

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(РГГМУ)

Допущен к защите

Кафедра океанологии

Зав. кафедрой

Царев В.А. Царев

06.2016

ДИПЛОМНЫЙ ПРОЕКТ
Формирование ветровых колебаний уровня в
Азовском море

Выполнил(а) С.С.Ковшикова
гр. О-65

Руководитель зав.кафедрой
океанологии
профессор, доктор
физ.-мат. наук
Царев В.А.

Санкт-Петербург 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(РГГМУ)

Допущен к защите
Зав. кафедрой
_____ В.А. Царев
___.06.2016

Кафедра океанологии

ДИПЛОМНЫЙ ПРОЕКТ
Формирование ветровых колебаний уровня в
Азовском море

Выполнил(а) С.С.Ковшикова
гр. О-65
Руководитель зав.кафедрой
океанологии
профессор, доктор
физ.-мат. наук
Царев В.А.

Санкт-Петербург 2016

Содержание

Введение.....	3
1 Физико-географические особенности Азовского моря.....	5
1.1 Ветер.....	7
1.2 Многолетние и сезонные колебания уровня моря.....	10
1.3 Сгонно-нагонные и сейшевые колебания уровня.....	13
1.4 Волнение.....	15
1.5 Ветровые течения.....	16
2 Описание математических моделей.....	19
2.1 Исследования течений и ветровых колебаний уровня Азовского моря ..	19
2.2 Теория мелкой воды и методы расчета течений и колебаний уровня.....	21
2.2.1 Основные уравнения.....	21
2.2.2 Модификация уравнений мелкой воды.....	32
2.2.3 Конечно-разностные методы решения уравнений мелкой воды.....	34
3 Описание модели используемой в работе.....	41
3.1 Исходная система уравнений.....	41
3.2 Преобразование исходной системы уравнений.....	42
3.3 Расчет уровня поверхности моря.....	43
4 Особенности формирования ветровых колебаний уровня по результатам расчетов.....	45
4.1 Особенности ветрового режима над акваторией Азовского моря в феврале.....	45
4.2 Особенности временного хода уровня по фактическим и рассчитанным данным.....	50
4.3 Особенности пространственного распределения ветровых колебаний уровня.....	60
Заключение.....	65
Список используемых источников.....	67

Введение

Особенно важными для исследования и прогнозирования характеристиками морской среды являются уровень моря, течения и волнение.

Объектом исследования данной работы является Азовское море. Колебания уровня в Азовском море в основном связаны с ветром, который создает сгоны и нагоны на побережье, а также объемные колебания, которые возникают за счет водообмена Азовского моря с Черным через Керченский пролив. Наибольший вклад в изменение уровня вносят сгонно-нагонные колебания.

В Азовском море сгонно-нагонные колебания уровня могут достигать довольно больших значений в зависимости от района. Такие колебания нередко приводят к наводнениям во время шторма, что естественно причиняет ущерб народному хозяйству. Возникают проблемы и при сгонах, которые уменьшают глубину и препятствуют прохождению судов к портам. Необходимо отметить, что сгонно-нагонные колебания очень быстро изменяются во времени и в пространстве. Поэтому необходимы достаточно точные методы прогноза опасных по значениям сгонов и нагонов для всей акватории моря.

Так как фактических данных не хватает, то наилучшим способом прогноза сгонно-нагонных колебаний является численное моделирование. Такой метод позволяет получить данные о сгоне или нагоне для любой точки исследуемой области, где отсутствуют фактические данные; при строительстве гидротехнических сооружений; при ведении морского хозяйства. Поэтому для работы выбрана тема формирование ветровых колебаний уровня в Азовском море.

Целью работы является проверка модели на качество расчетов ветровых колебаний уровня в Азовском море для конкретных погодных

условий и сравнение полученных результатов с имеющимися фактическими данными.

1 Физико-географические особенности Азовского моря

Азовское море является полузамкнутым внутренним водоемом, находящимся между 45.17° и 47.17° с.ш. и 34.49° и 39.18° в.д. На юге оно соединяется с Черным морем через Керченский пролив и относится к системе Средиземного моря Атлантического океана. Площадь моря составляет 39 тыс. км², объем при среднем многолетнем уровне 290 км³, а средняя глубина его около 7 м. Наибольшая длина моря от Арабатской стрелки до дельты Дона составляет 360 км, а максимальная ширина с севера на юг – 180 км.

В северо-восточной части море образует далеко вдающийся в сушу, мелководный, распресненный Таганрогский залив, а на западе сильно осолоненный мелководный залив Сиваш, отделенный от моря песчано-ракушечной пересыпью – Арабатской стрелкой – и связанный с морем проливом Тонкий.

Восточное побережье моря к югу от Бейсугского лимана представляет собой обширные плавни с большим числом лиманов, соединяющихся между собой сложной сетью протоков дельты р. Кубани.

Северная прибрежная часть моря разделена далеко вдающимися в море песчаными косами на обособленные друг от друга районы. Песчаные косы здесь вытянуты в юго-западном направлении и заканчиваются в море целым рядом песчаных отмелей.[1]

Азовское море имеет сравнительно простые очертания, относительно однообразные берега и довольно несложный рельеф дна. Отмелое побережье переходит в ровное и плоское дно. Глубины медленно и плавно увеличиваются по мере удаления от берегов. Подводные продолжения кос образуют песчаные мели. Самые большие глубины находятся в центральной части моря (рис.1.1) [2]

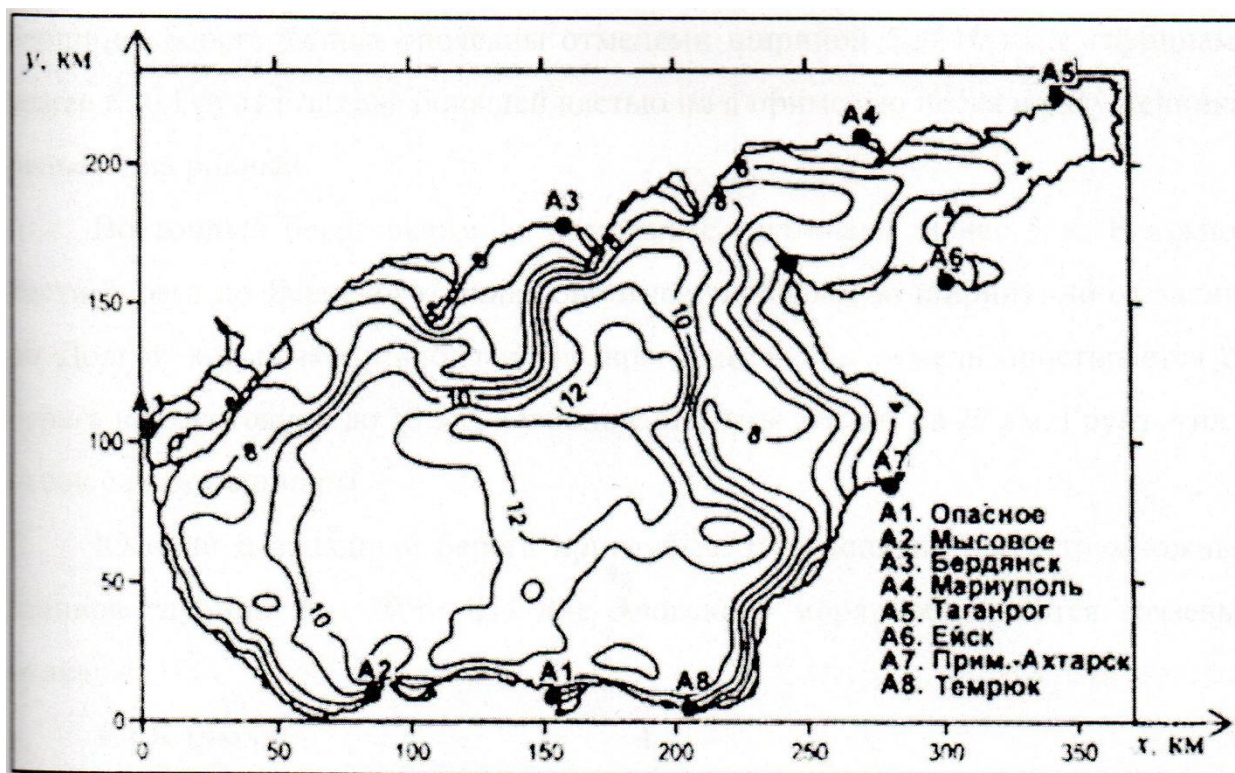


Рисунок 1.1 – Рельеф дна Азовского моря (м)

Рельеф дна Азовского моря ровный и плоский. Но в районе морских банок на западе и между косой Елениной и Железинской банкой на востоке, находятся небольшие поднятия высотой 3 – 4 м.

Две крупные реки впадают в Азовское море – Дон, впадающий с северо-востока, и Кубань – с юго-востока. Также в Азовское море впадают около 20 маленьких речек с северного берега.

Климат Азовского моря континентальный, характеризующийся мягкой и короткой зимой, и теплым, продолжительным летом.

Сезонные изменения погоды на Азовском море формируются под влиянием крупномасштабных синоптических процессов. В осенне-зимнее время на Азовское море воздействует отрог сибирского антициклона.[1] В это время преобладают северо-восточные и восточные ветра, скорость которых составляет 4 – 7 м/с. При увеличении интенсивности отрога наблюдаются штормовые ветра и похолодание. В январе среднемесячная температура воздуха находится в пределах от -2 до -5 °С, но при штормах понижается до -25 °С. Азорский максимум, действующий на Азовское море в весенне-летний период, создает ясную, маловетреную и теплую

погоду. Скорость ветров незначительна (3 – 5 м/с). В июле среднемесячная температура воздуха равна 25 – 27 °С.

Формирование гидролого-гидрохимического режима осуществляется за счет речного стока, водообмена с Черным морем и климатических факторов, также важна и мелководность Азовского моря. Соленость Азовского моря низкая из-за избытка пресных вод и ограниченного поступления вод из Черного моря. Повышенная соленость наблюдается в районе Керченского пролива, а пониженная – в восточной части Таганрогского залива и на взморье Кубани.

1.1 Ветер

Ветровой режим связан с распределением и сезонными изменениями атмосферного давления. На Азовском море преобладают ветра восточного и северо-восточного направления. Среднегодовая скорость ветра составляет 4.5 – 5.5 м/с на побережье и 7.5 м/с в центральной части Азовского моря. Средняя скорость зимой больше, чем летом.[1]

С октября по апрель на Азовское море влияет отрог сибирского антициклона, и тогда, преобладают восточные и северо-восточные ветра. В январе суммарная повторяемость этих ветров составляет 41 – 54 % на северном побережье, 36 % в Керчи. Весной и осенью она меньше: на северном побережье в апреле 40 – 46 %, в октябре 39 – 51 %; в Керчи в апреле 31 %, а в октябре 25 %. С июня по август, когда усиливается влияние азорского максимума, преобладают ветра северо-западного, западного и юго-западного направлений. В этот период ветровой режим более однородный, чем в период с октября по апрель.

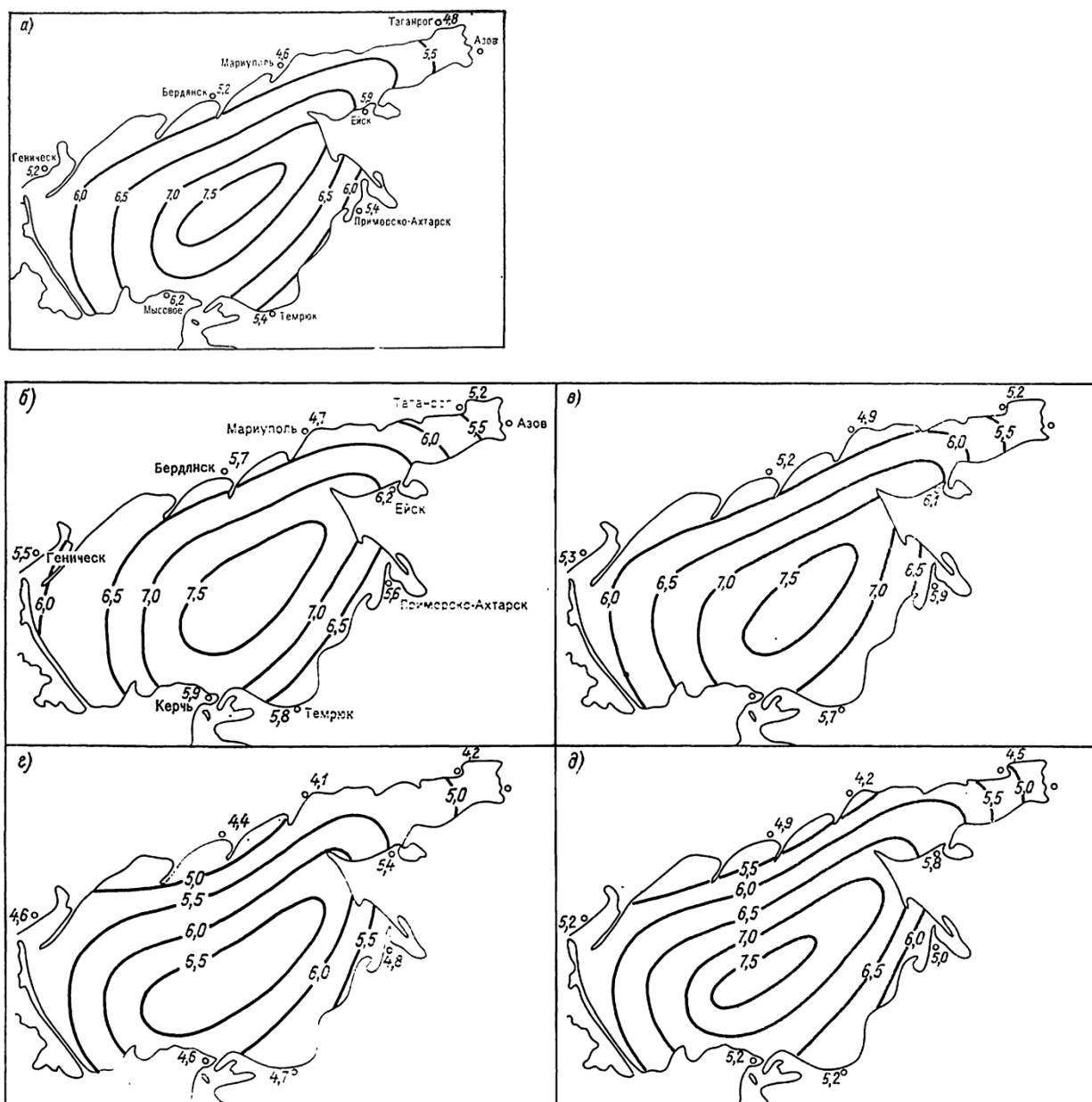
В Геническе, Мариуполе и Керчи повторяемость двух направлений – западного и северо-западного – составляет в июле 32 – 38 %. В Бердянске и Таганроге суммарная повторяемость юго-западного и западного ветра возрастает до 31 – 34 %. Юго-восточное и южное направления ветра почти на

всех станциях имеют повторяемость 4 – 7 % каждое во все сезоны года. Лишь в Геническе и Керчи повторяемость этих направлений несколько выше. Преобладание южного ветра в Керчи обусловлено географическим положением станции на побережье Керченского пролива, ориентированного в меридиональном направлении. Повышение повторяемости юго-восточного ветра в Геническе вызвано влиянием бриза в теплый период.[1]

Из-за большого градиента давления между отрогом сибирского антициклона и депрессией над Черным морем, происходит повышение средней скорости ветра в холодный период. Существует два максимума – декабрьский и мартовский. В декабре для центра моря скорость ветра равна 8.3 м/с, а на побережье она составляет 6 – 7 м/с. В марте для центра моря максимальная скорость ветра равна декабрьскому максимуму, а на побережье немного ниже.

Минимальная средняя скорость ветра наблюдается в августе – сентябре, благодаря уменьшению барических градиентов над Азовским морем, смене восточного влияния на западное, и снижению интенсивности циклонической деятельности. Значения средней скорости ветра для центральной части моря равны 6.5 – 6.7 м/с, для Таганрогского залива 4.4 – 5.2 м/с, для побережья 3.7 – 5.3 м/с.

Скорость ветра наиболее сильно изменяется зимой и весной. Среднегодовая скорость ветра на побережье равна 4.6 – 5.9 м/с, а в районах станций Мысовое и Должанская равна 6.2 м/с и 6.4 м/с. Это усиление объясняется эффектом усиления ветра на мысу (рис 1.2).



а) – за год; б) – январь; в) – апрель; г) – июль; д) – октябрь

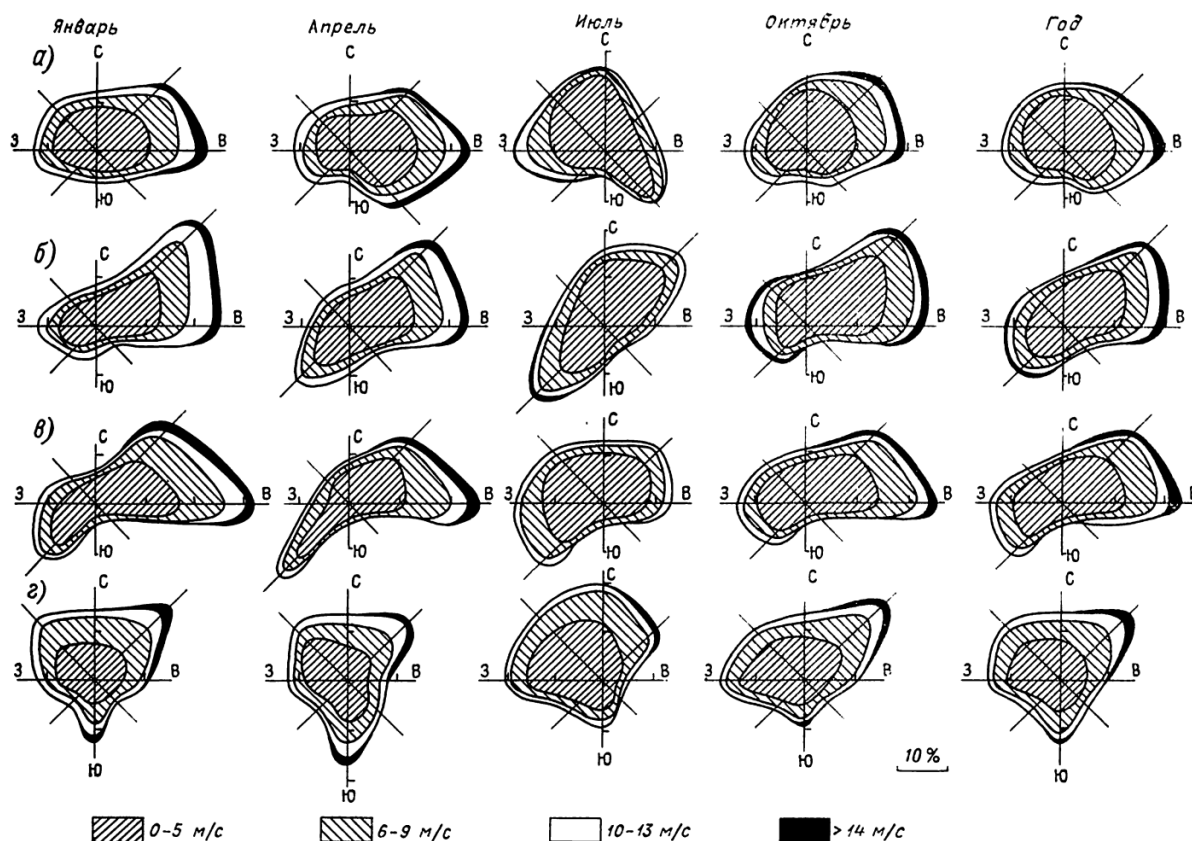
Рисунок 1.2 – Средняя скорость ветра (м/с)

В районе Мариуполя штиль наблюдается наиболее часто – в 25 % случаев. Меньше всего штилевые условия наблюдаются в районе Мысового и Должанской – в 10 % случаев. Повторяемость штилей на побережье в среднем за год равна 16 %.

Повторяемость слабых ветров в течение года составляет 60 – 70 %, но она чуть меньше в Мысовом и Должанской и равна 45 – 50 %. Повторяемость умеренных ветров чуть меньше 20 %, сильных – 7 – 10 %.

Ветер со скоростью 20 – 24 м/с может отмечаться в любое время года, а со скоростью больше 24 м/с только в период с октября по апрель.

Ветры со скоростью больше 14 м/с имеют преимущественно северо-восточное и восточное направление. В Керчи такой ветер может отмечаться и с юга. В теплый период происходит усиление западного и юго-западного ветра (рис. 1.3).[1]



а) – Геническ; б) – Бердянск; в) – Таганрог; г) – Керчь

Рисунок 1.3 – Розы ветров по береговым станциям Азовского моря

1.2 Многолетние и сезонные колебания уровня моря

Речной сток, атмосферные осадки, испарение и водообмен с Черным морем через Керченский пролив изменяют общий объем воды в море. Это изменение обуславливает сезонные и многолетние колебания уровня Азовского моря.

В приходную часть водного баланса входят речной сток (41 %) и приток воды из Черного моря (41 %). В расходную часть входят сток воды в Черное море (60 %) и испарение (39 %).

В приходной части водного баланса наибольшую изменчивость имеет речной сток и повышает уровень в среднем за год на 105 см.

Чуть меньшую изменчивость имеет приток вод из Черного моря. Он приводит к повышению уровня на 100 см.

Атмосферные осадки повышают уровень море на 42 см. Причем наибольшее количество осадков выпадает зимой.

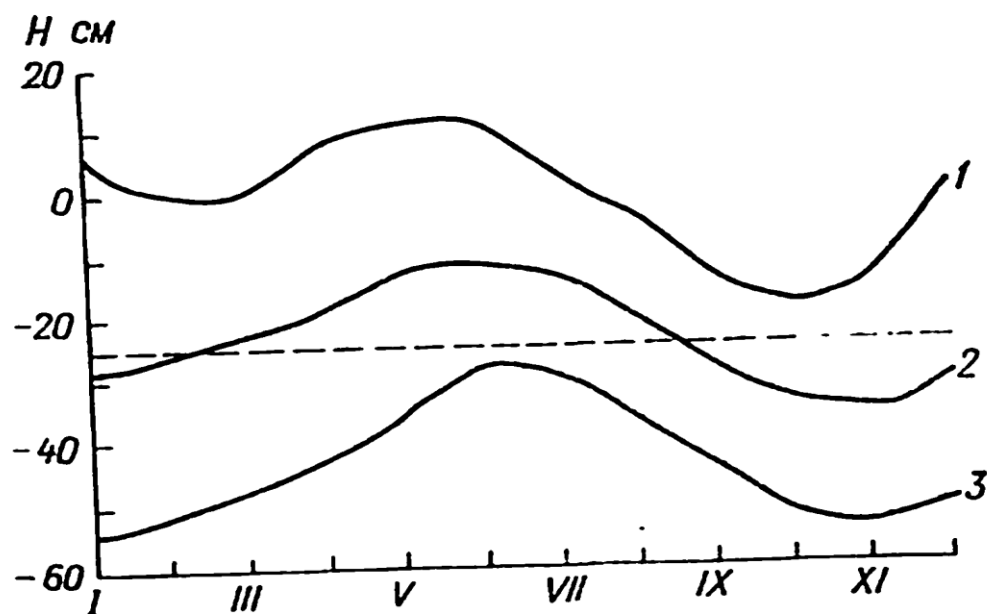
В расходной части наибольшую изменчивость имеет сток воды в Черное море. Он приводит к понижению уровня моря в среднем за год на 138 см. Весной происходит увеличение притока речных вод, следовательно, увеличивается сток в Черное море. Летом сток в Черное море меньше.

Важную роль играет испарение, значение которого в среднем достигает 91 см.

Водообмен между морем и Сивашем, подземный сток, фильтрация через Арабатскую стрелку почти не влияют на объемные колебания уровня Азовского моря.

Выделяют два периода в годовом ходе уровня моря: с положительными и отрицательными приращениями уровня.

Подъем уровня начинается в ноябре – декабре и продолжается до мая – июня. Наиболее интенсивно уровень повышается с марта по май. В мае – июне, после окончания паводка, сток постепенно уменьшается, и уровень начинает понижаться. Стояние уровня на отметках выше среднего наблюдается с марта по август, на отметках ниже среднего – с сентября по февраль. Наиболее вероятное время наступления максимумов – май и июнь, минимумов – октябрь и ноябрь (рис.1.4).[1]

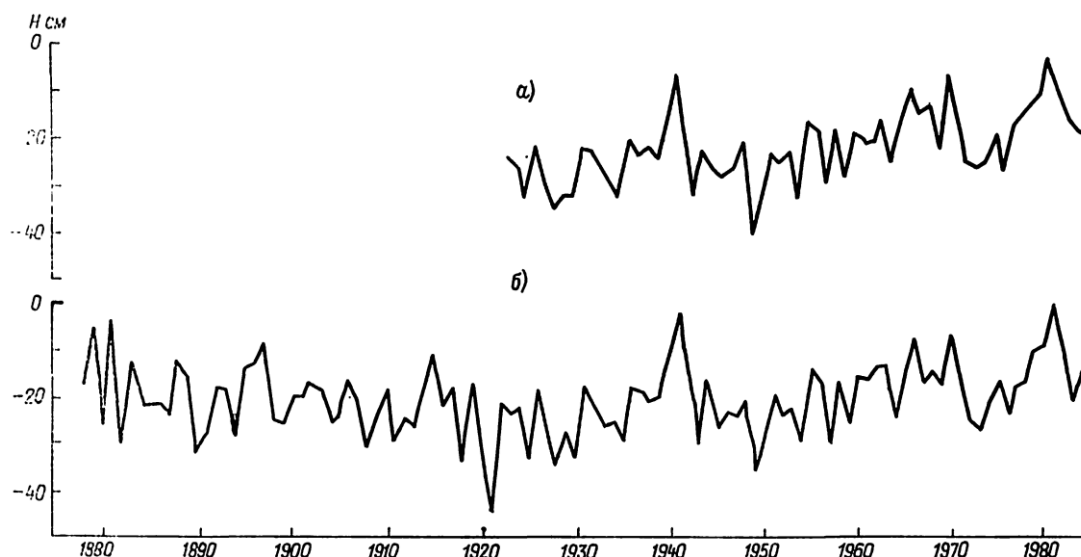


1, 2, 3 – соответственно наибольший, средний и наименьший месячные уровни

Рисунок 1.4 – Годовой ход уровня моря. 1923 – 1985 гг.

Также выделяют межгодовые колебания уровня. Максимальное значение (- 5 см) в период с 1923 по 1985 гг. наблюдалось в 1981 г., а минимальное (- 42 см) наблюдалось в 1949 г. Такие изменения уровня происходят из-за изменчивости стока рек Азово-Черноморского бассейна.

В многолетнем ходе среднего уровня Азовского моря и уровня в отдельных пунктах прибрежной зоны (рис. 1.5) наблюдаются периодичности в 2 – 3, 4 – 5, 8 – 10 лет, выделяющиеся на фоне более крупных периодов 25 – 30 лет. В среднем промежуток между максимумом и последующим минимумом равен 6 годам, а между наиболее высоким и низким стоянием уровня – 18.5 года.[1]



а) – уровень азовского моря; б) – уровень в районе Геническа

Рисунок 1.5 – Хронологический ход средней годовой высоты уровня

1.3 Сгонно-нагонные и сейшевые колебания уровня

Сгонно-нагонные и сейшевые колебания уровня моря возникают под действием ветра, вызывающего ветровые течения и перераспределение масс воды в море. Такие колебания сильно развиты в Азовском море, и их можно наблюдать в среднем многолетнем масштабе.

Сгонно-нагонные колебания уровня Азовского моря имеют вид одноузловой сейши с преобладающей узловой линией, проходящей примерно, как можно предполагать по рисунку 1.6, по линии Приморско-Ахтарск – Бердянск[1]. Вне зависимости от скорости и направления ветра сгонно-нагонные колебания в центре моря незначительны. В каждом из районов моря на сгонно-нагонные колебания влияет расположение береговой линии относительно ветра. Сгонно-нагонные колебания могут достигать 2 м в Бердянске и 6 м в Таганроге.

Сгонно-нагонные колебания, в отличие от объемных колебаний, быстрее изменяются во времени и по акватории.

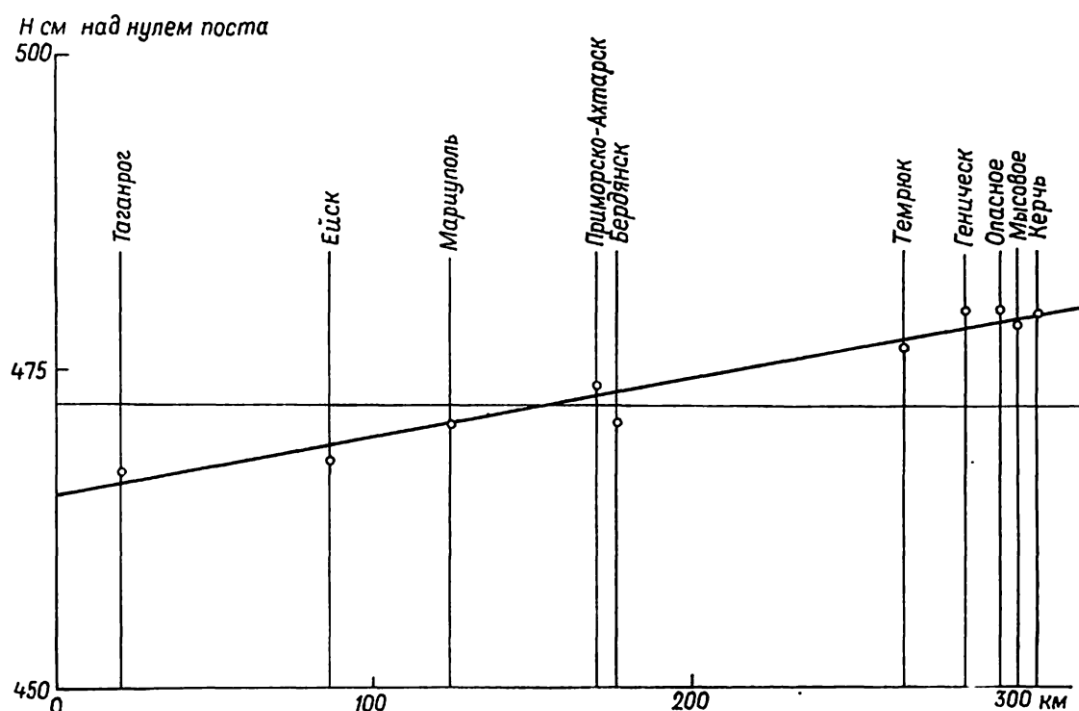
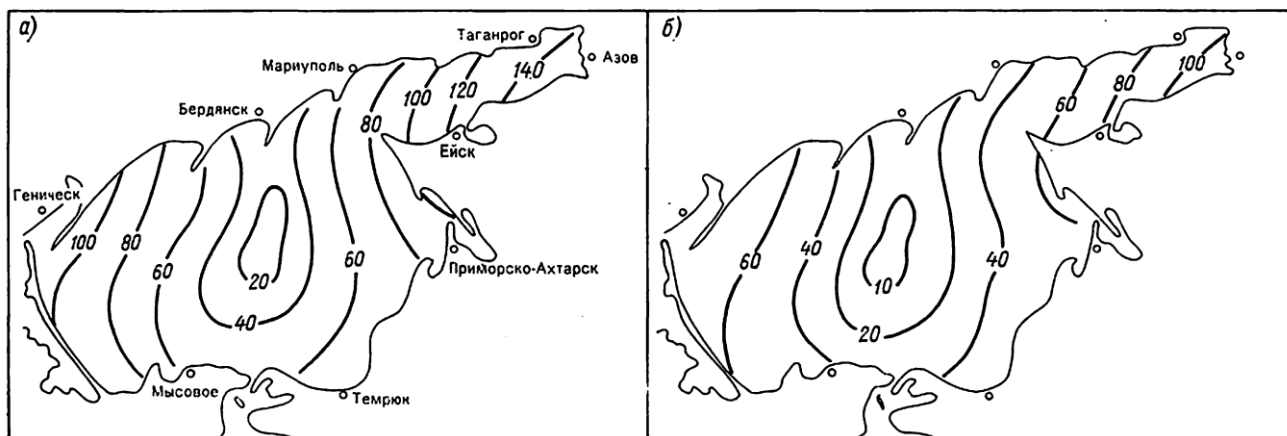


Рисунок 1.6 – Наклон уровня Азовского моря вдоль оси симметрии

На рисунке 1.7 изображены карты, где замкнутой изолинией обозначен наименьший уровень моря, который находится в центральной части моря. Эта изолиния имеет форму эллипса, центр которого расположен рядом с точками пересечения узловых линий, разделяющих море на зоны сгона и нагона. На западном (коса Обиточная – м. Казантип) и восточном (коса Долгая – м. Ачуевский) берегах, а также в Таганрогском заливе колебания уровня имеют наибольшие значения. Так как повторяемость и продолжительность восточных ветров больше, чем западных, то весь год на западном берегу преобладают нагоны, а на восточном – сгоны. Сгонно-нагонные колебания моря на северном и южном побережье меньше, чем на западном и восточном.



а) – уровни 1%-ной обеспеченности; б) – уровни 5%-ной обеспеченности

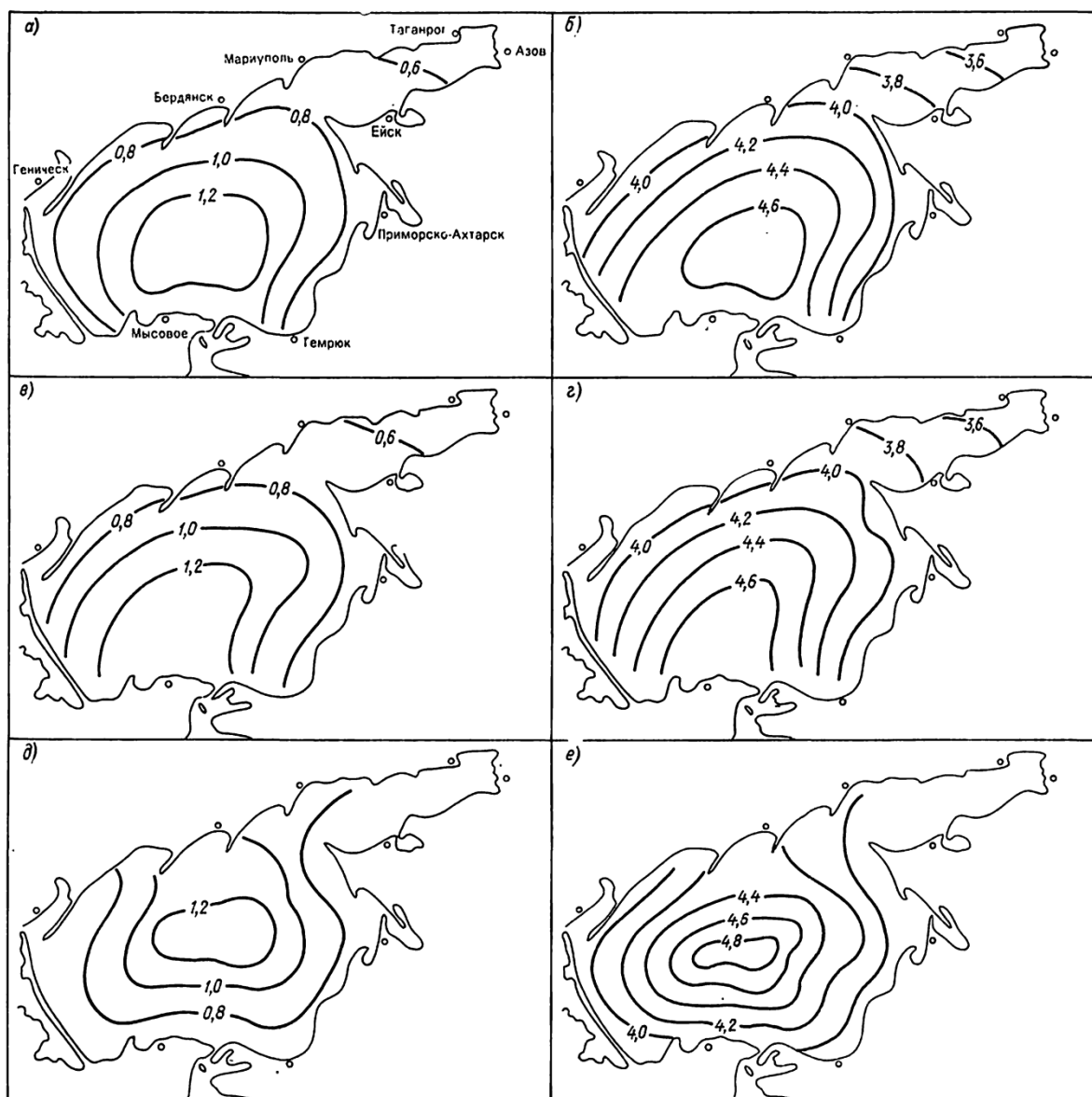
Рисунок 1.7 – Карты уровней Азовского моря. Сентябрь – ноябрь

1.4 Волнение

Ветер и небольшие глубины, которые ограничивают рост волн, определяют развитие волн на Азовском море.

На картах полей высот и периодов волн (рис.1.8) для северных, северо-восточных и северо-западных ветров наблюдается схожесть в распределении. С небольшим смещением к югу от центра моря находится область наибольших высот и периодов волн. К юго-западной части моря смещается область наибольших значений высот и периодов волн при восточном ветре. При юго-восточных ветрах эта область смещается к северо-западу. К северу смещается область наибольших высот и периодов волн при южных и юго-западных ветрах, а при западном ветре она расположена ближе к центру моря.

Наибольшие высоты волн ожидаются при северо-восточных, восточных, западных и северо-западных ветрах. Наименьшие высоты – при южных и юго-восточных ветрах. Таким особенностям развития волн способствуют наибольшая повторяемость, устойчивость по направлению, продолжительность непрерывного действия сильного ветра (15 м/с) северо-восточных, восточных, западных и северо-западных ветров.



а), б) – ветер северо-восточный, 15 – 20 м/с; в), г) – ветер восточный, 15 – 20 м/с;
 д), е) – ветер южный, 15 – 20 м/с

Рисунок 1.8 – Средние высоты (а, в, д) и периоды (б, г, е)

1.5 Ветровые течения

Ветровые течения вносят основной вклад в формирование режима течений в Азовском море. Даже слабый ветер способствует перемешиванию до дна в условиях небольших глубин. Незначительное влияние вносят крупные реки Дон и Кубань, но лишь на устьевых взморьях. Небольшая разница в атмосферном давлении над акваторией моря почти не влияет на

изменения уровня, следовательно, ее роль в формировании бароградиентных течений невелика.

В процессе формирования ветровых течений Азовского моря участвуют три компонента: дрейфовый, компенсационный и инерционный, относительные вклады которых в этот процесс изменяются во времени, по акватории моря и его глубине.[1]

Выделяют три стадии развития шторма.

Первая стадия развития начинается с момента возникновения ветра и продолжается до достижения им максимума. На этой стадии преобладают дрейфовые течения. Их скорости растут с ростом скорости ветра. Также растет толщина движущегося слоя. Верхний слой достаточно быстро реагирует на изменение скорости ветра. Течения отклоняются от направления ветра на $20 - 30^{\circ}$, а на подветренных участках побережья – на $40 - 50^{\circ}$. Скорость течений у поверхности выше, чем у дна и однородна по всей акватории моря.

Вторая стадия наступает при условии устойчивого по скорости и направлению ветра. На этой стадии возникает компенсационное течение на глубине, при этом происходит уменьшение скорости течения на поверхности. Движение приближается к установившемуся. В море развивается двуслойная циркуляция: в верхнем слое – по ветру, на глубине – против ветра. Наибольшая скорость наблюдается у поверхности и в осевой части компенсационного потока, наименьшая – вблизи границы раздела потоков. При этом поверхностный максимум значительно больше глубинного. Подобная двуслойная структура течений характерна для всей акватории открытого моря, ограниченной примерно 5-метровой изобатой, вплоть до того момента, пока не начнет ослабевать ветер или изменяться другие его параметры[1].

На третьей стадии происходит ослабление ветра и уменьшение вклада дрейфовой составляющей течения, а компенсационных и инерционных составляющих увеличивается. На этой стадии уменьшается скорость течения,

изменяется структура течений, характер циркуляции становится более сложный.

Пространственная структура течений связана со структурой типовых полей ветра, то есть чем более выражена неоднородность ветра, тем сильнее различия в скорости течений на акватории.

В отличие от открытого моря в Таганрогском заливе можно выделить два основных направления: восточное – при нагонных западных, северо-западных и юго-западных ветрах и западное – при сгонных восточных, северо-восточных и юго-восточных ветрах. Вертикальная структура течений в заливе сохраняется почти неизменной во время действия данного типового поля ветра. Сразу после прекращения действия ветра во всем слое воды возникает интенсивное градиентное течение обратного направления. В период смены течений скорости глубинных течений могут быть значительно больше поверхностных.[1]

Наибольшую повторяемость в центральной части моря с марта по ноябрь имеют западные, юго-западные, восточные и северо-восточные течения. Их скорость больше, чем скорость течений других направлений.

Разница в скоростях течений осенью и весной небольшая, но следует отметить, что летом скорость течений меньше, чем в другие сезоны. При слабых ветрах диапазон изменения скорости течения не превышает 5 см/с, но при сильных ветрах он возрастает до 30 – 40 см/с. Наибольшие диапазоны изменения скоростей наблюдаются при ветрах с наибольшей повторяемостью, что отчетливо видно в основной части Азовского моря.

2 Описание математических моделей

2.1 Исследования течений и ветровых колебаний уровня Азовского моря

Действие ветра, которое передается касательным напряжением поверхностному слою и дальше в глубину турбулентной вязкостью создает ветровое течение. В прибрежной зоне перенос воды этим течением, направленный к берегу или от берега, создает нагон или сгон, которые сопровождаются соответствующими наклонами уровня. Касательное напряжение ветра создает ветровое течение как непосредственно турбулентным трением, так и через горизонтальные градиенты давления, возникающие при наклонах уровня ветром (особенно в прибрежных ветровых нагонах). Неравномерность поля ветра и влияние берегов способствуют образованию наклонов свободной поверхности моря.[3]

Сгонно-нагонные колебания уровня относятся к классу неперiodических колебаний уровня, причиной возникновения которых является ветер.

Одним из способов, позволяющих прогнозировать сгонно-нагонные колебания уровня, является метод численного моделирования. При этом наибольшие сложности вызывает изучение волн и морских течений. В публикации (Иванов В. А., Фомин В. В., Черкесов Л. В., Шульга Т. Я. Моделирование колебаний уровня Азовского моря, вызываемых ветром // Морской гидрофизический журнал – 2008. – № 6. – С.53–65.) использовалась трехмерная нелинейная модель для исследования волн и течений, возникающих в Азовском море под действием постоянного по времени и однородного по пространству ветра. Эта модель применяется для изучения течений и сгонно-нагонных явлений в Азовском море, вызываемых переменными по пространству и времени полями приводного ветра и

атмосферного давления, полученными по региональной прогностической модели Skiron.[4]

Изучению сгонно-нагонных явлений и течений Азовского моря без учета Керченского пролива посвящена работа (Фомин В.В., Шульга Т.Я. Исследование волн и течений, возникающих под действием ветра в Азовском море – 2006. – № 12. – С. 110 – 115).[5] В этой работе использовалась трехмерная нелинейная σ - координатная модель.

Также необходимо учитывать водообмен через Керченский пролив. Такую работу представили В.А. Иванов, Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга. В данной работе представлены результаты исследования влияния водообмена через Керченский пролив на стационарные движения в Азовском море. С использованием трехмерной нелинейной численной модели выполнен анализ экстремальных отклонений уровня, а также поверхностных и глубинных течений в зависимости от направления и скорости постоянного ветра с учетом и без учета водообмена через пролив.[5]

В работе (Иванов В.А., Шапиро Н.Б. Моделирование течений в Керченском проливе // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2004.– вып.10.– С.233-242.) представлены результаты расчета течений в Керченском проливе, проведенного в рамках модели Фельзенбаума (Фельзенбаум А.И. Теоретические основы и методы расчета установившихся морских течений.– М.: Изд. АН СССР, 1960.– 126 с.) – линейной трехмерной модели установившихся течений в однородной жидкости. Предполагается, что движение в проливе, которое вызывается ветром и заданным расходом воды через пролив, можно считать стационарным.[6]

Белов В.П. в своих работах численно моделировал динамику вод Азовского моря (Режим ветра и ветрового волнения на Азовском море – Труды ГОИН, - 1978. – вып.134. – с.48 – 56; Белов В.П., Филиппов Ю.Г. Основные черты динамики вод Азовского моря и Керченского пролива –

Труды ГОИН. – 1978. – вып.139. – с.11 – 20; Динамика и вертикальная структура течений Азовского моря. – Труды ГОИН. – 1980. – вып.159. с.127 – 134).

При моделировании течений, сгонно-нагонных колебаний важно учитывать то, что в Азовском море горизонтальные движения воды во всей толще обусловлены действием ветра. Также важной чертой Азовского моря является его мелководность. Физико-географическое положение Азовского моря создает континентальный климат. На погодные условия влияют крупномасштабные синоптические процессы. Волновые движения наблюдаются в основном в виде ветровых волн. На сгонно-нагонные колебания уровня в южных и западных районах моря влияет водообмен через Керченский пролив.

На результаты расчетов колебаний уровня и течений сильно влияют данные о полях ветра, их изменении во времени и пространстве. Необходимо точное определение скорости и направления ветра.

2.2 Теория мелкой воды и методы расчета течений и колебаний уровня

2.2.1 Основные уравнения

Для вывода уравнений мелкой воды используют несколько допущений: вода несжимаема и однородна; сферичность и влияние горизонтальной компоненты угловой скорости вращения Земли не учитываются; пренебрегают членами трения, за исключением тех, которые зависят от вертикального сдвига, так как в мелком море напряжения вертикального сдвига намного больше остальных видов трения.

В систему гидродинамических уравнений входят уравнения движения и неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2.4)$$

Для многих океанологических задач третье уравнение движения заменяют уравнением гидростатики:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g \quad (2.3a)$$

Здесь: x, y — прямоугольные горизонтальные координаты;

z — вертикальная координата, направленная вверх;

u, v, w — компоненты скорости по осям координат;

p — давление;

ρ — плотность воды;

τ_x, τ_y — горизонтальные компоненты силы трения, равные соответственно:

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial z},$$

где: μ — турбулентная вязкость;

f — удвоенная величина вертикальной компоненты угловой скорости вращения Земли.

Дополнительные уравнения должны выражать связь трения с полями скорости.

Если: $z=0$ невозмущенная поверхность моря;

$z=-h(x, y)$ — дно, $\xi = z(x, y, t)$ — свободная поверхность;

τ_x, τ_y означают компоненты напряжения ветра;

p_a – давление на свободной поверхности, граничные условия будут:

$$u = v = w = 0 \text{ при } z = -h, \quad (2.5)$$

$$\tau_x = \tau_x, \tau_y = \tau_y \text{ при } z = \xi, \quad (2.6)$$

$$p = p_a \text{ при } z = \xi \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} = w \text{ при } z = \xi \quad (2.8)$$

Положим теперь, что горизонтальные масштабы явления нагона значительно больше глубины, что всегда имеет место в реальных условиях. При одном и том же масштабе времени, которым измеряется процесс штормового нагона (несколько часов), это предположение приводит к выводу, что вертикальные скорости и вертикальные ускорения частиц жидкости также малы по сравнению с горизонтальными.

Равносильным утверждением (Стокер, 1959) является распределение давления внутри жидкости по гидростатическому закону (2.3а), откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial p_a}{\partial x} + g\rho \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial p_a}{\partial y} + g\rho \frac{\partial \xi}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Можно предположить, что горизонтальные скорости относительно мало изменяются по вертикали в пределах от $z = \xi$ до $z = -h$.

Делаем вывод о возможности замены скорости в каждой точке вертикали средним значением скорости или интегральными значениями скорости взамен мгновенных.

Для этой цели интегрируем уравнения (2.1) – (2.3) по z в интервале от $z = \xi$ до $z = -h$, используя граничные условия на поверхности и на дне. Этим самым трехмерная задача переводится в плоскость XOY .

Проинтегрируем уравнения (2.1) – (2.4)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{a(t)}^{b(t)} F(x, t) dx = \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} dx + F(b, t) \frac{\partial b}{\partial t} - F(a, t) \frac{\partial a}{\partial t} \quad (2.10)$$

Получим

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\xi} u dz - \left| u \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{z=\xi} \quad (2.11)$$

Так как h не зависит от t и является функцией x .

Аналогично:

$$\int_{-h}^{\xi} u \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz - \left| u^2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|_{z=\xi} - \left| u^2 \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{z=-h} - \int_{-h}^{\xi} u \frac{\partial u}{\partial x} dz \quad (2.12)$$

и

$$\int_{-h}^{\xi} v \frac{\partial u}{\partial y} dz = \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz - \int_{-h}^{\xi} u \frac{\partial v}{\partial y} dz - \left| uv \frac{\partial \xi}{\partial y} \right|_{z=\xi} - \left| uv \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{z=-h} \quad (2.13)$$

Подставляя почленно в проинтегрированное уравнение (2.1) выражения (2.11) – (2.13) и группируя подобные члены, получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\xi} u dz - \left[u \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right]_{z=\xi} - \int_{-h}^{\xi} u \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dz + \int_{-h}^{\xi} w \frac{\partial u}{\partial z} dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz + \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} u v dz = f \int_{-h}^{\xi} v dz - \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\xi} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \tau_x \Big|_{-h}^{\xi}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Многочлен в круглых скобках при втором члене равен нулю в силу (2.8), что для второго члена дает величину $-uw \Big|_{\xi}$. Выражение в скобках при третьем члене равно $-\frac{\partial w}{\partial z}$, что следует из уравнения неразрывности. Тогда четвертый и третий члены в сумме дают $+uw$. Таким образом, алгебраическая сумма второго, третьего и четвертого членов в (2.14) равна нулю. Введем для интегральных скоростей обозначения:

$$\begin{aligned}
& \int_{-h}^{\xi} u(x, y, z, t) dz = U(x, y, t); \\
& \int_{-h}^{\xi} v(x, y, z, t) dz = V(x, y, t).
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Интегрируя (2.9), имеем:

$$\frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\xi} \frac{\partial p}{\partial x} dz = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} z \Big|_{-h}^{\xi} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} z \Big|_{-h}^{\xi} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} (\xi + h) + g \frac{\partial \xi}{\partial x} (\xi + h) \tag{2.16}$$

Переходя к интегральным скоростям, подставив (2.16) в (2.14) и положив $\rho = 1$, получим:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} u v dz = fV - (\xi - h) \frac{\partial p}{\partial x} - g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \tau_x^{(1)} - \tau_x^{(2)} \tag{2.17}$$

Аналогично уравнение (2.2) может быть преобразовано к виду:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} v u dz = -fU - (h + \xi) \frac{\partial p}{\partial y} - g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \tau_y^{(1)} - \tau_y^{(2)} \quad (2.18)$$

Пользуясь теми же соотношениями, проинтегрируем почленно уравнение неразрывности (2.4):

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} U - u \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{z=\xi} - u \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h}, \quad (2.19)$$

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial v}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} V - v \frac{\partial \xi}{\partial y} \Big|_{z=\xi} - v \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h} \quad (2.20)$$

Таким образом, интеграл от плоской дивергенции равен:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{z=\xi} - u \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h} + \frac{\partial V}{\partial y} - v \frac{\partial \xi}{\partial y} \Big|_{z=\xi} - v \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{z=-h} \quad (2.21)$$

По условию:

$$u \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h} = v \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{z=-h} = 0; \quad (2.22)$$

С другой стороны, согласно (2.8), на поверхности моря:

$$u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{\partial \xi}{\partial t} + w \quad (2.23)$$

И уравнение (2.4) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.24)$$

Из сделанного при выводе допущения, что горизонтальный масштаб возмущения значительно больше глубины водоема $h \gg L$, и вытекающего отсюда следствия $w \ll u$ можно записать:

$$\frac{w}{u} = \frac{H}{L} = \varepsilon \quad (2.25)$$

где: ε — величина малая;

H — характерная глубина;

L — характерный горизонтальный масштаб возмущения.

Из этого же допущения следует, что скорость распространения возмущения в воде много больше скорости частиц в воде. Связь характерного горизонтального масштаба с характерным периодом возмущения дается соотношением:

$$L = T\sqrt{gH} \quad (2.26)$$

где: T — характерный период возмущения;

$T\sqrt{gH}$ — скорость свободной длинной волны.

Воспользуемся правилом:

$$O\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right) = \frac{1}{L_s} O(f) \quad (2.27)$$

O — характерное значение функции, стоящей в скобках;

L_s — масштаб движения по координате s . Тогда:

$$O\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) = \frac{uH}{T} = u \frac{H}{L} \sqrt{gH} = u\sqrt{gH}\varepsilon \quad (2.28)$$

Второй и третий члены уравнения (2.17) имеют порядок:

$$O\left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz\right) = O\left(\frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz\right) = \frac{u^2 H}{L} = u^2 \varepsilon \quad (2.29)$$

Отношение второго и третьего членов к первому будет $\frac{u}{\sqrt{gH}}$, что является малой величиной в соответствии со сказанным выше. Для относительно мелкой акватории с глубинами в пределах от 10 до 100 м порядок этой величины $10^{-2} - 10^{-3}$. Это позволяет пренебречь вторым и третьим членами уравнений (2.17) – (2.18) во многих задачах.

В некоторых случаях, особенно в прибрежной зоне при большой протяженности отмели, пренебрежение нелинейными эффектами, описываемыми членами вида $\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz$, нежелательно.

В этом случае аппроксимируют эти члены по аналогии с квадратичными членами инерции в уравнениях движения идеальной жидкости.

Член $\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \tilde{u}^2(x, y, z, t) dz$ аппроксимируется выражением $\frac{U}{H} \frac{\partial U}{\partial x}$, имеющим тот же порядок $O\left(u^2 \frac{H}{L}\right)$. Если уравнение (2.17) модифицировать относительно средних скоростей потока $\bar{u}$, $\bar{v}$, то это выражение совпадает с соответствующим квадратичным членом инерции в уравнении Эйлера: $\frac{\bar{u} \partial u}{\partial x}$.

Сила Кориолиса в соответствии с принятым способом оценки может быть представлена:

$$O(fV) = 10^{-4} uH \quad (2.30)$$

Отношение сил инерции (первого члена уравнения) к силе Кориолиса будет:

$$N = \frac{10^4 \sqrt{gH}}{L} \quad (2.31)$$

Для установления соотношения сил в реальных условиях нужно задаться характерными масштабами данного объекта, например за вертикальный масштаб возмущения, характерную глубину H принять среднюю глубину $\overline{h + \xi}$, за характерное время – фактический период явления или основной период собственных колебаний бассейна, и установить L из уравнения:

$$L = T\sqrt{gH} \quad (2.32)$$

Порядок сил инерции и сил Кориолиса будет одинаков при значениях L и H в пределах $L = O(10^5 \div 10^6)$; $H = (10 \div 10^3)$.

Порядок члена $g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x}$, представляющую собой силу, возникающую при наличии горизонтальных наклонов свободной поверхности, может быть оценен исходя из уравнения неразрывности в форме:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0 \quad (2.33)$$

Порядок ξ из этого уравнения определяется так:

$$\delta \xi \approx \frac{\partial D}{\partial x} \delta t, \quad (2.34)$$

$$O(\xi) = \frac{uH}{L} \frac{L}{\sqrt{gH}} = \frac{uH}{\sqrt{gH}} \quad (2.35)$$

Теперь:

$$O\left(gH \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) = \frac{gH}{\sqrt{gH}} \frac{uH}{L} = \frac{uH\sqrt{gH}}{L} = u\sqrt{gH}\varepsilon \quad (2.36)$$

Порядок этого члена оказался тем же, что и для первого члена.

Порядок предшествующего ему члена будет:

$$O\left(\frac{\partial p_a}{\partial x}(H + \xi)\right) \approx \frac{H}{L} = \varepsilon \quad (2.37)$$

Оценку двух последних членов уравнения целесообразно провести на основании их аналитического представления.

Положим:

$$\tau_x^{(1)} = k_1 \rho_a w_x(w), \quad \tau_x^{(2)} = k_2 \rho_w \bar{u}|\bar{u}|; \quad (2.38)$$

здесь: w – скорость ветра;

$$\bar{u} = \frac{1}{h + \xi} \int_{-h}^{\xi} u(x, y, z, t) dz, \quad k_1 = 3,2 \cdot 10^{-6}, \quad k_2 = 3,2 \cdot 10^{-6}$$

если: w и $\bar{u}$ измерять в м/сек; ρ_a и ρ_w – плотность воздуха и воды; тогда касательное напряжение – заданная функция – имеет порядок $O(10^{-3})$.

Последний член уравнения характеризует силу трения на дне

$$O\left(\tau_x^{(2)}\right) = O(10^{-3}u^2) \quad (2.39)$$

Такие же соотношения справедливы для уравнения (2.21). Отбрасывая члены малых, по сравнению с другими, порядков на основании проведенного анализа и полагая $\rho_a = 1$, получим систему уравнений:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + (h + \xi) \frac{\partial p_a}{\partial x} - fV = \tau_x^{(1)} - \tau_x^{(2)}, \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + (h + \xi) \frac{\partial p_a}{\partial x} + fU = \tau_y^{(1)} - \tau_y^{(2)}, \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.42)$$

Уравнения (2.40) – (2.42) являются исходными для изучения целого ряда неустановившихся движений жидкости, в основе которых лежат длинноволновые возмущения.[7]

Для выбора нужного решения из тех, которые удовлетворяют этим уравнениям необходимо задать начальные и краевые условия.

Начальные условия характеризуют все движение в какой-то момент времени t_0 , принимаемый за начальный. Они необходимы в случае, когда изучается неустановившееся движение, и представляют наперед заданные значения искомых функций U, V и ξ при $t = t_0$ в рассматриваемой плоской области:

$$U(x, y, t_0) = U_0(x, y), \quad (2.43)$$

$$V(x, y, t_0) = V_0(x, y), \quad (2.44)$$

$$\xi(x, y, t_0) = \xi_0(x, y) \quad (2.45)$$

Для задачи о колебаниях уровня на твердой стенке, например, принимается $x = 0$ – равенство нулю нормальной к ней интегральной скорости:

$$U \cos \varphi + V \sin \varphi = 0, \quad (2.46)$$

Где φ - угол между нормалью к стенке и направлением оси y .

На жидкой стенке обычно задают одну из функций – уровень или компоненту скорости как функцию времени. Если в системе уравнений (2.40) – (2.42) удерживаются нелинейные члены в форме квадратичных членов инерции, то для корректной постановки граничной задачи требуется

на жидком контуре задавать два условия, если волна входит в область решения, и одно, если выходит (Курант, 1964).

2.2.2 Модификации уравнений мелкой воды

В системе (2.40) – (2.42) средние по вертикали скорости $\bar{u}$ и $\bar{v}$ принимаем за неизвестные и получаем систему:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = f \bar{v} + \frac{1}{h + \xi} (k_2 \bar{u} |u| + \varphi_x), \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial y} = f \bar{u} + \frac{1}{h + \xi} (k_2 \bar{v} |v| + \varphi_y), \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{v}]}{\partial y} = 0, \quad (2.49)$$

где

$$\varphi_s = \tau_s^{(1)} - \frac{\partial p_a}{\partial s}; \quad \bar{u} = \frac{U}{h + \xi}; \quad \bar{v} = \frac{V}{h + \xi}; \quad |u| = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2.50)$$

В случае одного пространственного измерения в направлении оси Ox имеем систему:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = \varphi_x - \frac{k_2}{h + \xi} \bar{u} |u|, \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x} = 0, \quad (2.52)$$

Если положить $\xi \ll h$, исключив ξ из системы (2.51) – (2.52), можно получить волновое уравнение для u . Продифференцируем уравнения движения по t :

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right) = \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} - \frac{k_2}{h} \frac{\partial}{\partial t} \bar{u} |u|; \quad (2.53)$$

Из уравнения неразрывности (2.52) определим (например, при $h = \text{const}$)

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}; \quad (2.54)$$

Подставим в (2.53):

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} = \frac{k_2}{h} \frac{\partial}{\partial t} \bar{u} |u|; \quad (2.55)$$

Пренебрегая силой трения о дно и сохраняя предположение $\xi \ll h$ в системе (2.51) – (2.52) получаем волновое уравнение для ξ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (h, \xi) \quad (2.56)$$

Для плоского случая при тех же допущениях:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) - \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \Phi \quad (2.57)$$

где:

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \tau_x^{(1)} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_y^{(1)} - \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial p_a}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial p_a}{\partial y} \right) \quad (2.58)$$

В ряде задач о длинноволновых колебаниях уровня представляет собой интерес исследование диссипации энергии за счет горизонтального турбулентного трения. Такого рода эффекты могут быть значительными в областях специальной геометрии при пространственной неоднородности поля течений. Для учета их необходимо правые части исходных уравнений (2.1) и (2.2) дополнить соответственно членами $A \nabla^2 \bar{u}(x, y, z, t)$, $A \nabla^2 \bar{v}(x, y, z, t)$, где: A – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости; ∇^2 – плоский лапласиан.[8]

После интегрирования исходных уравнений получаем систему:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} - f \bar{v} = \tau_x^{(1)} - \frac{\partial p_a}{\partial x} - \tau_x^{(2)} + A \nabla^2 \bar{u}; \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial y} + f \bar{u} = \tau_y^{(1)} - \frac{\partial p_a}{\partial y} - \tau_y^{(2)} + A \nabla^2 \bar{v}; \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (h + \xi) \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial (h + \xi) \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.61)$$

Переход от скоростей $u(x, y, z, t)$ к $\bar{u}(x, y, z, t)$ осуществляется за счет пренебрежения малой величиной порядка $O\left(\frac{u^2}{H\sqrt{gH}}\varepsilon^2\right)$.

В отличие от системы (2.47) – (2.49), относящейся к гиперболическому типу, система (2.59) – (2.61) – параболическая. Для ее решения задаются некоторые начальные условия и обе компоненты скорости u, v на контуре бассейна.[7]

2.2.3 Конечно-разностные методы решения уравнений мелкой воды

Основным современным методом решения системы уравнений (2.40) – (2.42) является конечно-разностный метод интегрирования уравнений гидродинамики. Для этого уравнения представляются в конечно-разностном виде.

Замену дифференциальных уравнений разностными в узлах сетки $x_n = n\Delta x$; $y_m = m\Delta y$; $t_k = k\Delta t$, где $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ – размеры ячеек сеточной области по соответствующим координатным осям, можно осуществить, выражая производные дифференциального оператора через функции в узлах сеточной области по формулам численного дифференцирования. Для этого строят полином, значений которого совпадают со значениями функций в выбранном числе узлов, и, отбрасывая остаточный член интерполяционной

формулы, приближенно полагают производные функции равными производным от полинома.

Точность такой формулы зависит от количества и расположения узлов, которые обычно берутся равностоящими. Наиболее простой вид имеют формулы численного дифференцирования при минимальном (два, три) числе узлов; они к тому и наиболее употребительны. Точность их легко оценить, раскладывая линейную комбинацию функций, заданных в узлах сетки, в ряд Тейлора, предполагая существование производных достаточно высоких порядков.

Далее удобно ввести следующие обозначения. Пусть $u_{n,m}^k$ — значение функции $u(x, y, t)$ в узле $(n\Delta x, m\Delta y, k\Delta t)$. Обозначим:

$$u_x = u_{n+1,m}^k - u_{n,m}^k \quad (2.62)$$

$$u_y = u_{n,m+1}^k - u_{n,m}^k \quad (2.63)$$

$$u_t = u_{n,m}^{k+1} - u_{n,m}^k \quad (2.64)$$

Здесь: u — сеточная функция с индексом, указывающим координатное направление разности, называемой в данном случае разностью вперед, в узлах сетки; отношения $\frac{1}{\nabla x} u_x, \frac{1}{\nabla y} u_y, \frac{1}{\nabla t} u_t$, называемые разностными отношениями вперед, аппроксимируют соответствующие производные с первым порядком точности относительно шага сетки.

Например:

$$u_{n+1,m}^k = u_{n,m}^k + \Delta x \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{n,m}^k + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{n,m}^k + O(\Delta x^3), \quad (2.65)$$

и, следовательно:

$$\frac{1}{\Delta x} u_x = \frac{u_{n+1,m}^k - u_{n,m}^k}{\Delta x} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{n,m}^k + \frac{1}{2} \Delta x \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{n,m}^k + O(\Delta x^2) \quad (2.66)$$

Разность

$$u_{\bar{x}} = u_{n,m}^k - u_{n-1,m}^k \quad (2.67)$$

Называется разностью назад. Соответствующее разностное отношение $\frac{1}{x} u_{\bar{x}}$ аппроксимирует производную по x в точке $(n\Delta x, m\Delta y, k\Delta t)$ также с первым порядком точности относительно шага Δx . Аналогично определяется $u_{\bar{x}}, u_{\bar{t}}$.

Введем центральные разности сеточных функций

$$u_{\hat{x}} = u_{n+1,m}^k - u_{n-1,m}^k \quad (2.68)$$

Соответственно для $u_{\hat{y}}, u_{\hat{t}}$. Центральное разностное отношение аппроксимирует производную с точностью квадрата шага сетки

$$\frac{1}{2\Delta x} u_{\hat{x}} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{n,m}^k + \frac{\Delta x^2}{6} \left. \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right|_{n,m}^k + O(\Delta x^4) \quad (2.69)$$

С помощью (2.62), (2.68) комбинируется вторая разность, которую будем обозначать $u_{x\bar{x}}$:

$$u_{x\bar{x}} = (u_{n+1,m}^k - u_{n,m}^k)_{\bar{x}} = u_{n+1,m}^k - 2u_{n,m}^k + u_{n-1,m}^k \quad (2.70)$$

Соответствующая производная аппроксимируется с точностью Δx^2 :

$$\frac{u_{x\bar{x}}}{\Delta x^2} = \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{n,m}^k + \frac{\Delta x^2}{12} \left. \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right|_{n,m}^k + O(\Delta x^4). \quad (2.71)$$

Многие разностные методы характеризуются заменой дифференциальных операций в уравнениях мелкой воды простыми соотношениями типа (2.62), (2.67), (2.68), (2.71).

Совокупность алгебраических соотношений, связывающих неизвестные функции в узлах сетки с заданными в этих же узлах значениями

функций, представляющих правую часть уравнений и граничные условия, называется разностной схемой задачи. Хорошо известно, что далеко не всякая разностная схема, аппроксимирующая дифференциальное уравнение, годится для его численного интегрирования.

Если u — решение дифференциального уравнения с некоторыми граничными условиями;

u_Δ — решение соответствующей разности задачи, то мы хотим, чтобы в некотором смысле выполнялось условие:

$$u_\Delta \rightarrow_{\Delta \rightarrow 0} u \quad (2.72)$$

где: Δ — шаг сетки.

Разностные аппроксимации, обладающие свойством (2.72), называются сходящимися. Естественно, что только схемы, гарантирующие сходимость, могут использоваться для численной реализации дифференциальной задачи.[7]

Одним из важнейших результатов в вопросе обоснования конечно-разностного алгоритма решения уравнений мелкой воды является схема, предложенная Л.А. Оганесяном. Схема принадлежит к явному типу и может применяться для весьма широкого класса граничных задач в прямоугольной области. Уравнения, для интегрирования которых она предназначена, образуются сперва подстановкой $gH = \varepsilon^2/4$ к симметричному виду (это важно для корректной постановки задачи с открытыми границами), а затем производится определенное преобразование уравнений с тем, чтобы воспользоваться направленными пространственными разностями. Введем обозначения:

$$u_+ \begin{cases} u & \text{при } u > 0, \\ 0 & \text{при } u \leq 0, \end{cases} \quad u_- \begin{cases} u & \text{при } u < 0, \\ u & \text{при } u \geq 0. \end{cases} \quad (2.73)$$

Пусть далее $\rho = c + u$, $\lambda = c - u$, $v = v\sqrt{2}$, $\alpha_\pm = \frac{v_\pm}{2\sqrt{2}}$, $\beta_\pm = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{\sqrt{2}} \pm \frac{c}{2}\right)$.

Тогда в новых переменных ρ, v, μ с использованием обозначений для направленных разностей типа (2.62), (2.67) схема Оганесяна имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_t + \left(\frac{c}{2} + u_+\right) \rho_{\bar{x}} - u_- \rho_x + \left(\alpha_t - \frac{1}{2} \beta_-\right) \rho_{\bar{y}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_t v_{\bar{y}} + \left(-\alpha_t + \frac{1}{2} \beta_t\right) \lambda_{\bar{y}} - \\ - \left(\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_-\right) \rho_y - \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- v_y - \left(-\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_-\right) \lambda_y = \psi^{(1)}, \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$v_t + u_t v_x - u_- v_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_t \rho_{\bar{y}} + \beta_+ v_{\bar{y}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta + \lambda_{\bar{y}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- \rho_{\bar{y}} - \beta_- - v_y + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- \lambda_y = \psi^{(2)} \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} \lambda_t + u_t \lambda_{\bar{x}} + \left(\frac{c}{2} + u_-\right) \lambda_x + \left(-\alpha_t + \frac{1}{2} \beta_t\right) \rho_{\bar{y}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_t v_{\bar{y}} + \left(\alpha_+ + \frac{1}{2} \beta_+\right) \lambda_{\bar{y}} - \\ - \left(-\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_-\right) \rho_y - \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- v_{\bar{y}} - \left(-\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_-\right) \lambda_y = \psi^{(3)}, \end{aligned} \quad (2.76)$$

где $\psi^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) – некоторые линейные комбинации правых частей $F^{(1)}, F^{(2)}$ исходных уравнений.

Постановка задачи допускает открытую границу, параллельную ОУ. Для волны, выходящей из области интегрирования, уравнения на границе удовлетворяются. Схема устойчива при выполнении критерия Куранта и имеет первый порядок точности по $\Delta t, \Delta s$.

Как пример неявной схемы приведем метод интегрирования исходных уравнений с членами горизонтальной турбулентной вязкости. Особенность этого метода, предварительное расщепление двумерной задачи на ряд одномерных – прием, разработан с целью эффективной реализации многомерных задач математической физики. В данном случае расщепление уравнений движения производится следующим образом:

$$\frac{u^{k+1/2} - u^k}{\Delta t/2} = -gH^k \frac{\partial \xi^k}{\partial x} + f v^k + A \left(\frac{\partial^2 u^k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{k+1/2}}{\partial y^2} \right) + F^{(1)k}, \quad (2.77)$$

$$\frac{v^{k+1/2} - v^k}{\Delta t/2} = -gH^k \frac{\partial \xi^k}{\partial y} - fu^k + A \left(\frac{\partial^2 v^{k+1/2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^k}{\partial y^2} \right) + F^{(2)k}, \quad (2.78)$$

$$\frac{u^{k+1} - u^{k+1/2}}{\Delta t/2} = -gH^{k+1/2} \frac{\partial \xi^{k+1}}{\partial x} + fv^{k+1} + A \left(\frac{\partial^2 u^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{k+1/2}}{\partial y^2} \right) + F^{(1)k+1/2}, \quad (2.79)$$

$$\frac{v^{k+1} - v^{k+1/2}}{\Delta t/2} = -gH^{k+1/2} \frac{\partial \xi^{k+1}}{\partial y} - fu^{k+1/2} + A \left(\frac{\partial^2 v^{k+1/2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^{k+1}}{\partial y^2} \right) + F^{(2)k+1/2} \quad (2.80)$$

где

$$F^{(1)k} = \left[\tau_x^{(1)} - H \frac{\partial p_a}{\partial x} - k_2 u \sqrt{u^2 + v^2} \right]^k, \quad (2.81)$$

$$F^{(2)k} = \left[\tau_y^{(2)} - H \frac{\partial p_a}{\partial y} - k_2 v \sqrt{u^2 + v^2} \right]^k, \quad (2.82)$$

$$F^{(1)k+1/2} = \left[\tau_x^{(1)} - H \frac{\partial p_a}{\partial x} \right]^{k+1/2} - k_2 u^{k+1} \left[\sqrt{u^2 + v^2} \right]^{k+1/2}, \quad (2.83)$$

$$F^{(2)k+1/2} = \left[\tau_y^{(2)} - H \frac{\partial p_a}{\partial y} \right]^{k+1/2} - k_2 v^{k+1} \left[\sqrt{u^2 + v^2} \right]^{k+1/2}, \quad (2.84)$$

Для определения градиентов уровня в момент $k + 1$ в уравнениях (2.79) – (2.80) проводится следующее. Уравнение неразрывности (2.42) дифференцируется соответственно по x, y и производные по времени от горизонтальных градиентов уровня аппроксимируются центральными разностями относительно момента $k + \frac{1}{2}$, а члены $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ в момент $k + \frac{1}{2}$ заменяются их средним на слоях k и $k + \frac{1}{2}$. Тогда имеем:

Подставляя эти значения в (2.68), (2.70) и аппроксимируя производные соотношениями типа (2.68), (2.70), получаем схему, реализуемую на каждом слое по времени, например, трехточечными прогонками в координатных направлениях. Схема имеет второй порядок точности по времени и пространственным переменным. Отметим еще, что, несмотря на неявную

структуру, она требует некоторого ограничения на шаги типа условий Куранта.[7]

3 Описание модели используемой в работе

3.1 Исходная система уравнений

Исходная система уравнений включает уравнения движения в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$

$$\rho g = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$

где u, v, w – горизонтальные и вертикальные составляющие скорости;

P – давление;

ρ, ρ_0 – плотность и стандартная плотность воды соответственно;

g – ускорение свободного падения;

f – параметр Кориолиса;

K_z – коэффициент вертикальной турбулентной вязкости;

x, y, z – горизонтальные и вертикальная координаты соответственно;

t – время.

Граничные условия:

Граничные условия на свободной поверхности $z = 0$ следующие:

$$\rho_0 K_z \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{0x}, \tau_{0y}) \quad (3.5)$$

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (3.6)$$

где η – возмущение уровня свободной поверхности;

τ_{0x}, τ_{0y} – составляющие касательного напряжения трения на поверхности моря.

Граничные условия на дне:

$$\rho_0 K_z \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{bx}, \tau_{by}) \quad (3.7)$$

$$w = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (3.8)$$

где τ_{bx}, τ_{by} – составляющие касательного напряжения трения у дна.

На твердых боковых границах задаются условия непротекания и отсутствия потоков тепла, соли и взвешенных частиц, что представляется в следующем виде:

$$(U \cdot n) = 0 \quad (3.9)$$

где U – вектор скорости течений;

n – нормаль к боковой границе.

Для жидкой боковой границы задаются значения температуры, солёности и концентраций взвешенных частиц. Для речной границы задается скорость течений, а для морской используется условие свободного распространения волны (условие излучения).

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \sqrt{gh} (k \cdot \nabla \eta) \quad (3.10)$$

Где k – вектор направления распространения длинной волны.

3.2 Преобразование исходной системы уравнений

Практика численного моделирования показывает, что использование «спрямления дна» предпочтительней, чем использование стандартной декартовой системы координат, так как приводит к менее значительным

погрешностям при проведении расчетов в бассейнах с существенными батиметрическими нерегулярностями. При преобразовании вводится новая вертикальная координата $\sigma = \frac{z}{h}$. При этом исходная система уравнений с учетом уравнения гидростатики в новой системе координат (x, y, σ, t) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} \int_0^\sigma \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma^* + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K_z}{h} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0} \int_0^\sigma \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma^* + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{K_z}{h} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + \frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial \sigma} = 0 \quad (3.13)$$

где σ^* – выражение горизонтальной турбулентной диффузии в новых переменных.[7]

3.3 Расчет уровня поверхности моря

Представленная математическая модель включает в себя описание двух классов гидродинамических процессов, существенно отличающихся друг от друга по скорости протекания. Это баротропные и бароклинные волновые процессы. Скорость их распространения имеет порядок $\sqrt{gh}$ и $\sqrt{gh} \sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho_0}}$ соответственно, где $\Delta \rho$ –градиент плотности.

Таким образом, скорость распространения бароклинных процессов более, чем на порядок меньше скорости баротропных. Баротропные процессы отвечают за приспособление уровня свободной поверхности к дивергенции потоков во всем слое водоема. Вторые определяют формирование бароклинных градиентов давления. При построении численного алгоритма целесообразно разделить эти процессы путем

введения двух расчетных режимов или двух моделей, вложенных одна в другую. На первом этапе будем рассчитывать уровень свободной поверхности, а затем по рассчитанному уровню найдем трехмерное распределение течений и остальные характеристики. Уравнения, необходимые для расчета уровня свободной поверхности получим путем интегрирования в пределах толщины слоя уравнений движения (3.1) – (3.2) и уравнения неразрывности (3.4). В результате получим:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - fV = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{gh^2}{\rho_0} \int_0^1 (1 - \sigma) \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma + \tau_{0x} + \tau_{bx} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + fU = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{gh^2}{\rho_0} \int_0^1 (1 - \sigma) \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma + \tau_{0y} + \tau_{by} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3.16)$$

$$\text{где } U = h \int_0^1 u d\sigma, V = h \int_0^1 v d\sigma.$$

При этом на твердых боковых границах используется условие непротекания. На речных границах учитывается речной сток, а для морских жидких границ применяется условие излучения. Касательное напряжение трения на поверхности воды и у дна находятся из соотношений:

$$(\tau_{0x}, \tau_{0y}) = c_0 \rho_a \sqrt{u_a^2 + v_a^2} (u_a, v_a) \quad (3.17)$$

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = c_0 \rho_0 \sqrt{u_0^2 + v_0^2} (u_0, v_0) \quad (3.18)$$

Где u_a, v_a – составляющие скорости ветра;

u_0, v_0 – составляющие скорости придонных течений;

ρ_a – плотность воздуха.

4 Основные особенности формирования ветровых колебаний уровня по результатам расчетов

В модели для расчета ветровых колебаний уровня Азовского моря использовались данные из гидрометеорологического ежемесячника по 8 станциям за февраль 1974 года. Дискретность данных составляет 6 часов. Полученные результаты расчетов сравнивались с фактическими данными, которые представлены в виде графиков. С помощью модели были рассчитаны колебания уровня по всей акватории моря. Результаты представлены на картах полей колебаний уровня. Целью работы является проверка модели на качество расчетов ветровых колебаний уровня в Азовском море.

4.1 Особенности ветрового режима над акваторией Азовского моря в феврале

На графиках (4.1 – 4.4) представлена временная изменчивость направлений ветра на четырех станциях Кубанская устьевая, Мысовое, Бердянск и Таганрог. Графики построены по данным за февраль 1974 года с дискретностью 6 часов. При анализе этих графиков можно отметить, что на каждой из станций выделяются несколько периодов с явным преобладанием определенного направления ветра.

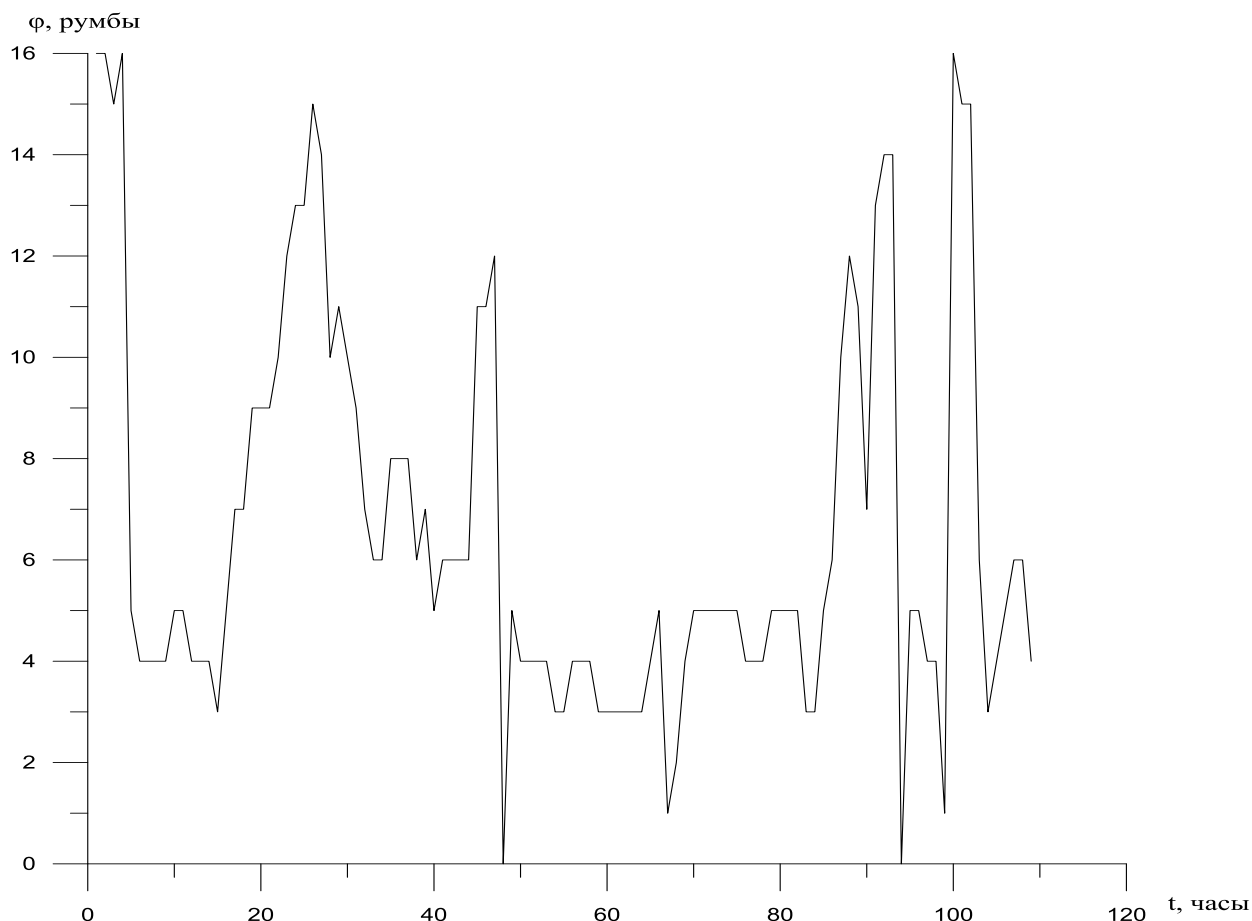


Рисунок 4.1.1 – Временная изменчивость направления ветра на станции Кубанская устьевая за февраль 1974 года

На станции Кубанская устьевая (рис.4.1.1) 1.02 преобладал северный ветер. 2.02 с 03:00 ветер поменял направление на восточное и до 4.02 до 21:00 оставался преимущественно таким. В период с 5.02 по 12.02 преобладали южный и восточный ветра. 7.02 ветер менял свое направление на западное, северное затем снова на западное. С 13.02 по 21.02 преобладали восточные и северные ветра. 15.02 с 15:00 до 17.02 наблюдался северный ветер. С 18.02 до 21.02 был преимущественно восточный ветер, но 21.02 ветер поменялся на северный. 22.02 наблюдался сначала восточный ветер, а затем южный и западный. 23.02 ветер сменился на южный, а 24.02 – на западный. В период с 25.02 по 28.02 ветер был преимущественно восточный, но иногда менял направление на северное: 26.02 с 9:00 до 27.02 до 3:00, 27.02 в 15:00. 28.02 с 9:00 до 15:00 стал южным.

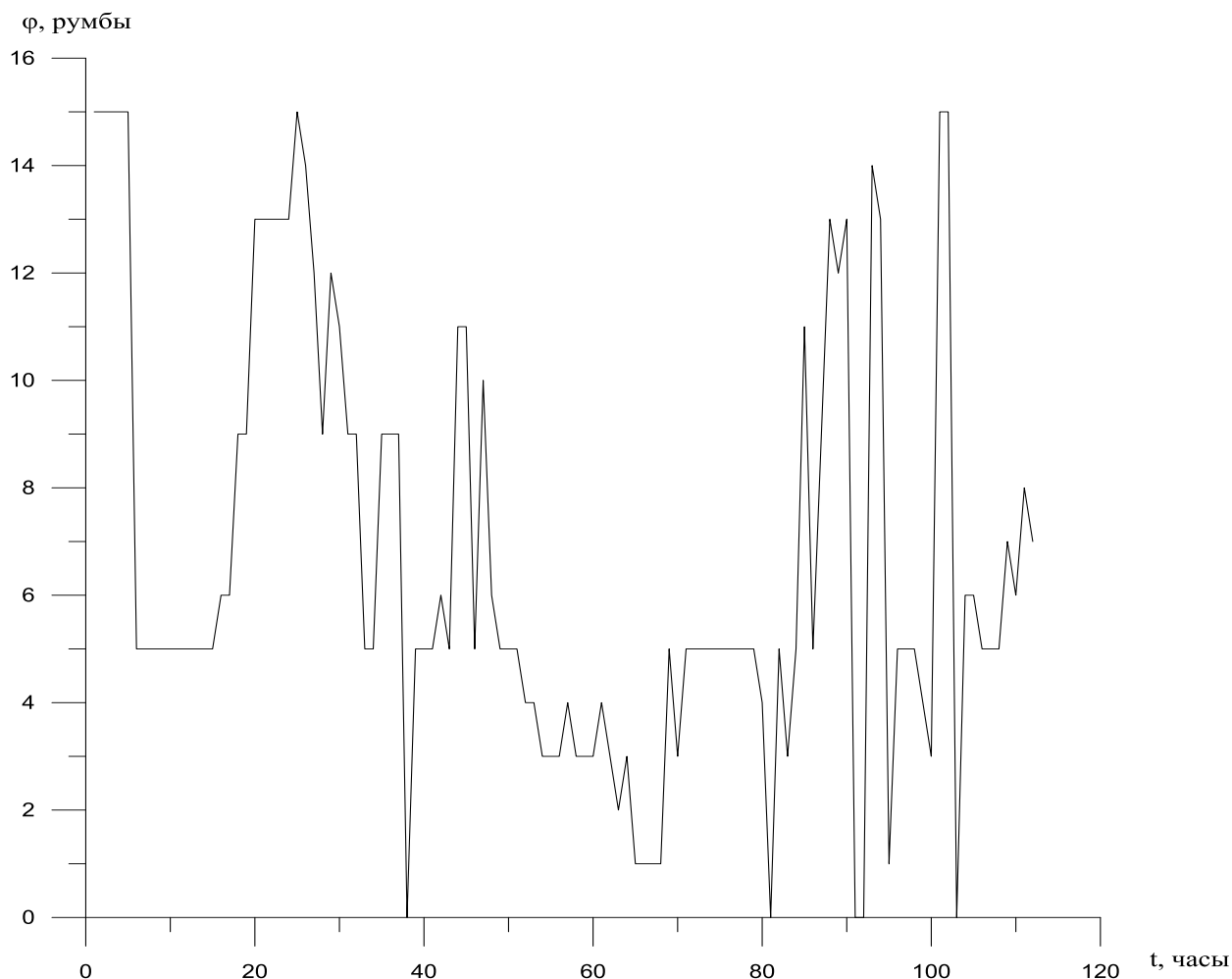


Рисунок 4.1.2 – Временная изменчивость направления ветра на станции Мысовое за февраль 1974 года

На станции Мысовое (рис.4.1.2) 1.02 наблюдался северный ветер. С 2.02 по 4.02 преобладал восточный ветер. В период с 5.02 по 12.02 преобладал ветер южного и восточного направлений. Но 6.02 ветер был западный, и 7.02 наблюдался западный ветер. С 14.02 по 17.02 преобладает северный ветер. В период с 22.02 по 24.02 отмечается ветер разных направлений: 22.02 в 03:00 и в 15:00 наблюдался южный ветер, в 09:00 – восточный, а в 21:00 ветер сменился на западный и оставался таким до 24.02. Ветер изменил направление 24.02 в 15:00 на северное. Затем на восточное, которое преобладало до конца февраля, но иногда менял направление на северное 25.02 с 21:00 до 09:00 25.02 и южное 28.02.

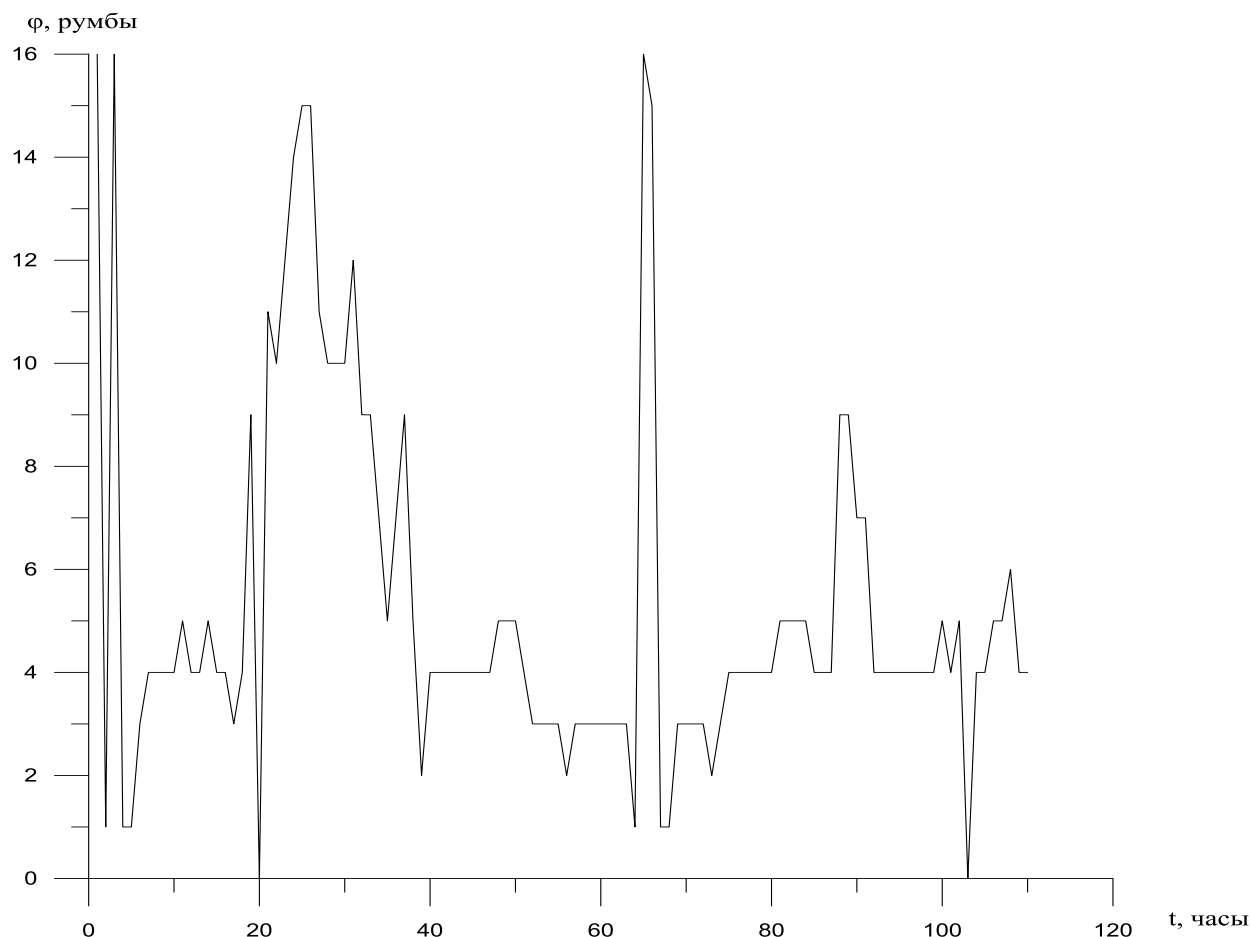


Рисунок 4.1.3 – Временная изменчивость направления ветра на станции Бердянск за февраль 1974 года

На станции Бердянск (рис.4.1.3) 1.02 и 2.02 наблюдается северный ветер. Ветер начинает менять направление на восточное 2.02 в 15:00 и до 5.02 не меняет своего направления. С 6.02 по 9.02 ветер преимущественно южный, но 6.02 в 21:00 он становится западным и 7.02 меняется на северный, а затем снова на южный. 10.02 ветер меняется на восточный и до 13.02 не меняет направления. В период с 14.02 по 19.02 преобладает северный ветер. С 20.02 по 22.02 ветер снова восточный. 23.02 ветер сменился на южный, а с 24.02 и до конца февраля он преимущественно восточный.

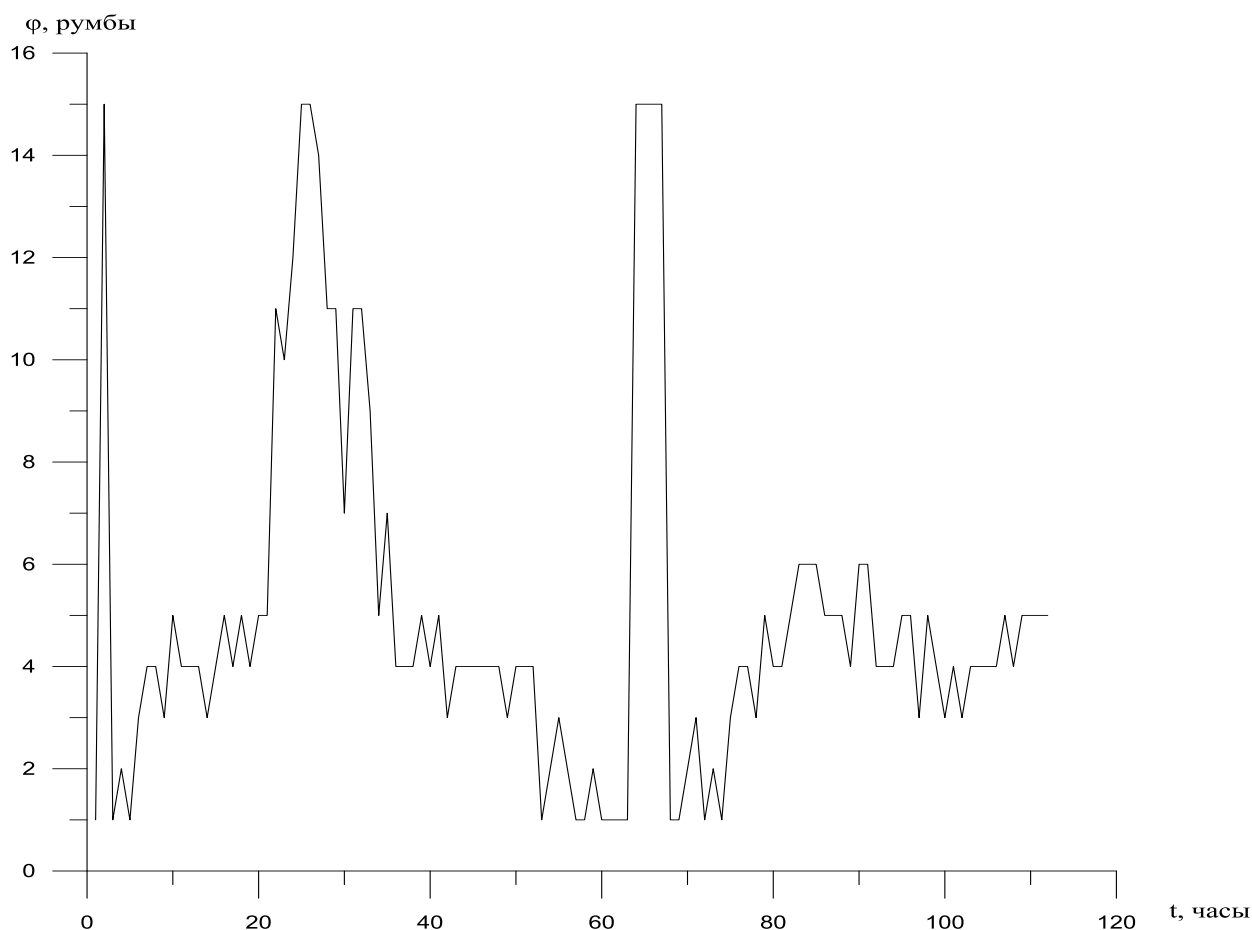


Рисунок 4.1.4 – Временная изменчивость направления ветра на станции Таганрог за февраль 1974 год

На станции Таганрог (рис.4.1.4) 1.02 и 2.02 дует северный ветер. С 3.02 по 5.02 ветер восточный. В период с 6.02 по 9.02 ветер преимущественно южного направления. 7.02 ветер ненадолго сменился на северный. Далее отмечается период с восточным направлением ветра: с 10.02 по 13.02. Северный ветер наблюдается с 14.02 по 19.02 до 09:00. С 20.02 и до конца месяца преобладает восточный ветер, но с 25.02 по 27.02 ветер преимущественно северный.

При сравнении направлений ветра на всех станциях можно отметить, что они практически совпадают. В начале и в середине месяца на всех станциях наблюдается северный ветер. В конце месяца – восточный. Наиболее выраженные периоды с преобладающим направлением ветра можно видеть на станциях Бердянск и Таганрог. На станциях Кубанская устьевая и Мысовое ветер меняет направление достаточно часто.

Наибольшую повторяемость на всех станциях имеют ветра восточного направления. Наименьшую – южного.

4.2 Особенности временного хода уровня по фактическим и расчетным данным

Рассчитанный по модели ход уровня на 8 береговых станциях Азовского моря сравнивается с фактическими данными для каждой станции за февраль 1974 года. Дискретность хода уровня по времени составляет 6 часов. Для каждой из береговых станций построен график, на котором совмещены фактический и расчетный ход уровня Азовского моря.

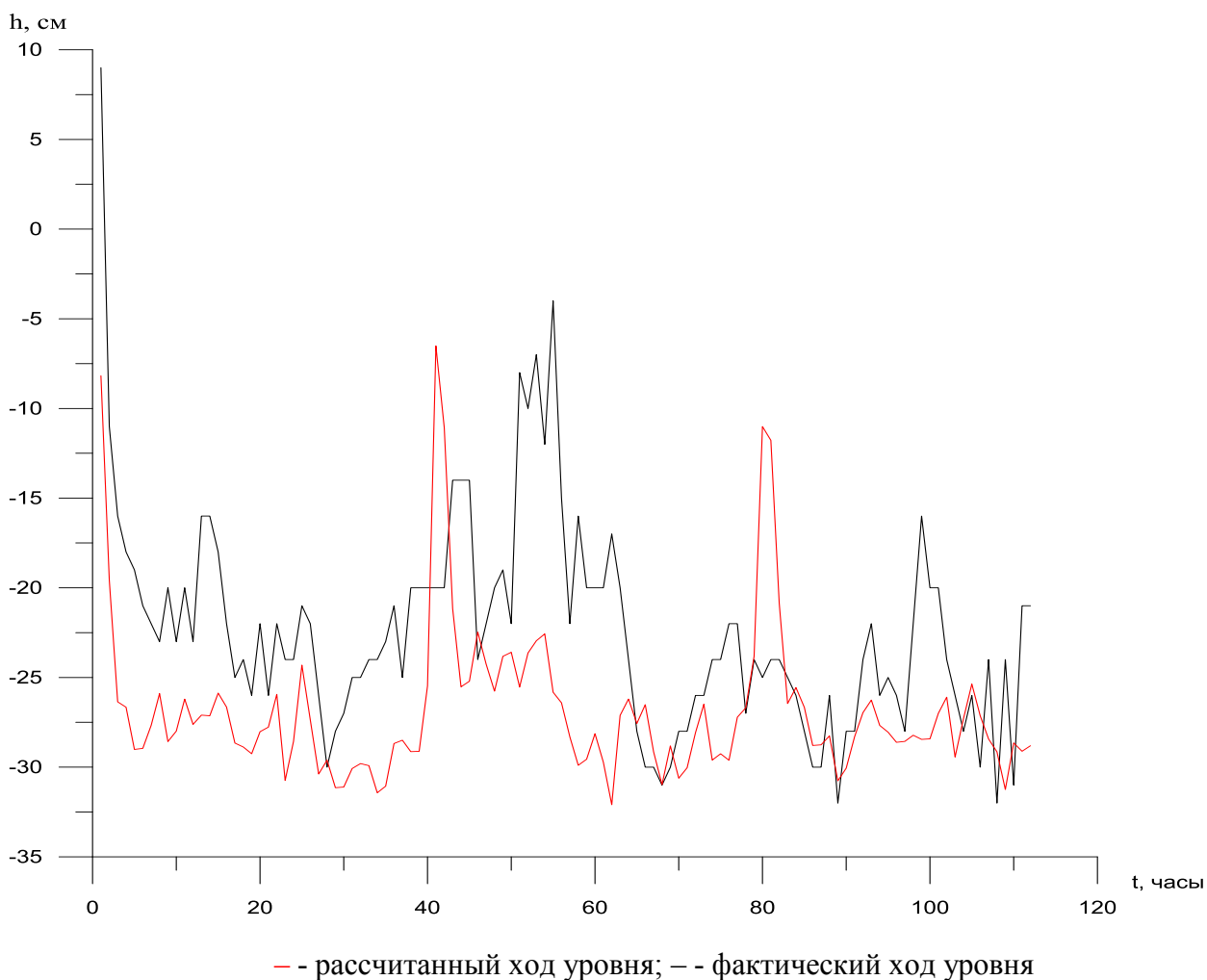


Рисунок 4.2.1 – Ход уровня на станции Опасное за февраль 1974 года

На станции Опасное (рис.4.2.1) за исследуемый период достаточно много различий по амплитуде, по величине колебаний уровня и по

временному ходу. Рассчитанный ход уровня на графике располагается ниже фактического. Довольно сильное различие наблюдалось в период с 09:00 часов 8.02 по 21:00 час 20.02. По фактическим данным в период с 09:00 часов 8.02 по 09:00 часов 10.02, а также в 03:00 часа 12.02 и в период с 15:00 часов 15.02 по 03:00 часа 16.02 происходит подъем уровня, а по рассчитанным – спад. Такое же различие в ходе уровня наблюдается в период с 03:00 часов 19.02 до 15:00 часов 20.02. В конце месяца и в начале наблюдается некоторое совпадение рассчитанного хода уровня с фактическим. Совпадения или близкие по значению величины расчетного и фактического хода уровня приходятся на 21:00 часов 7.02 (-29 см), 03:00 часа 12.02 (по рассчитанному – -22.5 см, по фактическому – -23.5 см), 03:00 часа 18.02 (-30 см), 21:00 часов 18.02 (по рассчитанному – -27.5 см, по фактическому – -26 см), 15:00 часов 20.02 (-27.5 см), с 15:00 до 21:00 часов 22.02 (-28 см – по рассчитанному, -30 см – по фактическому), 03:00 часа 23.02 (-31 см – по рассчитанному, -32.5 см – по фактическому), 09:00 часов 25.02 (-28 см – по рассчитанному, -27.5 см – по фактическому), 03:00 часа 27.02 (-25 см). Максимальная разница между величинами расчетного и фактического хода уровня составила 22 см 14.02 в 15:00 часов. Максимальное значение рассчитанного колебания уровня составило -6.5 см, минимальное – -32 см. Максимальное значение фактического колебания уровня составило 8 см, минимальное – -32 см. По амплитуде сильная разница наблюдается в период с 09:00 часов 13.02 до 03:00 часов 15.02, по фактическим данным в это время происходит резкий подъем уровня, а по рассчитанным – небольшие колебания в пределах от -22.5 см до -25 см. С 03:00 часов 20.02 до 15:00 часов 21.02 по рассчитанным данным происходит повышение уровня, по фактическим данным изменений почти нет.

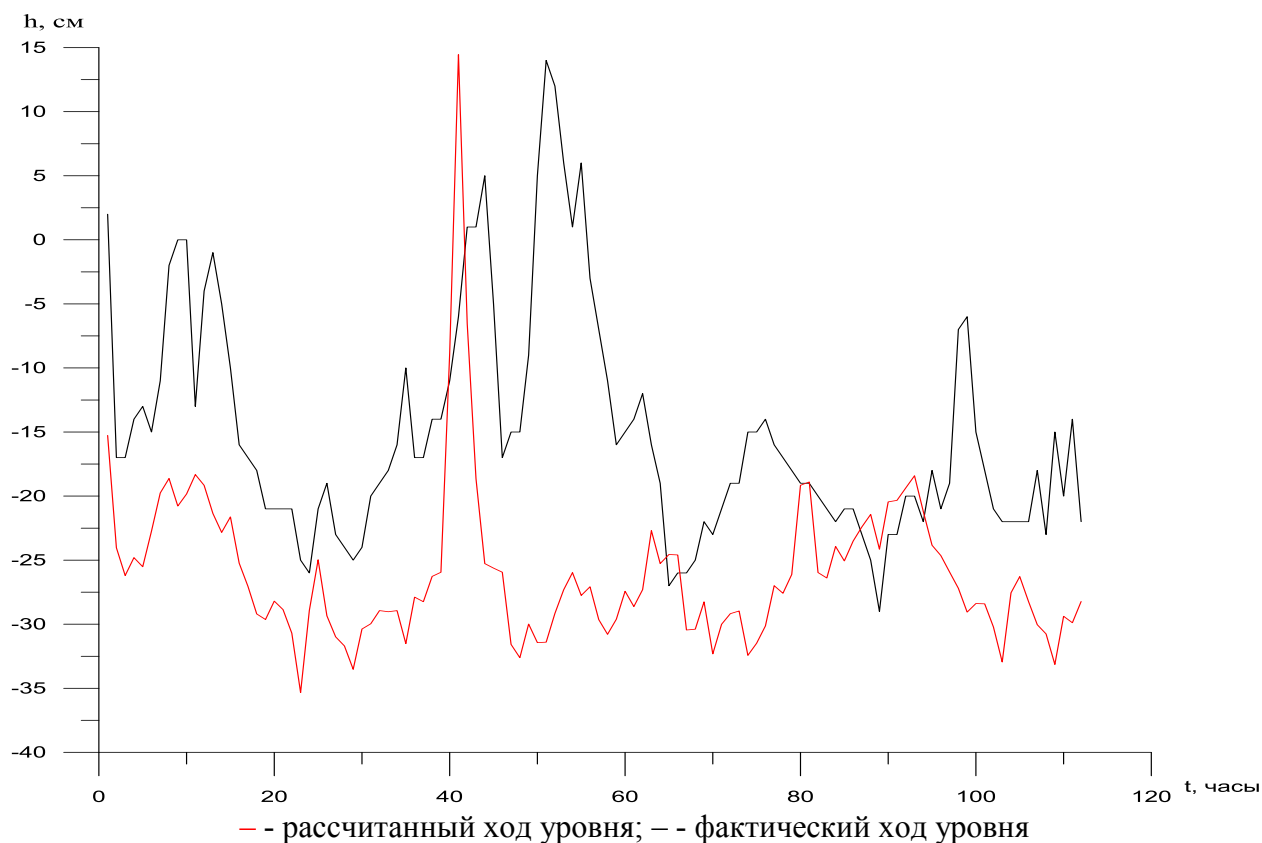


Рисунок 4.2.2 – Ход уровня на станции Мысовое за февраль 1974 года

На станции Мысовое (рис.4.2.2) график рассчитанного хода колебаний уровня почти за весь исследованный период синхронно повторяет фактический ход уровня. Но располагается ниже графика фактического уровня. Наибольшие различия в ходе уровня наблюдаются с 17.02 по 22.02 и с 25.02 по 27.02. Совпадений по величине не много. Они приходятся на 23.02 и 24.02 (значения от -18 до -20). В 15:00 часов 9.02, в период с 03:00 до 21:00 часа 19.02 и в 09:00 часов 25.02 по фактическим данным наблюдается подъем уровня, а по рассчитанным – спад. По амплитуде графики различаются в период с 03:00 часов 13.02 до 21:00 часа 15.02. Максимальная разница между фактическим и расчетным ходом уровня составляет 46 см. Максимальное значение фактического колебания уровня равно 14 см, минимальное – -29 см. Максимальное значение расчетного колебания уровня равно 14,5, минимальное – -35 см.

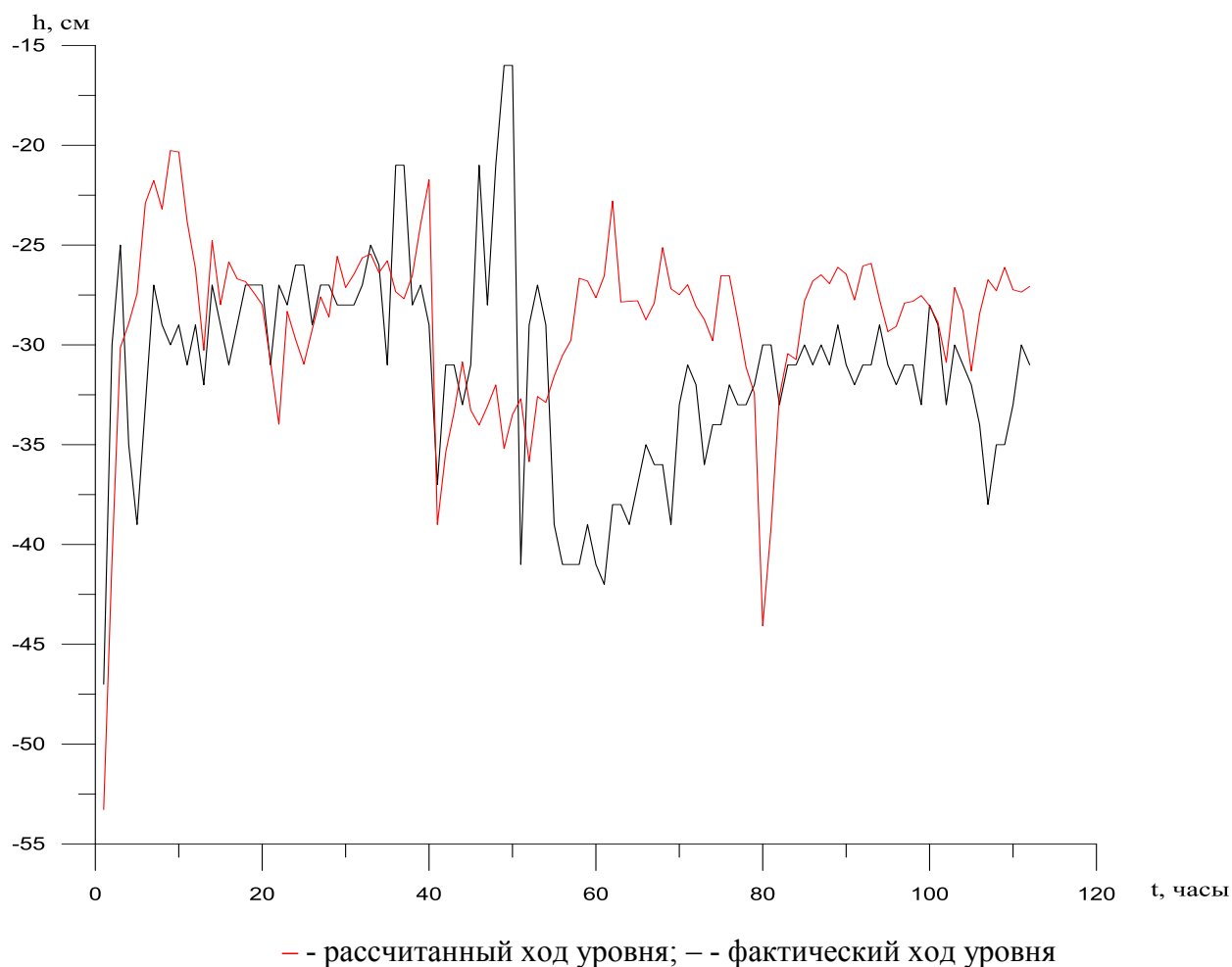


Рисунок 4.2.3 – Ход уровня на станции Бердянск за февраль 1974 года

На станции Бердянск (рис.4.2.3) в начале месяца рассчитанные колебания уровня совпадают с фактическими. Максимально близкие по значению величины колебаний уровня приходятся на 15:00 часов 6.02 (расчетное значение равно -28 см, фактическое – -27.5 см), 09:00 часов 7.02 (значение около -27.5 см), 03:00 часа 9.02 (-25 см), 09:00 и 15:00 часов 21.02 (-31 см). В середине месяца по фактическим данным происходит резкое повышение уровня, а по рассчитанным – небольшие колебания. С 21:00 часа 14.02 до 03:00 часов 16.02 на графике фактического хода уровня наблюдается подъем уровня, а на расчетном – спад. С 09:00 до 15:00 часов 20.02 происходит резкое понижение уровня по расчетным данным, а по фактическим небольшое повышение. В конце месяца значения рассчитанных колебаний уровня немного превышают значения фактических колебаний. Максимальное значение фактического хода уровня составило -16 см,

минимальное – -47 см. Максимальное значение рассчитанного хода уровня равно -20 см, минимальное – -53 см. Максимальная разница между расчетным и фактическим колебанием составила 49 см.

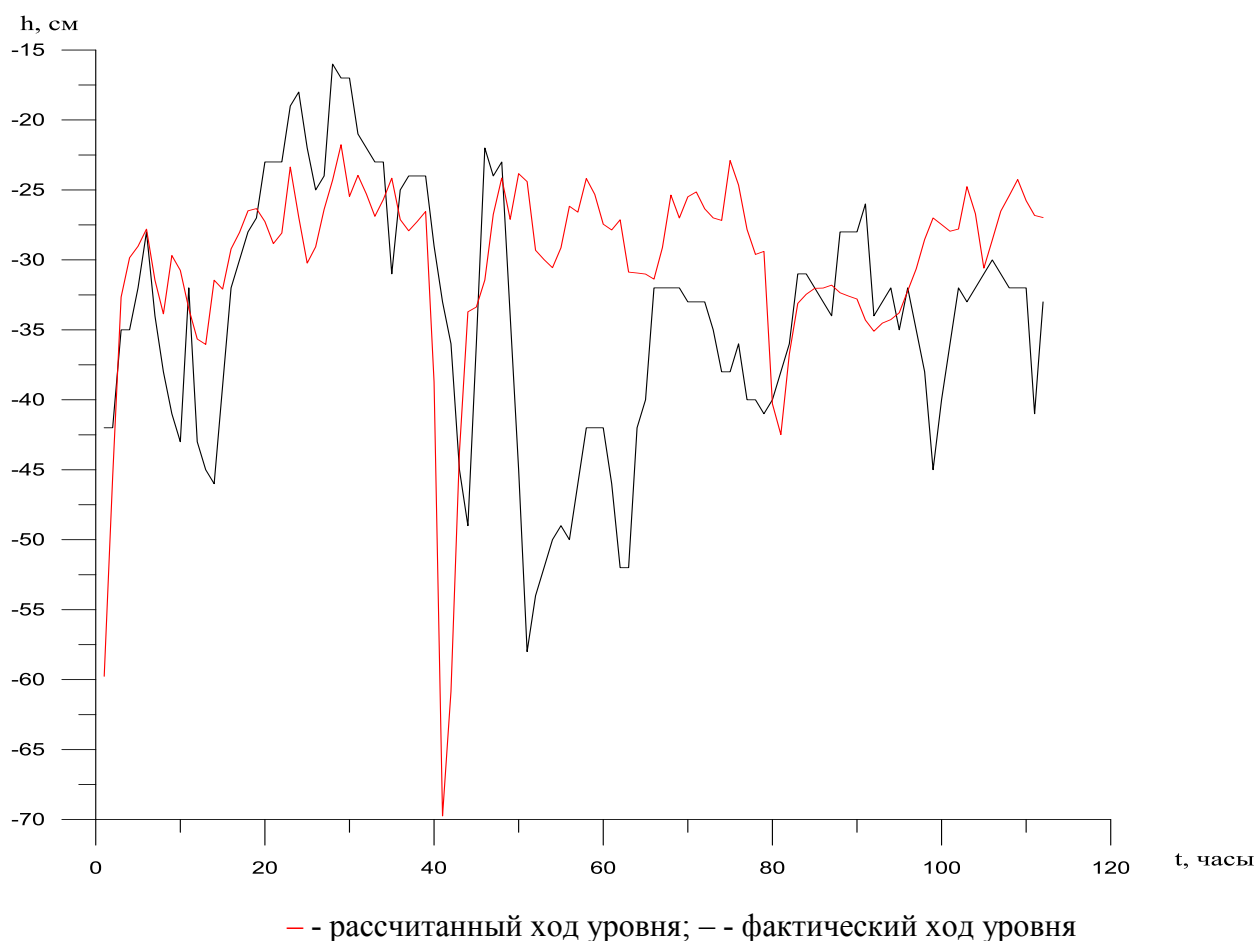


Рисунок 4.2.4 – Ход уровня на станции Жданов за февраль 1974 года

На станции Жданов (рис.4.2.4) наибольшее совпадение расчетного хода уровня с фактическим видно в начале месяца. Близкие по значению колебания уровня приходятся на 03:00 часа 2.02 (-28 см), 15:00 часов 5.02 (-27 см), 15:00 часов 12.02 (по расчетным данным величина колебания уровня равна -24 см, по фактическим – -23 см), 03:00 часа 17.02 (-32 см), 03:00 часа 27.02 (-30). В 03:00 11.02 по расчетным данным произошло резкое понижение уровня (до -70 см), по фактическим данным понижение произошло чуть позже и не настолько сильное (до -49 см). В период с 03:00 часов 13.02 до 09:00 часов 16.02, 09:00 часов 17.02 до 03:00 часов 20.02 и с 03:00 до 15:00 часов 25.02 по фактическому ходу уровня наблюдается понижение, а по расчетному – повышение. Амплитуда колебаний имеет

наибольшие значения на графике фактического хода уровня. Максимальное значение фактических колебаний уровня равно -16 см, минимальное – -58 см. Максимальное значение рассчитанных колебаний уровня равно -22 см, минимальное – -70 см. Максимальная разница между значениями фактических и рассчитанных колебаний составляет 33 см.

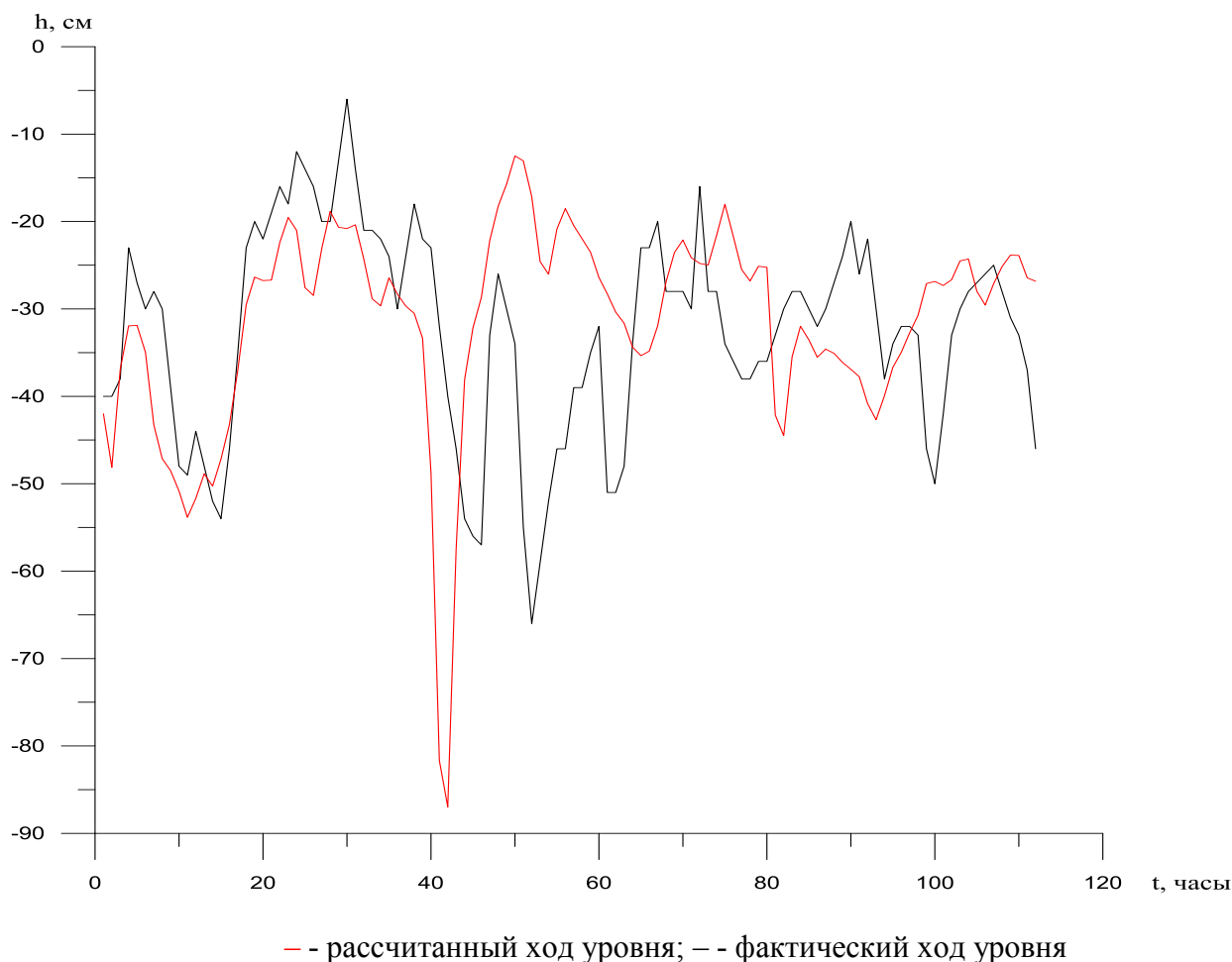


Рисунок 4.2.5 – Ход уровня на станции Таганрог за февраль 1974 года

На станции Таганрог (рис.4.2.5) рассчитанный ход уровня до середины месяца повторяет фактический ход уровня, но значения рассчитанного уровня немного ниже, чем значения фактического уровня. За весь исследованный период наиболее близкие значения уровня приходятся на 15:00 часов 7.02 (-20 см), 21:00 час 11.02 (-50 см). В период с 15:00 часов 10.02 до 9:00 часов 11.02 по расчетным данным произошло резкое понижение уровня до -87 см. По фактическим данным понижение уровня произошло немного позже и за период с 21:00 часа 10.02 до 3:00 14.02 было два

понижения уровня : в 3:00 12.02 уровень достиг отметки -57 см и в 21:00 час 13.02 – -66 см. В конце месяца график рассчитанного хода уровня повторяет фактический ход уровня, но с некоторым запаздыванием. Максимальное значение фактического колебаний уровня равно -6 см, минимальное – -66 см. Максимальное значение рассчитанных колебаний уровня равно -12 см, минимальное – -87 см. Максимальная разница между расчетными и фактическими значениями колебаний уровня составила 59 см.

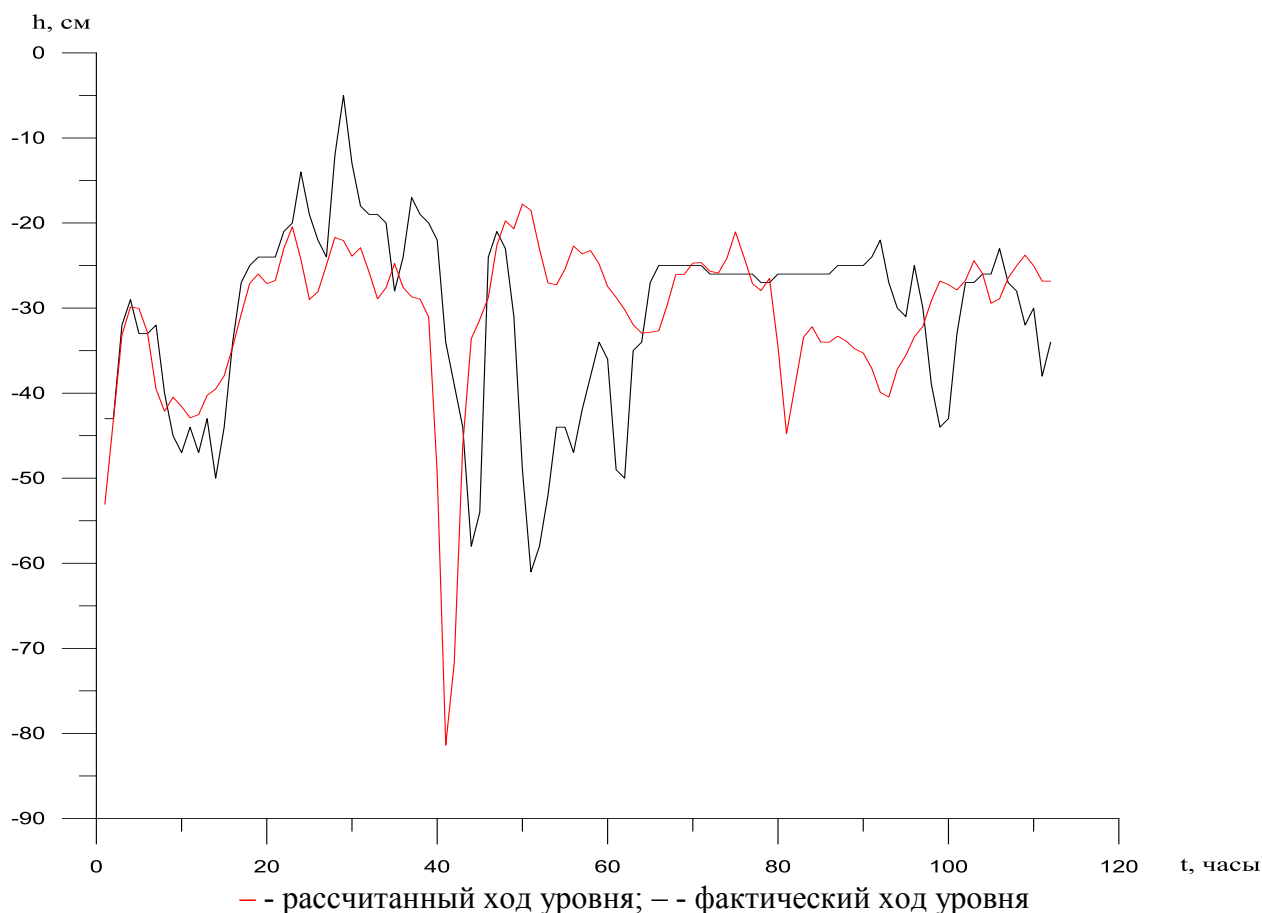


Рисунок 4.2.6 – Ход уровня на станции Ейск за февраль 1974 года

На станции Ейск (рис.4.2.6) рассчитанный ход уровня повторяет фактический примерно до середины месяца. В начале месяца значения колебаний практически совпадают. Далее наиболее близкие по величине колебания приходятся на 21:00 час 21.02 (-33 см), с 09:00 часов 17.02 до 21:00 часа 18.02 (около -25.5 см), с 03:00 до 15:00 часов 20.02 (-26 см), 09:00 часов и 21:00 час 26.02, и 15:00 часов 27.02 (-26 см). В период с 21:00 12.02 до 03:00 часов 16.02 по фактическим данным происходит понижение

уровня, а по расчетным – небольшие колебания уровня. В 03:00 часа 11.02 произошло резкое понижение уровня до -81 см по рассчитанным данным. По фактическим данным понижение уровня до -58 см произошло в 21:00 час 11.02. С 09:00 часов 17.02 до 09:00 часов 24.02 по графику фактических колебаний уровня изменений не происходит. По графику расчетных колебаний уровня с 21:00 часа 20.02 до 09:00 часов 24.02 идет понижение уровня. Максимальное значение фактического колебаний уровня равно -5 см, минимальное – -61 см. Максимальное значение рассчитанных колебаний уровня равно -18 см, минимальное – -81 см. Максимальная разница между расчетными и фактическими значениями колебаний уровня составила 47 см.

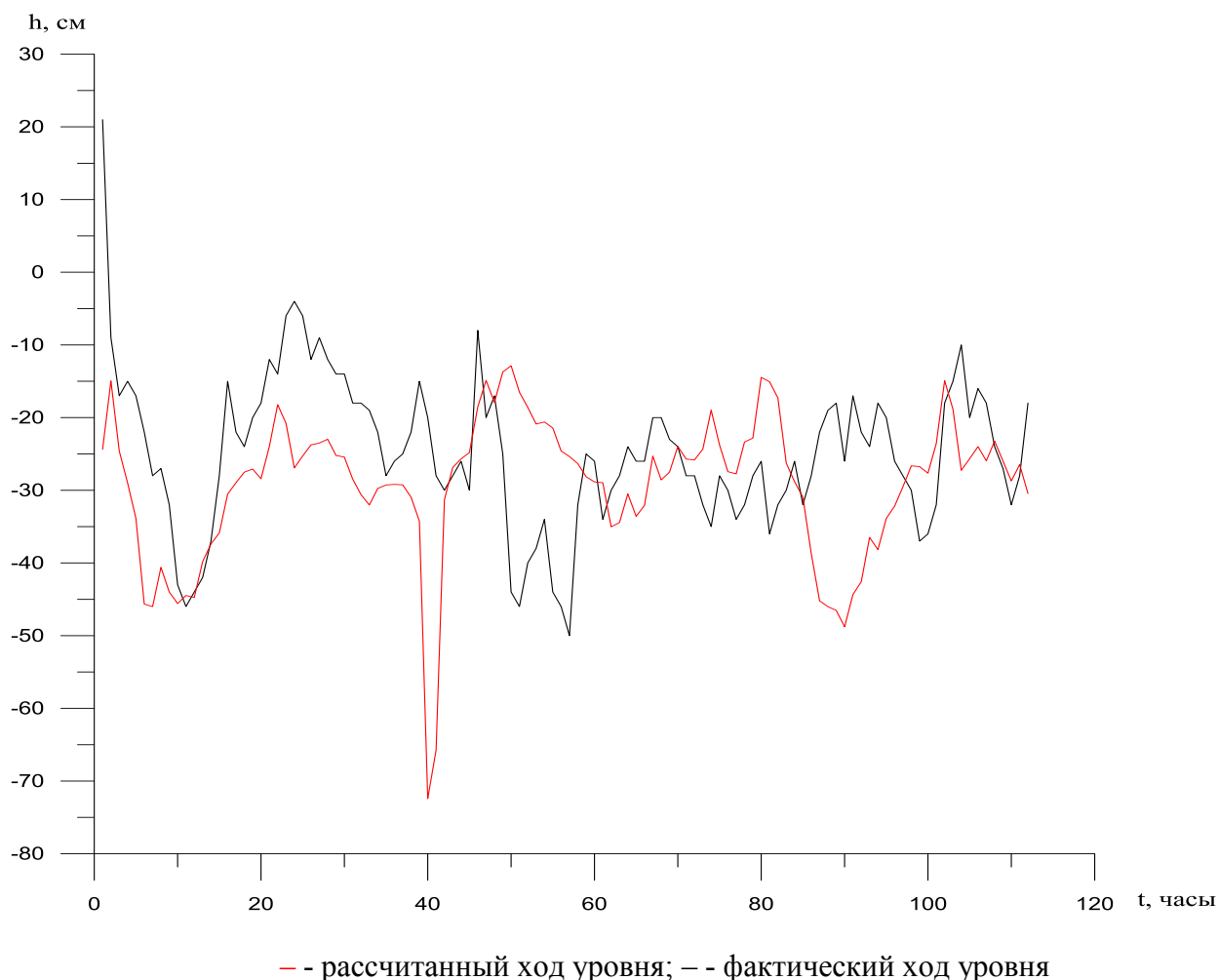


Рисунок 4.2.7 – Ход уровня на станции Приморско-Ахтарск за февраль 1974 года

На станции Приморско-Ахтарск (рис.4.2.7) рассчитанный ход уровня имеет некоторые совпадения с фактическим. 1.02 видна сильная разница в

величине колебаний и ходе уровня. По фактическим данным 1.02 был резкий подъем уровня и далее он начинает понижаться, а по расчетным нет резких изменений уровня. В начале месяца величина фактических колебаний превышает рассчитанные. В середине месяца наблюдается резкий спад уровня на графике фактического хода, а на графике расчетного хода плавное понижение уровня. Близкие по значению колебания приходятся на 15:00, 21:00 3.02 (-45 см), 09:00 часов 4.02 (-38 см), 15:00 и 21:00 часа 11.02 (около -26 см), 21:00 час 12.02 (-18 см), 09:00 часов 18.02 (-25 см), 03:00 часа 21.02 (-31 см), 09:00 часов 26.02 (-15 см), 28.02 с 03:00 до 15:00. В периоды с 15:00 часов 10.02 до 03:00 часов 11.02, 03:00 часов 22.02 до 09:00 часов 24.02 по рассчитанным данным уровень понижается, а по фактическим повышается. Максимальное значение фактического колебаний уровня равно 21 см, минимальное – -50 см. Максимальное значение рассчитанных колебаний уровня равно -13 см, минимальное – -72 см. Максимальная разница между расчетными и фактическими значениями колебаний уровня составила 57 см.

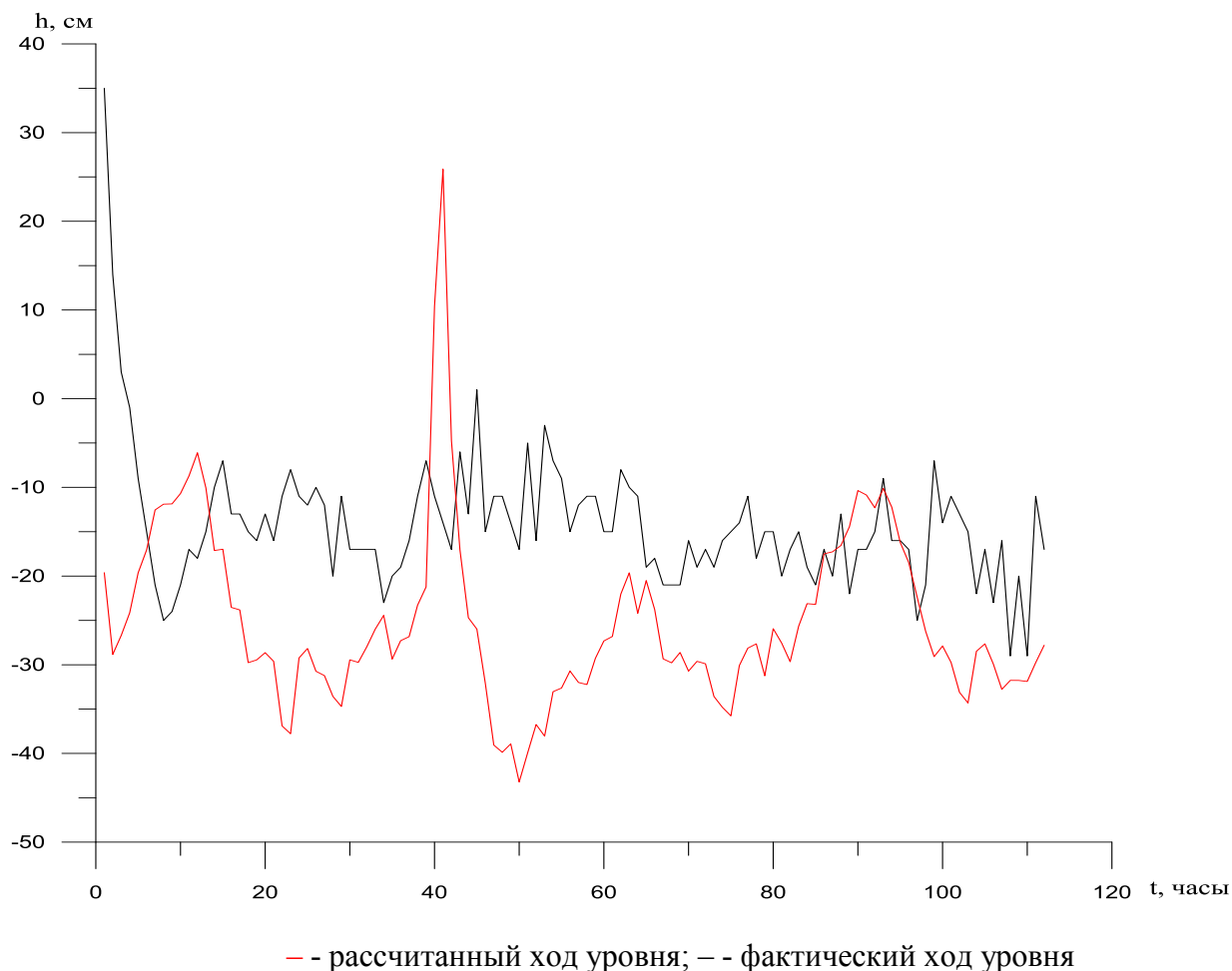


Рисунок 4.2.8 – Ход уровня на станции Кубанская устьевая за февраль 1974 года

На станции Кубанская устьевая (рис.4.2.8) рассчитанный ход уровня не совпадает с фактическим. Наиболее близкие по значению колебания приходятся на период с 03:00 часов 22.02 до 09:00 часов 25.02. График фактических колебаний уровня без резких изменений, за исключением 1.02 и 2.02, где уровень ровнялся 35 см, но к концу 2.02 упал до отметки -25 см. На графике рассчитанных колебаний наблюдается один резкий подъем уровня в 03:00 часа 11.02 до 26 см. Максимальное значение фактического колебаний уровня равно 35 см, минимальное – -29 см. Максимальное значение рассчитанных колебаний уровня равно 26 см, минимальное – -43 см. Максимальная разница между расчетными и фактическими значениями колебаний уровня составила 55 см.

При сравнении графиков рассчитанных колебаний уровня с фактическими колебаниями уровня для каждой из 8 береговых станций

можно сделать выводы, что для станций, находящихся на севере и северо-востоке Азовского моря (Бердянск, Жданов, Таганрог, Ейск, Приморско-Ахтарск) модель дала результат гораздо лучше, чем для южных и юго-западных станций (Опасное, Мысовое, Кубанская устьевая). Это можно объяснить, скорее всего, тем, что в модели неучтен водообмен Азовского моря с Черным через Керченский пролив. Также ошибки при расчете могут быть связаны с влиянием береговой линии, рельефа дна и течений вдоль берега у каждой из станций.

4.3 Особенности пространственного распределения ветровых колебаний уровня

Для описания особенностей пространственного распределения ветровых колебаний уровня были построены карты полей колебаний уровня рассчитанные для всей акватории Азовского моря для нескольких дат за исследуемый период. Для сравнения были построены карты по фактическим данным для тех же дат.

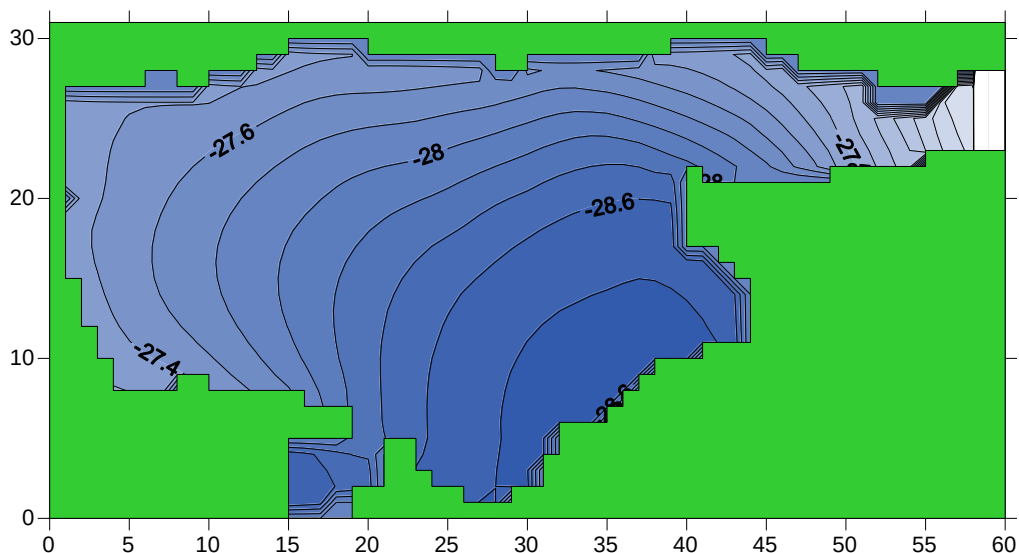


Рисунок 4.3.1а - Рассчитанное пространственное распределение колебаний уровня для 21:00 часа 15.02.74

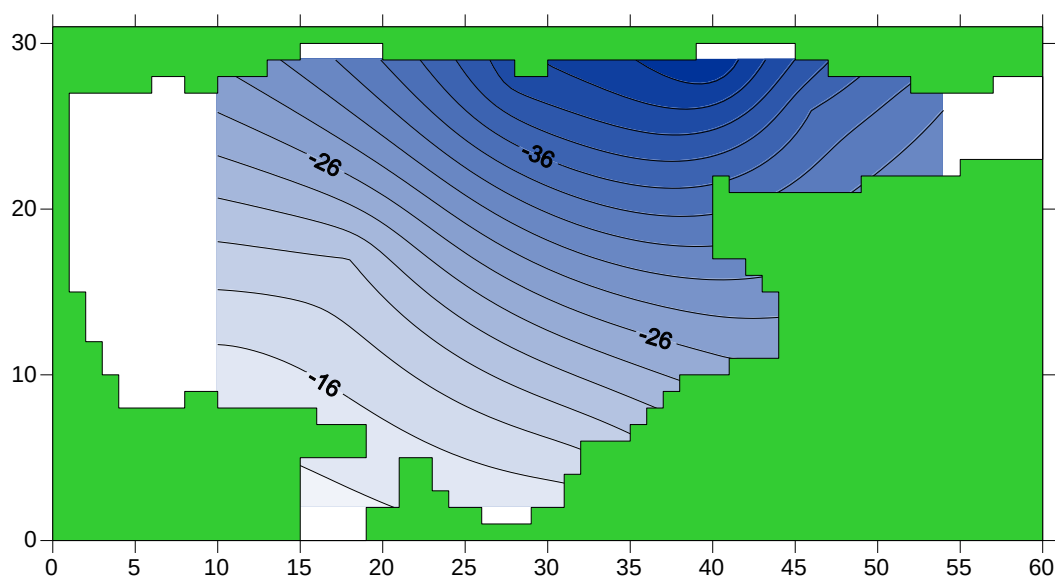


Рисунок 4.3.1б - Фактическое пространственное распределение колебаний уровня
для 21:00 часа 15.02.74

На картах фактических и рассчитанных полей колебаний уровня (рис.4.3.1а и рис.4.3.1б) видна существенная разница. На первой карте в южной, юго-западной и юго-восточной частях наблюдается сгон. На северо-востоке, в Таганрогском заливе, наблюдается нагон. Колебания уровня происходят в диапазоне от -30 см до -25 см. На карте с фактическим пространственным распределением нагон наблюдается на юге, юго-западе и юго-востоке. Сгон происходит на севере. Колебания уровня идет в диапазоне от -46 см до -12 см. Ветер 15.02 в 21:00 был северо-восточный, что и обуславливает такое пространственное распределение уровня на карте, построенной по фактическим данным. Максимальный сгон по первой карте наблюдается на станции Опасное (-28 см), максимальный нагон на – станции Ейск (-23 см). По второй карте максимальный сгон составил -42 см на станции Жданов, максимальный нагон – -15 см на станциях Мысовое и Кубанская устьевая.

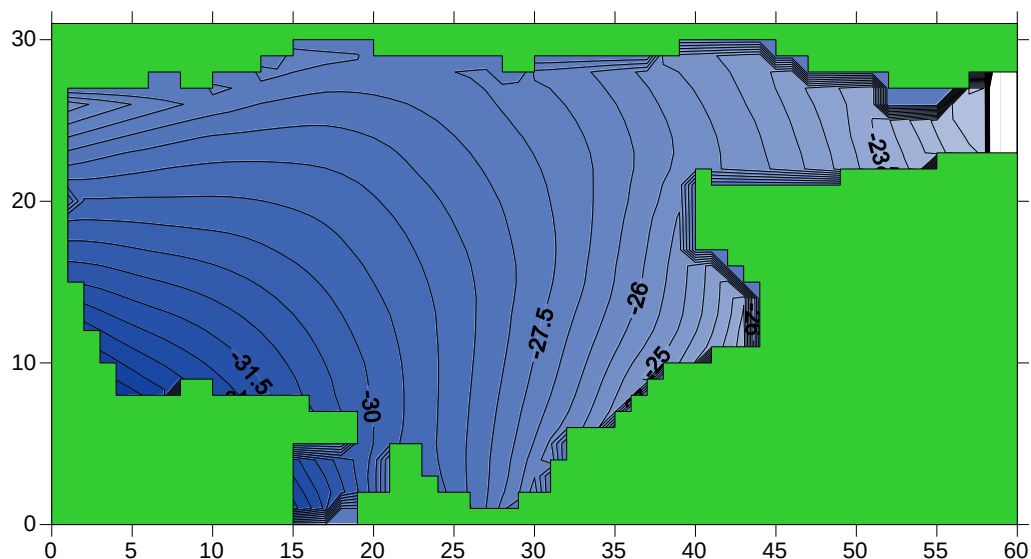


Рисунок 4.3.2а - Рассчитанное пространственное распределение колебаний уровня
для 09:00 часов 18.02.74

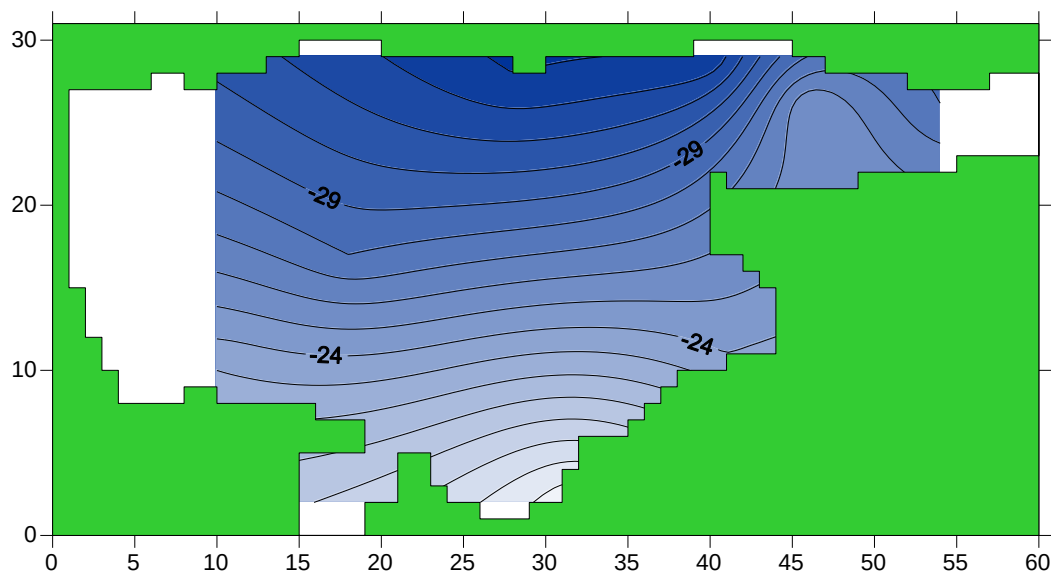


Рисунок 4.3.2б - Фактическое пространственное распределение колебаний уровня
для 09:00 часов 18.02.74

С 15.02 до 18.02 ветер оставался преимущественно северным и северо-восточным так что пространственное распределение уровня не сильно изменилось. На карте рассчитанного распределения (рис.4.3.2а) сгон наблюдается в южной и юго-западной частях моря. Нагон – в восточной части моря. На карте фактического распределения уровня (рис.4.3.2б) сгон наблюдается в северной части моря, а нагон – в южной. Максимальный сгон по первой карте составил -30 см на станции Мысовое и также как 15.02 на станции Опасное, но на 2 см ниже. Максимальный нагон – -23 см на станции

Приморско-Ахтарск. На южных станциях уровень стал ниже. Максимальный сгон по второй карте наблюдался, как и 15.02 в Жданове, но значение выше, чем 15.02 и составил -32.5 см. Максимальный нагон составил -17 см на станции Кубанская устьевая, что на 2 см ниже, чем 15.02. По сравнению с 15.02 на южных станциях уровень стал ниже, как и по расчетным данным, а на севере – выше. Это объясняется ветровыми течениями, которые переносят воды с севера на юг.

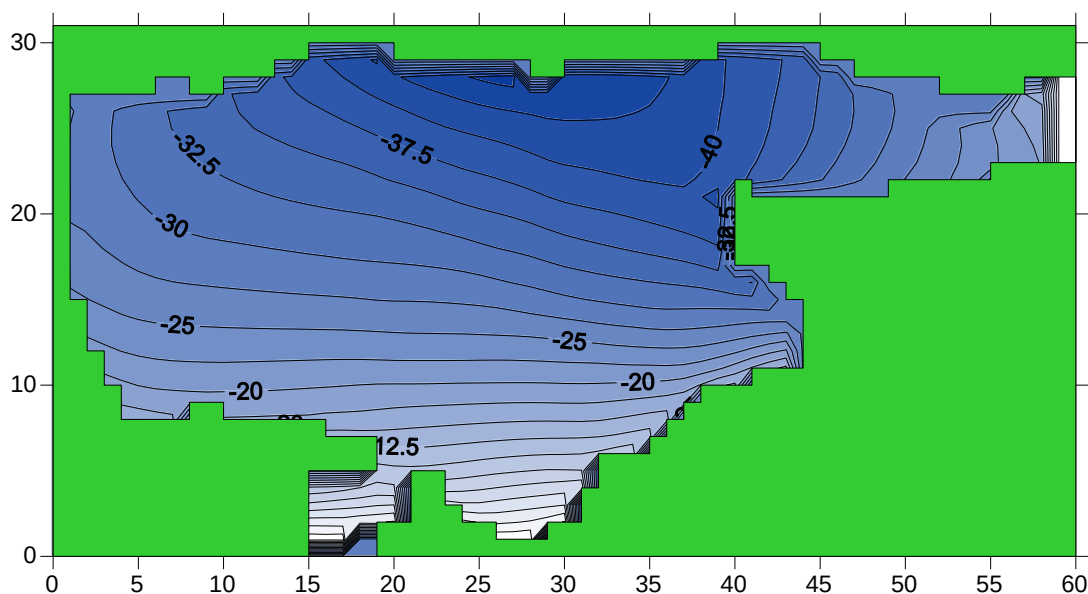


Рисунок 4.3.3а - Рассчитанное пространственное распределение колебаний уровня
для 21:00 часа 20.02.74

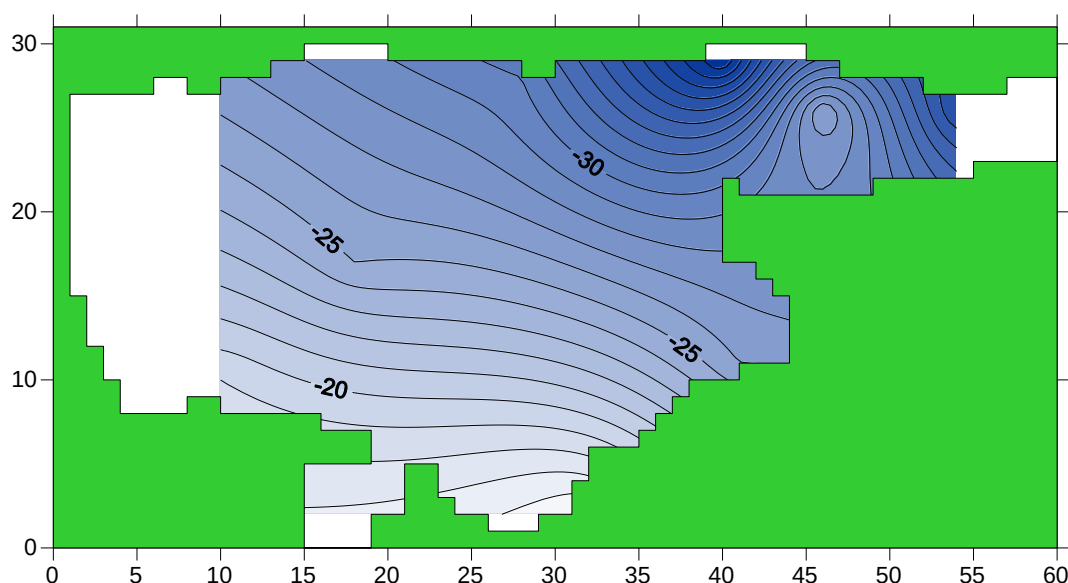


Рисунок 4.3.3б - Фактическое пространственное распределение колебаний уровня
для 21:00 часа 20.02.74

20.02 ветер поменял направление на восточное и вследствие этого произошли изменения в пространственном распределении колебаний уровня. Можно отметить сходство карт фактического и расчетного распределения уровня. На карте расчетного пространственного распределения колебаний уровня (рис.4.3.3а) сгон наблюдается на севере, а нагон – на юге. На карте фактического пространственного распределения колебаний уровня (рис.4.3.4б) сгон наблюдается на севере и северо-востоке, а нагон – на юге и юго-востоке. По первой карте максимальный сгон составил -42 см в Жданове и Бердянске. Максимальный нагон составил -11 см на станции Опасное. По второй карте максимальный сгон составил -38 см в Жданове, а максимальный нагон – -18 см на станции Мысовое.

За все три дня значения величин колебаний уровня рассчитанных моделью и фактических на большинстве станций близки. При сравнении карт рассчитанного пространственного распределения уровня с фактическим, видна значительная разница 15.02 в 21:00 час и 18.02 в 09:00 часов. Наибольшее совпадение смоделированного пространственного распределения колебаний уровня приходится на 21:00 час 20.02.1974 года. В целом модель дала удовлетворительный результат.

Заключение

В работе на тему «Формирование ветровых колебаний уровня в Азовском море» использовалась гидродинамическая модель для исследования стонно-нагонных колебаний уровня в Азовском море.

Уровень Азовского моря всегда имеет наклон. Географическое положение этого моря такое, что оно имеет наклон уровня от Керченского пролива к Таганрогскому заливу за счет ветров северного, северо-восточного, северо-западного и восточного направлений, которые подавляют влияние стока Дона на уровень Таганрогского залива и соседних районов моря. Благодаря мелководности и небольшой площади приспособление уровня свободной поверхности к ветру происходит довольно быстро. Кроме ветра на уровень моря оказывает большое влияние дрейфовые течения, возникшие за счет непосредственного действия касательного напряжения ветра на поверхностный слой моря, градиентные течения, которые возникают за счет наклона уровня. Также важна роль расположения береговой линии относительно ветра и рельеф дна. Но в данной работе это не учитывалось, и полученные результаты отличаются от реальных данных.

В период исследования (февраль 1974 года) преобладали северные, северо-восточные, северо-западные и восточные ветра, которые создали стон в северной и северо-восточной части моря, и нагон в южной и юго-западной.

Анализ графиков временного хода уровня для 8 станций и сравнение рассчитанного моделью хода уровня с фактическим показали, что в целом основные особенности рассчитанного хода уровня совпадают с фактическими. Но наиболее удовлетворительный результат был получен на станциях, расположенных на северном и северо-восточном берегах Азовского моря. На станциях, которые расположены на юге наблюдаются различия по величине колебаний, амплитуде и времени. Это можно объяснить тем, что в модели неучтен водообмен через Керченский пролив, а также влиянием других факторов, перечисленных выше.

При анализе карт пространственного распределения колебаний уровня можно сказать, что рассчитанные значения величин колебаний почти на всех станциях близки к фактическим. Но рассчитанное распределение уровня по акватории моря не везде соответствует фактическому.

Полученные результаты моделирования можно считать удовлетворительными, но для получения лучшего результата необходима доработка модели.

Список используемых источников

1. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Проект «Моря СССР». Т. V. Азовское море. – Л.: Гидрометеиздат, - 1991, - 236с.
2. Добровольский А.Д., Залогин Б.С. Моря СССР. М., Изд-во МГУ. 1982 г. С ил., 192 с.
3. Жуков Л.А. Общая океанология. – Л.: Гидрометеиздат, - 1976.
4. Шульга Т.Я. Течения и сгонно-нагонные процессы, вызываемым переменным по пространству и времени ветром в Азовском море. НАН Украины. – 2011. - №2. – с. 121 – 124.
5. В.А Иванов, Л.В. Черкесов, Т.Я Шульга. Учет влияния водообмена через Керченский пролив на сгонно-нагонные процессы и течения в Азовском море. – Севастополь.: Морской гидрофизический институт НАН Украины. – 2009.
6. Н.Б. Шапиро. К теории течений в Керченском проливе. – Севастополь.: Морской гидрофизический институт НАН Украины. – 2005.
7. Лабзовский Н.А Непереодические колебания уровня моря. – Ленинград – Гидрометеорологическое издательство, - 1971.
8. Вольцингер Н.Е., Пяковский Р.В. Теория мелкой воды. Л.: Гидрометеиздат, - 1977, - 207 с.
9. Гидрометеорологический ежемесячник по Азовскому морю за февраль 1974 г.

