



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладной океанографии и комплексного управления  
прибрежными зонами

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

(бакалаврская работа)

«Изменчивость климатического режима Гренландского моря»

**Исполнитель:** Макаров Никита Александрович

**Руководитель:** доктор географических наук, профессор, Малинин Валерий  
Николаевич

«К защите допускаю»

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

Кандидат географических наук

(ученая степень)

Хаймина Ольга Владимировна

(фамилия, имя, отчество)

«04» 06 2024 г.

г. Санкт-Петербург

2024

## СОДЕРЖАНИЕ

|  | Стр.  |
|--|-------|
| Введение   | 3-4   |
| 1 ФИЗИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАЙОНА  | 5     |
| 1.1 Общие сведения   | 5-6   |
| 1.2 Климатическая характеристика   | 6-8   |
| 1.3 Рельеф дна   | 8-10  |
| 1.4 Течения и приливы  | 10-12 |
| 1.5 Температура и соленость Гренландского моря   | 12-16 |
| 1.6 Ледовитость  | 17-18 |
| 2 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ   | 19    |
| 2.1 Исходные данные  | 19    |
| 2.2 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ДАННЫХ   | 20    |
| 2.2.1 Анализ временного тренда   | 20-21 |
| 2.2.2 Гармонический анализ   | 22-23 |
| 2.2.3 Корреляционный анализ  | 23-25 |
| 2.2.4 Мультирегрессионный анализ   | 25-28 |
| 2.2.5 Деревья решений  | 28-31 |
| 3 СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ<br>ЛЕДОВИТОСТИ ГРЕНЛАНДСКОГО МОРЯ  | 32    |
| 3.1 Сезонные колебания площади распространения морского<br>льда Гренландского моря   | 32-33 |
| 3.2 Статистический метод долгосрочного прогноза выхода на<br>безледный режим в Гренландском море.                                | 33-39 |
| 3.3 Физико-статистическая модель изменения площади<br>распространения морского льда Гренландского моря.                          | 40-46 |
| 3.4 Использование деревьев решений регрессии для<br>прогнозирования площади распространения морского льда<br>Гренландского моря. | 46-59 |

|  |        |
|--|--------|
| Заключение   | 60-62  |
| Список использованных источников   | 63-64  |
| Приложение А – Графические и табличные результаты раздела:<br>«Статистический метод долговременного прогноза выхода на<br>безледный режим в Гренландском море».                  | 65-78  |
| Приложение Б – Графические и табличные результаты раздела:<br>«Физико-статистическая модель изменения площади<br>распространения морского льда Гренландского моря».              | 81-93  |
| Приложение В – Графические результаты раздела:<br>«Использование деревьев решений регрессии для<br>прогнозирования площади распространения морского льда<br>Гренландского моря». | 94-109 |

## ВВЕДЕНИЕ

*Актуальность темы исследования.* «Формирование глобальной системы циркуляции (Глобальный океанический конвейер или петля Брокера) заключается в зональном осредненном переносе вод в приповерхностном, глубинном и придонном слоях океанических бассейнов. Основное звено подобной циркуляции – *Атлантическая меридиональная термохалинная циркуляция* (АТХЦ). В ней поток приповерхностных вод на севере взаимосвязан с потоком глубинных вод на юге через зоны глубокой конвекции (отрицательный поток плавучести в верхних слоях океана, обусловленный интенсивной отдачей тепла из океана в атмосферу). Развитие глубокой конвекции способствует осолонению приповерхностного слоя океанических вод на ранних стадиях интенсивного льдообразования, а также общее ослабление стратификации вод ниже сезонного термоклина. Этот процесс определяет интенсивность АТХЦ, следовательно, и общую интенсивность переноса тепла в полярные районы Северного полушария, и аэрацию глубинных вод. Поэтому предполагается, что изменение интенсивности АТХЦ, также и влияет на изменение климатического режима северного полушария.» [12] В ряде северных приполярных акваторий Атлантического и Северо-Европейского бассейнов Северного Ледовитого океана, а именно в морях Ирмингера, Лабрадор и Гренландском, наблюдается специфический явление. Особое внимание в рамках данной научной работы будет уделено Гренландскому морю. Описанные особенности циркуляции водных масс обуславливают формирование на его акватории уникальных для арктических морей ледовых условий для их научного исследования.

Цель работы заключается в изучение происхождения изменения площади распространения морского льда Гренландского моря и нахождение физико-статистической связи с другими гидрометеорологическими

характеристиками, которые распространяются на всю акваторию объекта исследования.

Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

1. Изучение и описание климатических особенностей Гренландского моря:
  - a. Анализ литературных источников для комплексного понимания климатического режима Гренландского моря.
  - b. Описание климатических характеристик.
2. Создание базы данных по Гренландскому морю:
  - c. Сбор данных о площади морского льда и интеграция данных о других гидрометеорологических параметрах.
  - d. Создание единой базы данных, доступной для дальнейшего анализа и моделирования.
3. Анализ изменчивости площади морского льда:
  - e. Выделение временных трендов и циклических колебаний площади морского льда Гренландского моря.
  - f. Расчет метода сверхдолгосрочного прогноза.
  - g. Оценка качества прогноза площади распространения морского льда.
4. Разработка физико-статистической модели:
  - h. Составление физико-статистических линейных уравнений, описывающих изменчивость площади морского льда.
  - i. Оценка качества полученных моделей на основе независимых данных.
5. Применение новых методов прогнозирования:

- j. Внедрение новых подходов к прогнозированию ледовитости Гренландского моря.
- k. Использование методов машинного обучения для построения более точных прогнозов.
- l. Сравнительный анализ различных методов прогнозирования и выбор наиболее эффективного.

Для более детального раскрытия темы данного научного исследования была подготовлена статья «Статистическая модель площади льда Гренландского моря», которая будет опубликована в сборнике международной научно-практической конференции «Гидрометеорология и Физика атмосферы: современные тенденции в гидрометеорологии».

# 1. ФИЗИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАЙОНА ИССЛЕДОВАНИЙ

## 1.1. Общие сведения

Гренландское море располагается восточнее крупнейшего острова Гренландия. С северной части, граница моря располагается от северного побережья острова Гренландия до северного берега Западного Шпицбергена. С востока, границы моря тянутся от мыса Южный (Западный Шпицберген) до острова Медвежий, откуда проходит до Ян-Майен и в последствии замыкается мысом Герпир, который расположен на востоке Исландии. На юге море ограничивается побережьем Исландии и протягивается от мыса Рейдинупр (Исландия) до мыса Брустер (Гренландия). Западной границей акватории является восточное побережье острова Гренландия.

Через пролив между Шпицбергеном и Гренландией, Гренландское море связывается с Северным Ледовитым океаном, а через Датский пролив соединяет с Атлантическим океаном.



Рисунок 1 – Географическое положение Гренландского моря[1]

Гренландское море обладает сравнительно малой протяженностью прибрежных границ, а также оно свободно соединяется с Норвежским морем, которое является частью единого бассейна, объединяющего собой срединный океанический хребет, который тянется на север от Исландии.

«Гренландское море является океаническим окраинным морем, с площадью 1 195 тыс. км<sup>2</sup> и объемом 1 961 тыс. км<sup>3</sup>». [7]

## 1.2. Климатическая характеристика

«Наиболее значимые климатические характеристики зависят от географического положения акватории. Гренландское моря располагается в высоких широтах за Полярным кругом, непосредственная наличие тесной связи с Центральным Арктическим бассейном и Атлантическим океаном

определяют основные черты климата данной акватории. В целом климат моря полярный морской. Данные особенности характеризуется продолжительной суровой зимой, коротким холодным летом, значительными сезонными колебаниями температуры воздуха. В то же время большая меридиональная протяженность моря, приток холодных вод из Северного Ледовитого океана и относительно теплых вод Атлантики, уникальность атмосферной циркуляции способствуют формированию местные климатических различий, которые проявляются в синоптических условиях, величинах метеоэлементов и т. п.» [5]

«В соответствии с климатическим районированием, акватория исследуемого моря относится к южному району Атлантической области Арктики. В холодный период года в этой области сильно воздействие циклонической циркуляции, и отмечается максимальная для Арктической зоны межсуточная изменчивость метеорологических элементов; температура воздуха выше, облачность и осадки больше, ветры сильнее, чем в других областях Арктики. В теплый период атмосферная циркуляция ослабевает, межсуточные колебания метеорологических элементов уменьшаются; температура воздуха низкая, особенно на севере области, облачность большая, часты туманы». [11]

Гренландское море на протяжении всего года находится под влиянием крупномасштабных атмосферных центров действия: Исландского минимума, Азорского максимума и Полярного антициклона. Динамика этих образований, их взаимное расположение и интенсивность, меняющиеся в течение года, определяют сезонные особенности атмосферных процессов и характер погоды в акватории.

«Зимой Исландский минимум углубляется и занимает наибольшую площадь, Азорский максимум начинает ослабевать, что приводит к смещению в южную часть, центр Полярного максимума направляется к Канадскому арктическому архипелагу и северной части Гренландии. При этом увеличивается циклоническая деятельность, наибольшая количество

циклонов проходит у Исландии и в районе Девисова пролива. В тылу циклонов наблюдаются частые вторжения холодного арктического воздуха в северную часть Гренландского моря. Значительные барические градиенты между Полярным максимумом и циклонами, которые выходят с Атлантического океана, обуславливают сильный юго-западный перенос атлантического воздуха в южную часть акватории Гренландского моря. В соответствии с этими особенностями синоптической обстановки зимой в северной части моря преобладают северо-восточные и восточные ветры со средней скоростью 5–8 м/с. В южной части моря ветры таких направлений нередко сменяются юго-западными с скоростью 6–9 м/с. В зимнее время часты штормы, особенно в южной части моря. Температура воздуха в январе в среднем равна  $-22$ – $24$  °С на севере и  $-8$ – $10$ °С на юге. В это время над морем обычно господствует пасмурная, холодная и ветреная погода». [7]

«Летом Исландский минимум становится менее выраженным, Азорский максимум наоборот начинает усиливаться, Полярная область высокого давления двигается к северу, охватывая район острова Гренландии. Над Гренландским морем наблюдается слаборазвитый антициклон. Вследствие такой барической обстановки над Гренландским морем преобладают ветры северных направлений со средней скоростью 3–5 м/с, приносящие с собой арктический воздух. Циклоны над морем проходят редко. Обычно они движутся по более южным путям. Штормы имеют очень небольшую повторяемость. Средняя температура воздуха в августе обычно равна  $2$ – $4$  °С на севере и  $5$ – $6$  °С на юге моря. В отдельные дни воздух может прогреваться до  $16$ – $20$  °С. Ясных дней мало. Летом преобладает облачная погода.» [5]

### 1.3. Рельеф дна

Гренландское и Норвежское моря образуют единый подводный бассейн, разделенный срединно-океаническим хребтом, тянущимся от Исландии к северу. По обе стороны хребта раскинулись глубокие океанические впадины, окаймленные материковыми склонами и шельфами Восточной Гренландии и Северо-Западной Европы. Рельеф дна этих морей отличается значительной неровностью.

Гренландское море, на наибольших глубинах, изолировано от соседних водных пространств благодаря подводным хребтам. Исландско-Гренландский порог, с глубиной от 160 до 380 метров, отделяет Датский пролив от глубоководных районов Северной Атлантики. Подводные возвышения, простирающиеся от северных берегов Гренландии к северо-западному краю Западного Шпицбергена, изолируют котловину Гренландского моря от котловины Северного Ледовитого океана. Эти возвышения поднимаются до глубин 1000-2000 метров.

Котловины Гренландского и Норвежского морей разделяют хребты: Исландско-Ян-Майенский, Мона и Книповича, а над отдельными вершинами глубина уменьшается до 550–800 м. Между 75 и 76° северной широты от хребта Книповича в северо-западном направлении отходит отрог, называемый Гренландским хребтом.

«Шельф у Исландии простирается на 90–100 км и разделен подводными долинами. Ширина шельфа у Восточной части Гренландии изменяется от 90 до 340 км. Возле Западного Шпицбергена шельф имеет ширину 30–60 км, а у о. Медвежий образует обширное всхолмленное плато – Медвежинскую банку. Для материкового склона характерна крутизна 3–4°, местами он осложнен уступами. Ложе Гренландского моря делится Гренландским хребтом на две глубокие впадины: Северную – с глубинами 3100–3200 м и ровным дном и Южную – с глубинами 3500–3700 м и относительно сложным рельефом дна.» [7]

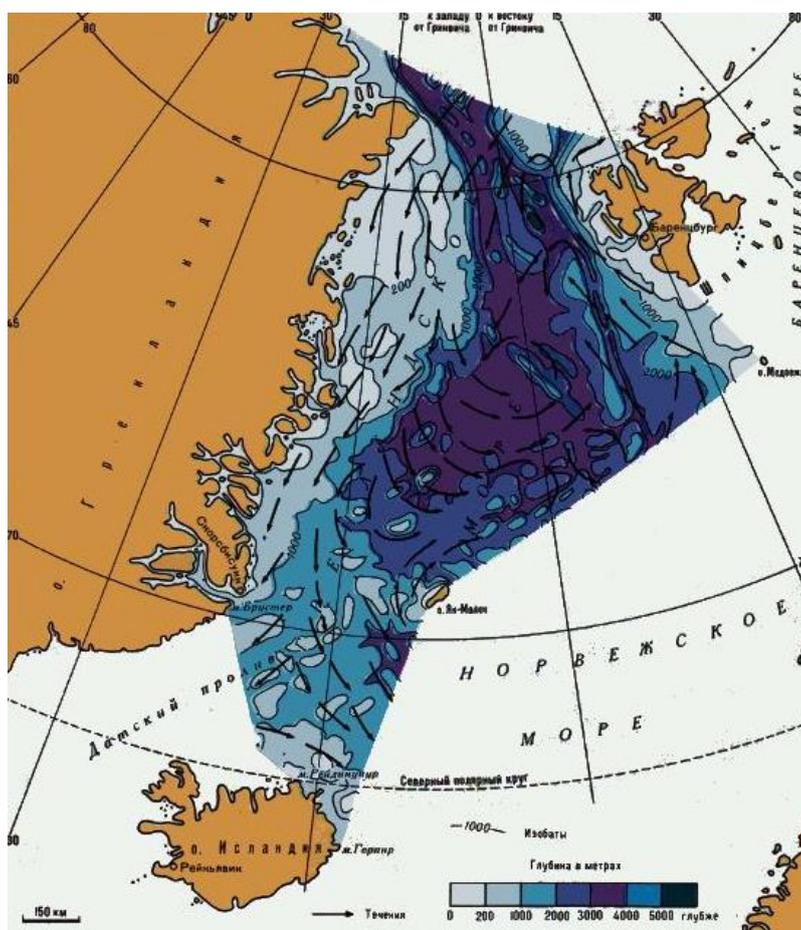


Рисунок 2 – Рельеф дна Гренландского моря[7]

#### 1.4. Течения и приливы

«Довольно устойчивая система течений Гренландского моря связана с циркуляцией вод Северного Ледовитого и Атлантического океанов и с водообменом с соседними морями. Она включает в себя несколько хорошо выраженных потоков и круговоротов.» [7]

Холодное Восточно-Гренландское течение, которое имеет мощный поток воды из Арктического бассейна, проникает в акваторию Гренландское море. Течение движется на юг, а затем меняют направление на юго-запад, огибая восточное побережье Гренландии. Оно добирается до мыса Фарвель, а

в некоторые годы может даже достигать до берегов Западной части острова Гренландии. Основной поток течения проходит над материковым склоном Гренландии. Его скорость находится в диапазоне от 10 до 25 см/с, но нередко и может превышать данные значения.

Приблизительно на 74° с. ш. от Восточно-Гренландского течения отделяется холодная Ян-Майенская ветвь, которая движется на юго-восток. При подходе к порогу Мона она разворачивается на восток, а затем на северо-восток. Скорость данного течения составляет 10–25 см/с и более. Чуть южнее, около 71° с. ш., от Восточно-Гренландского течения в юго-восточном направлении проходит вторая холодная ветвь. Она движется со скоростью примерно 10 см/с, пересекает западный отрог порога Мона и входит в район Исландской котловины, где приносимые ею воды участвуют в формировании Восточно-Исландского течения со скоростью больше 25 см/с.

С юга в Гренландское море входит теплый поток, сформированный в результате взаимосвязи Западной, Средней и Восточной ветвей Норвежского течения. Этот поток, называемый Западно-Шпицбергенским течением, движется на север вдоль побережья Шпицбергена. Основная часть приносимых им вод входит в Арктический бассейн, где продолжает существовать в виде глубинного течения теплых атлантических вод, подстилающего менее плотные полярные воды. Остальные воды Западно-Шпицбергенского течения примерно на широте Айсфиорда разворачиваются на запад и юго-запад. Там соединяются с полярными водами и создают обширный циклонический круговорот, занимающий всю центральную область Гренландского моря. К югу от него прослеживается относительно небольшой циклонический круговорот, скорость течений составляет от 10–25 см/с в начале Западно-Шпицбергенского течения до 2–5 см/с в южной части Гренландского моря.

Течения в Гренландском море, как на поверхности, так и на глубинах до 500 метров, движутся в схожих направлениях и с сопоставимой скоростью.

Однако, на глубине 1000 метров скорость течения заметно снижается. В целом, Гренландское море отличается интенсивными течениями, которые распространяются не только по поверхности, но и на значительную глубину, достигая 750-1000 метров.

В Гренландском море полярный фронт выражен неярко из-за преобладания дивергенции (расхождения) теплых и холодных потоков над конвергенцией (схождением). Обычно он представляет собой незначительную зону, где резко меняются температура и соленость воды. Здесь наблюдаются выраженные горизонтальные движения этих показателей по сравнению с окружающими водами. Сравнительно стационарный участок полярного фронта располагается возле острова Медвежьего, где встречаются поток теплой воды Атлантики и холодной воды Арктического бассейна. Полярный фронт также проходит у Западного Шпицбергена, в местах, где сходятся теплые и холодные потоки.

«Приливы в Гренландском море выражены вполне отчетливо и имеют правильный полусуточный характер. Их вызывает главным образом атлантическая приливная волна. Она проникает в море в основном через Датский пролив и распространяется к северу и северо-востоку. В этом же направлении уменьшается и величина прилива (от 2 м на юге до 1 м на севере). В отдельных бухтах восточного побережья Гренландии величина прилива достигает 2,5–3 м.» [5]

### 1.5. Температура и соленость воды

В пределах акватории Гренландского моря располагается несколько географических типов структуры вод. Восточно-Гренландский тип характеризуется наиболее широкой полосой (300–500 км). Простирается

вдоль всего восточного берега острова Гренландии. Данную структуру создают холодные ( $-1-1,3$  °С) и опресненные ( $31-31,5\%$ ) поверхностные арктические воды, которые поступают из Северного Ледовитого океана; относительно теплая ( $1^\circ$ ) и соленая ( $34,9\%$ ) прослойка промежуточных вод атлантического происхождения; холодные ( $0,1-1$  °С) и соленые ( $34,9\%$ ) глубинные и придонные воды. На востоке эта структура через пограничную зону смешения переходит в Гренландский тип, который распространяется до восточных пределов Гренландского моря, а на юге наблюдается в Норвежском море. Формирование Гренландской структуры вод в значимой мере взаимосвязано с водами Атлантического океана и Норвежского моря, поэтому ее поверхностные воды характеризуют температура около  $1^\circ\text{C}$  и соленость  $34,95\%$ . Промежуточные воды теплее ( $1,5$  °С) и имеют практически такую же соленость ( $35\%$ ). Диапазон температуры глубинных вод колеблется от  $0,8$  до  $-0,8$  °С и соленостью около  $35\%$ , а придонных — температура  $-1$  °С и соленость  $34,91\%$ . Этот тип можно охарактеризовать довольно однородным распределением солености по вертикали. На севере моря Восточно-Гренландская и Гренландская структуры зонами смешения отделены от Шпицбергенского типа структуры. Он занимает самую северную часть моря и смежные районы Центрального полярного бассейна. Эта структура образуется при связи вод Северного Ледовитого и Атлантического океанов. Температура воды на поверхности в Шпицбергенской структуре —  $1,8$  °С, соленость около  $34\%$ . Промежуточные воды представлены теплой атлантической прослойкой с температурой  $1-2$  °С и соленостью  $35\%$ . В глубинных и придонных слоях температура воды понижается от  $0$  °С до  $-1^\circ\text{C}$ , соленость остается близкой к  $34,5\%$ .

На поверхности моря температура увеличивается в основном с запада на восток и в меньшей степени — с севера на юг.

В зимней период температура поверхности воды в Гренландском море практически всегда находится в диапазоне от  $-1$  до  $1,8$  °С. Линия нулевой

температуры (изотерма) проходит от Датского пролива, восточнее острова Ян-Майен, и далее несколько севернее Шпицбергена. Эта линия очерчивает область теплых вод (1-3 °С), которые поступают сюда из восточной части акватории.

«Распределение температуры воды с глубиной в этот сезон характеризуется повышением до 0 °С на горизонтах 100–300 м и дальнейшим понижением до -0,9–1,1 °С у дна в западной части моря. В его восточных и северо-восточных районах, где ощутимо влияние атлантических вод, температура от поверхности несколько понижается до горизонтов 50–100 м, затем снова повышается на горизонтах 300–500 м и далее понижается до отрицательных значений от горизонта 1000 м и до дна. Летом поверхность моря прогревается. Величины поверхностной температуры (около -0,5 °С) сохраняются в сравнительно неширокой полосе вдоль восточного побережья Гренландии. На остальном пространстве моря температура воды изменяется в среднем от 0 до 5 °С, повышаясь с запада на восток. У северных берегов Исландии она достигает средних величин 7–8 °С, но в наиболее теплые месяцы (июль и август) повышается до 9–10°С». [7]

В летней период года температура воды слабо изменяется с глубиной. В северной части моря она несколько понижается от поверхности до дна. У юго-западных берегов Шпицбергена температура повышается от поверхности до горизонта 50 м примерно на 1 °С, а затем понижается к дну. В глубоких районах восточной части моря наблюдается небольшое повышение температуры на глубинах 200-300 метров, что связано с влиянием теплых атлантических вод. На глубинах более 1000 метров температура воды по всему морю держится немного ниже 0°С.

По причине тесной связи с океаном и незначительного речного стока соленость Гренландского моря приближена к средней солености Мирового океана, но в отдельных районах Гренландского моря имеются ее некоторые отклонения. Распределение солености в поверхностных водах Гренландского

моря начинает увеличиваться с запада на восток, а в меньшей степени с севера на юг, что обусловлено влиянием вод из соседних океанов. Зимой у северо-восточного побережья Гренландии соленость составляет 32-34,5‰, в остальных районах 32-34,5‰, а только в северо-восточной части достигает 35‰. Летом характер распределения солености на поверхности остается в целом неизменным. Однако, под воздействием тающих льдов соленость уменьшается до 31‰ в широкой полосе вдоль восточного побережья острова Гренландии. По направлению на восток и юго-восток соленость увеличивается, достигая примерно 34‰ и наиболее на границе с Норвежским морем. Сезонные колебания солености воды выражены только в поверхностном слое воды. «Обычно незначительно увеличивается с глубиной. Некоторое повышение можно заметить на горизонтах распространения прослойки атлантических вод».[7]

«Температура и соленость определяют величины и распределение воды в Гренландском море».[7] Плотность воды здесь высокая и относительно стабильна в течение года, достигая своего максимума зимой и естественно минимума летом. Наименьшие значения плотности располагаются в прибрежных зонах и районах таяния морского льда. С увеличением глубины она начинает возрастать. Летом в районах таяния льда плотность резко повышается в подповерхностных слоях (10-20 метров), а затем плавно увеличивается к дну. В остальных районах моря вертикальное распределение плотности менее выражено.

«Сравнительно медленная переслоенность вод по вертикали благоприятствует развитию конвективного и ветрового перемешивания в Гренландском море. В теплый период года на свободных ото льда пространствах ветер начинает перемешивать поверхностный слой воды до горизонтов 10–15 м в прибрежной части и до горизонтов 15–25 м в открытых районах, где вертикальная устойчивость сравнительно незначительна. С началом охлаждения ветровое перемешивание усиливается конвекцией. В это

время конвективно-ветровое перемешивание распространяется до горизонтов 35–50 м. В северной части моря идущая с юга атлантическая вода охлаждается быстрее, чем опресняется, что приводит к увеличению ее плотности и вызывает интенсивную вертикальную циркуляцию. Зимой она развивается вследствие увеличения плотности поверхностных вод еще и за счет осолонения при льдообразовании. Зимняя вертикальная циркуляция в Гренландском море проникает до горизонтов 250–300 м, а местами и глубже.» [7]

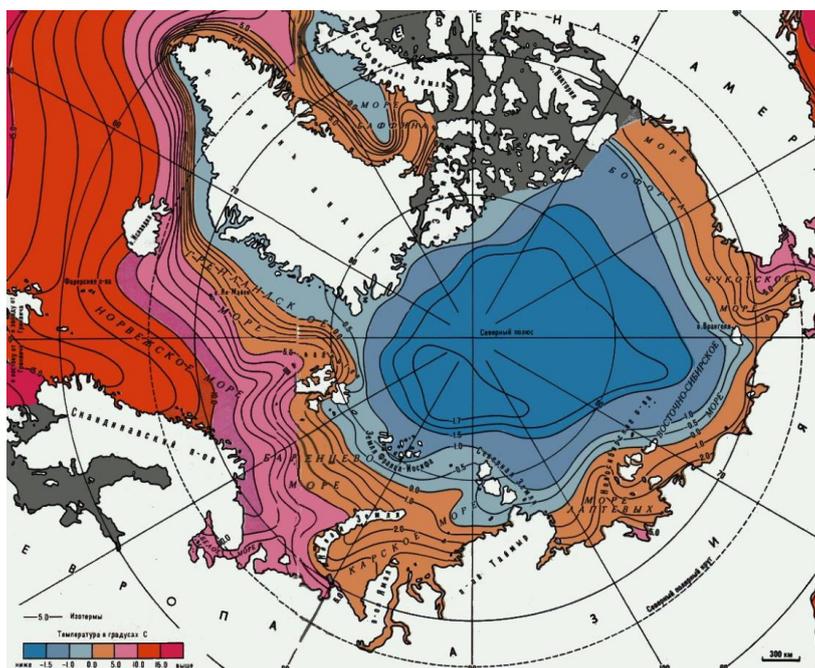


Рисунок 3 – Температура воды на поверхности Северного Ледовитого океана [7]

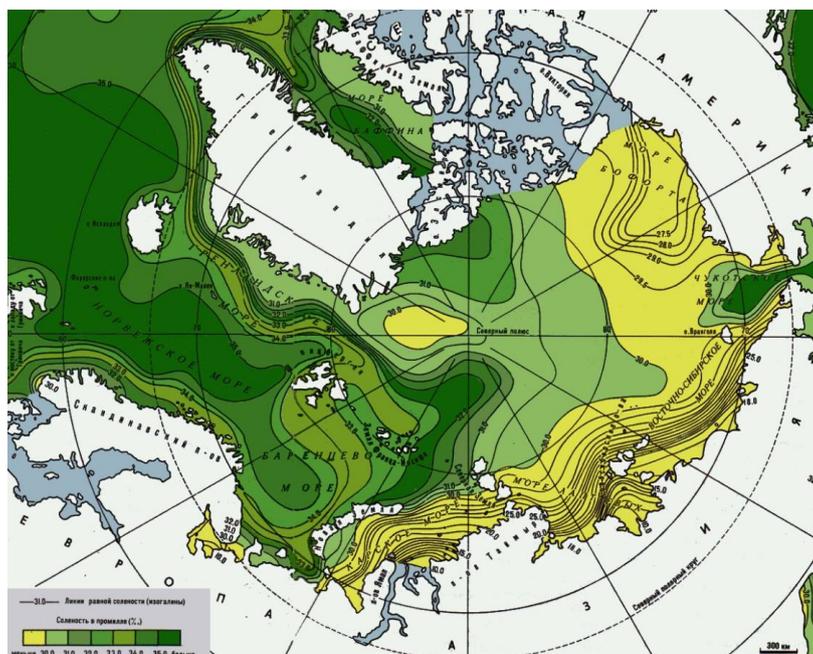


Рисунок 4 – Соленость на поверхности морей Северного Ледовитого океана [7]

### 1.6. Ледовитость

«В соответствии с климатическим районированием, акватория исследуемого моря относится к южному району Атлантической области Арктики. Важной особенностью Гренландского моря является то, в отличие от других арктических морей, акватории этих морей в зимний период не покрываются льдом полностью. В течение всего года граница льдов имеет генеральное направление от пролива Фрама (на северо-востоке) к Датскому проливу (на юго-западе). Важная особенность в положении кромки льдов наблюдается зимой вблизи о. Западный Шпицберген, где чистая вода при средних условиях находится на  $79^{\circ}$  с. ш., а при благоприятных условиях достигает  $81^{\circ}$  с. ш. Однако при этом в Гренландском море ледяной покров сохраняется не менее чем на 10–15% акватории». [11]

«Наличие незамерзающих частей моря означает, что в регионе в зимнее время находится зона нулевого теплового баланса. К югу и западу от этой зоны непрерывный приток тепла от тёплых атлантических вод к поверхностному слою воды компенсирует радиационное выхолаживание и адвекцию холода воздушными переносами, что препятствует образованию льдов. К северу и востоку от этой зоны такого интенсивного притока тепла к поверхностному слою воды уже нет, потери тепла за счёт радиационного инфракрасного излучения приводят к активному выхолаживанию поверхности моря и, как следствие, образованию льдов.» [5]

«Согласно результатам исследования особенностей сезонной и межгодовой изменчивости ледяного покрова Гренландского моря, проведённого в 2018 году силами Арктического и Антарктического научно-исследовательского института, даты минимального и максимального развития ледяного покрова варьируют в пределах 3–5 месяцев. Несмотря на большое разнообразие циклов внутригодовой изменчивости площади льдов Гренландского моря, они группируются в три кластера: первый кластер включает в себя сезонные циклы, характерные для большой ледовитости моря; второй кластер – для средней ледовитости; в третий кластер входят сезонные циклы, структура которых реализуется в периоды малой ледовитости.» [11]

«В межгодовых изменениях ледяного покрова Гренландского моря отмечается линейный отрицательный тренд как зимней, так и летней ледовитости, т.е. льда становится меньше. В изменчивости зимней площади льдов доминирует 4-летняя цикличность. В спектральной плотности межгодовой изменчивости летней площади льдов ярче всего выражены 1–2-годовые вариации, однако присутствуют колебания и большего периода. Оценка вклада гидрометеорологических факторов и предыстории состояния ледяного покрова показала, что изменение летней площади льдов в среднем на четверть определяется площадью льдов предшествующей зимы, в значительной степени зависит от термических характеристик атмосферы, но

меньше связано с режимом циркуляции. Около пятой части общей дисперсии площади льдов определяется влиянием тёплых атлантических вод.» [11]

«Изменение зимней площади льдов зависит от предзимья: изменение площади льдов в октябре–ноябре определяет половину общей дисперсии ледовитости последующей зимы. Большой вклад в дисперсию ледовитости зимнего периода вносят атлантические воды – около одной трети общей дисперсии. Тепловой баланс и режим атмосферной циркуляции ответственны за пятую часть общей дисперсии.» [11]

## 2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

### 2.1 Исходные данные

Статистическое моделирование в гидрометеорологии используется для аналитических и прогностических задач. Точность расчетов зависит от качества исходных данных и степени детализации физических процессов, которые описывают модель.

Прогнозирование океанологических явлений требует детальный анализ физических процессов, обуславливающих данное явление. Выбирая метод прогнозирования, необходимо учитывать целесообразность того или иного общего подхода к решению задачи.

В данном научном исследовании используются среднегодовые значения площади распространения морского льда (ПРМЛ) за 12 календарных месяцев Гренландского моря за временной период с 1979 по 2019 год (41 год), которые были полученные с иностранной базы данных NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration). В результате имеются выборки за каждый календарный месяц.

Для анализа и построения моделей флуктуации ледовитости в области географических координат Гренландского моря дополнительно из глобальной базы данных NOAA выбраны основные гидрометеорологические параметры, такие как:

- (1) Температура поверхности моря (ТПМ) °C
- (2) Температура атмосферы (Т<sub>а</sub>) °C
- (3) Радиационный баланс (R) W/m<sup>2</sup>
- (4) Тепловой баланс (B) W/m<sup>2</sup>
- (5) Скорость ветра (U) м/с
- (6) Давление (P) гПа
- (7) Облачность (Cloud Cover) %
- (8) Осадки (Pr) мм/мес

## 2.2 Статистические методы анализа данных

### 2.2.1 Анализ временного тренда

«Под трендовой составляющей можно понимать некоторое медленное изменение процесса во времени с периодом, который существенно превышает длину исходной выборки и отсутствием циклов. На наличие или отсутствие тренда, его форму и интенсивность всегда влияет длина ряда, отобранная из генеральной совокупности. В зависимости от попадания выборки на часть длиннопериодного колебания выделяется два основных вида тренда – линейный или квадратичный (нелинейный). Основные уравнения имеют следующий вид» [3]:

- Линейный тренд:

$$y = a_1 * t + a_0, \quad (1)$$

- Квадратичный тренд:

$$y = a_2 * t^2 + a_1 * t + a_0, \quad (2)$$

где  $y$  – исследуемый параметр (в исследовании ПРМЛ),

$t$  – время,

$a_{1,2}$  – коэффициенты регрессии, полученные с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

«Изменение тренда описывается двумя основными характеристиками – коэффициентом детерминации  $R^2$  (или его нелинейным аналогом  $\eta^2$ ) и его значением величины. Чтобы провести расчет оценки на значимость коэффициента детерминации тренда следует использовать гипотезы о равенстве (нулевая) или неравенстве нулю (альтернативная) коэффициента корреляции» [4]. Проверка проводится с помощью критерия Стьюдента  $t^*$ ,

который зависит от коэффициента корреляции и его стандартного отклонения в генеральной совокупности:

$$t^* = \frac{R}{\sigma^R}, \quad (3)$$

где  $R$  – коэффициент корреляции.

$\sigma^R$  – стандартное отклонение коэффициента корреляции в генеральной совокупности.

Данный критерий Стьюдента должен быть больше его расчетного критического значения  $t_{кр}$  при определенном уровне значимости, который в гидрометеорологии обычно принимается равным 5%:

$$t^* > t_{кр}(a, v), \quad (4)$$

где  $a$  – уровень значимости.

$v$  – число степеней свободы ( $v = n - 2$ ).

«Величина изменения трендовой составляющей за определенный промежуток времени находится только для значимого линейного тренда. Она связана с коэффициентом регрессии  $a_1$  и имеет размерность параметра  $y$  за единицу дискретности.»[10] Чтобы реализовать основные методы статистического анализа требуется условие стационарности (т.е. его среднее значение не изменяется во времени) исходного ряда, поэтому необходимо удалить значимый тренд при его обнаружении, так как это может привести к искажению результатов.

Трендовая составляющая среднегодовых значений ПРМЛ Гренландского моря была выделена и проанализирована в программе «Microsoft Office Excel».

## 2.2.2 Гармонический анализ

Помимо трендовой составляющей в исходном ряду значений могут и существовать значимые циклические колебания. «Гармонический анализ, представляющий собой разложение в ряд Фурье, носит универсальный характер, поскольку с помощью него можно описать любую реализацию случайной функции с конечным числом гармоник (т.е. тригонометрические функции с периодами, кратными длине исходного ряда)». [3] Результаты расчетов быстрого преобразования Фурье предоставляются в виде спектрограммы или периодограммы, которые показывают зависимость дисперсии выделенных гармоник (или их спектральной плотности) к частоте. Гармоники большой амплитуды представляются в виде «пиков» на спектрограмме (периодограмме).

Уравнение  $i$ -ой гармоники записывается следующим образом:

$$G_i = A_i * \cos(w_i t - \varphi_i), \quad (5)$$

$$w_i = \frac{2\pi}{T_i}, \quad (6)$$

где  $T_i$  – период  $i$ -ой гармоники,

$A_i$  – амплитуда  $i$ -ой гармоники,

$W_i$  – частота  $i$ -ой гармоники,

$\varphi_i$  – фаза  $i$ -ой гармоники,

$t$  – время.

«Физический смысл амплитуды гармоники можно описать как наибольшее отклонение исследуемой характеристики от его среднего рассматриваемого периода (одно из свойств гласит, что период первой гармоники равен длине исходного ряда, а каждой последующей – кратен первой).» [4]. Фазой

называют временной интервал наступления первого максимума от начала отсчета. Также гармоники должны быть независимы (некоррелированы) между собой.

Как и в случае тренда значимость гармоник определяется на основе дисперсионного анализа, так как ее вклад в общую дисперсию исходного ряда (является аналогом коэффициента детерминации) представляет собой некоторую часть, которая описывается гармоникой. Расчет значимости аналогичен процедуре оценки по критерию Стьюдента, который был представлен в разделе 2.2.1.

Гармонический анализ структуры временного ряда ПРМЛ Гренландского моря проводился в статистическом пакете анализа «PAST4», расчет коэффициентов в программе «Microsoft Office Excel».

### 2.2.3 Корреляционный анализ

В процессе анализа гидрометеорологической информации часто возникает потребность в установлении связи между несколькими физическими процессами. «Сила связи между предикторами и предиктантом выражается при помощи коэффициента корреляции Пирсона и имеет три типа: функциональная (детерминированная), стохастическая (вероятностная) и случайная. При условии, если каждое значение одной переменной соответствует единственному значению другой переменной, то зависимость является функциональной (доверительная вероятность таких связей равна единице). Если каждому значению соответствует некоторое значение другой переменной с определенной вероятностью, то зависимость является стохастической (доверительная вероятность таких связей находится в

диапазоне от 0 до 1 по модулю). В остальных случаях связь абсолютно случайна (доверительная вероятность таких связей равна нулю)». [3]

Также характер связи может иметь прямую или обратную зависимость. Другими словами, если при возрастании (или убывании) одной величины другая имеет тенденцию также возрастать (или убывать), то наблюдается прямая зависимость (коэффициент корреляции в таком случае положительный). При условии разных тенденций (т.е. одна величина убывает, а другая возрастает) – зависимость обратная (коэффициент корреляции меньше нуля).

«Коэффициент корреляции Пирсона является наиболее используемым во всех статистических расчетах. Перед расчетами необходимо учитывать, что система двух случайных величин должна иметь нормальное распределение, и, следовательно, данный коэффициент выступает в качестве параметра двумерного нормального закона». [3] Формула коэффициента корреляции имеет следующий вид:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N [(x_{1i} - x_{cp1})(x_{2i} - x_{cp2})]}{N * \sigma_1 * \sigma_2}, \quad (7)$$

где  $x_{i1}$  и  $x_{i2}$  – значения первой и второй переменных,

$x_{cp1}$  и  $x_{cp2}$  – среднее значения первой и второй переменных,

$\sigma_1$  и  $\sigma_2$  – стандартное отклонение первой и второй переменных,

$N$  – длина рядов первой и второй переменных.

«При условии необходимости расчета силы линейной связи между несколькими переменными во всех сочетаниях друг с другом используется запись в виде квадратной симметричной (главные диагональные элементы всегда равны единицы) корреляционной матрицы.» [3] Также любой вид связи должен проходить оценку значимости по критерию Стьюдента, который описан в разделе 2.2.1.

Корреляционный анализ для ряда ПРМЛ и других физических характеристик Гренландского моря был проведен в программе «Microsoft Office Excel».

#### 2.2.4 Мультирегрессионный анализ

Алгоритм многомерного статистического анализа заключается в нахождении множества гидрометеорологических процессов, оказывающих некоторое влияние на изменчивость площади морского льда Гренландского моря. Наиболее используемый классический метод множественной линейной регрессии (МЛР) применяется при построении физико-статистических моделей прогноза. Общий смысл алгоритма МЛР заключается в анализе связей между предиктором (или независимой переменной) и предиктантом (зависимая величина для которой строится прогноз). Так как большинство процессов, происходящих в природе, имеет многофакторный характер, данная зависимость может выражаться с помощью уравнения МЛР:

$$y = \varepsilon + \sum_{i=1}^N a_n x_n + a_0, \quad (8)$$

где  $y$  – зависимая переменная,

$x_n$  – число независимых переменных,

$a_n$  – коэффициенты регрессии, находятся с помощью МНК

$\varepsilon$  – ошибка или остаток.

«Одной из основных задач при построении модели множественной линейной регрессии является оценка качества по нескольким критериям:

значимости коэффициентов регрессии, адекватности регрессионной модели, оценке коэффициента детерминации и стандартной ошибке.» [3]

«Оценка значимости коэффициентов регрессии (данные коэффициенты описывают меру и знак между зависимой и независимыми переменными) реализуется с помощью следующего способов: При выдвижении нулевой гипотезы о равенстве и альтернативной о неравенстве коэффициентов регрессии нулю проверка осуществляется с помощью расчета критерия Стьюдента  $t^*$  и его сравнения с критическим значением  $t_{кр}$  с уровнем значимости 5% и числом степеней свободы  $\nu = n - m - 1$ , где  $n$  – длина ряда,  $m$  – количество независимых переменных. Если полученный критерий Стьюдента  $t^*$  больше критического значения  $t_{кр}$ , то принимается альтернативная гипотеза (коэффициент регрессии значим), в обратном случае нулевая (коэффициент регрессии незначим).»[3]

Другим важным критерием качества модели является ее адекватность, то есть насколько хорошо она соответствует исходным данным. Основная оценка проводится при помощи критерия Фишера. Основная задача заключается в выдвижении нулевой гипотезы, которая доказывает равенство между дисперсией зависимой переменной модели по уравнению МЛР и дисперсией остатков и альтернативной (по аналогии с критерием Стьюдента). Модель является адекватной в том случае, когда рассчитанное значение критерия Фишера  $F^*$  больше критического значения  $F_{кр}$  при уровне значимости  $\alpha=0.05$  и степенях свободы.

$$F^* > F_{кр}(a, \nu_1, \nu_2), \quad (9)$$

где  $a$  – уровень значимости.

$\nu_1$  – число степеней свободы ( $\nu_1 = m$ ).

$\nu_2$  – число степеней свободы ( $\nu_2 = n - m - 1$ ).

$n$  – длина ряда.

$m$  – количество независимых переменных.

«Коэффициент детерминации  $R^2$  является квадратом коэффициента множественной корреляции (степень линейной связи между исходными и рассчитанными по уравнению МЛР значениями зависимой переменной) и отражает долю дисперсии предикторов зависимой характеристики в модели МЛР. Для достаточного описания дисперсии исходного ряда значение коэффициента должно быть больше 0.70» [10].

«Последним критерием является оценка стандартной ошибки модели. Считать модель качественной можно лишь по условию, когда ее стандартная ошибка  $\sigma_\varepsilon$  меньше величины стандартного отклонения исходного ряда  $\sigma_y$ , другими словами, выполнения данного неравенства» [10]:

$$\sigma_\varepsilon < \sigma_y \quad (10)$$

Для более наглядной интерпретации полученных результатов в научном исследовании использовалось отношение стандартной ошибки модели к стандартному отклонению исходного ряда.

Также для оценки оптимальности модели МЛР необходимо провести анализ ее остатков на соответствие нормальному закону (НЗ). Для ряда расхождений между исходными и полученными значениями по модели строится эмпирическая функция распределения (графическое представление в виде гистограммы, где столбцы – частота повторяемости остатков на каждом интервале). Для проверки соответствия распределения остатков НЗ используется тест Колмогорова – Смирнова, где выдвигаются две гипотезы: нулевая (соответствие нормальности) – уровень значимости больше критического значения и альтернативная (несоответствие нормальности) – уровень значимости меньше критического значения. Большинство статистических пакетов уже имеют встроенные функции проведения теста. Построение и анализ проводились в программе «STATISTICA10».

«Алгоритм построения моделей МЛР выполняется в рамках пошагового метода включения или исключения независимых переменных. При алгоритме включения возможно построение нескольких моделей, каждая из которых больше на один предиктор по сравнению с предыдущей моделью (выбор переменной для включения на следующем шаге основывается на результатах корреляционного анализа). При исключении на первом этапе производится построение полной модели МЛР, а затем с помощью оценки по критериям качества происходит дальнейшее исключение предикторов до наилучшего результата. При расчетах возникает частая проблема мультиколлинеарности исходных переменных, представляющая собой высокую коррелированность между независимыми предикторами (коэффициент корреляции составляет  $0.8 \div 0.9$ ). Так как разработка качественной модели МЛР является сложной задачей следует уделять большее внимание исследователя к подбору переменных и получения ее оптимального вида.»[3,4,10]

Мультирегрессионный анализ для ряда ПРМЛ с другими физическими характеристиками Гренландского моря был проведен в программе «Microsoft Office Excel».

### 2.2.5 Деревья решений

«Метод деревьев решений (decision trees) является одним из наиболее популярных разновидностей Data Mining («раскопка» данных) и используется для задач классификации (предиктант принимает дискретные значения) и прогнозирования (предиктант принимает непрерывные значения). К основным достоинствам можно отнести визуализацию результатов, самостоятельный выбор алгоритмом наиболее значимых предикторов для построения дерева, специальную обработку пропусков, высокую точность

результатов по сравнению с другими классификационными моделями (например, нейронные сети), работу с любыми типами данных и свободу от теоретического распределения (т.е. построение непараметрических моделей). Основным способом представления классифицирующих правил – в виде иерархической структуры (основой, имеющей вид дерева, является правило типа «если...то...»). Структура состоит из корня (исходный вопрос, внутренний узел дерева для проверки определенного условия) и листьев (узлы дерева, где никаких решений больше не принимается). «Наиболее популярный алгоритм построения производится методом CART (Classification and Regression Tree), где для нахождения наилучшего варианта выполняется последовательный перебор всех возможных комбинаций независимых переменных для одномерных ветвлений». [6,9]

«При разработке деревьев решений решаются следующие вопросы выбора критерия разбиения (расщепления), ветвления и остановки обучения. Использование критерия расщепления необходимо для того, чтобы разбить множество на однородные множества, связанные с данным узлом, поэтому каждый узел помечается определенным атрибутом. В результате разбиения объекты подмножества должны быть представителями одного класса или же максимально приближаться к такому разбиению». [9] В алгоритме CART для расщепления используется индекс Gini, который определяется по формуле:

$$Gini(T) = 1 - \sum_{j=1}^n p_j^2, \quad (11)$$

где  $T$  – текущий узел,

$p_j$  – вероятность класса  $j$  в узле  $T$ ,

$n$  – количество классов.

Следующая задача в построении деревьев решений заключается в остановке ветвлений. «Точность прогноза повышается с увеличением

размерности, но вместе с этим возникают трудности с интерпретацией результатов и определением решающих правил, что приводит к необходимости введения критерия оптимальности. В алгоритме CART можно реализовать два варианта остановки – по отклонению и по прямой остановке (FACT). В первом варианте ветви от полного дерева «отсекаются» последовательно, затем с помощью специального правила стандартной ошибки выбирается «подходящий размер» из «отрезанных» деревьев (происходит нахождения максимального числа узлов и минимального числа случаев на листе). Во втором варианте нужно определить момент прекращения ветвлений пока терминальная вершина дерева не станет «чистой» (количество объектов не станет меньше заданной доли от общей численности соответствующего класса)». [9]

«Последний этап заключается в выборе «подходящего размера» дерева. Он реализуется в виде кросс-проверочного отсечения по минимальной цене-сложности и минимальному отклонению-сложности (только при выборе остановки по отклонению). Различия методов заключается в способах измерения ошибки прогноза. При первом используется функция потерь (равная доле неправильно классифицированных объектов при оценивание априорных вероятностях), во втором задействован принцип максимального правдоподобия. Для расчета доли неправильно классифицированных объектов на независимой выборке используется два механизма кросс-проверки – на тестовой выборке и V-кратная. При кросс-проверке на тестовой выборке сначала строится дерево по исходной обучающей выборке, а прогнозирование проверяется путем предсказания элементов по тестовой (независимой) выборке (выборки могут быть сформированные путем деления на две части исходного ряда). V-кратная кросс-проверка используется лишь в том случае, когда исходный ряд невозможно разделить на тестовую и обучающую выборку, поэтому производится заданное число итераций (V). Затем получившаяся часть обучающей выборки оставляется в стороне и в

последствии по очереди используется как тестовая выборка для кросс-проверки.» [9]

Метод деревьев решений пока не приобрел большого внимания в гидрометеорологических исследованиях, поэтому одной из задач выпускной квалификационной работы является сравнение его с классическим методом множественной линейной регрессией.

Построение деревьев решений регрессии для ряда ПРМЛ Гренландского моря было проведено в программе «STATISTICA10».

### 3 Статистические модели изменения ледовитости Гренландского моря

#### 3.1 Сезонные колебания площади распространения морского льда Гренландского моря

«Характер площади распределения морского льда Гренландского моря за период наблюдения с 1979 по 2019 год показан черной линией на рисунке 5. Наибольшая ледовитость наблюдается в марте, а наименьшая – в сентябре. Но стоит отметить, что в отдельные годы даты максимального и минимального развития площади льда могут смещаться.»[11] Таким образом, можно сделать вывод, что внутригодовое изменение ПРМЛ обусловлено сложным взаимодействием гидрометеорологических особенностей. Хотя в зимний период в море поступают теплые атлантические воды и усиливается циклоническая активность, что замедляет ледообразование, пик ледового покрова смещается на февраль-март, в отличие от других северных морей. Летом интенсивное таяние льда происходит из-за усиления солнечной радиации. Однако из-за непрерывного выноса многолетнего льда и айсбергов из пролива Фрама вдоль Гренландии, море не освобождается от льда даже летом.

Гренландское море, как и другие арктические моря, подвержено проблеме уменьшения ледовитости за последние 30 лет. Данная тенденция вызывает серьезные опасения, так как она связана с таким явлением как полярное усиление (повышение приземной температуры воздуха в Арктике) и имеет далеко идущие последствия для изменения климата, экосистем и экономики. «Очевидно, что полное очищение произойдет, прежде всего, в сентябре, когда площадь распространения морского льда минимальна». [8]

«Поэтому создание долговременного прогноза площади льда приобретает особую важность.» [11]

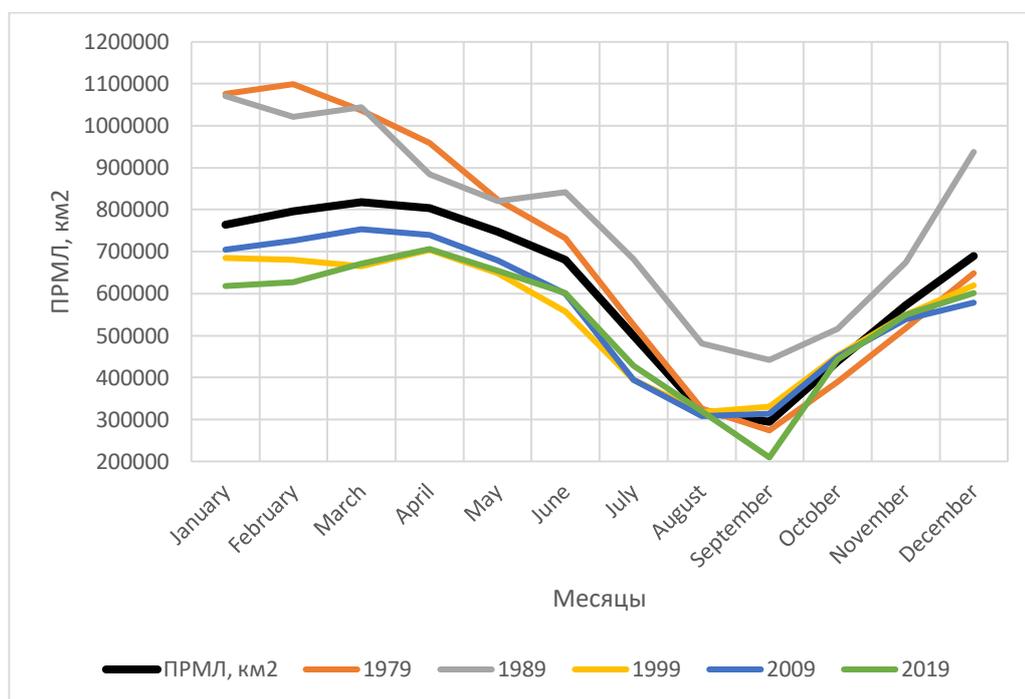


Рисунок 5 – Динамика площади морского льда в Гренландском море за отдельные года (цветные линии) и среднемноголетняя за период с 1979-2019 гг. (черная линия).

### 3.2 Статистический метод долговременного прогноза выхода на безледный режим в Гренландском море.

«Арктический бассейн является одним из наиболее уязвимых по отношению к изменению климата регионов планеты. Средняя годовая температура в регионе с начала XX века повысилась примерно на  $2,5^{\circ}\text{C}$ , что в два раза превышает темпы глобального потепления. Следствием этого стало стремительное сокращение площади морского льда, которое в последние десятилетия происходит ускоренными темпами. По оценкам экспертов

современная площадь ледяного покрова Арктики является минимальной за последние 1500 лет». [8]

Уникальность климатического режима Гренландского моря создают особый интерес к его изучению. Через его акваторию происходит перенос тепла и соли (через Норвежское течение) в Арктический бассейн, а в обратном направлении (через Восточно-Гренландское течение), таким образом, осуществляется адвекция распреснённых и холодных вод, многолетних льдов в Северную Атлантику, что в совокупности создает нетипичный для арктических морей климат. Также Гренландское море имеет важное экономическое значение. Добыча промысловых ресурсов, осложненное наличием дрейфующих льдин и айсбергов, нарушает работу судоходства. Поэтому целью данного раздела является анализ прогноза выхода на безледный режим за 12 календарных месяцев на основе статистического метода трендов.

В работе [8] рассматривается способ сверхдолгосрочного прогноза площади морского льда при помощи статистических методов, основанный на предположении о стационарности (неизменности) климатического процесса во времени. «Для анализа используется коэффициент тренда  $a_1$ , который зависит от площади морского льда. Однако, площадь морского льда сильно изменяется не только в зависимости от региона, но и даже в сезонном ходе одного и того же региона, поэтому количественное сравнение трендов ледовитости практически невозможно. Поэтому вводится универсальный индекс тренда, который представляет собой отношение размаха тренда ( $a_1 n$ ) к его среднему значению ( $X_{cp}$ ) в условных единицах»[8]:

$$I_{тр} = \frac{100a_1 n}{X_{cp}}, \quad (12)$$

где  $a_1$  – коэффициент уравнения линейного тренда,

$n$  – длина ряда.

На рисунке 6 изображен годовой ход оценок  $a_1$  и  $I_{тр}$  для Гренландского моря за период наблюдения с 1979 по 2019 год. Стоит отметить, что коэффициент изменения имеет отрицательный знак, что говорит о сокращении площади льда, причем максимальное уменьшение приходится на зимний период, минимальный – в летний. Наибольшие по модулю оценки индекса тренда можно отметить для сентября и августа ( $I_{тр} = -55.63$  и  $-56.50$ )

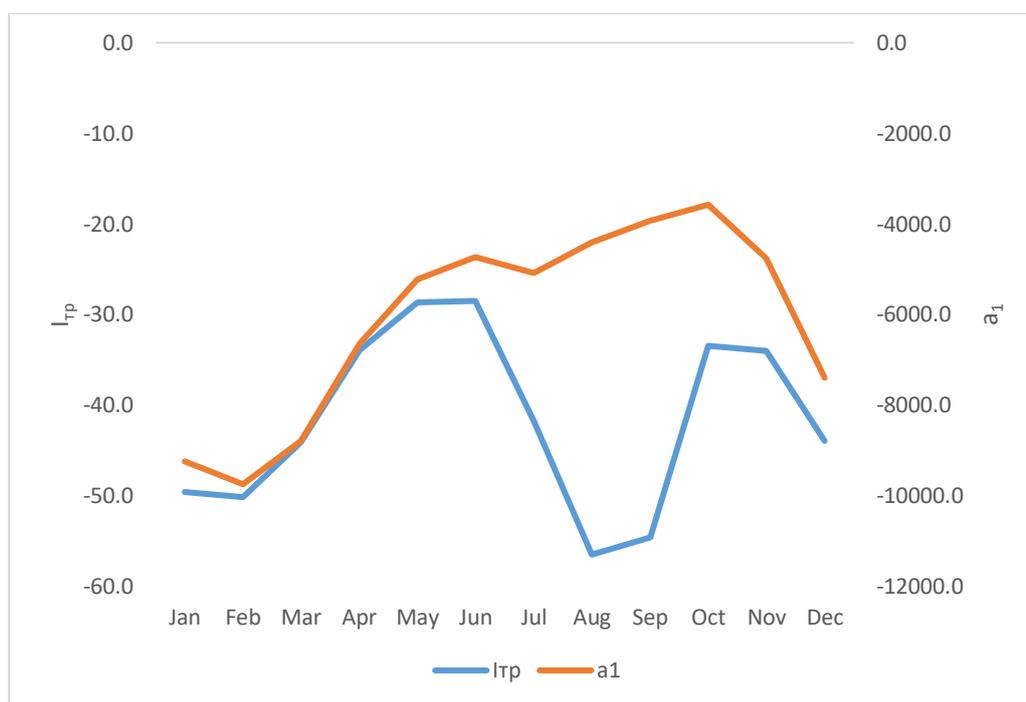


Рисунок 6 – Годовой ход оценок  $a_1$  и  $I_{тр}$  для Гренландского моря за период наблюдения с 1979 по 2019 год.

Далее проводится анализ трендов. Дополнительно в работе [8] с помощью аппроксимации между значимыми индексами тренда и распределением выхода на безледный период ( $N_{бр}$ ) была получена универсальная гиперболическая формула вида:

$$N_{бр}(t) = -\frac{3481,1}{I_{тр}} + 3.41, \quad (13)$$

где  $N_{бр}(t) = N_{бр} - 2000$

«Средняя квадратическая ошибка прогноза составляет примерно 4 года».[8] В таблице 1 представлены статистические оценки трендов ПРМЛ Гренландского моря за 12 календарных месяцев за временной период с 1979 по 2019 год. Трендовая составляющая преобладает в феврале и марте (наблюдаются высокие коэффициенты детерминации  $0.6 \div 0.7$ ), это говорит о том, что климатический режим не должен измениться до выхода на безледный период, а значит соответствует высокой точности прогноза. Расхождения между трендом и полученной формулой в среднем составляют 10 лет.

Таблица 1: статистические оценки трендов ПРМЛ Гренландского моря за 12 календарных месяцев за временной период с 1979 по 2019 год.

| Месяц    | Линейный тренд |          |                      |                     |      |                      |
|----------|----------------|----------|----------------------|---------------------|------|----------------------|
|          | lтр            | Нбр, год | Хср, км <sup>2</sup> | a1, км <sup>2</sup> | R2,% | Выход по тренду, год |
| Январь   | -49.6          | 2074     | 764732.6             | -9250.0             | 50.5 | 2082                 |
| Февраль  | -50.2          | 2073     | 796701.4             | -9748.1             | 63.0 | 2081                 |
| Март     | -44.1          | 2082     | 817945.8             | -8797.8             | 67.3 | 2092                 |
| Апрель   | -33.9          | 2106     | 803536.2             | -6650.0             | 51.4 | 2120                 |
| Май      | -28.7          | 2125     | 746919.3             | -5227.5             | 46.0 | 2142                 |
| Июнь     | -28.5          | 2126     | 680284.6             | -4728.9             | 40.5 | 2143                 |
| Июль     | -41.8          | 2087     | 498864.2             | -5083.9             | 39.9 | 2098                 |
| Август   | -56.5          | 2065     | 319749.9             | -4406.7             | 25.8 | 2072                 |
| Сентябрь | -54.6          | 2067     | 294380.6             | -3922.3             | 22.1 | 2075                 |
| Октябрь  | -33.4          | 2107     | 438576.7             | -3576.0             | 30.4 | 2122                 |
| Ноябрь   | -34.0          | 2106     | 572839.0             | -4753.8             | 45.6 | 2120                 |
| Декабрь  | -44.0          | 2083     | 689557.6             | -7395.7             | 43.9 | 2093                 |

Помимо прогноза по трендовой составляющей исходные расчеты можно дополнить выделением циклической компоненты. Поскольку для сентября и августа вклад тренда в дисперсию исходного ряда невелик (22.1% и 25.8% соответственно), это может говорить о наличии определенных периодических процессов в изменчивости ледовитости Гренландского моря. Стоит учесть, что если гармоники являются не случайными, то они должны повторяться независимо от выбранного месяца и проходить оценку значимости по критерию Стьюдента. В таблице 2 представлены оценки вклада значимых гармоник в дисперсию временного ряда для 12 календарных

месяцев для ПРМЛ Гренландского моря за период 1979-2019 гг. Все расчеты были проведены в программе PAST4, периодограммы и все полученные коэффициенты представлены в приложении А.

Как и следовало ожидать, наибольшее влияние на изменчивость ПРМЛ для сентября и августа складывается в основном за счет гармоник с периодом 6 лет и 16 лет, где их общий вклад в дисперсию больше трендовой составляющей. Также была выявлена некоторая закономерность, показывающая отсутствие длиннопериодных гармоник с декабря по май. В основном происходят циклы от 5 до 9 лет, а с июня по ноябрь, наоборот, присутствуют большие периоды от 16 до 20 лет.

Таблица 2: оценки вклада гармоник в дисперсию временного ряда для 12 месяцев для ПРМЛ Гренландского моря за период 1979-2019 гг.

| Jan   |       | Feb   |        | Mar   |       | Apr   |       |
|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
| τ,лет | В,%   | τ,лет | В,%    | τ,лет | В,%   | τ,лет | В,%   |
| 10    | 7.40  | 8     | 5.97   | 11    | 3.57  | 11    | 6.81  |
| 8     | 6.76  | 5     | 5.70   | 8     | 6.52  | 5     | 7.52  |
| 5     | 6.38  | 4     | 7.30   | 5     | 4.65  | 4     | 5.59  |
| 4     | 3.06  | 3     | 3.92   | 4     | 3.75  | 3     | 7.42  |
| -     | -     | -     | -      | 3     | 3.76  | -     | -     |
| Тренд | 50.5  | Тренд | 62.98  | Тренд | 67.35 | Тренд | 51.38 |
| Сумма | 74.1  | Сумма | 85.87  | Сумма | 89.59 | Сумма | 78.72 |
| May   |       | Jun   |        | Jul   |       | Aug   |       |
| τ,лет | В,%   | τ,лет | В,%    | τ,лет | В,%   | τ,лет | В,%   |
| 12    | 6.09  | 19    | 6.930  | 18    | 5.52  | 16    | 13.33 |
| 6     | 6.56  | 8     | 6.090  | 6     | 6.17  | 6     | 14.17 |
| 5     | 7.58  | 4     | 8.135  | 5     | 5.30  | 3     | 12.36 |
| 4     | 5.64  | 3     | 11.762 | 4     | 10.93 | -     | -     |
| 3     | 9.06  | 2     | 8.655  | 3     | 15.25 | -     | -     |
| Тренд | 46.01 | Тренд | 40.46  | Тренд | 39.86 | Тренд | 25.78 |
| Сумма | 80.93 | Сумма | 82.03  | Сумма | 83.04 | Сумма | 65.64 |
| Sep   |       | Oct   |        | Nov   |       | Dec   |       |
| τ,лет | В,%   | τ,лет | В,%    | τ,лет | В,%   | τ,лет | В,%   |
| 16    | 13.86 | 17    | 9.04   | 20    | 6.04  | 8     | 17.07 |
| 6     | 19.56 | 6     | 18.79  | 8     | 9.39  | 4     | 6.86  |
| -     | -     | -     | -      | 6     | 16.8  | -     | -     |
| -     | -     | -     | -      | 3     | 4.8   | -     | -     |
| -     | -     | -     | -      | -     | -     | -     | -     |
| Тренд | 22.06 | Тренд | 30.38  | Тренд | 45.56 | Тренд | 43.87 |
| Сумма | 55.48 | Сумма | 58.20  | Сумма | 82.62 | Сумма | 67.80 |

На рисунке 7 представлены значения коэффициента детерминации по двум составляющим за каждый месяц. Из результатов можно сделать вывод о преобладании гармоник с уменьшением значимости трендов. Максимальные значения трендовой составляющей наблюдаются в марте ( $R^2=67.35$ ) и феврале ( $R^2=62.98$ ), затем происходит плавное снижение значимости до июня (где оценки двух составляющих практически равны). Циклическая составляющая преобладает с июля по сентябрь. С октября по декабрь снова происходит рост тренда и убывание гармоник.

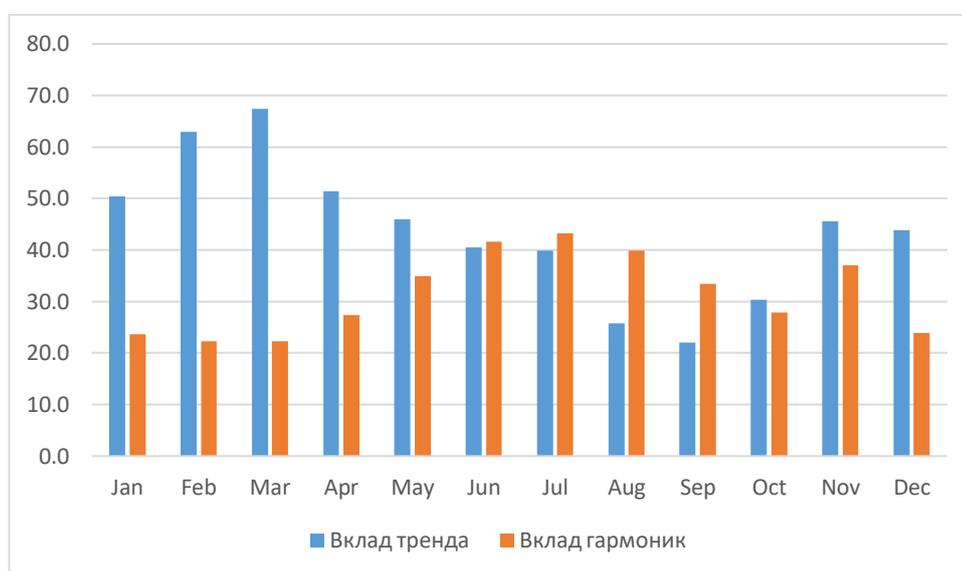


Рисунок 7 – Диаграмма коэффициентов детерминации трендовой и гармонической составляющей за 12 календарных месяцев.

На рисунке 8 и 9 представлены примеры результатов экстраполяции ПРМЛ за март и сентябрь. Остальные результаты проиллюстрированы в приложении А. Выход на безледный период в марте происходит в 2083 (расхождения 1 год), а в сентябре в 2064 (расхождение 3 года). В целом, межгодовые изменения сезонной площади ледяного покрова Гренландского моря описывают 2-5 гармоники, характеризующие до 45% вклада в общую долю дисперсии исходного ряда площади распространения морского льда.

Расхождения между гиперболической формулой и трендом с добавлением гармоник уменьшились в среднем до 3 лет, что не выходит за рамки среднеквадратической ошибки прогноза. Это свидетельствует о достаточной устойчивости оценок, то есть формула может быть использована непосредственно для долговременного прогноза ПРМЛ.

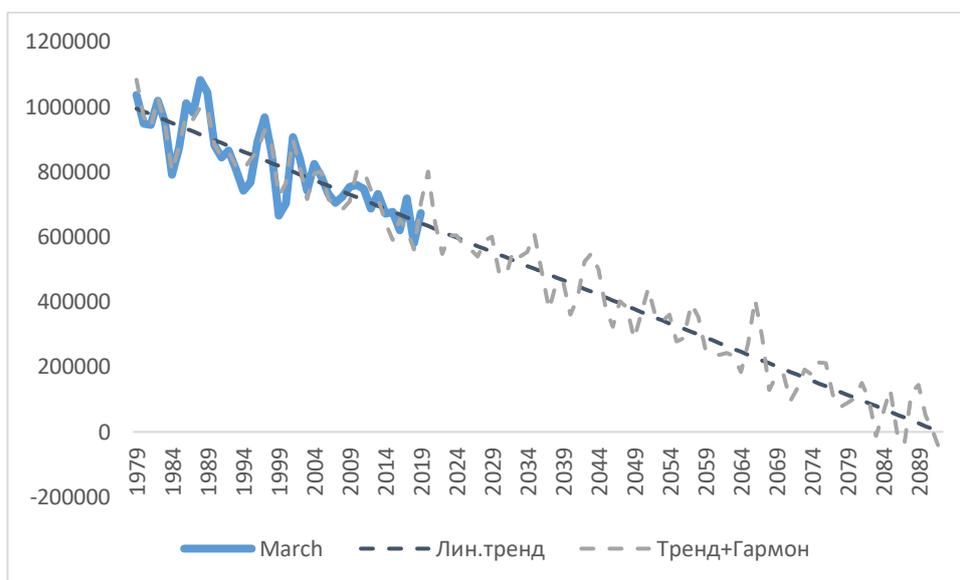


Рисунок 8 – Результаты экстраполяции мартовской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год.

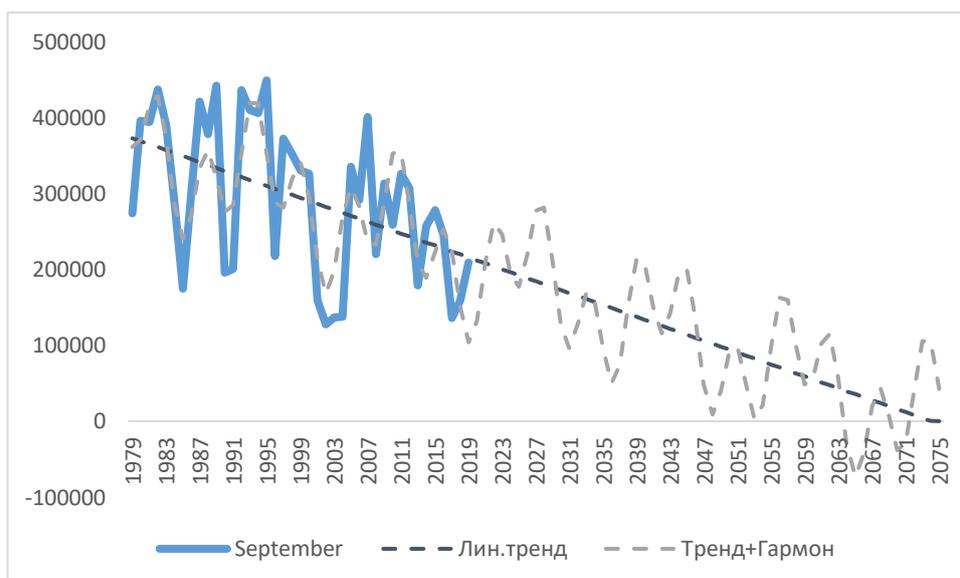


Рисунок 9 – Результаты экстраполяции сентябрьской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год.

### 3.3 Физико-статистическая модель изменения площади распространения морского льда Гренландского моря.

В предыдущем разделе рассматривался статистико-вероятностный метод прогнозирования путем декомпозиции исходного ряда на тренд и гармоника. Существует и физико-статистический подход, основанный на понимании физических процессов, происходящих в природе, и использовании статистических методов для анализа и построения прогнозных моделей, а также интерполяции и восстановлении полей. Разработано множество физико-статистических методов прогнозирования переменной, одним из которых является классический метод множественная линейная регрессия, описанная в разделе 2.2.4. Алгоритм множественной регрессии заключается в создании статистической модели взаимосвязи предиктанта (в нашем случае ПРМЛ) сразу с несколькими значимыми предикторами (гидрометеорологическими параметрами) и к этому определению их совместного влияния друг на друга. Для этого перед построением следует провести кросскорреляционный анализ (раздел 2.2.4.) для выявления значимой связи по критерию Стьюдента (см. приложение Б). Далее по полученным результатам с помощью метода исключения составлены прогнозные уравнения для 12 календарных месяцев. Также для оценки точности исходный ряд (все перечисленные предикторы) следует разделить на зависимую (для нахождения значимых коэффициентов регрессии через МНК) и независимую (чтобы проверить качество прогноза) выборку. Длина зависимой выборки – 31 год (1979-2019 гг.), независимой – 10 лет (2010-2019 гг.).

В таблице 3 представлены результаты моделирования множественной линейной регрессии для всех календарных месяцев. Анализ показал, что для

каждого месяца температура поверхности моря является главным предиктором, также можно выделить температуру атмосферы с ноября по март. Наибольшее количество переменных в октябре (5 предикторов), а наименьшее в феврале и августе (2 предиктора). Наибольший КД в январе (0.87), а наименьший в июне (0.47).

Таблица 3: Результаты моделирования множественной регрессией, составленные уравнения и коэффициент детерминации.

| Месяц    | Характеристики       |  |        |
|----------|----------------------|--|--------|
|          | Число переменных     | Уравнение  | R2 МЛР |
| Январь   | 3 (ТПМ, Та, В)       | $ПРМЛ = (-0.38 * ТПМ) + (-0.029 * Та) + (0.001 * В) + 0.63$                            | 0.87   |
| Февраль  | 2 (ТПМ, Та)          | $ПРМЛ = (-0.34 * ТПМ) + (0.003 * Та) + 0.4$  | 0.71   |
| Март     | 3 (ТПМ, Та, В)       | $ПРМЛ = (-0.4 * ТПМ) + (-0.02 * Та) + (0.001 * В) + 0.67$                              | 0.53   |
| Апрель   | 3 (ТПМ, U, R)        | $ПРМЛ = (-0.36 * ТПМ) + (-0.03 * U) + (-0.008 * R) + 0.94$                             | 0.64   |
| Май      | 4 (ТПМ, U, P, CC)    | $ПРМЛ = (-0.36 * ТПМ) + (-0.03 * U) + (-0.007 * P) + (-0.007 * CC) + 8.12$             | 0.68   |
| Июнь     | 3 (ТПМ, P, Pr)       | $ПРМЛ = (-0.16 * ТПМ) + (0.008 * P) + (0.004 * Pr) - 7.7$                              | 0.47   |
| Июль     | 3 (ТПМ, R, CC)       | $ПРМЛ = (-0.18 * ТПМ) + (-0.003 * R) + (-0.005 * CC) + 1.73$                           | 0.70   |
| Август   | 2 (ТПМ, R)           | $ПРМЛ = (-0.17 * ТПМ) + (-0.007 * R) + 1.43$   | 0.57   |
| Сентябрь | 4 (ТПМ, CC, U, Pr)   | $ПРМЛ = (-0.22 * ТПМ) + (-0.02 * CC) + (-0.03 * U) + (0.006 * Pr) + 1.78$              | 0.68   |
| Октябрь  | 5 (ТПМ, U, Pr, R, В) | $ПРМЛ = (-0.22 * ТПМ) + (0.024 * U) + (0.002 * Pr) + (0.002 * В) + (-0.01 * R) + 0.31$ | 0.68   |
| Ноябрь   | 3 (ТПМ, Та, R)       | $ПРМЛ = (-0.3 * ТПМ) + (-0.02 * Та) + (0.005 * R) + 0.97$                              | 0.66   |
| Декабрь  | 3 (ТПМ, Та, P)       | $ПРМЛ = (-0.3 * ТПМ) + (-0.02 * Та) + (0.05 * P) - 4.47$                               | 0.76   |

Для оценивания точности по зависимой и независимой выборке используется отношение стандартной ошибки модели к среднеквадратическому отклонению (СКО) исходного ряда ПРМЛ Гренландского моря выраженное в процентах. В таблице 4 показана оценка качества модели.

В целом, по зависимой выборке модель множественной линейной регрессии показывает неплохое качество, выпадет только июнь и март. По независимой все неоднозначно – только с декабря по февраль приемлемые результаты, в остальные месяцы стандартная ошибка либо близка к СКО, либо гораздо больше (в июне и ноябре превышает в два раза), причем коэффициент детерминации достаточно высок. Данная проблема может быть вызвана

несколькими причинами, а именно мультиколлинеарностью (предикторы сильно коррелируют между собой), выбросами, небольшим размером выборки и нелинейной зависимостью.

Таблица 4: Статистические оценки прогноза ПРМЛ Гренландского моря по зависимой (1979-2019 гг.) и независимой (2010-2019 гг.) выборке

| Месяц    | Стандартное отклонение в долях СКО |                     |
|----------|------------------------------------|---------------------|
|          | Зависимая выборка                  | Независимая выборка |
| Январь   | 0.38                               | 0.650               |
| Февраль  | 0.63                               | 0.689               |
| Март     | 0.93                               | 0.968               |
| Апрель   | 0.74                               | 0.902               |
| Май      | 0.68                               | 1.062               |
| Июнь     | 1.04                               | 2.210               |
| Июль     | 0.65                               | 1.051               |
| Август   | 0.82                               | 0.960               |
| Сентябрь | 0.68                               | 1.650               |
| Октябрь  | 0.68                               | 1.752               |
| Ноябрь   | 0.71                               | 2.013               |
| Декабрь  | 0.55                               | 0.766               |

Следует более детально рассмотреть некоторые месяцы. На рисунке 10 и 11 – результаты моделирования множественной линейной регрессией за июнь и январь. Прогностическая модель за январь на независимой выборке повторяет ход ПРМЛ, расхождения между фактическими значениями незначительны. В июне ситуация гораздо хуже, не только не сохранен ход, но и наблюдается сильный разброс прогностических значений модели (большие выбросы фактических значений в 2016 и 2018 году).

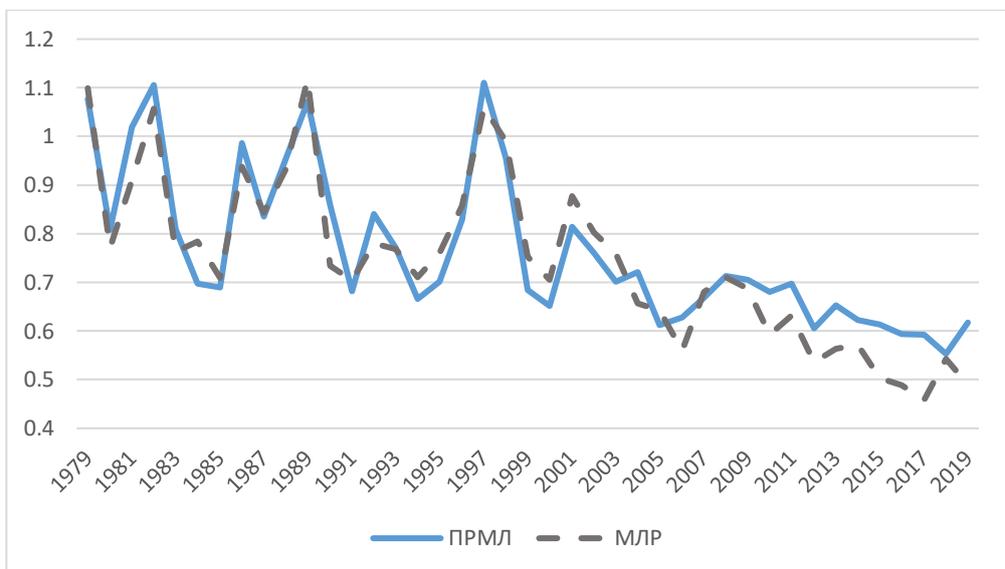


Рисунок 10 – Результаты моделирования множественной линейной регрессии за январь ПРМЛ Гренландского моря

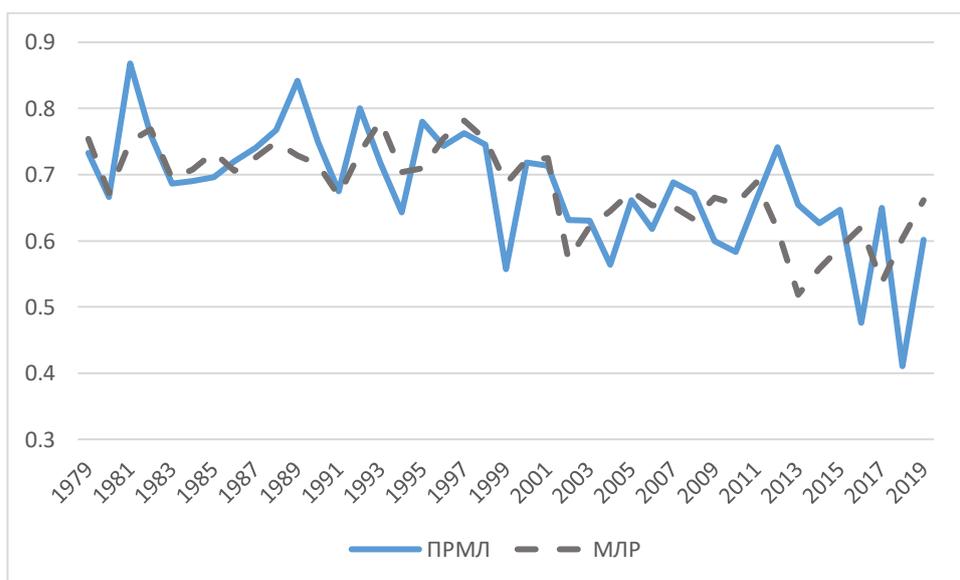


Рисунок 11 – Результаты моделирования множественной линейной регрессии за июнь ПРМЛ Гренландского моря

Заключительный этап представляет собой анализ остатков зависимой выборки с целью установления оптимальности регрессионной модели. В программном обеспечении «STATISTICA10» построены гистограммы частот

в координатах нормального закона распределения. Для оценки соответствия был выбран тест Колмогорова – Смирнова (расположен над диаграммой). Для примера возьмем результаты за январь и июнь (см. рисунок 12 и 13), остальные варианты в приложении Б. Анализ остатков за январь и июнь показал, что обе выборки соответствуют нормальному закону распределения, так как уровень значимости больше 0.2 ( $p > 0.2$ ), другими словами, гипотеза о нормальности не отклоняется. Это значит, что для данных периодов частот на изменчивость площади морского льда Гренландского моря все предикторы, которые были выбраны в начале исследования, влияют одинаково. По форме гистограмма относительно хорошо описывается теоретической нормальной кривой. По другим месяцам анализ также показал соответствие по тесту Колмогорова-Смирнова (см. приложение Б).

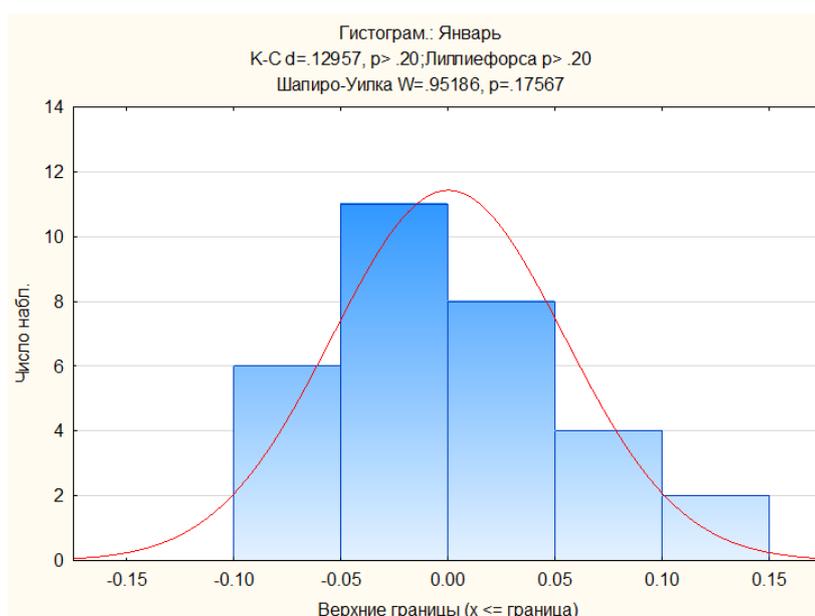


Рисунок 12 – Гистограмма периодов частот (синие столбцы) расхождений и нормальное распределение (красная линия) за январь ПРМЛ Гренландского моря

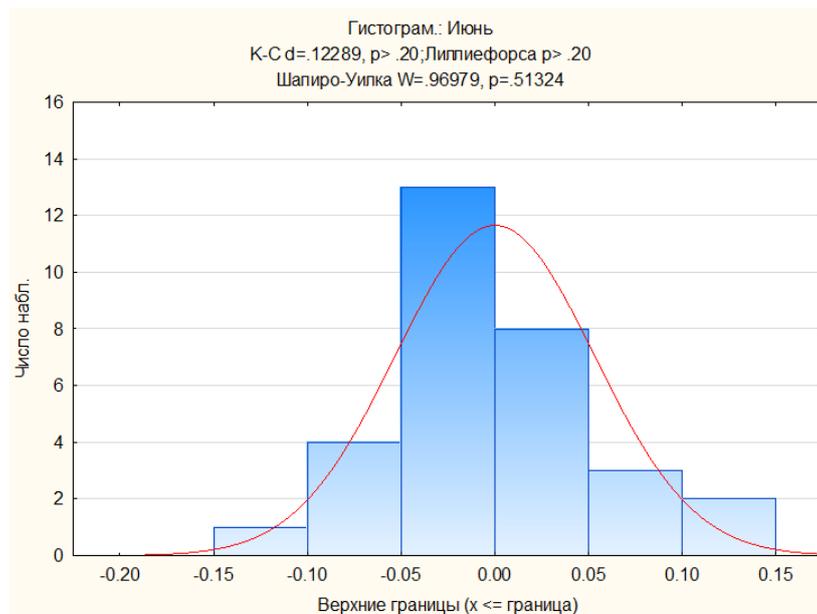


Рисунок 13 – Гистограмма частот (синие столбцы) расхождений и нормальное распределение (красная линия) за июнь ПРМЛ Гренландского моря

Расчитанные по уравнениям МЛР 12 календарных месяцев (см. таблица 3) колебаний площади распространения морского льда Гренландского моря в периоде с 1979 по 2009 год (зависимая выборка) достаточно точно описывают фактический ход значений, однако с 2010 по 2019 год (независимая выборка) отмечаются их заметные расхождения, особенно в летний и осенний период. Отсюда можно сделать вывод, что с резким понижением ледовитости за последние 10 лет прогнозная модель не справляется из-за нестационарности изучаемого процесса. На практике все гидрометеорологические характеристики взаимосвязаны между собой, отсюда из-за высокой корреляции появляется наиболее частая проблема – мультиколлинеарности. Самый простой путь решения проблемы заключается в анализе статистической связи между предикторами и исключении одного из них в случае высокой корреляции. Или применении способов уменьшения размерности данных (например, метод главных компонент). Существует и альтернативный метод прогнозирования – деревья решений регрессии,

способных находить нелинейные взаимосвязи и лучшим образом обрабатывать их.

### 3.4 Использование деревьев решений для прогнозирования площади распространения морского льда Гренландского моря.

Климатический режим моря по существу является динамической системой, представляя собой совокупность многолетних особенностей гидрометеорологических условий в определенной акватории. Поведение подобной системы часто зависит от множества факторов, таких как взаимодействие атмосферных процессов и океанической циркуляции. Все это приводит к нелинейности изучаемого процесса. Например, на образование и таяние морского льда влияет температура воды и атмосферы, соленость, ветер и океанические течения. Поэтому применение подобных методов, способных находить и обрабатывать такие взаимосвязи, может улучшить качество прогнозов. Для решения данной задачи выбор пал на деревья решений. «Это древовидный граф с «ветками», где выбирается объект и формируется условие развития дерева, а «листья» представляют собой фактические ответы на поставленные условия. Они используются при нелинейном принятии решений с простой линейной поверхностью принятия решения. Главное правило, чем глубже дерево, тем сложнее интерпретировать и точнее модель. Более детальное данный метод разобран в разделе 2.2.5» [2,9].

Целью данного раздела является изучение возможности использования указанного метода для прогнозирования площади распространения морского льда Гренландского моря. Исходными данными послужила та же самая выборка данных, используемая при моделировании методом множественной линейной регрессии. Все основные расчеты выполнялись в пакете

STATISTICA10 алгоритмом CART для 12 календарных месяцев. Некоторые настройки алгоритма: цена неправильной классификации объектов – *Равные* (одинаковые априорные вероятности); параметр остановки – *По отклонению*; вид кросс-проверки – *V-кратная* (число итераций равно 10). Для честного сравнения выбор дерева основывался на количестве значимых предикторов.

В таблице 5 представлены итоги моделирования площади распространения морского льда Гренландского моря на зависимой и независимой части. Как и в случае метода множественной линейной регрессии для оценки качества прогноза используется отношение стандартной ошибки модели к среднеквадратическому отклонению исходного ряда ПРМЛ. Проверка моделей по зависимой выборке (1979-2009 гг.) показывает отличные результаты – коэффициенты детерминации находятся в диапазоне  $0.65 \div 0.87$ , что говорит о достаточном описании дисперсии исходного ряда. Стандартная ошибка в долях СКО исходного ряда меньше 0.6, то есть наблюдается высокая точность прогноза. По независимым данным ситуация чуть хуже – для февраля, марта и июня стандартная ошибка незначительно превышает СКО. Подобные проблемы могут быть вызваны преобладанием трендовой составляющей (для февраля и марта в особенности), которую стоило удалить из исходного ряда перед построением. Также можно увеличить глубину дерева, но чем глубже дерево, тем сложнее правила и точнее модель.

Таблица 5: Статистические оценки прогноза ПРМЛ Гренландского моря по зависимой (1979-2019 гг.) и независимой (2010-2019 гг.) выборке методом деревьев решения регрессии.

| Месяц   | Зависимая выборка |       |                   | Независимая выборка |
|---------|-------------------|-------|-------------------|---------------------|
|         | №Дерева           | КД ДР | СО в долях СКО ДР | СО в долях СКО ДР   |
| Январь  | "3"               | 0.868 | 0.357             | 0.464               |
| Февраль | "2"               | 0.754 | 0.488             | 1.296               |
| Март    | "3"               | 0.726 | 0.515             | 1.198               |
| Апрель  | "3"               | 0.684 | 0.553             | 0.795               |
| Май     | "4"               | 0.832 | 0.404             | 0.724               |
| Июнь    | "3"               | 0.706 | 0.533             | 1.327               |
| Июль    | "3"               | 0.850 | 0.381             | 0.770               |

|          |     |       |       |       |
|----------|-----|-------|-------|-------|
| Август   | "2" | 0.659 | 0.574 | 0.690 |
| Сентябрь | "4" | 0.767 | 0.475 | 0.590 |
| Октябрь  | "5" | 0.774 | 0.468 | 0.847 |
| Ноябрь   | "3" | 0.785 | 0.456 | 0.639 |
| Декабрь  | "3" | 0.830 | 0.406 | 0.639 |

Далее стоит более детально рассмотреть структуру дерева, распределение цены проверки и сам прогноз за июнь и январь. На рисунке 14 представлены полученные значения цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева. Из рисунка следует, что с увеличением вершин (т.к. 7 дерево имеет всегда одну вершину и не способно дать прогноз, то с увеличением номера их становится больше) ошибка обучения начинает падать. По кросс-проверке, наоборот, от первого до шестого дерева ошибка падает, а на седьмом снова возрастает. Поэтому оптимальный вариант был бы под номером 6. Но так как необходимо сравнить два метода, то выбор пал на номер 4.

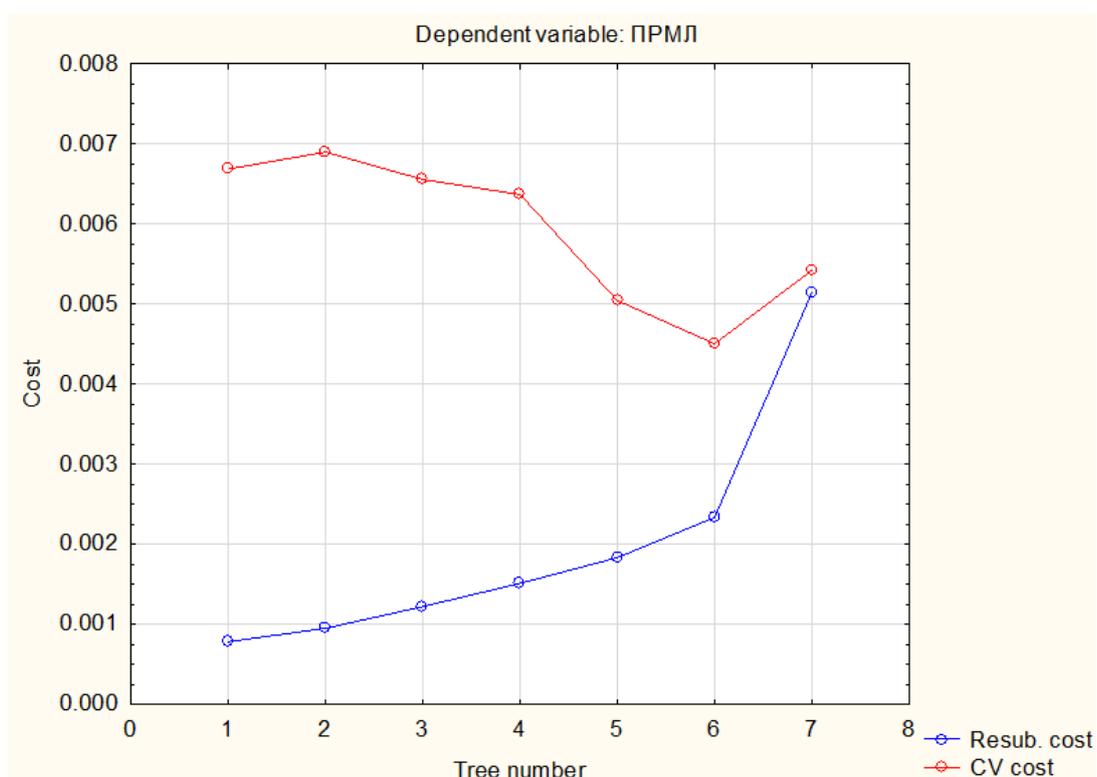


Рисунок 14 – Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за июнь.

Теперь перейдем к самой структуре дерева решений за июнь. На рисунке 15 изображено дерево решений 4, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря по выбранным предикторам (На рисунке 15 «Mu» это среднее значение прогнозируемой величины, а «Var» – дисперсия прогнозируемого ряда площади льда). Первый разделитель можно считать наиболее значимым при формировании ледовитости моря. На первом ветвлении выступает температура поверхности моря: если она больше  $1.29^{\circ}\text{C}$ , то прогноз будет даваться на уменьшение площади ( $0.64$  млн.  $\text{км}^2$ ), если меньше ( $<1.29^{\circ}\text{C}$ ), то ожидается повышение ( $0.75$  млн.  $\text{км}^2$ ). В первом случае количество случаев  $N=12$ , во втором  $N=19$ . На втором ветвлении происходит разбор 19 значений при увеличении ПРМЛ за счет скорости ветра: если она больше  $3.22$  м/с, то прогноз будет на увеличение площади ( $0.87$  млн.  $\text{км}^2$ , прогнозируется одно значение), если меньше ( $<3.22$  м/с), то ожидается, наоборот, понижение ( $0.74$  млн.  $\text{км}^2$ , прогнозируется 18 значений). Последнее разделение происходит за счет давления для 18 значений: если оно больше  $1006$  гПа, то прогноз будет на увеличение площади ( $0.74$  млн.  $\text{км}^2$ , прогнозируется 17 значений), если меньше ( $<1006$  гПа), то ожидается, наоборот, понижение ( $0.74$  млн.  $\text{км}^2$ , прогнозируется одно значение). Другие переменные на данном дереве не вносят какой-либо вклад в описание дисперсии площади распределения морского льда Гренландского моря.

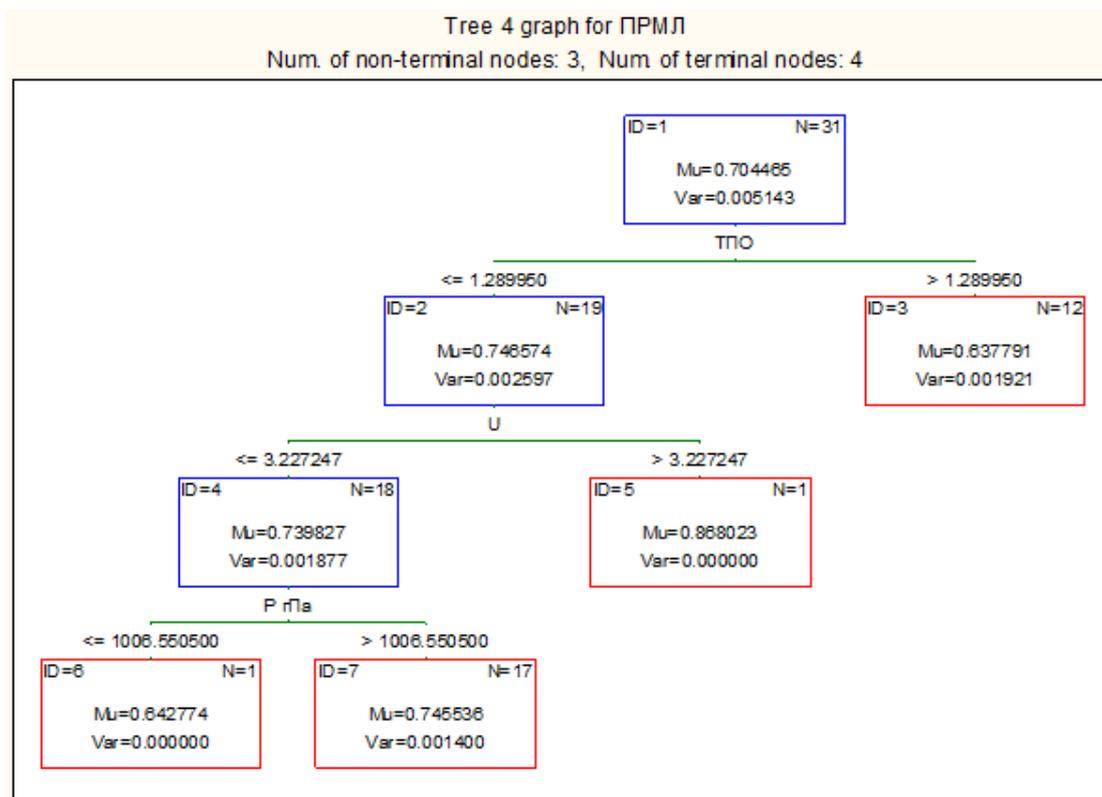


Рисунок 15 – Дерево решений 4, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за июнь.

На рисунке 16 приводится сопоставление прогнозных (по дереву 4) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки. Вычисленные значения ледовитости имеют ступенчатый вид, потому что глубина дерева относительно небольшая. Ход прогнозных значений повторяет фактический. С 2002 года можно наблюдать прогнозирование среднего значения по правому главному ветвлению, где условие температуры поверхности моря больше 1.29°C. Отсюда и большие ошибки (стандартная ошибка в долях СКО равна 1.327), так как глубины дерева не хватает для разделения(описания) этой ветви и достаточно огромный разброс значений. Но результаты нельзя назвать крайне плохими.

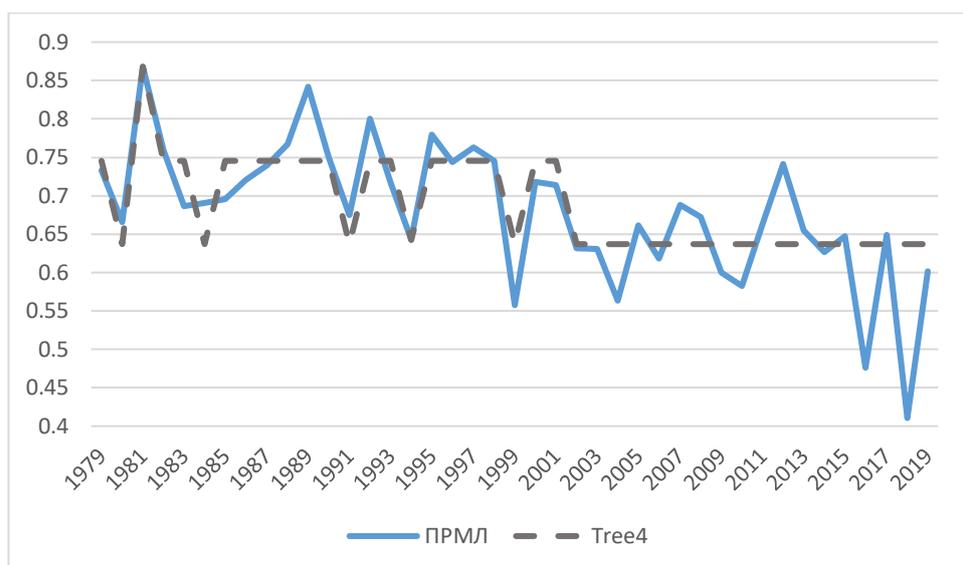


Рисунок 16 – Сопоставление прогнозных (по дереву 4) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за июнь.

Перейдем к наилучшей модели. На рисунке 17 представлены значения цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и ошибки кросс-проверки (CV cost) за январь. Как и в ноябре с увеличением вершин ошибка на обучающей выборке начинает падать. В кросс-проверке с первого по пятое дерево ошибка сначала падает, а на шестом снова возрастает. Оптимальный вариант под номером 5, но при сравнении двух методов, выбор пал на номер 3.

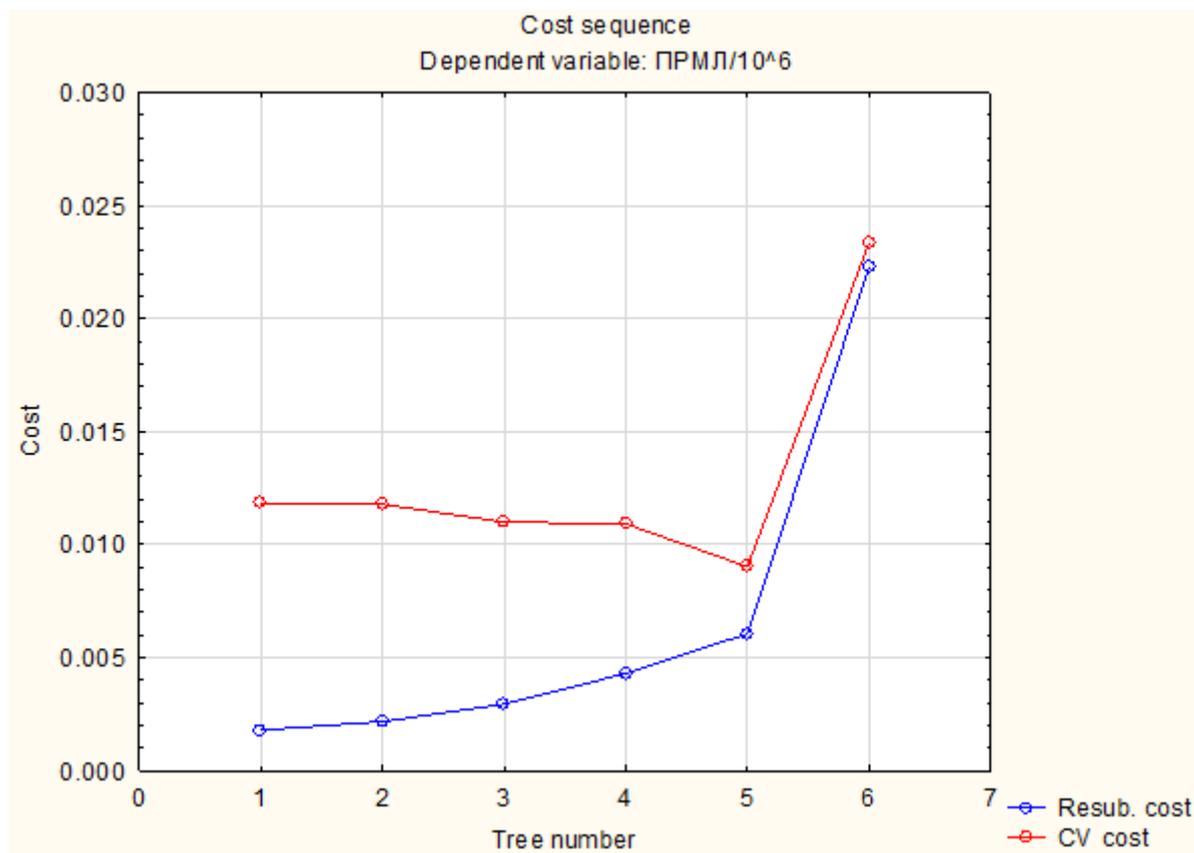


Рисунок 17 – Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за январь.

Структура дерева решений за январь представлена на рисунке 18, где показано дерево решений под номером 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря по выбранным предикторам. На первом ветвлении выступает также температура поверхности моря: если она больше  $-0.29^{\circ}\text{C}$ , то прогноз будет на уменьшение площади ( $0.74$  млн.  $\text{km}^2$ , прогнозируется 24 значения), если меньше ( $<-0.29^{\circ}\text{C}$ ), то ожидается повышение ( $1.05$  млн.  $\text{km}^2$ , прогнозируется 7 значений). На втором ветвлении происходит разбор 24 значений при увеличении ПРМЛ также за счет температуры поверхности моря: если она больше  $-0.085^{\circ}\text{C}$ , то прогноз будет на уменьшение площади ( $0.68$  млн.  $\text{km}^2$ , прогнозируется 9 значений), если меньше ( $<-0.085^{\circ}\text{C}$ ), то ожидается наоборот увеличение ( $0.78$  млн.  $\text{km}^2$ , прогнозируется 15 значений).

Последнее разделение происходит за счет скорости ветра для 15 значений: если она больше 6.036 м/с, то прогноз будет на понижение ледовитости (0.67 млн. км<sup>2</sup>, прогнозируется 3 значения), если меньше (<6.036 м/с), то наблюдается увеличение (0.80 млн. км<sup>2</sup>, прогнозируется 12 значений). Другие переменные на данном дереве не вносят какой-либо вклад в описание дисперсии площади распределения морского льда Гренландского моря. Также данный месяц отлично выделяет главную особенность деревьев решений. Они могут работать с маленьким количеством предикторов, используя по несколько раз один и тот же для улучшения приближения к фактическим значениям.

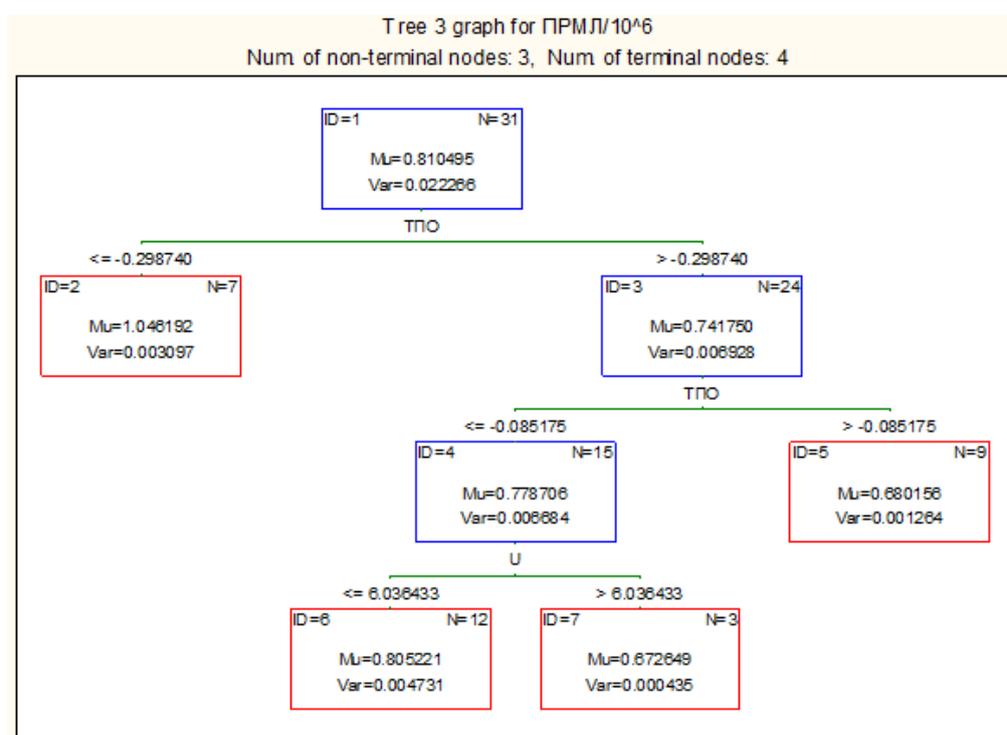


Рисунок 18 – Дерево решений 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за январь.

На рисунке 19 приводится сопоставление фактических и вычисленных (по дереву 3) значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки. Вычисленные значения ледовитости имеют ступенчатый вид, так как глубина дерева

относительно небольшая. Ход прогнозных значений полностью повторяет фактический, расхождения минимальны. С 2003 года можно наблюдать прогнозирование среднего значения по второму ветвлению, где условие температуры поверхности моря больше  $-0.085^{\circ}\text{C}$ . Но в отличие от ноября, ошибка значительно меньше, потому колебания площади распространения морского льда минимальны (стандартная ошибка в долях СКО равна 0.464).

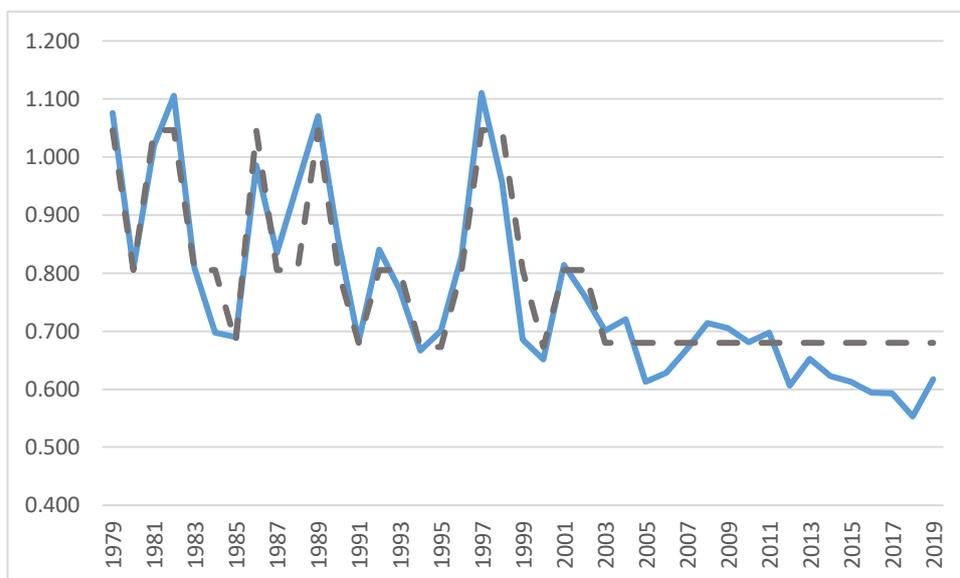


Рисунок 19 – Сопоставление прогнозных (по дереву 3) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за январь.

Полученные деревья решений для все календарных месяцев (см. таблица 5) площади морского льда Гренландского моря в периоде с 1979 по 2009 год (зависимая выборка) наилучшим способом описывают исходный ряд. С 2010 по 2019 год (независимая выборка) в феврале, марте и июне наблюдаются небольшие расхождения между прогнозными и фактическими значениями, которые вероятнее всего могли бы быть вызваны преобладанием трендовой составляющей. Отсюда можно сделать вывод, что с резким понижением ледовитости за последние 10 лет, прогнозные модели отлично справляются с изучаемым процессом. Полученные результаты говорят о

больших перспективах использования данного метода для прогнозирования ледовитости Гренландского моря. «Алгоритм CART обладает высокой точностью» [9] даже на маленьких размерах дерева (с увеличением глубины качество прогноза может значительно повышаться), умеет также находить и описывать сложную динамическую систему акватории.

Теперь перейдем к более детальному сравнению двух методов. На рисунке 20 изображена диаграмма коэффициентов детерминации за каждый месяц площади распространения морского льда Гренландского моря. Результаты по методу деревьев решений превосходят множественную линейную регрессию, особенно видно это за март, май, июнь, июль и август.

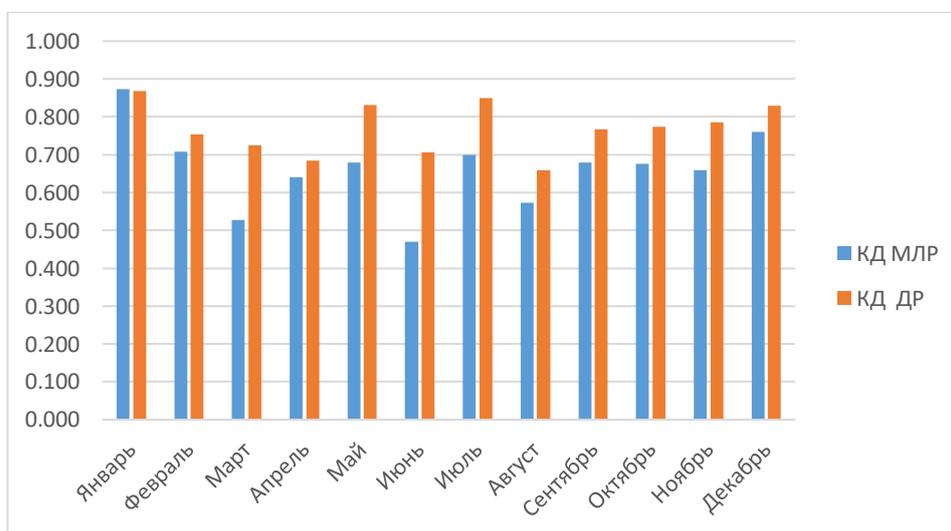


Рисунок 20 – Диаграмма коэффициентов детерминации за 12 календарных месяцев ПРМЛ Гренландского моря.

Далее сопоставим итоги оценки стандартной ошибки в долях среднеквадратического отклонения для зависимой и независимой выборки (см. рисунки 21 и 22). По зависимой выборке отчетливо наблюдается превосходство деревьев решений. Стандартная ошибка практически везде вдвое меньше среднеквадратического отклонения исходного ряда ледовитости за каждый месяц. По независимой выборке наблюдается полная победа метода деревьев решений. Но в феврале и марте множественная линейная регрессия

показывает результаты немного лучше, но при этом значительно проигрывает в июне и с сентября по ноябрь. К этому стоит учесть, что при методе деревьев решений есть возможность увеличить глубину, что приведет к улучшению оценок. И к этому наиболее выражена устойчивость к выбросам, особенно в июне.

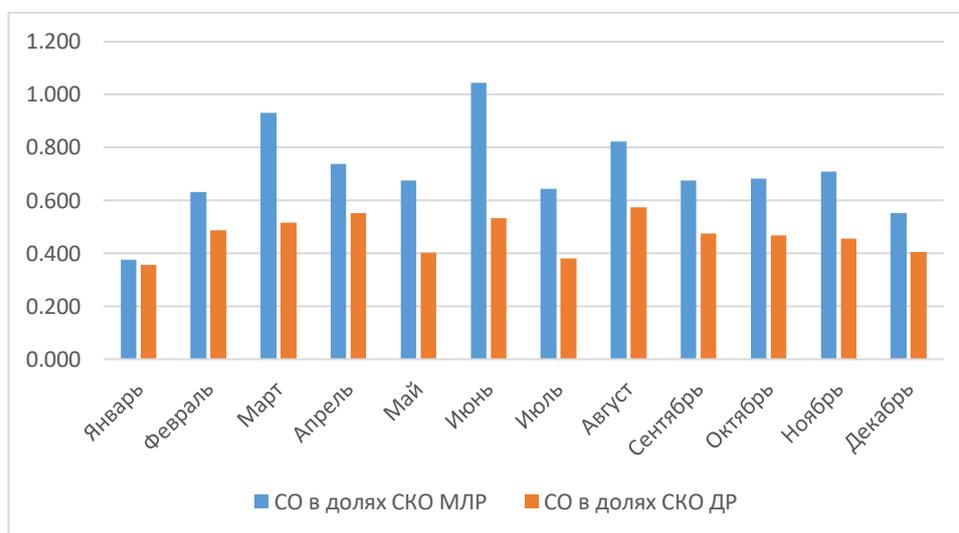


Рисунок 21 – Оценка качества за каждый месяц ПРМЛ Гренландского моря по зависимой выборке.

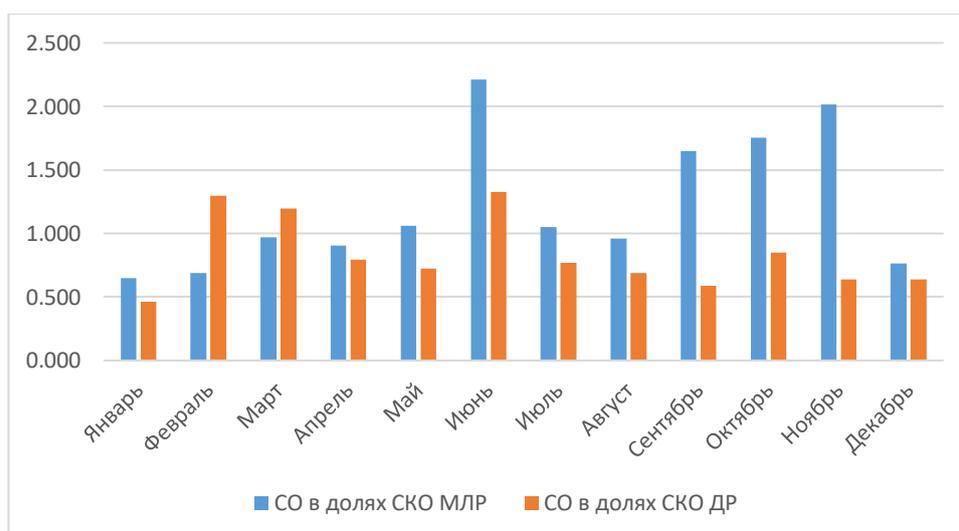


Рисунок 22 – Оценка качества за каждый месяц ПРМЛ Гренландского моря по независимой выборке.

«При сравнении двух этих методов можно сделать вывод, что по своим характеристикам ДР превосходят модели МЛР. Это происходит из-за того, что в моделях МЛР описание дисперсии исходного ряда происходит за счет корреляции с предикторами, а ДР минимизирует расстояния между значениями площади льда и предикторами на отдельных временных отрезках ряда, причем с увеличением толщины дерева длина отрезков уменьшается.» [6].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе были рассмотрены возможные причины изменения климатического режима Гренландского моря с помощью взаимосвязи между площадью распространения морского льда и других гидрометеорологических параметров. К этому дополнительно проведен анализ и построение прогнозных моделей внутренней структуры выбранной акватории через прогноз выхода на безледный период. А также исследование линейной и нелинейной физико-статистической связи.

На первом этапе изучались особенности климатического режима моря по литературным источникам. Полученные данные сформировали основу для дальнейшего анализа.

На втором этапе, используя различные статистические алгоритмы, исследовалась динамика площади морского льда. Анализ позволил выделить внутреннюю структуру природного процесса. При прогнозировании трендовой составляющей и универсальной гиперболической формулой расхождения составляют в среднем 10 лет. После добавления гармоник к тренду ошибка снизилась до 3-х лет, что говорит о достаточной устойчивости оценок. В марте и феврале наблюдается пик трендовой составляющей (с коэффициентом детерминации  $R^2=67.35$  и  $R^2=62.98$  соответственно), после чего ее влияние постепенно ослабевает, в июне оценки двух составляющих практически равны. С июля по сентябрь доминирует циклическая составляющая (с коэффициентом детерминации  $R^2=43.2$ ,  $R^2=39.9$  и  $R^2=33.4$  соответственно). С октября по декабрь тренд снова усиливается, а циклическая составляющая ослабевает (см. рис. 7). Наблюдается сезонная специфика в появлении гармоник: с декабря по май не обнаруживаются длиннопериодных гармоник, в основном проявляются циклы продолжительностью от 5 до 9 лет. С июня по

ноябрь, наоборот, преобладают более длительные циклы от 16 до 20 лет. Средний совместный вклад составляющих составил примерно 75%.

На третьем этапе был использован мультирегрессионный анализ, чтобы составить статистические уравнения взаимосвязи площади морского льда с гидрометеорологическими характеристиками. Было установлено, что преобладающим фактором для каждого месяца стала температура поверхности моря, а в зимней период (с ноября по март) прибавилась и температура атмосферы. На зависимом материале метод показал достаточно точные результаты, среднее отношение стандартной ошибки к среднеквадратическому отклонению составляет 0.71. Предикторы описывают от 50% до 90% (в зависимости от месяца) общей дисперсии колебаний площади льда Гренландского моря. Но переходя к независимой части, где более заметна тенденция на уменьшение площади льдов, среднее отношение стандартной ошибки к среднеквадратическому отклонению больше 1. Это говорит о том, что полученные модели не смогли справиться с поставленной задачей. Для решения данной проблемы был предложен альтернативный алгоритм анализа.

Последний этап заключается в рассмотрении объекта исследования в виде сложной динамической системы, в которой присутствуют по большей мере нелинейные взаимосвязи между факторами. Для этого был выбран современный метод машинного обучения – деревья решений. На зависимом материале расхождения между прогнозными и фактическими значениями минимальны, среднее отношение стандартной ошибки к среднеквадратическому отклонению составляет меньше 0.6. Коэффициенты детерминации находятся в диапазоне от 65 до 90%, что говорит о достаточном описании дисперсии исходного ряда. И при условии уменьшения площади льда за последние десять лет (независимая часть) модель смогла описать динамику развития, среднее отношение стандартной ошибки к среднеквадратическому отклонению составляет меньше 0.83, это говорит о

неплохой точности модели при условиях малой глубины дерева решений. К этому можно добавить способность алгоритма квалифицировать гидрометеорологические параметры по значимости влияния на площадь распространения морского льда Гренландского моря, что помогает сделать некоторые выводы. Как и в случае с мультирегрессионным анализом, наиболее преобладающие предикторы в формировании площади распространения морского льда оказались температура поверхности моря и атмосферы. Анализ двух методов показывает, что модели дерева решений обладают лучшими характеристиками по сравнению с моделями МЛР (см. рис. 21 и 22). Это связано с тем, что МЛР объясняет дисперсию исходного ряда через корреляцию с предикторами и требует некоторых дополнений в уравнение для повышения точности, тогда как ДР минимизирует расстояние между значениями площади льда и предикторами на отдельных временных отрезках, причем с увеличением толщины дерева длина отрезков уменьшается.

## Список литературы

1. Greenland maps [В Интернете] // Geology and Earth Science News and Information. - 8 Май 2024 г.. - <https://geology.com/world/greenland-satellite-image.shtml>.
2. Sabharwal N. Agrawal A. Hands-on Question Answering Systems with BERT [Книга]. - New York Ciri : Applications in Neural Networks and Natural Language Processing, 2021. - стр. -184.
3. В.Н. Малинин Статистические методы анализа гидрометеорологической информации [Книга]. - СПб : РГГМУ, 2008. - стр. 408.
4. Вайновский П.А. Малинин В.Н. Методы обработки и анализа океанологической информации. Многомерный анализ: учебное пособие. [Книга]. - СПб : РГГМУ, 1992. - стр. -96.
5. Г.К. Зубакин Крупномасштабная изменчивость состояния ледяного покрова морей Северо-Европейского бассейна [Книга]. - Ленинград : Гидрометеоиздат., 1987.
6. Гордеева С.М. Малинин В.Н О ПРЕДВЫЧИСЛЕНИИ ГОДОВОГО СТОКА КРУПНЫХ РЕК ЕВРОПЕЙСКОЙ ЧАСТИ РОССИИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДЕРЕВЬЕВ РЕШЕНИЙ (DECISION TREES) [Журнал] // Ученые записки №50. - 2018 г.. - стр. 53-65.
7. Залогин Б.С. Косарев А.Н. Моря [Книга]. - Москва : [б.н.], 1999.
8. Малинин В.Н. Вайновский П.А. Когда наступит безледный режим регионов Арктики? [Журнал] // Ученые записки №56. - 2016 г.. - стр. 98-109.

9. С.М. Гордеева Использование Data Mining в задачах гидрометеорологического прогнозирования [Журнал] // Ученые записки №44. - 2016 г.. - стр. 30-44.
- 10.С.М. Гордеева Практикум по дисциплине "Статистические методы обработки и анализа гидрометеорологической информации" [Книга]. - СПб : РГГМУ, 2010. - стр. 74.
- 11.Тимохов Л.А. Вязигин Н.А., Миронов Е.У., Попов А.В. Особенности сезонной и межгодовой изменчивости ледяного покрова Гренландского моря [Журнал] // Лед и Снег. - 2018 г.. - стр. 127-134.
- 12.Федоров А.М. Башмачков И.Л., Белоненко Т,В, Локализация областей глубокой конвекции в моря Северо-Европейского бассейна, Лабрадор и Ирмингер [Журнал] // Вестник Санкт-Петербургского университета. Науки о Земле Т.63. - 2018 г.. - стр. 345-362.

Приложение А – Графические и табличные результаты раздела:  
«Статистический метод долговременного прогноза выхода на безледный  
режим в Гренландском море».

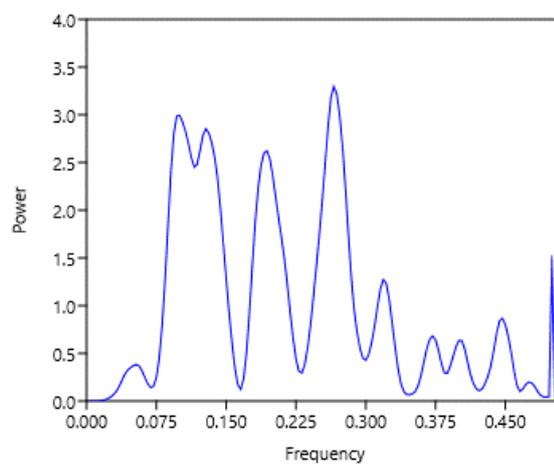


Рисунок А.1.1: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за январь

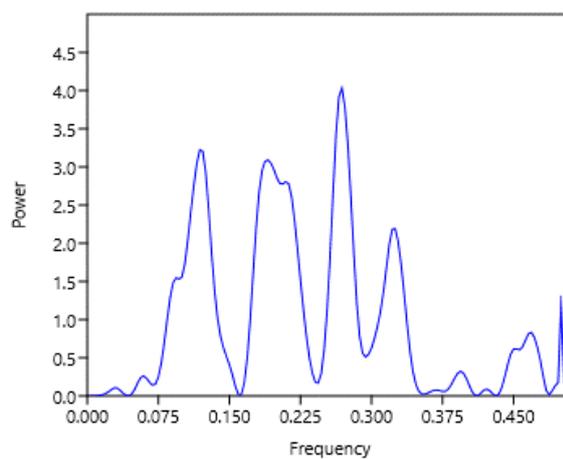


Рисунок А.1.2: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за февраль

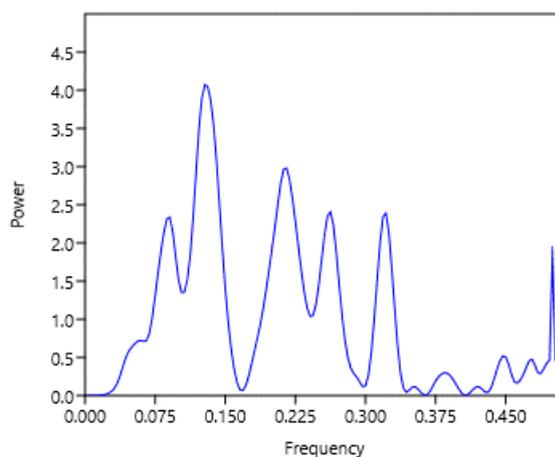


Рисунок А.1.3: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за март

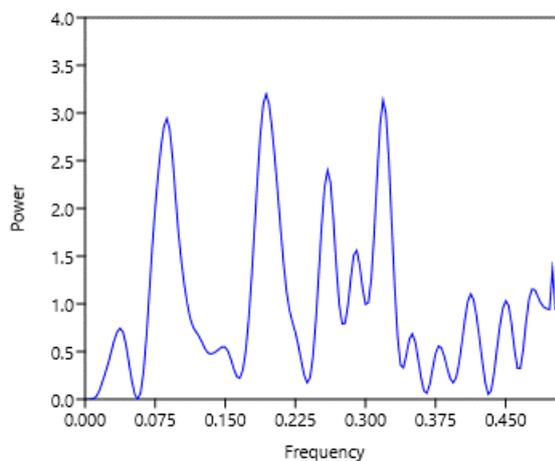


Рисунок А.1.4: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за апрель

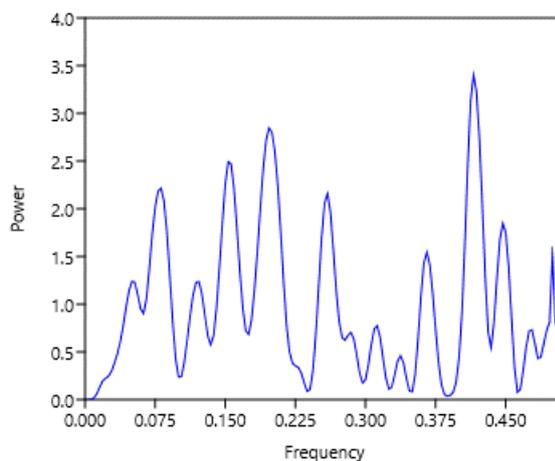


Рисунок А.1.5: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за  
май

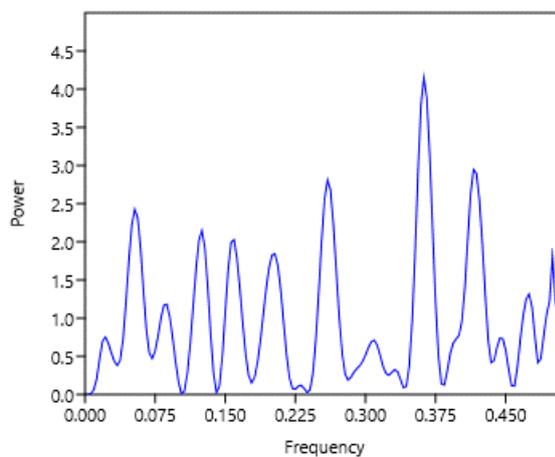


Рисунок А.1.6: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за  
июнь

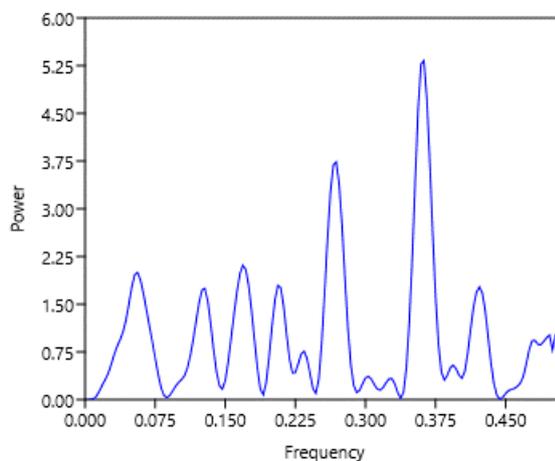


Рисунок А.1.7: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за  
ИЮЛЬ

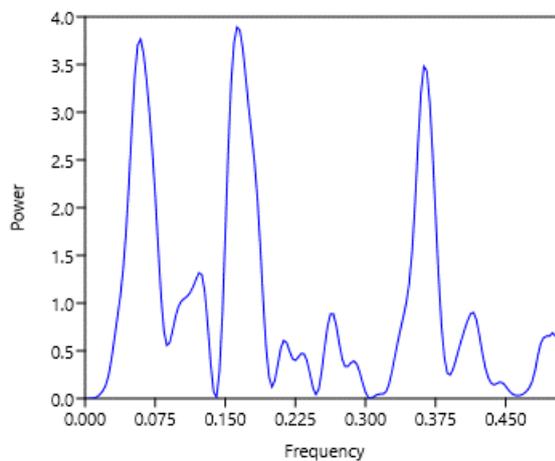


Рисунок А.1.8: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за  
август

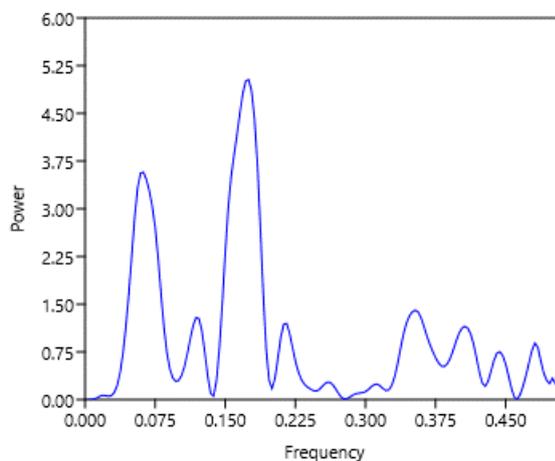


Рисунок А.1.9: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за сентябрь

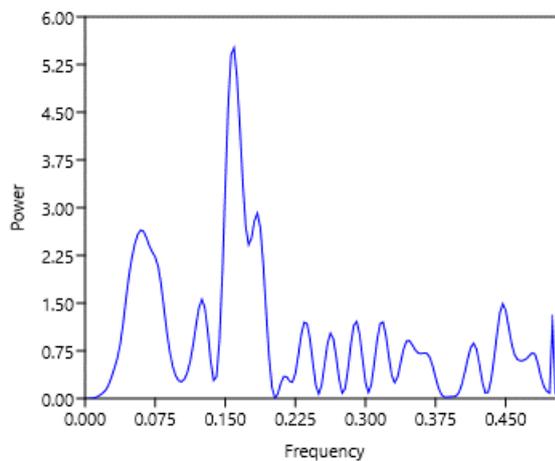


Рисунок А.1.10: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за октябрь

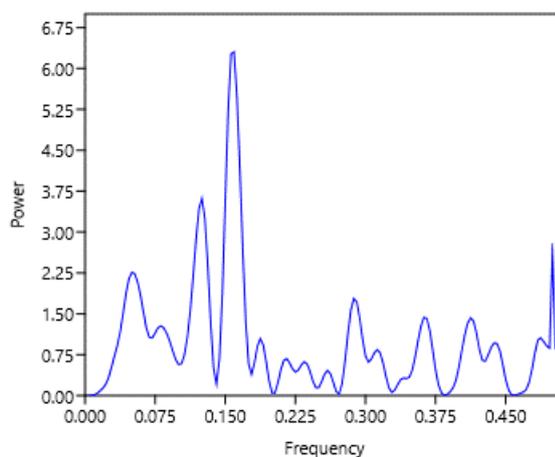


Рисунок А.1.11: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за ноябрь

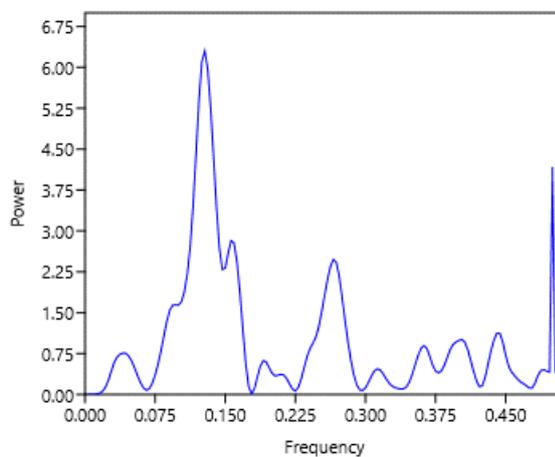


Рисунок А.1.12: Периодограмма ледовитости Гренландского моря за декабрь

Таблица А.1: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за январь.

| №Гармоники                   | G1            | G2            | G3            | G4            | G5           |
|------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.1           | 0.12813       | 0.19375       | 0.26562       | 0.31875      |
| T, год                       | 10            | 7.80457348    | 5.161290323   | 3.764776749   | 3.137254902  |
| $\omega$ рад/год             | 0.63          | 0.81          | 1.22          | 1.67          | 2.00         |
| A                            | 59993.36      | 57331.86      | 55718.03      | 61808.66      | 38595.86     |
| $\phi$ рад                   | 0.45          | 2.28          | -1.46         | 0.27          | -0.95        |
| D                            | 1799601419.38 | 1643471049.33 | 1552249220.41 | 1910154919.38 | 744820051.75 |
| V                            | 0.15          | 0.14          | 0.13          | 0.16          | 0.06         |
| t*                           | 2.84          | 2.67          | 2.57          | 2.95          | 1.65         |

Таблица А.2: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за февраль.

| №Гармоники                   | G1            | G2            | G3            | G4           | G5           |
|------------------------------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.11875       | 0.19062       | 0.26875       | 0.325        | 0.46875      |
| T, год                       | 8             | 5             | 4             | 3            | 2            |
| $\omega$ рад/год             | 0.75          | 1.20          | 1.69          | 2.04         | 2.95         |
| A                            | 50832.63      | 49699.86      | 56238.98      | 41186.03     | 25467.43     |
| $\phi$ рад                   | 1.36          | 4.53          | 0.79          | 3.02         | 1.42         |
| D                            | 1291978295.93 | 1235038256.96 | 1581411201.29 | 848144493.87 | 324294947.69 |
| V                            | 0.16          | 0.15          | 0.20          | 0.11         | 0.04         |
| t*                           | 2.99          | 2.90          | 3.46          | 2.27         | 1.31         |

Таблица А.3: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за март.

| №Гармоники                   | G1           | G2            | G3           | G4           | G5           |
|------------------------------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.090625     | 0.12813       | 0.21562      | 0.2625       | 0.32187      |
| T, год                       | 11           | 8             | 5            | 4            | 3            |
| $\omega$ рад/год             | 0.57         | 0.81          | 1.35         | 1.65         | 2.02         |
| A                            | 34323.74     | 46370.41      | 39152.12     | 35163.97     | 35198.23     |
| $\phi$ рад                   | -0.39        | 1.90          | 0.11         | 0.30         | 2.68         |
| D                            | 589059456.80 | 1075107328.53 | 766444148.88 | 618252426.91 | 619457636.97 |
| V                            | 0.11         | 0.20          | 0.14         | 0.11         | 0.12         |
| t*                           | 2.32         | 3.49          | 2.75         | 2.39         | 2.39         |

Таблица А.4: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за апрель.

| №Гармоники                   | G1       | G2       | G3       | G4       | G5       |
|------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.0875   | 0.19375  | 0.25937  | 0.29062  | 0.31875  |
| T, год                       | 11       | 5        | 4        | 3        | 3        |
| $\omega$ рад/год             | 0.55     | 1.22     | 1.63     | 1.83     | 2.00     |
| A                            | 41013.57 | 43114.99 | 37165.34 | 30080.13 | 42810.78 |

|       |              |              |              |              |              |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| φ рад | -1.04        | 3.85         | -0.44        | 4.08         | 2.11         |
| D     | 841056466.24 | 929451231.95 | 690631353.19 | 452407029.71 | 916381229.17 |
| V     | 0.14         | 0.15         | 0.11         | 0.08         | 0.15         |
| t*    | 2.72         | 2.91         | 2.39         | 1.85         | 2.88         |

Таблица А.5: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за май.

| №Гармоники            | G1           | G2           | G3           | G4           | G5           |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ω год <sup>(-1)</sup> | 0.08125      | 0.15312      | 0.19687      | 0.25937      | 0.41562      |
| T,год                 | 12           | 7            | 5            | 4            | 2            |
| ω рад/год             | 0.51         | 0.96         | 1.24         | 1.63         | 2.61         |
| A                     | 32212.01     | 33450.03     | 35944.88     | 30996.99     | 39309.04     |
| φ рад                 | 4.37         | 3.72         | 4.11         | -0.86        | 1.33         |
| D                     | 518806860.58 | 559452120.06 | 646017311.23 | 480406838.03 | 772600334.27 |
| V                     | 0.11         | 0.12         | 0.14         | 0.10         | 0.17         |
| t*                    | 2.36         | 2.48         | 2.72         | 2.25         | 3.07         |

Таблица А.6: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за июнь.

| №Гармоники            | G1           | G2           | G3           | G4           | G5           |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ω год <sup>(-1)</sup> | 0.053125     | 0.125        | 0.25937      | 0.3625       | 0.41562      |
| T,год                 | 19           | 8            | 4            | 3            | 2            |
| ω рад/год             | 0.33         | 0.79         | 1.63         | 2.28         | 2.61         |
| A                     | 33155.90     | 31081.80     | 35922.51     | 43194.77     | 37052.16     |
| φ рад                 | -1.53        | 2.45         | -1.03        | 0.79         | 1.32         |
| D                     | 549656984.35 | 483039120.40 | 645213454.17 | 932894256.84 | 686431202.42 |
| V                     | 0.12         | 0.10         | 0.14         | 0.20         | 0.15         |
| t*                    | 2.41         | 2.22         | 2.67         | 3.46         | 2.79         |

Таблица А.7: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за июль.

| №Гармоники            | G1           | G2           | G3           | G4            | G5            |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| ω год <sup>(-1)</sup> | 0.05625      | 0.16875      | 0.20625      | 0.26875       | 0.3625        |
| T,год                 | 18           | 6            | 5            | 4             | 3             |
| ω рад/год             | 0.35         | 1.06         | 1.30         | 1.69          | 2.28          |
| A                     | 32052.29     | 33878.82     | 31417.01     | 45107.94      | 53270.34      |
| φ рад                 | -0.69        | 4.06         | -1.09        | -0.26         | 0.67          |
| D                     | 513674763.05 | 573887378.41 | 493514212.60 | 1017363060.41 | 1418864827.22 |
| V                     | 0.09         | 0.10         | 0.09         | 0.18          | 0.25          |
| t*                    | 2.08         | 2.23         | 2.03         | 3.25          | 4.21          |

Таблица А.8: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за август.

| №Гармоники                   | G1            | G2           | G3            | G4            | G5           |
|------------------------------|---------------|--------------|---------------|---------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.059375      | 0.12188      | 0.1625        | 0.3625        | 0.41562      |
| T, год                       | 17            | 8            | 6             | 3             | 2            |
| $\omega$ рад/год             | 0.37          | 0.77         | 1.02          | 2.28          | 2.61         |
| A                            | 53678.82      | 32103.37     | 55340.41      | 51679.38      | 26441.78     |
| $\varphi$ рад                | -0.33         | 2.47         | 3.50          | 0.37          | 0.27         |
| D                            | 1440707978.76 | 515313208.75 | 1531280752.03 | 1335379295.87 | 349583786.17 |
| V                            | 0.18          | 0.06         | 0.19          | 0.17          | 0.04         |
| t*                           | 3.23          | 1.69         | 3.37          | 3.06          | 1.36         |

Таблица А.9: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за сентябрь.

| №Гармоники                   | G1            | G2           | G3            | G4           | G5           |
|------------------------------|---------------|--------------|---------------|--------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.0625        | 0.11875      | 0.175         | 0.21562      | 0.35312      |
| T, год                       | 16            | 8            | 6             | 5            | 3            |
| $\omega$ рад/год             | 0.39          | 0.75         | 1.10          | 1.35         | 2.22         |
| A                            | 52681.40      | 31470.01     | 62567.28      | 29906.34     | 32779.18     |
| $\varphi$ рад                | 0.10          | 2.14         | 4.43          | 3.57         | -0.65        |
| D                            | 1387665044.11 | 495180884.15 | 1957332170.95 | 447194725.97 | 537237434.70 |
| V                            | 0.18          | 0.06         | 0.25          | 0.06         | 0.07         |
| t*                           | 3.20          | 1.68         | 4.18          | 1.59         | 1.76         |

Таблица А.10: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за октябрь.

| №Гармоники                   | G1           | G2           | G3            | G4           | G5           |
|------------------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.059375     | 0.125        | 0.15937       | 0.29062      | 0.31875      |
| T, год                       | 17           | 8            | 6             | 3            | 3            |
| $\omega$ рад/год             | 0.37         | 0.79         | 1.00          | 1.83         | 2.00         |
| A                            | 33043.14     | 25052.70     | 47646.91      | 22431.89     | 22085.53     |
| $\varphi$ рад                | -0.92        | 2.72         | 3.27          | 2.10         | -0.61        |
| D                            | 545924393.45 | 313818763.61 | 1135113988.94 | 251594816.87 | 243885285.83 |
| V                            | 0.13         | 0.07         | 0.27          | 0.06         | 0.06         |
| t*                           | 2.59         | 1.84         | 4.44          | 1.62         | 1.60         |

Таблица А.11: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за ноябрь.

| №Гармоники                   | G1           | G2           | G3            | G4           | G5           |
|------------------------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.05         | 0.125        | 0.15937       | 0.2875       | 0.3625       |
| T, год                       | 20           | 8            | 6             | 3            | 3            |
| $\omega$ рад/год             | 0.31         | 0.79         | 1.00          | 1.81         | 2.28         |
| A                            | 29321.06     | 36558.21     | 48969.68      | 26121.65     | 23571.04     |
| $\varphi$ рад                | 4.11         | 2.18         | 3.69          | 4.46         | -0.92        |
| D                            | 429862140.86 | 668251452.73 | 1199014912.27 | 341170280.93 | 277797079.32 |
| V                            | 0.11         | 0.17         | 0.31          | 0.09         | 0.07         |
| t*                           | 2.34         | 3.13         | 5.03          | 2.03         | 1.80         |

Таблица А.12: Характеристики гармоник ледовитости Гренландского моря за декабрь.

| №Гармоники                   | G1            | G2            | G3           | G4           | G5           |
|------------------------------|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| $\omega$ год <sup>(-1)</sup> | 0.12813       | 0.26562       | 0.3625       | 0.40312      | 0.44062      |
| T, год                       | 8             | 4             | 3            | 2            | 2            |
| $\omega$ рад/год             | 0.81          | 1.67          | 2.28         | 2.53         | 2.77         |
| A                            | 78147.67      | 49550.36      | 29723.00     | 31321.26     | 32820.35     |
| $\varphi$ рад                | 2.13          | -1.45         | 1.57         | 2.79         | 0.28         |
| D                            | 3053529403.91 | 1227619006.29 | 441728432.11 | 490510673.68 | 538587592.23 |
| V                            | 0.30          | 0.12          | 0.04         | 0.05         | 0.05         |
| t*                           | 4.95          | 2.49          | 1.37         | 1.45         | 1.53         |

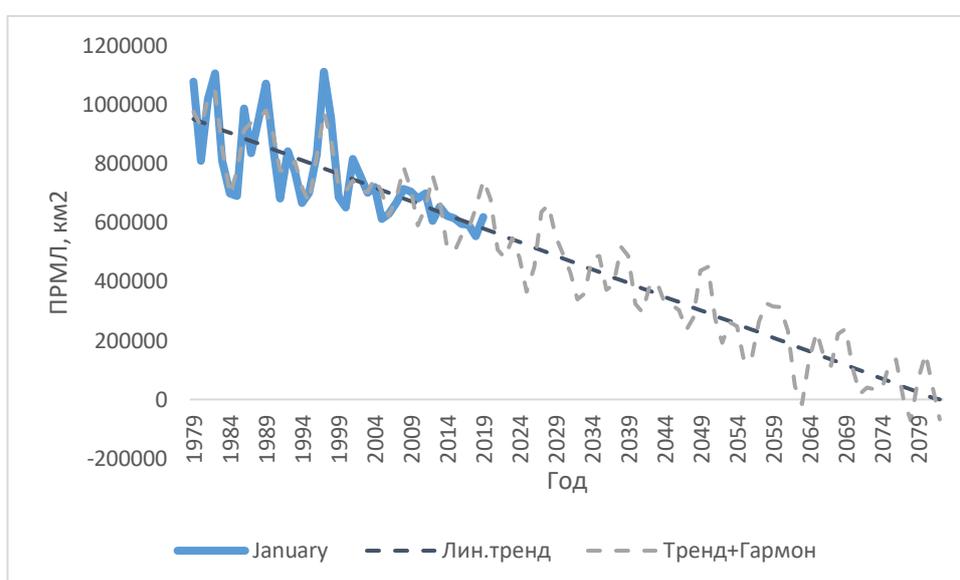


Рисунок А.2.1: Результаты экстраполяции январской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год.

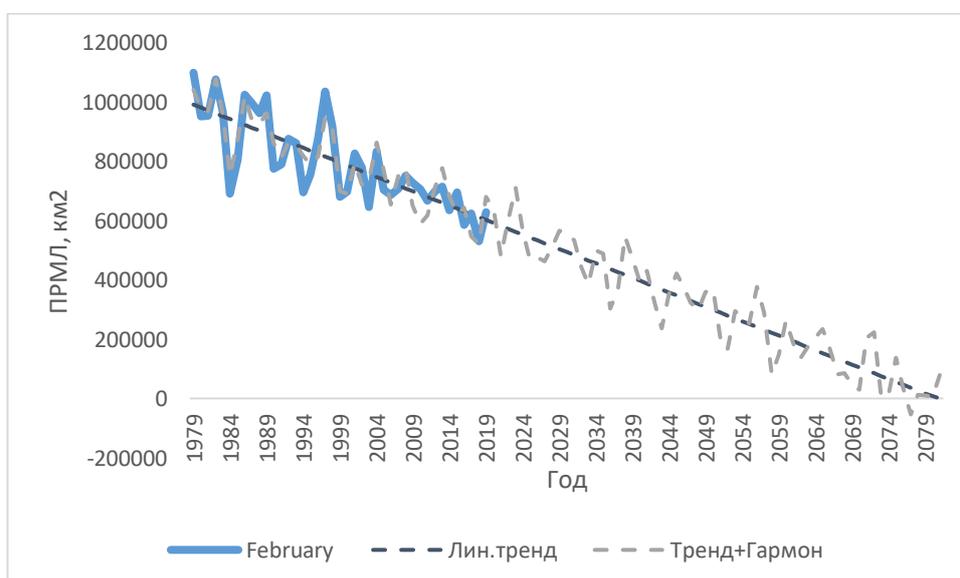


Рисунок А.2.2: Результаты экстраполяции февральской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

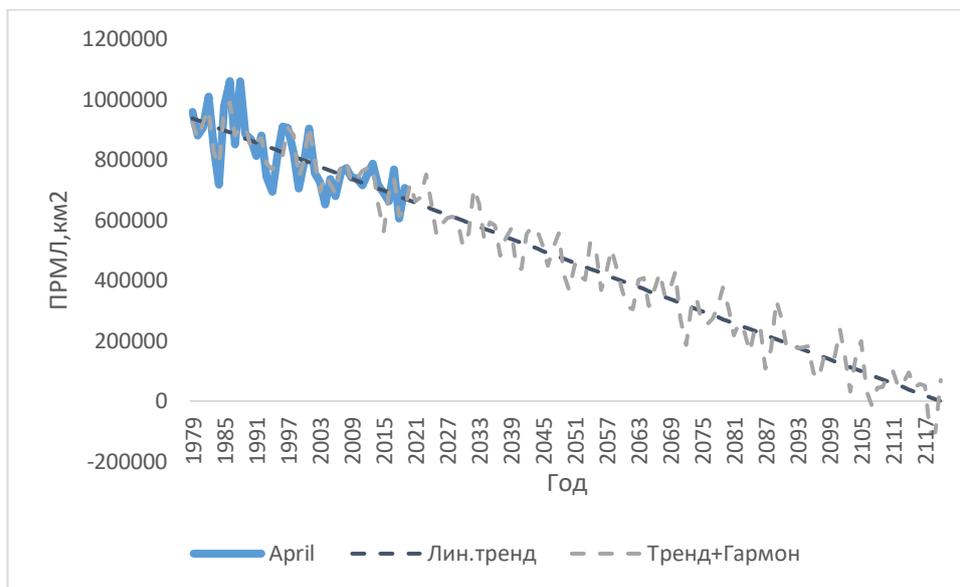


Рисунок А.2.3: Результаты экстраполяции апрельской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

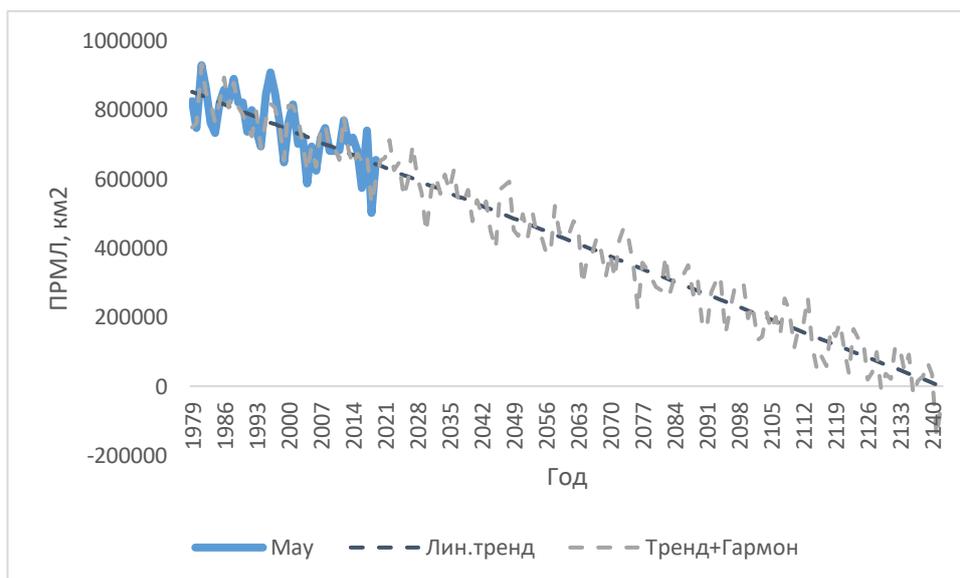


Рисунок А.2.5: Результаты экстраполяции майской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

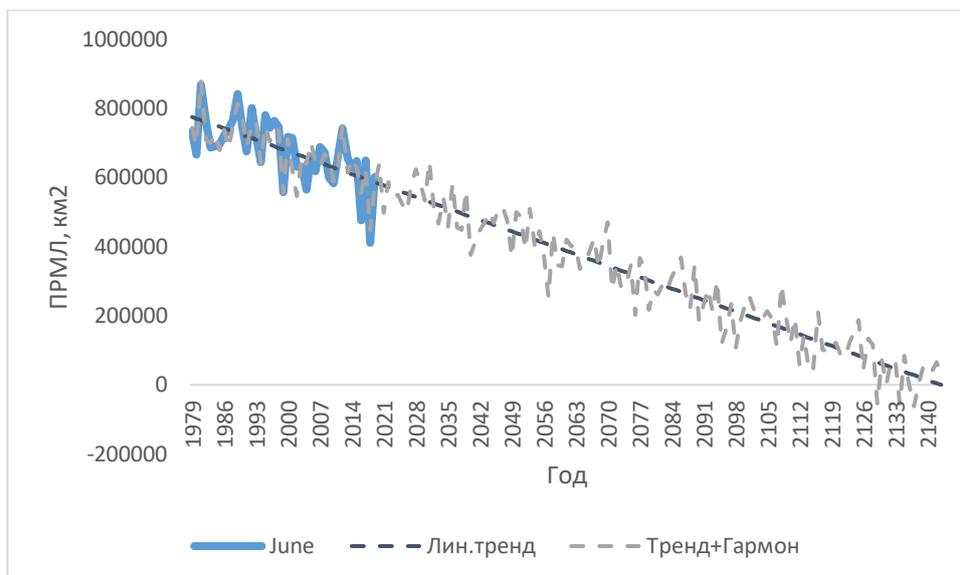


Рисунок А.2.6: Результаты экстраполяции июньской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

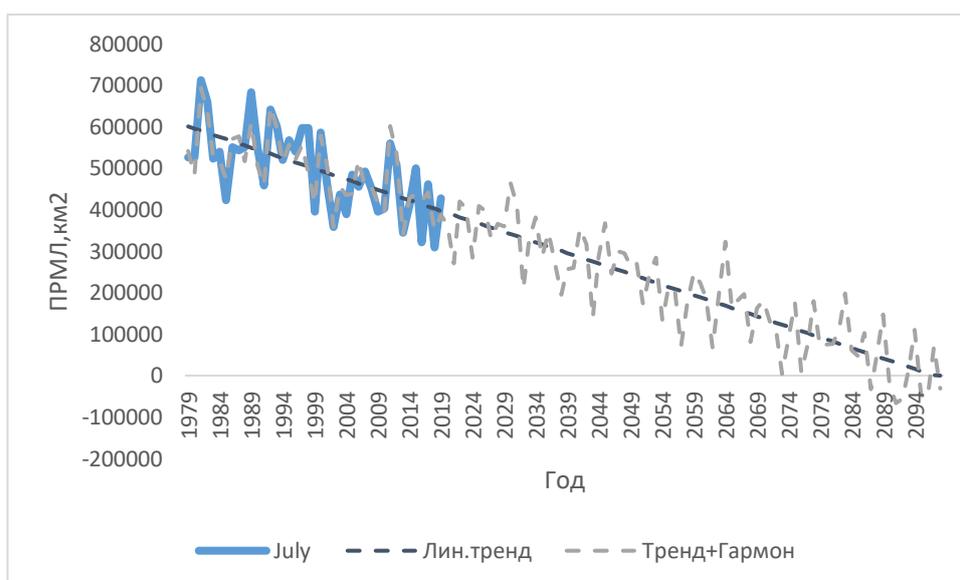


Рисунок А.2.7: Результаты экстраполяции июльской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

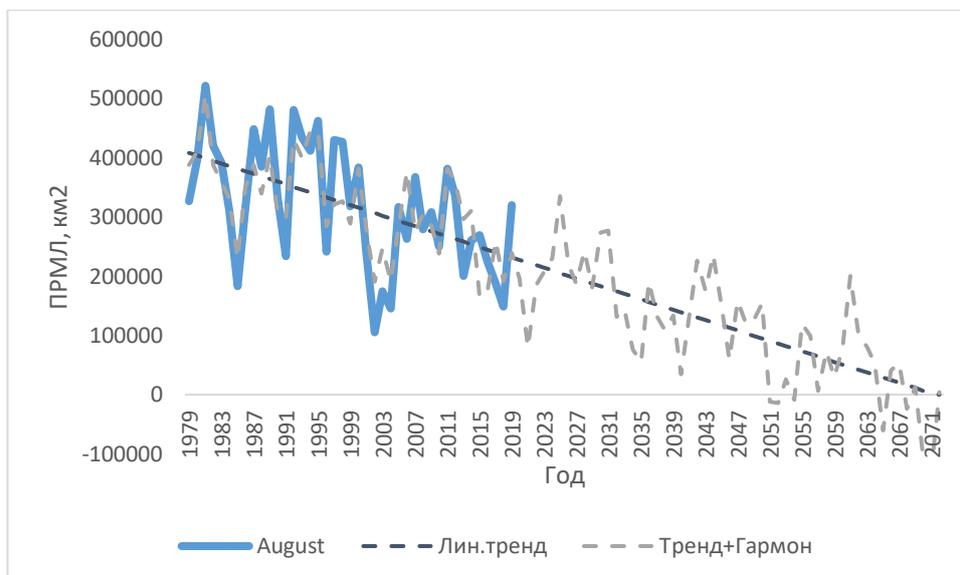


Рисунок А.2.8: Результаты экстраполяции августовской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

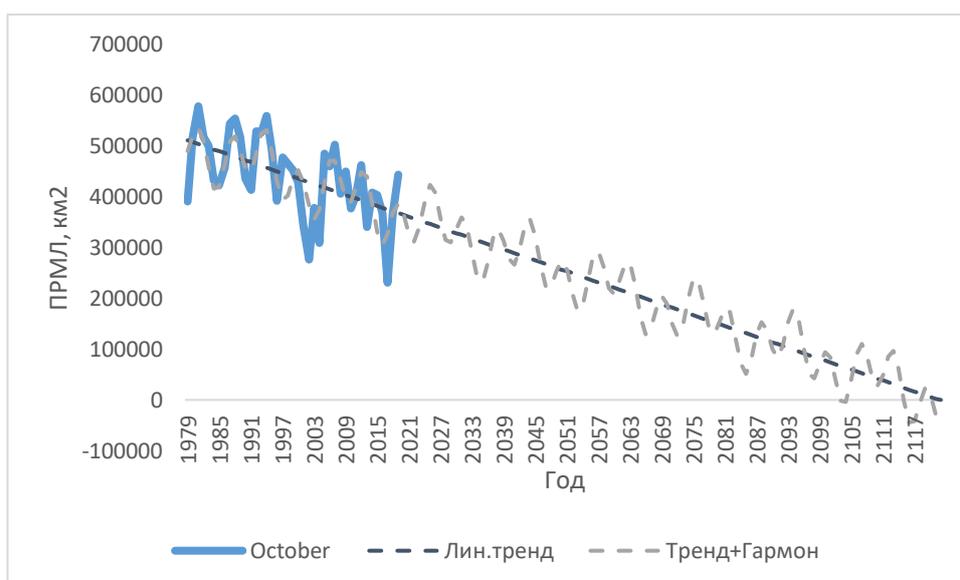


Рисунок А.2.9: Результаты экстраполяции ноябрьской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год

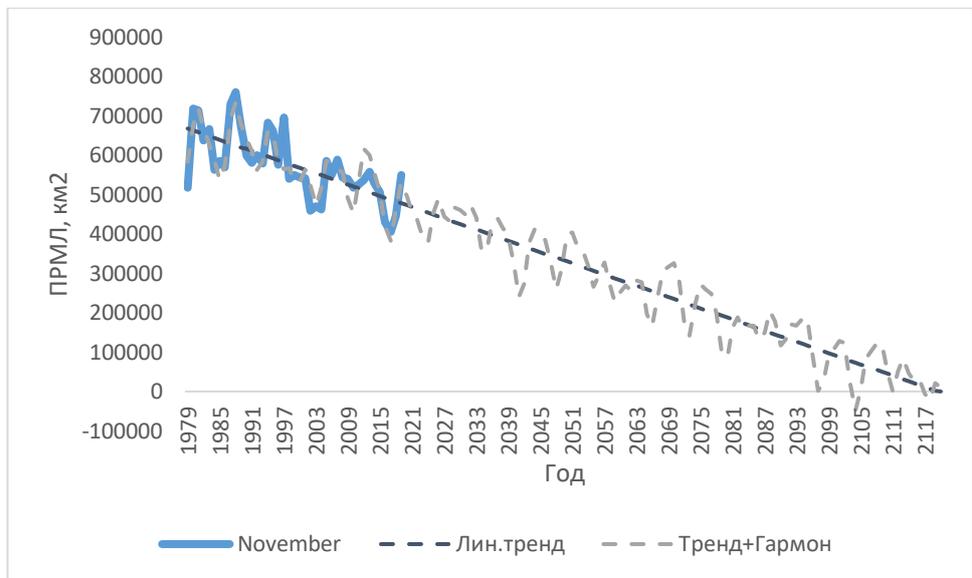
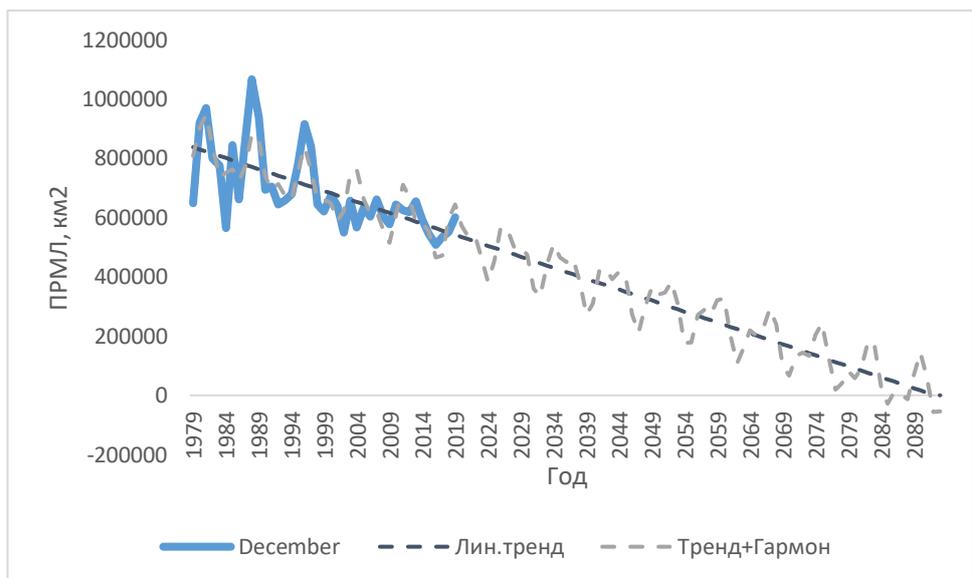


Рисунок А.2.10: Результаты экстраполяции декабрьской ПРМЛ для акватории Гренландского моря за период с 1979 по 2019 год



Приложение Б – Графические и табличные результаты раздела:  
«Физико-статистическая модель изменения площади распространения  
морского льда Гренландского моря»

Таблица Б.1: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с  
другими гидрометеорологическими параметрами за январь (критическое  
значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.865  | 0.007  | -0.094 | -0.521 | 0.599       | 0.559  | 0.233  | -0.176 |
| B           | 0.865  | 1.000  | -0.382 | 0.154  | -0.697 | 0.214       | 0.532  | 0.295  | -0.120 |
| Pr          | 0.007  | -0.382 | 1.000  | -0.606 | 0.510  | 0.624       | 0.081  | -0.062 | -0.145 |
| P           | -0.094 | 0.154  | -0.606 | 1.000  | -0.348 | -0.520      | -0.174 | 0.119  | 0.102  |
| U           | -0.521 | -0.697 | 0.510  | -0.348 | 1.000  | 0.062       | -0.188 | -0.182 | -0.032 |
| Cloud cover | 0.599  | 0.214  | 0.624  | -0.520 | 0.062  | 1.000       | 0.584  | 0.088  | -0.359 |
| Ta          | 0.559  | 0.532  | 0.081  | -0.174 | -0.188 | 0.584       | 1.000  | 0.604  | -0.775 |
| ТПО         | 0.233  | 0.295  | -0.062 | 0.119  | -0.182 | 0.088       | 0.604  | 1.000  | -0.803 |
| ПРМЛ        | -0.176 | -0.120 | -0.145 | 0.102  | -0.032 | -0.359      | -0.775 | -0.803 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P гПа  | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 21.52  | 0.04   | 0.59   | 4.46   | 5.83        | 5.08   | 1.54   | 1.13   |
| B           | 21.52  | 1.00   | 2.79   | 0.99   | 8.46   | 1.40        | 4.63   | 2.02   | 0.76   |
| Pr          | 0.04   | 2.79   | 1.00   | 5.98   | 4.31   | 6.39        | 0.51   | 0.39   | 0.92   |
| P гПа       | 0.59   | 0.99   | 5.98   | 1.00   | 2.47   | 4.45        | 1.12   | 0.75   | 0.65   |
| U           | 4.46   | 8.46   | 4.31   | 2.47   | 1.00   | 0.39        | 1.22   | 1.17   | 0.20   |
| Cloud cover | 5.83   | 1.40   | 6.39   | 4.45   | 0.39   | 1.00        | 5.53   | 0.55   | 2.57   |
| Ta          | 5.08   | 4.63   | 0.51   | 1.12   | 1.22   | 5.53        | 1.00   | 5.95   | 12.10  |
| ТПО         | 1.54   | 2.02   | 0.39   | 0.75   | 1.17   | 0.55        | 5.95   | 1.00   | 14.09  |
| ПРМЛ        | 1.13   | 0.76   | 0.92   | 0.65   | 0.20   | 2.57        | 12.10  | 14.09  | 1.00   |

Таблица Б.2: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с  
другими гидрометеорологическими параметрами за февраль (критическое  
значение  $t^*=2.02$ )

| КК                 | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R                  | 1.000  | 0.787  | -0.236 | -0.001 | -0.349 | 0.505       | 0.351  | 0.056  | -0.098 |
| B                  | 0.787  | 1.000  | -0.625 | 0.245  | -0.439 | 0.011       | 0.396  | 0.137  | -0.095 |
| Pr<br>(мм/мес)     | -0.236 | -0.625 | 1.000  | -0.481 | 0.100  | 0.558       | -0.087 | -0.169 | 0.045  |
| P гПа              | -0.001 | 0.245  | -0.481 | 1.000  | -0.352 | -0.429      | -0.060 | 0.168  | -0.023 |
| U                  | -0.349 | -0.439 | 0.100  | -0.352 | 1.000  | -0.055      | 0.001  | 0.031  | -0.092 |
| Cloud cover<br>(%) | 0.505  | 0.011  | 0.558  | -0.429 | -0.055 | 1.000       | 0.397  | -0.070 | -0.205 |
| Ta                 | 0.351  | 0.396  | -0.087 | -0.060 | 0.001  | 0.397       | 1.000  | 0.514  | -0.754 |
| ТПО                | 0.056  | 0.137  | -0.169 | 0.168  | 0.031  | -0.070      | 0.514  | 1.000  | -0.782 |
| ПРМЛ               | -0.098 | -0.095 | 0.045  | -0.023 | -0.092 | -0.205      | -0.754 | -0.782 | 1.000  |
| Значимость         | R      | B      | Pr     | P гПа  | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R                  | 1.00   | 12.92  | 1.56   | 0.01   | 2.48   | 4.23        | 2.50   | 0.35   | 0.62   |
| B                  | 12.92  | 1.00   | 6.40   | 1.63   | 3.40   | 0.07        | 2.93   | 0.87   | 0.60   |

|             |      |      |      |      |      |      |       |       |       |
|-------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Pr          | 1.56 | 6.40 | 1.00 | 3.91 | 0.63 | 5.06 | 0.55  | 1.09  | 0.28  |
| P           | 0.01 | 1.63 | 3.91 | 1.00 | 2.51 | 3.29 | 0.38  | 1.08  | 0.14  |
| U           | 2.48 | 3.40 | 0.63 | 2.51 | 1.00 | 0.35 | 0.01  | 0.20  | 0.58  |
| Cloud cover | 4.23 | 0.07 | 5.06 | 3.29 | 0.35 | 1.00 | 2.95  | 0.44  | 1.33  |
| Ta          | 2.50 | 2.93 | 0.55 | 0.38 | 0.01 | 2.95 | 1.00  | 4.37  | 10.89 |
| ТПО         | 0.35 | 0.87 | 1.09 | 1.08 | 0.20 | 0.44 | 4.37  | 1.00  | 12.60 |
| ПРМЛ        | 0.62 | 0.60 | 0.28 | 0.14 | 0.58 | 1.33 | 10.89 | 12.60 | 1.00  |

Таблица Б.3: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за март (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.831  | 0.264  | -0.283 | -0.696 | 0.715       | 0.589  | -0.043 | 0.124  |
| B           | 0.831  | 1.000  | -0.089 | -0.014 | -0.807 | 0.307       | 0.489  | -0.062 | 0.274  |
| Pr          | 0.264  | -0.089 | 1.000  | -0.491 | 0.009  | 0.726       | 0.225  | -0.332 | 0.110  |
| P гПа       | -0.283 | -0.014 | -0.491 | 1.000  | 0.051  | -0.446      | -0.046 | 0.073  | -0.055 |
| U           | -0.696 | -0.807 | 0.009  | 0.051  | 1.000  | -0.285      | -0.318 | 0.068  | -0.281 |
| Cloud cover | 0.715  | 0.307  | 0.726  | -0.446 | -0.285 | 1.000       | 0.594  | -0.093 | 0.013  |
| Ta          | 0.589  | 0.489  | 0.225  | -0.046 | -0.318 | 0.594       | 1.000  | 0.197  | -0.295 |
| ТПО         | -0.043 | -0.062 | -0.332 | 0.073  | 0.068  | -0.093      | 0.197  | 1.000  | -0.718 |
| ПРМЛ        | 0.124  | 0.274  | 0.110  | -0.055 | -0.281 | 0.013       | -0.295 | -0.718 | 1      |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 16.82  | 1.77   | 1.92   | 8.44   | 9.13        | 5.63   | 0.27   | 0.79   |
| B           | 16.82  | 1.00   | 0.56   | 0.09   | 14.42  | 2.11        | 4.01   | 0.39   | 1.85   |
| Pr          | 1.77   | 0.56   | 1.00   | 4.04   | 0.05   | 9.57        | 1.48   | 2.33   | 0.70   |
| P           | 1.92   | 0.09   | 4.04   | 1.00   | 0.32   | 3.48        | 0.29   | 0.46   | 0.34   |
| U           | 8.44   | 14.42  | 0.05   | 0.32   | 1.00   | 1.94        | 2.21   | 0.43   | 1.90   |
| Cloud cover | 9.13   | 2.11   | 9.57   | 3.48   | 1.94   | 1.00        | 5.74   | 0.58   | 0.08   |
| Ta          | 5.63   | 4.01   | 1.48   | 0.29   | 2.21   | 5.74        | 1.00   | 1.28   | 2.02   |
| ТПО         | 0.27   | 0.39   | 2.33   | 0.46   | 0.43   | 0.58        | 1.28   | 1.00   | 9.26   |
| ПРМЛ        | 0.79   | 1.85   | 0.70   | 0.34   | 1.90   | 0.08        | 2.02   | 9.26   | 1.00   |

Таблица Б.4: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за апрель (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.827  | 0.494  | -0.383 | -0.526 | 0.750       | 0.916  | 0.208  | -0.524 |
| B           | 0.827  | 1.000  | 0.292  | -0.271 | -0.722 | 0.540       | 0.797  | 0.263  | -0.388 |
| Pr          | 0.494  | 0.292  | 1.000  | -0.644 | -0.252 | 0.841       | 0.392  | -0.216 | -0.037 |
| P           | -0.383 | -0.271 | -0.644 | 1.000  | 0.195  | -0.642      | -0.363 | -0.102 | 0.135  |
| U           | -0.526 | -0.722 | -0.252 | 0.195  | 1.000  | -0.319      | -0.472 | -0.080 | 0.107  |
| Cloud cover | 0.750  | 0.540  | 0.841  | -0.642 | -0.319 | 1.000       | 0.663  | -0.099 | -0.148 |
| Ta          | 0.916  | 0.797  | 0.392  | -0.363 | -0.472 | 0.663       | 1.000  | 0.293  | -0.581 |
| ТПО         | 0.208  | 0.263  | -0.216 | -0.102 | -0.080 | -0.099      | 0.293  | 1.000  | -0.699 |
| ПРМЛ        | -0.524 | -0.388 | -0.037 | 0.135  | 0.107  | -0.148      | -0.581 | -0.699 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P гПа  | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 16.36  | 4.08   | 2.81   | 4.54   | 10.69       | 35.73  | 1.36   | 4.52   |
| B           | 16.36  | 1.00   | 1.99   | 1.83   | 9.42   | 4.76        | 13.63  | 1.76   | 2.86   |
| Pr          | 4.08   | 1.99   | 1.00   | 6.88   | 1.68   | 17.96       | 2.90   | 1.42   | 0.23   |

|             |       |       |       |      |      |      |      |      |      |
|-------------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|
| P           | 2.81  | 1.83  | 6.88  | 1.00 | 1.27 | 6.83 | 2.61 | 0.65 | 0.86 |
| U           | 4.54  | 9.42  | 1.68  | 1.27 | 1.00 | 2.22 | 3.79 | 0.50 | 0.67 |
| Cloud cover | 10.69 | 4.76  | 17.96 | 6.83 | 2.22 | 1.00 | 7.38 | 0.62 | 0.95 |
| Ta          | 35.73 | 13.63 | 2.90  | 2.61 | 3.79 | 7.38 | 1.00 | 2.00 | 5.48 |
| ТПО         | 1.36  | 1.76  | 1.42  | 0.65 | 0.50 | 0.62 | 2.00 | 1.00 | 8.54 |
| ПРМЛ        | 4.52  | 2.86  | 0.23  | 0.86 | 0.67 | 0.95 | 5.48 | 8.54 | 1.00 |

Таблица Б.5: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за май (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК              | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R               | 1.000  | 0.725  | 0.265  | -0.178 | -0.172 | 0.466       | 0.808  | 0.129  | -0.364 |
| B               | 0.725  | 1.000  | 0.124  | -0.113 | -0.379 | 0.209       | 0.746  | 0.284  | -0.351 |
| Pr (мм/мес)     | 0.265  | 0.124  | 1.000  | -0.489 | 0.088  | 0.803       | 0.379  | -0.020 | -0.278 |
| P гПа           | -0.178 | -0.113 | -0.489 | 1.000  | -0.115 | -0.532      | -0.199 | -0.129 | 0.213  |
| U               | -0.172 | -0.379 | 0.088  | -0.115 | 1.000  | -0.019      | -0.067 | 0.064  | -0.247 |
| Cloud cover (%) | 0.466  | 0.209  | 0.803  | -0.532 | -0.019 | 1.000       | 0.460  | 0.032  | -0.357 |
| Ta              | 0.808  | 0.746  | 0.379  | -0.199 | -0.067 | 0.460       | 1.000  | 0.448  | -0.636 |
| ТПО             | 0.129  | 0.284  | -0.020 | -0.129 | 0.064  | 0.032       | 0.448  | 1.000  | -0.737 |
| ПРМЛ            | -0.364 | -0.351 | -0.278 | 0.213  | -0.247 | -0.357      | -0.636 | -0.737 | 1      |
| Значимость      | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R               | 1.00   | 9.53   | 1.78   | 1.15   | 1.11   | 3.72        | 14.53  | 0.82   | 2.62   |
| B               | 9.53   | 1.00   | 0.79   | 0.72   | 2.77   | 1.36        | 10.50  | 1.93   | 2.50   |
| Pr              | 1.78   | 0.79   | 1.00   | 4.02   | 0.56   | 14.13       | 2.77   | 0.13   | 1.88   |
| P               | 1.15   | 0.72   | 4.02   | 1.00   | 0.73   | 4.63        | 1.29   | 0.82   | 1.39   |
| U               | 1.11   | 2.77   | 0.56   | 0.73   | 1.00   | 0.12        | 0.42   | 0.40   | 1.64   |
| Cloud cover     | 3.72   | 1.36   | 14.13  | 4.63   | 0.12   | 1.00        | 3.64   | 0.20   | 2.55   |
| Ta              | 14.53  | 10.50  | 2.77   | 1.29   | 0.42   | 3.64        | 1.00   | 3.49   | 6.67   |
| ТПО             | 0.82   | 1.93   | 0.13   | 0.82   | 0.40   | 0.20        | 3.49   | 1.00   | 10.09  |
| ПРМЛ            | 2.62   | 2.50   | 1.88   | 1.39   | 1.64   | 2.55        | 6.67   | 10.09  | 1.00   |

Таблица Б.6: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за июнь (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.758  | -0.364 | -0.099 | -0.068 | -0.453      | 0.049  | 0.149  | -0.265 |
| B           | 0.758  | 1.000  | -0.169 | -0.186 | -0.046 | -0.300      | -0.098 | 0.178  | -0.067 |
| Pr          | -0.364 | -0.169 | 1.000  | -0.640 | 0.052  | 0.824       | -0.084 | -0.299 | 0.148  |
| P           | -0.099 | -0.186 | -0.640 | 1.000  | 0.054  | -0.457      | -0.208 | 0.124  | 0.142  |
| U           | -0.068 | -0.046 | 0.052  | 0.054  | 1.000  | 0.123       | -0.041 | 0.263  | -0.094 |
| Cloud cover | -0.453 | -0.300 | 0.824  | -0.457 | 0.123  | 1.000       | -0.167 | -0.370 | 0.170  |
| Ta          | 0.049  | -0.098 | -0.084 | -0.208 | -0.041 | -0.167      | 1.000  | 0.576  | -0.419 |
| ТПО         | 0.149  | 0.178  | -0.299 | 0.124  | 0.263  | -0.370      | 0.576  | 1.000  | -0.553 |
| ПРМЛ        | -0.265 | -0.067 | 0.148  | 0.142  | -0.094 | 0.170       | -0.419 | -0.553 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 11.12  | 2.62   | 0.62   | 0.43   | 3.56        | 0.31   | 0.95   | 1.78   |
| B           | 11.12  | 1.00   | 1.09   | 1.20   | 0.29   | 2.06        | 0.62   | 1.15   | 0.42   |

|             |      |      |       |      |      |       |      |      |      |
|-------------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|------|
| Pr          | 2.62 | 1.09 | 1.00  | 6.78 | 0.32 | 16.00 | 0.53 | 2.05 | 0.94 |
| P           | 0.62 | 1.20 | 6.78  | 1.00 | 0.34 | 3.60  | 1.36 | 0.79 | 0.90 |
| U           | 0.43 | 0.29 | 0.32  | 0.34 | 1.00 | 0.78  | 0.25 | 1.77 | 0.59 |
| Cloud cover | 3.56 | 2.06 | 16.00 | 3.60 | 0.78 | 1.00  | 1.07 | 2.68 | 1.09 |
| Ta          | 0.31 | 0.62 | 0.53  | 1.36 | 0.25 | 1.07  | 1.00 | 5.37 | 3.18 |
| ТПО         | 0.95 | 1.15 | 2.05  | 0.79 | 1.77 | 2.68  | 5.37 | 1.00 | 4.98 |
| ПРМЛ        | 1.78 | 0.42 | 0.94  | 0.90 | 0.59 | 1.09  | 3.18 | 4.98 | 1.00 |

Таблица Б.7: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за июль (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.528  | -0.360 | -0.008 | -0.114 | -0.217      | 0.130  | 0.238  | -0.391 |
| B           | 0.528  | 1.000  | -0.260 | 0.138  | 0.065  | 0.040       | -0.285 | 0.262  | -0.239 |
| Pr          | -0.360 | -0.260 | 1.000  | -0.379 | 0.204  | 0.657       | -0.058 | -0.210 | -0.056 |
| P           | -0.008 | 0.138  | -0.379 | 1.000  | 0.111  | -0.479      | 0.244  | 0.330  | -0.131 |
| U           | -0.114 | 0.065  | 0.204  | 0.111  | 1.000  | 0.002       | -0.123 | 0.075  | -0.057 |
| Cloud cover | -0.217 | 0.040  | 0.657  | -0.479 | 0.002  | 1.000       | -0.232 | -0.307 | 0.028  |
| Ta          | 0.130  | -0.285 | -0.058 | 0.244  | -0.123 | -0.232      | 1.000  | 0.469  | -0.468 |
| ТПО         | 0.238  | 0.262  | -0.210 | 0.330  | 0.075  | -0.307      | 0.469  | 1.000  | -0.737 |
| ПРМЛ        | -0.391 | -0.239 | -0.056 | -0.131 | -0.057 | 0.028       | -0.468 | -0.737 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 4.57   | 2.58   | 0.05   | 0.72   | 1.42        | 0.83   | 1.58   | 2.89   |
| B           | 4.57   | 1.00   | 1.74   | 0.88   | 0.41   | 0.25        | 1.94   | 1.76   | 1.58   |
| Pr          | 2.58   | 1.74   | 1.00   | 2.76   | 1.33   | 7.21        | 0.36   | 1.37   | 0.35   |
| P           | 0.05   | 0.88   | 2.76   | 1.00   | 0.70   | 3.88        | 1.62   | 2.31   | 0.83   |
| U           | 0.72   | 0.41   | 1.33   | 0.70   | 1.00   | 0.01        | 0.78   | 0.47   | 0.36   |
| Cloud cover | 1.42   | 0.25   | 7.21   | 3.88   | 0.01   | 1.00        | 1.53   | 2.11   | 0.17   |
| Ta          | 0.83   | 1.94   | 0.36   | 1.62   | 0.78   | 1.53        | 1.00   | 3.75   | 3.74   |
| ТПО         | 1.58   | 1.76   | 1.37   | 2.31   | 0.47   | 2.11        | 3.75   | 1.00   | 10.09  |
| ПРМЛ        | 2.89   | 1.58   | 0.35   | 0.83   | 0.36   | 0.17        | 3.74   | 10.09  | 1.00   |

Таблица Б.8: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за август (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.665  | -0.088 | 0.001  | 0.306  | 0.076       | 0.235  | 0.074  | -0.333 |
| B           | 0.665  | 1.000  | 0.149  | -0.089 | 0.155  | 0.128       | -0.101 | -0.050 | -0.109 |
| Pr          | -0.088 | 0.149  | 1.000  | -0.379 | 0.215  | 0.691       | 0.076  | -0.189 | 0.083  |
| P           | 0.001  | -0.089 | -0.379 | 1.000  | -0.051 | -0.365      | 0.167  | 0.214  | -0.050 |
| U           | 0.306  | 0.155  | 0.215  | -0.051 | 1.000  | 0.192       | -0.053 | -0.304 | 0.324  |
| Cloud cover | 0.076  | 0.128  | 0.691  | -0.365 | 0.192  | 1.000       | 0.251  | -0.223 | 0.021  |
| Ta          | 0.235  | -0.101 | 0.076  | 0.167  | -0.053 | 0.251       | 1.000  | 0.551  | -0.542 |
| ТПО         | 0.074  | -0.050 | -0.189 | 0.214  | -0.304 | -0.223      | 0.551  | 1.000  | -0.691 |
| ПРМЛ        | -0.333 | -0.109 | 0.083  | -0.050 | 0.324  | 0.021       | -0.542 | -0.691 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Ta     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 7.43   | 0.55   | 0.01   | 2.11   | 0.48        | 1.55   | 0.47   | 2.34   |
| B           | 7.43   | 1.00   | 0.95   | 0.56   | 0.99   | 0.81        | 0.64   | 0.32   | 0.69   |
| Pr          | 0.55   | 0.95   | 1.00   | 2.77   | 1.41   | 8.27        | 0.48   | 1.23   | 0.52   |
| P           | 0.01   | 0.56   | 2.77   | 1.00   | 0.32   | 2.63        | 1.07   | 1.40   | 0.31   |
| U           | 2.11   | 0.99   | 1.41   | 0.32   | 1.00   | 1.24        | 0.33   | 2.09   | 2.26   |

|             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Cloud cover | 0.48 | 0.81 | 8.27 | 2.63 | 1.24 | 1.00 | 1.67 | 1.47 | 0.13 |
| Ta          | 1.55 | 0.64 | 0.48 | 1.07 | 0.33 | 1.67 | 1.00 | 4.94 | 4.79 |
| ТПО         | 0.47 | 0.32 | 1.23 | 1.40 | 2.09 | 1.47 | 4.94 | 1.00 | 8.25 |
| ПРМЛ        | 2.34 | 0.69 | 0.52 | 0.31 | 2.26 | 0.13 | 4.79 | 8.25 | 1.00 |

Таблица Б.9: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за сентябрь (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| <i>КК</i>   | <i>R</i> | <i>B</i> | <i>Pr</i> | <i>P</i> | <i>U</i> | <i>Cloud cover</i> | <i>Ta</i> | <i>ТПО</i> | <i>ПРМЛ</i> |
|-------------|----------|----------|-----------|----------|----------|--------------------|-----------|------------|-------------|
| R           | 1.000    | 0.845    | 0.284     | 0.075    | -0.292   | 0.645              | 0.641     | 0.289      | -0.271      |
| B           | 0.845    | 1.000    | 0.128     | 0.091    | -0.539   | 0.362              | 0.440     | 0.206      | -0.069      |
| Pr          | 0.284    | 0.128    | 1.000     | -0.554   | 0.100    | 0.613              | 0.104     | -0.125     | 0.038       |
| P           | 0.075    | 0.091    | -0.554    | 1.000    | -0.175   | -0.155             | 0.081     | -0.004     | -0.044      |
| U           | -0.292   | -0.539   | 0.100     | -0.175   | 1.000    | -0.022             | -0.070    | -0.122     | -0.099      |
| Cloud cover | 0.645    | 0.362    | 0.613     | -0.155   | -0.022   | 1.000              | 0.473     | -0.007     | -0.290      |
| Ta          | 0.641    | 0.440    | 0.104     | 0.081    | -0.070   | 0.473              | 1.000     | 0.640      | -0.715      |
| ТПО         | 0.289    | 0.206    | -0.125    | -0.004   | -0.122   | -0.007             | 0.640     | 1.000      | -0.616      |
| ПРМЛ        | -0.271   | -0.069   | 0.038     | -0.044   | -0.099   | -0.290             | -0.715    | -0.616     | 1.000       |
| Значимость  | R        | B        | Pr        | P        | U        | Cloud cover        | Ta        | ТПО        | ПРМЛ        |
| R           | 1.00     | 18.40    | 1.93      | 0.47     | 1.99     | 6.91               | 6.81      | 1.97       | 1.83        |
| B           | 18.40    | 1.00     | 0.81      | 0.57     | 4.75     | 2.60               | 3.41      | 1.34       | 0.43        |
| Pr          | 1.93     | 0.81     | 1.00      | 4.99     | 0.63     | 6.13               | 0.66      | 0.79       | 0.24        |
| P           | 0.47     | 0.57     | 4.99      | 1.00     | 1.13     | 0.99               | 0.51      | 0.03       | 0.28        |
| U           | 1.99     | 4.75     | 0.63      | 1.13     | 1.00     | 0.14               | 0.44      | 0.77       | 0.62        |
| Cloud cover | 6.91     | 2.60     | 6.13      | 0.99     | 0.14     | 1.00               | 3.81      | 0.04       | 1.97        |
| Ta          | 6.81     | 3.41     | 0.66      | 0.51     | 0.44     | 3.81               | 1.00      | 6.77       | 9.13        |
| ТПО         | 1.97     | 1.34     | 0.79      | 0.03     | 0.77     | 0.04               | 6.77      | 1.00       | 6.21        |
| ПРМЛ        | 1.83     | 0.43     | 0.24      | 0.28     | 0.62     | 1.97               | 9.13      | 6.21       | 1.00        |

Таблица Б.10: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за октябрь (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| <i>КК</i>   | <i>R</i> | <i>B</i> | <i>Pr</i> | <i>P</i> | <i>U</i> | <i>Cloud cover</i> | <i>Ta</i> | <i>ТПО</i> | <i>ПРМЛ</i> |
|-------------|----------|----------|-----------|----------|----------|--------------------|-----------|------------|-------------|
| R           | 1.000    | 0.887    | 0.471     | -0.362   | -0.461   | 0.852              | 0.635     | 0.279      | -0.298      |
| B           | 0.887    | 1.000    | 0.179     | -0.116   | -0.672   | 0.579              | 0.631     | 0.420      | -0.332      |
| Pr          | 0.471    | 0.179    | 1.000     | -0.662   | 0.087    | 0.649              | 0.040     | -0.180     | 0.161       |
| P           | -0.362   | -0.116   | -0.662    | 1.000    | -0.031   | -0.541             | 0.031     | 0.080      | -0.005      |
| U           | -0.461   | -0.672   | 0.087     | -0.031   | 1.000    | -0.177             | -0.424    | -0.301     | 0.321       |
| Cloud cover | 0.852    | 0.579    | 0.649     | -0.541   | -0.177   | 1.000              | 0.530     | 0.053      | -0.227      |
| Ta          | 0.635    | 0.631    | 0.040     | 0.031    | -0.424   | 0.530              | 1.000     | 0.652      | -0.704      |
| ТПО         | 0.279    | 0.420    | -0.180    | 0.080    | -0.301   | 0.053              | 0.652     | 1.000      | -0.701      |
| ПРМЛ        | -0.298   | -0.332   | 0.161     | -0.005   | 0.321    | -0.227             | -0.704    | -0.701     | 1.000       |
| Значимость  | R        | B        | Pr        | P        | U        | Cloud cover        | Ta        | ТПО        | ПРМЛ        |
| R           | 1.00     | 25.94    | 3.77      | 2.60     | 3.65     | 19.38              | 6.64      | 1.89       | 2.04        |
| B           | 25.94    | 1.00     | 1.16      | 0.73     | 7.67     | 5.44               | 6.55      | 3.18       | 2.33        |
| Pr          | 3.77     | 1.16     | 1.00      | 7.35     | 0.55     | 7.01               | 0.25      | 1.16       | 1.03        |
| P           | 2.60     | 0.73     | 7.35      | 1.00     | 0.19     | 4.78               | 0.20      | 0.50       | 0.03        |
| U           | 3.65     | 7.67     | 0.55      | 0.19     | 1.00     | 1.14               | 3.23      | 2.07       | 2.23        |
| Cloud cover | 19.38    | 5.44     | 7.01      | 4.78     | 1.14     | 1.00               | 4.60      | 0.33       | 1.50        |

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Та   | 6.64 | 6.55 | 0.25 | 0.20 | 3.23 | 4.60 | 1.00 | 7.09 | 8.73 |
| ТПО  | 1.89 | 3.18 | 1.16 | 0.50 | 2.07 | 0.33 | 7.09 | 1.00 | 8.60 |
| ПРМЛ | 2.04 | 2.33 | 1.03 | 0.03 | 2.23 | 1.50 | 8.73 | 8.60 | 1.00 |

Таблица Б.11: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за ноябрь (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Та     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.883  | 0.155  | -0.133 | -0.541 | 0.645       | 0.643  | 0.165  | -0.154 |
| B           | 0.883  | 1.000  | -0.158 | 0.080  | -0.657 | 0.300       | 0.619  | 0.261  | -0.209 |
| Pr          | 0.155  | -0.158 | 1.000  | -0.678 | 0.350  | 0.647       | 0.234  | -0.156 | -0.020 |
| P           | -0.133 | 0.080  | -0.678 | 1.000  | -0.379 | -0.522      | -0.179 | 0.041  | 0.021  |
| U           | -0.541 | -0.657 | 0.350  | -0.379 | 1.000  | -0.002      | -0.191 | -0.181 | -0.020 |
| Cloud cover | 0.645  | 0.300  | 0.647  | -0.522 | -0.002 | 1.000       | 0.597  | -0.107 | -0.097 |
| Та          | 0.643  | 0.619  | 0.234  | -0.179 | -0.191 | 0.597       | 1.000  | 0.418  | -0.578 |
| ТПО         | 0.165  | 0.261  | -0.156 | 0.041  | -0.181 | -0.107      | 0.418  | 1.000  | -0.733 |
| ПРМЛ        | -0.154 | -0.209 | -0.020 | 0.021  | -0.020 | -0.097      | -0.578 | -0.733 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Та     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 25.10  | 0.99   | 0.84   | 4.77   | 6.89        | 6.84   | 1.06   | 0.98   |
| B           | 25.10  | 1.00   | 1.01   | 0.50   | 7.23   | 2.06        | 6.27   | 1.75   | 1.37   |
| Pr          | 0.99   | 1.01   | 1.00   | 7.85   | 2.49   | 6.94        | 1.55   | 1.00   | 0.12   |
| P           | 0.84   | 0.50   | 7.85   | 1.00   | 2.77   | 4.48        | 1.15   | 0.26   | 0.13   |
| U           | 4.77   | 7.23   | 2.49   | 2.77   | 1.00   | 0.01        | 1.24   | 1.17   | 0.12   |
| Cloud cover | 6.89   | 2.06   | 6.94   | 4.48   | 0.01   | 1.00        | 5.79   | 0.67   | 0.61   |
| Та          | 6.84   | 6.27   | 1.55   | 1.15   | 1.24   | 5.79        | 1.00   | 3.16   | 5.41   |
| ТПО         | 1.06   | 1.75   | 1.00   | 0.26   | 1.17   | 0.67        | 3.16   | 1.00   | 9.88   |
| ПРМЛ        | 0.98   | 1.37   | 0.12   | 0.13   | 0.12   | 0.61        | 5.41   | 9.88   | 1.00   |

Таблица Б.12: Результаты корреляционного анализа Гренландского моря с другими гидрометеорологическими параметрами за декабрь (критическое значение  $t^*=2.02$ )

| КК          | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Та     | ТПО    | ПРМЛ   |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|--------|--------|--------|
| R           | 1.000  | 0.787  | 0.131  | -0.192 | -0.620 | 0.691       | 0.425  | 0.188  | -0.353 |
| B           | 0.787  | 1.000  | -0.375 | 0.134  | -0.728 | 0.209       | 0.410  | 0.157  | -0.217 |
| Pr          | 0.131  | -0.375 | 1.000  | -0.578 | 0.243  | 0.706       | 0.122  | -0.060 | -0.168 |
| P           | -0.192 | 0.134  | -0.578 | 1.000  | -0.136 | -0.445      | -0.065 | -0.086 | 0.237  |
| U           | -0.620 | -0.728 | 0.243  | -0.136 | 1.000  | -0.198      | -0.238 | 0.035  | 0.072  |
| Cloud cover | 0.691  | 0.209  | 0.706  | -0.445 | -0.198 | 1.000       | 0.533  | 0.201  | -0.474 |
| Та          | 0.425  | 0.410  | 0.122  | -0.065 | -0.238 | 0.533       | 1.000  | 0.585  | -0.768 |
| ТПО         | 0.188  | 0.157  | -0.060 | -0.086 | 0.035  | 0.201       | 0.585  | 1.000  | -0.762 |
| ПРМЛ        | -0.353 | -0.217 | -0.168 | 0.237  | 0.072  | -0.474      | -0.768 | -0.762 | 1.000  |
| Значимость  | R      | B      | Pr     | P      | U      | Cloud cover | Та     | ТПО    | ПРМЛ   |
| R           | 1.00   | 12.89  | 0.83   | 1.25   | 6.28   | 8.26        | 3.24   | 1.22   | 2.52   |
| B           | 12.89  | 1.00   | 2.73   | 0.85   | 9.69   | 1.37        | 3.08   | 1.00   | 1.42   |
| Pr          | 0.83   | 2.73   | 1.00   | 5.42   | 1.62   | 8.80        | 0.77   | 0.38   | 1.08   |
| P           | 1.25   | 0.85   | 5.42   | 1.00   | 0.87   | 3.46        | 0.41   | 0.54   | 1.57   |
| U           | 6.28   | 9.69   | 1.62   | 0.87   | 1.00   | 1.28        | 1.58   | 0.22   | 0.45   |

|             |      |      |      |      |      |      |       |       |       |
|-------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| Cloud cover | 8.26 | 1.37 | 8.80 | 3.46 | 1.28 | 1.00 | 4.65  | 1.31  | 3.82  |
| Ta          | 3.24 | 3.08 | 0.77 | 0.41 | 1.58 | 4.65 | 1.00  | 5.56  | 11.71 |
| ТПО         | 1.22 | 1.00 | 0.38 | 0.54 | 0.22 | 1.31 | 5.56  | 1.00  | 11.32 |
| ПРМЛ        | 2.52 | 1.42 | 1.08 | 1.57 | 0.45 | 3.82 | 11.71 | 11.32 | 1.00  |

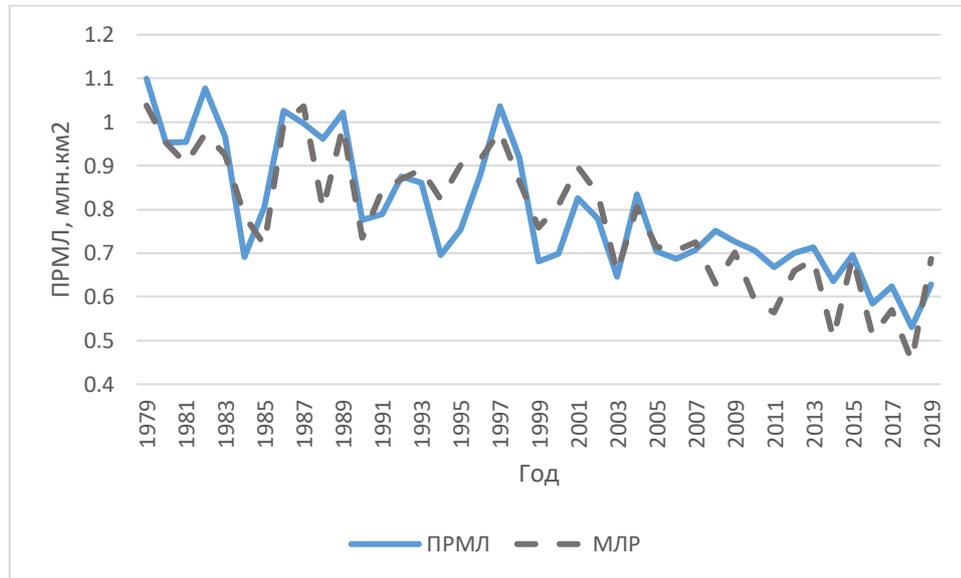


Рисунок А.1.1 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за февраль ПРМЛ Гренландского моря

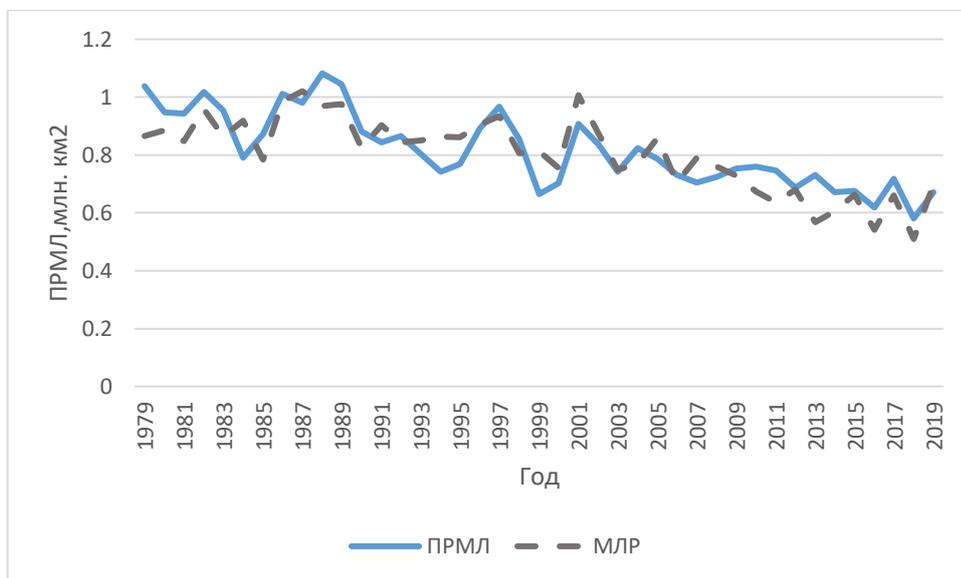


Рисунок А.1.2 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за март ПРМЛ Гренландского моря

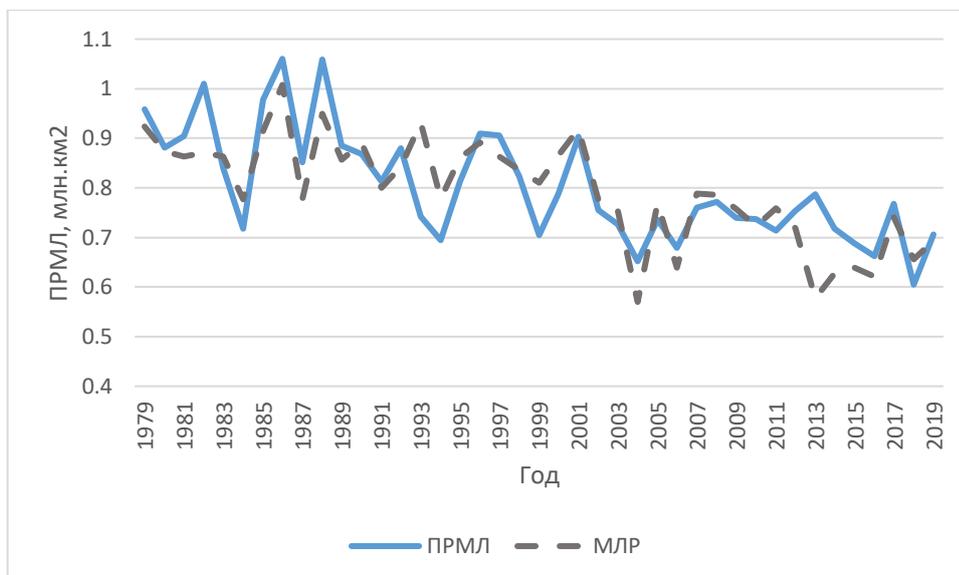


Рисунок А.1.3 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за апрель ПРМЛ Гренландского моря

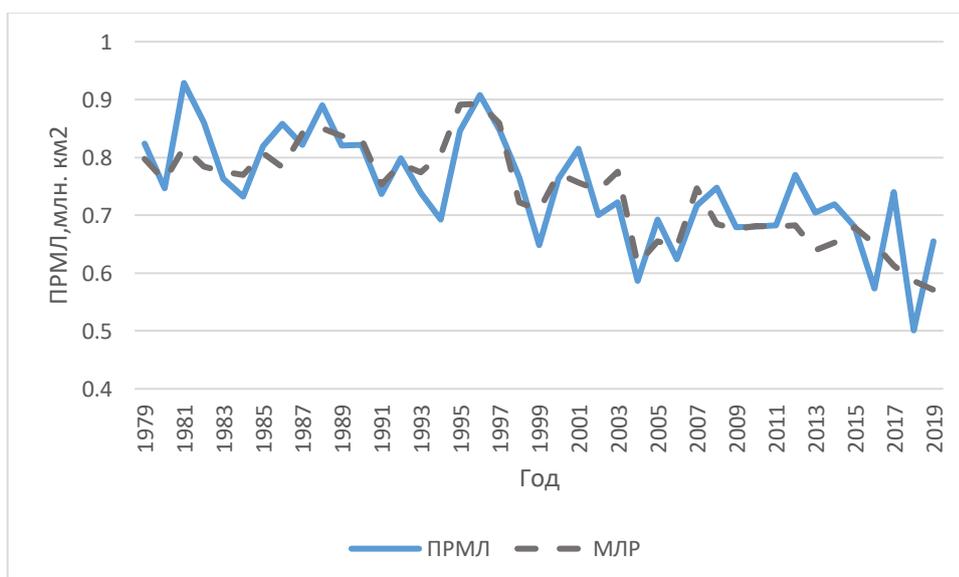


Рисунок А.1.4 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за май ПРМЛ Гренландского моря

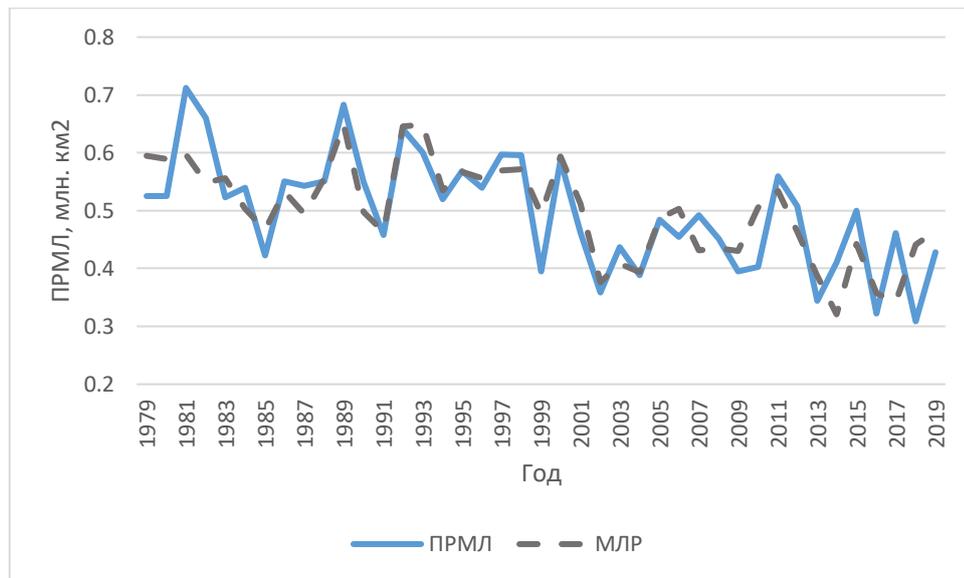


Рисунок А.1.5 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за июль ПРМЛ Гренландского моря

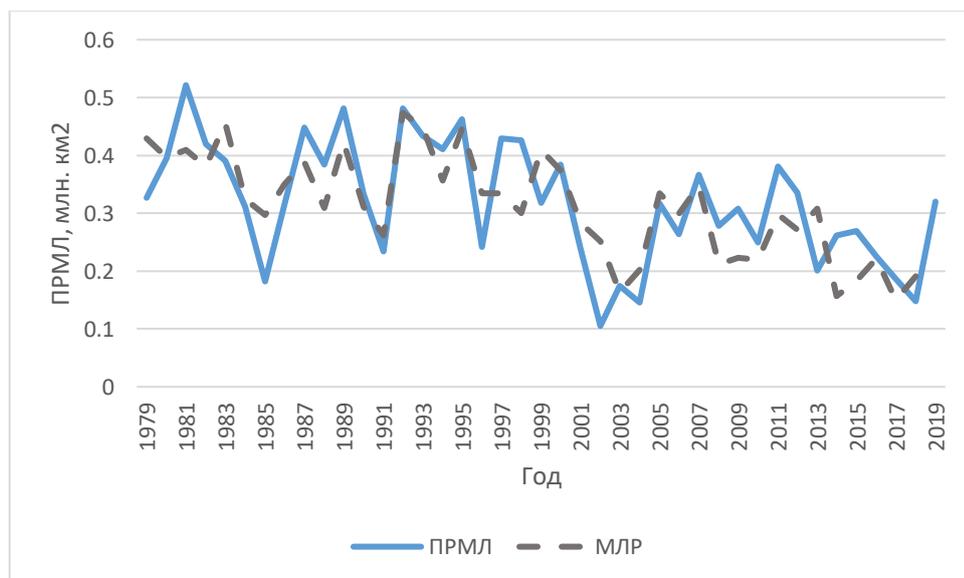


Рисунок А.1.6 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за август ПРМЛ Гренландского моря

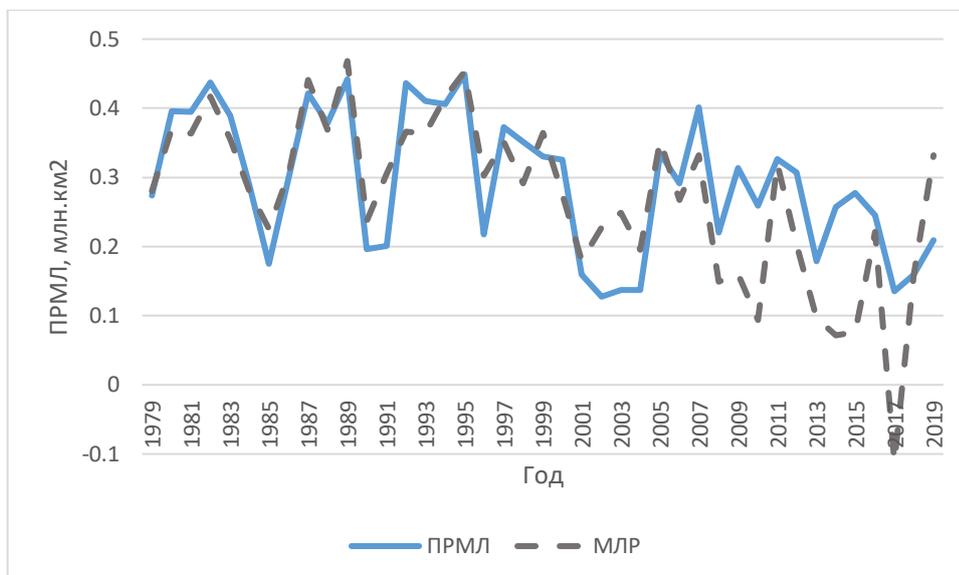


Рисунок А.1.7 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за сентябрь ПРМЛ Гренландского моря

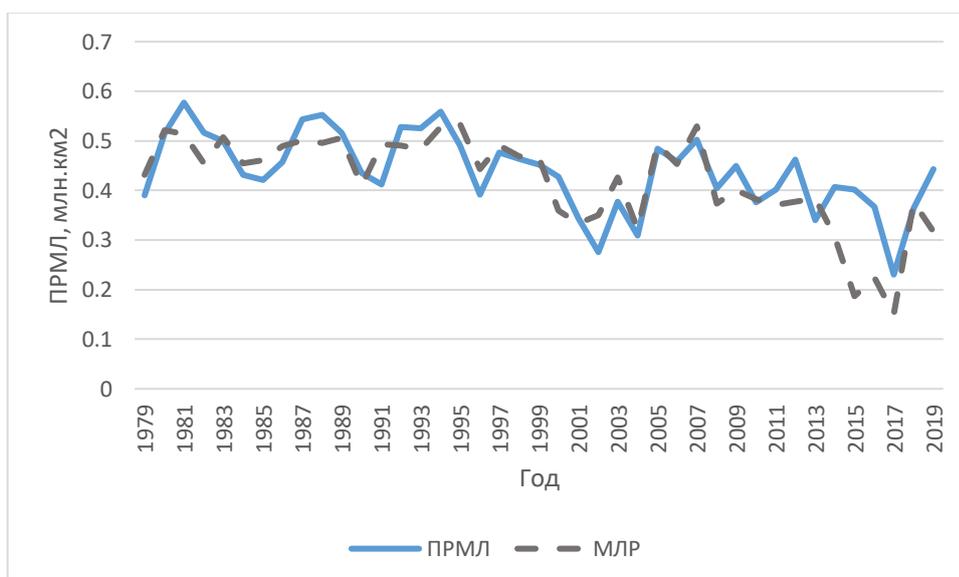


Рисунок А.1.8 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за октябрь ПРМЛ Гренландского моря

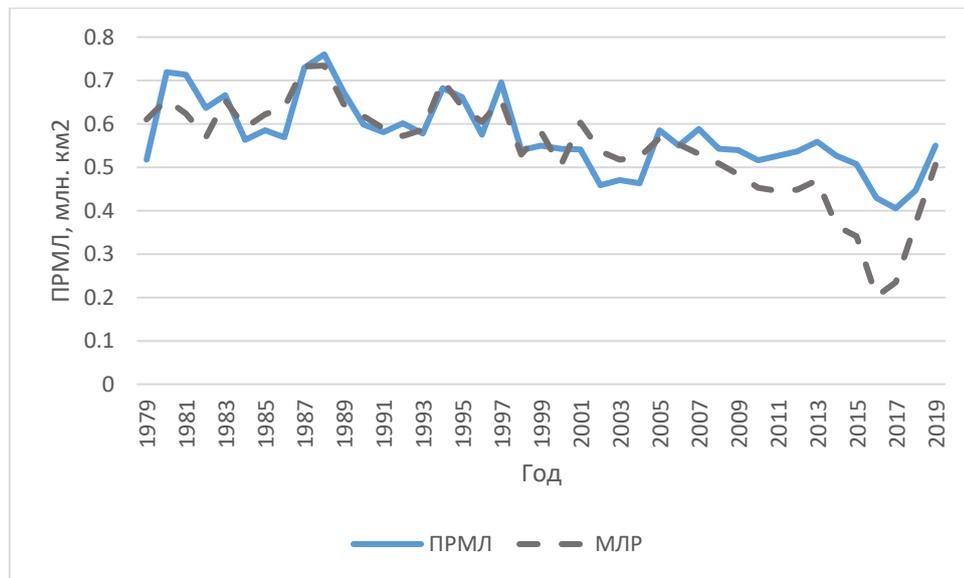


Рисунок А.1.9 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за ноябрь ПРМЛ Гренландского моря

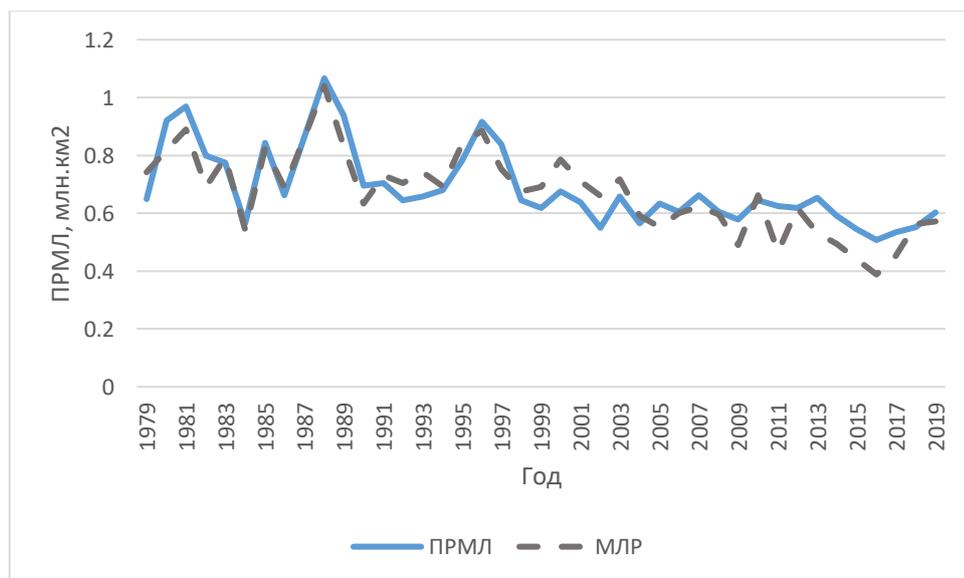


Рисунок А.1.10 Результаты моделирования множественной линейной регрессии за декабрь ПРМЛ Гренландского моря

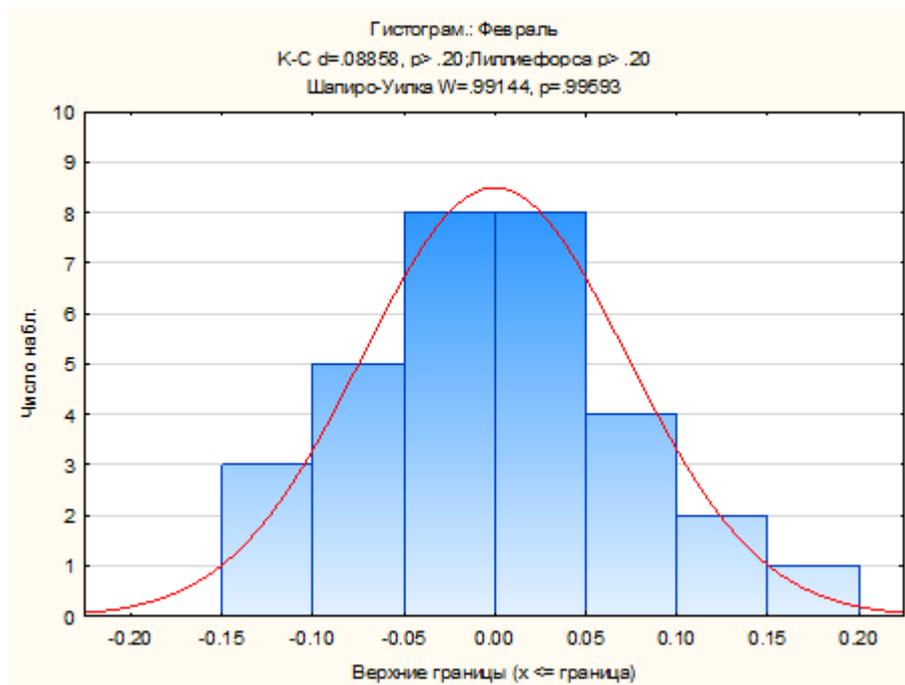


Рисунок А.2.1 Анализ остатков множественной линейной регрессии за февраль ПРМЛ Гренландского моря

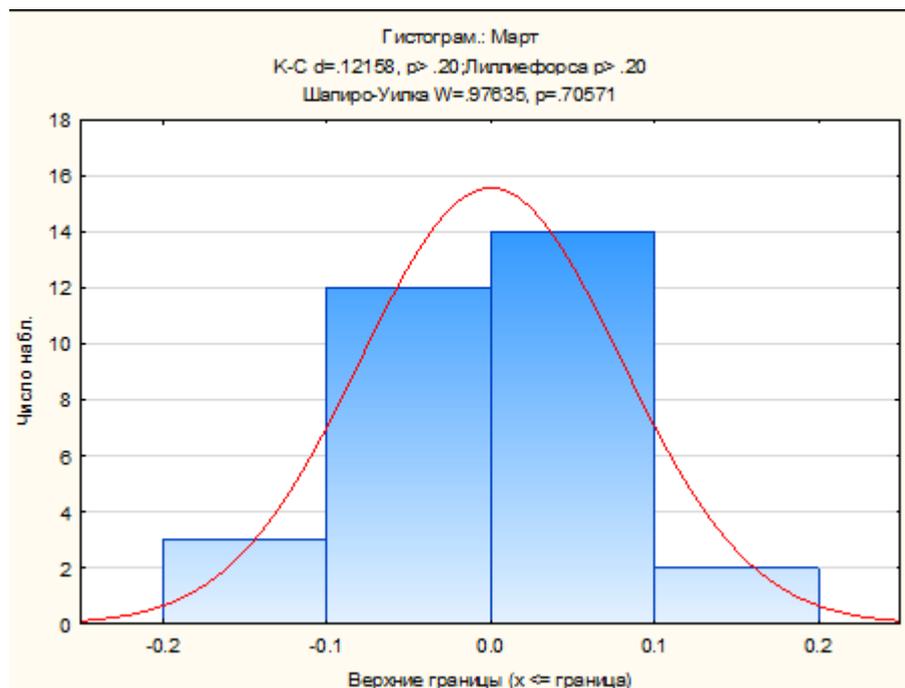


Рисунок А.2.2 Анализ остатков множественной линейной регрессии за март ПРМЛ Гренландского моря

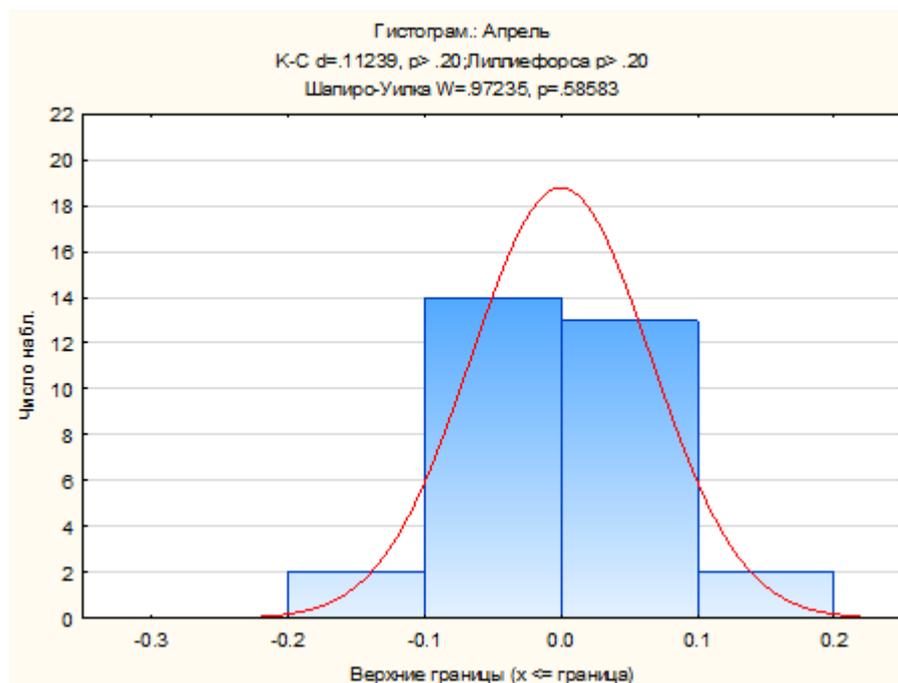


Рисунок А.2.3 Анализ остатков множественной линейной регрессии за апрель ПРМЛ Гренландского моря

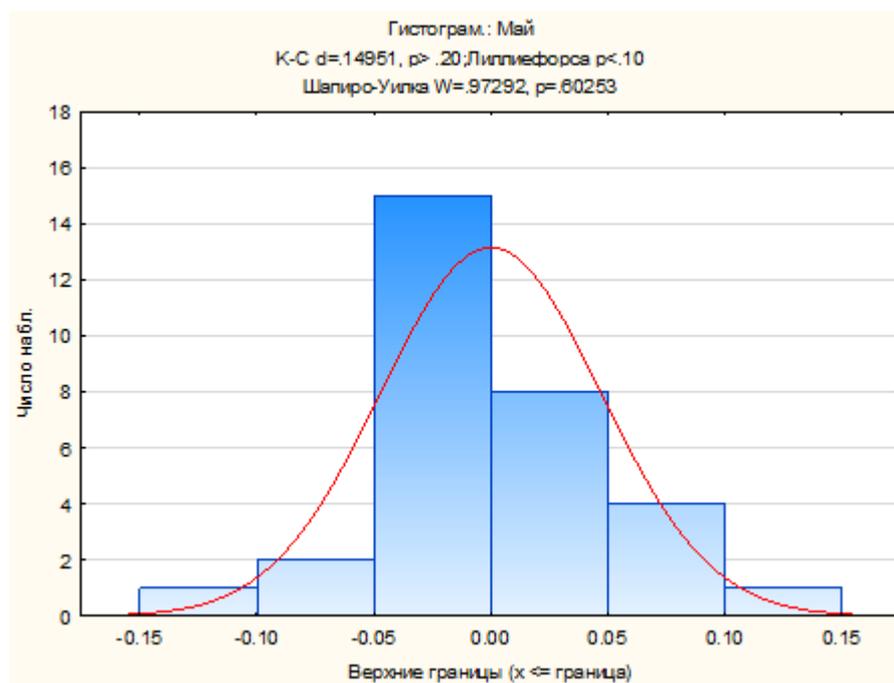


Рисунок А.2.4 Анализ остатков множественной линейной регрессии за май ПРМЛ Гренландского моря

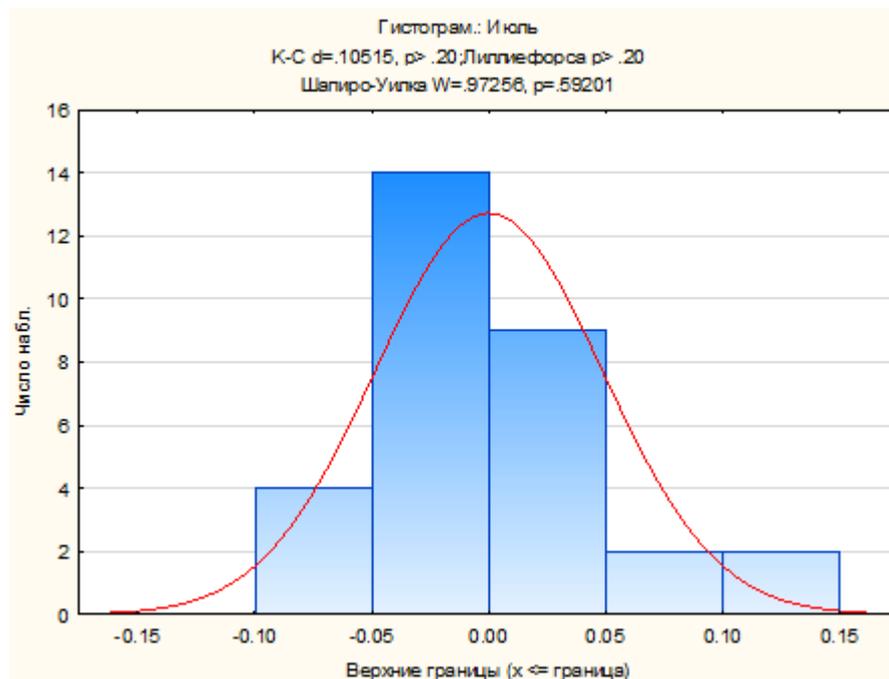


Рисунок А.2.5 Анализ остатков множественной линейной регрессии за июль ПРМЛ Гренландского моря

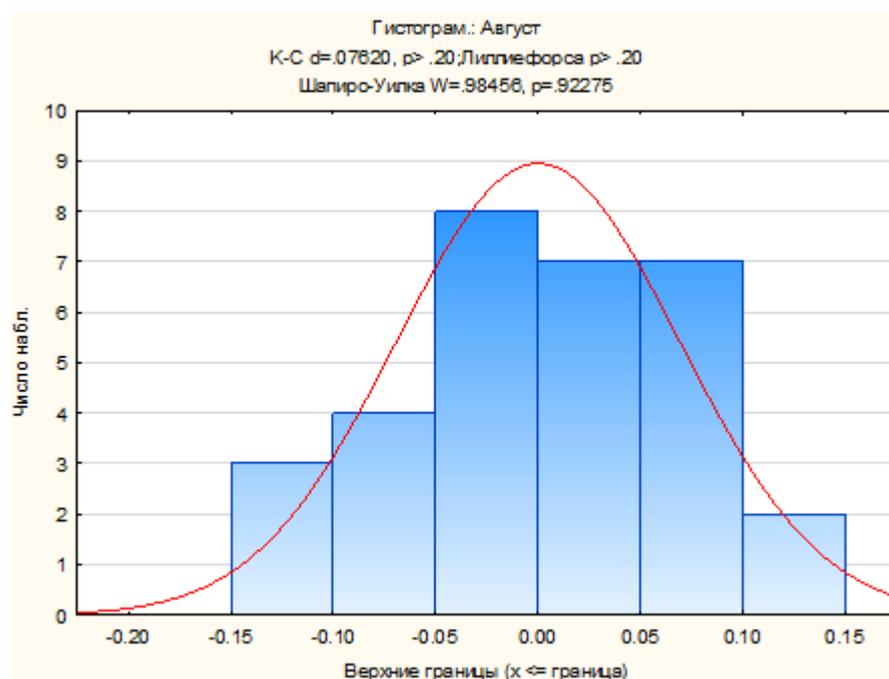


Рисунок А.2.6 Анализ остатков множественной линейной регрессии за август ПРМЛ Гренландского моря

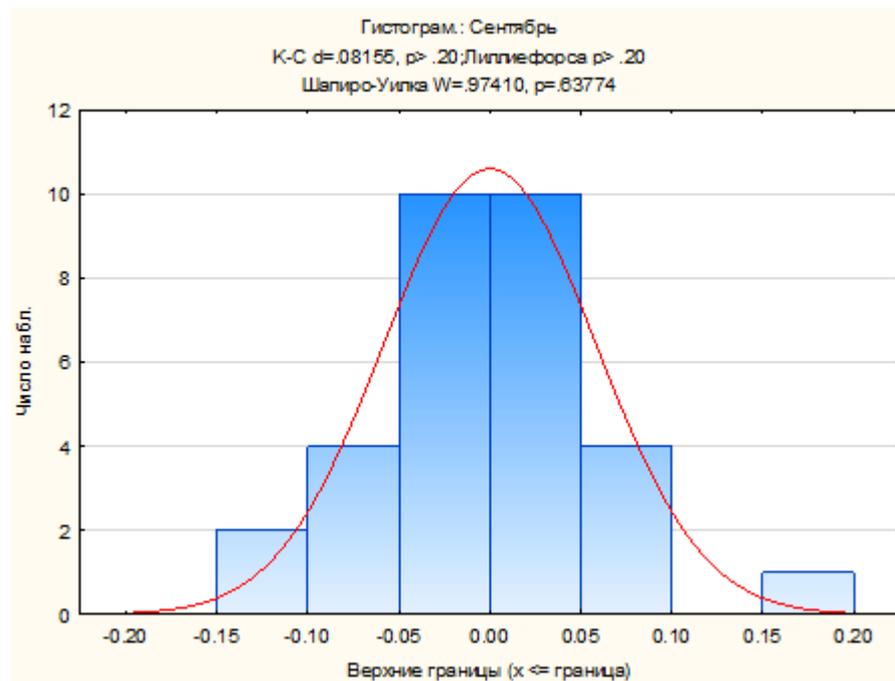


Рисунок А.2.7 Анализ остатков множественной линейной регрессии за сентябрь ПРМЛ Гренландского моря

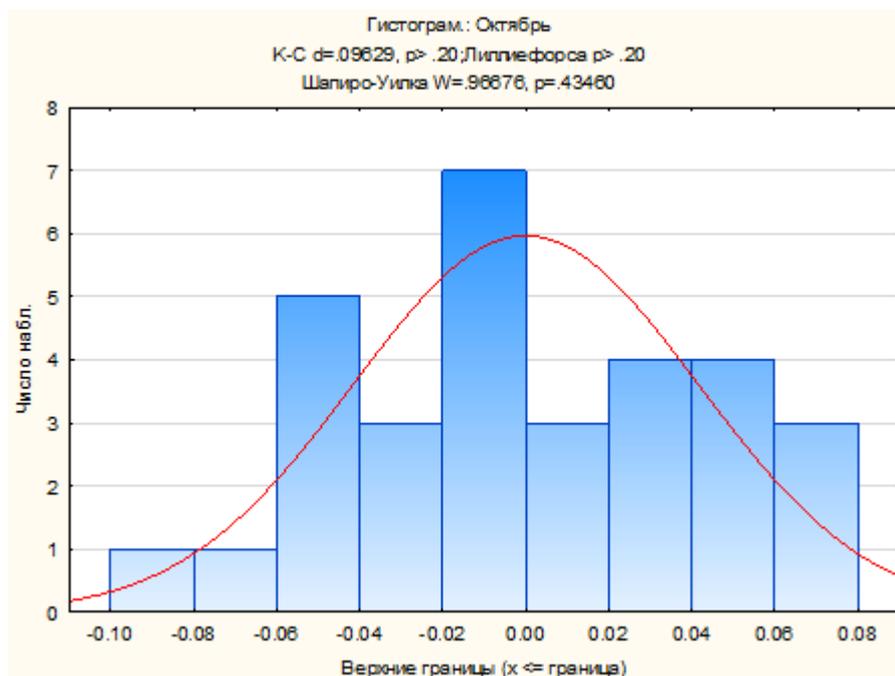


Рисунок А.2.8 Анализ остатков множественной линейной регрессии за октябрь ПРМЛ Гренландского моря

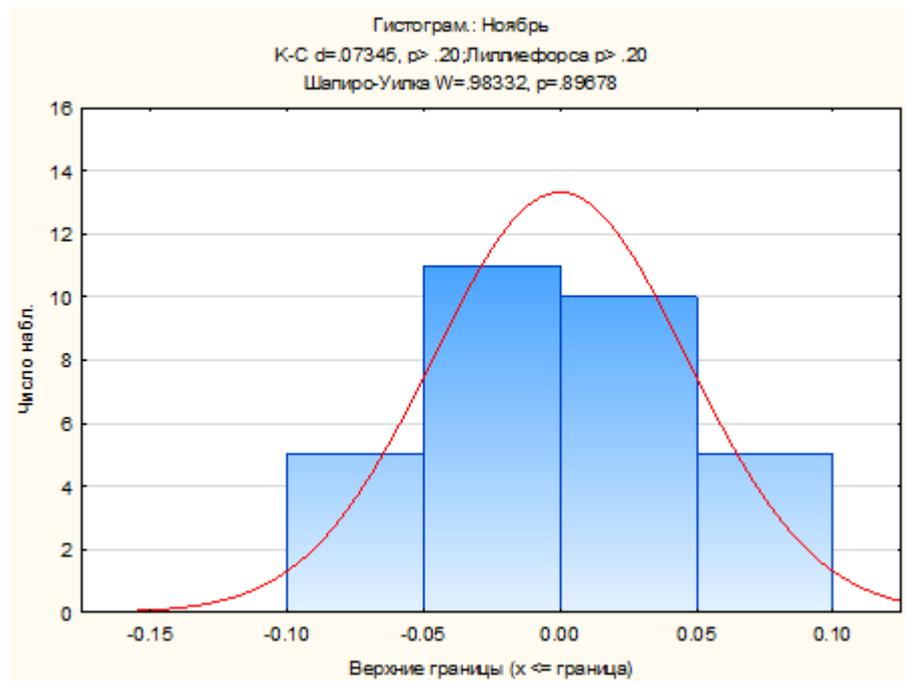


Рисунок А.2.9 Анализ остатков множественной линейной регрессии за ноябрь ПРМЛ Гренландского моря

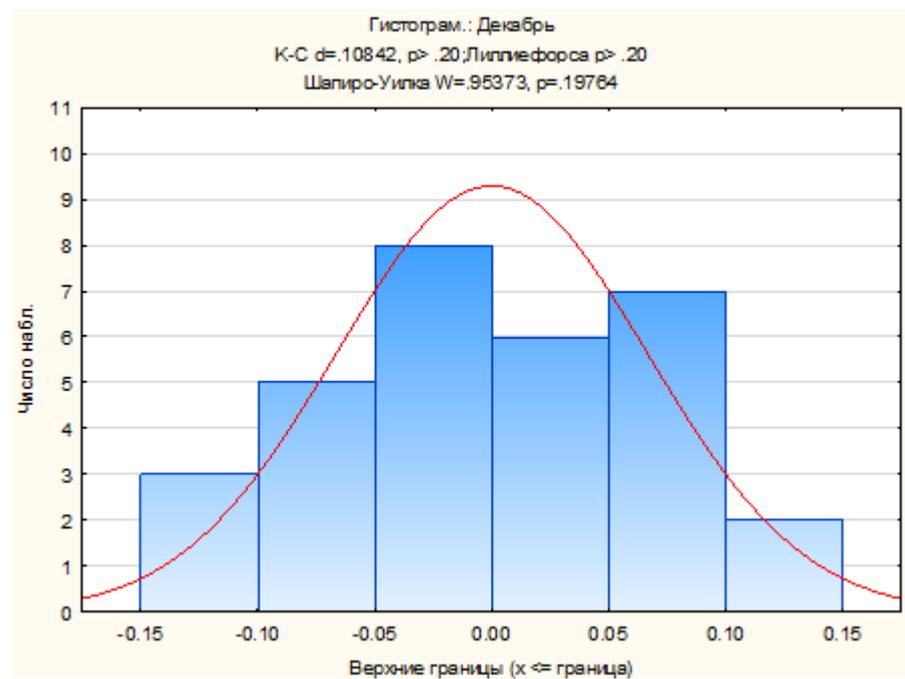


Рисунок А.2.10 Анализ остатков множественной линейной регрессии за декабрь ПРМЛ Гренландского моря

Приложение В – Графические результаты раздела: «Использование деревьев решений регрессии для прогнозирования площади распространения морского льда Гренландского моря.».

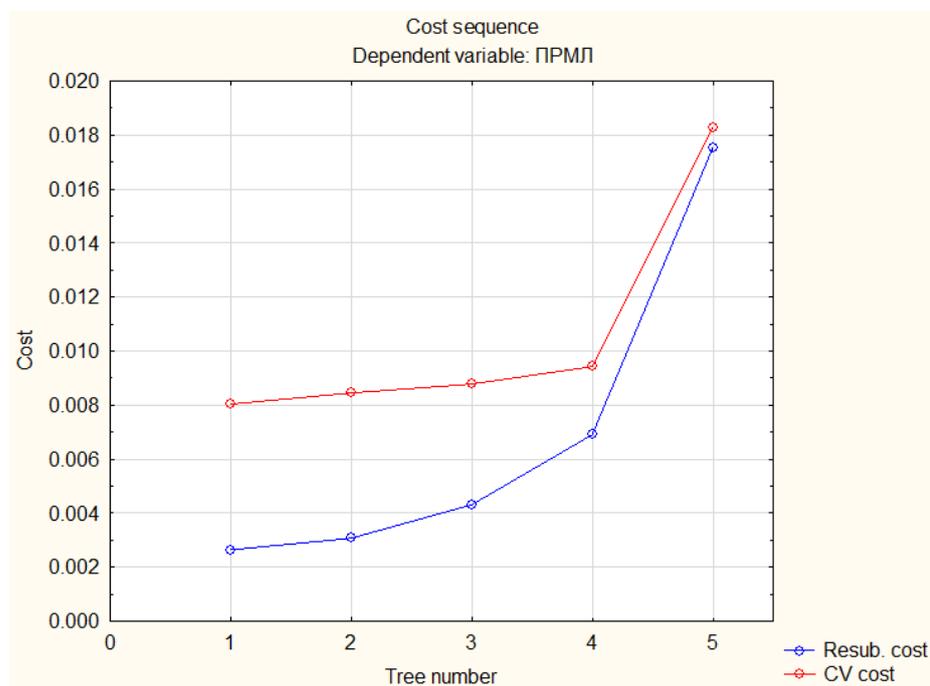


Рисунок В.1.1: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за февраль.

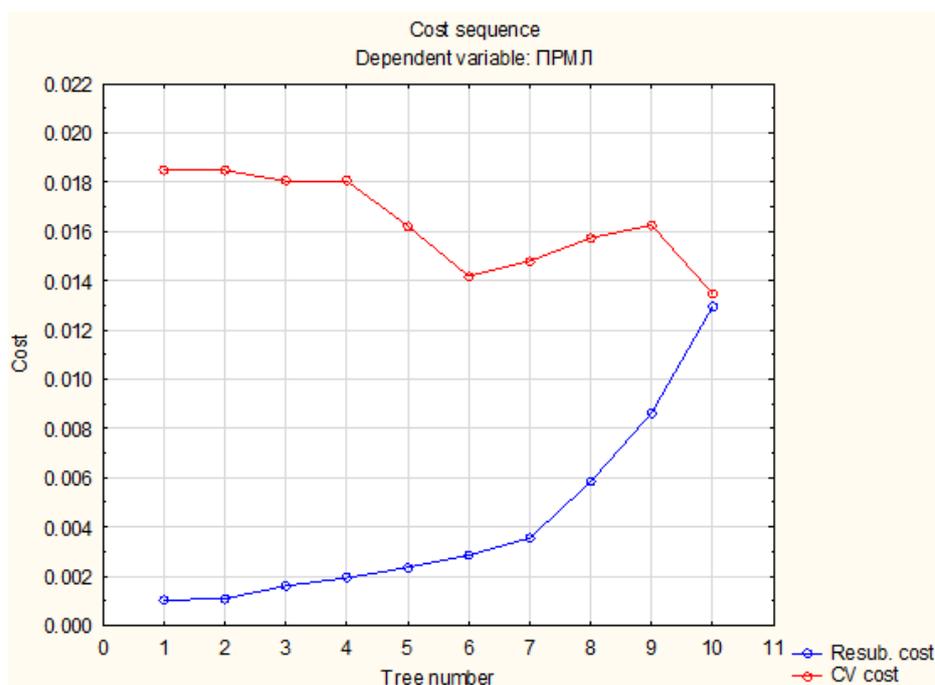


Рисунок В.1.2: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за март.

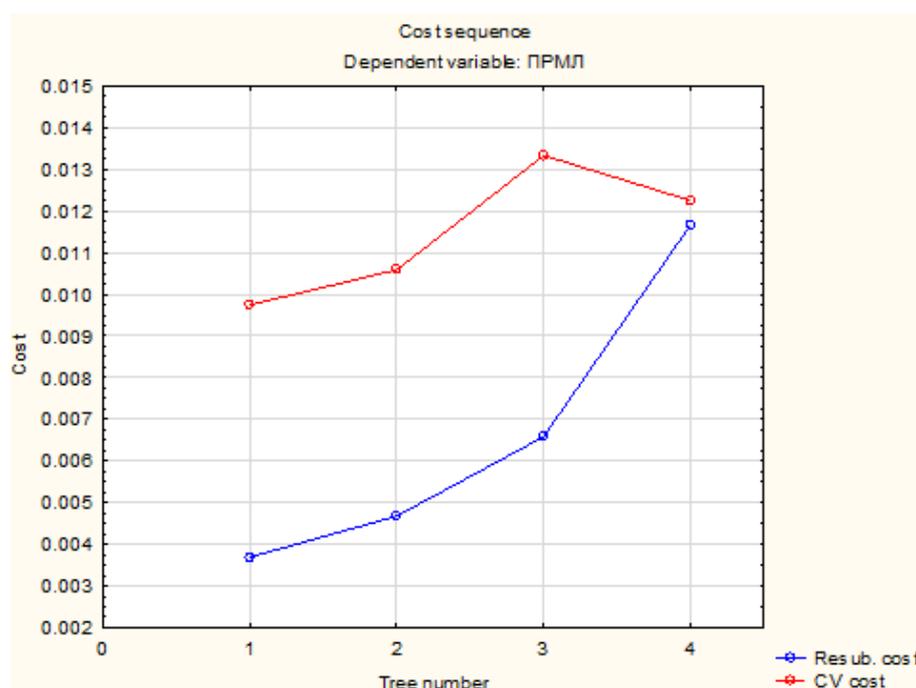


Рисунок В.1.3: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за апрель.

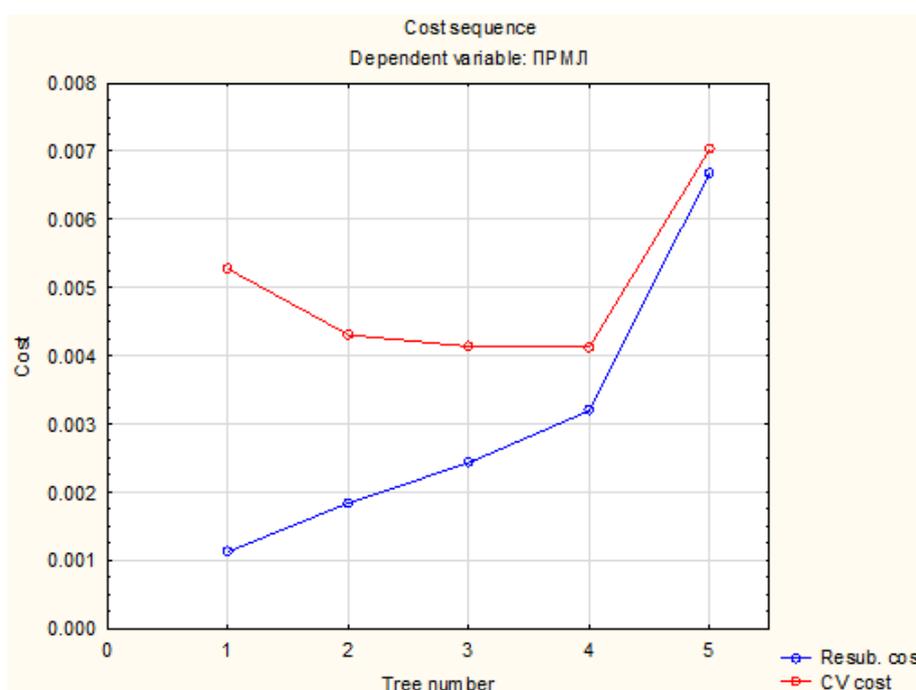


Рисунок В.1.4: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за май.

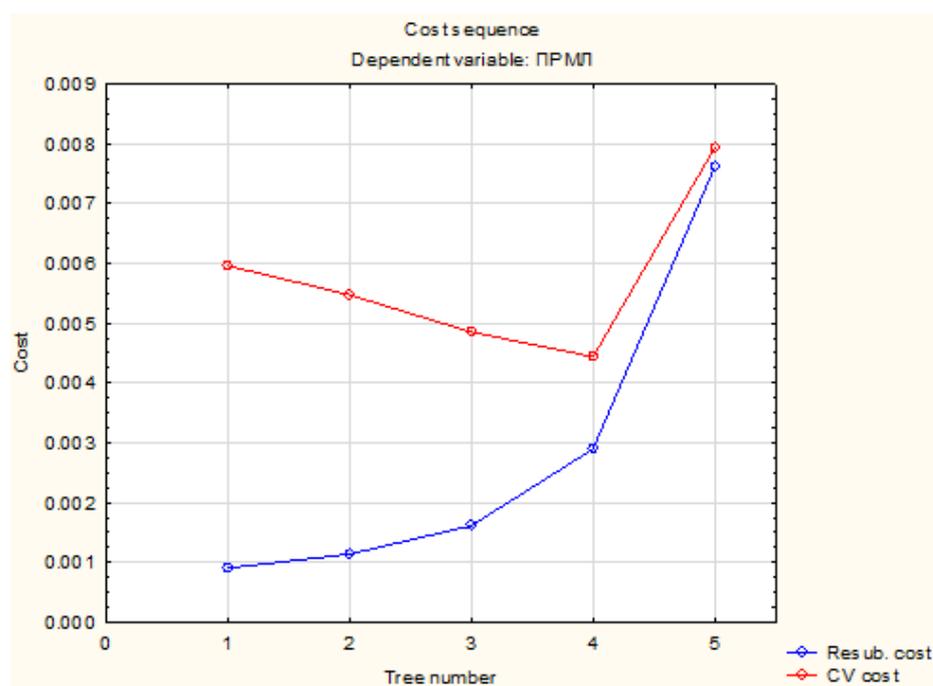


Рисунок В.1.5: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за июль.

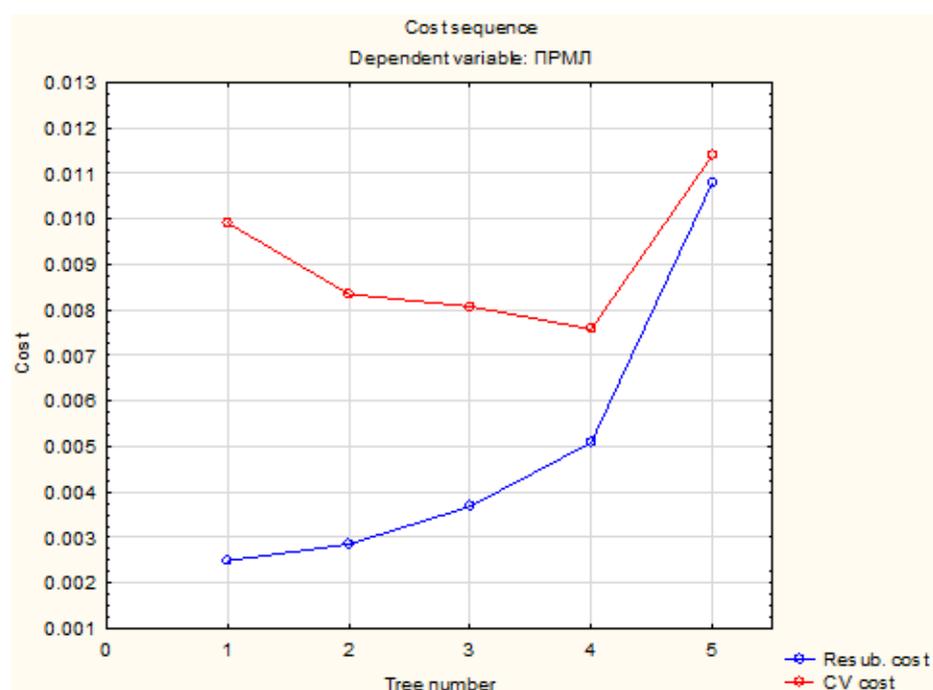


Рисунок В.1.6: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за август.

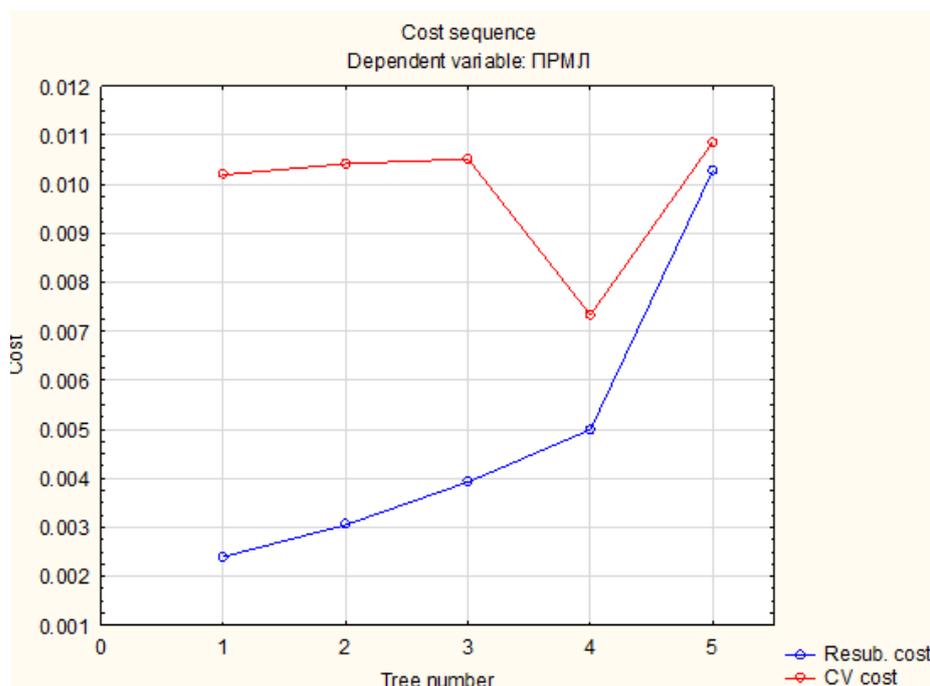


Рисунок В.1.7: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за сентябрь.

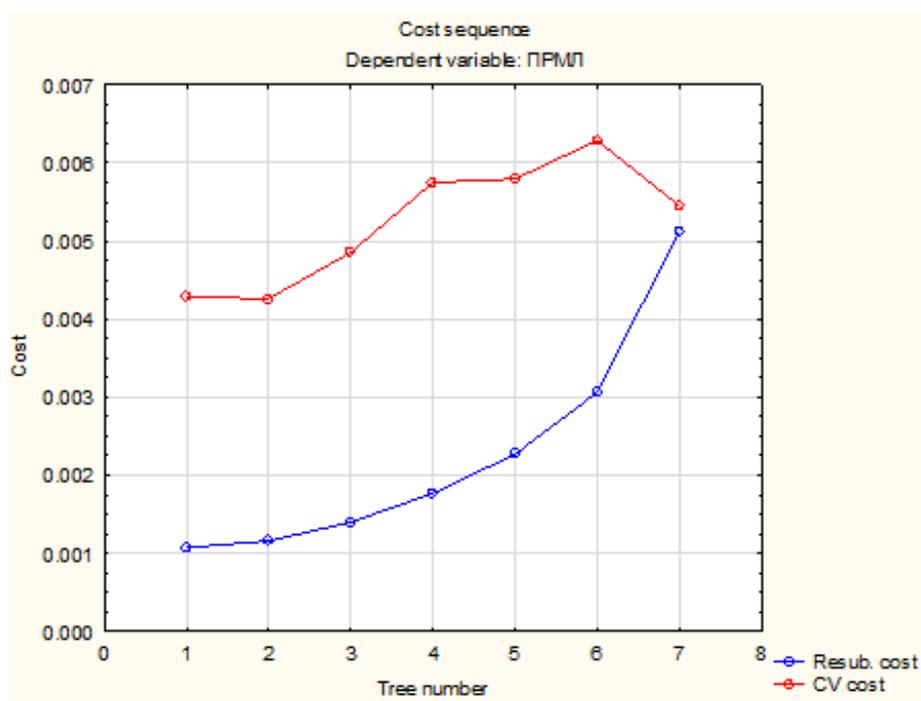


Рисунок В.1.8: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за октябрь.

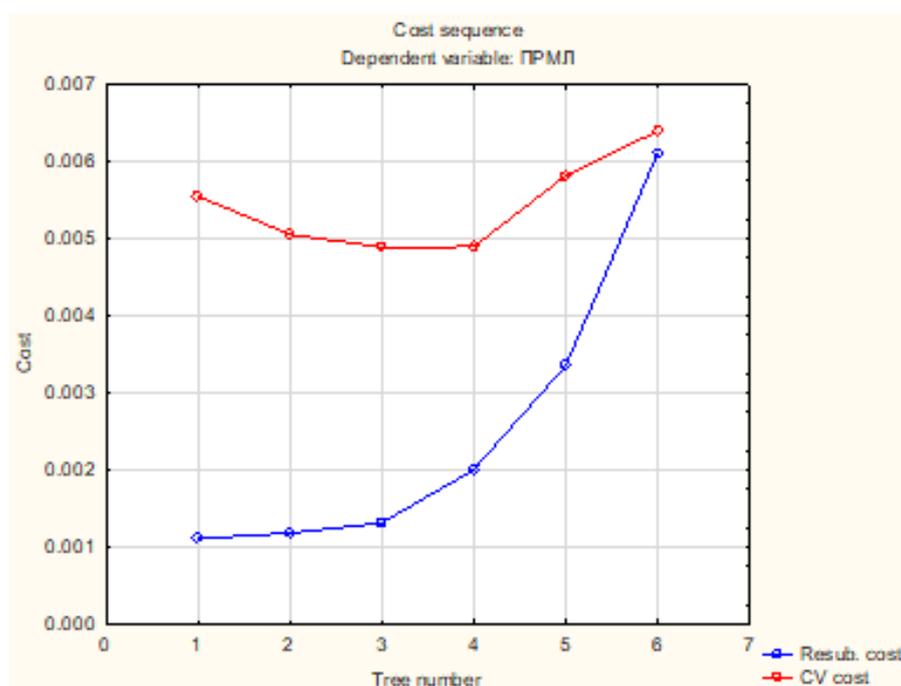


Рисунок В.1.9: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за ноябрь.

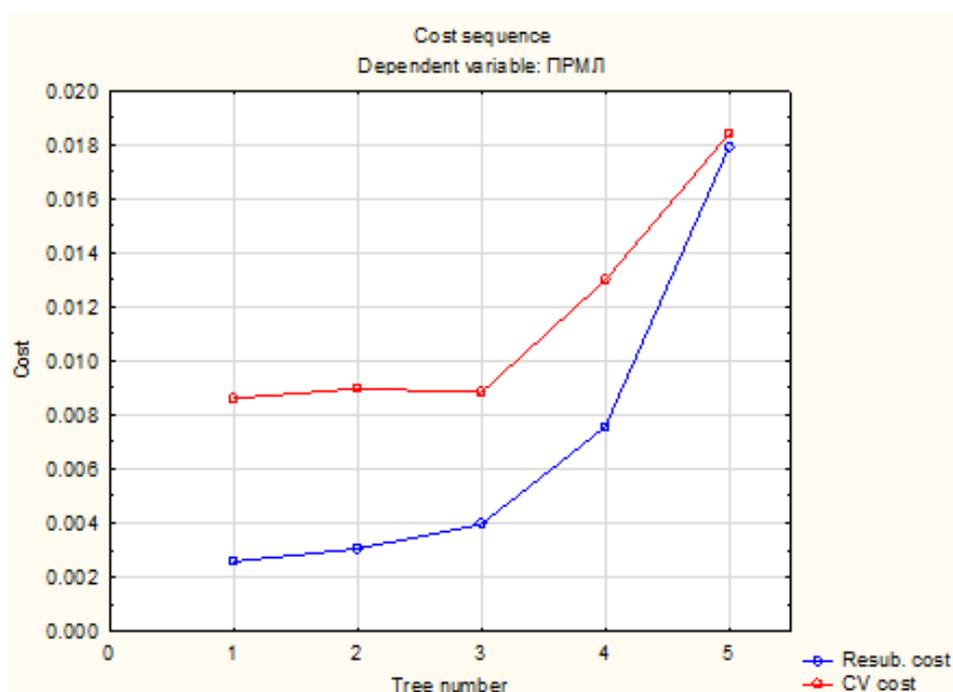


Рисунок В.1.10: Распределение значений цены проверки на зависимой выборке (Resubstitution cost) и цены ошибки кросс-проверки (CV cost) в зависимости от номера дерева за декабрь.

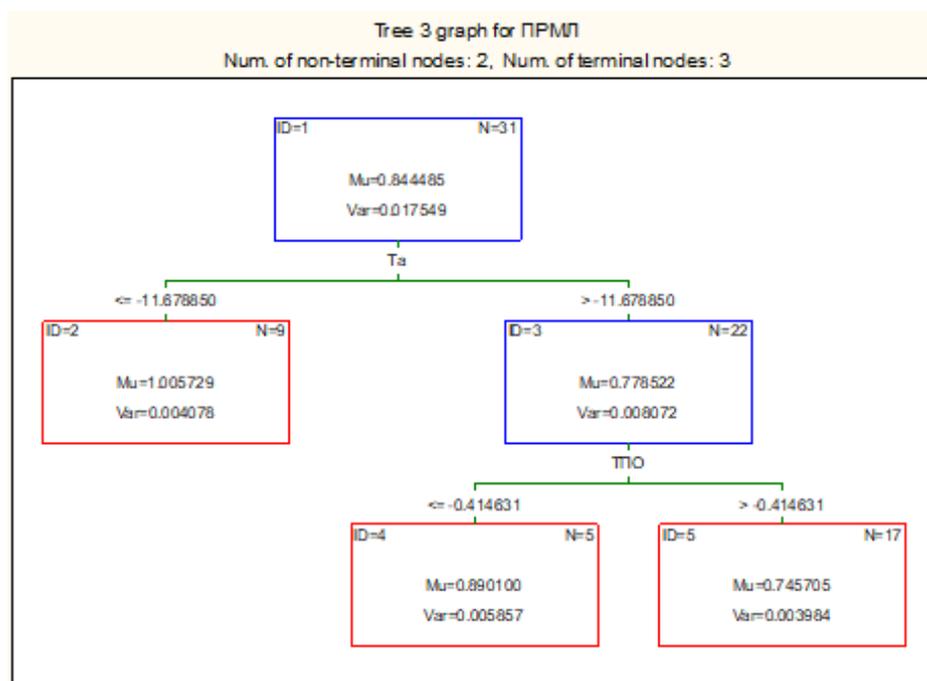


Рисунок В.2.1: Дерево решений 2, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за февраль.

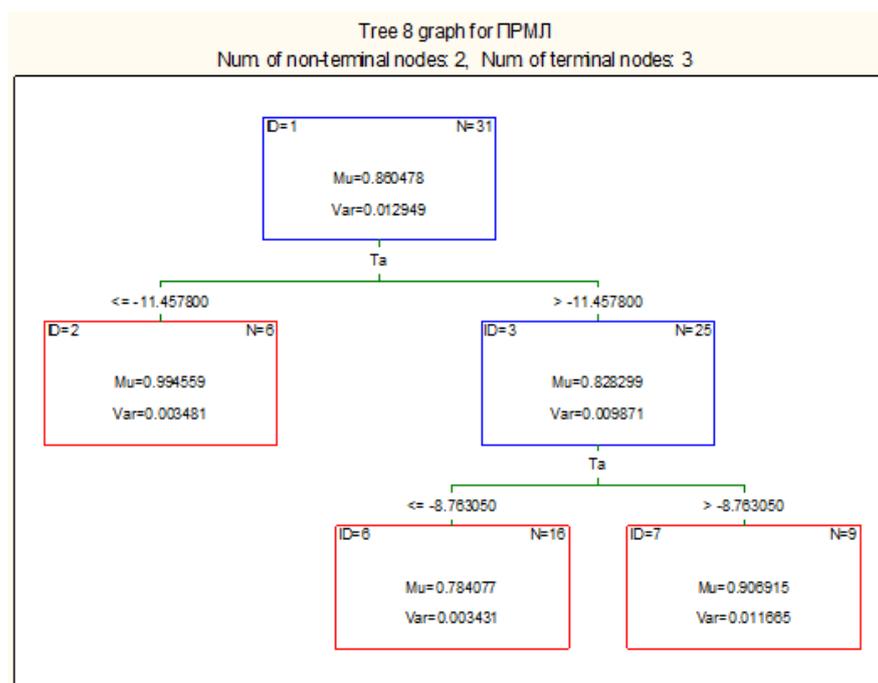


Рисунок В.2.2: Дерево решений 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за март.

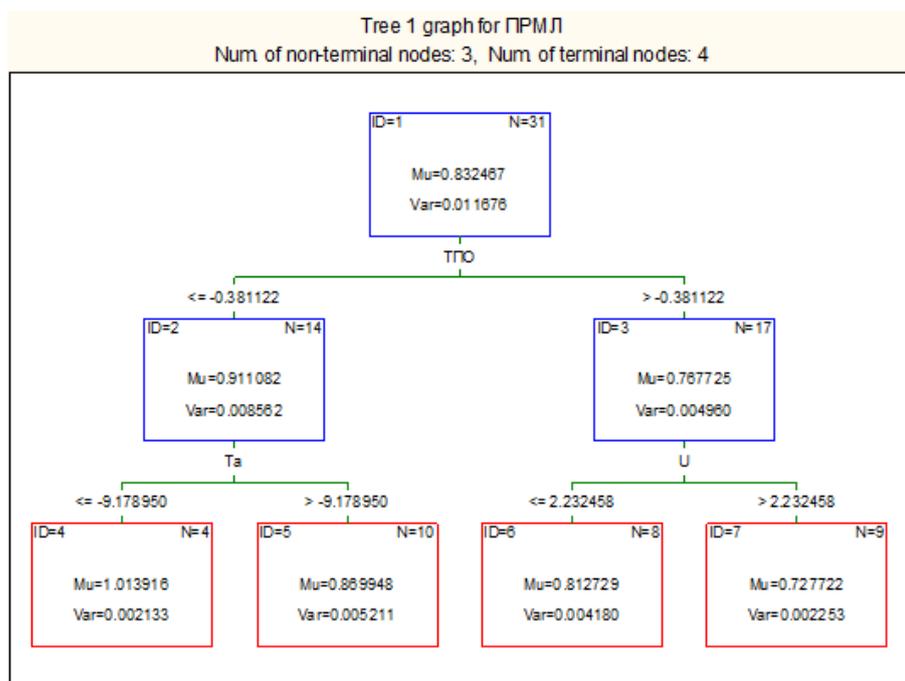


Рисунок В.2.3: Дерево решений 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за апрель.

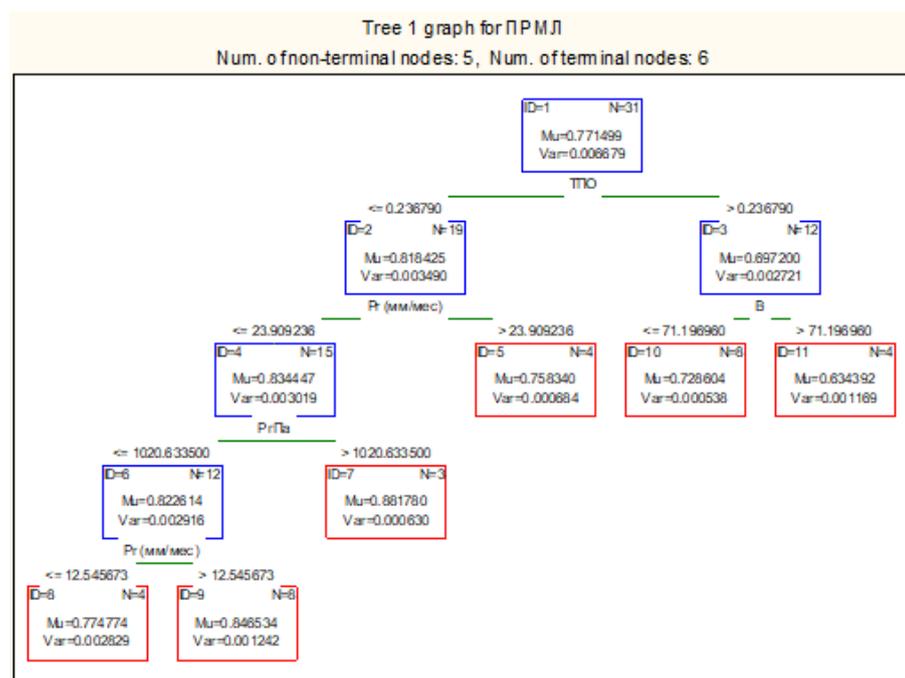


Рисунок В.2.4: Дерево решений 4, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за май.

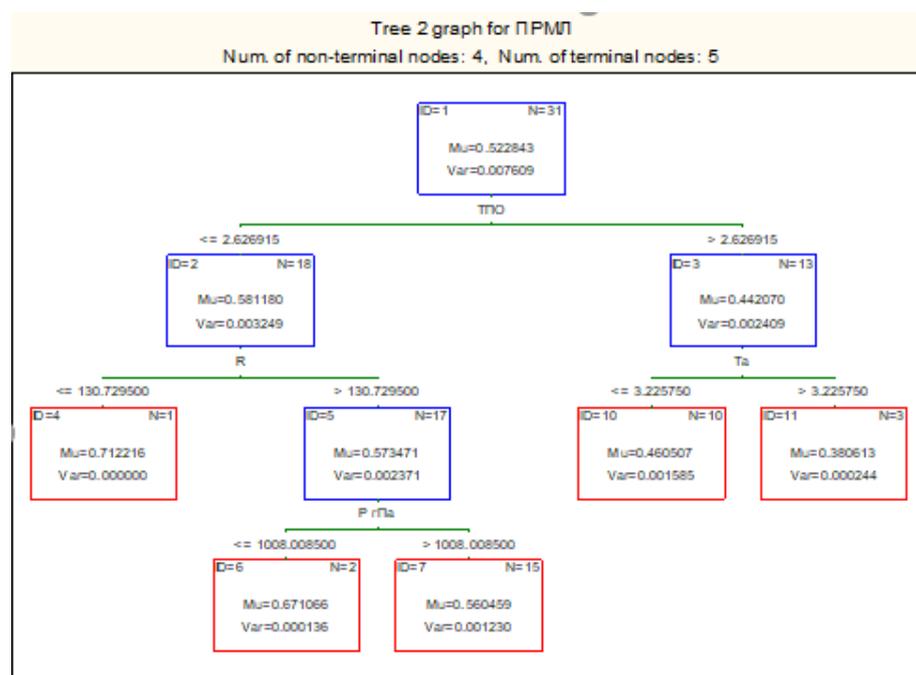


Рисунок В.2.5: Дерево решений 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за ИЮЛЬ.

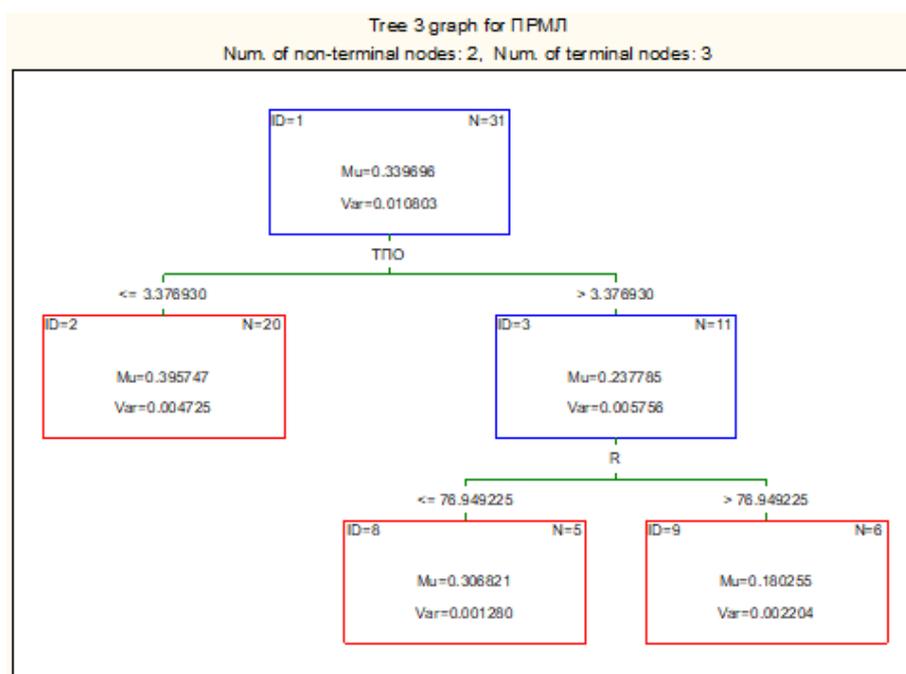


Рисунок В.2.6: Дерево решений 2, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за август.

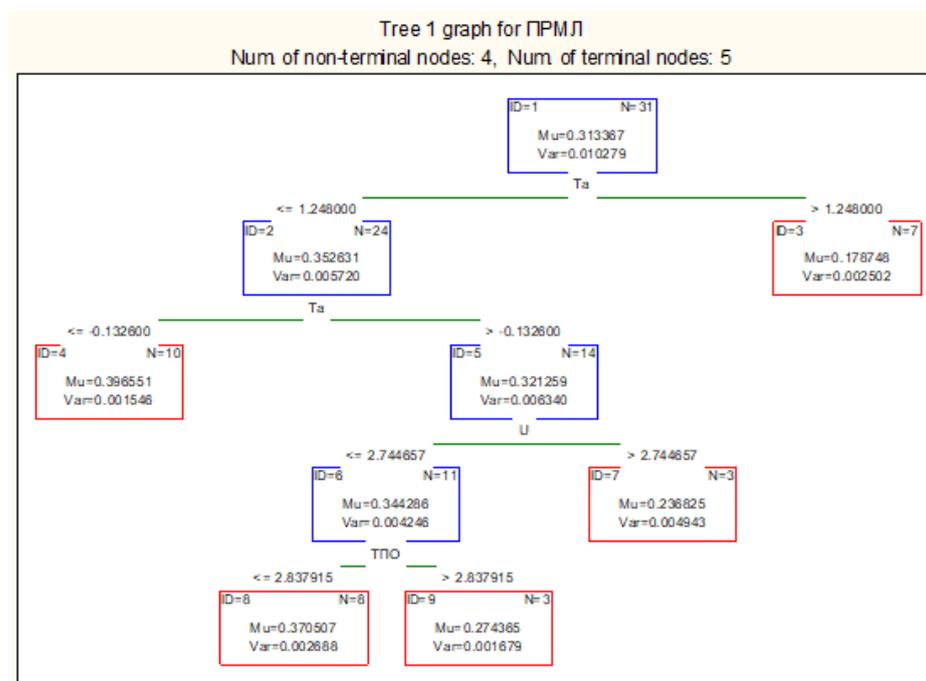


Рисунок В.2.7: Дерево решений 4, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за сентябрь.

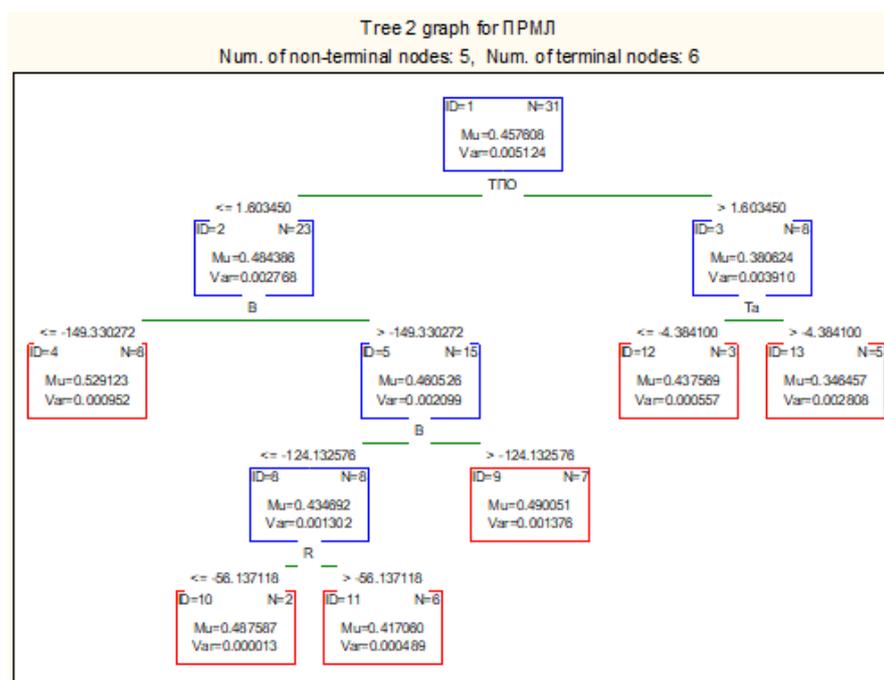


Рисунок В.2.8: Дерево решений 5, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за октябрь

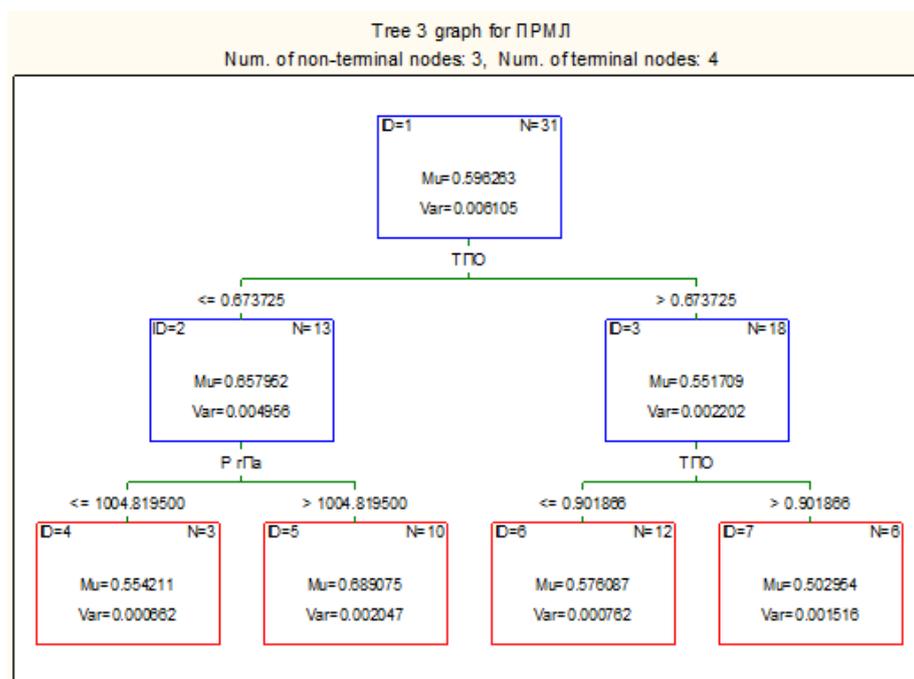


Рисунок В.2.9: Дерево решений 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за ноябрь.

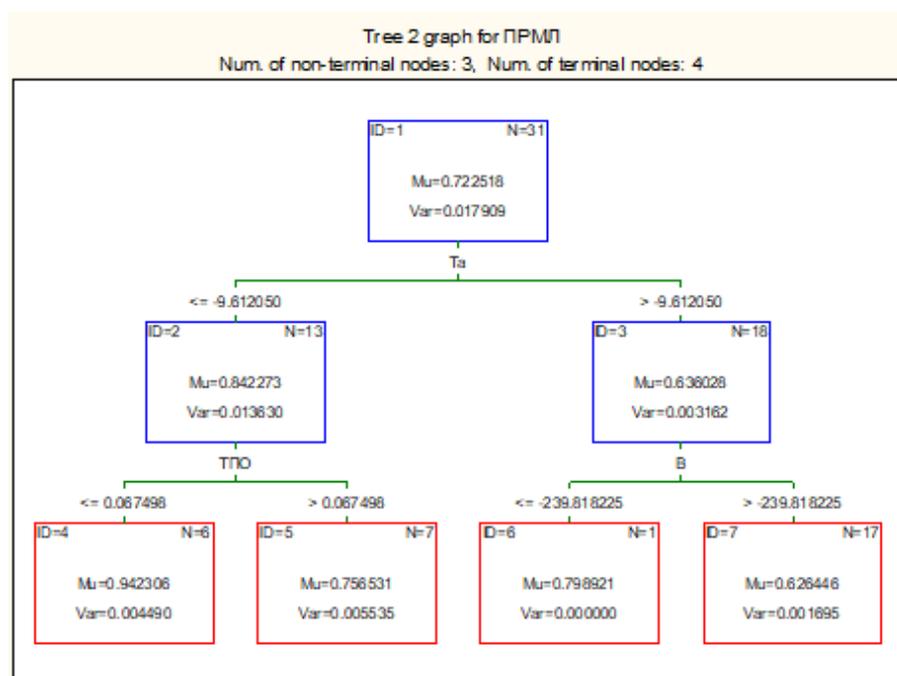


Рисунок В.2.10: Дерево решений 3, описывающее формирование ПРМЛ Гренландского моря в зависимости от выбранных предикторов за декабрь.

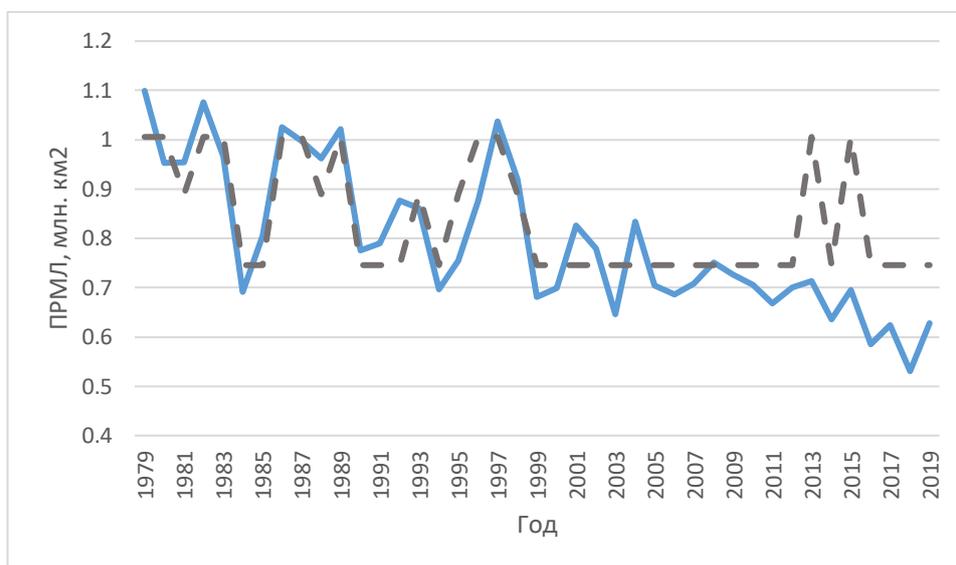


Рисунок В.3.1: Сопоставление прогнозных (по дереву 2) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за февраль.

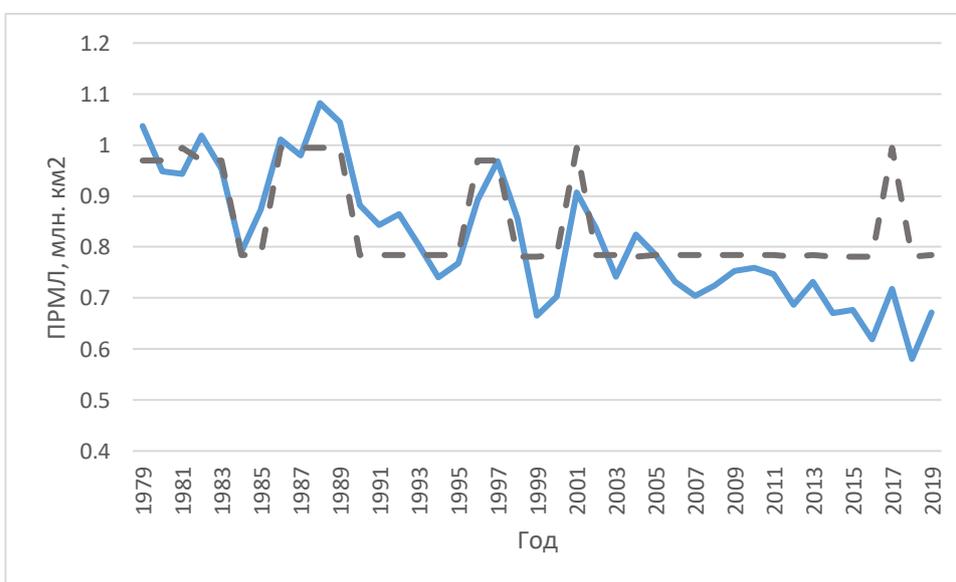


Рисунок В.3.2: Сопоставление прогнозных (по дереву 3) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за март.

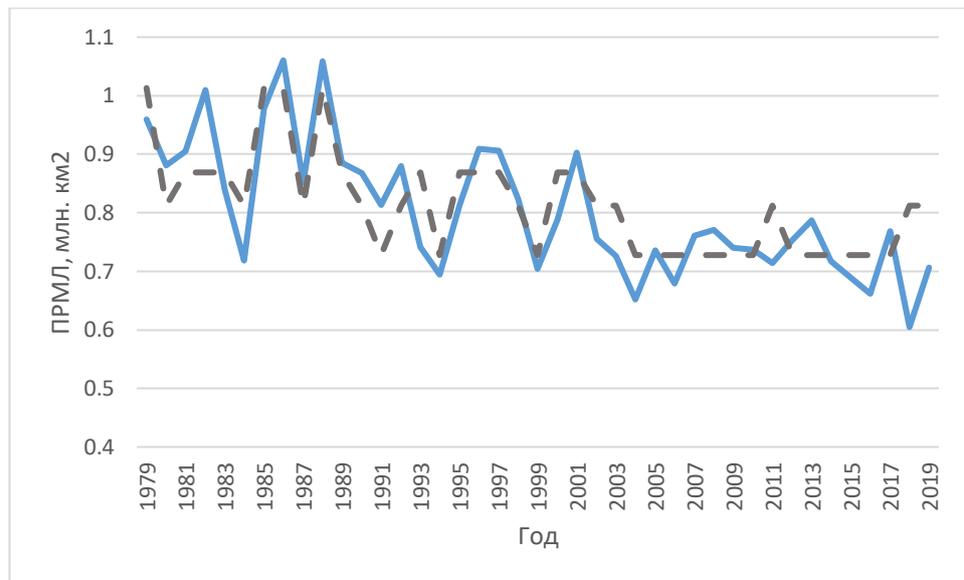


Рисунок В.3.3: Сопоставление прогнозных (по дереву 3) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за апрель.

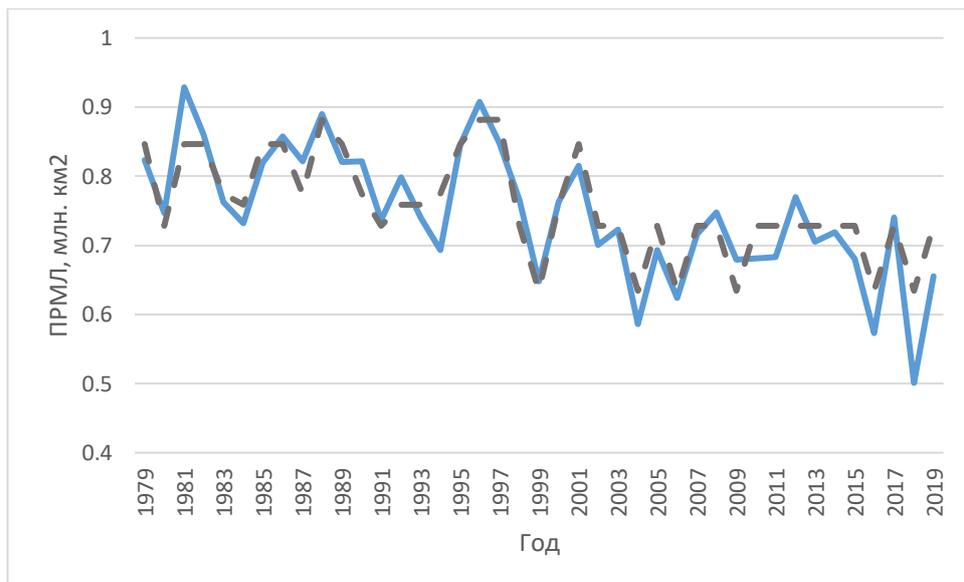


Рисунок В.3.4: Сопоставление прогнозных (по дереву 4) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за май.

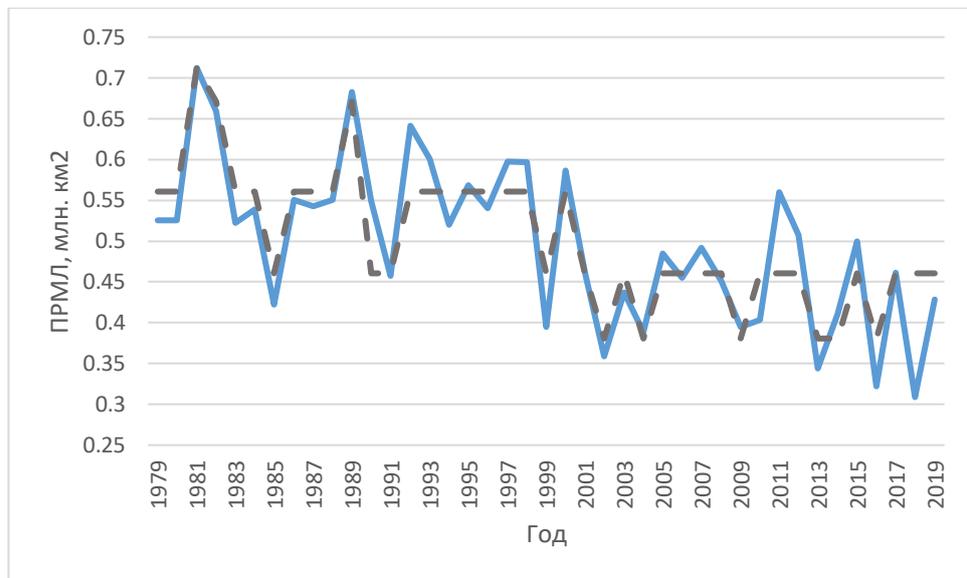


Рисунок В.3.5: Сопоставление прогнозных (по дереву 3) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за июль.

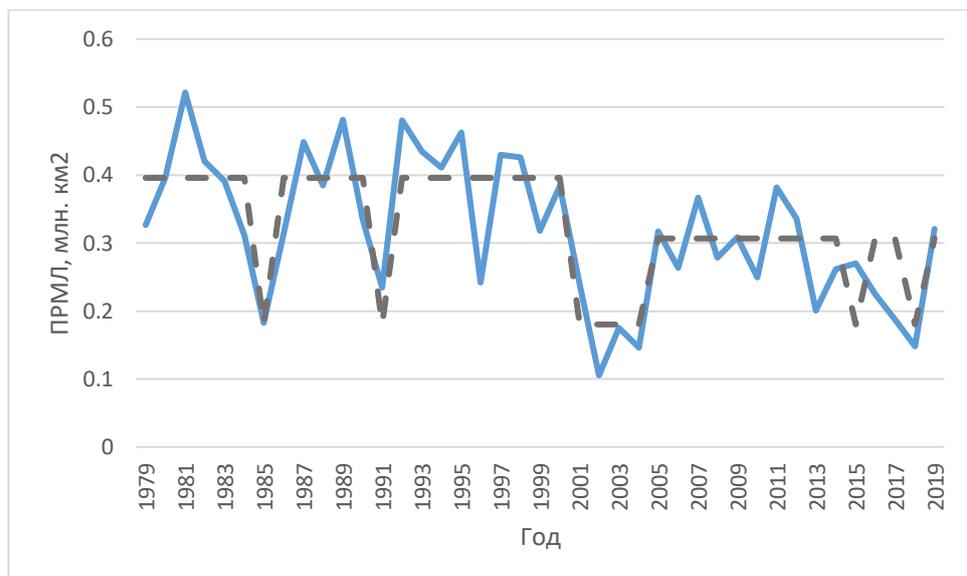


Рисунок В.3.6: Сопоставление прогнозных (по дереву 2) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за август.

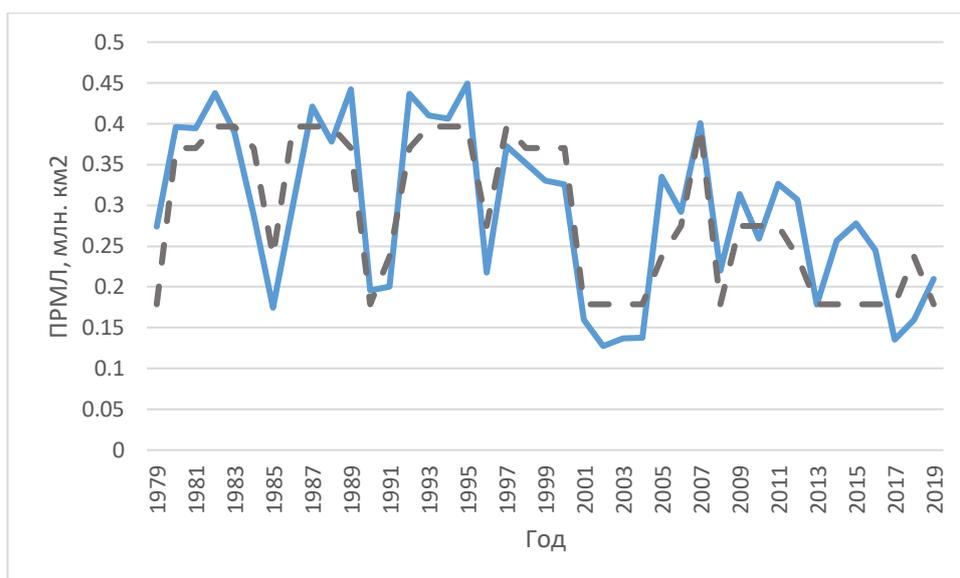


Рисунок В.3.7: Сопоставление прогнозных (по дереву 4) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за сентябрь.

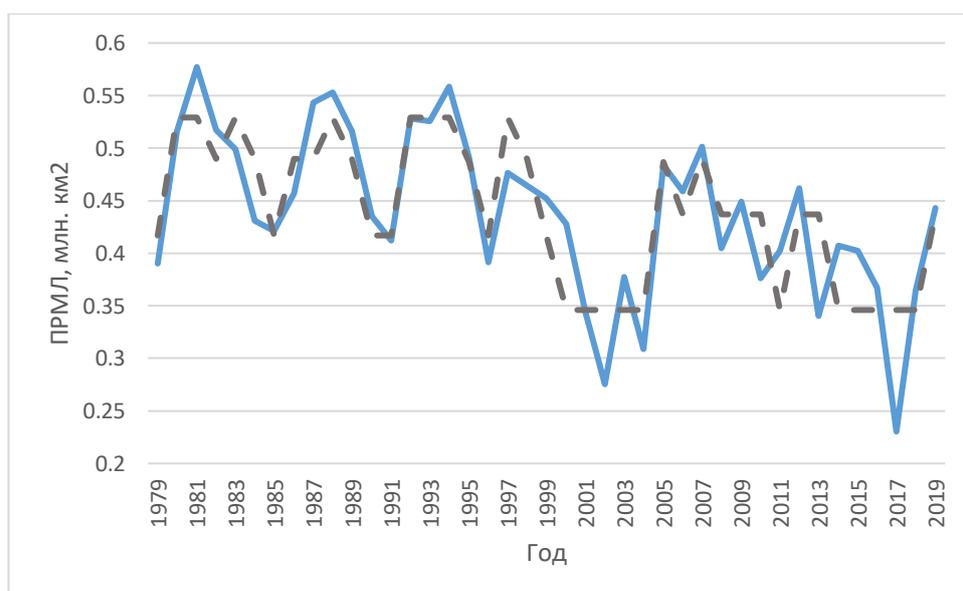


Рисунок В.3.8: Сопоставление прогнозных (по дереву 5) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за октябрь.

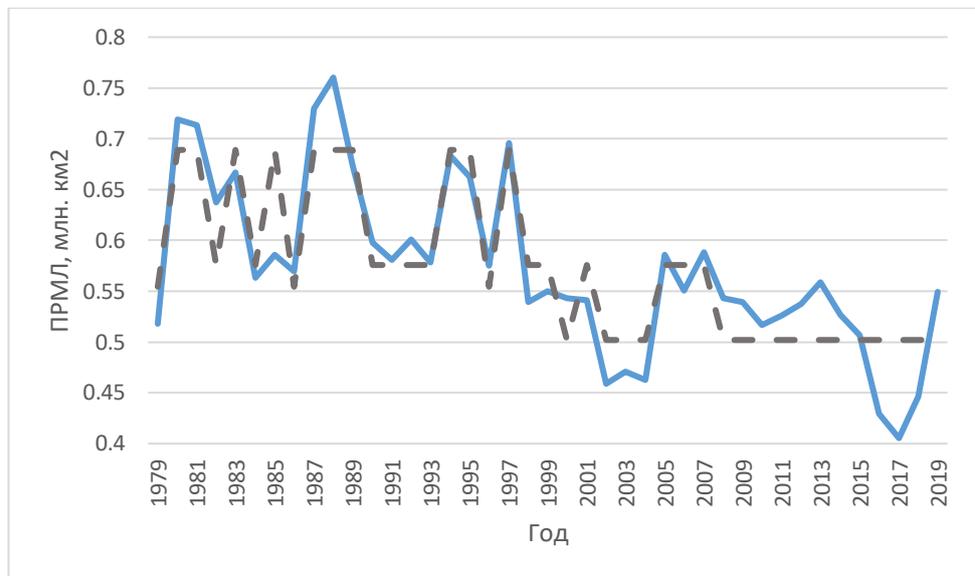


Рисунок В.3.9: Сопоставление прогнозных (по дереву 3) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за ноябрь.

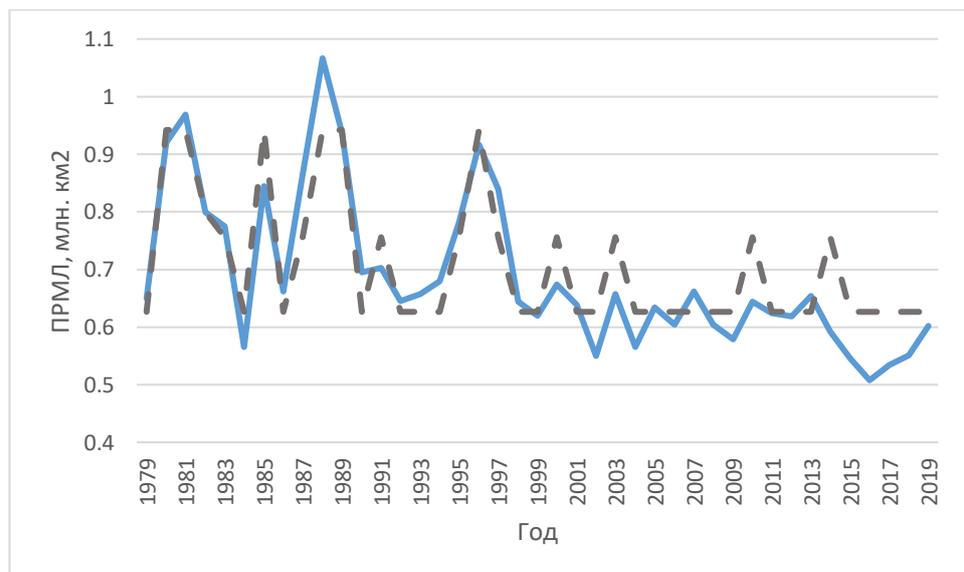


Рисунок В.3.10: Сопоставление прогнозных (по дереву 3) и фактических значений ПРМЛ Гренландского моря для зависимой (1979 – 2009 гг.) и независимой зависимой (2010– 2019 гг.) выборки за декабрь.