



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра гидрологии суши

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

(дипломный проект)

На тему **Использование метода  
L-моментов для оценки параметров  
распределения максимальных  
расходов воды бассейна реки Алдан**

Исполнитель **Орлова Ирина Юрьевна**

(фамилия, имя, отчество)

Руководитель

**Винокуров Игорь Олегович**

(фамилия, имя, отчество)

«К защите допускаю»  
Заведующий кафедрой

(подпись)

**К.Г.Н. ДОЦЕНТ**

(ученая степень, ученое звание)

**Сикан Александр Владимирович**

(фамилия, имя, отчество)

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Санкт-Петербург  
2016

## Оглавление

Введение	3
1. Краткая физико-географическая и климатическая характеристика бассейна реки Алдан	4
1.1 Географическое положение	-
1.2 Рельеф, геология, почвы	5
1.3 Климат	9
2 Водный режим рек района	11
2.1 Гидрометеорологическая изученность и хозяйственное использование	-
2.2 Основные черты водного режима рек	13
2.3 Условия формирования весенне-летнего половодья	15
3 Традиционные методы оценки параметров распределения	17
3.1 Метод моментов	-
3.2 Метод наибольшего правдоподобия	20
3.3 Графоаналитический метод	23
3.4 Достоинства и недостатки различных методов расчёта параметров распределения	25
4 Метод L-моментов	27
5 Анализ и предварительная обработка исходных данных	33
5.1 Исходные данные	-
5.2 Статистический анализ исходных рядов	35
6 Расчет параметров распределения максимальных расходов	39
6.1 Расчет параметров распределения различными методами	-
6.2 Сравнение параметров распределения, полученных различными методами	43
6.3 Исследование кривых обеспеченностей	53
Заключение	55
Список использованных источников	57
Приложения	58

## Введение

В настоящее время в России для расчета параметров распределения гидрологических величин используются два метода – метод моментов и метод наибольшего правдоподобия. Оба метода не лишены недостатков. В частности метод моментов дает смещенные оценки параметров, а метод наибольшего правдоподобия требует знать заранее тип распределения.

В последние годы наряду с перечисленными методами стал применяться относительно новый метод – метод L-моментов. Достоинством метода является то, что в отличие от обычных моментов для оценки L-моментов используются только линейные функции выборочных значений переменной. Это приводит к тому, что выборочные оценки L-моментов являются несмещенными и более эффективными, а также менее чувствительными к случайным «выбросам».

Целью данной работы является расчет параметров распределения рядов максимальных расходов воды бассейна реки Алдан тремя методами – моментов, наибольшего правдоподобия, L-моментов, проведение сравнительного анализа, а также построение аналитических кривых распределения с учетом полученных результатов и их исследование.

## 1. Краткая физико-географическая и климатическая характеристика бассейна реки Алдан

### 1.1 Географическое положение

Свое начало Алдан берет на северном склоне Станового хребта Нерюнгринского нагорья на высоте от 1300 до 1500 м. Становой хребет на большом протяжении состоит из двух — трех гольцовых цепей, разделенных продольными долинами, причем единого водораздельного хребта не существует.

Часть бассейна Алдана, расположенная к северу от Станового хребта находится в пределах Алданского нагорья, сильно расчлененного речной сетью. Средние высоты нагорья от 700 до 1000 м, имеются многочисленные гольцы и горные группы с высотами до 1700 м над уровнем моря. Алданское нагорье обрывается уступом к Лено-Алданскому плато, занимающему часть бассейна Алдана между широтным участком его среднего течения и Леной. Плато сильно расчленено каньонообразными долинами крупных рек. Плоские водораздельные части плато покрыты сверху мощной толщей четвертичных отложений. Эти отложения содержат пласты и линзы ископаемого льда толщиной от 2 до 30 м. Лено-Алданское плато полого спускается к долине реки Лена.

В нижней части течения бассейн Алдана ограничивается на северо-востоке Верхоянским хребтом, со склонов которого стекает ряд сравнительно небольших притоков Алдана, протекающих в узких каньонообразных долинах. На востоке Алдан ограничен хребтом Джугджур, на юге Становым хребтом. Впадает Алдан в Лену на 1379 км.

## 1.2 Рельеф, геология, почвы

По характеру рельефа правая и левая части водосбора реки Алдан являются двумя резко отличающимися друг от друга геоморфологическими районами. Бассейн резко ассиметричен. Правобережная часть его более чем в три раза превосходит левобережную. Речная сеть правобережья значительно богаче левобережья.

Левая часть водосбора представляет собой слабохолмистую равнину, которая к северу переходит в Центрально-Якутскую низменность. Большая часть равнины находится ниже 1000 м над уровнем моря. Левая часть водосбора, вследствие равнинного характера рельефа, при одинаковых климатических условиях орошается осадками гораздо меньше правой части и поэтому в формировании стока Алдана оказывает небольшое влияние.

Рельеф правой части водосбора Алдана чрезвычайно сложен, состоит из ряда хребтов и нагорий. По характеру рельефа правую часть водосбора можно разделить на три части.

Южная окраина правой части бассейна Алдана в пределах водосборов рек Тимптон и Учур сложен Алданским нагорьем. Алданское нагорье в пределах бассейна реки Учур распределяется на ряд невысоких хребтов: Учуро-Идюмский, Сутами-Гонамский, Суннагит.

К северо-восточной части Алданского нагорья примыкают южные оконечности хребтов Горностахский, Сетте-Дабан и Юдомо-Майское нагорье, которые расположены в восточной части бассейна р. Алдан. Границей между этими частями служит долина р. Мая.

Восточная часть бассейна р. Алдан, в пределах рек Мая, Аллах-Юнь, Белая, Тыры представлена почти простирающимися хребтами Кыллахский, Горностахский; Сетте-Дабан и Юдомо-Майским нагорьем. Наиболее повышенная часть в этом районе приходится на хребет Сетте-Дабан.

Северная часть бассейна занята южной оконечностью Верхоянского хребта, северным отрогом хребта Сетте-Дабан, Сунтар-Хаята и южной

частью Оймяконского нагорья.

Такое распределение высотных зон бассейна оказывает известное влияние на распределение как твердых, так и жидких осадков и, в конечном счете, обуславливает различный режим и водность рек, которые находятся на разных склонах хребтов и нагорий.

Весь бассейн Алдана находится в области распространения многолетних мерзлых пород. В пределах Алданского кристаллического массива имеют не сплошное распространение многолетнемерзлые породы.

Рассматриваемая территория — это комплекс древних и современных четвертичных отложений — ледниковые, аллювиальные, делювиальные и элювиальные формации. Четвертичный покров Алданского кристаллического массива маломощный, состоит преимущественно из щебнистых элювиально-делювиальных отложений. Его мощность на водоразделах колеблется от 0.5 до 1.5 м. Аллювиальные отложения долин представлены песчано-галечными разностями, имеющими мощность местами до 8.5 м.

Река Алдан пересекает районы с различными геологическими породами. Территория Нерюнгринского и Алданского районов, где в основном протекает верхний Алдан почти вся без исключения занята горами и плоскогорьями высотой над уровнем моря от 500-600 до 2500-3000 м. Территория делится на несколько районов по характеру орографии.

а) Аладно-Амгинское таежное плато, сложенное почти ненарушенной толщей, состоящей в основном из кембрийских известняков и доломитов. В структурном соотношении соответствует склону Алданского щита;

б) Алданское нагорье. Сильно расчлененная горная страна, представляет собой систему плоскогорий. С юга Алданское нагорье окаймлено Становым хребтом, являющимся водоразделом между бассейнами рек Лены и Амура. В южном направлении Среднесибирское плоскогорье постепенно переходит в Алданское нагорье, сложенное в основном кристаллическими породами архейского и протерозойского возраста. В тектонических впадинах здесь залегают юрские угленосные отложения и

карбонатные породы нижнего кембрия;

в) Лено-Алданское плато развивается на аллювиально-делювиальных продуктах выветривания бескарбонатных пород и древнем аллювии;

г) Учуро-Майское гольцово-таежное нагорье занимает восточную часть территории района. Зависимость форм рельефа, геологии, особенно в горных районах очень многообразна. Часть территории Алданского района располагается в пределах Алданского архейского кристаллического щита.

Связывая послеюрские магматические явления с зонами глубинных разломов, в пределах Алданского щита и в приграничных с ним районах выделяют шесть субпараллельных и кулисообразно — расположенных зон тектонического происхождения, имеющих примерно северо-восточную ориентировку: Амгинскую, Эльконскую, Суннагинскую, Гонамо-Учурскую, Сутамскую и Челасинскую.

Таким образом, рельеф и геологическое строение Алданского и Нерюнгринского районов в целом имеют сложное и разнообразное строение. Орографические особенности территории показывают влияние на характер климата многолетней мерзлоты, почвы, растительности, животного мира, на размещение полезных ископаемых, на характер хозяйственной деятельности человека. Благодаря сложному геологическому строению Нерюнгринский, Алданский, Усть-Майский, Тяпинский районы богаты разнообразными полезными ископаемыми золота (россыпного, рудного), платиноидов, слюды-флогопита и вермикулита, апатита, графита, молибдена, форстеритов, хром диоксида, строительных материалов.

Рассматриваемый бассейн находится в зоне тайги. Основными породами в бассейне являются сосна, лиственница, береза, ель, кедровый сланник. Ель наиболее распространена в южных и центральных частях бассейна на высоких пойменных и первых надпойменных террасах долины Алдана, Май, Учюра. В северной части бассейна эта порода не встречается. Сосна распространена в южной части бассейна Сосняки занимают плоские или слабо покатые вершины увалов с небольшой площадью, а также склоны

увалов южной экспозиции. Сосновые леса не распространены выше 800 м над уровнем моря.

Наибольшее распространение в бассейне имеют лиственные леса, которые занимают более 70% площади занятой лесом. Лиственничное редколесье и редины поднимаются до 1000 м над уровнем моря. Выше 1000 м они сменяются растительностью гольцового пояса. У верхней границы леса в защищенных долинках местами имеются рощи из каменной березы. В подгольцовом кустарниковом поясе наиболее распространены березки Миддендорфа и кедровый сланник. Выше границы лесной растительности и кустарникового пояса идут гольцы, покрытые мохово-лишайниковыми и лишайниково-каменистыми тундрами с очень бедной флорой, реже альпийскими лужайками. Залесенность бассейна более 80% включая зоны кустарникового пояса.

Почвенный покров весьма разнообразен, существенная разница между левой и правой горной частями бассейна. В правой части распространены горно-гольцовые, горные мерзлотно-подзолистые и аллювиально-гумусовые маломощные, горные мерзлотно-средне-сильноподзолистые, реже среднемощные, мерзлотные торфянисто-подзолистые-глеевые. Горные мерзлотно-подзолистые почвы занимают плоские водоразделы и пологие склоны, верхняя граница их распространения совпадает с верхней границей лесов. Горно-гольцовые или горно-тундровые почвы имеют гораздо меньшее распространение, занимают наиболее высокие вершины хребтов. Мерзлотно-таежные оподзоленные почвы распространены на надпойменных террасах.

В левой части бассейна преобладают мерзлотные дерново-карбонатные почвы, которые занимают невысокие водораздельные пространства, развиты под лиственными и сосновыми лесами. Основными почвообразующими породами в бассейне Алдана являются грубообломочные, щебнистые аллювиально-делювиальные образования продуктов выветривания гнейсов кристаллических сланцев кварцитов правой части бассейна, доломитов и доломитизированных известняков на левой.

### 1.3 Климат

Вся территория бассейна реки Алдан является областью с суровым резко континентальным климатом, с очень низкими температурами зимой (до  $-50^{\circ}\text{C}$ ) в связи с температурными инверсиями за счет радиационного выхолаживания сравнительно высокими температурами летом (до  $35^{\circ}\text{C}$ ). В зимний период на погоду в бассейне Алдана оказывает большое влияние действующий отрог Сибирского антициклона, образующийся обычно в сентябре. В антициклоне происходит формирование континентального, очень холодного воздуха.

Температурный режим равнинной и горной частей бассейна резко отличается как по амплитуде колебаний температуры воздуха, так и по продолжительности холодного и теплого периодов года.

Вследствие сильных инверсий температур воздуха в холодный и прямой стратификации в теплый периоды года на более повышенных частях бассейна амплитуда колебаний температур по сезонам года значительно меньше, чем в равнинной части.

Продолжительность холодного периода года больше в горной и в северной частях бассейна. Средняя продолжительность холодного периода года по пункту Сюрэн-Кюсль на 35 дней больше, чем по метеостанции Учур, которая расположена в южной части бассейна.

Осенью наиболее рано среднесуточная температура воздуха переходит через  $0^{\circ}\text{C}$  в начале третьей декады сентября на севере бассейна — на южных отрогах Верхоянского хребта.

В весенний период переход средней суточной температуры воздуха через  $0^{\circ}\text{C}$  раньше всего происходит в южной равнинной части бассейна — в конце апреля. На севере бассейна средняя суточная температура воздуха переходит к положительной в конце второй декады мая.

В бассейне Алдана устойчивый снежный покров образовывается во второй половине первой декады октября в северных наиболее повышенных

частях бассейна. Гораздо позже устанавливается снежный покров на равнинной части бассейна. Разрушение снежного покрова обычно начинается с равнинной части бассейна.

Одной из характерных черт образования и схода снежного покрова в бассейне Алдана является отсутствие ледяной корки, как под снегом, так и поверх снежного покрова.

Режим осадков на рассматриваемой территории определяется главным образом особенностями атмосферной циркуляции. Среднегодовое количество осадков по территории бассейна изменяется в значительных пределах от 210 до 570 мм. На распределение осадков по бассейну влияет рельеф, т. е. Более повышенные части бассейна орошаются осадками гораздо больше. Выпадение осадков на разных частях бассейна зависит от экспозиций склонов отдельных хребтов и нагорий к основным влагонесущим потокам.

Наибольшее количество осадков выпадает в юной части бассейна, на западных склонах Алданского нагорья, где в бассейне реки Тимптон осадков выпадает более 500 мм. Второй областью повышенного орошения осадками является северо-восточная часть бассейна.

Распределение осадков в течение года также очень неравномерно. В теплый период года с мая по сентябрь выпадает примерно  $\frac{3}{4}$  годового количества осадков. За холодный период года с октября по апрель на некоторых частях бассейна выпадает порядка  $\frac{1}{6}$  части годового количества осадков. Над Алданским нагорьем выпадает наибольшее количество атмосферных осадков по сравнению с другими районами Якутии.

## 2. Водный режим рек района

### 2.1 Гидрометеорологическая изученность и хозяйственное использование

Гидрометеорологическая изученность исследуемой территории, как и всей Якутии, явно недостаточна. На исследуемой территории бассейна реки Алдан на площади около 500000 км<sup>2</sup>, расположено всего 22 пункта метеорологических наблюдений, но в стокоформирующих районах их еще меньше – всего 14. При этом на один пункт приходится более 20000 км<sup>2</sup> площади водосбора.

Начало изучению гидрологического режима рассматриваемых рек было положено в 1911 г., когда Министерством путей сообщения была организована Партия по исследованию рек Ленского бассейна. Открытый этой Партией водпост в с. Чаран действует до сих пор. Систематическое изучение водных объектов территории началось после установления советской власти в Сибири. С этого времени наблюдается рост сети гидрологических станций, на который благотворно повлияло создание Якутской экспедиции АН СССР, Полярного отдела Якутского территориального управления ГУСМП и Гидрологического института Якутской АССР, которые провели большую работу по организации пунктов гидрологических наблюдений. К 1935 г. в бассейне реки Алдан действовало 13 постов. В дальнейшем организация станций и постов и работа на них производилась управлениями Гидрометслужбы. К началу 90-х гг. XX века на рассматриваемых реках было открыто еще 11 постов, действующих в настоящее время.

Водные объекты Якутии и их ресурсы используются в различных хозяйственных целях, но еще недостаточно интенсивно. Реки Якутии имеют важное значение как транспортные магистрали. Главным судоходным путем

является река Лена, по которой завозится 70% грузов не только для внутренних приленских, но и для северных периферийных районов. Судоходны также другие, главным образом значительные, реки данной территории, но преимущественно в нижнем и частично среднем течении. Длина водных путей, а также их пропускная способность могут быть значительно увеличены путем проведения соответствующих мероприятий. Дноуглубительные работы уже выполняются в районах портов.

Лесосплав осуществляется по реке Лена и другим рекам территории На больших реках он производится в течении всего навигационного периода, на средних — лишь в период большой водности. Речные русла в условиях продолжительной местной зимы широко используются также как ледяные дороги, действующие примерно с середины декабря до апреля. Эксплуатация дорог затрудняется, особенно в конце зимы, наледями, полыньями и снежными заносами.

Водоснабжение промышленных предприятий и большинства населенных пунктов осуществляется поверхностными и преимущественно речными водами. Из-за продолжительного промерзания рек в течении зимы водоснабжение нередко затрудняется. Озера часто используются для водоснабжения удаленных от рек объектов, особенно в богатой водоемами Центральной Якутии. Но озера этой части территории не являются надежными источниками воды вследствие высыхания или загрязнения. В некоторых местах водоснабжение базируется на подземных водах. На юге территории, где многолетняя мерзлота не имеет сплошного распространения, местным населением используются, часто в теплый период года, колодцы, вырытые в аллювиальных отложениях.

Орошение земель в Центральной Якутии и некоторых других, освоенных в сельскохозяйственном отношении районах, производится водами рек. Для поливов полей с овощными культурами используются и озерные воды. Гидроэнергоресурсы рек территории огромны. Потенциальные запасы гидроэнергии только в бассейне реки Лена, по подсчетам

Ленгидропроекта, равны 580 млрд.кВт/ч. Освоение гидроэнергии рек здесь начато с создания Мамаканской (1961 г.) и Вилуйской (1967 г.) ГЭС. Для многих рек оставлены схемы их энергоиспользования.

## 2.2 Основные черты водного режима рек

В верхнем течении основным источников питания Алдана являются дожди и снежный покров. Дождевой сток, до впадения Тимптона составляет около 44% годового, снеговое питание — 35% и подземные воды — 21%. Вниз по течению постепенно усиливается роль снежного покрова, река переходит к типу питания преимущественно снегового питания. По характеру водного режима река Алдан, за исключением верховьев, принадлежит к восточносибирскому типу, в верховьях приближается к дальневосточному.

Весеннее половодье на реке начинается в верховьях в первой пентаде мая, низовьев достигает обычно через 5-6 дней. Характеризуется довольно быстрым подъемом уровней, причем максимум наступает в среднем в конце мая — начале июня, при ледоходе. Если в верхнем течении реки Алдан весеннее половодье обусловлено в основном снеготаянием, то в среднем и нижнем течении гидрограф половодья формируется за счет интерференции волн половодья крупных притоков.

Раньше всего весеннее половодье начинается на реках, находящихся на южной равнинной части бассейна. Наиболее поздно начинается в северной повышенной части бассейна. Продолжительность половодья на различных реках бассейна изменяется довольно в широких пределах, от 48 до 67 дней. Заканчивается весеннее половодье в верховьях Алдана в середине третьей декады июня, а на устьевых участках — во второй пентаде июля.

После окончания весеннего половодья наблюдаются кратковременные дождевые паводки, количество которых из года в год и по длине реки сильно изменяется. Они способствуют довольно значительным подъемам уровней до 4 м. Наиболее количество дождевых паводков насчитывается на верхнем

участке реки выше г. Томмот. На этом участке достаточно высокие паводки могут формироваться до 10 раз в год. При перемещении вниз по реке эти волны паводков распластываются, становятся незаметными. После впадения рек Тимптон, Учур, Мая на фоне паводков, перемещающихся с верхних участков, выходят волны паводков с этих рек и значительно повышают амплитуду колебания уровня воды.

Летне-осенняя межень, как правило, наблюдается со второй половины сентября до появления ледовых явлений осенью. Бывают исключения, когда наблюдается засушливое лето, которое сменяется влажной осенью. Зимняя межень продолжительная и низкая.

Появление первых ледовых явлений наблюдается в верхнем течении во второй пентаде октября. В течении третьей пентады октября ледовые явления появляются на всем протяжении реки. Наиболее раннее появление ледовых явлений отмечено на верхнем участке в последних числах сентября, а на остальной части реки — первой пентаде октября. При запоздалых осенних процессах первые ледовые явления появляются в четвертой пентаде октября, а на среднем и нижнем течении реки — в пятой пентаде октября.

Установление ледостава происходит еще более неравномерно. Наиболее раньше устанавливается ледостав на участке реки между устьями рек Учур и Мая в конце второй декады октября. На верхней части реки установление ледостава происходит в конце третьей декады октября, а на низовьях Алдана даже в начале ноября. При раннем наступлении зимнего сезона установление ледостава происходит участками и в основном во второй декаде октября. При запоздалых зимних морозах установление ледостава начинается со среднего течения в последних числах октября и закрывается на верхних и нижних участках в конце второй декады ноября. В начале ледостава наблюдается резкое падение уровней, сменяющееся сначала медленным подъемом под влияние зажоров, а затем постепенным спадом. Во второй половине зимы устанавливаются устойчивые уровни. Средняя продолжительность ледостава составляет 200 дней.

### 2.3 Условия формирования весенне-летнего половодья

Климат рассматриваемой территории характеризуется резкой континентальностью, которая проявляется очень низкими зимними и высокими летними температурами воздуха. Над Алданским нагорьем выпадает наибольшее количество атмосферных осадков по сравнению с другими районами Якутии. Холодный период в регионе соответствует времени года с октября по апрель. За это время выпадает около 38% годовой суммы осадков. Наблюдения же на гидрометрических постах почти повсеместно регистрируют превышение максимальных расходов воды половодья над максимумами дождевого происхождения. Так, на реке Алдан у г. Томмот в 96% случаев наблюдений максимальный расход воды половодья был выше дождевого; на реке Алдан у с. Усть-Миль — в 80% случаев; на реке Тимптон у с. Усть-Тимптон – в 59%; на реке Учур у с. Чюльбю – в 52%; на реке Мая у с. Чабда – в 80% случаев соответственно.

Формирование половодья на реках Якутии и реке Алдан, в частности, происходит в условиях вечной мерзлоты, при этом, мощность мёрзлых пород достигает 100 м. Участки многолетней мерзлоты сочетаются здесь со значительными таликами (около 50% всей площади). Широкое распространение таликов в бассейне реки Алдан связано как с более мягким климатом по сравнению с соседними районами, так и с наличием закарстованных карбонатных пород. В зоне прерывистой мерзлоты талики расположены не только в пойменных массивах рек, но также и на водораздельных возвышенностях. Таким образом, имеются благоприятные условия инфильтрации осадков даже сквозь мерзлые, но трещиноватые, закарстованные породы. Для всей рассматриваемой территории характерна тесная связь поверхностных и грунтовых вод. В летне-осенний период, при выпадении дождей, происходит пополнение запасов грунтовых вод, которые зимой расходуются на питание рек. Зима в данном регионе настолько сурова, что пути разгрузки подземного стока перемерзают, и вода изливается на

поверхность земли или на ледяной покров реки — образуются наледи. Наледобразование характерно для всех рассматриваемых водосборов. Широкое распространение наледей приводит к существенному перераспределению стока внутри года. В наледных полях зимой аккумулируется большое количество подземных вод, поступающих в реки только по мере таяния наледей весной и летом. В весенний период талая вода наледей является дополнительным источником питания рек, и доля наледной составляющей в объеме стока половодья может составлять до 40%.

Следующей особенностью формирования половодья на данных реках является то, что холодный период начинается в октябре, когда уже практически повсеместно отмечается отрицательная температур воздуха. С началом осенних заморозков значительная часть дождей задерживается на поверхностях водосборов рек, впоследствии участвуя в формировании половодья. Снежный покров образуется на мерзлой почве, а весной, вследствие быстрого роста температуры воздуха, происходит интенсивное таяние снега и, при наличии водоупора из мерзлой почвы, талые воды, почти без потерь, быстро поступают в речную сеть, образуя высокое половодье. Средняя продолжительность половодья на реках рассматриваемого района составляет 1,7 месяца (52 суток); начало приходится на первую декаду мая. Максимальные уровни воды фиксируются обычно в период конец мая - начало июня. Наивысшие уровни половодья наблюдаются на реках, как во время ледохода, так и после его прохождения. На р. Алдан у г. Томмот примерно в половине случаев за период наблюдений весенний максимум проходил во время ледохода, в створе р. Алдан-с.Усть-Миль и на реке Тимптон (г.п. Усть-Тимптон) чаще всего такой уровень фиксировался после очищения рек ото льда. На реках Учур (пос. Чюльбю) и Мая (с. Чабда) наивысшие уровни половодья проходят обычно при ледоходе. Иногда наблюдаются заторы льда.

### 3. Традиционные методы оценки параметров распределения

При статистической обработке гидрологических данных используются несколько методов расчета оценок параметров распределения. Эти методы можно условно разделить на три группы: аналитические, графоаналитические и графические.

Графические и графоаналитические методы, как видно из названия, сочетают в себе элементы аналитического расчета и графические построения.

В аналитических методах оценки параметров распределения представляют собой числа, полученные путем подстановки выборочных значений  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  СВ  $X$  в теоретическую формулу оцениваемого параметра. При этом желательно, чтобы оценка удовлетворяла требованиям состоятельности, несмещенности и эффективности.

К числу аналитических методов относятся метод моментов и метод наибольшего правдоподобия.

#### 3.1 Метод моментов

Метод основан на использовании моментов эмпирического распределения, которые являются состоятельными оценками соответствующих теоретических моментов.

При замене теоретических моментов эмпирическими вместо  $N \rightarrow \infty$  используется конечное число значений случайной величины  $n$ , а вероятность ( $p_i$ ) того, что СВ  $X$  примет значение  $x_i$ , заменяется частотой ( $p_i = 1/n$ ).

Эмпирические начальный  $\alpha_s^*$  и центральный  $\mu_s^*$  моменты  $S$ -ного порядка определяются формулами:

$$\alpha_s^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^s, \quad (3.1)$$

$$\mu_s^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^s. \quad (3.2)$$

Как следует из (4.1), выборочную оценку математического ожидания (выборочное среднее  $\bar{x}$ ) можно вычислить по формуле

$$m_s^* = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3.3)$$

Эта оценка является состоятельной и несмещённой.

Для обозначения выборочной дисперсии на ряду с  $D^*$  используется символ  $S^*$ . Выборочная дисперсия представляет собой второй центральный момент и как следует из (3.2) определяется выражением

$$D^* = S^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.4)$$

Так как математическое ожидание  $D^*$  равно не  $D$ , а величине  $[(n-1)/n]D$ , оценка (3.4) является состоятельной, но смещённой оценкой теоретической дисперсии. В связи с этим (особенно при  $n < 40$ ) рекомендуется применять несмещённую состоятельную оценку дисперсии

$$S_H^2 = \frac{n}{n-1} S_C^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (3.5)$$

где  $S_H^2$  и  $S_C^2$  – соответственно несмещённая и смещённая оценки дисперсий;

$\frac{n}{n-1}$  – поправка на смещённость.

Отсюда несмещённая оценка СКО и коэффициента вариации выражается формулами:

$$\sigma^* = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (3.6)$$

$$C_v^* = \frac{S}{x} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}, \quad (3.7)$$

где  $k_i = \frac{x_i}{x}$  – модульный коэффициент.

Оценка коэффициента асимметрии определяется выражением

$$C_s^* = \frac{\mu_3^*}{S^3} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{nS^3} = \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{n(C_v^*)^3} \quad (3.8)$$

Данная оценка также является состоятельной, но смещённой. Это смещение можно устранить, вводя поправочный коэффициент  $\frac{n^2}{(n-1)(n-2)}$ :

$$C_{s^*H} = \frac{n^2 C_s^*}{(n-1)(n-2)} = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(n-1)(n-2)S^3} = \frac{n \sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{(n-1)(n-2)(C_v^*)^3} \quad (3.9)$$

Оценки числовых характеристик, связанных с моментами более высоких порядков, в практике гидрологических расчётов обычно не используются, так как при существующей в настоящее время длине гидрологических рядов эти оценки не удовлетворяют необходимой точности.

Строго говоря, для достоверной оценки уже третьего центрального момента ( $\mu_3$ , следовательно, и  $C_s$ ) необходимы выборки в несколько сотен членов. Поэтому на практике вместо выборочного значения коэффициента асимметрии рекомендуется использовать районное соотношение  $C_s / C_v$ . Имея районное соотношение  $C_s / C_v$  и рассчитав выборочную оценку коэффициента вариации несложно получить и оценку  $C_s$ .

Для получения районного соотношения  $C_s / C_v$  в пределах гидрологически однородного района выделяется несколько десятков опорных створов с наиболее продолжительными рядами наблюдений. Для этих

створов по формулам (3.7), (3.9) производится расчёт  $C_v^*$  и  $C_s^*$  и вычисляется значение  $C_s^*/C_v^*$ . В качестве районного соотношения  $C_s/C_v$  принимается среднее значение по всем опорным створам.

При ограниченности исходных данных, когда невозможно получить районное соотношение  $C_s/C_v$  подбор значения  $C_s/C_v$  для каждой выборки производится индивидуально, ориентируясь на наилучшее соответствие аналитической и эмпирической кривых обеспеченностей. Эту процедуру удобнее производить с использованием набора спрямляющих клетчаток вероятностей для различных соотношений  $C_s/C_v$ .

### 3.2 Метод наибольшего правдоподобия

Для нахождения оценки методом наибольшего правдоподобия необходимо прежде всего построить функцию правдоподобия. Чтобы понять, как это делается, рассмотрим выборку значений случайной величины  $X$  объёмов в  $n$  членов. Предположим, что функция плотности вероятности СВ  $X$  имеет достаточно простой вид:  $f(x, G)$ , т.е. зависит от одного параметра  $G$ . Суть метода состоит в том, чтобы найти такое значение параметра  $G$ , при котором вероятность получить в результате  $n$  опытов именно данную выборку  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  являлась бы максимальной. С математической точки зрения эта задача сводится к нахождению максимума некоторой функции  $L(x_i, G)$ , которая и называется функцией правдоподобия. Функция  $L(x_i, G)$  представляет собой совместную плотность вероятности вектора  $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  при данном  $G$ :

$$L(x_i, G) = f(x_1, G)f(x_2, G)f(x_3, G)\dots f(x_n, G) = \prod_{i=1}^n f(x_i, G). \quad (3.10)$$

Согласно правилам нахождения экстремумов, для определения максимума функция  $L(x_i, G)$  нужно решить уравнение

$$\frac{\partial L(x_i, G)}{\partial G} = 0 \quad (3.11)$$

Для упрощения решения обычно используют логарифмическую функцию правдоподобия  $\ln[L(x_i, G)]$ . Учитывая, что эта функция имеет максимум при том же значении  $G$ , получаем

$$\frac{1}{n} \frac{\partial L}{\partial G} = \frac{\partial \ln L}{\partial G} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial [\ln f(x_i, G)]}{\partial G} \quad (3.12)$$

Если функция распределения зависит от нескольких параметров, следует взять частные производные по каждому из них:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial G_j} = 0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, m). \quad (3.13)$$

В качестве примера рассмотрим оценку методом наибольшего правдоподобия параметров нормального распределения, для которого функция плотности вероятности имеет вид:

$$f(x) = \left[ \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \right] \exp \left[ -\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right], \quad (3.14)$$

где  $m_x$  и  $\sigma_x$  — искомые параметры распределения.

Образую функцию правдоподобия (2.10), предварительно найдём логарифм функции  $f(x)$ :

$$\ln f(x) = -\ln \sigma - 0,5 \ln(2\pi) - \left( \frac{1}{2\sigma^2} \right) (x_i - m_x)^2, \quad (3.15)$$

$$L = \sum_{i=1}^n \ln f(x) = -\sum_{i=1}^n \ln \sigma - 0,5 \sum_{i=1}^n \ln(2\pi) - \left( \frac{1}{2\sigma^2} \right) \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 \quad (3.16)$$

Далее находим уравнение правдоподобия применительно к оценке параметра  $m_x$ :

$$\frac{\partial L}{\partial m_x} = -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x) = 0, \quad (3.17)$$

откуда, учитывая что  $\sum_{i=1}^n m_x = nm_x$ , получаем  $m_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ .

Таким образом, статистической оценкой параметра  $m_x$  (математическое ожидание) в данном случае является среднее арифметическое значения ряда  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ .

Для получения оценки параметра  $\sigma_x$  образуем новое уравнение правдоподобия

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 - \frac{n}{\sigma} = 0. \quad (3.18)$$

Откуда получим

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}{n}}, \quad (3.19)$$

т.е. выражение среднеквадратического отклонения.

Из приведённого анализа следует, что применительно к нормальному закону распределения оценки параметров, полученные методом наибольшего правдоподобия, совпадают с моментными оценками. Для других распределений такое совпадение не является обязательным.

Более сложная система уравнений правдоподобия получается для трёхпараметрического гамма-распределения. На практике параметры этого распределения  $C_v$  и  $C_s$  определяются на основе приближённого метода наибольшего правдоподобия с помощью специально разработанных номограмм как функция вспомогательных статистик  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ :

$$\lambda_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \lg k_i}{n-1}, \lambda_3 = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \lg k_i}{n-1}, \quad (3.20)$$

где  $k_i = \frac{x_i}{\bar{x}}$  — модульные коэффициенты;

$\bar{x}$  — среднее арифметическое ряда.

Считается, что полученные таким образом оценки параметров трёхпараметрического гамма-распределения являются состоятельными, эффективными и несмещёнными.

### 3.3 Графоаналитический метод

Графоаналитический метод расчёта оценок параметров распределения включает в себя элементы графического и аналитического анализа.

При использовании этого метода необходимо заранее знать, какая из аналитических кривых будет применяться для аппроксимации распределения исследуемой СВ.

Методика, применяемая в настоящее время в России, была разработана Г. А. Алексеевым и предполагает использования кривой Пирсона III типа. Рассмотрим основные этапы расчёта.

Сначала на клетчатку вероятности наносятся точки эмпирической кривой обеспеченностей. При этом по оси ординат следует откладывать значения исследуемой СВ, а не модульные коэффициенты. Затем в поле точек проводится сглаженная кривая.

По сглаженной кривой определяются три опорные ординаты (для обеспеченностей – 5, 50 и 95 %):  $x_5, x_{50}, x_{95}$ .

Дальнейший расчёт сводится к тому, чтобы найти такие значения параметров распределения  $(\bar{x}, C_v^*, C_s^*)$ , при которых аналитическая кривая будет проходить через точки  $x_5, x_{50}, x_{95}$ . Для решения этой задачи трижды воспользуемся формулой  $x_p = t_p \sigma_p + m_x$ :

$$x_5 = \sigma_x^* t_5 + \bar{x}; \quad (3.21)$$

$$x_{50} = \sigma_x^* t_{50} + \bar{x}; \quad (3.22)$$

$$x_{95} = \sigma_x^* t_{95} + \bar{x}, \quad (3.23)$$

где  $t_5, t_{50}, t_{95}$  – нормированные ординаты кривой обеспеченностей Пирсона III типа.

Таким образом, мы имеем три неизвестных параметра и три уравнения.

Для расчёта оценки коэффициента асимметрии сначала рассчитаем так

называемый коэффициент скошенности  $S$  :

$$S = (x_p + x_{100-p} - 2x_{50}) / (x_5 - x_{95}) . \quad (3.24)$$

В нашем случае обеспеченность первой ординаты  $p = 5\%$ , следовательно:

$$S^* = (x_5 + x_{95} - 2x_{50}) / (x_5 - x_{95}) . \quad (3.25)$$

Подставляя выражения (2.21) – (2.23) в формулу (2.25), получим

$$S^* = (t_5 + t_{95} - 2t_{50}) / (t_5 - t_{95}) , \quad (3.26)$$

т.е. коэффициент скошенности не изменится при замене  $x_5$ ,  $x_{50}$ ,  $x_{95}$  на нормированные ординаты. Но при фиксированном значении  $p$  для нормированного закона распределения Пирсона III типа имеет место однозначная зависимость коэффициента скошенности от коэффициента асимметрии.

Следовательно, зная коэффициент скошенности (3.25), по зависимости коэффициента скошенности от коэффициента асимметрии можно определить  $C_s^*$ .

Вычитая из уравнения (3.21) соответственно левую и правую части уравнения (3.23), получим выражение для оценки СКО:

$$\sigma_x^* = (x_5 - x_{95}) / (t_5 - t_{95}) . \quad (3.27)$$

Оценку МО находим из уравнения (2.15)

$$\bar{x} = x_{50} - \sigma_x^* t_{50} . \quad (3.28)$$

С учётом формулы  $C_v = \frac{\sigma_x}{m_x} = \frac{\sqrt{D_x}}{m_x}$  находим коэффициент вариации

$$C_v^* = \sigma_x^* / \bar{x} . \quad (3.29)$$

Таким образом, аналитическая часть расчёта сводится к последовательному использованию формул (3.25), (3.27) – (3.29).

### 3.4 Достоинства и недостатки различных методов расчёта параметров распределения

К достоинствам метода моментов можно отнести то, что оценки параметров не зависят от закона распределения исследуемой СВ; а также то, что расчётные формулы достаточно просты и позволяют получить искомые параметры в явном виде. Поэтому метод моментов получил наибольшее распространение в практике гидрологических расчётов.

В то же время нужно иметь в виду, что оценки дисперсии, коэффициента вариации и асимметрии имеют отрицательную смещённость. Это приводит к тому, что при больших значениях коэффициента вариации ( $C_v > 0,5$ ) достоверность моментных оценок ощутимо снижается, а введение поправочных коэффициентов становится неэффективным. Поэтому при  $C_v > 0,5$  для расчёта оценок параметров распределения рекомендуется использовать метод наибольшего правдоподобия.

В качестве особенностей метода наибольшего правдоподобия можно отметить то, что в нём наибольший вес придаётся средним членам выборки, имеющим наибольшую вероятность, в отличие от метода моментов, где самый большой вклад вносят крайние члены. Метод наибольшего правдоподобия даёт состоятельные и наиболее эффективные оценки. Полученные по этому методу оценки могут быть незначительно смещены, но это смещение легко устраняется путём введения соответствующих поправок. Однако перечисленные свойства проявляются только в случае достаточно больших выборок, при малых  $n$  с оценками методом наибольшего правдоподобия могут конкурировать другие оценки.

К недостаткам метода можно отнести то, что для его применения необходимо точно знать аналитическое выражение закона распределения. В гидрологической практике это не всегда возможно. К тому же не всегда

удастся получить решение в аналитическом виде, и определение максимума функции правдоподобия приходится производить численными методами или строить вспомогательные номограммы.

В России номограммы для метода наибольшего правдоподобия разработаны применительно к распределению Крицкого – Менкеля. Однако на практике не редки ситуации, когда выборочные  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  приводят к выходу за пределы номограмм, т.е. решение отсутствует. В этом случае можно использовать сокращённый метод наибольшего правдоподобия.

При реализации сокращённого метода статистика  $\lambda_3$  не рассчитывается, а вместо неё используется районное соотношение  $C_s / C_v$ . Зная  $\lambda_2$  и  $C_s / C_v$ , по номограмме можно определить коэффициент вариации.

Сокращённый метод наибольшего правдоподобия используется и применительно к кривой Пирсона III типа. Для этого распределения зависимость коэффициента вариации от параметров  $\lambda_2$  и  $C_s / C_v$  представлена в виде таблицы.

Что касается графоаналитического метода, то тут можно сказать, что этот метод является достаточно простым и наглядным. Однако его следует применять с осторожностью, так как поведение сглаженной эмпирической кривой всегда носит субъективный характер и требует определённых практических навыков.

Одним из последних методологических достижений, является использование метода  $L$ -моментных статистик, показавшим существенное улучшение по сравнению с более традиционным методом максимального правдоподобия или методом моментов. Применение этого регионального метода на примере отдельных регионов начато с анализа экстремальных величин.

#### 4. Метод $L$ -моментов

Значительным достижением конца XX в. в области статистического оценивания стал метод  $L$ -моментов, предложенный в 1990 г. Дж. Р. М. Хоскиным. Базовые методологические аспекты применения метода опубликованы им в 1997 г. совместно с Дж. Р. Уоллисом. В настоящее время в мировой практике этот метод активно применяется для оценивания различных гидрометеорологических величин. В практике инженерных расчётов в России метод  $L$ -моментов не применяется.

Рассмотрим достоинства метода  $L$ -моментов.

Во-первых,  $L$ -моменты всегда существуют, если существует средняя величина распределения вероятностей. Это распространяется на случаи, для которых обычные моменты высоких порядков могут не существовать, например третий и четвёртый моменты распределения  $GEV$  с тяжёлым хвостом при параметре формы распределения  $k \leq -1/3$  и  $k \leq -1/4$  перестают существовать. Второй центральный момент для распределения  $GEV$  не существует в том случае, если параметр формы  $k \leq -0,5$ . Тогда как  $L$ -моменты и их отношения существуют во всех упомянутых диапазонах.

Во-вторых, для оценки  $L$ -моментов по серии наблюдений используются только линейные функции выборочных значений переменной, в отличие от обычных моментов. Это приводит к тому, что выборочные оценки  $L$ -моментов являются несмещенными и более эффективными, а также менее чувствительными к случайным "выбросам" и грубым ошибкам наблюдений, чем выборочные оценки обычных моментов.

$L$ -моменты, так же как и обычные моменты, используются в качестве первого шага процедуры оценивания параметров распределений на основании имеющихся данных измерений. Второй шаг такой процедуры –

получение самих параметров на основе  $L$ -моментных оценок. По сравнению с методом максимального правдоподобия эта процедура значительно удобнее, так как позволяет получить информацию о форме распределения (на основе  $L$ -моментных оценок) и, как правило, получить параметры путем сравнительно простых прямых вычислений.

Применение метода максимального правдоподобия основано на предположении знания истинного закона распределения, что само по себе сильно сужает возможности его практического использования. Решения по методу максимального правдоподобия для большинства используемых в гидрологии распределений даже в приближенном виде представляют собой системы трансцендентных уравнений, поиск параметров которых выполняется с помощью процедур численной оптимизации. Основные трудности при этом – наличие многочисленных локальных максимумов функции правдоподобия, а также проблемы вычислительного характера при поиске максимума. В некоторых ситуациях процесс вычисления может быть непредсказуем, т. е. может либо осциллировать, либо расходиться, либо будет прерван и так далее.

Характерным является тот факт, что в российских нормативных документах метод максимального правдоподобия реализован в приближенном виде и рекомендован только для распределения Крицкого – Менкеля. Опыт применения метода максимального правдоподобия в форме, рекомендованной СНиП 2.01.14-83, показывает, что нередко случаи, когда получение оценок параметров для рядов максимальных расходов бывает невозможным из-за вычислительных проблем, т. е. для практики инженерно-гидрологических расчетов в России существует только один универсальный метод – метод моментов.

Метод  $L$ -моментов предлагается как альтернативный способ представления формы кривых распределения вероятностей. Исторически метод  $L$ -моментов возник как модификация вероятностно взвешенных моментов, предложенных Дж. Гринвудом и другими. Для функции

распределения, представленной в интегральной форме  $F(x)$ , существует два специальных случая вероятностно взвешенных моментов  $r$ -го порядка  $\alpha_r$  и  $\beta_r$ , определяемых выражениями:

$$\alpha_r = \int_0^1 x(F)(1-F(x))^r dF, \quad (4.1)$$

$$\beta_r = \int_0^1 x(F)F(x)^r dF, \quad r=0, 1, 2, \dots, \quad (4.2)$$

в отличие от обычных моментов, определяемых выражением

$$E(X^r) = \int_0^1 x(F)^r dF, \quad r=0, 1, 2, \dots, \quad (4.3)$$

где  $x(F)$  — функция квантилей, обратная по отношению к функции распределению  $F(x)$ .

$L$ -моменты  $\lambda_r$  случайной величины  $X$  могут быть определены через вероятностно взвешенные моменты, в частности, следующим образом:

$$\lambda_1 = \beta_0, \quad (4.4)$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0, \quad (4.5)$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0, \quad (4.6)$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0, \quad (4.7)$$

в общей форме

$$\lambda_{r+1} = (-1)^r \sum_{k=0}^r p_{r,k}^* \beta_k, \quad (4.8)$$

где  $p_{r,k}^*$  — коэффициенты, определяемые по формуле

$$p_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} = \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!}. \quad (4.9)$$

Очевидно, что первый  $L$ -момент эквивалентен математическому ожиданию распределения. Второй  $L$ -момент играет роль меры масштаба для заданного распределения.  $L$ -моменты более высоких порядков, приведённые к этому масштабу, получили название  $L$ -моментных отношений

$$\tau_r = \lambda_r / \lambda_2, \quad r = 3, 4, \dots \quad (4.10)$$

$L$ -моментные отношения определяют форму распределения независимо от масштаба самих измеряемых величин. Дж. Р. М. Хоскиным были предложены следующие термины:  $\lambda_1$  –  $L$ -размещение, соответствующее обычному первому моменту или норме;  $\lambda_2$  –  $L$ -масштаб, аналог обычного стандартного отклонения;  $\tau = \lambda_2 / \lambda_1$  – коэффициент  $L$ -вариации ( $L-C_v$ ), аналог обычного коэффициента вариации  $C_v$ ;  $\tau_3$  – коэффициент  $L$ -асимметрии ( $L-C_s$ ), аналог обычного коэффициента асимметрии  $C_s$ ;  $\tau_4$  – коэффициент  $L$ -эксцесса, аналог обычного коэффициента эксцесса.

На практике мы имеем дело с выборкой, включающей конечное число наблюдений  $n$ . Вначале определяются выборочные несмещённые оценки вероятностно взвешенных моментов распределения  $b_r$  по ранжированной в возрастающем порядке выборке  $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$  размером  $n$ , которые могут быть представлены в виде:

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{j:n}, \quad (4.11)$$

$$b_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=2}^n \frac{(j-1)}{(n-1)} x_{j:n}, \quad (4.12)$$

$$b_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=3}^n \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} x_{j:n}. \quad (4.13)$$

Общее выражение для  $b_r$  имеет вид:

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{j:n}. \quad (4.14)$$

Аналогично выражения (4.4) – (4.8), выборочные  $L$ -моменты определяются уравнениями:

$$l_1 = b_0, \quad (4.15)$$

$$l_2 = 2b_1 - b_0, \quad (4.16)$$

$$l_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0, \quad (4.17)$$

$$l_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0, \quad (4.18)$$

в общем виде

$$l_{r+1} = \sum_{k=0}^r p_{r,k}^* b_k; \quad r = 0, 1, \dots, n-1, \quad (4.19)$$

где  $p_{r,k}^*$  – коэффициенты, определяемые по уравнению (4.9)

Как видно из приведённых выражений, выборочные  $L$ -моменты – линейные функции несмещённых оценок вероятностно взвешенных моментов, поэтому они также являются несмещёнными оценками  $\lambda_r$ .

Выборочные  $L$ -моментные отношения  $r$ -го порядка определяются выражениями

$$\tau = l_2 / l_1, \quad (4.20)$$

$$\tau_r = l_r / l_2, \quad r = 3, 4, \dots, \quad (4.21)$$

откуда  $\tau$  – выборочный коэффициент  $L$ -вариации;

$\tau_3$  – выборочный коэффициент  $L$ -асимметрии;

$\tau_4$  – выборочный  $L$ -эксцесс.

Выборочные  $L$ -моментные отношения – смещённые оценки.

Переход от  $L$ -моментов к параметрам распределения требует знания аналитического выражения закона распределения.

В данной работе в качестве расчётной кривой принята кривая Пирсона III типа.

$$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{\alpha-1} e^{-(x-\gamma)/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}, \quad (4.22)$$

где  $\alpha$  – параметр формы;

$\beta$  – параметр масштаба;

$\gamma$  – параметр сдвига.

Если  $0 < |\tau_3| < 1/3$ ,

$$\alpha \approx \frac{1 + 0,2906 z}{z + 0,1882 z^2 + 0,0442 z^3}, \quad (4.23)$$

где  $z = 3\pi^2$ . (4.24)

Если  $1/3 < |\tau_3| < 1$ ,

$$\alpha \approx \frac{0,36067 z - 0,59567 z^2 + 0,25361 z^3}{1 - 2,78861 z + 2,56096 z^2 - 0,77045 z^3}, \quad (4.25)$$

где  $z = 1 - |\tau_3|$ . (4.26)

$$\beta = \frac{l_2 \Gamma(\alpha) \pi^{0,5}}{\Gamma(\alpha + 0,5)} \quad (4.27)$$

$$\gamma = l_1 - \alpha \beta \quad (4.28)$$

Переход к классическим моментным оценкам производился по формулам:

$$\sigma = \beta \sqrt{\alpha}, \quad (4.29)$$

$$m = \gamma + \sigma \sqrt{\alpha}, \quad (4.30)$$

$$C_v = \sigma / m, \quad (4.31)$$

$$C_s = \sqrt{(4/\alpha)}. \quad (4.32)$$

## 5. Анализ и предварительная обработка исходных данных

### 5.1 Исходные данные

Исходными данными для исследования максимального стока рек Кольского полуострова в период половодья послужили материалы наблюдений на 29 пунктах. Распределение пунктов наблюдений на рассматриваемой территории является достаточно равномерным. Продолжительность наблюдений составила в среднем около 40 лет.

Список изученных речных бассейнов и их гидрографические характеристики приведены в таблице 5.1. Схема исследуемого района показана на рисунке 5.1.

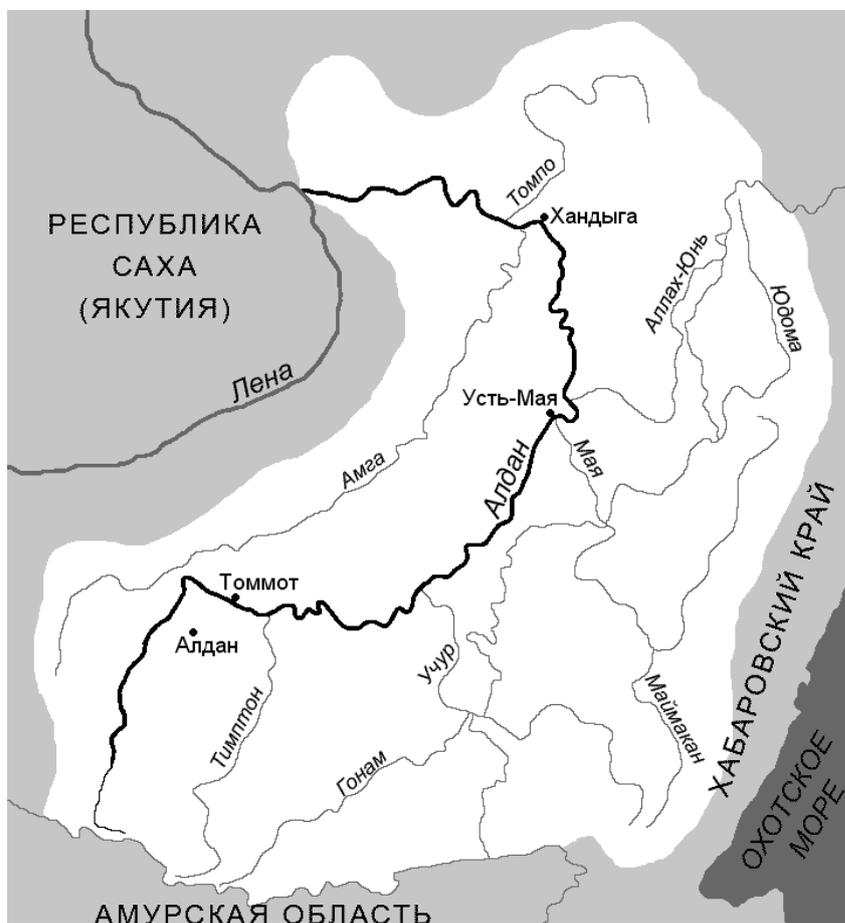


Рисунок 5.1 – Схема исследуемого района

Таблица 5.1 - Список изученных водосборов

№	код	Река – пост	F км <sup>2</sup>
1	3218	р.Алдан - ГМ.СТ.Суон-Тиит	18500
2	3219	р.Алдан - Г.Томмот	49500
3	3220	р.Алдан - С.Угино	102000
4	3222	р.Алдан - С.Усть-Миль	269000
5	3225	р.Алдан - С.Охотский Перевоз	514000
6	3229	р.Алдан - ГМ.СТ.Верхоянский Перевоз	696000
7	3232	р.Суон-Тиит - ГП Хрустальный	218
8	3234	р.Улахан Ньымньыыр - Р.П.Бол. Нимныр	1900
9	3237	р.Якокит - Пос.Якокит	1050
10	3245	р.Радио-Уруйэтэ - 1.8 км от устья	40777
11	3246	р.Тимптон - Р.П.Нагорный	613
12	3247	р.Тимптон - ГП Усть-Баралас	13300
13	3248	р.Тимптон - ГП Усть-Тимптон	43700
14	3250	р.Иенгра - Пос.Золотинка	961
15	3252	р.Чульман - Р.П.Чульман	3840
16	3257	р.Барылас - ГП Гремучий	152
17	3259	Руч. Сивагли - ГП Мартитовый	101
18	3263	р.Малый Ыллымах - ГП Соболиный	40632
19	3264	р.Учур - Пос.Чюльбю	108000
20	3271	р.Мая - ГП Чабда	165000
21	3277	р.Аллах-Юнь - ГП Аллах	24200
22	3281	р.Белая - ГП Атырджах	7720
23	3283	Руч.Подгорный - 3.0 км от устья	40622
24	3291	р.Амга - С.Буяга	23900
25	3292	р.Амга - С.Амга	56800
26	3293	р.Амга - С.Терют	65400
27	3307	р.Кэнгкэмэ - 3.Второй Станок	3550
28	3564	р.Малый Беркакит - ГП Снежный	196
29	3627	р.Чульман - ГП Теплый	2380

## 5.2 Статистический анализ исходных рядов

С целью проверки точности и надежности исходной гидрометрической информации все имеющиеся данные были подвергнуты тщательному статистическому анализу.

### Проверка рядов на случайность

Проверка гидрологических рядов на случайность производится для решения вопроса о наличии или отсутствии внутрирядных связей. С учетом выборочности рядов такая проверка носит статистический характер и основана на нулевой гипотезе о том, что имеющаяся выборка представляет собой последовательность независимых значений некоторой случайной величины.

В настоящей работе проверка исходных рядов на случайность формирования осуществлялась с помощью коэффициента автокорреляции. Коэффициент автокорреляции  $r(l)$  оценивался на значимость относительно нулевой гипотезы:  $r(l)=0$ .

Коэффициент автокорреляции рассчитывался по формуле:

$$r(l) = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (Q_i - \bar{Q}_i)(Q_{i+l} - \bar{Q}_{i+l})}{\sigma_i \sigma_{i+l} (N-2)}, \quad (5.1)$$

где  $N$  - число членов исходного ряда;

$Q_i$  и  $Q_{i+l}$  - значения членов ряда от  $Q_1$  до  $Q_{N-1}$  и от  $Q_2$  до  $Q_N$ ;

$\bar{Q}_i$ ,  $\bar{Q}_{i+l}$ ,  $\sigma_i$ ,  $\sigma_{i+l}$  - средние и их среднеквадратические отклонения соответствующих отрезков ряда.

Критическое значение коэффициента автокорреляции определялось при уровне значимости  $2\alpha=5\%$  как произведение:

$$r(l)^* = t_{2\alpha} \cdot \sigma_{r(l)}, \quad (5.2)$$

где  $t_{2\alpha}$  - нормированная ордината нормального распределения, соответствующая уровню значимости  $2\alpha$ ;

$\sigma_{r(1)}$  - абсолютная ошибка коэффициента автокорреляции.

Абсолютная ошибка коэффициента автокорреляции вычисляется по формуле:

$$\sigma_{r(1)} \approx \frac{1 - r^2}{\sqrt{N - 1}}. \quad (5.3)$$

В том случае, когда величина коэффициента автокорреляции оказывалась меньше критического значения, гипотеза о случайности не опровергалась.

Анализ результатов проверки показал, что практически по всем рядам можно принять коэффициент автокорреляции  $r(1)$  равный 0. Таким образом, для описания вероятностной структуры рядов максимального стока половодий наиболее подходит модель «случайная величина».

В этом случае при оценке параметров аналитической кривой обеспеченности не надо вводить поправку на смещенность.

Проверка однородности рядов.

Если в качестве математической модели для описания статистической структуры гидрологических рядов рассматривать случайную величину, то статистические характеристики гидрологического ряда не должны изменяться, т.е. все элементы данной выборки должны относиться к одной генеральной совокупности. По сути, это эквивалентно предположению о неизменности условий формирования стока. Если статистические характеристики отдельных частей ряда существенно отличаются, то такой ряд является неоднородным.

Оценка однородности исходных рядов осуществлялась при уровне значимости  $2\alpha=10\%$ ,  $2\alpha=5\%$ ,  $2\alpha=1\%$  с помощью стандартных (параметрических) критериев: Стьюдента ( $t$ ) и Фишера ( $F$ ).

Критерий Стьюдента позволяет оценить однородность средних

значений двух частей выборки. При этом ряд разбивается на две части в том месте, где можно ожидать изменения случайных колебаний (если таких данных нет, то ряд делится на две равные части).

Статистика Стьюдента рассчитывается по уравнению:

$$t = (x - y) \cdot \left[ n_x \cdot n_y \cdot (n_x + n_y - 2) / (n_x + n_y) \right]^{0.5} / (n_x \cdot \sigma_x^2 + n_y \cdot \sigma_y^2)^{0.5}, \quad (5.4)$$

где  $x$  и  $y$  - средние значения частей выборки;

$n_x$  и  $n_y$  - число членов в каждой части;

$\sigma_x$  и  $\sigma_y$  - средние квадратические отклонения.

Критическое значение статистики  $t$  определяется по таблице распределения  $t$ -статистики при данном уровне значимости ( $2\alpha=5\%$ ) и при числе степеней свободы  $\nu = n_x + n_y - 2$ .

Критерий Фишера позволяет оценить однородность дисперсий. Статистика  $F$  рассчитывается по уравнению:

$$F = \sigma_x^2 / \sigma_y^2, \quad (5.5)$$

где  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$  - выборочные дисперсии, причем в числителе находится большая из них.

Критическое значение статистики  $F$  определяется в зависимости от  $\nu_1$  и  $\nu_2$  при принятом уровне значимости.

В данном случае внутрирядная и межрядная связь не учитывались ( $r(1)=0$ ;  $R=0$ ).

Гипотеза однородности опровергается, если рассчитанные статистики оказываются больше критических значений. В противном случае данные не противоречат выдвинутой гипотезе однородности.

Результаты анализа показали, что большинство исходных рядов являются однородными, как по критерию Стьюдента, так и по критерию Фишера.

Тщательный анализ позволил выявить основные причины, вызвавшие опровержение гипотезы об однородности некоторых рядов.

В отдельных случаях к опровержению гипотезы об однородности по обоим параметрическим критериям привело наличие в ряду распада редкой повторяемости. В ряде случаев параметрические критерии привели к опровержению гипотезы вследствие высокой выборочной асимметрии (высокая асимметрия противоречит гипотезе о нормальности выборок, заложенной при выводе критериев Фишера и Стьюдента). Опровержение гипотезы об однородности ряда по критерию Стьюдента наблюдалась и в тех случаях, когда выборка включала только один полный цикл колебаний водности и при разрезке ряда пополам в одну половину попали значения многоводной фазы, а в другую – маловодной. Если при делении ряда пополам в одну половину попали максимальные и минимальные значения величины гипотеза об однородности опровергалась по критерию Фишера.

## 6. Расчет параметров распределения максимальных расходов весеннего половодья

В процессе исследований производилось сравнение результатов расчета тремя методами – моментов, L-моментов, наибольшего правдоподобия.

### 6.1 Расчет параметров распределения различными методами

Расчет параметров распределения методом моментов производился в соответствии с методикой, изложенной в разделе 3.1. Также был произведен расчет относительных погрешностей среднего значения, коэффициента вариации, коэффициента. В таблице 6.1 представлены результаты расчета параметров распределения методом моментов и их относительных погрешностей. Как видно из таблицы 6.1 расчет параметров распределения методом моментов можно считать надежным, так как относительные погрешности среднего и коэффициента вариации не превышают 20 %.

Расчет параметров распределения методом наибольшего правдоподобия производился в соответствии с методикой, изложенной в разделе 3.2. Для нахождения параметров  $C_s$  и  $C_v$  был реализован приближенный метод наибольшего правдоподобия. В таблице 6.2 представлены результаты расчета параметров распределения методом наибольшего правдоподобия.

Расчет параметров распределения методом L-моментов производился в соответствии с методикой, изложенной в разделе 4. В таблице 6.3 представлены результаты расчета параметров распределения методом L-моментов.

Таблица 6.1 – Результаты расчета параметров распределения методом

МОМЕНТОВ

№	код	$Q_{cp}$ , м <sup>3</sup> /с	$\sigma_Q$ %	$C_v$	$\sigma_{C_v}$ %	$C_s$	$\sigma_{C_s}$ %	$C_s/C_v$
1	3218	2326	3,700	0,285	9,519	0,768	51,15	2,700
2	3219	5861	2,516	0,231	7,898	0,404	76,38	1,752
3	3220	11675	3,924	0,239	11,878	0,500	93,88	2,094
4	3222	20744	2,565	0,222	8,342	0,356	90,96	1,601
5	3225	28083	2,489	0,227	7,939	0,353	87,59	1,556
6	3229	32676	2,603	0,213	8,809	0,316	107,18	1,484
7	3232	34,4	10,236	0,561	14,205	1,154	71,22	2,059
8	3234	586	4,182	0,327	9,458	0,516	79,15	1,580
9	3237	191	3,079	0,209	10,610	0,086	474,29	0,411
10	3245	472	8,410	0,577	11,578	1,462	46,03	2,535
11	3246	166	8,999	0,800	9,868	2,954	24,48	3,693
12	3247	2084	4,780	0,355	10,024	0,707	63,21	1,996
13	3248	6547	4,492	0,330	10,052	0,754	57,85	2,284
14	3250	251	6,029	0,447	10,295	0,647	79,05	1,447
15	3252	723	4,752	0,371	9,571	1,263	34,41	3,403
16	3257	26,1	7,768	0,509	11,816	1,480	42,93	2,905
17	3259	19,3	8,392	0,489	13,131	1,187	58,41	2,425
18	3263	5,78	5,850	0,361	12,029	0,597	90,89	1,655
19	3264	11077	4,360	0,320	10,028	0,658	65,45	2,053
20	3271	7830	3,612	0,313	8,511	0,304	118,79	0,973
21	3277	1257	6,081	0,483	9,748	0,548	91,94	1,136
22	3281	772	7,307	0,413	13,246	0,234	272,38	0,567
23	3283	421	12,064	0,782	13,088	0,942	102,54	1,205
24	3291	1843	4,090	0,357	8,554	1,142	33,39	3,204
25	3292	2706	4,175	0,352	8,834	0,565	69,37	1,607
26	3293	2779	4,350	0,361	8,983	0,459	87,76	1,271
27	3307	41,8	15,017	1,173	12,800	2,461	55,13	2,098
28	3564	27,0	8,252	0,467	13,429	1,177	58,67	2,522
29	3627	613	8,104	0,421	14,388	0,920	76,37	2,185

Таблица 6.2 – Результаты расчета параметров распределения методом наибольшего правдоподобия

№ поста	код	Q <sub>ср</sub> , м <sup>3</sup> /с	C <sub>v</sub>	C <sub>s</sub>	C <sub>s</sub> /C <sub>v</sub>
1	3218	2326	0,285	0,826	2,90
2	3219	5861	0,229	0,229	1,10
3	3220	11675	0,235	0,235	1,05
4	3222	20744	0,224	0,426	1,90
5	3225	28083	0,223	0,223	1,15
6	3229	32676	0,212	0,413	1,95
7	3232	34,4	0,561	1,346	2,40
8	3234	586	0,331	0,496	1,50
9	3237	191	0,211	0,327	1,55
10	3245	472	0,585	2,281	3,90
11	3246	166	0,810	2,835	3,50
12	3247	2084	0,360	0,702	1,95
13	3248	6547	0,332	0,896	2,70
14	3250	251	0,442	1,061	2,40
15	3252	723	0,362	1,086	3,00
16	3257	26,1	0,516	1,290	2,50
17	3259	19,3	0,505	1,717	3,40
18	3263	5,78	0,361	1,047	2,90
19	3264	11077	0,331	1,158	3,50
20	3271	7830	0,228	0,786	3,45
21	3277	1257	0,495	1,237	2,50
22	3281	772	0,428	0,770	1,80
23	3283	421	0,785	1,413	1,80
24	3291	1843	0,355	1,242	3,50
25	3292	2706	0,361	0,704	1,95
26	3293	2779	0,371	0,779	2,10
27	3307	41,8	1,190	2,653	2,23
28	3564	27,0	0,445	1,045	2,35
29	3627	613	0,444	1,421	3,20

Таблица 6.3 – Результаты расчета параметров распределения методом

L-моментов

№ поста	код	Q <sub>ср</sub> , м <sup>3</sup> /с	C <sub>v</sub>	C <sub>s</sub>	C <sub>s</sub> /C <sub>v</sub>
1	3218	2326	0,288	0,889	3,086
2	3219	5861	0,229	0,361	1,574
3	3220	11675	0,242	0,617	2,552
4	3222	20744	0,223	0,291	1,304
5	3225	28083	0,228	0,358	1,573
6	3229	32676	0,216	0,426	1,973
7	3232	34,4	0,555	1,054	1,901
8	3234	586	0,327	0,432	1,323
9	3237	191	0,212	0,155	0,731
10	3245	472	0,591	1,828	3,092
11	3246	166	0,754	2,074	2,750
12	3247	2084	0,359	0,693	1,934
13	3248	6547	0,333	0,831	2,493
14	3250	251	0,457	0,810	1,773
15	3252	723	0,370	1,202	3,253
16	3257	26,1	0,498	1,235	2,480
17	3259	19,3	0,505	1,623	3,212
18	3263	5,78	0,375	0,965	2,572
19	3264	11077	0,326	0,814	2,496
20	3271	7830	0,322	0,490	1,524
21	3277	1257	0,501	0,989	1,976
22	3281	772	0,422	0,413	0,977
23	3283	421	0,813	1,344	1,653
24	3291	1843	0,362	1,307	3,608
25	3292	2706	0,356	0,66	1,870
26	3293	2779	0,367	0,547	1,493
27	3307	41,8	1,184	2,449	2,067
28	3564	27,0	0,482	1,566	3,251
29	3627	613	0,429	1,084	2,525

## 6.2 Сравнение параметров распределения, полученных различными методами

В процессе исследований выполнен расчет параметров распределения тремя методами – моментов, L-моментов, наибольшего правдоподобия.

На рисунках 6.1 – 6.3 представлены графики отображающие выполненные расчеты по каждому из параметров распределения различными методами.

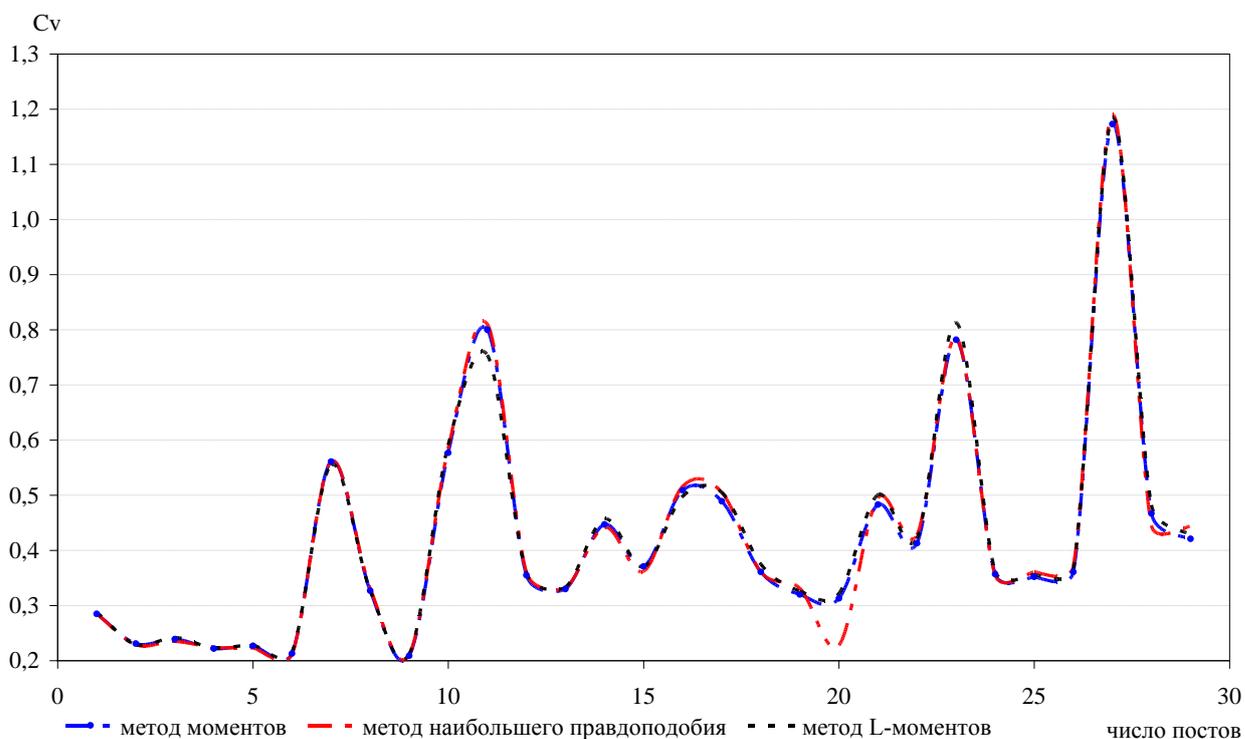


Рисунок 6.1 – Коэффициенты вариации максимальных расходов весеннего половодья, рассчитанные тремя методами

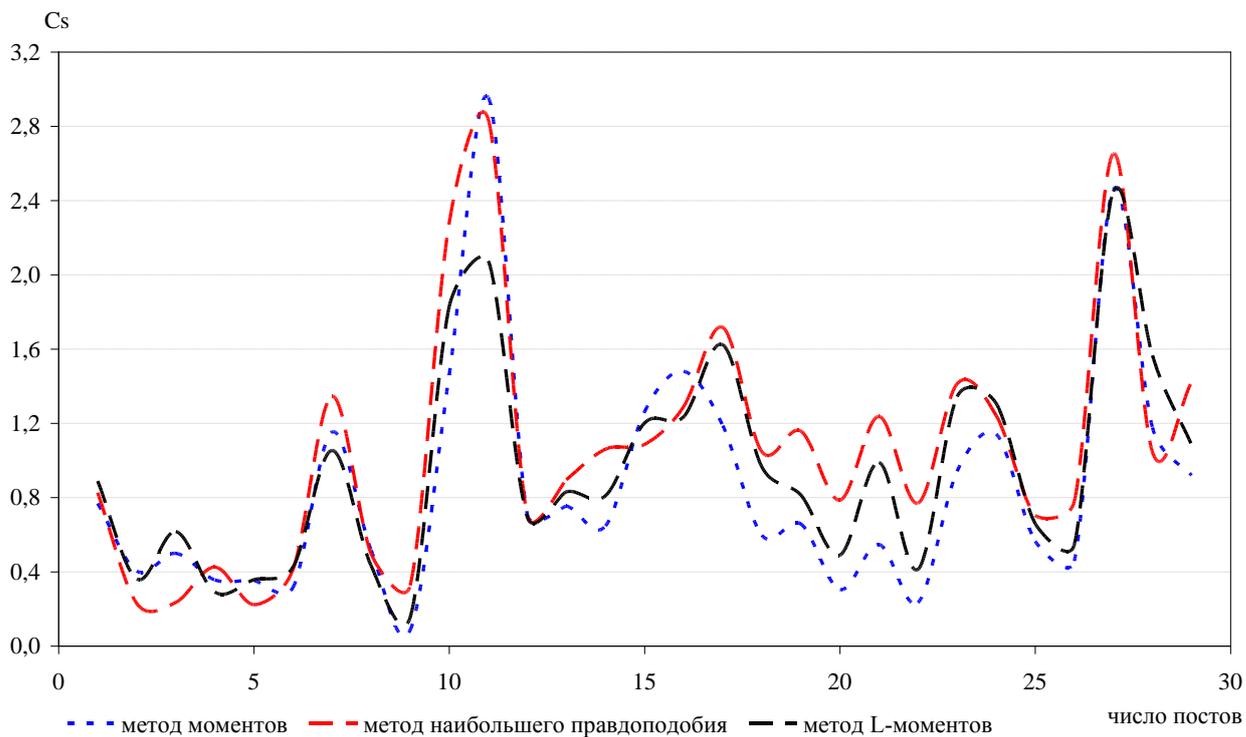


Рисунок 6.2 – Коэффициенты асимметрии максимальных расходов весеннего половодья, рассчитанные тремя методами

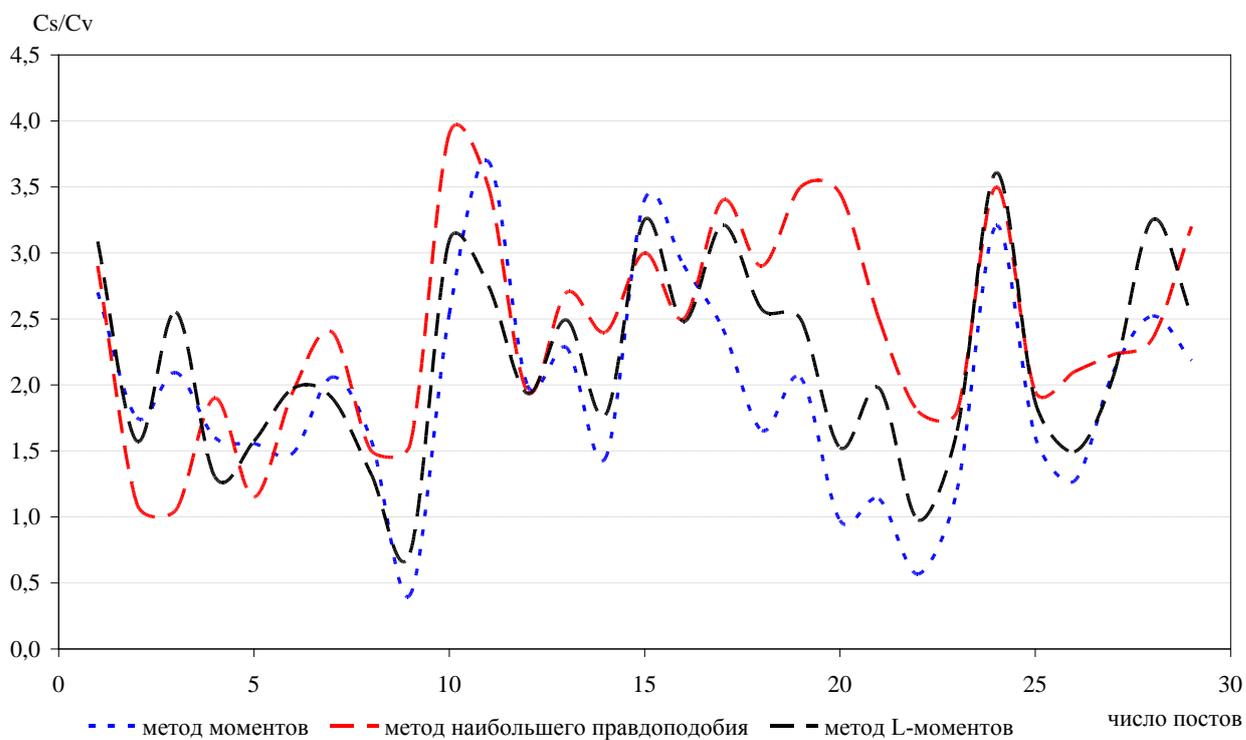


Рисунок 6.3 – Отношение коэффициентов асимметрии к

коэффициентам вариации максимальных расходов весеннего половодья, рассчитанные тремя методами

В таблице 6.4 представлены осредненные по всем исследуемым постам результаты расчета параметров распределения различными методами.

Таблица 6.4 – Осредненные результаты расчета параметров распределения различными методами по всем исследуемым постам

Метод	$C_v$	$C_s$	$C_s/C_v$
Моментов	0,42	0,86	1,94
Наибольшего правдоподобия	0,42	1,06	2,42
L-моментов	0,43	0,95	2,17

Из рисунка 6.1 видно, что коэффициенты вариации, рассчитанные различными методами, практически не различаются. Тем самым можно сделать вывод о том, что все три метода дают приблизительно равные значения коэффициента вариации.

Из рисунков 6.2 и 6.3 видно, что разные методы во многих случаях дают ощутимо разные значения коэффициента асимметрии и отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации.

Из таблицы 6.4 можно сделать аналогичный вывод, также видно, что в среднем, значения параметров распределения (коэффициентов вариации и отношения коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации), определенные методом L-моментов, несколько больше, чем значения параметров рассчитанных методом моментов, но меньше, чем значения рассчитанные методом наибольшего правдоподобия.

Рассмотрим более детально полученные результаты.

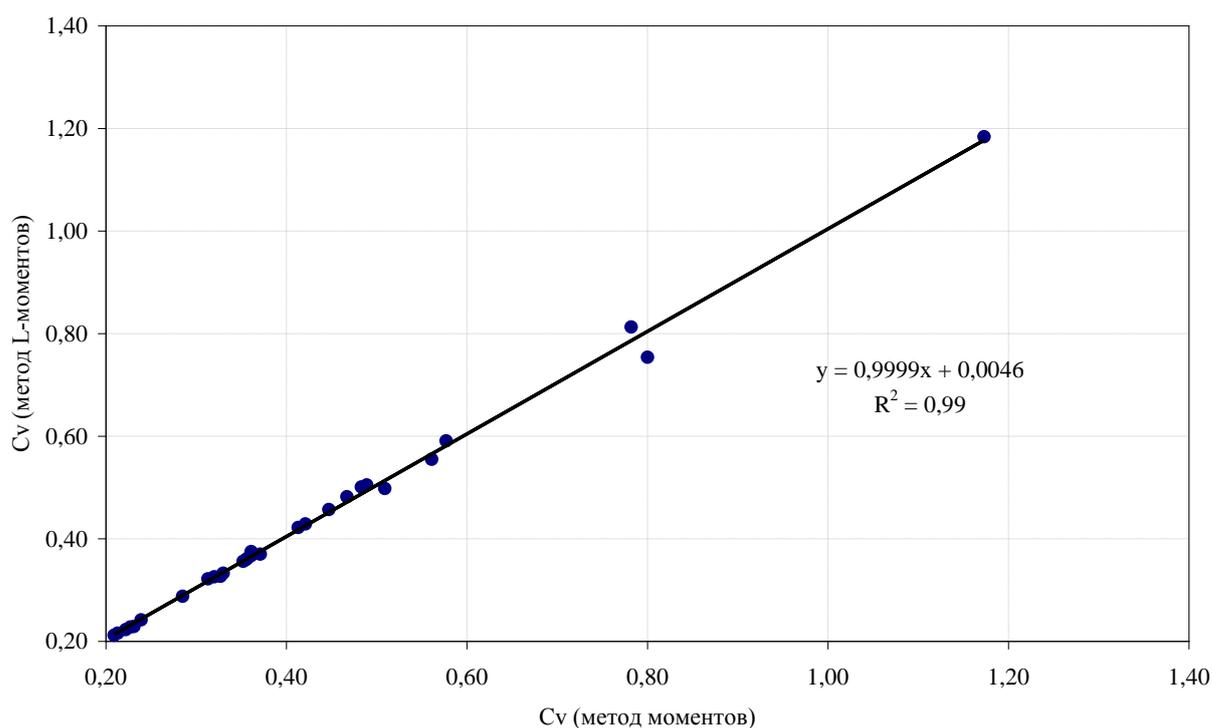


Рисунок 6.4 – График связи коэффициентов вариации, рассчитанных методами моментов и L-моментов

Построенная зависимость дает возможность оценить осредненные значения коэффициентов вариации, рассчитанных методами моментов и L-моментов. Результаты расчета представлены в таблице 6.5.

Таблица 6.5 - Осредненные значения коэффициентов вариации, рассчитанные методами моментов и L-моментов

Метод	Коэффициент вариации								
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
Моментов	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
L-моментов	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
Разность значений	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Как видно из таблицы 6.5 разность значений пренебрежительно мала и подтверждается вывод о том, что значения коэффициентов вариации практически не отличаются друг от друга.

Аналогичным образом сравним значения коэффициентов асимметрии, полученные методами моментов и L-моментов.

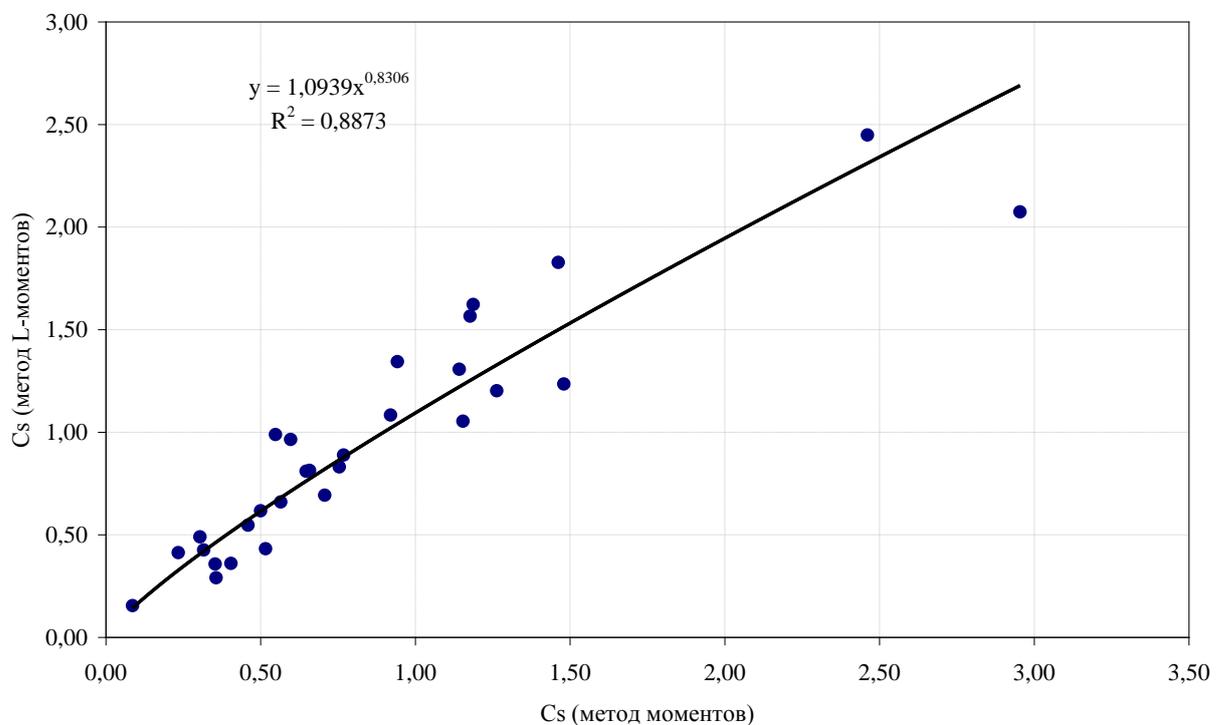


Рисунок 6.6 – График связи коэффициентов асимметрии, рассчитанных методами моментов и L-моментов

Таблица 6.6 - Осредненные значения коэффициентов асимметрии, рассчитанные методами моментов и L-моментов

Метод	Коэффициент асимметрии						
	0,05	0,60	1,20	1,70	2,20	2,80	3,40
Моментов	0,05	0,60	1,20	1,70	2,20	2,80	3,40
L-моментов	0,09	0,72	1,27	1,70	2,11	2,57	3,02
Разность значений	0,04	0,12	0,07	0	-0,09	-0,23	-0,38

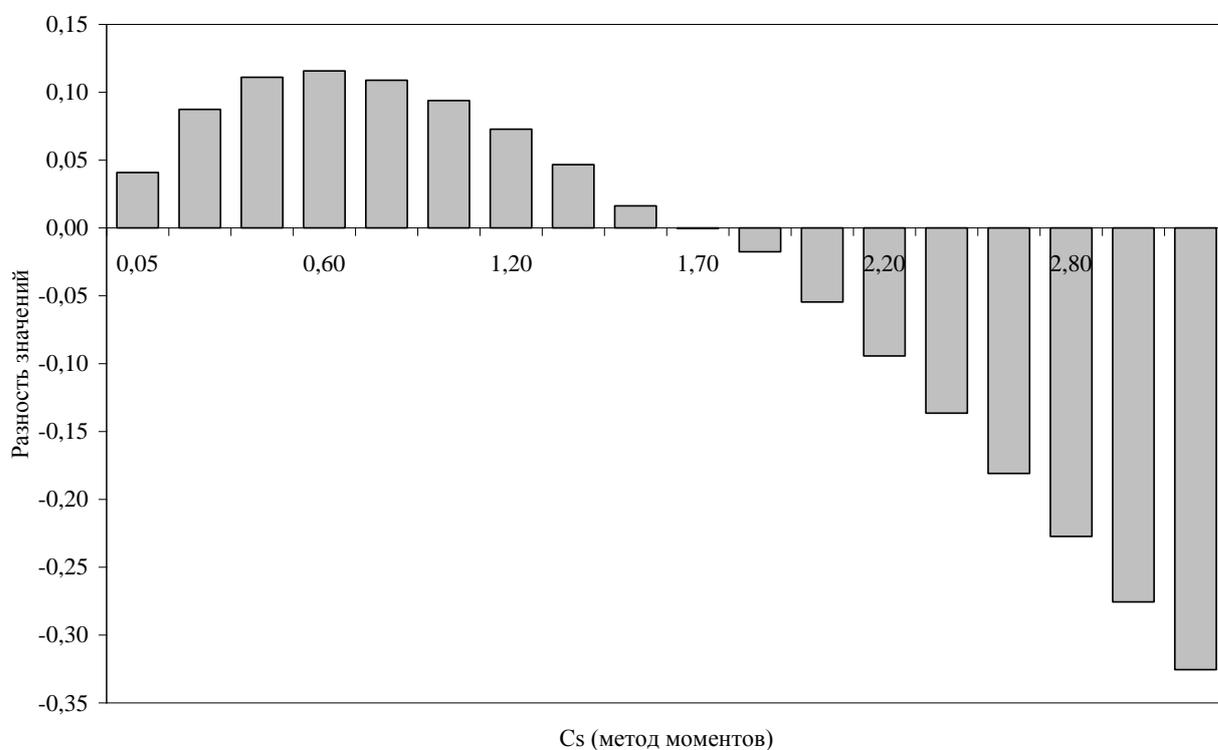


Рисунок 6.7 – Разность значений коэффициентов асимметрии, рассчитанных методами моментов и L-моментов в зависимости от коэффициентов асимметрии, рассчитанных методами моментов

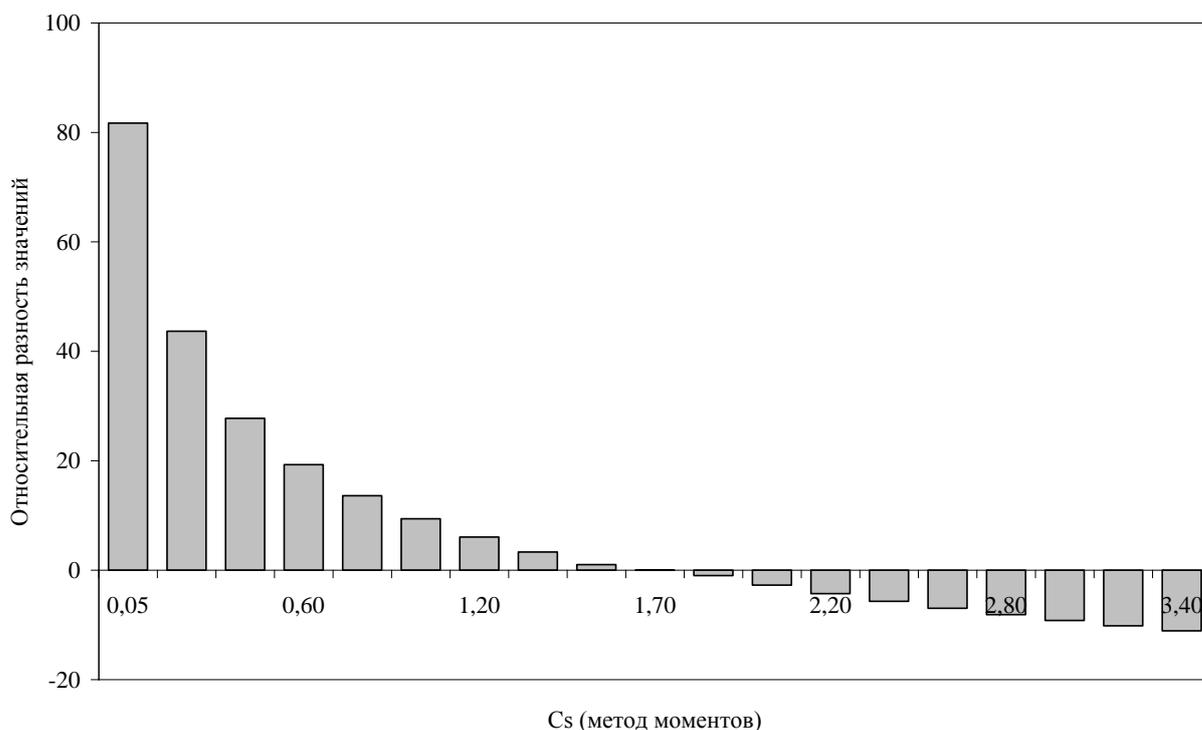


Рисунок 6.8 – Разность значений коэффициентов асимметрии, рассчитанных методами моментов и L-моментов в зависимости от коэффициентов асимметрии, рассчитанных методами моментов, представленная в относительных величинах

Как видно из рисунка 6.8 наименьшее расхождение наблюдается при коэффициенте асимметрии близком к 1,70. Также стоит отметить, что метод L-моментов дает значения коэффициентов асимметрии выше, чем метод моментов при малых коэффициентах асимметрии и ниже при значениях коэффициентов асимметрии более 1,70.

Из рисунка 6.8 видно, что несмотря на то, что наибольшие расхождения в абсолютных величинах наблюдаются при больших значениях коэффициентов асимметрии, в относительном виде наибольшее расхождение приходится на область малых значений коэффициента асимметрии.

При этом расхождение является довольно существенным. Как видно из рисунка 6.8 при коэффициентах асимметрии от 0,60 до 3,40 расхождение в значениях, рассчитанных различными методами, находятся в пределах 20% (по модулю). При коэффициентах асимметрии менее 0,6 расхождение в

относительных величинах увеличивается, достигая значения 80% при коэффициенте асимметрии 0,05.

Граница в 20% принята из соображений, что допустимая относительная погрешность определения параметров распределения для максимальных расходов составляет 20%.

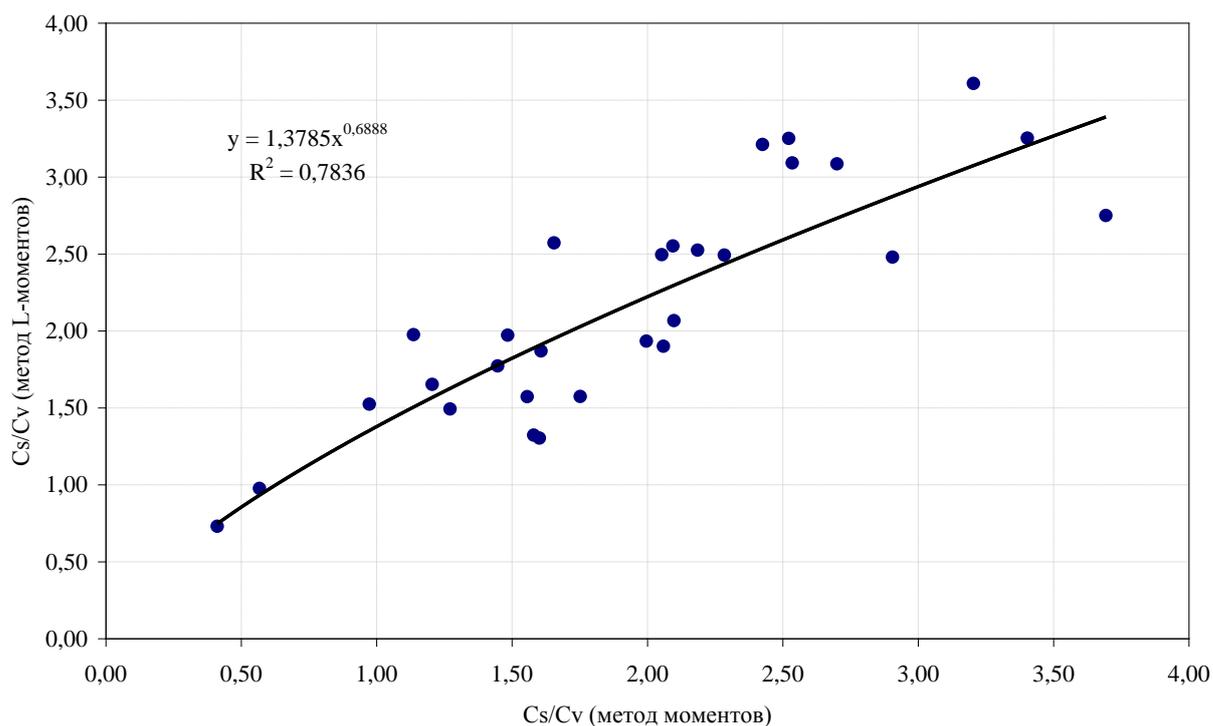


Рисунок 6.9 – График связи отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, рассчитанных методами моментов и L-моментов

Таблица 6.7 - Осредненные значения отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, рассчитанных методами моментов и L-моментов

Метод	Отношение коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации											
	0,10	0,50	0,90	1,30	1,70	2,10	2,50	2,90	3,10	3,30	3,70	4,10
Моментов	0,26	0,83	1,27	1,65	2,00	2,33	2,65	2,95	3,09	3,24	3,51	3,78
L-моментов	0,16	0,33	0,37	0,35	0,30	0,23	0,15	0,05	-0,01	-0,06	-0,19	-0,32
Разность значений												

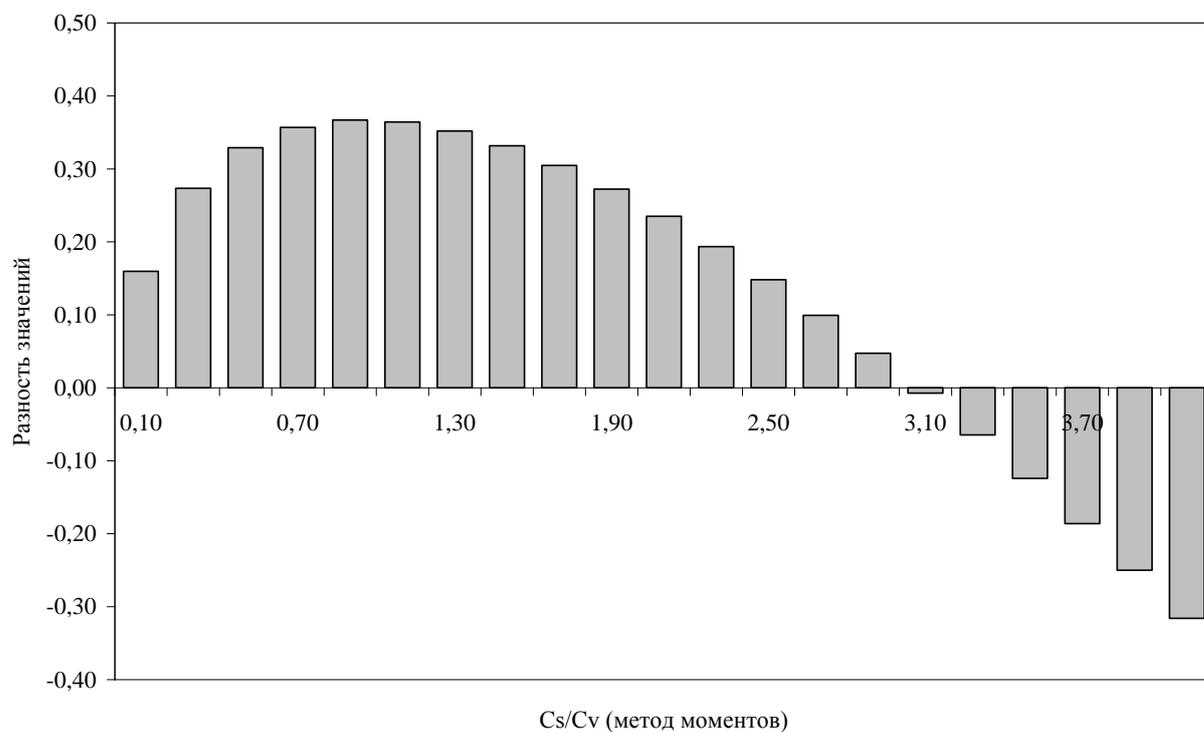


Рисунок 6.10 – Разность значений отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, рассчитанных методами моментов и L-моментов в зависимости от отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, рассчитанных методами моментов

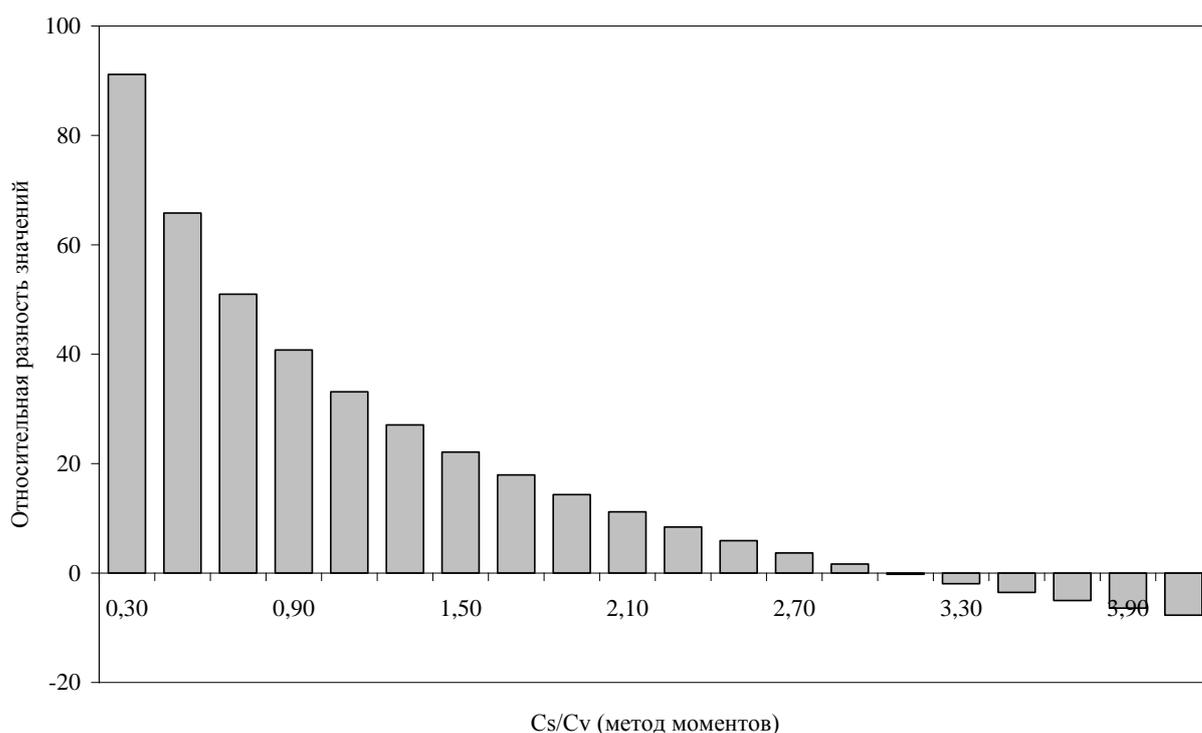


Рисунок 6.11 – Разность значений отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, рассчитанных методами моментов и L-моментов в зависимости от отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, рассчитанных методами моментов, представленная в относительных величинах

Как видно из рисунка 6.10 наименьшее расхождение наблюдается при значении отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации близком к 3,10. Также стоит отметить, что метод L-моментов дает значения отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации выше, чем метод моментов при значениях отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации менее 3,10 и ниже при значения больше 3,10.

Из рисунка 6.11 видно, что как и в случае с коэффициентом асимметрии, наибольшие расхождения в абсолютных значениях наблюдаются при больших значениях отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации, в относительном виде наибольшее расхождение приходится на область малых значений отношения коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации.

При этом расхождение является довольно существенным. Как видно из рисунка 6.11 при отношениях коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации от 1,60 до 4,10 расхождение в значениях, рассчитанных различными методами, находятся в пределах 20% (по модулю). При отношениях коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации менее 1,60 расхождение в относительных величинах увеличивается, достигая значения 160% при отношении коэффициента асимметрии к коэффициенту вариации, равном 0,30.

Таким образом, подробный анализ подтвердил вывод о том, что все три метода дают одинаковые средние значения и практически одинаковые значения коэффициентов вариации. При этом метод L-моментов дает значения коэффициентов вариации выше, чем метод моментов, однако разница между значениями, рассчитанными разными методами, пренебрежительно мала. При сравнении коэффициентов асимметрии и отношений коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации отмечено, что метод L-моментов дает значения выше в области малых значений рассматриваемых параметров.

### 6.3 Исследование кривых обеспеченностей

В практике гидрологических расчетов используются эмпирические и аналитические кривые обеспеченностей.

Для построения эмпирической кривой обеспеченностей используется следующая методика. Исходный ряд расходов воды ранжируется – расходы располагаются в порядке убывания. Затем для каждого значения ранжированного ряда рассчитывается эмпирическая обеспеченность.

Каждая случайная величина характеризуется законом распределения. В гидрологической практике, как правило, рассматриваются функции распределения которых зависят от небольшого числа параметров.

В данной работе рассматривается распределение Пирсона III типа. Для расчета ординат аналитической кривой Пирсона III типа необходимо знать среднее значение исследуемого ряда, коэффициент вариации и коэффициент асимметрии.

Произведен расчет и построение эмпирических кривых обеспеченностей по всем исследуемым постам (Приложение). На те же графики нанесены аналитические кривые обеспеченностей Пирсона III типа, полученные по параметрам распределения, рассчитанным отдельно методом моментов и методом L-моментов.

Одной из главных задач в гидрологических расчетах является выбор аналитического выражения для аппроксимации закона распределения исследуемой гидрологической величины. Выбор считается обоснованным, если имеет место хорошее соответствие эмпирической и аналитической кривых обеспеченностей.

Как видно из графиков, все аналитические кривые обеспеченностей хорошо аппроксимируют эмпирические кривые обеспеченностей. Также видно, что аналитическая кривая, построенная по параметрам распределения, рассчитанным методом L-моментов лучше графически описывает эмпирическую кривую обеспеченностей.

Этот вывод также подтверждают расчеты критерия согласия. В качестве критерия был выбран критерий Пирсона (хи-квадрат). Практически во всех рассмотренных случаях расчеты показали, что аналитическая кривая построенная по параметрам распределения, рассчитанным методом L-моментов более точно соответствует эмпирическим кривым.

## Заклучение

В результате проведенных исследований проведен сравнительный анализ методов, используемых для расчета параметров распределения гидрологических величин, собран материал по максимальным расходам половодий бассейна реки Алдан, выполнен анализ рядов, проведена проверка рядов на однородность, рассчитаны основные статистические характеристики и их погрешности.

Исследована возможность применения метода L-моментов для оценки параметров распределения гидрологических величин. Установлено, что все три метода (моментов, наибольшего правдоподобия, L-моментов) дают одинаковые средние значения и очень близкие значения коэффициентов вариации. Коэффициенты асимметрии и отношения коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации могут существенно отличаться при расчете разными методами.

В среднем значения коэффициентов асимметрии, полученные методом L-моментов больше, чем для обычного метода моментов, но меньше, чем для метода наибольшего правдоподобия. Более детальный анализ показал, что метод L-моментов дает значения коэффициентов асимметрии выше, чем метод моментов только для малых коэффициентов асимметрии, а для значений коэффициентов асимметрии выше 1,70 наблюдается обратная картина.

Аналогично, в среднем значения отношения коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, полученные методом L-моментов больше, чем для обычного метода моментов, но меньше, чем для метода наибольшего правдоподобия. Более детальный анализ показал, что метод L-моментов дает значения отношения коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации выше, чем метод моментов только для малых значений отношения коэффициентов асимметрии к коэффициентам вариации, а для значений отношения коэффициентов асимметрии к коэффициентам

вариации выше 3,10 наблюдается обратная картина.

Таким образом, можно констатировать, что метод L-моментов вполне может конкурировать с традиционными методами при расчетах максимальных расходов воды.

Произведен расчет и построение эмпирических кривых обеспеченностей и аналитических кривых обеспеченностей Пирсона III типа, полученные по параметрам распределения, рассчитанным отдельно методом моментов и методом L-моментов.

Практически во всех рассмотренных случаях расчеты показали, что аналитическая кривая построенная по параметрам распределения, рассчитанным методом L-моментов более точно соответствует эмпирическим кривым.

## Список используемой литературы

1. СП 33-101-2003. Определение основных расчётных гидрологических характеристик. М.: Госстрой России, 2004.
2. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. Л.: Гидрометеиздат, 1984.
3. Владимирова А.М. Гидрологические расчёты. – Л.: Гидрометеиздат, 1990. – 368 с.
4. Сикан А.В. Методы статистической обработки гидрометеорологической информации.– СПб.: Изд. РГГМУ, 2007.– 279 с.
5. Горошков И. Ф. Гидрологические расчеты.– Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 431 с.
6. Рождественский А.В., Чеботарев А.И. Статистические методы в гидрологии.- Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 422 с
7. Руководство по гидрологической практике. Пятое издание. Сбор и обработка данных, анализ, прогнозирование и другие применения. – Женева: ВМО, 1994. – 808 с.
8. Основные гидрологические характеристики. Том 17. Лено-Индигирский район. Л.: Гидрометеиздат, 1979.
9. Ресурсы поверхностных вод СССР. Гидрологическая изученность. Том 17. Лено-Индигирский район. Л.: Гидрометеиздат, 1966.
10. Ресурсы поверхностных вод СССР. Монография. Лено-Индигирский район. М.: Гидрометеиздат, 1973.
11. Гидрологические ежегодники, Лено-Индигирский район т. 17.
12. Научно-прикладной справочник по климату СССР. Сер. 3. Многолетние данные. Части 1-6. Вып.8. – СПб.: Гидрометеиздат, 1992