[3] – Гл.3.

[4] - Гл. 10.

[8] - Гл. 6, с.66-70.

### Вопросы для самопроверки

1. Каковы основные типы волн в свободной атмосфере? Чем определяются параметры волн разного типа?
2. Какими факторами обусловлены гравитационные волны? Что такое частота Вайсяля-Брента?
3. С какими факторами связаны волны Россби?
4. Как направлена фазовая скорость волн Россби?

## **2.5. Некоторые вопросы энергетики атмосферы**

Необходимо:

- уметь составить уравнения для различных видов энергии;
- знать факторы, приводящие к их изменениям;
- понять, как в этих уравнениях отражены процессы взаимных преобразований одних видов энергии в другие;
- обратить внимание на соотношение между внутренней и потенциальной энергией в столбе воздуха бесконечной высоты.

### *Литература*

[4] – Гл.15, с.491-507.

[6] – Гл.8, с.96-98.

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое кинетическая, потенциальная, внутренняя энергия для единичной массы воздуха?
2. Напишите уравнение баланса для кинетической энергии среднего движения.
3. Напишите уравнение баланса для внутренней и потенциальной энергии.
4. Напишите уравнение баланса для кинетической энергии турбулентных пульсаций.

5. Найдите в уравнениях баланса кинетической энергии слагаемые, отражающие переход кинетической энергии среднего движения в кинетическую энергию турбулентных пульсаций.

## **2.6. Динамика циркуляционных систем в атмосфере**

В разделе рассматриваются физические факторы, приводящие к изменению циркуляции по жидкому замкнутому контуру. Следует обратить внимание на примеры формирования бароклинной циркуляции, на влияние вращения Земли на изменение циркуляции в различных синоптических ситуациях.

### *Литература*

[5] – Гл.5, с.134-141.

[6] – Гл.8, с.98-100.

### Вопросы для самопроверки

1. Поясните, что такое «жидкий замкнутый контур»?
2. Как связан знак ускорения циркуляции по замкнутому контуру с направлением её изменения (по часовой стрелке или против)?
3. Каков характер взаимного расположения изобар и изотерм при баротропных и бароклинных условиях?
4. Как связано направление развития бароклинной циркуляции по жидкому замкнутому контуру с взаимным расположением изобар и изотерм?

## **3. ДИНАМИКА ПЛАНЕТАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ**

### **3.1. Планетарный пограничный слой атмосферы при стационарных и горизонтально-однородных условиях**

При изучении этого раздела следует обратить внимание:

- на влияние силы трения на формирование вертикального распределения скорости ветра (его величины и направления) по высоте;
- на вертикальное распределение действующих сил и метеорологических параметров в пограничном слое атмосферы при различных внешних условиях;
- на замыкание системы уравнений для турбулентного движения при априорном профиле коэффициента турбулентности (интегральная модель пограничного слоя атмосферы).

В разделе приводятся также методы численных оценок характеристик турбулентности, высоты пограничного слоя и упорядоченных вертикальных скоростей на верхней границе пограничного слоя атмосферы.

### *Литература*

[4] – Гл.11, с.305-309, с.331-334.

[5] – Гл.4, с.70-75, с.92-103.

[6] – Гл.7, с.76-96.

#### Вопросы для самопроверки

1. Каковы особенности атмосферных процессов в пограничном слое атмосферы?
2. Какие основные силы определяют горизонтальные движения в пограничном слое?
3. Какова особенность вертикального распределения ветра в пограничном слое атмосферы?

### **3.2. Приземный слой атмосферы**

В этом разделе обращается внимание на принципы и условия выделения приземного слоя, его основные свойства. На основе теории подобия определяются вертикальные профили характеристик турбулентности и метеорологических параметров при различных типах стратификации в атмосфере. Необходимо освоить методы определения турбулентных потоков различных субстанций в приземном слое по данным градиентных наблюдений.

### *Литература*

[4] – Гл.11, с.309-331.

[5] – Гл.4, с.75-92.

[6] – Гл.7, с.71-75.

#### Вопросы для самопроверки

1. Каковы характерные условия, по которым выделяется приземный слой атмосферы?
2. Какая физическая величина отражает качественный характер стратификации? Как меняется с высотой коэффициент турбулентности и скорость ветра при нейтральной стратификации?
3. Как определить параметр шероховатости и динамическую скорость.

### **3.3. Нестационарные процессы в пограничном слое атмосферы**

Требуется понять причину и механизм формирования суточных колебаний метеорологических параметров, и их взаимосвязь в этом процессе, уметь записать замкнутую систему уравнений, отражающую временные изменения при горизонтально- однородных условиях. Обратить внимание на анализ суточного хода температуры подстилающей поверхности и воздуха; уметь объяснить влияние различных свойств почвы и воздуха на параметры суточного хода температуры.

### *Литература*

[4] – Гл.13, с.388-404.

[6] – Гл.7, с.84-88.

#### Вопросы для самопроверки

1. Рассмотрите качественно механизм формирования суточных колебаний метеорологических параметров.
2. Какие уравнения и граничные условия используются в задаче о суточном ходе температуры при постоянном коэффициенте турбулентности?
3. Какие процессы влияют на амплитуду суточных колебаний температуры?
4. Как влияет турбулентный обмен на амплитуду суточных колебаний температуры поверхности почвы?
5. Как зависит эта амплитуда от теплофизических свойств почвы?
6. Как изменяются характеристики (амплитуда, время наступления максимума) суточного хода температуры с высотой?
7. Какие процессы и как влияют на ночное изменение температуры?

### **3.4. Метеорологические процессы над горизонтально-неоднородной поверхностью**

При изучении этого раздела необходимо:

- разобраться, почему изменяются свойства нижнего слоя воздуха при его переходе на подстилающую поверхность с существенно отличающимися свойствами;

- уметь сформулировать задачу о стационарной трансформации полей температуры и влажности и проанализировать результат ее решения;

- знать, как применяются на практике результаты теории трансформации (расчет адвективных заморозков и туманов, расчет норм орошения).

### *Литература*

[4] – Гл.12, с.363-387.

[5] – Гл.5, с.117-134.

[6] – Гл.7, с.88-93.

#### Вопросы для самопроверки

1. Какие допущения и предположения можно сделать при постановке задачи о стационарной трансформации полей температуры и влажности?
2. Проанализируйте формулу для изменения температуры или влажности при переходе с одной поверхности на другую.

3. Как применить формулы, полученные в теории трансформации, к прогнозу адвективных туманов и оценке характеристик нижней облачности?

#### 4. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

##### 4.1. Термодинамика сухого и влажного воздуха.

При решении задач этого типа используются такие основные законы и понятия, как связь между полной и частной производными по времени, 1-ое начало термодинамики, уравнения состояния и статики, уравнение Клаузиуса-Клайперона и др. Краткая сводка основных формул, а также физические постоянные и ряд других таблиц, необходимых при решении задач, даны в работе [8] (с. 7, 14, 15, 21, 22, 101-111).

Уравнение 1-ого начала термодинамики однозначно связывает приток тепла с изменением температуры перемещающейся по вертикали частицы воздуха:

$$\frac{dQ}{dz} = c_p \frac{dT}{dz} - \frac{RT}{p} \frac{dp}{dz}. \quad (1.1)$$

Подставим  $\frac{dp}{dz}$  из уравнения статики:

$$\frac{dQ}{dz} = c_p \frac{dT}{dz} + \frac{RT}{p} \frac{pg}{RT} = c_p \frac{dT}{dz} + \frac{T}{T} g \approx c_p \frac{dT}{dz} + g, \quad (1.2)$$

поскольку  $\frac{T}{T} \approx 1$ . Уравнение (1.2) может использоваться для вычисления притока

тепла, если задано  $\frac{dT}{dz}$ , либо, наоборот, для определения  $\frac{dT}{dz}$ , если известен приток тепла. В некоторых случаях приток тепла непосредственно не задается, а выражается через изменение температуры (политропический процесс):

$$dQ = cdT. \quad (1.3)$$

Если подставить  $dQ$ , согласно (1.3), в уравнение (1.2), нетрудно найти:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p - c} = -\frac{\gamma_a}{1 - c/c_p},$$

$$(1.4)$$

где  $\gamma_a = g/c_p$  - сухоадиабатический градиент температуры.

В некоторых задачах приток тепла не дан, но задано какое-то дополнительное условие, из которого находят  $\frac{dT}{dz}$ . Примеры будут приведены ниже.

**Задача 1.** Переохлажденная на  $5^\circ$  частица воздуха опускается в атмосфере с вертикальным градиентом температуры, равным  $-0,5^\circ\text{C}/100\text{ м}$ . При опускании частица теряет тепло по политропическому закону (политропическая теплоемкость  $c=0,21\text{ Дж}/(\text{г}\cdot\text{K})$ ). Найти максимальное расстояние, которое может пройти частица при отсутствии трения. Принять  $\frac{T}{\bar{T}} \approx 1$ .

**Решение.**

$$\Delta z_{\max} = 2\delta z = 2(T_0 - \bar{T}_0) / \left( \frac{d\bar{T}}{dz} - \frac{dT}{dz} \right) \quad (1.5)$$

В условиях заданы  $(T_0 - \bar{T}_0)$  и градиент температуры в атмосфере  $\frac{d\bar{T}}{dz}$ .

Изменение температуры частицы  $\frac{dT}{dz}$  по мере ее опускания надо найти из 1-ого начала термодинамики с учетом определения политропического процесса (1.4). Значения температуры по шкале Цельсия ( $^\circ\text{C}$ ) и по шкале Кельвина ( $\text{K}$ ) различается на постоянную величину:  $T(\text{K}) = t^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}$ . Поэтому, когда речь идет о приращениях (разности) температур, а также о размерностях, единицы измерения  $^\circ\text{C}$  и  $\text{K}$  совершенно эквивалентны.

$$\frac{dT}{dz} = \frac{9,81\text{ м}/\text{с}^2}{(0,21 \cdot 10^3 - 1007)\text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})} = -1,23\text{ K}/100\text{ м}$$

Теперь можно найти  $\Delta z_{\max}$  по формуле (1.5):

$$\Delta z_{\max} = \frac{-2 \cdot 5\text{ K} \cdot 100\text{ м}}{-0,5\text{ K} + 1,23\text{ K}} = -1370\text{ м}.$$

**Задача 2.** Каким должен быть вертикальный градиент температуры в поднимающейся частице ненасыщенного влажного воздуха, чтобы ее относительная влажность не менялась с высотой? Температура воздуха  $20^\circ\text{C}$ . Принять  $\frac{T}{\bar{T}} \approx 1$ .

**Решение.** Постоянство относительной влажности при подъеме ненасыщенного влажного воздуха

$$r = \frac{e}{E} \cdot 100\% = const \quad (1.6)$$

возможно только при определенном значении  $\frac{dT}{dz}$ . Найдем его. Для этого возьмем логарифмическую производную (т.е. сначала натуральный логарифм, а потом производную) по  $z$  от выражения (1.6):

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dz} = \frac{1}{e} \frac{de}{dz} - \frac{1}{E} \frac{dE}{dz} + 0 = 0, \quad (1.7)$$

откуда:

$$\frac{1}{e} \frac{de}{dz} = \frac{1}{E} \frac{dE}{dz}. \quad (1.8)$$

Обе части этого уравнения надо выразить через измерение давления  $p$  и температуры  $T$ . Покажем, что относительные изменения с высотой  $e$  и  $p$  одинаковы. Это следует из-за постоянства массовой доли водяного пара в ненасыщенном влажном воздухе:

$$q = 0,622e / p = const. \quad (1.9)$$

Возьмем логарифмическую производную по высоте и получим:

$$\frac{1}{e} \frac{de}{dz} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dz} = -\frac{pg}{pRT} = -\frac{g}{RT} \quad (1.10)$$

(здесь для  $\frac{dp}{dz}$  использовано уравнение статики). Далее воспользуемся уравнением

Клаузиуса-Клайперона и получим:

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dz} = \frac{1}{E} \frac{dE}{dT} \frac{dT}{dz} = \frac{L}{R_n T^2} \frac{dT}{dz}. \quad (1.11)$$

Подставим (1.10) и (1.11) в (1.8) и получим уравнение для определения  $\frac{dT}{dz}$ .

После преобразований найдем:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{L} \frac{T^2}{T} \frac{R_n}{R} \approx -1,6 \frac{gT}{L}, \quad (1.12)$$

где ( $R_n/R \approx 1,6$ ). Подставим в (1.12) заданные величины вместе с единицами

измерения:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{1,6 \cdot 9,8 \text{ м} / \text{с}^2 \cdot (273 + 20 \text{ К})}{2,45 \cdot 10^6 \text{ Дж} / \text{кг}} = 0,188 \text{ К} / 100 \text{ м} .$$

Заметим, что в Прил.4 на с.103 в [8] даны значения  $L$ , уменьшенные в  $10^6$  раз, т.е. умноженные на  $10^{-6}$ . Действительно, истинное значение  $L=2,45 \cdot 10^6 \text{ Дж} / \text{кг}$ , а  $L \cdot 10^{-6}=2,45 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} / \text{кг}=2,45 \text{ Дж} / \text{кг}$ .

#### **4.2. Геострофический и градиентный ветер. Термический ветер и геострофическая адвекция температуры.**

При решении задач этого раздела используются барометрические формулы и понятия геопотенциала ([8], с. 36-38), выражения для геострофического ветра и его изменений с высотой, а также выражения для адвективных изменений температуры ([8], с. 43, 48, 51).

Составляющие геострофического ветра могут быть выражены как через горизонтальный градиент давления на соответствующем уровне, так и через горизонтальный градиент абсолютного геопотенциала  $H_p$  изобарической поверхности, проходящей через рассматриваемую точку:

$$u_g = -\frac{1}{\rho l} \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{9,8}{l} \frac{\partial H_p}{\partial y} \quad (1.13)$$

$$v_g = \frac{1}{\rho l} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{9,8}{l} \frac{\partial H_p}{\partial x} . \quad (1.14)$$

При наличии горизонтальной неоднородности температуры горизонтальный градиент давления изменяется с высотой. Соответственно изменяется и геострофический ветер. Вектор приращения геострофического ветра с высотой называют термическим ветром. Наиболее простые выражения для составляющих термического ветра легко получить прямо из уравнения статики:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{pg}{RT} \rightarrow d(\ln p) = -g \frac{dz}{RT} . \quad (1.15)$$

Если толщина слоя  $z_2-z_1$  не очень велика,  $T \approx \bar{T}$  (где  $\bar{T}$  - средняя по высоте температура слоя). Тогда:

$$\ln p_2 - \ln p_1 \approx -\frac{g(z_2 - z_1)}{RT} . \quad (1.16)$$

Продифференцируем (1.16) по  $x$ :

$$\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{g(z_2 - z_1)}{R\bar{T}^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}. \quad (1.17)$$

Подставим согласно уравнению состояния  $p_{1,2} = \rho_{1,2} R T_{1,2}$  и умножим все уравнения на  $R T_2$ :

$$\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} - \frac{T_2}{T_1} \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{T_2}{\bar{T}} \frac{g(z_2 - z_1)}{\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}.$$

Учитывая, что  $\frac{T_2}{T_1} \approx \frac{T_2}{\bar{T}} \approx 1$ , а также используя формулу (1.14), получим:

$$v_T = v_{g_2} - v_{g_1} \approx \frac{g(z_2 - z_1)}{l\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}. \quad (1.18)$$

Совершенно аналогично, дифференцируя (1.16) по  $y$  и подставляя (1.13), найдем:

$$u_T = u_{g_2} - u_{g_1} \approx -\frac{g(z_2 - z_1)}{l\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}. \quad (1.19)$$

Если в качестве исходных данных известен относительный геопотенциал слоя  $p_3 - p_4$ , можно заменить градиент температуры градиентом относительного геопотенциала. Слой  $p_3 - p_4$ , вообще говоря, может не совпадать со слоем  $p_1 - p_2$ , для которого рассчитывался термический ветер. Поскольку  $\bar{T}$  и  $grad\bar{T}$  мало меняются с высотой, это не вносит заметной ошибки:

$$H_{p_3}^{p_4} = \frac{R\bar{T}}{9,8} \ln \frac{p_3}{p_4} \rightarrow \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{9,8}{R \ln(p_3/p_4)} \frac{\partial H_{p_3}^{p_4}}{\partial y}.$$

Здесь  $\bar{T}$  - средняя температура в слое  $p_3 - p_4$ . В свою очередь,

$$g(z_2 - z_1) = 9,8 H_{p_1}^{p_2} = R\bar{T} \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.20)$$

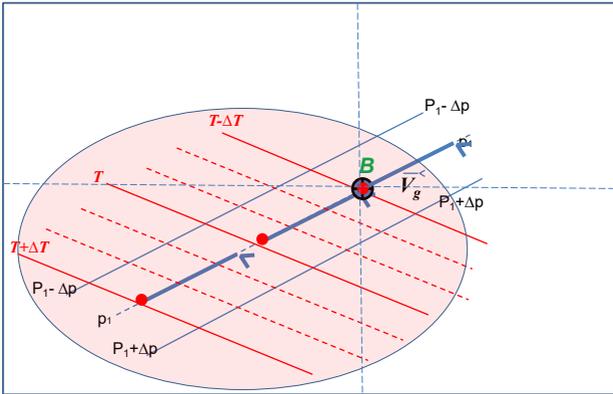
Тогда:

$$u_T = -\frac{9,8}{l} \left( \ln \frac{p_1}{p_2} \right) \left/ \ln \frac{p_3}{p_4} \right. \cdot \frac{\partial H_{p_3}^{p_4}}{\partial y}. \quad (1.21)$$

Если слои  $p_1 - p_2$  и  $p_3 - p_4$  совпадают, формула (1.21) упрощается:

$$u_T = -\frac{9,8}{l} \frac{\partial H_{p_1}^2}{\partial y}. \quad (1.22)$$

Аналогичные выражения можно получить для составляющей  $v_T$  и модуля  $V_T$ . Формулы (1.18) - (1.22) позволяют определить изменение с высотой величины и направления геострофического ветра.



Если изобары и изотермы не параллельны, наблюдается адвекция температуры, т.е. локальное изменение температуры, вызванное перемещением воздушных масс в горизонтально неоднородном поле температуры. Геострофическая адвекция температуры описывается выражением:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = - \left( u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -V_g \frac{\partial T}{\partial n} \cos \varepsilon = -V_g \frac{\partial T}{\partial n} \sin \delta. \quad (1.23)$$

Здесь  $V_g$  и  $\frac{\partial T}{\partial n}$  - модули геострофического ветра и градиента температуры;  $\varepsilon$  - угол между направлениями ветра и градиента температуры;  $\delta$  - угол между градиентами давления и температуры, отсчитываемый от барического градиента к термическому (положительный при отсчёте против часовой стрелки) (см. рис. 1.1).

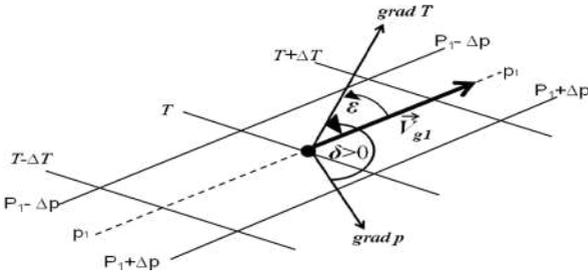


Рис. 1.1,а. Адвекция холода.

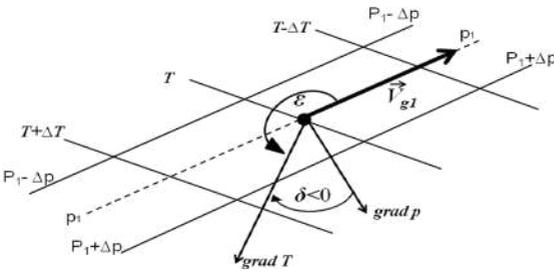


Рис. 4.1, б. Адвекция тепла.

Рис. 4.1. Геоострофическая адвекция температуры при различных углах между ветром и градиентом температуры.

В первом случае (рис 1.1, а) отражена ситуация, при которой угол  $\varepsilon$  может иметь численное значение в интервале  $\pm \frac{\pi}{2}$ , ( $-\frac{\pi}{2} < \varepsilon < \frac{\pi}{2}$ ). Следовательно,

$\cos \varepsilon > 0$  и, согласно формуле (1.23), получается  $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_a < 0$ , т.е. имеет место

адвекция холода. Во втором случае (рис. 1.1, б)  $\frac{\pi}{2} < \varepsilon < \frac{3\pi}{2}$  – имеет место

адвекция тепла.

Составляющие градиента температуры в формуле (1.23) можно выразить через термический ветер, т.е. через изменение геоострофического ветра с высотой. Так, согласно (1.18),

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{l \bar{T} v_T}{g \Delta z} = \frac{l \bar{T}}{g} \frac{\Delta v_g}{\Delta z}.$$

При малой толщине слоя  $T_1 \approx T_2 \approx \bar{T} = T$ ,  $\frac{\Delta v_g}{\Delta z} \approx \frac{\partial v_g}{\partial z}$  и тогда

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{l T}{g} \frac{\partial v_g}{\partial z}, \quad \text{аналогично} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{l T}{g} \frac{\partial u_g}{\partial z}.$$

В этом случае формула (1.23) примет вид:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = - \left( u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -\frac{l T}{g} \left( u_g \frac{\partial v_g}{\partial z} - v_g \frac{\partial u_g}{\partial z} \right). \quad (1.24)$$

Далее составляющие геострофического ветра выразим через модуль  $V_g$  и угол  $\alpha$  между направлением ветра и осью  $x$  (см. рис. 1.2). Направление осей выбрано произвольно, но, ради наглядности вывода,  $\alpha < \frac{\pi}{2}$ .

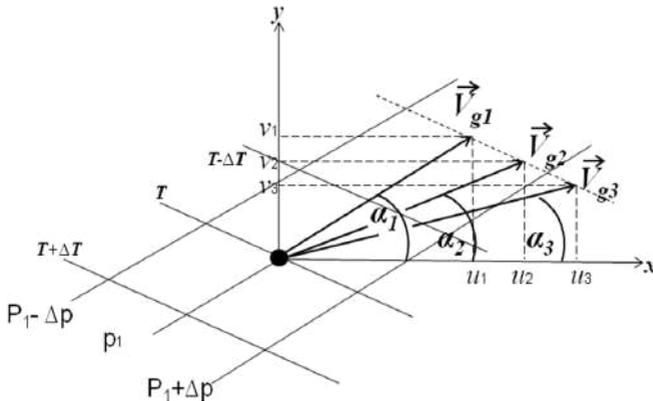


Рис. 4.2. Связь между поворотом геострофического ветра и изменением его составляющих с высотой.

Очевидно, что  $u_g = V_g \cos \alpha$ ,  $v_g = V_g \sin \alpha$ . Тогда:

$$u_g = V_g \cos \alpha, \quad \frac{\partial u_g}{\partial z} = \frac{\partial V_g}{\partial z} \cos \alpha - V_g \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial z},$$

$$v_g = V_g \sin \alpha, \quad \frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{\partial V_g}{\partial z} \sin \alpha + V_g \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial z}.$$

Подставив эти выражения в (1.24) и приведя подобные члены, получим:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = -\frac{lT}{g} V_g^2 \frac{\partial \alpha}{\partial z} \quad (1.25)$$

Как видно на рис. 1.2, угол  $\alpha$  имеет положительную величину, но уменьшается с высотой, т.е.  $\frac{\partial \alpha}{\partial z} < 0$  и значит, согласно формуле (1.25), в фиксированной точке будет отмечаться повышение температуры. Из этого анализа следует правило - при изменении направления ветра с высотой по часовой стрелке происходит адвекция тепла и, как следствие этого – локальное повышение температуры воздуха.

Угол  $\alpha$  выбран произвольно и не имеет физического смысла, поэтому обычно переходят к отсчёту угла от направления ветра на нижележащем уровне (положительное значение при отсчёте против часовой стрелки) (см. рис. 4.3)

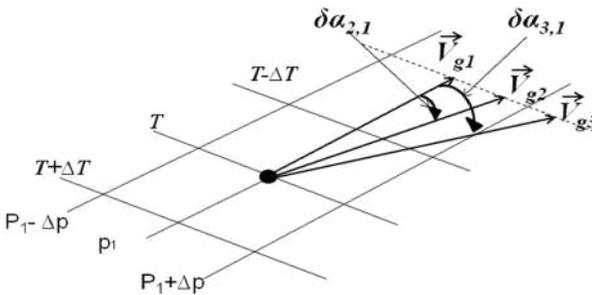


Рис. 4.3. Связь между поворотом геострофического ветра и локальным изменением температуры за счёт адвекции (адвективным изменением).

Иногда удобно перейти от изменений направления ветра по высоте к его изменениям по давлению. Согласно уравнению статики, можем записать:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{\partial \alpha}{\partial p} \frac{dp}{dz} = -g\rho \frac{\partial \alpha}{\partial p} = -g \frac{p}{RT} \frac{\partial \alpha}{\partial p}, \quad (1.26)$$

и формула (1.25) примет вид:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_a = \frac{lp}{R} V_g^2 \frac{\partial \alpha}{\partial p}, \quad (1.27)$$

**Задача 3.** На высоте 1 км геострофический ветер юго-юго-восточный, 6 м/с, а на высоте 2 км – юго-восточный, 6,5 м/с. На какой высоте ветер станет восточным и какова при этом его скорость, если горизонтальный градиент температуры постоянен по высоте? Найдите геострофическую адвекцию температуры в слое от 1 до 2 км. Средняя температура слоя равно 273 К, широта места 60°.

**Решение.** Изменение ветра с высотой показано на рис. 1.4. Известное изменение ветра в слое  $z_1 - z_2$  надо экстраполировать на большую высоту  $z_3$ . Используем стандартную географическую систему координат (в которой ось  $x$  направлена вдоль широтного круга на восток, а ось  $y$  – вдоль меридиана на север).

Из рисунка видно, что  $\alpha_1 = 22,5^\circ$ ,  $\alpha_2 = 45^\circ$ ,  $u_{g1} = -V \sin \alpha_1 = -2,3 \text{ м/с}$ ,

$$v_{g1} = V_{g1} \cos \alpha_1 = 5,5 \text{ м/с}, \quad u_{g2} = -V_{g2} \sin \alpha_2 = -4,6 \text{ м/с},$$

$v_{g2} = V_{g2} \cos \alpha_2 = 4,6 \text{ м/с}$ , для широты места  $\varphi = 60^\circ$  параметр Кориолиса равен

$$l = 2\omega \sin \varphi = 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot 0,867 = 1,264 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}.$$

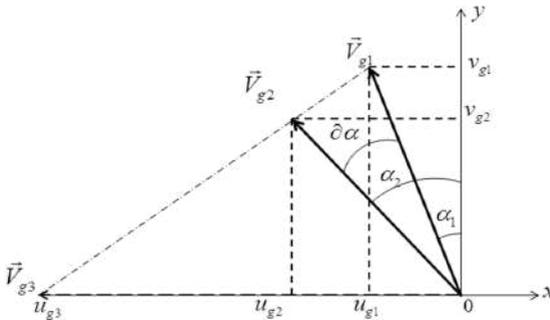


Рис. 4.4. Изменение геострофического ветра с высотой

Знак минус перед численными значениями составляющих (проекций) ветра  $u_{g1}$  и  $u_{g2}$  говорит о том, что эти проекции направлены противоположно выбранному направлению оси  $ox$ . Приращение ветра в слое  $z_1 - z_2$  равно:

$$u_{g2} - u_{g1} = -\frac{g(z_2 - z_1)}{l\bar{T}_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}, \quad v_{g2} - v_{g1} = \frac{g(z_2 - z_1)}{l\bar{T}_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}, \quad (1.28)$$

а в слое  $z_2 - z_3$ :

$$u_{g3} - u_{g2} = -\frac{g(z_3 - z_2)}{l\bar{T}_2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}, \quad v_{g3} - v_{g2} = \frac{g(z_3 - z_2)}{l\bar{T}_2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}. \quad (1.29)$$

При этом, согласно условию, градиент температуры не зависит от высоты, а средние температуры слоев мало отличаются, т.е.  $\frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1} \approx 1$ , поэтому:

$$\frac{u_{g3} - u_{g2}}{u_{g2} - u_{g1}} = \frac{v_{g3} - v_{g2}}{v_{g2} - v_{g1}} \approx \frac{z_3 - z_2}{z_2 - z_1}. \quad (1.30)$$

В соответствии с условием задачи  $v_{g3} = 0$  (ветер восточный); кроме того,  $v_{g1}$  и  $v_{g2}$  тоже известны. В этом случае из 2-ой части уравнения (1.30) найдем:

$$\frac{z_3 - z_2}{z_2 - z_1} = \frac{-4,6 м/с}{(4,6 - 5,5) м/с} = 5,1, \quad z_3 = z_2 + 5,1(z_2 - z_1) = 7,1 км$$

А из 1-ой части уравнения (1.30) получим:

$$u_{g3} = u_{g2} + (u_{g2} - u_{g1}) \frac{(z_3 - z_2)}{(z_2 - z_1)} = -4,6 м/с + (-4,6 + 2,3) м/с \cdot 5,1 = -16,3 м/с.$$

Итак,  $V_{g3} = -u_{g3} = 16 м/с$ , ветер восточный.

Адвекцию температуры в слое 1-2 км легко найти по формуле (1.25). При этом следует учесть, что, когда угол входит в алгебраические формулы (а не в тригонометрические функции), его следует выражать в радианах (величинах, не имеющих размерности). Кроме того, в качестве скорости геострофического ветра в формулу (1.25) следует подставлять модуль средней векторной величины. Однако, при небольших значениях разности углов  $\alpha$  можно использовать среднеарифметическую величину. В результате получим:

$$\partial\alpha = -\frac{22,5^\circ}{180^\circ} \cdot 3,14 = -0,392, \quad \bar{V}_g = \frac{1}{2}(6 + 6,5) \text{ м/с} = 6,2 \text{ м/с},$$

$$l = 1,264 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_a = -\frac{l\bar{T}}{g} V_g^2 \frac{\partial\alpha}{\partial z} = -\frac{1,264 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}}{9,8 \text{ м/с}^2} \cdot 6,2^2 (\text{м/с})^2 \cdot \frac{0,392}{10^3 \text{ м}} \cdot (24 \cdot 3600) \frac{\text{с}}{\text{сут}} =$$

$$= -4,6 \text{ К/сут}$$

**Задача 4.** На уровне 1000 гПа геострофический ветер юго-западный, 8,5 м/с; на уровне 500 гПа ветер достигает минимума. Изогипсы  $OT_{1000}^{500}$  имеют широтное направление. Найти геострофический ветер на уровне 700 гПа.

**Решение.** Термический ветер направлен вдоль изогипсы, причем с запада на восток, поскольку широтная составляющая геострофического ветра убывает с высотой и обращается в нуль на некоторой высоте. Составляющая  $v_g$  (перпендикулярная термическому ветру) с высотой не меняется (см. рис. 1.5).

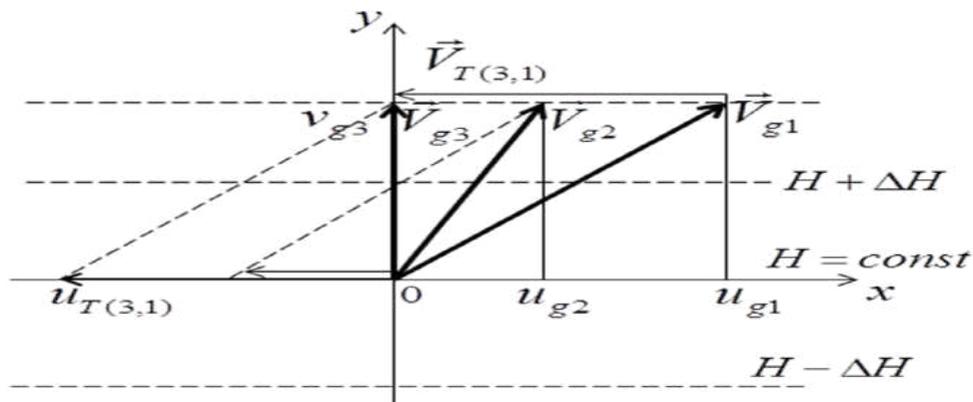


Рис. 4.5. Изменение геострофического ветра с высотой.

Модуль геострофического ветра убывает с высотой. На той высоте, где составляющая  $u_g = 0$ , он равен составляющей  $v_g$  и достигает минимума. Таким

образом,  $v_{g1} = v_{g2} = v_{g3} = V_{g3} = V_{g1} \cos 45^\circ = 6,0 \text{ м/с}$ . Т.е. минимальный ветер равен  $6 \text{ м/с}$  и направлен на север. Теперь найдем ветер на промежуточном уровне  $700 \text{ гПа}$ . Из рис. 1.5 видно, что  $u_{g3} = u_{g1} + u_{T(3,1)} = 0 \rightarrow u_{T(3,1)} = -u_{g1} = -V_{g1} \sin 45^\circ = -6 \text{ м/с}$ . Согласно формуле (1.22), в слое 1000-500 гПа:

$$u_{T(3,1)} = -\frac{9,8}{l} \frac{\partial H_{1000}^{500}}{\partial y}. \quad (1.31)$$

Но в слое  $1000-700 \text{ гПа}$  по формуле (1.21):

$$u_{T(2,1)} = -\frac{9,8}{l} \left( \ln \frac{1000}{700} / \ln \frac{1000}{500} \right) \cdot \frac{\partial H_{1000}^{500}}{\partial y}. \quad (1.32)$$

Из (1.31) и (1.32) следует:

$$\frac{u_{T(2,1)}}{u_{T(3,1)}} = \ln \frac{1000}{700} / \ln \frac{1000}{500} \rightarrow u_{T(2,1)} = u_{T(3,1)} \frac{\ln 1,43}{\ln 2} = -3,1 \text{ м/с},$$

$$u_{g2} = u_{g1} + u_{T(2,1)} = (6,0 - 3,0) \text{ м/с} = 2,9 \text{ м/с},$$

$$V_{g2} = \sqrt{u_{g2}^2 + v_{g2}^2} = 6,7 \text{ м/с}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u_{g2}}{v_{g2}} = 0,484, \quad \alpha = 25^\circ$$

Итак, на уровне  $700 \text{ гПа}$  геострофический ветер юго-юго-западный,  $6,7 \text{ м/с}$ .

### 4.3. Поверхности раздела.

Условие непрерывности давления на поверхности раздела теплой и холодной воздушной масс (динамическое условие) позволяет получить в самом общем виде выражение для определения угла наклона  $\alpha$  фронтальной поверхности к горизонту в направлении, перпендикулярном фронтальной линии:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial p_+}{\partial y} - \frac{\partial p_-}{\partial y}}{\frac{\partial p_+}{\partial z} - \frac{\partial p_-}{\partial z}}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0,$$

где  $z = \xi(x, y, t)$  - уравнение фронтальной поверхности;

$\frac{\partial p_+}{\partial y}$  и  $\frac{\partial p_-}{\partial y}$  - составляющие горизонтального градиента давления в направлении, перпендикулярном линии фронта, соответственно в теплой и холодной воздушных массах;

$\frac{\partial p_+}{\partial z}$  и  $\frac{\partial p_-}{\partial z}$  - вертикальные градиенты давления соответственно в теплой и холодной воздушных массах; ось  $ox$  направлена вдоль линии фронта, ось  $oy$  перпендикулярна линии фронта (см.рис.1.7).

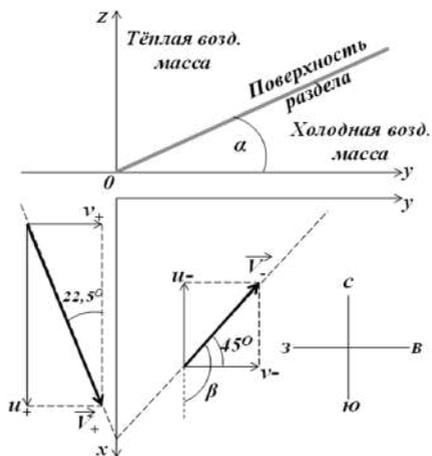
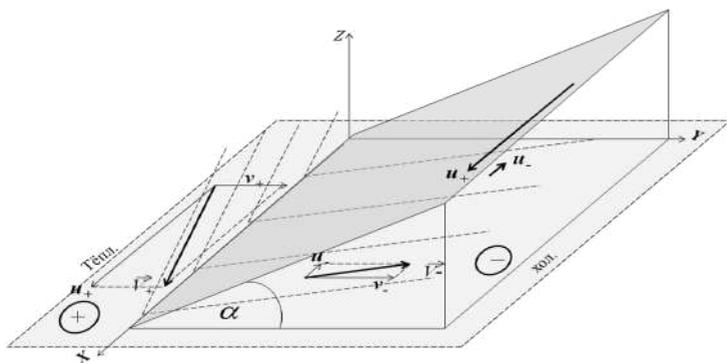


Рис. 4.7. Схема поля ветра в области фронта.

Использование уравнения статики, геострофических соотношений, а также связи между горизонтальными градиентами давления и градиентами геопотенциала изобарических поверхностей позволяют получить ряд удобных для расчета величины  $tg\alpha$  формул, например:

$$tg\alpha = \frac{\bar{T}}{\Delta T} \frac{l}{g} (u_+ - u_-) \text{ или } tg\alpha = -\frac{\bar{T}}{\Delta T} \frac{9,8}{g} \left( \frac{\partial H_+}{\partial y} - \frac{\partial H_-}{\partial y} \right), \quad (1.35)$$

где  $\bar{T}$  - средняя температура в воздушных массах, выраженная в Кельвинах;  $H_+$  и  $H_-$  - геопотенциальных высоты изобарических поверхностей соответственно в теплой и холодной воздушных массах, выраженные в геопотенциальных метрах;  $g$  - ускорение свободного падения,  $m/c^2$ ;  $l = 2\omega \cdot \sin \varphi$  - параметр Кориолиса;  $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} c^{-1}$  - угловая скорость вращения Земли;  $\Delta T = T_+ - T_-$  - разность температур воздушных масс ( $T_+ > T_-$ );  $u_+ - u_-$  - разность касательных к линии фронта проекций векторов скорости ветра в теплой и холодной воздушных массах (с учетом знака величины в соответствии с выбранным направлением оси  $x$ ).

Следствием динамических условий является еще одно важное равенство:

$$\frac{\partial p_+}{\partial x} = \frac{\partial p_-}{\partial x} \text{ или } v_+ = \frac{T_+}{T_-} \cdot v_- \approx v_- \approx v_\phi, \text{ где } v_\phi - \text{ скорость перемещения фронта;}$$

$v_+$  и  $v_-$  - проекции вектора скорости на направление, перпендикулярное линии фронта, в теплой и холодной воздушных массах соответственно. Кроме динамических условий, на фронтальной поверхности выполняются кинематические условия:

$$w = \frac{\partial \xi}{\partial t} + v \frac{\partial \xi}{\partial y},$$

где  $w$  - вертикальная составляющая скорости ветра на фронтальной поверхности;  $t$  - время.

Кинематические условия позволяют связать разность вертикальных составляющих скорости ветра на фронтальной поверхности в теплой и холодной воздушных массах с разностью проекций геострофического ветра на линию фронта:

$$w_+ - w_- = v_\phi \frac{\Delta T}{\bar{T}} tg\alpha = \frac{lv_\phi}{g} (u_+ - u_-). \quad (1.36)$$

### Практические рекомендации к решению задач.

1. Направить ось  $ox$  вдоль линии фронта.
2. При использовании значений проекций скоростей  $u_+$ ,  $u_-$ , а также проекций горизонтальных градиентов давления  $\frac{\partial p_+}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial p_-}{\partial y}$  должен учитываться их знак в соответствии с выбором направления осей  $ox$  и  $oy$ .
3. При построении рисунка соблюдать условия правого поворота ветра при прохождении фронта и непрерывности нормальной к линии фронта составляющей скорости ветра.
4. При известных значениях векторов скорости ветра в теплой и холодной воздушных массах величина разности  $u_+ - u_-$ , скорость перемещения фронта (и нормальные к линии фронта составляющие скорости ветра), а также направление ориентации линии фронта определяются из треугольника, построенного на заданных векторах скорости при совмещении начальных точек векторов (см. рис. 1.8). При этом, как видно из рисунка, отрезок, соединяющий концы векторов  $\vec{V}_+$  и  $\vec{V}_-$ , равен разности касательных к фронту составляющих скоростей ( $u_+ - u_-$ ), а направление отрезка параллельно направлению линии фронта; перпендикуляр, опущенный из начала векторов на этот отрезок, представляет собой величину, равную скорости перемещения фронта.

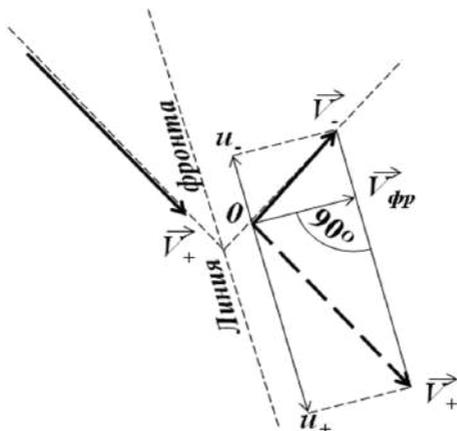


Рис. 4.8. Схема фронта с векторами скорости ветра.

**Задача 7.** Ветер в холодной воздушной массе, имеющей температуру  $10^{\circ}\text{C}$  и находящейся восточнее меридионально-ориентированного фронта, юго-западный и равен  $5\text{ м/с}$ . В теплой воздушной массе с температурой  $20^{\circ}\text{C}$  ветер северо-северо-западный. Определить наклон поверхности раздела к поверхности горизонта, скорость ветра в теплой воздушной массе, скорость перемещения фронта и вертикальную скорость на поверхности раздела в теплой воздушной массе. Широта места  $60^{\circ}$ . Считать, что в холодной воздушной массе вертикальные движения отсутствуют.

**Решение.** Выполним рисунок в двух плоскостях: вертикальный разрез в плоскости  $yoz$ , перпендикулярной линии фронта, и горизонтальный – в плоскости  $xoy$ , направляя ось  $ox$  вдоль линии фронта (рис. 1.7).

Из условия непрерывности перпендикулярных к линии фронта проекций вектора скорости ветра следует равенство:

$$v_+ \approx v_- \text{ и } v_\phi = v_-.$$

Но согласно условию задачи:

$$v_- = V_- \cdot \cos 45^{\circ} = 5\text{ м/с} \cdot 0,707 \approx 3,5\text{ м/с}.$$

Следовательно,  $v_+ = 3,5\text{ м/с}$ ;  $v_\phi = 3,5\text{ м/с}$ .

$$V_+ = \frac{v_+}{\sin 22,5^{\circ}} = 5\text{ м/с} \cdot \frac{1}{0,323} \approx 13,0\text{ м/с}.$$

Для определения наклона поверхности раздела к плоскости горизонта находим проекции векторов скорости ветра на ось  $ox$  (т.е. на линию фронта) и их разность:

$$u_- = V_- \cdot \cos(90^\circ + 45^\circ) = -5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot 0,707 = -3,5 \text{ м} / \text{с};$$

$$u_+ = v_+ \cdot \text{ctg} 22,5^\circ = 3,5 \text{ м} / \text{с} \cdot 2,41 = 8,45 \text{ м} / \text{с};$$

$$u_+ - u_- = 8,45 \text{ м} / \text{с} - (-3,5) \text{ м} / \text{с} = 12,0 \text{ м} / \text{с}; \Delta T = 10^\circ; \bar{T} = 288 \text{ К}.$$

Далее определяем величину  $\text{tg} \alpha$  и  $w_+$  по формулам (1.35-1.36):

$$\text{tg} \alpha = \frac{288 \text{ К}}{10 \text{ К}} \cdot \frac{2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot \sin 60^\circ \cdot 12,0 \text{ м} / \text{с}}{9,8 \text{ м} / \text{с}^2} \approx 4,45 \cdot 10^{-3};$$

$$w_+ = 0 + 3,5 \text{ м} / \text{с} \cdot \frac{10 \text{ К}}{288 \text{ К}} \cdot 4,45 \cdot 10^{-3} \approx 5,36 \cdot 10^{-4} \text{ м} / \text{с} \approx 0,05 \text{ см} / \text{с}.$$

#### 4.4. Стационарный, горизонтально-однородный пограничный слой

Пограничным слоем называют область атмосферы, в которой, в отличие от свободной атмосферы, динамические и термические процессы в значительной степени определяются турбулентностью. Именно турбулентность обеспечивает вертикальный обмен количеством движения (импульсом), количеством тепла, водяным паром и другими субстанциями в пограничном слое. По вертикали эта область распространяется непосредственно от подстилающей поверхности до высот в несколько сотен метров (иногда до 1,5-2х км).

Вертикальный обмен количеством движения, обусловленный турбулентностью, создаёт в пограничном слое массовую силу турбулентного трения, отсутствующую в свободной атмосфере. Вместе с двумя другими массовыми силами, а именно, с силой барического градиента  $\vec{F}_p$  и силой Кориолиса  $\vec{F}_k$ , сила турбулентного трения  $\vec{F}_\tau$  участвует в формировании скорости ветра  $\vec{V}$ . Это и отражено общей векторной формой уравнения движения в горизонтальной плоскости:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_p + \vec{F}_k + \vec{F}_\tau.$$

При отсутствии ускорения ( $\frac{d\vec{V}}{dt} = 0$ ), что соответствует условиям установившегося и горизонтально-однородного движения, должен выполняться

баланс вышеназванных трёх сил, т.е.:

$$0 = \vec{F}_p + \vec{F}_k + \vec{F}_\tau.$$

Соответствующие известные выражения сил через параметры воздушного потока позволяют записать следующие два уравнения, отражающие баланс сил в проекциях на горизонтальные оси  $OX$  и  $OY$ :

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega_z v + \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} \\ 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega_z u + \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Здесь  $\omega_z = \omega \sin \varphi$ . Последние слагаемые в правых частях уравнений (2.1) отражают силу трения. Именно этой системой уравнений определятся распределение скорости ветра по высоте в пограничном слое атмосферы в установившихся горизонтально-однородных условиях.

Известный геострофический баланс сил барического градиента и Кориолиса, определяемый соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega_z v_g \\ 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega_z u_g \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

позволяет преобразовать уравнения системы (1.1) к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz} + 2\omega_z (v - v_g) &= 0, \\ \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz} - 2\omega_z (u - u_g) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Задача решается с использованием следующих упрощений: горизонтальный градиент давления, определяющий величину геострофического ветра, с высотой не меняется, и коэффициент турбулентности также принимается неизменным по высоте ( $k = \bar{k} = const$ ). При этих упрощениях система уравнений (2.3) позволяет получить аналитическое решение. При этом в системе координат, ось  $OX$  которой направлена вдоль вектора геострофического ветра, решение для компонент скорости  $u(z)$  и  $v(z)$  в северном полушарии имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u(z) &= V_g \cdot (1 - e^{-az} \cdot \cos az), \\ v(z) &= V_g \cdot (1 - e^{-az} \cdot \sin az) \end{aligned} \right\}$$

$$v(z) = V_g \cdot e^{-az} \cdot \sin az, \quad (2.4)$$

где  $a = \sqrt{\omega_z / k}$ ,  $\omega_z = \omega \cdot \sin \varphi > 0$ .

Графическое представление данного решения приведено на рисунках 2 и 3. На них видно, что изменение вектора скорости ветра по высоте характеризуется распределением, годограф которого на горизонтальной плоскости имеет вид кривой линии, условно называемой спиралью Экмана. Более подробно об этом см. в [4], [5]. На рисунках 4.9 и 4.10 эта кривая изображена пунктирной линией на горизонтальной плоскости  $xOy$ . На этой кривой лежат концы векторов скорости ветра, спроектированных с различных уровней  $z$  на горизонтальную плоскость.

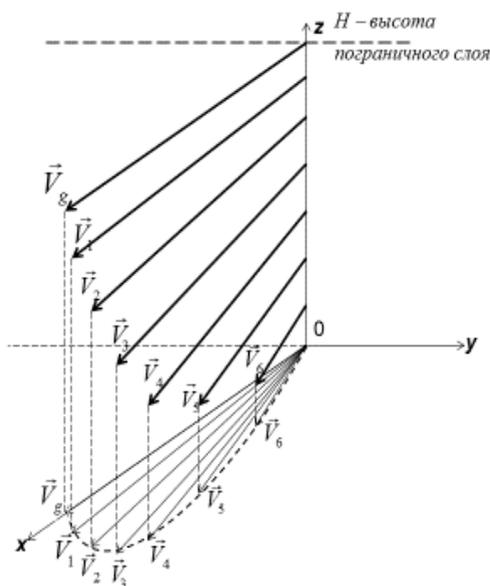


Рис. 4.9. Трёхмерное изображение вертикального распределения скорости ветра в планетарном пограничном слое атмосферы.

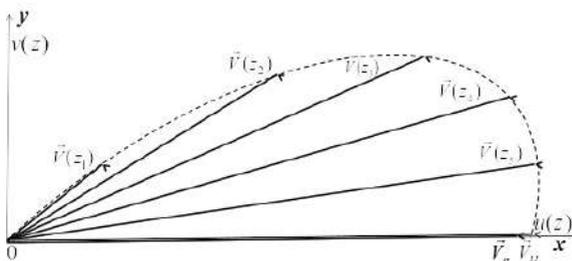


Рис.4.10. Качественное представление распределения скорости ветра с высотой в проекции на горизонтальную плоскость. Спираль Экмана.

Среднее значение коэффициента турбулентности  $\bar{k}$  определяется с использованием так называемой «интегральной» модели пограничного слоя атмосферы, включающей в себя уравнение баланса энергии турбулентности и гипотезы замыкания Монина-Обухова в интегральной форме. В зависимости от формы задания условий стратификации среднее значение величины  $\bar{k}$  может быть рассчитано по одной из двух формул:

$$\bar{k} = m \frac{V_g^2}{\omega_z} \left( 1 + \frac{\pi g}{2 T} \frac{P_0}{\rho c_p} \frac{1}{\omega_z V_g^2} \right), \quad (2.5)$$

$$\bar{k} = m \frac{V_g^2}{\omega_z} \frac{1}{\left( 1 + \frac{m \pi g}{\omega_z^2 T} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)}, \quad (2.6)$$

где  $V_g$  - модуль скорости геострофического ветра;  $P_0$  - турбулентный поток

тепла в приземном слое;  $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a \right)$  - средний по пограничному слою

вертикальный градиент потенциальной температуры;  $\bar{T}$  - средняя температура воздуха (в шкале Кельвина);  $m = 10^{-5}$  - постоянный коэффициент;  $\gamma_a$  - величина, известная как сухоадиабатический градиент и равная  $\gamma_a = 0,98K / 100M$ .

За высоту пограничного слоя атмосферы принимается тот уровень (по определению Экмана), на котором направление вектора скорости, соответствующего расчётным формулам (2.4), совпадает с направлением

геострофического ветра. Требуемое условие для направления ветра означает, что проекция  $v(z)$  вектора скорости на направление оси  $Oy$  равна нулю, т.е.

$$v(H) = V_g \cdot e^{-aH} \cdot \sin aH = 0.$$

Из последнего равенства следует, хотя бы один из трёх сомножителей должен быть равен нулю. Единственным сомножителем, который может принимать нулевые значения, является величина  $\sin aH$ . Выполнение этого условия приводит к соотношению (см. [4], [5]):

$$aH = \pi. \quad (2.7)$$

Отсюда следует выражение для определения верхней границы (высоты) пограничного слоя, соответствующего условию Экмана:

$$H = \pi \frac{1}{a} = \pi \sqrt{\frac{\bar{k}}{\omega_z}}. \quad (2.8)$$

**Задача 1.** Для установившегося, горизонтально-однородного движения определить: а)-средний коэффициент турбулентности и высоту пограничного слоя (где ветер совпадает с геострофическим по направлению) при нейтральной стратификации, если геострофический ветер равен 6м/с.; б)- скорость и направление ветра на высотах 300 м, 600м, 900м; в)- величину и направление действующих сил на тех же высотах. Широта места  $70^0$ .

По результатам расчётов построить годограф скорости ветра. Вектора сил на разных высотах нанести на рисунок в соответствующих этим высотам точках годографа скорости.

**Решение.**

**Определим среднее значение коэффициента турбулентности.**

Предварительно находим величину  $\omega_z$ :  $\omega_z = \omega \cdot \sin 75 = 0,77$ .

По условию задачи стратификация нейтральная, следовательно,  $P_0 = 0$  и  $\frac{d\theta}{dz} = 0$ . Тогда формулы (15) и (16) дают один и тот же результат:

$$\bar{k} = m \frac{V_g^2}{\omega_z} = 10^{-5} \cdot \frac{64 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}}{7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot 0,77} \approx 6 \text{ м}^2 / \text{с};$$

$$a = \sqrt{\omega_z / \bar{k}} = \sqrt{7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot 0,77 / 6 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}} \approx 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}.$$

**Рассчитаем составляющие вектора скорости ветра  $u$  и  $v$  на высоте 300 м:**

$$az = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1} \cdot 300 \text{ м} = 0,99;$$

$$u = 8 \text{ м/с} \cdot (1 - e^{-0,99} \cdot \cos 0,99) = 8(1 - \frac{0,5}{2,7}) = 7 \text{ м/с};$$

$$v = 8 \text{ м/с} \cdot 0,71 / 2,7 = 2 \text{ м/с};$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{49 + 4} = 7,5 \text{ м/с}.$$

Тогда угол между направлением ветра  $V(z)$  на заданной высоте и направлением геострофического ветра (или осью  $ox$ ) определяется из отношения:

$$\operatorname{tg} \alpha = v(z) / u(z) = \frac{2 \text{ м/с}}{7 \text{ м/с}} = 0,3; \quad \alpha = 17^\circ.$$

Аналогичным образом должны быть проведены расчеты для других высот.

### Расчет действующих сил.

Движение в пограничном слое при отсутствии ускорения определяется равновесием трех сил, действующих на массу воздуха единичного объёма:

1. Сила барического градиента

$$F_p = \frac{\partial p}{\partial n}$$

направлена перпендикулярно изобарам в сторону низкого давления. С учетом геострофических соотношений ее величина может быть представлена в виде:

$$F_p = 2\omega_z \rho V_g.$$

2. Сила Кориолиса

$$F_k = 2\omega_z \rho V(z)$$

направлена под углом  $90^\circ$  вправо от вектора скорости (в северном полушарии).

3. Сила турбулентной вязкости  $\vec{F}_\tau$  при отсутствии ускорения должна удовлетворять условию баланса трёх сил:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_k + \vec{F}_\tau = 0,$$

из которого следует, что вектор силы трения равен и противоположен векторной сумме силы барического градиента и силы Кориолиса

$$\vec{F}_\tau = -(\vec{F}_p + \vec{F}_k).$$

Записанный баланс сил отражён на рисунке 4 а) и б). На рис. 4а) представлен геострофический баланс сил, т.е. баланс сил в свободной атмосфере; на рис.4б) представлен баланс сил, соответствующий высоте  $z_1$  вблизи подстилающей поверхности (в приземном слое атмосферы).

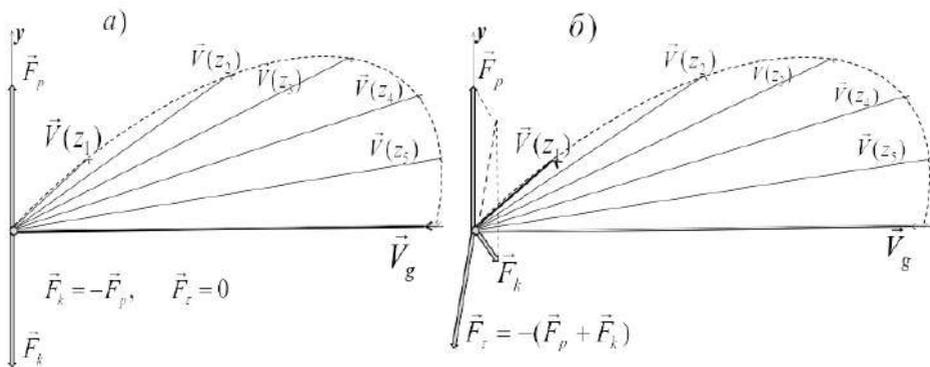


Рис. 4.11. Иллюстрация баланса сил в свободной атмосфере-4а) и в нижней части пограничного слоя атмосферы-4б).

$$F_\tau = \sqrt{F_\alpha^2 + F_\gamma^2},$$

где

$$F_\alpha = \rho \frac{d}{dz} k \frac{du}{dz}, \quad F_\gamma = \rho \frac{d}{dz} k \frac{dv}{dz}.$$

При заданном значении геострофического ветра, а также известном распределении по высоте составляющих скорости  $u(z)$  и  $v(z)$  величина  $F_\tau$ , в соответствии с уравнениями (13), может быть представлена в виде:

$$F_\alpha = -2\omega_z \rho (v - v_g); \quad F_\gamma = 2\omega_z \rho (u - u_g).$$

Направление силы  $F_\tau$  противоположно векторной сумме векторов  $F_p$  и  $F_k$ .

В соответствии с приведенными пояснениями получаем:

$$\begin{aligned} F_p &= 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 8 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1} = 11,66 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3, \\ F_k &= 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot 7,5 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1} = 10,85 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3, \\ F_\alpha &= 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot (2 - 0) \text{ м} \cdot \text{c}^{-1} = -2,92 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3, \\ F_\gamma &= 2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 0,77 \cdot 1,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot (7 - 8) \text{ м} \cdot \text{c}^{-1} = -1,46 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3, \\ F_\tau &= \sqrt{2,92^2 + 1,46^2} \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3 = 3,27 \cdot 10^{-5} \text{ Н} / \text{м}^3, \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \beta = F_y / F_x = 1,46 / 2,92 = 0,5, \quad \beta = 27^\circ.$$

**Высота пограничного слоя** согласно соотношению (18) равна:

$$H = \frac{3,14}{3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}} \approx 950 \text{ м}.$$

**Ответ:**  $V = 7,5 \text{ м/с}$ ,  $\alpha = 17^\circ$ ,  $\bar{k} = 6 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $H = 950 \text{ м}$ ,  
 $F_p = 11,7 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^3$ ,  $F_K = 10,9 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^3$ ,  $F_\tau = 3,27 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^3$ ,  
 $\beta = 27^\circ$ .

#### 4.5. Стационарный, горизонтально-однородный приземный слой.

**Модель, основанная на теории подобия (модель Монина-Обухова).**

В планетарном пограничном слое атмосферы особо выделяется область вблизи подстилающей поверхности (несколько десятков метров), называемая приземным слоем (над водной поверхностью используется название «приводный слой»). В пределах этого слоя относительное изменение турбулентных потоков различных субстанций составляет величину, много меньшую единицы. Поэтому полагается, что в пределах приземного слоя значения турбулентных потоков количества движения  $\tau = \rho v_z^2$ , тепла  $P_0$  и влаги  $E_0$  с высотой не меняются. Однако, распределение по высоте метеорологических параметров (скорости ветра, температуры и влажности) в приземном слое характеризуется наибольшими значениями вертикальных градиентов.

Указанные выше вертикальные распределения и турбулентные потоки различных субстанций существенно зависят от условий температурной стратификации и могут характеризоваться вертикальным градиентом потенциальной температуры  $\frac{\partial \theta}{\partial z} \approx \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a$ , величина которого в приземном слое может существенно меняться с высотой. Поэтому, используется более удобная характеристика стратификации- турбулентный поток тепла, величина которого сохраняет постоянное значение по высоте в пределах приземного слоя, равное значению  $P_0$  на подстилающей поверхности.

Качественный характер стратификации отражается тремя основными типами и определяется знаком величины турбулентного потока тепла  $P_0$ : отрицательный поток тепла ( $P_0 < 0$ ), направленный вниз к подстилающей поверхности, соответствует условиям устойчивой стратификации; отсутствие потока тепла (

$P_0 = 0$ ) соответствует условиям нейтральной стратификации; положительный поток тепла ( $P_0 > 0$ ), направленный вверх от подстилающей поверхности, соответствует условиям неустойчивой стратификации.

Реальная роль стратификации в приземном слое характеризуется безразмерным параметром  $z/L$ , представляющим собой отношение термического фактора к динамическому. Величина  $L$ , определяемая соотношением

$$L = - \frac{v_*^3}{\aleph \frac{g}{T} \frac{P_0}{\rho c_p}}, \quad (2.9)$$

имеет размерность длины и носит название «масштаб длины Монина – Обухова». Нетрудно убедиться, что параметр  $z/L$  определяется соотношением

$$\frac{z}{L} = - \aleph \frac{z}{v_*^3} \frac{g}{T} \frac{P_0}{\rho c_p}. \quad (2.10)$$

Из (2.10) следует, что при нейтральной стратификации  $P_0 = 0 \Rightarrow \frac{z}{L} = 0$ .

Кроме названных выше условий стратификации в приземном слое вводится понятие стратификации, близкой к нейтральной. Такая стратификация, независимо от того, устойчивая она или неустойчивая, определяется условием  $z/L \ll 1$ .

При стратификации, близкой к нейтральной, справедливы следующие распределения коэффициента турбулентности  $k(z)$ , скорости ветра  $u(z)$ , потенциальной температуры воздуха  $\theta(z)$  и массовой доли водяного пара  $q(z)$ :

$$k(z) = \aleph v_* z (1 - \beta \frac{z}{L}), \quad (2.11)$$

$$\Delta u \equiv u(z) - u(z_1) = \frac{v_*}{\aleph} \left( \ln \frac{z}{z_1} + \beta \frac{z - z_1}{L} \right), \quad (2.12)$$

$$\Delta \theta \equiv \theta(z) - \theta(z_1) = - \frac{P_0}{\rho c_p \aleph v_*} \left( \ln \frac{z}{z_1} + \beta \frac{z - z_1}{L} \right), \quad (2.13)$$

$$\Delta q \equiv q(z) - q(z_1) = -\frac{E_0}{\rho \varkappa v_*} \left( \ln \frac{z}{z_1} + \beta \frac{z - z_1}{L} \right), \quad (2.14)$$

где  $z_1$  - некоторый фиксированный уровень;  $\varkappa = 0,4$ ,  $\beta = 2,0$  - постоянные величины;  $v_*$  - динамическая скорость. Остальные обозначения приняты в соответствии с обозначениями в учебниках [4], [5] и задачнике [6].

Выполнение условия  $z/L \ll 1$ , соответствующего стратификации, близкой к нейтральной, следует проверить при решении задачи, предварительно определив величину  $L$  (см. формулу (2.9), приведенную ниже).

При наличии градиентных наблюдений на двух уровнях  $z_1$  и  $z_2$  формулы (2.11)-(2.14) позволяют рассчитать значения динамической скорости, турбулентных потоков тепла и влаги (скорость испарения), а также определить значения  $u$ ,  $\theta$ ,  $q$  и коэффициентов турбулентности на любой другой высоте в приземном слое атмосферы.

Действительно, полагая в формулах (2.12), (2.13), (2.14)  $z = z_2$ , нетрудно получить из них формулы для расчёта динамической скорости  $v_*$  (а значит и  $\tau_0 = \rho v_*^2$ ) и величин  $P_0$  и  $E_0$ :

$$v_* = \varkappa \frac{\Delta u}{\psi}, \quad \tau = \rho v_*^2, \quad (2.15)$$

$$P_0 = -\varkappa v_* \rho c_p \frac{\Delta \theta}{\psi}, \quad (2.16)$$

$$E_0 = -\varkappa v_* \rho \frac{\Delta q}{\psi}. \quad (2.17)$$

Здесь:  $\Delta u = u(z_2) - u(z_1)$ ,  $\Delta \theta = \theta(z_2) - \theta(z_1)$ ,

$$\Delta q = q(z_2) - q(z_1), \quad \Delta z = z_2 - z_1,$$

$$\psi = \ln \frac{z_2}{z_1} + \beta \frac{\Delta z}{L}. \quad (2.18)$$

Суммарный поток тепла  $\Pi_0$  определяется суммой явного потока тепла  $P_0$  и потока тепла испарения  $\tilde{\Gamma} E_0$  (скрытого потока тепла):

$$\Pi_0 = P_0 + \tilde{\Gamma} E_0,$$

где  $\tilde{\Gamma}$  - скрытая теплота парообразования (см.[6], приложение 4).

Возведя выражение (12) в квадрат и разделив его на выражение (2.13), несложными преобразованиями получим выражение для расчёта масштаба длины  $L$ , которое с достаточной точностью принимает вид:

$$L = \frac{[u(z_2) - u(z_1)]^2}{\frac{g}{T} [\theta(z_2) - \theta(z_1)] \cdot \ln \frac{z_2}{z_1}}. \quad (2.19)$$

Следует отметить, что в области малых высот ( $z < 5M$ ) разность значений потенциальной температуры может быть заменена разностью значений обычной температуры (с точностью до величины  $\gamma_a \cdot \Delta z$ , где  $\gamma_a = 0,98 K/100M$  - сухоадиабатический градиент):

$$\theta(z_2) - \theta(z_1) \approx T(z_2) - T(z_1).$$

Как следует из формул (2.11) - (2.14), при нейтральной стратификации зависимость коэффициента турбулентности от высоты становится линейной, а вертикальные профили скорости ветра  $u(z)$  и относительной доли водяного пара (удельной влажности)  $q(z)$  характеризуются чисто логарифмической зависимостью. Потенциальная температура при этом с высотой сохраняет постоянное значение.

**Задача 1.** Рассчитать значения динамической скорости и температуры на высоте 10 м, используя данные градиентных измерений (таб.1) и необходимые соотношения, справедливые для условий стратификации, близких к нейтральной.

Таблица №1.

$z$	м	0,5	4,0
$u$	м/с	5,0	6,2
$t$	$^{\circ}C$	20,0	19,0

**Решение.** Значение динамической скорости может быть определено из линейно-логарифмического профиля (12):

$$v_* = \frac{u(z_2) - u(z_1)}{\ln \frac{z_2}{z_1} + \beta \frac{\Delta z}{L}}, \quad \Delta z = z_2 - z_1.$$

При использовании данной формулы предварительно необходимо рассчитать значение величины  $L$  в соответствии с формулой (19). Значение средней температуры в параметре плавучести необходимо выражать в шкале Кельвина.

Согласно исходным данным,

$$u(z_2) - u(z_1) = 1,2M / c;$$

$$T(z_2) - T(z_1) = -1K;$$

$$z_2 - z_1 = 3,5M.$$

Определяем значение  $L$ , используя формулу (19):

$$L = \frac{1,2^2 M^2 \cdot c^{-2} \cdot 292K}{9,8M \cdot c^{-2} \cdot (-1)K \cdot \ln(3,5/0,5)} = -25M/c.$$

Далее определяем  $v_*$ :

$$v_* = \frac{0,4 \cdot 1,2M \cdot c^{-1}}{\ln \frac{2}{0,5} + 2 \frac{3,5M}{(-25M)}} = \frac{0,48}{1,4 - 0,20} = 0,43M/c.$$

Значение температуры на любой другой высоте  $z = z_3$  в пределах приземного слоя можно определить, используя формулу (13). Записав с ее помощью разности температур  $\theta(z_3) - \theta(z_1)$  и  $\theta(z_2) - \theta(z_1)$  и взяв их отношение, нетрудно получить следующее соотношение:

$$\frac{\theta(z_3) - \theta(z_1)}{\theta(z_2) - \theta(z_1)} \approx \frac{T(z_3) - T(z_1)}{T(z_2) - T(z_1)} = \frac{\ln \frac{z_3}{z_1} + \beta(z_3 - z_1)/L}{\ln \frac{z_2}{z_1} + \beta(z_2 - z_1)/L} \quad (2.20)$$

Из последнего соотношения находим одну неизвестную величину  $T(z_3)$ .

**Ответ:**  $v_* = 0,43M/c$ ,  $T_{z=10M} = \dots$

**Примечание:** при необходимости данные градиентных измерений температуры воздуха и рассчитанные значения динамической скорости  $v_*$  дают возможность использовать формулу (16) (положив  $z = z_2$ ) для определения значения турбулентного потока тепла  $P_0$ . Формула (13) при известных теперь значениях  $v_*$ ,  $P_0$  и температуры на одной из высот (из данных наблюдений) позволяет определить температуру на любой другой высоте.

**Задача 2.** Определить шероховатость подстилающей поверхности и динамическую скорость по следующим данным градиентных наблюдений (таб.2) при нейтральной стратификации.

Таблица №2.

$z$	м	0,5	1,0	2,0	4,0
-----	---	-----	-----	-----	-----

$u$	м/с	3,0	3,6	4,1	4,9
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Плотность воздуха принять равной 1,3 кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Формулы (11) – (14) остаются справедливы и при нейтральной стратификации. При этом необходимо положить  $\frac{z}{L} = 0$ ,  $\frac{\Delta z}{L} = 0$  (так как по условию задачи  $P_0 = 0$ ). Формулы, описывающие распределение по высоте скорости ветра и массовой доли водяного пара принимают вид:

$$u(z) - u(z_1) = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_1}, \quad q(z) - q(z_1) = \frac{E_0}{\rho \kappa v_*} \ln \frac{z}{z_1} \quad (2.21)$$

Качественный вид этих зависимостей представлен на рисунке 4.

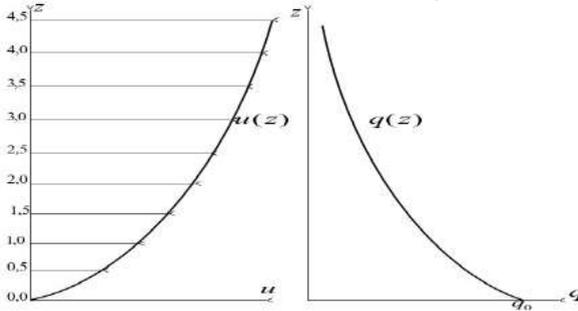


Рис. 4. Логарифмические вертикальные профили скорости ветра  $u(z)$  и удельной влажности  $q(z)$ .

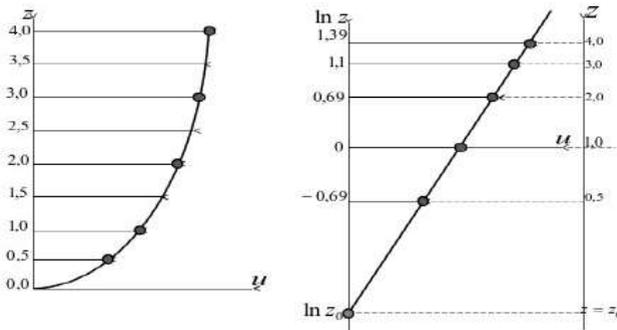


Рис. 5. Графическое изображение вертикального логарифмического профиля

скорости в обычной системе  $u(z)$  и в системе  $u(\ln z)$ .

Формула (21) позволяет определить величину  $v_*$  по измерениям скорости ветра на двух уровнях. Однако следует иметь в виду, что градиентные измерения производятся недостаточно точно и включают в себя различного рода погрешности. Значения величины  $v_*$ , рассчитанные при выборе разных пар уровней (а значит, различных пар скорости ветра), неизбежно будут отличаться друг от друга. Поэтому, при наличии градиентных измерений более чем на двух уровнях следует применить для решения задачи графический метод, дающий по существу, осреднённое значение динамической скорости.

Суть метода заключается в том, что зависимости скорости ветра и массовой доли водяного пара в соответствии с формулами (21) при нейтральной стратификации представляют собой линейную функцию от аргумента  $y = \ln z$ . Действительно, это ясно видно, если представить логарифмическую зависимость (21) в виде:

$$u(z) = \frac{v_*}{K} y - \left[ \frac{v_*}{K} \ln z_1 - u(z_1) \right] = \frac{v_*}{K} y + C_1. \quad (2.22)$$

Здесь  $C_1 \equiv - \left[ \frac{v_*}{K} \ln z_1 - u(z_1) \right] = const$  является величиной, не зависящей

от высоты.

Это означает, что график зависимости  $u(y)$  должен представлять собой прямую линию во всем приземном слое (более подробно см. в [4]). Различие вертикальных профилей скорости ветра в координатах  $z$  и  $y = \ln z$  представлено на рисунке 5.

Построим график зависимости скорости ветра от новой переменной  $y = \ln z$  согласно данным наблюдений (таб.3):

Таблица №3.

$z$	м	0,5	1,0	2,0	4,0
$\ln z$		0,69	0,0	0,69	1,37
$u$	м/с	3,0	3,6	4,1	4,9

Нанеся на график точки, отвечающие данным наблюдений, можем провести через них, в соответствии с формулой (22), прямую линию (рис.6).

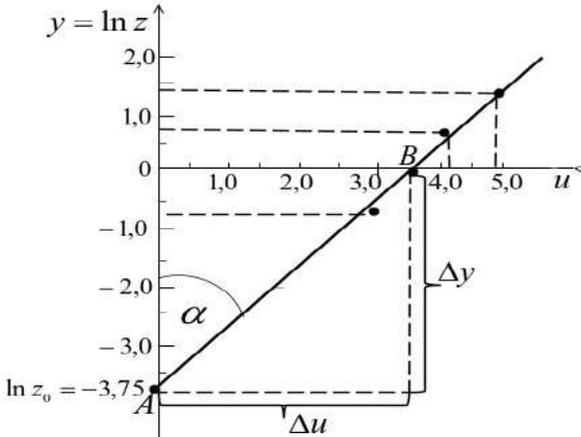


Рис. 6. Зависимость скорости ветра от логарифма высоты в приземном слое.

Как известно, коэффициент при аргументе  $y$  в линейной зависимости представляет собой угловой коэффициент прямой, т.е. тангенс угла ее наклона по отношению к оси  $y$ , и определяется как отношение приращения функции  $\Delta u$  (на графике) к соответствующему приращению аргумента  $\Delta y$ . Очевидно, что чем больше при этом выбран расчетный треугольник, тем точнее будет результат. Для расчета удобно выбрать треугольник  $AOB$ .

Тогда:

$$\frac{v_*}{\aleph} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{3,55}{3,75} = 0,946.$$

Отсюда:  $v_* = \aleph \operatorname{tg} \alpha = 0,4 \cdot 0,946 = 0,236 \text{ м/с}$ .

Уровень шероховатости поверхности определяется также из графика. В соответствии с определением уровень шероховатости представляет собой уровень, на котором средняя скорость потока равна нулю. Следовательно, на графике уровню шероховатости соответствует точка пересечения прямой  $u(y)$  с осью  $y$ .

В данном случае  $y_0 \equiv \ln z_0 = -3,75$ ,  $z_0 = 0,024 \text{ м}$ .

Аналогичный порядок выполнения решения может быть использован для определения турбулентного потока влаги (скорости испарения) с подстилающей влажной поверхности, если заданы значения массовой доли водяного пара на нескольких высотах.

**Ответ:**  $v_* = 24 \text{ см/с}$ ,  $z_0 = 2,4 \text{ см}$ .

## Суточный ход метеорологических элементов

Суточный ход метеорологических элементов вызван колебаниями интенсивности лучистой энергии, поступающей на поверхность Земли. Температура деятельного слоя почвы изменяется соответственно притоку солнечной радиации. Благодаря турбулентному теплообмену подстилающей поверхности с воздухом и её молекулярному обмену с нижележащими слоями почвы, тепловая волна распространяется от поверхности вверх и вниз.

При расчёте параметров суточного хода в пограничном слое атмосферы в контрольной работе предлагается использовать физико-математическую модель, решение которой получено в предположении о постоянстве коэффициентов теплопроводности воздуха (его чаще называют коэффициентом турбулентности для переноса тепла)  $k = const$  и почвы  $a = const$ . Кроме того, отклонение  $\delta R(t)$  величины суточного хода радиационного баланса от его известного среднесуточного значения  $\bar{R}$  аппроксимируется одной гармоникой

$$\delta R(t) = R(t) - \bar{R} = A_R \cos(\omega \cdot t). \quad (2.23)$$

При принятых упрощениях изменение в течение суток температуры воздуха на высоте  $Z$  можно рассчитать по формуле (см.[6]):

$$T(z, t) - \bar{T}(z) = \frac{A_R \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right)}{\sqrt{\omega} \left[ \left( c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{r}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a} \right]}. \quad (2.24)$$

Здесь:  $\bar{R}$  и  $\bar{T}$  - среднесуточные значения радиационного баланса и температуры,  $A_R$  - амплитуда радиационного баланса,  $\omega$  - угловая скорость вращения Земли,  $c_p$  - удельная теплоемкость воздуха,  $L$  - скрытая теплота испарения воды (см. Приложение 3,[6]);  $r_0$  - относительная влажность воздуха вблизи поверхности почвы в долях единицы;  $q_m$  - значение массовой доли водяного пара в состоянии насыщения (см. Приложение 8, [6]),  $\rho$  - плотность воздуха,  $\rho_1 c_1$  - объемная теплоемкость почвы (см. Приложение 24, [6]),  $t$  - время, отсчёт которого, согласно зависимости (2.19), принимается от момента максимального значения радиационного баланса на подстилающей поверхности (от момента местного астрономического полудня).

Для анализа результатов решения задачи и сравнения суточного хода температуры с заданной функцией суточного хода радиационного баланса на поверхности почвы удобно в формуле (24) перейти от функции  $\sin$  к функции  $\cos$ , используя известное соотношение:

$$\sin \psi = \cos\left(\psi - \frac{\pi}{2}\right).$$

В этом случае формула (24) преобразуется к виду:

$$T(z, t) - \bar{T}(z) = \frac{A_R \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \left(\frac{\pi}{4} + \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right)\right)}{\sqrt{\omega} \left[ \left( c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a} \right]} \quad (2.25)$$

Анализ формул (2.24) и (2.25) показывает, что отклонение температуры воздуха на высоте  $z$  в конкретный момент времени  $t$  от её среднесуточного значения  $\delta T(z, t) \equiv T(z, t) - \bar{T}(z)$  имеет вид гармонической функции

$$\delta T(z, t) = A_T(z) \cdot \sin \psi(t, z), \quad (2.26)$$

или

$$\delta T(z, t) = A_T(z) \cdot \cos \widehat{\psi}(t, z). \quad (2.27)$$

В выражениях (2.26) и (2.27) величина  $A_T(z)$  - амплитуда колебаний отклонения температуры от её среднесуточного значения, являющаяся функцией высоты  $z$  :

$$A_T(z) = A_T(0) \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right). \quad (2.28)$$

Вид зависимости (2.28) свидетельствует о затухании с высотой амплитуды колебаний суточного хода температуры воздуха. При этом, скорость затухания тем больше, чем меньше коэффициент турбулентности.

Здесь величина

$$A_T(0) = \frac{A_R}{\sqrt{\omega} \left[ \left( c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a} \right]} \quad (2.29)$$

есть амплитуда суточных колебаний вышеназванного отклонения температуры на подстилающей поверхности.

Функции  $\psi(t, z)$  и  $\widehat{\psi}(t, z)$  отражают фазу колебаний величины  $\delta T$  и

равны соответственно:

$$\psi(t, z) = \omega t + \frac{\pi}{4} - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z,$$

$$\bar{\psi}(t, z) = \omega t - \left( \frac{\pi}{4} + \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z \right).$$

Используя формулу (2.24), нетрудно получить выражение, позволяющее определить суточный ход турбулентного потока тепла на поверхности  $P_0 = \bar{P}_0 + \delta P_0$ .

Поскольку  $P_0 = -k\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a \right) \Big|_{z=0}$ , то при постоянном по высоте коэффициенте  $k$  после дифференцирования выражения (24) получим:

$$\delta P_0 = \rho c_p \sqrt{k} \frac{A_R \cos \omega t}{\left( c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}_0} \right) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a}}. \quad (2.30)$$

**Задача.** Рассчитать температуру на высоте 2 м, где ее среднесуточное значение равно 20°С, и турбулентный поток на поверхности в 17 ч., если амплитуда радиационного баланса составляет 350 Вт/м<sup>2</sup>, почва слабо увлажнена, относительная влажность воздуха вблизи поверхности 50%, а коэффициент температуропроводности воздуха равен 9 м<sup>2</sup>/с. Среднесуточное значение турбулентного потока тепла 200 Вт/м<sup>2</sup>.

**Решение.**

1. По Приложению 8 из [6] определяем:

$$\frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=20^\circ} = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}, \quad 1\%_0 = 1 \text{ г/кг}.$$

По Приложению 24 из [6] находим для слабо увлажненной почвы:  $\rho_1 c_1 = 1,59 \cdot 10^6 \text{ Дж/(К} \cdot \text{м}^3)$ ,  $a = 0,28 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

1. Вычислим общий множитель в формулах (24) и (30), обозначив его символом  $B$ :

$$B = \frac{A_R}{(c_p + Lr_0 \frac{dq_m}{dT} \Big|_{T=\bar{T}}) \rho \sqrt{k} + \rho_1 c_1 \sqrt{a}} = 3,83 \cdot 10^{-2} K \cdot c^{-1/2}$$

2. Вычислим амплитуду (максимальное отклонение температуры от ее среднесуточного значения) колебаний температуры поверхности. Формула для нее следует из (2.24) при  $z=0$  и значении

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) = 1.$$

Это приводит к формуле (2.29) и даёт результат

$$A_T(0) = \frac{B}{\sqrt{\omega}} = 4,5 K.$$

3. Вычисляем

$$\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z = \sqrt{\frac{7,29 \cdot 10^{-5} c^{-1}}{2 \cdot 9 M^2 / c}} \cdot 2M = 4,02 \cdot 10^{-3},$$

$$\exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) = 0,996.$$

4. Вычисляем отклонение температуры от среднесуточного значения:

$$\delta T(t, z) = A_T(0) \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right),$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega}{2k}} \cdot z\right) = 0,868,$$

$$\delta T(5ч, 2M) = 4,5 \cdot 0,996 \cdot 0,868 = 3,9 K$$

5. Вычисляем отклонение турбулентного потока тепла у поверхности от его среднесуточного значения:

$$\delta P_0 = \rho c_p \sqrt{k} \cdot B \cos \omega t = 38,8 B m / m^2$$

6. Определяем искомые величины:

$$T_2(5ч, 2M) = 20^\circ C + 3,9^\circ C = 23,9^\circ C,$$

$$P_0(5ч) = 200 B m / m^2 + 38,8 B m / m^2 = 238,8 B m / m^2.$$

**Ответ:**  $T_2 = 29,3^\circ C$ ,  $P_0 = 238,8 B m / m^2$ .

## Трансформация полей температуры и влажности

При переходе воздушной массы с одной подстилающей поверхности- «старой» на другую- «новую», имеющую существенно отличные от «старой» поверхности температуру и влажность, в результате турбулентного обмена в воздушной массе изменяются вертикальные профили всех её параметров. Такой процесс изменения свойств называют трансформацией. На рисунке 7 изображена схема одного из возможных примеров такого процесса, а именно, движения воздушного потока с поверхности суши на поверхность моря.

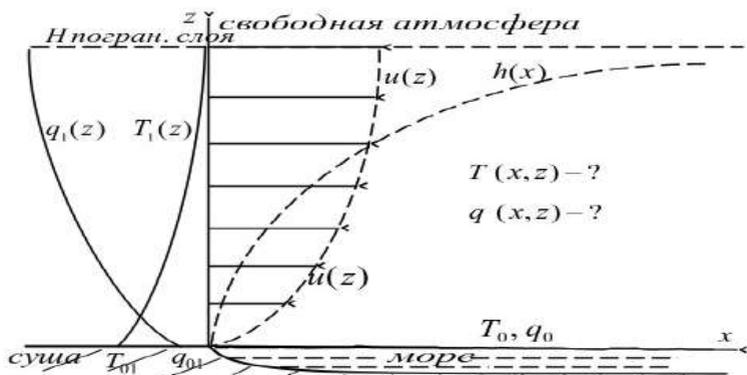


Рис. 7. Схема процесса трансформации с обозначением параметров воздушного потока при его переходе с поверхности суши на водную поверхность.

Здесь приняты следующие обозначения:  $T_1(z)$ ,  $q_1(z)$  и  $u(z)$  - вертикальные профили температуры, удельной влажности и скорости ветра над условно «старой» подстилающей поверхностью (в области  $x \leq 0$ ) соответственно;  $T_{01}$  и  $q_{01}$  - значения температуры и удельной влажности непосредственно на самой «старой» поверхности, т.е.  $T_{01} = T_1(0,0)$ ,  $q_{01} = q_1(0,0)$ ;  $T(x, z)$  и  $q(x, z)$  - температура и удельная влажность над «новой» подстилающей поверхностью (в области  $x > 0$ );  $T_0$  и  $q_0$  - значения температуры и удельной влажности на «новой» поверхности, которые принимаются независимыми от расстояния  $x$  от границы раздела двух различных поверхностей;  $H$  - высота пограничного слоя атмосферы,  $h(x)$  - высота (верхняя граница) внутреннего слоя трансформации.

Предлагаемые для расчёта изменившихся под влиянием «новой» подстилающей поверхности температуры или влажности на расстоянии  $x$  от границы раздела на высоте  $Z$  получены на основании модели, в которой скорость ветра и коэффициент турбулентности в воздушной массе не меняются при её

переходе на новую подстилающую поверхность и имеют степенную зависимость от высоты:

$$u(z) = u_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^\varepsilon, \quad k(z) = k_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^{1-\varepsilon}. \quad (2.31)$$

В результате решения уравнения модели получена следующая зависимость распределения свойств воздушного потока над новой подстилающей поверхностью:

$$S(x, z) = S_1(z) + [S_0 - S_{01}] P(\sigma^2, \varepsilon). \quad (2.32)$$

Здесь  $S_1(z)$ -распределение свойства  $S \equiv c_p T$  или  $S \equiv q$  над «старой» подстилающей поверхностью (см. /2/, §7.5);  $\varepsilon$  - параметр стратификации, равный 0,1 – при неустойчивой стратификации; 0,14 – при безразличном равновесии; 0,25 – при инверсиях.

Функция  $P(\sigma, \varepsilon)$  определяется по графику приложения 25 /2/ при заданном в условии задачи значении параметра  $\varepsilon$  и при значении безразмерного комплекса

$$\sigma^2 = \frac{u_1 z_1^{1-2\varepsilon}}{k_1 X (1 + 2\varepsilon)} z^{1+2\varepsilon},$$

где  $X$  - расстояние от границы раздела различных поверхностей до выбранной расчётной точки над новой подстилающей поверхностью;  $z_1$  - фиксированная высота, на которой предварительно задаются значения скорости ветра  $u_1$  и коэффициента турбулентности  $k_1$ . В задачах принято  $z_1 = 1.M$ . (В задачнике по динамической метеорологии параметр  $\sigma$  обозначен буквой  $\chi$ ).

С трансформацией связано такое важное явление, как адвективный туман. Рассчитав по формуле (2.32) значения массовой доли водяного пара  $q$  и температуры, по которой (см. Приложение 8, [6]) легко определить насыщающее значение  $q_m$ , можно вычислить относительную влажность  $r = \frac{q}{q_m} \cdot 100\%$ .

Величина относительной влажности позволяет судить о возможности образования тумана.

Дифференцируя (2.32) по  $z$  и полагая затем, что  $z=0$ , получим выражение для турбулентного потока тепла или водяного пара с «новой» поверхности как функцию расстояния от границы раздела:

$$\Pi_s = -k \rho \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=0} = \rho k_1 \frac{[S_0 - S_1(0)]}{z_1} \cdot \frac{(1 + 2\varepsilon)^{\frac{1}{1+2\varepsilon}}}{\Gamma(\eta)} \cdot \left( \frac{u_1 z_1^2}{k_1 X} \right)^{\frac{\varepsilon}{1+2\varepsilon}}, \quad (2.33)$$

где  $\rho$  - плотность воздуха,  $\eta = \frac{\varepsilon}{1 + 2\varepsilon}$ ,  $\Gamma(\eta)$  - интеграл Эйлера 2-го рода (гамма-функция), который вычисляется с помощью Приложения 22 из [6].

В указанной таблице приводятся значения  $\Gamma(\eta)$  для  $\eta < 1$ . Поэтому, в случае, если  $\eta > 1$ , следует воспользоваться формулой:

$$\Gamma(\eta) = \frac{\Gamma(\eta - 1)}{\eta}.$$

**Задача 1.** Как изменится относительная влажность на высоте 10 м в воздушной массе после того, как последняя прошла 15 км над морем, если в момент, когда она подошла к поверхности моря, распределение температуры и влажности в ней описывалось соотношениями, имеющими вид степенной зависимости

$$S_1(z) = S_{01} + \Delta S \left( \frac{z}{z_1} \right)^c, \text{ а именно:}$$

$$T_1(z) = 10^\circ \text{C} - 0,2z^{0,1},$$

$$q_1(z) = 6,8\text{‰} - 0,6z^{0,1}.$$

Температура поверхности моря  $15^\circ\text{C}$ . Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно  $0,2 \text{ м}^2/\text{с}$  и  $10 \text{ м}/\text{с}$ .

### Решение.

1. Рассчитываем относительную влажность на высоте 10 м в воздушной массе над сушей. Для этого вычисляем:

$$T_1(z) = T_1(10) = 10^\circ \text{C} - 0,2 \cdot 10^{0,1} = 9,75^\circ \text{C}$$

$$q_1(z) = q_1(10) = 6,8\text{‰} - 0,6 \cdot 10^{0,1} = 6,04\text{‰}$$

По значению температуры  $T_1(10) = 9,75^\circ \text{C}$  в Приложении 8 из [6] находим значение удельной влажности в состоянии насыщения  $q_{1\text{max}}(10) = 7,54\text{‰}$  и вычисляем относительную влажность:

$$r_1(10) = \frac{6,04}{7,54} \cdot 100\% = 80\%$$

2. Вычисляем температуру и влажность на высоте 10 м над «новой» поверхностью (над морем) на расстоянии 15 км от берега. Для этого вычисляем:

$$\text{а) } \sigma^2 = \frac{10 \text{ м}/\text{с} \cdot (1 \text{ м})^{0,8} \cdot (10 \text{ м})^{1,2}}{0,2 \text{ м}^2/\text{с} \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot (1,2)^2} = 3,67 \cdot 10^{-2},$$

$$\lg \sigma^2 = -1,44;$$

б) на основании графика из Приложения 25 (см. [6]) по численным значениям

величин

$$\lg \sigma^2 = -1,44 \text{ и } \varepsilon = 0,1 \text{ находим}$$
$$P(\sigma^2, \varepsilon) = 0,25;$$

в) вычисляем температуру по формуле (32):

$$T(x, z) = T(15 \text{ км}, 10 \text{ м}) = 9,75^\circ \text{C} + (15 - 10) \cdot 0,25 = 11^\circ \text{C};$$

г) находим значение массовой доли водяного пара «новой» подстилающей поверхности  $q_0$ . Поскольку таковой является поверхность воды, то величина фактической доли водяного пара  $q_0$  равна ее значению в состоянии насыщения  $q_{0 \max}(T_0)$  и может быть определена из Приложения 8 (см.[6]) по температуре поверхности моря:

$$q_0 = q_{0 \max}(15^\circ \text{C}) = 10,69\%;$$

д) по формуле (32) вычисляем фактическое значение удельной влажности  $q$  на высоте 10 м над уровнем моря:

$$q(x, z) = q(15 \text{ км}, 10 \text{ м}) = 6,04\% - (10,69 - 6,8) \cdot 0,25 = 7,01\%;$$

е) по температуре  $T(x, z) = 11^\circ \text{C}$  находим в Приложении 8 (см.[6]) максимальное значение удельной влажности:

$$q_{\max}(15 \text{ км}, 10 \text{ м}) = 8,21\%.$$

3. Вычисляем относительную влажность на высоте 10 м над морем на расстоянии 15 км от берега

$$r(15 \text{ км}, 10 \text{ м}) = \frac{7,01}{8,21} \cdot 100\% = 85\%.$$

4. Находим изменение относительной влажности в процессе трансформации:

$$\Delta r = 85\% - 80\% = 5\%.$$

**Ответ:** с переходом на поверхность моря относительная влажность воздуха на высоте 10 м увеличилась на расстоянии 15 км от берега на 5%.

**Задача 2.** Определить турбулентный поток водяного пара (скорость испарения) с поверхности моря, имеющей температуру  $15^\circ \text{C}$ , на расстоянии 10 км от берега, если на нее поступает воздух с суши, где он имел у поверхности температуру  $7^\circ \text{C}$  и относительную влажность 70%. Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно  $0,5 \text{ м}^2/\text{с}$  и  $5 \text{ м/с}$ . Термическая стратификация устойчивая.

**Решение.**

1. Определяем массовую долю водяного пара вблизи «старой» и «новой» подстилающих поверхностей.

В Приложении 8 из [6] по температуре суши  $7^{\circ}\text{C}$  находим значение  $q_{1\text{max}}(0) = 6,26\%$  в состоянии насыщения, умножив которое на относительную влажность, получим фактическое массовой доли водяного пара:

$$q_1(0) = 6,26 \cdot 0,7 = 4,38\% = 4,38 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{кг}};$$

2. Определим  $\Gamma(\eta)$ :

а) вычислим  $\eta$ , имея в виду, что при устойчивой стратификации  $\varepsilon = 0,25$ :

$$\eta = \frac{0,25}{1 + 0,5} = 0,167;$$

б) по Приложению 22 (см.[6]) найдем

$$\Gamma(1 + 0,167) = \Gamma(1,167) = 0,9276 \text{ и}$$

$$\Gamma(\eta) = \frac{0,9276}{0,167} = 5,55;$$

3. По формуле (33), подставляя вместо  $S$  удельную влажность  $q$ , вычислим скорость испарения:

$$E = 1,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,5 \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \cdot \frac{(10,69 - 4,38) \cdot 10^{-3}}{1 \text{ м}} \cdot \frac{(1,5)^{1,5}}{5,55} \cdot \left( \frac{5 \text{ м/с} \cdot 1^2 \text{ м}}{0,5 \text{ м}^2/\text{с} \cdot 10^4 \text{ м}} \right)^{1,5}$$

$$E = 0,305 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$$

**Ответ:** турбулентный поток водяного пара  $E = 0,305 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$

## Формирование бароклининой циркуляция по жидкому замкнутому контуру

Циркуляция  $\Gamma$  вектора скорости  $\vec{V}$  по замкнутому контуру  $L$  определяется выражением

$$\Gamma = \oint_L \vec{V} \cdot d\vec{l} = \oint_L v_s \cdot dl \quad (2.34)$$

Здесь  $v_s$  – составляющая вектора скорости вдоль контура;  $d\vec{l}$  – бесконечно малый элемент длины контура.

Направление обхода контура при интегрировании по определению принимается против часовой стрелки, что соответствует положительному значению

циркуляции при таком её направлении вдоль контура.

Контур в пространстве, состоящий из одних и тех же частиц воздуха (или воды), называется **жидким** контуром. Ускорение циркуляции (её изменение по времени) по жидкому контуру, согласно теореме Томпсона, равно циркуляции ускорения скорости и определяется соотношением:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint_L \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot d\vec{l}$$

Уравнение движения (закон изменения импульса)

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \sum \vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_K + \vec{F}_\tau + \vec{F}_g \quad (2.35)$$

позволяет заменить ускорение скорости под знаком интеграла в соотношении (2.35) суммой сил, действующих на единичную массу воздуха (воды) и получить следующее равенство:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint_L \vec{F}_p \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{F}_K \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{F}_\tau \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{F}_g \cdot d\vec{l}$$

Из последнего равенства следует, что изменение циркуляции формируется за счёт работы, совершаемой тремя силами во всех точках рассматриваемого контура  $L$ , а именно: за счёт работы силы барического градиента  $\vec{F}_p$ , силы Кориолиса  $\vec{F}_K$  и силы трения  $\vec{F}_\tau$ . Что касается силы тяжести  $\vec{F}_g$ , то она не может приводить к изменению циркуляции, так как её работа по любому замкнутому контуру равна нулю.

В контрольной работе, которую необходимо выполнить, включена задача определения скорости циркуляции по жидкому замкнутому контуру, формирующейся под влиянием силы барического градиента. Анализ этого фактора приводит к выводу, что его действие проявляется только в условиях бароклининого состояния среды внутри рассматриваемого контура. В баротропных условиях работа силы барического градиента по замкнутому жидкому контуру равна нулю. Напомним, что бароклинные условия в отличие от баротропных характеризуются взаимным пересечением изобарических и изотермических поверхностей. Именно бароклинные условия ответственны за формирование таких местных ветровых систем, как бризовые и горно-долинные циркуляции.

На рисунке 7 схематично изображена дневная бризовая циркуляционная система вблизи береговой линии океана (морья, большого озера, широкой реки). Представленные на рисунке бароклинные ситуации и, как следствие, циркуляция, являются результатом того, что температура воздуха над сушей днём становится выше, чем над поверхностью воды (смотри задачу суточного хода температуры в пограничном слое атмосферы). Охлаждение поверхности суши ночью приводит к изменению направления циркуляции на противоположное.

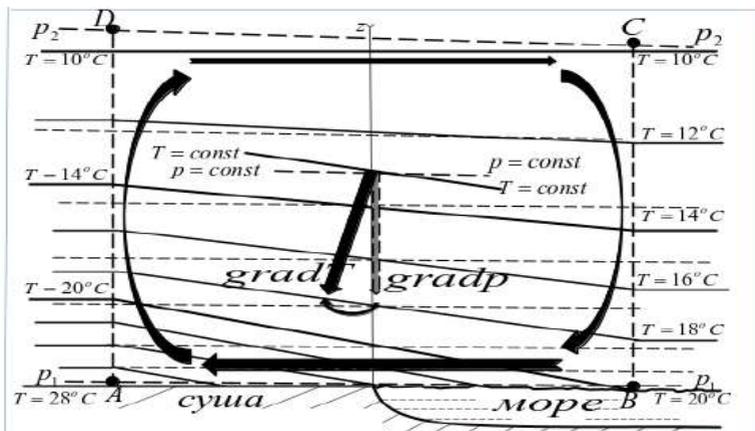


Рис. 7. Схема дневной вертикальной бризовой циркуляции вокруг бароклинной области, охватываемой замкнутым контуром  $ABCD$ .

Изменение циркуляции скорости по жидкому замкнутому контуру под влиянием бароклинных условий в общем виде описывается формулой:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\oint_L \frac{dp}{\rho}. \quad (2.36)$$

Уравнение состояния

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

позволяет преобразовать выражение (2.36) к виду:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -R \oint_L T \cdot d \ln p.$$

Применяя процедуру интегрирования по контуру  $ABCD$  (см. рис.5), состоящему из двух вертикалей  $AD$ ,  $BC$  и двух изобар  $p_1$  и  $p_2$ , получаем расчётную формулу для определения численного значения (модуля) ускорения циркуляции скорости:

$$\left| \frac{d\Gamma}{dt} \right| = R \Delta \bar{T} \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.37)$$

Здесь  $R$  — удельная постоянная сухого воздуха,  $\Delta \bar{T} = |\bar{T}_{AD} - \bar{T}_{BC}|$  — модуль разности средних по высоте значений температуры в вертикальных разрезах  $AD$  и  $BC$  (рис.7).

Направление скорости циркуляции определяется правилом, согласно которому направление циркуляции совпадает с направлением кратчайшего угла поворота от вектора градиента давления к вектору градиента температуры (рис.5).

Рассчитанная по формуле (2.37) величина изменения циркуляции  $\left| \frac{d\Gamma}{dt} \right|$  позволяет определить значение самой циркуляции в любой момент времени после начала её развития:

$$|\Gamma(t)| = |\Gamma(t_0)| + \left| \frac{d\Gamma}{dt} \right| \Delta t,$$

(2.38)

где  $|\Gamma(t_0)|$  - значение циркуляции в начальный момент времени  $t_0$ ,  $\Delta t$  - интервал времени изменения циркуляции.

Используя в формуле (2.34) среднее по контуру значение скорости циркуляции  $\bar{v}$  можем записать

$$\Gamma = \bar{v} \cdot L. \quad (2.39)$$

Здесь  $L$  - длина всего контура  $ABCD$ . Длина участков  $AD$  и  $BC$  как расстояние по высоте  $\Delta z_{p_1}^{p_2}$  между изобарическими поверхностями  $p_1$  и  $p_2$  может быть определена с использованием одного из следствий уравнения статики, согласно которому

$$\Delta z_{p_1}^{p_2} = \frac{R\bar{T}}{g} \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (2.40)$$

Здесь:  $\bar{T}$  - средняя барометрическая температура между уровнями с давлением  $p_1$  и  $p_2$  в рассматриваемом вертикальном разрезе (при выполнении условия  $\frac{|p_1 - p_2|}{\bar{p}} \ll 1$  среднее барометрическое значение с достаточной точностью можно заменить средним арифметическим значением);  $g$  - ускорение свободного падения. Известное понятие *относительной* геопотенциальной высоты (выраженной в геопотенциальных метрах), определяемое соотношением

$$H_{p_1}^{p_2} = \frac{g}{9,8} \Delta z_{p_1}^{p_2} = \frac{R\bar{T}}{9,8} \ln \frac{p_1}{p_2}, \quad (2.41)$$

позволяет преобразовать формулу (2.37) к простому виду:

$$\left| \frac{d\Gamma}{dt} \right| = 9,8 \left| \Delta H_{p_1}^{p_2} \right|, \quad (2.42)$$

где  $\left| \Delta H_{p_1}^{p_2} \right| = \left| H_{p_1}^{p_2}(AD) - H_{p_1}^{p_2}(BC) \right|$  - модуль разности значений относительного геопотенциала (в геопотенциальных метрах) на вертикальных разрезах  $AD$  и  $BC$ .

1. Бароклининая область вблизи береговой линии суша-море распространилась в

горизонтальном направлении на расстояние по 23км от берега в обоих направлениях. По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1010$  гПа до уровня с давлением  $p_2=950$ гПа. Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,75K / 10км$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 4 часа после начала её развития. Среднее значение температуры принять равной  $287K$ .

2. По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1005$  гПа до уровня с давлением  $p_2=940$ гПа. Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,77K / 10км$ . В горизонтальном направлении бароклинная область распространилась на расстояние 45км. Среднее значение температуры принять равной  $287K$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 4 часа после начала её развития.

3. Бароклинная область вблизи береговой линии суша-море распространилась в горизонтальном направлении на расстояние по 25км от берега в обоих направлениях. По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1013$ гПа до уровня с давлением  $p_2=940$ гПа. Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,8K / 10км$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 3,5 часа после начала её развития. Среднее значение температуры принять равной  $287K$ .

4. По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1010$  гПа до уровня с давлением  $p_2=930$ гПа. Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,82K / 10км$ . В горизонтальном направлении бароклинная область распространилась на расстояние 45км. Среднее значение температуры принять равной  $287K$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 3 часа после начала её развития.

**Задача 1.** Определить среднюю скорость циркуляции  $\bar{v}$  по контуру через 3 часа после её возникновения, если циркуляция распространилась на слой от  $p_1=1000$ гПа до  $p_2=960$ гПа по вертикали и на расстояние  $\Delta s=50км$  по горизонтали. Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,8K / 10км$ . Среднее в слое ( $p_1, p_2$ ) значение температуры над морем равно  $285K$ .

Решение задачи.

Как следует из соотношения (34) средняя скорость циркуляции  $\bar{v}(t)$  в любой момент времени определяется отношением величины самой циркуляции к длине всего контура

$$\bar{v}(t) = \frac{\Gamma(t)}{L}. \quad (2.43)$$

Видно, что для определения требуемой в условии задачи величины необходимо последовательно определить величины  $\Gamma(t)$  и  $L$ . Численное значение развивающейся циркуляции  $\Gamma(t)$  определяется, согласно соотношению (2.38), скоростью её изменения.

Таким образом, мы видим последовательность расчетных действий:

1. Определим ускорение циркуляции, используя формулу (2.37).

Входящая в неё величина разности средних значений температур воздуха над сушей и над морем равна произведению горизонтального температурного градиента

$\left| \frac{\partial \bar{T}}{\partial s} \right| = 0,8 \frac{K}{10 \text{ км}}$  на горизонтальную протяжённость бароклининой области  $\Delta s$ , равной по условию 50км:

$$\Delta \bar{T} = \left| \frac{\partial \bar{T}}{\partial s} \right| \Delta s = 0,8 \frac{K}{10 \cdot 10^3 \text{ м}} \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ м} = 4,0 K.$$

Ускорение циркуляции равно:

$$\left| \frac{d\Gamma}{dt} \right| = R \Delta \bar{T} \ln \frac{p_1}{p_2} = 286,8 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 4,0 K \cdot \ln \frac{1000 \text{ гПа}}{960 \text{ гПа}} = 46,83 \text{ м}^2 / \text{с}^2.$$

2. Значение развивающейся циркуляции через 3 часа определится по формуле (2.38), в которой по условию  $\Gamma(t_0) = 0$ :

$$|\Gamma(t)| = 0 + \left| \frac{d\Gamma}{dt} \right| \Delta t = 46,83 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 3 \cdot 3600 \text{ с} = 505775 \text{ м}^2 / \text{с}.$$

3. Определим полную длину контура. Она состоит из двух горизонтальных участков  $2\Delta s = 100 \text{ км}$  и двух вертикальных, определяемых по формуле (2.40), из которой следует:

$$2\Delta z \frac{p_2}{p_1} = 2 \frac{R \bar{T}}{g} \ln \frac{p_1}{p_2} = 2 \cdot \frac{286,8 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})}{9,81 \text{ м}/\text{с}^2} \cdot 285 K \cdot \ln \frac{1000 \text{ гПа}}{960 \text{ гПа}} = 680,2 \text{ м},$$

$$L = 2\Delta s + 2\Delta z = 100,68 \text{ км}.$$

Как видно, вертикальные размеры вносят малый вклад в общую длину контура.

4. И наконец, средняя скорость бризовой циркуляции через 3 часа равна

$$\bar{v}(t) = \frac{\Gamma(t)}{L} = \frac{505775 \text{ м}^2 / \text{с}}{100680 \text{ м}} = 5,02 \text{ м}/\text{с}.$$

## Задачи индивидуальных заданий

### Задача 1(а, б).

Рассчитать напряжение турбулентного трения, турбулентные потоки тепла и влаги в приземном слое, а также значение коэффициента турбулентности на высоте 10 м, используя следующие данные градиентных измерений (таб.4).

При расчетах принять:  $\beta = 2,0$ ;  $\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3$ ;  $\bar{T} = 290 \text{ К}$ .

Таблица №4а. Данные к задаче 1а.

z	м	1,0	5,0
u	м/с	4,5	5,8
t	°C	18,0	17,5
q	‰	8,2	7,6

Таблица №4б. Данные к задаче 1б.

z	м	1,0	5,0
u	м/с	3,5	4,6
t	°C	18,5	17,6
q	‰	11,2	9,4

### Задача 1(в, г).

Определить скорость испарения в приземном слое, значения скорости ветра, температуры, массовой доли водяного пара, а также значение коэффициента турбулентности на высоте 10 м, используя следующие данные градиентных измерений (таб.5):

Таблица №5. Данные к задаче 1в.

z	м	1,0	4,0
u	м/с	6,5	7,5
t	°C	22	21,4
q	‰	12	10,4

Таблица №5. Данные к задаче 1г.

z	м	1,0	4,0
u	м/с	4,5	5,7
t	°C	20,0	19,2
q	‰	12,6	10,8

**Задача 2 (а,б).**

Определить шероховатость подстилающей поверхности, динамическую скорость и турбулентный поток влаги в приземном слое, используя следующие данные градиентных наблюдений (таб.6). Плотность воздуха принять равной 1,3 кг/м<sup>3</sup>.

Применить графический метод решения. График выполнить на миллиметровке.

Таблица №6. Данные к задаче 2а.

z	м	0,5	1,0	2,0	4,0	8,0
u	м/с	3,5	4,2	4,5	5,4	5,9
q	‰	14,1	13,6	13,1	12,4	11,8

Таблица №6. Данные к задаче 2б.

z	м	0,5	1,0	2,0	4,0	8,0
u	м/с	3,0	3,7	4,0	4,9	5,4
q	‰	12,1	11,6	11,1	10,4	9,8

Плотность воздуха принять равной 1,3 кг/м<sup>3</sup>. Применить графический метод решения. График выполнить на миллиметровке.

**Задача 2 (в,г).**

Определить шероховатость подстилающей поверхности, коэффициент турбулентности на высоте 10 м, напряжение турбулентного трения и скорость испарения в приземном слое, используя данные градиентных наблюдений (таб.7). Плотность воздуха принять равной 1,3кг/м<sup>3</sup>.

Применить графический способ решения (график на миллиметровке).

Таблица №7. Данные к задаче 2в.

z	м	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0
u	м/с	2,2	2,6	2,8	3,3	3,6
q	‰	18,0	17,2	16,6	15,7	15,0

Таблица №7. Данные к задаче 2г.

z	м	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0
u	м/с	2,5	2,9	3,1	3,6	3,9
q	‰	16,0	15,2	14,6	13,7	13,0

Плотность воздуха принять равной 1,3кг/м<sup>3</sup>. Применить графический способ

решения. График выполнить на миллиметровке.

### Задача 3а.

Определить скорость ветра и его отклонение от направления изобар в пограничном слое атмосферы на высотах 50 м, 200 м, 500 м и 800 м, если геострофический ветер не меняется по высоте и равен 8 м/с. Рассчитать силу турбулентного трения на этих же высотах, а также высоту пограничного слоя (уровень совпадения реального и геострофического ветра по направлению).

Расчеты произвести для широты  $60^\circ$  при неустойчивой стратификации, принимая  $P_0 = 35 \text{ Вм} / \text{м}^2$ . Плотность считать равной  $1,3 \text{ кг/м}^3$ , среднее значение температуры  $\bar{T} = 280 \text{ К}$ . Построить годограф скорости ветра.

### Задача 3б.

На широте  $55^\circ$  скорость геострофического ветра 10 м/с, горизонтальный градиент давления не меняется с высотой. Рассчитать значение среднего по высоте коэффициента турбулентности и высоту пограничного слоя, если  $P_0 = 50 \text{ Вм} / \text{м}^2$  (использовать условие совпадения реального ветра с геострофическим по направлению на верхней границе пограничного слоя).

Для высот 100 м, 300 м, 600 м и 1000 м определить:

а) горизонтальные составляющие скорости ветра, модуль и направление ветра по отношению к направлению геострофического ветра;

б) горизонтальные составляющие силы Кориолиса и силы трения.

На основании расчетов построить годограф скорости. При расчетах принять  $\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3$ ,  $\bar{T} = 285 \text{ К}$ .

### Задача 3в.

Скорость геострофического ветра на широте  $65^\circ$  в пределах пограничного слоя атмосферы не меняется с высотой и равна 11 м/с. Средний вертикальный градиент температуры в пограничном слое равен  $\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = -0,4 \text{ К} / 100 \text{ м}$ .

Определить величину и направление скорости ветра и силы турбулентного трения на высотах 150 м, 400 м и 800 м, высоту пограничного слоя (из условия  $aH = \pi$ ), а также среднее по высоте значение коэффициента турбулентности. При расчетах принять  $\rho = 1,3 \text{ кг} / \text{м}^3$ ,  $\bar{T} = 273 \text{ К}$ .

### Задача 3г.

Горизонтальный градиент давления на широте  $50^\circ$  в пределах пограничного слоя атмосферы не меняется с высотой и составляет 2 гПа/100 км. При этом давление убывает с юга на север. Считая коэффициент турбулентности постоянным по высоте, определить величину и направление скорости ветра и силы турбулентного трения на высотах 100, 500 и 1000 м. Рассчитать высоту

пограничного слоя и значение среднего по высоте коэффициента турбулентности. Расчеты произвести для условий стратификации, характеризуемых градиентом температуры  $\frac{\partial T}{\partial z} = -0,5 K / 100 м$ . Принять  $\rho = 1,3 кг / м^3$ ,  $\bar{T} = 280 K$ .

#### Задача 4.

1. По данным табл.8, соответствующим Вашему варианту, рассчитать и построить:

- суточный ход температуры воздуха на двух высотах;
- суточный ход турбулентного потока тепла у поверхности.

2. Определить:

- время наступления максимального значения температуры и турбулентного потока тепла;
- высоту теплового пограничного слоя, приняв, что на этой высоте  $n=20$ .

Таблица №8.

№ варианта	$A_R$ ( $Bm / м^2$ )	$P_0$ ( $Bm / м^2$ )	$k$ ( $м^2 / с$ )	Состояние почвы	$r_0$ (%)	$z$ (м)	$\bar{T}$ (°C)
1	400	300	6	Слабо увлажнена	30	10 300	25 20
2	250	180	4	Хорошо увлажнена	60	20 200	18 16
3	200	130	2	Сухая	20	2 150	15 13
4	450	350	10	Сильно увлажнена	80	5 150	30 25

3. Проанализировать полученные результаты.

Расчеты суточного хода выполнять с интервалом времени в 2 часа. При построении графиков откладывать астрономическое время.

#### Задача 5.

### Вариант 1.

Будет ли образовываться туман в воздухе на уровне 6 м после того, как он пройдет 20 км над морем, если распределение температуры и влажности в нём над сушей описывалось следующими зависимостями:  $T_1(z) = +9^\circ\text{C} - 0,1z^{0,14}$ ,  $q_1(z) = 3,1\% - 0,2z^{0,14}$ , а температура поверхности моря  $2^\circ\text{C}$ . Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м соответственно равны 0,1 м<sup>2</sup>/с и 10 м/с.

Определить толщину слоя трансформации на этом расстоянии, приняв за его верхнюю границу уровень, на котором

$$\frac{T(z) - T_1(z)}{T_0 - T_1(0)} = 0,05$$

### Вариант 2.

Определить турбулентный поток тепла на расстоянии 5 км от берега над водной поверхностью с температурой  $15^\circ\text{C}$ , если температура воздушной массы над сушей  $5^\circ\text{C}$ , коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно 0,5 м<sup>2</sup>/с и 5 м/с. Термическая стратификация неустойчивая. Ветер дует с суши на море.

Как изменится результат при устойчивой стратификации?

### Вариант 3.

Как изменится относительная влажность на высоте 2 м в воздушной массе после того, как она пройдет 15 км над морем, если над сушей в ней имело место следующее распределение температуры и влажности:

$$T_1(z) = +10^\circ\text{C} - 0,2z^{0,14}; \quad q_1(z) = 4,8\% - 0,6z^{0,14}.$$

Температура поверхности моря  $20^\circ\text{C}$ ,  $k_1 = 0,8 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $u_1 = 5 \text{ м}/\text{с}$ .

Что такое внутренний пограничный слой? От чего зависит его толщина? Оценить ее по условиям задачи, приняв, что на его верхней границе

$$\frac{T(z) - T_1(z)}{T_0 - T_1(0)} = 0,1$$

### Вариант 4.

Рассчитать скорость испарения с водоема с температурой поверхности  $10^\circ\text{C}$ , на расстоянии 10 км от берега, если натекающий воздух имеет температуру  $0^\circ\text{C}$ .

Коэффициент турбулентности и скорость ветра на высоте 1 м равны соответственно 0,8 м<sup>2</sup>/с и 8 м/с. Термическая стратификация равновесная. Влажность воздуха над сушей составляла 60%.

Как изменится и чему будет равна скорость испарения на расстоянии 20 км от берега? Объясните причину этого изменения.

### **Задача 6.**

#### **Вариант 1.**

Бароклинная область вблизи береговой линии суша-море распространилась в горизонтальном направлении на расстояние по 23км от берега в обоих направлениях. По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1010\text{гПа}$  до уровня с давлением  $p_2=950\text{гПа}$ . Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,75\text{К} / 10\text{км}$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 4 часа после начала её развития. Среднее значение температуры принять равной  $287\text{К}$ .

#### **Вариант 2.**

По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1005\text{гПа}$  до уровня с давлением  $p_2=940\text{гПа}$ . Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,77\text{К} / 10\text{км}$ . В горизонтальном направлении бароклинная область распространилась на расстояние 45км. Среднее значение температуры принять равной  $287\text{К}$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 4 часа после начала её развития.

#### **Вариант 3.**

Бароклинная область распространилась в горизонтальном направлении на расстояние по 25км от берега в обоих направлениях. По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1013\text{гПа}$  до уровня с давлением  $p_2=940\text{гПа}$ . Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,8\text{К} / 10\text{км}$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 3,5 часа после начала её развития. Среднее значение температуры принять равной  $287\text{К}$ .

#### **Вариант 4.**

По вертикали циркуляция распространилась от уровня с давлением  $p_1=1010\text{гПа}$  до уровня с давлением  $p_2=930\text{гПа}$ . Средний горизонтальный градиент температуры равен  $0,82\text{К} / 10\text{км}$ . В горизонтальном направлении бароклинная область распространилась на расстояние 45км. Средняя =  $287\text{К}$ .

Определить среднюю скорость дневной циркуляции по контуру через 3 часа после начала её развития.

### **Рекомендуемые темы индивидуальных заданий**

№варианта	№задачи	Тема индивидуальных заданий
1	1а, 3а, 5а	Суточный ход температуры в пограничном слое атмосферы. Модельные расчёты с данными задачи 4а.
2	1б, 3б, 6а	Суточный ход температуры в пограничном слое атмосферы. Модельные расчёты с данными задачи 4б.
3	1в, 4а, 5б	Пограничный слой атмосферы (ПСА). Интегральная модель ПСА и расчёты с данными задачи 3а.
4	1г, 4б, 6б	Пограничный слой атмосферы (ПСА). Интегральная модель ПСА и расчёты с данными задачи 3б.
5	2а, 3в, 5в	Бароклинная циркуляция по замкнутому контуру. Оценка бризовой циркуляции по условиям задачи 6а.
6	2б, 3г, 6в	Трансформация свойств воздушного потока в приземном слое. Модель и расчёты с данными задачи 5а.
7	2в, 4в, 5г	Бароклинная циркуляция по замкнутому контуру. Оценка бризовой циркуляции по условиям задачи 6б.
8	2г,4г, 6г	Трансформация свойств воздушного потока в приземном слое. Модель и расчёты с данными задачи 5а.
9	3а, 4а, 5а	Приземный слой. Расчеты по данным задачи 1а.
10	3б, 4б, 6б	Приземный слой атмосферы. Модель Монина-Обухова и расчеты по данным задачи 2а.

## СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ.....	3
ЛИТЕРАТУРА.....	4
УКАЗАНИЯ ПО РАЗДЕЛАМ.....	4
<b>Основные уравнения динамики турбулентной атмосферы.....</b>	<b>6</b>
<b>Замыкание системы уравнений турбулентной атмосферы, упрощение уравнений.....</b>	<b>7</b>
<b>Лучистые притоки тепла.....</b>	<b>8</b>
<b>Динамика свободной атмосферы.....</b>	<b>9</b>

<b>Планетарный пограничный слой атмосферы при стационарных и горизонтально-однородных условиях.....</b>	<b>33</b>
<b>Приземный слой атмосферы.....</b>	<b>39</b>
<b>Нестационарные процессы в пограничном слое атмосферы.....</b>	<b>48</b>
<b>Метеорологические процессы над горизонтально-неоднородной поверхностью.....</b>	<b>52</b>
<b>Динамика циркуляционных систем в атмосфере.....</b>	<b>57</b>
<b>Задачи Индивидуальных заданий.....</b>	<b>60</b>

Учебное издание

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
но дисциплине  
**«ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ»**

Составитель: Егоров Кирилл Леонидович

---

Подписано в печать . Формат 60 X 90 1/16. Гарнитура Times New Roman.