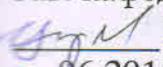


Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»  
(РГГМУ)

Допущен к защите  
Зав. кафедрой  
 В.А. Царев  
\_\_ .06.2016

Кафедра океанологии

**ДИПЛОМНАЯ РАБОТА**  
**Сезонный ход температуры и характеристик**  
**ледяного покрова в восточной части**  
**Финского залива**

Выполнил Мартыненко Р.Ю.  
гр. О-65

Руководитель заведующий  
кафедрой  
океанологии,  
профессор, доктор  
физ.-мат. наук  
Царев В.А.

Санкт-Петербург  
2016

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»  
(РГГМУ)

Допущен к защите  
Зав. кафедрой  
\_\_\_\_\_ В.А. Царев  
\_\_\_.06.2016

Кафедра океанологии

**ДИПЛОМНАЯ РАБОТА**  
**Сезонный ход температуры и характеристик**  
**ледяного покрова в восточной части**  
**Финского залива**

Выполнил Мартыненко Р.Ю.  
гр. О-65  
Руководитель заведующий  
кафедрой  
океанологии,  
профессор, доктор  
физ.-мат. наук  
Царев В.А.

Санкт-Петербург  
2016

## Содержание

Введение.....	4
1. Физико-географические особенности Балтийского моря.....	5
1.1 Физико-географические особенности Финского залива.....	15
1.2 Невская губа .....	18
1.2.1 Ледовый режим .....	20
1.2.2 Вскрытие реки Невы и Невской губы.....	23
1.2.3 Ледяной покров реки Невы и Невской губы.....	25
1.2.4 Течение воды в реке Неве и Невской губе .....	27
1.2.5 Температура воды в реке Неве и Невской губе .....	32
2. Формирование морского льда.....	34
2.1 Общие закономерности термического роста толщины льда.....	34
2.2 Влияние потока тепла от воды на нарастание толщины льда.....	43
3. Таяние льда .....	48
3.1 Влияние метеорологических факторов на начало таяния льда.....	48
3.2 Изменение толщины льда под воздействием солнечного и атмосферного тепла .....	55
4. Модель процессов сезонного хода температуры воды и толщины ледяного покрова .....	59
4.1 Исходные уравнения.....	59
4.2. Преобразование исходной системы уравнений .....	62
4.3 Блок расчета уровня поверхности моря.....	63
4.4 Расчет вертикального распределения составляющих скоростей течений .....	64
4.5 Схема расчета уравнений переноса.....	65

5. Особенности сезонного хода толщины льда и температуры в Невской губе .....	67
5.1 Распределение толщины ледяного покрова $h_i$ .....	67
5.2 Распределение температуры на поверхности воды $t$ .....	73
5.3 Графики изменения толщины ледяного покрова в дельте Невы и открытой части Невской губы .....	75
5.3 Спутниковые снимки ледовой обстановки .....	77
Заключение .....	80
Список использованных источников .....	81

## Введение

Объектом исследования данной работы является восточная часть Финского залива, а именно его вершина - Невская губа.

Целью работы является сравнение модели и натурных измерений сезонного хода температуры и характеристик ледяного покрова в акватории Невской губы.

# 1. Физико-географические особенности Балтийского моря

Балтийское море омывает берега нескольких государств: Российской Федерации, Польши, Германии, Дании, Швеции, Финляндии и стран Балтии. Российской Федерации принадлежат небольшие акватории в восточной части

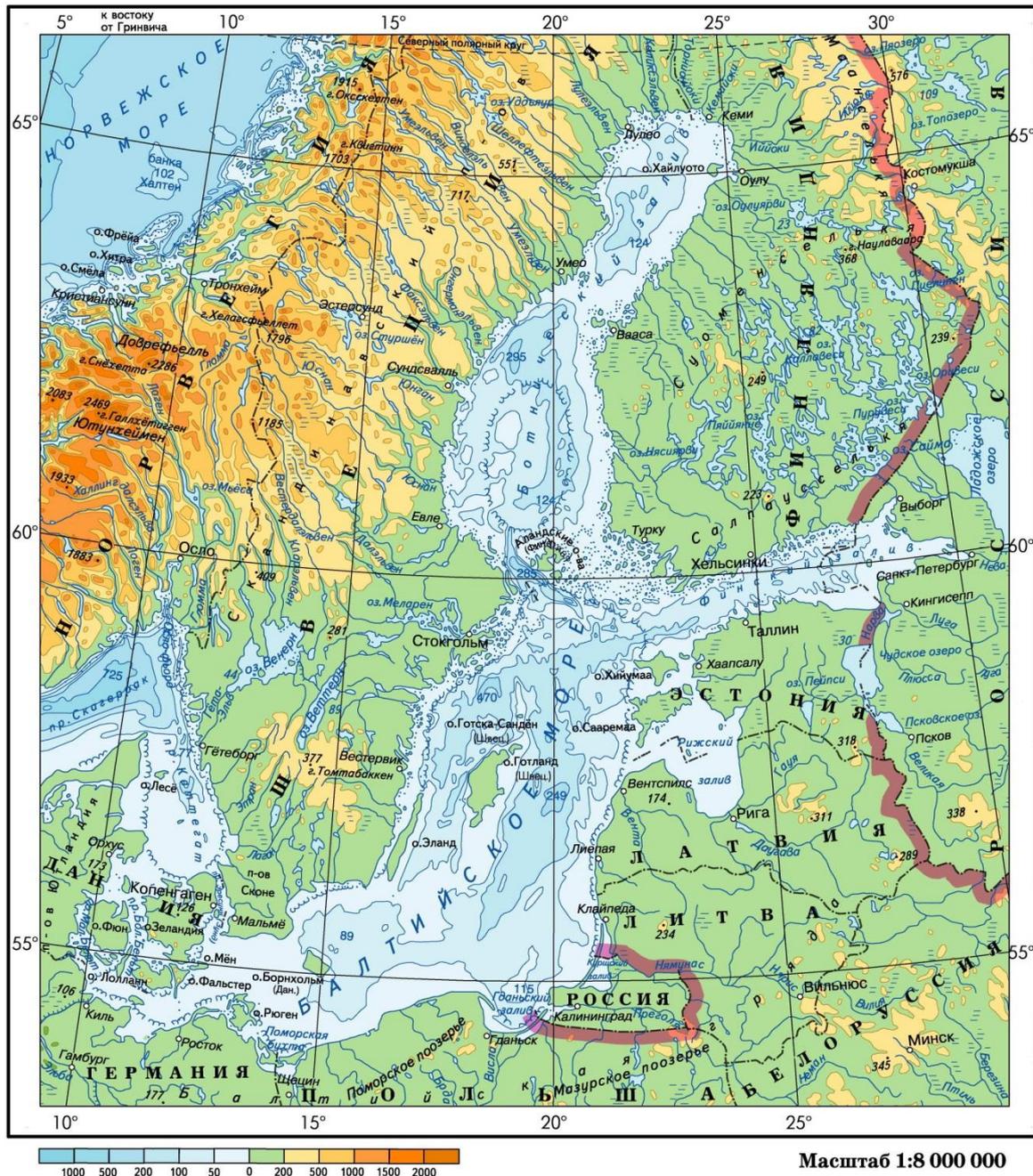


Рисунок 1 - Балтийское море

Балтийского моря - Калининградский залив и часть Куршского залива (территория Калининградской области) и восточная окраина Финского залива(территория Ленинградской области).

Балтийское море глубоко врезано в Северо-Западную часть Евразии. Является внутриматериковым морем, соединяющимся с Северным морем Атлантического океана системой проливов Эресунн (Зунд), Большой Бельт, Малый Бельт, известных под общим названием Датских проливов. Они переходят в глубокие и широкие проливы Скагеррак, Каттегат, принадлежащие уже к Северному морю, которое непосредственно сообщается с Атлантическим океаном.

Площадь Балтийского моря равна 419 тыс. км<sup>2</sup>, объем - 21,5 тыс. км<sup>3</sup>, средняя глубина - 51 м, наибольшая глубина - 470 м. В Балтийское море впадает около 250 рек. Крупнейшие реки - Висла, Одер, Неман, Даугава, Нева. Наибольшее количество воды приносит за год Нева - в среднем 83,5 км<sup>3</sup>. Балтийское море вытянулось с юго-запада на северо-восток, и его наибольшая длина равна 1360 км. Самое широкое место моря на 60° с. ш., между Санкт-Петербургом и Стокгольмом, оно раскинулось почти на 650 км.

Донный рельеф Балтийского моря неровный. Море целиком лежит в пределах шельфа. Дно его котловины изрезано впадинами, разделенными возвышенностями и цоколями островов. Для Балтийского моря характерна большая протяженность береговой линии, сочетающей в себе множество заливов, бухт и немалое количество островов.

Море представляет совокупность отдельных бассейнов: зоны Датских проливов, открытой или центральной части моря и трех больших заливов - Ботнического, Рижского и Финского, на которые приходится почти половина акватории моря. Многочисленные острова Балтийского моря расположены как у берегов материка, так и в открытом море; в одних частях моря острова сгруппированы большими архипелагами, в других стоят в одиночестве. Крупнейшие из островов: датские - Зеландия, Фюн, Лолланн, Фальстер, Лангеланн, Мён, Борнхольм; шведские - Готланд, Эланд; немецкие - Рюген и Фемарн; эстонские - Сааремаа и Хийумаа. Разнятся по своему характеру берега северной и южной частей моря.

Шхерные берега Швеции и Финляндии изрезаны небольшими бухтами и заливами, обрамлены островками, сложенными кристаллическими скалами. Они невысокие, местами голые, либо поросшие хвойным лесом. Южные берега низменны, состоят из песка, с большим количеством отмелей. Вдоль побережья тянутся гряды песчаных дюн, в море выступают длинные косы, образующие крупные лагуны, опресненные стоком рек. Самые большие из таких мелководных заливов Куршский и Вислинский.

Климат Балтийского моря морской умеренных широт с чертами континентального. Специфическая конфигурация моря и значительная протяженность с севера на юг и с запада на восток создают различия климатических условий в разных районах моря. Наиболее существенно влияют на погоду Исландский минимум, а также Сибирский и Азорский антициклоны. Характером их взаимодействия определяются сезонные особенности погоды. В осеннее и особенно зимнее время интенсивно взаимодействуют Исландский минимум и Сибирский максимум, что усиливает циклоническую деятельность над морем.

В связи с этим в осенне-зимнее время часто проходят глубокие циклоны, которые несут с собой пасмурную погоду с сильными юго-западными и западными ветрами. В самые холодные месяцы - январь и февраль - средняя температура воздуха в центральной части моря равна  $-3^{\circ}\text{C}$  на севере и  $-5\dots-8^{\circ}\text{C}$  на востоке. При редких и кратковременных вторжениях холодного арктического воздуха, связанных с усилением Полярного максимума, температура воздуха над морем понижается до  $-30^{\circ}\text{C}$ , иногда до  $-35^{\circ}\text{C}$ . Летом дуют преимущественно западные, северо-западные слабые и умеренные ветры.

С ними связана характерная для моря прохладная и влажная летняя погода. Среднемесячная температура самого теплого месяца равна  $14 - 15^{\circ}\text{C}$  в Ботническом заливе и  $16 - 18^{\circ}\text{C}$  в остальных районах моря. Жаркая погода

бывает редко. Ее вызывают кратковременные поступления прогретого средиземноморского воздуха.

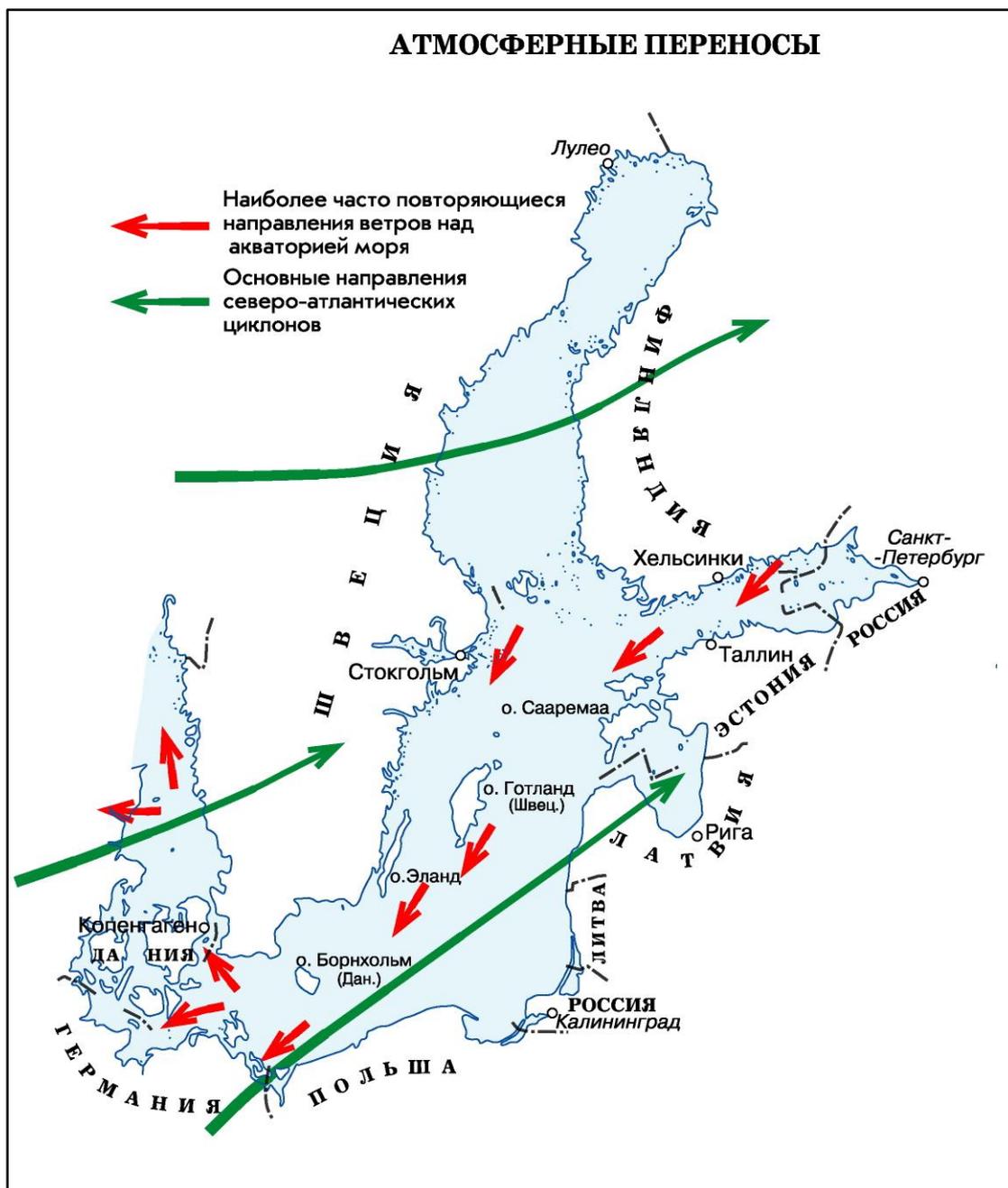


Рисунок 2 - Атмосферные переносы

Температурные условия вод Балтийского моря в разных его частях не одинаковы и зависят не только от географического положения места, но и от метеорологических и гидрологических особенностей данного района. Наибольшее значение для температурного режима Балтийского моря имеют нагрев поверхности солнцем, речной сток и поступление глубинных океанических вод. Это определяет общую картину температурных условий

моря. В поверхностных слоях температура воды меняется в широких пределах. На глубинах более 50 метров температура воды круглый год удерживается в пределах 3 - 4°C в южной части моря и около нуля в северном районе Ботнического залива. В летние месяцы температура воды на поверхности, в целом, близка к температуре воздуха.

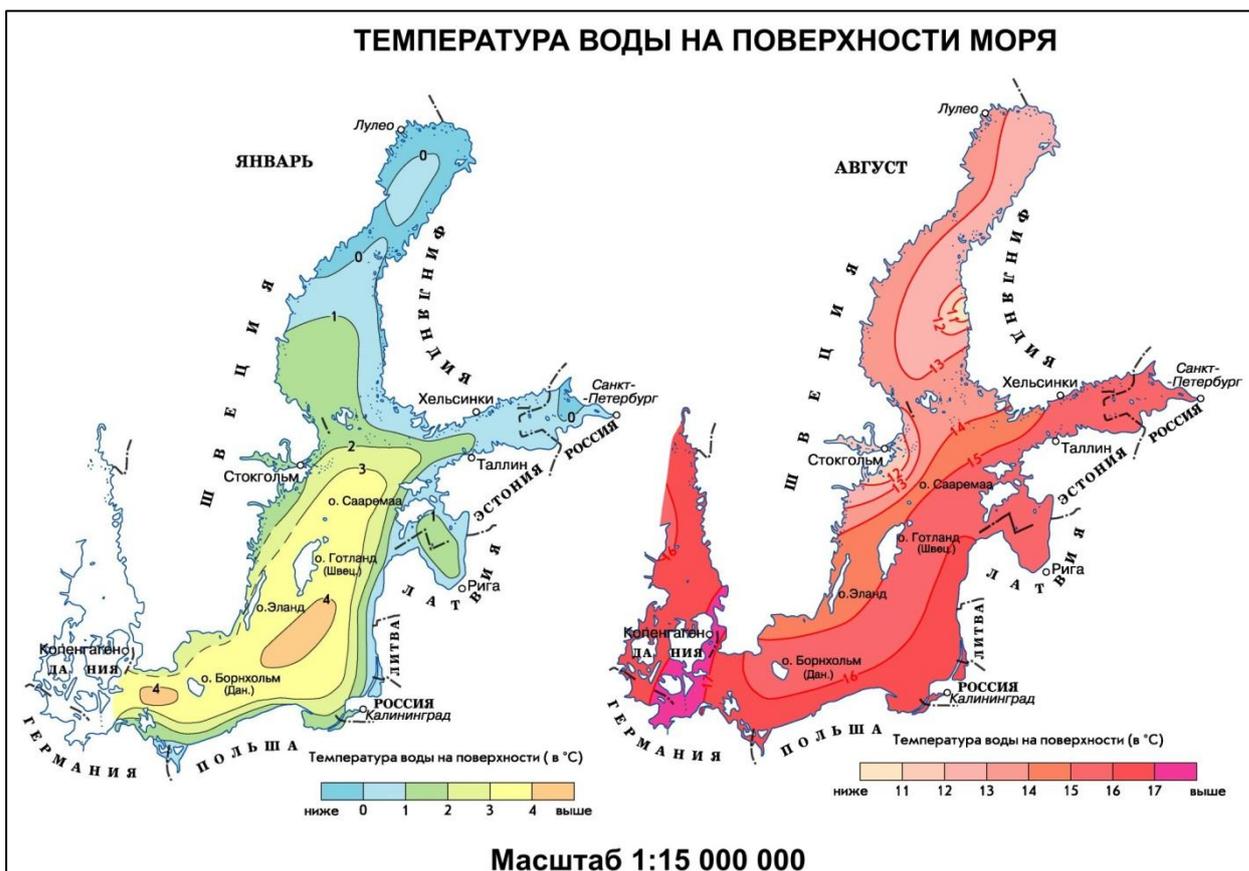


Рисунок 3 - Температура воды на поверхности моря в различные сезоны, °С

Температура воды у восточных берегов выше за счет воздействия прогретых, лежащих к югу масс суши, а вдоль западного, шведского, берега ниже вследствие тока холодных вод с севера, из Ботнического залива. Зимой ситуация обратная: восточные участки моря холоднее западных; они подвержены влиянию выхолаженных массивов суши материка, а западные участки моря в этот период испытывают регулярное поступление теплых воздушных масс Атлантики.

Ограниченный водообмен с Северным морем и значительный речной сток объясняют низкую соленость. На поверхности моря она уменьшается с

запада на восток, что связано с преимущественным поступлением речных вод в восточной Балтики. В северном и центральном районах бассейна соленость несколько уменьшается с востока на запад, так как в циклонической

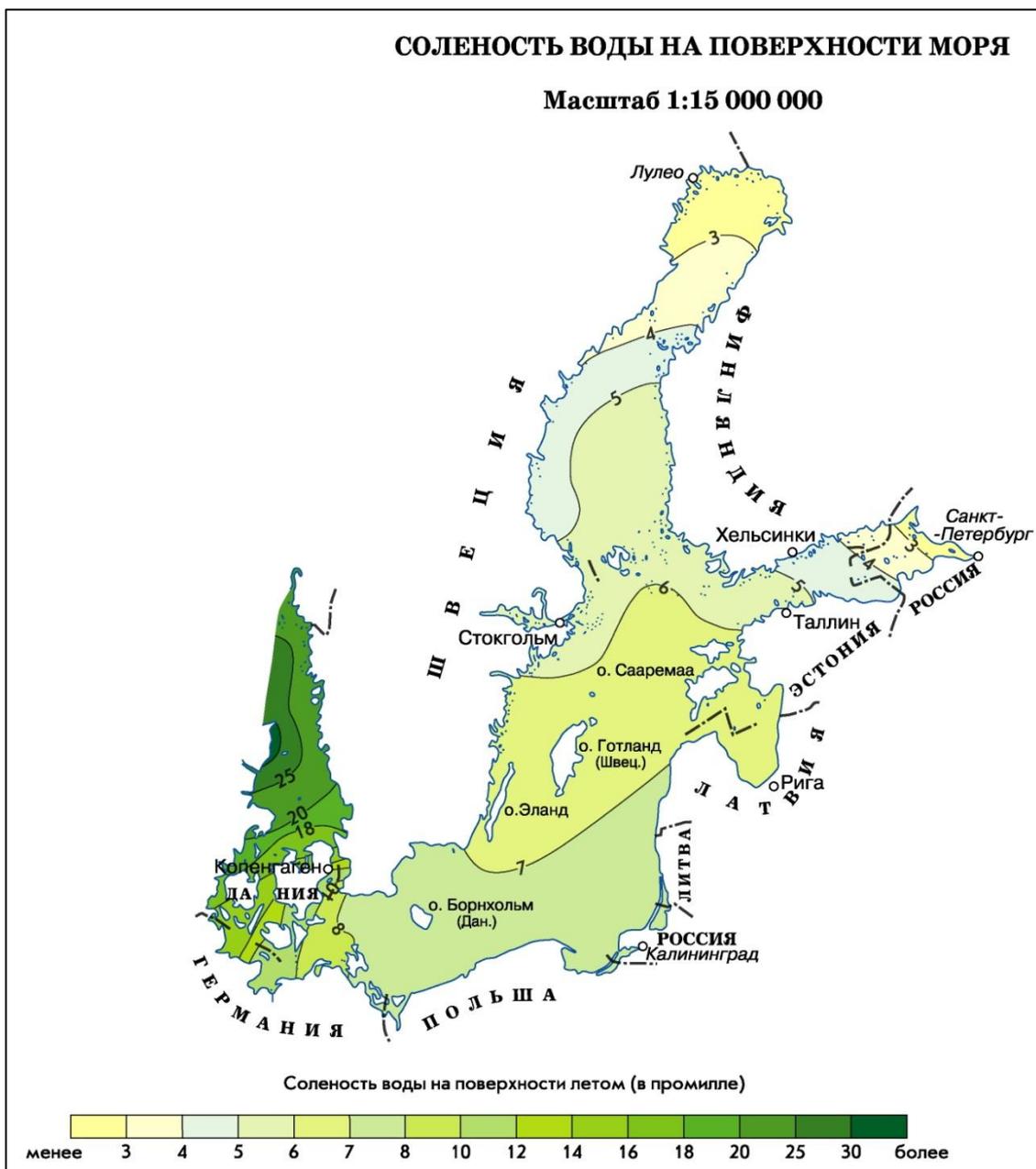


Рисунок 4 - Соленость воды на поверхности летом, ‰

циркуляции соленые воды переносятся с юга на северо-восток вдоль восточного берега моря дальше, чем вдоль западного.

Уменьшение поверхностной солености прослеживается с юга на север, также в заливах. Почти во всем море заметно увеличение солености от поверхности ко дну.

Изменение солёности с глубиной происходит в основном схоже по всему морю, за исключением Ботнического залива. В юго-западных и отчасти центральных районах моря она плавно и незначительно увеличивается от поверхности до горизонтов 30 - 50 м, ниже, между 60 - 80 м, располагается резкий слой скачка (галоклин), глубже которого солёность снова несколько увеличивается ко дну. В центральной и северо-восточной частях солёность очень медленно возрастает от поверхности до горизонтов 70 - 80 м, глубже, на горизонтах 80 - 100 м, залегает галоклин, и далее солёность слегка увеличивается до дна. В Ботническом заливе солёность увеличивается от поверхности до дна всего на 1 - 2‰.

В осенне-зимнее время поступление североморских вод в Балтийское море увеличивается, а в летне-осеннее - несколько снижается, что приводит соответственно к повышению или понижению солёности глубинных вод. В осенне-зимний сезон солёность верхних слоев несколько повышается вследствие сокращения речного стока и отклонения при льдообразовании. Весной и летом солёность на поверхности уменьшается на 0,2 - 0,5‰ по сравнению с холодным полугодием. Это объясняется опресняющим влиянием материкового стока и весенним таянием льда. В отличие от многих морей Мирового океана. Кроме сезонных колебаний солёности Балтийскому морю свойственны ее значительные межгодовые изменения. Изменчивость солёности Балтийского моря - один из наиболее важных факторов, регулирующих многие физические, химические и биологические процессы. Вследствие низкой солёности поверхностных вод моря их плотность тоже невелика и уменьшается с юга на север, незначительно изменяясь от сезона к сезону. С глубиной плотность увеличивается. Наиболее сильное ветровое волнение наблюдается осенью и зимой в открытых, глубоких районах моря при продолжительных и сильных юго-западных ветрах. Штормовые 7 - 8-балльные ветры развивают волны высотой до 5 - 6 м и длиной 3 - 4 м. Самые крупные волны бывают в ноябре. Зимой при более сильных ветрах

образованию высоких и длинных волн препятствуют льды. Как и в других морях северного полушария, поверхностная циркуляция вод Балтийского моря имеет общий циклонический характер.

Поверхностные течения формируются в результате слияния в северной части моря вод, выходящих из Финского и Ботнического заливов. Скорость постоянных течений Балтийского моря очень невелика и равна 3 - 4 см/с.

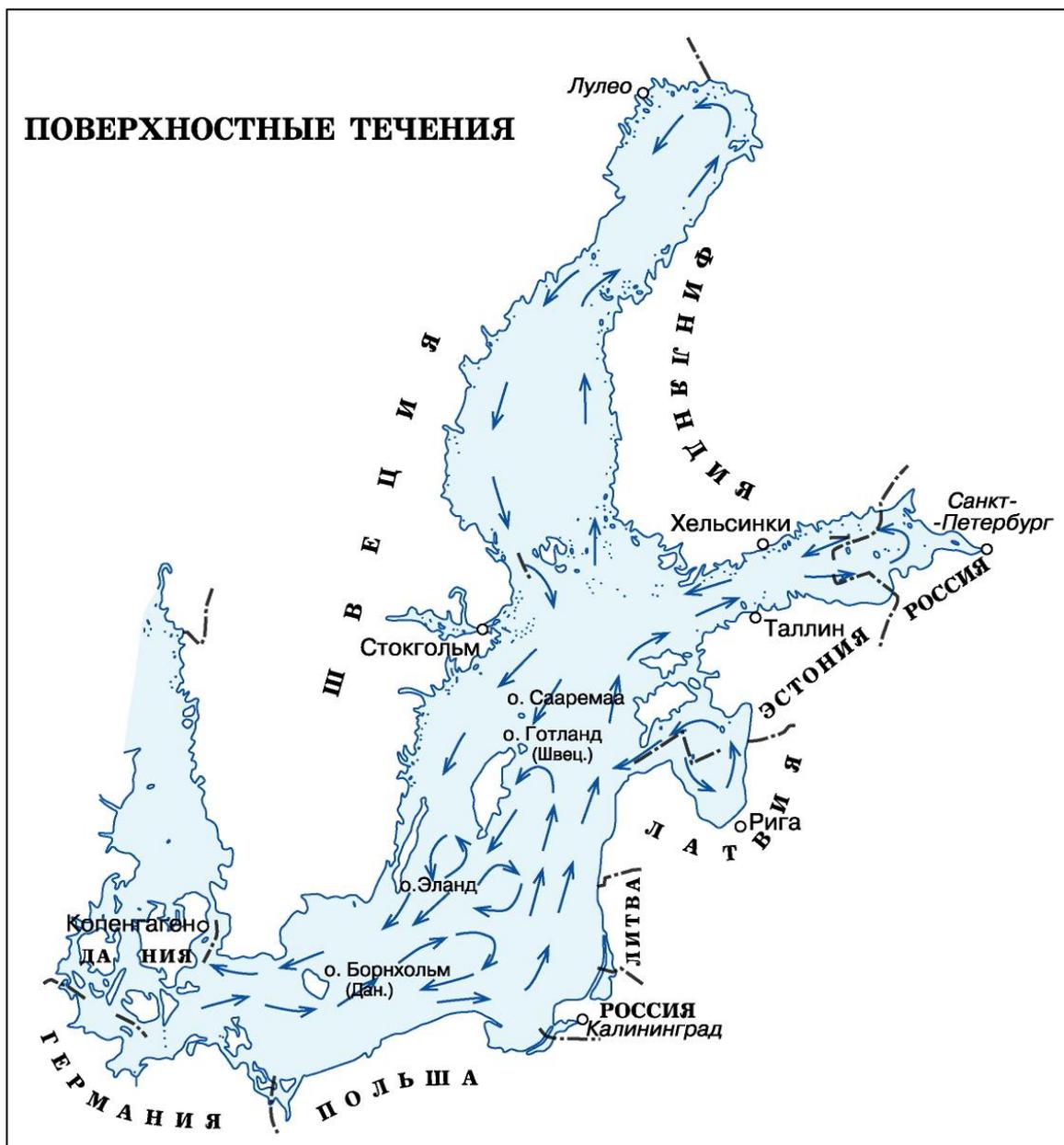


Рисунок 5 - Поверхностные течения

Иногда она увеличивается до 10 - 15 см/с. Схема течений весьма неустойчива и часто нарушается ветром. Преобладающие в море ветровые

течения особенно интенсивны осенью и зимой, а во время сильных штормов их скорость может достигать 100 - 150 см/с.

Глубинная циркуляция в Балтийском море определяется поступлением вод через Датские проливы. Входное течение в них обычно проходит до горизонта 10 - 15 м. Затем эта вода, как более плотная, опускается в нижележащие слои и глубинным течением медленно переносится сначала на восток, а затем на север.

Вследствие большой степени изоляции от Мирового океана приливы в Балтийском море малозаметны. Колебания уровня приливного характера в отдельных пунктах не превышают 10 - 20 см. В сезонном ходе уровня Балтийского моря отчетливо выражены два минимума и два максимума. Наинизший уровень наблюдается весной. С приходом весенних паводочных вод он постепенно повышается, достигая максимума в августе или сентябре. После этого уровень понижается, устанавливается вторичный осенний минимум. При развитии интенсивной циклонической деятельности западные ветры нагоняют воду через проливы в море, уровень снова повышается и достигает зимой вторичного, но менее выраженного максимума. Разница высот уровня между летним максимумом и весенним минимумом равна 22 - 28 см. Она больше в заливах и меньше в открытом море.

Сгонно-нагонные колебания уровня моря происходят довольно быстро и достигают значительных величин. В открытых районах моря колебания равны примерно 0,5 м, а в вершинах бухт и заливов бывают 1 - 1,5 и даже 2 м. Совокупное действие ветра и резкое изменение атмосферного давления (при прохождении циклонов) вызывают сейшевые колебания уровня поверхности с периодом 24 - 26 ч. Изменения уровня, связанные с сейшами, не превышают 20 - 30 см в открытой части моря, но в Невской губе достигают 1,5 м. Сложные сейшевые колебания уровня - одна из типичных черт режима Балтийского моря. С колебаниями уровня моря связаны наводнения в Санкт-Петербурге.

Балтийское море в отдельных районах покрывается льдом. Раньше всего (примерно в начале ноября) лед образуется в северо-восточной части Ботнического залива, в мелких бухточках и у берегов. Затем начинают замерзать мелководные участки Финского залива. Максимального развития ледяной покров достигает в первых числах марта. К этому времени неподвижный лед занимает северную часть Ботнического залива, район Аландских шхер и восточную часть Финского залива. В открытых районах северо-восточной части моря встречаются плавучие льды. [1]

## 1.1 Физико-географические особенности Финского залива

Финский залив - залив, расположенный в восточной части Балтийского моря, представляет собой узкий водоем, глубоко вдающийся в сушу. Омывает берега Финляндии, России и Эстонии. Западной границей залива принято считать условную линию между полуостровом Ханко и мысом Пыызаспеа (располагается возле острова Осмуссаар).

Площадь водного зеркала 29 500 км<sup>2</sup>, объем водной массы 1090 км<sup>3</sup>. Длина залива от полуострова Ханко до Санкт-Петербурга - 420 км, ширина от 70 км в горле до 130 км в самой широкой части (на меридиане острова Мощный); в Невской губе она уменьшается до 12 км.

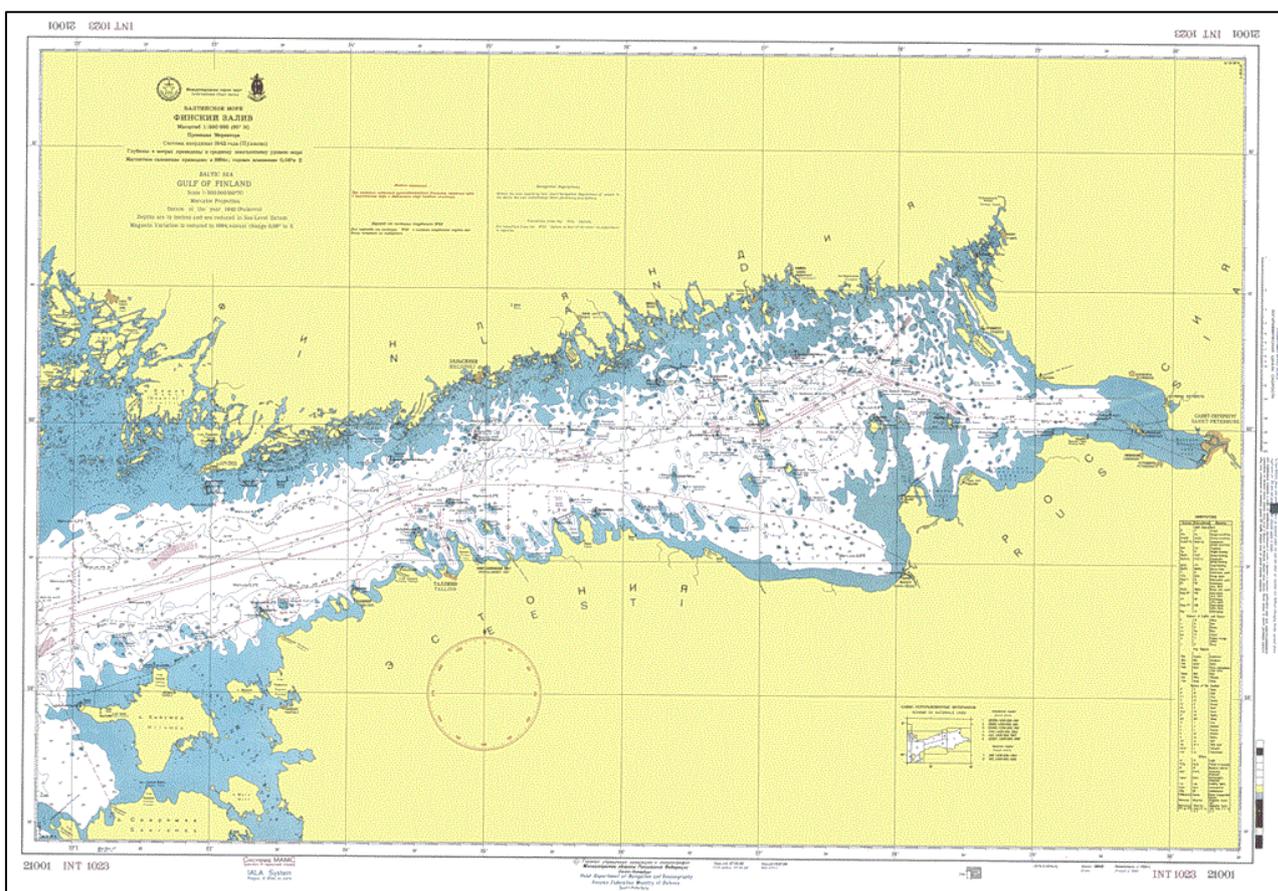


Рисунок 6 - Финский залив

Финский залив мелководен. По направлению от горла к вершине профиль дна уменьшается. Особенно резкое изменение происходит около Нарва-Йыэсуу, из-за чего данное место называется Нарвской стенкой.

Средняя глубина - 38 м, максимальная глубина - 121 м; глубина Невской губы менее 6,5 м, в береговой полосе до 1 м.

Наиболее низкая температура держится с декабря по март, когда значительные площади залива и узкая полоса вдоль восточного побережья моря покрыты льдом. В этот период среднемесячная температура воды на поверхности колеблется от 0 до 6°C.

После освобождения залива ото льда прогрев воды идёт очень медленно и в мае средняя месячная температура воды в открытой части моря и заливов не превышает 7°C; у берегов она достигает 8 - 9°C. В сентябре начинается медленное понижение температуры, и к концу ноября - началу декабря средняя месячная температура воды колеблется от 2 - 4°C в заливе до 3 - 6°C в восточной части моря.

Самыми холодными месяцами года считаются январь и февраль. В это время средняя месячная температура воздуха колеблется от -1 до -8°C в Финском заливе и от +1 до -3°C в восточной части моря. Температура воздуха в отдельные дни очень суровых зим может опускаться до -36°C, -42°C в заливах и до -23°C, -34°C в восточной части моря. При исключительных оттепелях она поднимается соответственно до 6°C и до 10 - 12°C.

Залив замерзает с конца ноября до конца апреля (в тёплые зимы может не замерзать круглый год). Замерзание начинается в восточной части и постепенно распространяется на запад. Значительная часть Финского залива от порта Санкт - Петербург до острова Мощный, а также шхеры от порта Выборг до полуострова Ханко, покрываются неподвижным льдом. В открытых районах залива обычно наблюдаются дрейфующие льды, которые в суровые зимы покрывают всю акваторию. Первый лёд в среднем появляется в середине ноября в Невской губе, к концу декабря - началу января льдом покрываются внутренние и отчасти северные внешние шхеры, а на востоке залива лёд распространяется до острова Сескар. Вдоль южного побережья залива в это время обычно льда нет.

Максимальное развитие ледяного покрова в рассматриваемом районе наблюдается в конце февраля - начале марта. Общее число дней со льдом в Невской губе колеблется от 140 до 180, в районе остров Мощный от 100 до 160, вдоль восточного побережья моря от 50 до 90. Разрушение льда и его таяние происходят в направлении с запада на восток. В Невской губе, лёд держится до конца апреля-начала мая, а в очень суровые зимы до середины мая. У восточного берега вскрытие начинается в марте. В умеренные зимы очищение ото льда здесь происходит в конце февраля - марте. Следует иметь в виду, что характер развития ледовых процессов и толщина льда из года в год подвергаются весьма значительным колебаниям в зависимости от суровости зимы. В очень суровые зимы наибольшая толщина льда достигает в портах Ханко - 63см, Хамина - 64см, Хельсинки - 69см, Котка - 80см.

В большей части Финского залива с сентября - октября по март - апрель преобладают ветры юго-западного, южного и западного направлений. Последние вызывают сильное волнение и нагоны воды, приводящие к наводнениям. Средняя месячная скорость ветра с сентября по март 5 - 8 м/с, причём скорость ветра в восточной части моря и заливах несколько больше, чем на побережье.

Гидрологический режим Финского залива и восточной части Балтийского моря характеризуются хорошо развитыми ветровыми течениями, невысокими крутыми волнами, малой солёностью и небольшой плотностью на поверхности и более солёными и плотными водами на глубине.

В Финском заливе в Невской губе наблюдается более или менее устойчивое постоянное течение, направленное на запад. Это течение обусловлено стоком вод реки Нева. Из Невской губы основной поток течения проходит между островом Котлин и северным берегом и далее идет вдоль северного берега Финского залива на запад в Балтийское море (выходящее течение). В южной части залива преобладает течение, направленное на восток

(входящее течение). Скорость постоянных течений колеблется в среднем от 10 до 25 см/с, и лишь в отдельных местах увеличивается до 35 - 45 см/с.

Солёность воды невелика и, как правило, в Финском заливе увеличивается с востока на запад. В связи с большим притоком пресной воды из рек, особенно из Невы (2/3 всего стока), вода залива имеет очень небольшую солёность (от 0,2 до 9,2 ‰ у поверхности и от 0,3 до 11,0 ‰ у дна). С продвижением на запад солёность воды Финского залива постепенно повышается и в крайней западной части залива составляет в поверхностных слоях 5 - 6 ‰. [2, 18]

Годовые колебания солёности в целом незначительны. Только весной наблюдается наиболее заметное понижение солёности за счет таяния льдов и усиления выноса материковых вод.

## 1.2 Невская губа

В конце дельты Нева собирает свои воды в пять крупных потоков, которые поступают затем на бар реки. Бар Невы, или Невское взморье, представляет собой систему отмелей, разделенных продольными ложбинами - фарватерами. Длина бара с востока на запад 3 - 5 км, ширина с севера на юг 12 - 15 км.

Бар Невы - это продолжение дельты, ее подводная, или морская, часть. Баровые же отмели (их всего десять) отчасти являются продолжением островов, а отчасти самостоятельным образованием, возникшим благодаря оседанию речного и морского песка. Сложены отмели мелко- и среднезернистыми песками. Глубина на них до 1,5 - 2,0 м. Пройдя бар, речные воды попадают в широкий, мелководный с плоским дном водоем - это собственно Невская губа.

Невская губа - крайняя восточная часть Финского залива. С востока ее границей служит устье Невы, на западе граница проходит по линии Лисий Нос - Кронштадт - Ломоносов (б. Ораниенбаум). Длина губы 21 км,

наибольшая ширина 15 км, площадь водного зеркала 329 км, преобладающая глубина 3 - 5 м. Северное побережье губы, в прошлом все низкое, заболоченное, в ряде мест поднимается намывом. Часть прибрежной полосы здесь занимает Лахтинская впадина с большим мелководным озером - болотом в центре, называемым Лахтинским разливом. Южный берег от Ульянки до Стрельны также низкий, к западу от Стрельны он более высокий. Повсюду в прибрежной зоне и по берегам губы много камней и валунов.

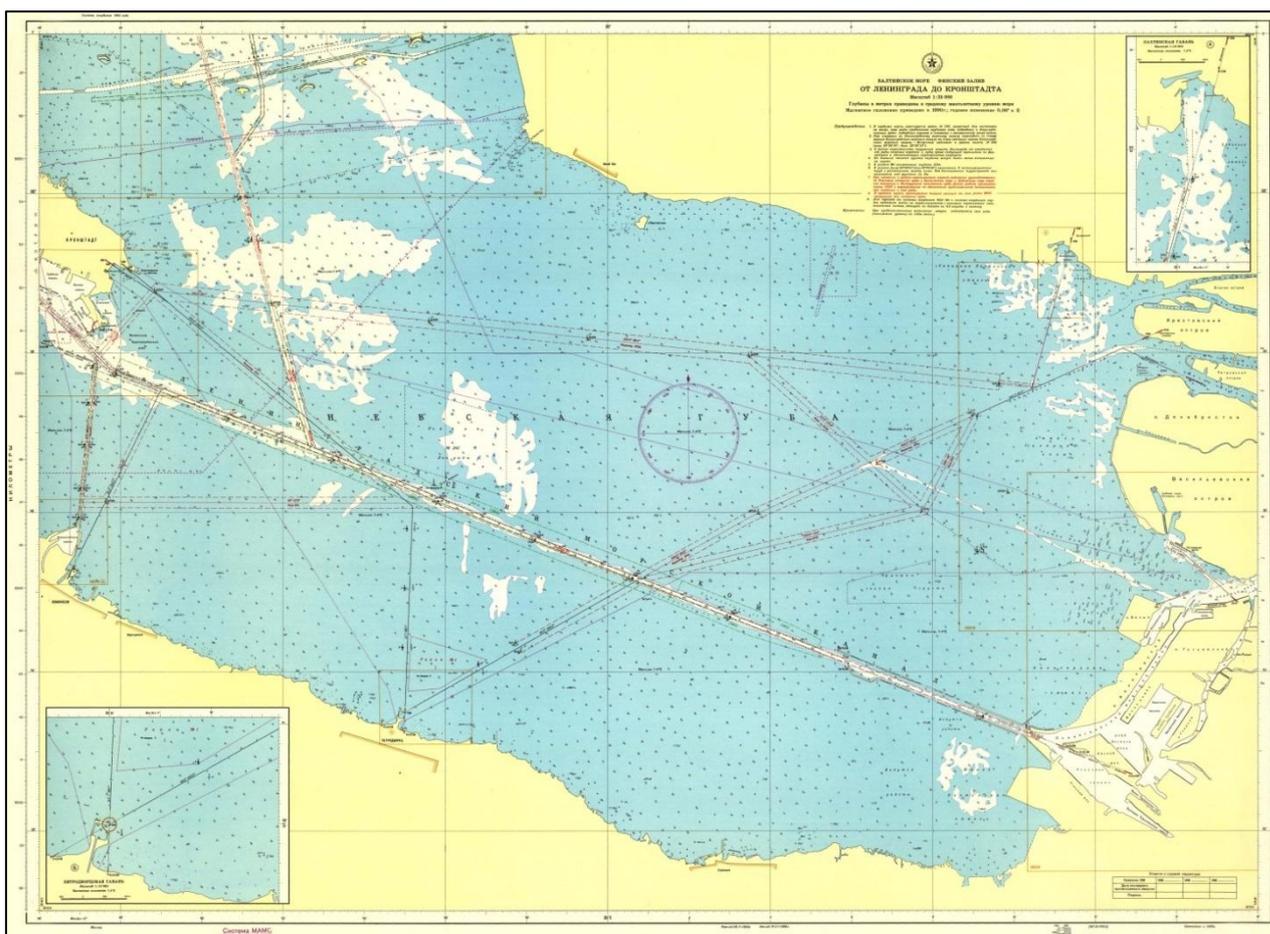


Рисунок 7 - Вершина Финского залива, Невская губа

С остальной частью Финского залива губа сообщается через два пролива у острова Котлин, именуемых Северными и Южными воротами; их ширина соответственно 9 - 10 и 5 - 7 км. В настоящее время в обоих воротах имеется искусственная преграда в виде КЗС, которая затрудняет водообмен между пресными водами губы и солоноватыми водами залива, препятствуют вхождению ветровых волн из залива в губу.

Остров Котлин узкий (1,0 - 1,5 км) и длинный (10,5 км). Северный берег имеет плавное очертание. Южный берег сильно изрезан, в том числе дамбами, молами и другими гидротехническими сооружениями. С юга гавани окаймляются рейдами - Восточный, Малый, Большой.

С востока на запад Невскую губу прорезает Морской канал. Это широкая (80 - 100 м) и глубокая (12 м) искусственная прорезь. Начинается канал в устье Большой Невы и оканчивается в Южных воротах на Малом Кронштадтском рейде; его длина - 30 км. На протяжении первых 6 км канал заключен в дамбы (во избежание заиления на мелководье), еще 4 км канала проходят между островами невской дельты. На фоне однообразного рельефа дна Невской губы Морской канал с его 12-метровой глубиной представляет собой узкую траншею с размытыми бровками. У южного берега острова Котлин продолжением Морского канала служит Кронштадтский Корабельный фарватер.

В Северных воротах имеется естественная довольно глубокая ложбина, называемая Северным фарватером. Помимо Морского канала и Северного фарватера, в Невской губе эксплуатируются еще Ломоносовский канал. [2, 15]

### 1.2.1 Ледовый режим

В настоящее время Нева начинает вскрываться несколько раньше, чем в прошлые два столетия, а замерзает, наоборот, позже. Причины этого - тепловое воздействие мегаполиса, общее потепление климата, работа ледоколов.

Замерзание реки Невы. Начинается с того, что у берегов появляются тонкие пластины льда; отламываясь, они уносятся течением, на реке появляется так называемое сало. Затем наступает довольно длительный период осеннего ледохода. Плывущий в это время по реке ледовый материал весьма разнообразен: сало, льдины, вынесенные течением из Ладоги, рыхлая шуга (сбитые течением в комья частицы внутриводного льда) и плотная шуга

Таблица 1 - Средние многолетние даты ледовых явлений

Водный объект	Пункт	Осенние ледовые явления			Весенние ледовые явления	
		появление сала и заберегов	начало ледохода <sup>1</sup>	начало ледостава <sup>2</sup>	начало ледохода (вскрытие)	очищение ото льда
Шлиссельбургская губа	Осиновец	18 XI	22 XI	3 I	15 IV	7 V
Река Нева	Петрокрепость	14 XI	17 XI	21 XII	4 IV	3 V
	Ивановское	18 XI	19 XI	24 XII	8 IV	2 V
	Фабрика им. Ногина	18 XI	21 XI	3 XII	11IV	30 IV
	Невская	23 XI	29 XI	5 XII	10 IV	21 IV
Невская губа	Лисий Нос	7 XI	24 XI	5 XII	24 IV	30 IV
	Ломоносов	12 XI	10 XII	19 XII	20 IV	28 IV
	Кронштадт	19 XI	29 XI	30 XII	23 IV	30 IV
Примечание	Для Невской губы: <sup>1</sup> - дата образования устойчивого припая, <sup>2</sup> - дата окончательного замерзания					

(донный лед грязно-коричневого цвета, всплывший на поверхность). В осенний период льдины обычно тонкие (4 - 6 см), но очень твердые и острые.

Осенний ледоход поначалу завершается ледоставом в воронке Большой Невы. Затем постепенно замерзают и вышерасположенные участки реки. Первые 4 - 7 км покрываются как собственным, так и ладожским льдом. Вышерасположенные участки реки в одни годы замерзают с участием ладожского льда, в другие - без него. В первом случае река замерзает намного быстрее, чем во втором. Ладожский же лед перестает поступать или из-за появления при тихой морозной погоде ледостава в Шлиссельбургской губе, или из-за встречного западного ветра, который отгоняет лед вглубь озера.

В целом Нева замерзает снизу вверх по течению. От устья до Ивановских порогов, в пределах нижней половины реки, эта последовательность выдерживается всегда. Замерзание же верхней половины реки может происходить иначе. При густом ладожском ледоходе в местах со сравнительно слабым течением создаются скопления плавучего льда, которые схватываются морозом, в результате возникают перемычки. С появлением перемычки прекращается доступ озерного льда на нижерасположенный участок, и замерзание этого участка затягивается надолго - на две-три недели.

Напротив, вверх от перемычки река замерзает в 1 - 2 дня, если, конечно, продолжается ладожский ледоход и сохраняется морозная погода. Замерзание Невы происходит скачкообразно. Кромка ледяного покрова то продвигается вверх по течению, то останавливается, смещаясь вниз (из-за колебания температуры воздуха и изменения интенсивности озерного ледохода). В отдельные годы на ограниченном участке реки (3 - 5 км) кромка сдвигается 5 - 7 раз. Известен даже случай (зима 1935 - 1936 гг.), когда кромка продвинулась вверх по течению на 35 км, достигнув района Усть-Ижоры, и снова спустилась до устья. Исключительной за последние 100 - 200 лет оказалась теплая зима 1960 - 1961 г., когда река на всем протяжении дважды замерзала. В пределах Санкт-Петербурга (0 - 32 км от устья) замерзание длится от 2 - 3 до 15 - 20 суток.

Рукава и каналы невской дельты замерзают не одновременно. Те малые реки и каналы, куда спускают сточные воды, первый раз встают на 8 - 12 дней позже Невы, затем они неоднократно то покрываются льдом, то освобождаются от него. Прочие мелкие рукава и каналы замерзают на 2 - 3 дня раньше Невы.

Замерзание Невской губы. Плавающий лед в виде сала, шуги и отдельных льдин раньше всего появляется у берегов губы. При маловетренной морозной погоде плавающий лед смерзается в забереги, которые затем скачкообразно продвигаются к центру губы. В течение 2 - 3 дней вся губа покрывается сплошным неподвижным льдом. Иначе протекает замерзание в ветреную слабоморозную погоду. Неокрепшие забереги часто взламываются, и замерзание губы растягивается на две - три недели. В отдельные годы взламывается даже сплошной ледяной покров. И тогда от появления заберегов до окончательного замерзания проходит 2,0 - 2,5 месяца. В среднем в пяти годах из десяти губа замерзает 1 раз за зиму, в трех годах - 2 раза, в двух годах - 3 - 4 раза.

Ежегодно река Нева приносит в губу довольно много льда - от 1 до 11 млн. м<sup>3</sup>. Поступление готового ледяного материала ускоряет замерзание, особенно на взморье. Тем не менее, губа замерзает в основном за счет собственного льда. [2, 57]

### 1.2.2 Вскрытие реки Невы и Невской губы

В целом вскрытие Невы происходит в направлении обратном замерзанию, т.е. сверху вниз по течению. Сначала лед разрушается в самом истоке и вдоль Кошкинского фарватера, потом на некоторых фарватерах взморья, затем на остальной реке. Впрочем, обычная последовательность вскрытия сейчас нарушена. Работа портовых ледоколов и сброс теплых сточных вод привели к тому, что после мягкой, в некоторых случаях даже после умеренной зимы, нижний участок реки до Большеохтинского моста освобождается ото льда на 5 - 15 дней раньше, чем верхний.

Как правило, в течение 3 - 5 дней после вскрытия Нева освобождается от собственного льда - это период речного ледохода; в это время по реке плывут довольно крупные льдины, неправильной формы, грязно-серого цвета. После этого в течение 4 - 6 дней река бывает свободной ото льда. Затем вскрывается Ладожское озеро, и начинается озерный ледоход, продолжительность которого в среднем составляет 8 - 12 дней. Таким образом, в целом с момента вскрытия до окончательного освобождения реки ото льда проходит 15 - 25 дней. В разные годы длительность этого периода может сокращаться до 2 - 3 дней, либо растягивается до 40 - 45 дней.

Из Ладожского озера в Неву лед поступает как небольшими льдинами, так и крупными полями размером до 300х300 м и толщиной до 0,6 - 0,7 м.

Путь от Петрокрепости до воронки Большой Невы озерный лед преодолевает за 18 - 20 часов. В течение этого времени он усиленно тает, и до устья доходит только около 4% льда. Застрявшие у берегов льдины уже не ломаются, а рассыпаются на иглы. Продолжительность озерного ледохода

сильно колеблется от года к году. Бывает, что лед поступает всего несколько дней, но бывает, что он идет около 30 - 40 дней (1907, 1954 гг.)

Соответственно колеблется и сток льда за весенний период: в истоке реки величина его может варьировать от 25 до 650 млн. м<sup>3</sup>; в среднем величина стока льда составляет 156 млн. м<sup>3</sup>. Как правило, в Неву поступает около 1 - 2 % ладожского льда, остальная масса льда тает в самом озере.

Основные рукава невской дельты вскрываются на 4 - 6 дней раньше главной реки. Ледяной покров здесь тает на месте, и ледохода почти не бывает.

Разрушение ледяного покрова в Невской губе начинается с появления сквозных трещин. Затем возникают проталины и промоины на фарватерах взморья и в местах, где лед загрязнен (Ломоносов, Кронштадт, Морской торговый порт). Одновременно лед тает снизу. Этот процесс длится 10 - 15 дней и завершается вскрытием. Фронт вскрытия скачкообразно продвигается с востока на запад и от центра к берегам губы. У берегов вскрытие задерживается в среднем на 10 - 15 дней (после мягкой зимы на 2 - 5, после суровой зимы на 15 - 20 дней).

В вершине Финского залива кромка припая движется одновременно с востока на запад и с запада на восток. И в результате остается довольно широкая перемычка в Северных и Южных воротах, что препятствует выносу плавучего льда из губы в залив. Первой разрушается перемычка в Южных воротах, где проходят Морской канал и Кронштадтский корабельный фарватер. Дольше всего остается не вскрывшимся участок залива на севере между Зеленогорском и Сестрорецком.

Плавучий лед в губе держится от 5 - 8 до 15 - 20 суток; дрейфует он со скоростью примерно в пятьдесят раз меньшей, чем скорость ветра. После исчезновения собственного льда в губу приносится немного ладожского льда, который быстро тает на месте, не доходя до острова Котлин. Диапазон колебания весеннего стока озерного и речного льда в устье Невы варьирует от

года к году в пределах 1,1 - 154 млн. м<sup>3</sup>; средняя же величина стока составляет 25 млн. м<sup>3</sup>. [2, 59]

### 1.2.3 Ледяной покров реки Невы и Невской губы

Поначалу ледяной покров реки Невы и Невской губы имеет толщину 4 - 7 см, а спустя 5 - 10 дней толщина уже составляет 15 - 20 см. Однако дальнейшее его нарастание замедляется, так как сам ледяной покров и находящийся на нем снег препятствуют проникновению холода к плоскости раздела лед - вода. Наибольшей толщины ледяной покров достигает к концу зимы (таблица 2) - обычно 15 - 20 марта. С весенним потеплением толщина ледяного покрова несколько уменьшается и в момент вскрытия составляет 70 - 80 % от наибольшей за зиму.

Поверхность ледяного покрова на Неве почти всегда неровная, бугристая. В местах же зажоров поверхность реки представляет собой хаотическое скопление торосов, поставленных на попа, льдин и пр. Постепенно острые грани льдин обламываются и обтаивают, а углубления заполняются снегом и талой водой, и к концу зимы поверхность ледяного покрова реки становится более или менее ровной.

Первоначально неподвижным льдом покрывается вся река, но уже через несколько дней в ее истоке и в Ивановских порогах появляются полыньи. Образование первой полыньи связано с поступлением по Кошкинскому фарватеру относительно теплой озерной воды с глубины 4 - 7 м, а второй - с быстрым течением. Полынья в истоке реки замерзает к середине или к концу зимы; в мягкую же зиму она сохраняется постоянно, ее длина колеблется от 2 до 7 км. Полынья в Ивановских порогах никогда не замерзает; в мягкую зиму ее длина составляет 5 - 15 км, в очень суровую зиму - всего 200 - 300 м.

Кроме полыней естественного происхождения, на Неве еще имеются полыньи, приуроченные к местам сброса теплых промышленных вод. Термические полыньи в самом Санкт-Петербурге, как правило, имеют вид

промоин - узких полос чистой воды вдоль берегов. Отметим также, что участок Большой Невы от устья до Литейного моста часто взламывается ледоколами. В результате образуется длинная, почти во всю ширину реки полынья; верхний край ее в мягкую зиму постепенно отступает вверх по течению до Финляндского моста, вплоть до района Рыбацкое.

Таблица 2 - Наибольшая толщина ледяного покрова за зимний период, см

Водный объект, район	Характеристика		
	Мягкая	Обычная	Суровая
Шлиссельбургская губа Ладожского озера (исключая Кошкинский фарватер)	25-35	55-65	100-110
Река Нева вне пределов Санкт-Петербурга	20-30	45-60	65-85
Река Нева в пределах Санкт-Петербурга	15-25	35-45	60-80
Прибрежные районы Невской губы	30-40	50-70	80-100
Центральные районы Невской губы	20-30	30-40	60-80
Отмели неевского бара	10-20	20-30	40-60
Фарватеры неевского бара	0-5	10-20	20-30

Ледяной покров реки задолго до вскрытия значительно ослабевает из-за проталин, промоин и пр.

Ледяной покров Невской губы в отличие от Невы обычно ровный. Верхний слой льда мутно-белого цвета, непрозрачный; он состоит из промерзшего мокрого снега. Нижние слои льда довольно прозрачные, имеют свинцово-серый цвет. Иногда в начале зимы, пока толщины льда не достигла 15 - 20 см, отмечаются его подвижки и торошение. Происходит это преимущественно при ветрах западных румбов, которые сопровождаются подъемом воды. С повышением уровня ледяной покров отрывается от берегов, в нем возникают сквозные трещины. Ветер довершает разрушение. Сплошной ледяной покров превращается в скопление плит самой различной формы и величины. На стыке двух плит образуются либо торосы, либо разводья. Наползая на берег, льдины как бы вспахивают его; и тогда возникают невысокие валы песка.

В середине зимы ледяной покров губы, толщина которого составляет

30 - 60 см, при температуре воздуха  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , обладает такими прочностными характеристиками: на изгиб -  $8,5\text{ кг/см}^2$ , на одностороннее сжатие -  $16,0\text{ кг/см}^2$ .

Весной в Невской губе, в солнечный день, верхние слои льда нагреваются, а нижние все еще сохраняют холод, вследствие чего лед начинает трескаться. Лед может ломаться, садясь на отмели, при падении уровня воды. [2, 65]

#### 1.2.4 Течение воды в реке Неве и Невской губе

Течение в Неве повсюду быстрое; оно находится в прямой зависимости от расхода воды. В пределах устьевой области (примерно до Володарского моста) на скорость течения влияют также нагоны и сгоны. При нагоне скорость течения заметно падает, при сгоне, напротив, возрастает.

В рукавах и каналах невской дельты скорость течения намного меньше, чем в самой Неве. Почти везде скорость уменьшается от истока к устью рукава. Немало рукавов (река Монастырка, Кронверкский проток и др.) с медленным течением (2 - 4 см/с). Есть даже рукава, где вода течет то в одну сторону, то в другую - в зависимости от силы и направления ветра. Таковы, например, канал Круштейна, река Пряжка, Ново-Адмиралтейский канал.

Система течений в Невской губе изучается более ста лет. Однако основные успехи были достигнуты в последние годы, когда накопились материалы непрерывных измерений.

Система течений в губе неустойчивая, водные массы очень подвижны. Причин для этого много: мелководье, изменчивый ветер, слабое течение, сгонно-нагонные и прочие виды колебаний уровня и т. д. Течения в губе принято классифицировать по их происхождению, а именно:

- стоковые (создаются стоком реки Невы);
- стоково-градиентные (вызываются в основном колебаниями уровня воды);

- стоково-ветровые (образуются, главным образом, за счет ветра);
- суммарные (обусловлены совместным действием нескольких причин).

Рассмотрим вкратце каждый вид течений в отдельности.

Стоковые течения. Эти течения являются как бы продолжением самой Невы. Они всегда направлены с востока на запад и благодаря своему постоянству образуют тот фон, на который накладываются все прочие виды течений. Им свойственна прямая, почти функциональная связь с расходом воды в Неве. В частности, в центре губы на глубине 2 - 3 м от поверхности связь эта такова:

Расход, м <sup>3</sup> /с	1000	2000	3000	4000	5000
Скорость течения, см/с	2,0	4,5	7,0	9,0	12,5

Схема стоковых течений представлена на рисунке 8. Как видно, на невском баре течение имеет струйный характер. Выйдя из фарватеров бара, вода растекается широким фронтом, и там, где глубины достигают 2,5 - 3,0 м, водный поток становится почти однородным по направлению и скорости.

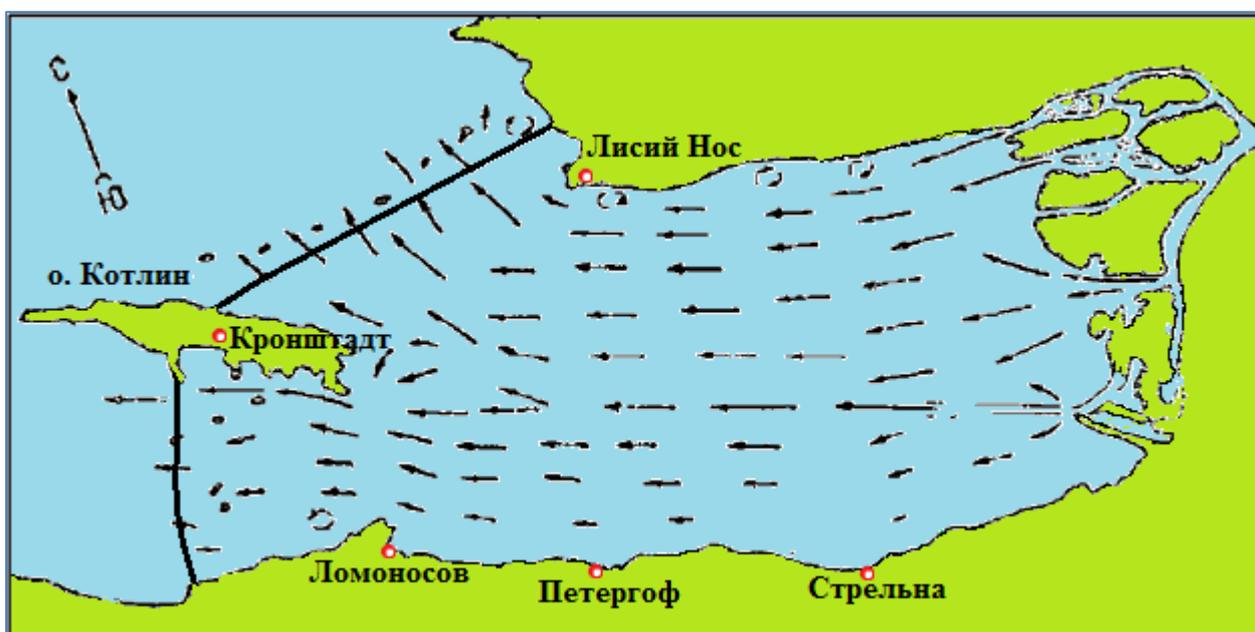


Рисунок 8 - Схема стоковых течений в Невской губе в период, свободный ото льда. В створе Лисий Нос-Мартышкино поток начинает делиться на несколько ветвей, огибая остров Котлин. В Южных воротах большая часть воды

устремляется по узкой и глубокой ложбине вдоль Морского канала, меньшая часть переваливает через Ломоносовскую отмель. В Северных воротах поток более или менее равномерный, хотя и здесь значительная доля воды идет по ложбине, окаймляющей Северный фарватер. Из-за наличия препятствий в губе есть две застойные области. Одна из них находится к югу от дамб Морского канала, другая - к западу от дамбы, соединяющей северный берег острова Котлин с фортом № 1. Добавим, что у неровностей берега кое-где имеются небольшие водоворотные зоны.

Скорость стокового течения в губе довольно однородна по глубине. Исключения составляют фарватеры взморья и Морской канал. Поверхностная скорость течения на фарватерах уменьшается от 40 - 45 см/с в начале до 10 - 20 см/с в конце; в канале (к западу от Золотых ворот) - от 20 - 30 до 15 - 25 см/с. В открытой части канала скорость течения в поверхностном слое заметно больше, чем в остальной губе. Морской канал - это своеобразная река в жидких берегах.

Стоково-градиентные течения. Всякий подъем уровня независимо от причины его возникновения (ветровой нагон, сейша, прилив, длинная волна, и пр.) сопровождается вхождением воды из залива в губу. Вторгающаяся в губу морская вода движется с запада на восток навстречу речной невиской воде. Зона встречных течений располагается под углом к оси губы (у северного берега она ближе к Санкт-Петербургу, чем у южного). Чем больше интенсивность повышения уровня, тем дальше на восток уходит зона раздела. В частности, при интенсивности подъема уровня 3 см/ч зона раздела проходит по линии Ольгино - Петергоф, а при интенсивности свыше 10 см/ч встречное течение охватывает почти всю губу, а иногда даже рукава невиской дельты. На фазе спада уровня, в отличие от фазы подъема, система стоково-градиентных течений в губе, в общем, довольно упорядоченная. Почти повсеместно течение направлено с востока на запад.

Стоково-ветровые течения. Уже при слабом западном ветре со скоростью 2-3 м/с течение воды в поверхностном слое у берегов замедляется или вовсе прекращается. При скорости же ветра 4-5 м/с у берегов возникает противотечение. Если западный ветер дует длительное время, то в губе устанавливается внутриводоемная циркуляция: в прибрежных зонах течение направлено на восток, в центральных - на запад; у неровностей берега и на границах разнонаправленных течений появляются локальные водоворотные области. Существенно, что с уменьшением расхода воды в Неве быстро возрастает скорость течения, а главное, площадь акватории, где имеет место противотечение. Так, при расходе  $2500 \text{ м}^3/\text{с}$  и западном ветре 5 м/с доля площади губы с обратным течением составляет 15 %, а при расходе  $1000 \text{ м}^3/\text{с}$  и таком же ветре - уже 30 %.

Восточный ветер, в отличие от западного, почти не меняет стоковой системы течений; лишь несколько возрастает их скорость. Ветры северных и южных румбов создают промежуточные ситуации. В полузамкнутой акватории, к югу от дамб Морского канала, при ветре любого направления существует круговоротное течение с расходом  $100 - 150 \text{ м}^3/\text{с}$ .

Суммарные течения. Эти течения достаточно разнообразны по скорости и направлению. Карта суммарных течений в любой фиксированный момент времени изобилует разнонаправленными струями, большими и малыми кругооборотными областями и пр. Она особенно сложна, если причины, вызывающие волнение, комбинируются противоположным образом - например, спад уровня и северо-восточный нагонный ветер.

Обобщенной характеристикой режима течений служит повторяемость течений по направлению, скорости и продолжительности. В частности, в срединном створе губы (Лисий Нос - Петергоф) в 2 - 3 м от поверхности повторяемость течений (%) по направлениям такова (средние многолетние величины):

Направление течения	В центре	В 2-3 км от берега
С востока на запад	74	48
С запада на восток	17	28
Прочие	9	24

Иначе говоря, при переходе от стрежня к берегам губы восточные, или встречные, течения наблюдаются все чаще. То же самое происходит по мере продвижения от устья реки Невы к острову Котлин. В Северных и Южных воротах в створе Горская - Кронштадт - Ломоносов встречные течения уже довольно мощные. Здесь они наблюдаются около 80 % всего времени и занимают немалую часть поперечного сечения. В штилевую погоду, а точнее, при стабильном уровне губы, соотношение между расходом стокового, или западного, течения (т. е. расходом Невы) и расходом встречного, или восточного, течения таково:

Расход реки Невы, м <sup>3</sup> /с Расход встречного течения, м <sup>3</sup> /с	1000	2000	3000	4000	5000
без ледяного покрова	740	600	520	420	380
с ледяным покровом	200	100	50	40	20

На фазе подъема уровня мощность встречного потока еще более нарастает. Напротив, на фазе спада уровня встречный поток ослабевает. Так, при среднем многолетнем расходе реки Невы (2500 м<sup>3</sup>/с) в безледоставный период в том же створе отмечаются следующие разнонаправленные потоки:

Интенсивность изменения уровня губы, см/ч Расход воды, м <sup>3</sup> /с	-5,0	0,0	2,3	5,0	10,0
с запада на восток	250	550	1000	3380	8600
с востока на запад	8250	3050	1000	380	100
результатирующий	8000	2500	0	3000	8500

Из Финского залива в Невскую губу через створ Горская - Кронштадт - Ломоносов в среднем ежегодно поступает 28,4 км<sup>3</sup> воды в дополнение к 78,9 км<sup>3</sup> стока Невы. Почти половину этой воды губа получает в период с сентября по декабрь. Чем полноводнее в данном году Нева, тем меньше воды поступает из залива в губу, и наоборот. В очень маловодный год из залива в губу

поступает 35 - 39 км<sup>3</sup>, в очень многоводный - 21 - 23 км<sup>3</sup>. В среднем 5 часов в сутки результирующий расход воды в указанном створе направлен из залива в губу, остальные 19 часов-из губы в залив. Скорость встречного течения чаще всего бывает 7 см/с, а путь, пройденный частицей с запада на восток за один цикл, обычно составляет 0,5 - 1,3 км. Таким образом, большие массы поступающей в губу морской воды омывают лишь крайнюю западную часть губы вблизи острова Котлин. [2, 68]

### 1.2.5 Температура воды в реке Неве и Невской губе

Температура воды в Неве. Ладожское озеро очень глубокое. Его водная толща за весну и лето не успевает хорошо прогреться, поэтому вода в Неве почти всегда холодная.

Таблица 3 - Среднемесячная температура воды на поверхности, °С

Водный объект	Пункт	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
Река Нева	Горный институт	1,1	6,5	13,3	17,2	16,5	12,5	6,6	1,8
Невская губа	Лисий Нос, Ломоносов	1,5	11,1	16,3	19,5	17,7	12,5	5,9	1,2
Невская губа	Кронштадт	1,3	9,3	16,1	19,4	18,2	12,9	6,6	2,0

Благодаря большой скорости течения и интенсивному перемешиванию температура невской воды почти одинакова по ширине, глубине и длине реки. С апреля по июль вода в реке заметно холоднее окружающего воздуха. В августе температуры воды и воздуха выравниваются. А с сентября по ноябрь уже вода теплее воздуха. Чем более многоводный год, тем, при прочих равных условиях, холоднее вода в реке. Диапазон колебания температуры воды в течение суток невелик, в общем он уменьшается от весны к осени и составляет 0,5 - 1,0°С в мае и 0,1 - 0,3°С в октябре. Наиболее теплой вода бывает в конце дня (в 16 - 18 часов), а самой холодной - ранним утром (в 5 - 7 часов). Колебания температуры воды от суток к суткам также незначительны. Лишь резкое похолодание или потепление погоды, продолжающееся 5 - 7 суток и более, вызывает заметное изменение температуры воды.

Вода в реке обычно нагревается до конца июля - чаще всего до 18 - 20°C. Температура воды выше 16°C держится около 1,5 месяца. В холодное лето этот период сокращается до 5 - 10 дней, а в жаркое удлиняется до 2,5 месяца.

Температура воды в Невской губе. В мелководной Невской губе температура воды в гораздо большей мере следует за температурой воздуха, чем в реке Неве. Этим, в частности, объясняется, что в летние месяцы при маловетренной погоде суточная амплитуда колебаний температуры воды в поверхностном слое составляет около 2 - 3°C. В период, когда водные массы нагреваются (апрель - июль), температура воды у берегов несколько выше, чем в центре губы, а в период интенсивного охлаждения (октябрь - ноябрь), напротив, ниже; различие это наиболее заметно в годы с малой водностью.

В летнюю пору невяская вода за время ее добегания вдоль губы (около шести суток) нагревается в среднем на 2 - 3°C, и у острова Котлин вода принимает ту же температуру, что и воздух.

В прибрежных районах Невской губы к концу июля вода нагревается обычно до 21 - 23°C. Здесь зарегистрирован максимум температуры воды в 28 - 30°C (1910 и 1972 гг.). [2, 72]

## 2. Формирование морского льда

### 2.1 Общие закономерности термического роста толщины льда

Кристаллизация, возникшая в отдельных очагах, распространяется с большой скоростью на большую площадь моря вследствие большого количества ядер кристаллизации в поверхностном слое воды и довольно равномерного охлаждения по большой акватории. Наблюдения показывают, что начальные формы льда образуют на спокойной воде сплошную тонкую пленку. Дальнейшее увеличение толщины этого слоя льда происходит за счет разности потоков тепла в атмосферу и из воды ко льду  $\Phi$ , которая компенсируется теплотой кристаллизации при замерзании новых порций воды, прилегающих ко льду.

Поскольку поток тепла вверх через лед пропорционален теплопроводности льда и градиенту температуры  $\partial T/\partial z$ , а теплота кристаллизации пропорциональна массе образовавшегося льда, то уравнение теплового баланса, характеризующее соотношение между этими потоками на границе раздела лед-вода, представляется следующим образом:

$$L \cdot \frac{\partial M}{\partial t} = \lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \Phi. \quad (1.1)$$

Если учесть количество пресного льда в морском, а так же зависимость удельной теплоты плавления морского льда от его солености и температуры, то, отнеся все потоки к единице площади, получим:

$$L' \cdot \frac{\partial M}{\partial t} = \lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \Phi. \quad (1.2)$$

где

$$L' = L \left( 1 - \frac{s}{S_p} \right) + \Theta \left( c_w \frac{\gamma}{\rho} - c_n \right)$$

В последнем выражении первый член характеризует теплоту, выделяющуюся при образовании единичного объема морского льда, а второй - теплоту за счет изменения объемной теплоемкости замерзающей воды при температуре замерзания  $\Theta$ .

Трудность решения уравнения (1.2) заключается в том, что потоки тепла, стоящие в его правой части, зависят не только от внешних условий, но и от изменения самой толщины льда. Из-за теплоемкости льда происходит изменение амплитуды и сдвиг фазы распространяющегося во льду теплового потока, вследствие чего профиль температуры по вертикали отличается от линейного. Для его вычисления исходят из уравнения теплопроводности, которое в случае горизонтально-однородного ледяного покрова имеет вид:

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} + I \right), \quad 0 \leq z \leq H(t), \quad (1.3)$$

где  $I$  - мощность тепловых источников во льду.

Обычно мощность внутренних источников тепла, связанных с фазовыми преобразованиями в толще льда вследствие изменений температуры, учитывают через теплоемкость морского льда. В таком случае под  $I$  понимают тепловые источники, связанные, например, с поглощением коротковолновой радиации в толще льда.

Теплопроводность морского льда, как и теплоемкость, зависит от содержания во льду жидкой фазы, а следовательно, от его температуры. Все это приводит к тому, что уравнение (1.3) становится нелинейным, и его аналитическое решение еще не получено.

Не меньшие сложности возникают при определении потока тепла из воды к нижней поверхности льда. Этот поток пропорционален вертикальному градиенту температуры воды подо льдом и турбулентной теплопроводности. Последняя составляющая сильно зависит от осолонения воды, происходящего при образовании льда. Поэтому этот поток тепла надо рассчитывать с учетом

системы уравнений, используемых при определении сроков ледообразования и дополненных новым источником осолонения.

А. В. Лыков отмечает, что впервые аналитическое решение уравнения (1.3) без тепловых источников и с постоянными тепло-физическими константами было получено в 1831 г. членами Российской Академии наук профессорами Ляме и Клапейроном. Введя новую переменную  $x=z/\sqrt{t}$ , они выразили уравнение (1.3) через полные производные и получили его решение в виде:

$$T(t, z) = C_1 + C_2 \int_0^x e^{-\frac{y^2}{4\kappa}} dy, \quad (1.4)$$

где  $\kappa = \lambda / c\rho$ .

При определении одной из постоянных интегрирования  $C_1$  Ляме и Клапейрон принимали температуру поверхности льда ( $z = 0$ ) равной  $0^\circ\text{C}$ , что привело к  $C_1 = 0$ . Но в принципе она может быть любой постоянной  $T_c$ . Вторая постоянная интегрирования может быть определена только при известном значении  $H(t)$ . Поскольку заранее толщина льда на любой момент времени неизвестна, то Ляме и Клапейрон предположили, что  $H = l\sqrt{t}$ . После подстановки этой функции в уравнение (1.4) и в условие баланса тепла (1.2) при  $\Phi = 0$  удастся получить два соотношения, из которых можно определить постоянные  $C_2$  и  $l$ , а затем и температуру льда:

$$\frac{T(t, z) - T_c}{\Theta - T_c} = \frac{\operatorname{erf} \frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}}{\operatorname{erf} \frac{l}{2\sqrt{\kappa}}}; \quad (1.5)$$

$$\frac{L\rho\sqrt{\pi\kappa}}{2\lambda} l = (\Theta - T_c) \frac{\exp\left(-\frac{l^2}{4\kappa}\right)}{\operatorname{erf} \frac{l}{2\sqrt{\kappa}}}, \quad (1.6)$$

где

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy.$$

Спустя почти 60 лет после получения этого решения Стефан опубликовал решение двухслойной задачи о нарастании льда и промерзании грунта, в принципе не отличающееся от изложенного. При неизменности температуры талой зоны или воды, полученные им выражения полностью совпадают с приведенными выше.

Принятые условия постоянства температуры поверхности льда и пропорциональности толщины льда корню квадратному из времени очень сильно ограничивают область применения полученных формул. Поэтому в дальнейшем стараются обойтись без этих ограничений. В частности, А. А. Шепелевский для определения нарастания толщины пресного льда использовал связь между температурой и  $H$  в виде дифференциального уравнения, полученного Тамурой:

$$\Theta - T(0, t) = \frac{\Phi}{\lambda_{\text{л}}} \left[ H + \frac{d}{dt} \left( \frac{H^3}{\kappa \cdot 3!} \right) + \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{H^5}{\kappa^2 \cdot 5!} \right) + \dots \right] + \frac{L_{\text{л}\rho}}{\lambda_{\text{л}}} \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{H^2}{2!} \right) + \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{H^4}{\kappa \cdot 3!} \right) + \dots \right]. \quad (1.7)$$

Ограничившись в каждом из приведенных рядов первым членом, А. А. Шепелевский, по сути, пришел к уравнению баланса тепла (1.2) с линейным профилем температуры во льду. Именно поэтому его решение не требует предварительного интегрирования уравнения теплопроводности и имеет вид:

$$H = \sqrt{H_0^2 + \frac{2\lambda_{\text{л}}}{L_{\text{л}\rho}} \int_0^t \left[ \Theta - T(\xi, 0) - \frac{\Phi}{\lambda_{\text{л}}} H(\xi) \right] d\xi}. \quad (1.8)$$

При отсутствии потока тепла от воды  $\Phi$  формула (1.8) позволяет элементарно определить прирост толщины льда в зависимости от температуры его поверхностей. При этом, согласно принятой схематизации профиля температуры, изменения  $T(t, 0)$  мгновенно распространяются на всю

толщину льда и влияют на ее прирост. Это в большей или меньшей степени соответствует реальному процессу только в случае его квазистационарности, когда изменение теплосодержания льда составляет очень малую величину от потока тепла через лед. Такие условия имеют место при малой толщине льда или при достаточно постоянной температуре его поверхности. Для учета нестационарности процесса нужно брать последующие члены рядов (1.7). Но даже при использовании только двух первых членов этих рядов выражение для определения  $H$  становится неудобным при его практической реализации.

При определении профиля температуры и нарастания толщины морского льда, как уже отмечалось, следует иметь в виду внутренние источники тепла, обусловленные фазовыми переходами в толще льда. Они могут быть учтены либо непосредственно, либо через теплофизические параметры. Но зависимость этих параметров от солёности и температуры льда оказалась сложной, в результате чего получение аналитического решения уравнения теплопроводности еще больше затрудняется.

В случае приближенного учета фазовых переходов только через теплоемкость морского льда, при постоянной теплопроводности уравнение (1.3) приводится к виду:

$$\left( \frac{1}{\kappa} + \frac{ns}{T^2} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad 0 \leq z \leq H(t), \quad (1.9)$$

где  $n = -(L_n \rho / \lambda_n \alpha)$ ,  $\alpha$  - параметр, численное значение которого определяется выражением

$$\alpha = \begin{cases} -1,848 \cdot 10^{-2} & \text{при } 0 \geq T \geq -7,6^\circ \text{C}, \\ -1,031 \cdot 10^{-2} & \text{при } -7,6 \geq T \geq -23^\circ \text{C}. \end{cases}$$

Унтерштейнер предложил учитывать также зависимость теплопроводности морского льда от солёности, в результате чего для зимнего периода правая часть уравнения (1.9) дополнялась множителем:

$$1 + \frac{bs\rho}{\lambda_n T}, \quad (1.10)$$

в котором в принятых обозначениях  $b = 1,17(\text{Дж} \cdot \text{см}^2)/(\text{г} \cdot \text{с})$ .

Уравнение теплопроводности морского льда в виде (1.9) или с множителем, предложенным Унтерштейнером, является нелинейным и в принципе может быть решено только численно. Но для сравнительно тонкого молодого льда, когда распространение в нем температуры квазистационарно, можно получить приближенное решение, используя метод последовательных приближений, примененный М. Е. Швецом для определения нарастания пресного льда.

Если промежуток времени ( $0 < t \leq t_1$ ), за который нужно определить изменение толщины льда, не слишком большой и в течение его можно считать скорость изменения толщины льда величиной постоянной:

$$H(t) = H_0 + yt, \quad (1.11)$$

то легко получить приближенное решение, определяющее толщину льда на момент времени  $t_1$ :

$$H(t_1) = H_0 - a + \sqrt{a^2 + \frac{2\lambda}{\tilde{L}^* \tilde{\rho}^* \left(1 - \frac{2}{3} C\right)} \int_0^{t_1} \left(\Theta - T_0 - \frac{H_0 \Phi}{\lambda}\right) dt + \frac{2CH_0^2}{1 - \frac{2}{3} C}} \quad (1.12)$$

Здесь для сокращения записи введены обозначения:

$$C = \frac{\lambda \tilde{\gamma}}{\tilde{L}^* \tilde{\rho}^*} [T_0(t_1) - T_0(0)],$$

$$a = \frac{1}{1 - \frac{2}{3} C} \left[ H_0(1 - C) + \frac{1}{\tilde{L}^* \tilde{\rho}^* t_1} \int_0^{t_1} \Phi t dt \right],$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{6\kappa} + \frac{ns}{(T_0 - \Theta)^2} \left[ \frac{T_0 + \Theta}{T_0 - \Theta} \ln \frac{T_0}{\Theta} - 2 \right],$$

$$\tilde{L}^* = L \left\{ 1 - \frac{\lambda(\Theta - T_0)}{3\kappa L \rho^*} - \frac{ns\lambda}{L \rho^*} \left[ \frac{T_0 + \Theta}{\Theta(T_0 - \Theta)} - \frac{2T_0}{(T_0 - \Theta)^2} \ln \frac{T_0}{\Theta} \right] \right\},$$

$$\rho^* = \rho \left( 1 - \frac{s}{\alpha T} \right),$$

$T_0$  и  $\Theta$  - температура верхней и нижней поверхностей льда. Волнистая черта характеризует осредненный параметр.

Влияние нестационарности температуры поверхности льда на изменение его толщины учитывается в формуле (1.12) параметром  $C$ . Более или менее существенно этот параметр влияет на последний член подкоренного выражения (1.12) при сравнительно большой толщине льда. В молодых тонких льдах колебания температуры почти не запаздывают по фазе с глубиной, поэтому вертикальный профиль температуры близок к линейному и упомянутый последний член подкоренного выражения становится малым. Уменьшается вклад этого члена и с увеличением промежутка времени, на который производится расчет  $H$ . Это объясняется тем, что в течение больших интервалов времени даже большие повышения и понижения температуры поверхности льда в некоторой степени компенсируют друг друга и их суммарный эффект оказывается не таким уж заметным.

Поскольку знаменатель перед вторым членом подкоренного выражения (1.12) меньше, чем для пресного льда, то при прочих равных условиях морской лед нарастает несколько быстрее пресноводного. Это объясняется тем, что при образовании единицы объема морского льда замерзает только часть воды, а не вся, как при образовании пресного льда. Поэтому для компенсации оттока какого-то количества тепла в атмосферу должен образоваться больший объем морского льда, чем пресного. Но общая масса замерзшей воды, т. е. образовавшегося чистого льда, в обоих случаях должна быть примерно одинаковой. Здесь употреблено слово «примерно» вследствие разницы в теплопроводности пресного и морского льда и пренебрежения теплотой кристаллизации солей.

Если учесть, что теплопроводность морского льда несколько меньше теплопроводности пресного, то увеличение скорости роста морского льда по

сравнению с пресным должно быть небольшим. Анализ экспериментальных данных, проведенный Б. А. Савельевым, подтверждает факт некоторого увеличения прироста льда с ростом его солености.

В природных условиях чаще известна температура воздуха на некоторой высоте, чем температура поверхности льда. Поэтому целесообразно проанализировать, насколько существенно влияет на скорость нарастания толщины льда замена температуры поверхности льда температурой воздуха. Для этого следует воспользоваться уравнением теплового баланса ледяного покрова:

$$-\left[ K_{ap} \left( c_a \frac{\partial \vartheta}{\partial z} + L_n \frac{\partial q}{\partial z} \right) \right]_{z=0} - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = B. \quad (1.13)$$

Используя логарифмичность вертикального профиля метеорологических элементов вблизи ледяного покрова, были определены градиенты температуры и влажности через температуру и влажность на некоторой высоте и на поверхности льда. Эти выражения градиентов были подставлены в уравнение теплового баланса поверхности льда, в результате чего удалось выразить температуру поверхности льда через температуру  $\Phi$  и относительную влажность воздуха  $f$ , радиационный баланс  $B$  и некоторые другие характеристики. После замены температуры поверхности льда полученным выражением и некоторых упрощений была получена скорость нарастания толщины льда, подстановка которой в формулу (1.11) привела к выражению, определяющему толщину льда на момент времени  $t_1$ :

$$H(t_1) = -a_1 + \sqrt{(H_0 + a_1)^2 + \frac{2\lambda}{L^* \rho^*} \left\{ \int_0^{t_1} \left[ \Theta - f_1 \vartheta - \frac{B}{\lambda_1} - \right. \right.} \\ \left. \left. - \Phi \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{H_0}{\lambda} \right) + m \right] dt + \int_0^{t_1} \gamma H \frac{\partial T_0}{\partial t} dt \right\}}, \quad (1.14)$$

где

$$a_1 = \frac{\lambda}{\lambda_1} + \frac{1}{\tilde{L}^* \tilde{\rho}^* t_1} \int_0^{t_1} \Phi t dt,$$

$$\lambda_1 = \lambda' \left( 1 + 0,622 \frac{L_n E_0 \varepsilon}{c_a p} \delta \right),$$

$$K_a(z) = K_a(0) + k' z,$$

$$\lambda' = \frac{c_a p k'}{\lg \frac{K_a(z)}{K_a(0)}},$$

$$f_1 = \frac{c_a P + 0,622 L_n E_0 f \varepsilon \gamma}{c_a P + 0,622 L_n E_0 \varepsilon \gamma},$$

$$M = \frac{0,622 L_n E_0 (1 - f) \delta}{c_a p + 0,622 L_n E_0 \varepsilon \gamma},$$

$$\Upsilon = \frac{\lambda}{\lambda_1} \left[ \frac{1}{\kappa} + \frac{ns}{(T_0 - \Theta)^2} \left( \ln \frac{T_0}{\Theta} + \frac{\Theta}{T_0} - 1 \right) \right] + H \Upsilon,$$

$E_0 = 6,1$  мбар - упругость насыщения водяных паров при  $\vartheta = 0^\circ \text{C}$ .

Параметры  $\varepsilon$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  получены в результате представления удельной влажности  $q$  приближенной зависимостью, справедливой для некоторого диапазона температур:

$$q \approx 0,622 \frac{f E_0}{p} (\delta + \varepsilon \gamma \delta).$$

В выражении (1.14) член, учитывающий нестационарность, обычно на один-два порядка меньше остальных. Поэтому без особого ущерба для точности в определении  $H$  можно провести упрощения, аналогичные проведенным в формуле (1.12), а также заменить  $T_0$  на  $\vartheta$ .

Если в формуле (1.14)  $z \rightarrow 0$ , то  $\lambda_1 \rightarrow \infty$ ,  $\vartheta \rightarrow T_0$  и она в пределе перейдет в формулу (1.12).

Из формулы (1.14) можно легко определить роль метеорологических факторов в образовании льда. Поскольку параметр  $\lambda'$  пропорционален скорости ветра, то роль  $B$  с увеличением скорости ветра падает и возрастает с его ослаблением. Обычно же перемешивание воздуха вблизи ледяного

покрова происходит интенсивно, поэтому  $T_0$  близка к  $\vartheta$  на уровне метеорологической будки и роль члена, содержащего  $B$ , мала. Параметры  $f_1$  и  $m$  зависят от относительной влажности воздуха  $f$ . Поскольку зимой надо льдом  $f$  велика, первый параметр становится примерно равным единице, а второй имеет величину порядка долей градуса. Учет всех перечисленных обстоятельств и позволяет часто пользоваться вместо формулы (1.14) формулой (1.12) с заменой  $T_0$  на  $\vartheta$ . [3, 100]

## 2.2 Влияние потока тепла от воды на нарастание толщины льда

Впервые оценку влияния теплозапаса морских вод на рост ледяного покрова дал Н. Н. Зубов. Он показал, что в результате осолонения воды при нарастании толщины льда возникает конвективное перемешивание. На смену охлажденных и осолоненных поверхностных вод поднимаются более теплые глубинные воды, увеличивающие приток тепла к нижней поверхности льда. При достаточно хорошо выраженной термической расслоенности моря по глубине вовлечение теплого слоя воды в конвективное перемешивание может значительно уменьшить прирост льда. Н. Н. Зубов предложил метод расчета этого эффекта, применяющийся во многих случаях и в настоящее время.

Возможность использования компьютера позволила снять ограничения, использованные в методе Зубова, и дать более совершенную математическую формулировку этого физического процесса. По сути, она сводится к определению потока тепла к нижней поверхности льда на основе уравнений конвекции. При этом температура воды в слое конвективного перемешивания принимается равной температуре замерзания, являющейся функцией солёности воды. В уравнении баланса солей исчезает осолонение за счет испарения и появляется осолонение за счет выделения солей при кристаллизации воды:

$$\Phi_k = (S_p - s_f) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.15)$$

Член  $\Phi_a$  в данном случае характеризует лишь поток тепла ко льду  $\Phi$ , взятый с обратным знаком.

Таким образом, если необходимо учесть приток тепла ко льду, обусловленный конвективным перемешиванием, формула, определяющая нарастание толщины льда, дополняется несколькими уравнениями. При расчетах формирования ледяного покрова в арктических морях такими уравнениями были:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\hat{h}_{j+1}} \gamma S(t_{j+1}) dz = \int_0^{\hat{h}_j} \gamma S(t_j) dz + \int_{\hat{h}_j}^{\hat{h}_{j+1}} \gamma S(t_j) dz + \\
 & + \int_{t_j}^{t_{j+1}} (S\rho - s\gamma) \frac{\partial H}{\partial t} dt + \int_{t_j}^{t_{j+1}} k_w \gamma \left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=\hat{h}} dt + \\
 & + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^{\hat{h}(t)} \gamma W \frac{\partial S}{\partial n} dz dt, \\
 & \Theta = -0,01 \{0,3 + S [5,27 + 0,004S(1 + 0,01S)]\}, \\
 & \int_{t_j}^{t_{j+1}} \Phi dt = - \int_0^{\hat{h}_{j+1}} c_w \gamma \theta(t_{j+1}) dz + \int_0^{\hat{h}_j} c_w \gamma \theta(t_j) dz + \\
 & + \int_{\hat{h}_j}^{\hat{h}_{j+1}} c_w \gamma \theta(t_j) dz + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \lambda_w \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=\hat{h}} dt + \\
 & + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_0^{\hat{h}(t)} c_w \gamma W \frac{\partial \theta}{\partial n} dz dt, \\
 & \gamma_{j+1} \leq \gamma_j(\hat{h}_{j+1}),
 \end{aligned}$$

(1.16)

где  $\hat{h}_j, \hat{h}_{j+1}$  - толщина верхнего однородного слоя моря на моменты  $t_j$  и  $t_{j+1}$ .

Порядок решения приведенной системы уравнений такой же, как и при определении элементов конвекции до начала ледообразования. По данному методу проводились вычисления нарастания ледяного покрова в арктических

морях. Поскольку снежный покров на льду заранее не был известен, предполагалось, что между толщиной снега и льда существует функциональная связь, определяемая по климатическим данным. В частности, для Карского моря было определено, что  $h/H \approx 0,1$ , и это отношение было использовано при расчетах. Сопоставление расчетных величин  $H$  с результатами наблюдений в районах полярных станций этого моря (рисунок 9) позволяет сделать заключение о реальности вычисленных толщин льда. Во всех приведенных на рисунке случаях начальный момент выбирался еще до наступления ледообразования и промежуток времени, на который производился расчет толщины льда, составлял не менее месяца при  $t_1 = 1$  суткам.

Поток тепла от воды ко льду зависит от скорости его нарастания, температуры и плотностной стратификации водной массы. И в тех случаях, когда вертикальные градиенты плотности воды такие, что конвективное перемешивание распространяется до большой глубины, нарастание толщины льда замедляется или даже происходит ее уменьшение. В качестве примера на рисунке 9 приведено изменение глубины распространения конвективного перемешивания и толщины льда в районах выполнения двух гидрологических станций.

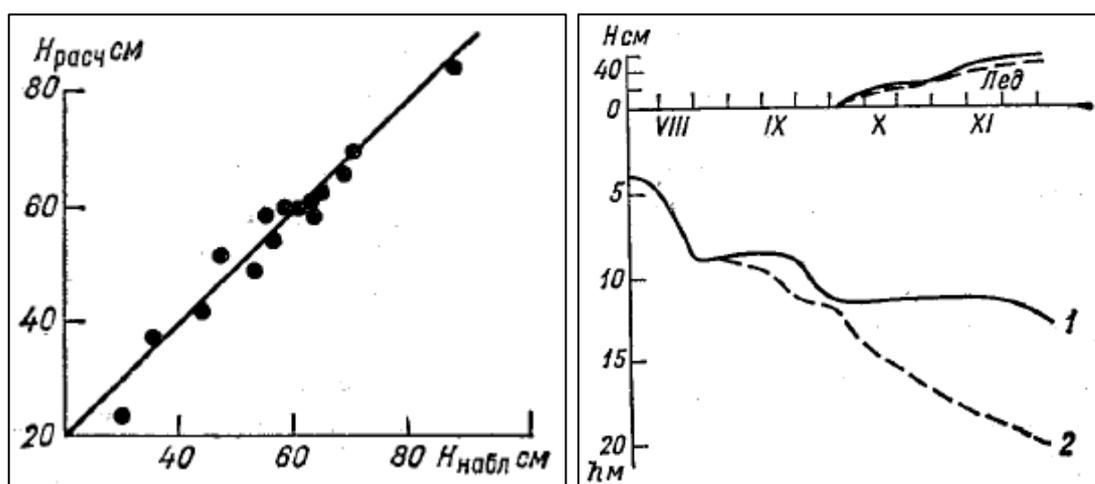


Рисунок 9 - Сопоставление расчетной толщины молодого льда с наблюдаемой (слева); глубина распространения конвекции и толщины льда в районах гидрологических станций 1 и 2 (справа).

Метеорологические условия в обоих пунктах одинаковы. Толщина слоя конвекции на момент ледообразования и сами даты ледообразования одни и те же. Но в районе станции № 1 на нижней границе слоя конвекции сформировался больший градиент плотности, чем в районе станции № 2. Поэтому здесь осолонение при нарастании льда оказалось недостаточным, чтобы конвекция распространилась до больших глубин и привела к подтоку тепла ко льду. В районе второй станции вертикальный градиент плотности был меньше, поэтому осолонение воды при нарастании льда привело к большей толщине слоя конвективного перемешивания и большему подтоку тепла, что повлияло на величину прироста толщины льда.

Таким образом, различие в плотностной стратификации моря по его акватории в период нарастания льда является одной из причин неравномерности его толщины, особенно в тех районах, где невелики вертикальные градиенты плотности. В некоторых случаях с притоком океанического тепла связывается область распространения ледяного покрова. Так, например, Н. П. Булгаков пришел к выводу о том, что проникновение конвективного перемешивания до больших глубин над материковым склоном Тихого океана и приток к поверхности большого количества тепла является основной причиной, препятствующей образованию льда в этих районах.

Известно, что большая масса теплых и соленых атлантических вод поступает в Северный Ледовитый океан, оказывая существенное влияние на его ледяной покров. В тех случаях, когда конвекция не достигает глубины залегания этих вод, тепло от них ко льду распространяется посредством турбулентной теплопроводности и, как правило, не очень существенно влияет на прирост льда. Проведенное А. Я. Николаевой и Н. П. Шестериковым сравнение измеренных и вычисленных толщин молодого льда в районе дрейфа станций «СП-2, СП-3, СП-4, СП-5» показало, что приток тепла от атлантических вод замедляет нарастание льда примерно на 15 см за зимний период. Распространение конвекции до теплой прослойки приводит к

значительному увеличению потока тепла. Это имеет место на большей части акватории Баренцева моря, в Гренландском море и прилегающей части Атлантического океана, где зимняя конвекция проникает до глубины несколько сотен метров. В результате к поверхности поступает поток тепла, достаточный для компенсации теплопотерь в атмосферу и препятствующий образованию льда. Даже, в тех случаях, когда конвекция не достигает теплых вод, но распространяется до глубины 50 - 80 м, ко льду поступает большое количество, тепла, уменьшая, его толщину на несколько дециметров.

Сильное влияние океанического потока тепла на нарастание толщины льда используется для борьбы с последним. В тех районах, где имеется достаточно большой теплозапас глубинных вод, в области максимума температуры или под ним прокладывается перфорированный трубопровод, по которому пропускается воздух. Выходя из отверстий трубопровода и поднимаясь к поверхности, воздух увлекает за собой теплую воду, которая растапливает лед. При этом по температурной стратификации водоема и метеорологическим условиям можно оценить требуемый расход воздуха и мощность пневматической аппаратуры. [3, 111]

### 3. Таяние льда

#### 3.1 Влияние метеорологических факторов на начало таяния льда

Давно отмечено, что таяние льда наступает еще при отрицательной температуре воздуха. В большинстве случаев это объясняется не только соленостью льда, благодаря которой температура таяния должна быть отрицательной. Выше было показано, что вследствие миграции солей в весенне-летний период соленость льда, особенно его поверхностного слоя, мала. Температура плавления такого льда близка к  $0^{\circ}\text{C}$ . Для того чтобы установить влияние основных факторов на начало таяния льда, следует определить его термический режим в этот период, что удобно сделать, исследуя решение уравнения теплопроводности морского льда. При этом следует принять во внимание малое содержание солей, из-за чего роль внутренних источников тепла, связанных с фазовыми преобразованиями рассола, оказывается незначительной, а также сравнительно слабую в этот период изменчивость толщины льда, позволяющую считать  $H = const$ . Эти условия облегчают решение уравнения теплопроводности и упрощают получающуюся при этом расчетную формулу.

В весенне-летний период в связи с возрастанием величины радиационного баланса температуру поверхности льда или снега на льду уже нельзя отождествлять с температурой воздуха, как зимой. Поэтому в качестве граничного условия на снежно-ледовой поверхности следует использовать уравнение теплового баланса (1.13) с добавлением в левую часть члена, определяющего количество тепла, идущего на таяние  $L\rho(\partial H/\partial t)$ . Учитывая логарифмичность профиля температуры и удельной влажности вблизи льда, а также соотношение между относительной влажностью, температурой воздуха и удельной влажностью, можно градиенты температуры и влажности представить через значение этих величин на некоторой высоте и на уровне подстилающей поверхности. При этом уравнение теплового баланса приводится к виду:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = N\vartheta_0 - \Xi + L\rho \frac{\partial H}{\partial t} - B, \quad (1.17)$$

где

$$\Xi = N\vartheta - 0,622 \frac{L_H E_0 \varepsilon}{c_a \rho} (1 - f) e^{\varepsilon \vartheta},$$

$$N = \lambda' \left( 1 + 0,622 \frac{L_H E_0 \varepsilon}{c_a \rho} e^{\varepsilon \vartheta} \right).$$

Обычно при расчетах температуры и таяния льда полагают, что вся лучистая энергия, поступающая на снежно-ледяную поверхность, поглощается очень тонким поверхностным слоем. В этом случае в уравнение теплопроводности не входит составляющая, учитывающая изменение температуры за счет поглощенной коротковолновой радиации.

Если учитывать проникновение коротковолновой радиации в толщу льда, то радиационный баланс, входящий в уравнение (1.17), должен иметь выражение:

$$B = Q(1 - A)(1 - r) - I_{\vartheta}, \quad (1.18)$$

В этой формуле множитель  $(1 - r)$  учитывает долю коротковолновой радиации, поглощенной некоторым тонким слоем льда и отождествляемой с поглощением самой ледовой поверхностью. Остальная часть радиации проникает в толщу льда, ослабевая с глубиной примерно по экспоненциальному закону. В этом случае уравнение должно учитывать изменение температуры за счет поглощения радиации, проникшей в толщу льда:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + I e^{-az} \quad (1.19)$$

где  $I = Q(1 - A) \cdot ar/c\rho$ .

Решение этого уравнения при постоянных теплофизических характеристиках и неизменной толщине льда способом, изложенным в предыдущей главе, может быть получено в виде:

$$\begin{aligned}
T(t, z) = & \frac{2}{H} \sum_{j=1}^{\infty} Y_0 e^{-\kappa v_j^2 t} \cos v_j z + \\
& + \frac{2\kappa}{H} \sum_{j=1}^{\infty} \cos v_j z \int_0^t e^{-\kappa v_j^2 (t-\xi)} \left\{ (-1)^{j-1} v_j \Theta + \frac{B(\xi)}{\lambda} + \right. \\
& + \frac{1}{\lambda} [\Xi(\xi) - NT_0(\xi) - L\rho \frac{\partial H}{\partial \xi}] + \\
& \left. + \frac{I(\xi)}{\kappa(a^2 + v_j^2)} [a + v_j (-1)^{j-1} e^{-aH}] \right\} d\xi.
\end{aligned} \tag{1.20}$$

$Y_0$  представляется в форме:

$$Y_0 = \int_0^H T(0, z) \cos(v_j z) dz.$$

Непосредственную оценку изменения температуры льда при различных значениях параметра  $r$  нельзя провести по формуле (1.20) из-за того, что от характера поглощения радиации зависит также температура поверхности льда. Полагая в выражении (1.20)  $z = 0$ , получим уравнение Вольтерра, которое после перевода с помощью преобразования Лапласа-Карсона в изображения дает возможность найти функцию-изображение  $T_0$ . В частности, при линейном профиле температуры льда в начальный момент  $T(0, z) = T_n + (\Theta - T_n/H)z$  и  $N = \text{const } T_0(r)$  определяется выражением:

$$\begin{aligned}
\bar{T}_0(z) = & \frac{\lambda}{\sqrt{N\sqrt{\kappa} + \lambda\sqrt{z} \operatorname{cth} H} \sqrt{\frac{z}{\kappa}}} \left\{ \frac{\Theta - T_n}{H} \sqrt{\kappa} + \right. \\
& + \frac{\sqrt{\kappa}}{\lambda} [\Xi - NT_n - \bar{M} - \bar{I}_s + \overline{Q(1-A)}] \left( 1 - r + \right. \\
& \left. \left. + \frac{2}{H} ar \sqrt{\kappa z} \operatorname{cth} H \sqrt{\frac{z}{\kappa}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a + (-1)^{j-1} v_j}{z + \kappa v_j^2} \frac{e^{-aH}}{a^2 + v_j^2} \right) \right\} + T_n.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Здесь  $M$  является изображением функции, учитывающей затраты тепла на таяние льда. Естественно, до тех пор, пока таяния не происходит,  $M = 0$ .

Для того чтобы получить представление о влиянии проникающей в лед радиации на температуру поверхности льда, достаточно получить оригинал множителя функции  $Q(1 - A)$ . Обозначив этот множитель  $J$ , с помощью теоремы свертки и известных операционных соотношений можно легко получить:

$$\bar{J} \doteq 1 - r \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a^2 + av_j (-1)^{j-1} e^{-aH}}{(2j-1)^2 (a^2 - v_j^2)} \left[ 1 - e^{-\kappa v_j^2 t} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( 1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2j-1)^2}{(2j-1)^2 - 4m^2} \right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2j-1)^2}{(2j-1)^2 - 4m^2} e^{-\frac{\pi^2 \kappa m^2 t}{H^2}} \right] \right\} \quad (1.22)$$

Выражение в фигурных скобках этого соотношения убывает от 1 при  $t = 0$  до величины порядка 0,3 для больших значений  $t$  и льда толщиной 2 м. Следовательно, при  $r$ , отличном от нуля,  $J < 1$ . Это означает, что из-за проникновения коротковолновой радиации в толщу льда температура его поверхности оказывается более низкой, чем при отсутствии этого эффекта. Радиационное изменение температуры поверхности льда находится наиболее просто при помощи теоремы свертки для постоянной величины поглощенной коротковолновой радиации:

$$\Delta T_0(t) = Q(1 - A) \int_0^t J(t - \xi) y(\xi) d\xi. \quad (1.23)$$

Приближенное значение оригинала  $y(\xi)$  может быть представлено выражением:

$$\frac{\lambda z}{N\sqrt{\kappa} + \lambda\sqrt{z} \operatorname{cth} H\sqrt{z/\kappa}} \doteq y(\xi) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi\xi}} - \frac{N\sqrt{\kappa}}{\lambda} e^{\frac{N^2\kappa}{\lambda^2}\xi} \operatorname{erfc} \frac{N\sqrt{\pi\xi}}{\lambda}$$

Под действием проникающей в лед радиации его температура будет более высокой. Оценки показывают, что это повышение в среднем составляет величину порядка доли градуса, что совпадает с результатами расчетов Унтерштейнера, проводившего численное решение уравнения (1.19) с

переменными теплофизическими характеристиками льда. Чтобы оценить степень влияния внутренних источников тепла на температурное поле льда, фактический поток радиации, поступающий к арктическим льдам, им был увеличен вдвое. Но это привело к изменению температуры льда в июле и августе примерно на  $0,2^\circ \text{C}$  с максимумом до  $0,4^\circ \text{C}$  на глубине 50 - 70 см. С понижением температуры льда величина ее изменения за счет проникновения радиации в толщу льда несколько возрастает. Такой характер влияния коротковолновой радиации на температуру льда Унтерштейнер объясняет тем, что вблизи точки плавления повышается эффективная теплоемкость льда, в результате чего температура возрастает слабо.

В своем решении Унтерштейнер принимал температуру поверхности льда известной и полагал, что вся коротковолновая радиация проникает в лед, т. е. считал  $r = 1$ . Если на основании его более ранней работы принять  $r = 0,38$ , что было получено по измерениям на американской дрейфующей станции, то радиационные изменения температуры льда будут еще меньше. Поэтому без ущерба для точности расчета температуры льда обычно считается, что вся коротковолновая радиация поглощается на самой снежно-ледовой подстилающей поверхности. В этом случае уравнения (1.20) и (1.21) для определения температуры льда могут быть упрощены. В частности, чтобы параметр  $H$ , входящий в эти формулы, не зависел от температуры, экспоненциальная зависимость удельной влажности на уровне подстилающей поверхности от температуры задается в виде двух первых членов степенного ряда. При этом уравнение теплового баланса (1.17) принимает вид:

$$\lambda' [(1 + \epsilon \Delta \vartheta) T_0 - \vartheta_s + \Delta \vartheta] + L \rho \frac{\partial H}{\partial t} - B = \lambda \frac{\partial T_0}{\partial z} \quad (1.24)$$

где  $\vartheta_s$  - эквивалентная температура,  $\Delta \vartheta = 0,622 L_u E_0 / c_a P$ .

Ясно, что ограничиваться двумя первыми членами ряда зависимостей  $q(\vartheta)$  можно при температуре, не превышающей величину порядка  $\pm 5^\circ \text{C}$ . За пределами этой величины заметную роль играют последующие члены ряда,

поэтому вместо уравнения (1.24) следует использовать уравнение баланса тепла (1.17). Вблизи точки плавления допустимо использовать уравнение (1.24), в результате чего температура поверхности льда определяется формулой:

$$T_0(t) = \frac{\sqrt{\kappa}}{\lambda} \int_0^t [B(t-\xi) + \lambda' \vartheta_s(t-\xi)] \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi\xi}} - \delta e^{\delta^2 \xi} \operatorname{erfc} \delta \sqrt{\xi} \right] d\xi + \\ + \frac{\sqrt{\kappa}}{\delta} \left( \frac{\theta - T_H}{H} - \frac{\lambda' \Delta \vartheta}{\lambda} \right) (1 - e^{\delta^2 t} \operatorname{erfc} \delta \sqrt{t}) + T_H e^{\delta^2 t} \operatorname{erfc} \delta \sqrt{t}, \quad (1.25)$$

где  $\delta = \lambda' \sqrt{\kappa} (1 + \varepsilon \Delta \vartheta) / \lambda$ .

Параметр  $\lambda'$ , принимаемый постоянным, в действительности зависит от скорости ветра, которая может меняться во времени. Скорость ветра входит в этот параметр и в числитель, и в знаменатель, поэтому  $\lambda'$  будет меняться во времени слабее, чем  $U$ , а в некотором интервале времени можно вообще произвести осреднение и принять  $\lambda'$  постоянной.

В естественных условиях лед практически всегда покрыт слоем снега, который оказывает большое влияние на его термический режим. Если принять во внимание среднюю толщину снега на льду, то при исследовании термического режима последнего можно без особой погрешности полагать вертикальное распределение температуры снега линейным. Лишь резкие колебания теплообмена на поверхности снега могут вызвать существенные изменения этого профиля температуры. Однако при небольшой толщине снега его теплозапас невелик и быстро расходуется, в результате чего вертикальный профиль температуры снега снова становится близким к линейному. При этом условии уравнение теплового баланса (1.24) принимает вид:

$$\lambda' [(1 + \varepsilon \Delta \vartheta) \vartheta_0 - \vartheta_s + \Delta \vartheta] - \frac{\lambda_c}{h} (T_0 - \vartheta_0) + L \rho_c \frac{\partial h}{\partial t} = B, \quad (1.26)$$

где  $\vartheta_0$  - температура поверхности снега.

Выше отмечалось, что коротковолновая радиация поглощается снегом более интенсивно, чем льдом, поэтому допущение о поглощении всей радиации поверхностью снега в данном случае вносит меньшие ошибки и более приемлемо, чем при отсутствии снега на льду. Если принять, как и выше, вертикальное распределение температуры льда в начальный момент линейным, то с учетом перечисленных упрощений температура поверхности снега на льду до начала таяния определяется формулой:

$$\vartheta_0(t) \approx \frac{1}{\lambda' (1 + \varepsilon \Delta \vartheta) + \frac{\lambda_c}{h}} \left\{ B + \lambda' (\vartheta_0 - \Delta \vartheta) + \frac{\lambda_c}{h} \left[ \frac{d_2 \sqrt{\kappa}}{\delta_1} + \left( d_1 - d_2 \frac{\sqrt{\kappa}}{\delta_1} \right) e^{\delta_1^2 t} \operatorname{erfc} \delta_1 \sqrt{t} \right] \right\}, \quad (1.27)$$

где

$$d_1 = \frac{\lambda_c H \vartheta_H + \lambda h \Theta}{\lambda_c H + \lambda h}, \quad d_2 = \frac{\Theta - \vartheta_H}{H + \frac{\lambda}{\lambda_c} h},$$

$$\vartheta_H = \vartheta_0(0), \quad \delta_1 = \frac{\lambda' (1 + \varepsilon \Delta \vartheta) \lambda_c \sqrt{\kappa}}{\lambda [\lambda' (1 + \varepsilon \Delta \vartheta) h + \lambda_c]}.$$

Оригинал температуры поверхности льда при этих условиях имеет тот же вид, что и формула (1.25), если в ней вместо параметров  $\lambda$ ,  $\delta$ ,  $T_H$ ,  $(\Theta - T_H)/H$  поставить соответственно  $A_1 = \lambda [1 + (\lambda h / \lambda_c) \cdot (1 + \varepsilon \Delta \vartheta)]$ ,  $\delta_1$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ . Определение вертикального профиля температуры льда при известной температуре его поверхности трудности уже не представляет.

Как видно из приведенных формул, температура поверхности снега и льда зависит от их толщины и теплофизических характеристик, начального теплозапаса и теплообмена с окружающей средой. Видно, что основное влияние на величину  $\vartheta_0$  оказывают лучистые потоки тепла, турбулентный теплообмен и теплота испарения. Соотношение между величинами радиационного баланса и турбулентного теплообмена, как следует из

формулы (1.27) зависит от скорости ветра. Чем больше скорость ветра, тем больше вторая составляющая по сравнению с первой.

Температура поверхности снега в общем отличается от температуры воздуха на высоте метеорологической будки. Близки они могут быть только при низкой температуре воздуха, когда роль испарения невелика, и малых величинах радиационного баланса.

Одним из важнейших элементов ледового режима являются даты начала устойчивых процессов таяния снега и льда, так как с этого момента происходит интенсивное уничтожение льда.

Многочисленными наблюдениями установлено, что таяние льдов сверху начинается еще при отрицательных температурах воздуха. Поэтому в эмпирических формулах дата начала устойчивого таяния льда часто связывается с датой наступления некоторой отрицательной температуры воздуха. Данный факт не означает, конечно, что температура таяния льда отрицательна. Поскольку соленость поверхностного слоя в весенний период обычно незначительная, то температура таяния близка к нулевой, а для снега на льду вообще равна  $0^{\circ}\text{C}$ . Но из-за лучистого притока тепла температура поверхности снега несколько выше температуры воздуха. Такой же вывод можно получить для бесснежного льда на основании формулы (1.25). [3, 122]

### 3.2 Изменение толщины льда под воздействием солнечного и атмосферного тепла

Определение изменений толщины льда в весенне-летний период является одной из основных проблем в практике ледовых прогнозов. Толщина стаявшего слоя льда, сроки вскрытия, зависящие в какой-то степени от толщины льда, определяют начало навигации. Поэтому возможность расчетов стаивания льда имеет большое практическое значение.

Если пренебречь потоком тепла, идущим на прогрев внутренних слоев льда, то для определения величины стаивания льда или снега достаточно

проинтегрировать по времени уравнения теплового баланса снежно-ледовой поверхности (1.17), (1.24) или (1.26).

Для того чтобы оценить влияние на стаивание льда «запаса холода» во льду и проникновения коротковолновой радиации в его толщу, следует исходить не из уравнения баланса тепла, а из уравнения (1.20). Если положить в нем  $z = 0$  и за начальный момент принять дату начала таяния льда, то для последующих моментов времени можно считать  $T_0 = 0$ , так как температура поверхности тающего морского льда вследствие низкой солености очень близка к нулевой. Решив получающееся при этом интегральное уравнение Вольтерра относительно  $\partial H / \partial t$  и проинтегрировав по  $t$  результат, можно получить формулу для определения стаивания льда сверху ( $\Delta H$ ) в виде:

$$\begin{aligned} \Delta H = \frac{1}{L\rho} \left\{ \int_0^t [\Xi(\xi) - I_0(\xi) + Q_{\pi}(\xi) J(t-\xi)] d\xi + \frac{8\lambda}{\pi^2\kappa} \sum_{j=1}^{\infty} I_0 \varphi_j(t) + \right. \\ \left. + \frac{\Theta\lambda}{H} \left[ t + \frac{H^2}{3\kappa} - \frac{2H^2}{\pi^2\kappa} \sum_{j=1}^{\infty} \right] \frac{1}{j^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 j^2 \kappa t}{H^2}\right) - \right. \\ \left. - \frac{16H^2}{\pi^3\kappa} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j-1}}{2j-1} \varphi_j(t) \right\}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

где

$$\begin{aligned} Q_{\pi} &= Q(1-A), \\ \varphi_j &= \frac{1 - \exp(-\kappa v_j^2 t)}{(2j-1)^2} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-\kappa v_j^2 t) - \exp\left(-\frac{\pi^2 m^2 \kappa t}{H^2}\right)}{4m^2 - (2j-1)^2}. \end{aligned}$$

В этой формуле последние два члена учитывают уменьшение величины стаивания льда за счет затраты тепла на его прогрев и отток тепла к нижней границе льда вследствие отличия  $\Theta$  от  $0^\circ\text{C}$ . Если не учитывать эти члены, то, как видно из формулы, величина  $\Delta H$  оказывается несколько преувеличенной. Легко получить, что для льда толщиной до 2 м вклад как второго, так и третьего члена формулы составляет 1 - 2 см за месяц. Для многолетнего льда

толщиной 3 - 4 м расходование тепла на прогрев льда и отток к его нижней границе приводит к уменьшению стаивания льда на 6 - 8 см за месяц.

Величина стаявшего слоя льда, как видно из формулы (1.28), зависит также от проникновения радиации в лед, так как она способствует его прогреву, уменьшая в нем градиент температуры и поток тепла посредством теплопроводности. При  $r = 0,3$  для льда толщиной 2 м стаивание за счет тепла коротковолновой радиации при учете ее проникновения в толщу льда будет за месяц примерно на 10% меньше, чем при полном поглощении радиации поверхностным слоем. Фактическая разница должна быть еще меньше, так как поглощенная толщей льда радиация приводит не только к повышению температуры, но и к локальному таянию льда. В результате вытаявания и миграции солей плотность поверхностных слоев льда летом, как известно, понижается на 4 - 5% , что формулой (1.28) не учитывается. Если учесть это уменьшение плотности, то разница между стаиванием с учетом проникновения радиации в лед и стаиванием без учета этого проникновения и уменьшения плотности становится очень малой.

Таким образом, можно полагать, что все тепло, поступающее сверху, расходуется на таяние снежно-ледяного покрова. Для расчета стаивания льда можно ограничиться уравнением теплового баланса (1.17) без учета потока тепла вглубь льда. Проинтегрировав такое упрощенное уравнение по времени, получим формулу для определения стаивания льда  $\Delta H$  за выбранный интервал времени. Для облегчения расчетов в этой формуле ряд параметров заменен их числовыми значениями, а интегралы представлены в виде суммы:

$$\Delta H = 0,0139 \sum_{j=1}^n B_j + 0,12 \sum_{j=1}^n (1 + 0,81 f_j) \varphi(U) \vartheta_j - 1,13 \sum_{j=1}^n (1 - f_j) \varphi(U) - h \frac{\rho_c}{\rho}, \quad (1.29)$$

где  $\Delta H$  - толщина льда, стаявшего сверху за  $n$  суток;  $B_j$  - радиационный баланс подстилающей поверхности за  $i$  сутки;  $\varphi(U) = 0,4 + 0,48U_j$ ;  $U_j$  -

скорость ветра на высоте флюгера в м/с;  $\vartheta_j, f_j$  - температура и влажность воздуха на уровне метеорологической будки в течение  $i$  суток.

Последний член в формуле (1.29) характеризует увеличение толщины льда за счет находящегося на нем снега. Если расчет стаивания производится с момента, когда на льду еще находится снег, то часть тепла расходуется на его таяние, вследствие чего  $\Delta H$  уменьшается, что и, учитывается последним членом формулы.

На рисунке 10 представлены вычисленные по предложенной методике средние величины стаивания льда по районам ряда полярных станций.

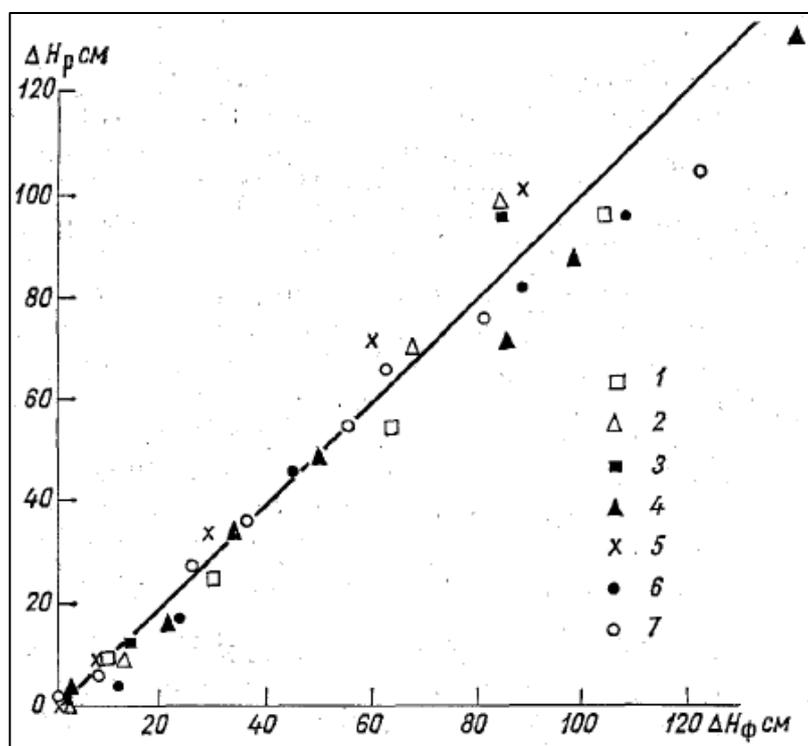


Рисунок 10 - Средние величины стаивания льда по районам станций (1. о.Диксон, 2. м.Стерлегова, 3. о.Русский, 4. о.Преображения, 5. о.Мостах, 6. м.Валькаркай, 7. м.Шмидта)

Исходные данные толщины льда и снега выбирались на 1 мая. При расчете использовались фактические значения температуры и скорости ветра.

Дата начала таяния определялась на основании формулы (1.27) по  $t$ , при котором происходил переход от отрицательных значений  $\vartheta_0$  к положительным. Вычислялись ежедекадные величины стаивания, которые затем осреднялись. Всего были осреднены ежедекадные данные примерно за 10 лет по каждому району. [3, 128]

#### 4. Модель процессов сезонного хода температуры воды и толщины ледяного покрова

##### 4.1 Исходные уравнения

Гидродинамический блок исходной системы уравнений включает уравнения движения в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.2)$$

$$\rho g = -\frac{\partial P}{\partial z} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

Для расчета температуры и солёности воды используется уравнение:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + K_l \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (2.5)$$

Для расчета плотности используется уравнение состояния:

$$\rho = \rho(T, S) \quad (2.6)$$

где  $u, v, w$  - горизонтальные и вертикальная составляющие скорости;  $P$  - давление;  $\theta = T, S, c$ ;  $T, S$  - температура и солёность воды соответственно;  $\rho, \rho_0$  - плотность и стандартная плотность воды соответственно;  $g$  - ускорение свободного падения;  $f$  - параметр Кориолиса;  $K_z, K_\theta$  - коэффициенты вертикальной турбулентной вязкости и диффузии соответственно;  $K_l$  - коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии,  $x, y, z$  - горизонтальные и вертикальная координаты соответственно,  $t$  - время.

В модели также описывалось образование, рост и таяние без учета его дрейфа и изменения сплоченности. Начало образования льда определялось по моменту достижения температурой поверхности значения температуры замерзания  $\theta$ , зависящей от солености  $S$  и рассчитываемой по формуле Крюммеля:

$$\theta = -10^{-2} \left\{ 0.3 + S \left[ 5.27 + 4 \cdot 10^{-3} S (1 + 0.01S) \right] \right\} \quad (2.7)$$

Изменение толщины льда в результате действия тепловых факторов и дрейфа выражается уравнением:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = f_i, \quad (2.8)$$

где

$$f_i = \frac{\lambda_l}{L} \frac{\theta - T_a}{h + h_c \frac{\lambda_c}{\lambda_l}}, \text{ если } T_a < \theta$$

$$f_i = -\frac{1}{L} \left[ B + c_0 \rho_a St (T_a - \theta) W + c_0 c L_u \rho_a D (q_0 - q) W \right], \text{ если } T_a > \theta$$

Здесь  $T_a$  - температура воздуха,  $\lambda_l, \lambda_c$  - коэффициенты теплопроводности льда и снега,  $h_c$  - толщина снега,  $q$  - уд. влажность на высоте измерений,  $q_0$  - удельная влажность при температуре таяния льда,  $\rho_a$  - плотность воздуха,  $W$  - скорость ветра,  $L_u$  - удельная теплота испарения,  $c_a$  - удельная теплоемкость воздуха,  $St, D$  - коэффициенты Стэнтона и Дальтона,  $\rho_l$  - плотность льда,  $L$  - удельная теплота плавления льда.  $\rho, \rho_0$

#### Граничные условия

Граничные условия на свободной поверхности  $z = 0$  следующие

$$\rho_0 K_z \left( \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \left( \tau_{0x}, \tau_{0y} \right) \quad (2.9)$$

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\rho_0 K_\theta \left( \frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) = (F_T, F_S) \quad (2.11)$$

где  $\eta$  - возмущение уровня свободной поверхности,  $\tau_{0x} \tau_{0y}$  - составляющие касательного напряжения трения на поверхности моря,  $F_T F_S$  - потоки тепла и солей на морской поверхности.

На дне граничные условия задаются в следующем виде:

$$\rho_0 K_z \left( \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{bx}, \tau_{by}) \quad (2.12)$$

$$w = u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2.13)$$

$$\rho_0 K_\theta \left( \frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.14)$$

где  $\tau_{bx} \tau_{by}$  - составляющие касательного напряжения трения у дна.

На твердых боковых границах задаются условия непротекания и отсутствия потоков тепла, соли и взвешенных частиц, что представляется следующими уравнениями:

$$(U \cdot n) = 0$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial n}, \frac{\partial S}{\partial n} \right) = 0$$

где  $U$  - вектор скорости течений,  $n$  - нормаль к боковой границе.

Для жидкой боковой границы задаются значения температуры, солёности и концентраций взвешенных частиц. Для речной границы задается

скорость течений, а для морской используется условие свободного распространения волны (условие излучения):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \sqrt{gh}(k \cdot \nabla \eta) \quad (2.17)$$

где  $k$  - вектор направления распространения длинной волны.

#### 4.2. Преобразование исходной системы уравнений

Практика численного моделирования показывает, что использование «спрямления дна» предпочтительней, чем использование стандартной декартовой системы координат, так как приводит к менее значительным погрешностям при проведении расчетов в бассейнах с существенными батиметрическими нерегулярностями. При преобразовании вводится новая вертикальная координата  $\sigma = \frac{z}{h}$ . При этом исходная система уравнений с учетом уравнения гидростатики в новой системе координат  $(x, y, \sigma, t)$  преобразуется к виду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} \int_0^\sigma \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma^* + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{K_z}{h} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0} \int_0^\sigma \left( \frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma^* + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{K_z}{h} \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + \frac{1}{h} \frac{\partial w}{\partial \sigma} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \right) + v \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \right) + w \frac{1}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{K_\theta}{h} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \right) + q_\theta \quad (2.21)$$

где  $q_\theta$  - выражение горизонтальной турбулентной диффузии в новых переменных.

### 4.3 Блок расчета уровня поверхности моря

На первом этапе рассчитывается уровень свободной поверхности, а затем по рассчитанному уровню находится трехмерное распределение течений и остальных характеристик. Уравнения, необходимые для расчета уровня свободной поверхности получим путем интегрирования в пределах глубины моря уравнений движения и уравнения неразрывности. В результате получим:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - fV = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{gh^2}{\rho_0} \int_0^1 (1-\sigma) \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma + \tau_{0x} + \tau_{bx} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + fU = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{gh^2}{\rho_0} \int_0^1 (1-\sigma) \left( \frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{\sigma}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} \right) d\sigma + \tau_{0y} + \tau_{by} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.24)$$

где  $U = h \int_0^1 u d\sigma$ ,  $V = h \int_0^1 v d\sigma$

При этом на твердых боковых границах используется условие непротекания. На речных границах учитывается речной сток, а для морских жидких границ применяется условие излучения. Касательное напряжение трения на поверхности воды и у дна находятся из соотношений:

$$\left( \tau_{0x}, \tau_{0y} \right) = c_0 \rho_a \sqrt{u_a^2 + v_a^2} \left( u_a, v_a \right) \quad (2.25)$$

$$\left( \tau_{bx}, \tau_{by} \right) = c_0 \rho_0 \sqrt{u_0^2 + v_0^2} \left( u_0, v_0 \right) \quad (2.26)$$

где  $u_a, v_a$  - составляющие скорости ветра;  $u_0, v_0$  - составляющие скорости придонных течений;  $\rho_a$  - плотность воздуха.

#### 4.4 Расчет вертикального распределения составляющих скоростей течений

Горизонтальные составляющие скоростей течений находятся из уравнения движения по рассчитанному предварительно вертикальному распределению градиента давления за счет уклона уровня и плотностных градиентов. При этом уравнение движение для продольных составляющих записывается в комплексном виде. После замены дифференциального уравнения конечными разностями и его преобразования данное уравнение может быть представлено к форме, удобной для использования прогонки по вертикали:

$$a_k M_{k-1}^{n+1} - b_k M_k^{n+1} + c_k M_{k+1}^{n+1} = -d_k \quad (2.27)$$

Здесь

$$a_k = \frac{K_{k+1} + K_k}{2\Delta z^2}, \quad (2.28)$$

$$b_k = \left( \frac{K_{k-1} + 2K_k + K_{k+1}}{2\Delta z^2} + \frac{1}{\Delta t} \right) - if \quad (2.29)$$

$$c_k = \frac{K_{k-1} + K_k}{2\Delta z^2} \quad (2.30)$$

$$d_k = \frac{M_k^n}{\Delta t} + F_x + iF_y \quad (2.31)$$

где  $M = u + iv$ ,  $F_x, F_y$  - составляющие градиента давления вдоль соответствующих осей координат.

Первые прогоночные коэффициенты находятся из граничного условия для поверхности, записанного в комплексной форме:

$$M_0^{n+1} = M_1^{n+1} + \frac{\Delta z}{K} (\tau_x + i\tau_y) \quad (2.32)$$

где  $\tau_x, \tau_y$  - составляющие касательного напряжения трения ветра вдоль соответствующих осей координат.

Для дна горизонтальные составляющие скоростей течений принимаются равными нулю. Вертикальная составляющая скорости течений находится из уравнения неразрывности, которое в конечно-разностной форме записывается следующим образом:

$$w_k = w_{k-1} - \left( \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} \right) \Delta z - \left( \frac{v_j - v_{j-1}}{\Delta y} \right) \Delta z \quad (2.33)$$

#### 4.5 Схема расчета уравнений переноса

Для решения уравнений переноса тепла и соли используется следующая численная схема:

$$\begin{aligned} \frac{s^{n+1} - s^n}{\Delta t} + \frac{u + |u|}{2\Delta x} (s_i^{n+1} - s_{i-1}^n) + \frac{u - |u|}{2\Delta x} (s_{i+1}^{n+1} - s_i^n) + \frac{v + |v|}{2\Delta y} (s_j^{n+1} - s_{j-1}^n) + \frac{v - |v|}{2\Delta y} (s_{j+1}^{n+1} - s_j^n) + \\ + \frac{w + |w|}{2\Delta z} (s_k^{n+1} - s_{k-1}^n) + \frac{w - |w|}{2\Delta z} (s_{k+1}^n - s_k^{n+1}) = \frac{K_{k+1} + K}{2} \frac{s_{k+1}^n - s_k^{n+1}}{\Delta z^2} - \frac{K_k + K_{k-1}}{2} \frac{s_k^{n+1} - s_{k-1}^n}{\Delta z^2} + \\ K_l \left[ \frac{s_{i+1}^n + s_{i-1}^n - 2s_i^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{s_{j+1}^n + s_{j-1}^n - 2s_j^{n+1}}{\Delta y^2} \right] \quad (2.34) \end{aligned}$$

Уравнение (2.34) приводится к виду, удобному для получения решения прогонкой по  $z$ .

$$a_k s_{k-1} - b_k s_k + c_k s_{k+1} = -d_k \quad (2.35)$$

где

$$a_k = \frac{w_k + |w_k|}{2\Delta z} + \frac{K_k + K_{k-1}}{2\Delta z^2}, \quad (2.36)$$

$$b_k = \frac{1}{\Delta t} + \frac{u_k + |u_k|}{2\Delta x} - \frac{u_k - |u_k|}{2\Delta x} + \frac{v_k + |v_k|}{2\Delta y} - \frac{v_k - |v_k|}{2\Delta y} + \frac{w_k + |w_k|}{2\Delta z} - \frac{w_k - |w_k|}{2\Delta z} +$$

$$+ \frac{K_{k+1} + K_k}{2\Delta z^2} + \frac{K_k + K_{k-1}}{2\Delta z^2} + 2K_l \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \quad (2.37)$$

$$c_k = -\frac{w_k - |w_k|}{2\Delta z} + \frac{K_{k+1} + K_k}{2\Delta z^2}, \quad (2.38)$$

$$d_k = \frac{s_k^n}{\Delta t} + \frac{u_k + |u_k|}{2\Delta x} s_{i-1}^n - \frac{u_k - |u_k|}{2\Delta x} s_{i+1}^n + \frac{v_k + |v_k|}{2\Delta y} s_{j-1}^n - \frac{v_k - |v_k|}{2\Delta y} s_{j+1}^n + K_l \left( \frac{s_{i+1}^n + s_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{s_{j+1}^n + s_{j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \quad (2.39)$$

Для нахождения первых прогоночных коэффициентов граничное условие на поверхности для солёности приводится к виду:

$$s_0^{n+1} = \frac{K\Delta t}{K\Delta t + (hi^{n+1} - hi^n)\Delta z} s_1^{n+1}, \quad (2.40)$$

Для температуры аналогичное уравнение принимает следующий вид:

$$T_0^{n+1} = \left( \frac{K}{K + aW\Delta z} \right) T_1^{n+1} + \left( \frac{K}{K + aW\Delta z} \right) \left( \frac{aW\Delta z}{K} T_a + R \frac{\Delta z}{K} \right), \quad (2.41)$$

После определения прогоночных коэффициентов прямой прогонкой значение солёности и температуры у дна находится через прогоночные коэффициенты для придонного слоя ( $m_{H-1}, n_{H-1}$ ):

$$s_H^{n+1} = \frac{n_{H-1}}{1 + m_{H-1}} \quad (2.42)$$

## 5. Особенности сезонного хода толщины льда и температуры в Невской губе

### 5.1 Распределение толщины ледяного покрова $h_i$

В данном разделе работы приведены карты распределения толщины льда и температуры, построенные при помощи программы графической интерпретации числовых наборов данных Surfer v.9.9, на основе осредненных значений модели, так и с использованием натуральных, среднемесячных значений за два исследуемых сезона: 2012 - 2013 гг. и 2013 - 2014 гг. (обычная и мягкая зимы соответственно). Для удобства сравнения, карты одного месяца разных сезонов объединены в один рисунок.

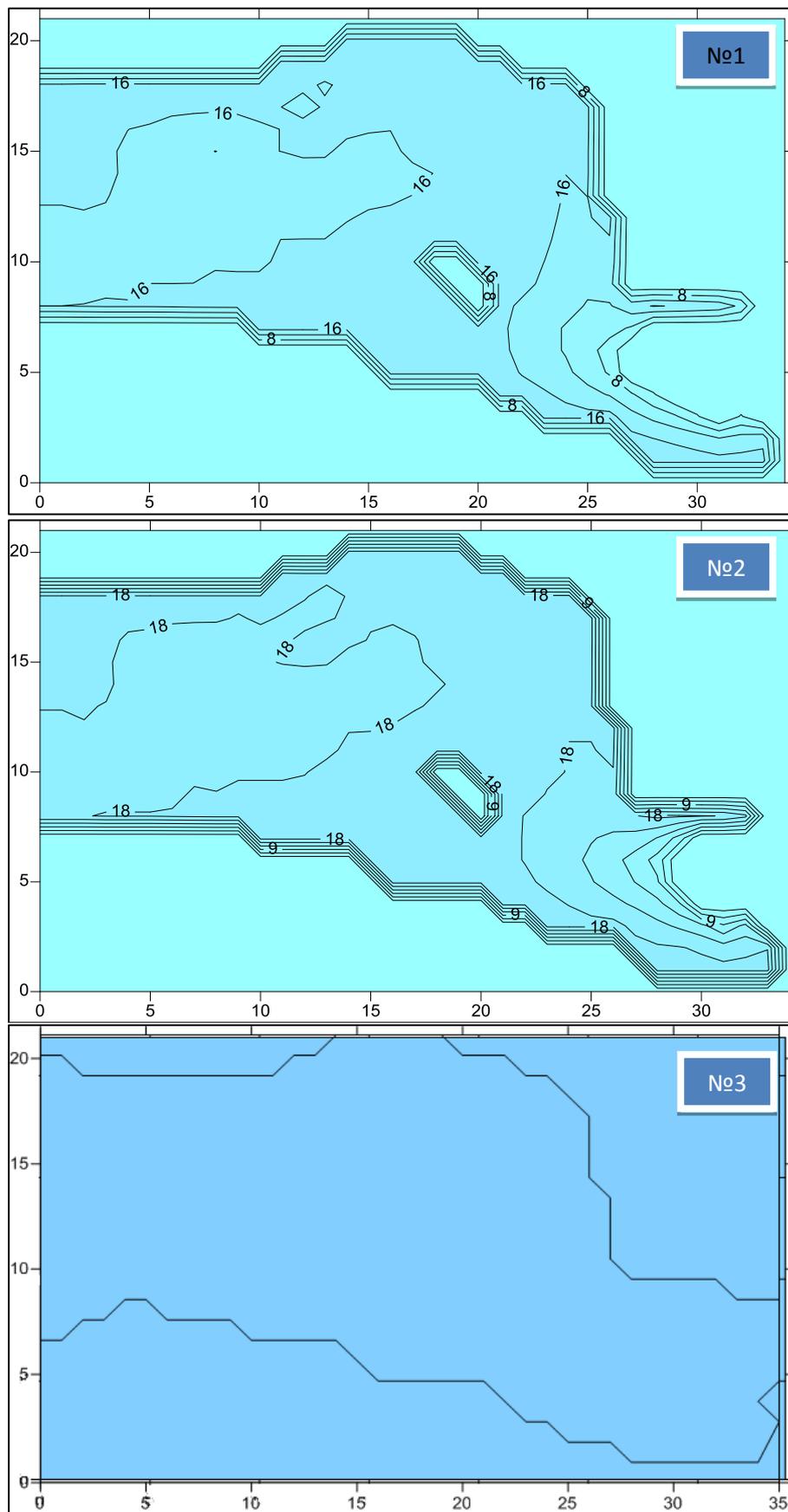


Рисунок 11 - Толщина льда в середине декабря: №1. модель, №2. сезон 2012 – 2013 гг., № 3. сезон 2013 – 2014 гг.

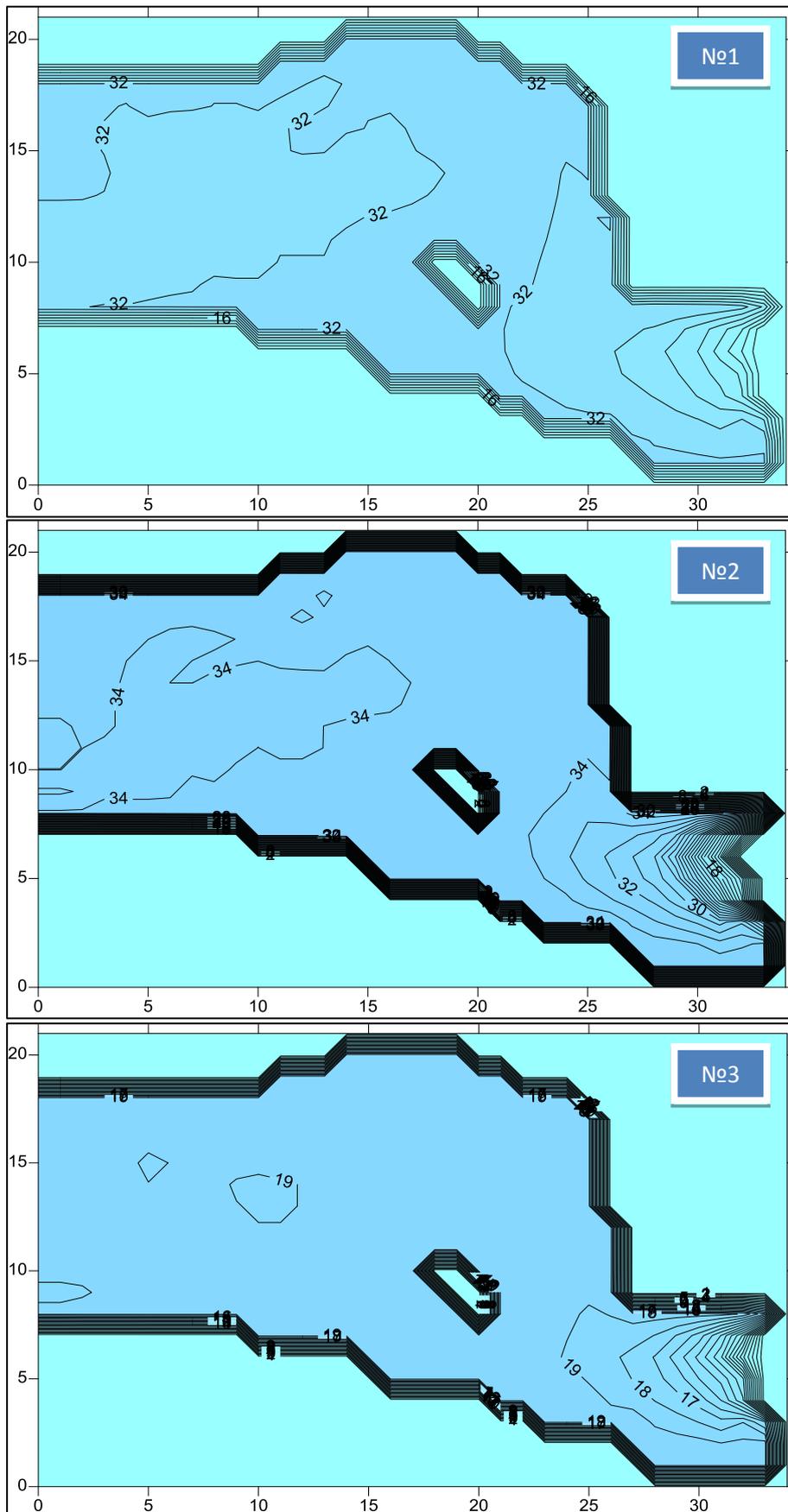


Рисунок 12 - Толщина льда в середине января: №1. модель, №2. сезон 2012 – 2013 гг., № 3. сезон 2013 – 2014 гг.

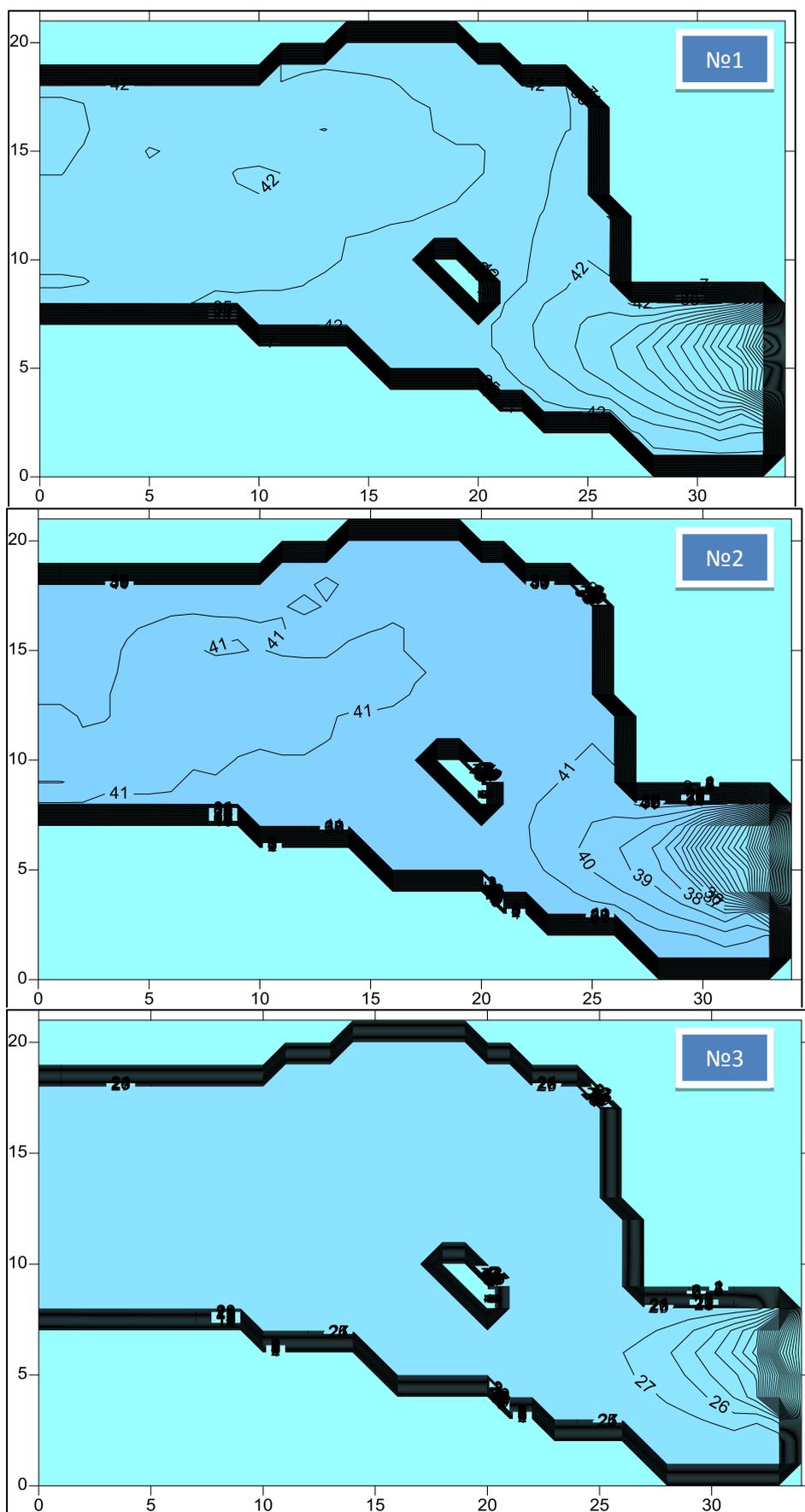


Рисунок 13 - Толщина льда в середине февраля: №1. модель, №2. сезон 2012 – 2013 гг., № 3. сезон 2013 – 2014 гг.

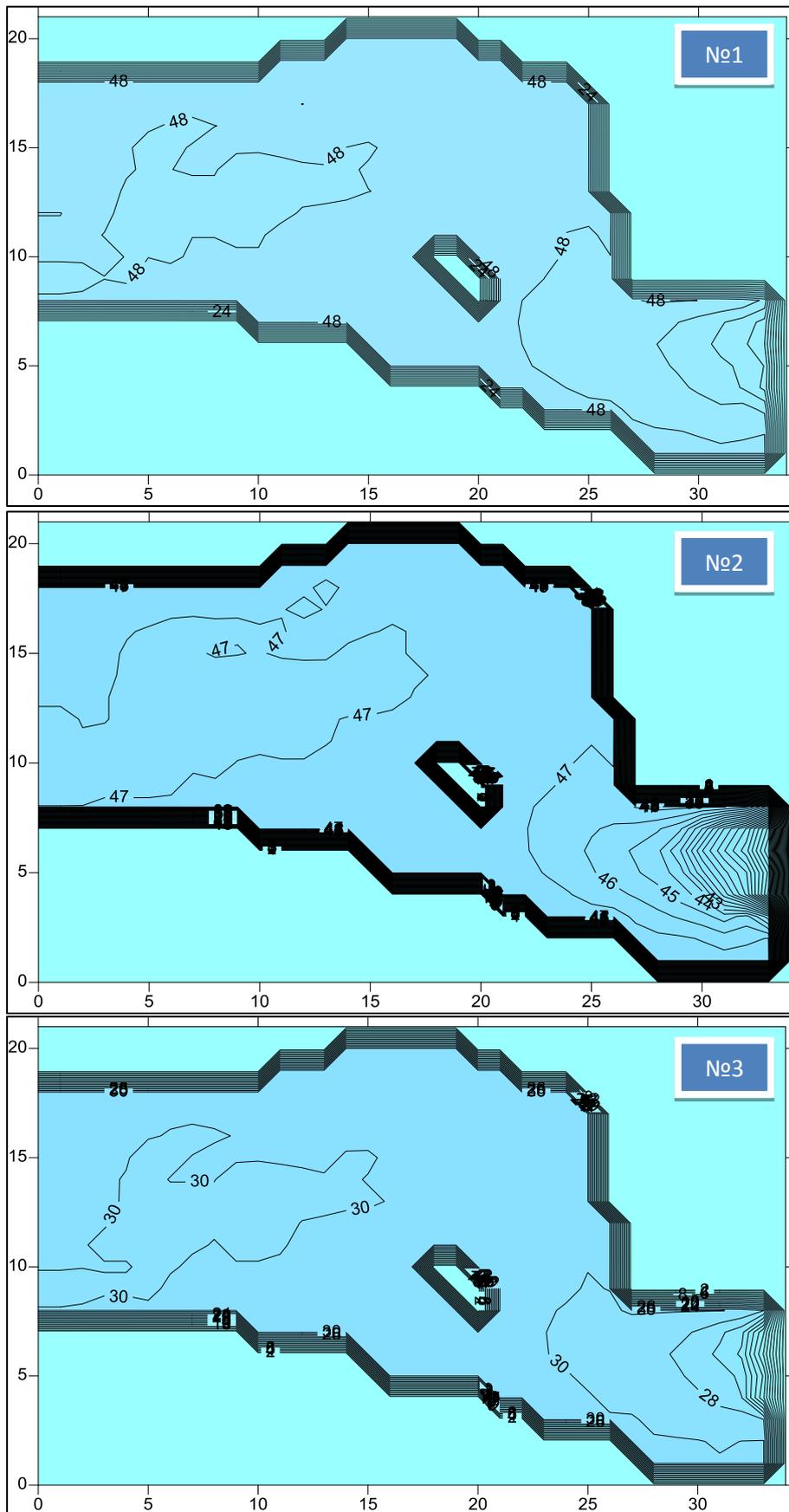


Рисунок 14 - Толщина льда в середине марта: №1. модель, №2. сезон 2012 – 2013 гг., № 3. сезон 2013 – 2014 гг.

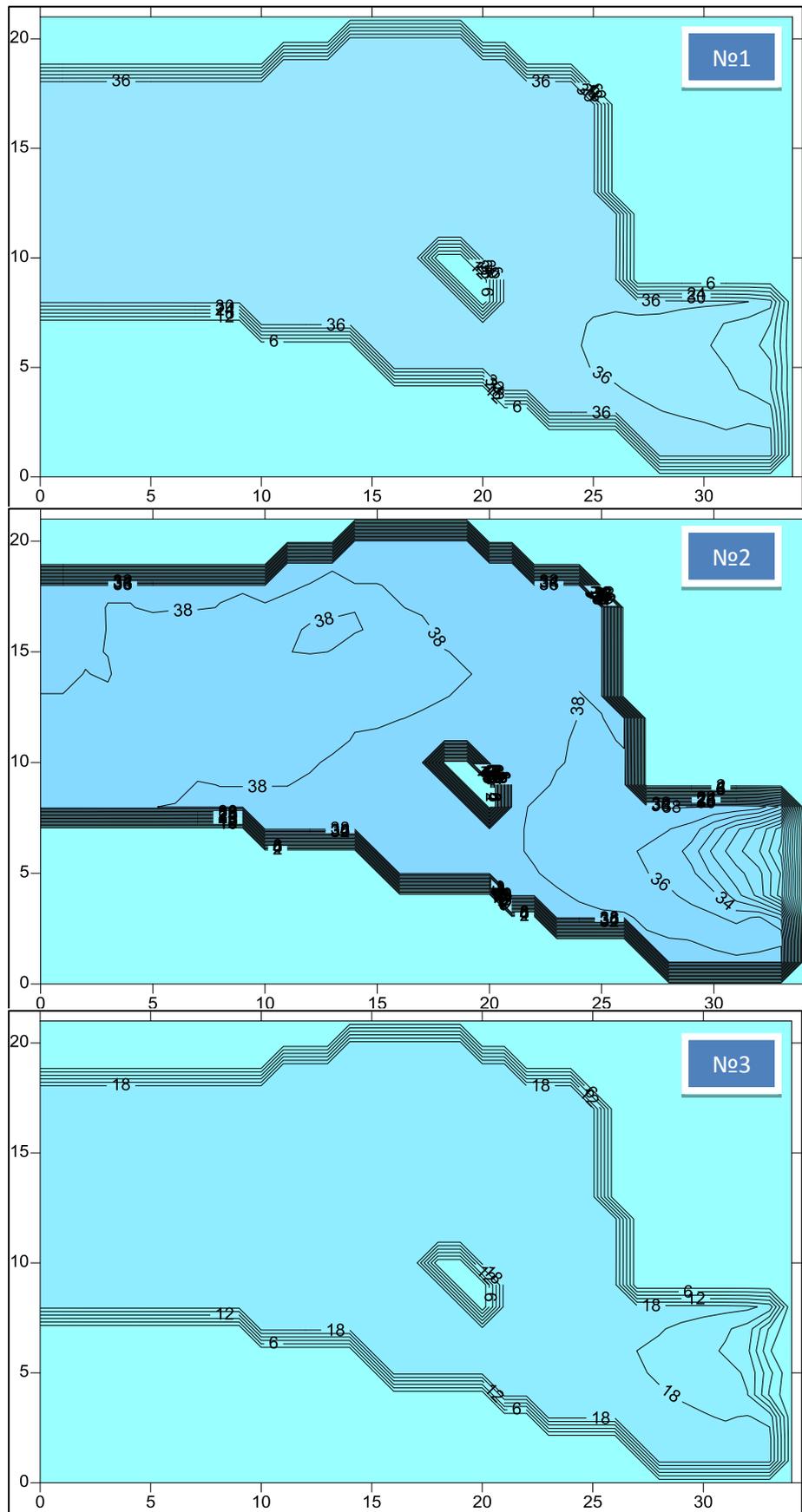


Рисунок 15 - Толщина льда в середине апреля: №1. модель, №2. сезон 2012 – 2013 гг., № 3. сезон 2013 – 2014 гг.

## 5.2 Распределение температуры на поверхности воды $t$

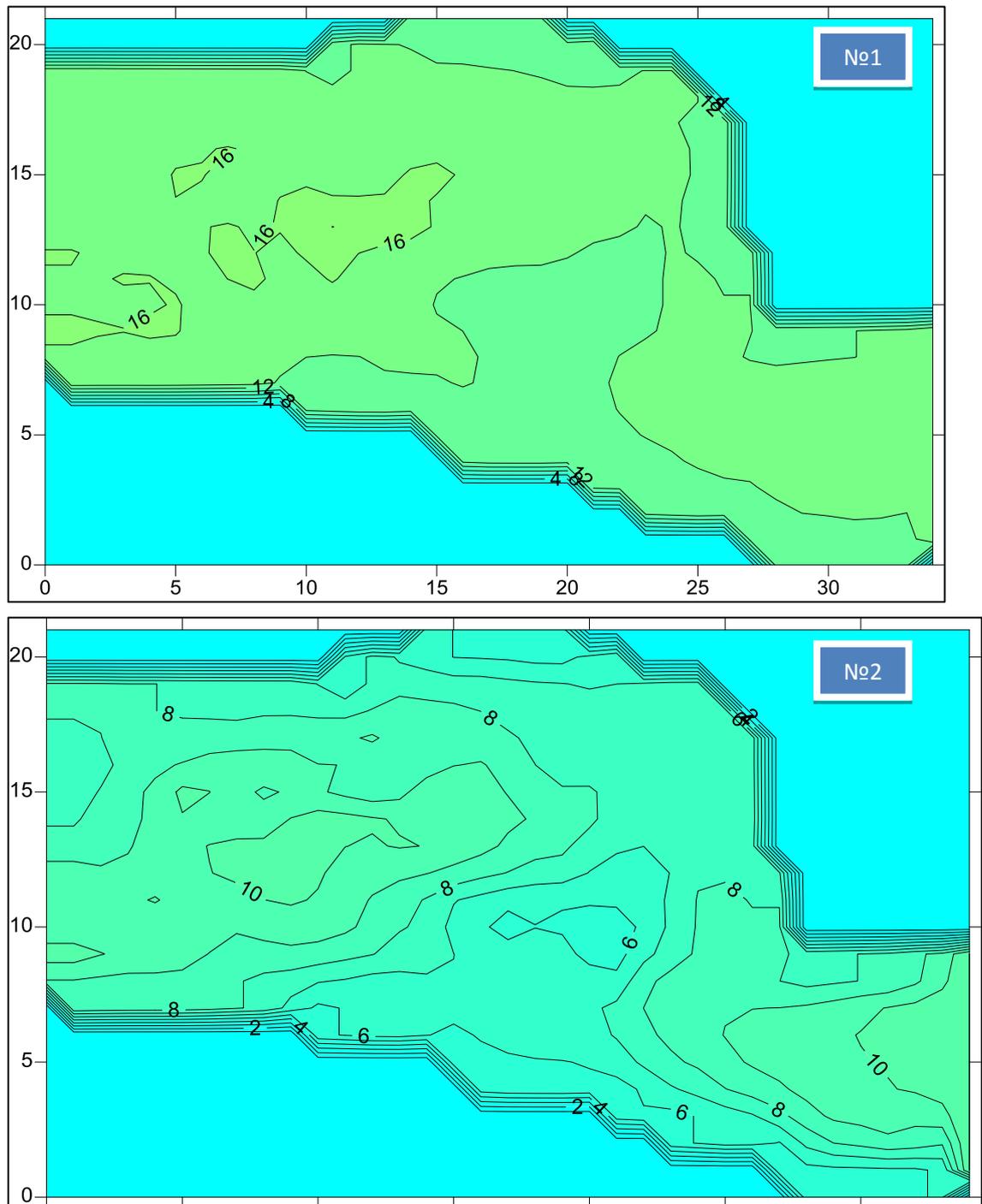


Рисунок 16 - Температура поверхности воды в середине сентября №1 и октября №2 (модель)

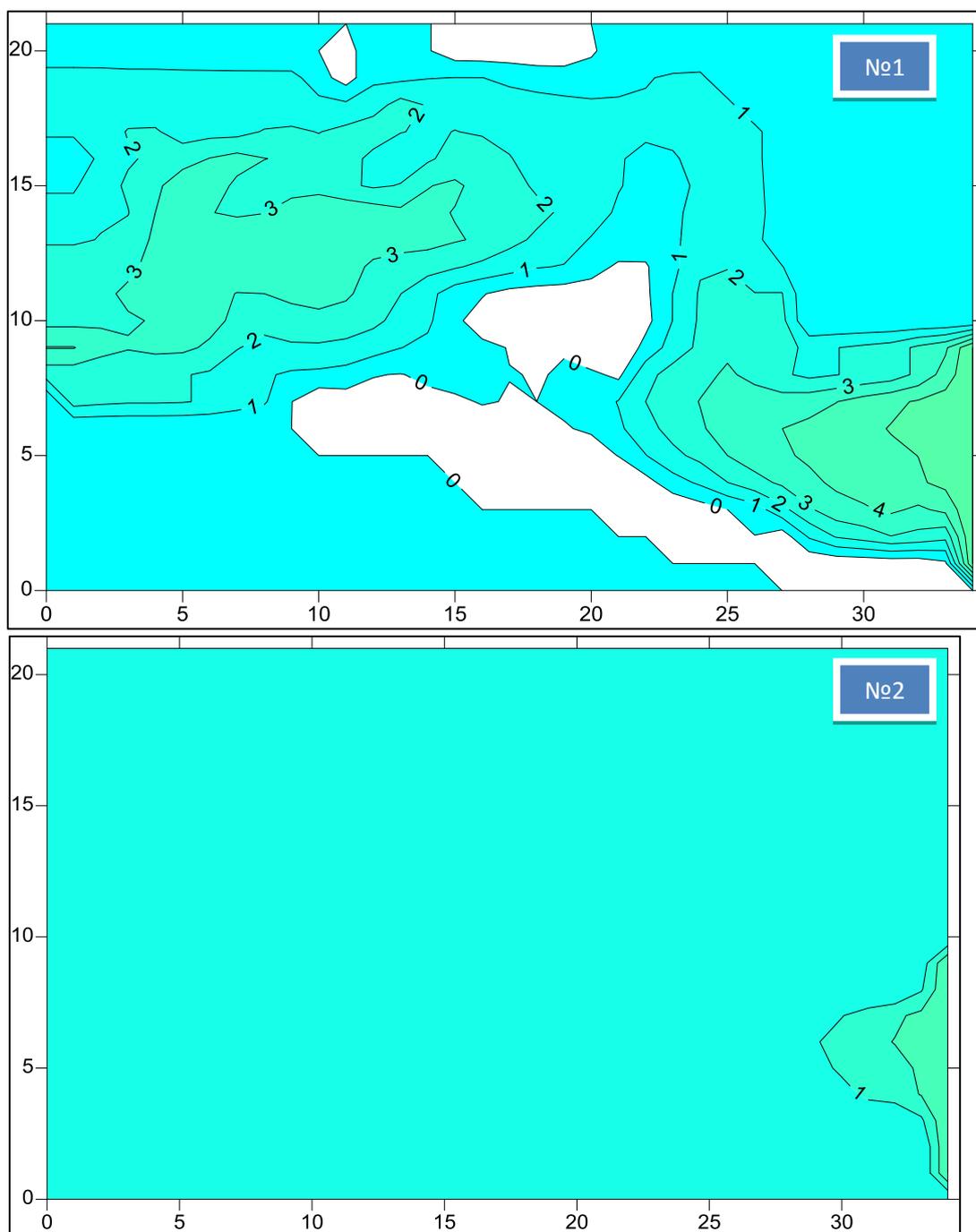


Рисунок 17 - Температура поверхности воды в середине ноября №1 и декабря №2 (модель)

Пространственное распределение температуры по акватории Невской губы имеет распределение, которое хорошо согласуется с распределением льда, а именно несколько более высокие значения температуры в областях с немного меньшей толщиной льда в зимний период. Это области дельты Невы и западной части Невской губы. Данное распределение показывает наличие воды немного большей температуры в этих областях в течение всего года.

### 5.3 Графики изменения толщины ледяного покрова в дельте Невы и открытой части Невской губы

Таблица 4 - Толщина ледяного покрова в дельте Невы, см

Период	Толщина ледяного покрова, см					
	Декабрь	Январь	Февраль	Март	Апрель	Средняя за зимний период
Модель	16	32	42	48	36	34,8
Зима 2012 - 2013	18	34	41	47	38	35,6
Зима 2013 - 2014	0	19	27	30	20	19,2

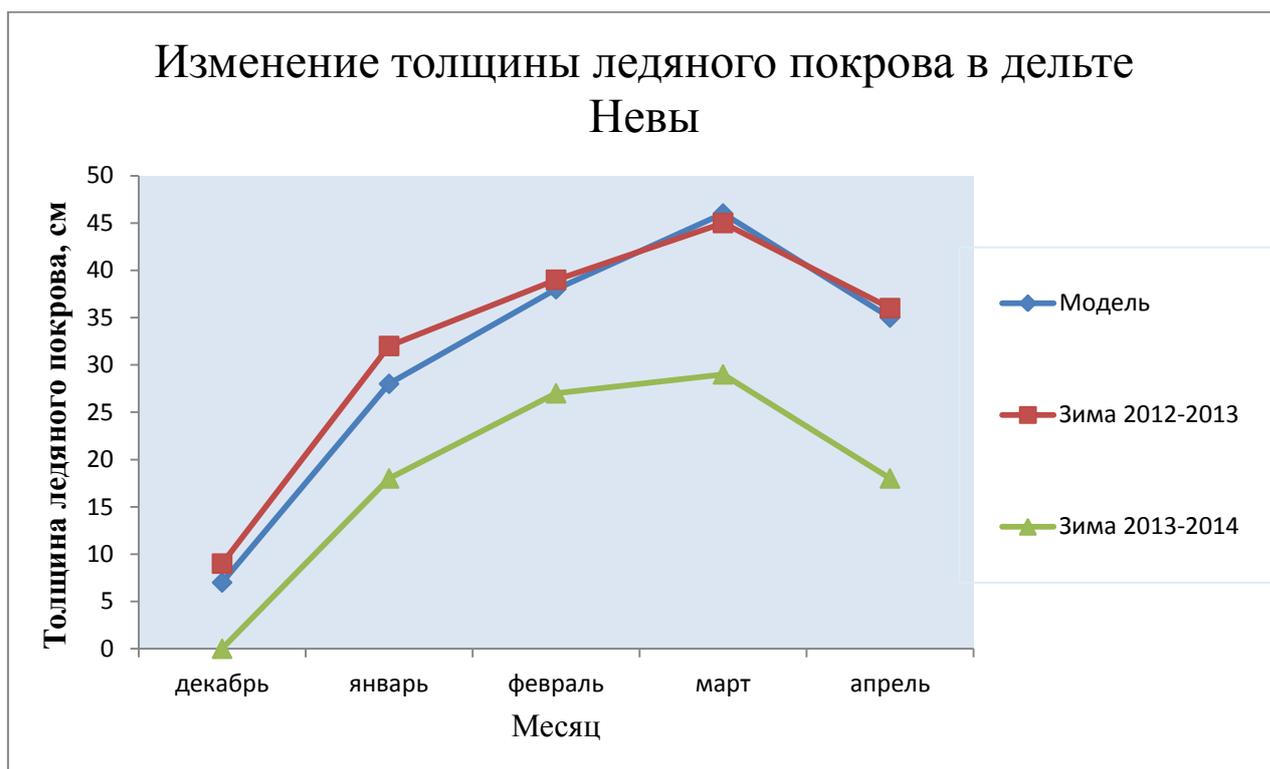


Рисунок 18 - Сезонный ход толщины ледяного покрова в дельте Невы по модельным данным и натурным данным двух сезонов: обычной зимы 2012 - 2013 гг. и мягкой зимы 2013 - 2014 гг.

Таблица 5 - Толщина ледяного покрова в открытой части Невской губы, см

Период	Толщина ледяного покрова, см					
	Декабрь	Январь	Февраль	Март	Апрель	Средняя за зимний период
Модель	7	28	38	46	35	30,8
Зима 2012 - 2013	9	32	39	45	36	32,2
Зима 2013 - 2014	0	18	27	29	18	18,4

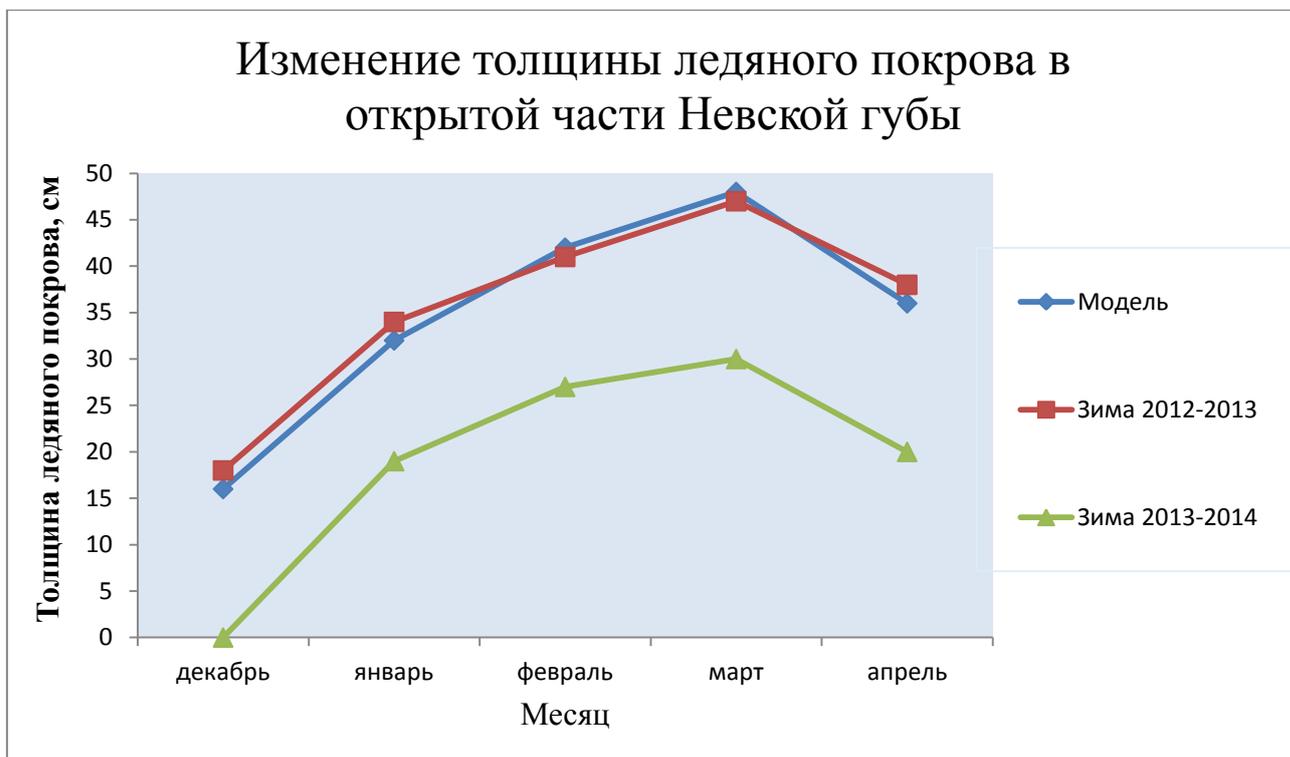


Рисунок 19 - Сезонный ход толщины ледяного покрова в открытой части Невской губы по модельным данным и натурным данным двух сезонов: обычной зимы 2012 - 2013 гг. и мягкой зимы 2013 - 2014 гг.

Оценки толщины льда по модельным данным относительно сезона обычной зимы 2012 - 2013 года характерны как для дельты Невы, так и для открытой части Невской губы. В то же время, для сезона мягкой зимы 2013 - 2014 года существует разница между смоделированными значениями и натурными данными в дельте Невы (в среднем около 15 см) и между ними же в открытой части Невской губы (в среднем около 12 см), что говорит о некотором влиянии географического положения на результаты расчётов.

### 5.3 Спутниковые снимки ледовой обстановки

Снимки выполнены при помощи спутника ДЗЗ Terra (EOS AM-1), дистанционным зондом MODIS (сканирующий спектрорадиометр среднего разрешения).



Рисунок 20 – Снимок спутника TERRA восточной части Финского залива, 17 декабря 2012

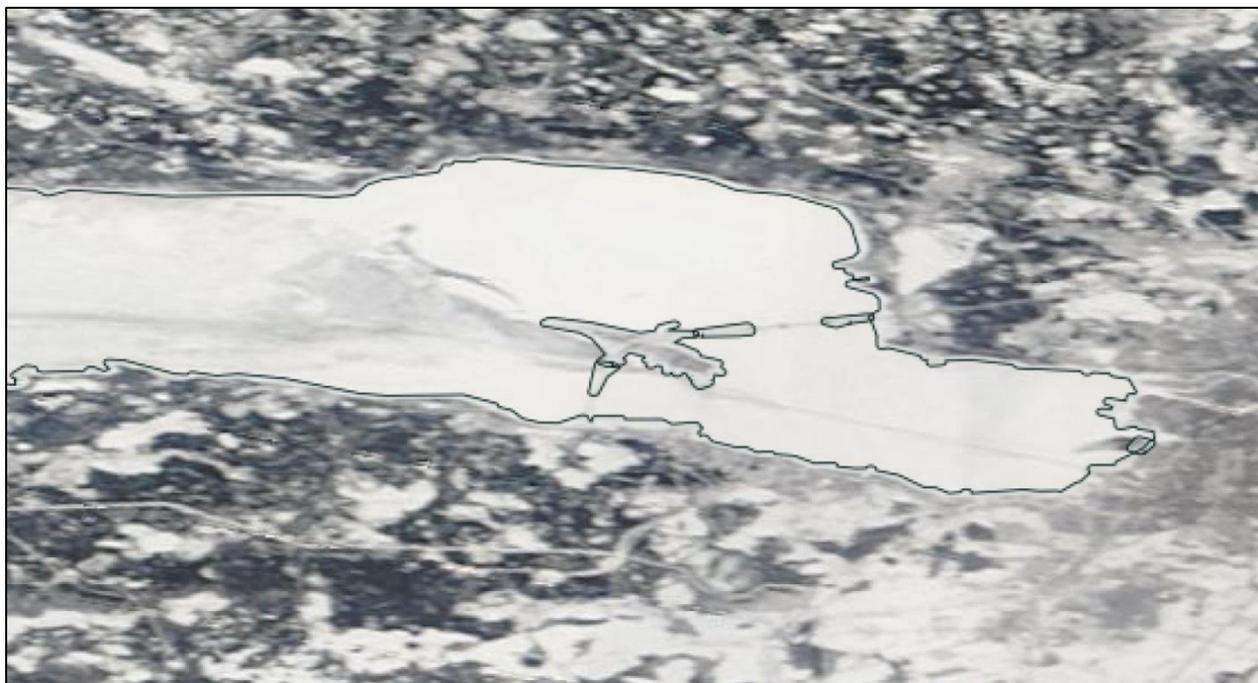


Рисунок 21 - Снимок спутника TERRA восточной части Финского залива, 17 марта 2013

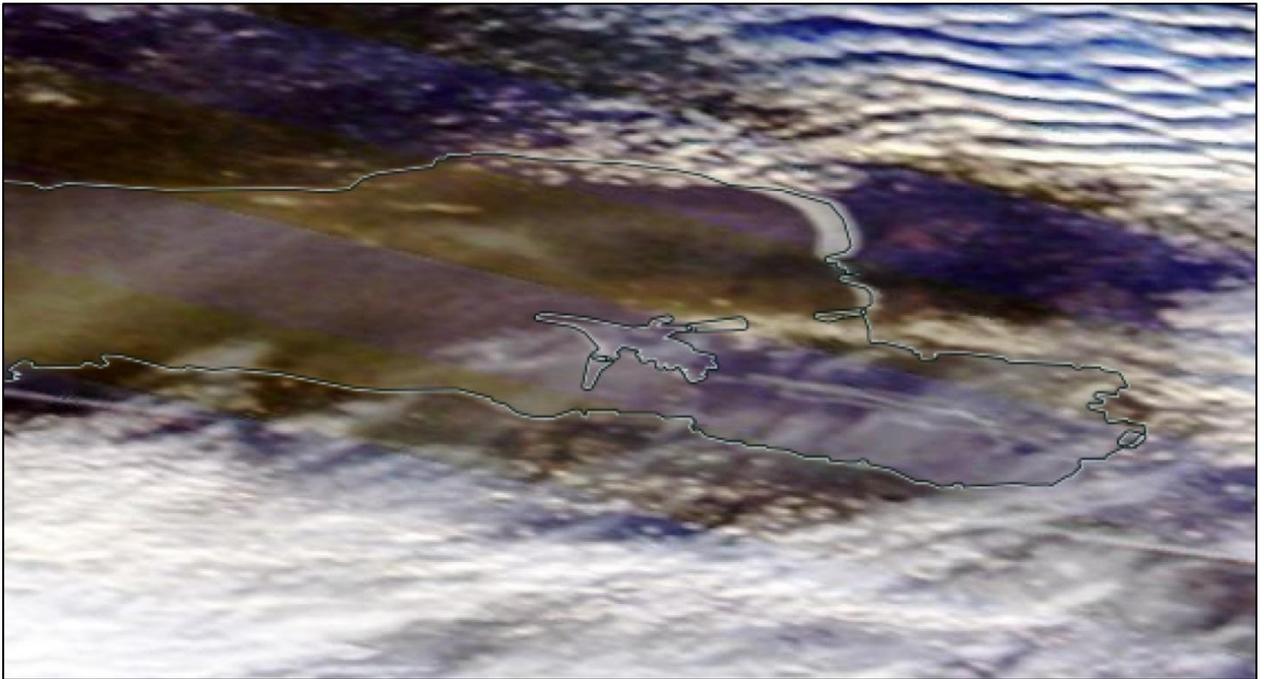


Рисунок 22 - Снимок спутника TERRA восточной части Финского залива, 17 декабря 2013



Рисунок 23 - Снимок спутника TERRA восточной части Финского залива, 17 марта 2014

Спутниковые снимки демонстрируют некоторые различия между теоретическим распределением ледового покрова и фактическим. Рассмотрим пример: очень тёплая погода в течение всей зимы 2013 – 2014 гг. привела к значительным аномалиям в развитии ледовой обстановки. Достигнув своего максимального развития в третьей декаде (нормой является середина марта) нарастание толщины прекратилось. В течение марта отмечалась тёплая погода

со слабopоложительными температурами. В связи с этим продолжился процесс разрушения ледового покрова на акватории восточной части Финского залива. Взлом припая в Невской губе закончился к 14 марта, что на 5 - 6 недель раньше нормы.

Как видно на рисунке 22, акватория до КЗС к середине месяца уже была свободна ото льда. Модель не учла эту аномалию. Из этого следует, что в ней имеются недостатки, которые сказываются на точности построения карты. Тем не менее, часть полученных карт хорошо согласуется с реальными снимками, что говорит о потенциале модели при её корректировке.



Рисунок 24 - Снимок спутника TERRA восточной части Финского залива 24 января 2014. Максимальное развитие ледовой обстановки зимой 2013-2014 г.



Рисунок 25 - Снимок спутника TERRA восточной части Финского залива 25 февраля 2014

## Заключение

Исследована восточная часть Финского залива – Невская губа на предмет сравнения натуральных данных толщины льда в течение всего сезона с данными модели. Сравнение производилось с двумя сезонами: обычной зимой 2012 – 2013 гг. и мягкой зимой 2013-2014 гг.

Была показана хорошая согласованность смоделированных значений с данными сезона 2013-2013 годов, а также хорошая качественная оценка с данными сезона 2013-2014 года. Количественное сравнение с сезоном 2013-2014 года показало систематическую ошибку модели, которая, вероятно, может быть исключена при расчётах с учётом особенностей исследуемого сезона.

Была исследована чувствительность толщины ледяного покрова от температуры воды. Наблюдается прямая зависимость между локальными повышениями температуры воды и уменьшением толщины ледяного покрова в этих же районах.

При сравнении полученных карт распределения ледяного покрова со спутниковыми снимками, были выявлены как довольно точные совпадения, так и некоторые расхождения относительно границ расположения льда. Данный факт говорит как о недочетах, присутствующих в используемой модели, так и о потенциале при доработке.

## Список использованных источников

1. Моря России. Балтийское море <https://geographyofrussia.com/morya-rossii-baltijskoe-more/>
2. Нежиховский Р.А. Река Нева и Невская губа - Л.: Гидрометеиздат, - 1981, - 112с.
3. Доронин Ю.П., Хейсин Д.Е. Морской лед - Л.: Гидрометеиздат, - 1975, - 305с.
4. Подгорный К.А. Имитационная модель экосистемы Невской губы Финского залива - Институт биологии внутренних вод им. И.Д. Папанина РАН, пос. Борок: - 2012.
5. Типовые ледовые условия на основных трассах морей Европейской части России для зим различной суровости.  
[http://method.meteorf.ru/publ/tr/tr350/dum\\_tc.pdf](http://method.meteorf.ru/publ/tr/tr350/dum_tc.pdf)
6. Моделирование крупномасштабных гидрологических полей Балтийского моря <http://www.dissercat.com/content/modelirovanie-krupnomasshtabnykh-gidrologicheskikh-polei-baltiiskogo-morya>
7. Особенности ледового режима Финского залива зимой 2013 - 2014 гг.  
<http://www.meteo.nw.ru/articles/index.php?id=754>